

**DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS
ESTADÍSTICAS EN ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO**

LILIANA MARCELA MEDINA VALDERRAMA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA**

2011

**DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS
ESTADÍSTICAS EN ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO**

LILIANA MARCELA MEDINA VALDERRAMA

**Trabajo de grado como requisito para optar al título de:
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS**

**Director:
Ph.D. GABRIEL YAÑEZ CANAL**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA**

2011

AGRADECIMIENTOS

A Dios por ser guía de mis pasos, luz en mis temores y fortaleza en mis momentos difíciles.

A mis padres Martha Cecilia Valderrama y Luís Alberto Medina por enseñarme que a la meta se llega con amor y sacrificio.

A mi gran amor Eduardo Lizcano, por ser el motor de mis emociones, mi gran y verdadero amigo y quién me enseñó que cuando se cometen errores la humildad es la verdadera salida.

A mis amigos que con su paciencia y sabiduría me apoyaron en la realización de este proyecto.

Al profesor Gabriel Yañez director de este trabajo, quién con su paciencia y grandes conocimientos hizo posible la culminación del mismo.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. MARCO TEÓRICO	17
1.1 ESTUDIO DE CASOS: HACIA UNA TEORÍA GENERAL	17
1.2 ASPECTOS RELEVANTES SOBRE LA INVESTIGACIÓN ACERCA DE GRÁFICAS	19
1.3 PRINCIPALES PROBLEMAS EN LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS	21
1.4 LA TEORÍA DE CURCIO PARA LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS	25
1.5 LA TAXONOMÍA SOLO	28
1.5.1 Orígenes de la taxonomía SOLO	28
1.5.2 Niveles de pensamiento propuestos por la taxonomía SOLO	30
2. METODOLOGÍA	34
2.1 PARTICIPANTES	34
2.2 EL CUESTIONARIO	34
2.2.1 Diseño y objetivo de la pregunta 1	35
2.2.2 Diseño y objetivo de la pregunta 2	36
2.2.3 Diseño y objetivo de la pregunta 3	38
2.2.4 Diseño y objetivo de la pregunta 4	40
3. ANÁLISIS DE RESULTADOS	42
3.1 CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS DE RESULTADOS	42
3.2 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA UNO DEL CUESTIONARIO	42
3.2.1 Análisis de resultados según Curcio	43
3.2.2 Análisis de resultados según taxonomía SOLO	46
3.3 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA DOS DEL CUESTIONARIO	47
3.3.1 Análisis de resultados	48

3.4 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA TRES DEL CUESTIONARIO	55
3.4.1 Análisis de resultados	56
3.5 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA CUATRO DEL CUESTIONARIO	60
3.5.1 Análisis de resultados según Curcio	61
3.5.2 Análisis de resultados según Taxonomía SOLO	65
3.6 GENERALIDADES	67
4. CONCLUSIONES DE LA ACTIVIDAD	68
4.1 ¿CUÁLES SON LAS PRINCIPALES DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS?	68
4.1.1 En la lectura e interpretación de las gráficas	68
4.1.2 En la construcción de gráficas	69
4.1.3 Las principales dificultades según la taxonomía SOLO	69
4.1.4 Principales dificultades según los niveles de comprensión de gráficas de Curcio	70
CONCLUSIONES	71
BIBLIOGRAFÍA	72
ANEXOS	75

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Taxonomía de habilidades requeridas para la comprensión gráfica según Curcio (1987) y Friel, Curcio y Brighth (2001).	26
Tabla 2. Niveles de pensamiento de la taxonomía SOLO	30
Tabla 3. Clasificación estudiantes nivel intermedio pregunta 1	43
Tabla 4. Clasificación de estudiantes nivel superior, pregunta 1	45
Tabla 5. Clasificación estudiantes según taxonomía SOLO. Pregunta 1	46
Tabla 6. Clasificación estudiantes nivel superior, pregunta 4	64
Tabla 7. Clasificación de los estudiantes según taxonomía SOLO, pregunta 4.	66

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Generalización de un estudio de casos	17
Figura 2. Relaciones entre casos	18
Figura 3. Modos, ciclos de aprendizaje y formas de conocimiento. Visión macroscópica del aprendizaje y de los ciclos de aprendizaje (Adaptado de Biggs y Collis, 1991)	32
Figura 4. Número de Hermanos de los estudiantes de un salón de clase.	35
Figura 5. Tabla de frecuencia presentada para realizar un histograma.	37
Figura 6. Historias.	38
Figura 7. Estado conyugal actual	40
Figura 8. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso b)	44
Figura 9. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso c)	44
Figura 10. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso d)	45
Figura 11. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso d)	45
Figura 12. Estudiante presenta dificultad al completar la tabla. Pregunta 2	48
Figura 13. Estudiante en el nivel uni-estructural. Pregunta 2	49
Figura 14. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 2	49
Figura 15. Estudiante en el nivel pre-estructural. Pregunta 2, inciso a)	51
Figura 16. Estudiantes en el nivel uni-estructural. Pregunta 2, inciso c)	52
Figura 17. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 2.	53
Figura 18. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 2.	54
Figura 19. Historias	55
Figura 20. Estudiante en el nivel uni-estructural. Pregunta 3.	57
Figura 21. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 3.	58
Figura 22. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 3.	58

Figura 23. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 3.	59
Figura 24. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 3.	59
Figura 25. Estudiante en nivel elemental. Pregunta 4	62
Figura 26. Estudiante en nivel intermedio. Pregunta 4	63
Figura 27. Estudiante en nivel intermedio. Pregunta 4	64
Figura 28. Estudiante en nivel superior. Pregunta 4	65
Figura 29. Estudiante en el nivel pre-estructural. Pregunta 4	66
Figura 30. Estudiante en el nivel multi-estructural, pregunta 4	67

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Cuestionario	76

RESUMEN

TITULO: DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS EN ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO.*

AUTORES: LILIANA MARCELA MEDINA VALDERRAMA**

PALABRAS CLAVES: Análisis de gráficas, Niveles de comprensión de gráficos, Estudio de casos, Construcción de gráficas, Interpretación de gráficas

DESCRIPCIÓN

Esta investigación se enfocó en la identificación de las principales dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado en la lectura e interpretación de gráficas estadísticas, realizando una categorización de las respuestas dadas por los estudiantes de acuerdo a la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) y a los niveles de comprensión de gráficas según Curcio.

Esta investigación se desarrolló por medio de un estudio de casos como metodología de investigación, por medio del cual se pudo visualizar la forma en que los estudiantes analizan e interpretan las gráficas estadísticas, además se muestran aspectos relevantes sobre investigaciones previas acerca de las gráficas y como los estudiantes desarrollan sus concepciones sobre la construcción de las mismas.

Las situaciones que se plantearon permitieron lograr la identificación de las principales dificultades en la lectura e interpretación de las gráficas y así mismo se reconoce la importancia del contexto en la aplicación de la prueba.

Se identificaron dificultades en el momento de analizar, agrupar datos, y además en la construcción y la interpretación de gráficas estadísticas.

Las principales conclusiones que se obtuvieron entre otras fueron: Las dificultades en la correcta utilización de escalas en los ejes, no dar razón de datos presentados en forma gráfica y por último son grandes los retos para los educadores en la adecuada manipulación de las informaciones que se presentan en forma gráfica, para lograr por parte de los estudiantes un adecuado análisis.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Ph.D. Gabriel Yáñez Canal

ABSTRACT

TITLE: DIFFICULTIES IN THE READING AND INTERPRETATION OF STATISTICAL GRAPHS IN DEGREE STUDENTS TENTH.*

AUTHORS: LILIANA MARCELA MEDINA VALDERRAMA**

KEY WORDS: Analysis of graphs, Levels of understanding of graphs, Study of cases, Construction of graphs, Interpretation of graphs

DESCRIPTION

This investigation focused on identifying the main difficulties presented / displayed to the tenth grade students in reading and interpretation of statistical graphs, so it makes a categorization of the answers given by students according to the taxonomy SOLO (Structure of observed learning outcomes) and the levels of graphics compression according to Curcio.

The research was developed through a case study as a research methodology by which we can visualize the way in which do students discuss and to interpret statistical graphs also is show relevant aspects of previous of investigations on the graphics and how to develop their conceptions of its construction.

The situations which emerged allow to achieve identification of the main difficulties in reading and interpreting graphs and likewise recognizes the importance of context in the application of the test.

Difficulties identified themselves at the time of analysis, group data, and also in the construction and interpretation of statistical graphs.

The main conclusions were obtained among others: difficulties in the proper use of scales on the axes, do not give reason for data presented in graphical form and finally are big challenges for educators in the proper handling of information that presented in graphical form, to achieve by the students an adequate analysis.

* Grade work

** Faculty of Sciences. Licentiate in Mathematics. Ph.D. Gabriel Yáñez Canal

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística ha venido evolucionando y ganando un gran terreno en los últimos años gracias a su reconocimiento en la formación de cualquier ciudadano (Gómez y Padilla 2007). La introducción de la estadística en el aula de clase obliga al docente a implementar estrategias didácticas basadas en una reflexión teórica y en la experiencia adquirida en la práctica, que permitan al estudiante tener una formación competente en el uso de la cantidad de información que se tiene a su disposición y en su respectivo análisis, buscando que los estudiantes logren interiorizar lo aprendido para que se conviertan en consumidores inteligentes. Lo anterior implica identificar las principales dificultades que se presentan en el momento de afrontar y entender dicha información para saber cómo enseñar una correcta lectura y es en este momento donde surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son las principales dificultades de los estudiantes de décimo grado en la lectura e interpretación y construcción de gráficas estadísticas?

Dada la importancia que ha adquirido la estadística y para el desarrollo de ésta se deben tener algunos aspectos claves para su enseñanza como es la elaboración e interpretación de gráficos estadísticos. Su importancia radica, entre otras cosas, en su doble funcionalidad: Es la manera clásica como los medios de comunicación presentan la información y es la primera acción que debe realizar cualquier persona cuando cuenta con un conjunto de datos y pretende conocer la información que se esconde detrás de ellos, es decir, se debe saber hacer gráficos y se debe saber interpretarlos.

Muchas veces se asume que la interpretación de diagramas de barras, pasteles o histogramas, por ejemplo, es una actividad que no encierra mayores dificultades y

que, muy seguramente, cualquier estudiante de cierta edad asumiría esta tarea con relativa facilidad. Sin embargo, la cosa no es tan fácil, muchas investigaciones (Curcio, 1987; Espinel 2007; Gómez y Padilla 2007; Monroy (2008) revelan que muchos estudiantes tienen dificultades para interpretar gráficos o poseen formas muy particulares para hacerlo.

El desarrollo de este trabajo se realizó en base a la teoría de comprensión de gráficas elaborada por Curcio (1987), que explica la estructura de las gráficas y los distintos niveles de tareas implícitos en su elaboración, lectura e interpretación. Adicionalmente a la identificación de las dificultades de los estudiantes, se categorizaron a los estudiantes de acuerdo a su nivel de pensamiento asociándolo al nivel de complejidad que poseen al analizar e interpretar gráficas utilizando la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) de Biggs y Collis (1991).

Para una mejor comprensión de la estructura de este trabajo lo dividimos en cinco capítulos de la siguiente forma:

- En el capítulo I titulado: Marco de referencia, se realiza un resumen del estudio de casos como metodología de investigación, aplicándolo a esta en particular, además se muestran aspectos relevantes sobre investigaciones previas acerca de las gráficas y su aplicación en este trabajo como bases de referencia, también se menciona la teoría de comprensión de gráficas elaborada por Curcio (1987), donde se explica la estructura de las gráficas y los distintos niveles de tareas implícitos en su lectura e interpretación. La taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) de Biggs y Collis (1991), la cual se empleó para categorizar el nivel de pensamiento de los estudiantes con base en las respuestas que dieron a las preguntas elaboradas en el cuestionario.

- En el capítulo II: Se describe la metodología empleada para la elaboración de la prueba, donde se incluye una breve descripción de los participantes y como se aplicó la prueba.
- Capítulo III: Análisis de resultados que se realizó en base al marco teórico SOLO de Biggs y Collis (1991) y Curcio (1989), con el fin de categorizar el nivel de pensamiento de los estudiantes, donde, en base a las respuestas dadas por ellos a cada una de las preguntas se categorizaban de acuerdo a su nivel de lectura del gráfico o a su interpretación del mismo.
- Y finalmente en el capítulo IV se encuentran las conclusiones a las que llegamos en base a los objetivos propuestos y logrando la identificación de las principales dificultades en la lectura e interpretación de gráficos estadísticos.

1. MARCO TEÓRICO

La gráfica es una de las herramientas más útiles en el estudio de la mayoría de las disciplinas, ya que permite una visión global de los datos que se presentan. De manera que cualquier estudio que intente conocer las dificultades de los estudiantes para construir e interpretar gráficas así como las recomendaciones que para la enseñanza de estos temas se desprendan de él, es muy útil en el camino de dotar a los estudiantes de elementos básicos que les permitan empezar a construir un pensamiento estadístico.

1.1 ESTUDIO DE CASOS: HACIA UNA TEORÍA GENERAL

El estudio de casos se caracteriza por obtener información desde múltiples perspectivas. Algunos autores diferencian entre tres tipos de estudio de casos: intrínseco, instrumental y colectivo. En el último, se espera que los casos, en la medida en que muestren hallazgos importantes pueden proporcionar información susceptible de ser generalizada.

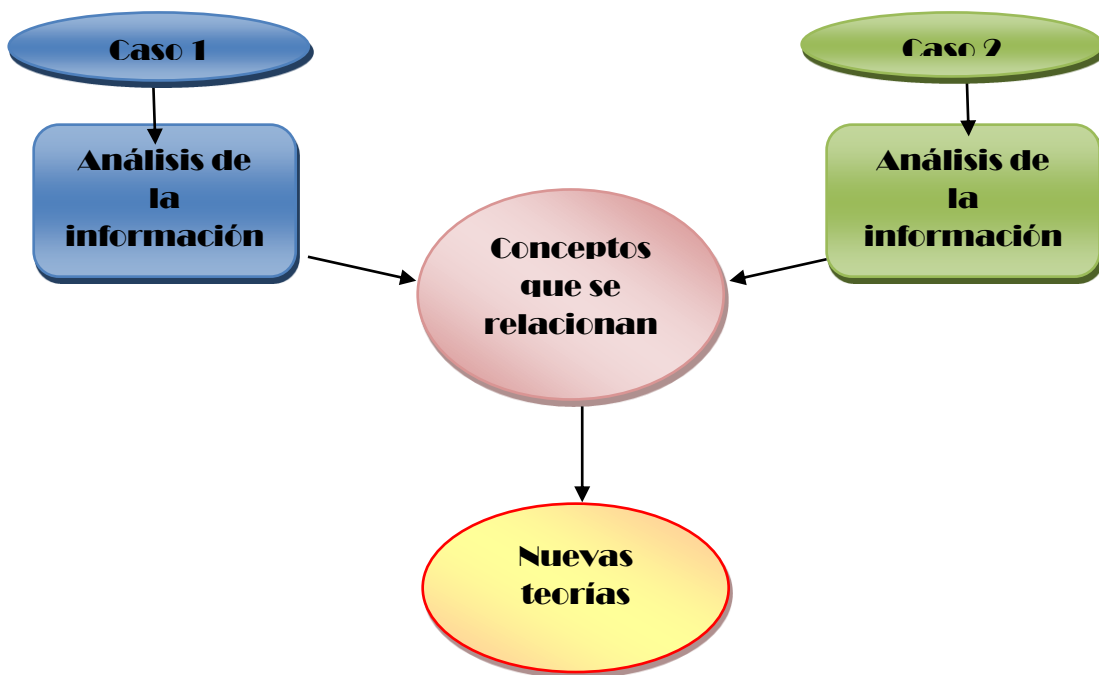
Figura 1. Generalización de un estudio de casos



Fuente: Tomada de <http://www2.uiah.fi/projekti/metodi/271.htm>

La información que podemos extraer mediante un estudio de casos a primera vista se cree que solo aplica para este en particular, sin embargo se puede aplicar a otro criterio combinándolo con otros estudios que se relacionen. Si estos estudios de casos separados tienen conexiones entre ellos, tales como definiciones comunes de conceptos, éstos facilitarán el trabajo de investigadores posteriores en encontrar términos que no varían, ya que cuando se investiga un caso se tiene conocimiento de otras investigaciones y pueden llegar a conclusiones que se repiten, y finalmente quizás se podría construir un modelo general de estos términos.

Figura 2. Relaciones entre casos



En consecuencia el estudio de casos nos brinda herramientas para el desarrollo de este trabajo, donde buscamos explorar nuevos caminos para encontrar una metodología diferente para lograr no solo la interiorización de conceptos sino una

aplicación de ellos en la vida diaria. Esta investigación busca resaltar la importancia del contexto utilizado para la construcción de gráficas y su debida interpretación.

1.2 ASPECTOS RELEVANTES SOBRE LA INVESTIGACIÓN ACERCA DE GRÁFICAS

En general se puede decir que las investigaciones que sobre gráficas se han realizado se enfocan principalmente en dos aspectos: identificar las principales dificultades que se tienen en la lectura e interpretación de gráficas y diseñar actividades que permitan superar las dificultades que se tienen para leer e interpretarlas.

Cleveland y McGill (1984) citados por Correa y González (2009) afirman que la interpretación de gráficas para el análisis de datos y para la presentación de ellos requieren un conjunto de tareas de percepción cuando una persona extrae información cuantitativa de una gráfica, entre otras se señalan: El color, el área, la longitud y las escalas.

Para explicar la estructura de las gráficas y el origen de las tareas implicadas en su comprensión, Curcio (1989) describió tres niveles distintos de comprensión que pueden aplicarse a las tablas y gráficas:

1. *Leer los datos*: este nivel de comprensión requiere una lectura literal de la gráfica; no se realiza interpretación de la información contenida en la misma.
2. *Leer dentro de los datos*: incluye la interpretación e integración de los datos en la gráfica, requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.

3. *Leer más allá de los datos*: requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre información que no se refleja directamente en la gráfica.

Todos estos niveles intervienen en la dificultad que para los alumnos significa interpretar las gráficas. Friel, Curcio y Bright (2001) dicen que en el nivel “leer los datos” algunos estudiantes presentan dificultades, pero en los dos niveles siguientes: “Leer entre los datos” y “leer más allá de los datos” los estudiantes presentan lo que ellos llaman “errores” que pueden estar relacionados con operaciones matemáticas, las escalas, con la comparación de datos, realizar predicciones, entre otros.

También se muestran los “factores críticos que influyen en la comprensión de gráficos”, donde exponen los siguientes: *propósitos para el uso de los gráficos, características de las tareas, características de la disciplina y características de los lectores*, donde se muestra la importancia de las características de los estudiantes que van a realizar, leer o interpretar la gráfica, los tipos de preguntas, etc.

Friel, Curcio y Bright (2001) citando a Jolliffe, (1991) & Wood, (1968) indican que la comprensión de gráficas se distinguen tres componentes:

- *La traducción*, donde se muestra las relaciones que se pueden establecer entre las gráficas, la forma de llevar los datos de una tabla a una gráfica y como puedo extraer los datos de una gráfica a una tabla.
- *La interpretación*, Se trata de mostrar los aspectos relevantes y saber distinguirlos de acuerdo a su importancia, aquí se identifican las relaciones entre los ejes.

- *La interpolación y extrapolación*, muestran la importancia de la interpretación que se realiza acerca una gráfica y las consecuencias que se pueden sacar de ellas.

Varios autores (Bertin, 1967/1983; Carswell, 1992; Curcio, 1981a, 1981b, 1987; McKnight, 1990; Wainer, 1992) citados por Friel, Curcio y Bright (2001) Clasifican los diferentes tipos de preguntas que se pueden realizar acerca de la comprensión de gráficas en tres niveles, adaptándolos a los niveles de comprensión de gráficas de Curcio de la siguiente manera:

- *En un nivel elemental* (leer los datos), Donde se muestra preguntas que solo implican una lectura literal de la gráfica y la localización de los datos en la misma.
- *En el nivel intermedio* (leer entre los datos), Preguntas sobre encontrar relaciones entre los datos que componen la gráfica y la interpretación de ellos.
- *Y por último un nivel superior* (leer más allá de los datos), En este punto las preguntas que se muestran son las que permiten al estudiantes generalizar y predecir relaciones que muestran los datos.

1.3 PRINCIPALES PROBLEMAS EN LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS

Diversos autores se han centrado en la búsqueda de identificar las diferentes dificultades que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a la interpretación de una gráfica, tal es el caso de Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995) citado por

Batanero (2009) donde distinguieron siete niveles en torno a la comprensión de gráficas:

- El nivel 1 se muestran los estudiantes que poseen un bajo nivel de comprensión, ya que no se fijan en lo que muestran los datos sino que asocian los conocimientos previos que poseen sobre ellos y por lo general no lo hacen de manera correcta en consecuencia poseen problemas en el momento de procesar la información que los datos presentan.
- En el nivel 2 distinguen características parciales que presenta la gráfica, como por ejemplo fijarse en el dato que presenta más frecuencias en un diagrama de barras.
- En el nivel 3 analizan por separado los elementos que componen la gráfica, resaltando la importancia de los mismos, pero no llegan a una generalización de ella

En los niveles 2 y 3 los estudiantes se enfocan en los datos, pero no los abordan como un total, lo hacen de manera parcial (incompleta).

- En un nivel 4 estudian cada una de las variables de la gráfica, pero no logran realizar generalizaciones.
- Ya en el nivel 5 realizan comparaciones entre los diferentes elementos que componen la gráfica.
- En el nivel 6 los estudiantes utilizan sus conocimientos previos sobre gráficas para apoyar o rechazar sus conclusiones, comparan las variables de una misma gráfica y logran generalizaciones.

En los niveles 4, 5 y 6 aunque los estudiantes miran los datos en conjunto pueden tener una interpretación que no varía entre las diferentes gráficas.

- Por último en el nivel 7 los estudiantes realizan una extrapolación de los datos, es decir, realiza conclusiones a partir de los datos y además realiza predicciones.

Por otra parte, Monroy (2008) realizó un análisis detallado en la identificación de las principales dificultades en la realización y comprensión de gráficas y luego logra una categorización de dichas dificultades. Sus conclusiones sobre las principales dificultades que tienen los estudiantes de secundaria para la comprensión de gráficas estadísticas con respecto a los procesos de representación y descripción de datos son:

A) Proceso de representación de datos

- Confunden los ejes
- No organizan los datos
- Hacen un conteo incorrecto de las frecuencias de los datos
- No identifican las unidades de medida de cada eje
- No utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica
- Omiten las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical o en ambos
- No especifican el origen de coordenadas
- No proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes
- En el caso de histogramas no identifican que los ejes son rectas numéricas y la escala la emplean únicamente como una etiqueta para cada columna del histograma.

B) Proceso de descripción de datos

- Confunden los ejes.
- No identifican las unidades de medida de cada eje.
- Establecen relaciones icónicas
- No son capaces de relacionar los ejes
- No interpretan la gráfica, es decir, no son capaces de realizar predicciones e inferencias a partir de los datos.
- La mayoría de los estudiantes se quedan en el nivel elemental, “leer un dato” y cuando deben “leer entre datos” lo que requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas no son capaces de hacerlo.

Espinel (2007) muestra dos clases de errores que cometen estudiantes en formación: en primer lugar errores en la construcción de ciertas gráficas, y en segundo lugar las dificultades que se encuentran cuando razonan sobre representaciones de distribuciones de datos. En este trabajo solo tendremos en cuenta las conclusiones sobre el primer error que son las siguientes:

- Mostrar un histograma con barras separadas o mal etiquetados los intervalos en el eje de las abscisas.
- No todos los estudiantes interpretan los histogramas correctamente.

Curcio (1989) estudió el efecto que tienen sobre la comprensión de gráficas los siguientes factores

- Conocimiento previo del tema al que se refiere la gráfica; si al alumno le es o no familiar el contexto.

- Conocimiento previo del contenido matemático de la gráfica, esto es, los conceptos numéricos, relaciones y operaciones contenidas en la misma.
- Conocimiento previo del tipo de gráfica empleada (de barras, pictograma, etcétera).

Los profesores muchas veces suponen que la elaboración de tablas y gráficas es muy sencilla y que por lo tanto poco tiempo se requiere para su enseñanza (Monroy 2008). De otro lado, muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en estos temas se deben a la falta de conocimiento básico por parte de los profesores que buscando llenar este vacío dan a los estudiantes algoritmos y fórmulas para resolver los problemas de los libros lo cual impide una comprensión correcta de los conceptos o procedimientos dados. Por otra parte teniendo claro cuáles son las posibles dificultades que se presentarían los estudiantes en el momento del análisis de la información que les presentamos se deben tener en cuenta algunos autores que han trabajado en el diseño de actividades que permitan una mejor lectura e interpretación de las gráficas por parte de los estudiantes.

1.4 LA TEORÍA DE CURCIO PARA LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS

La teoría de comprensión de gráficas elaborada por Curcio (1987), que explica la estructura de las gráficas y los distintos niveles de tareas implícitos en su elaboración, lectura e interpretación.

- a) Leer los datos:** este nivel de comprensión requiere una lectura literal de la gráfica; no se realiza interpretación de la información contenida en la misma. Se refiere a la capacidad de leer las etiquetas y escalas de la gráfica, comprender a qué se refieren y leer los valores representados. En una tabla de

frecuencias sería leer los rótulos, los valores de las variables y las frecuencias que les corresponden.

b) Leer entre los datos: incluye la interpretación e integración de los datos en la gráfica; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticos.

c) Leer más allá de los datos: Requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre información que no se refleja directamente en la gráfica. Por ejemplo, en una nube de puntos sería estimar un valor de la variable dependiente para un valor de la independiente no incluido en la gráfica.

En Pinto 2010 se amplía la información sobre la clasificación de Curcio (ver Tabla 1) a manera de taxonomía de los niveles de comprensión gráfica.

Tabla 1. Taxonomía de habilidades requeridas para la comprensión gráfica según Curcio (1987) y Friel, Curcio y Brighth (2001).

ELEMENTAL Leer datos (extraer información de los datos)	INTERMEDIO Leer entre los datos (encontrar relaciones en los datos)	SUPERIOR Leer más allá de los datos (ir más allá de los datos)
<ul style="list-style-type: none"> · Lectura literal del gráfico · Simplemente identificar los hechos explícitamente en el gráfico · Extraer información elemental · Identificar la información 	<ul style="list-style-type: none"> · Interpretación de los datos en el gráfico · Habilidad para comparar cantidades (ej. más grande, más pequeño) · Uso de otros conceptos matemáticos o técnicos (ej. 	<ul style="list-style-type: none"> · Predecir o inferir de los datos · Utiliza esquemas de exploración previos (ej. conocimiento previo, conocimiento memorístico) · La inferencia está hecha sobre una “base de datos” en

<p>encontrada en el título del gráfico y las etiquetas de los ejes</p> <ul style="list-style-type: none"> · No hay interpretación · Es un nivel cognoscitivo muy bajo de tarea · Observar simples hechos y relaciones en los datos presentados gráficamente · Interpretar relaciones cuando las respuestas están parafraseadas o expresadas en los hechos · Identificar o leer los especificadores del gráfico 	<p>suma, resta)</p> <ul style="list-style-type: none"> · Identificar las relaciones matemáticas expresadas en el gráfico · Es lo que la mayoría de las pruebas evalúa · Requieren al menos de la etapa de lógica e inferencia pragmática necesaria · Tanto las preguntas como las respuestas se derivan del texto · La respuesta está basada en los datos presentados en el gráfico · Reducir el número de categorías de los datos a través de una compilación y combinación de operaciones · Observar relaciones en un gráfico e interpretarlas como una presentación visual sin referencia al significado de elementos del gráfico en el contexto · Interpretar relaciones · Identificación de tendencias en las partes de los datos · Comparación local o global de las características del gráfico y mayor atención a los especificadores 	<p>la mente del lector, no el gráfico</p> <ul style="list-style-type: none"> · Reducción de todos los datos a simples enunciados o relaciones · Interpretar relaciones cuando las respuestas requieran enunciados que vayan más allá de la relación o de los términos técnicos · Determinar los valores de los datos que se expresan en el gráfico como evidencia para soportar o rechazar una proposición · Autoevaluar la propia evidencia generada por los datos cuantitativos · Comprender la estructura profunda de los datos en su totalidad, comparando tendencias y observando grupos · Síntesis o integración de la mayoría o de todos los valores graficados
---	---	--

Fuente: Tomada de Pinto (2010)

1.5 LA TAXONOMÍA SOLO

La taxonomía de SOLO, creada por Biggs & Collis (1991), sobre el desarrollo intelectual ofrece una herramienta asequible que permite evaluar la calidad del desempeño de los estudiantes en términos de la complejidad de las estructuras mentales expresadas durante la ejecución de una tarea.

El desempeño de un estudiante es una expresión o manifestación directa de las competencias intelectuales, observables durante la realización de una tarea. Los niveles de operación o de estructura mental definidos por la taxonomía SOLO son representaciones establecidas para describir el progreso de los alumnos en su desempeño, y sirven para definir metas de enseñanza en términos del desarrollo intelectual.

1.5.1 Orígenes de la taxonomía SOLO. “La taxonomía SOLO es un sistema de categorías diseñado para evaluar la calidad de una respuesta” (Peeg, Gutiérrez y Huerta, 1997) tomado de (Villamizar, 2008). Su origen se puede encontrar en formulaciones piagetianas y reformulaciones neopiagetianas posteriores (Biggs y Collis, 1991) de las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget.

El siguiente análisis se realizó en base a la propuesta presentada por Villamizar (2008) que fue tomada de Multimodal learning and the Quality of intelligent behavior, donde se resalta la importancia de dos aspectos que se deben tener en cuenta cuando se utiliza la taxonomía SOLO: los modos de funcionar: los niveles de abstracción que van progresando desde las acciones concretas a los principios y conceptos abstractos, lo que forma la base de las etapas evolutivas (Biggs y Collis 1991, p. 62) y los ciclos del aprendizaje. El primero está fuertemente

relacionado con las etapas piagetianas del desarrollo cognitivo, los modos de representación son los siguientes:

1. Sensoriomotor: Este primer periodo en el desarrollo del niño abarca desde el nacimiento hasta los dos años de edad aproximadamente. Tal y como el nombre "sensoriomotor" indica, lo que caracteriza este periodo es que el niño se relaciona con el entorno a través de:

- Sus percepciones físicas
- Su acción motora directa

2. Icónico: Se da aproximadamente a los dos años de edad, este modo se da cuando se debe representar el mundo que se vuelve más abstracto y dicha representación se convierte en una acción imaginaria donde se utiliza un "ícono", donde el idioma es un requisito previo.

3. Concreto-simbólico: Se presenta cerca de los seis años de edad, el razonamiento se vincula en esta etapa casi exclusivamente con la experiencia concreta. Tiene la capacidad de describir su medio, también ya adquirió la facultad de conservación de sustancias y pesos como asimismo la habilidad de descentración y la formación de clasificaciones coherentes.

4. Formal: Alrededor de los 12 años, los jóvenes ya en esta etapa pueden razonar de manera hipotética y en ausencia de pruebas materiales. Asimismo está en condiciones de formular hipótesis y ponerlas a prueba para hallar las soluciones reales de los problemas entre varias soluciones posibles, alcanzando en esa oportunidad el razonamiento hipotético deductivo.

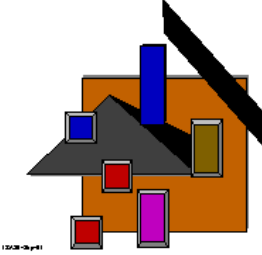
5. Pos-formal: Se da cerca de los 20 años de edad, aquí implica un grado superior de abstracción, de innovación y creatividad en muchos campos del saber, no se presenta casi en estudiantes universitarios.

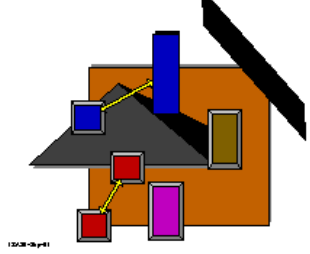
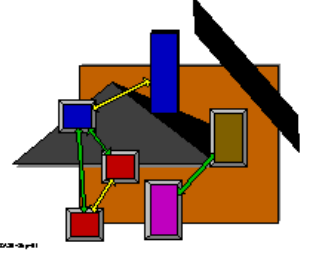

El segundo, por otro lado, tiene que ver con describir la estructura de cualquier respuesta como un fenómeno en sí mismo, esto es, sin que la respuesta represente necesariamente una etapa particular en el desarrollo intelectual. Este segundo aspecto es la esencia de la taxonomía.

1.5.2 Niveles de pensamiento propuestos por la taxonomía SOLO. La taxonomía SOLO muestra un progreso jerárquico en la calidad de sus respuestas, cualquiera que sea el modo de funcionar o modo de representación en el que se exprese el aprendizaje.

Este sistema jerárquico es lo que constituye la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes: Estructura de los resultados observados del aprendizaje) y, según los autores, puede usarse tanto para evaluar la calidad del aprendizaje como para establecer los objetivos del currículo (Collis y Biggs, 1991) tomado de Villamizar (2008).

Tabla 2. Niveles de pensamiento de la taxonomía SOLO

<p style="text-align: center;">Nivel Preestructural</p> <p>El estudiante se dispone a trabajar, pero la tarea no es abordada de manera apropiada, no tiene organización y no tiene sentido.</p>	
--	---

<p>Nivel Uniestructural:</p> <p>El estudiante identifica un solo aspecto de la tarea, se establecen conexiones simples y evidentes, pero su significado no es comprendido.</p>	
<p>Nivel Multiestructural:</p> <p>El estudiante identifica dos o más aspectos de la tarea y las entiende, pero no las interrelaciona, no mira todo como un conjunto.</p>	
<p>Nivel relacional</p> <p>El estudiante es ahora capaz de apreciar el significado de las partes en relación con el todo.</p>	

Fuente: Tomada de Atherton (2010) *Learning and Teaching*; SOLO taxonomy

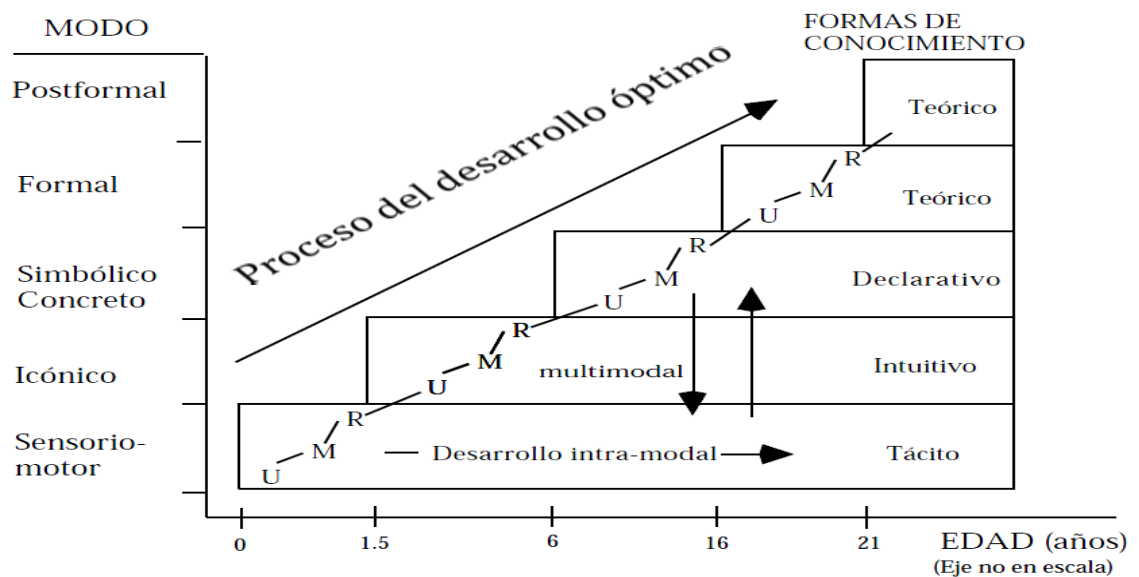
Los niveles de SOLO consideran variaciones en diferentes dimensiones:

- Uso de la abstracción: de lo concreto a lo abstracto.
- Número de aspectos organizados: se incrementa.
- Consistencia de argumentos: aumenta.
- Uso de principios de organización y de relaciones: se incrementa.

La consideración de la actuación intramodal: representa el caso más simple del ciclo de aprendizaje y multimodal que es cuando un estudiante ya se encuentra en un modo más alto y requiere de los modos más bajos para lograr el aprendizaje de los estudiantes (villamizar, 2008) (Figura 3), para un modo de funcionar dado, y la

interpretación de los ciclos de aprendizaje conducen a una determinada visión del aprendizaje. Son de especial interés los tres niveles intermedios: uniestructural, multiestructural y relacional, dentro de un modo determinado de funcionar, mientras que los otros dos, preestructural y de abstracción extendida, se refieren a respuestas que se salen del modo en cuestión. La figura 3 resume gráficamente la manera en la que se interpreta el aprendizaje. En ella, no se han incluido los niveles preestructural y de abstracción extendida.

Figura 3. Modos, ciclos de aprendizaje y formas de conocimiento. Visión macroscópica del aprendizaje y de los ciclos de aprendizaje (Adaptado de Biggs y Collis, 1991).



Fuente: Tomada de Huerta (1999)

Con este marco teórico para observar el desempeño de los estudiantes se puede categorizar su nivel cognitivo en base a sus respuestas.

No se puede mostrar en forma exacta las operaciones cognitivas que ocurren o no en la mente del estudiante, pero sí es posible ver cambios en su desempeño. La taxonomía SOLO es un lenguaje sencillo y estructurado para describir el nivel y la calidad del aprendizaje de los estudiantes.

2. METODOLOGÍA

Después de establecer un marco de referencia y de identificar el problema de investigación se mostrarán, en este capítulo, los principales aspectos de la metodología empleada.

La metodología básica implementada en esta investigación es un estudio de casos. La información analizada se recogió a través de un cuestionario. La construcción de esta herramienta se hizo teniendo en cuenta los niveles de comprensión de gráficas de Curcio (1987) y los niveles de pensamiento propuestos por la taxonomía SOLO Biggs & Collis (1991).

En este capítulo, se presenta el proceso de selección de los participantes y el diseño y la elaboración de cada una de las preguntas que conforman el cuestionario aplicado.

2.1 PARTICIPANTES

Los 20 estudiantes que participaron en la realización de la prueba cursaban el grado décimo en la institución educativa Las Américas en la ciudad de Bucaramanga. Como la metodología de investigación era un estudio de casos, escogimos aleatoriamente en los tres cursos del grado décimo a los participantes, cuyo promedio de edad es de 15.6 años.

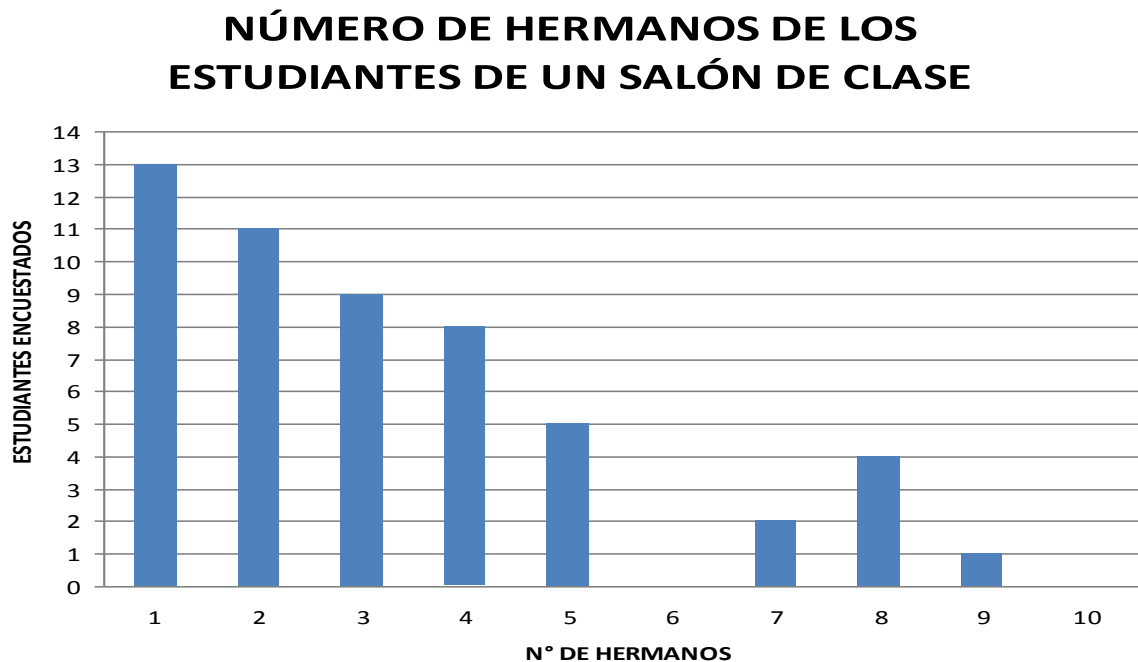
2.2 EL CUESTIONARIO

El cuestionario fue elaborado con el propósito de identificar las principales dificultades que afrontan los estudiantes de décimo grado para organizar datos y

leerlos en una gráfica, así como saber si tenían la capacidad de interpretar la información presentada en ella. Las preguntas fueron seleccionadas de investigaciones previas, a continuación se detalla el objetivo buscado en cada una.

2.2.1 Diseño y objetivo de la pregunta 1. Con la pregunta 1, se pretendía saber la manera en que los estudiantes de décimo grado interpretan datos presentados en una gráfica de barras.

Figura 4. Número de Hermanos de los estudiantes de un salón de clase.



- a) ¿Cuántos estudiantes tienen 4 hermanos? _____
- b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? _____
- c) ¿Cuántos estudiantes tienen 1, 2, 3 hermanos? _____

Los incisos a), b) y c) de la pregunta 1 reflejan los distintos niveles que debe alcanzar un estudiante para comprender una gráfica de acuerdo con Curcio (1987):

- El inciso a), un *nivel elemental* enfocado en la extracción de datos de la gráfica
- El inciso b), un *nivel intermedio* que implica además de identificar el significado de los ejes de coordenadas realizar sumas con las frecuencias dadas en el eje y.
- Y por último, el inciso c), un *nivel intermedio* donde comparan cantidades, y logran utilizar conceptos matemáticos.

En esta pregunta se espera que los estudiantes sean capaces de identificar los elementos básicos que componen la gráfica, interpretar su contenido y además tener la capacidad de procesar la información contenida en ellas de forma coherente.

2.2.2 Diseño y objetivo de la pregunta 2. El objetivo de esta pregunta es mostrar las dificultades que afrontan los estudiantes. De acuerdo a Monroy (2008), para organizar los datos en la tabla, es frecuente que los estudiantes realicen un mal conteo o no puedan ubicar correctamente los datos en cada intervalo. Para llevar los datos de la tabla a la gráfica, las dificultades que manifiestan pueden ser diversas, por ejemplo, pueden ser incapaces de llevar los datos a la gráfica, confundir los ejes, no emplear una escala adecuada en cada eje y no etiquetar los ejes, entre otras.

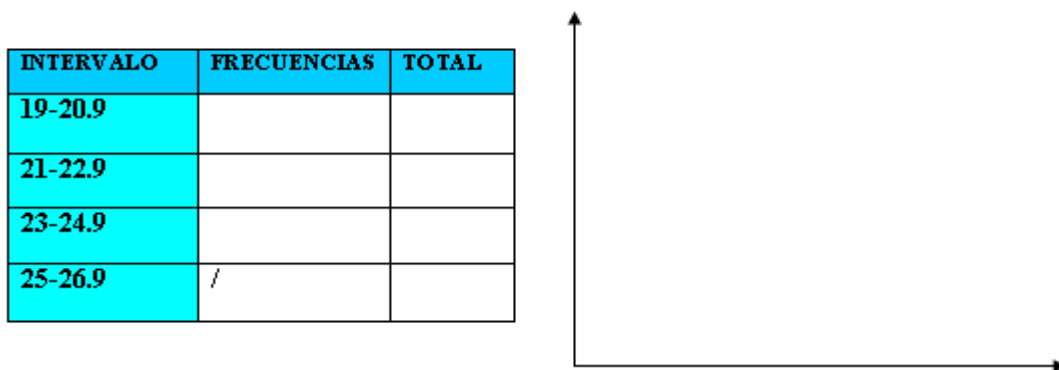
A continuación se presenta la pregunta dos aplicada a los estudiantes:

2. Los datos de la siguiente lista corresponden a las temperaturas máximas registradas (en grados Celsius) en las últimas tres semanas en Santander:

22.5 23 19.7 19.5 21.6 24.3 20.9 21.0 23.1 25.3 24 ~~23.9~~
 20.9 19.9 21.4 22.5 23.9 25 22.9 23.5 22.1

Completa la tabla de frecuencias que se presenta a continuación y realiza un histograma.

Figura 5. Tabla de frecuencia presentada para realizar un histograma.



a) ¿Cuál fue el intervalo en el que más se registraron temperaturas? _____

b) ¿Cuáles fueron los intervalos en los que más se registraron mayores temperaturas? _____

c) Está de acuerdo con la siguiente afirmación: “Según la tabla anterior podemos observar que en las tres semanas se presentaron días más cálidos”. Justifique su respuesta. _____

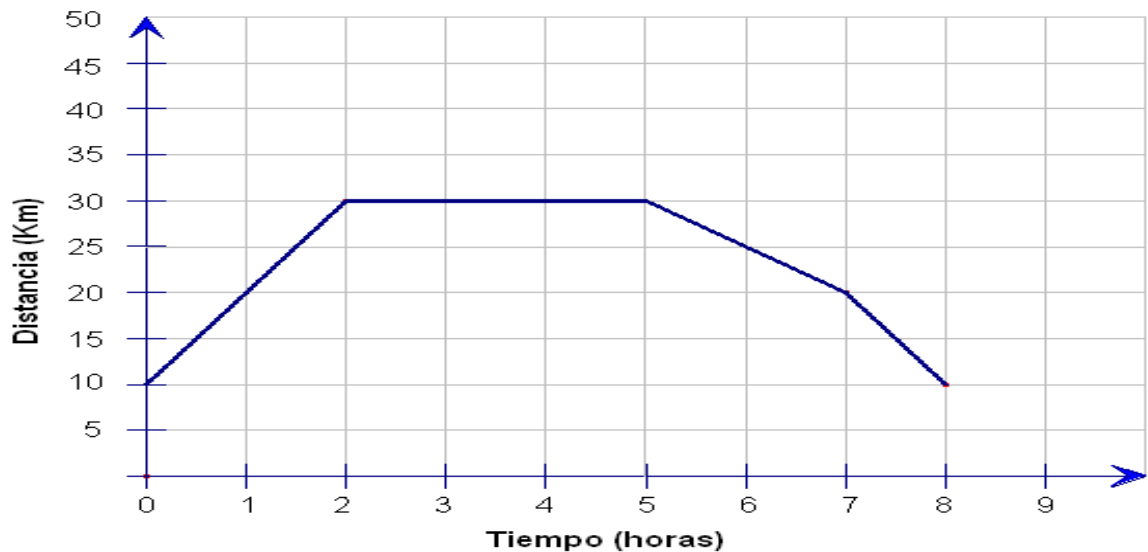
A los estudiantes se les presentaron los datos de las temperaturas en las tres últimas semanas en Santander para que las ubicaran en una tabla antes de responder las preguntas propuestas.

2.2.3 Diseño y objetivo de la pregunta 3. La pregunta tres fue tomada de Monroy (2008). El objetivo de esta pregunta es explorar las dificultades que enfrentan los estudiantes para interpretar datos de una gráfica que muestra la relación entre dos magnitudes. La pregunta es la siguiente:

Un viaje en bicicleta. A continuación se presenta una gráfica del viaje que hizo Juan en bicicleta. En seguida se presentan tres historias que refieren algunas características del viaje de Juan. Sólo una (y no más) de las historias es compatible con la gráfica. Determina cuál historia se corresponde con la gráfica:

Historias:

Figura 6. Historias.



a) Juan hizo un recorrido con su bicicleta en forma poligonal; primero se dirigió hacia el noreste recorriendo 20 km, después siguió hacia el este, después de 30 km gira al sureste recorriendo 30 km, para llegar a un punto en la misma recta de donde partió, a saber (8, 10).

b) Juan tomó su bicicleta que estaba a 10 km de altura en la ladera de una montaña, subió con ella 20 kilómetros más y anduvo 3 horas en línea recta; después descendió: primero en una pendiente 'regular' y luego en otra más inclinada, se detuvo a 10 km de altura pero del otro lado de la montaña.

c) Se comenzó a registrar el movimiento de Juan en su bicicleta cuando llevaba 10 kilómetros recorridos, todavía siguió 2 horas a 10 km/h; a las dos horas se detuvo en un pueblo donde almorzó y descansó durante 3 horas; al final de las cuales comenzó el viaje de regreso en el que las dos primeras horas hizo 10 km a velocidad constante y la última hora aceleró a 10 km/h. Transcurridas 8 horas llegó al lugar de donde había partido.

La historia que corresponde a la gráfica es: _____

Explica el porqué de tu elección: _____

Los aspectos más relevantes en la utilización de la taxonomía SOLO son los modos de funcionar y los ciclos del aprendizaje, donde los modos aparecen en los diferentes niveles de conceptualización que van progresando desde las acciones concretas a los principios y conceptos teóricos. De este modo con esta pregunta se busca establecer las relaciones icónicas que pueden presentar los estudiantes al leer las historias donde nos habla del recorrido en bicicleta por una montaña y como relaciona las historias con la gráfica que tiene forma de montaña.

2.2.4 Diseño y objetivo de la pregunta 4. En esta pregunta se busca mostrar la importancia de las gráficas como medio de visualización de conjuntos de datos y como instrumento utilizado en campos diferentes a la matemática. Los incisos relacionados a esta gráfica muestran los diferentes niveles de comprensión de gráficas según Curcio (1989). En concreto, se trata de un diagrama de pastel con información porcentual acerca del estado civil de las mujeres en Santander en 2005.

4. En el año 2005 Profamilia realizó la Encuesta Nacional de Demografía y Salud (ENDES). Este estudio ofrece información sobre la salud de las mujeres en edad fértil, su historia reproductiva y su entorno familiar, al recolectar información sobre las viviendas y la población de los hogares. En el siguiente diagrama de pastel se presentan los resultados del estado civil de las mujeres en el departamento de Santander.

Figura 7. Estado conyugal actual.



a) ¿cuál es el porcentaje de mujeres viudas?

b) De las siguientes afirmaciones, diga si son falsas o verdaderas:

1. “En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo”. Justifique la respuesta.

2. “Las viudas y las casadas representan más del 48 %”. Justifique su respuesta.

c) Defina un grupo de mujeres que constituya la mayoría

En esta pregunta se muestra la importancia del contexto para una mejor comprensión de la gráfica.

La duración de la prueba fue de 1 hora y 30 minutos, los estudiantes tenían conocimientos básicos de la mayoría de las gráficas que se les presentaron y de las que debían construir en el cuestionario.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo presentaremos la categorización de cada una de las respuestas de los estudiantes de acuerdo a la estructura SOLO; también los ubicaremos de acuerdo a los niveles de comprensión de gráficas de Curcio logrando identificar las principales dificultades en la lectura e interpretación de gráficas estadísticas en los estudiantes.

3.1 CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS DE RESULTADOS

El cuestionario aplicado nos permite identificar las principales dificultades en la lectura e interpretación de gráficos estadísticos por parte de estudiantes del grado décimo y, al mismo tiempo, permite ubicarlos en una categoría de acuerdo a la taxonomía SOLO de Biggs y Collis (1991) y a los niveles de comprensión de graficas de Curcio (1987).

3.2 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA UNO DEL CUESTIONARIO

El objetivo de esta pregunta es observar cómo los estudiantes de décimo grado interpretaron datos presentados en un diagrama de barras.

En las respuestas a esta pregunta se espera según investigaciones previas Monroy (2008) que los estudiantes pasen por los diferentes niveles; de un elemental hasta un nivel superior, donde abordaran diferentes tareas:

- Extraer información elemental
- Extraer información encontrada en las etiquetas de los ejes

- Habilidades para comparar cantidades
- Uso de algunos conceptos matemáticos
- Reducción de todos los datos a simples enunciados o relaciones

3.2.1 Análisis de resultados según Curcio. Los resultados obtenidos de la pregunta uno fueron los siguientes:

1. En un nivel elemental, en el inciso a) ¿Cuántos estudiantes tienen 4 hermanos? todos los estudiantes respondieron acertadamente.

En este nivel no se presentaron dificultades ya que se realiza una lectura literal del gráfico donde simplemente se identifican los hechos que se presentan explícitamente.

2. En el nivel intermedio: el inciso b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? Y en el c) ¿Cuántos estudiantes tienen 1, 2, 3 hermanos? se obtuvieron los resultados que aparecen en la Tabla 3.

Tabla 3. Clasificación estudiantes nivel intermedio pregunta 1

NIVEL INTERMEDIO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Inciso b)	7	35%
Inciso c)	18	90%

Principales dificultades que se presentaron con los incisos b) y c) de la segunda pregunta correspondientes al nivel intermedio de Curcio:

- La no utilización en forma correcta de conceptos matemáticos. No tienen claros procesos de conteo de datos. Ver figura 8.

Figura 8. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso b)

b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

96

Figura 9. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso c)

c) ¿Cuántos estudiantes tienen 1, 2, 3 hermanos?

13 estudiantes

- La respuesta no está basada en los datos presentados en el gráfico como lo muestra la figura 9.
 - Confundieron el total de los datos con el número de hermanos que más datos contenía.
3. En el nivel superior se encuentra el inciso d) Diga si la siguiente información es falsa o verdadera: “En las familias de los estudiantes encuestados la gran mayoría tiene entre 1 y 3 hijos”. Justifique su respuesta con base en la gráfica.

Tabla 4. Clasificación de estudiantes nivel superior, pregunta 1

NIVEL	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
SUPERIOR	14	70%
Leer más allá de los datos		

Las principales dificultades que se presentaron en este inciso fueron:

- No interpretan relaciones cuando las respuestas requirieron enunciados que fueran más allá de la relación o de los términos técnicos. Figura 10

Figura 10. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso d)

d) Diga si la siguiente información es falsa o verdadera: "En las familias de los estudiantes encuestados la gran mayoría tiene entre 1 y 3 hijos". Justifique su respuesta con base en la gráfica ES FALSA PORQUE LA MAYORÍA ESTA ENTRE 1 Y 2 ENTRE 1 Y 3

- No determinaron los valores de los datos que se expresan en el gráfico como evidencia para soportar o rechazar la afirmación ver figura 11

Figura 11. Estudiante presenta dificultad pregunta 1 inciso d)

d) Diga si la siguiente información es falsa o verdadera: "En las familias de los estudiantes encuestados la gran mayoría tiene entre 1 y 3 hijos". Justifique su respuesta con base en la gráfica LA MAYORÍA TIENE 1 HERMANO PERO EL QUE LE SIGUE ES LA QUE TIENE 2 HERMANOS OSEA QUE LA INFORMACIÓN ES MALA

- No comprenden la estructura profunda de los datos en su totalidad, comparando tendencias y observando grupos

3.2.2 Análisis de resultados según taxonomía SOLO. En la siguiente tabla se muestra la clasificación de los estudiantes en los diferentes niveles de la taxonomía SOLO.

Tabla 5. Clasificación estudiantes según taxonomía SOLO. Pregunta 1

NIVEL	ESTUDIANTES	PORCENTAJES
PRE-ESTRUCTURAL	2	10%
UNI-ESTRUCTURAL	6	30%
MULTI-ESTRUCTURAL	6	30%
RELACIONAL	6	30%

Principales dificultades que presentaron los estudiantes según la taxonomía SOLO.

- En el nivel pre-estructural: Tienen la concepción que el dato más representativo es el número total de datos, no encontraron una relación entre los diferentes elementos de la gráfica, sus repuestas no coinciden con la gráfica.
- En el nivel uni-estructural: Son capaces de identificar algunos elementos como, por ejemplo en la pregunta 1 a) ¿Cuántos estudiantes tienen 4 hermanos?, relacionaron el número de hermanos con los estudiantes, pero en las otras preguntas no fueron capaces de establecer relaciones entre los datos.

- En el nivel multi-estructural: Aquí los estudiantes asocian correctamente los datos de la gráfica, identifican los ejes, pero no es capaz de justificar en forma fluida las preguntas en base a la gráfica.
- En el nivel relacional asocian el número de hermanos con los estudiantes encuestados, es capaz de dar una respuesta y explica como la obtuvo.

3.3 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA DOS DEL CUESTIONARIO

El objetivo de esta pregunta es identificar los problemas que presentan los estudiantes en la organización y compilación de los datos.

El estudiante debía tener en cuenta las características propias para la construcción de un histograma como lo son: las etiquetas y las escalas en los ejes, las parejas resultantes (el intervalo asociado con el total de las frecuencias), el uso correcto de la tabla y la realización de los rectángulos.

De acuerdo a lo anterior las pautas involucradas para contestar esta pregunta son:

- Contar las frecuencias
- Formar las parejas con los intervalos
- Definir escalas (elegir unidades)
- Trazar rectángulos
- En el enunciado del problema se proponen dos aspectos:
- La manera de contar las frecuencias con la tabla.
- Los ejes de coordenadas.

3.3.1 Análisis de resultados. Los resultados que obtuvimos de la pregunta 2 muestran que:

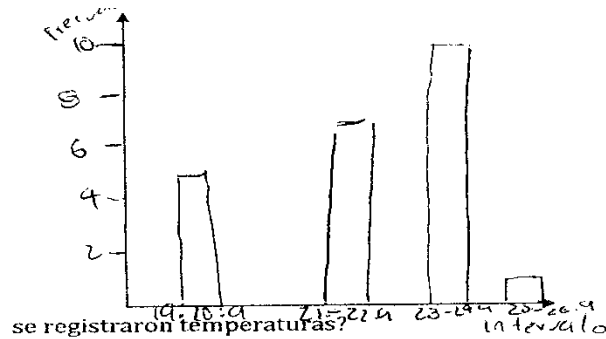
- a) En el momento de completar la tabla el 60% de los estudiantes la completó de manera adecuada en tanto que el otro 40% no contó bien los datos en el momento de la totalización o no los ubicó correctamente en los intervalos.

Figura 12. Estudiante presenta dificultad al completar la tabla. Pregunta 2

INTERVALO	FRECUENCIAS	TOTAL
19-20.9	0 0 0 0 0	5
21-22.9	0 0 0 0 0 0	6
23-24.9	0 0 0 0 0 0 0	7
25-26.9	/ 0 0	2

- b) En el proceso de representación de datos la carencia del conocimiento de los elementos de la gráfica impide la comprensión de relaciones entre los datos; los estudiantes que se ubican en los niveles pre-estructural y uni-estructural fue por efectuar un mal conteo, no poder organizar la información, no utilizar adecuadamente las escalas y no utilizar etiquetas para identificar lo que se está graficando.

Figura 13. Estudiante en el nivel uni-estructural. Pregunta 2



En la figura 9 el estudiante carece de los conceptos básicos para la construcción de un histograma, además realiza un mal conteo de los datos es así que en el intervalo de 23 – 24.9 el rectángulo lo lleva hasta 10 lo cual indica que no realizó en forma correcta el conteo de los datos ya que en este intervalo se pueden contar solo 7 datos.

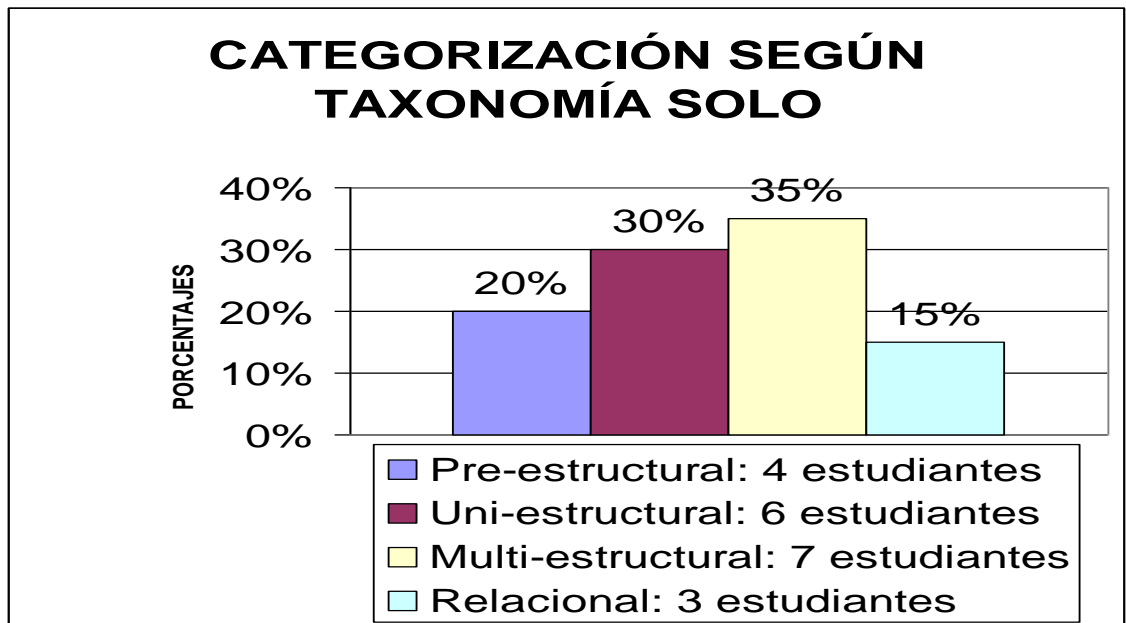
Figura 14. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 2



En la figura 14, es estudiante reconoce los ejes, dándoles nombres, el eje X lo denominó intervalos y el eje Y como frecuencias; utilizó correctamente las escalas y definió de manera adecuada los intervalos de las temperaturas, además realizó correctamente la ubicación de los datos en la tabla y pudo llevarlos al histograma.

A continuación se muestra en la gráfica 1 la categorización de la pregunta 2 según la taxonomía SOLO.

Gráfica 1. Categorización de estudiantes según taxonomía SOLO pregunta 2.



Según la taxonomía SOLO en el nivel pre-estructural se clasificaron los estudiantes que no fueron capaces de llevar los datos a la tabla o que efectuaron un mal conteo de ellos.

En el nivel uni-estructural se ubicaron los estudiantes que mostraban algunos conocimientos acerca del histograma pero carecían de algunos elementos básicos como las escalas y los títulos de los ejes.

En el nivel multi-estructural los estudiantes fueron capaces de identificar las frecuencias en las que se encontraban las temperaturas y pudieron llevar estos

datos de forma correcta al histograma y además fueron capaces de responder los incisos a) y b) pero en el c) carecieron de argumentos para su justificación.

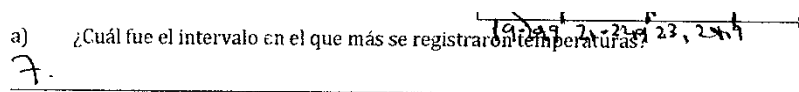
En el nivel relacional se encuentran los estudiantes que ubicaron correctamente los datos en la tabla, además en el histograma ubicaron los elementos necesarios que debe contener dicha gráfica, además expresaron en forma correcta y coherente la respuesta del inciso c) de la pregunta 2.

Por otra parte para la clasificación anterior (gráfica 1) también se tuvieron en cuenta las preguntas que se realizaron a partir de la construcción de la tabla y la realización del histograma.

Principales dificultades que encontramos en general de la pregunta 2:

- Pre-estructural: Se ubicaron en este nivel los estudiantes que realizaron mal el conteo de los datos, los que no asociaron los datos con los intervalos, es decir lo que ubicaron mal los datos ya que solo los miraban en su parte entera; además al ser incapaces de ubicar los datos correctamente en la tabla, carecían de criterios para resolver el inciso c) de la pregunta dos a continuación se presenta un ejemplo (figura 15):

Figura 15. Estudiante en el nivel pre-estructural. Pregunta 2, inciso a)



- Uni-estructural: Los estudiantes que se ubicaron en este nivel realizaron mal el conteo de los datos, pero la gráfica la realizaron con los elementos básicos, aunque los ejes carecen de etiquetas, de otra parte las respuestas en las preguntas a) y b) fueron coherentes con la tabla pero en la c) no tuvieron en cuenta la tabla (figura 16) y tampoco fueron capaces de argumentar sus respuestas.

Figura 16. Estudiantes en el nivel uni-estructural. Pregunta 2, inciso c)

c) Está de acuerdo con la siguiente afirmación: "Según la tabla anterior podemos observar que en las tres semanas se presentaron más días cálidos". Justifique su respuesta

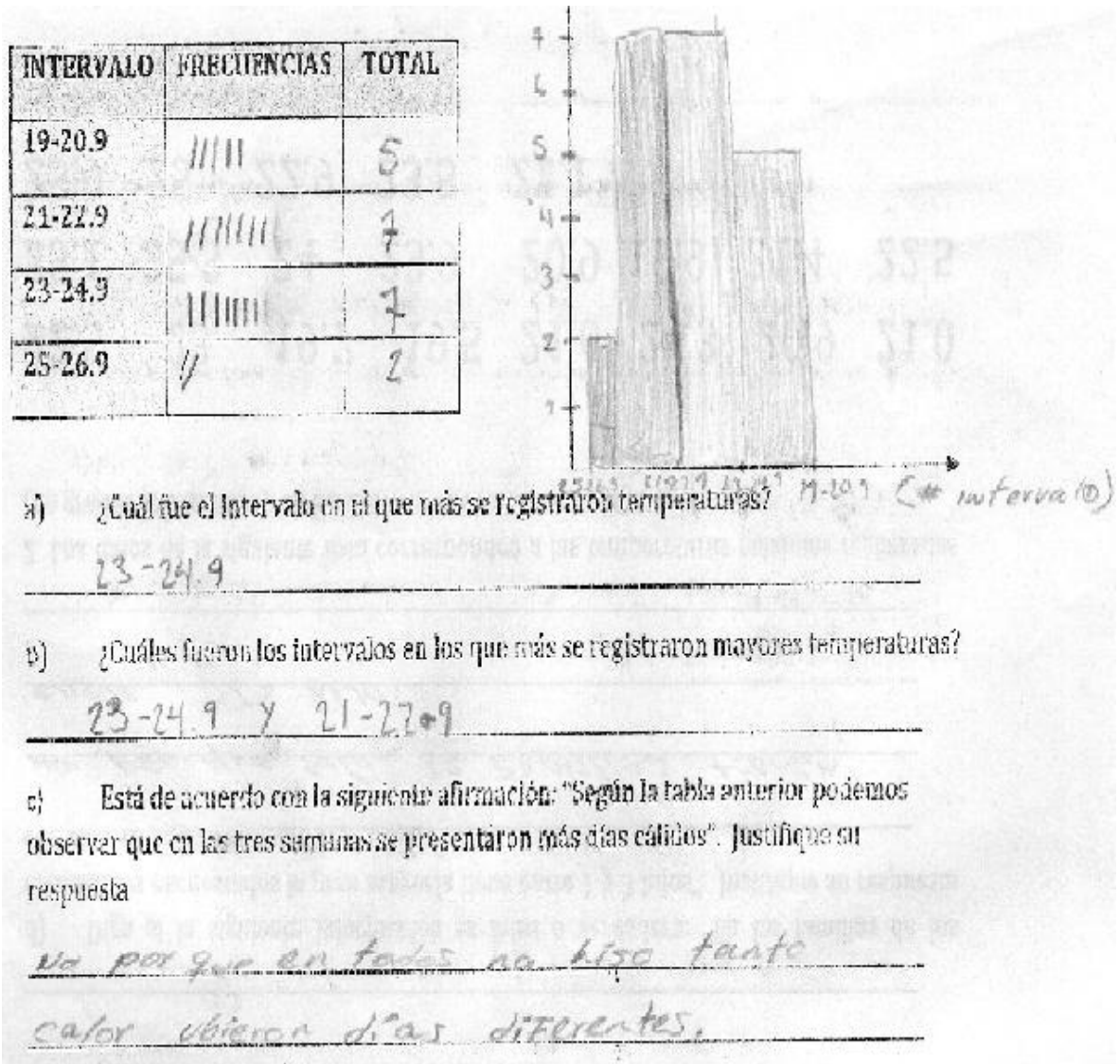
Yo pienso que estoy de acuerdo porque en estas semanas las temperaturas son tanto
viejan siempre muy altas

c) Está de acuerdo con la siguiente afirmación: "Según la tabla anterior podemos observar que en las tres semanas se presentaron más días cálidos". Justifique su respuesta

no dice la tres semana la temperatura fue alta y fria.

- Multi-estructural: en este nivel los estudiantes realizaron un conteo adecuado de los datos, la gráfica que realizaron contenía todos los elementos como las escalas bien planteadas, etiquetas en los ejes aunque en el eje "x" no utilizan las escalas apropiadas, además las respuestas en la pregunta c) no tuvieron en cuenta la tabla. Ver figura 17.

Figura 17. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 2.



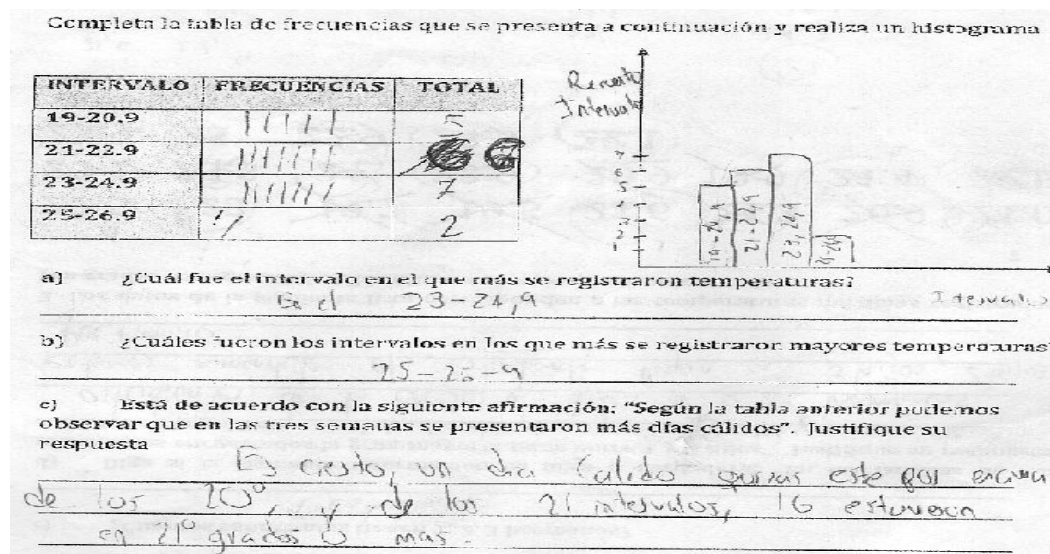
Respuesta estudiante figura 17, pregunta 2, inciso c): "No porque en todas no hizo tanto calor hubieron días diferentes".

El estudiante de la figura 17 realizó correctamente el conteo de los datos y los ubicó en la tabla de frecuencias, al momento de realizar la gráfica tuvo en cuenta y etiquetó los ejes, las respuestas a las preguntas a) y b) las realizó observando la

tabla de frecuencias, pero algunas de sus dificultades fueron en cuanto a la gráfica, con respecto al ancho de los rectángulos para formar el histograma, en la pregunta c) este estudiante no justificó sus respuestas observando la tabla.

- Relacional: aquí los estudiantes hicieron un conteo adecuado de los datos y los llevaron a la tabla, pudieron relacionar frecuencias con intervalos, identificaron el eje vertical como el adecuado para las frecuencias y el eje horizontal para los intervalos y además los etiquetaron, construyeron una gráfica para los datos (figura 18), pero no especificaron el origen de las coordenadas. Las respuestas a las preguntas las dieron en base a la tabla y además las argumentan en forma coherente.

Figura 18. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 2.



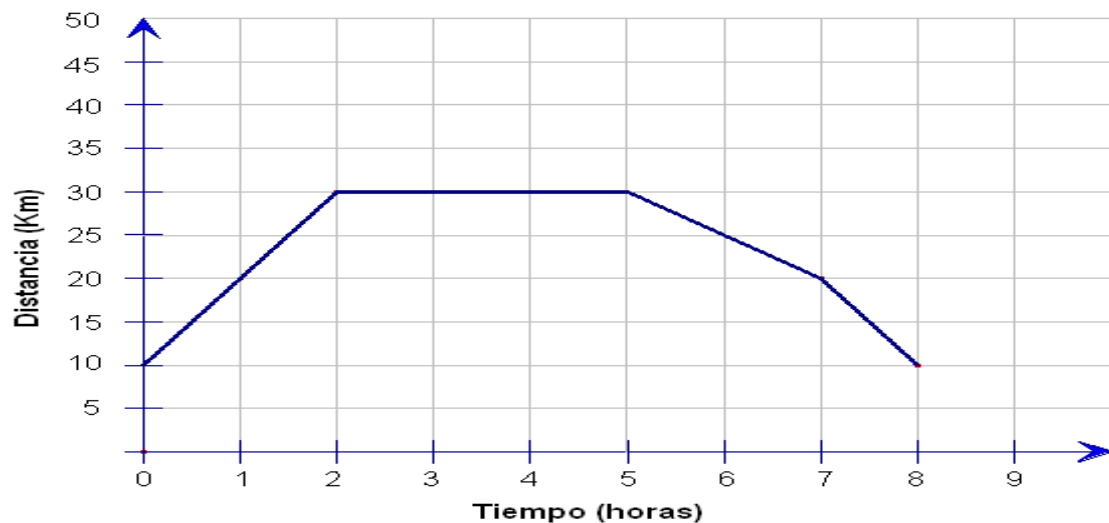
Respuesta estudiante figura 18, pregunta 2 inciso c): "Es cierto, un día cálido quizás esté por encima de los 20°, de los 21 intervalos, 16 estuvieron en 21° o más".

3.4 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA TRES DEL CUESTIONARIO

El objetivo de esta pregunta es explorar las dificultades que enfrentan los estudiantes para interpretar datos de una gráfica (Gráfica 6) que muestra la relación entre dos magnitudes. Tomada de Monroy (2008). Pregunta 3:

Un viaje en bicicleta. A continuación se presenta una gráfica del viaje que realizó Juan en bicicleta. En seguida se presentan tres historias que se refieren a algunas características del viaje de Juan. Sólo una (y no más) de las historias es compatible con la gráfica. Determina a cuál historia le corresponde la gráfica:

Figura 19. Historias



Historias:

- a) *Juan hizo un recorrido con su bicicleta en forma poligonal; primero se dirigió hacia el noreste recorriendo 20 km, después siguió hacia el este, después de*

30 km gira al sureste recorriendo 30 km, para llegar a un punto en la misma recta de donde partió, a saber (8, 10).

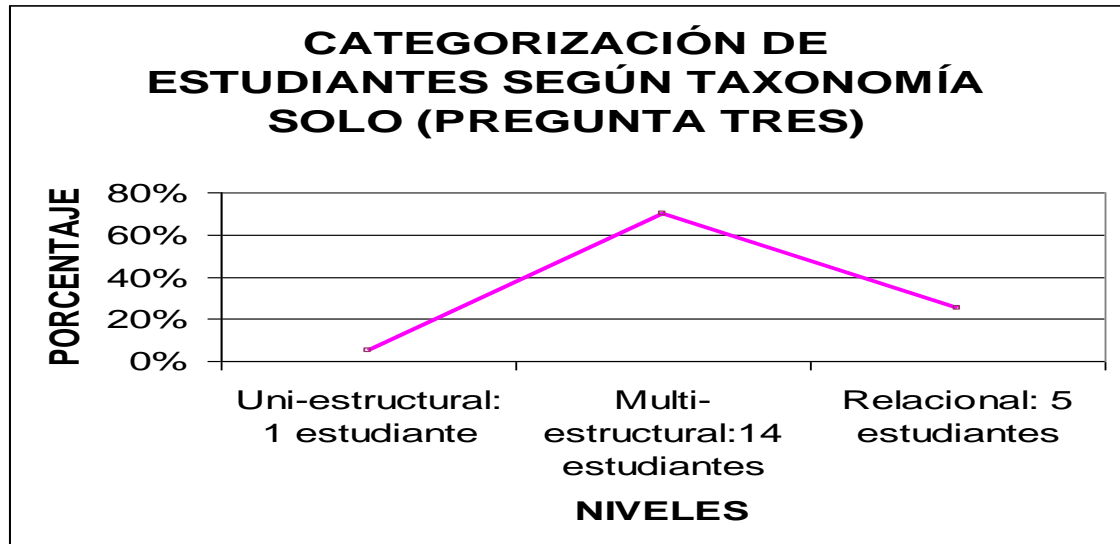
- b) Juan tomó su bicicleta que estaba a 10 km de altura en la ladera de una montaña, subió con ella 20 kilómetros más y anduvo 3 horas en línea recta; después descendió: primero en una pendiente ‘regular’ y luego en otra más inclinada, se detuvo a 10 km de altura pero del otro lado de la montaña.*
- c) Se comenzó a registrar el movimiento de Juan en su bicicleta cuando llevaba 10 kilómetros recorridos, todavía siguió 2 horas a 10 km/h; a las dos horas se detuvo en un pueblo donde almorzó y descansó durante 3 horas; al final de las cuales comenzó el viaje de regreso en el que las dos primeras horas hizo 10 km a velocidad constante y la última hora aceleró a 10 km/h. Transcurridas 8 horas llegó al lugar de donde había partido.*

La historia que corresponde a la gráfica es: _____

Explica el porqué de tu elección: _____

3.4.1 Análisis de resultados. La clasificación de esta pregunta se realizó basándose en la taxonomía SOLO, como lo describimos en el capítulo uno, la taxonomía tiene un origen en la teoría Piagetiana y describimos los diferentes modos de representación, este desarrollo tiene un ciclo de aprendizaje entre los niveles Uni-estructural, Multi-estructural y Relacional, teniendo en cuenta esto en la pregunta se van a observar las representaciones icónicas que establecen los estudiantes en el momento de enfrentarse a la gráfica y los clasificaremos según sus respuestas en la gráfica que aparece a continuación, donde se muestra la categorización de la pregunta 3 según la taxonomía SOLO:

Gráfica 2. Categorización estudiantes según taxonomía SOLO. Pregunta 3



Las dificultades que se presentaron en los niveles fueron los siguientes:

- En el nivel uni-estructural: El estudiante en este nivel no leyó correctamente el enunciado y no respondió ninguna de las opciones que se presentaban, además el razonamiento que realiza respecto a dicha gráfica no tiene nada que ver con la situación que se le presenta. (Ver figura 20)

Figura 20. Estudiante en el nivel uni-estructural. Pregunta 3.

La historia que corresponde a la gráfica es: gráfica multiple
Explica el porqué de tu elección: por que es el la cual
se puede ver mejor el recorrido por ora
demanio o mes

Respuesta estudiante figura 20, pregunta 3: "porque es el cuál se puede ver mejor el recorrido por hora, semana o mes".

- En el nivel multi-estructural: Los estudiantes fueron capaces de identificar los diferentes elementos de la gráfica como la relación entre la distancia y el tiempo (ver Figura 20), pero los no relacionaron en forma adecuada la información presentada en la gráfica, no sacaron todos los datos que ofrecía y no establecieron relaciones entre los textos y la gráfica (ver Figura 21).

Figura 21. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 3.

La historia que corresponde a la gráfica es: b

Explica el porqué de tu elección: Por que es la que
 mejor explica la trayectoria con el recorrido
 de Juan

Respuesta estudiante figura 21, pregunta 3: "b, porque es la que mejor explica la trayectoria con el recorrido de Juan".

Figura 22. Estudiante en el nivel multi-estructural. Pregunta 3.

La historia que corresponde a la gráfica es: b

Explica el porqué de tu elección: por que se muestra todo el
 recorrido en la tabla

Repuesta estudiante figura 22, pregunta 3: "Por qué se muestra todo el recorrido en la tabla"

- En el nivel relacional: Los estudiantes escogieron la opción que más se adaptaba a la gráfica, establecieron relaciones entre los ejes y las historias (ver figura 22), además justificaron observando la gráfica (figura 23).

Figura 23. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 3.

La historia que corresponde a la gráfica es: la (c).

Explica el porqué de tu elección: Porque es la historia más compleja, concreta y con más lógica y es la más razonable. y va a la par con la gráfica.

Repuesta estudiante figura 23, pregunta 3: "porque es la historia más compleja, concreta y con más lógica y es la más razonable y va a la par con la gráfica"

Figura 24. Estudiante en el nivel relacional. Pregunta 3.

La historia que corresponde a la gráfica es: c.

Explica el porqué de tu elección: El viaje de Juan se comenzó a partir de los Km recorridos, el momento.
* El se detuvo y derramó durante 3 horas.
* A las B horas llegó de donde hubria partido.

Respuesta estudiante figura 24, pregunta 3: “El viaje de Juan se comenzó a partir de los 10 km. Recorridos, el movimiento.*El se detuvo y descansó durante 3 horas.*A las 8 horas llegó donde había partido.

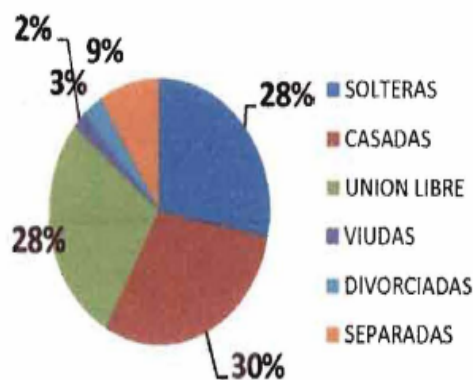
3.5 ANÁLISIS DE LA PREGUNTA CUATRO DEL CUESTIONARIO

El objetivo es saber si los estudiantes son capaces de realizar una lectura de una gráfica, reconociendo que las gráficas no se utilizan solo en matemáticas sino en diferentes medios de comunicación y se utilizan para mostrar de una manera rápida alguna información.

La pregunta es la siguiente:

4) En el año 2005 Profamilia realizó la Encuesta Nacional de Demografía y Salud (ENDES). Este estudio ofrece información sobre la salud de las mujeres en edad fértil, su historia reproductiva y su entorno familiar, al recolectar información sobre las viviendas y la población de los hogares. En el siguiente diagrama circular se presenta los resultados del estado civil de las mujeres en el departamento de Santander:

ESTADO CONYUGAL ACTUAL



a) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres viudas?

b) De las siguientes afirmaciones, diga cual es falsa y cual es verdadera:

1. "En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo". Justifique su respuesta

2. "Las viudas y las casadas representan más del 48%". Justifique su respuesta.

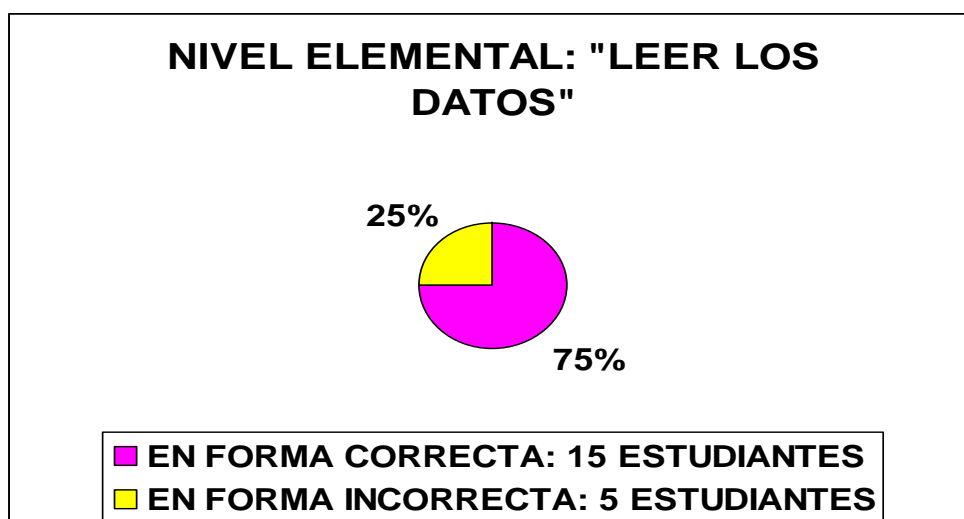
c) Defina un grupo de mujeres que constituya la mayoría

3.5.1 Análisis de resultados según Curcio:

1. En el nivel elemental tenemos el inciso a) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres viudas?, las respuestas fueron las siguientes:

Los resultados se muestran en la siguiente gráfica:

Gráfica 3. Clasificación estudiantes nivel elemental, pregunta 4.



1. En el nivel elemental los estudiantes presentaron las siguientes dificultades:

- No identifican los elementos que componen la gráfica, por lo tanto las respuestas son incoherentes (figura 25).

Figura 25. Estudiante en nivel elemental. Pregunta 4

a) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres viudas?

28%

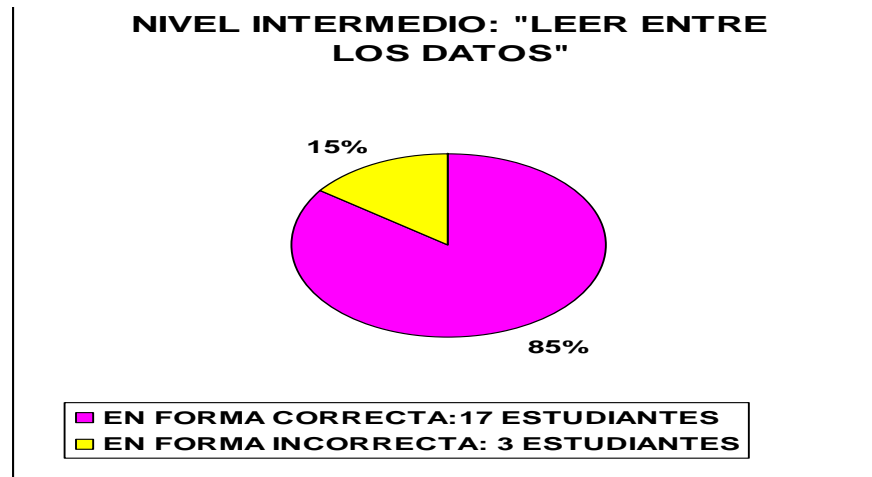
- No realizaron adecuadamente la extracción de los datos que se mostraban en la gráfica.

2. En el nivel intermedio se encuentra el inciso b) De las siguientes afirmaciones, diga cuál es falsa y cual es verdadera:

1. “En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo”. Justifique su respuesta. Y 2. “las viudas y las casadas representan más del 48%”. Justifique su respuesta.

La gráfica correspondiente a la clasificación de los estudiantes en este nivel es un gráfico de pastel:

Gráfica 4. Clasificación estudiantes nivel intermedio, pregunta 4.



En este nivel se presentaron las siguientes características:

- Algunas respuestas se derivan de la gráfica como lo muestra la figura 26, pero este estudiante en el punto 2. no es capaz de justificar correctamente los porcentajes presentados en la gráfica.

Figura 26. Estudiante en nivel intermedio. Pregunta 4

b) De las siguientes afirmaciones, diga cual es falsa y cual es verdadera:

1. "En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo". Justifique su respuesta

falso porque las de UNION LIBRE SON 28% CASADAS 30%

2. "Las viudas y las casadas representan más del 48%". Justifique su respuesta.

SI PORQUE A LA SUMATORIA DE LOS DOS REPRESENTAN 5 DE 58%

b) 1. Respuesta estudiante figura 26, pregunta 4: *“Falso, porque las de unión libre son 28% y casadas son 30%”*

2. Respuesta estudiante figura 26, pregunta 4: *“Si porque a la sumatoria de los dos porcentajes es del 58%”*

- No comparan en forma global los datos presentados en la gráfica como lo muestra la figura 27.

Figura 27. Estudiante en nivel intermedio. Pregunta 4

b) De las siguientes afirmaciones, diga cual es falsa y cual es verdadera:

1. “En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo”. Justifique su respuesta
Falsa porque hay 2% mas de mujeres casadas
2. “Las viudas y las casadas representan más del 48%”. Justifique su respuesta.
Si por que la suma da 38% mas de la mitad

b) 1. Respuesta estudiante: *“Falsa, porque hay 2% más de mujeres casadas”*

2. Respuesta estudiante: *“Si porque a la suma da 38% más de la mitad”*

3. En el nivel superior se encuentra el inciso c) Defina un grupo que constituya la mayoría.

Tabla 6. Clasificación estudiantes nivel superior, pregunta 4

NIVEL SUPERIOR	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Leer más allá de los datos		
En forma correcta	14	70 %
En forma incorrecta	6	30 %

Características de este nivel:

- Los estudiantes fueron capaces Interpretar relaciones cuando las respuestas requirieron enunciados que fueron más allá de la relación (Sumar correctamente los porcentajes). (figura 28).

Figura 28. Estudiante en nivel superior. Pregunta 4

1. "En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo". Justifique su respuesta

No, no es el mismo porque como se puede observar en la gráfica las mujeres en unión libre son 2% menos que las casadas.

2. "Las viudas y las casadas representan más del 48%". Justifique su respuesta.

No, no es cierto ya que haciendo la suma de estos 2 resultados solo existe el 32%

c) Defina un grupo de mujeres que constituya la mayoría

Bueno el grupo sería solteras, casadas y unión libre pues su resultado es 86%

b) 1. Respuesta estudiante: "No, no es el mismo porque como se puede observar en la gráfica las mujeres en unión libre son 2% menos que las casadas"

2. Respuesta estudiante: "No, no es cierto ya que haciendo la suma de estos 2 resultados solo existe el 32%"

c) Respuesta estudiante: "Bueno, el grupo sería solteras, casadas y unión libre pues el resultados es 86%"

3.5.2 Análisis de resultados según Taxonomía SOLO. La siguiente tabla muestra la clasificación de las respuestas de los estudiantes de acuerdo a la taxonomía SOLO.

Tabla 7. Clasificación de los estudiantes según taxonomía SOLO, pregunta 4.

NIVELES	NÚMEROS DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
PRE-ESTRUCTURAL	2	10%
UNI-ESTRUCTURAL	4	20%
MULTI-ESTRUCTURAL	6	30%
RELACIONAL	8	40%

Principales dificultades que se presentaron:

- En el nivel pre-estructural se tiene una lectura inadecuada de los datos presentados en la gráfica, no realizan una correcta interpretación de los diferentes elementos que muestra la gráfica como son los nombres de las series que aparecen en la parte derecha en la gráfica.

Figura 29. Estudiante en el nivel pre-estructural. Pregunta 4

a) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres viudas?

29%

- En segundo lugar se encuentran los estudiantes del nivel uni-estructural, en los cuales las principales dificultades que se identificaron se encuentran:
 - No establecen relaciones entre las diferentes partes de la gráfica.
 - No posee la capacidad de relacionar los porcentajes con los datos del pastel
 - No son capaces de responder preguntas que requieran un análisis en forma global de los datos.
- En el nivel multi-estructural los estudiantes asocian correctamente las series con los valores de los porcentajes, pero son incapaces de escribir una

respuesta a una pregunta que se da respecto a los datos presentados en la gráfica o si la responden lo realizan en forma incorrecta (ver figura 30)

Figura 30. Estudiante en el nivel multi-estructural, pregunta 4

c) Defina un grupo de mujeres que constituya la mayoría

las casadas

Respuesta estudiante figura 30, pregunta 4, inciso c): “*las casadas*”

- En el nivel relacional los estudiantes fueron capaces de asociar las series con los valores que se presentan en el gráfica, es capaz de justificar sus respuestas en base a los datos representados.

3.6 GENERALIDADES

Los resultados obtenidos muestran que las preguntas de la actividad permitieron identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado en la lectura, construcción e interpretación de gráficas estadísticas, de acuerdo a los marcos teóricos que se utilizó para la elaboración del anterior análisis.

4. CONCLUSIONES DE LA ACTIVIDAD

En este capítulo se muestran todos los resultados obtenidos después de categorizar a los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión de gráficas de acuerdo al marco teórico presentado en el capítulo I de este trabajo. Las conclusiones se realizan buscando dar respuesta a la pregunta de investigación.

4.1 ¿CUÁLES SON LAS PRINCIPALES DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS?

Las principales dificultades que presentaron los estudiantes de décimo grado en la lectura e interpretación y construcción de gráficas estadísticas fueron las siguientes:

4.1.1 En la lectura e interpretación de las gráficas:

- No identifican los elementos que componen la gráfica, por lo tanto las respuestas a los enunciados presentados son incoherentes
- No tienen en cuenta los valores y las escalas que van en los respectivos ejes de la gráfica
- Presentan dificultad en la identificación de las unidades de medidas presentadas en los ejes de las gráficas
- Son incapaces de dar respuesta a los enunciados cuando los datos son presentados en forma gráfica
- No analizan la totalidad de la de los datos presentados en la gráfica, sino que solo se limitan a los más representativos
- No poseen habilidad para comparar cantidades

4.1.2 En la construcción de gráficas:

- Presentan carencia del conocimiento de los elementos de la gráfica
- No establecen relaciones entre los diferentes tipos de gráficas
- Efectúan un mal conteo de los datos, lo cual impide realizar una correcta organización la información, por lo tanto no son capaces de llevarlos a una representación grafica
- No utilizan las escalas adecuadas en los ejes
- No utilizan etiquetas o las emplean en forma incorrecta para identificar los ejes

4.1.3 Las principales dificultades según la taxonomía SOLO. Para sacar las conclusiones de la categorización de los estudiantes en el proceso de representación de datos según la taxonomía SOLO, únicamente se tuvo en cuenta la pregunta dos del cuestionario ya que era la que brindaba mayor información para dar respuesta a la pregunta de investigación a diferencia de la pregunta tres que carecía de información para clasificar a los estudiantes en el nivel pre-estructural.

En este trabajo los estudiantes mostraron sus principales dificultades y estas se se dividieron de la siguiente forma según la taxonomía SOLO:

- En el nivel pre-estructural: Se ubicó un 20% de los estudiantes ya que no son capaces de identificar en forma correcta los ejes en las gráficas, los que no fueron capaces de llevar los datos a la tabla o que efectuaron un mal conteo de ellos, miran en forma parcial los datos (tan solo miran la parte entera).
- En el nivel uni-estructural: encontramos el 30% de los estudiantes que fueron capaces de ubicar los datos en la tabla, pero incapaces de graduar correctamente los ejes, realizan la gráfica con los elementos básicos y dan respuestas a los enunciados basándose en la tabla aunque carecen de

argumentos para responder a preguntas que requieran un análisis de la información.

- En el multi-estructural: se ubicaron el 35% de los estudiantes, en este nivel la principal dificultad que presentaron fue en la argumentación de las respuestas de acuerdo a la información que brindaba la gráfica, ya que esta la realizaron de forma correcta y con los elementos necesarios para una correcta interpretación
- Y en el relacional: encontramos el restante 15% de los estudiantes que fueron los que argumentaron en base a la gráfica y relacionaron las respuestas con el contexto.

4.1.4 Principales dificultades según los niveles de comprensión de gráficas de Curcio. Según el cuestionario aplicado y después del análisis de resultados de la pregunta uno quedó en evidencia que las principales dificultades la presentarían en los niveles superiores (leer entre los datos y leer más allá de los datos). Las dificultades más notorias fueron en la carencia de habilidades para comparar las cantidades y no determinaron los valores de los datos que se expresan en la gráfica como evidencia para soportar o rechazar la afirmaciones.

CONCLUSIONES

- Se reconoce la importancia de los conocimientos previos sobre estadística por parte de los estudiantes para el desarrollo de una investigación ya que de este modo aportan valiosa información para el análisis de los resultados.
- La falta de utilización de la tecnología (computadores, proyectores, etc.) es una limitación en esta investigación ya que la los resultados pudieron ser más enriquecedores.
- Se resaltó la importancia que tiene el contexto para la aplicación de la prueba, ya que se puede ver a la estadística como una poderosa herramienta que permite visualizar en forma rápida pero enriquecedora la información que presentan con bastante frecuencia los medios de comunicación y que representan un reto diario en la construcción de una sociedad bien informada.
- Identificar las principales dificultades que presentan los alumnos en los últimos grados de bachillerato, impone retos a los profesores, ya que necesitan adquirir o enriquecer sus conocimientos acerca de las gráficas, para dotar a los estudiantes de herramientas que puedan mostrarles una correcta construcción y una adecuada interpretación.

BIBLIOGRAFÍA

1. ARTEAGA P., Batanero C., DÍAZ C., CONTRERAS J. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNION* (revista iberoamericana de educación matemática), Número 18, páginas 93 – 104. Recuperado 9 de enero de 2010, Disponible en Internet: http://www.fisem.org/descargas/18/Union_018_012.pdf.
2. ATHERTON J. (2010) *Learning and Teaching; SOLO taxonomy*. Recuperado 20 de abril de 2010, tomado de: <http://www.learningandteaching.info/learning/solo.htm>.
3. BIGGS, J. & COLLIS, K. (1991). Multimodal learning and the Quality of intelligent behavior. En H.A.H Rowe. (ed) *Intelligence: Reconceptualization and Measurement* (pp 57-75). Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Hillsdale, New Jersey.
4. CURCIO F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
5. ESPINEL M. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. Universidad de La Laguna, España.
6. FRIEL S., CURCIO F., & BRIGHT G. (2001) *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 32, N 2, 124- 158. Recuperado 10 de enero de 2010, Disponible en Internet: <http://filebox.vt.edu/s/sboyce/Curriculum%20Summer%2003/Stat%20Articls/JRME2001-03-124a.pdf>.

7. GÓMEZ M. & PADILLA C. (2007). Efectos del cambio de escala en el análisis de gráficos con niños de sexto grado. Tesis de licenciatura en matemáticas no publicada, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.
8. HUERTA, P (1999). Los niveles de van hiele y la taxonomía SOLO: un análisis comparado, una integración necesaria. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia, España.
9. MEN. (2004). Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia.
10. MONROY R. (2008). La comprensión de gráficas de barras e histogramas por estudiantes de secundaria. Tesis no publicada en maestría en matemática educativa, Cinvestav-IPN, México.
11. PINTO J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación, Tesis doctoral publicada. Salamanca: Universidad de salamanca, España.
12. ROUTIO P. (2004) .Estudio de casos. Recuperado 14 de junio de 2010, Disponible en Internet: <http://www.2.uiah.fi/projects/metodi/271.htm>

13. VILLAMIZAR V. (2008). Concepciones acerca de la probabilidad presentes en alumnos de octavo grado del colegio Luz de la Esperanza de Berlín, al ser sometidos a una enseñanza basada en la experimentación física y la simulación computacional. Tesis de licenciatura en matemáticas no publicada, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

ANEXOS

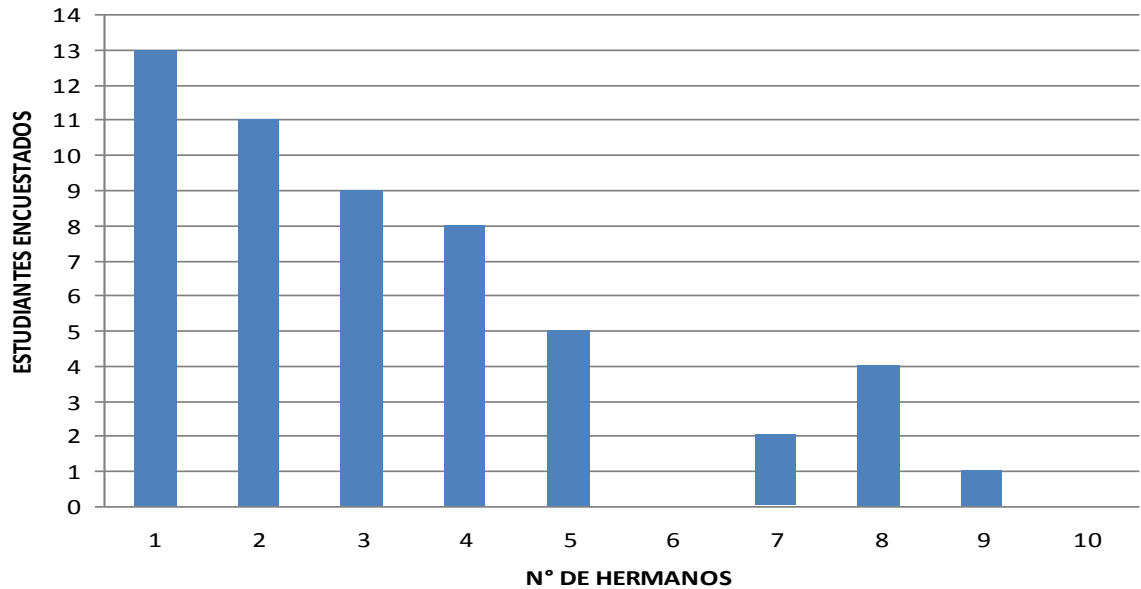
Anexo A. Cuestionario



NOMBRE: _____ EDAD: _____

COLEGIO: _____ FECHA: _____

NÚMERO DE HERMANOS DE LOS ESTUDIANTES DE UN SALÓN DE CLASE



a) ¿Cuántos estudiantes tienen 4 hermanos? _____

b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? _____

c) ¿Cuántos estudiantes tienen 1, 2, 3 hermanos? _____

2. Los datos de la siguiente lista corresponden a las temperaturas máximas registradas (en grados Celsius) en las últimas tres semanas en Santander:

22.5 23 19.7 19.5 21.6 24.3 20.9 21.0 23.1 25.3 24 ~~23.9~~
20.9 19.9 21.4 22.5 23.9 25 22.9 23.5 22.1

Completa la tabla de frecuencias que se presenta a continuación y realiza un histograma

INTERVALO	FRECUENCIAS	TOTAL
19-20.9		
21-22.9		
23-24.9		
25-26.9	/	

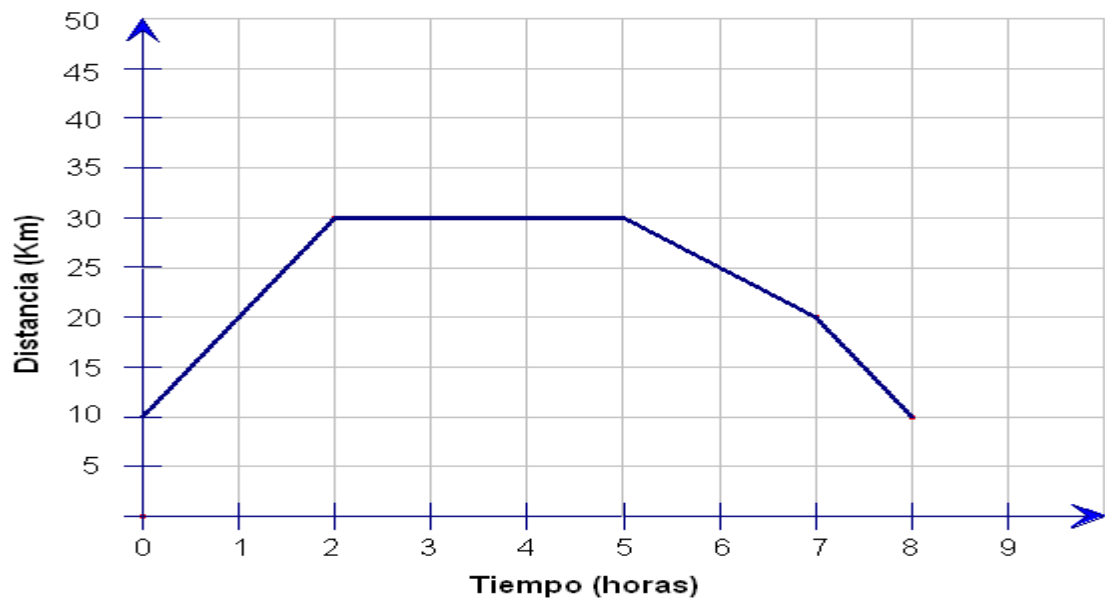


a) ¿Cuál fue el intervalo en el que más se registraron temperaturas?

b) ¿Cuáles fueron los intervalos en los que más se registraron mayores temperaturas?

c) Está de acuerdo con la siguiente afirmación: “Según la tabla anterior podemos observar que en las tres semanas se presentaron días más cálidos”. Justifique su respuesta

2. *Un viaje en bicicleta.* A continuación se presenta una gráfica del viaje que hizo Juan en bicicleta. En seguida se presentan tres historias que refieren algunas características del viaje de Juan. Sólo una (y no más) de las historias es compatible con la gráfica. Determina cuál historia se corresponde con la gráfica:



Historias:

a) *Juan hizo un recorrido con su bicicleta en forma poligonal; primero se dirigió hacia el noreste recorriendo 20 km, después siguió hacia el este, después de 30 km gira al sureste recorriendo 30 km, para llegar a un punto en la misma recta de donde partió, a saber (8, 10).*

b) Juan tomó su bicicleta que estaba a 10 km de altura en la ladera de una montaña, subió con ella 20 kilómetros más y anduvo 3 horas en línea recta; después descendió: primero en una pendiente ‘regular’ y luego en otra más inclinada, se detuvo a 10 km de altura pero del otro lado de la montaña.

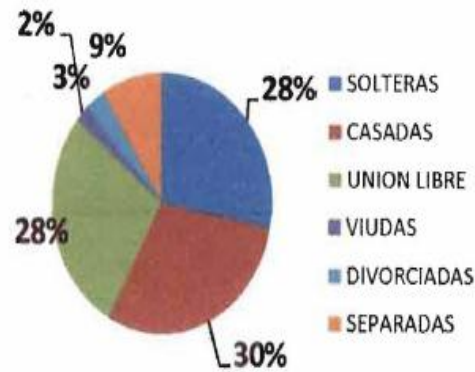
c) Se comenzó a registrar el movimiento de Juan en su bicicleta cuando llevaba 10 kilómetros recorridos, todavía siguió 2 horas a 10 km/h; a las dos horas se detuvo en un pueblo donde almorzó y descansó durante 3 horas; al final de las cuales comenzó el viaje de regreso en el que las dos primeras horas hizo 10 km a velocidad constante y la última hora aceleró a 10 km/h. Transcurridas 8 horas llegó al lugar de donde había partido.

La historia que corresponde a la gráfica es: _____

Explica el porqué de tu elección: _____

4. En el año 2005 Profamilia realizó la Encuesta Nacional de Demografía y Salud (ENDES). Este estudio ofrece información sobre la salud de las mujeres en edad fértil, su historia reproductiva y su entorno familiar, al recolectar información sobre las viviendas y la población de los hogares. En el siguiente diagrama de pastel se presentan los resultados del estado civil de las mujeres en el departamento de Santander.

ESTADO CONYUGAL ACTUAL



a) ¿cuál es el porcentaje de mujeres viudas?

b) De las siguientes afirmaciones, diga si son falsas o verdaderas:

1. “En Santander el porcentaje de mujeres en unión libre y el de casadas es el mismo”. Justifique la respuesta.

2. “Las viudas y las casadas representan más del 48 %”. Justifique su respuesta.

c) Defina un grupo de mujeres que constituya la mayoría
