

**GEOGEBRA HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN
EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA**

DANIEL GUEVARA RUIZ



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

**GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN
EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA**

DANIEL GUEVARA RUIZ

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
MAGISTER EN PEDAGOGÍA**

**DIRECTOR
HERNÁN ÁLVAREZ OROZCO
MAGISTER EN PEDAGOGÍA**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

A mí esposa Miryam y a mis dos hijas
Carol Juliana y Daniela, por su paciencia y su
Incondicional apoyo sobre todo en los momentos más
Difíciles durante el desarrollo de este trabajo.
DANIEL GUEVARA RUIZ

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por darme fuerzas para superar todas las dificultades que se me presentaron durante el desarrollo de este trabajo y a lo largo de toda mi vida.

A mi director de tesis Hernán Álvarez Orozco, por sus valiosas orientaciones y sugerencias en el desarrollo de este trabajo.

A los estudiantes que participaron en el desarrollo de la investigación por su colaboración y entrega para hacer posible el desarrollo de este trabajo de grado.

A mis compañeros de trabajo por su comprensión, colaboración y apoyo en todo momento.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	17
1. PROBLEMA	19
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	19
1.1.1 Preguntas Directrices.....	23
1.1.2 Pregunta problematizadora.....	24
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	24
1.3 OBJETIVOS.....	27
1.3.1 Objetivo General	27
1.3.2 Objetivos específicos	27
2. MARCO TEÓRICO	28
2.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS.....	28
2.1.1 Internacionales.....	28
2.1.2 Nacionales	31
2.1.3 Locales.....	34
2.2 COMPONENTE PEDAGÓGICO.....	36
2.2.1 Las nuevas tecnologías en el aula.....	37
2.2.2 El aprendizaje sociocultural y las nuevas tecnologías	38
2.3 COMPONENTE DISCIPLINAR.....	40
2.3.1 Pensamiento Espacial y Geométrico	40
2.3.2 Razonamiento.....	41
2.3.3 Resolución de problemas.....	42
2.3.4 Modelo de Van Hiele.....	45
2.3.5 Concepto de Área y Perímetro.....	50
2.3.6 cuadrilátero	52
2.4 COMPONENTE DIDÁCTICO.....	55
2.4.1 Secuencia didáctica	55
2.4.2 ¿Qué es GeoGebra?	56
2.4.3 Estrategia Interactiva GeoGebra.....	57

2.5 MARCO LEGAL	57
3. METODOLOGÍA	59
3.1 ENFOQUE CUALITATIVO.....	59
3.1.1 Investigación cualitativa	59
3.2 DISEÑO METODOLÓGICO.....	61
3.2.1 Investigación Acción	61
3.3 FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....	62
3.3.1 Primera fase. Diagnóstico	64
3.3.2 Segunda Fase: Diseño y aplicación de la propuesta de acción	64
3.3.3 Tercera fase: Reflexión de la propuesta – Evaluación.....	65
3.4 ESCENARIO Y PARTICIPANTES	65
3.4.1 Población Participante	65
3.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	65
3.5.1 Técnicas de recolección de datos.....	65
3.5.1.1 La técnica.....	65
3.5.2 INSTRUMENTOS	68
3.6 ANALISIS DE RESULTADOS.....	70
3.7 CRITERIOS ÉTICOS	71
4. ANALISIS E INTERPRETACIÓN E LOS RESULTADOS	72
4.1 ANALISIS DE LA PRUEBA DE ENTRADA.....	72
4.1.1 Debilidades y Fortalezas.....	100
4.2 ANÁLISIS DE LAS SESIONES.....	101
4.2.1 Sesión 1	105
4.2.2 Sesión 2	110
4.2.3 Sesión 3	114
4.2.4 Sesión 4	117
4.2.5 Sesión 5	120
4.2.6 Sesión 6	125
4.2.7 Sesión 7	131
4.2.8 Sesión 8.....	136

4.3 ANÁLISIS DE LA PRUEBA DE SALIDA Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	140
4.3.1 Debilidades y Fortalezas	166
5. CONCLUSIONES	168
6. RECOMENDACIONES	171
BIBLIOGRAFÍA	172
ANEXOS	181

LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1	20
Imagen 2	20
Imagen 3	21
Imagen 4	21
Imagen 5	98
Imagen 6	99
Imagen 7	106
Imagen 8	107
Imagen 9	108
Imagen 10	108
Imagen 14	112
Imagen 15	114
Imagen 16	115
Imagen 17	117
Imagen 18	118
Imagen 19	118
Imagen 20	119
Imagen 21	119
Imagen 22	120
Imagen 23	120
Imagen 24	122
Imagen 25	122
Imagen 26	122
Imagen 27	123
Imagen 28	125
Imagen 29	125
Imagen 30	126
Imagen 31	127

Imagen 32.....	128
Imagen 33.....	128
Imagen 34.....	129
Imagen 35.....	129
Imagen 36.....	130
Imagen 37.....	130
Imagen 38.....	132
Imagen 39.....	133
Imagen 40.....	133
Imagen 41.....	134
Imagen 42.....	135
Imagen 43.....	136
Imagen 44.....	137
Imagen 45.....	138
Imagen 46.....	138
Imagen 47.....	139
Imagen 48.....	139
Imagen 49.....	160
Imagen 50.....	161
Imagen 51.....	161
Imagen 52.....	162

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Atributos distintivos de los niveles de Van Hiele	72
Tabla 2 Niveles de razonamiento y características Gutiérrez y Jaime (1996)	73
Tabla 3 descriptores prueba de entrada	74
Tabla 4 Rúbrica prueba diagnóstica	75
Tabla 5 Características y tipos de respuesta según Jaime (1993, c.p. Corberán et al., 1994, pp. 107-108) citado por Maguiña (2013)	84
Tabla 6 Ponderación según niveles de Van Hiele (Gutiérrez y Jaime)	85
Tabla 7 ponderación según el grado de adquisición.....	87
Tabla 8 ponderación prueba de entrada.....	88
Tabla 9 ponderación según Van Hiele	97
Tabla 10 Ruta de aprendizaje Secuencia Didáctica.....	103
Tabla 11 Rúbrica para evaluar la prueba final	141
Tabla 12 Grado de adquisición -rango Nivel prueba de salida	148
Tabla 13 Ponderación salida.....	149
Tabla 14 comparativo prueba de entrada vs prueba de salida.	163

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 resultados prueba de entrada.....	90
Ilustración 2 resultados prueba de Salida	151
Ilustración 3 niveles de Van Hiele prueba de salida.....	152
Ilustración 4 comparativo de resultados.....	164

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. Formato de asentimiento	181
ANEXO B. Asentimiento	182
ANEXO C. Formato de consentimiento	183
ANEXO D. Consentimiento informado	184
ANEXO E. Prueba de entrada Evaluación para caracterizar las necesidades académicas.....	185
ANEXO F. Secuencia Didáctica.....	193
ANEXO G. Evaluación sesión 1.....	205
ANEXO H. Taller tercera sesión	206
ANEXO I. Taller sesión 5	208
ANEXO J. Taller sesión 6	210
ANEXO K. Taller Sesión 7	212
ANEXO L. Sesión 8	214
ANEXO M. Prueba de Salida.....	216
ANEXO N. Certificado de Principios Eticos	220

RESUMEN

TÍTULO: GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA*

AUTOR: DANIEL GUEVARA RUIZ**

PALABRAS CLAVE: Cuadrilátero, razonamiento, GeoGebra, modelo de Van Hiele

DESCRIPCIÓN:

El presente documento trata de una propuesta en la que se implementó el software de geometría dinámica GeoGebra y en dónde se tuvo por objeto fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando GeoGebra.

El trabajo está desarrollado en cuatro capítulos: El primer capítulo trata de la identificación del problema a través del análisis de los resultados de las pruebas saber noveno 2014 y 2015 y de las posibles causas.

El segundo capítulo contiene todo lo referente al marco teórico, se eligen los antecedentes investigativos del ámbito internacional, nacional y local referentes al problema de investigación y las teorías tanto pedagógicas como disciplinares que sirvieron de apoyo para el desarrollo del proyecto.

El tercer capítulo trata de la metodología por la cual se desarrolló el proyecto, en este caso tuvo un enfoque cualitativo de investigación acción, se eligió la población participante y las técnicas e instrumentos que se usaron para la recolección de información. Este capítulo también trata de las fases de investigación sobre las cuales se desarrolló la propuesta de investigación. En la primera fase se aplicó una prueba de entrada o diagnóstica para determinar el nivel en el cual se encuentran los estudiantes, en la segunda fase se diseñó y se aplicó una secuencia didáctica y finalmente se aplicó una prueba de salida para determinar el avance de los estudiantes después de la intervención a través la reflexión y el análisis de los resultados.

Finalmente, en el cuarto capítulo se analizaron los resultados de la prueba inicial y final y los resultados de la secuencia didáctica implementada y se compararon los resultados para saber si se cumplió los objetivos planteados al inicio de la propuesta.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Director: Hernán Álvarez Orozco, Magíster en Pedagogía

ABSTRACT

TITLE: GEOGEBRA, DYNAMIC TOOL TO STRENGTHEN MATHEMATICAL THINKING IN THE TEACHING OF GEOMETRY IN THE SCHOOL "INTEGRADO DE CABRERA".*

AUTHOR: DANIEL GUEVARA RUIZ**

KEY WORDS: Cuadrilátero, razonamiento, GeoGebra, Modelo de Van Hiele

DESCRIPTION:

This document deals with a proposal where the software of dynamic GeoGebra geometry was implemented and where the purpose was to strengthen the mathematical reasoning in the ninth-grade students of the School Integrado de Cabrera by solving geometric problems using GeoGebra

This work is developed in four chapters: The first chapter deals with the identification of the problem through the analysis the results of the official tests Saber Noveno 2014 and 2015 and the possible causes.

The second chapter contains everything related to the theoretical framework, the background research is chosen of the national, international, and local scope are chosen, referring to the research problem and the pedagogical and disciplinary theories that served as support for the development of the project.

The third chapter deals with the methodology by which the project was developed, in this case it had a qualitative approach to action research, the participating population was chosen, and the techniques and instruments used to collect the information. This chapter also deals with the research phases on which the research proposal was developed. In the first phase, an entrance or diagnostic test is applied to determine the level at which the students are located, in the second phase a didactic sequence is designed and applied and finally an exit test is applied to determine the progress of the students after the intervention through reflection and analysis of the results.

Finally, in the fourth chapter the results of the initial and final test and the results of the didactic sequence implemented are analyzed and the results are compared to know if the objectives set out at the beginning of the proposal were reach.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Director: Hernán Álvarez Orozco, Magíster en Pedagogía

INTRODUCCIÓN

Esta investigación surge de la necesidad de lograr mayor interés en los estudiantes aumentando la motivación al involucrar el uso de las tecnologías de la información y la comunicación en el aula de clase, específicamente para tratar de desarrollar problemas de tipo geométrico mediante el uso del software de geometría dinámica Geogebra.

Los intereses de los estudiantes hoy en día están influenciados por el uso de la tecnología y el acceso a las redes sociales lo que significa que los estudiantes estén más familiarizados y actualizados en temas de tecnología que los mismos docentes, razón por la cual este trabajo presenta una propuesta en la que se involucra el software de geometría dinámica Geogebra en el desarrollo de problemas relacionados con cuadriláteros para fortalecer el proceso argumentativo y favorecer el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico en estudiantes noveno grado. Esta investigación inicia con la formulación del problema en dónde se presentan los resultados de las pruebas saber noveno 2014 y 2015 en donde es posible verificar el bajo rendimiento académico en temas relacionados con la geometría esto conlleva a la formulación de unas preguntas directrices, una pregunta problematizadora y el planteamiento de unos objetivos que determinan el alcance del proyecto.

En segundo lugar presenta unos antecedentes investigativos que sirven de apoyo y de guía al desarrollo de la investigación, dichos antecedentes son del orden internacional nacional y regional, también se hace referencia a un marco teórico en donde se puede encontrar un componente pedagógico, un componente disciplinar y un marco legal.

El presente trabajo continúa en un tercer capítulo con el diseño metodológico usado en la investigación, la identificación y descripción de la población participante, las técnicas usadas para la recolección de la información.

En el cuarto capítulo trata sobre el análisis de los datos recolectados en la prueba diagnóstica, secuencia didáctica y prueba de salida.

1. PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A través de los siglos las matemáticas han sido una de las asignaturas difíciles de aprender y en lo que los docentes también hemos contribuido a que esta creencia se mantenga vigente.

Históricamente, las matemáticas han sido un tema difícil pero importante dentro del currículo escolar y, tal vez por esta razón, se han utilizado como filtro para la educación ulterior. Con el desarrollo de los sistemas de educación universal, los países se enfrentan al reto de modificar el currículo de matemáticas de tal forma que se ofrezcan oportunidades para todos los estudiantes. Los objetivos y los métodos de la enseñanza de las matemáticas se han adaptado a las nuevas demandas de la sociedad y se han acomodado a una población estudiantil cada vez mayor (Pellerey, 1991)¹

Erradicar esta creencia es un reto para los docentes hoy en día, pero también debe ser una oportunidad para implementar nuevas estrategias que faciliten el aprendizaje de las matemáticas de una forma más dinámica y lúdica para que sea agradable al estudiante y que éste no vea la asignatura como algo tedioso, complicado y carente de significado.

El Ministerio de Educación Nacional ha definido los estándares de competencias básicas, los cuales para el área de matemáticas corresponden a cinco pensamientos así: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional, y sistemas algebraicos y analíticos y sobre éstos estándares se enmarcan las evaluaciones de pruebas saber 3º, 5º, 9º y 11, implementadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, para evaluar precisamente eso, las

¹ PELLEREY. 1991. Citado por KILPATRICK, Jeremy; GÓMEZ, Pedro y RICO, Luis. (eds.). Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de problemas, Evaluación, Historia. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los Andes, 1998, p. 17.

competencias básicas que los estudiantes deben alcanzar en cada área de acuerdo con su nivel educativo.

De acuerdo con lo anterior y tomando como base los resultados de las pruebas saber noveno de los años 2014 y 2015 (ver gráficas) para el área de matemáticas, de los cuales se puede evidenciar que el Colegio Integrado de Cabrera es muy débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación y débil en cuanto a la competencia de razonamiento y argumentación.

Imagen 1

Componentes evaluados. matemáticas - noveno grado



Imagen 2

Resultados de noveno grado en el área de matemáticas



Imagen 3
Competencias evaluadas. matemáticas - noveno grado



Imagen 4

Resultados de noveno grado en el área de matemáticas



En las gráficas anteriores tomadas de los resultados de las pruebas Saber 9 2014 y 2015 es posible evidenciar las dificultades que presentaron los estudiantes del Colegio Integrado de Cabrera, frente a las competencias y componentes evaluados. Pero los resultados de las pruebas externas por si solos no constituyen una prueba fehaciente de la existencia o no de un problema pero si constituyen un indicio de lo que puede estar pasando en la Institución Educativa.

En resultados de las pruebas saber 9 de los años 2014 y 2015 se puede evidenciar que los estudiantes han tenido dificultades a la hora de resolver problemas que tengan relación con el uso de la geometría siendo dichos resultados deficientes para los dos años pero también dejan ver que la competencia de razonamiento los resultados en ambas pruebas fueron similares y presentados como una debilidad. Si bien las pruebas saber son solo un indicio de lo que puede estar ocurriendo dentro del aula de clase ya que la población a la que se le aplica la prueba es bastante reducida, si pueden indicar que se debe empezar a intervenir para determinar el porqué de estos resultados. Lo anterior sumado a lo observado por el docente en su quehacer diario, las dificultades que presentan los estudiantes al resolver este tipo de problemas es bastante notoria.

Por otro lado está la experiencia como docente en el Colegio Integrado de Cabrera, desde este punto de vista se abordará el problema dividiéndolo en dos partes:

La primera es que de acuerdo con la observación directa sobre el rendimiento académico de los estudiantes se puede verificar la dificultad que presenta el estudiante al enfrentarse a problemas que están relacionados con la geometría y el espacio. En ocasiones se ha podido observar que a la hora de evaluar un tema que involucre cálculo de áreas de figuras geométricas básicas como rectángulos y circunferencias, independientemente del nivel académico del estudiante, éstos opten por entregar dicha evaluación o esta parte de la evaluación sin intervenir o sin tratar de buscar la solución al problema al que se está enfrentando, esto también sucede cuando se le exige a que explique o justifique las respuestas, en este caso presentan frases incoherentes o sin sentido lógico lo que hace que sus argumentos sean fácilmente refutables. Explicar y argumentar son habilidades del razonamiento matemático frente la componente geométrico-métrico. Pero tal vez, esto no sea culpa del estudiante, es decir, que puede existir otro tipo de causa que esté afectando el rendimiento académico y qué hasta el momento no se haya mencionado.

La segunda está relacionada con el rol del docente. Es posible que la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de resolver problemas de tipo geométrico tal vez esté relacionada con la forma de orientar las clases en el aula, y que quizá, ésta sea la razón más importante por la cual los estudiantes presentan este tipo de dificultad. La gran mayoría de las clases de matemáticas están enfocadas a desarrollar y fortalecer el pensamiento numérico variacional y en muy poco a los otros pensamientos, y además, se realizan siguiendo una temática, propuesta por un texto guía y no obedece a una verdadera planeación que aborde el desarrollo de una competencia matemática de forma integral, que involucre todos los pensamientos y que responda a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Los textos traen el tema geométrico como algo de segundo plano, siempre al final del texto y si el docente sigue el texto, lo más probable es que este tema solo se aborde al finalizar el año académico, si es que alcanza a desarrollar toda la temática propuesta anteriormente, si esto no se logra, el tema geométrico no es abordado incrementando así, la probabilidad de que el estudiante presente un bajo rendimiento en el tema relacionado.

Lo anterior conlleva a hacernos una serie de preguntas directrices

1.1.1 Preguntas Directrices. ¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento Geométrico-métrico y potencializar el razonamiento en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera?

¿Qué dificultades presenta el estudiante al generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos en ejercicios de aplicación en clase?

¿De qué manera el uso de las tecnologías de la información y la comunicación pueden servir para el desarrollo del pensamiento geométrico?

¿Qué características debe tener una estrategia que permita al estudiante explorar y analizar ejemplos sobre las propiedades de las figuras geométricas para probar argumentos que le permitan llegar a conclusiones?

1.1.2 Pregunta problematizadora. ¿Cómo fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera al resolver problemas de tipo geométrico?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Este proyecto de investigación está orientado al fortalecimiento del razonamiento matemático, mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando las tecnologías de la información y la comunicación específicamente el software de geometría dinámica (SGD) GeoGebra.

La Institución Educativa cuenta con una sala de informática con dieciséis equipos en uso y otras dos aulas en las que se ha instalado la red de datos pero que hasta el momento no se han puesto en funcionamiento. También cuenta con tres tableros digitales y treinta equipos portátiles que se usan esporádicamente.

La tecnología avanza a pasos agigantados y la educación no puede desconocer dichos avances, por el contrario, se debe aprovechar la tecnología para mejorar los métodos de enseñanza-aprendizaje, además ésta no se ha desarrollado para reemplazar al ser humano, sino, para facilitar la ejecución de ciertos procesos.

En cuanto a los estándares el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, es uno de los cinco pensamientos definidos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional y por lo tanto es necesario potencializar el desarrollo de dicho pensamiento en los estudiantes de manera que pueda "...interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación

entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales”²

Con respecto al razonamiento, en los grados inferiores es necesario el uso y manipulación de materiales físicos para logra su desarrollo, pero es posible que “...En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos”³ y en este caso se puede usar el software como herramienta de apoyo en el cual los estudiantes al hacer uso éste pueden explorar mejor el campo de la geometría realizar construcciones y verificar propiedades de una forma sencilla para probar y estructurar sus argumentos y llegar a conclusiones.

Este proyecto de investigación se ejecutó bajo un enfoque cualitativo el cual permitió obtener información de primera fuente y a su vez de forma holística es decir que el grupo poblacional no fue reducido a una muestra sobre la cual se realizó una encuesta, sino que fue tomado como un todo, donde todos los miembros del grupo fueron tenidos en cuenta porque son igualmente importantes.

Al desarrollar esta investigación en la Institución, los estudiantes debieron mejorar el rendimiento académico en el área de matemáticas específicamente en la competencia de razonamiento y el desarrollo del pensamiento geométrico. Se le dio mejor uso de los recursos informáticos y aprendieron el manejo de una herramienta que les sirvió de apoyo en las construcciones geométricas, les ahorró tiempo y permitió verificar propiedades para hacer demostraciones, además la incorporación

² COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias p.61

³ Ibid., p.54

del software de geometría dinámica permitió también al docente mejorar las prácticas pedagógicas para motivar aún más a los estudiantes. Las competencias fortalecidas mediante la aplicación de esta investigación son aplicables a la vida diaria por lo que la comunidad se vio beneficiada en cuanto a que los participantes directos son multiplicadores de este conocimiento.

La Institución Educativa apoyó el desarrollo de la investigación y los demás compañeros docentes que imparten matemáticas en las diferentes sedes conocieron la investigación y pueden adaptarla para el uso pedagógico en cada aula, aprovechando la condición de software libre para fines educativos de GeoGebra, y los recursos tecnológicos que tiene cada sede como computadores y tabletas.

Al finalizar la aplicación de esta propuesta de investigación sus resultados fueron socializados a la comunidad educativa con el propósito de motivar a los demás docentes a involucrar el uso de las nuevas tecnologías en el aula de clase y en especial a los docentes que atienden población en básica primaria para que los estudiantes mejoren su capacidad de razonamiento apoyados en el uso del software al hacer sus construcciones, comprobar propiedades y determinar sus propias conclusiones.

¿Por qué GeoGebra?

Porque es una herramienta o software libre para fines didácticos. Al no tener que pagar por el uso, permitió su instalación en los PC que cumplieron con los requisitos de hardware y de software requeridos, y además algunos estudiantes descargaron la versión para smartphone y la instalaron en sus dispositivos celulares. Esta característica de software libre permitió con mayor facilidad el acceso a la herramienta y su uso. El software de geometría dinámica permitió que los estudiantes realizaran sus construcciones geométricas de una manera muy sencilla y de forma amigable con el medio ambiente al no desperdiciar papel.

Porque fue posible encontrar en la web construcciones realizadas por diferentes autores en las cuales sirvieron para verificar muchas de las propiedades de las figuras geométricas y además porque estas apoyaron a los estudiantes para que realizaran sus propias construcciones.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General. Fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando GeoGebra.

1.3.2 Objetivos específicos. Diagnosticar las debilidades en la argumentación, explicación o justificación de procesos en la resolución de problemas de tipo geométrico.

Diseñar y aplicar una estrategia didáctica basada en el uso del software GeoGebra que permita al estudiante verificar propiedades de los cuadriláteros para potencializar el razonamiento y el desarrollo del pensamiento geométrico.

Evaluar el impacto generado por el del uso del software geométrico en el fortalecimiento de habilidades del proceso de razonamiento matemático.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

2.1.1 Internacionales. Nubia Iranzo y Josep María Fortuny, en un estudio caso realizado bajo una perspectiva cualitativa-interpretativa en la Universidad Autónoma de Barcelona titulado: La influencia conjunta del uso del GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. El estudio trata de la integración de las nuevas tecnologías en la enseñanza secundaria en el que comparan la relación entre el uso del lápiz y papel con el uso del software GeoGebra en la resolución de problemas de geometría analítica y concluyen diciendo:

Hemos podido constatar en este estudio que la mayoría de estudiantes utilizan herramientas algebraicas y de medida y consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar obstáculos algebraicos. En general, los alumnos han tenido pocas dificultades con relación al uso del software y algunos obstáculos son obstáculos cognitivos ya existentes trasladados al software. El uso de GeoGebra promueve así un pensamiento más geométrico (por ejemplo, consideran la intersección de circunferencias en lugar de igualar distancias en el problema del rombo) y facilita un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de alumnos (categorías instrumental, procedimental y naif). Consideramos que el uso de GeoGebra también favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos así como a resolver los problemas de otra forma. Hay que señalar, sin embargo, que la influencia del uso de GeoGebra depende de los alumnos y de los problemas propuestos. Los alumnos desarrollan una gran variedad de estrategias de resolución, asociadas con distintos usos de GeoGebra, y estas diferencias pueden ser interpretadas en términos de tipologías de alumnos. Las tipologías tienen efectos relevantes en el proceso de génesis instrumental (Artigue, 2002). Por ejemplo, se pueden considerar los distintos procesos instrumentales que desarrollan los alumnos en función de: a) el tipo de recursos que favorecen, b) el meta-conocimiento que tienden a poner en juego y c) los modelos de validación que privilegian.⁴

⁴ IRANZO, Nuria y FORTUNY, J. María. La influencia conjunta del GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. En: Enseñanza de las Ciencias: Revista Especializada y Experiencias Didácticas, Vol. 27 N° 3. 2009, p. 442-443

Uno de los objetivos del estudio realizado por Iranzo y Fortuny es “Caracterizar las estrategias de resolución de los alumnos en ambos medios.”⁵, en este caso comparan la resolución de problemas de geometría analítica usando lápiz y papel con el uso del software GeoGebra.

El estudio realizado por Iranzo y Fortuny fue importante para esta investigación en cuanto a que fue realizado en el nivel de secundaria, bajo la metodología cualitativa e incorporó el uso de las nuevas tecnologías al proceso de enseñanza en este caso el uso del software GeoGebra, pero que además concluyen que el software ayuda a visualizar el problema y superar obstáculos algebraicos.

Idania Marvely Castellanos Espinal, en su tesis de maestría desarrollada bajo la metodología cualitativa en la Universidad de Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, Honduras, titulada: Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N., el estudio trata del desarrollo de la visualización y el razonamiento en las construcciones geométricas y para lo cual se utilizó el software GeoGebra, y fue desarrollado con estudiantes de segundo de magisterio, como una forma de mejorar la geometría a nivel secundario y en él se resaltan los siguientes resultados:

el desempeño de los estudiantes de educación magisterial en cada una de las secciones de trabajo utilizando el software Geogebra, constituyen evidencia suficiente para afirmar que ellos lograron desarrollar las siguientes habilidades visuales:

La captación de representaciones visuales externas en donde aprendieron a leer, comprender e interpretar estas representaciones visuales y el vocabulario adecuado en los trabajos geométricos ⁶

⁵ *Ibíd.*, p. 434

⁶ CASTELLANOS ESPINEL, I. Marvely. Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán Tegucigalpa. 2010, p. 123

Castellanos afirma que los estudiantes lograron desarrollar habilidades al usar el software GeoGebra en las secciones de trabajo.

Por otro lado “La resolución de problemas fue una estrategia efectiva y adecuada para desarrollar cada una de las habilidades que se pretendía con cada una de las guías de trabajo y será de igual forma siempre y cuando la selección de ellos sea adecuada y oportuna para generar aprendizajes significativos.”⁷

Castellanos también concluye que “El uso de la tecnología resultó ser una herramienta fructífera para el desarrollo de la visualización y el razonamiento, (...)”⁸, como la utilización de la tecnología influyó positivamente en el desarrollo del razonamiento, siendo el razonamiento la competencia a fortalecer con este proceso de investigación, esta tesis constituye un aporte muy importante.

Según Castellanos, “la utilización del GeoGebra presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso de enseñanza aprendizaje (...)”⁹ es por eso que su tesis fue importante para el desarrollo de este proyecto.

Julio Antonio Echevarría Anaya en un estudio titulado: Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica mediado por GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria, realizado para optar el grado de Magister para la Pontificia Universidad Católica del Perú, en el año 2015, concluye que: “El empleo del software GeoGebra permitió que los estudiantes pudieran comprobar los resultados obtenidos en ambos cuadros, logrando que se centraran en las ideas principales y no se perdieran con los cálculos”¹⁰ según Echevarría el

⁷ *Ibíd.*, p. 124

⁸ *Ibíd.*, p. 124

⁹ *Ibíd.*, p.124

¹⁰ ECHEVERRIA ANAYA, Julio Antonio. Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica mediado por GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria, Tesis para optar el grado de magister en la enseñanza de las

uso del GeoGebra permitió a los estudiantes hacer comprobación de resultados. La investigación realizada por Echevarría sirvió de apoyo a esta investigación en cuanto a que es una investigación reciente, realizada bajo la modalidad cualitativa y hace uso del Software de Geometría GeoGebra, Echavarría concluye también que: “En relación a los aprendizajes de los estudiantes al abordar problemas sobre circunferencia desde la geometría sintética y también desde la geometría analítica, y el uso del GeoGebra, se puede concluir que esto contribuyó a que los estudiantes establecieran conexiones entre los cuadros de la geometría sintética y la geometría analítica”¹¹ y para esta investigación resultó muy importante en cuanto el uso del software permitió armar conexiones específicamente relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.

2.1.2 Nacionales. Cesar Augusto Morales Chaves y Ramón Majé Floriano, en su tesis para optar el título de magister en la Universidad de la Amazonía en 2011 y desarrollada bajo un enfoque cualitativo con estudiantes de 7º grado de la Institución Educativa José Eustacio Rivera, del municipio de Pitalito, titulada Competencia Matemática y Desarrollo del Pensamiento Espacial. Una aproximación desde la enseñanza de cuadriláteros, en él se concluye que:

En relación con el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes en el pensamiento espacial: Se encontraron tres tipos de errores o dificultades en los estudiantes relacionados con el fenómeno de los estereotipos y las mis concepciones, el fenómeno de la no-congruencia y el déficit de clasificaciones inclusivas realizadas por ellos respecto al objeto matemático cuadriláteros. Dichas dificultades fueron utilizadas como indicadores para el diseño y consolidación de la propuesta didáctica... A partir de todo lo anterior y luego de finalizar la fase de diagnóstico se procedió al diseño de una propuesta didáctica que contribuyera al desarrollo del pensamiento espacial y la competencia matemática plantear y resolver problemas... se describió e interpretó la utilidad de la geometría dinámica como mediación en el desarrollo del pensamiento

matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de Postgrado. San Miguel 2015, p 81

¹¹ *Ibíd.*, p 81

espacial de los estudiantes y no como un simple elemento motivacional en el aprendizaje (..)¹²

El objetivo de esta investigación “Contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado 7° de la educación básica secundaria, a partir del estudio de cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica.”¹³ Por lo que esta tesis le aportó al proceso en cuanto a que fue desarrollada bajo el enfoque cualitativo para desarrollar el pensamiento espacial mediante el uso de la geometría dinámica.

Javier Fernando Álvarez Díaz, Haydi Ximena Barbosa Rincón y Luis Gabriel Fuentes Moreno, en su trabajo titulado La incorporación del software GeoGebra en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, trabajo desarrollado con estudiantes de 7° grado bajo enfoque cualitativo, con la modalidad de profundización como requisito para optar por el título de Magister en Educación en la Universidad del Tolima concluyen que:

Son notables los aportes que GeoGebra hace al proceso de enseñanza de las matemáticas, tanto para el docente como para los estudiantes; ya que permite un contacto directo con la herramienta, mejorando la comunicación del lenguaje matemático, y la atención hacia el conocimiento matemático.

El aporte de la representación computacional más importante del software, es que permite integrar la parte geométrica con la algebraica, y a la vez ir verificando la variación.

En el análisis de los resultados se corrobora que los beneficios que GeoGebra brindó con gran influencia fueron el desarrollo de autoconfianza de los estudiantes en la construcción e interpretación de espacios proyectivos y Euclidianos. Y la posibilidad de que el estudiante estuviera motivado, activo y participativo en todo momento.¹⁴

¹² MORALES CHAVES, Cesar Augusto y MAJÉ FLORIANO, Ramón. Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación a la enseñanza de cuadriláteros. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Ciencias de la Educación. Universidad de la Amazonía. Facultad de Ciencias de la Educación, Programa de Maestría en Ciencias de la Educación. Florencia. 2011, p. 156

¹³ *Ibíd.*, p. 29

¹⁴ ALVAREZ DIAZ, J. Fernando; BARBOSA RINCON, Haydi Ximena y FUENTES MORENO, Luis Gabriel. La incorporación del Software GeoGebra en el aprendizaje del teorema de Pitágoras. Trabajo de Grado en la Modalidad de Profundización como Requisito

Según este referente la implementación de un software de geometría dinámica para la enseñanza de la geometría trae consigo grandes beneficios tanto para el docente como para los estudiantes los cuales pueden realizar sus construcciones y verificar la veracidad de sus propiedades de una forma muy fácil.

Jorge Angelmiro Pabón Gómez, Zulmary Carolina Nieto Sánchez y Carlos Alberto Gómez Colmenares en un artículo publicado en la Revista Logos Ciencia & Tecnología en diciembre de 2015 titulado, Modelación Matemática y GeoGebra en el Desarrollo de Competencias en Jóvenes Investigadores, basados en una investigación realizada con estudiantes de la Institución Educativa José María Córdoba en Durania Norte de Santander concluyen que: “Los jóvenes investigadores tienen un gran potencial desde el desarrollo de competencias comunicativas, sociales, cognitivas, hasta el desarrollo del pensamiento geométrico a partir de la generación de gráficas y modelado de situaciones de la vida real a través del software GeoGebra. Resultados en el grupo del semillero, muestra una mejora significativa en apropiación del conocimiento”¹⁵

Este trabajo fue importante para esta investigación en cuanto a que concluyen que la generación de gráficas y modelado de situaciones de la vida real mediante el uso del software Geogebra sirve para el desarrollo del pensamiento geométrico objetivo que fue planteado en esta investigación.

Parcial para Optar al Título de Magister en Educación Universidad del Tolima, Facultad de Ciencias de la Educación, Maestría en Educación Modalidad de profuncización Ibagué. 2013, p. 64

¹⁵ GÓMEZ COLMENARES, Carlos Alberto; NIETO SANCHEZ, Zulmary Carolina y PABÓN GÓMEZ, Jorge Angelmiro. Modelación matemática y GeoGebra en el Desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Revista Logos Ciencia & Tecnología, Vol. 7, Num. 1, Bogotá, 2015, p. 69

2.1.3 Locales. Jorge Fiallo Leal, en su tesis doctoral, Estudio del Proceso de Demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica, aplicado en Floridablanca Santander, para la Universidad de Valencia, en donde “El objetivo de esta investigación es aportar información para la mejor comprensión del proceso de aprendizaje de la demostración en el contexto del estudio de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica”¹⁶ y desarrollada con estudiantes de 10 grado de una institución de Floridablanca, Santander. Fiallo concluye “Un aspecto importante de esta propuesta es que los propios estudiantes, sin demasiada intervención del profesor son los que “descubren” dichos conceptos y propiedades. Esto los motiva a querer saber por qué son verdaderos y el SGD les proporciona los elementos necesarios para que encuentren dichas respuestas.”¹⁷ Lo anterior fortalece este proceso de investigación en cuanto a que usó software de geometría dinámica para el proceso de aprendizaje, Fiallo, continúa diciendo que “El SGD proporcionó herramientas a los estudiantes para explorar y experimentar con objetos y relaciones geométricas y numéricas”¹⁸.

Este referente fue muy importante para el desarrollo de esta investigación porque presenta resultados que favorecen el proceso de enseñanza aprendizaje y porque al desarrollar una propuesta como ésta son los propios estudiantes los que descubrieron los conceptos y propiedades, sin demasiada intervención del profesor.

Martin E. Acosta, Carolina Mejía y Carlos W. Rodríguez, en su artículo titulado Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido, y publicado en la Revista integración de la Universidad Industrial de Santander, en

¹⁶ FIALLO LEAL, Jorge. Proceso de Demostración de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica. Tesis para optar al Grado de Doctor en Matemáticas, Universidad de Valencia, Valencia. 2010, p. 22

¹⁷ *Ibíd.*, p. 271

¹⁸ *Ibíd.*, p. 271

donde hicieron una demostración geométrica usando software de geometría dinámica, concluyen diciendo:

la geometría experimental busca entonces utilizar las ventajas de la representación informática de las figuras, para conjeturar propiedades geométricas que permitan por una parte formular conjeturas, y por otro formular argumento teóricos que sustenten dichas conjeturas. Pero el trabajo matemático no debe detenerse en la formulación de conjeturas razonablemente informadas, sino que debe buscar la formalización de los argumentos hasta lograr un razonamiento deductivo a partir de proposiciones aceptadas como verdaderas; es decir, una demostración. Este ejemplo de trabajo experimental no pretende ser una actividad para proponer a los estudiantes de geometría. Aunque creemos que estudiantes de secundaria podrían realizar el trabajo experimental hasta formular la conjetura, el proceso de formalización puede ser demasiado difícil dependiendo de los conocimientos teóricos que dispongan. Sin embargo, los profesores de matemáticas si pueden reproducir el y comprender el proceso realizado para adquirir una idea más clara de lo que significa la experimentación con software de geometría y su relación con los procesos de formalización matemática.

De esta manera esperamos contribuir a la transformación de los procesos de enseñanza y de las concepciones mismas sobre el quehacer matemático, superando la oposición a la experimentación y el abandono de los esfuerzos de formalización.¹⁹

Este referente fue importante para este desarrollo de este proyecto de investigación porque trata de utilizar las ventajas que nos brinda la representación informática de las figuras geométricas, para formular conjeturas acerca de sus propiedades.

Jorge Enrique Fiallo Leal en un artículo titulado: Acerca de la investigación en educación Matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación, realizado sobre algunos proyectos del ámbito internacional, nacional y local en los cuales se implementó las tecnologías de la información y la comunicación en el aula de clase para la enseñanza de la educación matemáticas afirma:

En la experimentación se comprobó que los ambientes de geometría dinámica favorecen la interacción entre construir y demostrar, entre actuar con el ordenador y justificar por medio de argumentos teóricos. Las construcciones en Cabri permiten conectar las representaciones aritméticas, geométricas,

¹⁹ ACOSTA, Martin E; MEJIA, Carolina y RODRIGUEZ, Carlos W. Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido. En Revista Integración, Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Vol. 29, No. 2. 2011, p. 173.

algebraicas y analíticas de los conceptos y las propiedades de las razones trigonométricas. En efecto, se ve una transición de lo numérico hacia lo algebraico y de lo empírico hacia lo deductivo, con base en la visualización y el análisis de propiedades geométricas y analíticas producto de la exploración.²⁰

Este estudio fue importante para esta investigación en cuanto evaluó los resultados de la implementación de varios proyectos en donde se ha venido implementando un ambiente de Geometría dinámica en el aula de clase, y en las reflexiones finales concluye diciendo que:

Los profesores de matemáticas e investigadores en educación matemática de las diferentes regiones de nuestro país deben formar comunidades de práctica que permitan incorporar el uso de las tecnologías portátiles en el área de matemáticas por medio de actividades diseñadas, evaluadas y compartidas por la comunidad; actividades sustentadas en marcos teóricos y metodológicos que den cuenta del aprendizaje del estudiante, tanto de conocimientos como del desarrollo de habilidades de los procesos de resolución de problemas, comunicación, representación, comparación, ejercitación de procedimientos, razonamiento y demostración.²¹

En esta reflexión final, Fiallo, hace una invitación al profesorado a incorporar el uso de las nuevas tecnologías en el área de matemática, hacia lo cual se orientó también esta investigación.

2.2 COMPONENTE PEDAGÓGICO

El proyecto educativo institucional PEI presenta la pedagogía activa como el modelo pedagógico que se trabaja en la institución.

Se presenta con base en las características de la pedagogía activa, escuela activa. La pedagogía activa desplaza sus centros de interés hacia la naturaleza del niño y tiende a desarrollar el espíritu científico, acorde con las experiencias de la sociedad sin de los aspectos fundamentales de la cultura.

²⁰ FIALLO LEAL, Jorge Enrique. Acerca de la investigación en educación matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, p. 80

²¹ *Ibíd.*, p. 82

La pedagogía activa concibe la educación como el señalar caminos para la autodeterminación personal y social como el desarrollo de la conciencia crítica por medio de análisis, la transformación de la realidad, acentúa el carácter activo del alumno en el proceso de aprendizaje que identifica al maestro como guía orientador, catalizador, animador de este proceso, interprete el aprendizaje como buscar significados, criticar, inventar, indagar un acto permanente con la realidad; concede importancia a la motivación del alumno y la relación escuela –comunidad y vida. La pedagogía moderna basada en la convicción de que es más importante aprender a aprender, que aprender algo, concede gran atención al método por lo tanto el currículo debe ser consecuente con dicha pedagogía para alcanzar los logros propuestos²².

Sin embargo y a pesar de que la Institución tiene como base de guía el modelo pedagógico activo, los docentes siguen anclados en el modelo transmisionista.

2.2.1 Las nuevas tecnologías en el aula. “Las TIC son herramientas esenciales de trabajo y aprendizaje en la sociedad actual donde la generación, procesamiento y transmisión de información es un factor esencial de poder y productividad, en consecuencia, resulta cada vez más necesario educar para la sociedad de la información desde las etapas más tempranas de la vida escolar.”²³

En el momento actual el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación son promovidas desde los entes gubernamentales, ejemplo de esto es la directiva ministerial 14 de abril 7 de 2014.

El Ministerio de Educación Nacional se encuentra implementando el Proyecto "Construyendo Capacidades en Uso de TIC para Innovar en Educación", para lo cual el Gobierno de Colombia suscribió un convenio de cooperación con el Gobierno de la República de Corea, país que tiene uno de los mejores sistemas

²² COLOMBIA, SANTANDER, CABRERA, COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA, Proyecto Educativo Institucional PEI., p. 16

²³ ESCONTELA MAO, Ramón y STOJANOVIC CASAS, Lily. La integración de las TIC en la educación: Apuntes para un modelo pedagógico pertinente. En: Revista Pedagógica. Vol. 25 No.74, Caracas set. 2004

educativos del mundo y que fue reconocido por la UNESCO por utilizar de forma óptima las TIC para mejorar la calidad educativa²⁴.

El conocimiento y dominio de las nuevas tecnologías son una necesidad para el desarrollo del individuo dentro de la sociedad.

En lo que concierne a la educación y aprendizaje, es necesario que el docente se apropie de estas herramientas y las use de forma constante en el desarrollo de su actividad como educador. La sociedad exige que desde la comunidad educativa se oriente en el uso y buen uso de TIC. Las TIC son una herramienta que se usa no solo en el ámbito escolar, sino que están masificadas a nivel social. Gran parte de los individuos que conforman nuestra sociedad actual usan la tecnología como herramienta para comunicarse, hacer negocios, llevar su contabilidad, etc., en fin, el uso de TIC es algo sociocultural.

2.2.2 El aprendizaje sociocultural y las nuevas tecnologías. Vygotsky señala que el desarrollo intelectual del individuo no puede entenderse como independiente del medio social en el que está inmersa la persona.

“La actividad sociocultural se lo considera mediata en los aspectos como los signos y las herramientas ya que estos tienen influencia directa con la psicología, pedagogía y en las demás actividades cognitivas, metacognitivas y su adhesión en los procesos sociales, teniendo en cuenta que la actividad cerebral está continuamente trabajando”²⁵.

Desde esta mirada relacionar el aprendizaje sociocultural de Vygotsky no es un capricho sino que por el contrario tiene mucho que ver con la actualidad y el

²⁴COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Directiva Ministerial No 14. 2014, p. 1

²⁵LEDESMA A, Marco. Análisis de la teoría de Vygotsky para la reconstrucción de la inteligencia social, Unidad académica de sicología, pedagogía y educación. Universidad Católica de la Cuenca. Cuenca. 2014, P.10

desarrollo del proyecto. Los estudiantes que llegan a la Institución están más relacionados con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación que los mismos docentes, esto se puede comprender gracias a que ellos están interactuando con las TIC, prácticamente desde su nacimiento, no así ha ocurrido con la mayoría de los docentes. Los estudiantes usan la tecnología para interactuar y relacionarse con sus compañeros, la tecnología hace parte de su vida y no conciben la vida sin ella. Los estudiantes de hoy no nacieron en la época del telegrama, ellos nacieron en la época del e-mail y esto forma parte de la sociedad actual. La herramienta GeoGebra hace parte de esas nuevas tecnologías que los docentes pueden usar para el desarrollo de su trabajo y sacar ventaja de esa interrelación que tienen los estudiantes a través del uso de estas tecnologías. Por otro, “Vygotsky considera a la educación formal, es decir a la escuela, como fuente de crecimiento del ser humano, si en ella se introducen contenidos contextualizados, con sentido y orientados no al nivel de desarrollo del párvulo sino a la zona de desarrollo próximo”²⁶. Los estudiantes manipulan fácilmente todo lo relacionado con las nuevas tecnologías porque esta forma parte de su vida y de su rol dentro de la sociedad actual, esto es una ventaja para que el docente aproveche esa capacidad que tiene el estudiante para relacionarse con el uso de las nuevas tecnologías y adaptar su metodología de enseñanza aprendizaje a ella. Contextualizar los contenidos para lograr un mejor aprendizaje. Para Vygotsky. “las funciones mentales superiores se adquieren y se desarrollan a través de la interacción social”²⁷, llevando esto al contexto actual y teniendo en cuenta que dichas funciones son mediadas culturalmente, es posible aprovechar la tecnología de la información y de la comunicación para lograr el desarrollo de dichas funciones. La cultura proporciona las orientaciones que estructuran el comportamiento de los individuos, lo que los seres humanos percibimos como deseable o no deseable depende del

²⁶ CHAVEZ SALAS, Ana Lupita. Implicaciones educativas de la teoría Sociocultural de Vygotsky. Revista Educacion, vol 25 No 002, 2001, p.62

²⁷ *Ibíd.*, p. 62

ambiente, de la cultura a la que pertenecemos, de la sociedad de la cual somos parte.

2.3 COMPONENTE DISCIPLINAR

2.3.1 Pensamiento Espacial y Geométrico. Según los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación:

El pensamiento espacial, entendido como "... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos.²⁸

El pensamiento espacial hace referencia a la capacidad que tiene el individuo para hacer diferentes tipos de representaciones mentales de los objetos y ubicarlos dentro de un espacio determinado. El desarrollo de este pensamiento es fundamental porque permite que el individuo comprenda diferentes propiedades de los objetos, y a partir de estas propiedades establezca relaciones entre ellas como la semejanza y congruencia. Pero el desarrollo de un solo tipo de pensamiento no es suficiente para que un individuo pueda hacer construcciones o representaciones exitosas, es por eso que el desarrollo del pensamiento espacial esté ligado al desarrollo del pensamiento geométrico. Según los Estándares:

Posteriormente, y a medida que se complejizan los sistemas de representación del espacio, en un segundo momento se hace necesaria la metrización, pues

²⁸COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Estándares Básicos de Competencias , p.61

ya no es suficiente con decir que algo está cerca o lejos de algo, sino que es necesario determinar qué tan cerca o qué tan lejos está. Esto significa un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo, lo cual hace aparecer nuevas propiedades y relaciones entre los objetos. De esta manera, la percepción geométrica se complejiza y ahora las propiedades de los objetos se deben no sólo a sus relaciones con los demás, sino también a sus medidas y a las relaciones entre ellas. El estudio de estas propiedades espaciales que involucran la métrica son las que, en un tercer momento, se convertirán en conocimientos formales de la geometría, en particular, en teoremas de la geometría euclidiana.

Lo anterior implica relacionar el estudio de la geometría con el arte y la decoración; con el diseño y construcción de objetos artesanales y tecnológicos; con la educación física, los deportes y la danza; con la observación y reproducción de patrones (por ejemplo en las plantas, animales u otros fenómenos de la naturaleza) y con otras formas de lectura y comprensión del espacio (elaboración e interpretación de mapas, representaciones a escala de sitios o regiones en dibujos y maquetas, etc.), entre otras muchas situaciones posibles muy enriquecedoras y motivadoras para el desarrollo del pensamiento espacial²⁹

En el estudio de la geometría no es suficiente con que el estudiante observe las figuras geométricas en el papel y trate de encontrar sus propiedades a partir de allí, es necesario encontrar relaciones de la geometría con el entorno próximo del estudiante, es indispensable que el descubra que el mundo que lo rodea está lleno de figuras geométricas, regulares e irregulares.

2.3.2 Razonamiento. Según los estándares básicos de competencias del Ministerio de Educación Nacional:

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele

²⁹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Estándares Básicos en Competencias. P.61

apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.³⁰

Desarrollar el razonamiento no solo sirve para obtener soluciones a problemas relacionados con la matemática, sino que sirven para aplicarlo en otros campos del conocimiento, como en las ciencias políticas entre otros. Es necesario el desarrollo de la competencia argumentativa debido a que esta es indispensable para que el estudiante justifique o refute afirmaciones o hipótesis.

2.3.3 Resolución de problemas. La resolución de problemas es el eje articulador entre los diferentes pensamientos matemáticos en la medida que me permite desarrollar la competencia matemática en estudiantes.

Algunas definiciones de resolución de problemas que permiten hacerse una idea más clara de lo que trata y como se trabaja se exponen a continuación.

Según lineamientos del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, el planteamiento y la resolución de problemas:

se relacionan, entre otros, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema³¹.

Según Manuel Santos Trigo del Centro de Investigación y Estudios Avanzados CINVESTAV- IPN, “La resolución de problemas es dominio de estudio que ha

³⁰COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Estándares Básicos de Competencias , p.54

³¹ INSTITUTO COLOMBIANO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados Institucionales de la aplicación muestral de 2011., p. 13

influido notablemente en las agendas de investigación en educación matemática y en las propuestas del currículum matemático y las prácticas de instrucción.”³² En el mismo documento Santos cita a Schoenfeld quien se refiere al término resolución de problemas como:

El término [resolución de problemas] ha servido como un paraguas bajo el cual se realizan radicalmente diferentes tipos de investigación. [Una exigencia] mínima debe ser un requerimiento de facto (ahora es la excepción más que la regla) que cada estudio o discusión de la resolución de problemas se acompañe de una definición operacional del término y ejemplos de lo que significa para el autor. Gran confusión emerge cuando el mismo término se refiere a una multitud de algunas veces contradictorios de comportamientos típicamente no especificados (Schoenfeld, 1992, pp. 363-364)³³.

Santos, cuestiona que a pesar de que ha pasado ya bastante tiempo desde que la resolución de problemas esté en la agenda de investigación y reformas curriculares su identidad siga siendo tema de discusión en la educación matemática.

Polya por su parte en su libro *Cómo plantear y resolver problemas* define cuatro grandes pasos que son necesarios a la hora de resolver un problema

Comprender el problema

Concebir un plan

Ejecución del Plan

Examinar la solución obtenida

Para Polya, el primer paso es “comprender el problema”³⁴ en este paso el estudiante debe considerar toda la información disponible sobre el problema en cuestión, debe

³² SANTOS TRIGO, Manuel. *La resolución de Problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN p.1

³³ Schoenfeld, 1992, pp. 363-364, citado por SANTOS TRIGO, Manuel. *La resolución de Problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN p.2

³⁴ PÓLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México D. F. Editorial Trillas S.A. de C. V. Décimo quinta reimpresión 1989, p 28

leer y releer para identificar las partes del problema, lo debe ver de diversas formas y desde diferentes ángulos, debe preguntarse “¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿cuál es la condición?”³⁵, el estudiante también debe preguntarse “¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?”³⁶, pero; un problema puede tener una o varias incógnitas, por eso es necesario que se identifiquen muy bien. El estudiante se debe preguntar si la información con la que cuenta es suficiente, insuficiente, redundante (es decir no necesaria) o contradictoria para poder continuar con los siguientes pasos.

El segundo paso es “concepción de un plan”³⁷ esto responde al cómo, de qué manera, qué se debe hacer, qué camino seguir. Se puede concebir el plan una vez se haya comprendido la magnitud del problema de lo contrario esto puede convertirse en una gran dificultad. En esta etapa el estudiante es posible que requiera mucho de la orientación del maestro. El maestro lo debe conducir dándole algunas pistas o pautas para que sea el estudiante por su cuenta sea quien idee ese plan, esa ruta a seguir.

En un tercer momento debe “ejecución del Plan”³⁸ si la elaboración del plan ha sido la correcta, no tiene por qué presentarse problemas en esta etapa. El plan proporciona la ruta a seguir, establece cada paso se debe ejecutar y en qué momento, el estudiante puede ver si el paso es correcto, también debe preguntarse si puede demostrarlo.

El cuarto paso propuesto por Pólya “visión retrospectiva”³⁹ (examinar la solución obtenida) en este paso el estudiante debe preguntarse si puede verificar el resultado, el razonamiento, debe preguntarse si se podría llegar al mismo resultado

³⁵ *Ibíd.*, p.29

³⁶ *Ibíd.*, p. 30

³⁷ *Ibíd.*, p. 30

³⁸ *Ibíd.*, p. 33

³⁹ *Ibid.*, p. 35

de forma diferente, si el procedimiento seguido puede servir para solucionar para resolver algún otro tipo de problema o se puede adaptar para resolverlo

Aun los buenos alumnos, una vez que han obtenido la solución y expuesto claramente el razonamiento, tienden a cerrar sus cuadernos y a dedicarse a otra cosa. Al proceder así, omiten una fase importante y muy instructiva del trabajo.

Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas⁴⁰.

Pólya, recomienda que el docente debe hacer énfasis en que ningún problema, una vez hallada su solución, queda completamente solucionado, siempre hay algo que se puede hacer, pueden existir errores en la solución, en el procedimiento, o puede existir otras formas de solucionarlo.

2.3.4 Modelo de Van Hiele. El modelo diseñado por los Van Hiele establece cinco niveles para el razonamiento geométrico de los estudiantes y que según Gilberto Vargas Vargas y Ronny Gamboa Araya estos niveles son:

La visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior. El modelo de Van Hiele también indica la manera de apoyar a los estudiantes a mejorar la calidad de su razonamiento, pues proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro⁴¹

Cada nivel de conocimiento está claramente caracterizado así:

Nivel 1: El individuo reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura. Puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos

⁴⁰ Ibíd., p. 35

⁴¹ VARGAS VARGAS, Gilberto y GAMBOA ARAYA, Ronny. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. En: Uniciencia. 2013. Vol. 27, 1., p. 81

familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre.⁴²

Como su nombre lo indica es de reconocimiento, el estudiante reconoce la figura por su forma, no reconoce partes ni propiedades de la figura, es capaz de reproducirla y de compararla con figuras del entorno para hacer descripciones, pero no posee un lenguaje geométrico apropiado en el cual se apoye para hacerlo.

Nivel 2: El individuo puede ya reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no puede elaborar definiciones.⁴³

En este nivel el estudiante comienza a discernir las características de los objetos y figuras a través de la observación o la experimentación, clasifica formas, reconoce algunas de sus propiedades y establecen relaciones entre sus propiedades pero no son capaces de relacionar esas propiedades con las propiedades de otras figuras de distintas familias y no posee la capacidad de elaborar una definición coherente de la figura estudiada.

Nivel 3: El individuo determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación. Sigue demostraciones, pero no es capaz de entenderlas en su globalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones. Al no poder realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, el individuo no comprende el sistema axiomático de las Matemáticas. El individuo ubicado en el nivel 2 no era capaz de entender que unas propiedades se deducían de otras, lo cual sí es posible al alcanzar el nivel 3. Ahora puede entender, por ejemplo,

⁴² *Ibíd.*, p. 82

⁴³ *Ibíd.*, p.82

que en un cuadrilátero la congruencia entre ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados opuestos.⁴⁴

En este nivel el estudiante es capaz de describir objetos y figuras de manera completa, comprende definiciones, determina relaciones entre las propiedades de la figura y las propiedades de otras figuras de diferentes familias. En este nivel el estudiante no tiene la capacidad de hacer una secuencia de razonamientos lógicos que justifiquen sus observaciones. El estudiante descubre que puede llegar al mismo resultado partiendo de diferentes premisas.

Nivel 4: En este nivel ya el individuo realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que ya entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas. Comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que le permite entender que se puedan realizar distintas demostraciones para obtener un mismo resultado. Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto grado de razonamiento lógico, obtiene una visión globalizadora de las Matemáticas. El individuo puede desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, percibe la posibilidad de una prueba, sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.⁴⁵

El estudiante logra comprender de manera más competente y formal la geometría pues en este nivel tiene la capacidad de hacer deducciones y demostraciones, descubre que puede llegar al mismo resultado partiendo de diferentes premisas establece teorías geométricas a través de definiciones, teoremas y demostraciones.

Nivel 5: El individuo está capacitado para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría. Capta la geometría en forma abstracta. Este último nivel, por su alto grado de abstracción, debe ser considerado en una categoría aparte, tal como lo sugieren estudios sobre el tema. Alsina, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991) afirman que solo se desarrolla en estudiantes de la Universidad, con una buena capacidad y preparación en geometría.⁴⁶

⁴⁴ *Ibíd.*, p 83

⁴⁵ *Ibíd.*, p 83

⁴⁶ *Ibíd.*, p. 83

El estudiante es capaz de comparar diferentes sistemas deductivos y de reconocer la geometría de forma abstracta, logra analizar y comprobar de manera más completa y formal las características y propiedades de las figuras geométricas pues ha alcanzado un avanzado nivel matemático. El estudiante debe pasar por cada uno de estos niveles antes de pasar al siguiente y no es posible omitir ninguno de estos niveles.

En el modelo de Van Hiele se proponen las siguientes fases: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Cada una de ellas tiene sus características es así como en la fase de información se hace una exploración de los presaberes de los estudiantes sobre un nuevo tema.

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor debe identificar los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en cuanto a este. Fouz y De Donosti (2005) citan a Azubel (1978) para respaldar que este es el primer acercamiento a los conocimientos del alumno: "Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averíguese esto y enséñese en consecuencia" (p. 72). Los alumnos deben recibir información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc.⁴⁷

En la fase de orientación dirigida los estudiantes solucionan problemas de manera que los induzcan a encontrar propiedades de los objetos geométricos sin que les informe de manera explícita sobre la existencia de estas.

Se guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes), con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar. Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender.⁴⁸

⁴⁷ *Ibíd.*, p. 84

⁴⁸ *Ibíd.*, p. 84

En la fase explicitación los estudiantes comparten, discuten o describen las propiedades o características sobre el tema tratado usando un lenguaje apropiado con los compañeros y con el profesor.

Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. Los estudiantes tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. Deben aprender y afianzar el vocabulario propio del nivel.⁴⁹

En la fase de orientación libre, mediante la solución de problemas más complejos los estudiantes deben afianzar su conocimiento sobre los temas anteriores. El docente debe permitir que el estudiante encuentre la solución sin su intervención, es decir, el docente no debe ayudar al estudiante en esta fase.

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y, probablemente, más complejos. El profesor debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna.⁵⁰

En la fase de integración trata de hacer una recopilación, de organizar los conocimientos antes adquiridos, es afianzar los conocimientos sobre los temas tratados, no se trata de indagar sobre nuevos conocimientos sino de reafirmar los ya adquiridos. “Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando

⁴⁹ *Ibíd.*,p. 85

⁵⁰ *Ibíd.*,p. 85

estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente”⁵¹

2.3.5 Concepto de Área y Perímetro. Son muchas las definiciones que se pueden usar para determinar el concepto de área; concepto que sin duda es de gran importancia para la enseñanza de las matemáticas en el aula de clase, una de ellas es la del diccionario de la Real Academia de la Lengua RAE “espacio de tierra comprendido entre ciertos límites” pero si se acepta como verdad absoluta esta definición se deja de un lado la aplicación de este concepto a superficies que no representan un espacio de tierra. En la educación primaria se enseña el concepto de área a partir de fórmulas, pero estas fórmulas pueden ser para el estudiante algo carente de significado. Para Jovel y Rodríguez.

El concepto de área es uno de los más básicos y profundos de las matemáticas (Freudenthal, 1983, citado por Turégano, 1989) y su aprendizaje es “un proceso complejo que no puede de ser adquirido inmediatamente” (Carbó, Mántica y Saucedo, 2007). Exige un alto grado de conceptualización tanto de orden geométrico como aritmético (Chamorro, 2003); ahí está la fuente de la mayoría de obstáculos y dificultades que a menudo presentan los estudiantes. Además, el concepto de área es de nivel cognoscitivo superior al de longitud y su apropiación conlleva grandes retos didácticos (Turégano, 1989)⁵²

En sus orígenes se usó para designar un terreno baldío en el cual no había ningún sembrado o cultivo. Marmolejo y González citando a Freudenthal “Freudenthal (1983) por su parte, considera que el principal objetivo educativo en torno al área debe apuntar a la constitución del objeto mental área sin tener la necesidad de llegar al propio concepto matemático”⁵³ de esta manera considera su enseñanza centrada en la diferenciación de los distintos fenómenos que lo caracterizan, se trata de hacer

⁵¹ *Ibíd.*, p. 86

⁵² JOVEL, Danny y RODRÍGUEZ, Milton. Concepción de área en estudiantes de sexto. Universidad del Tolima. 2011, p. 243

⁵³ MARMOLEJO AVENIA, Gustavo Adolfo y GONZÁLEZ ASTUDILLO, María Teresa. El área de las superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la Cuestión. Revista electrónica de la investigación en ciencias. Vol. 10 No.1 Tandil 2015

aproximaciones, de medir con diferentes unidades y subunidades más pequeñas lo que conlleva a una aproximación más exacta. Garcia, y Carrillo definen el área como “una magnitud autónoma propia de las figuras geométricas, no vinculada a la forma, que permite, mediante el uso de unidades, asociarles un número, diferenciando así la superficie del área y de su medida.”⁵⁴

Para Freudenthal según Mántica, Götte y Dal Maso en un artículo titulado Un Camino para la Comprensión del Concepto de Área consideran lo siguiente:

-Repartir equitativamente, aquí incluye situaciones en las que dado un objeto hay que repartirlo, y los distintos modos de realizarlo. Se pueden aprovechar regularidades, realizar estimaciones superponiendo partes e ir equilibrándolas hasta conseguir que éstas queden iguales o medir la cantidad a repartir, dividiendo esta medida entre el número de partes que desea y medir cada una de estas partes;

-comparar y Reproducir, se consideran situaciones para las que hay que comparar dos superficies pero también aquellas en las que se debe realizar una reproducción de una superficie con una forma diferente. Esto puede realizarse por inclusión, si una superficie está contenida en la otra; por transformaciones de romper y rehacer, descompone una superficie en partes y se reorganizan obteniendo figuras de diferente forma pero de igual área; por medio de funciones, cuando las superficies se expresan con fórmulas o cuando a partir de la gráfica es posible obtener una de ellas realizando traslaciones, giros y simetrías hasta superponerlas y,

-midiendo por exhaustión con unidades; por acotación entre un nivel superior e inferior; por transformaciones de romper y rehacer, proceso por el que generalmente se deducen las fórmulas de las figuras geométricas o por medio de relaciones geométricas generales midiendo las dimensiones lineales y aplicando fórmulas para obtener la medida.⁵⁵

Existe la relación entre el área y el perímetro y a menudo tienden a ser confundidas por los estudiantes, también es aceptada la relación a mayor perímetro mayor área y la relación recíproca a mayor área mayor perímetro. Pero existe la posibilidad de

⁵⁴ GARCIA AMADEO, Graciela y CARRILLO, José. Relación entre perímetro y área: en el caso de Patricia y las interacciones. Carmen de Patagones, Argentina, Universidad de Huelva. España

⁵⁵ MÁNTICA, Ana María; GÖTTE, Marcela y DAL MASO, María Susana. Un camino para la comprensión del Concepto de área. Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Humanidades y Ciencias. Argentina, 2005, p. 28

que a mayor perímetro menor área idea que por supuesto no es aceptada inmediatamente y se tenga que acudir a buscar ejemplos para verificarla.

2.3.6 cuadrilátero. El estudio de objetos matemáticos bidimensionales, sus movimientos y transformaciones permite asociar nociones de área y perímetro y a su vez relacionar con sistemas de medida.

Para el caso de estudio de esta investigación se centró en el objeto matemático cuadrilátero.

Una línea poligonal es según Barreto García “Es la figura plana obtenida trazando segmentos no alineados, de modo que dos segmentos consecutivos tengan sólo un extremo común.”⁵⁶

De la misma manera define el polígono “Es la región del plano limitada por una línea poligonal cerrada”⁵⁷ y continua con la definición de cuadrilátero “Es un polígono de cuatro lados.”⁵⁸ Al relacionar definición de línea poligonal con la definición de polígono es posible construir una definición de cuadrilátero como una línea poligonal cerrada de cuatro lados.

Los cuadriláteros tienen cuatro lados, cuatro ángulos y cuatro vértices.

Según Morales Chavez y Majé Floriano 2011 es importante la enseñanza de la matemática desde el principio de la fenomenología. El autor dice: “En este enfoque son muy importantes las situaciones problemáticas planteadas por la introducción y

⁵⁶ BARRETO GARCIA, Julio Cesar. Deducciones de la fórmulas para calcular las áreas de figuras geométricas a través de proceso cognitivos. Universidad Nacional Abierta. Centro local Yaracuy, Área de Matemáticas y Universidad centroccidental Lisandro Alvarado, Departamento de Matemáticas.

⁵⁷ *Ibíd.*

⁵⁸ *Ibíd.*

el desarrollo de los conceptos matemáticos. Por ejemplo, por medio de las figuras geométricas como triángulo, paralelogramo, rombo o cuadrado se tiene éxito organizando el mundo de los fenómenos de los contornos y las formas.”⁵⁹

Lo anterior indica la importancia para el desarrollo de conceptos matemáticos a partir de figuras como el triángulo, el paralelogramo, rombo o cuadrado.

Morales Chaves y Maje Floriano hacen una recopilación de definiciones de cuadrilátero, rectángulo, cuadrado, rombo, romboide, trapecios (escaleno, rectángulo, isósceles) y trapezoides (simétrico, asimétrico) citando autores como Clemens S., O’Daffer P., Cooney T. (1998, pp. 258-301); Alvares E. (2003, pp. 37-49); Baldor, A. (1981, pp. 81-87) y Cifuentes J., Salazar F. (2010, pp.161-165)

Continúa Chaves Morales con la definición de cuadrilátero:

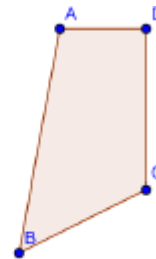
Cuadrilátero:

1. Cuadrilátero: es un polígono de cuatro lados, cuatro vértices y cuatro ángulos interiores.

En donde A, B, C, D Son los vértices

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$, son los lados

$\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$, son los ángulos



⁵⁹ MORALES CHAVES, Cesar Augusto y MAJÉ FLORIANO, Ramón. Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación a la enseñanza de cuadriláteros. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Ciencias de la Educación. Universidad de la Amazonía. Facultad de Ciencias de la Educación, Programa de Maestría en Ciencias de la Educación. Florencia. 2011, p. 55

2. Lados opuestos: son los que no tienen ningún vértice en común; en la Fig., son pares de lados opuestos.

$$\overline{AB} \text{ y } \overline{CD}; \overline{AD}; \overline{BC}$$

3. Lados consecutivos: son los que tienen un vértice común.

$$\overline{AB} \text{ y } \overline{AD}; \overline{BC} \text{ y } \overline{CD}$$

$\overline{BC} \text{ y } \overline{AB}; \overline{AD} \text{ y } \overline{CD}$ Son pares de lados consecutivos.

4. Vértices y ángulos opuestos: vértices opuestos son los que no pertenecen a un mismo lado. Ángulos opuestos son los que tienen vértices opuestos.

A y C; B y D son pares de vértices opuestos.

5. Suma de ángulos interiores: la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero vale cuatro ángulos rectos.

6. Diagonales desde un vértice: desde un vértice de un cuadrilátero solo se puede trazar una diagonal.

7. Número total de diagonales: el número total de diagonales que se pueden trazar en un cuadrilátero, es 2.

61

8. Clasificación de los cuadriláteros: Los cuadriláteros convexos se clasifican en paralelogramos, trapecios o trapezoides, atendiendo al paralelismo de los lados opuestos.

Teoremas

- Todo cuadrilátero convexo que tiene sus lados opuestos iguales es un paralelogramo.
- Todo cuadrilátero convexo que tiene sus ángulos opuestos iguales es un paralelogramo.

Paralelogramos: son cuadriláteros que tienen sus dos pares de lados opuestos paralelos. Se clasifican en: rectángulos, cuadrados, rombos y romboides.

Propiedades de los paralelogramos:

- Todo paralelogramo tiene iguales sus lados opuestos.
- Todo paralelogramo tiene iguales sus ángulos opuestos.
- Dos ángulos consecutivos de un paralelogramo son suplementarios.
- Las diagonales de un paralelogramo se cortan en sus puntos medios. ⁶⁰

2.4 COMPONENTE DIDÁCTICO

2.4.1 Secuencia didáctica. “Las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos.”⁶¹

Según la cita anterior una secuencia didáctica es una serie de actividades programadas de forma organizada y estrechamente relacionadas para lograr una meta propuesta. “En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas”⁶². Las secuencias didácticas favorecen el desarrollo de competencias en los estudiantes y ayudan a que la labor del docente no se centre en la enseñanza de contenidos.

Una secuencia didáctica se puede diseñar para desarrollar toda una asignatura o parte de ella, lo que no es recomendable es el diseño de una secuencia didáctica

⁶⁰ Ibid.,p. 60,61

⁶¹ TOBÓN TOBÓN, Sergio; PIMIENTA PRIETO, Julio H. y GARCIA FRAILE, Juan Antonio. Secuencias didácticas, aprendizaje y evaluación de competencias. Pearson Educación. México. 2010, P.20

⁶² Ibid., p. 20

para el desarrollo de una sola clase. “Una secuencia didáctica se puede hacer para toda la asignatura o módulo o para cada una de sus partes componentes.”⁶³

2.4.2 ¿Qué es GeoGebra? “Ponemos en las manos de los estudiantes y profesores de todo el mundo el software líder mundial de matemáticas dinámicas y sus recursos asociados”⁶⁴ así presenta la organización GeoGebra su valiosa creación.

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar. GeoGebra es también una comunidad en rápida expansión, con millones de usuarios en casi todos los países. GeoGebra se ha convertido en el proveedor líder de software de matemática dinámica, apoyando la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM: Science Technology Engineering & Mathematics) y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje en todo el mundo.”⁶⁵

GeoGebra es un software de geometría dinámica (SGD) que está disponible en forma gratuita para fines educativos y no comerciales. Este software facilita el trabajo de la geometría a los estudiantes en cuanto se pueden hacer construcciones para verificar sus propiedades y transformaciones.

“Los programas (software) para matemáticas pueden catalogarse en dos: 1) los Sistemas de Álgebra Computacional (CAS, en inglés) y 2) los Sistemas de Geometría Dinámica (DGS); GeoGebra rescata lo mejor de ambos, en un entorno amigable...”⁶⁶

⁶³ *Ibíd.*, p. 64

⁶⁴ PORTAL WEB, INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE. 2016

⁶⁵ *Ibíd*

⁶⁶ MORA ARROYO, Oscar Mauricio y VILLAMIL RAMÍREZ, Boris Alejandro. Diseño y validación de objetos de aprendizaje realizado en GeoGebra para el aprendizaje de funciones reales en matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, sede Palmira, Facultad de ingeniería y administración. Departamento de diseño. 2012, p. 103.

2.4.3 Estrategia Interactiva GeoGebra. Una estrategia didáctica es el conjunto de situaciones y experiencias mediante el cual el docente diseña su quehacer pedagógico para que sus estudiantes construyan conocimiento, es una herramienta de apoyo en la actividad pedagógica que el docente debe manejar para lograr los objetivos y metas propuestas.

Una estrategia interactiva es aquella estrategia didáctica que involucra las tecnologías de la información y la comunicación para su desarrollo y para este caso en particular se usó el software de geometría dinámica GeoGebra como herramienta de apoyo en la actividad pedagógica de la enseñanza de la geometría.

2.5 MARCO LEGAL

El marco legal para este proyecto de investigación se fundamenta en las normas que rigen el estado colombiano y específicamente en el artículo 67 de la Constitución Política de 1991.

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura. El estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación y será obligatoria entre los 5 a los 15 años de edad y comprenderá como mínimo un año de preescolar y 9 de educación básica.⁶⁷

El estado colombiano debe garantizar el proceso educativo y proteger los derechos de sus ciudadanos, al igual que el gobierno escolar y la sociedad porque la educación es un derecho fundamental de todos los colombianos. En la ley 115 de 1994 o ley general de la educación en el artículo 5° se establecen los fines de la

⁶⁷

educación de conformidad con el artículo 67 de la Constitución nacional. La ley 115 en el artículo 11 Define los niveles de la educación formal la educación formal en tres niveles y el inciso b del mismo artículo define que para que la educación básica tendrá una duración de 9 grados y se desarrollará en dos ciclos: educación básica primaria de cinco (5) grados y la educación básica secundaria de cuatro (4) grados. La ley 115 de 1994

Artículo 19: Definición y duración. La educación básica obligatoria corresponde a la identificada en el artículo 356 de la Constitución Política como educación primaria y secundaria: comprende 9 grados y se estructura estructurará en torno a un currículo común; conformado por las áreas fundamentales del conocimiento y de la actividad humana⁶⁸

La ley 115 de 1994 en el artículo 23 establece las áreas obligatorias y fundamentales para el logro de los objetivos de la educación básica y las matemáticas forman parte de ellas.

68

3. METODOLOGÍA

3.1 ENFOQUE CUALITATIVO

3.1.1 Investigación cualitativa. Se trata de investigar una problemática que enfrenta un grupo social en donde el investigador se involucra con el grupo investigado para obtener la información de primera fuente, haciendo a un lado prejuicios y creencias y a su vez tratando de no cambiar el comportamiento del grupo con su presencia.

Según Tylor y Bogdan “La investigación cualitativa es inductiva. Los investigadores desarrollan conceptos, intelecciones partiendo de pautas de los datos, y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidos.”⁶⁹

Según lo anterior en la investigación cualitativa se sigue un diseño investigación flexible, sujeto a cambios, que permite reorientar en cualquier momento la investigación, de acuerdo con lo que el investigador logre comprender a partir de la información recolectada.

La investigación cualitativa es holística considerando como un todo su objeto de investigación, es entender la investigación como un proceso donde se integran múltiples variables en forma organizada.

“En la metodología cualitativa el investigador ve el escenario y a las personas en una perspectiva holística: las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo.”⁷⁰

⁶⁹ TAYLOR, S.J. y BOGDAN, R., Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Ediciones Paidós, Ibérica S.A. 1987 p. 20

⁷⁰ Ibíb., p. 20

En la investigación cualitativa se involucran dentro del grupo objeto de la investigación para que sus miembros no los vean como invasores de su territorio sino como parte de ese grupo con el fin de contrarrestar los efectos que su sola presencia cause dentro del grupo. “los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio. Se ha dicho que ellos son naturalistas. Es decir que interactúan con los informantes de modo natural y no intrusivo”⁷¹

El investigador trata de ver las cosas desde el punto de vista de la persona objeto de su estudio. “Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas”⁷², para esto es importante que el investigador de deje a un lado sus prejuicios. “El investigador cualitativo suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones”⁷³, todo punto de vista, toda opinión es importante para el investigador “para el investigador cualitativo todas las perspectivas son valiosas. Este investigador no busca la “verdad” o la “moralidad” sino la comprensión detallada de las perspectivas de otras personas”⁷⁴

El aspecto humano y social es muy importante, en la investigación cualitativa esto no se reduce a una simple ecuación estadística. “los métodos cualitativos son humanistas. Los métodos mediante los cuales estudiamos a las personas necesariamente influyen sobre el modo en que las vemos”⁷⁵

A diferencia de los métodos cuantitativos en donde lo más importante es la confiabilidad; los métodos cualitativos se basan en la validez, porque estos permiten estar cerca del mundo empírico, “los investigadores cualitativos dan énfasis a la

⁷¹ Ibid., p. 20

⁷² Ibid., p. 20

⁷³ Ibíb., p. 21

⁷⁴ Ibíb., p. 21

⁷⁵ Ibid., p. 21

validez en su investigación”⁷⁶ en la investigación cualitativa se observa, se escucha y se habla con las personas de esta manera la información obtenida es más valiosa, “observando a las personas en su vida cotidiana, escuchándolas hablar sobre lo que tienen en mente, y viendo los documentos que producen, el investigador cualitativo obtiene un conocimiento directo de la vida social, no filtrado por conceptos, definiciones operacionales y escalas clasificatorias”⁷⁷

Este trabajo se orientó a realizar investigación cualitativa en el aula con estudiantes del grado noveno para determinar el porqué de la problemática detectada, por qué es muy débil en los resultados de las pruebas saber 9 en el área de matemáticas, en lo que se refiere al componente geométrico-métrico y débil en la competencia de razonamiento y argumentación. Al ser docente de aula de la institución y ejercer como docente del área de matemáticas en dicho grado garantizó al menos los accesos a dicha población durante 3 o 4 horas semanales facilitando de esa manera la realización de la intervención y abordar la problemática de forma holística (el todo es mayor que la suma de las partes) al intervenir el grupo como un todo y no mediante la realización de una encuesta a una muestra de esa población.

3.2 DISEÑO METODOLÓGICO

3.2.1 Investigación Acción. Se puede considerar la investigación acción como un conjunto de estrategias que conllevan a mejorar una situación determinada. Según Elliott “el objetivo fundamental de la investigación-acción consiste en mejorar la práctica en vez de generar conocimientos. La producción y utilización del conocimiento se subordina a este objetivo fundamental y está condicionado por él”⁷⁸.

⁷⁶ Ibíd., p. 21

⁷⁷ Ibíd., p. 22

⁷⁸ ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación-acción. Madrid: Morata, 1991, p. 67

La investigación acción es un proceso que involucra al mismo tiempo la investigación, la acción y la reflexión. “Consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema”⁷⁹, para lo cual no se realiza ninguna acción para tratar de cambiar la situación hasta tanto no se tenga una visión profunda del problema que enfrenta.

3.3 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Para este trabajo se toma como referente a Elliott el cual propone el modelo descrito a continuación para el desarrollo de la investigación acción.

Elliott parte del modelo cíclico de Lewin el cual consistía en la elaboración de un plan, ponerlo en marcha y evaluarlo. En el modelo de Elliott aparecen las siguientes fases:

Identificación y aclaración de una idea general

Ésta hace referencia a la identificación del problema que se va a investigar, es importante tener bien definido el objeto de investigación, además en la identificación del problema se debe hacer referencia al lugar donde se está presentando el problema.

Reconocimiento y revisión

Elliott, divide esta etapa en dos: la primera consiste en “describir los hechos de la situación”⁸⁰ en la cual se hace una descripción lo más exacta posible de la situación a cambiar o mejorar. La segunda consiste en “explicar los hechos de la situación”⁸¹ una vez detectados los hechos, surge la necesidad de explicarlos mediante la

⁷⁹ ELLIOTT, J. La investigación-acción en educación. 5 ed. Morata. 2005, p. 24

⁸⁰ ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación-acción. Madrid: Morata, 1991, p. 91

⁸¹ *Ibíd.*, p.92

exploración o el planteamiento de las hipótesis de acción como acciones que hay que realizar para cambiar la práctica.

En esta etapa se busca cuáles son las posibles soluciones al problema que se ha detectado, como se puede intervenir para que la solución no sea traumática, determino cuál es el camino más óptimo a seguir para lograr la solución al problema.

.

Estructuración del plan general

Hay que prestar atención a:

La puesta en marcha del primer paso en la acción.

La evaluación.

La revisión del plan general.

Primero se revisa si el problema inicial, si es un verdadero problema que se está presentando o solo son indicios de otro problema mayor, esto se debe realizar con mucha responsabilidad, porque el éxito de la investigación depende de la forma y la seriedad con la que se aborde cada paso a seguir, luego se define cada acción que se debe realizar para intervenir el problema, que instrumento se deben diseñar para tener el acceso a la información (se puede hacer análisis de documentos, entrevista, observación...), como se debe negociar esos accesos, es decir gestionar los permisos para tener el acceso a la información o solicitar el permiso a la población para realizar la observación (realizar grabaciones, o tomar nota de los eventos), la evaluación de cada acción que se realice debe ser constante y rigurosa, se debe hacer revisión del plan de acción para determinar el siguiente paso o si se deben repetir los pasos anteriores esta se debe hacer constantemente.

3.3.1 Primera fase. Diagnóstico. Identificación de una idea general. Descripción del problema a partir de un diagnóstico. Una vez que se ha identificado el significado del problema centro del proceso de investigación, y habiendo formulado un enunciado del mismo, fue necesario realizar la recopilación de información que permitió un diagnóstico claro de la situación. La búsqueda de información consistió en recoger diversas evidencias que permitieron una reflexión a partir de una gran cantidad de datos. Para ello se aplicó una prueba diagnóstica de conceptos y procedimientos donde se buscó evidencia de cómo los estudiantes en su proceso de razonamiento resuelven problemas geométricos. Esta prueba se construyó teniendo como base los niveles de conocimiento de Van Hiele lo que permitió categorizarlos y definir su nivel previo de conocimiento para diseñar la intervención.

3.3.2 Segunda Fase: Diseño y aplicación de la propuesta de acción. Este plan comienza revisando el problema inicial a la luz de los nuevos diálogos y conversaciones que se gestaron en el proceso investigativo. Se llevó a cabo la construcción o diseño de una secuencia didáctica involucrando las tecnologías de la información y la comunicación, específicamente “GeoGebra” para superar las dificultades relacionadas con el razonamiento en la solución de problemas identificados en la prueba diagnóstica. Se buscó establecer una serie de actividades de aprendizaje donde los estudiantes exploraron conceptos, aquellas nociones previas que tienen sobre un hecho, lo articulen a situaciones problemáticas y de contextos reales.

Desarrollada la secuencia didáctica se elaboró y aplicó una prueba final con el propósito de determinar si las dificultades que fueron identificadas en los estudiantes en la prueba diagnóstica, fueron superadas o si aún persisten, después de la fase de intervención en el aula, la cual se enfocó en contribuir en la superación de las mismas y en fortalecer el proceso de razonamiento matemático. Con base en los resultados de la prueba los estudiantes fueron ubicados en los niveles de conocimiento de Van Hiele.

3.3.3 Tercera fase: Reflexión de la propuesta – Evaluación. Se pretende establecer de qué manera influyó la estrategia didáctica en el fortalecimiento del razonamiento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes a través de la aplicación y desarrollo de situaciones didácticas. La evaluación se hizo en tres momentos: antes (por medio de la prueba diagnóstica), durante (evaluación formativa en la aplicación de la secuencia didácticas) y después (a través de una prueba final, similar a la diagnóstica) de la intervención con el fin de llevar un registro a través de una rúbrica sobre los avances y dificultades detectadas en el proceso de aprendizaje.

3.4 ESCENARIO Y PARTICIPANTES

3.4.1 Población Participante. Esta propuesta se desarrolló en el Colegio Integrado de Cabrera, a estudiantes del grado noveno, el cual lo integran diecinueve estudiantes entre ellos siete niños y doce niñas que oscilan entre las edades de trece a quince años.

3.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

3.5.1 Técnicas de recolección de datos. Para recolectar la información necesaria dentro de la investigación se aplicaron técnicas propias de la investigación cualitativa, específicamente de la investigación acción, que permitieron conocer diversos aspectos del proceso enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas y a su vez las necesidades e intereses de los estudiantes del grado noveno de la institución.

3.5.1.1 La técnica. Es un conjunto de procedimientos que se aplicó para la obtención de información necesaria en el proceso investigativo. Las técnicas son herramientas clave para identificar el problema que se presenta y a su vez la eficacia de las alternativas de solución. Rojas Soriano, (1996-1997) refiere a las técnicas e

instrumentos, lo siguiente: “Que el volumen y el tipo de información-cualitativa y cuantitativa- que se recaben en el trabajo de campo deben estar plenamente justificados por los objetivos e hipótesis de la investigación, o de lo contrario se corre el riesgo de recopilar datos de poca o ninguna utilidad para efectuar un análisis adecuado del problema”⁸². En opinión de Rodríguez Peñuelas, (2008-10) las técnicas, son los medios empleados para recolectar información, entre las que destacan la observación, cuestionario, entrevistas, encuestas.

Una investigación requiere de un objeto claro y adecuado de estudio, un buen planteamiento de la situación a solucionar y de la definición del método que se utilizará para llevar a cabo dicha investigación. De igual manera es necesario seleccionar técnicas y herramientas que contribuyan al investigador a acercarse a los hechos.

3.5.1.2 Taller. El uso de esta estrategia de recolección y análisis permitió recolectar información importante para el desarrollo de la investigación, su uso representa un alto compromiso de los actores involucrados.

3.5.1.3 Secuencia didáctica. Es una serie de actividades organizadas mediante un orden específico y que se relacionan entre sí con el fin de lograr los objetivos de aprendizaje planteados sobre un conjunto de contenidos.

“La secuencia de aprendizaje responde fundamentalmente a una serie de principios que se derivan de una estructura didáctica (actividades de apertura, desarrollo y cierre) y a una visión que emana de la nueva didáctica: generar procesos centrados en el aprendizaje, trabajar por situaciones reales, reconocer la existencia de

⁸² ROJAS SORIANO. 1996, citado por: RUIZ MEDINA, Manuel Idelfonso. Políticas públicas en salud y su impacto en el seguro popular en Culiacán, Sinaloa, México. Tesis Doctoral. Culiacán, Rosales, Sinaloa, Universidad Autónoma de Sinaloa. Facultad de Contaduría y Administración. División de Estudios de Postgrado. 2011, P.169

diversos procesos intelectuales y de la variada complejidad de los mismos (D'Hainaut, 1985)⁸³

“La construcción de una secuencia tiene como punto de partida una serie de aspectos formales que emanan del plan de estudios, pero particularmente del programa en el que inscribe. Puede ser materia, asignatura, módulo, unidad de aprendizaje o la denominación que el currículo establezca para el trabajo docente.”⁸⁴

La estructura de la secuencia se integra con dos elementos que se realizan de manera paralela: la secuencia de las actividades para el aprendizaje y la evaluación para el aprendizaje inscrita en esas mismas actividades, las que es conveniente que encuentren sentido a través de un problema eje o un proyecto que permite organizar la estructura de secuencias que se desarrollan en un curso y contar con elementos para realizar evaluación en su dimensión formativa y sumativa.⁸⁵

3.5.1.4 Observación participante. Según SANDOVAL CASILIMAS, “...se caracteriza por realizar su tarea desde “adentro” de las realidades humanas que pretende abordar...” ... es la principal herramienta de la etnografía y se apoya para registrar sus “impresiones” en el llamado diario de campo”⁸⁶ Continúa Sandoval Casilimas:

la observación participante emplea para definir el problema de investigación con referencia a la vida cotidiana de las personas, una estrategia flexible de apertura y cierre. Esto quiere decir que puede comenzar con un problema general, para más tarde definir unos escenarios específicos de análisis. O puede, en cambio, iniciar con un escenario cultural o situación humana, para de allí generar problemas que se convierta en objetos de investigación.⁸⁷

La observación participante permitió identificar actitudes y comportamientos de los estudiantes al momento de desarrollar un trabajo o en busca de la

⁸³ D'Hainaut, 1985. Citado por: DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de Aprendizaje. ¿un problema del enfoque de competencias o un encuentro con perspectivas didácticas?. En: Profesorado. Revista del currículum y formación del profesorado. Vol. 17 No 3. 2013, p. 18

⁸⁴ *Ibíd.*, p. 18

⁸⁵ *Ibíd.*, p. 20

⁸⁶ SANDOVAL CASILIMAS, Carlos Arturo. Investigación Cualitativa. Programa de especialización en teoría y métodos y técnicas de investigación social Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior ICFES. Bogotá. 1996 P. 140

⁸⁷ *Ibíd.*, p. 140

solución de un problema, además ayudó a identificar pequeños grupos dentro del grupo.

3.5.1.5 Registro fotográfico. “El uso de la fotografía como registro se encuentra todavía tratando de lograr su legitimación; algunos investigadores aún refieren este registro como una “innovación” o como una forma auxiliar o secundaria de registro.”⁸⁸ Fue usada en esta investigación con el propósito de capturar momentos dentro del desarrollo de las actividades.

3.5.2 INSTRUMENTOS. En IAP. El instrumento es muy importante porque permite la recolección, el análisis y la conservación de la información. Este conjunto de medios permite hacer registro de los acontecimientos, vivencias, trabajos desarrollados y desempeño de los actores dentro de la investigación para que posteriormente sean analizados y almacenados para su conservación.

3.5.2.1 Diario de campo. Según SANDOVAL CASILIMAS, “...este no es otra cosa que un registro continuo y acumulativo de todo durante la vida del proyecto de investigación.”⁸⁹ El uso de este instrumento dentro de la presente investigación permitió un mejor análisis de la información al comparar la información recolectada con la obtenida con otros instrumentos.

3.5.2.2 La rúbrica.

Una rúbrica es un instrumento cuya principal finalidad es compartir los criterios de realización de las tareas de aprendizaje y de evaluación con los estudiantes y entre el profesorado. La rúbrica, como guía u hoja de ruta de las tareas, muestra las expectativas que alumnado y profesorado tienen y comparten sobre una actividad o varias actividades, organizadas en diferentes niveles de

⁸⁸ AUGUSTOWSKY, Gabriela. El registro fotográfico en la investigación educativa, Cap. 5. p.162.

⁸⁹ SANDOVAL CASILIMAS, Carlos Arturo. Investigación Cualitativa, p.140

cumplimiento: desde el menos aceptable hasta la resolución ejemplar, desde lo considerado como insuficiente hasta lo excelente.⁹⁰

En esta investigación este instrumento fue usado para el análisis de la información recolectada en prueba diagnóstica y prueba final y permitió hacer la triangulación entre dichas pruebas.

3.5.2.3 Datos fotográficos. “En este caso la toma de fotografías se utiliza como un medio para la recolección de información durante el trabajo de campo. Se trata de un modo de registro, una manera de levantar, de capturar datos de la empiria.”⁹¹ el registro fotográfico obtenido durante el desarrollo de la investigación sirvió para apoyar el análisis de la información obtenida mediante otros instrumentos.

3.5.2.4 Grabación de audio y Video. El uso de la tecnologías de audio y video para el desarrollo de la investigación fue muy importante porque permitió la captura de la información sobre el desarrollo de las actividades y realizar el análisis de esta información posteriormente, pero las grabaciones de video también tiene sus desventajas “En el caso de la grabación de clases los mayores interrogantes son tal vez hasta qué punto la presencia de una cámara puede alterar el ritmo de la clase y qué aspectos podemos realmente captar a través de una grabación”⁹² además los videos se tienen que transcribir y realizar este proceso exige del investigador grandes cantidades de tiempo.

⁹⁰ ALISMA MASMITJÀ, Josep, et al. Rúbricas para la evaluación de competencias. En: cuadernos de docencia universitaria 2b. Ediciones Octaedro. Universidad de Barcelona. 2013, p 8

⁹¹ AUGUSTOWSKY, Gabriela. El registro fotográfico en la investigación educativa, Cap. 5. p.162.

⁹² GUTIERREZ QUINTANA, Esther. Las Observaciones En Video De Las Secuencias Didácticas Como Instrumento De Observación, Análisis y Reflexión Para La Evaluación Y Autoevaluación De La Práctica Docente. Instituto Cervantes de Varsovia. p. 614

3.6 ANALISIS DE RESULTADOS

Se realizó el análisis y se categorizó las respuestas dadas por los estudiantes en la prueba diagnóstica y en la prueba final. La categorización se realizó teniendo en cuenta el marco teórico de VAN HIELE y los niveles de conocimiento de dicha teoría, con el fin de determinar el fortalecimiento del proceso de razonamiento en la resolución de problemas.

Fue necesario hacer la triangulación entre los resultados del diagnóstico, el análisis de pruebas saber y la observación del docente, esta triangulación consistió en la comparación de los resultados teniendo como criterio la pertinencia y relevancia para el proceso de investigación. Según Francisco Cisterna Cabrera en el ensayo titulado, Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa, para el Departamento de Ciencias de la Educación, Facultad de Educación y Humanidades. Universidad del Bío, Bío, Chillán. Publicado en la revista *Theoría* Vol. 14 (1): 61-71, 2005, el proceso de triangulación hermenéutica es “la acción de reunión y cruce dialéctico de toda información al objeto de estudio surgida en una investigación por medio de instrumentos correspondientes, y que en esencia constituyen el corpus de resultados de la investigación”⁹³. Para aplicar la triangulación fue necesario haber recolectado la información mediante los diferentes instrumentos, luego se clasificó para determinar lo que servía o no para la investigación, o lo que se podía desechar, porque no era relevante, este proceso sirvió para poder llegar a unas conclusiones.

⁹³ CISTERNA CABRERA, Francisco. Categorización y Triangulación Como Procesos De Validación Del Conocimiento En Investigación Cualitativa. *Revista Theoría* Vol. 14 (1): 61-71, 2005, p. 68

3.7 CRITERIOS ÉTICOS

Según Mckernan⁹⁴, constata que toda investigación debe contar con criterios éticos para mantener su objetividad, para ello esta propuesta se basa en los siguientes:

- Todos los afectados por un estudio de investigación – acción tiene derecho a ser informado, comunicados y aconsejados, acerca del objeto de investigación.
- La investigación acción debe obtener el permiso de los administrativos, padres de familia y otros implicados.
- El investigador es el responsable de la confidencialidad de los datos.
- Los investigadores están obligados a llevar un registro de la investigación para que cualquier persona que los solicite tenga constancia de estos.
- El investigador debe informar periódicamente el avance del proceso.
- El investigador tiene el derecho de comunicar el proyecto completo

⁹⁴ Mckernan, J. Investigación-acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p.44

4. ANALISIS E INTERPRETACIÓN E LOS RESULTADOS

4.1 ANALISIS DE LA PRUEBA DE ENTRADA

Las preguntas de la prueba de entrada son una adaptación de preguntas de las Pruebas Saber 9° 2013, conservando la estructura original con cuatro opciones de respuesta con una respuesta correcta pero agregándole otras preguntas enfocadas a determinar cómo está razonando el estudiante. Esta prueba se aplicó a 19 estudiantes del grado noveno del colegio integrado Cabrera, el día 16 de mayo de 2017 y tuvo una duración de 2 horas. Para garantizar la confidencialidad de las respuestas a cada estudiante se le asignó un código que solamente era conocido por el investigador y el estudiante.

Matriz de procesos distintivos de los procesos de razonamiento en cada nivel descrito por Gutiérrez y Jaime (1998)⁹⁵

Tabla 1 Atributos distintivos de los niveles de Van Hiele

Atributos distintivos de cada uno de los procesos de razonamiento de cada uno de los niveles de Van Hiele				
Proceso	Nivel 1 Visualización	Nivel 2 Análisis	Nivel 3 clasificación	Nivel 4 Deducción formal
Reconocimiento y descripción	Atributos físicos (posición y tamaño)	Propiedades matemáticas	-----	-----

⁹⁵ GUTIERREZ y JAIME. Citado por ARAVENA DIAZ, Maria y CAAMAÑO ESPINOSA, Carlos. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile, p. 148

Uso de definiciones	-----	Definiciones con Estructura simple	Definiciones con estructura Matemática compleja	Aceptar definiciones equivalentes
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades Necesarias suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones
Clasificación	Exclusiva basada en atributos físicos	Exclusiva basada en atributos matemáticos	Clasificar con diferentes definiciones (exclusiva e inclusiva)	-----
Demostración	-----	Verificación con ejemplos Demostraciones empíricas	Demostraciones lógicas informales	Demostración matemática formal

Tabla 2 Niveles de razonamiento y características Gutiérrez y Jaime (1996)⁹⁶

Niveles de razonamiento y características	
niveles	características
Nivel 1 Reconocimiento o visualización	Es el nivel más elemental del razonamiento, los estudiantes perciben las figuras geométricas en su totalidad, pudiendo incluir atributos irrelevantes en las descripciones que hacen. Los reconocimientos, clasificaciones o clasificación de las figuras que realizan se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.

⁹⁶ *Ibíd.*, 149

Nivel 2 Análisis	Es en este nivel donde se presenta por primera vez un tipo de razonamiento que podría llamarse matemático. Los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar propiedades a partir de la observación y la manipulación.
Nivel 3 Clasificación	En este nivel los estudiantes pueden entender que unas propiedades pueden deducirse de otras y adquieren la habilidad de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras. Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y de dar definiciones matemáticas.
Nivel 4 Deducción formal	El estudiante logra la capacidad de razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que está estudiando. Esto les permite realizar demostraciones de aquellas propiedades que antes habían “demostrado informalmente” como también descubrir y demostrar nuevas propiedades.
Nivel 5 Rigor	En este nivel el estudiante debe trabajar sistemas axiomáticos distintos del usual, transferencias de conocimientos a otros sistemas. Gutiérrez y Jaime (1996) plantean que existe una posición de escepticismo respecto a la validez de las características del quinto nivel y la poca probabilidad de testarlas.

Tabla 3. Descriptores prueba de entrada

Descriptores	ítems
Visualización	1, 7 ,12
Análisis	2,3,4,6,7,8,9,11
Clasificación	5
Deducción formal	10
Rigor	0

A cada estudiante que participó en la investigación le fue asignado un código de identificación el cual solo era conocido por el investigador y el estudiante, estos códigos se relacionan a continuación:

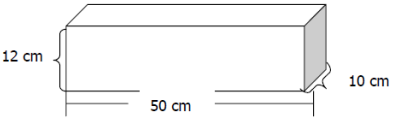
M021A, M032B, M043C, H027G, H037G, H042L, H053M, M064N, H065O, M077Q, H079S, H082V, M087Q, M099S, M100T, M110T, M122V Y M132V.

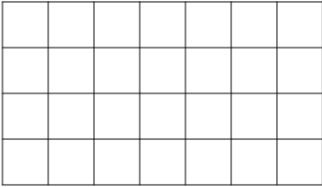
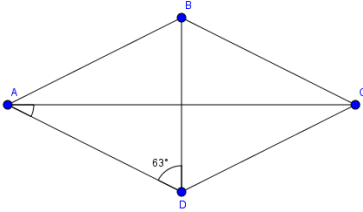
A los niveles de Van Hiele se les asignó un código de la siguiente manera.

1 Visualización (V), 2 Análisis (A), 3 Clasificación (C), 4 Deducción Formal (D) y 5 Rigor (R)

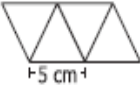
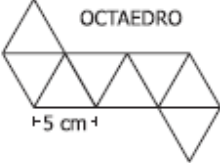
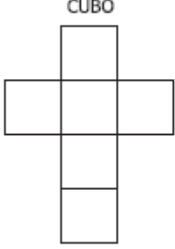
Tabla 4. Rúbrica prueba diagnóstica

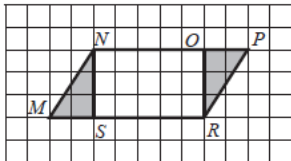
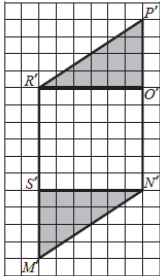

RÚBRICA PARA EVALUAR LA PRUEBA DIAGNÓSTICA A LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA									
pregunta	ÍTEM	CRITERIOS VALORADOS Niveles de razonamiento y características	ESTUDIANTE	NIVELES VAN HIELE					
				1	2	3	4	5	
1	<p>Juan y Luis observaron en un afiche promocional las siguientes figuras y decidieron hacer una apuesta, Juan decía que solo habían dos rectángulos en la figura mientras que Luis sostenía que habían 4 rectángulos: ¿Quién tiene la razón?</p>  <p>A. Juan no tiene la razón porque solamente hay un rectángulo.</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>M032B, M132V, M110T, M100T, M122V, M064N, M087Q, M043C, M021A, H053M, M099S, H079S, M077Q, H027G, H037G,</p>	V					

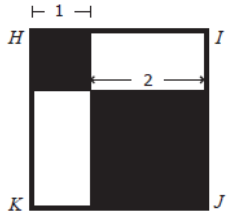
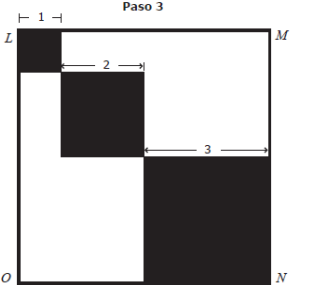
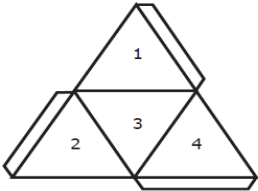
	<p>B. Juan tiene la razón porque solo hay dos rectángulos</p> <p>C. Luis tiene la razón porque hay cuatro rectángulos</p> <p>D. Luis no tiene la razón porque solo hay tres rectángulos.</p> <p>Marque con la letra p las figuras que forman parte de los paralelogramos</p> <p>En la figura anterior no hay solamente rectángulos sino que hay otros polígonos. Escribe el nombre de cada uno de ellos y cuantos hay en la figura. _____</p> <p>Explique cómo llegó la conclusión anterior. _____</p>		H065O, H082V,					
		Respuesta correcta pero sin argumentos que la soporten	H042L,	V				
2	<p>Natalia, compró en San Gil un regalo para su papá, el cual está dentro de una caja que Natalia quiere envolver en un hermoso papel. Las dimensiones de la caja se muestran en la siguiente figura.</p>  <p>La cantidad mínima de papel regalo que Natalia necesita para envolver la caja está entre:</p> <p>A. 500 cm² y 1.000 cm²</p> <p>B. 1.000 cm² y 1.500 cm²</p> <p>C. 1.500 cm² y 1.000 cm²</p> <p>D. 2.000 cm² y 2.500 cm²</p> <p>¿Cuál fue la razón que lo llevó a seleccionar esa respuesta? _____</p>	Respuesta totalmente incorrecta	M100T,M110T, M132V, M032B, M021A, H042L, M099S, M058H, H079S, H027G, H065O, M043C, M087Q, M064N, M122V, H053M, M077Q, H037G, H082V	V				

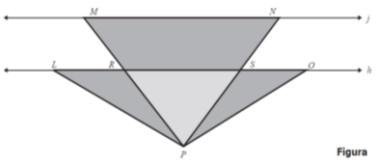
3	<p>Un maestro de construcción enlozó el piso de un salón con baldosas cuadradas de 240cm de perímetro. Una vez terminada la obra el piso del salón quedó como se muestra en la figura.</p>  <p>El dueño de la obra desea conocer el perímetro del salón. De acuerdo con la imagen el perímetro del salón es:</p> <p>A. 1008cm B. 1320cm C. 1080cm² D. 1320cm²</p> <p>¿Por qué seleccionó esa respuesta? _____</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H037G, H027G, M099S, H042L, H053M, M132V, M032B, H082V, M043C, M087Q, M122V, H079S,</p>	V				
	<p>Respuesta correcta pero sin argumentos que la soporten</p>	<p>H065O, M058H, M110T, M021A, M064N</p>	V					
	<p>Respuesta correcta con argumentos válidos pero no lo suficientemente claros</p>	<p>M077Q, M100T</p>	V					
4	<p>Responda las preguntas 4 y 5 teniendo en cuenta la siguiente imagen.</p>  <p>Juanita diseñó la anterior figura para construir su cometa. La diagonal mayor es el doble de la menor y la diagonal menor tiene 40cm largo. Juanita desea calcular ¿cuánto papel necesitará para</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H053M, M021A M064N, H065O, H037G, M027G, M077Q, H079S, M058H, M099S, M100T, M110T, M132V, H082V, M043C</p>	V				
	<p>Respuesta correcta pero</p>	<p>M122V, H042L, M087Q, M032B</p>	V					

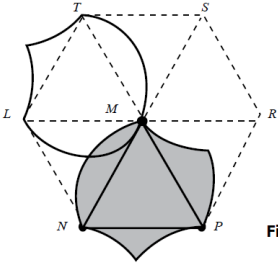
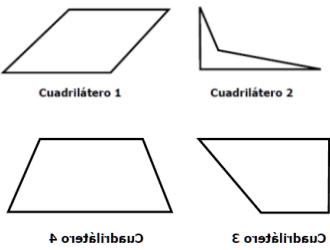
	<p>construir su cometa? La cantidad de papel necesario para construir es:</p> <p>A. 3200cm²</p> <p>B. 1600cm²</p> <p>C. 800cm²</p> <p>D. 2400cm²</p> <p>¿Por qué crees que la opción seleccionada es la respuesta correcta?</p> <p>_____</p>	sin argumentos que la soporten						
5	<p>En el diseño elaborado por Juanita se puede observar que ella calculó uno de sus ángulos, el cual mide 63°. De este diseño se puede deducir que la medida del ángulo $\angle BAC$ es:</p> <p>A. 30°</p> <p>B. 54°</p> <p>C. 27°</p> <p>D. 60°</p> <p>¿Qué principio, teorema, o ley de la geometría tuvo en cuenta para seleccionar esta respuesta? _____</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H053M, M087Q, M043C, H082G, M021A, M132V, M110T, M100T, H0442L, M022S,M058H , H079S, M032B, H027G, H037G, H065O, M122V, M064M</p>	V				
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos que la soporten</p>	<p>M077Q,</p>	V				
6	<p>Los siguientes son planos de algunos poliedros regulares.</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H027G, H065O, M032B, M064N, M122V, H042L, M100T, M110T, M021A,</p>	V				

	<p>TETRAEDRO</p>  <p>OCTAEDRO</p>  <p>CUBO</p>  <p>Acerca del volumen de los poliedros regulares mostrados en los desarrollos anteriores, es correcto afirmar que:</p> <ul style="list-style-type: none"> A. El tetraedro tiene mayor volumen B. El octaedro tiene mayor volumen C. El cubo tiene mayor volumen D. Todos tienen el mismo volumen <p>Con sus palabras describa los motivos que lo llevaron a optar por esa respuesta _____</p>		M043C, H053M					
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos que sustenten la</p>	M077Q, H079S, H082V, M087Q	V				
		<p>Respuesta correcta con argumentos no suficientes</p>	H037G, M058H, M099S, M132V	V				
7	<p>Las figuras 1 y 2 están dibujadas sobre una cuadrícula. La figura 2 se obtuvo aplicando una secuencia de transformaciones a la figura 1, que incluye únicamente ampliaciones, reflexiones con respecto a los ejes horizontal y vertical, reducciones y rotaciones.</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	H082V, M087Q, M021A, M100T, M110T, H042L, H079S, M064N	V				
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes</p>	H053M, M032B, H065O, H037G, H027G, M077Q	V				

	 <p>Figura 1</p>  <p>Figura 2</p> <p>¿Cuál es la secuencia de transformaciones?</p> <p>A. Ampliación, reflexión, reflexión B. Rotación, reflexión, reducción C. Rotación, reflexión ampliación D. Ampliación, rotación, reducción</p> <p>¿Había oído sobre el tema tratado en la pregunta anterior? _____</p> <p>¿Por qué seleccionó esa respuesta? _____</p>	<p>Respuesta correcta pero no tiene claros los conceptos tratados</p>	<p>M043C, M132V, M099S, M122V</p>	<p>V</p>				
		<p>Respuesta correcta y coherencia en sus argumentos</p>	<p>M058H</p>	<p>A</p>				
<p>8</p>	<p>Juanito entró a un salón de una construcción antigua y observó que en los pisos se podían identificar diferentes figuras y una de ellas se ilustra en la siguiente imagen en ella que se pueden observar los tres primeros pasos de una secuencia de construcción de cuadrados:</p> <p>Paso 1</p> 	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>M077Q, H027G, H037G, M032B, M064N, M122V, M099S, M110T, M021A, M043C, M087Q, H082V</p>	<p>V</p>				
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes</p>	<p>H065O, H042L, M100T, M132V, H053M</p>	<p>V</p>				

	<p style="text-align: center;">Paso 2</p>  <p style="text-align: center;">Cuadrado exterior <i>HJK</i></p> <p style="text-align: center;">Paso 3</p>  <p style="text-align: center;">Cuadrado exterior <i>LMNO</i> Figura</p> <p>Si la secuencia continúa, ¿Cuánto mide el lado del cuadrado exterior en el paso 4?</p> <p>A. 8 B. 9 C. 10 D. 12</p> <p>Describe con sus palabras de que trataba la secuencia anterior _____</p>	<p>Respuesta correcta con argumentos válidos</p>	<p>H079S, M058H</p>		<p>A</p>			
<p>9</p>	<p>Andrés diseñó el siguiente plano con el propósito de construir un sólido pero el tiene un problema, “no sabe como se llama los elementos de un sólido” por lo que hay que ayudarlo a que Andrés deduzca cuales son estos elementos.</p>  <p>Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano es correcto afirmar que tiene en total:</p> <p>A. 1 Vértice</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H082V, M110T, M100T, M122V, H027G</p>	<p>V</p>				
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes</p>	<p>H053M, M087Q, M021A, H042L, M099S, H079S, M064N, H065O, M077Q</p>	<p>V</p>				
		<p>Respuesta correcta con</p>	<p>M043C, M132V,</p>		<p>A</p>			

	<p>B. 2 Bases C. 3 Aristas D. 4 caras</p> <p>¿Es suficiente con tu respuesta para que Andrés sepa cómo se llaman los elementos y cuántos tiene el sólido que él diseñó? Si ___ No ____ Por qué? ___</p>	argumentos válidos	M058H, M032B, H037G					
10	<p>En la figura las rectas h y j son paralelas, y los triángulos LPR y OPS son congruentes.</p>  <p>Figura</p> <p>Con la afirmación anterior No es correcto afirmar que:</p> <p>A. $\frac{PR}{PM} = \frac{PS}{PN}$. B. $RP = SO$. C. $\frac{PM}{PN} = \frac{PR}{PS}$. D. $MR = NS$.</p> <p>Describe las razones por las cuales optó por esa respuesta ____</p>	Respuesta totalmente incorrecta	H027G, H065O, M032B, M043C, H082V	V				
	Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes o sin argumentos.	M077Q, M064N, M122V, H079S, H042L, M100T, M021A, M087Q, H053M	V					
	Respuesta correcta con argumentos válidos	H037G, M58H, M110T, M132V,	A					
11	<p>En la figura aparecen, ubicadas sobre un hexágono rectangular LTSRPN, una región sombreada y la imagen que resulta de aplicarle a esta región un movimiento.</p>	Respuesta totalmente incorrecta	H082V, M087Q, M043C, M021A, M132V, M110T, H079S, M064N, H065O, H037G, H027G, M077Q	V				

	 <p>Figura</p> <p>¿Cuál de los siguientes movimientos se le aplicó a la región sombreada?</p> <p>A. Una reflexión sobre \overline{LR}. B. Una rotación de 120° con centro en M. C. Una reflexión sobre \overline{NS}. D. Una rotación de 30° con centro en L.</p>	<p>Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes o sin argumentos.</p>	<p>H053M, M100T, H042L, M058H, M032B</p>	<p>V</p>			
		<p>Respuesta correcta con argumentos válidos</p>	<p>M099S, M122V</p>	<p>V</p>			
<p>12</p>	<p>A continuación se presentan cuatro cuadriláteros</p>  <p>¿Cuál de los anteriores cuadriláteros tienen exactamente un ángulo recto y al menos un par de lados paralelos?</p> <p>A. Cuadrilátero 1 B. Cuadrilátero 2 C. Cuadrilátero 3 D. Cuadrilátero 4</p> <p>Marque con la letra C las figuras cóncavas y con la letra X las figuras convexas</p>	<p>Respuesta totalmente incorrecta</p>	<p>H065O, M032B, M064N, M122V, H079S, M099S, M058H, M100T, M110T, M021A, M043C, M087Q, H082V</p>	<p>V</p>			
		<p>Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes o sin argumentos.</p>	<p>M077Q, H027G, H042L, M132V, H053M</p>	<p>V</p>			
		<p>Respuesta correcta con argumentos válidos</p>	<p>H037G</p>		<p>A</p>		
		<p>No reconoce las figuras</p>	<p>M077Q, H027G, H037G,</p>	<p>V</p>			

	¿Por qué seleccionó esa respuesta?_____	convexas y cóncavas	H065O, M032B, M064N, M122V, H079S, M099S, M058H, H042L, M100T, M110T, M132V, M021A, M043C, M087Q, H053M, H082V					
--	---	---------------------	--	--	--	--	--	--

Tabla 5 Características y tipos de respuesta según Jaime (1993, c.p. Corberán et al., 1994, pp. 107-108) citado por Maguiña (2013)⁹⁷

Tipo 1	Ítems sin respuesta, con respuestas no codificadas o con respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de conocimiento.
Tipo 2	Respuestas matemáticamente incorrectas y muy incompletas, en las que se reconocen inicios de utilización de cierto nivel de razonamiento.
Tipo 3	Respuesta matemáticamente correcta pero muy incompleta, en las que se reconocen inicios de cierto nivel de razonamiento. Se trata de respuestas muy breves y pobres, sin errores matemáticos.
Tipo 4	Respuestas que reflejan claramente características de dos tipos de niveles de razonamiento consecutivos. Esta es la situación más típica de los alumnos en transición de nivel. Las respuestas pueden ser matemáticamente correctas o incorrectas, pero deben ser bastante completas.

⁹⁷ MAGUIÑA ROJAS, Albert. Una propuesta Didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros basada en el Modelo Van Hiele, 2013, p. 29

Tipo 5	Respuestas bastante completas pero matemáticamente incorrectas, que reflejan la utilización predominante de un nivel de razonamiento. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen una línea de trabajo que no lleva a la solución del problema planteado pero cuyos procesos de razonamiento son válidos.
Tipo 6	Respuestas bastante compleja y matemáticamente correctas que reflejan claramente la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas, pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema totalmente, porque ha “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, porque tiene pequeños errores etc.
Tipo 7	Respuestas matemáticamente correctas y completas que reflejan claramente la utilización de un nivel de razonamiento determinado.

Fuente: Maguiña Rojas Albert

Tabla 6. Ponderación según niveles de Van Hiele (Gutiérrez y Jaime)

Tipos de respuesta según conocimiento matemático, grados de adquisición y ponderación en cada nivel⁹⁸.

Tipo de respuestas	Conocimiento y precisión matemática (definiciones, propiedades, teoremas, procesos, argumentos, comunicación, demostración,...)		Grado de adquisición	ponderación
	incorrecto	correcto		
Tipo 1	Su respuesta es no codificable o no contesta		nulo	0

⁹⁸ARAVENA DIAZ, Maria y CAAMAÑO ESPINOSA, Carlos. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile, p. 152

Tipo 2	Respuesta inconsistente y muy incompleta			20
Tipo 3		Respuesta muy incompleta breve y pobre, aunque muestra indicios de cierto nivel de razonamiento	bajo	25
Tipo 4		Respuesta que refleja dos niveles de razonamiento. Presentando ideas de distintos niveles que abarca la pregunta	intermedio	50
Tipo 5	Respuesta muy completa, donde predomina un cierto nivel de razonamiento. La incorrección se debe a que contiene algunos errores matemáticos o que sigue alguna línea		alto	75

	de trabajo que no lleva a la solución del problema			
Tipo 6		Respuesta bastante completa, pero no llega a responder el problema totalmente, porque hay “saltos” en el proceso o que faltan argumentos.	alto	80
Tipo 7		Respuesta muy completa. Da solución total al problema.	completo	100

Fuente: adaptación de Aravena Díaz y Camaño Espinosa

Tabla 7 ponderación según el grado de adquisición

De acuerdo con la tabla 6 donde se establece el grado de adquisición y una ponderación para cada tipo de respuesta establecidos en la tabla 5, se diseñó la siguiente tabla, teniendo en cuenta que el mínimo puntaje que un estudiante podía obtener en la prueba de entrada era cero (0) y el máximo mil doscientos (1200) puede establecer los siguientes rangos para los niveles de Van Hiele

Grado de adquisición	Rango	Nivel de Van Hiele
nulo	0 - 240	1

Bajo	241-300	1
Intermedio	301-600	2
Alto	601-900	2
Alto	901-960	3
completo	961-1200	3

Tabla 8 ponderación prueba de entrada.

Tabla de ponderación según tipo de respuesta prueba de entrada

cod	Ítem	Tipo de respuesta							ponderación	adquisición	Nivel
		1	2	3	4	5	6	7			
M021A	1,2,4,5,6,7,8,9,11, 12	x							40	Nulo	1
	3,10		x								
M032B	5,6,8,10, 11, 12	x							125	Nulo	1
	1,2,3,4,7,		x								
	9			x							
M043C	1,4,5,6,8,10,11,12								85	Nulo	1
	2,3,7,										
	9										
H027G	4,5,6,8,9,10,11,12	x							85	Nulo	1
	1,2,3,		x								
	7			x							
H037G	2,4,5,6,8,11	x							135	Nulo	1
	1,3,7		x								
	9,10,12			x							
M058H	2,4,5,6,11,12	x							140	Nulo	1
	1,3		x								
	7,8,9,10			x							
H042L	5,6,8,9,11,12	x							100	Nulo	1
	1,2,3,4,7,10		x								
H053M	4,5,6,7,8,9,11,12	x							80	Nulo	1
	1,2,3,10		x								
M064N	1,2,4,5,6,8,9,11,12	x							60	Nulo	1
	3,7,10		x								

H065O	2,4,5,6,8,9,10,11,12	x								60	Nulo	1
	1,3,7		x									
M077Q	4,5,6,8,9,11,12	x								105	Nulo	1
	2,3,7,10		x									
	1			x								
H087Q	1,2,5,6,7,9,11,12	x								85	Nulo	1
	3,4,10		x									
	8			x								
H079S	4,5,6,7,8,9,11,12	x								80	Nulo	1
	1,2,3,10		x									
M099S	1,4,5,6,8,9,12	x								100		1
	2,3,7,10,11		x									
M100T	1,2,4,5,6,7,8,9,11,12	x								40	Nulo	1
	3,10		x									
M110T	4,5,6,7,8,9,11,12	x								85	Nulo	1
	1,2,3		x									
	10			x								
M122V	5,6,8,9,12	x								140	Nulo	1
	1,2,3,4,7,10,11		x									
M132V	1,4,5,6,8,11,12	x								110	Nulo	1
	2,3,7		x									
	9,10			x								
H082V	2,4,5,6,7,8,9,10,11,12	x								40	Nulo	1
	1,3		x									

La tabla 8 deja ver que el 100% de los estudiantes que contestaron la prueba no superó los 240 puntos del primer rango establecido en la tabla 7, correspondiente a un grado de adquisición Nulo, lo que los ubica en el nivel de Visualización de Van Hiele.

Ilustración 1 Resultados prueba de entrada
Según el tipo de respuesta.



De acuerdo con los datos consignados en la tabla 8 se elaboró la ilustración 1 en donde es posible verificar que el 65% de los estudiantes obtuvieron una respuesta tipo 1, es decir la respuesta es nula o simplemente no respondieron a la pregunta, el 29% es de tipo 2 que es una respuesta incorrecta o muy incompleta y el 6% tipo 3 que es una respuesta muy incompleta, breve, pobre, aunque da indicios de algún tipo de razonamiento, lo anterior de acuerdo con lo definido en la tabla 5.

Pregunta 1. De visualización

La pregunta trataba de que el estudiante identificara los rectángulos de entre otras figuras, solo el estudiante H042L acertó en la respuesta de selección múltiple pero al comparar con las preguntas complementarias se observa que no hay un respaldo argumentativo a esa respuesta.

Marque con la letra p las figuras que forman parte de los paralelogramos.

Los estudiantes no marcaron ninguna de las figuras M087Q, M043C, M021A, M132V, M099S, M064N y M077Q justifican que no saben la respuesta porque no saben que es un paralelogramo. “No sé”, “no me acuerdo”, “no he visto”.

Los estudiantes H027G, H037G, H065O, M032B, M122V, H079S, M058H, H042L, M100T, M110T, H053M, H082V marcaron con la letra p algunas figuras incluyendo figuras que no son paralelogramos lo que indica que no se tiene claro el concepto de paralelogramo.

En la pregunta 1 también se les pedía que escribieran el nombre de cada una de las figuras. M077Q, H027G, H037G, M032B, M064M, M122V, M099S, M058H, M110T, M132V, M021A, M043C, M087Q, nombraron algunos de las figuras pero no las identificaron en su totalidad.

Los estudiantes H065O, H079S, M099S, M058H, H042L, M100T, H053M, H082V justificaron no saber o escribieron nombres de figuras que no estaban.

Explique cómo llegó a la conclusión anterior:

El estudiante M077Q dice una de las figuras al cambiarla de posición queda un rectángulo, eso da indicios de que algo sabe de rotación o traslación de las figuras. Las respuestas de los demás estudiantes son de tipo 1 y 2. Incorrectas y muy incompletas que de acuerdo con las tablas 5 y 6 muestran un grado de adquisición nulo o bajo.

Según se observa en la rúbrica de evaluación el razonamiento frente a la pregunta 1 fue muy deficiente, por no decir nulo, y que según la tabla de caracterización de los tipos de respuesta, son respuestas tipo 1 y 2 por lo que se puede afirmar que el 100% de los estudiantes se encuentran en el nivel de visualización según los niveles de Van Hiele.

Pregunta 2. De análisis

La pregunta trataba de que el estudiante calculara la cantidad de papel que se necesitaba para envolver una caja.

Los 19 estudiantes seleccionaron una respuesta incorrecta, y cuando se le pregunta ¿cuál fue la razón que lo llevó a seleccionar esa respuesta? Los estudiantes M064M, M087Q, H027G, M021A afirman que esa es la respuesta al parecer a partir de una suposición en la que no se evidencia ningún razonamiento matemático. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M100T, M065O, H082V Y M058H no saben o no responden. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M077Q, H037G, M032B, M122V, M110T, M132V, M043C, H079S, M099S, H042L, H053M, realizaron algún tipo de operación matemática para tratar de hallar la respuesta, pero las respuestas obtenidas fueron erróneas. Se necesitaba calcular el área de las seis caras de la caja y eso no fue tenido en cuenta. Se muestra algún tipo de razonamiento inconsistente lo que los clasifica en una respuesta tipo 2.

Pregunta 3. De análisis

Se les pregunta a los estudiantes sobre el perímetro de un salón.

Los estudiantes M110T, M100T, H065O, M058H, M077Q, M021A, M064M, seleccionaron la respuesta correcta pero al observar los argumentos que tuvieron en cuenta para escogerla son inconsistentes, no son claros o simplemente no respondieron. Los clasifica en una respuesta tipo 2

H082V, M032B, M122V, M132V, M043C, H079S, M099S, H042L, H053M, M087Q, H027G, H037G, seleccionaron una respuesta incorrecta y al observar sus

argumentos se puede deducir que no tienen claro el concepto de perímetro, además son muy pobres en sus argumentos los clasifica en una respuesta tipo 2

Pregunta 4. De análisis

Se pregunta por la cantidad de papel que se necesita para elaborar una cometa en forma de rombo.

Los estudiantes M122V, M032B, H042L Y M087Q, seleccionaron la respuesta correcta, y aunque el estudiante H042L dice que multiplicó el valor de la diagonal mayor por la menor, no da razón del porque se debe hacer esa operación para calcular el área, y los otros tres estudiantes dan argumentos muy confusos. Esta respuesta se puede clasificar en una respuesta tipo 2.

Los estudiantes H053M, M087Q, M043C, H082G, M021A, M132V, M110T, M100T, H0442L, M022S, M058H, H079S, M032B, H027G, H037G, H065O, M122V, M064M, seleccionaron una respuesta incorrecta y sus argumentos no son claros o la respuesta seleccionada no concuerda con los argumentos dados. Se puede clasificar la respuesta en respuesta tipo1.

Pregunta 5. De clasificación

Se pregunta sobre uno los ángulos de una figura geométrica en forma de rombo
El estudiante M077Q, seleccionó la respuesta correcta pero no da razón del por qué con sus argumentos, los otros 18 estudiantes seleccionaron una respuesta incorrecta y sus argumentos, son confusos, nulos, o no respondieron. En esta pregunta todos estudiantes dan una respuesta tipo 1.

Pregunta 6 de análisis

La pregunta trataba de determinar el volumen de unos poliedros a partir de sus planos.

Los estudiantes M077Q, H079S, H037G, M058H, M099S, M132V, H082V, M087Q seleccionaron la respuesta correcta pero sus argumentos no son suficientes o simplemente no argumentaron sus respuestas. Su respuesta se puede clasificar en respuesta tipo 1.

Los estudiantes H027G, H065O, M032B, M064N, M122V, H042L, M100T, M110T, M021A, M043C, H053M optaron por una respuesta incorrecta e igualmente sus argumentos no son suficientes o son nulos. Respuesta tipo 1.

Pregunta 7. De visualización y análisis

La pregunta trata de observar la secuencia de transformaciones hechas a una figura.

Los estudiantes H082V, M087Q, M021A, M100T, M110T, H042L, H079S, M064N seleccionaron una respuesta incorrecta y además sus argumentos son incoherentes, nulos o no dan razón del por qué esa respuesta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes H053M, M032B, H065O, H037G, H027G, M077Q, M043C, M132V, M099S, M122V seleccionaron la respuesta correcta pero no tienen claros los conceptos involucrados en la respuesta o no son coherentes en los razonamientos. Respuesta tipo 2.

El estudiante M058H selecciona la respuesta correcta y además sus argumentos son coherentes pero no lo suficientes para contestar la pregunta. “porque la cuadrilla fue rotada y la figura 2 se ve mucho más amplia que la 1” en sus argumentos demuestra que sabe que es rotación y ampliación, pero no de reflexión que es la otra transformación que se le aplicó a la figura. El estudiante escribe la palabra “cuadrilla” en este caso el estudiante pudo referirse a la palabra cuadrícula que formaba parte del enunciado de la pregunta, el uso de este término hace confusa la respuesta. Por lo anterior es posible clasificar esa respuesta como: Respuesta tipo 3

Pregunta 8. De análisis

La pregunta trata de observar una secuencia de cuadrados dentro de otro cuadrado y de determinar el perímetro del cuadrado exterior.

Los estudiantes M077Q, H027G, H037G, M032B, M064N, M122V, M099S, M110T, M021A, M043C, M087Q, H082V, seleccionaron una respuesta incorrecta y sus argumentos no son válidos. Respuesta tipo 1

Los estudiantes H053M, M087Q, M021A, H042L, M099S, H079S, M064N, H065O, M077Q seleccionaron la respuesta correcta pero no la respaldan con los argumentos. Respuesta tipo 1

Los estudiantes H079S, M058H escogieron la respuesta correcta y además la apoyaron con argumentos, aunque muy breves y no responden completamente lo preguntado o porque tienen incoherencias. Respuesta tipo 3.

Pregunta 9. De análisis.

La pregunta trataba de determinar los elementos de un poliedro.

Los estudiantes H082V, M110T, M100T, M122V, H027G, ¿seleccionaron una respuesta incorrecta además no dan razón del por qué? de su respuesta con un argumento válido. Respuesta tipo 1

Los estudiantes H053M, M087Q, M021A, H042L, M099S, H079S, M064N, H065O, M077Q seleccionaron la respuesta correcta pero sus argumentos no son suficientes porque presentan incoherencias y no responden en su totalidad a la pregunta.

Respuesta tipo 1

Los estudiantes M043C, M132V, M058H, M032B, H037G, eligieron la respuesta correcta y la respaldaron con sus argumentos aunque muy breves con respuestas

cortas que responden total o parcialmente lo preguntado pero dan cabida a otras interpretaciones. Respuesta tipo 3.

Pregunta 10. De deducción formal

La pregunta trataba de una demostración aplicando el teorema de Tales.

Los estudiantes H027G, H065O, M032B, M043C, H082V, seleccionaron una respuesta incorrecta y además no se evidencia argumentos que respalden su elección. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M077Q, M064N, M122V, H079S, H042L, M100T, M021A, M087Q, H053M, escogieron la respuesta correcta pero no se evidencia argumentos suficientes, son nulos o no tiene ningún argumento. Respuesta tipo 2

Los estudiantes H037G, M58H, M110T, M132V, seleccionaron la respuesta correcta y se evidencia argumentos muy breves que responden total o parcialmente la pregunta pero dan cabida a otras interpretaciones. Respuesta tipo 3.

Pregunta 11. De Análisis

La pregunta trataba de determinar la transformación realizada sobre una imagen.

Los estudiantes H082V, M087Q, M043C, M021A, M132V, M110T, H079S, M064N, H065O, H037G, H027G, M077Q, seleccionaron una respuesta incorrecta además no dan razón de las transformaciones realizadas y no tienen claro los conceptos involucrados. Respuesta tipo 1

Los estudiantes H053M, M100T, H042L, M058H, M032B, seleccionaron la respuesta correcta pero no tienen claro los conceptos involucrados por lo tanto sus argumentos no respaldan la respuesta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M099S, M122V, seleccionaron la respuesta correcta y sabían que se realizaba una rotación pero sus argumentos son muy pobres, porque no satisfacen en su totalidad lo preguntado y además presenta incoherencias.

Respuesta tipo 2

Pregunta 12. De visualización

Los estudiantes H065O, M032B, M064N, M122V, H079S, M099S, M058H, M100T, M110T, M021A, M043C, M087Q, H082V seleccionaron una respuesta incorrecta y sus argumentos son muy confusos o nulos. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes M077Q, H027G, H042L, M132V, H053M seleccionaron la respuesta correcta pero sin argumentos o con argumentos nulos. Respuesta tipo 1
El estudiante H037G seleccionó la respuesta correcta y explica por correctamente porque no eligió la opción 2 con un argumento válido pero no tiene muy claro la totalidad de los conceptos involucrados. Respuesta tipo 3

En la siguiente tabla se presentan los resultados de los estudiantes en prueba de entrada por pregunta en los niveles de Van Hiele, la letra “V” corresponde al nivel de Visualización y la “A” corresponde al nivel de Análisis.

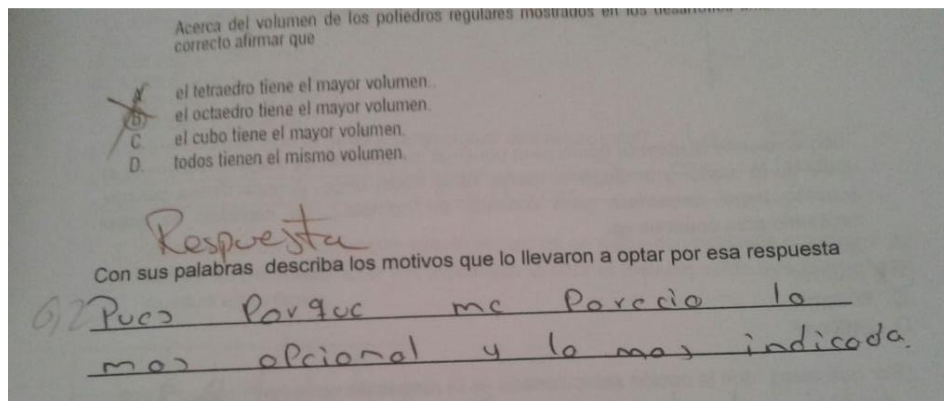
Tabla 9 ponderación según Van Hiele

Pregunta/ estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Nivel Van Hiele
M021A	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M032B	V	V	V	V	V	V	V	V	A	V	V	V	V
M043C	V	V	V	V	V	V	V	V	A	V	V	V	V
H027G	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H037G	V	V	V	V	V	V	V	V	A	A	V	V	V
M058H	V	V	V	V	V	V	V	A	A	A	V	V	V
H042L	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

H053M	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M064N	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H065O	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M077Q	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H087Q	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H079S	V	V	V	V	V	V	V	A	V	V	V	V	V
M099S	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M100T	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M110T	V	V	V	V	V	V	V	V	V	A	V	V	V
M122V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M132V	V	V	V	V	V	V	V	V	A	A	V	V	V
H082V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

Las preguntas conservaron la estructura original de las pruebas implementadas por el ICFES con cuatro opciones de respuesta y una opción correcta, pero agregándole otras preguntas enfocadas a determinar el razonamiento del estudiante. Este tipo de pregunta le dice al estudiante que justifique, explique, ¿que escriba el por qué? de su respuesta y aparecen respuestas como la dada por el estudiante M032B “pues porque me pareció la más opcional y la más indicada” en donde lo que se puede determinar es que el estudiante no tiene conocimiento sobre lo que está tratando. Ver imagen.

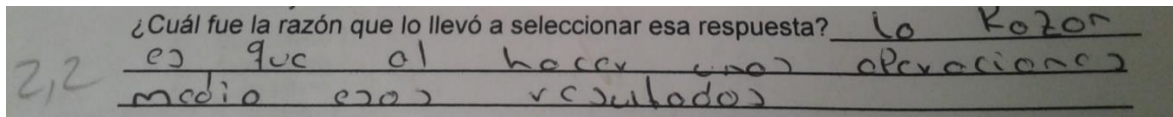
Imagen 5



En el análisis de la prueba se pudo evidenciar que en algunos casos los estudiantes acertaban en la respuesta de selección múltiple, pero cuando se verifica las razones por las cuales seleccionó esa respuesta no se evidencia argumentos contundentes que respalden esa respuesta.

También muchas de las respuestas de razonamiento son un “no sé”, “no sé porque no me han enseñado”, “si lo he visto pero no me acuerdo”. En algunos casos las respuestas son muy idiosincráticas como “La razón es que al hacer unas operaciones me dio esos resultados” como se puede ver en la siguiente imagen.

Imagen 6



En otra de las respuestas otro estudiante escribe “porque observé y di con que esa era la respuesta”

Teniendo de cuenta los niveles de Van Hiele, las respuestas obtenidas de la aplicación de la prueba se pueden observar en la rúbrica que la gran mayoría de los estudiantes no supera el nivel de visualización dado que el tipo de respuesta es incorrecta o correcta pero sin ningún razonamiento que las soporten o respalden.

“no sé cuáles son los paralelogramos” escribe un estudiante al pedirle que marcara con una **p** las figuras que forman parte de los paralelogramos. Esto indica que hay grandes vacíos conceptuales en lo que se refiera a las figuras geométricas.

La tabla 9 de ponderación en los niveles de Van Hiele deja claro el nivel en el cual se encuentran los estudiantes a los cuales se les aplicó la prueba.

El estudiante M058H ha sido el estudiante más destacado en la prueba, para más precisión en las preguntas 8, 9 y 10 se ubicó en el nivel de análisis, aunque sus argumentos no son lo suficientemente convincentes.

Según las tablas de clasificación de Gutiérrez y Jaime las respuestas obtenidas se pueden clasificar en respuestas tipo 1, tipo 2 y tipo 3 donde el grado de adquisición del conocimiento o es nulo o es bajo. En ese caso el estudiante es clasificado en el nivel más bajo según Van Hiele debido a que debe evidenciar en la totalidad de sus respuestas tipo 5, 6, o 7 para cada nivel.

Según lo anterior es posible clasificar al 100% de los estudiantes que presentaron la prueba en el nivel de visualización establecido por Van Hiele.

4.1.1 Debilidades y Fortalezas

Debilidades

Bajo nivel de razonamiento

Las respuestas dadas por los estudiantes son en su mayoría incompletas, nulas, confusas e incoherentes, no tienen sentido lógico y no satisfacen lo que se ha preguntado. Se evidencia problemas de redacción y no hay profundidad en sus argumentos.

Bajo conocimiento de las propiedades de las figuras geométricas

En las respuestas se puede evidenciar que los estudiantes no reconocen las figuras geométricas. No encuentran la diferencia entre un cuadrilátero y un paralelogramo. Tienen un concepto muy deficiente de rectángulo, lo diferencian del cuadrado y no reconocen que el cuadrado también es un rectángulo.

No encuentran la diferencia entre área y perímetro.

Se les dificulta reconocer que los poliedros son objetos tridimensionales cuyas caras están formadas por polígonos a los cuales se les puede calcular el área de forma individual.

“con sus palabras describa cuales fueron los motivos que lo llevaron a optar por esa respuesta”

-M122V “porque no sabía bien y pues puse esa respuesta no sabía bien”

-M099S “porque el tetraedro su volumen va en forma de triángulo y octaedro es que el cubo va en forma de cuadrado entonces su volumen aumenta pero todas contienen el mismo o la misma medida”

-M087Q “más o menos porque casi no entendí nada de las preguntas porque no hemos visto algunos temas”

Las anteriores respuestas hay una serie de incoherencias y contradicciones que demuestran los problemas que tienen los estudiantes plasmar en forma escrita sus argumentos o porque realmente ese es el nivel de argumentación en el que se encuentran.

Fortalezas

En las respuestas obtenidas en la evaluación de entrada es difícil encontrar fortalezas académicas, aunque es posible resaltar la disposición de los estudiantes para participar en el proceso, la mayoría lo hizo con agrado en la prueba.

4.2 ANÁLISIS DE LAS SESIONES

SECUENCIA DIDÁCTICA

¿Cómo fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera al resolver problemas de tipo geométrico?

VISIÓN GENERAL

El propósito de esta secuencia es que los estudiantes del grado noveno del Colegio Integrado de Cabrera fortalezcan el razonamiento mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando la herramienta interactiva Geogebra.

En esta secuencia didáctica se proponen una serie de acciones con el objetivo de dar respuesta a la pregunta ¿Cómo fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera al resolver problemas de tipo geométrico?

La situación problema que se contempla es la dificultad que tienen los estudiantes al desarrollar problemas que involucren problemas de tipo geométrico.

La secuencia didáctica inicia en la con la sesión 1 en donde se contempla una serie de acciones para la comprensión del problema y la identificación de herramientas e instrumentos que se pueden utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la sesión 2 los estudiantes descargarán e instalarán la herramienta interactiva GeoGebra y realizarán algunas actividades exploratorias para familiarizarse con la herramienta. En la sesión 3 los estudiantes reconocerán figuras geométricas en su entorno, medirán usando herramientas de medición y harán las construcciones usando lápiz y papel y la herramienta interactiva Geogebra. En la sesión 4 construirán un rectángulo que aguante la ley del arrastre es decir que se pueda rotar, trasladar, y hacer homotecias sin que este pierda sus propiedades usando GeoGebra. En la sesión 5 los estudiantes construirán un rectángulo de perímetro fijo y área variable usando cuerdas, herramientas de medición y la herramienta interactiva GeoGebra. En la sesión 6 los estudiantes harán diferentes construcciones de cuadriláteros usando GeoGebra de forma que puedan verificar sus propiedades (perímetro, área ángulos y diagonales). En la sesión 7 los estudiantes harán diferentes construcciones de cuadriláteros en las que se puedan evidenciar la posición relativa dentro de un sistema de referencia (plano cartesiano)

rotación, translación, homotecias, congruencia y semejanza. En la sesión 8 usaran la herramienta GeoGebra para hacer construcciones de cuadriláteros y hacer demostraciones formales de sus propiedades. En la sesión 9 cierre y evaluación de la secuencia didáctica.

Tabla 10 Ruta de aprendizaje Secuencia Didáctica

SESIÓN	PREGUNTA GUÍA	IDEAS CLAVE	DESEMPEÑO ESPERADO
1	¿Qué herramientas e instrumentos puedo utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico?	Figuras geométricas en el entorno Herramientas e instrumentos de medición	Reconozco diferentes herramientas e instrumentos de medición Identifico en el entorno diferentes figuras geométricas
2	¿Cómo mejorar el desempeño en la resolución de problemas de tipo geométrico?	El uso de las TICS Herramientas del entorno.	Uso adecuadamente los recursos tecnológicos Reconozco que las herramientas interactivas facilitan la realización de construcciones de tipo geométrico.
3	¿Cómo descubrir figuras en el entorno para hacer análisis de tipo geométrico?	Hacer mediciones y levantar planos usando lápiz y papel. Hacer la construcción de los planos usando GeoGebra.	Realizo mediciones usando instrumentos de medición. Construyo figuras geométricas usando lápiz y papel.

		Comparar resultados	Realizo construcciones geométricas usando GeoGebra.
4	¿Cómo usar Geogebra para hacer construcciones Geométricas?	Segmentos Líneas rectas Perpendiculares Paralelas Puntos de intersección Vértices ángulos	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.
5	¿Cómo usar Geogebra para identificar las propiedades de los rectángulos?	Perímetro Área	Comprendo las propiedades de los rectángulos Realizo transformaciones geométricas usando cuerdas y GeoGebra.
6	¿Cómo identificar las propiedades de los cuadriláteros usando Geogebra?	Perímetro, área, ángulos, diagonales	Comprendo las propiedades de los cuadriláteros. Aplico las propiedades de los cuadriláteros en la resolución de problemas.
7	¿Cómo hacer transformaciones usando GeoGebra?	Rotación, translación, homotecia, Congruencia semejanza	Aplico las propiedades de los cuadriláteros. Reconozco las propiedades de congruencia y semejanza entre cuadriláteros

			Reconozco diferentes tipos de transformaciones.
8	Cierre y evaluación	Aplicaciones de las propiedades de los cuadriláteros	Resuelvo problemas de tipo Geométrico que involucren cuadriláteros.

4.2.1 Sesión 1.

Análisis

¿Qué herramientas e instrumentos puedo utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico?

Objetivo:

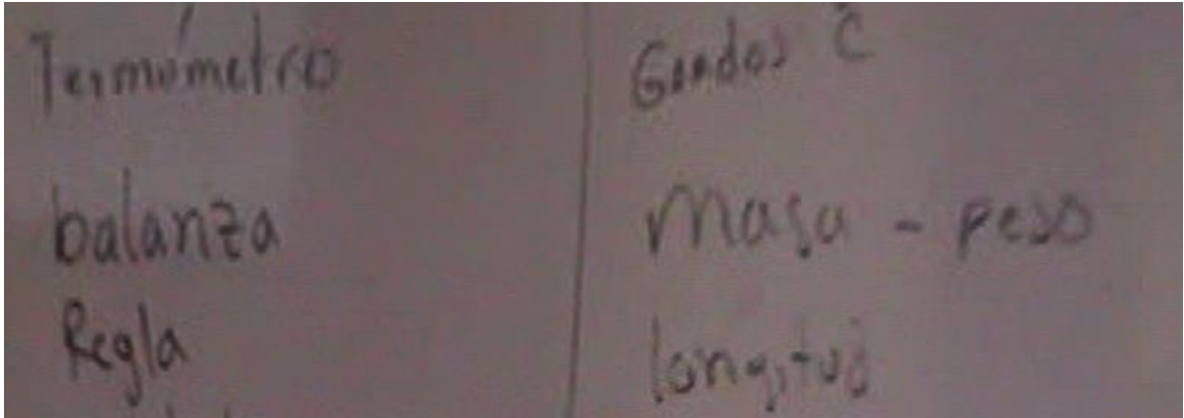
Identificar diferentes tipos de herramientas de medición y especialmente aquellas usadas en la geometría.

En la fase de información el docente dio a conocer a los estudiantes que el objetivo de la primera sesión era identificar diferentes tipos de herramientas especialmente aquellas utilizadas en geometría. Acto seguido ordenó a los estudiantes reunirse de manera muy ordenada en equipos de tres personas, preguntó si tenían celulares y si tenían acceso a internet y les ordenó hacer un listado de las herramientas que ellos conocieran y que les sirvieran para medir. Luego de hacer el listado en grupos se hizo una socialización.

Los estudiantes usaron sus celulares y presaberes. Durante varios minutos los estudiantes investigaron, dialogaron, compartieron, hablaron de otros temas como “el periódico mural”. Con la dirección del docente se hizo un listado de herramientas, para que sirven y cuáles son sus unidades de medida. Empezaron con el metro, el docente tomó un flexómetro ahí en el aula y lo expuso a los estudiantes y dijo que ese si todos lo tienen porque en todos los grupos lo había escrito. ¿El docente

preguntó cuál es la unidad de medida ahí? Los estudiantes respondieron el metro, otro estudiante dijo también se pueden medir centímetros, milímetros (véase VS12)

Imagen 7



El docente habló de herramientas de medición de tecnología avanzada como dispositivos laser para medir la distancia o los GPS usados en la geo-referenciación. El docente hizo énfasis en que estas herramientas que hallaron en ese listado son herramientas que ellos ya conocían pero que no lo recordaban, ni siquiera con el apoyo del internet.

Una vez identificaron e hicieron un listado algunas herramientas de medición en la fase de explicitación se determinó que para calcular el perímetro de un trapecio se suman todos los lados. El docente preguntó por el nombre de la figura a lo que los estudiantes respondieron que se llama trapecio. El docente preguntó: ¿cómo se calcula el área del trapecio? Ningún estudiante respondió con claridad, esto dejó claro que los estudiantes no sabían cómo se calcula el área de un trapecio y se evidenció que tampoco sabían calcular el área de un triángulo. Con la orientación del docente definieron la fórmula para hallar el área de un triángulo y se hizo énfasis en que el área de un triángulo es la mitad del área de un rectángulo. También el docente preguntó si sabían cómo calcular el área de la circunferencia y de cómo hallar la constante π a partir del perímetro y el diámetro de la circunferencia. En la fase de orientación libre los estudiantes trabajaron en equipos de 3 personas para

resolver un problema en el cual debían calcular el área de un terreno. En el cual solo uno de los grupos resolvió el problema correctamente la estudiante M077Q compartió los resultados a los demás compañeros.

El docente preguntó ¿Quién sabía que un cuadrado es un rectángulo? El estudiante H037G alzando la mano dijo “yo”.

Para la fase de integración los estudiantes trabajaron en el siguiente problema:

Código _____

Hallar el área de la región sombreada

Imagen 8

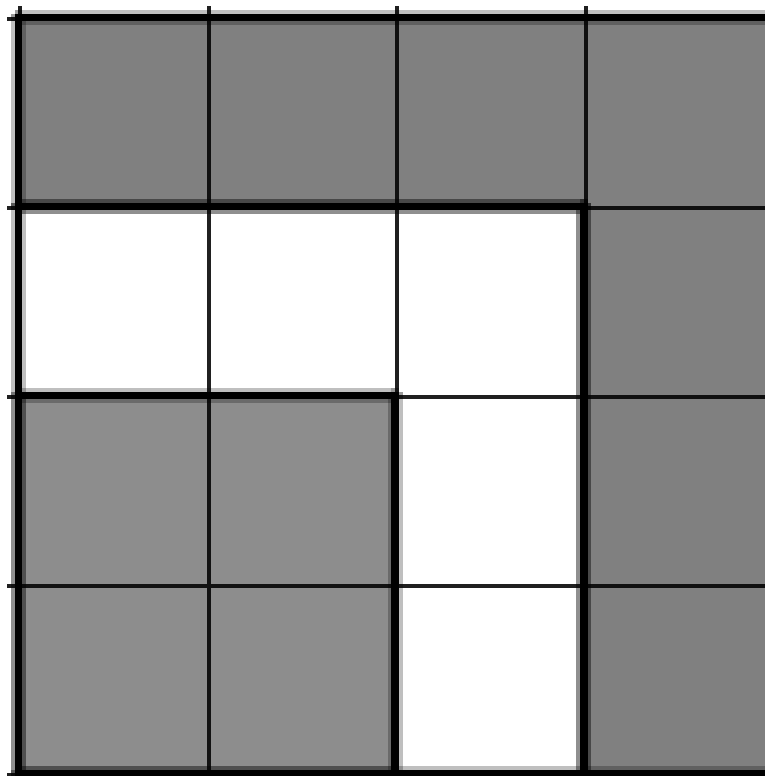


Imagen 9

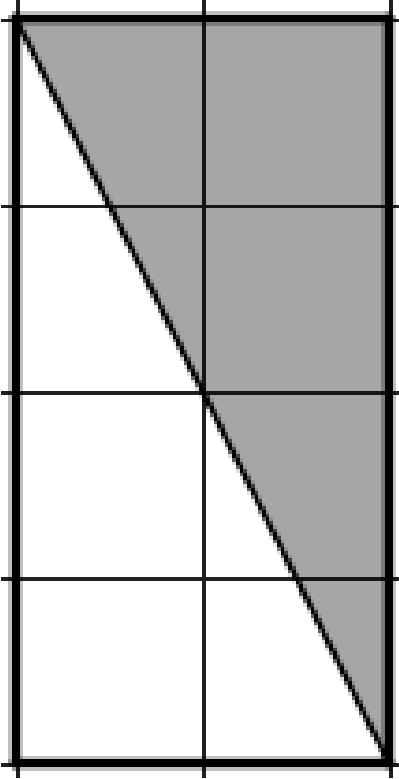
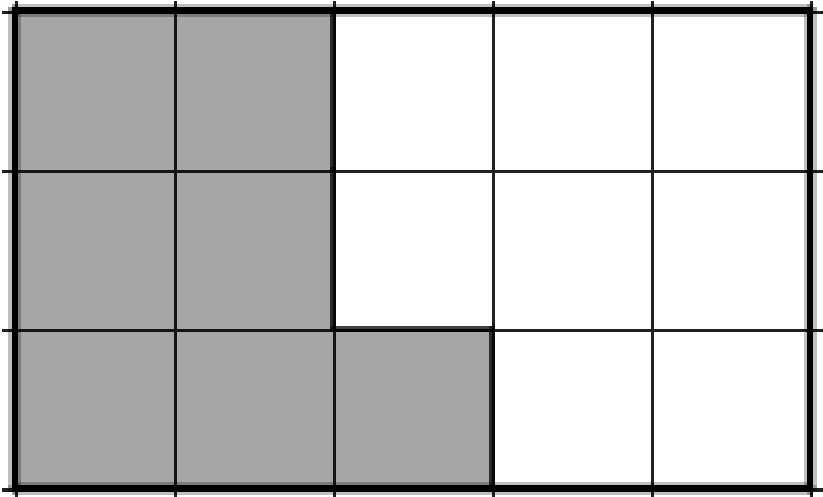


Imagen 10



Área de la región sombreada Imgen 8. _____

Área de la región sombreada imagen 9. _____

Área de la región sombrera de la imagen 10 _____

Explique brevemente como halló el área sombreada en cada una de las figuras 11 de los 19 estudiantes establecieron una unidad de medida centímetros o metros para expresar sus resultados, pero solo 7 expresaron los resultados en unidades cuadradas y los otros 4 lo hicieron en unidades lineales cm o m. Para calcular el área estos estudiantes usaron aproximación por medición según Freudenthal.

3 estudiantes escribieron que las áreas eran 55, 16 y 56 respectivamente, pero en sus argumentos expresaron que para hallar esos resultados multiplicaron el número de cuadros sombreados por el número de cuadros sin sombrear lo cual es un procedimiento incorrecto. Para calcular el área estos estudiantes usaron aproximación por medición según Freudenthal al tratar de hallar una fórmula que los llevara a encontrar la respuesta.

Las respuestas de los estudiantes debían darse de forma proporcional con el número de cuadros sombreados con respecto a los no sombreados o al número total de cuadros de cada figura sin importar la unidad de medida que se estableciera para cada figura. Como el número de cuadros sombreados son respectivamente 11, 4, y 7, la respuesta se esperaba en múltiplos de dichos números o con los mismos números pero con las unidades establecidas (unidades cuadradas).

El estudiante M132V además de establecer como unidad de medida el lado de cada cuadrado, encontró la respuesta correcta a 2 de las tres figuras. Usó conocimientos previos para llegar a dichas respuestas. El estudiante llegó a la respuesta haciendo aproximación por medición.

Debilidades Sesión 1

Se observa dificultad para analizar y realizar cálculos para determinar el área de determinada figura, además, se evidencia problemas para seleccionar la operación correcta que les permitiera hallar el valor de los lados de un rectángulo, también desconocen que un cuadrado es un rectángulo pero que no todo rectángulo es cuadrado. Trataron de encontrar fórmulas que les permitiera encontrar la respuesta como la única forma conocida para hacerlo, no realizaron aproximaciones por comparación.

Los estudiantes M100T, H027G, H053M, en una pregunta donde se les pidió que explicaran como hallaron el área de la región sombreada en cada una de las figuras, simplemente no respondieron la pregunta. Esto evidenció que los estudiantes no sabían cómo calcular el área usando métodos diferentes a la aplicación de fórmulas.

Fortalezas

Los estudiantes conocen las herramientas de medición especialmente aquellas usadas para medir la longitud, el tiempo, la temperatura, el volumen, etc.

Para hallar el área y el perímetro de las figuras geométricas algunos de los estudiantes usan fórmulas como se evidenció en la respuesta del estudiante M099S “de la figura 2 lo hice sacando $A=b \times h$, el estudiante H079S escribió “pues multiplicar la base por la altura y también en contar los cuadros sombreados por los que no están sombreados”

4.2.2 Sesión 2. ¿Cómo mejorar el desempeño en la resolución de problemas de tipo geométrico?

Objetivo

Analizar las propiedades de un cuadrado teniendo en cuenta sus lados y sus ángulos

ANÁLISIS SEGUNDA SESIÓN

Como los resultados de la primera sesión demuestran que los estudiantes tienen dificultades al analizar las figuras geométricas para calcular el valor del área y el perímetro, la segunda sesión se diseñó para explorar y analizar las propiedades del cuadrado.

El objetivo de esta sesión fue analizar las propiedades de un cuadrado teniendo en cuenta sus lados y sus ángulos. Los estudiantes no han trabajado herramientas interactivas en el aprendizaje de la geometría, pero si han trabajado dibujo técnico en el grado sexto. Se tenía programado descargar la herramienta interactiva Geogebra lo cual no fue posible hacerlo porque no había internet en el momento de la ejecución de la actividad. Para solucionar esta dificultad el docente previamente había descargado el software, y con la ayuda de memorias USB se copió y se instaló en cada uno de los equipos en los que se iba a trabajar.

Otro inconveniente presentado en ese momento es que algunos de los equipos estaban congelados y no se tenía conocimiento de la clave para descongelarlos, lo que implicaba hacer la instalación cada vez que se necesitara.

Las baterías de gran parte de los equipos está en malas condiciones lo que implica que dichos equipos necesariamente estén conectados todo el tiempo, el número de tomacorrientes en las aulas de clase es limitado a dos o tres puntos por lo que la actividad debió desarrollarse en las instalaciones del laboratorio.

Una vez instalado el software en todos los equipos los estudiantes entraron a explorar libremente la herramienta y a hacer sus construcciones iniciales.

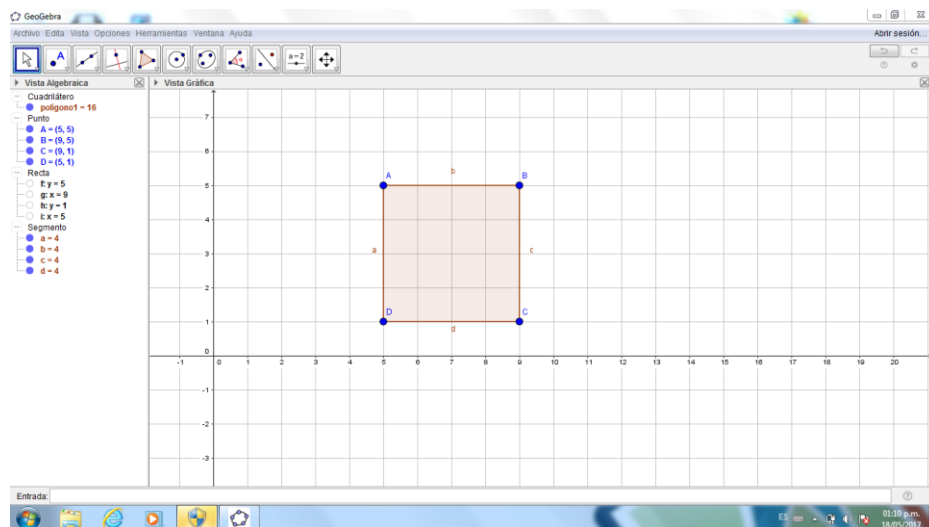
En la fase de explicitación el docente dio algunas ideas básicas en el manejo del software.

El docente construyó un rectángulo usando la herramienta polígono de GeoGebra y el tablero digital como proyector y les mostró a los estudiantes que ese polígono se desarma si se trata de mover de uno de los puntos y efectivamente al moverlo dejó de ser un rectángulo. Les recomendó a los estudiantes usar rectas paralelas y perpendiculares para las construcciones (VS23)

En la fase de orientación libre los estudiantes debían construir un cuadrado usando líneas paralelas y perpendiculares. La estudiante M132V dijo “Dios mío” y susurra: “profesor el mío está bien o está mal” (VS24) El estudiante H065O realizó una construcción rígida la cual se permite mover sin ningún problema. El docente preguntó, ¿lo puede rotar? El estudiante contestó: no sé cuál es esa operación profesor. El profesor preguntó: ¿Qué es rotar? El estudiante contestó: que gire y hizo girar el polígono alrededor de uno de sus puntos. (VS24)

Para la evaluación de la actividad o fase de integración los estudiantes entregaron los trabajos realizados en Geogebra.

Imagen 11



El trabajo consistió en la construcción de un cuadrado cualquiera, para esto los estudiantes debían usar rectas perpendiculares y paralelas. Manejar los conceptos de paralelismo y perpendicularidad les permitió comprender parte del funcionamiento de la herramienta interactiva Geogebra para realizar sus propias construcciones.

El conocimiento que han adquirido en las dos sesiones es importante pero aún están en el nivel de visualización.

Debilidades

Se presentó dificultades el servicio de internet y no se pudo hacer la exploración y posterior descarga del software Geogebra como inicialmente estaba planeado, además, el aula asignada no fue la más adecuada porque no tenía la suficiente cantidad de tomacorrientes por lo cual se tuvo que desplazar al grupo al laboratorio. Las baterías de los equipos no funcionaron correctamente y tenían que estar conectados todo el tiempo y algunos equipos simplemente no funcionaron, otros equipos estaban congelados lo que implicó instalar el software cada vez que se necesitaba hacer uso de ellos.

Algunos estudiantes no tenían la suficiente habilidad en el manejo de equipos de cómputo debido a que el único lugar donde tienen acceso a ellos es en la Institución Educativa, otros estudiantes se dedicaron a alternar la actividad académica con video juegos lo que no les permitió la concentrarse en realizar las tareas asignadas. La mayoría de los estudiantes desconocía cuando dos líneas son paralelas o perpendiculares entre sí.

Fortalezas

La institución cuenta con los equipos necesarios para desarrollar la actividad aunque no en óptimo estado. En cuanto a la disposición de los estudiantes la mayoría de ellos participó con agrado en el desarrollo de las actividades realizando

las tareas asignadas y haciendo algunas exploraciones del software Geogebra por iniciativa propia.

4.2.3 Sesión 3. ¿Cómo descubrir figuras en el entorno para hacer análisis de tipo geométrico?

Objetivo:

Comprender la magnitud área apoyados de la manipulación herramientas de medición al medir espacios reales.

El objetivo de esta sesión era comprender la magnitud área apoyados de la manipulación herramientas de medición al medir espacios reales. En la fase de información el docente entregó las instrucciones de la actividad a realizar, conformó los equipos de trabajo y entregó herramientas para realizar las mediciones necesarias.

En la fase de orientación dirigida los equipos midieron el área seleccionada.

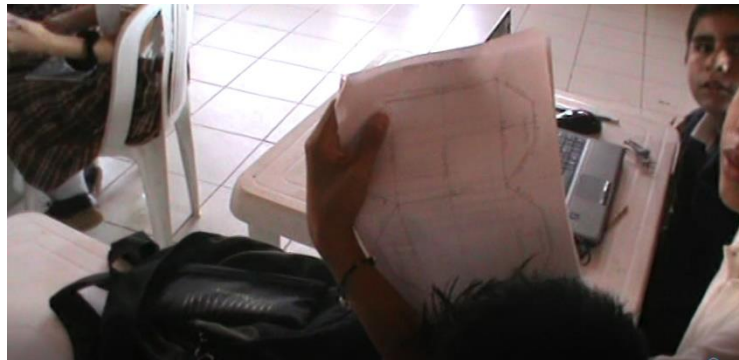
Imagen 12



En la fase de explicitación los estudiantes construyeron el plano definiendo una escala usando lápiz y papel. Al tratar de calcular el área del plano se dieron cuenta (análisis) que no se habían tomado bien las medidas, que les hacía falta datos por lo que tuvieron que realizar otras mediciones.

Luego de construido el plano a lápiz y papel debían hacer el mismo plano pero usando la herramienta interactiva Geogebra. Una vez usando la herramienta notaron que para construir un plano de esas características era necesario ser un experto en el manejo de la herramienta y ellos no lo eran. Además de lo anterior era necesario tener los datos exactos, longitudes y ángulos y a una escala adecuada.

Imagen 13



La imagen 16 muestra el plano que estaban haciendo en Geogebra. Por la poca habilidad de los estudiantes en el manejo de la herramienta interactiva y por el grado de dificultad del plano que tenía, la actividad cumplió con solo una parte de lo esperado por el docente. Pues se trataba de que los estudiantes reconocieran en el entorno figuras Geométricas que se pueden medir o hacer aproximaciones a figuras geométricas conocidas para calcular sus áreas, en este caso el objetivo se cumplió a cabalidad, pero cuando se mira desde el punto de vista de que tan útil es la tecnología para solucionar problemas de la vida cotidiana dejó la impresión de que es mejor hacerlo a lápiz y papel, esto solo para este caso específico y sin realizar ninguna generalización.

Otra de las dificultades que se presentaron es que casi todos los estudiantes no sabían o no recordaban como se construye una figura a escala y además no tuvieron problemas en la conversión de unidades.

Los estudiante M032B, M110T y M122V concluyeron, “al principio se nos dificultó un poco realizar la actividad pero en el transcurso pudimos entender y poder lograr el desarrollo de la actividad.

Por su parte los estudiantes M021A, H042L y H037G, escribieron, “que no se tomó muy bien las medidas que no estábamos completos en el grupo”

Al respecto los estudiantes HO82V, H079S y H065O, escribieron “fueron que al estar midiendo el piso como este está descuadrado se nos dificultó para medir”.

Debido a que el terreno al cual los estudiantes debían calcular el área no tenía una forma regular conocida los estudiantes debían acudir a hacer aproximaciones construyendo rectángulos y trapecios, se puede decir que los estudiantes realizaron aproximación que según Freudenthal es repartir equitativamente, en este caso también compararon reprodujeron y midieron.

Debilidades

El desconocimiento de los estudiantes del instrumento de medida (flexómetro), además se evidenciaron dificultades en el registro de los datos para su posterior uso, sumado al desconocimiento para calcular áreas de figuras geométricas regulares o de hacer aproximaciones de figuras regulares a figuras regulares conocidas. Otra dificultad que se evidenció fue la poca destreza de los estudiantes en el manejo de escuadras para construir figuras usando lápiz y papel, y cuando se trataba de construir las figuras usando la herramienta interactiva GeoGebra también se presentó dificultad en el manejo de dicha herramienta.

Fortalezas

La mayoría de los estudiantes asumieron con agrado el desarrollo de las actividades mostrando interés por el uso de las nuevas tecnologías.

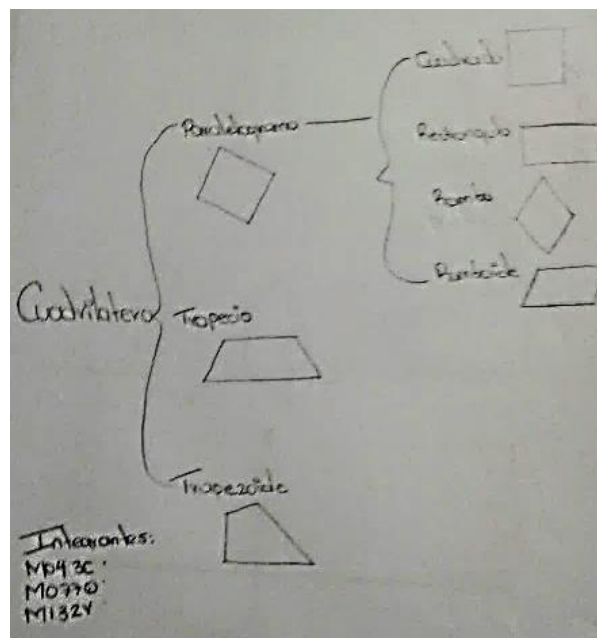
4.2.4 Sesión 4. ¿Cómo usar Geogebra para hacer construcciones Geométricas?

Esta sesión tenía por objeto identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma.

En la fase de información los estudiantes utilizando sus presaberes debían construir un cuadro sinóptico usando las palabras, cuadrilátero, paralelogramo, rombo, romboide, trapecio, trapezoide, cuadrado, y rectángulo.

El docente preguntó ¿saben que es un cuadro sinóptico? Los estudiantes respondieron: no señor. El docente les explicó que es un cuadro sinóptico.

Imagen 14



En la fase de orientación dirigida los estudiantes construyeron las definiciones de recta, segmento, rectas paralelas, secantes, perpendiculares y ángulo.

El docente preguntó: ¿dijimos que una recta es perpendicular cuando forma un ángulo de cuánto? Silencio.... el docente preguntó ¿de 180°? Los estudiantes dijeron: No, el docente preguntó: ¿no es de 360°? Un estudiante afirmó: eso de

360°. El docente les explicó que cuando dos rectas forman un ángulo de 90° son rectas perpendiculares y esas son las que se usan para construir rectángulos.

En la fase de orientación dirigida, en una actividad práctica usando Geogebra los estudiantes construyeron cuadriláteros involucrando los conceptos vistos.

Imagen 15

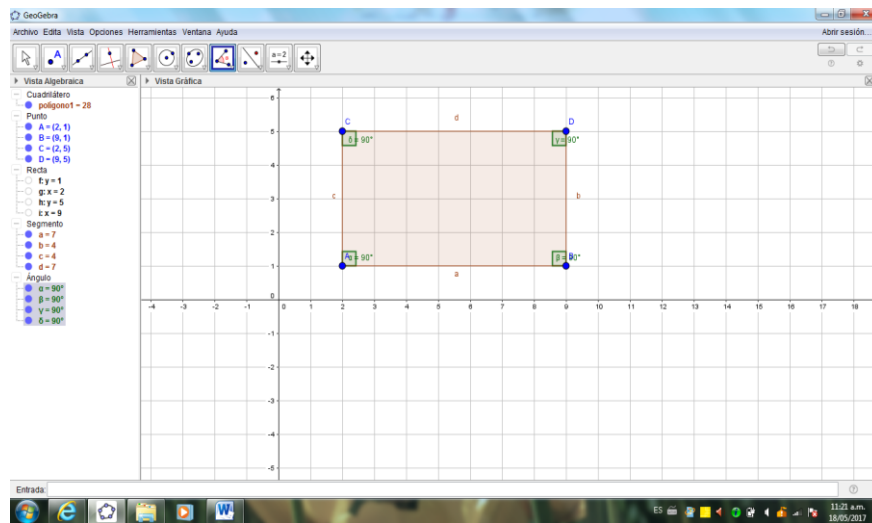
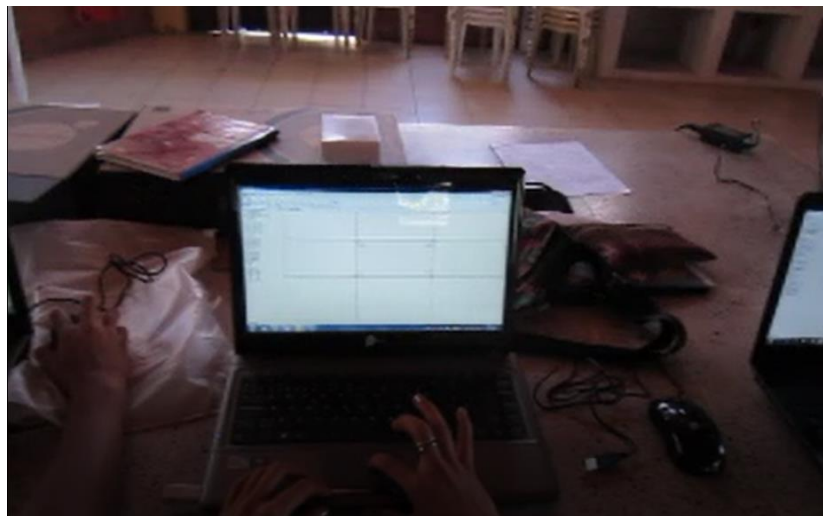


Imagen 16



Las imágenes 18 y 19 muestran el trabajo realizado por los estudiantes durante el desarrollo de la actividad.

En la fase de orientación libre los estudiantes construyeron diferentes rectángulos teniendo en cuenta algunas de sus propiedades.

En la fase de integración o evaluación los estudiantes construyeron definiciones de Cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio. Sus definiciones son limitadas a lo que observan (lo visible) en las figuras con muchas incongruencias de redacción.

Imagen 17

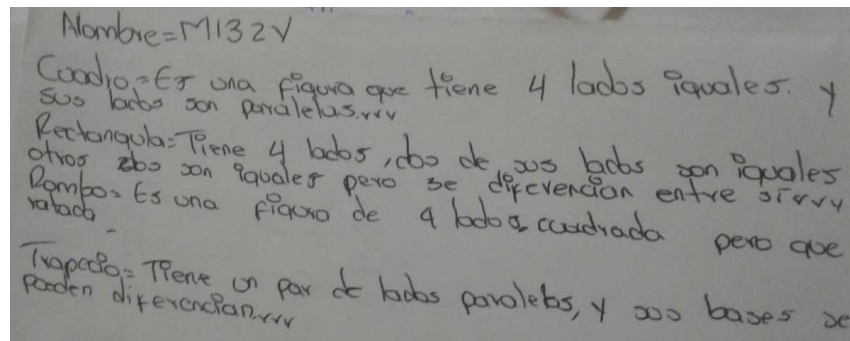


Imagen 18

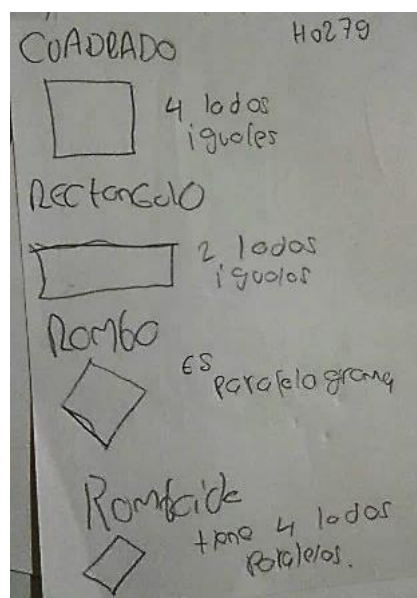
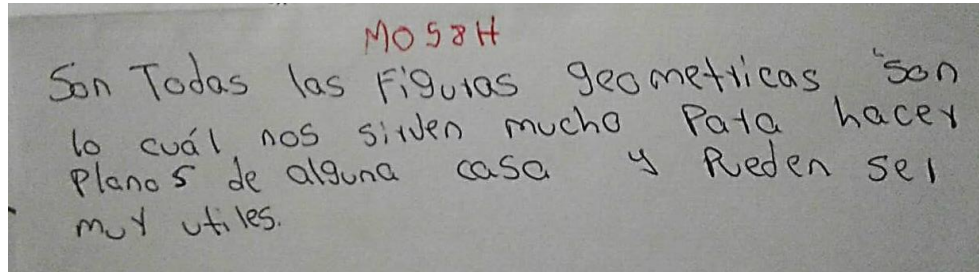


Imagen 19



Esta evaluación se realizó en un tiempo máximo de 5 minutos y en un momento cuando la campana que indica la salida de la institución ya había sonado y tal vez esa premura del tiempo imposibilitó la construcción de unos conceptos más profundos. Argumentos de este tipo se pueden catalogar de acuerdo con Gutiérrez y Jaime como respuesta tipo 3 y tipo 2, puede deducirse que los estudiantes están llegando al nivel de Análisis de Van Hiele.

Debilidades

Los estudiantes desconocen los conceptos de perpendicularidad y paralelismo, por lo que se les presentó dificultad en el desarrollo de las actividades, especialmente para identificar los paralelogramos entre varios cuadriláteros.

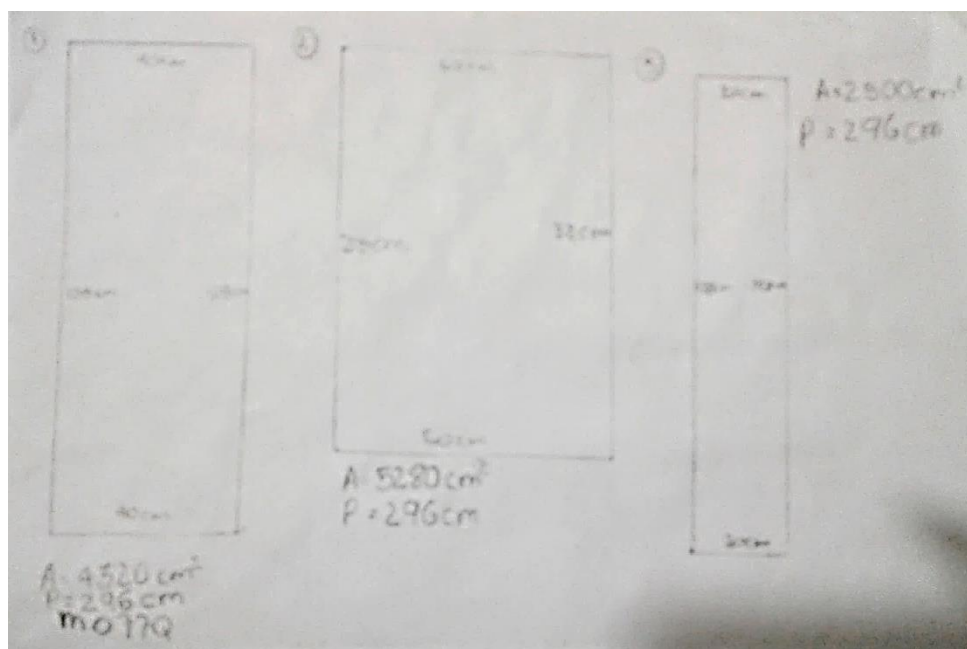
4.2.5 Sesión 5. ¿Cómo usar GeoGebra para hacer construcciones Geométricas?

El objetivo de la quinta sesión fue identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma. En la fase de información el docente formó equipos de trabajo, entregó unos materiales y unas instrucciones. En la fase de orientación libre los estudiantes usando cuerdas, escuadras e instrumentos para medir construyeron diferentes rectángulos con igual perímetro y verificaron que sucedía con el área. Acto seguido dada el área de un rectángulo indeterminado los estudiantes construyeron diferentes rectángulos que cumplieran la condición dada, es decir que tuvieran esa área. En este caso los estudiantes verificaron lo que sucede con el perímetro.

Imagen 20



En ambos casos los estudiantes usaron las tabletas del piso como escuadra.



La imagen muestra rectángulos de igual perímetro y diferente área construidos por los estudiantes M077Q, M099S y M110T.

Para la fase de explicitación el docente hace entregó dos archivos construidos en Geogebra. El primero "1.ggb" permitía comprobar diferentes áreas a partir de un rectángulo de perímetro fijo. El segundo "2.ggb" permitía modificar el perímetro conservando el área.

Los estudiantes podían comprobar que dado un perímetro fijo el rectángulo de mayor área es el cuadrado.

Imagen 21



$$\text{perímetro} = 16$$

$$\text{área} = 13.04$$

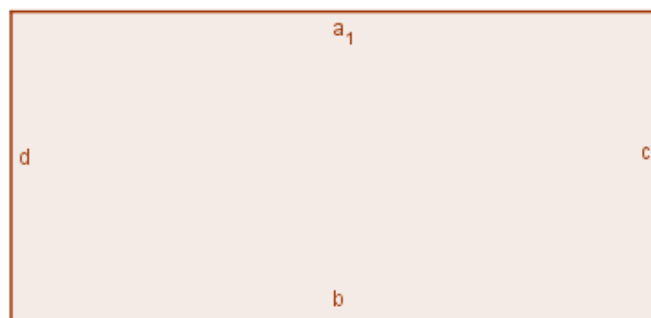
Imagen 22



$$\text{perímetro} = 16$$

$$\text{área} = 15.92$$

Imagen 23



$$\text{perímetro} = 21.4$$

$$\text{area} = 25$$

Imagen 24



Los archivos 1.ggb y 2.ggb permitían generar múltiples rectángulos en tiempos muy cortos lo que posibilitaba al estudiante hacer comprobaciones con mayor facilidad que usando lápiz y papel.

En la fase de integración se debía resolver un problema en donde se debía buscar el rectángulo de mayor área posible dado un perímetro fijo.

Los estudiantes M058H, M087Q, M021A, M064N, hallaron que el rectángulo de mayor área que tenga 360m de perímetro es un rectángulo de lado 90m. Lo que es correcto porque éste rectángulo sería un rectángulo cuadrado.

Lo curioso es que estos estudiantes debían haberse apropiado de este conocimiento, pero no lo demostraron en la evaluación final.

En la evaluación individual solo un estudiante escribió que el rectángulo de perímetro fijo que tiene la mayor área es el cuadrado.

En el minuto 4:09 del VS52 los estudiantes H065O y H082V usan la cuerda que se les había entregado para construir los rectángulos para medir su estatura. El

estudiante H079S, no se interesa por la actividad y durante todo el tiempo hizo cosas que no correspondían a la actividad que se estaba desarrollando.

En esta sesión los estudiantes debían construir rectángulos de igual perímetro, pero con diferente área y rectángulos de igual área diferente perímetro que luego debían reafirmar con el software Geogebra, se trataba de hacer aproximación al concepto de área midiendo según Freudenthal, pero también comparando porque el software les permitía hacer infinidad de comparaciones en tiempos muy cortos y esa es una ventaja muy grande que del software con respecto al lápiz y el papel.

Debilidades

Estudiantes que dan muestra de ningún interés en la temática tratada.

Estudiantes que aún conocen la diferencia entre área y perímetro.

La argumentación de los estudiantes es muy débil, aunque dan indicios de algún tipo de razonamiento, los estudiantes M122V, M132B y M032B, escribieron “cuando la figura ejerce un movimiento el perímetro va a ser igual pero el área va a cambiar según en movimiento que ejerza la figura rectangular. Conclusión. El perímetro no ejerce sobre el área y teniendo igual cantidad se puede formar varias figuras”.

Fortalezas

Capacidad para hacer operaciones por ensayo y error: en ocasiones los estudiantes llegan a encontrar la solución de problemas usando métodos propios o probando soluciones hasta encontrar la que cumpla con las condiciones exigidas, también se ha observado que un pequeño grupo de estudiantes está dispuesto a realizar todas las actividades propuestas y usaron el entorno como apoyo para hacer sus construcciones en este caso las tabletas del piso. Compararon según Freudenthal.

4.2.6 Sesión 6. ¿Cómo identificar las propiedades de los cuadriláteros usando Geogebra?

Esta sesión tenía por objeto identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma. En la fase de información se entregó a cada estudiante un cuadrado, un rectángulo, un rombo y un trapecio. La actividad consistía en que el estudiante debía identificar las diagonales de las figuras. En esta actividad muchos estudiantes tuvieron dificultades para identificar las diagonales en el rectángulo y en el trapecio.

Imagen 25

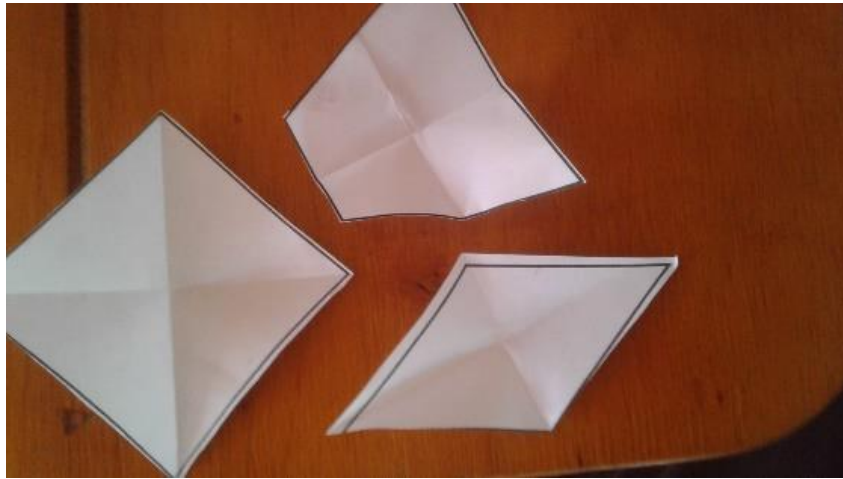


Imagen 26



Las imágenes muestran que los estudiantes realizaron dobleces que no corresponden con lo que se les pedía en la actividad aunque en figuras como el cuadrado y el rombo los estudiantes identificaron las diagonales con mayor facilidad.

Imagen 27

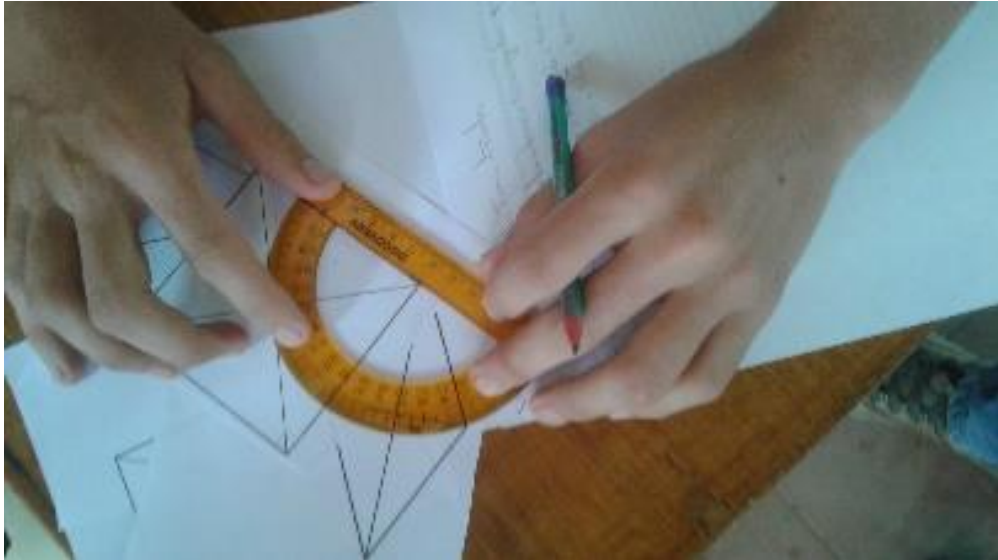


En esta imagen se puede observar los dobleces en el rombo y el cuadrado eran correctos a diferencia de los que se pueden observar en el trapecio, además se evidenció que los estudiantes no tenían claro que era un vértice y tuvieron que hacer uso del trabajo colaborativo, ya que alguno si lo sabían.

En la segunda parte de la actividad se les entregó las mismas figuras pero esta vez tenían el trazo de las diagonales. En esta parte los estudiantes debían comparar las diagonales cada figura para identificar si habían identificado las diagonales correctamente. Comparar según Freudenthal

Luego debían medir las longitudes de los lados y los ángulos formados en los vértices usando transportador tomar nota y luego los sumarlos. El objetivo de la actividad era que el estudiante descubriera que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es de 360°

Imagen 28



La dificultad que se presentó para hacer esta actividad era que muchos estudiantes no sabían utilizar el transportador.

Al medir los ángulos formados por los lados y las diagonales el estudiante debía descubrir que en el caso del cuadrado los ángulos debían ser de 45° , en el caso del rectángulo el valor de los ángulos formados entre las diagonales y los lados más largos es diferente con respecto a los ángulos formados entre diagonal y lado más corto, que el caso del rombo se pueden armar parejas en los ángulo opuestos y que en el caso del trapecio los ángulos formados entre las diagonales y las bases eran congruentes.

Otra parte de la actividad consistía en medir las los ángulos formados por las diagonales en su intercepción, en este caso el estudiante debía descubrir que la suma de estos ángulos es de 360° .

Imagen 29

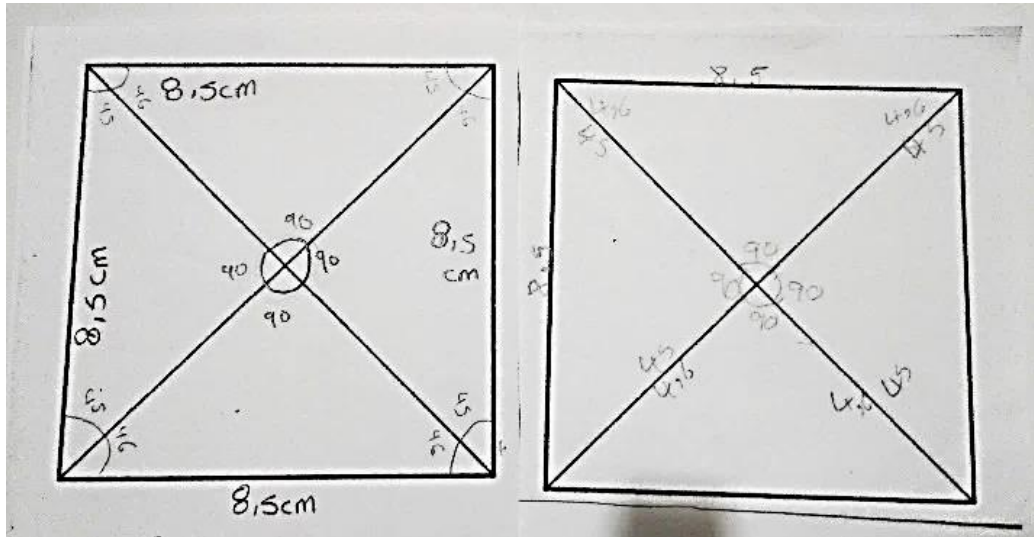


Imagen 30

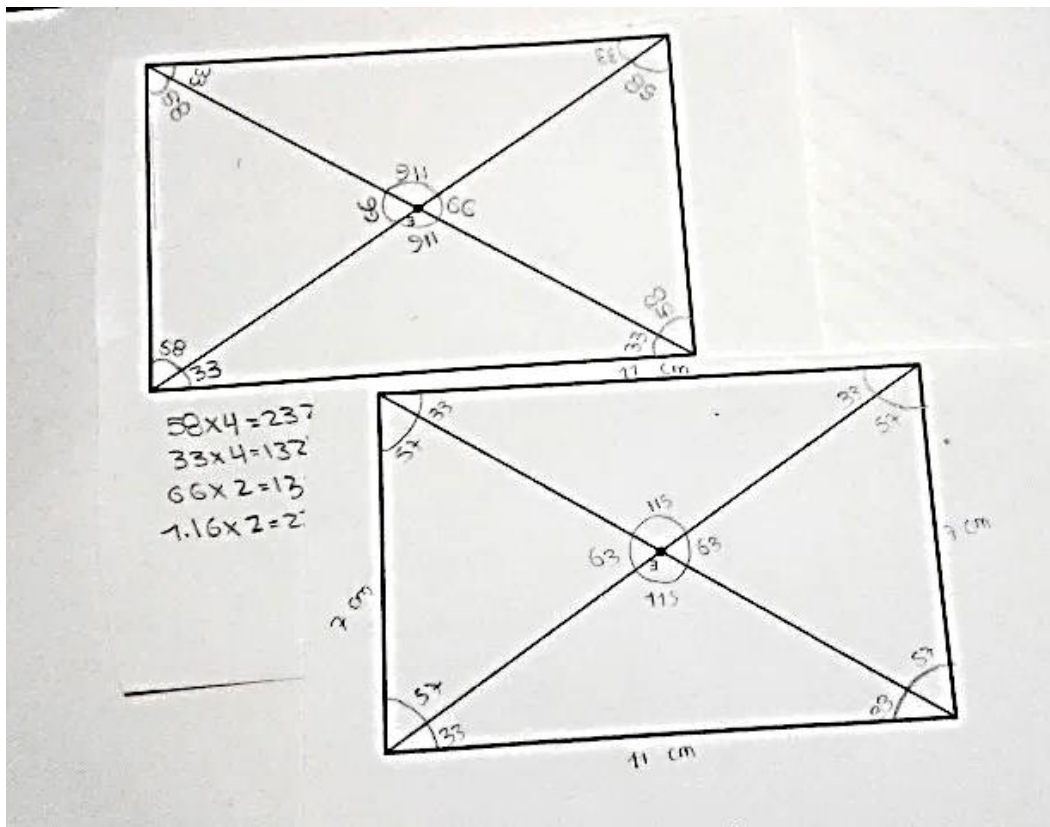


Imagen 31

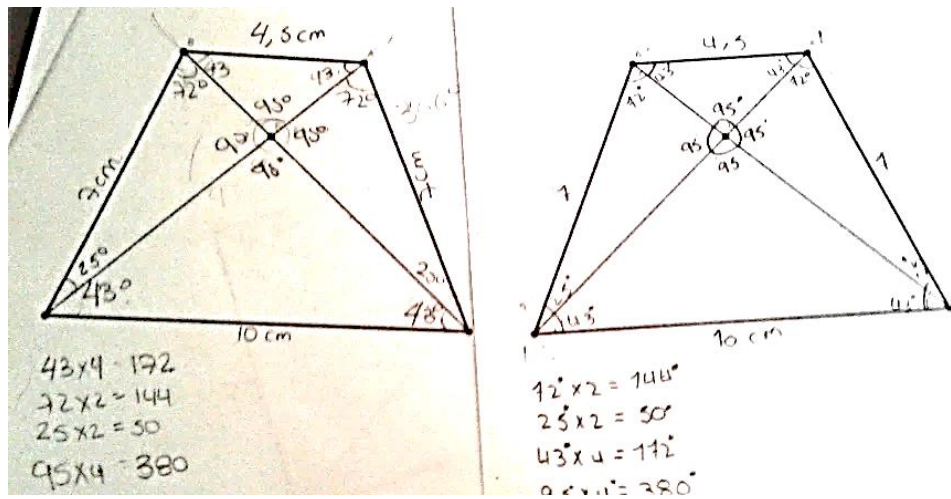
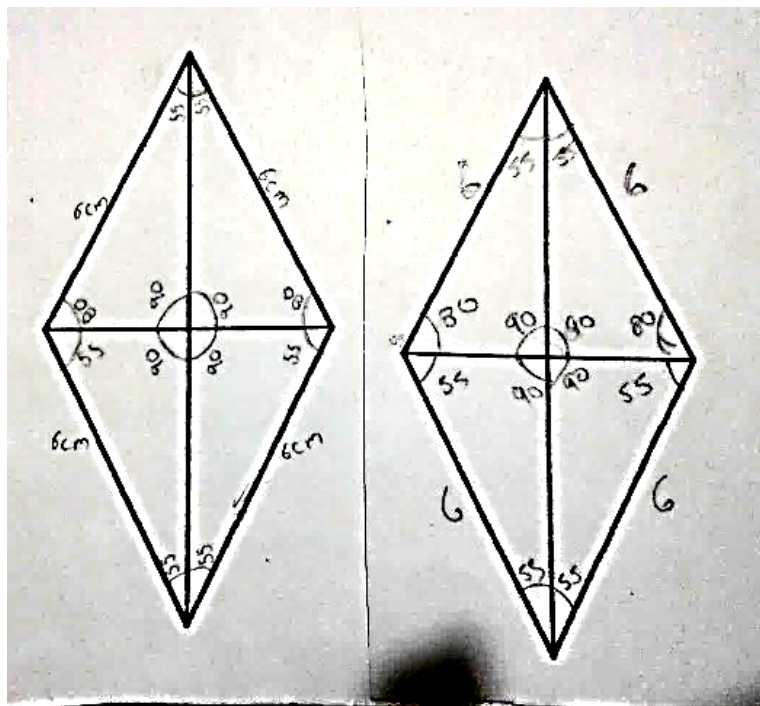


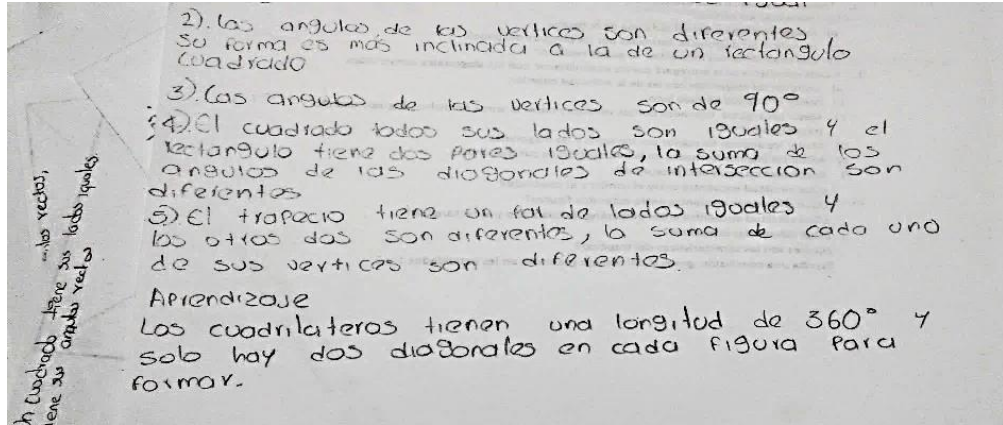
Imagen 32



En las imágenes se puede observar que los estudiantes realizaron bien su tarea en el rombo el cuadrado y el rectángulo, en el trapecio se puede observar que la intercepción de las diagonales los cuatro ángulos tienen un valor de 95° lo cual es incorrecto.

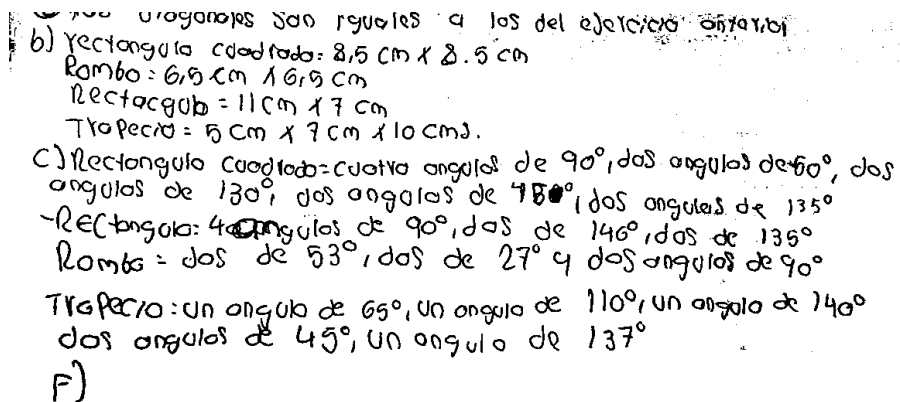
Los estudiantes no tienen claro el concepto de ángulo vértice y diagonal.

Imagen 33



En esta imagen se observa que un estudiante escribe que “los cuadriláteros tienen una longitud de 360° ”. Otros estudiantes lograron alcanzar un mejor aprendizaje al realizar la actividad.

Imagen 34



En esta imagen se observa que el estudiante escribe “Rectángulo cuadrado= cuatro ángulos de 90° , dos ángulos de 50° , dos ángulos de 130° , dos ángulos de 45° , dos de 135° ” pero no escribe en que parte de la figura se forman dichos ángulos.

La tercera parte de la actividad consistía en usar el tablero digital y el Software Geogebra para realizar construcciones y verificar las propiedades esto se llevó a cabo en la fase de orientación dirigida.

En la fase de explicitación los estudiantes realizaron diferentes construcciones de cuadrados, rectángulos rombos y trapecios para verificar las propiedades.

En la fase de orientación libre los estudiantes verificaron propiedades de las construcciones usando Geogebra y algunas construcciones disponibles en la red.

Debilidades

Tienen muchas dificultades para expresar escribir sus argumentos en forma coherente. El estudiante H027G escribió, “c) Rectángulo Cuadrado= cuatro ángulos de 90° , dos ángulos de 50° , dos ángulos de 130° , dos ángulos de 45° , dos ángulos de 135° ” .

Fortalezas

El Interés que muestran los estudiantes con las actividades donde se involucre la tecnología

Algunos estudiantes hacen comparaciones para hallar similitudes entre figuras, en este caso un estudiante que no se identificó escribió “el rombo se mide diferente al cuadrado, pero el cuadrado y el rombo tienen 4 lados. El rombo es un paralelogramo”

4.2.7 Sesión 7. ¿Cómo hacer transformaciones usando GeoGebra?

Objetivo: Identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma.

En la fase de información los estudiantes usaron los presaberes para construir conceptos de semejanza, congruencia, rotación, traslación, homotecia, transformación, simetría axial, simetría Puntual y eje de simetría.

Para esto se entregó a los estudiantes de forma individual una hoja con las palabras en las que ellos escribieron sus definiciones.

Imagen 35

MATEMATICO MEDIANTE LA ENSEÑANZA DE CUADRILATEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

SESIÓN No. 1
FECHA 28/07/2017
CÓDIGO M032B

Con sus conocimientos previos defina las siguientes Términos:

Semejanza: cuando 2 ó mas figuras son similares en su forma pero no tienen las mismas longitudes o medidas

Congruencia: es cuando hay 2 figuras y los ángulos y lados son iguales

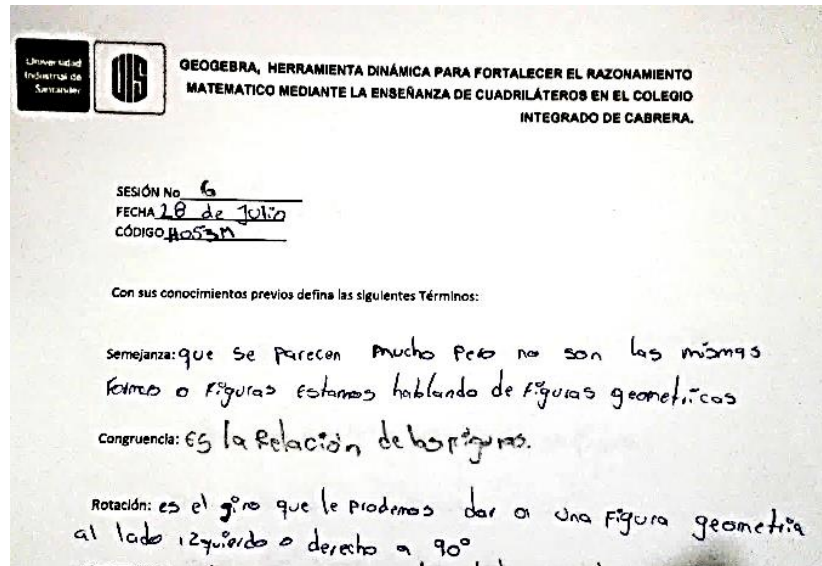
Rotación: es cuando una figura gira o da un movimiento

Traslación: es cuando una figura se trasladado o da un giro hacia derecha o izquierda pero queda en la misma posición

Homotecia: es cuando hay una imagen o una figura pequeña y a lo lejos se ve grande.

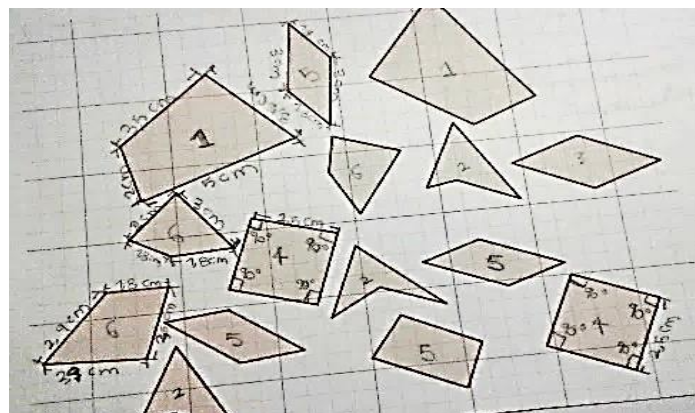
En la imagen anterior se puede ver que el estudiante sabe de qué trata algunos conceptos y los define claramente con sus propias palabras. Semejanza: “cuando 2 o más figuras son similares en su forma pero no tienen las mismas longitudes o medidas” o congruencia: “es cuando hay 2 figuras y los ángulos y los lados son iguales”

Imagen 36



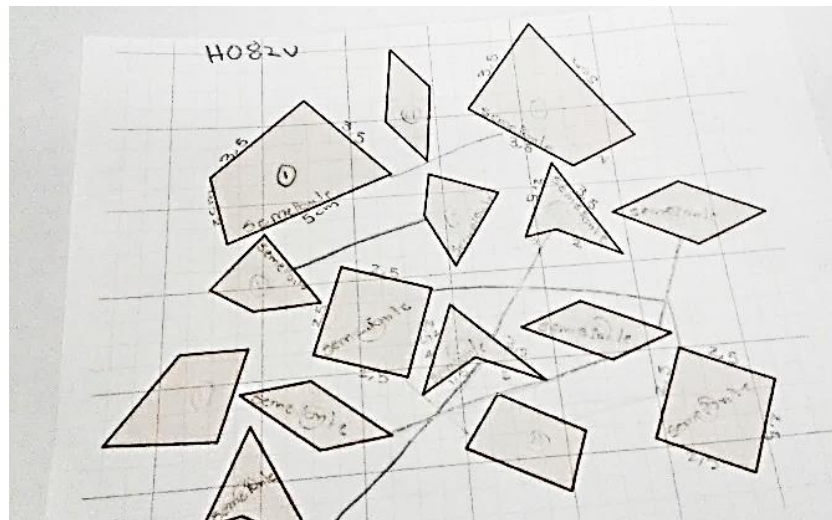
En la imagen anterior se ve que el estudiante tiene una idea de algunos conceptos aunque muy confusa o no es capaz de presentar sus argumentos de una forma ordenada y clara, para definir semejanza escribe “que se parecen mucho pero no son las mismas formas o figuras Estamos hablando de figuras geométricas”. Una vez terminada la actividad de construcción de conceptos basados en los presaberes se entregó a cada estudiante otra actividad que consistía en relacionar cuadriláteros de acuerdo a los conceptos construidos

Imagen 37



En la imagen anterior se observa que el estudiante relacionó con un número lo que a su criterio era semejanza. No relaciona, ni explica si en algún par de figuras aplica el concepto de congruencia.

Imagen 38

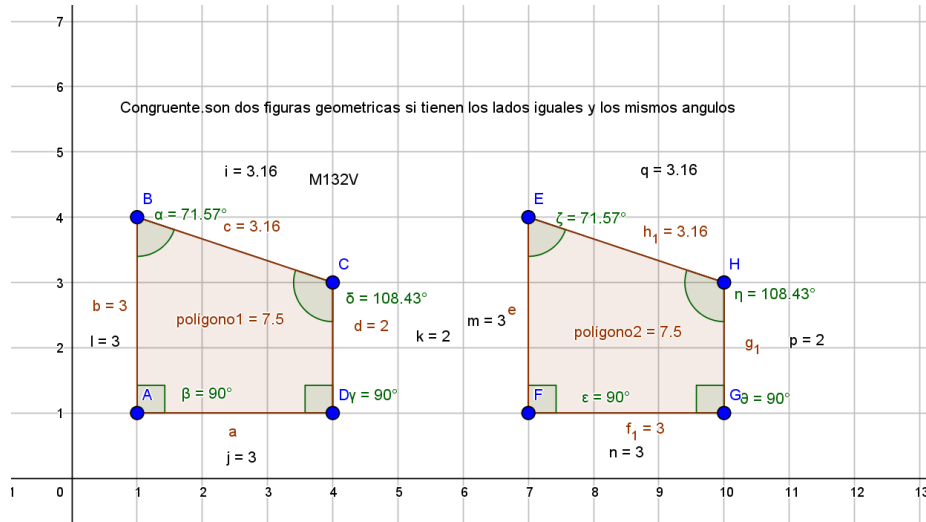


En la imagen anterior se observa que el estudiante relacionó con una línea pero además escribió dentro de cada figura lo que a su criterio era semejanza. No relaciona, ni explica si en algún par de figuras aplica el concepto de congruencia. No dan razón de que en estas figuras aplicaba la rotación o la homotecia.

En la fase de orientación dirigida el docente hizo uso del tablero digital y del software Geogebra para hacer construcciones donde se pudiera evidenciar la semejanza, la congruencia entre figuras aplicando rotación, translación, homotecia, simetría axial y puntual.

En la fase de explicitación los estudiantes usaron del software Geogebra para realizar sus propias construcciones.

Imagen 39



En la imagen se puede ver que estudiante M132V realizó esta construcción para demostrar el criterio de congruencia entre figuras.

En esta sesión los estudiantes podían hacer aproximaciones haciendo comparación de las figuras, midiendo las distancias de dos puntos un eje o de dos puntos a un punto medio. Para determinar cuando hay homotecia entre dos figuras se deben hacer comparaciones de congruencia y de semejanza y esta es una de las aproximaciones de Freudenthal.

Debilidades

No tienen claro conceptos como congruencia, simetría axial y sus argumentos son confusos como lo deja ver el estudiante H079S quien escribió “congruencia: es lo mismo que semejanza sino que se puede quedar sobre su eje” y al definir simetría axial escribió lo siguiente “es cuando las figuras presentan las mismas características”, por su parte el estudiante H037G no escribe nada sobre simetría axial y en cuanto a congruencia escribió “es igual que la semejanza es el parecido que tienen dos figuras entre sí pero esta característica también se refiere al tamaño”.

Fortalezas

El interés con las actividades relacionadas con la tecnología.

La mayoría de estudiantes tienen claro el concepto de semejanza aunque no son capaces de redactar de forma apropiada sus argumentos, con respecto a semejanza el estudiante M043C escribió al respecto “es cuando se parecen pero no son iguales las figuras geométricas” y el estudiante M032B escribió “cuando 2 o más figuras son similares en su forma pero no tienen las mismas longitudes o medidas”.

4.2.8 Sesión 8.

Cierre y evaluación

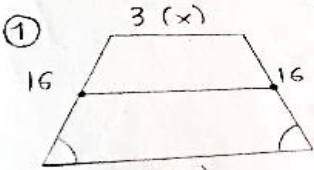
Objetivo: Evaluar el aprendizaje alcanzado en el desarrollo de la secuencia, esta sesión se realizó para dar cierre a la secuencia didáctica y solo se tuvo en cuenta la fase de evaluación y consistió en realizar una serie de actividades orientadas a la resolución de problemas, para lo cual se entregó a los estudiantes un taller en cual debían desarrollar 4 problemas en equipos de 3 estudiantes.

Si las bases de un trapecio isósceles están en relación de 3 a 4, y si la suma de los lados no paralelos es 32 y su perímetro es 74 ¿Cuánto mide su mediana?

Imagen 40

observar desde lo alto se puede observar tres rectángulos uno dentro de otro y así.
Determinar: a) el área de la casa. b) el ancho del jardín. c) el ancho del sendero. d) el área total de la construcción, es decir; el área de la casa más el área del jardín más el área del sendero.

①

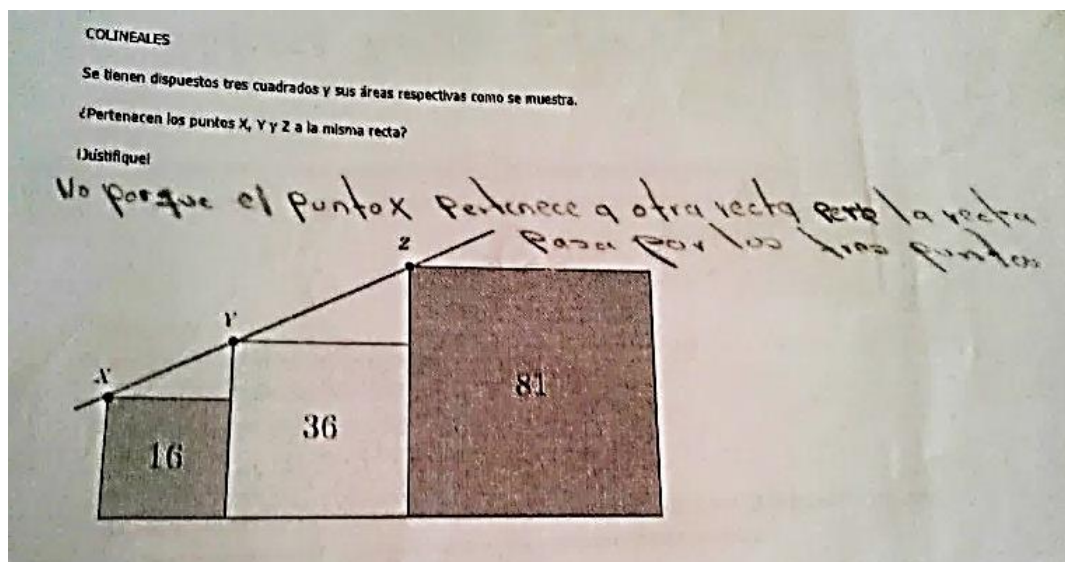

$$74 = 4x + 3x + 32 \quad 74 - 32 = 7x$$
$$42 = 7x \quad x = \frac{42}{7} \quad x = 6$$
$$\frac{24 + 18}{2} = 21 \text{ cm}$$

RTA: El valor de la mediana de el Trapecio isósceles es 21 cm

La imagen 40 muestra el procedimiento que suguieron los estudiantes M043C, M100T y H079S par solucionar el problema. En este caso realizaron un procedimiento algebraico adecuado para obtener las respuestas.

En otra parte de la sesión los estudiantes debian realizar una actividad en forma individual también orientada a la resolución de problemas.

Imagen 41



Este problema fue tomado del proyecto de matemática recreativa de colombiaaprendiendo.edu.co.

La imagen 41 muestra la respuesta dada por el estudiante H037G donde pone una contradicción al decir “no porque el punto x pertenece a otra recta pero la recta pasa por los tres puntos”. En primer lugar la respuesta da entender que la recta no pasa por el punto x pero en segundo lugar dice que si pasa por este punto, de lo cual se puede concluir es que el estudiante no tenía claro ni conocía de un proceso que le permitiera llegar a una respuesta adecuada.

Imagen 42

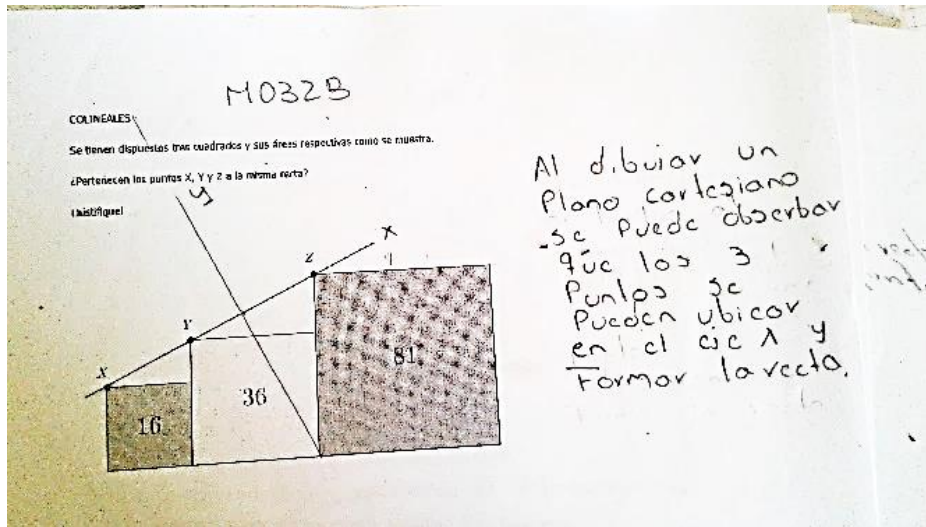
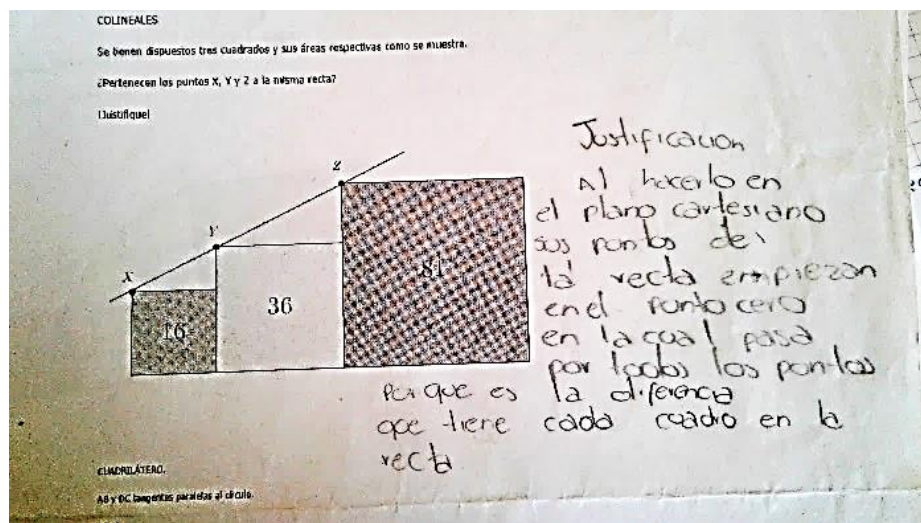


Imagen 43



Para la misma pregunta los estudiantes M099S y M032B optaron por hacer la construcción en el plano cartesiano para hacer la verificación gráfica. En lo que ambos concluyen que la recta pasa por los tres puntos aunque con algunas incoherencias en la redacción de sus respuestas.

Finalmente se realizó una actividad individual, se dio a conocer a los estudiantes en qué consistía la actividad, se trataba de contestar un cuestionario sobre las

generalidades del desarrollo de la secuencia didáctica, en este documento no se le solicitaba al estudiante ningún tipo de identificación para mayor confidencialidad y además garantizar más sinceridad en las respuestas

Imagen 44

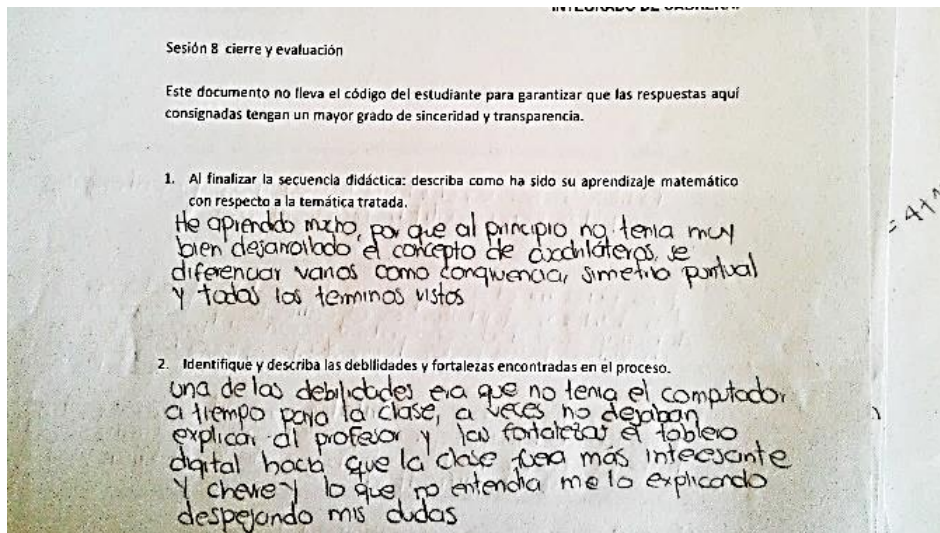
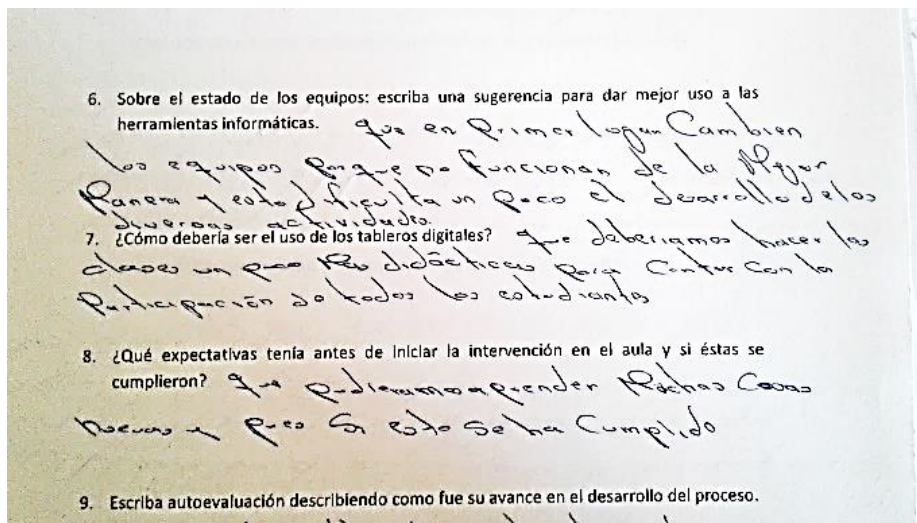


Imagen 45



Se hizo evidente en las respuestas de los estudiantes las dificultades que enfrenta día el docente a la hora de integrar las tic en el aula de clase. La queja de los

estudiantes porque los equipos no están en óptimas condiciones o porque simplemente no se les da el uso adecuado, en cuanto los aprendizajes obtenidos durante el desarrollo de la secuencia, gran parte de los estudiantes manifestaron haber aprendido bastante y sobre las expectativas que tenían en al participar en el desarrollo de la propuesta manifestaron que creían que iba ser más difícil pero que resultó ser más fácil que lo que creían, además manifestaron que inicialmente la presencia de la cámara en el aula era intimidante pero que se adaptaron rápido y ya no les molestaba.

Debilidades

Se evidencia Dificultad para expresar en forma escrita los argumentos y presentaron dificultades para buscar alternativas de solución a los problemas planteados, están acostumbrados a desarrollar actividades en donde se les suministre las fórmulas para seguir un determinado procedimiento.

Fortalezas

Se evidencia un avance en cuanto a la interpretación y argumentación.


4.3 ANÁLISIS DE LA PRUEBA DE SALIDA Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

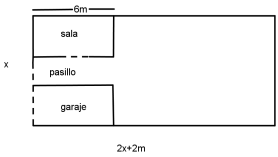
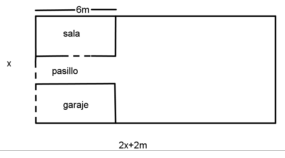
Las Preguntas de la prueba final son de autoría propia del investigador apoyado en preguntas de las pruebas Saber 9 2013, 2014 y 2015, en el banco de preguntas para grado noveno de Asesorías Milton Ochoa y de los problemas del mes del portal Colombia Aprendiendo y fue sometida a consideración del colectivo de investigación. La prueba constaba de cuatro (4) preguntas principales cada una con cuatro ítems identificados con las letras A, B, C, D, a excepción de la pregunta cuatro que solo tenía tres ítems A, B, C.

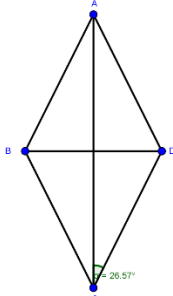
Descriptores	ítems
Visualización	1A, 1B, 1C, 2B

Análisis	1D, 2A, 2C, 2D, 3A, 3D
Clasificación	3B, 3C, 4A, 4B, 4C
Deducción formal	
Rigor	

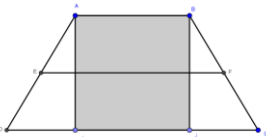
Tabla 11 Rúbrica para evaluar la prueba final

RÚBRICA PARA EVALUAR LA PRUEBA FINAL A LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA								
pregunta	ÍTEM	CRITERIOS VALORADOS Niveles de razonamiento y características	ESTUDIANTE	NIVELES VAN HIELE				
				1	2	3	4	5
1A	Para la construcción de una casa un ingeniero cuenta con un lote rectangular como se muestra en la figura. El largo del lote es dos veces el ancho más 2m y el área es igual a 144m ² . Determinar las dimensiones de dicho lote. <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	Respuesta totalmente incorrecta	M100T, M021A, H053M, M064N, H027G,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos que la soporten	M032B, M110T, M122V, M087Q, M043C, M099S, H079S, M077Q, H037 G, H065O, H082V, M058H	V				
		Respuesta correcta y con argumentos	M132V,		A			
1B	El frente de la casa va a ser el ancho de lote por lo tanto el frente va ser uno de los lados iguales a x. si	Respuesta totalmente incorrecta	M087Q, M064N, M100T, M132V, M021A, M099S, H082V,	V				

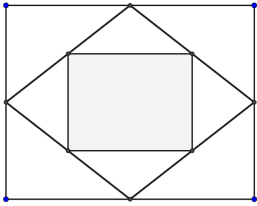
	<p>en este frente se tiene que construir la entrada al garaje de 3m de ancho, la puerta de entrada general de la vivienda 1m de ancho que da a un pasillo de 1,5m de ancho. Y una sala de bienvenida como se muestra en la figura. Determinar el área de la sala.</p> 		M058H, H079S H053M, H037G, H065O H027G, H042L,					
		Respuesta correcta con argumentos	M122V, M032V, M110T, M043C, M077Q,		A			
1C	<p>El ingeniero piensa construir una cocina de 10m², dos habitaciones de 14m² y un baño de 2m². Completa el plano ubicando la cocina, las habitaciones y el baño.</p> 	Respuesta incorrecta	M100T, M132V,	V				
		Respuesta correcta aunque un poco confusa no usó dimensiones	M087Q, M064N, M032B, H042L, M099S, M058H, M077Q, H027G, H037G, H082V. M043C, H065O, H053M, H079S, M110T, M021A,	V				
		Respuesta correcta con argumentos	M122V,		A			
1D	<p>El área restante será para el patio de ropa y lavadero. ¿Cuánta área quedará para tal propósito</p>	Sin respuesta.	M132V, M043C	V				
		Respuesta incoherente, sin argumentos	M100T, M110T, M032B, M021A, H053M, H027G, H082V, M087Q, M064N, M122V, H079S, H065O,	V				

			H042L, , M058H M077Q, H037G					
		Respuesta coherente pero sus argumentos no son lo suficientemente fuertes.	M099S,		A			
2A	En agosto es muy común encontrar a las familias elevando cometas. Juanita gastó 1600cm^2 en la fabricación de su cometa.	Sin respuesta	H079S, H065O,	V				
		Respuesta totalmente incorrecta	M100T, M021A, M099S, H027G, M043C, M064N, H053M, H037G,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos	H037G, H082V, H042L, M087Q, M058H, M110T, M122V, M032B,	V				
		Respuesta correcta con argumentos	M132V, M077Q,		A			
	 <p>Si la diagonal mayor es dos veces la diagonal menor y el área del rombo está dada por la mitad del producto de sus diagonales ¿cuál es el largo de la cometa?</p>							

2B	Si la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es igual a 360° . Hallar el valor de los ángulos restantes.	Sin respuesta	H079S, M058H,	V				
		Respuesta totalmente incorrecta	H037G, H027G, M099S, H042L, M032B, H082V, M043C, M087Q, M122V, H079S, M100T M021A, M110T, H065O,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos	M064N, H053M,	V				
		Respuesta correcta con argumentos	M077Q, M132V, M099S,		A			
2C	¿Qué pasaría si al diseño de Juanita se le duplica el valor de las diagonales? Justifique su respuesta.	Sin respuesta	H079S, M100T	V				
		Respuesta totalmente incorrecta	M099S, M043C, M122V, H079S, M058H, H065O,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos	M064N, M099S, H053M, H037G, H082V, H027G, M032B, M110T, M021A, M087Q, H042L,	V				
		Respuesta correcta con argumentos	M077Q, M132V		A			
2D	¿Cuánto papel necesitaría Juanita para elaborar la nueva cometa?	Sin respuesta	H065O, H079S,					
		Respuesta totalmente incorrecta	M043C, M122V, , M058H, H042L, M087Q, M021A, M058H, M100T, M110T, M032B, H027G, H082V,	V				

			M064N, H037G, H053M					
		Respuesta correcta con argumentos	M099S, M132V, M077Q,	A				
3A	<p>La siguiente figura muestra un cuadrado (área sombreada) inscrito dentro de un trapecio. El área del cuadrado AIJB es de 25 unidades cuadradas y el lado \overline{AB} corresponde con el la base menor del trapecio.</p>  <p>¿Qué debe hacer Pedro para calcular el valor de la base menor del trapecio ADCB, y cuál es su valor?</p>	Sin respuesta	H042L, H065O,					
		Respuesta totalmente incorrecta	M087Q, M021A, M100T, M064N M043C, H027G, H053M,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes	M032B, H037G, M110T, H079S, H082V,	V				
		Respuesta correcta y coherencia en sus argumentos	M058H, M132V, M122V, M099S, M077Q.	A				
3B	<p>El segmento \overline{EF} coincide con la mediana del trapecio y su longitud es de 8 unidades. Siendo ADCB un trapecio isósceles determinar la longitud de la base mayor.</p>	Sin respuesta	H065O, H082V, H079S,	V				
		Respuesta totalmente incorrecta	M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H053M, H037G, M058H M087Q,,	V				
		Respuesta correcta pero sin argumentos suficientes	M032B, M110T	V				

		Respuesta correcta con argumentos válidos	M132V, M122V, M099S, M077Q.			C		
3C	Determina el área del trapecio ADCB. Justifique su respuesta.	Sin respuesta	H065O, H082V, H079S,					
		Respuesta totalmente incorrecta	M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H053M, H037G, M058H M087Q, M077Q.	V				
		Respuesta correcta con argumentos válidos	M132V, M122V, M099S, M110T M032B,			C		
3D	Si el trapecio ADCB representa un lote y las longitudes de los lados no paralelos es de 5.83 unidades y Pedro desea construir una cerca de alambre a su alrededor con cinco cuerdas y cada unidad equivale a un metro ¿cuántos metros de alambre necesita Pedro para cercarlo?	Sin respuesta	H065O, H082V, H079S, M110T					
		Respuesta totalmente incorrecta	M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H037G, M058H M087Q, M032B,	V				
		Respuesta parcialmente correcta	M099S, H053M, M132V,	V				
		Respuesta correcta con argumentos válidos	M122V, M077Q.		A			

4A	<p>La siguiente figura muestra un el cual contiene otras figuras.</p>  <p>Si la figura exterior es un rectángulo y las figuras contenidas dentro de éste están formadas al unir los puntos medios de los lados, ¿puede afirmarse que también son rectángulos? Justifique su respuesta.</p>	sin respuesta	H079S,	V				
	Respuesta totalmente incorrecta	H053M, M100T, H042L, M058H, H082V, M064N, H037G, H053M M122V, M110T, M043C, M132V, M058H, H065O, M087Q, M100T. M077Q.	V					
	Respuesta correcta con argumentos válidos	M099S, H027G, M021A, M032B,	A					
4B	<p>Si la figura exterior tiene de área $63U^2$ unidades cuadradas, y la longitud de los lados más largos es igual a la longitud de los lados más cortos más dos (2) unidades ¿Cuántas unidades cuadradas tendrá el área de la figura más interna?</p>	sin respuesta	H079S, , M100T, H042L, M058H, M132V,	V				
		Respuesta totalmente incorrecta	H053M, M100T, H082V, M064N, H037G, H053M M122V, M110T, M043C, M058H, H065O, M087Q, M032B, M021A M099S, H027G,	V				
		Respuesta correcta con argumentos válidos	M077Q.	A				
4C	Si se continúa formando figuras uniendo los puntos	sin respuesta	H079S, , M100T, H042L, M058H,					

	medios de los lados ¿cuál será el valor de lados de la figura 8? Justifique su respuesta.		M132V, H082V, M122V, M110T, H065O,					
		Respuesta totalmente incorrecta	H053M, M100T, M064N, H037G, H053M M043C, M058H, M087Q, M032B, M021A M099S, H027G, M077Q.					

Tabla 12 Grado de adquisición -rango Nivel prueba de salida

Grado de adquisición	Rango	Nivel de Van Hiele
nulo	0 - 300	1
Bajo	301-375	1
Intermedio	376-750	2
Alto	751-1125	2
Alto	1126-1200	3
completo	1201-1500	3

Tabla 13 Ponderación salida

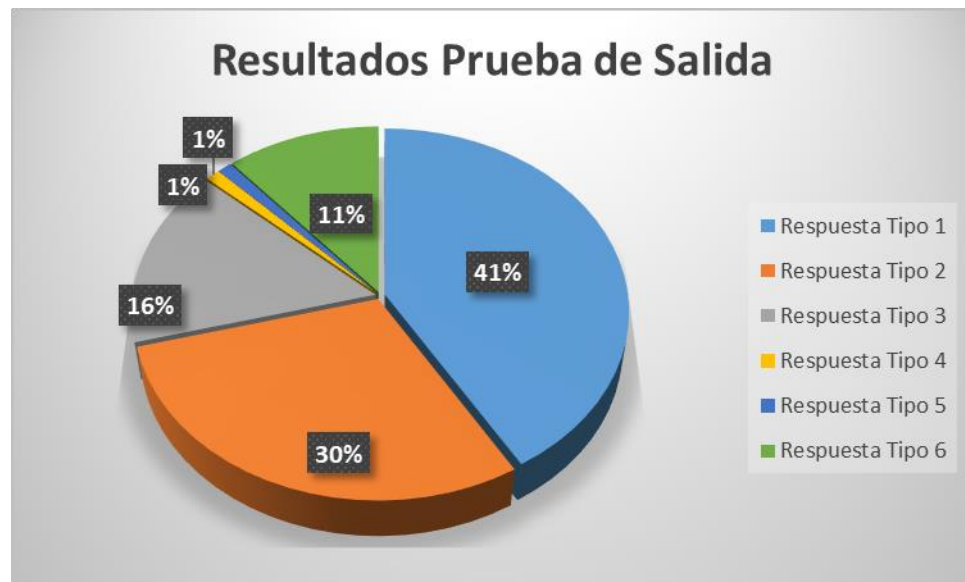
Tabla de ponderación según tipo de respuesta prueba de salida

cod	Ítem	Tipo de respuesta							ponderación	adquisición	Nivel
		1	2	3	4	5	6	7			
M021A	1A, 1B, 1D, 2B, 2D	x							270	Nulo	1
	2A,3A, 3B,3C,3D,4B,4C		x								
	1C,2C			x							
	4A						x				
M032B	1A, 1D,2B,2D	x							420	Intermedio	2
	3B,3D,4B,4C		x								
	1C,2A,2C,3A,			x							
	1B,3C,4A,						x				
M043C	1A,1D,2B,2D	x							290	Nulo	1
	2A,3A,3B,3C,3D,4A,4B,4C		x								
	1C,2C			x							
	1B						x				
H027G	1A,1B,1D,2B,2D	x							270	Nulo	1
	2A,3A,3B,3C,3D,4B,4C		x								
	1C, 3C			x							
	4A						x				
H037G	1A,1B,1D,2B,2D	x							220	Nulo	1
	3B,3C,3D,4A,4B,4C		x								
	1C,2A,2C,3A			x							
M058H	1A,1B,1D,2B,2D,4B,4C	x							230	Nulo	1
	2C,3B,3C,3D,4A		x								
	1C,2A			x							
	3A						x				
H042L	1A,1B,1D,2B,2D,3A,4B,4C	x							155	Nulo	1
	3B,3C,3D,4A		x								
	1C,2A,2C			x							
H053M	1A,1B,1D,2A,2D	x							220	Nulo	1

	3A,3B,3C,4A,4B,4C		x												
	1C,2B,2C,3D			x											
M064N	1A,1B,1D,2D	x											235	Nulo	1
	2A,3A,3B,3C,3D,4A,4B,4C		x												
	1C,2B,2C			x											
H065O	1A,1B,1D,2A,2B,2D,3A,3B,3C,4C	x											60	Nulo	1
	2C,4A,4B		x												
	1C			x											
M077Q	1A,1D	x											870	alto	2
	3C,4A,4C		x												
	1C			x											
	4B				x										
	2D					x									
	1B,2A,2B,2C,3A,3B,3D							x							
H087Q	1A,1B,1D,2D	x											265	Nulo	1
	3A,3B,3C,3D,4A,4B,4C		x												
	1C,2A,2C			x											
	2B				x										
H079S	1A,1B,1D,2A,2B,2C,2D,3B,3C,3D,4A,4B,4C	x											50	Nulo	1
	1C, 3A,			x											
M099S	1A,1B,	x											655	Intermedio	2
	2A,2C,4B,4C		x												
	1C,3D			x											
	1D				x										
	2D					x									
	2B,3A,3B,3C,4A,							x							
M100T	1A,1B,1C,1D,2B,2C,2D,4B,4C	x											120	nulo	1
	2A,3A,3B,3C,3D		x												
M110T	1A,1D,2B,2D,3D,4C	x											320	Bajo	1
	3B,4A,4B		x												
	1C,2A,2C,3A,			x											
	1B,3C							x							
M122V	1A,1D,2B,2D,4C	x											565	Intermedio	2
	2C,4A,4B		x												
	2A,			x											

	1B,1C,3A,3B,3C,3D						x					
M132V	1B,1C,1D,4B,4C	x								625	Intermedio	2
	4A,		x									
	1A,3D			x								
	2D					x						
	2A,2B,2C,3A,3B,3C						x					
H082V	1A,1B,1D,2B,2D,3B,3C,3D,4C	x								140	Nulo	1
	4A,4B		x									
	1C,2A,2C,3A,			x								

Ilustración 2 resultados prueba de Salida



La gráfica ilustración 2 fue construida con los datos contenidos en la tabla de ponderación de la prueba de salida (tabla 10) en donde se puede verificar que el 41% por ciento de las respuestas de los estudiantes fue de tipo 1 es decir respuesta nula o simplemente no contestaron la pregunta, el 30% es de tipo 2, que son respuestas muy incompletas, incoherentes, el 16% es de tipo 3, estas pueden ser matemáticamente correctas pero muy incompletas o con argumentos refutables, el 1% es de tipo 4, este tipo de respuesta se refiere a estudiantes que están entre dos tipos de razonamiento consecutivo, el 1% es de tipo 5, pueden ser

matemáticamente incorrectas pero bastante completas y 11% respuestas de tipo 6, estas son respuestas apoyadas con argumentos contundentes y matemáticamente correctas.

Ilustración 3 niveles de Van Hiele prueba de salida



La grafica ilustración 3 deja claro que solo 5 de los 19 estudiantes que participaron en la propuesta lograron avanzar del nivel visualización al nivel de Análisis de los niveles de Van Hiele.

La pregunta 1a de visualización y análisis trata de determinar las dimensiones de un lote rectangular. Los estudiantes M100T, M021A, H053M, M064N, H027G no llegaron a la respuesta adecuada y tampoco describen los métodos que aplicaron para tratar de hallarlas. Ente tipo de respuesta no los deja avanzar del nivel de visualización. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M032B, M110T, M122V, M087Q, M043C, M099S, H079S, M077Q, H037 G, H065O, H082V, M058H respondieron de forma correcta la pregunta, pero

no dan razón de cómo llegaron a la respuesta. Nivel de visualización. Respuesta tipo 1

El estudiante M132V respondió de forma adecuada la pregunta lo que lo ubica en el nivel de análisis de Van Hiele. Respuesta tipo 3

La pregunta 1b visualización y análisis los estudiantes M087Q, M064N, M100T, M132V, M021A, M099S, H082V, M058H, H079S H053M, H037G, H065O H027G, H042L respondieron incorrectamente la pregunta lo que los clasifica en el nivel de visualización. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M122V, M032B, M110T, M043C, M077Q, respondieron correctamente la pregunta soportándola con las operaciones realizadas lo que los ubica en el nivel de análisis. Respuesta tipo 6

De la pregunta 1c de visualización y análisis solo los estudiantes M100T, M132V, respondieron de forma incorrecta la pregunta dejándolos en el nivel de visualización. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes M087Q, M064N, M032B, H042L, M099S, M058H, M077Q, H027G, H037G, H082V. M043C, H065O, H053M, H079S, M110T, M021A, respondieron de forma correcta la pregunta pero no la apoyaron con argumentos o sus argumentos son incoherentes los deja en el nivel de visualización. Respuesta tipo 3.

Solo el estudiante M122V, respondió de forma adecuada con argumentos lo que lo ubica en el nivel de análisis. Respuesta tipo 6.

La pregunta 1D de análisis los estudiantes M132V, M043C dieron ninguna respuesta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M100T, M110T, M032B, M021A, H053M, H027G, H082V, M087Q, M064N, M122V, H079S, H065O, H042L, M058H M077Q, H037G no dieron una respuesta acertada o coherente, ni usaron un proceso que les permitiera encontrar la solución. Respuesta tipo 1.

Solo el estudiante M099S, realizó un proceso adecuado que le permitió llegar a una aproximación de la respuesta. Respuesta tipo 4

La pregunta 2A de análisis. Esta pregunta trataba de calcular el valor de la diagonal mayor de un rombo. Los estudiantes H079S, H065O, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M100T, M021A, M099S, H027G, M043C, M064N, H053M, llegaron a una respuesta incorrecta porque usaron procedimientos inadecuados. Respuesta tipo 2

Los estudiantes H037G, H082V, H042L, M087Q, M058H, M110T, M122V, M032B, llegaron a la respuesta correcta pero no la apoyan con sus argumentos. Respuesta tipo 3

Los estudiantes M132V, M077Q, realizaron correctamente el proceso llegando a una respuesta correcta clasificándolos en el nivel de análisis de Van Hiele respuesta tipo 6

La pregunta 2b de visualización y análisis trataba de halla el valor de los ángulos de un rombo. Los estudiantes H079S, M058H, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes H037G, H027G, M099S, H042L, M032B, H082V, M043C, M087Q, M122V, H079S, M100T M021A, M110T, H065O, respondieron de forma incorrecta la pregunta lo que los ubica en el nivel de visualización de Van Hiele. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M064N, H053M, respondieron correctamente la pregunta, pero sus argumentos son incoherentes es por eso que no alcanzan el nivel análisis de Van Hiele. Respuesta tipo 3

Los estudiantes M077Q, M132V, M099S, usaron un procedimiento adecuado, tuvieron en cuenta todas las variables presentes y llegaron a una respuesta correcta ubicándolos en el nivel de análisis respuesta tipo 6

La pregunta 2c de análisis trataba de analizar que pasaba si se duplicaba el valor de las diagonales de un rombo.

Los estudiantes H079S, M100T, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M099S, M043C, M122V, M058H, H065O, respondieron de forma incorrecta la pregunta debido a que sus argumentos no fueron adecuados. Respuesta tipo 2

Los estudiantes M064N, M099S, H053M, H037G, H082V, H027G, M032B, M110T, M021A, M087Q, H042L, respondieron correctamente la pregunta pero sus argumentos no son lo suficientemente fuertes o son muy incoherentes. Respuesta tipo 3.

Los estudiantes M077Q, M132V respondieron de forma adecuada apoyados en sus argumentos lo que los clasifica en el nivel de análisis respuesta tipo 6

La pregunta 2d de análisis trataba de calcular la cantidad de papel que se gastaría si se duplicaba el valor de las diagonales del rombo.

Los estudiantes H079S, H065O, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes

M043C, M122V, M058H, H042L, M087Q, M021A, M058H, M100T, M110T, M032B, H027G, H082V, M064N, H037G, H053M respondieron de forma incorrecta la pregunta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes M099S, M132V, M077Q, respondieron correctamente pero además lo hicieron siguiendo un procedimiento correcto lo que los ubica en el nivel de análisis respuesta tipo 5.

La pregunta 3a de análisis trata de como calcular el valor de la base menor de un trapecio conociendo el área de un cuadrado inscrito dentro del trapecio.

Los estudiantes H042L, H065O, no respondieron la pregunta ni muestran evidencia de tratar de hallar la respuesta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes M087Q, M021A, M100T, M064N M043C, H027G, H053M, respondieron de forma incorrecta porque no siguieron un procedimiento adecuado que les permitiera llegar a la respuesta correcta. Respuesta tipo 2.

Los estudiantes M032B, H037G, M110T, H079S, H082V, llegaron a la respuesta correcta pero sus argumentos no son lo suficientemente válidos. Respuesta tipo 3

Los estudiantes M058H, M132V, M122V, M099S, M077Q, respondieron correctamente a la pregunta y además usaron un procedimiento adecuado que les permitió llegar a ella lo que los sitúa en el nivel de análisis. Respuesta tipo 6.

La pregunta 3b de clasificación trata de determinar el valor de la base mayor del trapecio.

Los estudiantes H065O, H082V, H079S, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H053M, H037G, M058H M087Q, respondieron de forma incorrecta la pregunta. Respuesta tipo 2.

Los estudiantes M032B, M110T, respondieron correctamente la pregunta pero no hay argumentos que la respalden. Respuesta tipo 3.

Los estudiantes M132V, M122V, M099S, M077Q, respondieron la pregunta correctamente y la respaldaron con los argumentos. Respuesta tipo 6.

La pregunta 3c de clasificación trata de hallar el área del trapecio.

Los estudiantes H065O, H082V, H079S, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1

Los estudiantes M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H053M, H037G, M058H M087Q, M077Q respondieron incorrectamente la pregunta debido a que usaron un procedimiento inadecuado para resolverlo. Respuesta tipo 2.

Los estudiantes M132V, M122V, M099S, M110T M032B, respondieron de forma correcta la pregunta y la respaldaron con argumentos lo que los ubica en el nivel de clasificación de Van Hiele. Respuesta tipo 6.

La pregunta 3d de análisis trataba de hallar la cantidad de cuerda necesaria para cercar el trapecio con cinco vueltas.

Los estudiantes H065O, H082V, H079S, M110T no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes M087Q, M021A, M100T, H042L, M064N M043C, H027G, H037G, M058H M087Q, M032B, respondieron de forma equivocada la pregunta. Respuesta tipo 2.

Los estudiantes M099S, H053M, M132V, respondieron parcialmente la pregunta pues no tuvieron en cuenta que la cerca se tenía que construir con cinco cuerdas de alambre y solo hallaron el valor de una vuelta. Respuesta tipo 3.

Los estudiantes M122V, M077Q, respondieron de forma adecuada la pregunta lo que los ubica en el nivel de análisis. Respuesta tipo 6.

La pregunta 4a de clasificación trataba de identificar si los cuadriláteros formados dentro de al unir los puntos medios de un rectángulo eran también rectángulos
El estudiante H079S, no respondió la pregunta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes H053M, M100T, H042L, M058H, H082V, M064N, H037G, H053M M122V, M110T, M043C, M132V, M058H, H065O, M087Q, M100T. M077Q, respondieron de forma incorrecta la pregunta. Respuesta tipo 2.

Los estudiantes M099S, H027G, M021A, M032B, respondieron de forma adecuada la pregunta y la respaldaron con argumentos. Respuesta tipo 6.

La pregunta 4b de clasificación trata de hallar el área de la figura más interna inscrita dentro de otras figuras.

Los estudiantes H079S, M100T, H042L, M058H, M132V, no respondieron la pregunta. Respuesta tipo 1.

Los estudiantes H053M, M100T, H082V, M064N, H037G, H053M M122V, M110T, M043C, M058H, H065O, M087Q, M032B, M021A, M099S, H027G, respondieron de forma incorrecta la pregunta. Respuesta tipo 2.

El estudiante M077Q respondió correctamente la pregunta. Respuesta tipo 4

La pregunta 4c de clasificación los estudiantes H079S, M100T, H042L, M058H, M132V, H082V, M122V, M110T, H065O, no respondieron la pregunta. Respuestas tipo 1.

Los estudiantes H053M, M100T, M064N, H037G, H053M M043C, M058H, M087Q, M032B, M021A, M099S, H027G, M077Q, respondieron de forma incorrecta la pregunta. Respuesta tipo 2.

En esta pregunta ningún estudiante respondió de manera adecuada la pregunta debido a su grado de dificultad o porque no fue suficiente el tiempo para su desarrollo.

Tabla de ponderación en los niveles de Van Hiele

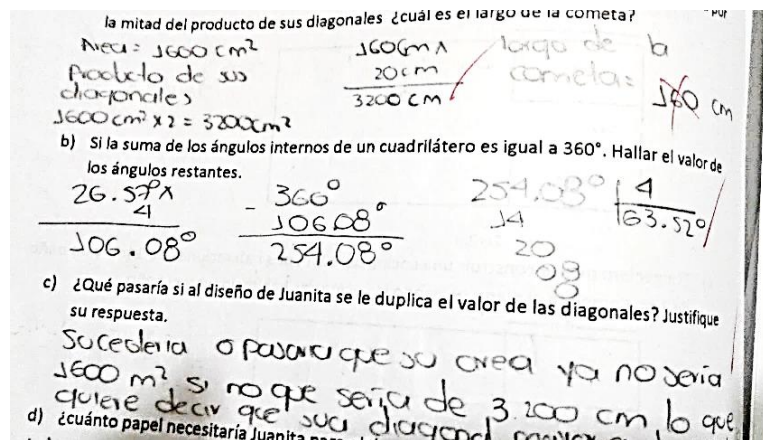
Pregunta/ cod	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	Nivel Van Hiele
M021A	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	C	V	V	V
M032B	V	A	V	V	V	V	V	V	V	V	C	V	C	V	V	A
M043C	V	A	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H027G	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	C	V	V	V
H037G	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M058H	V	V	V	V	V	V	V	V	A	V	V	V	V	V	V	V
H042L	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H053M	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M064N	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

H065O	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M077Q	V	A	V	V	A	A	A	A	A	C	V	A	V	C	V	A
H087Q	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
H079S	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M099S	V	V	V	A	V	A	V	A	A	C	C	V	C	V	V	A
M100T	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
M110T	V	A	V	V	V	V	V	V	V	V	C	V	V	V	V	V
M122V	V	A	A	V	V	V	V	V	A	C	C	A	V	V	V	A
M132V	A	V	V	V	A	A	A	A	A	C	C	V	V	V	V	A
H082V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

El análisis de la prueba no arroja los excelentes resultados esperados después de la aplicación de la secuencia didáctica. Lo que sí es posible verificar es que el nivel de asertividad en respuestas correctas aumentó con respecto a la prueba diagnóstica inicial.

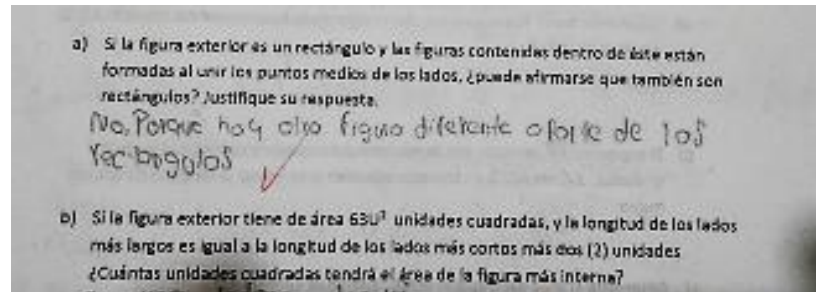
Los estudiantes M132V, M122V, M099S, M077Q, mejoraron en el nivel de respuestas correctas llegando a alcanzar en algunas de ellas el nivel de clasificación propuesto por Van Hiele, pero al hacer la sumatoria de los resultados de todas las preguntas solo alcanzaron el nivel de análisis junto con el estudiante M032B

Imagen 46



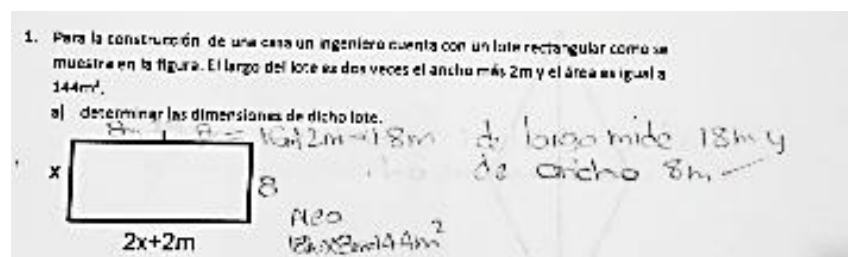
La imagen muestra el procedimiento que siguió el estudiante para llegar a la respuesta, en este caso el estudiante está acompañando la respuesta de un procedimiento lo que deja ver la forma como aborda los problemas y como hace para solucionarlos.

Imagen 47



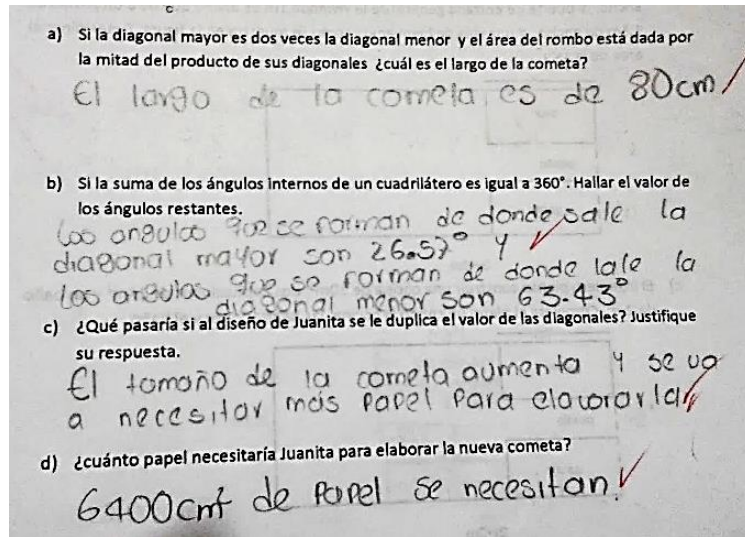
La respuesta dada por el estudiante en este caso es acertada, aunque el nivel de razonamiento utilizado solo es de visualización, no explica por qué razón se forman también cuadriláteros diferentes de los rectángulos.

Imagen 48



El procedimiento realizado por el estudiante indica que comprendió el enunciado y lo que se le estaba preguntando y realizó algún tipo de procedimiento de ensayo y error hasta encontrar la respuesta que cumpliera con lo que pedía el problema pero no deja evidencia de haber seguido algún tipo de procedimiento secuencial o lógico simplemente halló la respuesta.

Imagen 49



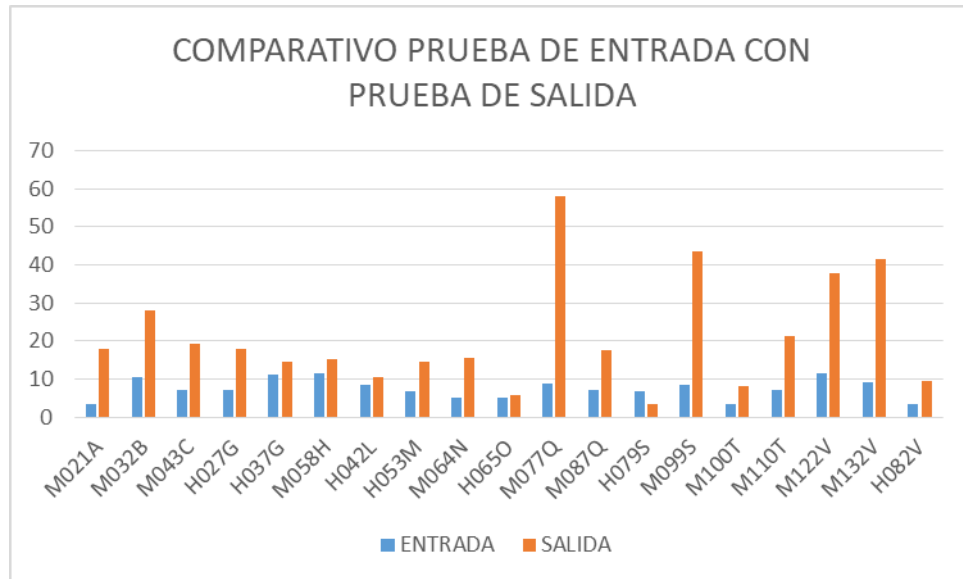
Al observar las respuestas en la imagen de forma individual da la sensación de que el nivel de razonamiento es muy bajo pero al analizarlas de forma global y teniendo el conocimiento que todas estaban relacionadas entre sí se puede comprender mejor cada una de las respuestas, si la diagonal menor de la cometa original era de 40cm y que la diagonal mayor era dos veces la menor 80cm, si se duplica el valor de las diagonales daría 80cm y 160cm y que el área del rombo está dada por la mitad del producto de sus diagonales $((80 \times 160) / 2) \text{cm}^2$ es decir se necesitaba de la respuesta “a” para hallar la respuesta “d” y de la respuesta “d” para complementar la “c” entonces puede decirse que estudiante tiene un buen nivel de razonamiento y de análisis. La respuesta “c” esperada después de calcular la respuesta “d” sería “si se duplica la longitud de las diagonales se cuadruplica la cantidad de papel necesario para la fabricación de la cometa y que sería semejante a la inicial porque los ángulos serían congruentes solo que esta sería más grande”.

Comparativo de ponderaciones prueba de entrada vs prueba de salida

Tabla 14 comparativo prueba de entrada vs prueba de salida.

código	Ponderación entrada	Ponderación salida
M021A	40	270
M032B	125	420
M043C	85	290
H027G	85	270
H037G	135	220
M058H	140	230
H042L	100	155
H053M	80	220
M064N	60	235
H065O	60	85
M077Q	105	870
H087Q	85	265
H079S	80	50
M099S	100	655
M100T	40	120
M110T	85	320
M122V	140	565
M132V	110	625
H082V	40	140

Ilustración 4 comparativo de resultados



Para la elaboración de la gráfica (ilustración 3) se tomó como referencia los datos contenidos en el comparativo prueba de entrada vs prueba de salida (tabla 14), ponderación entrada dividido en el número de preguntas de la prueba de entrada (12 preguntas) y ponderación salida dividido en el número de preguntas de la prueba de salida (15 preguntas) esto con el fin de comparar los promedios obtenidos por los estudiantes y no el puntaje total. Porque se estaría sesgando la información hacia una de las pruebas.

La gráfica deja ver un avance bastante significativo en un grupo reducido de estudiantes (5 estudiantes) en otro grupo de estudiantes tuvo un avance más moderado y dos estudiantes no tuvieron ningún tipo de avance.

La gráfica deja claro que después con la intervención de la propuesta didáctica los estudiantes mejoraron en cuanto al número de respuestas acertadas y en cuanto a su razonamiento.

El estudiante H079S no tuvo ningún avance en comparación con la prueba inicial, este resultado se puede asociar al desinterés que tenía el estudiante de participar en las actividades y que fue observado en análisis de las sesiones específicamente en la sesión 5, además los estudiantes H065O, H079S, H042L y H082V también mostraron una falta de compromiso y se les vio haciendo otras cosas diferentes a las propuestas en cada una de las actividades a lo largo de la aplicación de la propuesta y se hizo evidente en los resultados de la prueba final. El estudiante H042L, no llevó los materiales necesarios (lápiz, borrador, tajalápiz) para la presentación de la prueba y frecuentemente se le vio distraído.

De acuerdo con los resultados que muestra la gráfica se pueden establecer tres grupos dentro del grupo.

1. Los que lograron avanzar de nivel

A lo largo de la aplicación de la secuencia a este grupo se le observó disciplinado, comprometido y por lo general siempre realizaron las actividades grupales juntos así se puede evidenciar en la tercera sesión **M132V, M077Q y M099S** cuarta sesión **M122V, M132V y M032B** en la cuarta **M077Q, M099S**, M110T, en la sesión octava **M099S, M110T y M122V; M077Q, M132V y M032B** en este caso la negrilla resalta los estudiantes que lograron avanzar al nivel de análisis mientras que el estudiante M110T, obtuvo un puntaje de 320 siendo 376 el mínimo establecido para avanzar de nivel.

2. Los que avanzaron pero no lograron llegar u otro nivel de Van Hiele en la tercera y cuarta sesión M058H, M087Q, M021A y en la octava sesión M058H, M087Q, M021A y M064N encontramos el mismo grupo.

3. Los que no avanzaron o lograron un avance mínimo trabajo también trabajaron juntos en la tercera sesión **H082V, H079S y H065O** luego en la quinta **H082V, H079S y H042L** y en la octava sesión **H082V, H037G y H065O**, en este tercer grupo la negrilla indica los estudiantes que trabajaron juntos y que obtuvieron los puntajes más bajos

Este tipo de configuración grupal dentro del grupo poblacional pudo haber influenciado en el resultado final de la aplicación de la propuesta.

En cuanto a la pregunta problematizadora planteada para esta investigación se puede afirmar que se logró potenciar el nivel de razonamiento puesto que el 26% de los estudiantes logró avanzar de nivel de razonamiento dentro de los 5 niveles de Van Hiele el 63% mejoró su nivel de razonamiento aunque no logró avanzar de nivel y el 11% correspondiente a 2 estudiantes definitivamente no avanzaron.

4.3.1 Debilidades y Fortalezas

Debilidades

En las respuestas obtenidas la mayoría de los estudiantes demuestran un bajo nivel de razonamiento, sus argumentos son refutables a la luz de reglas teóricas, es decir no son contundentes, además en la resolución de problemas no revisan si la solución obtenida satisface o no todas las condiciones presentes en el problema, también se observa dificultad en el análisis y en la formulación de conjeturas para tratar de resolver un problema, por otro lado se vio falta de compromiso por parte de algunos estudiantes como es el caso del estudiante H079S que no contestó la mayoría de preguntas de la evaluación.

Fortalezas

Los estudiantes M132V, M122V, M099S, M077Q, tienen un nivel de compromiso para con su aprendizaje y se destacaron en casi todas las preguntas de la evaluación se puede afirmar que el uso del software para la enseñanza de la geometría sirve para que los estudiantes basados en las construcciones realizadas verifiquen propiedades y apropien nuevos conocimientos.

5. CONCLUSIONES

Se diseñó y se aplicó una prueba de entrada o diagnóstica para detectar las debilidades de los estudiantes en la argumentación, explicación o justificación de los procesos en la resolución de problemas de tipo geométrico, en la que se reafirmó el problema dado que el 100% de los estudiantes se encontraban en el nivel de visualización de Van Hiele.

Se diseñó y se aplicó una estrategia didáctica basada en el uso del software GeoGebra para potencializar el razonamiento y el desarrollo del pensamiento geométrico en donde los estudiantes verificaron, analizaron y sacaron conclusiones sobre las propiedades de los cuadriláteros.

Luego de realizado el análisis de los resultados de los estudiantes es posible verificar que el proceso de aprendizaje se vio favorecido con el uso del software aunque no se obtuvieron los resultados esperados.

Al comparar los resultados de la prueba inicial con la prueba final fue posible evidenciar un avance en cuanto al proceso de razonamiento en cuanto se obtuvieron respuestas bastante complejas y matemáticamente correctas en las que se refleja el uso de cierto nivel de razonamiento (respuesta tipo 6) y se logró que 5 estudiantes avanzaran de nivel de razonamiento.

La incorporación de las nuevas tecnologías en el aula de clase facilita la labor docente y permite que el estudiante se involucre en la construcción de su propio conocimiento mostrando mayor interés y participando con agrado en cada una de las actividades planteadas.

El uso del software de geometría dinámica GeoGebra permitió a los estudiantes realizar sus construcciones geométricas y verificar sus propiedades de una forma

más lúdica e interesante sin la necesidad del uso de las herramientas tradicionales como el lápiz y el papel.

Los resultados muestran la dificultad que tienen los estudiantes para construir y redactar sus argumentos lo cual es posible evidenciar en el número de respuestas acertadas pero que no fueron debidamente justificadas, o que son incoherentes o nulas.

Luego del análisis de los resultados de la prueba inicial y final se puede concluir que la información obtenida a través de estas no es contundente para responder a los objetivos planteados debido a que los estudiantes una vez conocieron la herramienta interactiva se enfocaron más en alcanzar una habilidad en el manejo de la misma que en realizar un análisis detallado de las propiedades de cada una de las figuras construidas.

Al comparar los resultados de la prueba inicial y la final demuestran un significativo avance en cuanto al número de respuestas acertadas y un avance más moderado en cuanto al número de respuestas correctas y con argumentos coherentes y válidos que las respaldan.

Durante la aplicación de la propuesta se presentaron múltiples dificultades, problemas técnicos relacionados con los equipos de cómputo, las instalaciones eléctricas en el aula, la autonomía de la cámara y el acceso a estos recursos, y humanos como la estimación del tiempo entre otros, pero que fueron enfrentados y todos ellos superados, algunos de ellos trasladando a los estudiantes a otras aulas o cambiando la metodología de trabajo.

Finalmente se evaluó el impacto generado por la aplicación de la estrategia en la que se evidenció que la mayoría de los estudiantes avanzaron en el razonamiento según las rejillas aplicadas para tal fin, 5 de los 19 estudiantes lograron avanzar de

nivel de visualización al nivel de análisis, 12 aunque mejoraron su razonamiento no lograron pasar de nivel y solo dos estudiantes no mejoraron.

6. RECOMENDACIONES

Como las nuevas tecnologías de la información y la comunicación forman parte del ambiente de los estudiantes y conociendo los beneficios que se obtienen al incorporarlas en los procesos de enseñanza – aprendizaje, se hace la invitación a tenerlas en cuenta a la hora de planear sus actividades académicas.

Implementar el uso de del software GeoGebra en los procesos de enseñanza de las matemáticas en todas las sedes de la institución educativa.

Capacitar a los docentes que trabajan en las sedes de la institución en la modalidad multinivel en educación primaria en el manejo del software GeoGebra.

Diseñar actividades, guías, talleres en los que se involucre el uso de la herramienta interactiva Geogebra para el beneficio de los estudiantes.

La estrategia ayudó a los estudiantes a mejorar su rendimiento por lo cual se recomienda seguir implementando la estrategia en la Institución para lo cual las diferentes sedes pueden adaptarla a sus necesidades y su entorno.

En cuanto a las demás áreas del conocimiento la estrategia ayuda en el proceso argumentativo por lo que se debe facilitar los espacios necesarios para su implementación y permitir al estudiante construir los conceptos a partir de situaciones problema.

BIBLIOGRAFÍA

ACOSTA, Martin E; MEJIA, Carolina y RODRIGUEZ, Carlos W. Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido. En Revista Integración, Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Vol. 29, No. 2. 2011, p. 173. [Citado el 19 de septiembre de 2016] disponible en <<http://revistas.uis.edu.co/index.php/revistaintegracion/article/view/2557>>

ALISMA MASMITJÀ, Josep, et al. Rúbricas para la evaluación de competencias. En: cuadernos de docencia universitaria 2b. Ediciones Octaedro. Universidad de Barcelona. 2013, p 8 [Citado el 25 de noviembre de 2016] disponible en <<http://www.ub.edu/ice/sites/default/files/docs/qdu/26cuaderno.pdf>>

ALVAREZ DIAZ, J. Fernando; BARBOSA RINCON, Haydi Ximena y FUENTES MORENO, Luis Gabriel. La incorporación del Software GeoGebra en el aprendizaje del teorema de Pitágoras. Trabajo de Grado en la Modalidad de Profundización como Requisito Parcial para Optar al Título de Magister en Educación Universidad del Tolima, Facultad de Ciencias de la Educación, Maestría en Educación Modalidad de profundización Ibagué. 2013, p. 64 [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en <<http://docplayer.es/2330527-La-incorporacion-del-uso-del-software-geogebra-en-el-aprendizaje-del-teorema-de-pitagoras.html>>

ARAVENA DIAZ, Maria y CAAMAÑO ESPINOSA, Carlos. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile, p. 148 [citado el 4 de febrero de 2018] disponible en <<http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v16n2/v16n2a2.pdf>>

AUGUSTOWSKY, Gabriela. El registro fotográfico en la investigación educativa, Cap. 5. p.162 [Citado el 24 de noviembre de 2016] disponible en <<http://metodo3.sociales.uba.ar/files/2014/10/Augustovsky-2007.pdf>>

BARRETO GARCIA, Julio Cesar. Deducciones de la fórmulas para calcular las áreas de figuras geométricas a través de proceso cognitivos. Universidad Nacional Abierta. Centro local Yaracuy, Área de Matemáticas y Universidad centroccidental Lisandro Alvarado, Departamento de Matemáticas. [Citado el 3 de marzo d 2018] disponible en <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/69/ideas_02.pdf>

CASTELLANOS ESPINEL, I. Marvely. Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P,N. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán Tegucigalpa. 2010, p. 123 [Citado el 23 de julio de 2016] disponible en <<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxhcmNoaXZvZG9jdW1lbnRhbnRhbGVsZWN0cm9uaWNvfGd4OjdhZDMxMDAwMWE5ZDQ1Nw>>

CHAVEZ SALAS, Ana Lupita. Implicaciones educativas de la teoría Sociocultural de Vygotsky. Revista Educacion, vol 25 No 002, 2001, p.62 [Citado el 23 de julio de 2016] disponible en <<http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/view/3581/3490>>

CISTERNA CABRERA, Francisco. Categorización y Triangulación Como Procesos De Validación Del Conocimiento En Investigación Cualitativa. Revista Theoría Vol. 14 (1): 61-71, 2005, p. 68 [Citado el 16 de octubre de 2016] disponible en <<http://www.redalyc.org/pdf/299/29900107.pdf>>

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias p.61

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Directiva Ministerial No 14, 2014, p. 1 [Citado el 23 de Julio de 2016] disponible en <http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340233_archivo_pdf_directiva_14_2014.pdf>

COLOMBIA, SANTANDER, CABRERA, COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA, Proyecto Educativo Institucional PEI., p. 16

ECHEVERRIA ANAYA, Julio Antonio. Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica mediado por GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria, Tesis para optar el grado de magister en la enseñanza de las matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de Postgrado. San Miguel 2015, p. 81 [citado el 3 de marzo de 2018] disponible en <file:///C:/Users/compu3/Documents/colegio/2017/antecedentes/ECHEVARRIA_A_NAYA_JULIO_ESTUDIO.pdf>

ELLIOTT, J. La investigación-acción en educación. 5 ed. Morata. 2005, p. 24 [Citado el 26 de septiembre de 2016] disponible en <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=eG5xSYGsdvAC&oi=fnd&pg=PA9&dq=modelo+de+elliott+sus+fases&ots=qSh_bi81la&sig=G6Wbvm7fD13XetUe37oM_4HNpME#v=onepage&q&f=false>

ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación-acción. Madrid: Morata, 1991, p. 73 [Citado el 24 de noviembre de 2016] disponible en <<https://drive.google.com/file/d/0B645zH6Wij1CZHc5LXFBQVpNdXc/view>>

ESCONTRELA MAO, Ramón y STOJANOVIC CASAS, Lily. La integración de las TIC en la educación: Apuntes para un modelo pedagógico pertinente. En: Revista

Pedagógica. Vol. 25 No.74, Caracas set. 2004. [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922004000300006

FIALLO, Jorge. Proceso de Demostración de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica. Tesis para optar al Grado de Doctor en Matemáticas, Universidad de Valencia, Valencia. 2010, p. 22 [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en < <http://matematicas.uis.edu.co/jfiallo/?q=node/15>>

FIALLO LEAL, Jorge Enrique. Acerca de la investigación en educación matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, p. 79-82 [Citado el 3 de marzo de 2018] disponible en < <https://revistas.lasalle.edu.co/index.php/ap/article/view/3436/2920>>

GARCIA AMADEO, Graciela y CARRILLO, José. Relación entre perímetro y área: en el caso de Patricia y las interacciones. Carmen de Patagones, Argentina, Universidad de Huelva. España [citado el 3 de marzo de 2018] disponible en < http://funes.uniandes.edu.co/1285/1/Garcia2006Relacion_SEIEM_185.pdf>

GOMEZ COLMENARES, Carlos Alberto; NIETO SANCHEZ, Zulmary Carolina y PABÓN GÓMEZ, Jorge Angelmiro. Modelación matemática y GeoGebra en el Desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Revista Logos Ciencia & Tecnología, Vol. 7, Num. 1, Bogotá, 2015, p. 69 [citado en 3 de Marzo de 2018] disponible en < <http://www.redalyc.org/pdf/5177/517751487008.pdf>>

GUTIERREZ QUINTANA, Esther. Las Observaciones En Video De Las Secuencias Didácticas Como Instrumento De Observación, Análisis y Reflexión Para La Evaluación Y Autoevaluación De La Práctica Docente. Instituto Cervantes de

Varsovia. p. 614 [citado en 28 de Mayo de 2018] disponible en <https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/asele/pdf/18/18_0611.pdf>

INSTITUTO COLOMBIANO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados Institucionales de la aplicación muestral de 2011., p. 13

[Citado el 26 de Mayo de 2016] disponible en <<http://www.icfes.gov.co/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/pruebas-saber-3579/resultados-saber-3579/643-guia-para-lectura-e-interpretacion-reportes-resultados-institucionales-aplicacion-muestral-2011>>

IRANZO, Nuria y FORTUNY, J. María. La influencia conjunta del GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. En: Enseñanza de las Ciencias: Revista Especializada y Experiencias Didácticas, Vol. 27 N° 3. 2009 p. 442-443 [Citado el 23 de Julio de 2016] disponible en <<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/142075>>

JOVEL, Danny y RODRÍGUEZ, Milton. Concepción de área en estudiantes de sexto. Universidad del Tolima.2011, p. 243 [citado el 2 de marzo de 2018] disponible en <<http://funes.uniandes.edu.co/3845/1/JovelConcepci%C3%B3nGeometria2011.pdf>>

LEDESMA A, Marco. Análisis de la teoría de Vygotsky para la reconstrucción de la inteligencia social, Unidad académica de sicología, pedagogía y educación. Universidad Católica de la Cuenca. Cuenca. 2014, P.10. [Citado el 26 de septiembre de 2016] disponible en <<http://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/127738/1/LIBRO-VYGOTSKY.pdf>>

MAGUIÑA ROJAS, Albert. Una propuesta Didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros basada en el Modelo Van Hiele, 2013, p. 29 [citado el 2 de marzo de 2017] disponible en

<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4733/MAGUI%C3%91A_ROJAS_ALBERT_PROPUESTA_CUADRILATEROS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

MÁNTICA, Ana María; GÖTTE, Marcela y DAL MASO, María Susana. Un camino para la comprensión del Concepto de área. Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Humanidades y Ciencias. Argentina, 2005, p. 28 [citado el 3 de marzo de 2018] disponible en <<http://www.bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Yupana/article/view/243>>

MARMOLEJO AVENIA, Gustavo Adolfo y GONZÁLEZ ASTUDILLO, Maria Teresa. El área de las superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la Cuestión. Revista electrónica de la investigación en ciencias. Vol. 10 No.1 Tandil 2015 [Citado en marzo 5 de 2018] disponible en <http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662015000100004>

MCKERNAN, J. Investigación-acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p.44 [Citado el 26 de septiembre de 2016] disponible en <https://books.google.com.co/books?id=llzVMRMIA28C&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>

MORA ARROYO, Oscar Mauricio y VILLAMIL RAMÍREZ, Boris Alejandro. Diseño y validación de objetos de aprendizaje realizado en GeoGebra para el aprendizaje de funciones reales en matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, sede Palmira, Facultad de ingeniería y administración. Departamento de diseño. 2012, p. 103. [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en <http://www.unilibre.edu.co/revistaavances/avances%20_9-1/r9-1_art13.pdf>

MORALES CHAVES, Cesar Augusto y MAJÉ FLORIANO, Ramón. Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación a la enseñanza de cuadriláteros. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Ciencias de la Educación. Universidad de la Amazonía. Facultad de Ciencias de la Educación, Programa de Maestría en Ciencias de la Educación. Florencia. 2011, p. 156

[Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en <<http://www.udla.edu.co/revistas/index.php/amazonia-investiga/article/view/6>>

PELLEREY. 1991. Citado por KILPATRICK, Jeremy; GÓMEZ, Pedro y RICO, Luis. (eds.). Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de problemas, Evaluación, Historia. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los Andes, 1998, p. 17. [Citado el 19 de noviembre de 2016] disponible en <<http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf#page=11>>

PORTAL WEB, INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE. 2016, [Citado el 26 de Mayo de 2016] disponible en <<https://www.geogebra.org/?lang=es>>

PÓLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México D. F. Editorial Trillas S.A. de C. V. Décimo quinta reimpresión 1989, p 28 [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en <<http://ebiblioteca.org/?/ver/50213>, Polya G - Como Plantear Y Resolver Problemas Pdf (50213)>

ROJAS SORIANO. 1996, citado por: RUIZ MEDINA, Manuel Idelfonso. Políticas públicas en salud y su impacto en el seguro popular en Culiacán, Sinaloa, México. Tesis Doctoral. Culiacán, Rosales, Sinaloa, Universidad Autónoma de Sinaloa. Facultad de Contaduría y Administración. División de Estudios de Postgrado. 2011, P.169 [Citado el 26 de septiembre de 2016] disponible en <http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/tecnicas_instrumentos.html>

SANDOVAL CASILIMAS, Carlos Arturo. Investigación Cualitativa. Programa de especialización en teoría y métodos y técnicas de investigación social Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior ICFES. Bogotá. 1996 P. 137 [Citado el 10 de junio de 2016] disponible en <<http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php?id=78015>..1>

SANTOS TRIGO, Manuel. La resolución de Problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, p.1 [Citado el 17 de septiembre de 2016] disponible en <<http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>>

Schoenfeld, 1992, pp. 363-364, citado por SANTOS TRIGO, Manuel. La resolución de Problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, p.2 [Citado el 17 de septiembre de 2016] disponible en <<http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf> >

TAYLOR, S.J. y BOGDAN, R., Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Ediciones Paidós, Ibérica S.A. 1987 p. 20. [Citado el 26 de septiembre de 2016] disponible en <<http://mastor.cl/blog/wp-content/uploads/2011/12/Introduccion-a-metodos-cualitativos-de-investigaci%C3%B3n-Taylor-y-Bogdan.-344-pags-pdf.pdf>>

TOBÓN TOBÓN, Sergio; PIMIENTA PRIETO, Julio H. y GARCIA FRAILE, Juan Antonio. Secuencias didácticas, aprendizaje y evaluación de competencias. Pearson Educación. México. 2010, P.20 [Citado el 30 de septiembre de 2016] disponible en <<http://evaluaciondocente.sep.gob.mx/materialesMS/TOBONPIMIENTAGARCIAS>

ECUENCIASDIDACTICASAPRENDIZAJEYEVALUACIONDECOMPETENCIAS.pdf
>

VARGAS VARGAS, Gilberto y GAMBOA ARAYA, Ronny. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. En: Uniciencia. 2013. Vol. 27, 1., p. 81 [Citado el 28 de septiembre de 2016] disponible en <<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944/4738>>

ANEXOS

ANEXO A. Formato de asentimiento

ASENTIMIENTO INFORMADO A ESTUDIANTES

INSTITUCION EDUCATIVA: COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA

DANE: 168121000031

MUNICIPIO: CABRERA

DEPARTAMENTO: SANTANDER

GRADO: 9

PROYECTO: GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMATICO MEDIANTE LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

DOCENTE TITULAR DEL PROYECTO: DANIEL GUEVARA RUIZ

El programa de Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander como programa de profesionalización docente requiere tu asentimiento para que de manera libre, previa, voluntaria y debidamente informada participes en el desarrollo de esta investigación. Como partícipe de la investigación usted debe:

Realizar las actividades académicas propuestas dentro de la investigación.

Es probable que participar te ayude a mejorar tu rendimiento académico.

Tu participación es libre y voluntaria, es decir, es la decisión tuya y de tus padres. También es importante que sepas que si estabas participando y te retiras se respetará tu decisión.

Se usarán códigos en lugar de nombres y serán secretos entre tú y el docente investigador, estos códigos se usarán para para publicar los resultados de la investigación, es decir no se sabrán tus resultados personales.

Este documento se adjuntará al consentimiento o autorización de tus padres.

Si aceptas participar marca una **X** en el cuadrito de abajo y escribe tu nombre y documento de identidad.

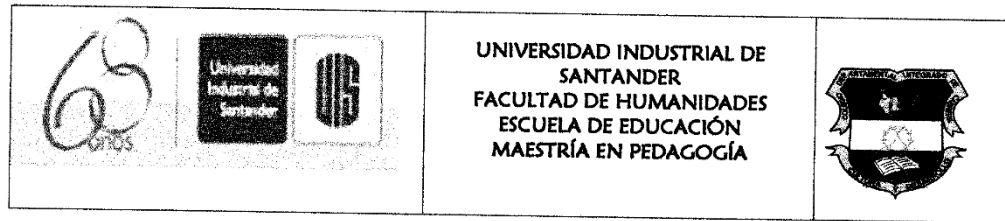
Si quiero participar

Nombre _____

T. I. _____

Fecha: _____

ANEXO B. Asentimiento



ASENTIMIENTO INFORMADO A ESTUDIANTES

INSTITUCION EDUCATIVA: COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA **DANE:** 168121000031

MUNICIPIO: CABRERA **DEPARTAMENTO:** SANTANDER **GRADO:** 9

PROYECTO: GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO MEDIANTE LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

DOCENTE TITULAR DEL PROYECTO: DANIEL GUEVARA RUIZ

El programa de Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander como programa de profesionalización docente requiere tu asentimiento para que de manera libre, previa, voluntaria y debidamente informada participes en el desarrollo de esta investigación

Como partícipe de la investigación usted debe:

Realizar las actividades académicas propuestas dentro de la investigación.
Es probable que participar te ayude a mejorar tu rendimiento académico.

Tu participación es libre y voluntaria, es decir, es la decisión tuya y de tus padres. También es importante que sepas que si estabas participando y te retiras se respetará tu decisión.

Se usarán códigos en lugar de nombres y serán secretos entre tú y el docente investigador, estos códigos se usaran para para publicar los resultados de la investigación, es decir no se sabrán tus resultados personales.

Este documento se adjuntará al consentimiento o autorización de tus padres.

Si aceptas participar marca una X en el cuadrado de abajo y escribe tu nombre y documento de identidad.

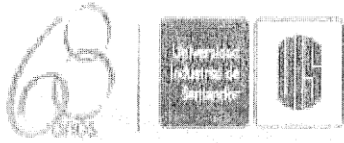

Si quiero participar

Nombre: Diego fernando Gomez Acalos

T. I. 1005464747

Fecha: 5 de mayo de 2017

ANEXO C. Formato de consentimiento

	<p>UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE HUMANIDADES ESCUELA DE EDUCACIÓN MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA</p>	
---	---	---

• **AUTORIZACION PARA TRATAMIENTO DE DERECHOS DE IMAGEN**

CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES DE FAMILIA

INSTITUCION EDUCATIVA: COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA **DANE:** 168121000031

MUNICIPIO: CABRERA **DEPARTAMENTO:** SANTANDER **GRADO:** 9

PROYECTO: GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO MEDIANTE LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

DOCENTE TITULAR DEL PROYECTO: DANIEL GUEVARA RUIZ

El programa de Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander como programa de profesionalización docente requiere su consentimiento para que de manera libre, previa, voluntaria y debidamente informada AUTORIZA la recolección, registro, procesamiento y disposición de fotografías, imágenes y material audiovisual que se lleguen a recolectar y que se incorporen en los bancos de datos de la UIS.

De acuerdo con lo anterior, la recolección y tratamiento de los datos tiene como finalidad dar soporte a los informes de la propuesta pedagógica aplicada.

Con fundamento en lo anterior, manifiesto que he sido informado sobre los derechos que le asisten a mi hijo(a) como titular de los datos e imágenes entregados a la universidad. Asimismo, autorizo el uso y tratamiento de los mismos. En consecuencia, en mi calidad de padre/ madre y /o representante legal de _____

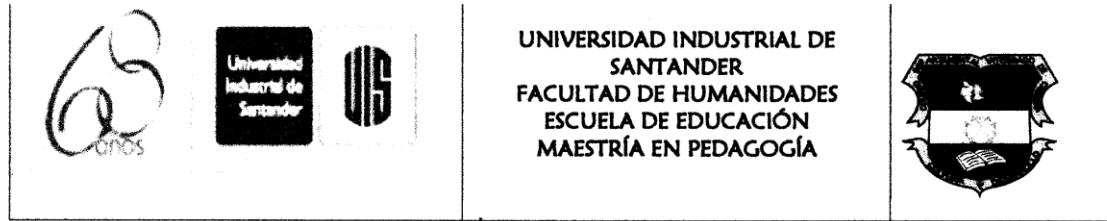
Identificado(a) con _____ No. _____
autorizo el tratamiento de sus datos personales y uso de sus derechos de imagen y material audiovisual en los términos antes establecidos.

Para constancia de lo anterior se firma y otorga en el municipio de _____, el presente documento a los _____ días del mes de _____ del 2017.

Firma _____

C.C. _____

ANEXO D. Consentimiento informado



AUTORIZACION PARA TRATAMIENTO DE DERECHOS DE IMAGEN

CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES DE FAMILIA

INSTITUCION EDUCATIVA: COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA DANE: 168121000031

MUNICIPIO: CABRERA DEPARTAMENTO: SANTANDER GRADO: 9

PROYECTO: GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMATICO MEDIANTE LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

DOCENTE TITULAR DEL PROYECTO: Daniel Guevara Ruiz

El programa de Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander como programa de profesionalización docente requiere su consentimiento para que de manera libre, previa, voluntaria y debidamente informada AUTORICE la recolección, registro, procesamiento y disposición de fotografías, imágenes y material audiovisual que se lleguen a recolectar y que se incorporen en los bancos de datos de la UIS.

De acuerdo con lo anterior, la recolección y tratamiento de los datos tiene como finalidad dar soporte a los informes de la propuesta pedagógica aplicada.

Con fundamento en lo anterior, manifiesto que he sido informado sobre los derechos que le asisten a mi hijo(a) como titular de los datos e imágenes entregados a la universidad. Asimismo, autorizo el uso y tratamiento de los mismos. En consecuencia, en mi calidad de padre/ madre y/o representante legal de Diego Fernando Gomez Acelas

Identificado(a) con T.I. No. 1005969347 autorizo el tratamiento de sus datos personales y uso de sus derechos de imagen y material audiovisual en los términos antes establecidos.

Para constancia de lo anterior se firma y otorga en el municipio de Cabrera, el presente documento a los 02 días del mes de Mayo del 2017.

Firma Senia Luz Acelas Gomez

c.c. Asesoradora de San Gil

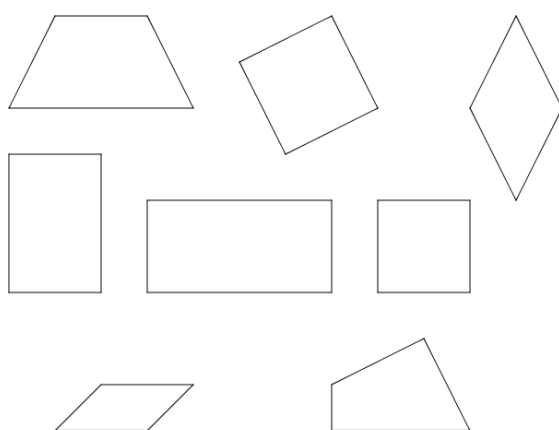
GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMATICO EN LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

ANEXO E. Prueba de entrada Evaluación para caracterizar las necesidades académicas.

Fecha: _____

Código del estudiante: _____

1. Juan y Luis observaron en un afiche promocional las siguientes figuras y decidieron hacer una apuesta, Juan decía que solo habían dos rectángulos en la figura mientras que Luis sostenía que habían 4 rectángulos: ¿Quién tiene la razón?



- E. Juan no tiene la razón porque solamente hay un rectángulo.
- F. Juan tiene la razón porque solo hay dos rectángulos
- G. Luis tiene la razón porque hay cuatro rectángulos
- H. Luis no tiene la razón porque solo hay tres rectángulos.

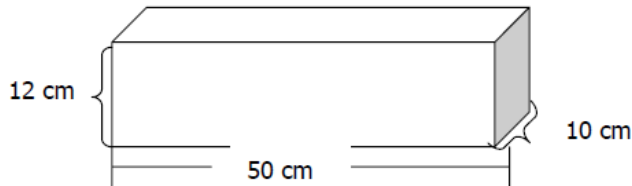
Marque con la letra **p** las figuras que forman parte de los paralelogramos

En la figura anterior no hay solamente rectángulos sino que hay otros polígonos.

Escribe el nombre de cada uno de ellos y cuantos hay en la figura. _____

Explique cómo llegó la conclusión anterior. _____

2. Natalia, compró en San Gil un regalo para su papá, el cual está dentro de una caja que Natalia quiere envolver en un hermoso papel. Las dimensiones de la caja se muestran en la siguiente figura.

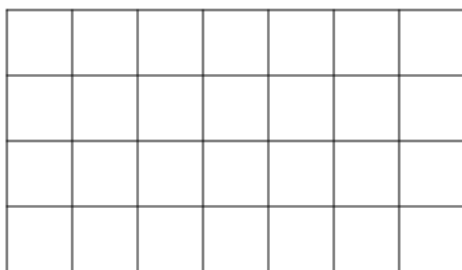


La cantidad mínima de papel regalo que Natalia necesita para envolver la caja está entre:

- A. 500 cm² y 1.000 cm²
- B. 1.000 cm² y 1.500 cm²
- C. 1.500 cm² y 1.000 cm²
- D. 2.000 cm² y 2.500 cm²

¿Cuál fue la razón que lo llevó a seleccionar esa respuesta?

3. Un maestro de construcción enlozó el piso de un salón con baldosas cuadradas de 240cm de perímetro. Una vez terminada la obra el piso del salón quedó como se muestra en la figura.



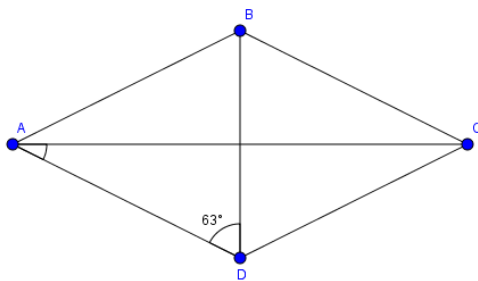
El dueño de la obra desea conocer el perímetro del salón. De acuerdo con la imagen el perímetro del salón es:

- E. 1008cm

- F. 1320cm
- G. 1080cm²
- H. 1320cm²

¿Por qué seleccionó esa respuesta? _____

Responda las preguntas 4 y 5 teniendo en cuenta la siguiente imagen.



4. Juanita diseñó la anterior figura para construir su cometa. La diagonal mayor es el doble de la menor y la diagonal menor tiene 40cm largo. Juanita desea calcular ¿cuánto papel necesitará para construir su cometa? La cantidad de papel necesario para construir es:

- E. 3200cm²
- F. 1600cm²
- G. 800cm²
- H. 2400cm²

¿Por qué crees que la opción seleccionada es la respuesta correcta? _____

5. En el diseño elaborado por Juanita se puede observar que ella calculó uno de sus ángulos, el cual mide 63°. De este diseño se puede deducir que la medida del ángulo $\sphericalangle BAC$ es:

- E. 30°

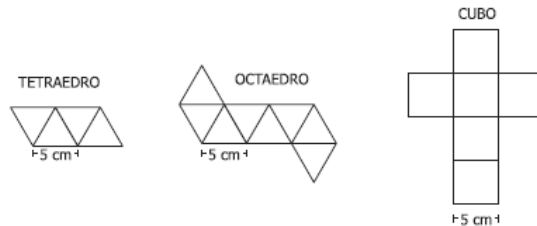
F. 54°

G. 27°

H. 60°

¿Qué principio, teorema, o ley de la geometría tuvo en cuenta para seleccionar esta respuesta? _____

6. Los siguientes son planos de algunos poliedros regulares.



Acercas del volumen de los poliedros regulares mostrados en los desarrollos anteriores, es correcto afirmar que

- A. el tetraedro tiene el mayor volumen..
- B. el octaedro tiene el mayor volumen.
- C. el cubo tiene el mayor volumen.
- D. todos tienen el mismo volumen.

Con sus palabras describa los motivos que lo llevaron a optar por esa respuesta

7.

Las figuras 1 y 2 están dibujadas sobre una cuadrícula. La figura 2 se obtuvo aplicando una secuencia de transformaciones a la figura 1, que incluye únicamente ampliaciones, reflexiones con respecto a los ejes horizontal y vertical, reducciones y rotaciones.

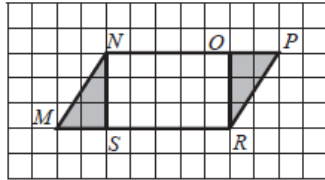


Figura 1

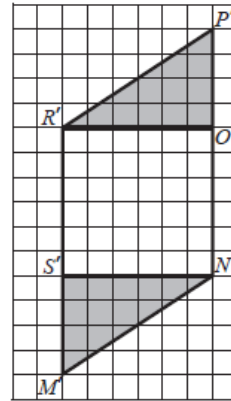


Figura 2

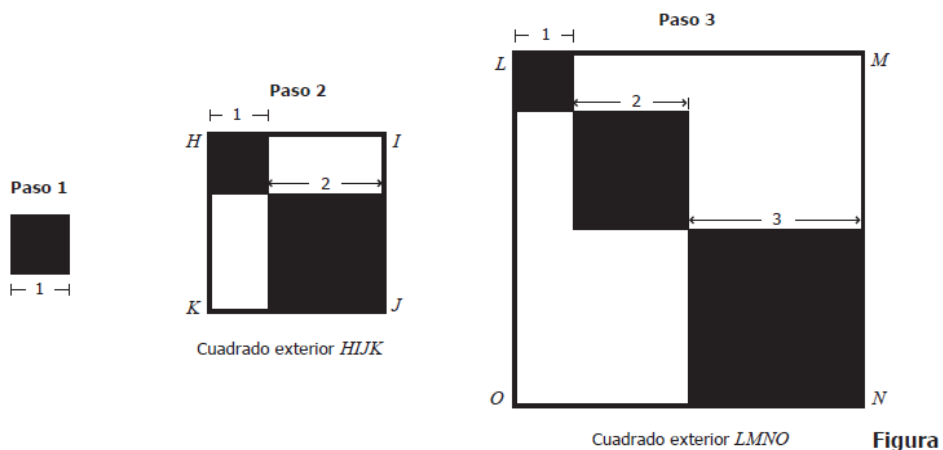
¿Cuál es la secuencia de transformaciones?

- A. Ampliación, reflexión, reflexión.
- B. Rotación, reflexión, reducción.
- C. Rotación, reflexión, ampliación.
- D. Ampliación, rotación, reducción.

¿Había oído sobre el tema tratado en la pregunta anterior? _____

¿Por qué seleccionó esa respuesta? _____

8. Juanito entró a un salón de una construcción antigua y observó que en los pisos se podían identificar diferentes figuras y una de ellas se ilustra en la siguiente imagen en ella que se pueden observar los tres primeros pasos de una secuencia de construcción de cuadrados:

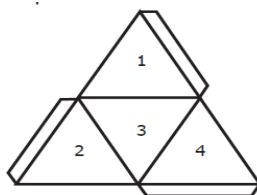


Si continua la secuencia, ¿cuánto mide el lado del cuadrado exterior en el paso 4?

- E. 8
- F. 9
- G. 10
- H. 12

Describe con sus palabras de que trataba la secuencia anterior _____

9. Andrés diseñó el siguiente plano con el propósito de construir un sólido pero el tiene un problema, “no sabe como se llama los elementos de un sólido” por lo que hay que ayudarle a que Andrés deduzca cuales son estos elementos.



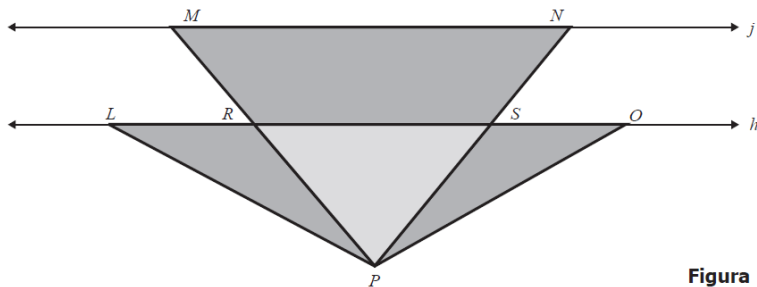
Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano, es **correcto** afirmar que tiene en total

- A. 1 vértice.
- B. 2 bases.
- C. 3 aristas.
- D. 4 caras.

¿Es suficiente con tu respuesta para qué Andrés sepa cómo se llaman los elementos y cuántos tiene el sólido que él diseñó? ¿Si_____ No_____ Por qué?

10.

En la figura, las rectas h y j son paralelas, y los triángulos LPR y OPS son congruentes.



Figura

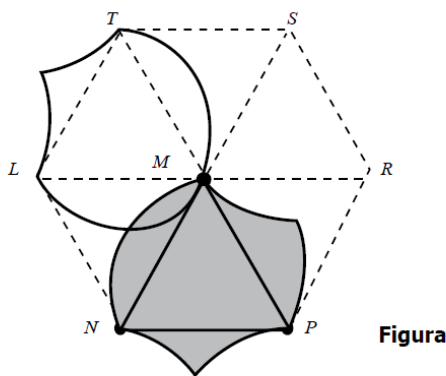
Con la información anterior **NO** es correcto afirmar que

- A. $\frac{PR}{PM} = \frac{PS}{PN}$.
- B. $RP = SO$.
- C. $\frac{PM}{PN} = \frac{PR}{PS}$.
- D. $MR = NS$.

Describe las razones por las cuales optó por esa respuesta _____

11.

En la figura aparecen, ubicadas sobre el hexágono regular $LTSRPN$, una región sombreada y la imagen que resulta de aplicarle a esta región un movimiento.



Figura

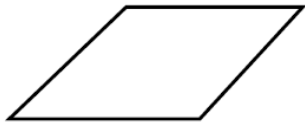
¿Cuál de los siguientes movimientos se aplicó a la región sombreada?

- A. Una reflexión sobre \overline{LR} .
- B. Una rotación de 120° con centro en M .
- C. Una reflexión sobre \overline{NS} .
- D. Una rotación de 30° con centro en L .

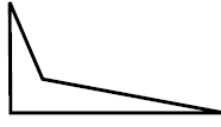
Justifique su respuesta _____

12.

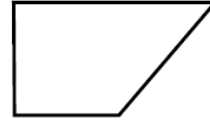
A continuación se presentan cuatro cuadriláteros.



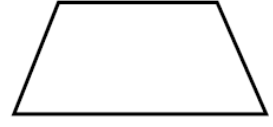
Cuadrilátero 1



Cuadrilátero 2



Cuadrilátero 3



Cuadrilátero 4

¿Cuál de los anteriores cuadriláteros tiene por lo menos un ángulo recto y exactamente un par de lados paralelos?

- A. Cuadrilátero 1.
- B. Cuadrilátero 2.
- C. Cuadrilátero 3.
- D. Cuadrilátero 4.

Marque con la letra **C** las figuras cóncavas y con la letra **X** las figuras convexas

¿Por qué seleccionó esa respuesta? _____

Rescriba como fue tu experiencia al desarrollar esta prueba. _____

Las preguntas estaban: marque con una x

No las entendió____, las entendió parcialmente____, las entendió en su totalidad____

ANEXO F. Secuencia Didáctica

GEOGEBRA, HERRAMIENTA DINÁMICA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL COLEGIO INTEGRADO DE CABRERA.

SECUENCIA DIDACTICA

¿Cómo fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera al resolver problemas de tipo geométrico?

VISIÓN GENERAL

El propósito de esta secuencia es que los estudiantes del grado noveno del Colegio Integrado de Cabrera fortalezcan el razonamiento mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando la herramienta interactiva Geogebra.

En esta secuencia didáctica se proponen una serie de acciones con el objetivo de dar respuesta a la pregunta ¿Cómo fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera al resolver problemas de tipo geométrico?

La situación problema que se contempla es la dificultad que tienen los estudiantes al desarrollar problemas que involucren problemas de tipo geométrico.

La secuencia didáctica inicia en la con la sesión 1 en donde se contempla una serie de acciones para la comprensión del problema y la identificación de herramientas e instrumentos que se pueden utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la sesión 2 los estudiantes descargarán e instalarán la herramienta interactiva GeoGebra y realizarán algunas actividades exploratorias para familiarizarse con la herramienta. En la sesión 3 los estudiantes reconocerán figuras geométricas en su entorno, medirán usando herramientas de medición y harán las construcciones usando lápiz y papel y la herramienta interactiva Geogebra. En la sesión 4 construirán un rectángulo que aguante la ley del arrastre es decir que se

pueda rotar, trasladar, y hacer homotecias sin que este pierda sus propiedades usando GeoGebra. En la sesión 5 los estudiantes construirán un rectángulo de perímetro fijo y área variable usando cuerdas, herramientas de medición y la herramienta interactiva GeoGebra. En la sesión 6 los estudiantes harán diferentes construcciones de cuadriláteros usando GeoGebra de forma que puedan verificar sus propiedades (perímetro, área ángulos y diagonales). En la sesión 7 los estudiantes harán diferentes construcciones de cuadriláteros en las que se puedan evidenciar la posición relativa dentro de un sistema de referencia (plano cartesiano) rotación, translación, homotecias, congruencia y semejanza. En la sesión 8 usaran la herramienta GeoGebra para hacer construcciones de cuadriláteros y hacer demostraciones formales de sus propiedades. En la sesión 9 cierre y evaluación de la secuencia didáctica.

Ruta de aprendizaje

SESIÓN	PREGUNTA GUÍA	IDEAS CLAVE	DESEMPEÑO ESPERADO
1	¿Qué herramientas e instrumentos puedo utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico?	Figuras geométricas en el entorno Herramientas e instrumentos de medición	Reconozco diferentes herramientas e instrumentos de medición Identifico en el entorno diferentes figuras geométricas
2	¿Cómo mejorar el desempeño en la resolución de problemas de tipo geométrico?	El uso de las TICS Herramientas del entorno.	Uso adecuadamente los recursos tecnológicos Reconozco que las herramientas interactivas facilitan la realización de construcciones de tipo geométrico.

3	¿Cómo descubrir figuras en el entorno para hacer análisis de tipo geométrico?	<p>Hacer mediciones y levantar planos usando lápiz y papel.</p> <p>Hacer la construcción de los planos usando GeoGebra.</p> <p>Comparar resultados</p>	<p>Realizo mediciones usando instrumentos de medición.</p> <p>Construyo figuras geométricas usando lápiz y papel.</p> <p>Realizo construcciones geométricas usando GeoGebra.</p>
4	¿Cómo usar Geogebra para hacer construcciones Geométricas?	<p>Segmentos</p> <p>Líneas rectas</p> <p>Perpendiculares</p> <p>Paralelas</p> <p>Puntos de intersección</p> <p>Vértices</p> <p>ángulos</p>	<p>Reconozco propiedades de los cuadriláteros</p> <p>Reconozco propiedades de los rectángulos</p> <p>Aplico las propiedades para realizar las construcciones.</p>
5	¿Cómo usar Geogebra para identificar las propiedades de los rectángulos?	<p>Perímetro</p> <p>Área</p>	<p>Comprendo las propiedades de los rectángulos</p> <p>Realizo transformaciones geométricas usando cuerdas y GeoGebra.</p>
6	¿Cómo identificar las propiedades de los cuadriláteros usando Geogebra?	<p>Perímetro, área, ángulos, diagonales</p>	<p>Comprendo las propiedades de los cuadriláteros.</p>

			Aplico las propiedades de los cuadriláteros en la resolución de problemas.
7	¿Cómo hacer transformaciones usando GeoGebra?	Rotación, translación, homotecia, Congruencia semejanza	Aplico las propiedades de los cuadriláteros. Reconozco las propiedades de congruencia y semejanza entre cuadriláteros Reconozco diferentes tipos de transformaciones.
8	Cierre y evaluación	Aplicaciones de las propiedades de los cuadriláteros	Resuelvo problemas de tipo Geométrico que involucren cuadriláteros.

<p style="text-align: center;">Primera sesión ¿Qué herramientas e instrumentos puedo utilizar en la resolución de problemas de tipo geométrico?</p>						
SEDE		A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA
					PERIODO	2
OBJETIVO	Identificar diferentes tipos de herramientas de medición y especialmente aquellas usadas en la geometría				TIEMPO PREVISTO	2 horas
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).				DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco diferentes herramientas e instrumentos de medición. Identifico en el entorno diferentes figuras geométricas		INDICADORES DE DESEMPEÑO		Identificar diferentes herramientas de medición Identificar diferentes figuras geométricas presentes en el entorno	
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele					
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES			TIEMPO	RECURSOS
FASE 1	INFORMACION	Exploración de pre-saberes de los estudiantes Hacer un listado de instrumentos y herramientas de medición Hacer un sondeo sobre el reconocimiento de polígonos			15 minutos	Video bean Tablero, Grafos, reglas, escuadras, transportador.
FASE 2	ORIENTACION DIRIDIDA	Hacer un listado de herramientas de medición reconociendo las unidades de medida			30 minutos	Servicio de internet Instrumentos de medición. Video vean Tablero digital
FASE 3	EXPLICITACION	Determinar algunas fórmulas para el cálculo de área y perímetro de los cuadriláteros.			20 minutos	Tablero y grafos
FASE 4	ORIENTACION LIBRE	Calcular el área de un terreno a partir de una situación problema en donde se apliquen las fórmulas anteriormente usadas			20	Papel y lápiz
FASE 5	INTEGRACIÓN	Comparar el listado de herramientas e instrumentos de medición Resolución de problemas básicos para el cálculo del área y perímetro de algunos cuadriláteros			35 minutos	Computadores Tablero, Grafos Papel y lápiz
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Resuelve problemas para el cálculo de área y perímetro Reconoce y construye cuadriláteros usando lápiz y papel. Conoce y manipula algunas herramientas de medición. Participa activamente en las actividades programadas.					
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Curriculum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf					

segunda sesión
¿Cómo mejorar el desempeño en la resolución de problemas de tipo geométrico?



SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Analizar las propiedades de un cuadrado teniendo en cuenta sus lados y sus ángulos			TIEMPO PREVISTO	3 horas	TIEMPO REAL	3
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).			DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Uso adecuadamente los recursos tecnológicos Reconozco que las herramientas interactivas facilitan la realización de construcciones de tipo geométrico.		INDICADORES DE DESEMPEÑO	Identificar herramientas tecnológicas que sirven para realizar construcciones geométricas. Explorar en la web diferentes herramientas interactivas para uso geométrico.			
REFERENTES TEÓRICOS	El Modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES			TIEMPO	RECURSOS	
FASE 1	INFORMACION	Exploración de pre-saberes de los estudiantes (dibujo técnico, Cabri, GeoGebra) Asignación de equipos Instrucciones para el manejo adecuado de los equipos.			30 minutos	Tablero, Grafos, Diario de campo lapicero	
Fase 2	OREINTACION LIBRE	Hacer una búsqueda en internet sobre herramientas interactivas de geometría. Si es posible. Descargar e instalar la herramienta interactiva GeoGebra. Exploración libre de la herramienta interactiva Geogebra.			30 minutos 30 minutos 20 minutos	Servicio de internet. Computadores, instrumentos de medición Video vean Tablero digital	
Fase 3	EXPLICITACIÓN	Instrucciones básicas sobre el manejo de GeoGebra.			20 minutos	portátiles	
Fase 4	ORIENTACION LIBRE	Construcción de un cuadrado usando líneas paralelas y perpendiculares			35 minutos	portátiles	
Fase 5	INTEGRACION	Guardar y entregar cada una de las construcciones realizadas. Autoevaluar las actividades realizadas Entrega de los equipos en buen estado			15 minutos	Computadores Tablero, Grafos Papel y lápiz	
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Actividades realizadas. Trabajos entregados. Reconoce el concepto de paralela y perpendicular						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf						

tercera sesión
¿Cómo descubrir figuras en el entorno para hacer análisis de tipo geométrico?





SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Comprender la magnitud área apoyados de la manipulación herramientas de medición al medir espacios reales.				TIEMPO PREVISTO	4 horas	TIEMPO REAL
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).				DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce	
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Realizo mediciones usando instrumentos de medición. Construyo figuras geométricas usando lápiz y papel. Realizo construcciones geométricas usando GeoGebra.		INDICADORES DE DESEMPEÑO		Identificar el perímetro y el área de un terreno. Identificar magnitudes que sirven para realizar el cálculo del perímetro y del área.		
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES			TIEMPO	RECURSOS	
FASE 1	INFORMACION	Saludo e introducción Conformación de equipos de trabajo Entrega de instrucciones del trabajo a realizar			15 minutos	Tablero, Grafos, Diario de campo lapicero	
FESE 2	ORIENTACION DIRIGIDA	Los equipos de trabajo deben medir el área asignada haciendo un croquis inicial del área			45 minutos	Servicio de internet. Computadores, instrumentos de medición Video vean Tablero digital	
FASE 3	EXPLICITACION	Usando lápiz y papel hacer la construcción de los planos calculando perímetro y área Construcción de los planos usando GeoGebra			60 Minutos 60 Minutos	Lápiz, papel, Escuadras computadores	
FASE 4	ORIENTACION LIBRE	Hacer una comparación de las áreas calculadas manualmente y las generadas por el GeoGebra. Corregir los posibles errores que se presentan al calcular un área y determinar el por qué se presentaron.			20 minutos 20 minutos	Computadores Tablero, lápiz, papel.	
FASE 5	INTEGRACION	Reflexionar sobre el tipo de figuras geométricas encontradas y como hicieron para calcular su área y su perímetro Autoevaluar las actividades realizadas Entrega de los equipos en buen estado			10 minutos 5 minutos 5 minutos	Computadores Tablero, Grafos Papel y lapiz	
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Planos realizados usando lápiz y papel Trabajo en equipo Trabajo realizado usando Geogebra Auto evaluación						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Angel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf						

Cuarta sesión
¿Cómo usar Geogebra para hacer construcciones Geométricas?



SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma.			TIEMPO PREVISTO	3 horas	TIEMPO REAL	
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).			DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.		INDICADORES DE DESEMPEÑO	Construir cuadriláteros usando Geogebra. Identificar propiedades básicas de los cuadriláteros.			
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES			TIEMPO	RECURSOS	
FASE 1	INFORMACIÓN	Exploración de pre saberes: (hacer un cuadro sinóptico para clasificar los cuadriláteros usando las palabras cuadrilátero, rectángulo, trapecio, trapecoide, cuadrado rombo, romboide y paralelogramo.) Trabajo en equipos de tres personas No usar celulares.			20 minutos	Lápiz, papel	
FASE 2	ORIENTACIÓN DIRIGIDA	Construir en equipos la definición de (segmento, recta, recta paralela, recta perpendicular, recta secante y ángulo)			30 minutos	Servicio de internet. Computadores, Video vean Tablero digital	
FASE 3	EXPLICITACIÓN	Construir con Geogebra diferentes cuadriláteros para analizar sus propiedades, según su forma. (nivel de reconocimiento de Van Hiele)			70 Minutos	Computadores	
FASE 4	ORIENTACIÓN LIBRE	Construir con Geogebra diferentes rectángulos para analizar sus propiedades. Teniendo en cuenta lados, ángulos perímetro y área (Nivel análisis de Van hiele)			40 Minutos	Computadores	
FASE 5	INTEGRACIÓN	Guardar y entregar cada una de las construcciones realizadas.			10 minutos	Computadores Medios de almacenamiento	
		Autoevaluar las actividades realizadas			5 minutos		
	Entrega de los equipos en buen estado			5 minutos			
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Realiza construcciones teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros. Reconoce el concepto de rectángulo y realiza construcciones atendiendo sus propiedades. Reconoce el concepto de paralela y perpendicular y secante.						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~rectpro/rev173ART1.pdf						

<p style="text-align: center;">QUINTA SESIÓN ¿Cómo usar Geogebra para hacer construcciones Geométricas?</p>								
SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2	
OBJETIVO	Identificar propiedades de los rectángulos (área y perímetro)				TIEMPO PREVISTO	3 horas	TIEMPO REAL	
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).				DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.			INDICADORES DE DESEMPEÑO	Construir cuadriláteros usando Geogebra. Identificar propiedades básicas de los cuadriláteros.			
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele							
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES				TIEMPO	RECURSOS	
FASE 1	INFORMACIÓN	Se hace entrega de los materiales para la realización del trabajo, de igual forma se entregan las instrucciones.				20 minutos	Lápiz, papel	
FASE 2	OREINTACIÓN DIRIDIDA	Construir diferentes rectángulos de igual perímetro usando cuerdas, escuadra y flexómetro. Verificar que sucede con el área. Dada el área de un rectángulo indeterminado construir diferentes rectángulos que satisfacen la condición dada.				30 minutos	Servicio de internet. Computadores, Video vean Tablero digital	
FASE 3	EXPLICITACIÓN	Corroborar propiedades de los rectángulos apoyado en el software Geogebra (nivel de análisis de Van Hiele)				70 Minutos	Computadores	
FASE 4	ORIENTACIÓN LIBRE	Hacer comparaciones entre los diferentes rectángulos generados teniendo un perímetro fijo y los diferentes rectángulos generados con base a un área fija.				40 Minutos	Computadores	
FASE 5	INTEGRACIÓN	Resolución de problemas buscar el rectángulo de mayor área a partir de un perímetro conocido.				10 minutos	Computadores Medios de almacenamiento	
		Solución del problema.				5 minutos		
						5 minutos		
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Realiza construcciones teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros. Reconoce el concepto de rectángulo y realiza construcciones atendiendo sus propiedades. Reconoce el concepto de paralela y perpendicular y secante.							
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf							

SEXTA SESIÓN
¿Cómo identificar las propiedades de los cuadriláteros usando Geogebra?



SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma.			TIEMPO PREVISTO	3 horas	TIEMPO REAL	
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).			DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.		INDICADORES DE DESEMPEÑO	Construir cuadriláteros usando Geogebra. Identificar propiedades básicas de los cuadriláteros.			
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES			TIEMPO	RECURSOS	
FASE 1	INFORMACIÓN	Identificar las diagonales que tienen un cuadrado, un rombo y un rectángulo al doblar las figuras entregadas trabajo individual.			20 minutos	Lápiz, papel	
FASE 2	ORIENTACIÓN DIRIGIDA	Usando regla para medir las longitudes de las diagonales: 1. De vértice a vértice? 2. De cada vértice al punto donde se cortan 3. Medir las longitudes de los lados 4. Con el trasportador los ángulos que forman entre sí en el punto donde se cortan. 5. Medir el ángulo de cada vértice 6. Medir el ángulo que forman las diagonales con el lado del cuadrilátero.			40 minutos	Lápiz, papel, regla o escuadra, transportador.	
FASE 3	EXPLICITACIÓN	Construir diferentes cuadrados, rombos rectángulos y trapecios para verificar las propiedades de congruencia entre lados, ángulos y diagonales de algunas de las figuras usando Geogebra. Usar los puntos medios de un cuadrilátero para verificar que tipo de polígono se puede formar Entrega de equipos en buen estado			55 Minutos 5 minutos	Computadores	
FASE 4	ORIENTACIÓN LIBRE	Verificar en las construcciones realizadas las propiedades de los diferentes polígonos tratados en clase, usando Geogebra y algunas construcciones realizadas por otras personas y que se encuentran en la red.			40 Minutos	Computador Tablero digital	
FASE 5	INTEGRACIÓN	Evaluar el conocimiento adquirido usando sobre las propiedades de los polígonos			40 minutos 5 minutos 5 minutos	Computadores Medios de almacenamiento	
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Realiza construcciones teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros. Reconoce el concepto de rectángulo y realiza construcciones atendiendo sus propiedades. Reconoce el concepto de paralela y perpendicular y secante.						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf						

SÉPTIMA SESIÓN
¿Cómo hacer transformaciones usando GeoGebra?



SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Identificar las propiedades de los cuadriláteros según su forma.				TIEMPO PREVISTO	4 horas	TIEMPO REAL
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).				DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce	
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.			INDICADORES DE DESEMPEÑO	Construir cuadriláteros usando Geogebra. Identificar propiedades básicas de los cuadriláteros.		
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES				TIEMPO	RECURSOS
FASE 1	INFORMACIÓN	Construir las definiciones de congruencia y semejanza, rotación, traslación, simetría axial, simetría puntual, eje de simetría. Relacionar algunos cuadriláteros sin usar herramientas de medición según congruencia y semejanza Verificar las relaciones anteriores usando trasportador.				30 minutos	Lápiz, papel, trasportador
FASE 2	ORIENTACIÓN DIRIDIDA	Usando Geogebra y tablero digital para identificar las diferentes transformaciones que se pueden realizar a los diferentes polígonos.				50 minutos	Computador, tablero digital y uso del software Geogebra.
FASE 3	EXPLICITACIÓN	Construir diferentes cuadrados, rombos rectángulos y trapecios para verificar las propiedades de congruencia y semejanza entre lados, ángulos de algunas de las figuras usando Geogebra.				60 Minutos	Computadores
FASE 4	ORIENTACIÓN LIBRE	Resolución de un problema de aplicación de donde se evidencia la congruencia y la semejanza entre rectángulos.				40 Minutos	Computadores Lápiz y papel.
FASE 5	INTEGRACIÓN	Socializar las soluciones del problema mediante exposición en equipo Autoevaluar las actividades realizadas Entrega de los equipos en buen estado				40 minutos 5 minutos 5 minutos	Computadores Medios de almacenamiento
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Uso adecuado de los equipos de cómputo Realiza construcciones teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros. Reconoce el concepto de rectángulo y realiza construcciones atendiendo sus propiedades. Reconoce el concepto congruencia y semejanza.						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf						

OCTAVA SESIÓN
Sesión de cierre y evaluación



SEDE	A	GRADO	9	JORNADA	COMPLETA	PERIODO	2
OBJETIVO	Evaluar el aprendizaje alcanzado en el desarrollo de la secuencia			TIEMPO PREVISTO	2 horas	TIEMPO REAL	
ESTÁNDARES	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).			DBA	Realiza demostraciones geométricas sencillas a partir de principios que conoce		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Reconozco propiedades de los cuadriláteros Reconozco propiedades de los rectángulos Aplico las propiedades para realizar las construcciones.		INDICADORES DE DESEMPEÑO	Construir cuadriláteros usando Geogebra. Identificar propiedades básicas de los cuadriláteros.			
REFERENTES TEÓRICOS	El modelo de Van Hiele						
FASES	ESTRATEGIAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES				TIEMPO	RECURSOS
FASE	evaluación	Realizar actividades orientadas a la resolución de problemas Taller de resolución de problemas Evaluar las generalidades de la secuencia				2 horas	Lápiz, papel, trasportador
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	Realiza construcciones teniendo en cuenta las propiedades de los cuadriláteros. Reconoce el concepto de rectángulo y realiza construcciones atendiendo sus propiedades. Reconoce el concepto congruencia y semejanza Evalúa el desempeño y las generalidades de la aplicación de la propuesta						
BIBLIOGRAFÍA	DIAZ BARRIGA, Ángel. Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas?. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. UNAM, México. Revista del Currículum y Formación del profesorado, Vol. 17, No 3. 2013 [citado 17 de enero de 2017], disponible en: http://www.ugr.es/~recfpro/rev173ART1.pdf						

ANEXO G. Evaluación sesión 1

Código _____

Hallar el área de la región sombreada

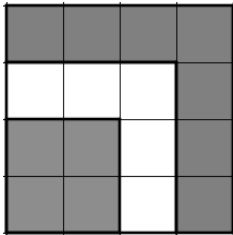


Figura 1

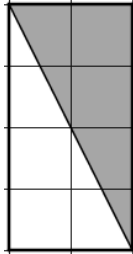


figura 2

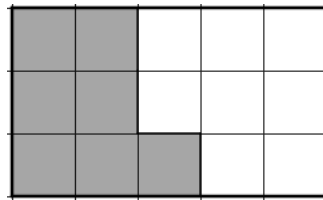


figura 3

Área de la región sombreada figura 1. _____

Área de la región sombreada figura 2. _____

Área de la región sombreada de la figura 3 _____

Explique brevemente como halló el área sombreada en cada una de las figuras

ANEXO H. Taller tercera sesión

Tercera sesión

Equipo numero _____

Objetivo: Reconocer que nuestro entorno está lleno de figuras geométricas que se pueden medir y calcular sus áreas.

Desempeños:

Realizo mediciones usando instrumentos de medición.

Construyo figuras geométricas usando lápiz y papel.

Realizo construcciones geométricas usando GeoGebra.

Actividades

Los equipos de trabajo deben medir el área asignada haciendo un croquis inicial del área. 45 minutos

Usando lápiz y papel hacer la construcción de los planos calculando perímetro y área. 1 hora

Construcción de los planos usando GeoGebra 1 hora

Hacer una comparación de las áreas calculadas manualmente y las generadas por el GeoGebra. 20 minutos

Corregir los posibles errores que se presentan al calcular un área y determinar el por qué se presentaron. 20 minutos

Reflexionar sobre el tipo de figuras geométricas encontradas y como hicieron para calcular su área y su perímetro 10 minutos

Autoevaluar las actividades realizadas 5 minutos

Entrega de los equipos en buen estado 5 minutos

Entregar trabajos realizados

El desarrollo de la actividad fue

Excelente____ muy buena____ buena _____ regular____ mala_____

El trabajo en equipos fue

Excelente____ muy bueno____ bueno _____ regular____ malo_____

El aprendizaje obtenido fue

Excelente____ muy bueno____ bueno _____ regular____ malo_____

¿Qué dificultades se presentaron y como las superaron? _____

ANEXO I. Taller sesión 5

Sesión 5

Área y perímetro de rectángulos

En esta sesión cada estudiante desarrollará una serie de actividades con el propósito de fortalecer el razonamiento geométrico en este caso área y perímetro de figuras rectangulares.

1. A cada tres estudiantes se les entregará una cuerda de igual longitud con la cual deben construir diferentes rectángulos, tomando las medidas de los lados para determinar su área.
2. Con la misma cuerda los estudiantes deben construir rectángulos de diferente perímetro tratando de los rectángulos construidos tengan igual área. Los estudiantes deben modificar la longitud de la cuerda.

Materiales a utilizar: escuadra, metro, lápiz, papel.

Tiempo estimado para esta actividad 1 hora.

3. Abrir el archivo 1.ggb seleccionar el punto C y mover con el cursor derecho o izquierdo y tomar apuntes de lo observado.
 - a) ¿cambia el valor del perímetro?
 - b) ¿cambia el valor del área?
 - c) Justificar el porqué de lo observado.
4. Abrir el archivo 2.ggb, seleccionar el deslizador a y ubicarlo en 36 luego seleccionar el deslizador b y mover con el cursor derecho o izquierdo. Observar que sucede con el área y el perímetro.
 - a) ¿cambia el valor del perímetro?
 - b) ¿cambia el valor del área?
 - c) Justificar el porqué de lo observado.
 - d) ¿Tiene alguna similitud a lo realizado en el aula de clase con la pita?
 - e) Escribir una conclusión general de lo realizado en las cuatro anteriores actividades.

5. Situación problema.

Un hombre al morir dejó escrito en su testamento.

Para mis 4 hijos dejo a cada uno una cuerda de 360m de longitud. Con esa cuerda deberá cercar un lote de forma rectangular sin invadir el cercado de su hermano próximo. Cada uno debe tratar de cercar el lote de mayor área posible debido a que una vez cercados los cuatro lotes el área restante será donada a la fundación que administra el centro de bienestar del anciano de Cabrera. Mis hijos conocen que el lote al que hago referencia es el de matrícula inmobiliaria 30200000115 que tiene un área total de treinta y cinco mil metros cuadrados (35000m^2).

- a) ¿Cuál cree que debería ser el área de cada lote?
- b) ¿tiene relación la situación problema con las actividades 1, 2, 3 y 4? Justificar respuesta.

6. Evaluación sesión 5

Responder este ítem en forma individual

- a) ¿Cómo debe ser un rectángulo de perímetro fijo para que tenga la mayor área posible? ¿por qué?
- b) Matemáticamente ¿Qué nuevos aprendizajes obtuvo durante el desarrollo de la actividad?
- c) ¿Cuál ha sido tu aporte en el desarrollo de la actividad?
- d) ¿Las actividades propuestas fueron acordes con el tema tratado? Si___ no___ ¿por qué?

ANEXO J. Taller sesión 6

Sesión numero 6

Objetivo: identificar propiedades de los cuadriláteros y aplicarlas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

1. Trabajo individual: a cada estudiante se le entregará cuatro figuras geométricas.

- a) Identificar los vértices
- b) Doblar en forma diagonal cada una de la figuras
- c) Identificar las diagonales formadas por los pliegues del papel.
- d) ¿De cuantas formas diferentes se puede realizar?

2. A cada estudiante se le entregará cuatro cuadriláteros con las diagonales construidas.

- a) Comparar las diagonales con las de la actividad anterior.
- b) Medir la longitud de cada lado
- c) Medir los ángulos formados por los vértices y hacer la suma de dichos ángulos usando trasportador.
- d) Medir los ángulos formados por los lados y las diagonales.
- e) Medir los ángulos formados en la intersección de sus diagonales.
- f) ¿Responder las siguientes preguntas?

¿Qué similitud encuentra entre el rombo y el cuadrado?

¿Qué diferencias encuentra entre estas dos figuras?

¿Qué similitud encuentra entre el rectángulo cuadrado y el rectángulo?

¿Qué diferencias encuentra?

¿Cuáles son las características del trapecio?

Escriba una conclusión general del trabajo realizado en las actividades 1 y 2.

Sesión 7

En el desarrollo de la presente sesión los estudiantes estarán trabajando sobre los conceptos de congruencia y semejanza de polígonos (cuadriláteros).

Objetivo: Reconocer cuando la semejanza y la congruencia entre cuadriláteros teniendo en cuenta sus propiedades.

1. Los estudiantes construirán los conceptos de congruencia, semejanza, traslación, rotación transformaciones, simetría axial, simetría puntual, eje de simetría.
2. Los estudiantes verificaran usando lápiz y papel y sus conocimientos previos semejanza y la congruencia entre diferentes polígonos
3. Los estudiantes verificarán los conceptos del punto 2 usando trasportador y regla.
4. Con la ayuda del software Geogebra se verificarán algunas de estas propiedades.
5. con la ayuda de Geogebra los estudiantes verificarán dichas propiedades.
6. Apropiación de los conceptos tratados con la ayuda del internet.
7. Resolución de problemas de aplicación donde se tenga en cuenta dichos conceptos
 - a. Un arquitecto está diseñando un edificio. Para esto diseña un modelo a escala para visualizar mejor su diseño. En este diseño la altura entre pisos es de 3cm y el primer piso tiene 5 cm. La altura total de la maqueta es de 50 cm y el ancho es de 24cm. Si la escala de la maqueta corresponde a 1:75 ¿Cuál será la altura y el ancho real del edificio real del edificio? Expresar su respuesta en metros.
 - b. ¿Qué criterios de congruencia y semejanza debe tener en cuenta el arquitecto?
 - c. Si las dimensiones de la maqueta son 24cm de frente 26cm de fondo y 50cm de alto, ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno donde se debe construir el edificio? Respuesta en metros. ¿cuál debe ser el área de dicho terreno?
8. Evaluación y conclusiones
9. Auto evaluación

ANEXO K. Taller Sesión 7

Taller sesión número 7

Código_____

1. Construir en Geogebra dos polígonos donde sea posible evidenciar la congruencia entre ellos e insértelos en este espacio siguiendo los siguientes pasos
 - a. Desde Geogebra seleccionar los polígonos construidos.
 - b. Click en edita
 - c. Vista gráfica al portapapeles o ctrl+shif+c
 - d. Desde Word ctrl+v

2. Construir en Geogebra dos cuadriláteros donde se pueda evidenciar la semejanza entre polígonos e insértelos en este espacio siguiendo los pasos del punto 1.

3. Construir dos polígonos donde sea posible evidenciar la simetría axial. Siga los pasos del punto 1.

4. Construir dos polígonos en Geogebra donde se pueda verificar la simetría puntual.
Siga los pasos del punto 1.

5. Escriba que otras transformaciones matemáticas se pueden evidenciar en cada uno de los puntos anteriores y que clase de polígonos cosntruyó.

6. Resolución de problema:

a. Un arquitecto está diseñando un edificio. Para esto diseña un modelo a escala para visualizar mejor su diseño. En este diseño la altura entre pisos es de 3cm y el primer piso tiene 5 cm. La altura total de la maqueta es de 50 cm y el ancho es de 24cm. Si la escala de la maqueta corresponde a 1:75 ¿Cuál será la altura y el ancho real del edificio real del edificio? Expresar su respuesta en metros.

b. ¿Qué criterios de congruencia y semejanza debe tener en cuenta el arquitecto?

c. Si las dimensiones de la maqueta son 24cm de frente 26cm de fondo y 50cm de alto, ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno donde se debe construir el edificio? Respuesta en metros. ¿cuál debe ser el área de dicho terreno?

Para resolver anterior problema siga los siguientes pasos:

1. Lea detenidamente el problema (comprender el problema)
2. Organice sus ideas para resolver el problema (planear)
3. Ejecute el plan
4. Revise una y más veces la solución obtenida para minimizar las posibles fallas.

ANEXO L. Sesión 8

Sesión 8

Realizar la actividad en equipos de 3 personas.

Realizar las construcciones de apoyo que sean necesarias

Justificar cada una de las respuestas.

1. Si las bases de un trapecio isósceles están en relación de 3 a 4. Si la suma de los lados no paralelos es 32 y su perímetro es 74 ¿cuánto mide su mediana?
2. El segmento que une los puntos medios de las diagonales de un trapecio mide 16 cm y la mediana mide 40cm ¿cuánto mide la base menor?
3. Si los lados más largos de un rectángulo miden el doble de largo más 8cm que los dos lados más cortos. Si el área del rectángulo es de 960cm^2 . Determinar la longitud de los lados más cortos y el perímetro del rectángulo.
4. Un hombre construyó una casa cuyas dimensiones son 12m de ancho por 16m de largo. Alrededor de la casa hay un jardín que ocupa un área de 204m^2 y alrededor del jardín hay un sendero por donde se puede caminar el cual ocupa un área de 84m^2 . Si se observa desde lo alto se puede observar tres rectángulos uno dentro de otro y así. Determinar: a). el área de la casa. b). el ancho del jardín. c). el ancho del sendero. d) el área total de la construcción, es decir; el área de la casa más el área del jardín más el área del sendero.

Sesión 8 cierre y evaluación

Este documento no lleva el código del estudiante para garantizar que las respuestas aquí consignadas tengan un mayor grado de sinceridad y transparencia.

1. Al finalizar la secuencia didáctica: describa como ha sido su aprendizaje matemático con respecto a la temática tratada.
2. Identifique y describa las debilidades y fortalezas encontradas en el proceso.
3. Sobre el uso del software Geogebra, describa como ha sido su experiencia.
4. ¿Qué dificultades pudo identificar en el desarrollo de la secuencia didáctica?
5. ¿La cámara fue un medio intimidante? ¿Si____, No____ por qué?
6. Sobre el estado de los equipos: escriba una sugerencia para dar mejor uso a las herramientas informáticas.
7. ¿Cómo debería ser el uso de los tableros digitales?
8. ¿Qué expectativas tenía antes de iniciar la intervención en el aula y si éstas se cumplieron?
9. Escriba autoevaluación describiendo como fue su avance en el desarrollo del proceso.
10. Sin ningún temor: escriba una evaluación al profesor
11. Escriba una conclusión general del proceso.

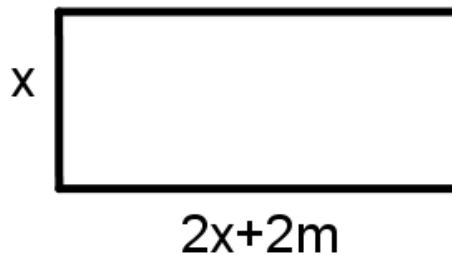
ANEXO M. Prueba de Salida

Prueba de Salida

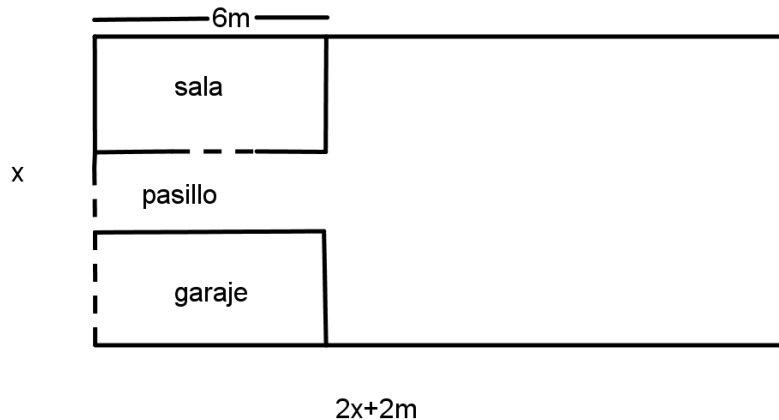
Evaluación para verificar el avance en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera.

1. Para la construcción de una casa un ingeniero cuenta con un lote rectangular como se muestra en la figura. El largo del lote es dos veces el ancho más 2m y el área es igual a 144m^2 .

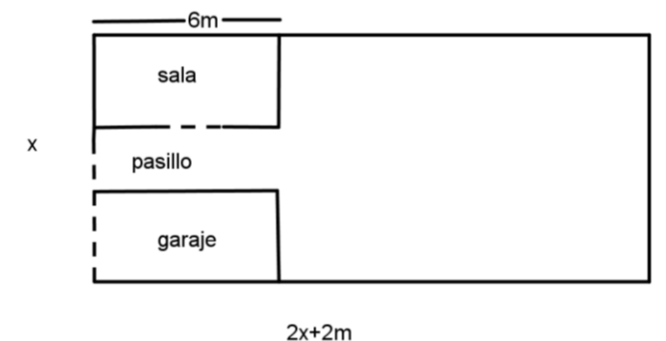
a) determinar las dimensiones de dicho lote.



b) El frente de la casa va a ser el ancho de lote por lo tanto el frente va ser uno de los lados iguales a x . si en este frente se tiene que construir la entrada al garaje de 3m de ancho, la puerta de entrada general de la vivienda 1m de ancho que da a un pasillo de 1,5m de ancho. Y una sala de bienvenida como se muestra en la figura. Determinar el área de la sala.

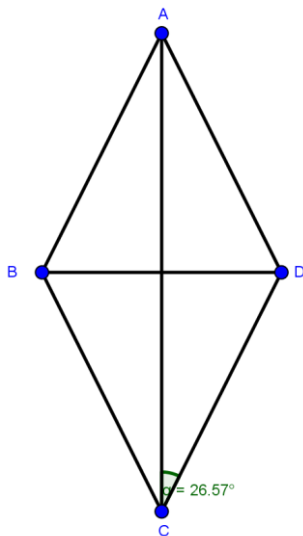


- c) El ingeniero piensa construir una cocina de 10m^2 , dos habitaciones de 14m^2 y un baño de 2m^2 . Completa el plano ubicando la cocina, las habitaciones y el baño.



- d) El área restante será para el patio de ropa y lavadero. ¿Cuánta área quedará para tal propósito?

2. En agosto es muy común encontrar a las familias elevando cometas. Juanita gastó 1600cm^2 en la fabricación de su cometa.



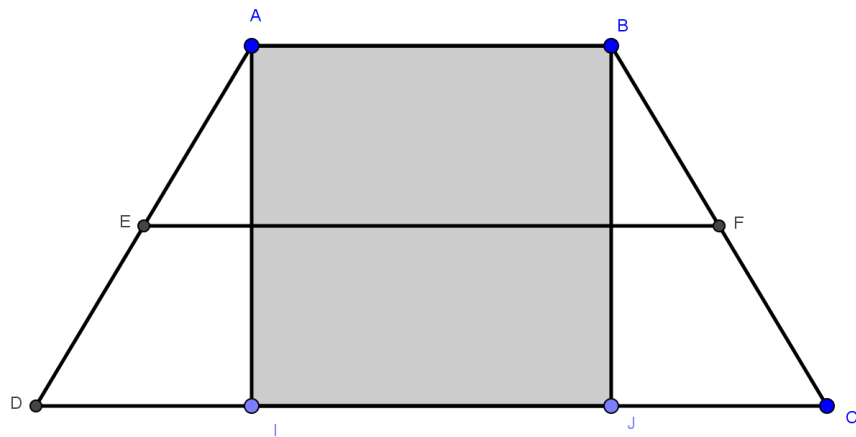
- a) Si la diagonal mayor es dos veces la diagonal menor y el área del rombo está dada por la mitad del producto de sus diagonales ¿cuál es el largo de la cometa?

b) Si la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es igual a 360° . Hallar el valor de los ángulos restantes.

c) ¿Qué pasaría si al diseño de Juanita se le duplica el valor de las diagonales? Justifique su respuesta.

d) ¿cuánto papel necesitaría Juanita para elaborar la nueva cometa?

3. La siguiente figura muestra un cuadrado (área sombreada) inscrito dentro de un trapecio. El área del cuadrado $AIBJ$ es de 25 unidades cuadradas y el lado \overline{AB} corresponde con el la base menor del trapecio.



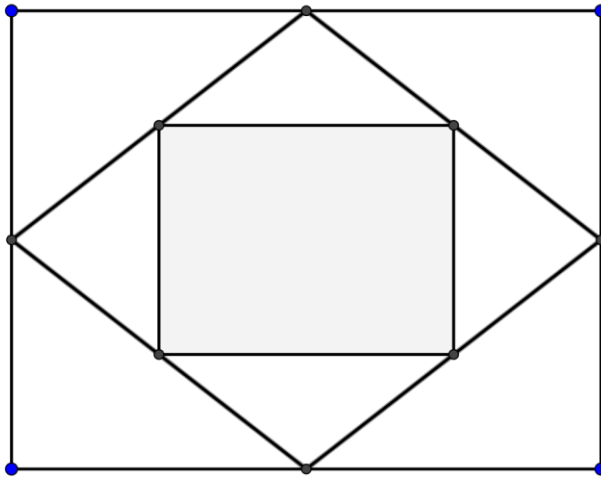
a) ¿Qué debe hacer Pedro para calcular el valor de la base menor del trapecio $ADCB$, y cuál es su valor?

b) El segmento \overline{EF} coincide con la mediana del trapecio y su longitud es de 8 unidades. Siendo $ADCB$ un trapecio isósceles determinar la longitud de la base mayor.

c) Determina el área del trapecio $ADCB$. Justifique su respuesta.

d) Si el trapecio ADCB representa un lote y las longitudes de los lados no paralelos es de 5.83 unidades y Pedro desea construir una cerca de alambre a su alrededor con cinco cuerdas y cada unidad equivale a un metro ¿cuántos metros de alambre necesita Pedro para cercarlo?

4. La siguiente figura muestra un rectángulo el cual contiene otras figuras.



a) Si la figura exterior es un rectángulo y las figuras contenidas dentro de éste están formadas al unir los puntos medios de los lados, ¿puede afirmarse que estas también son rectángulos? Justifique su respuesta.

b) Si la figura exterior tiene de área $63U^2$ unidades cuadradas, y la longitud de los lados más largos es igual a la longitud de los lados más cortos más dos (2) unidades ¿Cuántas unidades cuadradas tendrá el área de la figura más interna?

c) Si se continúa formando figuras uniendo los puntos medios de los lados ¿cuál será el valor de lados de la figura 8? Justifique su respuesta.

ANEXO N. Certificado de Principios Eticos

