

DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN SISTEMA DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA VE

Diseño en Detalle y Optimización de un Sistema de Transmisión de Potencia para un Vehículo

Eléctrico Biplaza del Tipo Coupé

Edinson Fernando Flórez Gualdrón

Yeison Damián Quitian Valderrama

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Mecánico

Director

William Pinto Hernández

PhD Ingeniería Mecánica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2023

Agradecimientos

Queremos expresar nuestro más profundo agradecimiento a todas las personas e instituciones que contribuyeron de manera significativa en la realización de esta tesis de grado.

Sus apoyos y aportes fueron fundamentales para alcanzar este logro académico.

La Universidad Industrial de Santander por brindarnos la oportunidad de formarnos académicamente y como personas de valor para la sociedad, además de por proporcionar los recursos necesarios para llevar a cabo esta investigación.

Los profesores de la Escuela de Ingeniería Mecánica, gracias por su dedicación, paciencia y conocimientos compartidos.

Compañeros de clase, gracias por compartir este camino académico. Sus intercambios de ideas, colaboración y compañerismo hicieron de esta experiencia algo inolvidable.

Cada una de estas personas e instituciones ha dejado una huella valiosa para este trabajo. Gracias por ser parte del camino hacia la realización de este sueño académico.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	13
1. Objetivos	15
1.1. Objetivo general	15
1.2. Objetivos específicos	15
2. Marco teórico	16
2.1. Estado del arte	16
2.2. Marco legal	19
2.3. Referencias teóricas.....	19
2.3.1. <i>Curvas características de los motores eléctricos.</i>	19
2.3.2. <i>Sistemas del tren motriz</i>	21
2.3.3. <i>Elementos que componen el tren motriz o sistema de transmisión de potencia.</i>	21
2.3.4. <i>Distribución del sistema de transmisión de potencia en el vehículo</i>	22
2.3.5. <i>Tipos de transmisiones</i>	23
3. Proceso de Diseño.....	27
3.1. Selección del Tipo de Transmisión.....	27
3.1.1. <i>Análisis de Alternativas</i>	27
3.1.2. <i>Criterios de selección</i>	31
3.2. Diseño en Detalle.....	34
3.2.1. <i>Determinación de los requerimientos de potencia (Dinámica longitudinal del vehículo)</i> 36	
3.2.2. <i>Motores candidatos para el tren motriz.</i>	41
3.2.3. <i>Determinación de las relaciones de transmisión</i>	44

3.2.4.	<i>Diseño de los engranajes de la caja de cambios.....</i>	47
3.2.5.	<i>Diseño de los ejes de transmisión de la caja de cambios.....</i>	63
4.	Optimización	88
4.1.	Algoritmo	89
4.1.1.	<i>Archivo General.....</i>	90
4.1.2.	<i>GamultiObj.....</i>	91
4.1.3.	<i>Archivo de restricciones.</i>	92
4.1.4.	<i>Archivo de funciones objetivo.</i>	92
4.2.	Variables de diseño.....	93
4.3.	Restricciones.....	93
4.4.	Determinación de las funciones objetivo	93
4.4.1.	<i>Función peso.</i>	93
4.4.2.	<i>Función torque.</i>	95
5.	Resultados.....	100
6.	Análisis técnico y de viabilidad	110
6.1.	Análisis de viabilidad.....	111
6.1.1.	<i>Viabilidad financiera</i>	112
6.1.2.	<i>Viabilidad técnica.....</i>	113
7.	Conclusiones.....	115
	Referencias Bibliográficas.....	117

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Evaluación de alternativas.	32
Tabla 2. Parámetros del Vehículo.....	34
Tabla 3. Parámetros Motores Eléctricos	42
Tabla 4. Relaciones de transmisión mínimas y máximas para cada marcha en base al motor eléctrico.....	47
Tabla 5. Rangos de dientes recomendados para el piñón y engrane.....	48
Tabla 6. Tiempos de vida de referencia en función de la aplicación.....	51
Tabla 7. Tiempos de uso para cada relación de transmisión.....	51
Tabla 8. Factor de corrección para horas de servicio diferentes a 5000 horas.	52
Tabla 9. Módulos normalizados de los engranajes según la calidad de este.	53
Tabla 10. Factor de guiado según el montaje de los engranajes.	54
Tabla 11. Factor de Lewis en función del número de dientes.	56
Tabla 12. Factor de aplicación.....	57
Tabla 13. Factor de tamaño k_s	58
Tabla 14. Factor de distribución de carga k_m	58
Tabla 15. Índice de calidad en función de la aplicación.	60
Tabla 16. Factor de confiabilidad k_r	62
Tabla 17. Factor de corrección de confiabilidad.....	87
Tabla 18. Conjunto soluciones.....	102
Tabla 19. Datos engranajes A-B (primera relación)	103
Tabla 20. Datos engranajes C-D (segunda relación)	104

Tabla 21. Datos engranajes E-F (diferencial) 105

Tabla 22. Presupuesto para el desarrollo del proyecto. 111

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Curvas características típicas de potencia y torque para el motor eléctrico.	20
Figura 2. Elementos usuales de un sistema de transmisión de potencia.	21
Figura 3. Tipos de transmisiones encontradas en vehículos de pasajeros comerciales. ...	24
Figura 4. Transmisión manual, engrane.	25
Figura 5. Funcionamiento CVT.	26
Figura 6. Alternativa de transmisión de engranajes.	28
Figura 7. Alternativa CVT.	30
Figura 8. Transmisión con reductor de velocidad simple.	30
Figura 9. Esquema de transmisión a desarrollar.	33
Figura 10. unción de la presión de los neumáticos.	37
Figura 11. Diferentes casos de exigencia de potencia para el vehículo eléctrico.	40
Figura 12. Grafica Indicadores de Selección para el Motor Eléctrico.	43
Figura 13. Factor de duración kn	61
Figura 14. DCL de la primera relación, eje principal.	64
Figura 15. Diagrama cortante XY de la primera relación.	66
Figura 16. Diagrama momentos Z de la primera relación.	67
Figura 17. Diagrama cortante XZ de la primera relación.	67
Figura 18. Diagrama momentos en Y de la primera relación.	68
Figura 19. a primera relación.	68
Figura 20. DCL de la segunda relación, eje principal.	69
Figura 21. Diagrama cortante XY de la segunda relación.	70

Figura 22. Diagrama momentos Z de la segunda relación.....	71
Figura 23. Diagrama cortante XZ de la segunda relación.	71
Figura 24. Diagrama momentos en Y de la segunda relación.	72
Figura 25. segunda relación.	72
Figura 26. DCL de la primera relación, eje secundario.	73
Figura 27. Diagrama cortante XY de la primera relación, eje secundario.....	75
Figura 28. Diagrama momentos Z de la primera relación, eje secundario.	76
Figura 29. Diagrama cortante XZ de la primera relación, eje secundario.	76
Figura 30. Diagrama momentos en Y de la primera relación, eje secundario.	77
Figura 31. primera relación, eje secundario.....	77
Figura 32. DCL de la segunda relación, eje secundario.	78
Figura 33. Diagrama cortante XY de la segunda relación, eje secundario.	79
Figura 34. Diagrama momentos Z de la segunda relación, eje secundario.....	80
Figura 35. Diagrama cortante XZ de la segunda relación, eje secundario.	80
Figura 36. Diagrama momentos en Y de la segunda relación, eje secundario.	81
Figura 37. la segunda relación, eje secundario.	81
Figura 38. Diagrama del factor de concentración del esfuerzo geométrico.	83
Figura 39. Diagrama del factor de sensibilidad a la muesca.....	84
Figura 40. Factor de corrección superficial.	86
Figura 41. <i>Algoritmo genético, estrategia de optimización.</i>	89
Figura 42. Frente de Pareto.....	100
Figura 43. Frente de Pareto para el motor Danfoss.	101
Figura 44. Modelo sistema de transmisión	106

Figura 45. Sub-ensamblajes del sistema de transmisión..... 107

Figura 46. Sub-ensamblaje eje conductor..... 107

Figura 47. Sub-ensamblaje eje conducido. 108

Figura 48. Sub-ensamblaje conjunto diferencial. 109

Lista de Apéndices

- Apéndices A. Análisis, cálculos y selección de los rodamientos
- Apéndices B. Diseño en detalle del sincronizador
- Apéndices C. Análisis y selección del diferencial.
- Apéndices D. Planos del sistema de transmisión
- Apéndices E. Plano diferencial QUAIFFE
- Apéndices F. Plano motor Danfoss
- Apéndices G. General
- Apéndices H. Moo_const
- Apéndices I. Moo_functions
- Apéndices J. Motores
- Apéndices K. Vida_util

Resumen

Título: Diseño en detalle y optimización de un sistema de transmisión de potencia para un vehículo eléctrico biplaza del tipo coupé.

Autor: Edinson Fernando Flórez Gualdrón, Yeison Damian Quitian Valderrama.

Palabras Clave: Vehículo eléctrico, Sistema de transmisión, Torque, Peso, coupé, Relación de transmisión, Maximizar torque, Minimizar peso, Algoritmos evolutivos, Optimización, Matlab.

Descripción: En el proyecto de grado se plantea el modelo de un algoritmo que busca diseñar y optimizar el sistema de transmisión de potencia de un vehículo eléctrico, biplaza, tipo coupé, maximizando el torque y minimizando el peso. Mediante el algoritmo genético GamultiObj en Matlab se plantean las ecuaciones para el diseño del sistema de transmisión tales como el cálculo de los ejes, engranajes, diferencial, carga en rodamientos y sincronizador. Las variables por iterar corresponden a las 2 relaciones de transmisión del vehículo, el resultado obtenido es el torque generado y la sumatoria del peso de los engranajes y los ejes. Una vez se ejecuta el código se obtiene un frente de Pareto que compara ambos resultados y a partir de un análisis de los valores obtenidos se escoge la solución. Este proceso fue realizado comparando 5 modelos de motores, los frentes obtenidos con cada uno y sus parámetros. Finalmente se obtuvo un sistema de transmisión cuya primera relación de transmisión corresponde a 1.598 y la segunda de 0.742, un torque de 1592.45 N y un peso de 88.079 N (ejes y engranajes). Compuesta por un motor EM-PMI240-T180-2200 marca Danfoss. El sistema de cambio de marcha y las baterías a usar no están contempladas en el alcance de este proyecto.

Abstract

Title: Detailed design and optimization of a power transmission system for a two-seater electric vehicle coupe type.

Author(s): Edinson Fernando Flórez Gualdrón, Yeison Damian Quitian Valderrama

Key Words: Electric vehicle, Transmission system, Torque, Weight, coupe, Transmission ratio, Maximize torque, Minimize weight, Evolutionary algorithms, Optimization, Matlab.

Description: In this graduation project, a model of an algorithm is proposed to design and optimize the power transmission system of a two-seater electric vehicle coupe type, by maximizing torque and minimizing weight. The algorithm uses the GamultiObj genetic algorithm in Matlab to formulate the equations for the transmission system design, including calculations for shafts, gears, differential, bearing loads, and synchronizer. The variables to be iterated include the 2 transmission ratios of the vehicle. The results obtained are the generated torque and the sum of the weight of the gears and shafts. Upon running the code, a Pareto front is obtained, which compares both results, and based on an analysis of the values obtained, the solution is chosen. This process was performed by comparing 5 motor models, the obtained fronts for each one, and their parameters.

Finally, a transmission system was obtained with a first transmission ratio of 1.598 and a second ratio of 0.742, generating a torque of 1592.45 N and a weight of 88.079 kg (shafts and gears). The system is equipped with a Danfoss EM-PMI240-T180-2200 motor. The gear shifting system and the batteries to be used are not included in the scope of this project.

Introducción

Según García (2018) los vehículos eléctricos son aquellos vehículos impulsados por la intervención de uno o más motores eléctricos que son alimentados por baterías, transformando la energía química de estas en energía eléctrica la cual funciona como fuente de propulsión para el vehículo eléctrico (VE).

Este tipo de vehículos, si bien desde su etapa de desarrollo, se ha diseñado y optimizado cada sistema que lo compone con el fin de mejorar su competitividad, comodidad y desempeño, aún presentan algunas desventajas que se deben tener en cuenta al momento de considerar su implementación.

Una de estas limitaciones clave es su autonomía reducida en comparación con los vehículos de combustión interna o híbridos. La autonomía de un vehículo eléctrico (VE) está directamente vinculada a factores como la capacidad de la batería, el peso total del vehículo, el tipo de terreno en el que se utilice y el estilo de conducción del piloto (Dong et al., 2022). Estos factores influyen significativamente en la distancia que un VE puede recorrer con una sola carga de batería.

Al examinar los modelos de vehículos eléctricos (EV) actualmente presentes en el mercado, se observa una característica común: la incorporación de múltiples motores (Ehsani et al., 2017). Esta tendencia conlleva varias implicaciones, como un aumento en las piezas móviles de tren de transmisión, lo que impacta en la eficiencia de la transmisión de energía, costos más elevados de mantenimiento debido a la necesidad de técnicos especializados y, además, repercute en el peso total del vehículo, lo que a su vez influye en las dimensiones necesarias de las baterías.

El sistema de transmisión es un componente crítico que ejerce una influencia sustancial en la autonomía de los vehículos eléctricos, ya que es responsable de transmitir la potencia generada por el motor hacia las ruedas (Kuchta, 2021). La inclusión de un exceso de componentes puede dar lugar a pérdidas de eficiencia mecánica que afectan la cantidad de energía entregada, requiriendo así de motores de mayores características y por tanto mayor consumo y peso. Por lo tanto, es esencial minimizar la complejidad del sistema de transmisión para aumentar la autonomía de estos vehículos eléctricos.

Como solución a este desafío, es imperativo diseñar un sistema de transmisión de potencia que incorpore un número reducido de piezas móviles. Esto se busca con el objetivo de minimizar el peso y proporcionar una entrega total de la capacidad del torque del motor aprovechando sus regímenes de velocidad donde su eficiencia es más alta. Es esencial destacar que la optimización del diseño es crucial para alcanzar los mejores resultados posibles, lo que en última instancia asegura una mejora en la competitividad de estos vehículos eléctricos.

Teniendo en cuenta la problemática expuesta se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el diseño que permita optimizar el peso, torque y a su vez aproveche las características del motor a implementar como sistema de transmisión de potencia para un vehículo eléctrico biplaza de tipo Coupé cuyo peso máximo es de 750 kg?

1. Objetivos

1.1. Objetivo general

Diseñar y optimizar el sistema de transmisión de potencia para un vehículo eléctrico biplaza tipo Coupé.

1.2. Objetivos específicos

- Plantear el modelo matemático que describa el sistema de transmisión y cumpla con los siguientes parámetros de diseño:
 - Peso máximo: 750 [kg] (incluye pasajeros)
 - Tracción trasera, eje basculante y suspensión McPherson
 - Radio del rin: 13 [in]
 - Ancho de las ruedas: 1226 [mm]
 - Velocidad máxima: 80 [km/h]
 - Aceleración de 0 a 50 [km/h] en 8 [s]

- Plantear la función multiobjetivo del conjunto motriz a fin de minimizar el peso y maximizar el torque de la transmisión.

- Optimizar la función a través de la herramienta “Global Optimization Toolbox” de Matlab.

- Evaluar la viabilidad financiera y técnica que representaría la construcción de la transmisión.

2. Marco teórico

A continuación, se describen los antecedentes relacionados con el proyecto, sus objetivos, resultados y aportes al proyecto actual, esto brinda una guía de los avances pertinentes realizados hasta el momento. Adicionalmente en el segundo subcapítulo de esta sección se presentan los referentes, es decir, los aspectos teóricos más relevantes del proyecto y finalmente en el tercer subcapítulo se detalla el marco legal.

2.1. Estado del arte

Para la obtención de los antecedentes se recurrió a la base de datos de la Universidad Industrial de Santander - UIS y la herramienta “Google Académico”. Como parámetros de búsqueda se plantearon las siguientes palabras “Vehículo eléctrico”, “Optimización”, “Sistema de transmisión”, “EV”, “Electric vehicle”, “Optimization” y “Powertrain”.

Del artículo presentado por Sieklucki (2021). Titulado “Optimization of Powertrain in EV” desarrollado en AGH universidad de ciencia y tecnología en Polonia. El objetivo de este artículo es definir un modelo preliminar para el diseño del tren motriz de un vehículo eléctrico.

En el artículo se realiza un análisis mediante las leyes de Newton del vehículo eléctrico y se plantean las ecuaciones, además, se plantean 3 baterías de almacenamiento que suplan al sistema a fin de realizar un análisis más realista. Posteriormente se plantea el diagrama de bloques que describa las ecuaciones e incluya un control del motor que se basa en la curva Velocidad-torque para motores eléctricos. El método de optimización Nelder-Mead es usado para optimizar la relación de transmisión y la curva del motor. Adicionalmente se plantean el método Simplex o Amoeba. Finalmente presentan ejemplos de optimización para un vehículo Tesla modelo S P85 y un Mini Cooper SE.

Este artículo brinda un método alternativo y más rápido para el desarrollo del sistema de transmisión a fin de obtener un diseño preliminar, además, aborda la aplicación del método en 2 tipos de vehículos, brindando una guía para desarrollar de manera análoga los vehículos del tipo biplaza.

(Du et al., 2021), en su artículo “Optimization design and performance comparison of different powertrains of electric vehicles” desarrollado en la universidad Xi’an Jiaotong en China. El propósito de este artículo es diseñar, optimizar y comparar 3 tipos de trenes motrices de doble motor con un tren motriz monomotor.

Los 3 trenes motrices analizados fueron:

1. Tren motriz de acoplamiento multimodo de doble motor
2. Tren motriz de acoplamiento de par de doble motor
3. Tren motriz de acoplamiento de velocidad de doble motor

Se establecen los mismos parámetros a fin de realizar una correcta evaluación y comparación de cada tren motriz, además, se establecen las ecuaciones que los rigen y se agrega una función de costos. La función de costos se plantea teniendo en cuenta el algoritmo de programación dinámica basado en el principio de optimalidad de Bellman. Por otro lado, la optimización de cada tren motriz se realiza mediante el algoritmo NSGA-II teniendo como objetivo minimizar el consumo de energía.

Finalmente se obtiene que los trenes motrices con doble motor son mejores que los tradicionales de un solo motor en el rendimiento económico y tienen una amplia perspectiva de aplicación, además el tren motriz de acoplamiento multimodo de doble motor es el que destaca entre todos presentando el mayor rendimiento económico.

Este artículo brinda múltiples alternativas, aportando las bases para desarrollar este proyecto en función de los requerimientos específicos del mismo, además, se plantea una función de costos, factor crucial al momento de comparar alternativas.

Del trabajo presentado por Rodríguez, Y Wandurraga, (2015). Diseño y construcción de una caja de cambios de dos velocidades de un vehículo de carreras de tipo monoplace para la fórmula SENA eco. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Su objetivo consistió en el diseño y la construcción de una caja de velocidades mecánica de 2 cambios para operar en conjunto con un par de motores eléctricos en paralelo para un vehículo de carrera de tipo monoplace.

Basándose en el proceso de diseño y siendo asistido además de herramientas CAD como SolidWorks para el desarrollo del modelo 3D y sus respectivos planos, incluyendo la herramienta ANSYS para la verificación de la integridad estructural tomando como base un análisis mediante el método de elementos finitos (FEM).

De este trabajo se concluye la innovación que representa incluir sistemas de más de 2 marchas en VE de competición, además siendo probado en el circuito de Tocancipá donde las condiciones de performance son más exigentes que el uso diario tradicional. Al mismo tiempo además de optimizar el consumo de energía mejorando la autonomía de las baterías y también logró mejorar la relación peso-potencia.

El trabajo de grado tiene un aporte sustancial en el proyecto dado que presenta las bases y lineamientos en el proceso de diseño y expone una alternativa al sistema típico de 1 sola relación de transmisión directa. Al mismo tiempo considera los errores debido a la toma de factores y constantes empíricas, los cuales son posteriormente analizados usando FEM.

2.2. Marco legal

Para la elaboración de los elementos de la transmisión se presenta la siguiente normativa a consultar:

- Cálculo de rodamientos: ISO 281
- Cálculo de ejes: ASME
- Aceros normalizados: UNE 36010

2.3. Referencias teóricas

En esta sección del capítulo se presentan los aspectos teóricos necesarios para el desarrollo del proyecto.

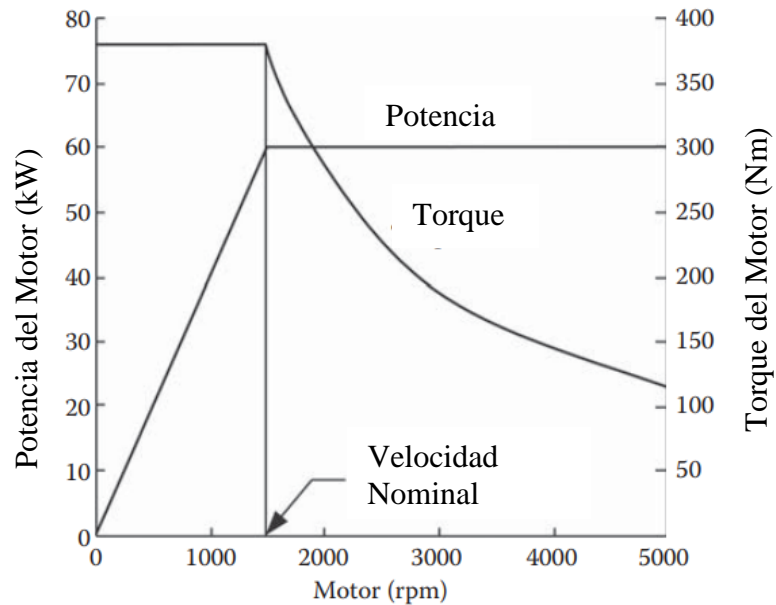
2.3.1. *Curvas características de los motores eléctricos.*

Dependiendo del tipo motor podemos encontrar diferentes curvas características, estas son las encargadas de describir el comportamiento del motor como son potencia, par y consumo. Cabe destacar que el motor eléctrico posee un rango de eficiencia más amplio a comparación del motor de combustión interna, debido a esto al comparar las curvas entre ellos, difieren en gran medida.

En la Figura 1 se presenta un ejemplo del comportamiento de las curvas de potencia y torque en función del régimen de giro del motor, al analizar la gráfica se observa que el motor eléctrico tiene la capacidad de entregar la mayor cantidad de torque a bajas revoluciones y a su vez entregar la potencia de forma lineal a medida que las revoluciones aumentan hasta su velocidad de giro nominal.

Figura 1.

Curvas características típicas de potencia y torque para el motor eléctrico.



Nota. A partir de las curvas características se pueden obtener parámetros de potencia y torque del motor en función del rpm. Adaptado de *Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles*. Ehsani, M., Gao, Y., Longo, S., & Ebrahimi, K. M. (2018).

Para algunas aplicaciones específicas (como el ascenso en pendientes, adelantar a otros vehículos en carretera o al conducir a velocidad cruceo) puede ser muy beneficioso utilizar una transmisión con relación de marchas, que permita al motor girar en su rango de revoluciones de mayor eficiencia dependiendo de las condiciones de conducción. Alternando entre los requerimientos de potencia o torque y al mismo tiempo buscando reducir el consumo energético de las baterías.

2.3.2. *Sistemas del tren motriz*

El sistema de transmisión es el encargado de transmitir el movimiento rotacional desde el motor hacia las ruedas, lo que permite al vehículo desplazarse. Dentro de las funciones desempeñadas por la transmisión se encuentran (Crolla, 2009, p. 108):

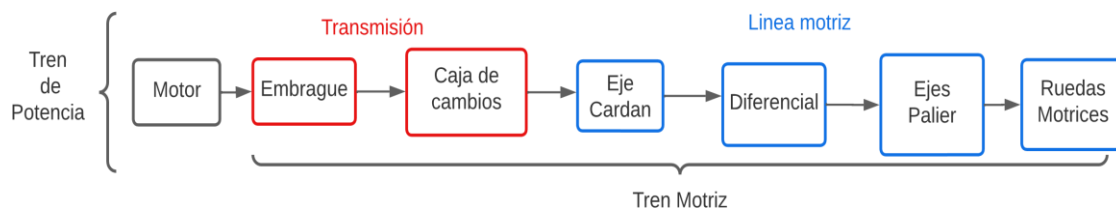
- Permitir al vehículo arrancar desde el reposo, incluso con el motor operando continuamente.
- Permitir que el vehículo se detenga, desconectando el flujo de potencia cuando sea apropiado.
- Variar la relación de velocidades entre el motor y las ruedas.
- Transmitir el torque requerido a las ruedas.
- Permitir el cambio de relación cuando sea necesario.

2.3.3. *Elementos que componen el tren motriz o sistema de transmisión de potencia.*

En la Figura 2, se presenta un esquema de los componentes que conforman un tren motriz convencional. Esta figura ilustra no solo los elementos involucrados en el tren motriz, sino también la secuencia en la que operan y cómo se desarrolla el flujo de potencia a través de ellos.

Figura 2.

Elementos usuales encontrados en un sistema de transmisión de potencia.



Dentro de sus elementos más destacables podemos encontrar el embrague el cual es el encargado de acoplar o desacoplar el motor a la caja de velocidades. La Caja de velocidades la cual, en función de las necesidades se encarga de proporcionar fuerza o velocidad al vehículo, a través de un ajuste en el giro que recibe del motor, aprovechando al máximo su potencia y su rendimiento. El Árbol de transmisión (eje cardan) se encargará de transmitir el movimiento de la caja de velocidades del grupo cónico-diferencial.

El Grupo cónico-diferencial es quien convierte el movimiento giratorio longitudinal que recibe el árbol de transmisión en movimiento giratorio transversal y lo envía a las ruedas, este también permite que las ruedas vayan a diferentes revoluciones lo que permite maniobrar mejor en curva a los vehículos.

El diseño de vehículos pequeños con motores ubicados en configuración transversal a menudo implica una disposición especial de los componentes de transmisión. En esta configuración, se elimina el árbol de transmisión típico. En su lugar, el grupo cónico-diferencial se encuentra dentro de la caja de velocidades. Los ejes, conocidos como palieres o semi árboles de transmisión, tienen la función de transmitir el movimiento desde los planetarios del grupo cónico-diferencial directamente a las ruedas motrices, sin necesidad de un árbol de transmisión intermedio. Esta disposición es eficiente en términos de espacio y peso.

2.3.4. Distribución del sistema de transmisión de potencia en el vehículo

La posición de los elementos del sistema de transmisión de potencia dentro del vehículo tiene efecto tanto en la ingeniería de diseño, como en los elementos que conforman la línea motriz. Dentro de estos efectos se incluyen:

- El espacio disponible para el tren motriz y cómo está empaquetado dentro del vehículo, incluida la ubicación de los componentes auxiliares.

- La distribución del peso, dado que los elementos que componen el tren motriz suelen ser fabricados con materiales de alta resistencia y por tal motivo más pesados.
- La estructura de los soportes, y las reacciones debido al torque del motor.
- Tipo de conducción y distribución de los elementos del vehículo hasta las ruedas.
- Estructura de seguridad y protección de los pasajeros.

La configuración de la distribución del vehículo está determinada por el tipo de mercado objetivo y la imagen que el vehículo quiere proyectar, en muchos casos la misma plataforma de vehículos se puede usar con diferentes variantes (Crolla, 2009, p.108).

2.3.5. Tipos de transmisiones

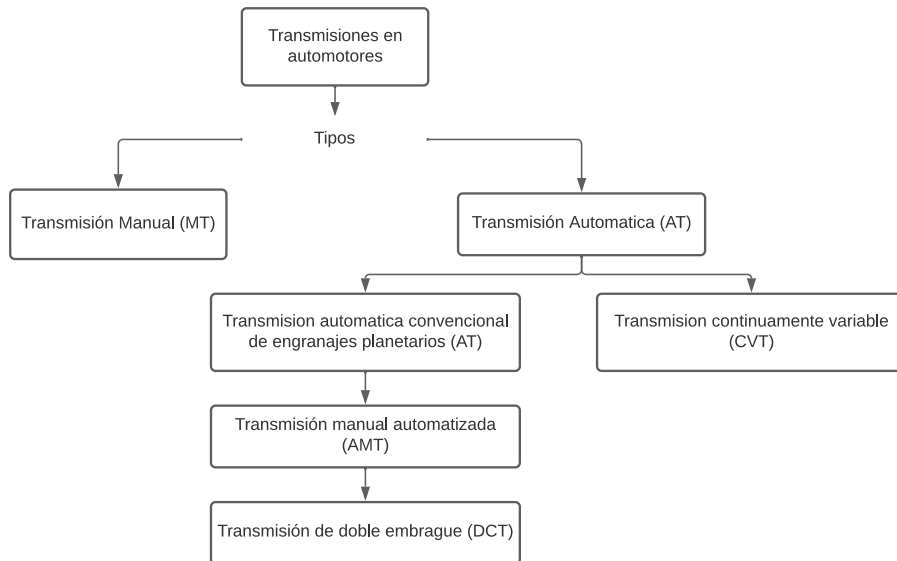
El sistema de transmisión representa un rol central en la determinación de la fuerza de tracción, el consumo de combustible y/o la regulación de energía en el sistema. El torque y la velocidad de rotación del eje de salida motor se transmiten a las ruedas motrices a través de elementos como el embrague o convertidor de par, caja de cambios, transmisión final, diferencial y los ejes de transmisión (Ehsani et al., 2017, p.73).

En el caso de los vehículos eléctricos, tal y como se mencionará más adelante, no siempre es necesario disponer de caja de cambios; sin embargo, hay casos en los que una caja de cambios permite la selección de un motor más pequeño como a su vez de un sistema de baterías más liviano que proporcionen la misma potencia de manera más eficiente.

En la Figura 3 se presenta un mapa que brinda información acerca de los tipos de transmisiones usuales en los vehículos.

Figura 3.

Tipos de transmisiones encontradas en vehículos de pasajeros.



Nota. Principales tipos de transmisiones de un vehículo y sus variaciones.

2.3.5.1. Transmisión por engranajes. Los elementos comúnmente utilizados para transmitir potencia entre ejes intermedios suelen ser engranajes o piñones, se denominan de radio discreto debido a que su geometría se mantiene constante.

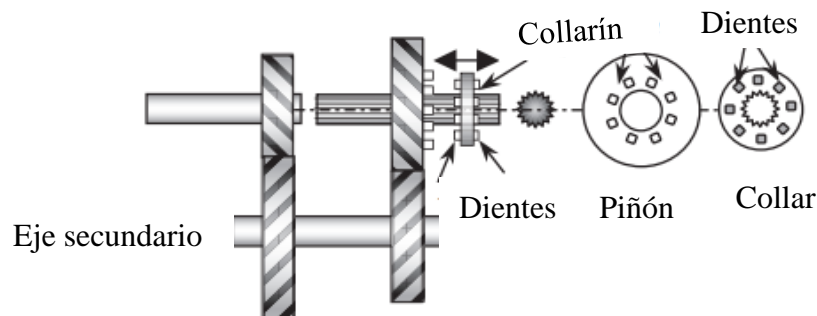
Esto quiere decir que para conseguir diferentes relaciones de transmisión se deben colocar diferentes tamaños de engranajes en el eje y luego efectuar los cambios. Su principal ventaja es su fácil mantenimiento y bajo coste de fabricación, por otra parte, su principal desventaja es la pérdida de potencia que se tiene entre el cambio de marcha.

2.3.5.2. Transmisión manual. La palabra ‘manual’ hace referencia a que el conductor debe ser consciente de cual momento es el indicado para hacer el cambio de marchas mediante un selector (o palanca de cambios), caso contrario a las transmisiones automáticas donde el conductor no interfiere en el cambio de marchas. (Crolla, 2009).

El conjunto de la transmisión manual consta de un embrague, una caja de cambios, un diferencial y un mecanismo selector de cambios. Como se muestra en la Figura 4 el conjunto interior de la caja de cambios opera con engranajes de diferente tamaño, ubicados de tal forma que cuando se acciona la palanca de cambios se selecciona la relación de marcha a utilizar y por ende se ajusta el par o la velocidad de salida.

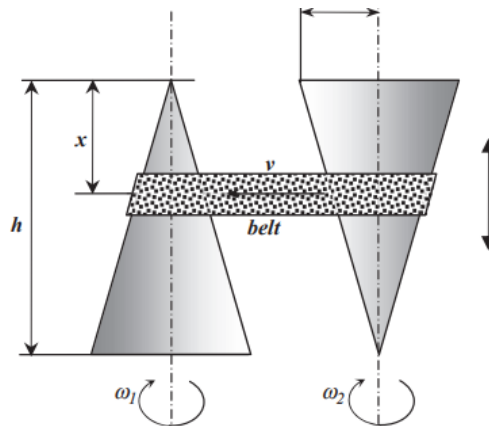
Figura 4.

Transmisión manual, engrane constante.



Nota. El gráfico representa la distribución y componentes usuales de una transmisión manual. Adaptado de *Vehicle Powertrain Systems. Mashadi, Behrooz & Crolla, David. (2011).*

2.3.5.3. Transmisión Continamente Variable-CVT. El diseño de la CVT permite tener diferentes relaciones de transmisión a medida que la velocidad varia. La idea básica se puede entender a partir de una disposición simple de dos conos similares con una correa plana envuelta alrededor de ellos, como se ilustra en la Figura 5.

Figura 5.*Funcionamiento CVT.*

Nota. Adaptado de *Vehicle Powertrain Systems*. Mashadi, Behrooz & Crolla, David. (2011).

En lugar de utilizar engranajes en un eje, posee un cinturón de acero y dos poleas que alteran su diámetro, esto permite que la velocidad pueda variar continuamente. Esta propiedad de las CVT es útil en muchas aplicaciones en las que se requieren los beneficios de proporcionar diferentes relaciones de transmisión además de cambios suaves entre relaciones.

Por otro lado, tienen la desventaja de que no suelen soportar altos niveles de torque y debido a la geometría de la correa, esta suele presentar problemas de desgaste más rápidamente por los altos ciclos de trabajo del motor en comparación con la transmisión manual o automática de engranajes.

3. Proceso de Diseño

A continuación, se detalla el proceso realizado para el diseño del sistema de transmisión del biplaza eléctrico con sistema de propulsión, como primera fase del proyecto se parte identificando las posibles alternativas de diseño viables para su implementación. Posteriormente se plantean diferentes configuraciones del tren motriz y se identifica cada uno de sus componentes, finalmente se plantea el diseño en detalle de cada uno de sus elementos.

Como segunda fase del proyecto se determinan los requerimientos de potencia bajo 3 diferentes condiciones de conducción, luego se clasifican 5 motores que satisfacen dichos requerimientos los cuales serán utilizados como punto de partida de la optimización.

Posteriormente en la tercera fase del proyecto se plantean los análisis de concentración de esfuerzos para los engranajes y ejes respectivamente, se plasman las consideraciones para tener en cuenta y los resultados obtenidos una vez aplicados los fundamentos teóricos.

Por último, el proceso de selección y/o diseño de elementos como los rodamientos, el conjunto sincronizador de cambio de marcha y el diferencial se detallan en los Anexos A, B y C respectivamente.

3.1. Selección del Tipo de Transmisión.

Tanto el diseño como la selección del tipo de transmisión para un automóvil está condicionada por variables como el segmento y el público al que está dirigido, como también al desempeño y comportamiento esperado por la misma.

3.1.1. *Análisis de Alternativas.*

Se proponen 3 alternativas de diseño, las cuales son las encontradas principalmente en el mercado de vehículos eléctricos enfocado al sector automotriz de vehículos para pasajeros.

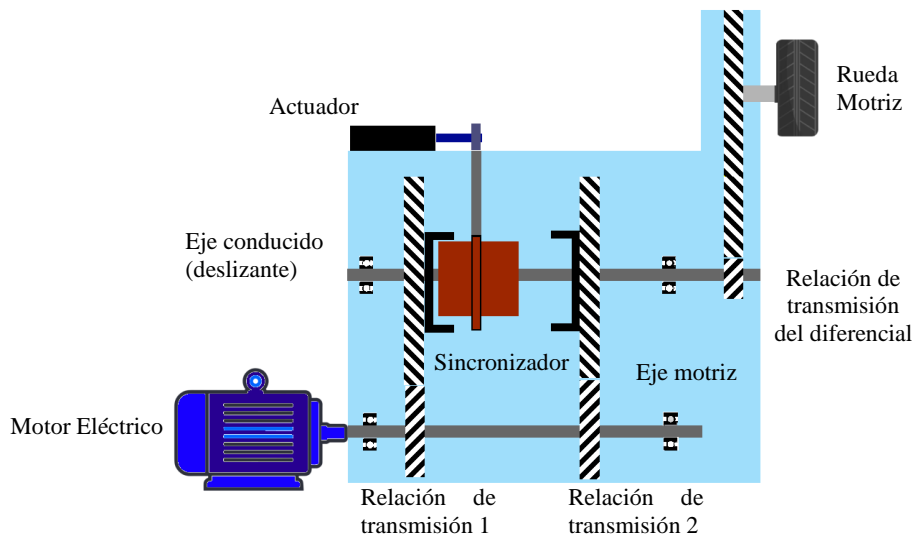
3.1.1.1. Alternativa 1 – Transmisión Mecánica de Engranajes. Esta alternativa cuenta con una caja de velocidades, la cual está pensada para aprovechar los rangos óptimos de torque y potencia en función de las curvas características de los motores eléctricos. Esto con el objetivo de lograr implementar un motor más pequeño, de menor peso y consumo.

Como se observa en la Figura 6, la caja de cambios será la encargada de recibir la potencia del motor eléctrico, para esto es necesario acompañarla con un sincronizador de marchas y de un diferencial que permita transferir el movimiento hacia las ruedas motrices.

Como alternativa al embrague se propone optar por un sistema electrónico que se encargue de elegir automáticamente el momento de realizar el cambio en base a los mapas de funcionamiento del motor, eliminando la necesidad de un mecanismo de varillaje desde el habitáculo de pasajeros para el cambio de marcha. La caja de cambios deberá transmitir la potencia al conjunto diferencial-par cónico, distribuyendo el movimiento a través de unos ejes palier hacia las ruedas del vehículo.

Figura 6.

Alternativa 1, transmisión mecánica de engranajes con 2 marchas.



Nota. Esquema transmisión mecánica (2 relaciones de transmisión).

Cabe destacar que en esta propuesta de diseño no se incluirá un piñón inversor para la reversa dado que una de las variables a optimizar en el diseño es minimizar el valor del peso del conjunto, por lo tanto, reducir la cantidad de piezas mecánicas en el diseño proporcionara ventajas positivas en mira a alcanzar los objetivos del proyecto.

Como solución se propone utilizar la primera marcha de la caja de cambios acompañada con un sistema de control electrónico que permita invertir la polaridad de la corriente que circula por el motor, permitiendo así el desplazamiento de vehículo en dirección opuesta. Logrando de esta forma reducir el peso y reduciendo los costos asociados a su manufactura.

3.1.1.2. Alternativa 2- Transmisión CVT Reducida (sin Convertidor de Torque). Las transmisiones continuamente variables (CVT) tienen la ventaja de ajustar la relación de velocidades sin interrumpir el flujo de potencia, la configuración básica de una CVT comprende dos poleas de diámetro variable mantenidas a una distancia fija y conectadas por un elemento flexible (correa o cadena). Uno de los conos de cada polea es móvil, el cinturón/cadena puede experimentar movimientos radiales y tangenciales dependiendo de las condiciones de torque y las fuerzas axiales en las poleas.

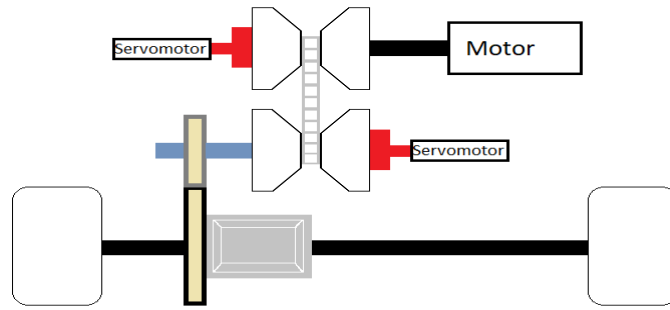
En motores de combustión interna (MCI) se vuelve indispensable contar con un convertidor de par que permita un suave arranque y amortigüe las vibraciones del motor, por otro lado, los motores eléctricos tienen la ventaja de contar con el 100% del torque desde el arranque y la no necesidad de mantenerse girando en un régimen de revoluciones para mantenerse encendido.

La alternativa de diseño ilustrada en la Figura 7 propone utilizar un servomotor conectado a un actuador integrado a un circuito de control, con miras a optimizar la relación de diámetros en las poleas y conseguir siempre un rango óptimo de aprovechamiento del motor eléctrico. Además,

de que los VE pueden manejar relaciones de diámetros más estrechas en comparación a los MCI, lo que permite conseguir una CVT más ligera y compacta.

Figura 7.

Alternativa 2 Transmisión Continuamente Variable CVT.



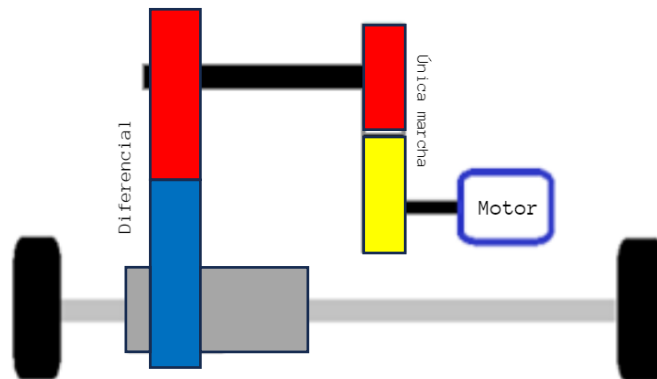
Nota. Esquema transmisión CVT, controlada mediante actuador eléctrico.

3.1.1.3. Alternativa 3- Transmisión directa o reductor de velocidad simple. Es

muy similar a la transmisión de engranajes manuales, su principal diferencia se encuentra en que esta utiliza una única relación de transmisión lo que se traduce en un solo piñón a la salida del motor como se representa en la Figura 8.

Figura 8.

Alternativa 3 Transmisión con reductor de velocidad simple.



Nota. Esquema transmisión mecánica directa (1 relación de transmisión).

Su principal ventaja es que aprovecha la electrónica de control del motor eléctrico sin necesidad de utilizar sincronizadores, embragues ni elementos externos en la transmisión de potencia. Suelen ser más pequeñas y livianas y se acoplan directamente a la salida del motor, su principal desventaja es que deben utilizarse motores eléctricos de mayor tamaño (debido a la necesidad de vencer el torque inicial en el arranque), por lo que esto significa una ligera pérdida de eficiencia en el consumo de energía en comparación con la CVT y la caja de múltiples cambios.

3.1.2. Criterios de selección

Con el fin de determinar la alternativa más adecuada, se han identificado seis factores clave que deben ser considerados:

- **Costo:** Este factor aborda el costo de producción de la transmisión.
- **Desempeño:** con este factor se valora la respuesta de la transmisión en relación con la eficiencia en la entrega de torque y potencia.
- **Mantenibilidad:** Se analiza la facilidad con la que una alternativa puede ser restaurada a sus condiciones óptimas a través de reparaciones o reemplazo de componentes.
- **Compacidad:** este criterio busca comparar el espacio ocupado por cada alternativa en el vehículo.
- **Comodidad:** hace referencia a la facilidad de la transmisión para ser operada y la comodidad percibida por el conductor con esta.
- **Consumo:** Este factor se relaciona con la capacidad de aprovechar la energía de las baterías con el fin de aumentar la autonomía del vehículo y se refleja en la distancia recorrida.

La puntuación utilizada para evaluar las alternativas se basa en una escala de 1 a 5, donde cada número representa un nivel diferente de calidad o desempeño, donde: 1 es Ineficiente; 2 es Bajo, 3 es Medio; 4 es Alto y 5 es Excelente.

Tabla 1.

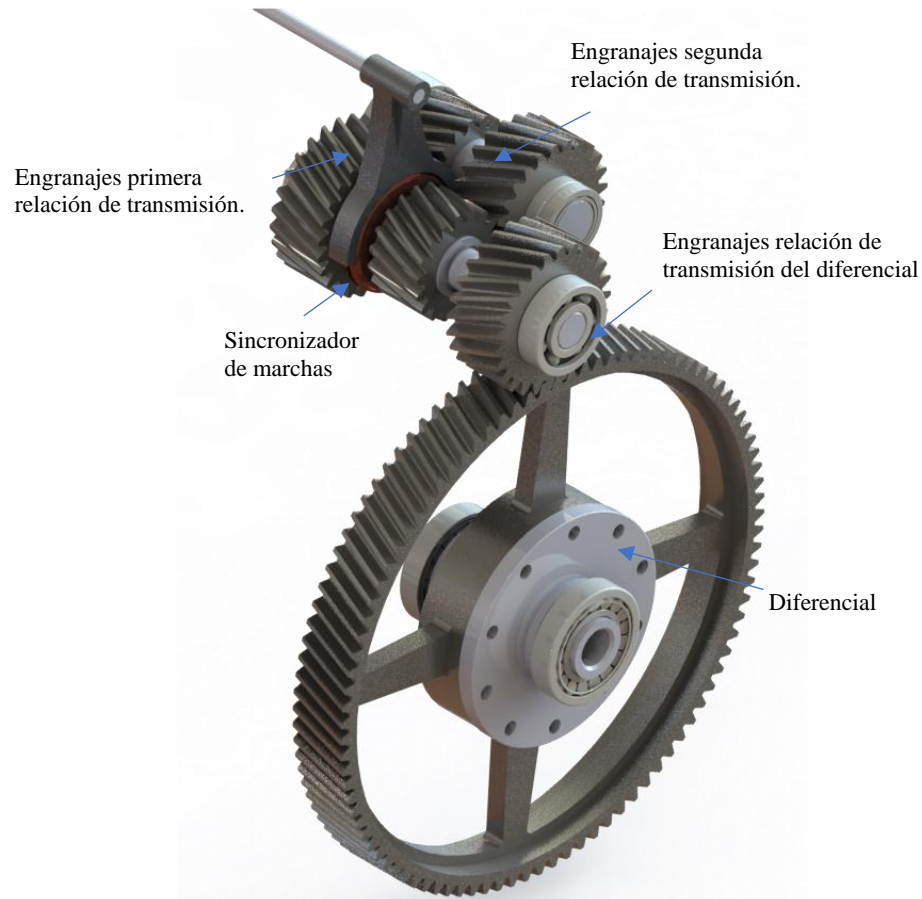
Resultados de la ponderación de evaluación de alternativas.

Criterios	Alternativas		
	Transmisión engranajes	CVT reducida	Transmisión directa
Costo	4	3	5
Desempeño	5	4	3
Mantenibilidad	4	2	5
Compacidad	4	3	5
Comodidad	4	4	4
Consumo	5	4	3
Total	26	20	25

Según los resultados de la ponderación mostrados en la Tabla 1, se concluye que la alternativa 1 transmisión de engranajes es la más apropiada para este proyecto. Es importante destacar que todas las demás alternativas planteadas son soluciones viables por considerar según las necesidades específicas en caso de abordar un nuevo proyecto.

Figura 9.

Modelado de transmisión representada a desarrollar.



Nota. Representación gráfica de la transmisión de engranajes (2 relaciones).

En la Figura 9, se expone una representación gráfica renderizada del resultado final del diseño propuesto para la caja de cambios mecánica de 2 relaciones analizada como alternativa de selección en este proyecto. El diseño de cada uno de sus componentes se detallará en los capítulos subsiguientes.

3.2. Diseño en Detalle

Como punto de partida del proceso de diseño y optimización se deben tener en cuenta tanto los parámetros físicos como todas las condiciones de operación que se buscan satisfacer, por tanto, en la Tabla 2 se presenta un resumen de los parámetros del vehículo, simbología y unidades del eléctrico biplaza a diseñar el cual servirá como herramienta base para el desarrollo de los modelos matemáticos presentados en los capítulos posteriores.

Tabla 2.

Parámetros del Vehículo

Variable	símbolo	Unidad	Valor
Masa del vehículo	m_v	kg	750
Radio dinámico de las ruedas	r_{dyn}	m	0.265
Coefficiente de arrastre aerodinámico	C_D	-	0,39
Coefficiente de resistencia a la rodadura	C_R	-	0,011258
Área frontal del vehículo	S_f	m^2	1,40875
Relación del mando final	i_E	-	3,73
Velocidad máxima del vehículo	v_{max}	Km / h	80
Grado máximo de ascenso	q	-	26%
Ángulo máximo de inclinación de la carretera	α_{st}	deg	15.07
Eficiencia global del sistema de transmisión de potencia	n_{tot}	-	96%

Nota. El coeficiente de arrastre dinámico se tomó de Diseño y simulación de una carrocería aerodinámica para un vehículo eléctrico tipo coupé (Pérez Roa & Muñoz González, 2022).

Los parámetros clave, como el coeficiente de arrastre aerodinámico y el área frontal del vehículo, han sido examinados con detalle en el estudio realizado por Muñoz y Pérez en 2022, que se enfocó en el diseño de una carrocería aerodinámica para un vehículo eléctrico tipo coupé. Por

lo tanto, este análisis no se repetirá en el contexto de esta tesis, y se sugiere a los lectores interesados consultar la bibliografía correspondiente para obtener más detalles al respecto.

Para el desarrollo de este proyecto, se planteó un algoritmo en Matlab compuesto principalmente de diferentes modelos matemáticos, cada uno de estos abarca una etapa diferente del proyecto, tales como:

- Obtención de los requerimientos de potencia.
- Determinación de las relaciones de la transmisión.
- Cálculo de los engranajes.
- Cálculo de los ejes.
- Cálculo de los rodamientos.
- Cálculo del sincronizador.
- Cálculo del diferencial.
- Optimización (funciones objetivo, variables, restricciones, frente de Pareto).

Luego, a nivel general, el algoritmo consiste en múltiples iteraciones que buscan la convergencia de la función multiobjetivo hasta obtener soluciones que cumplan con las necesidades de este proyecto, posteriormente se obtiene un frente de Pareto que representa dichas soluciones.

Finalmente se analiza el frente de Pareto y se realiza un último llamado de las funciones a fin de obtener exclusivamente los parámetros correspondientes a la solución escogida. A continuación, se explica el planteamiento teórico de cada una de las etapas y en los anexos G H I J y K se detalla el algoritmo de estas.

3.2.1. *Determinación de los requerimientos de potencia (Dinámica longitudinal del vehículo)*

Al momento de diseñar un sistema de transmisión de potencia para un determinado vehículo, es necesario tener en cuenta la potencia junto con el torque que serán suministrados por el motor y que deberán ser convertidos por la transmisión para posteriormente ser enviado de manera eficiente hacia las ruedas. Existen diferentes factores que influyen en las cargas dinámicas que debe superar un vehículo, para esto se debe tener en cuenta la segunda ley de Newton ya que esta determinara los esfuerzos de tracción que serán aplicados sobre los ejes del vehículo, afectando la aceleración, velocidad máxima y la capacidad de ascenso en pendientes.

En esta etapa del proyecto se centrará la atención en las diferentes resistencias que debe superar el vehículo para alcanzar la velocidad y aceleración planteadas como objetivo de diseño, las cuales se presentarán a continuación:

- Resistencia a la rodadura, representa las interacciones entre las ruedas del vehículo y el terreno de conducción.
- Resistencia al aire, modela las interacciones entre la superficie del vehículo y el aire a una velocidad de conducción determinada.
- Resistencia al ascenso en pendiente, esta influenciada por la componente del peso del vehículo paralela al suelo, la cual ocurre cuando se conduce sobre una carretera con un determinado grado de inclinación.

3.2.1.1. Fuerza de resistencia a la rodadura. Esta resistencia suele ser la de mayor relevancia a bajas velocidades y en carretera con pendiente cero, esta fuerza se encuentra presente desde el instante en que las ruedas del vehículo comienzan a girar.

$$F_r = C_r \cdot W \quad (3-1)$$

Donde F_r es la fuerza de resistencia a la rodadura del eje delantero y trasero en N , C_r es el coeficiente de fricción a la rodadura y W es el peso del vehículo en N . En este proyecto se consideran las ruedas delanteras y traseras de la misma geometría, por lo que la distribución de la fuerza se considera simétrica. El coeficiente de fricción a la rodadura se puede determinar según Gillespie (2021, p.117)

$$C_r = f_o + 3.24 \cdot f_s \left(\frac{V}{100} \right)^{2.5} \quad (3-2)$$

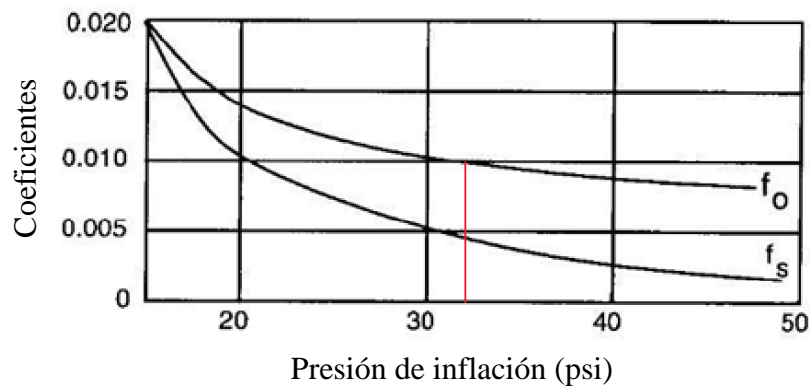
Donde:

- V es la velocidad en mph
- f_o es el coeficiente básico
- f_s es el coeficiente de efecto de la velocidad.

Los dos coeficientes tanto el básico como el efecto de la velocidad depende de la presión de los neumáticos y se puede determinar de la Figura 10.

Figura 10.

Coefficientes f_o y f_s en función de la presión de los neumáticos.



Nota. Adaptado de *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE International. Gillespie, T. D. (1992).

Para el diseño de este proyecto se tomará como referencia una rueda comercial con medidas 125/80/R13 y consultando la presión promedio recomendada por el fabricante tenemos un valor

de aproximadamente 2,3 bar (33,36 psi), por tanto, se fijarán los valores de $f_o = 0.009$ y $f_s = 0.004$ para continuar con el desarrollo del modelo matemático.

3.2.1.2. Fuerza de resistencia aerodinámica. El aire fluye sobre la superficie del vehículo causando pérdidas de potencia por efectos de turbulencia, la más grande contribución proviene desde los vórtices generados en la parte posterior del vehículo, además de pequeños vórtices en espejos, ruedas y el compartimiento del motor (Meywerk, 2015, p.27)

$$F_a = C_D \cdot A \cdot \frac{\rho_a}{2} \cdot V_R^2 \quad (3-3)$$

Donde:

- F_a es la fuerza producida por efecto de la resistencia aerodinámica (N)
- C_D es el Coeficiente de arrastre aerodinámico.
- A es el Área proyectada del vehículo en la dirección longitudinal (m^2)
- ρ_a es la densidad del aire (kg/m^3)
- V_r es la velocidad resultante del aire (m/s)

El coeficiente de arrastre depende de la dirección del flujo, sin embargo, al momento de realizar comparaciones para diferentes vehículos suele tomarse una simplificación en la cual la componente de la velocidad resultante del aire específicamente la influencia de la velocidad del viento no es considerada, por tanto, se aproxima a la velocidad lineal del vehículo.

3.2.1.3. Fuerza de resistencia al ascenso en pendiente. Es la componente del peso del vehículo la cual actúa de forma paralela al plano inclinado

$$F_g = m_{tot} \cdot g \cdot P \quad (3-4)$$

Donde:

- F_g es la fuerza producida por efecto de la resistencia al gradiente.
- m_{tot} es la masa total del vehículo (kg)
- g es la gravedad (m/s^2)

La pendiente del camino es determinada por el gradiente P puede definirse por medio de una función trigonométrica como la altura de la pendiente a escalar sobre el recorrido horizontal y para ángulos pequeños se puede aproximar la función tangente al seno, entonces tenemos:

$$P = \tan(\alpha_g) = \sin(\alpha_g) \quad (3-5)$$

3.2.1.4. Carga total. La suma de las ecuaciones 3-3, 3-4 y 3-5 representa la carga de propulsión que debe entregar el motor eléctrico para mantener al vehículo a determinada velocidad y se conoce como “Fuerza de Tracción (F_t)”, aplicando segunda ley de Newton tenemos:

$$ma = F_t - (F_r + F_a + F_g) \quad (3-6)$$

$$F_t = ma + C_r \cdot W + C_D \cdot A \cdot \frac{\rho_a}{2} \cdot V_R^2 + m_{tot} \cdot g \cdot \sin(\alpha_g) \quad (3-7)$$

$$Pot = F_t \cdot V \quad (3-8)$$

La potencia que deberá ser tomada en cuenta para seleccionar el motor del vehículo podrá determinarse como la fuerza de tracción multiplicada por el valor de la velocidad del vehículo, cabe destacar que el valor de la fuerza de tracción dependerá de las condiciones del entorno donde se encuentre transitando el vehículo y del estilo de conducción del piloto.

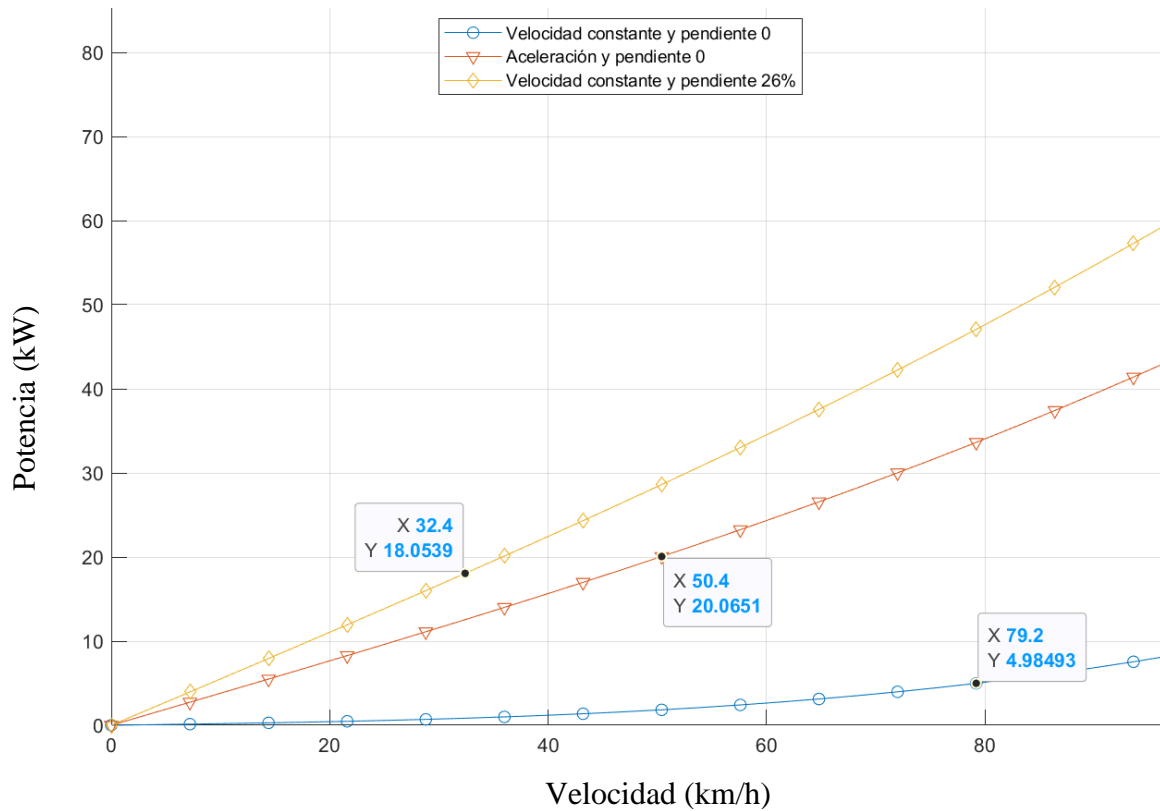
Teniendo en cuenta que el vehículo a diseñar está pensado para transitar en un entorno urbano donde no se requieren grandes velocidades ni capacidades de aceleración como las que podría requerir un vehículo para realizar rebases en carretera, se grafica una curva de potencia en función de la velocidad del vehículo buscando obtener una curva estándar, la cual representa la potencia mínima requerida por el motor eléctrico para mover al vehículo a una determinada velocidad.

Se presentan en la Figura 11 tres casos de conducción de mayor frecuencia dentro de los cuales se incluyen movimiento a una determinada velocidad constante y en terreno plano, aceleración desde el reposo a la velocidad determinada y en terreno plano y finalmente

desplazamiento a velocidad constante durante un terreno en ascenso, posteriormente se analizan sus resultados.

Figura 11.

Diferentes casos de exigencia de potencia para el vehículo eléctrico.



Como uno de los objetivos a cumplir planteados al inicio del proyecto es conseguir una velocidad máxima y constante de 80 *km/h* para esta condición se requiere una potencia mínima de aproximadamente 5.5 *kW* para mantener el vehículo a velocidad constante sobre un terreno en pendiente horizontal, por tanto, las alternativas del motor deben estar por encima de este valor.

El siguiente caso presentado en los objetivos busca que el vehículo sea capaz de conseguir una aceleración desde el reposo hasta los 50 *km/h* en un tiempo de 8 segundos, este tipo de pruebas se consideran en terreno con pendiente horizontal. Teniendo en cuenta lo evidenciado en

la curva de color rojo, el motor debe proporcionar una potencia aproximada de 20 *kW* lo que permite una aceleración desde el reposo a la velocidad deseada.

Como último caso de análisis se considera el ascenso en una pendiente con un valor de 26% a una velocidad constante de 30 *km/h*, lo cual es apropiado para un entorno urbano donde no son necesarios grandes valores de aceleración y se busca un grado de confort a la hora de conducir. Por lo evidenciado en la curva amarilla de la Figura 11 el valor de potencia ronda en torno a los 18 *kW*.

3.2.2. Motores candidatos para el tren motriz.

La necesidad del diseño de una caja de cambios para un vehículo en general surge de la idea de optimizar los rangos de operación de funcionamiento representado en las curvas de potencia y torque para el motor en el conjunto que se esté diseñando, por tanto, es necesario primero identificar el motor eléctrico que servirá para suplir las necesidades del vehículo y permita su desplazamiento bajo las condiciones enunciadas en los análisis presentados como resultados de la dinámica longitudinal del vehículo.

Después de una ardua búsqueda de proveedores de motores eléctricos acorde a las necesidades del biplaza eléctrico, se muestran en la Tabla 3 las características más relevantes de 5 motores eléctricos diferentes para tener en cuenta como criterio de selección.

Tabla 3.*Parámetros Motores Eléctricos*

	Remy HVH 250-060S	Danfoss EM- PMI240-T180-2200	WEG W22 Carcasa hierro gris – IE3	EMRAX 188	HiTor UQM 380 BPM
Potencia Continua (kW)	23	44	30	22	30
Torque Continuo (Nm)	110	192	80.4	52	180
Potencia Pico (kW)	38	-	-	37	50
Torque Pico (Nm)	181	700	241.2	85	440
Masa (Kg)	37	85	219	7	41
Voltaje (V)	200 VDC	500 VAC	220 VAC	100 VDC	340 VDC
RPM Nominal	2000	2200	3565	4000	1600

Nota. Parámetros tomados del catálogo de los fabricantes.

Cabe destacar que todos los motores de la Tabla 3 pueden suplir las necesidades de torque y potencia requeridas por el vehículo eléctrico objetivo a diseñar. Se busca a continuación identificar cuál de las opciones representa la alternativa más apropiada en términos de costo, mantenimiento y disponibilidad.

3.2.2.1. Metodología de Selección del Motor Eléctrico. Los 3 factores relevantes para tener en cuenta en la selección van a ser la potencia, el torque y el peso del motor (Roa, 2011), especialmente este último debido a que el peso del tren de propulsión es uno de los factores a optimizar en el diseño del vehículo. Se plantean 3 indicadores uno para cada aspecto.

- Factor de potencia (F_{pot}) que busca comparar la potencia mínima del vehículo a una velocidad de 80 Km/h contra el valor de la potencia continua en su régimen de revoluciones de cada motor.
- El segundo factor toma en consideración el torque (F_T) del motor sin reducción para arrancar en una pendiente de 12% con baja aceleración.
- El último factor relaciona la masa (F_{masa}) del motor con la masa total del vehículo.

$$F_{pot} = \frac{\text{Potencia vehículo}_{@80km/h}}{\text{Potencia Continua del Motor}} \quad (3-9)$$

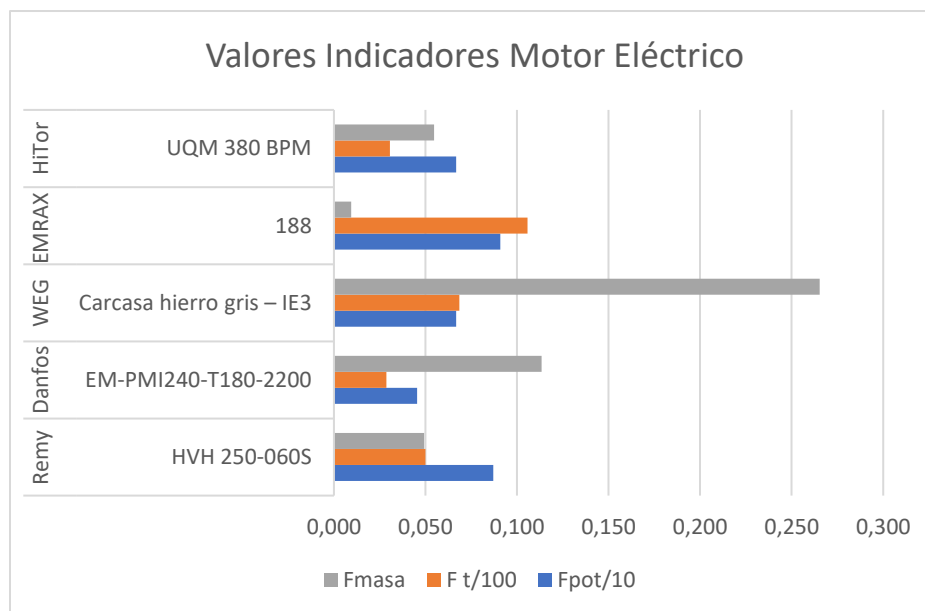
$$F_T = \frac{\text{Torque}_{arranque}}{\text{Torque Continuo del Motor}} \quad (3-10)$$

$$F_{masa} = \frac{\text{Masa del Motor}}{\text{Masa total del Vehículo}} \quad (3-11)$$

En la Figura 12 se muestra la distribución de los 5 motores comparando sus respectivos factores de potencia, torque y masa. Un motor será considerado bueno para la aplicación si el valor de su indicador de masa-torque es mínimo y su factor de potencia es cercano a 1 ya que esto se traduce en no sobredimensionar las especificaciones del motor o en otras palabras conseguir aprovechar el motor en todas sus capacidades.

Figura 12.

Grafica Indicadores de Selección para el Motor Eléctrico



Como se puede ver representado en la Figura 12 los motores Remy HVH-250 y EMRAX 188 presentan el mayor desempeño a nivel general, por otro lado, el motor WEG W22 Carcasa hierro gris – IE3 es el menos favorable de acuerdo con los resultados obtenidos.

Debido a que el torque del motor está directamente relacionado con las reducciones de las marchas en la caja de cambios y esta afecta directamente el peso global del conjunto transmisor de potencia, en la sección 3.2.3 se realiza un análisis detallado de las relaciones de transmisión para cada motor. En el capítulo 5 se plantea el frente de Pareto obtenido para cada uno de los motores, finalmente en conjunto con los criterios planteados anteriormente, además de la facilidad de adquisición y costos se escoge el motor a usar en el sistema de transmisión.

3.2.3. *Determinación de las relaciones de transmisión*

La relación de transmisión total del sistema de transmisión de potencia para el vehículo puede definirse como:

$$i_A = i_S \cdot i_G \cdot i_E \quad (3-12)$$

- i_A es la relación de transmisión total.
- i_S es la relación de transmisión del elemento de acople.
- i_G es la relación de transmisión de la caja de cambios.
- i_E es la relación de transmisión del mando final.

Los elementos de arranque como los embragues de fricción seca sólo transfieren el movimiento rotacional sin afectar el torque ($i_S = 1$), sin embargo, existen aplicaciones como los convertidores de par de tipo hidráulico que además de transferir velocidad angular también transforman el torque a la salida ($i_S > 1$). Por lo que en caso de que este trabajo de investigación sirva para motivar al diseño de una transmisión con una configuración diferente, es un dato que debe tenerse en cuenta al plantear otra alternativa de solución.

Basado en la metodología presentada por Naunheimer (2011) el sistema de transmisión de potencia debe ofrecer relaciones de transmisión que relacionan la velocidad del motor y la velocidad de las ruedas motrices de tal manera que permita:

- Moverse bajo condiciones con alto requerimiento de torque.

- Alcanzar la velocidad máxima especificada.
- Operar en los rangos de eficiencia de consumo energético, representados por el mapa de desempeño del motor.

La máxima relación requerida $i_{A,max}$ es fijada para cumplir con la primera condición, La segunda condición produce la máxima relación de velocidad en carretera y la relación de transmisión más pequeña $i_{A,min}$ está determinada por la tercera condición.

Para el VE que será equipado con 2 relaciones, la primera es utilizada para reunir requerimientos de desempeño como aceleración o ascenso en pendiente y la segunda marcha es principalmente usada para permitir al motor eléctrico operar en su zona de alta eficiencia mejorando su autonomía y alcanzando los requerimientos de velocidad tope del vehículo

Cabe destacar que para la marcha atrás del vehículo, se invertirá el sentido de giro del motor luego se omite su diseño.

3.2.3.1. Selección de la primera relación de transmisión i_1 . Es necesario conocer el mayor requerimiento de tracción para determinar la relación de engranajes que permita maximizar el torque enviado a las ruedas, en este caso se considerará un escenario en el que el vehículo ascenderá por una pendiente del 26% (15° aproximadamente) a una velocidad de 15 km/h y se asume una eficiencia del 96% en todo el sistema de transmisión, según Naunheimer (2011) las relaciones pueden calcularse como:

$$i_{1,min} = \frac{r_{dyn} \cdot (m_v \cdot g \cdot (C_R \cos \alpha_{ST} + \sin \alpha_{ST}) + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A_v \cdot V_v^2)}{TM \cdot \eta_{tot}} \quad (3-13)$$

Donde:

- g Valor de la gravedad $(9.81 \frac{m}{s^2})$
- TM_{max} Torque máximo del motor [Nm].

- η_{tot} eficiencia total de la transmisión.

Adicionalmente la relación más alta que puede tener la primera marcha puede ser evaluada del esfuerzo máximo a la tracción:

$$i_{1,max} = \frac{r_{dyn} \cdot m_v \cdot g \cdot \mu_{coeff}}{TM \cdot \eta_{tot}} \quad (3-14)$$

Donde, $\mu_{coeff} = 0.8$ se determina coeficiente de fricción estática en condiciones de superficie seca a 90 km/h.

3.2.3.2. Selección de la segunda relación de transmisión i_2 . La segunda relación se basa en aprovechar el rendimiento del motor y obtener la máxima velocidad esperada del vehículo. La cual se puede definir como la velocidad máxima deseada para el vehículo en la velocidad equivalente lineal máxima del motor.

$$i_{2,min} = \frac{3.6 \cdot \pi \cdot n_M \cdot r_{dyn}}{30 \cdot v_{max}} \quad (3-15)$$

Donde n_M hace referencia a la velocidad rotacional del motor para la marcha esperada (*rpm*), Para confirmar que el motor tiene la capacidad de suministrar los requerimientos de torque a esta velocidad, asumiendo condiciones de carretera perfectamente horizontal y el torque de resistencia a la rodadura se divide entre el torque continuo del motor.

$$i_{2,max} = \frac{r_{dyn} \cdot (C_r \cdot m_v \cdot g \cdot \cos\phi + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A_v \cdot V_v^2)}{TM \cdot \eta_{tot}} \quad (3-16)$$

En la Tabla 4 se proporciona un resumen de los resultados de los intervalos de cada relación de transmisión tanto para la primera marcha como para la segunda marcha identificados para cada motor.

Tabla 4.

Relaciones de transmisión mínimas y máximas para cada marcha en base al motor eléctrico.

Relaciones de transmisión	Remy HVH 250-060S	Danfoss EM-PME375-T150-1500	WEG W22 Carcasa hierro gris – IE3	EMRAX 188	HiTor UQM 380 BPM
$i_{1\ max}$	14,771	10,155	20,209	31,246	9,027
$i_{1\ min}$	5,688	3,911	7,783	12,033	3,476
$i_{2\ max}$	5,520	3,795	7,552	11,677	3,373
$i_{2\ min}$	2,498	1,873	4,452	4,995	1,998
$\frac{i_{1\ min}}{i_{2\ min}}$	2,278	2,088	1,748	2,409	1,740

Adicionalmente de las consideraciones de diseño planteadas por Wang et al. (2017), tomando en cuenta los efectos de manufactura y cómo afectan estos la confiabilidad de los ejes, el cociente entre dos relaciones de transmisión no debe ser demasiado alto. La relación entre la primera marcha mínima y la segunda marcha mínima debe ser menor o igual a 3.4, si es demasiado grande el eje tendrá inconvenientes en su mecanizado y podría presentar mala calidad.

3.2.4. Diseño de los engranajes de la caja de cambios.

Para el desarrollo de la transmisión se han escogido engranajes helicoidales debido a que el funcionamiento de estos es más suave y silencioso, además de ser ideales para aplicaciones con alta carga. Una vez se ha definido el tipo de engranaje a usar se plantean las siguientes consideraciones:

- Todos los engranajes poseen la misma distancia entre centros, luego la suma del número de dientes de cada par de engranajes será constante.
- Poseen el mismo módulo.

- El material de los engranajes es AISI 8620 templado y cementado.

3.2.4.1. Número de dientes

Primero se debe definir el número de dientes que deben tener los engranajes para que no sufran interferencias, a continuación, en la Tabla 5 se presenta los juegos de los números de dientes recomendados de acuerdo con el libro Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011):

Tabla 5.

Rangos de dientes recomendados para el piñón y engrane.

Número mínimo de dientes en el piñón	Número máximo de dientes en el engrane
17	1309
16	101
15	45
14	26
13	16

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L 2011).

A fin de asegurar un rango considerable para que el algoritmo itere y no se presenten interferencias, se va a partir de un número de dientes mínimo para el piñón de 16.

3.2.4.1.1. Primera marcha. Para el piñón de la primera marcha se define su número de dientes igual al número de dientes obtenido para que no exista interferencia, con el fin de minimizar el tamaño de los pares de engranajes. A partir del número de dientes definido y la relación de transmisión de la primera marcha se obtiene el número de dientes de la corona:

$$Z_{c1} = Z_{p1} \cdot i_1 \quad (3-17)$$

Donde:

- Z_{c1} es el número de dientes de la corona.
- Z_{p1} es el número de dientes del piñón.
- i_1 es la relación de transmisión de la primera marcha.

Una vez obtenido el número de dientes de cada engranaje, se suman para obtener el número de dientes total de los pares de engranajes.

$$Z_T = Z_{c1} + Z_{p1} \quad (3-18)$$

Donde Z_T es el número de dientes total para cada par de engranajes.

3.2.4.1.2. Segunda marcha. A partir del número de dientes total obtenido y el valor de la segunda relación de transmisión podemos obtener el número de dientes para cada engranaje de la segunda marcha.

$$i_2 = \frac{Z_{c2}}{Z_{p2}} \quad (3-19)$$

Donde:

- Z_{c2} es el número de dientes de la corona.
- Z_{p2} es el número de dientes del piñón.
- i_2 es la relación de transmisión de la segunda marcha.

$$Z_T = Z_{c2} + Z_{p2} \quad (3-20)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos:

$$Z_{p2} = \frac{Z_T}{1 + i_2} \quad (3-21)$$

$$Z_{c2} = Z_T - Z_{p2} \quad (3-22)$$

Cabe destacar que los dientes obtenidos deben aproximarse a números enteros, luego se debe volver a calcular la relación de transmisión a partir del número de dientes obtenido para cada par y verificar que los resultados sean consistentes.

3.2.4.2. Módulo de los engranajes.

A partir de la siguiente expresión del libro Diseño de máquinas (Abasolo Bilbao et al., 2017) podemos calcular el módulo del engranaje para evitar el fallo superficial.

$$m_i \geq 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T \cdot \cos^4(\beta) \cdot (i + 1)}{k_{adm} \cdot z_{pi}^2 \cdot \psi \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \cdot i}} \quad (3-23)$$

Donde:

- m_i es el módulo del engranaje [cm].
- T es el torque del motor [Kg*cm].
- k_{adm} es la presión admisible de rodadura modificada [Kg/cm²].
- z_{pi} es el número de dientes del piñón.
- ψ es el factor de forma.
- α es el ángulo de presión (tomado como 20°).

Para obtener la presión admisible de rodadura se debe tener en cuenta el material de los engranajes y el tiempo de vida estimado de la caja de cambios. Si se asume que la caja será diseñada para una vida útil aproximada de 250.000 [km] y la velocidad promedio del vehículo es de 60 [km/h] se puede obtener el tiempo de vida de la caja de cambios.

$$t_{vida} = \frac{250000}{60} = 4166.66 \text{ h} \quad (3-24)$$

Si se compara este valor con los de la Tabla 6 de valores orientativos de duración se puede ver que la duración de la caja está en el intervalo, luego los valores asumidos fueron adecuados.

Tabla 6.

Tiempos de vida de referencia en función de la aplicación.

APLICACIÓN	DURACIÓN REQUERIDA (H)
Electrodomésticos	1000-2000
Motores de avión	1000-4000
Automóviles	1500-5000
Equipo agrícola	3000-6000
Elevadores, ventiladores industriales y transmisiones de usos múltiples	8000-15000
Motores eléctricos y maquinaria industrial en general	20000-30000
Bombas y compresores	40000-60000
Equipo crítico en funcionamiento continuo durante 24h/día	100000-200000

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Abasolo Bilbao et al., 2017).

Una vez se ha obtenido el tiempo de vida de la caja, distribuimos el tiempo de vida entre las marchas que tendrá el vehículo, esto es debido a que, dependiendo de la aplicación cotidiana del vehículo, una marcha será más usada que otra, luego distribuir el tiempo de vida brinda mayor precisión en los cálculos.

La caja de cambios cuenta con 2 marchas, teniendo en cuenta que el vehículo se plantea para usar en un entorno urbano y transporte ligero, luego, se espera que la segunda marcha sea la más utilizada. A partir de esto se distribuye la vida útil como se plantea en la Tabla 7.

Tabla 7.

Tiempos de uso para cada relación de transmisión.

Relación	Porcentaje	Tiempo uso (h)
Primera	30%	1250
Segunda	70%	2875

Con el tiempo de uso correspondiente a cada marcha se obtiene el $k_{adm\ i}$ para cada marcha, para esto primero se obtiene k_{adm} , tenemos:

$$t = \frac{Rpm_{max} t_{vida} \cdot 60}{10^6} \tag{3-25}$$

$$k_{adm} = \frac{6800 \cdot HB^2}{t^{\frac{1}{3}} \cdot E} \tag{3-26}$$

Donde:

- *HB* es la dureza del material.
- *E* es el módulo de elasticidad [*kg/cm²*].
- *k_{adm}* es la presión admisible de rodadura [*Kg/cm²*].

El material escogido posee una dureza de 670 HB, además el módulo de elasticidad de los aceros es de 2100000 [*kg/cm²*].

Finalmente, en función de las horas de servicio de cada marcha se obtiene el factor de corrección (*φ*), pero debido a que no hay un valor exacto tabulado, a partir de los datos de la Tabla 8 se realiza una regresión a fin de obtener una función que nos permita obtener el valor del factor para cualquier hora.

Tabla 8.

Factor de corrección para horas de servicio diferentes a 5000 horas.

Para un valor de *h* diferente de 5000 horas, el valor de *k_{adm}* se hará = *φ* · *k₅₀₀₀*. Los valores se extraen de la siguiente tabla.

Horas servicio h	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
φ	3,2	2,5	2	1,6	1,25	1	0,8	0,5	0,4	0,32

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Abasolo Bilbao et al., 2017).

$$\varphi = 16.895 \cdot h^{-0.332} \tag{3-27}$$

Una vez se han obtenido los factores de corrección, se obtiene la presión admisible para cada marcha.

$$k_{adm\ i} = k_{adm} \cdot \varphi_i \tag{3-28}$$

Finalmente se reemplazan los valores y se comparan los módulos obtenidos, el engranaje más crítico corresponde al módulo más alto, luego este es el que se escoge y posteriormente se normaliza de acuerdo con la serie deseada.

Tabla 9.

Módulos normalizados (en mm) de los engranajes según la calidad de este.

Serie	I	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50
	II	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28	26	45	
	III	3,25	3,75	6,5															

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Abasolo Bilbao et al., 2017).

Según el libro *Diseño máquinas* como se puede notar en la Tabla 9, la serie I es la recomendada a utilizar, la serie II corresponde a la serie complementaria y la serie III solo se debe usar en casos especiales.

Una vez se ha obtenido el módulo a usar para cada par de engranajes, se calcula el ancho del diente y los radios primitivos parámetros necesarios para evaluar la resistencia de estos. Las otras características de los engranajes se obtendrán una vez se hayan verificado que estos cumplan con los requerimientos del vehículo.

$$b = m \cdot \psi \tag{3-29}$$

b es el ancho del diente (unidades en función del módulo) y ψ es el factor de guiado (adimensional). Cabe aclarar que el ancho del diente se da en milímetros, luego se recomienda que el módulo este en milímetros. El factor de guiado se obtiene a partir de la Tabla 10 en función de la calidad del montaje, en este caso asumimos calidad y condiciones normales ($\psi = 10$).

Tabla 10.

Factor de guiado según el montaje de los engranajes.

FACTOR DE GUIADO Ψ	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Abasolo Bilbao et al., 2017).

El radio primitivo depende del número de dientes, el módulo y el ángulo de hélice. A continuación, se presenta la ecuación:

$$R_p = \frac{m \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta)} \quad (3-30)$$

R_p es el radio primitivo (unidades en función del módulo). Con el radio primitivo se obtienen las fuerzas en cada engranaje y el ancho del diente será necesario para calcular el esfuerzo a flexión de los engranajes.

3.2.4.3. Fuerzas en los engranajes. A diferencia de los engranajes rectos cuya fuerza resultante se descompone en 2 componentes, radial y tangencial, en los engranajes helicoidales se genera otra componente debido a la geometría de los dientes, específicamente, su ángulo de hélice. La fuerza resultante de los engranajes helicoidales se descompone en radial, axial y tangencial.

$$U = \frac{T}{R_p} \quad (3-31)$$

Donde:

- U es la componente tangencial [N].
- T es el torque nominal del motor [N·m].
- R_p es el radio primitivo del piñón [m].

Para el cálculo de las fuerzas se utiliza el radio primitivo del piñón debido a que está sometido a mayores esfuerzos luego si el piñón resiste, la corona también.

$$F_r = U \cdot \tan(\alpha) \quad (3-32)$$

$$F_a = U \cdot \tan(\beta) \quad (3-33)$$

F_r es la fuerza radial [N] y F_t es la fuerza tangencial [N]. La fuerza resultante en los engranajes está dada por:

$$W = \frac{U}{\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)} \quad (3-34)$$

Donde W es la fuerza resultante [N].

3.2.4.4. Esfuerzos en los engranajes. A partir de la ecuación 3-23 para el módulo, se evita el fallo superficial. A continuación, se halla el esfuerzo a flexión para luego compararlo con el esfuerzo admisible del material y asegurarse de que el módulo escogido sea el adecuado para que el engranaje resista ambos esfuerzos.

El esfuerzo a flexión teórico esta dado por la siguiente formula:

$$\sigma_{flexion\ teorico} = \frac{U}{b \cdot m \cdot Y} \quad (3-35)$$

Donde:

- $\sigma_{flexion\ teorico}$ es el esfuerzo a flexión teórico de Lewis [MPa].
- Y es el factor de Lewis.
- b es el ancho de diente en milímetros.
- m es el módulo del engranaje en milímetros.

El factor de Lewis esta tabulado en función del número de dientes; con el fin de permitir que se obtenga el factor correcto dependiendo del número de dientes que se calcule para cada iteración, se plantea una regresión lineal en la ecuación 3-36 con los datos de la Tabla 11 para números de dientes del 12 al 100.

$$Y = -(5E - 11) * z^6 + (1E - 08) * z^5 - (2E - 06) * z^4 + 0,0001 * z^3 - 0,0039 * z^2 + 0,0706 * z - 0,2013 \quad (3-36)$$

Se planteó este rango debido a que, por los objetivos planteados, no se espera obtener engranajes con un número de dientes superior a este rango, además al reducir el rango, se mejora la precisión del modelo.

Tabla 11.

Factor de Lewis en función del número de dientes.

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,29	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,46
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,48
26	0,346	Cremallera	0,485

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Abasolo Bilbao et al., 2017).

El modelo teórico debemos reformarlo con factores de comportamiento con el fin de evaluar el esfuerzo en el engranaje de una manera más precisa. Los factores de comportamiento se obtuvieron a partir de estudios experimentales evaluando aspectos como aplicación, velocidad,

temperatura, entre otros. Si se aplican los factores de comportamiento al modelo teórico tenemos la ecuación 3-37:

$$\sigma_{flexion} = \frac{U}{b \cdot m \cdot Y} * \frac{k_a \cdot k_s \cdot k_m \cdot k_l \cdot k_b}{k_v} \tag{3-37}$$

Donde k_a es el factor de aplicación, k_s el factor de tamaño, k_m el factor de distribución de carga, k_l el factor para engranaje loco, k_b el factor de espesor del aro y k_v : factor dinámico. A continuación, en la Tabla 12, se aclara como calcular cada uno de estos factores de acuerdo con el estándar planteado por la norma AGMA y enunciados en el libro Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

El factor de aplicación k_a se emplea debido a que las fuerzas o torques pueden variar con el tiempo y aumentar la carga del diente.

Tabla 12.

Factor de aplicación k_a .

Máquina impulsora	Máquina impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto fuerte
Uniforme (motor eléctrico, turbina)	1.00	1.25	1.75 o mayor
Impacto suave (motor de varios cilindros)	1.50	1.50	2.00 o mayor
Impacto medio (motor de un solo cilindro)	1.25	1.75	2.25 o mayor

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Norton Robert L., 2011).

En este caso, se tiene una máquina impulsora uniforme debido a que es un motor eléctrico y la máquina impulsada (vehículo) posee un impacto moderado.

$$k_a = 1.25 \tag{3-38}$$

El factor de tamaño k_s se implementó debido a las irregularidades que se podían presentar en el material, si el diseñador tiene certeza del material escogido para fabricar los engranajes se

sugiere que iguale el factor de tamaño a 1, en caso contrario este valor debe aumentar. Además, hay que tener en cuenta que entre más grande sea el tamaño del diente, hay más probabilidad de que la consistencia del material sea irregular, luego a continuación se presenta en la Tabla 13 los valores que facilitan la selección del factor de tamaño.

Tabla 13.

Factor de tamaño k_s .

Modulo	K_s
$m \leq 5$	1
6	1,05
8	1,15
20	1,4

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

El factor de distribución de carga k_m presentado en la Tabla 14 se aplica para tener en cuenta desviaciones o desalineaciones axiales en el diente causando una distribución desigual de las fuerzas en los engranajes.

Tabla 14.

Factor de distribución de carga k_m .

Condición de soporte	Ancho de la cara b, in (mm)			
	≤ 2 (50)	6 (150)	9 (225)	≥ 16 (400)
Montaje exacto, con bajas holguras en cojinetes, deflexiones mínimas. Engranajes de precisión.	1,3	1,4	1,5	1,8
Montajes menos rígidos, engranajes menos precisos, con contacto a todo lo ancho de la cara.	1,6	1,7	1,8	2
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara	$> 2,00$			

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

En este caso, se tiene en cuenta una condición de soporte con montaje exacto y bajas holguras en los cojinetes, además, para facilitar el cálculo en Matlab, se aplicó una regresión a los valores k_m mostrada en la ecuación 3-39 correspondientes al montaje seleccionado.

$$k_m = (5E - 11) \cdot b^4 - (4E - 08) \cdot b^3 + (1E - 05) \cdot b^2 - 0,0007 \cdot b + 1,3074 \quad (3-39)$$

El factor de engranaje loco k_l se aplica para considerar situaciones en las que los engranajes locos son necesarios, estos engranajes están sometidos a más ciclos de esfuerzos por unidad de tiempo que los engranajes normales. Donde, se toma $k_l = 1.42$ para engranajes locos y $k_l = 1$ para engranajes normales.

El factor de espesor de aro k_b se implementó para tener en cuenta engranajes que poseen aro y brazos radiales en lugar de un disco sólido, este tipo de engranajes puede fallar por fractura radial en el aro.

$$m_B = t_r/h_t \quad (3-40)$$

m_B es la razón de respaldo, t_r es el espesor del aro del diámetro de la raíz al diámetro interior del aro y h_t es la profundidad completa del diente.

$$k_B = -2 \cdot m_B + 3.4 \quad 0.5 \leq m_B \leq 1.2 \quad (3-41)$$

$$k_B = 1 \quad m_B > 1.2 \quad (3-42)$$

k_b hace referencia al factor de espesor de aro. Los engranajes de disco sólido poseen un $k_b = 1$.

El factor dinámico k_v busca tener en cuenta las cargas vibratorias generadas por el choque entre dientes, estas cargas se conocen como error de transmisión.

$$k_v = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200 \cdot V_t}} \right)^B \quad (3-43)$$

Donde

- k_v es el factor dinámico.
- V es la velocidad tangencial en la línea de paso [m/s].
- A y B representan los factores de la ecuación del factor dinámico.

$$V_t = \frac{n \cdot 2\pi}{60} \cdot R_p \quad (3-44)$$

- n son los rpm en el engranaje.
- R_p es el radio primitivo en metros.

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}}{4}$$

Q_v es el índice de calidad más bajo de los engranajes. A continuación, en la Tabla 15 se sugieren los valores recomendados de calidad en función de la aplicación:

Tabla 15.

Índice de calidad en función de la aplicación.

<u>Aplicación</u>	<u>Q_v</u>
Tambor impulsor en una mezcladora de cemento	3-5
Horno de cemento	5-6
Impulsor de acero de un molino	5-6
Cosechadoras de maíz	5-7
Grúas	5-7
Perforadora a presión	5-7
Correa transportadora en minería	5-7
Máquina para fabricar cajas de papel	6-8
Mecanismo de un medidor de gas	7-9
Taladro de baja potencia	7-9
Lavadora de ropa	8-10
Prensa impresora	9-11
Mecanismo de computadoras	10-11
Transmisión automotriz	10-11
Impulsor de antena de radar	10-12
Impulsor de propulsión marina	10-12
Impulsor de motor de avión	10-13
<u>Giroscopio</u>	<u>12-14</u>

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

En este caso, para una transmisión automotriz se toma $Q_v = 11$. Una vez se ha calculado el esfuerzo en los engranajes, se obtiene el esfuerzo admisible.

$$\sigma_{adm} = \frac{St \cdot k_n}{k_t \cdot k_r \cdot NS} \quad (3-45)$$

Donde:

- St es la resistencia a la flexión del material [MPa].
- k_n es el factor de duración.
- k_T es el factor de temperatura.
- k_R es el factor de confiabilidad.
- NS es el factor de seguridad.

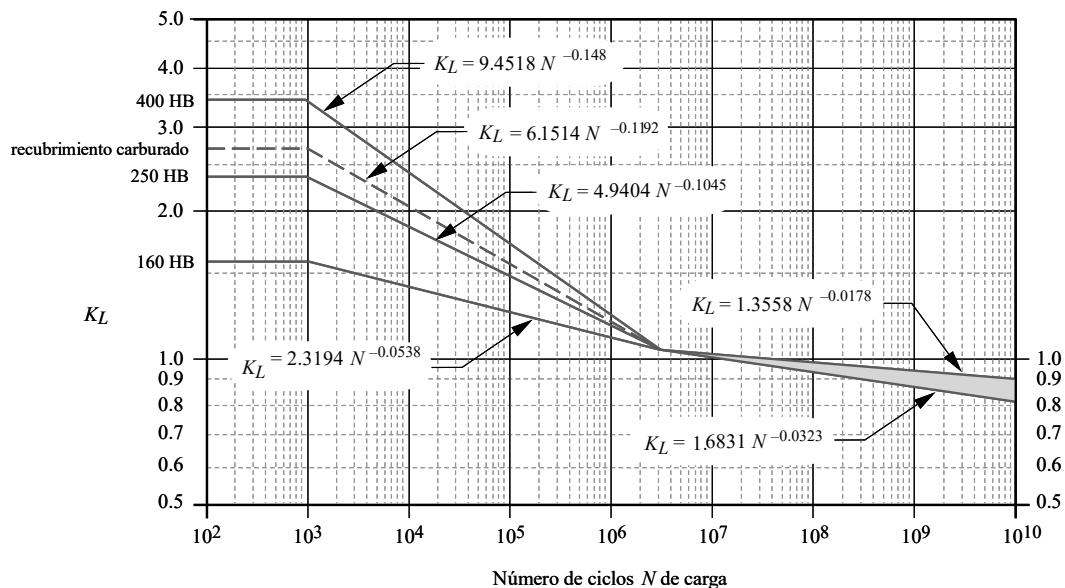
La resistencia a la flexión del material se obtiene ya sea a través de tablas o en función de la dureza y el grado de este. El acero seleccionado es grado 2 y posee 670 HB.

$$S_t = \frac{6235 + 174 \cdot HB - 0.126 \cdot HB^2}{145} \text{ [MPa]} \quad (3-46)$$

El factor de duración mostrado en la Figura 13, surge debido a que la resistencia a la flexión de un material se obtiene a partir de pruebas experimentales para ciclos de vida de $1E7$, por lo tanto, para aplicaciones con diferentes ciclos de vida, se debe realizar un ajuste.

Figura 13.

Factor de duración k_n



Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

La caja de transmisión se plantea para un ciclo de vida infinito, luego el número de ciclos corresponde a $1E7$ y, por lo tanto $k_n = 1$

El factor de temperatura k_T tiene en cuenta la influencia de la temperatura en la tensión admisible del material, la siguiente ecuación es utilizada para obtener el factor en los aceros:

$$k_T = \frac{460 + T(^{\circ}F)}{620} \quad (3-47)$$

Donde T es la temperatura pico de operación del aceite [$^{\circ}F$]. Para temperaturas inferiores a $160^{\circ}F$ el factor es igual a 1, además se debe tener en cuenta que la temperatura de los engranajes no debe superar los $121^{\circ}C$.

El factor de confiabilidad k_r tabulado en la Tabla 16, se basa en la probabilidad estadística que tiene el dispositivo de fallar.

Tabla 16.

Factor de confiabilidad k_r .

% de confiabilidad	KR
90	0.85
99	1.00
99.9	1.25
99.99	1.50

Nota. Adaptado de Diseño de máquinas (Norton Robert L., 2011).

Para este caso, se asume un % de confiabilidad de 99.9, luego tenemos $k_R = 1.25$. El factor de seguridad NS se aplica con el fin de sobredimensionar los diseños a causa de las suposiciones hechas y prevenir la falla. En este caso se toma el valor $NS = 1.5$.

Finalmente se comprueba que el esfuerzo admisible sea mayor al esfuerzo obtenido en los engranajes $\sigma_{adm} > \sigma_{flexion}$

3.2.5. *Diseño de los ejes de transmisión de la caja de cambios.*

A continuación, se plantea el cálculo del diámetro de cada eje, la caja de cambios está compuesta de 2 ejes, el eje principal (motriz) y el secundario (conducido). Cada eje se compone de 2 engranajes y un par de rodamientos para soportar los mismos, además se tuvieron las siguientes consideraciones:

- El material utilizado para fabricar los ejes es el acero AISI 4140, templado y revenido.
- Para la selección de los rodamientos se requiere el diámetro del eje y las fuerzas que deben soportar estos, como no se poseen estos datos, se asume su posición a fin de poder realizar los cálculos.
- El sentido de giro del eje principal es antihorario.

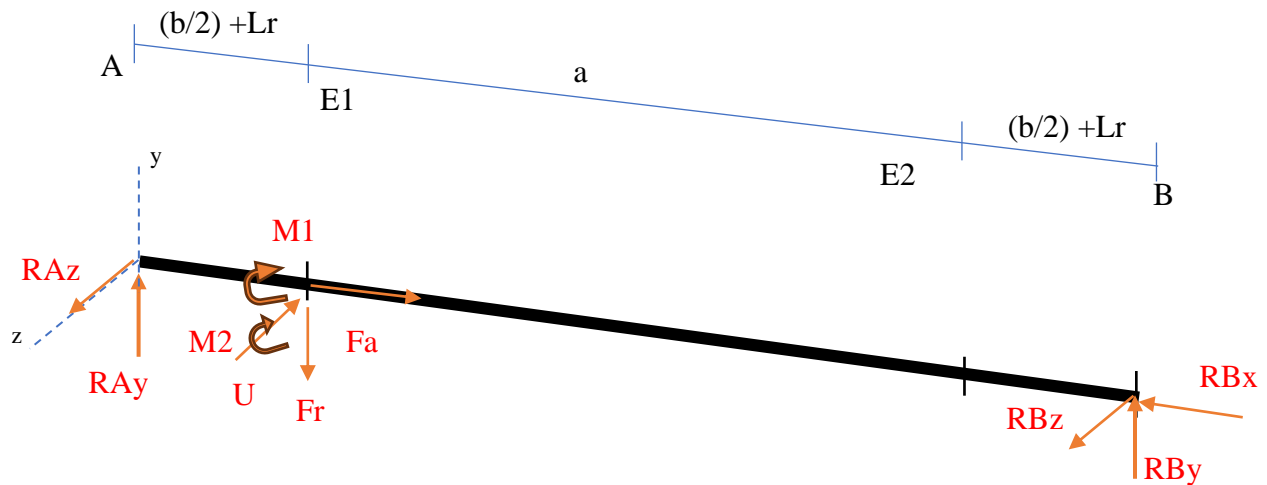
Para cada eje se realiza un análisis de las fuerzas presentes en el mismo teniendo en cuenta una relación de transmisión a la vez, se calcula el diámetro mínimo para cada relación y finalmente se comparan, se escoge el mayor diámetro requerido.

3.2.5.1. Eje principal. El eje principal está conectado al eje del motor a través de un acople. A partir de las fuerzas obtenidas en el cálculo de los engranajes se realiza el diagrama de cuerpo libre (DCL) al eje y se obtienen las fuerzas que debe soportar.

3.2.5.1.1. Fuerzas en la primera relación de transmisión. Para el convenio del signo de los ejes, se planteó \hat{i} positivo a la derecha, \hat{j} positivo hacia arriba y \hat{k} positivo apuntando al lector. En la Figura 14 se plantea el DCL de la primera relación en el eje principal.

Figura 14.

DCL de la primera relación, eje principal.



Nota: En este DCL se analizan las fuerzas generadas si el vehículo operara en la primera relación de transmisión, luego solo se consideran fuerzas en el primer conjunto de engranajes y rodamientos.

Donde RA_y es la fuerza del primer rodamiento en \hat{j} , RA_z la fuerza del primer rodamiento en k , RB_x la fuerza del segundo rodamiento en \hat{i} , RB_y la fuerza del segundo rodamiento en \hat{j} , RB_z la fuerza del segundo rodamiento en k , a es la distancia entre engranajes, b es el ancho del engranaje, L_r es el ancho del rodamiento, A el primer rodamiento, B el segundo rodamiento, F_a es la fuerza axial del engranaje en \hat{i} , F_r es la fuerza radial del engranaje en \hat{j} , U es la fuerza tangencial del engranaje en k , M_1 es el momento generado al trasladar la fuerza tangencial del engranaje al eje en \hat{i} , M_2 es el momento generado al trasladar la fuerza axial del engranaje al eje en k , $E1$ es el engranaje de la primera marcha y $E2$ es el engranaje de la segunda marcha.

$$M_i = \vec{r} \times \vec{F} \tag{3-48}$$

$$M_1 = R_p(\hat{j}) \times U(-k) = U \cdot R_p(-\hat{i}) \tag{3-49}$$

$$M_2 = R_p(\hat{j}) \times F_a(\hat{i}) = F_a \cdot R_p(-k) \tag{3-50}$$

Una vez se ha planteado el DCL general, se obtienen las ecuaciones que lo describen con el fin de encontrar las fuerzas en los rodamientos.

Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{i} tenemos:

$$\sum F_x = 0 \quad (3-51)$$

$$RB_x = F_a \quad (3-52)$$

Aplicando sumatoria de momentos en k respecto al punto A tenemos:

$$\sum M_{ZA} = 0 \quad (3-53)$$

$$RB_y = \frac{(F_r \cdot (\frac{b}{2} + L_r) + F_a \cdot R_p)}{2 \cdot (\frac{b}{2} + L_r) + a} \quad (3-54)$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{j} respecto al punto A tenemos:

$$\sum M_{YA} = 0 \quad (3-55)$$

$$RB_z = \frac{(U \cdot (\frac{b}{2} + L_r))}{2 \cdot (\frac{b}{2} + L_r) + a} \quad (3-56)$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{j} tenemos:

$$\sum F_Y = 0 \quad (3-57)$$

$$RA_y = F_r - RB_y \quad (3-58)$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en k tenemos:

$$\sum F_z = 0 \quad (3-59)$$

$$RA_z = U - RB_z \quad (3-60)$$

3.2.5.1.2. **Diagramas de cortante y momentos para la primera relación.** Una vez se han obtenido las fuerzas presentes en el eje, se grafican en la Figura 15 y 16 los diagramas de cortante (eje XY) y momento (eje Z) respectivamente. con el fin de visualizar los puntos más cargados. Además, permite verificar los cálculos al comprobar si el diagrama llega a 0 en el último punto.

$$\sum V = 0 \tag{3-61}$$

Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XY son:

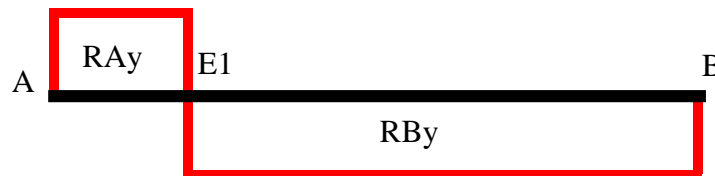
$$V_{AE1} = RA_y \tag{3-62}$$

$$V_{E1B} = V_{AE1} - F_r \tag{3-63}$$

$$Verificacion_{XY} = V_{E1B} + RB_y \Rightarrow 0 \tag{3-64}$$

Figura 15.

Diagrama cortante XY de la primera relación.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Z son:

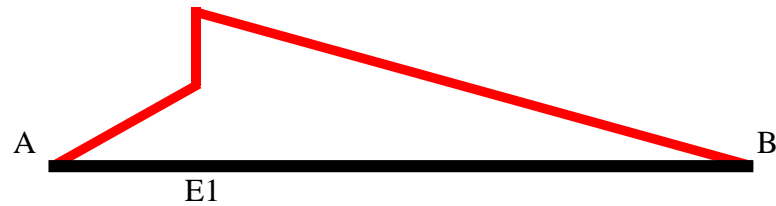
$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) \tag{3-65}$$

$$M_{E1A \max} = M_{AE1} + F_a \cdot R_p \tag{3-66}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E1A \max} + V_{E1B} * \left(\left(\frac{b}{2} + L_r\right) + a\right) \Rightarrow 0 \tag{3-67}$$

Figura 16.

Diagrama momentos Z de la primera relación.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XZ son:

$$V_{AE1} = RA_Z \quad (3-68)$$

$$V_{E1B} = V_{AE1} - U \quad (3-69)$$

$$Verificacion_Z = V_{E1B} + RB_Z \Rightarrow 0 \quad (3-70)$$

Se grafican en la Figura 17 y 18 los diagramas de cortante (eje XZ) y momento (eje Y) respectivamente, por último, en la Figura 19 se presenta el diagrama momento torsor de la primera relación.

Figura 17.

Diagrama cortante XZ de la primera relación.



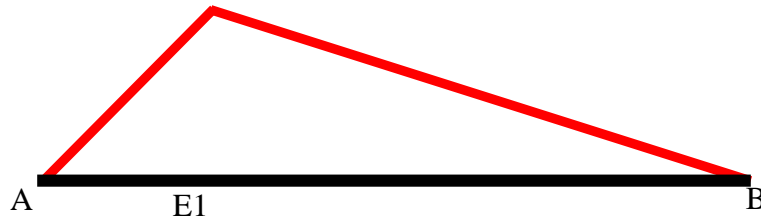
Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Y son:

$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) \quad (3-71)$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{AE1} + V_{E1B} \cdot \left(\left(\frac{b}{2} + L_r \right) + a \right) \Rightarrow 0 \quad (3-72)$$

Figura 18.

Diagrama momentos en Y de la primera relación.



Sabiendo que se transmite el torque generado por el motor al eje principal, se tiene que la ecuación para obtener el diagrama de momento torsor es:

$$T_O = -T \tag{3-73}$$

$$T_{OE1} = T_O + U \cdot R_p \tag{3-74}$$

$$T_{E1B} = 0 \tag{3-75}$$

Figura 19.

Diagrama momento torsor de la primera relación.



A continuación, se presentan las magnitudes del momento obtenidos en el punto más cargado. La magnitud de los momentos al extremo debido a que esta es 0, por otro lado, dependiendo del diseño del eje, se deben analizar los momentos más cargados para cada sección de este.

$$|M_{E1}| = \sqrt{M_{E1A \max z}^2 + M_{AE1 y}^2} \tag{3-76}$$

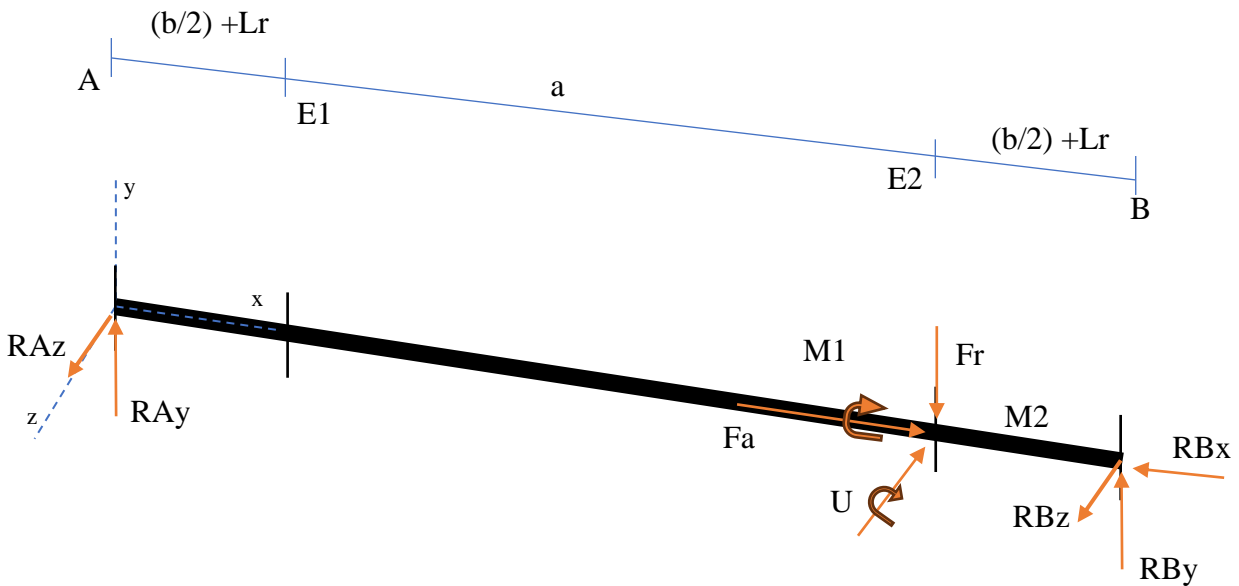
$$Tor_{\max} = -U \cdot R_p \tag{3-77}$$

3.2.5.1.3. Fuerzas en la segunda relación de transmisión. Para el análisis de las fuerzas se utilizó la misma convención de signos planteada para la primera relación. En la Figura

20 se muestra el DCL y se analizan las fuerzas generadas si el vehículo operara en la segunda relación de transmisión, luego solo se consideran fuerzas en el segundo conjunto de engranajes y rodamientos.

Figura 20.

DCL de la segunda relación, eje principal.



De manera análoga a la primera relación planteamos las ecuaciones. Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{i} tenemos:

$$RB_x = F_a \tag{3-78}$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{k} respecto al punto A tenemos:

$$RB_y = \frac{(F_r \cdot (\frac{b}{2} + L_r + a) + F_a \cdot R_p)}{2 \cdot (\frac{b}{2} + L_r) + a} \tag{3-79}$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{j} respecto al punto A tenemos:

$$RB_z = \frac{\left(U \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a \right) \right)}{2 \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) + a} \tag{3-80}$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{j} tenemos:

$$RA_y = F_r - RB_y \tag{3-81}$$

$$RA_z = U - RB_z \tag{3-82}$$

3.2.5.1.4. Diagramas de cortante y momentos para la segunda relación. De manera análoga a la primera relación se plantean las ecuaciones y posteriormente se grafican en la Figura 21, 22 y 23 los diagramas de cortante, diagramas de momento y momento torsor.

Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XY son:

$$V_{AE2} = RA_y \tag{3-83}$$

$$V_{E2B} = V_{AE2} - F_r \tag{3-84}$$

$$Verificacion_{XY} = V_{E2B} + RB_y \Rightarrow 0 \tag{3-85}$$

Figura 21.

Diagrama cortante XY de la segunda relación.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Z son:

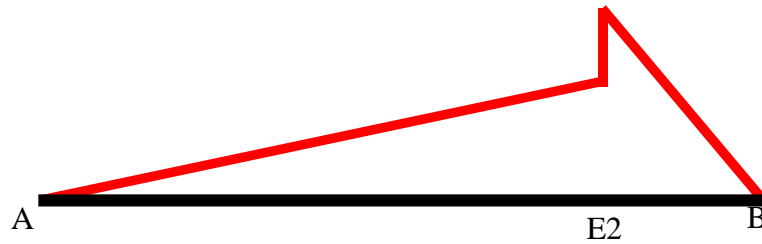
$$M_{AE2} = V_{AE2} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a \right) \tag{3-86}$$

$$M_{E2A \max} = M_{AE2} + F_a \cdot R_p \tag{3-87}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E2A \max} + V_{E2B} * \left(\frac{b}{2} + L_r \right) \Rightarrow 0 \tag{3-88}$$

Figura 22.

Diagrama momentos Z de la segunda relación.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XZ son:

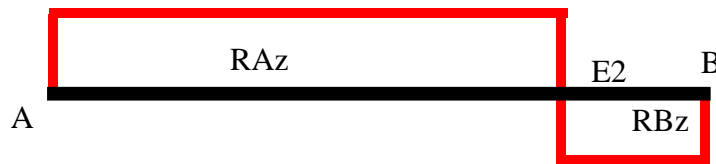
$$V_{AE2} = RA_Z \quad (3-89)$$

$$V_{E2B} = V_{AE2} - U \quad (3-90)$$

$$Verificacion_Z = V_{E2B} + RB_Z \Rightarrow 0 \quad (3-91)$$

Figura 23.

Diagrama cortante XZ de la segunda relación.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Y son:

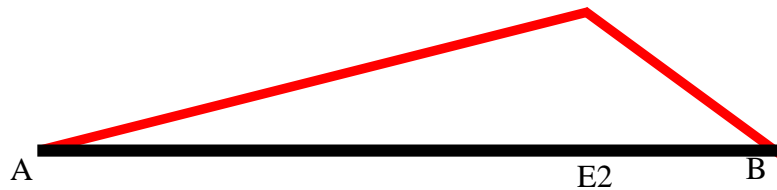
$$M_{AE2} = V_{AE2} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a \right) \quad (3-92)$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{AE2} + V_{E2B} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) \Rightarrow 0 \quad (3-93)$$

Se grafican en la Figura 24 el diagrama momento (eje Y), por último, en la Figura 25 se presenta el diagrama momentos torsor de la segunda relación.

Figura 24.

Diagrama momentos en Y de la segunda relación.



Sabiendo que se transmite el torque generado por el motor al eje principal, tenemos que la ecuación para obtener el diagrama de momento torsor es:

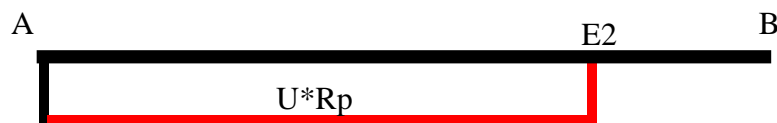
$$T_o = -T \tag{3-94}$$

$$T_{oE2} = T_o + U \cdot R_p \tag{3-95}$$

$$T_{E2B} = 0 \tag{3-96}$$

Figura 25.

Diagrama momentos de torsión de la segunda relación.



A continuación, se presentan las magnitudes del momento obtenidos en el punto más cargado. La magnitud de los momentos al extremo debido a que esta es 0, por otro lado, dependiendo del diseño del eje, se deben analizar los momentos más cargados para cada sección de este.

$$|M_{E2}| = \sqrt{M_{E2A \max z}^2 + M_{AE2 y}^2} \tag{3-97}$$

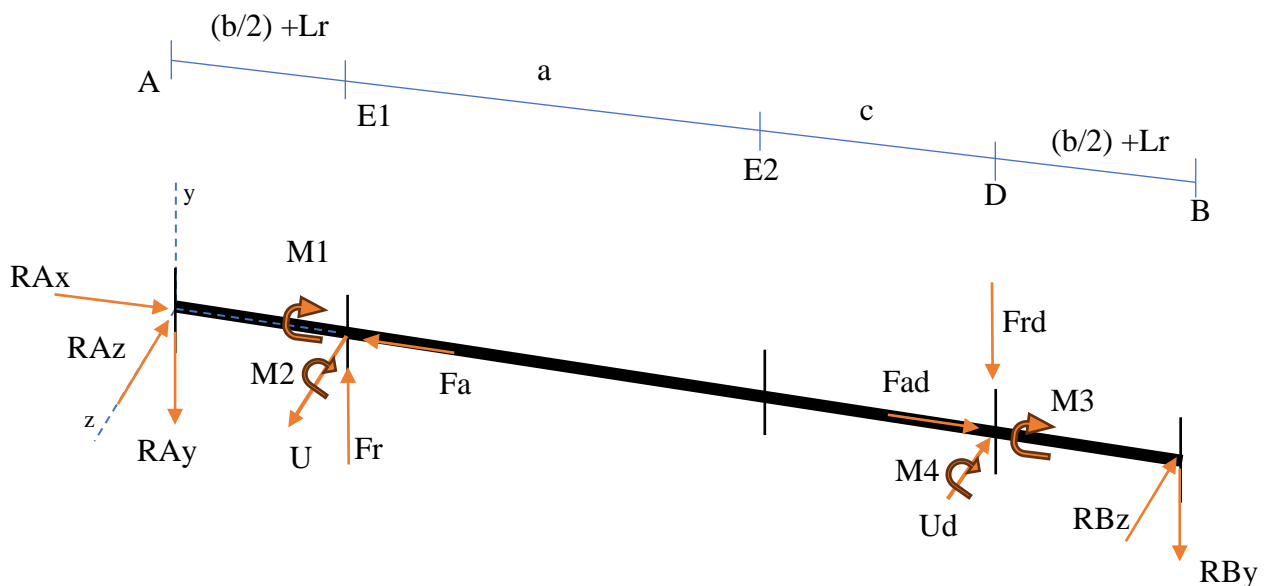
$$Tor_{max} = -U \cdot R_p$$

3.2.5.2. Eje secundario. El eje principal transmite el movimiento al eje secundario a través de los engranajes y este a su vez está conectado al diferencial. A partir de las fuerzas obtenidas en el cálculo de los engranajes se realiza el diagrama de cuerpo libre (DCL) al eje y se obtienen las fuerzas que debe soportar.

3.2.5.2.1. Fuerzas en la primera relación de transmisión. A partir de la misma notación usada para el primer eje tenemos en la Figura 26 el DCL de la primera relación en el eje secundario:

Figura 26.

DCL de la primera relación, eje secundario.



Nota: En este DCL se analizan las fuerzas generadas si el vehículo operara en la primera relación de transmisión, luego solo se consideran fuerzas en el primer conjunto de engranajes y rodamientos.

$$M_1 = R_p(-\hat{j}) \times U(k) = U \cdot R_p(-\hat{i}) \tag{3-98}$$

$$M_2 = R_p(-\hat{j}) \times F_a(-\hat{i}) = F_a \cdot R_p(-\hat{k}) \tag{3-99}$$

$$M_3 = R_p(\hat{j}) \times U_d (-k) = F_a \cdot R_p (-\hat{i}) \quad (3-100)$$

$$M_4 = R_p(\hat{j}) \times F_d (\hat{i}) = F_a \cdot R_p (-k) \quad (3-101)$$

Donde, RA_x es la fuerza del primer rodamiento en \hat{i} , RA_y es la fuerza del primer rodamiento en \hat{j} , RA_z es la fuerza del primer rodamiento en k , RB_y es la fuerza del segundo rodamiento en \hat{j} , RB_z es la fuerza del segundo rodamiento en k , a es la distancia entre engranajes, b es el ancho del engranaje, C es la distancia entre engranaje y diferencial, L_r es el ancho del rodamiento, A primer rodamiento, B segundo rodamiento, D diferencial, F_a es la fuerza axial del engranaje en \hat{i} , F_{ad} es la fuerza axial del diferencial, F_r es la fuerza radial del engranaje en \hat{j} , F_{dr} es la fuerza radial del diferencial, U es la fuerza tangencial del engranaje en k , U_d es la fuerza tangencial del diferencial, M_1 es el momento generado al trasladar la fuerza tangencial del engranaje al eje en \hat{i} , M_2 es el momento generado al trasladar la fuerza axial del engranaje al eje en k , $E1$ es el engranaje de la primera marcha y $E2$ es el engranaje de la segunda marcha.

Una vez se ha planteado el DCL general, se obtienen las ecuaciones que lo describen con el fin de encontrar las fuerzas en los rodamientos.

Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{i} tenemos:

$$RA_x = F_a - F_{ad} \quad (3-102)$$

Aplicando sumatoria de momentos en k respecto al punto A tenemos:

$$RB_y = \frac{\left(F_r \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) - F_a \cdot R_p - F_{rd} * \left(\frac{b}{2} + L_r + a + c \right) - F_{ad} \cdot R_d \right)}{2 \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) + a + c} \quad (3-103)$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{j} respecto al punto A tenemos:

$$RB_z = \frac{\left(U \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) - U_d \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a + c \right) \right)}{2 \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) + a + c} \quad (3-104)$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en j tenemos:

$$RA_y = F_r - Fr_d - RB_y \tag{3-105}$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en k tenemos:

$$RA_z = U - U_d - RB_z \tag{3-106}$$

3.2.5.2.2. Diagramas de cortante y momentos para la primera relación. Siguiendo

el mismo proceso utilizado para el eje principal tenemos Figura 27 el diagrama cortante XY de la primera relación, eje secundario y Figura 28. Diagrama momentos Z de la primera relación, eje secundario.

Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XY son:

$$V_{AE1} = -RA_y \tag{3-107}$$

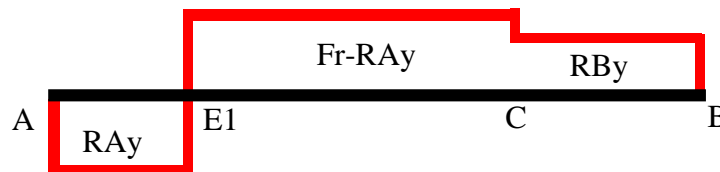
$$V_{E1D} = V_{AE1} + F_r \tag{3-108}$$

$$V_{DB} = V_{AED} - Fr_d \tag{3-109}$$

$$Verificacion_{XY} = V_{DB} - RB_y = > 0 \tag{3-110}$$

Figura 27.

Diagrama cortante XY de la primera relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Z son:

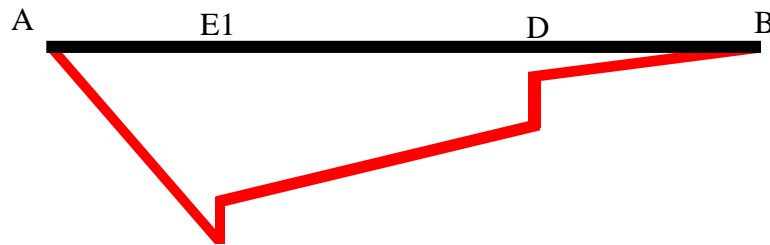
$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) + F_a \cdot R_p \tag{3-111}$$

$$M_{E1D} = M_{AE1} + V_{E1D} \cdot (a + c) + F_{ad} \cdot R_d \tag{3-112}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E1D} + V_{DB} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) = > 0 \tag{3-113}$$

Figura 28.

Diagrama momentos Z de la primera relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XZ son:

$$V_{AE1} = -RA_Z \quad (3-114)$$

$$V_{E1D} = V_{AE1} + U \quad (3-115)$$

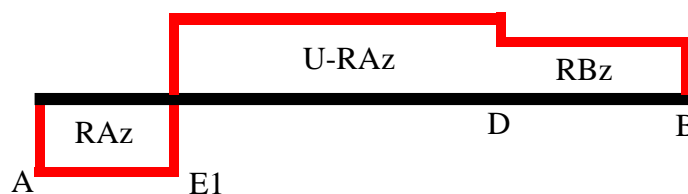
$$V_{DB} = V_{AE1} - U_d \quad (3-116)$$

$$Verificacion_Z = V_{E1B} - RB_Z \Rightarrow 0 \quad (3-117)$$

Continuando con el desarrollo en la Figura 29 se presenta el diagrama cortante XZ de la primera relación eje secundario, en la Figura 30 Diagrama momentos en Y de la primera relación eje secundario y por último en Figura 31 momentos de torsión de la primera relación, eje secundario.

Figura 29.

Diagrama cortante XZ de la primera relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Y son:

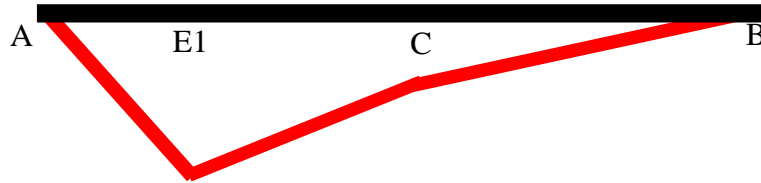
$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) \quad (3-118)$$

$$M_{E1D} = M_{AE1} + V_{E1D} \cdot (a + c) \tag{3-119}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E1D} + V_{DB} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) \Rightarrow 0 \tag{3-120}$$

Figura 30.

Diagrama momentos en Y de la primera relación, eje secundario.



Sabiendo que se transmite el torque generado por el motor al eje principal, tenemos que la ecuación para obtener el diagrama de momento torsor es:

$$T_{AE1} = 0 \tag{3-121}$$

$$T_{E1D} = U \cdot R_p \tag{3-122}$$

$$T_{DB} = 0 \tag{3-123}$$

Figura 31.

Diagrama momentos de torsión de la primera relación, eje secundario.



A continuación, se presentan las magnitudes del momento obtenidos en el punto más cargado. La magnitud de los momentos al extremo debido a que esta es 0, por otro lado, dependiendo del diseño del eje, se deben analizar los momentos más cargados para cada sección de este.

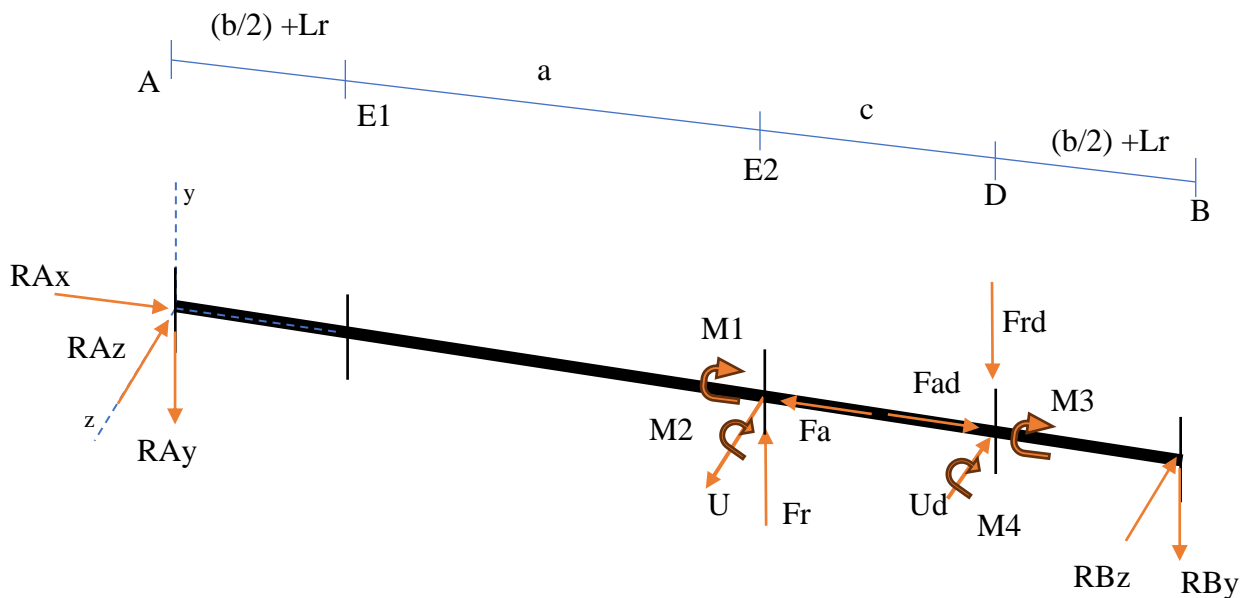
$$|M_{E1}| = \sqrt{M_{AE1z} + M_{AE1y}} \tag{3-124}$$

$$Tor_{max} = U \cdot R_p \tag{3-125}$$

3.2.5.2.3. **Fuerzas en la segunda relación de transmisión.** Para el análisis de las fuerzas en la Figura 32 se realizó el DCL de la segunda relación en el eje secundario y se utilizó la misma convención de signos planteada para la primera relación.

Figura 32.

DCL de la segunda relación, eje secundario.



Nota: En este DCL se analizan las fuerzas generadas si el vehículo operara en la segunda relación de transmisión, luego solo se consideran fuerzas en el segundo conjunto de engranajes y rodamientos.

De manera análoga a la primera relación planteamos las ecuaciones. Aplicando sumatoria de fuerzas en \hat{i} tenemos:

$$RB_x = F_a - F_{ad} \tag{3-126}$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{k} respecto al punto A tenemos:

$$RB_y = \frac{(F_r \cdot (\frac{b}{2} + L_r + a) - F_a \cdot R_p - F_{rd} \cdot (\frac{b}{2} + L_r + a + c) - F_{ad} \cdot R_d)}{2 \cdot (\frac{b}{2} + L_r) + a + c} \tag{3-127}$$

Aplicando sumatoria de momentos en \hat{j} respecto al punto A tenemos:

$$RB_z = \frac{\left(U \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a \right) - U_d \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a + c \right) \right)}{2 \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r \right) + a + c} \tag{3-128}$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en j tenemos:

$$RA_y = F_r - Fr_d - RB_y \tag{3-129}$$

Aplicando sumatoria de fuerzas en k tenemos:

$$RA_z = U - U_d - RB_z \tag{3-130}$$

3.2.5.2.4. Diagramas de cortante y momentos para la segunda relación. De manera análoga a la primera relación se plantean las ecuaciones y posteriormente se grafican en las Figuras 33 y 35 los diagramas de cortante en el eje XY y XZ, en las Figuras 34 y 36 los diagramas de momento Z y Y finalmente en la Figura 37 el diagrama de momento torsor.

Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XY son:

$$V_{AE1} = -RA_y \tag{3-131}$$

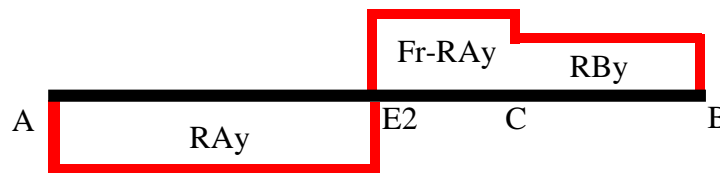
$$V_{E1D} = V_{AE1} + F_r \tag{3-132}$$

$$V_{DB} = V_{AED} - Fr_d \tag{3-133}$$

$$Verificacion_{XY} = V_{DB} - RB_y = > 0 \tag{3-134}$$

Figura 33.

Diagrama cortante XY de la segunda relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Z son:

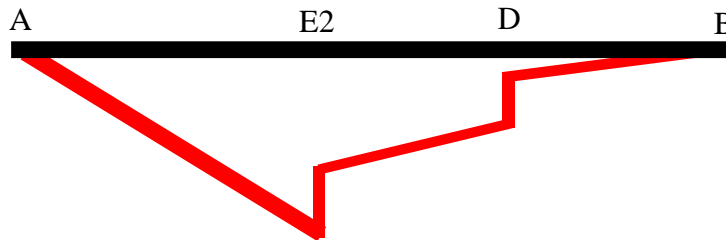
$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a \right) + F_a \cdot R_p \tag{3-135}$$

$$M_{E1D} = M_{AE1} + V_{E1D} \cdot (c) + F_{ad} \cdot R_d \tag{3-136}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E1D} + V_{DB} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) \Rightarrow 0 \tag{3-137}$$

Figura 34.

Diagrama momentos Z de la segunda relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama cortante en XZ son:

$$V_{AE1} = -RA_y \tag{3-138}$$

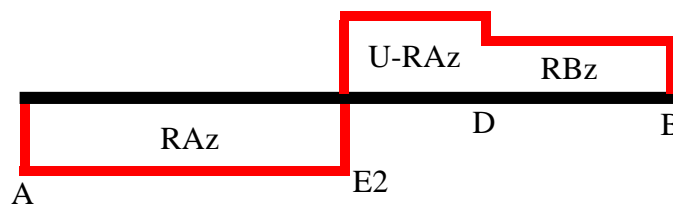
$$V_{E1D} = V_{AE1} + F_r \tag{3-139}$$

$$V_{DB} = V_{AED} - F_{rd} \tag{3-140}$$

$$Verificacion_{XY} = V_{DB} - RB_y \Rightarrow 0 \tag{3-141}$$

Figura 35.

Diagrama cortante XZ de la segunda relación, eje secundario.



Las ecuaciones planteadas para obtener el diagrama de momentos en Y son:

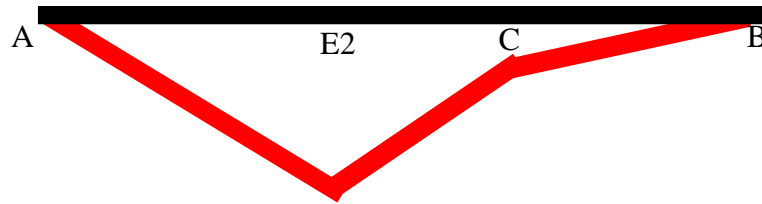
$$M_{AE1} = V_{AE1} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r + a\right) \tag{3-142}$$

$$M_{E1D} = M_{AE1} + V_{E1D} \cdot (c) \tag{3-143}$$

$$Verificacion_{MZ} = M_{E1D} + V_{DB} \cdot \left(\frac{b}{2} + L_r\right) \Rightarrow 0 \tag{3-144}$$

Figura 36.

Diagrama momentos en Y de la segunda relación, eje secundario.



Sabiendo que se transmite el torque generado por el motor al eje principal, tenemos que la ecuación para obtener el diagrama de momento torsor es:

$$T_{AE2} = 0 \quad (3-145)$$

$$T_{E2B} = U \cdot R_p \quad (3-146)$$

Figura 37.

Diagrama momentos de torsión de la segunda relación, eje secundario.



A continuación, se presentan las magnitudes del momento obtenido en el punto más cargado. La magnitud de los momentos al extremo debido a que esta es 0, por otro lado, dependiendo del diseño del eje, se deben analizar los momentos más cargados para cada sección de este.

$$|M_{E2}| = \sqrt{M_{AE2z}^2 + M_{AE2y}^2} \quad (3-147)$$

$$Tor_{max} = U \cdot R_p$$

3.2.5.3. Diámetros de los ejes. Una vez se han obtenido las fuerzas y diagramas para cada eje, se procede a calcular el diámetro requerido para cada uno.

Para cada eje se obtendrán los diámetros mínimos para la primera y segunda marcha, luego se comparan y se escoge el diámetro mayor entre ambos, finalmente se normaliza el diámetro obtenido.

Según el libro Diseño de máquinas de Norton, R. L. (2011), el diámetro mínimo en los ejes esta dado por la ecuación 3-148:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot NS}{\pi} \left(\frac{\sqrt{(k_f \cdot M_a)^2 + \frac{3}{4}(k_{fs} \cdot T_a)^2}}{S_e} + \frac{\sqrt{(k_{fm} \cdot M_m)^2 + \frac{3}{4}(k_{fsm} \cdot T_m)^2}}{S_{ut}} \right)} \quad (3-148)$$

Donde, k_f es el factor de concentración de esfuerzos de fatiga por flexión en componente alternante, k_{fs} es el factor de concentración de esfuerzos de fatiga por torsión en componente alternante, k_{fm} es el factor de concentración de esfuerzos de fatiga por flexión en componente media, k_{fsm} es el factor de concentración de esfuerzos de fatiga por torsión en componente media, M_a es el momento alternante, T_a es el torque alternante, M_m es el momento medio, T_m es el torque medio, NS es el factor de seguridad, S_e es la resistencia a la fatiga corregida y S_{ut} es la resistencia última a la tensión.

Con el fin de simplificar el cálculo se realizan las siguientes consideraciones:

- Se despreciará la fuerza axial presente en el eje.
- Si bien las fuerzas presentes en el vehículo pueden variar dependiendo de las condiciones del camino y conducción requeridas, se supondrá que el torque es constante, luego el torque alternativo es 0.

- Debido a que el vehículo contará con un inversor de giro para la marcha atrás, la carga en el eje será reversible, luego el momento medio es 0.

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot NS}{\pi} \left(\frac{k_f \cdot M_a}{S_e} + \frac{\sqrt{\frac{3}{4} (k_{fsm} \cdot T_m)^2}}{S_{ut}} \right)} \tag{3-149}$$

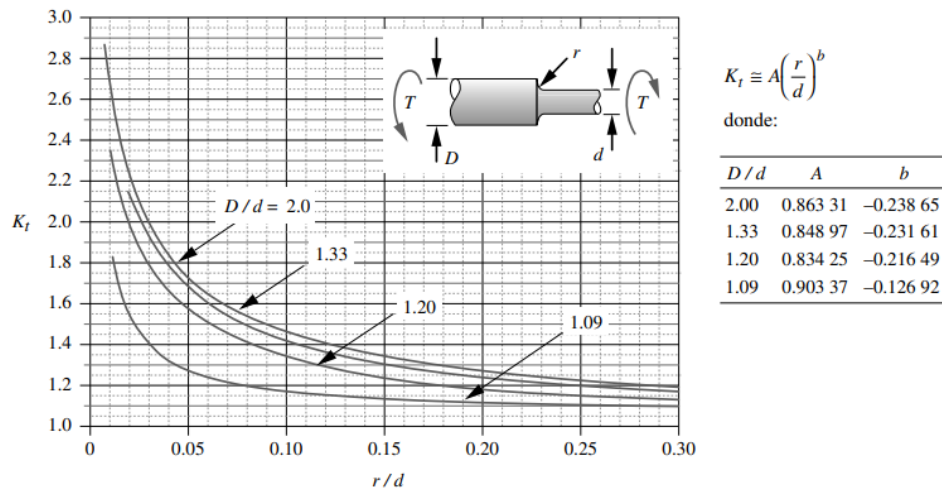
Los factores de concentración de esfuerzos de torsión y fatiga están dados por la misma ecuación, el valor obtenido depende de la geometría del punto a analizar y la carga; luego, se obtienen a partir de la siguiente ecuación:

$$k_{m, fsm} = 1 + q \cdot (K_t - 1) \tag{3-150}$$

Donde, k_t es el factor de geometría y q es la sensibilidad a la muesca. El factor de geometría se puede obtener a partir de la Figura 38.

Figura 38.

Diagrama del factor de concentración del esfuerzo geométrico.



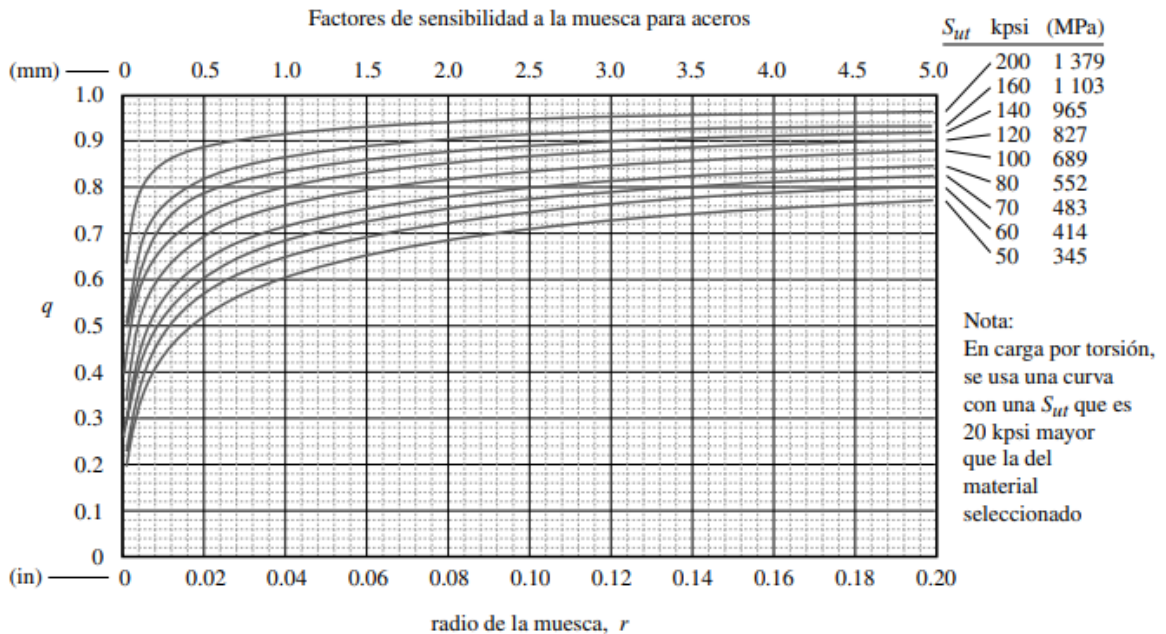
Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Norton Robert L 2011).

Donde r representa el radio de la muesca, en un cálculo inicial, no se poseen los diámetros del eje, luego es un proceso iterativo, todos los radios en el eje van a ser de 2 mm, esto con el fin de aliviar las concentraciones de esfuerzos en el mismo, además, como primera iteración se va a asumir un $k_t = 2$, una vez se haya obtenido el valor del diámetro, se repite el cálculo y se obtiene el factor correspondiente.

El factor de sensibilidad a la muesca varía en función del radio de la muesca y el tipo de material, además, según el tipo de carga sus valores aumentan. A continuación, en la Figura 39 se presenta el diagrama para los aceros:

Figura 39.

Diagrama del factor de sensibilidad a la muesca.



Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Norton Robert L 2011).

El material del eje es el AISI 4140 cuya resistencia es:

$$S_{ut} = 88 \text{ [ksi]}$$

Con el radio de la muesca y la resistencia del material se obtienen los valores de q correspondientes:

$$q_{fm} = 0.78$$

$$q_{sfm} = 0.8$$

La resistencia a la fatiga se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$S_e = C_{carga} \cdot C_{tamaño} \cdot C_{sup} \cdot C_{temp} \cdot C_{conf} \cdot S_{\acute{e}} \quad (3-151)$$

Donde $C_{tamaño}$: factor de corrección de tamaño, C_{sup} : factor de corrección por acabado superficial, C_{carga} : factor de corrección por carga aplicada, C_{temp} : factor de corrección por temperatura, C_{conf} : factor de corrección de confiabilidad y $S_{\acute{e}}$: resistencia a la fatiga corregida.

$$S_{\acute{e}} = 0.5 \cdot S_{ut} \quad S_{ut} < 200 [kpsi] \quad (3-152)$$

El factor de corrección de carga se aplica debido a que los estudios de resistencia a la fatiga se hicieron a partir de pruebas de flexión giratoria, luego según la carga tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Flexión:} & \quad C_{carga} = 1 \\ \text{Axial:} & \quad C_{carga} = 0.7 \end{aligned} \quad (3-153)$$

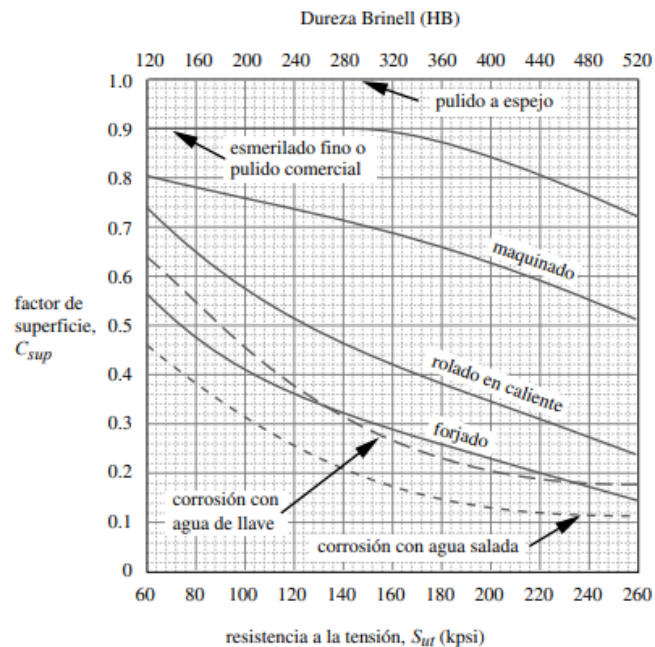
Debido a que se va a despreciar la carga axial, se toma el valor correspondiente a flexión. El factor de corrección debido a efectos del tamaño se aplica debido a que, durante las pruebas, las vigas poseían diámetros que rondaban 0.3 pulgadas o menos, luego para diámetros diferentes tenemos:

$$\begin{aligned} d \leq 0.3 \text{ in (8 mm):} & \quad C_{tamaño} = 1 \\ 0.3 \text{ in} \leq d \leq 10 \text{ in:} & \quad C_{tamaño} = 0.869 \cdot d^{-0.097} \\ 8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm:} & \quad C_{tamaño} = 1.189 \cdot d^{-0.097} \end{aligned} \quad (3-154)$$

El factor de corrección superficial ilustrado en la Figura 40 hace referencia a las irregularidades que se puedan presentar en la superficie del elemento, ya que, para reducir costos, el acabado superficial no suele ser de alto grado.

Figura 40.

Factor de corrección superficial C_{sup} .



Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Norton Robert L 2011)

En este caso tenemos que al eje se le aplicó un mecanizado, luego teniendo en cuenta la resistencia a la tensión del material tenemos que el factor es:

$$C_{sup} = 0.77$$

El factor de corrección de temperatura se aplica debido a que las pruebas se realizan a temperatura ambiente y las propiedades de los materiales varían dependiendo de la temperatura a la que se encuentren sometidos, teniendo en cuenta esto, tenemos:

$$T \leq 450 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (840 } ^\circ\text{F)}: \quad C_{temp} = 1$$

$$450 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 550 \text{ } ^\circ\text{C}: \quad C_{temp} = 1 - 0.0058(T - 450) \quad (3-155)$$

$$840 \text{ } ^\circ\text{F} \leq T \leq 1020 \text{ } ^\circ\text{F}: \quad C_{temp} = 1 - 0.0032(T - 840)$$

Las temperaturas en la caja de cambios son relativamente bajas, luego:

$$C_{temp} = 1$$

El factor de corrección de confiabilidad Tabla 17, es similar al presentado en los engranajes, teniendo en cuenta una desviación estándar del 8%.

Tabla 17.

Factor de corrección de confiabilidad C_{conf} .

% de confiabilidad	C_{conf}
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Nota. Adaptado de *Diseño de máquinas* (Norton Robert L 2011)

Se asume un % de confiabilidad del 95% luego $C_{conf} = 0.868$. Una vez obtenidos los factores de concentración y corrección, se reemplazan para obtener el valor del diámetro para cada eje.

4. Optimización

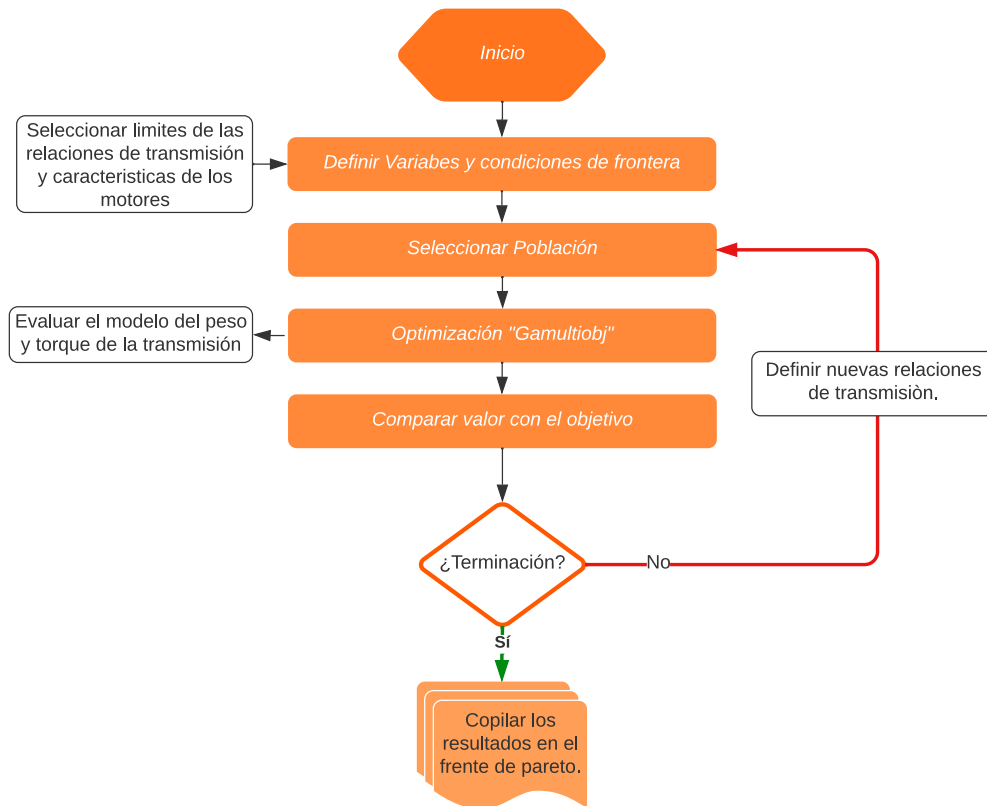
Toda optimización parte de la premisa de querer mejorar una característica específica representada en un modelo. Para el caso del vehículo eléctrico y en base a los objetivos del proyecto se planteó inicialmente optimizar el peso del conjunto, además, entregar todo el torque posible durante su funcionamiento.

Se convierte en una tarea complicada obtener las especificaciones optimas de desempeño para el tren motriz del biplaza eléctrico de manera directa solo asumiendo valores para las relaciones de transmisión, módulos de los engranajes, diámetros, entre otros. Una alternativa viable consiste en utilizar métodos numéricos iterativos parametrizando determinadas variables hasta encontrar una configuración optima.

Por otro lado, durante el desarrollo de este trabajo se planteará una optimización en conjunto con GA's (Genetic Algorithms), un modelo de lazo cerrado para alcanzar las especificaciones más adecuadas para la caja de 2 cambios del sistema de transmisión de potencia como se muestra gráficamente mediante un diagrama de flujo en la Figura 41.

Figura 41.

Flujograma del algoritmo genético como estrategia de optimización



El modelo del VE de dos velocidades se evalúa para obtener los resultados para la función objetivo y las funciones de restricción, este proceso iterativo continúa hasta que los valores objetivos se alcanzan. Un rango de posibles soluciones se obtendrá como resultado del algoritmo que serán presentados posteriormente en un frente de Pareto y estos resultados serán analizados para determinar su selección.

4.1. Algoritmo

A continuación, se detalla la estructura y funciones principales implementadas en Matlab para el desarrollo del proyecto.

- Para el algoritmo se plantearon 5 archivos en total, 3 correspondientes al código necesario para el desarrollo del proyecto (Script) y 2 que contienen información específica (Data).

El código en detalle se especifica en los apéndices G al K.

4.1.1. Archivo General.

Este archivo contiene los parámetros generales correspondientes a las características del vehículo y su rendimiento esperado, adicionalmente se implementa la función *Global*. La función permite el cargue y uso de variables entre diferentes archivos, lo que permite no tener que reescribir o calcular el valor de un dato ya obtenido en otro archivo, su estructura es la siguiente.

$$Global \ P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4 \ \dots \ P_i$$

Donde P_i representa las variables a implementar y/o cargar en otros archivos. Cabe resaltar que la función debe estar en cada archivo en el que se requieran las variables. Posterior a esto se realiza el llamado al archivo “Motores” (tipo Data), en este se detalla la información de los motores expuestos en el capítulo 3.2.2.

Una vez se han definido los parámetros y se obtienen los datos del motor, se procede a realizar los cálculos:

1. Cálculo de las resistencias y potencia necesaria en el vehículo.
2. Cálculo de los intervalos de las relaciones de transmisión.
3. Optimización y frente de Pareto
4. Cálculo de componentes.
5. Funciones base.

Los ítems 1, 2, 4 y 5 corresponden a las ecuaciones descritas en el capítulo 4.2.

4.1.2. *GamultiObj*.

Es un algoritmo genético elitista (variante del NSGA-II), que favorece la población más apta, garantizando su participación en el proceso evolutivo sin recombinarse ni mutarse al pasar a las siguientes generaciones (Find Pareto Front of Multiple Fitness Functions Using Genetic Algorithm - MATLAB Gamultiobj, n.d).

El algoritmo permite obtener un frente de Pareto que brinde información de las posibles soluciones del problema. Su estructura se puede obtener del centro de ayuda de Matlab y grosso modo es la siguiente:

$$[x, fval, exitflag, output] \quad (4-1)$$

$$= gamultiobj(fun, nvars, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon)$$

Donde x : puntos de Pareto obtenidos, $fval$: valores de la función en el frente de Pareto, $exitflag$: representa la condición por la que se detuvo la iteración del algoritmo, $output$: brinda información general del proceso de optimización, A : representa las restricciones de desigualdad lineal en forma de matriz, b : representa las restricciones de desigualdad lineal especificadas en forma de vector, $nonlcon$: corresponde a las restricciones no lineales, fun : representa las funciones objetivo a optimizar, $nvars$: corresponde al número de variables, Aeq : representa las restricciones de igualdad lineal en forma de matriz, beq : representa las restricciones de igualdad lineal especificadas en forma de vector, lb : corresponde a los límites inferiores de las variables y ub : corresponde a los límites superiores de las variables

La variable ***fun*** realiza el llamado al archivo que contiene las funciones objetivo y ***nonlcon*** al archivo que contiene las restricciones. Una vez se han obtenido los resultados se filtran las soluciones obtenidas con el fin de visualizar aquellas que no estén repetidas y posteriormente se grafican.

4.1.3. Archivo de restricciones.

Este archivo contiene como función principal las restricciones de igualdad y desigualdad planteadas, posteriormente se plantean las funciones base necesarias para obtener los valores requeridos en las restricciones. Su estructura es la siguiente:

$$[g_{ineq}, h_{eq}] = moo_const(x_i) \quad (4-2)$$

Donde g_{ineq} : restricciones de desigualdad, h_{ineq} : restricciones de igualdad y x_i : variables por iterar.

Cabe resaltar que, en este caso, no se plantearon restricciones de igualdad, las variables a iterar sería la primera y segunda relación. Por otro lado, las restricciones de desigualdad planteadas son las siguientes:

- El esfuerzo a flexión del primer par de engranajes debe ser mayor al admisible.
- El número de dientes de los engranajes debe ser mayor a 12.
- El torque generado en las ruedas para cada marcha debe ser mayor al torque necesario para mover el vehículo.

Teniendo en cuenta esto, en total se plantearon 7 restricciones de desigualdad.

4.1.4. Archivo de funciones objetivo.

Este archivo contiene las funciones objetivo a optimizar, la estructura es similar al archivo que contiene las restricciones. Su estructura es la siguiente:

$$f = moo_functions(x_i) \quad (4-3)$$

Donde f representa las funciones objetivo. Primero se plantea la función global para obtener los parámetros necesarios, posteriormente se plantean la función objetivo del peso y se realiza el llamado a las funciones que brindan las pérdidas de potencia y con ellas, se obtiene el torque

resultante. Finalmente encontramos las funciones base requeridas para obtener las funciones objetivo.

4.2. Variables de diseño.

En este trabajo, la intención inicial del diseño y optimización es mejorar el peso de la caja de cambios y maximizar el torque que llega a las ruedas. Para esto será necesario partir de las relaciones de transmisión límite presentadas en la Tabla 4.

Demás variables y metodologías de diseño serán tomadas como se plantearon en los capítulos previos del diseño de engranajes y ejes.

4.3. Restricciones

Para cualquier vehículo actual, el desempeño y la eficiencia son factores claves a la hora de posicionarse en el mercado para el consumidor. Varias especificaciones fueron definidas desde los objetivos específicos del proyecto y organizadas en la Tabla 2 como metas a cumplir para un diseño óptimo de sistema de transmisión de potencia, estas especificaciones serán las restricciones que cumplir.

4.4. Determinación de las funciones objetivo

4.4.1. Función peso.

La función objetivo del peso se planteó considerando 2 elementos, el peso de los ejes y el peso de los engranajes. Esto es debido a que son los que contribuyen en gran medida al peso de la caja de cambios, además, los otros componentes se derivan en función de estos, luego al reducir los ejes y los engranajes, indirectamente también se busca que los otros componentes posean un menor tamaño.

La función general es la siguiente:

$$P = \left((V_{eje} \cdot \rho_{eje}) + (V_{engranajes} \cdot \rho_{engranaje}) \right) \cdot g \quad (4-4)$$

Donde P es el peso del sistema, V_{eje} es el volumen del eje, $V_{engranajes}$ el volumen de los engranajes, ρ_{eje} la densidad del eje y $\rho_{engranaje}$ la densidad del engranaje.

4.4.1.1. Peso de los ejes. En esencia los ejes se pueden considerar como un volumen cilíndrico en rotación, el detalle a considerar es que, dependiendo de las condiciones de los engranajes y, por ende, el chavetero, sincronizadores, cambios de sección, entre otros, su forma final presenta alteraciones.

La longitud del estriado depende principalmente de la fuerza a transmitir, pero el diámetro y su altura son constantes para las condiciones asumidas. Para el caso de las chavetas, la selección de esta va ligada al eje y el momento que se transmita, teniendo en cuenta que, al implementar el algoritmo, las variaciones de diámetro para cada iteración serán mínimas, las dimensiones de las chavetas para cada posible solución no serán significativas.

Teniendo en cuenta lo anterior, las variaciones en la forma debido al estriado y el chavetero del eje se van a despreciar, luego su peso se obtiene a partir de la ecuación del volumen de un cilindro.

$$V_{eje} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\sum_i^n d_{1i} \cdot L_{1i} + \sum_i^n d_{2i} \cdot L_{2i} \right) \quad (4-5)$$

Donde d_{1i} es el diámetro del primer eje para cada sección, d_{2i} el diámetro del segundo eje para cada sección, L_{1i} la longitud de cada sección del primer eje, L_{2i} la longitud de cada sección del primer eje y n el número de secciones en el eje.

4.4.1.2. Peso de los engranajes. Del trabajo presentado por Rai et al. (2018), el volumen de los elementos internos de la caja de cambios puede llegar a ser difícil de modelar, especialmente las superficies en las hélices de los engranajes. Por tanto, se propone usar un modelo aproximado que servirá para facilitar la introducción en el algoritmo, manteniendo fiabilidad en los resultados:

$$V_{engranajes} = f(b, m, z) = \frac{\pi \cdot m^2 \cdot b}{4 \cdot \cos^2(\beta)} \sum_{i=1}^4 z_i^2 \quad (4-6)$$

Donde m es el módulo de los engranajes, b el ancho de diente, β el Angulo de la hélice y z_i el número de dientes de cada engranaje.

Cabe resaltar que para este proyecto se considerara el mismo modulo y el mismo ancho de cara para los engranajes de la primera y segunda relación de marcha, además, como cada par de marchas necesita de 2 engranajes (un piñón y una corona) en total suman 4, valor que se ve reflejado como límite superior de la sumatoria en la ecuación.

4.4.2. Función torque.

En cualquier tipo de transmisión de potencia las fuentes de pérdida de potencia pueden ser clasificadas en 2 grupos

- Dependientes de la carga o Pérdidas de potencia mecánica (P_m) por efecto de la fricción.
- No dependientes de la carga, pérdidas por movimiento rotacional (P_s) por efectos de viscosidad en los fluidos

La suma de estas 2 produce las pérdidas de potencia total en el sistema (P_t). Las pérdidas mecánicas se definen en gran medida por las pérdidas por fricción de deslizamiento y rodadura de los engranajes bajo carga y las pérdidas por fricción de rodadura de los cojinetes, mientras que las

pérdidas por giro son causadas por una serie de factores que incluyen la disipación viscosa de los cojinetes, interacciones por agitación del aceite (chapoteo) y el efecto del viento.

Cabe resaltar que solo la determinación de las pérdidas totales en una transmisión podría representar un cálculo extenso que requiera de un estudio más a profundidad e independiente, además, de ser necesarios datos experimentales para corroborar los resultados de las simulaciones. Por tanto, para el desarrollo de este proyecto solo se tendrán en cuenta los efectos de las pérdidas de energías producidas por efecto de la carga.

Teniendo en cuenta la norma ISO 14179-1 y el modelo desarrollado por Zhou et al. (2014) se procede a plantear los modelos que representaran dichos casos:

$$P_l = \sum P_B + \sum P_g \quad (4-7)$$

Donde:

- P_l Son las pérdidas de potencia totales
- P_B Perdidas de potencia en los rodamientos
- P_g Perdidas de potencia causadas por el par de arrastre del engrane

Si se tiene en cuenta que la primera marcha es la encargada de transmitir la mayor cantidad de torque, siendo este proporcional a la carga aplicada sobre los elementos mecánicos de la transmisión a su vez como a las perdidas por carga, en su primera relación engranada el modelo se representa como:

$$(T_m - T_{B(1,2)}) \cdot R_1 = T_{1st_a} \quad (4-8)$$

$$[T_{1st_a} - T_{GM_{1st}} - T_{B(4,5)} - T_{GM_{2st}} \cdot R_2] \cdot R_3 = T_{1st_b} \quad (4-9)$$

$$T_{1st_b} - T_{GM_{3st}} - T_{B(5)} = T_{salida} \quad (4-10)$$

Donde:

- T_m es el torque del motor.
- T_b el torque de arrastre causado por los rodamientos.

- R la relación de transmisión.
- T_{GM} el par de arrastre causado por el engrane de un par de engranajes.

4.4.2.1. Pérdidas por engranado de dientes. Las pérdidas por el contacto entre 2 pares de engranajes son consecuentes de la fricción producida por el deslizamiento entre superficies, el modelo presentado en la norma ISO 14179-1 es utilizado para calcular estos torques de arrastre producidos por el vector fuerza.

$$P_m = \frac{(f_m \cdot T_1 \cdot n_1 \cdot \cos^2(\beta_w))}{9549 \cdot M} \quad (4-11)$$

Donde:

- p_m Es la pérdida de potencia en el engranado del diente (kW).
- f_m Coeficiente de fricción de las superficies en el engranado.
- T_1 Torque en el piñón (Nm)
- n_1 velocidad rotacional del piñón (rpm)
- β_w Ángulo de la hélice.
- M Ventaja mecánica en el engranado.

$$M = \frac{(2 \cdot \cos(\alpha_w) \cdot (H_s + H_t))}{(H_s^2 + H_t^2)} \quad (4-12)$$

La ecuación 4-12 es función de las relaciones de deslizamiento donde α_w es el ángulo de presión de funcionamiento transversal en grados, H_s la relación de deslizamiento al comienzo de la acción de aproximación y H_t es la relación de deslizamiento al final de la acción del rebaje.

$$H_s = (r + 1) \left[\left(\frac{r_{o2}^2}{r_{w2}^2} - \cos^2 \alpha_w \right)^{0.5} - \sin \alpha_w \right] \quad (4-13)$$

$$H_s = \frac{(r + 1)}{r} \left[\left(\frac{r_{o1}^2}{r_{w1}^2} - \cos^2 \alpha_w \right)^{0.5} - \sin \alpha_w \right] \quad (4-14)$$

Donde:

- r es la relación de transmisión de la pareja piñón-engranaje.
- r_{o2} radio exterior del engranaje en mm .
- r_{w2} es el radio de paso operativo del engranaje en mm .
- r_{o1} es el radio exterior del piñón en mm .
- r_{w1} es el radio de paso operativo del piñón mm .

Si la velocidad de la línea de paso, V , es $2 \frac{m}{s} \leq V \leq 25 \frac{m}{s}$ y la intensidad de la carga (factor K) es $1,4 \frac{N}{mm^2} < K \leq 14 \frac{N}{mm^2}$, (Fuera de estos límites, los valores de fm deben ser determinados experimentalmente) entonces el coeficiente de fricción del engrane, fm , se puede expresar mediante:

$$f_m = \frac{v^j \cdot K^g}{C_1 \cdot V^h} \quad (4-15)$$

Donde:

- v es la viscosidad cinemática del aceite a la temperatura de funcionamiento del sumidero cSt ($\frac{mm^2}{s}$)
- K es el factor K ($\frac{N}{mm^2}$).
- C_1 es una constante (3,239).
- V es la velocidad de línea de paso tangencial ($\frac{m}{s}$).

El factor K se puede calcular:

$$K = \frac{1000 \cdot T_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{2 \cdot b_w \cdot (r_{w1})^2 \cdot Z_2} \quad (4-16)$$

Donde b_w es el ancho de la cara en contacto (mm). Los valores que se utilizarán para los exponentes j , g y h son los recomendados por la norma ISO expuestos a continuación: $j = -0,223$; $g = -0,40$; $h = 0,70$.

4.4.2.2. Pérdidas en Rodamientos.

Modelo para carga según la norma ISO 14179-1:

$$T_b = \frac{f_1 \cdot p_1 \cdot d_m}{1000} \quad (4-17)$$

Donde:

- T_b es el torque dependiente de la carga en Nm
- f_1 coeficiente de fricción (0,004 para rodamientos cónicos)
- d_m diámetro medio del rodamiento
- p_1 carga dinámica sobre el rodamiento, dependerá de las indicaciones del catálogo SKF

$$d_m = \frac{d_i + d_o}{2} \quad (4-18)$$

Donde d_i y d_o son los diámetros internos y externos del rodamiento en mm respectivamente. Por último, el valor de las pérdidas de potencia puede ser calculado como:

$$P_b = \frac{T_1 \cdot n}{9549} \quad (4-19)$$

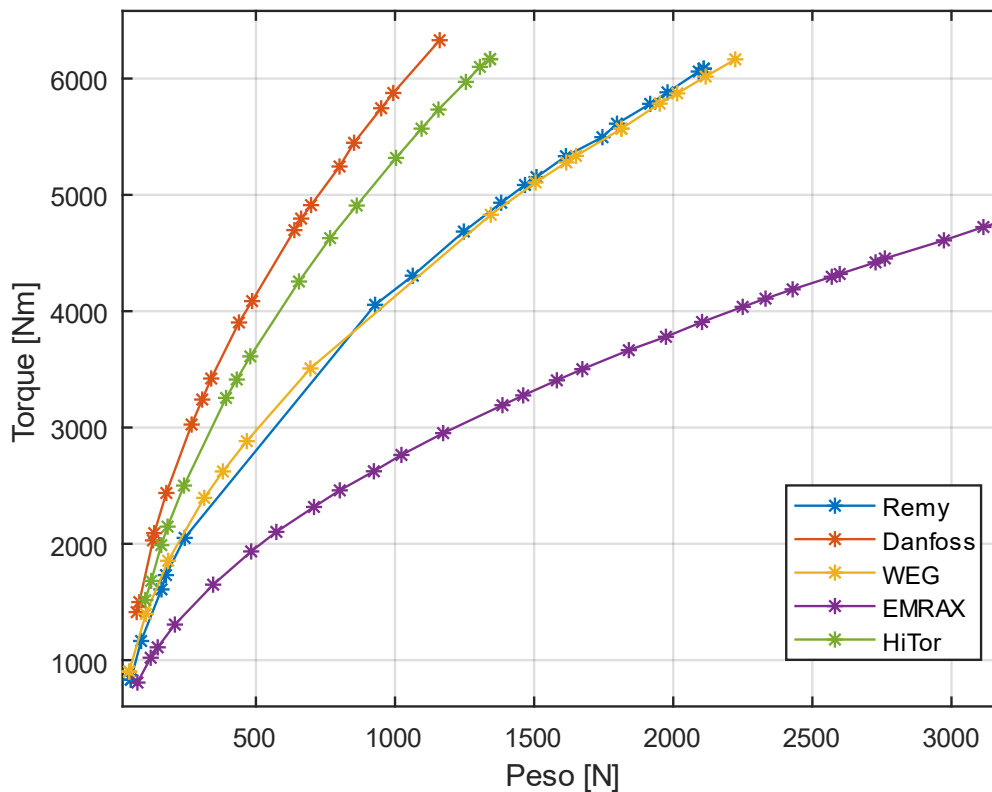
Donde P_b son las pérdidas de potencia del rodamiento en kW y n velocidad angular de rodamiento en rpm.

5. Resultados

A continuación, se detallan los resultados obtenidos al ejecutar el algoritmo para cada motor. En la Figura 42 Se obtienen los diferentes frentes de Pareto resultados de la optimización para cada motor.

Figura 42.

Frente de Pareto.



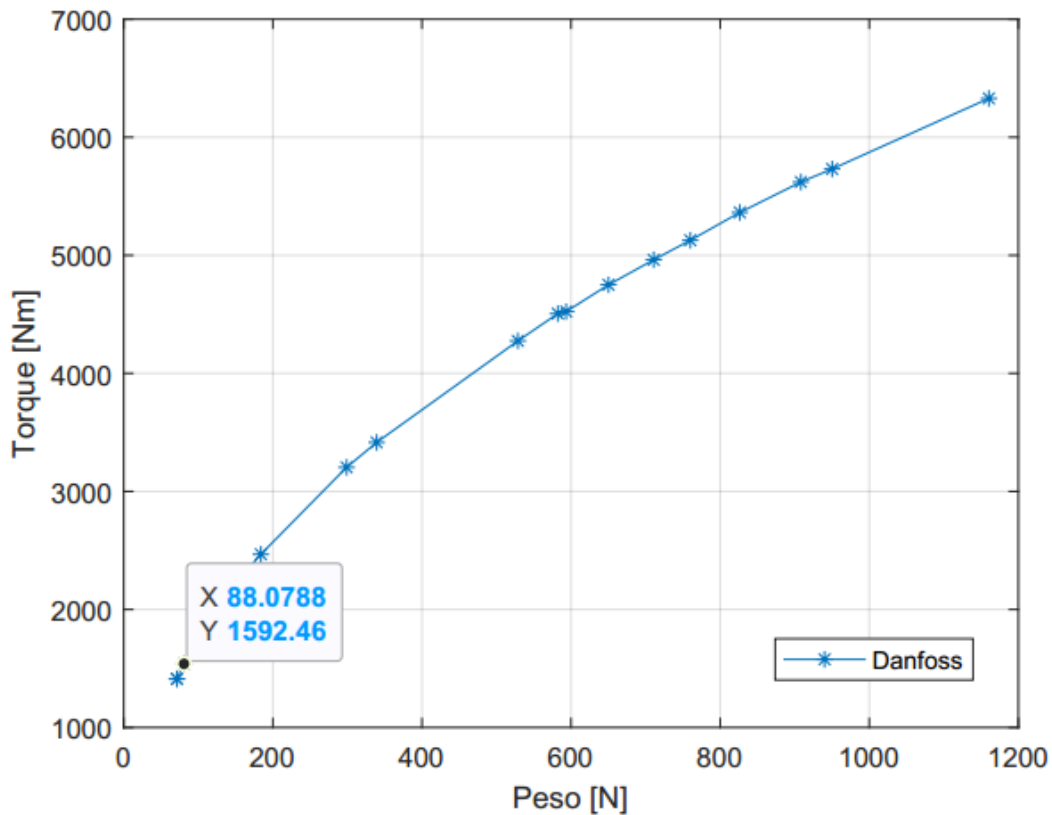
Al analizar el frente de Pareto podemos ver que las curvas son similares, a mayor torque se genera un aumento en el peso. El motor EMRAX presenta la curva menos pronunciada, luego el torque obtenido a partir de ganancias en el peso es el menor respecto a los otros motores, en su lugar, el motor Danfoss es el que presenta un mayor desempeño, ya que se obtienen mayores torques a partir de menor peso.

Teniendo en cuenta los criterios del capítulo 3.2.2 y los resultados del frente de Pareto, se selecciona el motor Danfoss EM-PMI240-T180-2200 debido a que presenta buen desempeño en ambos criterios, además de presentar distribuidores en Colombia, lo que facilita su adquisición y reduce los costos de este.

Una vez seleccionado el motor, en la Figura 43 se presenta el frente con mayor detalle obtenido para el motor Danfoss.

Figura 43.

Frente de Pareto para el motor Danfoss.



En la Tabla 18 se tabulan los resultados de forma individual para cada punto sobre la curva del frente de Pareto. Al comparar los aumentos relativos entre los valores del torque, peso y relación de cada marcha, la solución escogida corresponde al punto cuyo peso son 88.079 [N] y un torque de 1592.458 [Nm].

Tabla 18.*Conjunto soluciones.*

Peso	Torque	I_primera	I_segunda
71,357	1398,099	1,312	0,74252
71,357	1398,099	1,312	0,74252
88,079	1592,458	1,598	0,74252
115,870	1880,520	2,022	0,74251
139,340	2099,439	2,343	0,74251
314,232	3245,554	4,028	0,74238
410,148	3729,115	4,739	0,74243
549,535	4292,104	5,566	0,74242
582,229	4444,113	5,790	0,74243
627,437	4629,170	6,062	0,74244
749,050	5033,297	6,656	0,74242
800,489	5196,899	6,896	0,74245
812,713	5242,474	6,963	0,74241
922,276	5582,775	7,463	0,74241
993,631	5803,470	7,788	0,74241
1052,098	5985,219	8,055	0,74239
1098,872	6103,408	8,229	0,74241
1160,433	6262,500	8,462	0,74241

Para comparar las variaciones entre puntos se analizaron los aumentos de torque respecto al aumento del peso, para las relaciones se tuvo en cuenta el torque obtenido y el cambio de su respectiva marcha, finalmente aquella que presentara mejor torque en relación con el aumento de la marcha/peso fue la escogida.

Una vez se ha seleccionado la relación de transmisión se ejecuta el código una vez más y se obtienen los datos correspondientes al diámetro de los ejes, número de dientes de los engranajes y carga que deben soportar los rodamientos.

En la Tabla 19, 20 y 21 se presenta un resumen de las características geométricas de los engranajes obtenidos.

Tabla 19.*Datos engranajes A-B (primera relación)*

Datos Calculo engranajes A-B primera relación de transmisión			
Variable	Símbolo	Piñón A	Corona B
Número de dientes	Z	16	26
Módulo	m		3,5
Angulo de hélice	beta		23
Angulo de presión	alpha		20
Ancho	b		42
Paso del diente	p		11,00
Radio primitivo	R prim	30,42	49,43
Addendum	hc		3,5
Deddendum	hf		4,375
Holgura	j		0,875
Altura del diente	h		7,875
Espesor	S		5,50
Radio cabeza	Rc	33,92	52,93
Radio fondo	Rf	26,04	45,05
Radio base	Rb	28,58	46,45

Tabla 20.*Datos engranajes C-D (segunda relación)*

Datos Calculo engranajes C-D segunda relación de transmisión			
Variable	Símbolo	Piñón C	Corona D
Número de dientes	Z	24	18
Módulo	m		3,5
Angulo de hélice	beta		23
Angulo de presión	alpha		20
Ancho	b		42
Paso del diente	p		11,00
Radio primitivo	R prim	45,63	34,22
Addendum	hc		3,5
Deddendum	hf		4,375
Holgura	j		0,875
Altura del diente	h		7,875
Espesor	S		5,50
Radio cabeza	Rc	49,13	37,72
Radio fondo	Rf	41,25	29,85
Radio base	Rb	42,88	32,16

Tabla 21.*Datos engranajes E-F (diferencial).*

Datos Calculo engranajes E-F relación de transmisión diferencial			
Variable	Símbolo	Piñón E	Corona F
Número de dientes	Z	25	95
Módulo	m		3,5
Angulo de hélice	beta		23
Angulo de presión	alpha		20
Ancho	b		42
Paso del diente	p		11,95
Radio primitivo	R prim	47,53	180,60
Addendum	hc		3,5
Deddendum	hf		4,375
Holgura	j		0,875
Altura del diente	h		7,875
Espesor	S		5,50
Radio cabeza	Rc	51,03	184,11
Radio fondo	Rf	43,15	176,23
Radio base	Rb	44,66	169,72

En la Figura 44 se presenta el modelo del sistema de transmisión sin bastidor, en la Figura 45 se presenta los Sub-ensamblajes del sistema de transmisión donde se detalla cada uno, en las Figuras 46, 47 y 48 se presenta gráficamente los Modelos del sistema de transmisión Sub-ensamblaje eje conductor, Sub-ensamblaje eje conducido y Sub-ensamblaje conjunto diferencial con cada uno de sus componentes especificados en la descripción. Para más información referirse a los planos en detalle se suministran en el Apéndice D. Planos del sistema de transmisión.

Figura 44.

Modelo sistema de transmisión

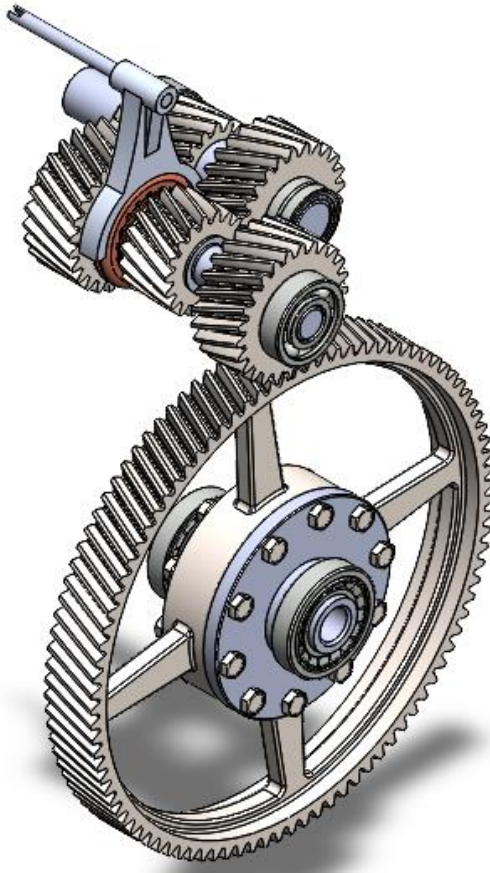
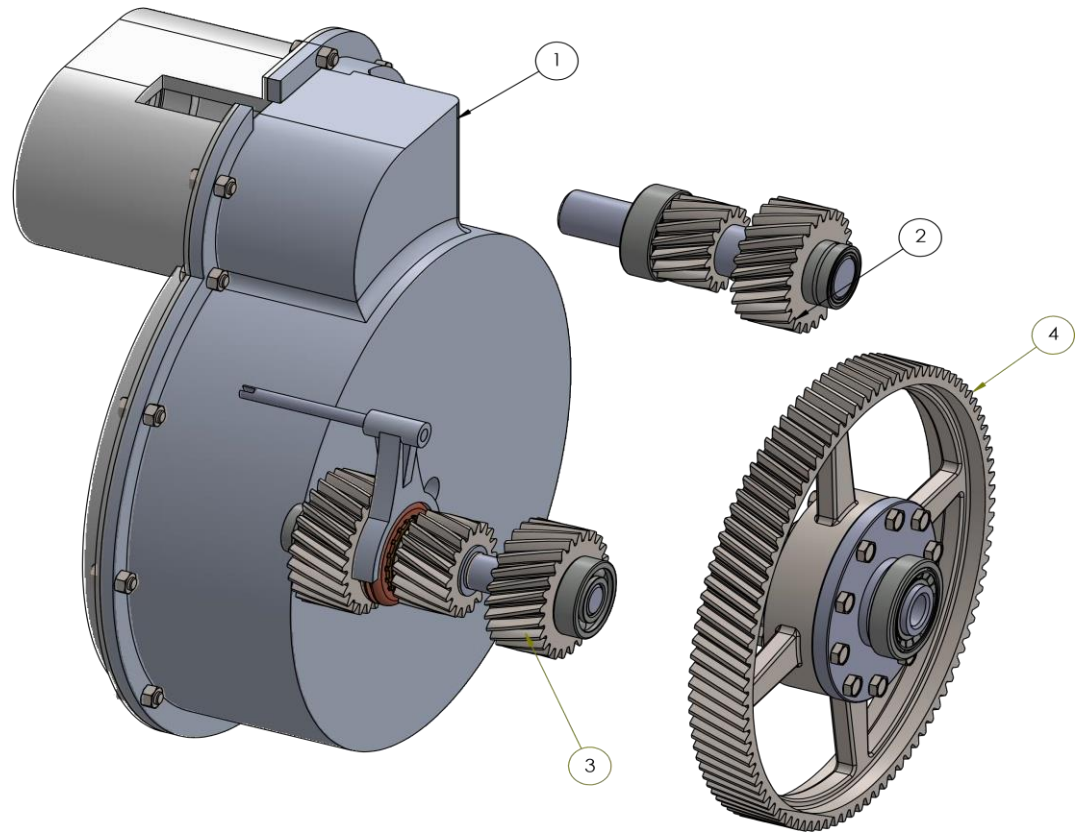


Figura 45.

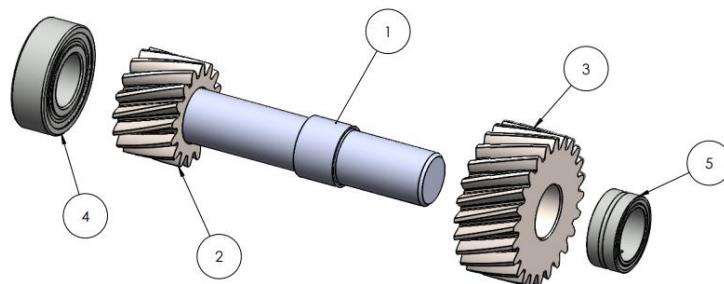
Sub-ensamblajes del sistema de transmisión



Nota. Sub-ensamblajes de la transmisión de engranajes (2 relaciones). Donde 1. Sub-ensamblaje del bastidor, 2. Sub-ensamblaje del eje conductor, 3. Sub-ensamblaje de eje conducido y 4. Sub-ensamblaje diferencial.

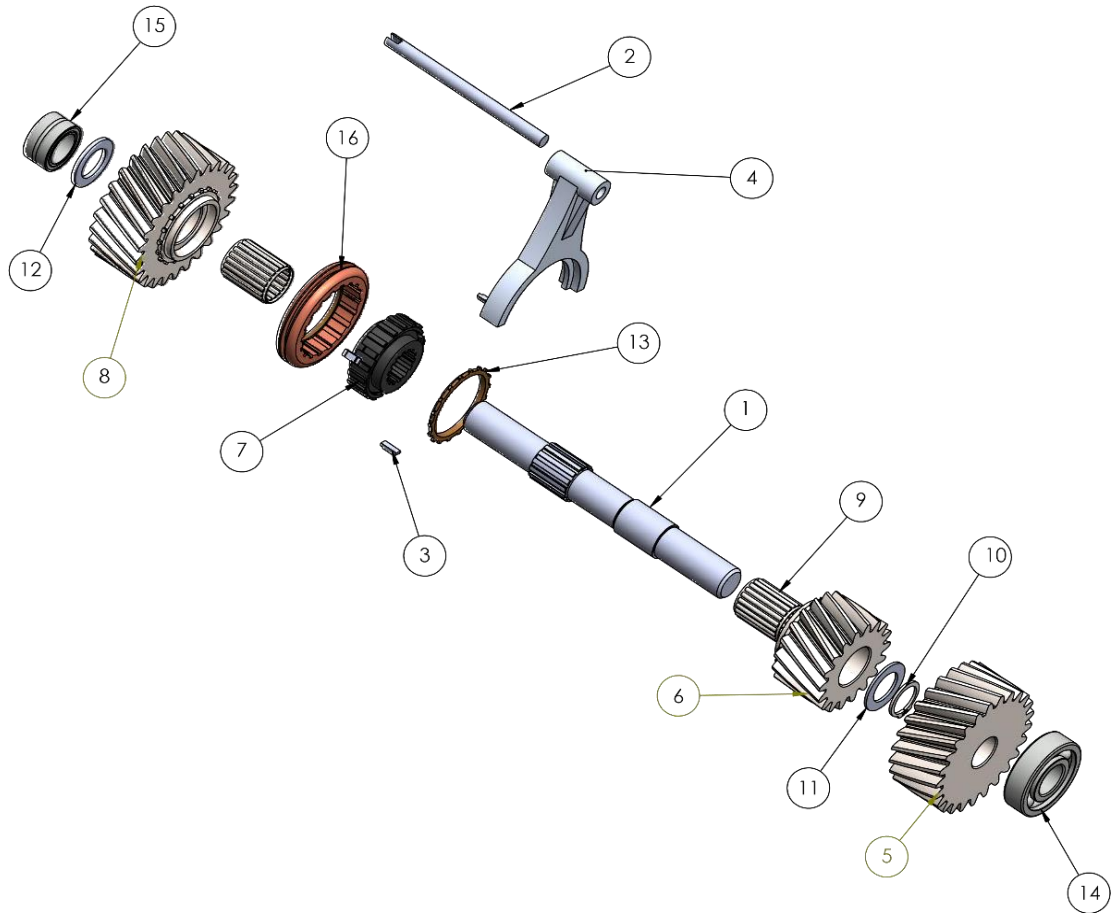
Figura 46.

Sub-ensamblaje eje conductor.



Nota. Sub-ensamblaje eje conductor. Donde 1. Eje conductor, 2. piñón, 3. Corona de eje conducido y 4.

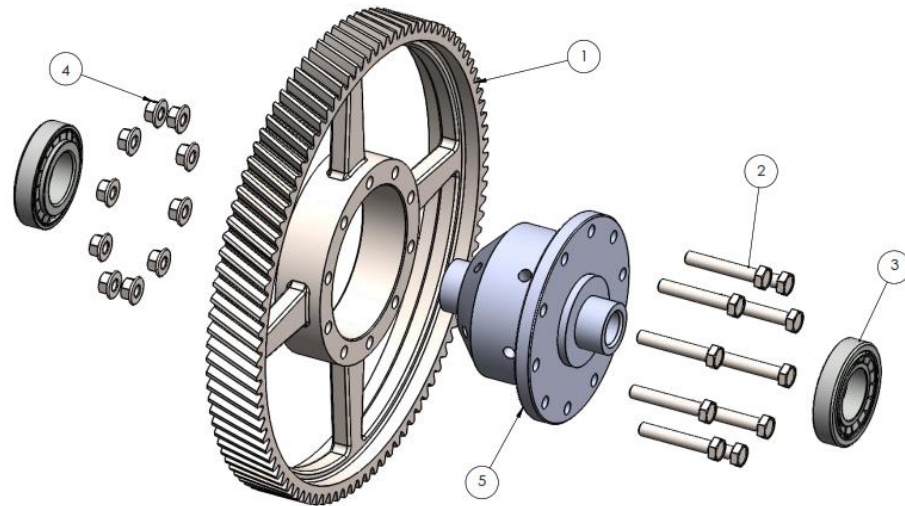
SKF 62207-2RS1y 5. SKF NKI 35/20 TN

Figura 47.*Sub-ensamblaje eje conducido.*

Nota. Sub-ensamblaje eje conducido. Donde 1. Eje conducido, 2. horquilla, 3. Deslizador 4. Selector cambios, 5. Piñón, 6. piñón 2, 7. Cubo sincronizador, 8. Corona, 9. Rodamiento, 10. Anillo retenedor B27.8M, 11. Buje 1, 12. Buje 2, 13. Bronce, 14. SKF 6305, 15. SKF NKI 25/20 TN y 16. Collarín sincronizador.

Figura 48.

Sub-ensamblaje conjunto diferencial.



Nota. Sub-ensamblaje del conjunto diferencial. Donde 1. Corona diferencial, 2. Perno M10x1.5.x60, 3. SKF 30208, 4. Tuerca hexagonal M10x1.5 y 5. Diferencial Quaife QDF15U.

El peso del motor seleccionado es de 85 [kg], los rodamientos, ejes, sincronizador, engranajes y demás elementos de rendimiento pesan alrededor de 49 [kg] aproximadamente.

6. Análisis técnico y de viabilidad

A continuación, en la Tabla 22 se detalla el presupuesto planteado para el desarrollo del proyecto comprendiendo los costos de insumos y manufactura cuyo tema abarca los costos necesarios para el mecanizado del bloque, bujes, engranajes y ejes, además del costo de componentes seleccionados de catalogo como el diferencial, rodamientos, motor y elementos de sujeción. Luego, este apartado se tendrá en cuenta para el análisis de viabilidad.

Cabe destacar que elementos como el sistema de control de marcha atrás, cambio de marcha y las baterías no se tuvieron en cuenta durante la elaboración de este proyecto, luego el costo real del sistema de transmisión puede ser mayor al planteado.

Tabla 22.*Presupuesto para el desarrollo del proyecto.*

Costos de insumos y manufactura					
#	Descripción	Unidad	Cant.	Valor Unitario	Valor total
5.1	Duraluminio	Bloque	2	\$ 3.620.000,00	\$ 7.240.000,00
5.2	Acero SAE 8620	Bloque	1	\$ 284.000,00	\$ 284.000,00
5.3	Acero SAE 4140	Barras	2	\$ 120.000,00	\$ 240.000,00
5.4	Acero SAE 1020	Barras	2	\$ 45.000,00	\$ 90.000,00
5.5	Bronce	Bloque	1	\$ 20.000,00	\$ 20.000,00
5.6	Rodamiento 62207-2RS1	Unidad	2	\$ 200.000,00	\$ 400.000,00
5.7	Rodamiento NKI 35/20 TN	Unidad	2	\$ 160.000,00	\$ 320.000,00
5.8	Rodamiento 6305	Unidad	2	\$ 15.000,00	\$ 30.000,00
5.9	Rodamiento NKI 25/20 TN	Unidad	2	\$ 160.000,00	\$ 320.000,00
5.10	Rodamiento HK 4012	Unidad	2	\$ 80.000,00	\$ 160.000,00
5.11	Pasadores/pines	Unidad	10	\$ 1.500,00	\$ 15.000,00
5.12	Diferencial QUAFI QDF15U	Unidad	1	\$ 4.500.000,00	\$ 4.500.000,00
5.13	Lubricante SAE 80W90	Litro	4	\$ 30.000,00	\$ 120.000,00
5.14	Tratamiento térmico de engranajes	Servicio	1	\$ 900.000,00	\$ 900.000,00
5.15	Tratamiento térmico ejes	Servicio	2	\$ 400.000,00	\$ 800.000,00
5.16	Costos de mecanizado (CNC, torno, fresadora, rectificación, taladrado...etc.)	Hora	24	\$ 560.000,00	\$ 13.440.000,00
5.17	Elementos de sujeción (soldadura, pernos, remaches)	Conjunto	1	\$ 200.000,00	\$ 200.000,00
5.18	Motor	Unidad	1	\$ 15.000.000,00	\$ 15.000.000,00
Total, costos insumos y manufactura					\$ 44.079.000,00
10% Imprevistos					\$ 4.407.900,00
Total					\$ 48.486.900,00

6.1. Análisis de viabilidad

Para el análisis de viabilidad se tendrán en cuenta 2 aspectos, su viabilidad financiera y técnica.

6.1.1. Viabilidad financiera

Las condiciones para las que se diseñó el sistema de transmisión corresponden a parámetros usuales de un vehículo urbano destinado al transporte casual, luego se comparara la inversión requerida con sistemas de transmisión de vehículos diseñados para ese propósito.

Uno de los modelos actuales en Colombia que ha ganado popularidad es el Renault Twizy E-Tech 100% eléctrico, con transmisión de 1 cambio con reductora, motor de 13 kW, peso total de 685 kg, torque máximo de 57 Nm y velocidad máxima de 80 km/h (TWIZY | Ficha Técnica). El vehículo posee un precio de \$ 57.900.000.

Otro coche que ha ganado fama debido a su reducido coste es el Chang Li CL-JP, vehículo cuya velocidad máxima es de 30 km/h, motor con 1.5 Hp, con cambios automáticos cuyo precio oscila los \$ 18.000.000 incluyendo impuestos de importación y demás trámites legales de acuerdo con el periódico El País (¿El Carro Más Barato Del Mundo? La Verdad Sobre El Carro Eléctrico Que Se Consigue En Colombia, 2023).

Hay otros modelos que están circulando, pero no serán tenidos en cuenta debido a que su precio y especificaciones son elevados y difieren mucho en comparación con vehículos de la misma categoría (esto debido a la tecnología que incluyen, sus sistemas de seguridad, confort y equipamiento). Debido a la complejidad de determinar el costo del sistema de transmisión de cada modelo, se asumirá que el costo del sistema de transmisión planteado corresponde al 60% del costo total del vehículo, esto, teniendo en cuenta que el sistema de transmisión posee gran cantidad de componentes costosos a comparación del resto de sistemas.

Finalmente, el costo total asumido es de \$ 80.811.500 aproximadamente, valor mayor al del Renault Twizy. Al comparar las especificaciones tenemos que el Renault posee un menor torque y peso (de acuerdo con los requerimientos planteados) en comparación al sistema obtenido.

Teniendo en cuenta el mantenimiento y cambio de partes por desgaste que podría requerir el sistema de transmisión a largo plazo de ambos vehículos, el Twizy debido a que es un vehículo que cuenta con el respaldo de una marca comercial y un parque motor industrializado posee ventajas respecto al sistema planteado. Luego, el sistema de transmisión obtenido a pesar de poseer un rendimiento competitivo no es viable financieramente su fabricación.

6.1.2. Viabilidad técnica

El presente análisis tiene como objetivo evaluar la viabilidad técnica de la adopción de vehículos eléctricos en Colombia. Se examinarán diversos aspectos técnicos, la disponibilidad de repuestos, servicios de operación, mantenimiento, y los desafíos asociados con la implementación de esta tecnología en el contexto colombiano.

Alcance de los vehículos eléctricos: la autonomía de carga de los vehículos eléctricos suele ser una de sus desventajas, en el caso del Renault Twizy al ser un vehículo pensado principalmente para el uso en ciudad cuenta con una autonomía de 100km, similar el reciente vehículo presentado por Eolo-motors, el Supercargo el cual cuenta con una autonomía cercana a los 100 km, teniendo en cuenta que es un vehículo de carga y pasajeros. Además, tomando como referencia los vehículos anteriores se espera que el costo por cada 100 km recorridos oscile entre \$6.000 a \$10.000 COP, esto dependerá del valor de la tarifa por kW/h que se pague en el recibo de energía eléctrica y de la eficiencia del sistema propulsor.

Disponibilidad de repuestos y servicios de mantenimiento: Teniendo en cuenta los componentes requeridos en el sistema de transmisión, se encuentra que los ejes, engranajes, carcasa y bujes son componentes cuyo modelo no es genérico, luego se requiere conocer acerca de tratamientos térmicos, especificaciones de materiales y técnicas de producción de piezas.

Por otro lado, para su ensamble se necesitan conocer diversos métodos para el acople de piezas, si en el mercado un desarme de una caja de un vehículo de combustión puede estar en torno a los 300.000 \$ COP, para un vehículo eléctrico este valor se puede duplicar o incluso triplicar dependiendo de la complejidad del vehículo. Esto debido a que se requiere capacitación especializada en seguridad y herramienta especializada, además de lectura de planos y esquemas eléctricos a los cuales muchos talleres de mecánica automotriz ya están apuntando a capacitarse.

Desafíos y oportunidades: el mercado de vehículos con configuraciones alternativas se encuentra en pleno auge, en el cual muchas empresas como Toyota, Nissan, BMW, Tesla están invirtiendo en desarrollo para traer cada vez propuestas más interesantes para los diferentes mercados. Esto incluirá a futuro mejores sistemas de alimentación de energía eléctrica, baterías más eficientes y para eso se requerirá de sistemas mecánicos optimizados como la transmisión presentada en este trabajo de investigación. Al analizar la configuración del sistema, la geometría de los componentes y las necesidades al momento de su ensamble se obtiene que es viable técnicamente.

Basado en el análisis realizado, se concluye que a pesar de que inicialmente los costos de fabricación del sistema de transmisión de potencia son significativos, estos costos se pueden reducir a través de alianza estratégicas con empresas manufactureras que cuentan con los recursos y capacitación lo que permite mejorar su rentabilidad, lo que se espera convierta el VE en un proyecto altamente competitivo para el mercado de automotores

Por otro lado, primero se requiere construir un prototipo a fin de validar los resultados. Se espera que este análisis proporcione información crucial para la toma de decisiones y la formulación de proyectos relacionados con la movilidad eléctrica en Colombia.

7. Conclusiones

En este proyecto, se ha desarrollado un modelo matemático en MATLAB que describe el sistema de transmisión de un vehículo eléctrico, teniendo en cuenta los parámetros de diseño planteados inicialmente, los requerimientos de potencia derivados del análisis de la dinámica longitudinal del vehículo y las características de diversos motores a implementar.

Los requerimientos iniciales se componen de variables parametrizadas, esto permite que el modelo se puede adaptar a otros requerimientos. A partir de ajustes menores en el código se pueden obtener resultados para múltiples situaciones según se requiera.

A través de la herramienta GamultiObj de MATLAB se optimizó la función multiobjetivo a fin de obtener las relaciones de transmisión que brinden un peso reducido y maximicen el torque para cada alternativa de motor. El resultado de la ejecución del código arrojó un frente de Pareto, que permite comparar múltiples resultados ya sea para un conjunto de motores o uno en específico.

Una vez analizado el frente de Pareto se obtuvo un sistema de transmisión con una primera relación de transmisión de 1.598, una segunda relación de 0.742, un torque de 1592.45 Nm y un peso total de 88.079 N, peso que consta de ejes y engranajes. Este sistema está compuesto por el motor EM-PMI240-T180-2200 de la marca Danfoss. Es importante destacar que el alcance del proyecto no incluyó el sistema de cambio de marcha ni la selección de las baterías a utilizar.

Para los cambios de marcha se sugiere implementar un control electrónico, a fin de permitir el cambio de marcha según se requiera e invertir el sentido de giro del motor cuando se necesite dar reversa. Teniendo en cuenta que para la reversa se debe limitar la potencia entregada por el motor, a fin de brindar un mayor control y seguridad al usuario.

A partir del análisis de viabilidad se obtuvo que, si bien el rendimiento del sistema de transmisión es competitivo frente a otros vehículos similares disponibles en el mercado, el costo de fabricación, disponibilidad de piezas, mantenimiento, entre otros, no lo hacen viable. Luego su aplicación está condicionada a mejoras tecnológicas que reduzcan dichos costos.

Referencias Bibliográficas

- Abasolo Bilbao, M., Corral Saiz, J., & Iriando Plaza, E. (2017, noviembre). Diseño de máquinas [cas]. UPV/EHU. Recuperado de <https://ocw.ehu.eus/course/view.php?id=441>
- Bassa, J. (2021, August 6). Tipos de motores eléctricos: conócelos al detalle. Autonocion.com. Retrieved June 2, 2022, from [Tipos de motores eléctricos: conócelos al detalle](#)
- Bhoskar, T., Kulkarni, O. K., Kulkarni, N. K., Patekar, S. L., Kakandikar, G. M., & Nandedkar, V. M. (2015). Genetic Algorithm and its Applications to Mechanical Engineering: A Review. *Materials Today: Proceedings*, 2(4–5), 2624–2630. [Genetic Algorithm and its Applications to Mechanical Engineering: A Review - ScienceDirect](#)
- Carrasco, S. (2017, julio). Cálculo y diseño del sistema de transmisión de un vehículo (Tesis de ingeniería mecánica). Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Ingeniería Mecánica. <http://hdl.handle.net/10016/27601>
- Crolla, D. (Ed.). (2009). *Automotive Engineering: Powertrain, Chassis System and Vehicle Body* (1st ed.). July 30, 2009. Hardback ISBN: 9781856175777.
- Crolla, D., & Mashadi, B. (2011). *Vehicle Powertrain Systems* (Edición ilustrada). John Wiley & Sons. ISBN 1119961025, 9781119961024.
- Dong, H., Zhuang, W., Chen, B., Wang, Y., Lu, Y., Liu, Y., Xu, L., & Yin, G. (2022). A comparative study of energy-efficient driving strategy for connected internal combustion engine and electric vehicles at signalized intersections. *Applied Energy*, 310(February 2021), 118524. [A comparative study of energy-efficient driving strategy for connected internal combustion engine and electric vehicles at signalized intersections - ScienceDirect](#)

- Du, W., Zhao, S., Jin, L., Gao, J., & Zheng, Z. (2021). Optimization design and performance comparison of different powertrains of electric vehicles. *Mechanism and Machine Theory*, 156, 104143. [Optimization design and performance comparison of different powertrains of electric vehicles - ScienceDirect](#)
- Ehsani, M., Gao, Y., Longo, S., & Ebrahimi, K. (2018). *Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles* (3rd ed.). CRC Press. ISBN 9781498761772.
- Find Pareto front of multiple fitness functions using genetic algorithm - MATLAB gamultiobj. (n.d.). MathWorks. Retrieved July 17, 2023, from <https://la.mathworks.com/help/gads/gamultiobj.html>
- García, C. (2021, July 29). Motor asíncrono: Todo lo que tienes que saber. Autonocion.com. Retrieved June 3, 2022, from [Motor asíncrono: Todo lo que tienes que saber](#)
- Gillespie, T. (2021). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Electronic publications series. SAE International. ISBN 9781468601770. Recuperado de <https://books.google.com.co/books?id=LeybEAAAQBAJ>
- Hita, M. Á. (2021, November 12). Estos son los seis tipos de coches eléctricos y electrificados, por si estás buscando uno de segunda mano. Motorpasión. Retrieved April 11, 2022, from [Estos son los seis tipos de coches eléctricos y electrificados, por si estás buscando uno de segunda mano](#)
- Interamericana Norte SAC. (2021, March 19). Aprende sobre los tipos de transmisiones que tienen los vehículos. Interamericana Norte. Retrieved April 11, 2022, from [Aprende sobre los tipos de transmisiones que tienen los vehículos](#)
- ISO/TR 14179-1:2001. (2001). Gears — Thermal capacity — Part 1: Rating gear drives with thermal equilibrium at 95 °C sump temperature.

- Kwon, K., Jo, J., & Min, S. (2021). Multi-objective gear ratio and shifting pattern optimization of multi-speed transmissions for electric vehicles considering variable transmission efficiency. *Energy*, 236, 121419. ISSN 0360-5442. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121419>
- Kwon, K., Seo, M., & Min, S. (2020). Efficient multi-objective optimization of gear ratios and motor torque distribution for electric vehicles with two-motor and two-speed powertrain system. *Applied Energy*, 259(November 2019), 114190. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.114190>
- Meywerk, M. (2015). *Vehicle Dynamics* (1st ed.). Wiley. Retrieved from <https://www.perlego.com/book/997576/vehicle-dynamics-pdf> (Original work published 2015)
- Muñoz González, A. E., & Pérez Roa, E. K. (2022). DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UNA CARROCERÍA AERODINÁMICA PARA UN VEHÍCULO ELÉCTRICO TIPO COUPÉ (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander.
- Naunheimer, H., Bertsche, B., Ryborz, J., & Novak, W. (2011). *Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application* (2nd ed.). Springer Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-16214-5>
- Norton, R. L. (2011). *Diseño de maquinaria*. MacGraw-Hill. ISBN 9701026551.
- Pérez Roa, E. K., & Muñoz González, A. E. (2022, 03 30). Diseño y simulación de una carrocería aerodinámica para un vehículo eléctrico tipo coupé. Retrieved 12 08, 2022, from <https://noesis.uis.edu.co/items/8d9fbdde-4a63-4e97-a085-fd72c596771a>
- Rai, P., Agrawal, A., Saini, M. L., Jodder, C., & Barman, A. G. (2018). Volume optimization of helical gear with profile shift using real coded genetic algorithm. *Procedia Computer Science*, 133, 718-724. ISSN 1877-0509. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.07.127>
- Roa Melo, S. (2011). Diseño del tren motriz de un vehículo híbrido todoterreno. Uniandes.

- Sieklucki, G. (2021, Enero 30). Optimization of Powertrain in EV. MDPI. Retrieved March 30, 2022, from [Optimization of Powertrain in EV](#)
- Wandurraga Santamaria, Gonzalez Jaimes, I., & Rodriguez Rey, E. G. (2015). DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA CAJA DE CAMBIOS DE 2 VELOCIDADES DE UN VEHICULO DE CARRERAS TIPO MONOPLAZA PARA LA FORMULA SENA ECO [recurso electronico]. UIS.
- Wang, Y., Lü, E., Lu, H., Zhang, N., & Zhou, X. (2017). Comprehensive design and optimization of an electric vehicle powertrain equipped with a two-speed dual-clutch transmission. *Advances in Mechanical Engineering*, 9(1). doi:10.1177/1687814016683144
- Zhou, X., Walker, P., Zhang, N., Zhu, B., & Ruan, J. (2014). Numerical and experimental investigation of drag torque in a two-speed dual clutch transmission. *Mechanism and Machine Theory*, 79, 46-63. ISSN 0094-114X. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.007>