

**ANÁLISIS Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST MEDIANTE LA
TEORÍA DE PASIVIDAD DE LYAPUNOV**



Elver David Barajas Álvarez

Jorge Iván Durán Herrera



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
DE TELECOMUNICACIONES**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

BUCARAMANGA

2015

**ANÁLISIS Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST MEDIANTE LA
TEORÍA DE PASIVIDAD DE LYAPUNOV**

Elver David Barajas Álvarez

Jorge Iván Durán Herrera

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
ingeniero electrónico**

Director

RICADO ALZATE CASTAÑO, PhD

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERIA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2015**

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	15
1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	16
1.1 ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN.....	16
1.2 PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	21
1.3 OBJETIVOS.....	22
1.3.1 Objetivo general	22
1.3.2 Objetivos específicos	23
2. SISTEMAS FÍSICOS, UN ENFOQUE DESDE LA PASIVIDAD	24
2.1 ENERGÍA.....	24
2.1.1 Tipos de energía	24
2.2 DISIPATIVIDAD	25
2.3 PASIVIDAD	26
2.4 ESTABILIDAD	29
2.4.1 Método directo de Lyapunov	30
2.5 MODELO MATEMÁTICO DE UN CONVERTIDOR DC-DC TIPO BOOST.....	33
2.5.1 Modelo en el espacio de estados	36
2.5.2 Modelo con enfoque energético	37
3. DISEÑO Y CONTROL PID EN UN CONVERTIDOR DC-DC ELEVADOR.....	39
3.1 DISEÑO CONVERTIDOR DC-DC ELEVADOR	39

3.1.1 Verificación del diseño a través de simulación	40
3.1.2 Incidencia de perturbaciones en el circuito	44
3.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO	47
3.2.1 Incidencia de perturbaciones en el circuito realimentado.....	51
3.3 DISEÑO Y AJUSTE DE CONTROLADOR PID	58
4. CONTROLADOR BASADO EN PASIVIDAD.....	64
4.1 DISEÑO DE UN CONTROL BASADO EN PASIVIDAD	64
4.1.1 Análisis de equilibrios del sistema	65
4.1.2 Control de voltaje en forma directa	68
4.1.3 Control de voltaje en forma indirecta	70
4.2 IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR BASADO EN PASIVIDAD	71
4.2.1 Simulación para el sistema controlado	72
5. CONCLUSIONES	77
6. RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO	79
6.1 RECOMENDACIONES	79
6.2 TRABAJO FUTURO.....	79
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	80
BIBLIOGRAFÍA.....	84
ANEXOS	88

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2.1 Circuito RLC para ilustrar la pasividad	28
Figura 2.2 Circuito serie RLC para ilustrar la estabilidad.....	31
Figura 2.3. Diagrama esquemático para convertidor de potencia tipo Boost.....	33
Figura 2.4 Comportamiento ondulatorio de la corriente del inductor	34
Figura 2.5 Modo de operación para interruptor cerrado	34
Figura 2.6 Modo de operación para interruptor abierto	35
Figura 3.1 Circuito implementado en OrCAD-CADENCE®	41
Figura 3.2 Tensión de salida del convertidor elevador en OrCAD-CADENCE®..	41
Figura 3.3 Corriente de inductor en convertidor elevador en OrCAD-CADENCE®	42
Figura 3.4 Circuito implementado en MATLAB SIMULINK®	43
Figura 3.5 Tensión de salida del convertidor elevador en MATLAB®.....	43
Figura 3.6 Corriente de inductor en convertidor elevador en MATLAB®	44
Figura 3.7 Tensión de salida en lazo abierto ante perturbación en la fuente de suministro	45
Figura 3.8 Corriente de inductor en lazo abierto ante perturbación en la fuente de suministro	45
Figura 3.9 Tensión de salida en lazo abierto ante perturbación en la resistencia de carga	46
Figura 3.10 Corriente de inductor en lazo abierto ante perturbación en la resistencia de carga.....	46
Figura 3.11 Tensión de salida del circuito como función del ciclo de trabajo.....	48
Figura 3.12 Característica de lazo abierto para el rango establecido	48
Figura 3.13 Relación entre el voltaje deseado y el error	49

Figura 3.14 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 1$)	51
Figura 3.15. Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 1$).....	52
Figura 3.16 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 1$).....	52
Figura 3.17 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 1$)	53
Figura 3.18 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 5$)	54
Figura 3.19 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 5$).....	54
Figura 3.20 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 5$).....	55
Figura 3.21 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 5$)	55
Figura 3.22 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 40$)	56
Figura 3.23 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 40$).....	56
Figura 3.24 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 40$)	57
Figura 3.25 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 40$)	57
Figura 3.26 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.91$)	59
Figura 3.27 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.91$)	60
Figura 3.28 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.3$).....	60

Figura 3.29 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.3$)	61
Figura 3.30 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso controlador PID sintonizado	61
Figura 3.31 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso controlador PID sintonizado	62
Figura 3.32 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso controlador PID sintonizado	62
Figura 3.33 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso controlador PID sintonizado	63
Figura 4.1 Diagrama de fase para flujo de dinámica de control por voltaje	66
Figura 4.2 Diagrama de fase para flujo de dinámica de control por corriente	67
Figura 4.3 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso control basado en pasividad	74
Figura 4.4 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso control basado en pasividad	74
Figura 4.5 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso control basado en pasividad	75
Figura 4.6 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso control basado en pasividad	75
Figura B.1 Estabilidad de un sistema	91

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 3.1 Parámetros circuitales diseñados para convertidor DC-DC elevador	40
Tabla 3.2 Regla de sintonización de Ziegler & Nichols para controladores PID	59
Tabla 4.1 Análisis de tensión, corriente y potencia del circuito Boost en régimen permanente (control PID y control basado en pasividad)	76
Tabla A.1 Ejemplos de elementos almacenadores de energía inductivos	88
Tabla A.2 Ejemplos de elementos almacenadores de energía capacitivos	89
Tabla A.3 Ejemplos de elementos disipadores de energía	90

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. RESUMEN DE ELEMENTOS ALMACENADORES Y DISIPADORES DE ENERGÍA	88
ANEXO B. DEFINICIONES DE ESTABILIDAD Y PUNTOS DE EQUILIBRIO.....	91
ANEXO C. MODELO EN ESPACIO DE ESTADOS DEL CONVERTIDOR BOOST	94
ANEXO D. MODELADO DEL CONVERTIDOR POR ANÁLISIS ENERGÉTICO ..	96

RESUMEN

Título: ANÁLISIS Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST MEDIANTE LA TEORÍA DE PASIVIDAD DE LYAPUNOV¹

Autores: ELVER DAVID BARAJAS ALVAREZ, JORGE IVÁN DURÁN HERRERA².

Palabras Clave:

Control basado en pasividad, convertidor de potencia Boost, enfoque energético, estabilidad de Lyapunov.

Descripción:

El presente proyecto de grado aborda el control de convertidores de potencia DC-DC empleando técnicas de control basada en pasividad. Se realiza el diseño y la simulación de un convertidor DC-DC tipo elevador (Boost) y basado en un análisis de su comportamiento en lazo abierto, se ajusta para el mismo un lazo realimentado en el cual se verifica el efecto de una acción de control clásica tipo PID (proporcional, integral y derivativa) para atenuar la incidencia frente a perturbaciones aplicadas a la topología DC-DC elevadora en la tensión de suministro (entrada) y la resistencia de carga (salida) del circuito, como punto de referencia convencional. Posteriormente mediante el empleo de un enfoque basado en energía y consideraciones de estabilidad de Lyapunov, se diseña e implementa una técnica de control basado en pasividad que permite obtener un comportamiento comparable con la acción de control PID en términos de desempeño dinámico. Pruebas adicionales se desarrollaron para verificar el mejoramiento en términos energéticos de la técnica de control basada en pasividad, con resultados poco dicentes debido, principalmente, a las características ideales de los modelos considerados (modelo en el espacio de estados y modelo Euler-Lagrange). El trabajo futuro incluye la verificación experimental del comportamiento de la acción de control basado en pasividad y un estudio detallado acerca del comportamiento energético para dicha técnica.

¹ Trabajo de grado

² Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Ricardo Alzate Castaño, PhD.

ABSTRACT

Title: ANALYSIS AND CONTROL OF A BOOST POWER CONVERTER CIRCUIT BY MEANS OF LYAPUNOV'S PASSIVITY-BASED THEORY³.

Authors: ELVER DAVID BARAJAS ALVAREZ, JORGE IVÁN DURÁN HERRERA⁴.

Key words:

Boost power converter circuit, energy approach, Lyapunov's stability, passivity-based control.

Description:

In this work, passivity-based control techniques are applied on regulation of DC-DC power converter circuits. In particular, a DC-DC Boost-type power converter has been designed and simulated, both for nominal conditions and under disturbances in the supply voltage source and load resistance. Based on the analysis of the open loop behavior, as a reference, a classical PID controller, proportional, integral and derivative actions, was tuned to compensate the effects of disturbances in the loop, in order to check the correctness of the operational ranges of conditions for the controlled system. Then, by taking into account energy and Lyapunov stability approaches, a passivity-based control was designed and implemented on the system, showing good performance for disturbance rejection but also for improvement of dynamical features in the response. Nevertheless, there was not strong differences between the behaviors of the controlled system by the passivity-based technique compared to the PID one. Moreover, ideal assumptions on chosen models, state-space representation and Euler-Lagrange model, makes hard to visualize the energy savings proposed by the passivity. Ongoing work includes the experimental verification of the passivity-based technique on laboratory.

³ Degree work.

⁴ Physico-mechanical Engineering Faculty. School of Electrical Engineering. Supervisor: Ricardo Alzate Castaño, PhD.

INTRODUCCIÓN

La alta demanda energética sumada a los efectos nocivos de la contaminación como resultado de la utilización de combustibles fósiles como fuentes de energía han llevado a la búsqueda de energías alternativas como los biocombustibles, la energía mareomotriz, la energía eólica y la energía solar.

Una de las fuentes alternativas de energía mencionadas y de gran relevancia en la actualidad es la energía solar, esta es transformada en energía eléctrica mediante paneles fotovoltaicos, posteriormente se regula y adapta mediante convertidores de potencia DC-DC para finalmente almacenar esta energía en baterías o distribuirla en una red eléctrica mediante la previa conversión en corriente alterna a través de un inversor de potencia. La etapa de regulación y adaptación energética, desarrollada por la acción de los convertidores de potencia DC-DC, es protagonista de este proceso pues es la que en gran medida determina la calidad y eficiencia del mismo, de ahí la gran relevancia del control de los convertidores de potencia y la búsqueda de nuevas técnicas que mejoren el desempeño y la eficiencia de estos frente a las técnicas convencionales.

El presente proyecto de grado abordará la teoría del análisis de estabilidad de Lyapunov, a partir de la formulación del principio de conservación de la energía, en el cual un sistema estable aduce propiedades de disipatividad. Con base en este principio se estudiará un caso de aplicación correspondiente al circuito convertidor de potencia DC-DC tipo Boost. Este circuito representa particular interés desde el punto de vista dinámico debido a su carácter de sistema de fase no-mínima. Se verificarán las características de estabilidad del sistema y se propondrá una estrategia de control para regular su desempeño.

1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

La teoría de la disipatividad incluye conceptos muy importantes en el manejo de los sistemas dinámicos, especialmente en física e ingeniería puesto que esta se relaciona directamente con la noción de energía. De una manera sencilla se le llama sistema disipativo a un sistema en el cual para cualquier valor del tiempo, la energía que el sistema puede entregar a su medio, no supera la energía suministrada. En otras palabras, cuando el tiempo avanza, un sistema disipativo absorbe solamente una fracción de la energía que se le ha suministrado y la transforma en otro tipo de energía que puede ser calor o radiación electromagnética, entre otras formas [1].

Un ejemplo de sistema disipativo corresponde con un circuito eléctrico, en el cual parte de la energía eléctrica es disipada en los elementos resistivos en forma de calor [2]. Para conocer si un sistema es disipativo o no, se necesita analizar la forma en la que está constituido y cómo se comporta con su entorno, por ejemplo se puede observar si el sistema es una interconexión de elementos disipativos, lo cual implica que la pérdida de energía es inherente al comportamiento del mismo ya sea debido a fricción, calentamiento, dispersión, etc. Matemáticamente la disipatividad se define en términos de una desigualdad que involucra una función de almacenamiento (storage function) y una función de suministro (supply function). Esta función de almacenamiento satisface la siguiente desigualdad [1,2]:

$$\frac{d}{dt} V(x(t)) \leq s(u(t), y(t)),$$

donde: $s(\cdot)$ es la función de suministro (supply rate), $V(\cdot)$ es la función de almacenamiento (storage function), $u(t)$ es la forzante o entrada al sistema, $x(t)$ el

vector de estados e $y(t)$ la correspondiente salida. Dicha expresión matemática se encuentra acotada en su parte inferior por el depósito disponible y en su parte superior por el suministro requerido. El depósito disponible es la cantidad de almacenamiento que puede ser recuperado por el sistema y el suministro requerido es la cantidad de energía necesaria que se debe ingresar para llevarlo del estado de mínimo depósito a un estado deseado o requerido [2,3], es decir:

$$V_d \leq V \leq V_r.$$

Mediante el análisis de la disipatividad de un sistema es posible determinar su estabilidad, ya que un punto en el espacio de estados en el cual la función de almacenamiento alcanza un mínimo local, define un punto de equilibrio y así, esta función de almacenamiento pasa a ser una función de Lyapunov para este punto de equilibrio [2,4]. Una función de Lyapunov es una función de energía que permite determinar las propiedades de estabilidad global de un sistema lineal o no-lineal mediante su análisis temporal. Estas funciones hacen parte del “método directo de Lyapunov”, que junto con el “método de linealización” conforman la “Teoría de estabilidad de Lyapunov” [5]. Esta teoría es ampliamente usada en el estudio de la estabilidad de los sistemas en general (autónomos, no-autónomos, lineales, no-lineales, variantes e invariantes en el tiempo) y fue propuesta en el siglo XIX por el ruso matemático Alexander Mikhailovich Lyapunov en su trabajo titulado “The General Problem of Motion Stability” [5].

El interés de los sistemas pasivos, surge por su implicación en la estabilidad de los sistemas de control. Uno de los resultados más importantes de la teoría de la estabilidad enuncia que un sistema realimentado constituido de un sistema dinámico pasivo tanto en el lazo directo como en el lazo realimentado, es pasivo y por ende es estable. Matemáticamente, la suma de las energías almacenadas “stored energies” del lazo directo y del lazo realimentado corresponde con una función de Lyapunov para el sistema en lazo cerrado [2,4]. A partir de esto, surge la denominada técnica de “control basado en pasividad”, apoyada en la estabilidad

de Lyapunov y su método directo, la cual posee ciertas ventajas sobre otros métodos ya que involucra un análisis más ligado a las propiedades físicas de los sistemas y proporcionando robustez que le permite al sistema responder de manera adecuada ante diversas perturbaciones.

De otro lado, la alta demanda energética y la conciencia de la contaminación como mal de la civilización moderna, han hecho que el campo de las energías renovables crezca de forma considerable. Algunas de estas fuentes alternativas de energía incluyen la eólica, mareomotriz, geotérmica, hidroeléctrica, solar, por biomasa y los biocombustibles. Alrededor de ellas se realizan actividades de investigación y desarrollo para que su obtención, distribución, calidad y eficiencia sean las mejores, y tengan viabilidad de implementación en la vida moderna.

Todos estos tipos de energía poseen en común, la necesidad de administración y adecuación apropiada de recursos. En un sistema de generación eléctrica basado en fuentes alternativas, se parte de una energía primaria que se transforma en energía eléctrica y posteriormente se regula y adapta a características estándar, para proceder a ser almacenada o distribuida. Una parte importante en todo este proceso, la constituye la regulación y adaptación energética, pues aquí entra en juego el gestor energético que determinará la calidad y la forma eficiente como se entrega la energía desde la fuente hasta la carga, reduciendo pérdidas y generando ahorros en consumo. Estos gestores energéticos pueden ser del tipo AC-AC, DC-DC, AC-DC y DC-AC, siendo denominados convertidores eléctricos de potencia [6,7].

Un transformador eléctrico es un claro ejemplo de convertidor AC-AC. Un puente rectificador de diodos es un convertidor AC-DC. De otro lado se encuentran los inversores, que son convertidores DC-AC, con aplicación en (por ejemplo) sistemas de generación fotovoltaicos para transformar la energía en DC

proveniente de un panel solar, en niveles AC suficientes para alimentar una carga. Finalmente es posible mencionar a los convertidores DC-DC que incluyen reguladores serie como el LM7805 o transistores en base común, hasta versiones más eficientes basadas en circuitos conmutados como los elevadores (boost) o reductores (buck).

Si se centra especial atención en los convertidores DC-DC, se puede apreciar la importancia de estos dispositivos en sistemas de potencia para aplicaciones como motores de tracción de automóviles eléctricos, tranvías eléctricos, grúas marinas, montacargas y elevadores en minas [6]. Dentro de las ventajas de estos convertidores se encuentra que poseen una alta eficiencia, respuesta dinámica rápida [6] y reducción de volumen en componentes asociado al manejo de altas frecuencias [7]. Los convertidores DC-DC se dividen según la magnitud de la salida de voltaje en: reductores (buck) donde el voltaje de salida idealmente es D veces el voltaje de entrada, siendo D el ciclo de trabajo de un PWM con valores entre 0 y 1; elevadores (boost) donde la salida es igual a la entrada dividida en $(1-D)$; reductores/elevadores (buck-boost) como una combinación de los dos anteriores; $cú$ k cuya salida puede ser menor o mayor que la entrada y se produce una inversión de la polaridad a la salida y los flyback con aislamiento galvánico a partir del reemplazo de la bobina tradicional por el secundario de un transformador [7].

En el ámbito del control, un convertidor de potencia se diseña para satisfacer condiciones nominales de operación. Lo anterior se consigue tras aplicar al circuito una determinada señal de conmutación, en general constituida por un circuito generador de PWM. Si se presentan perturbaciones en la entrada o salida del sistema, los niveles de potencia (tensiones y corrientes) entregados a la carga pueden modificarse y por tanto será necesario alterar las características de conmutación para mantener invariantes los niveles de energía suministrados a la

carga. Esta regulación se obtiene a través de técnicas de control principalmente de tipo clásico como PID [9] u otras técnicas en el dominio de la frecuencia [8], encargadas de determinar el valor del ciclo útil para la señal de PWM.

Desde el punto de vista dinámico y de eficiencia energética se demuestra que estas técnicas genéricas no permiten mayores niveles de desempeño, y por tanto, se han propuesto en la literatura trabajos orientados a verificar la acción de control en circuitos convertidores de potencia mediante técnicas no convencionales. Por ejemplo, técnicas de control robusto [10], adaptativo [11], predictivo [12], entre otras.

Adicionalmente se han propuesto estudios basados en pasividad para realizar acciones de control. De esta manera en [13] se presenta la aplicación de un control no-lineal basado en pasividad para un motor de inducción; en [14] se aplica una técnica de control basado en pasividad para un sistema de generación eólico conectado a la red eléctrica y en [15] se propone un control servo-visual basado en pasividad para un robot manipulador planar.

Más aún, existen propuestas que muestran el control basado en pasividad aplicado a circuitos convertidores de potencia con resultados importantes en desempeño del sistema, como se verifica del trabajo presentado en [16], donde se realiza una comparación entre un control PI y una técnica de control pasivo, resaltando que el control no lineal basado en pasividad cumple con los requerimientos de diseño.

En Colombia se destaca el trabajo en control de convertidores de potencia realizado por el grupo DSP de la Universidad Pedagógica Tecnológica de Colombia [17] en el que se estudia la dinámica del convertidor DC-DC tipo buck en modo corriente/voltaje operando en modo de conducción discontinua.

En la Universidad Industrial de Santander se han realizado algunos trabajos relacionados con el control de circuitos convertidores de potencia, entre los cuales se destacan: [18] donde se realizó la regulación en FPGA para el voltaje de salida de un convertidor Buck; [19] donde se modela una fuente de bajo voltaje DC-DC bajo la topología de un convertidor multifase Buck; entre otros.

1.2 PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Los convertidores electrónicos de potencia se han consolidado como un elemento fundamental en los sistemas eléctricos debido esencialmente a su alta demanda. En particular, las topologías DC-DC (con entrada y salida de corriente continua) presentan una amplia gama de uso en tecnologías contemporáneas de dispositivos electrónicos, por ejemplo en todas aquellas que implican el uso de baterías. Este tipo de aplicaciones, cada vez más exigen rapidez de respuesta y estabilidad frente a perturbaciones, además de una alta eficiencia. En algunos casos prácticos estas características son difíciles de alcanzar como consecuencia principal de la naturaleza no-lineal que presentan dichos sistemas (convertidores) ante determinados regímenes de operación.

Debido a esto, el control de convertidores de potencia conmutados se convierte en un área de investigación muy activa tanto en electrónica de potencia como en teoría de control automático. Una alternativa aceptada para estudiar este tipo de fenómenos dinámicos, la constituyen los denominados sistemas híbridos (hybrid dynamical systems) que modelan el comportamiento dinámico del sistema mediante discontinuidades seleccionadas a partir de leyes de conmutación (control conmutado). Como estrategia de análisis dinámico para estos sistemas, una solución válida corresponde con la técnica de pasividad, la cual parte de las consideraciones de estabilidad de Lyapunov y por tanto permite extender las herramientas de análisis y síntesis de sistemas de control a sistemas no-lineales.

Adicionalmente por basarse en el principio de conservación de la energía, este tipo de enfoque supone un mayor aprovechamiento energético (eficiencia) del convertidor.

Por todo lo anterior, alrededor de esta temática es válido plantearse las siguientes inquietudes de investigación: ¿Presentan dichas técnicas de control basado en pasividad suficiente viabilidad para análisis y control de circuitos convertidores de potencia tipo Boost? ¿Qué ventajas y/o desventajas presentan estrategias de control basadas en pasividad respecto a las convencionales, en el comportamiento de circuitos convertidores de potencia tipo Boost? ¿Se mejora la eficiencia de un convertidor de potencia tipo Boost a partir de técnicas de control basadas en pasividad?

El presente proyecto de grado busca realizar aportes y obtener resultados direccionados a la resolución de estas inquietudes, constituyendo una base para posteriores desarrollos afines al interior del grupo de investigación CEMOS que permitan abordar de manera profunda esta temática en el contexto del área estratégica de *Energías* de la Universidad Industrial de Santander.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

- Emplear la teoría de pasividad de Lyapunov para abordar la manipulación dinámica de un convertidor DC-DC tipo Boost

1.3.2 *Objetivos específicos*

- Comprender la teoría de pasividad en el análisis de estabilidad de los sistemas dinámicos
- Emplear la pasividad para realizar acciones de control sobre un circuito convertidor de potencia DC-DC tipo Boost.
- Proponer un control basado en pasividad a un circuito convertidor de potencia DC-DC tipo Boost.

2. SISTEMAS FÍSICOS, UN ENFOQUE DESDE LA PASIVIDAD

El presente capítulo presenta las bases conceptuales sobre las cuales se construye el control basado en pasividad. Estos conceptos (energía) son posteriormente empleados para modelar el comportamiento dinámico de un circuito convertidor de potencia elevador (tipo *Boost*).

2.1 ENERGÍA

Uno de los elementos protagonistas del mundo en los siglos XX y XXI ha sido la energía; su obtención y aprovechamiento han marcado una guía económica, tecnológica, política y académica a los seres humanos. Hoy en día es inconcebible un mundo sin energía eléctrica que permita a miles de millones de dispositivos electrónicos funcionar o tener luz en los hogares. Los automóviles, trenes, aviones, y demás transportes aprovechan la energía proveniente de la combustión de los combustibles fósiles y otras fuentes para moverse. Se podrían nombrar muchos ejemplos más en donde la energía es protagonista, bien lo dice el autor de [20]: *“la energía está presente en el universo en varias formas, todo proceso físico que ocurra en el universo involucra energía y transferencia o transformación de esta”*.

2.1.1 Tipos de energía

La energía se transforma, es decir está presente en diferentes formas en el universo y depende de su naturaleza, contexto y marco de referencia. A continuación se definen algunos tipos de energía.

- **Energía cinética:** es la energía que posee un sistema como resultado de su movimiento en relación con cierto marco de referencia [21]. Cuando todas las

partes de un sistema se mueven con una misma velocidad, la energía cinética E_c se expresa como:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2, \quad (2.1)$$

donde v denota la velocidad y m la masa. En un circuito eléctrico, esta energía cinética se puede asociar al movimiento de los electrones que genera una corriente i_L en un inductor L , y se representa como:

$$E_c = \frac{1}{2}Li_L^2. \quad (2.2)$$

- **Energía potencial:** es la energía que posee un sistema como resultado de un incremento de altura en un campo gravitacional [21] y se expresa como:

$$E_p = mgz, \quad (2.3)$$

donde g es la gravedad y z la altura del centro de gravedad de un sistema, con respecto a algún nivel de referencia elegido arbitrariamente. En circuitos eléctricos, la energía potencial se puede asociar a los capacitores C y está íntimamente relacionada con un campo eléctrico (proporcional a su voltaje v_c) creado por placas paralelas con cargas iguales y opuestas, es decir:

$$E_p = \frac{1}{2}Cv_c^2. \quad (2.4)$$

Como complemento a estas definiciones para tipos de energía, el Anexo A presenta un resumen de los principales elementos almacenadores y disipadores de energía.

2.2 DISIPATIVIDAD

Se define como sistema disipativo a todo aquel que tiene un suministro de energía mayor a la energía que logra aprovechar [3]. A continuación se formaliza esta afirmación.

Definición [3]. Sea H un sistema físico que puede aumentar su energía solo a través del suministro de una fuente externa, definido en el espacio de estados mediante:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), \quad x \in \mathcal{R}^n \\ y &= g(x, u), \quad u, y \in \mathcal{R}^m\end{aligned}\tag{2.5}$$

para el vector de estado x , entradas u y salidas y . Asuma que el sistema tiene asociada una función $w: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^m \rightarrow \mathcal{R}$, llamada función de suministro, la cual es localmente integrable para toda $u \in U$, esto es, satisface $\int_{t_0}^{t_1} |w(u(t), y(t))| dt < \infty$ para todo $t_0 \leq t_1$. Sea X un subconjunto de \mathcal{R}^n que contiene el origen. Se dice que el sistema es disipativo en X con una función de suministro $w(u, y)$, si existe una función $S(x)$; $S(0) = 0$, tal que $S(x) \geq 0$ para todo $x \in X$ y además se satisface la siguiente condición:

$$S(x(T)) - S(x(0)) \leq \int_0^T w(u(t), y(t)) dt\tag{2.6}$$

para todo $u \in U$ y $T \geq 0$ tal que $x(t) \in X$ para todo $t \in [0, T]$. La Función $S(x)$ es llamada función de almacenamiento.

De acuerdo a la ecuación (2.6) la disipatividad en un sistema se puede ver como la imposibilidad de que la tasa de incremento de la energía no sea mayor a la función de suministro. Esto es, si $S(x)$ es diferenciable, entonces:

$$\frac{d}{dt} S(x(t)) \leq w(u(t), y(t)).\tag{2.7}$$

Se tiene entonces que el concepto de disipatividad se aplica a cualquier sistema cuya función de suministro sea mayor a la energía almacenada por el sistema.

2.3 PASIVIDAD

Se dice que el sistema H es pasivo si este es disipativo con función de suministro $w(u, y) = u^T y$. En otras palabras, pasividad es disipatividad con función de suministro bilineal [3]. Una función bilineal es aquella en la que sus dos

componentes por separado son lineales y están asociados por un escalar. Por ejemplo, el voltaje y la corriente están asociados por medio de la resistencia y si multiplicamos el voltaje por la corriente obtenemos una función bilineal llamada potencia.

De otro lado, la función de almacenamiento disponible $S_a(x)$, se define a partir de [3] como la cantidad más grande de energía que puede ser extraída de un sistema dada la condición inicial $x(0) = x$. Matemáticamente $S_a(x)$ es:

$$S_a(x) = \sup\{-\int_0^T w(u(t), y(t))dt \mid x(0) = x \text{ y } \forall t \in [0, T]: x(t) \in X\}, \quad (2.8)$$

para u y T mayores que cero.

$S_a(x)$ es como tal una función de almacenamiento, que cumple además con la restricción $S(x) \geq S_a(x)$ y por tanto:

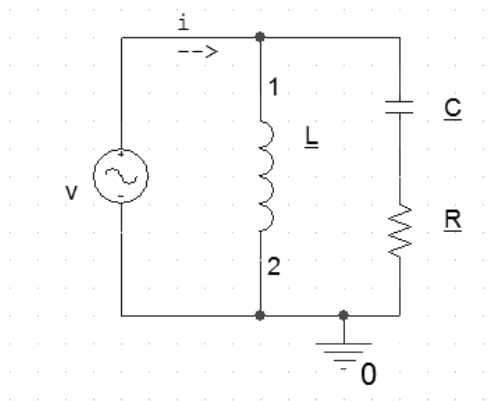
$$S(x(0)) \geq S(x(0)) - S(x(T)) \geq -\int_0^T w(u(t), y(t))dt \quad (2.9)$$

$$S(x(0)) \geq \sup\{-\int_0^T w(u(t), y(t))dt\} = S_a(x(0)). \quad (2.10)$$

Así entonces, es posible afirmar que el sistema H es disipativo en X , con función de suministro $w(u, y)$, si y solo si $S_a(x)$ es definida para toda $x \in X$.

Para ilustrar mejor este concepto, considere el circuito RLC de la Figura 2.1, con una fuente voltaje v como entrada y la corriente total i , como salida.

Figura 2.1 Circuito RLC para ilustrar la pasividad



Fuente: Autores

Para este caso, la función de almacenamiento $S(x)$ es la energía mientras que la función de suministro es la potencia, razón por la cual la energía suministrada al circuito por la fuente es $\int_0^T w(u(t), y(t)) dt$.

Asimismo, el circuito posee un elemento disipador de energía (el resistor) y dos almacenadores de energía (capacitor e inductor).

Por tanto, aplicando las leyes de Kirchhoff se obtienen las siguientes expresiones en términos de la corriente i_L del inductor y el voltaje v_c del capacitor:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} v_L = \frac{1}{L} v; \quad i_c = \left(\frac{v-v_c}{R} \right) = C \frac{dv_c}{dt} \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = \left(\frac{v-v_c}{RC} \right).$$

Luego, tomando en cuenta las expresiones (2.2) y (2.4) que relacionan la energía cinética y potencial del circuito, la energía total almacenada viene dada como:

$$E = \frac{1}{2} L i_L^2 + \frac{1}{2} C v_c^2,$$

con razón de cambio asociada:

$$\frac{dE}{dt} = L i_L \frac{d i_L}{dt} + C v_c \frac{d v_c}{dt} = i_L v + \frac{v_c}{R} (v - v_c) = i_L v + \frac{1}{R} (v_c v - v_c^2).$$

Ahora bien, tomando en cuenta que $i_L = i - \left(\frac{v-v_c}{R}\right)$, entonces:

$$\frac{dE}{dt} = v i - \left(\frac{v-v_c}{R}\right) v + \frac{1}{R} (v_c v - v_c^2) = v i + \frac{2}{R} v_c v - \frac{1}{R} v^2 - \frac{1}{R} v_c^2 = v i - \frac{1}{R} (v - v_c)^2.$$

Finalmente, siendo vi la función de suministro (potencia de la fuente), se observa de la expresión anterior que la función de almacenamiento obtenida siempre será menor, verificando que el circuito corresponde con un sistema disipativo. Adicionalmente, siendo $w = vi$ el sistema es también pasivo.

2.4 ESTABILIDAD

La estabilidad de un sistema puede ser vista como un buen comportamiento alrededor del punto de operación deseado. En los sistemas no lineales este comportamiento puede ser mucho más complejo y exótico que en los sistemas lineales, requiriendo por tanto de conceptos más refinados como la estabilidad asintótica, estabilidad exponencial y la estabilidad global asintótica, para entender fenómenos asociados a la dinámica de sistemas no lineales [5]. Al respecto, el Anexo B presenta un resumen para estas propiedades en el espacio de estados, cuya base permite comprender los conceptos referidos a continuación.

2.4.1 Método directo de Lyapunov

Para evaluar la estabilidad de un sistema dinámico se puede emplear un enfoque energético conocido como el método directo de Lyapunov. Este, asume que si la energía total de un sistema es continuamente disipada, entonces el sistema (lineal o no) debe eventualmente establecerse en un punto de equilibrio⁵.

El procedimiento básico del método directo de Lyapunov busca generar una función escalar, similar a la energía, para la dinámica del sistema y así examinar la variación de la misma con respecto al estado y al tiempo.

Se dice que una función escalar continua $V(x)$, es localmente definida positiva si $V(0) = 0$ y para todo $x \in X$:

$$x \neq 0 \rightarrow V(x) > 0.$$

Si $V(0) = 0$ y la anterior propiedad se mantiene sobre todo el espacio de estados, entonces $V(x)$ es globalmente definida positiva⁶. Lo anterior implica que $V(x)$ tiene un único mínimo en el origen.

Si $V(0) = 0$ y $V(x) \geq 0 \forall x \neq 0$, la función es semidefinida positiva. Asimismo, $V(x)$ es (semidefinida) definida negativa si $-V(x)$ es (semidefinida) definida positiva. Si $V(x)$ admite valores positivos y negativos, es indefinida.

Por tanto, si $V(x)$ es definida positiva y tiene derivadas parciales continuas, y si esta derivada a lo largo de la trayectoria de cualquier estado del sistema $\dot{x} = f(x)$

⁵ En el circuito RLC de la sección 2.3, a partir de unas condiciones iniciales en el capacitor e inductor, se tendrá un comportamiento transitorio (trayectoria) una vez la fuente de voltaje se conecte al circuito, hasta llegar al estado estable y mantenerse allí indefinidamente (punto de equilibrio).

⁶ En el circuito RLC de la sección 2.3, la energía del capacitor $\frac{1}{2}Cv_c^2$ no puede anularse mientras v_c sea diferente de cero, siendo por tanto una función definida positiva. Por el contrario, la energía cinética de una masa $\frac{1}{2}m\dot{x}^2$ puede ser cero para $x \neq 0$, por ejemplo cuando un móvil avanza 10 metros respecto a un marco de referencia y allí se detiene, pues aun cuando su energía cinética en estado estacionario es cero, la distancia recorrida no lo es.

es semidefinida negativa, $V(x)$ es llamada una función de Lyapunov para dicho sistema [5].

Luego, siendo el origen un punto de equilibrio del sistema $\dot{x} = f(x)$ y $V: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ definida positiva y radialmente ilimitada (ver Anexo B) tal que:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x) \leq 0 \quad \forall \mathcal{R}^n,$$

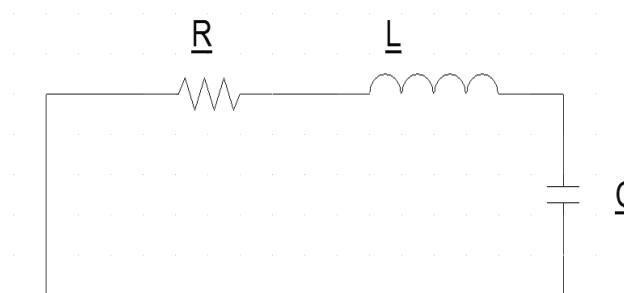
entonces el equilibrio es globalmente estable y todas las soluciones del sistema convergen hacia él. Más aún, si \dot{V} es definida negativa entonces el equilibrio es globalmente asintóticamente estable [3].

Para ilustrar mejor el concepto de estabilidad, considere el circuito serie RLC de la Figura 2.2, para el cual se asume la siguiente función de Lyapunov (i.e. escalar, definida positiva y con derivada semidefinida negativa en el estado):

$$V(x) = \frac{1}{2}Li_L^2 + \frac{1}{2}Cv_c^2,$$

la cual representa, como ya visto, la energía total acumulada del sistema.

Figura 2.2 Circuito serie RLC para ilustrar la estabilidad



Fuente: Autores

Por tanto, tomando en cuenta que:

$$i_L = i = \frac{d}{dt} q = \dot{q},$$

y asumiendo $L = 1$, entonces se obtiene:

$$V(x) = \frac{1}{2} \dot{q}^2 + \frac{1}{2} C v_c^2,$$

función que evidentemente se anulará para $(v_c, \dot{q}) = (0, 0)$ y que para otros valores será positiva (siendo $C > 0$); i.e. $V(x)$ es definida positiva.

Ahora bien, al obtener la derivada temporal para $V(x)$ se obtendrá una expresión para la potencia del circuito (siendo $V(x)$ la función de energía), que corresponde con:

$$\dot{V} = \dot{q}\ddot{q} + \dot{q}v_c,$$

teniendo en cuenta que:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i_c dt \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C v_c^2 \right) = C \frac{2}{2} v_c \dot{v}_c = C v_c \frac{1}{C} i_c = v_c i_c = v_c \dot{q}.$$

Luego, a partir de las consideraciones asumidas en el circuito, se verifica que:

$$\ddot{q} + v_c = -v_R = -\dot{q}R,$$

siendo v_R la caída de tensión en el resistor. Por tanto:

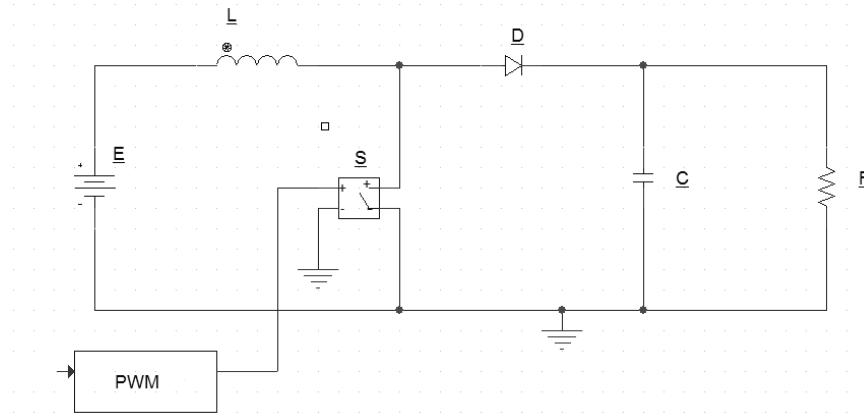
$$\dot{V} = -\dot{q}v_R = -\dot{q}^2 R,$$

la cual es, evidentemente, una función definida negativa para valores positivos de resistencia, comprobando que $V(x)$ es una función de Lyapunov válida para el sistema, el equilibrio en el origen es estable y que, efectivamente la energía del sistema se disipa haciendo válida su condición de estabilidad asintótica (global).

2.5 MODELO MATEMÁTICO DE UN CONVERTIDOR DC-DC TIPO BOOST

La Figura 2.3 ilustra el diagrama esquemático para un circuito convertidor de potencia DC-DC elevador o tipo *Boost*.

Figura 2.3. Diagrama esquemático para convertidor de potencia tipo Boost



Fuente: Autores

El principio eléctrico del circuito es sencillo: cuando el interruptor “S” se cierra la corriente del inductor se eleva, acumulando energía en forma de campo magnético. Posteriormente, en el instante que el interruptor se abre la energía almacenada en el inductor se transfiere hacia la carga. En complemento a esto, la función del capacitor es mantener la tensión de salida constante. Por su parte, el diodo actúa como una protección que evita la circulación de corrientes remanentes a través del circuito.

La apertura y cierre del interruptor se controla mediante un bloque PWM, por ende esta topología se puede dividir en dos modos de operación según la posición de “S”. Cuando el interruptor se cierra la tensión v_L en el inductor L está dada por:

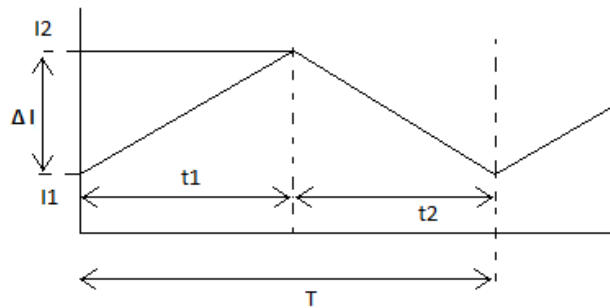
$$v_L = L \frac{di_L}{dt}.$$

Asimismo, es posible determinar un componente ondulatorio en la corriente del inductor debido a que el interruptor se abre y se cierra constantemente (ver Figura 2.4). Este rizado de corriente ΔI puede calcularse como [6]:

$$\Delta I = \frac{E}{L} t_1, \quad (2.11)$$

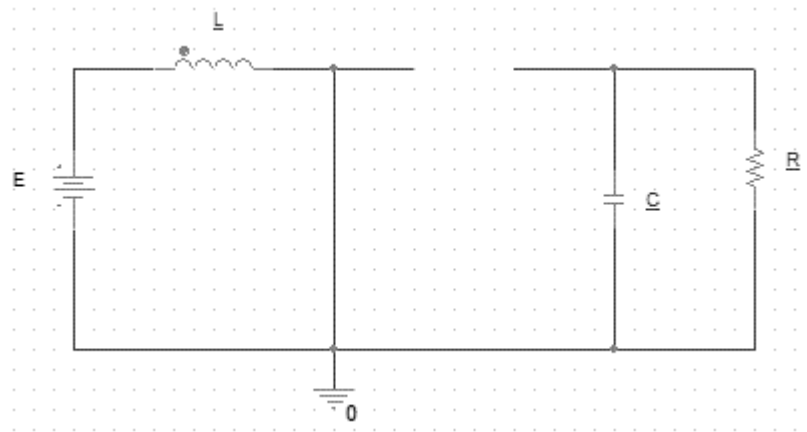
siendo E la tensión continua de suministro al circuito y t_1 el tiempo en que el interruptor permanece cerrado. La Figura 2.5 ilustra el circuito resultante para este caso.

Figura 2.4 Comportamiento ondulatorio de la corriente del inductor



Fuente: Autores

Figura 2.5 Modo de operación para interruptor cerrado



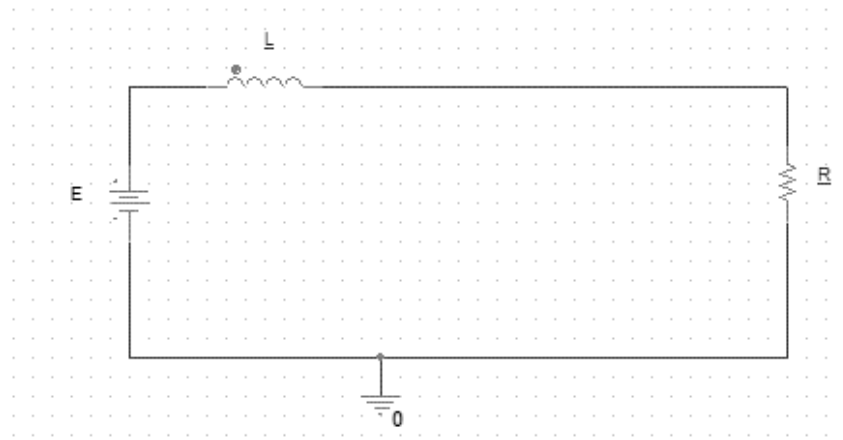
Fuente: Autores

En un segundo momento, cuando el interruptor se abre, la tensión de salida v_o está dada por:

$$v_o = E + \frac{L \Delta I}{t_2},$$

siendo t_2 el tiempo en el cual el interruptor permanece abierto y considerando el capacitor como un circuito abierto (debido a que opera en modo de corriente continua). La Figura 2.6 ilustra el circuito resultante para este caso.

Figura 2.6 Modo de operación para interruptor abierto



Fuente: Autores

Así, reemplazando (2.11) en esta última expresión se obtiene:

$$v_o = E \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) = E \left(\frac{1}{1-D} \right),$$

donde aparece el ciclo útil (o ciclo de trabajo) D a través de la relación presente entre los tiempos de encendido y apagado, dada por:

$$D = \frac{t_1}{T} = \frac{t_1}{t_1+t_2} = \frac{T-t_2}{t_1+t_2}.$$

A partir de ello, se obtiene un factor de incremento de tensión v_o/E como función del ciclo de trabajo, donde se aprecia que para un ciclo cero el factor de incremento corresponde a la unidad, mientras que si el ciclo de trabajo tiende a 1

el factor de incremento tiende a infinito. Este comportamiento caracteriza la tasa de crecimiento de tensión en el circuito convertidor de potencia y corresponde con un descriptor importante del comportamiento del lazo de control, como se verá en capítulos posteriores.

Tomando en cuenta estos modos particulares de operación, puede procederse a la derivación de un modelo matemático apropiado que capture las características de comportamiento dinámico del circuito. A continuación, se presentarán dos enfoques por medio de los cuales se obtendrán descripciones equivalentes para el modelo del sistema: el enfoque del espacio de estados y el energético a través de la formulación de Euler-Lagrange.

2.5.1 Modelo en el espacio de estados

Tomando como variables de estado a la corriente en el inductor $i_L = x_1$ y al voltaje en el capacitor $v_c = x_2$, es posible obtener la siguiente representación para la ecuación de estados del sistema:

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2(1-u) + \frac{1}{L}E; \quad \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1(1-u) - \frac{1}{RC}x_2,$$

en términos de los parámetros circuitales y el valor de la señal de conmutación u la cual representa un valor binario en el intervalo $[0, 1]$ que indica los dos modos posibles de operación para el interruptor en el circuito.

La deducción para este modelo en el espacio de estados se detalla en el Anexo C.

2.5.2 Modelo con enfoque energético

El modelado de sistemas por medio de estructuras lagrangianas, ha tenido un crecimiento significativo debido a la forma sistemática en la que se pueden abordar temas de control, la facilidad de obtención para funciones de Lyapunov mediante el análisis energético de dichos sistemas y el uso de técnicas de pasividad para la estabilización y regulación de sistemas no lineales [23].

La metodología de Euler-Lagrange [23] permite obtener una estructura que diferencia claramente las distintas clases de elementos y la forma como estos modifican la energía, a partir de la expresión:

$$D(q)\ddot{q} + J(q, \dot{q}) + R(\dot{q})\dot{q} = u,$$

donde (q, \dot{q}, \ddot{q}) es un sistema de coordenadas generalizadas con sus respectivas derivadas; $D(q)$ es una matriz simétrica y definida positiva la cual contiene variables físicas relacionadas con los elementos que almacenan energía; $J(q, \dot{q})$ corresponde con una matriz antisimétrica que contiene los elementos que no aportan ni disipan energía; $R(\dot{q})$ es una matriz simétrica y definida positiva que contiene los elementos disipadores de energía; y u es un vector de fuerzas externas al sistema.

Para el caso considerado del convertidor *Boost*, el Anexo D describe detalladamente el procedimiento aplicado para obtener el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\ddot{q}_L = -(1-u)\frac{q_c}{LC} + \frac{1}{L}E; \quad \dot{q}_c = (1-u)\dot{q}_L - \frac{1}{RC}q_c,$$

que en términos de los parámetros circuitales, las cargas del capacitor (q_c) e inductor (q_L) y sus correspondientes corrientes (\dot{q}_c , \dot{q}_L), satisfacen los postulados

físicos de la energía y por ende permiten describir el comportamiento dinámico del circuito.

Más aún, tras seleccionar como nuevas variables:

$$\dot{q}_L = z_1; \quad \frac{q_C}{C} = z_2,$$

la expresión obtenida al reemplazar:

$$\dot{z}_1 = -(1-u)\frac{1}{L}z_2 + \frac{1}{L}E; \quad \dot{z}_2 = (1-u)\frac{1}{C}z_1 - \frac{1}{RC}z_2,$$

coincide con la representación obtenida en el espacio de estados, lo cual verifica la pertinencia de ambos modelos.

3. DISEÑO Y CONTROL PID EN UN CONVERTIDOR DC-DC ELEVADOR

Posterior a presentar las bases teóricas de la pasividad, introducir los modos de operación de un convertidor DC-DC elevador y sugerir un modelo matemático para el mismo, el presente capítulo aborda el diseño circuital, la simulación de su correspondiente comportamiento dinámico y el diseño y ajuste de un controlador PID para atenuar el efecto de perturbaciones aplicadas al circuito.

3.1 DISEÑO CONVERTIDOR DC-DC ELEVADOR

Se desea obtener una tensión de salida v_o de 20 VDC para una fuente de voltaje DC de entrada E de 10 VDC. Por tanto, se define el valor para el ciclo de conmutación D a partir de la expresión:

$$v_o = E \left(\frac{1}{1-D} \right) \rightarrow D = 1 - \frac{E}{v_o} = 0.5. \quad (3.1)$$

Asimismo, se selecciona una frecuencia de conmutación f de 10 kHz teniendo en cuenta que, a mayor frecuencia menor es la inductancia mínima y menor el rizado en la salida, aunque también se aumentan las pérdidas por conmutación [6].

Otro elemento importante a definir es la resistencia de carga R , la cual se selecciona para un valor de 50 Ω tomando en cuenta una corriente máxima de salida de 400 mA en estado estable (siendo aproximadamente el doble en el transitorio inicial).

Ahora bien, con estos valores de frecuencia de conmutación, resistencia de carga y ciclo útil, es posible formular el siguiente valor para la inductancia mínima del circuito:

$$L_{\min} = \left(\frac{D(1-D)^2 R}{2f} \right),$$

obteniéndose $312.5 \mu H$. De manera similar, y asumiendo un valor del 2.5% para el rizado de la tensión de salida Δv_o , se calcula el valor para la capacitancia **C** del circuito a partir de:

$$C = \frac{D}{\Delta v_o R f},$$

Teniendo como resultado $40 \mu F$. Así, la Tabla 3.1 contiene un resumen de los parámetros del circuito calculados. Para detalles adicionales acerca de las expresiones matemáticas presentadas y otros aspectos del diseño del circuito, se sugiere al lector interesado revisar la referencia [6].

Tabla 3.1 Parámetros circuitales diseñados para convertidor DC-DC elevador

E	v_o	D	R	F	L_{min}	C	Δv_o
10 VDC	20 VDC	0,5	50Ω	10 kHz	$312.5 \mu H$	$40 \mu F$	2,5 %

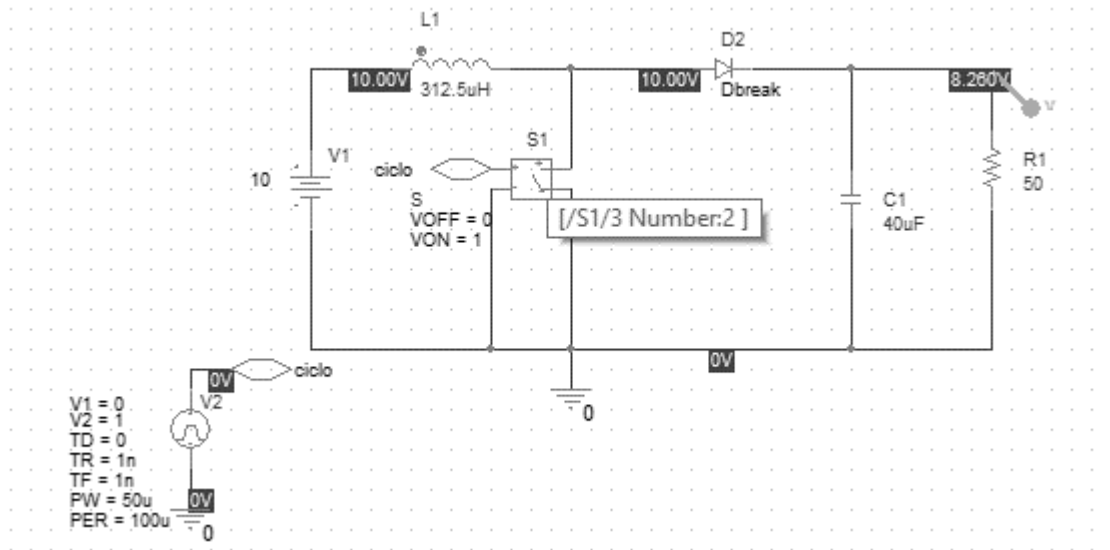
Fuente: Autores

3.1.1 Verificación del diseño a través de simulación

Una vez diseñado el circuito, se procede a verificar numéricamente su comportamiento empleando el paquete comercial de simulación de circuitos OrCAD-CADENCE®. Es así como las Figuras 3.2 y 3.3 permiten observar, respectivamente, el voltaje en el capacitor (tensión en la carga) y la corriente del inductor para el esquema de circuito mostrado en la Figura 3.1.

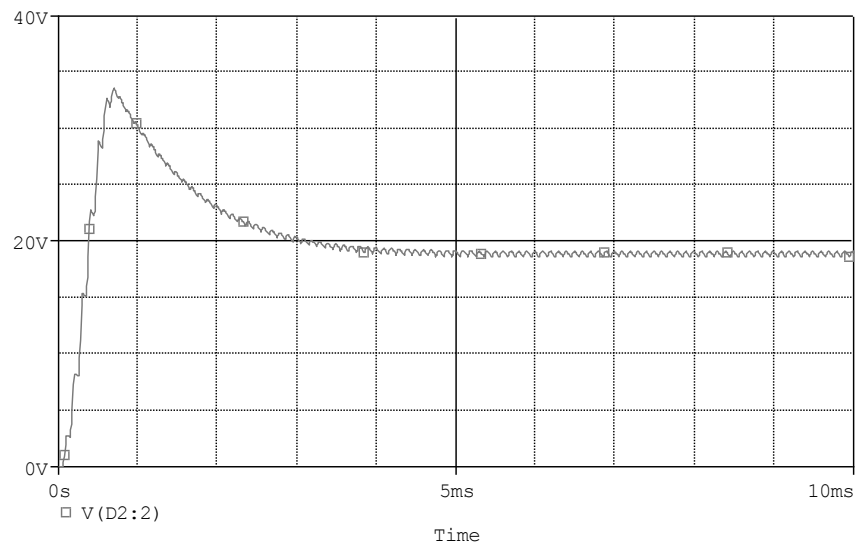
Como se observa de estos resultados, la tensión de salida posee un sobrepico transitorio que se establece luego de alrededor $5 ms$ en un valor aproximado al valor nominal diseñado. La diferencia entre este valor obtenido y el diseñado, se debe principalmente a las pérdidas consideradas en los modelos de OrCAD-CADENCE®.

Figura 3.1 Circuito implementado en OrCAD-CADENCE®



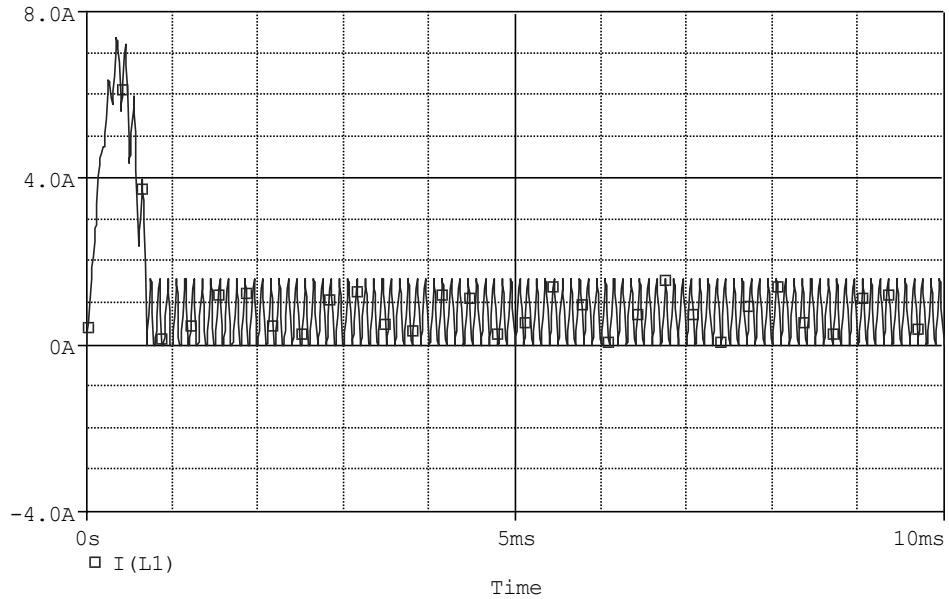
Fuentes: Autores

Figura 3.2 Tensión de salida del convertidor elevador en OrCAD-CADENCE®



Fuente: Autores

Figura 3.3 Corriente de inductor en convertidor elevador en OrCAD-CADENCE®



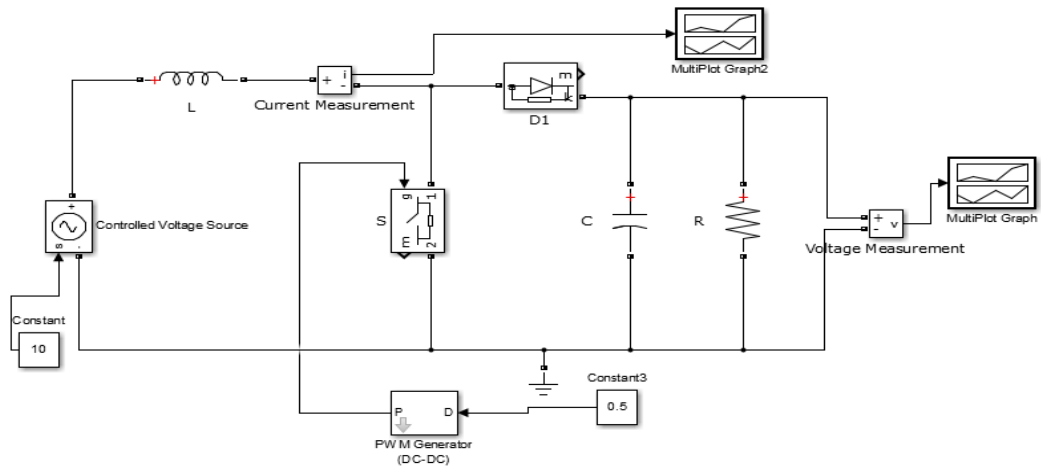
Fuente: Autores

Asimismo, se verifica un comportamiento de la corriente en el inductor con un valor pico cercano a 8 A que posterior a un corto transitorio se mantiene oscilante en un valor cercano a 1 A pico.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el análisis y diseño de la estrategia de control se realizarán en el paquete de análisis numérico MATLAB®, se procede a configurar en el entorno SIMULINK® (empleando el *SimPowerSystems* Toolbox) el circuito mostrado en la Figura 3.4, el cual permite reproducir de manera apropiada los resultados presentados previamente en las Figuras 3.2 y 3.3 respectivamente en las Figuras 3.5 y 3.6.

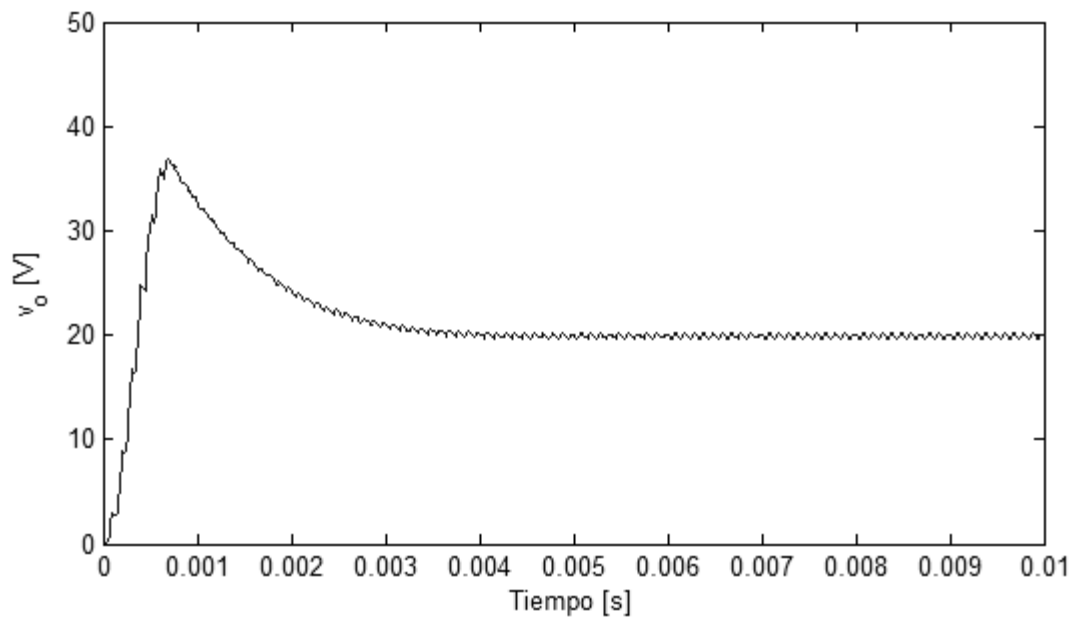
Se observa sin embargo, que las pérdidas del modelo en este caso no afectan el valor final de la tensión de salida del circuito, el cual se establece en el valor nominal esperado con base en el diseño; es decir $v_o = 20 \text{ VDC}$.

Figura 3.4 Circuito implementado en MATLAB SIMULINK®



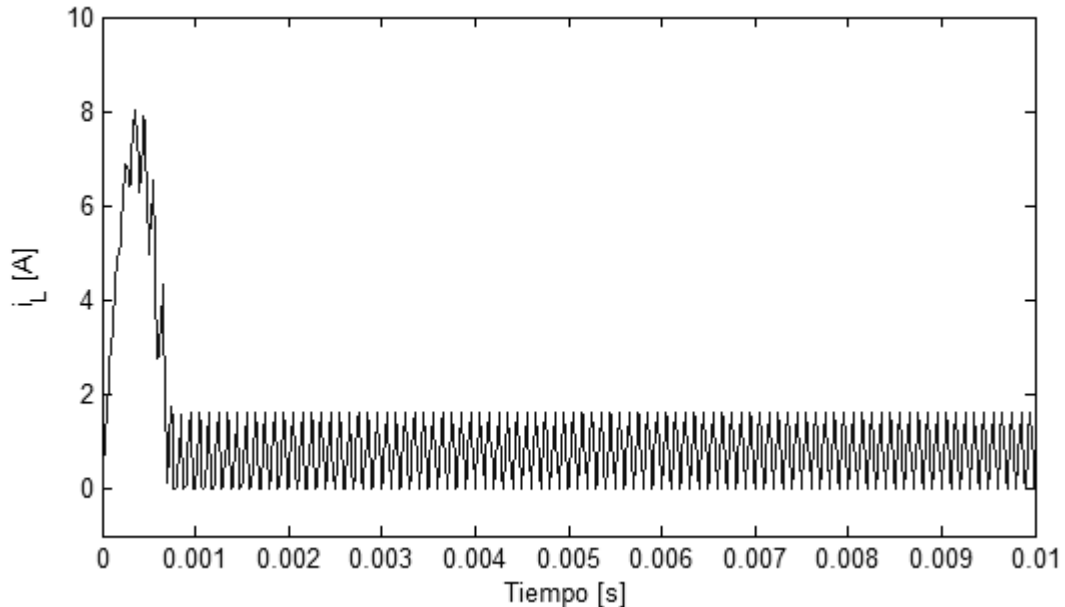
Fuente: Autores

Figura 3.5 Tensión de salida del convertidor elevador en MATLAB®



Fuente: Autores

Figura 3.6 Corriente de inductor en convertidor elevador en MATLAB®

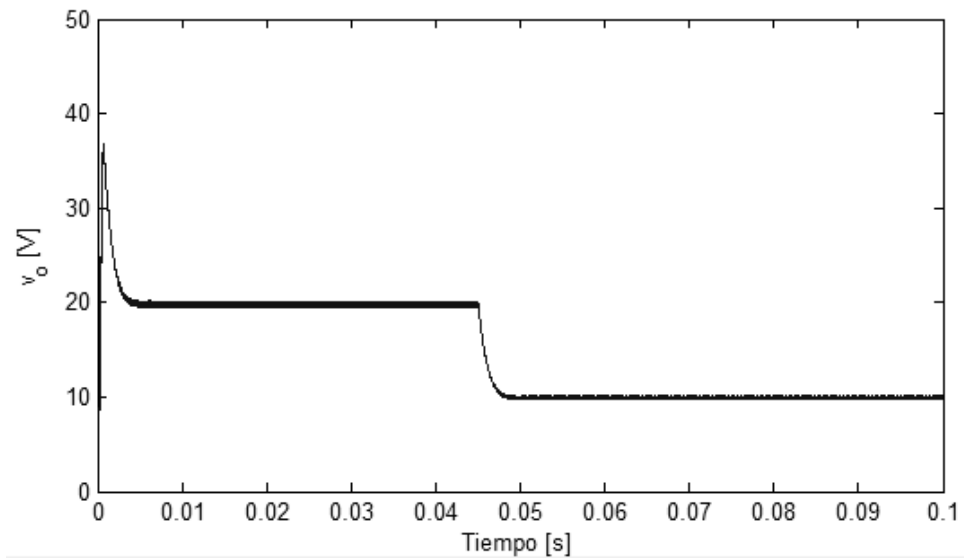


Fuente: Autores

3.1.2 Incidencia de perturbaciones en el circuito

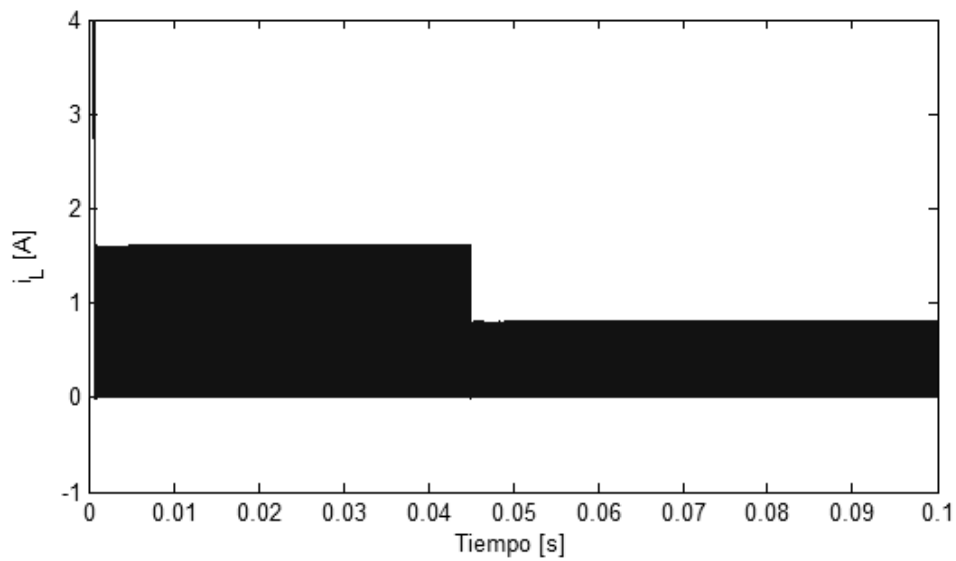
Para simular los cambios del entorno en una posible aplicación práctica del circuito (e.g. un sistema fotovoltaico), se realiza una modificación en la tensión E de entrada, reduciéndola en un 50% con respecto a su valor nominal. Como se observa de la Figura 3.7, la tensión de salida generada por el convertidor cae también en la misma proporción a partir del instante en que la perturbación se aplica en alrededor de 45 ms . De manera similar, se aplica un aumento del 50% en el valor de la carga R lo cual se refleja en un transitorio de tensión a la salida, como se muestra en la Figura 3.9, que se establece sin embargo en el mismo valor previo a la perturbación en una aparente insensibilidad ante este tipo de cambios por parte del convertidor. Este comportamiento se explica por la capacidad auto reguladora de la topología, que sin embargo evidencia un incremento de corriente tras aplicar la perturbación, como se observa en la Figura 3.10 y es gracias a ello que se mantiene invariante la tensión de salida del sistema.

Figura 3.7 Tensión de salida en lazo abierto ante perturbación en la fuente de suministro



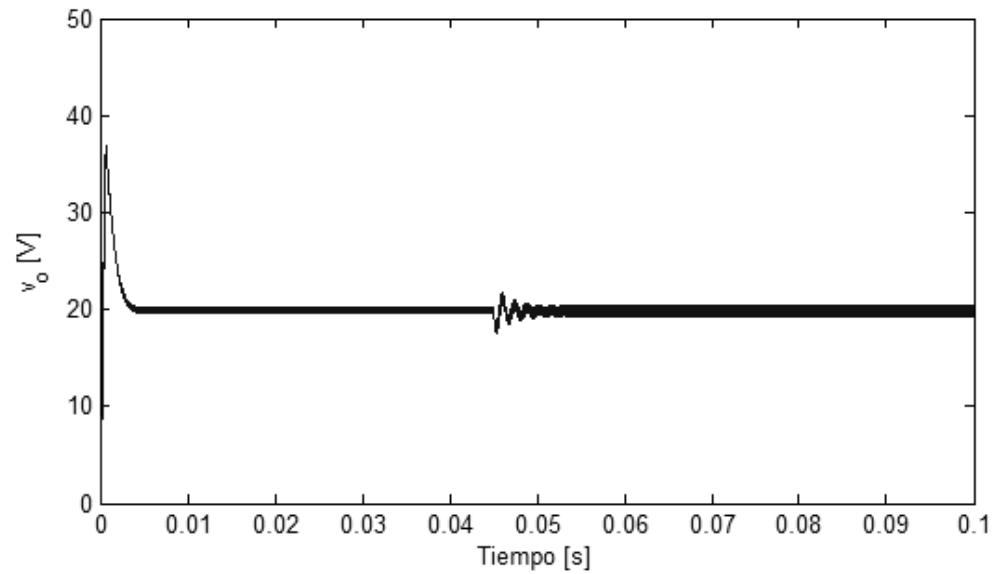
Fuente: Autores

Figura 3.8 Corriente de inductor en lazo abierto ante perturbación en la fuente de suministro



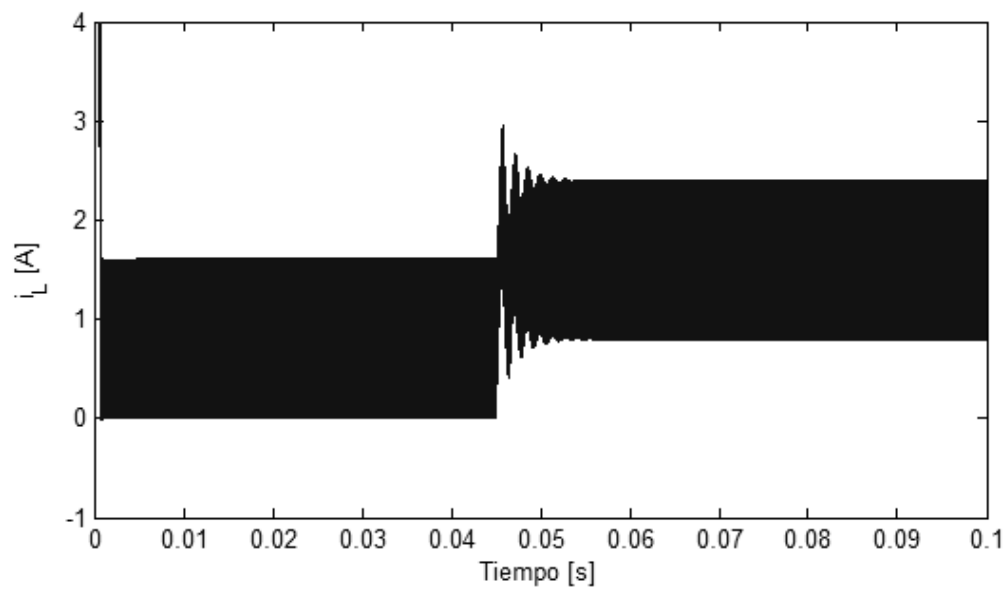
Fuente: Autores

Figura 3.9 Tensión de salida en lazo abierto ante perturbación en la resistencia de carga



Fuente: Autores

Figura 3.10 Corriente de inductor en lazo abierto ante perturbación en la resistencia de carga



Fuente: Autores

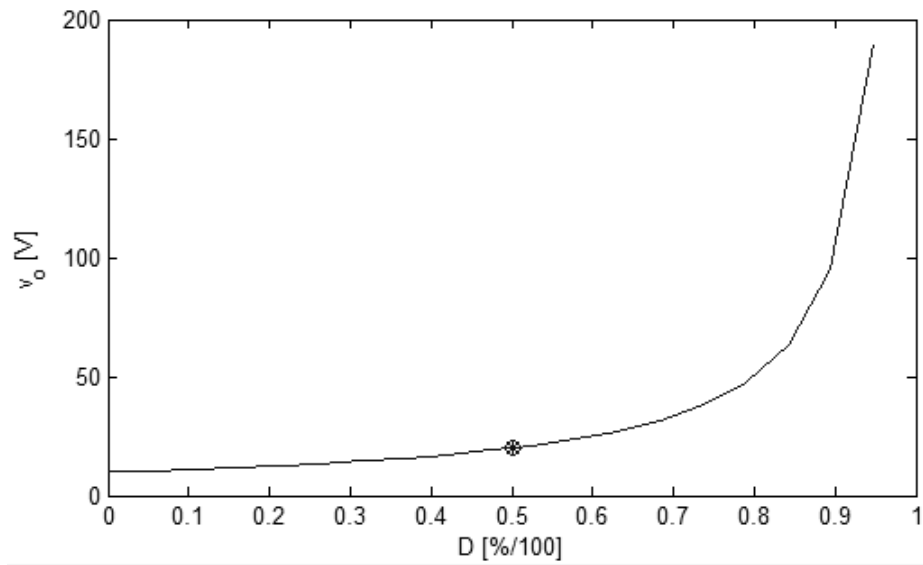
A partir de estos resultados, es evidente como las características nominales diseñadas para el circuito se ven alteradas por la incidencia de perturbaciones. Por tanto, se requiere configurar estrategias de control realimentado que garanticen un apropiado desempeño del sistema, eliminando la incidencia de los cambios generados en el entorno.

3.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO

Previo a la implementación de cualquier estrategia de control en el sistema, es necesario ajustar los rangos de señal en el lazo de realimentación, para facilitar una apropiada operación (es decir, evitando saturación y zonas muertas) en el sistema compensado.

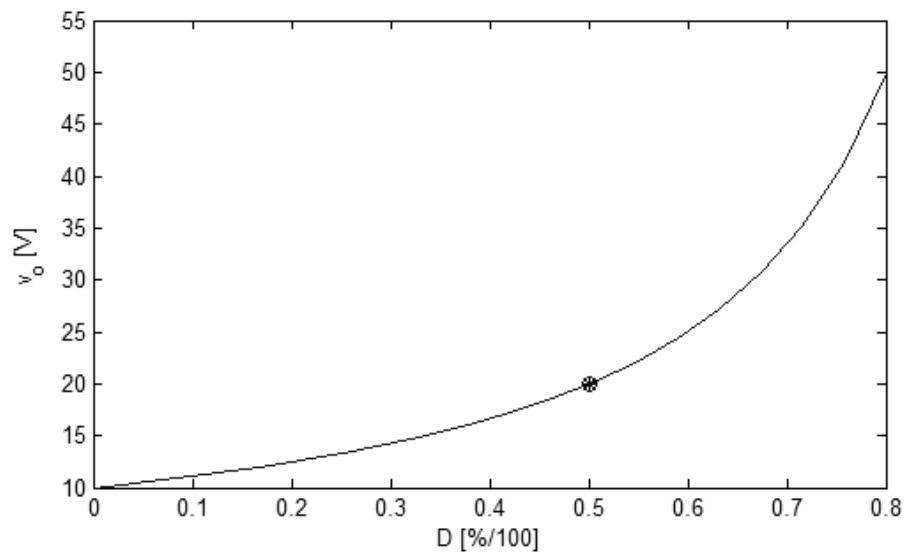
Para esto es necesario determinar las características de la planta en lazo abierto, a partir de la ecuación (3.1) y los valores de parámetro calculados, permitiendo obtener la relación de ciclo de trabajo D contra voltaje de salida v_o , visualizada en la Figura 3.11. A partir de esta, se observa una relación altamente no lineal con crecimiento exponencial del voltaje a partir del 50% de ciclo útil. Debido a esto, se considera un rango práctico para D en el intervalo $[0, 0.75]$ y como consecuencia para v_o entre $[10, 40]$, con valor nominal (D, v_o) dado por $(0.5, 20)$, tal y como se ilustra en la Figura 3.12. Con estos valores se busca obtener una variación de entrada/salida en la planta con menores excursiones en valores de voltaje (evitando saturación de componentes).

Figura 3.11 Tensión de salida del circuito como función del ciclo de trabajo



Fuente: Autores

Figura 3.12 Característica de lazo abierto para el rango establecido

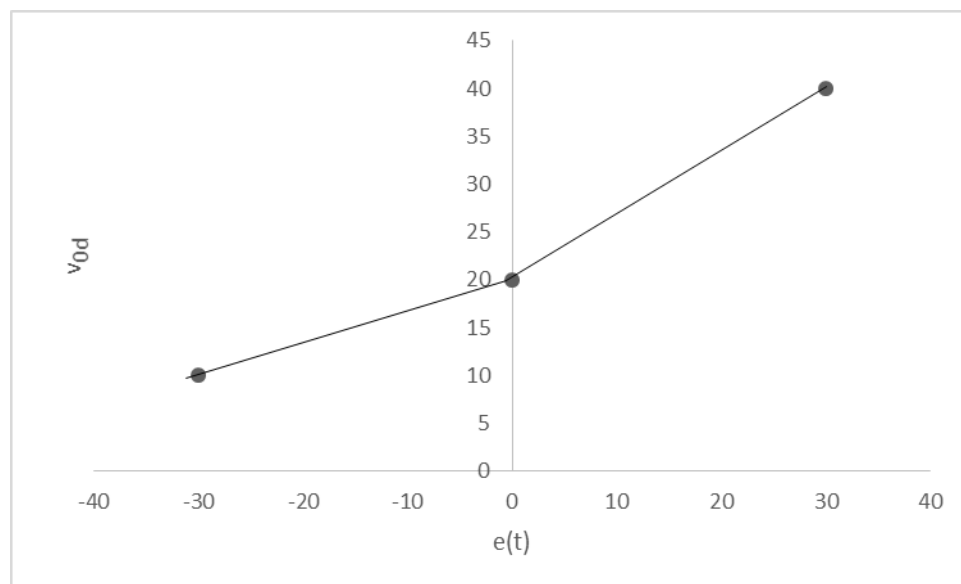


Fuente: Autores

Una vez determinados estos rangos de entrada y salida en el sistema, se procede a definir el rango de valores de error $e(t)$ para el lazo realimentado. Luego, teniendo en cuenta $e(t)$ corresponde con la diferencia entre el valor de referencia y el valor medido de la tensión a la salida, sus valores límite se fijan en $[-30, 30]$ a partir de consideración para situaciones extremas (referencia mínima con salida máxima y referencia máxima con salida mínima).

Con este rango de valores de error $e(t)$ se determina la relación matemática para un acondicionador de señal, que permitirá aplicar la salida del controlador $u(t)$ como señal de entrada D en el actuador (generador de señal PWM) del circuito convertidor de potencia. Para ello se debe notar que, una vez se cierra el lazo de realimentación, se constituye de manera natural una acción de control proporcional de ganancia unitaria; es decir $u(t) = e(t)$. Por tanto, se genera la relación ilustrada en la Figura 3.13 entre el voltaje deseado en el actuador v_{od} y los valores de error $e(t)$ correspondientes.

Figura 3.13 Relación entre el voltaje deseado y el error



Fuente: Autores

Matemáticamente, esta relación puede escribirse como:

$$v_{od} = \begin{cases} \frac{2}{3} e(t) + 20; & e(t) > 0, \\ \frac{1}{3} e(t) + 20; & e(t) \leq 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Ahora bien, puesto que la entrada al actuador es un valor de porcentaje de ciclo de trabajo, la relación inversa entre D y v_o obtenida a partir de (3.1) para valores deseados en el actuador, viene dada como:

$$D_d = 1 - \frac{E}{v_{od}},$$

que combinada con (3.2) finalmente resulta en:

$$D_d = \begin{cases} 1 - \frac{E}{\left(\frac{2}{3} e(t) + 20\right)}; & e(t) > 0, \\ 1 - \frac{E}{\left(\frac{1}{3} e(t) + 20\right)}; & e(t) \leq 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

como la ley que transforma los valores de error en ciclo de trabajo apropiado, para el sistema realimentado.

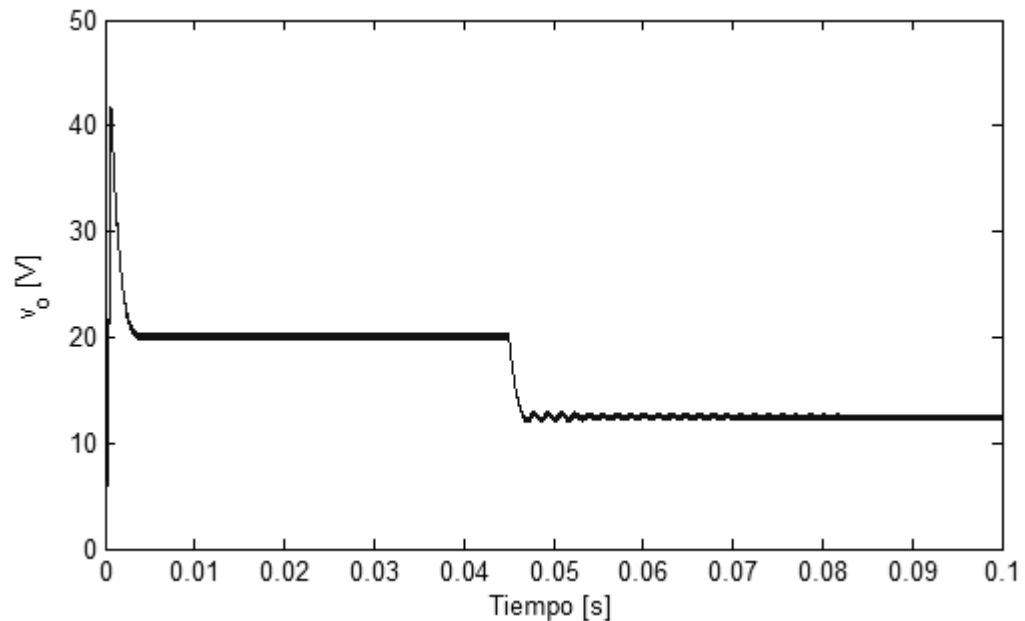
De la ecuación (3.3) pueden hacerse algunos comentarios:

- Note que la expresión está bien definida para el rango de valores propuesto, ya que se garantiza que $v_{od} \neq 0$.
- En general $u(t) = f[e(t)]$, y por tanto en la expresión debe estrictamente evaluarse sobre $u(t)$ en cambio de $e(t)$, para casos diferentes al considerado en la generación de la relación matemática obtenida.
- Tomando en cuenta que la selección de los rangos de error, fue tomada para valores extremos, se confía en que la expresión desarrollada para $u(t) = e(t)$ opere sin valores de saturación notables para $u(t) = f[e(t)]$, siendo $f[.]$ una ley de control arbitraria.

3.2.1 Incidencia de perturbaciones en el circuito realimentado

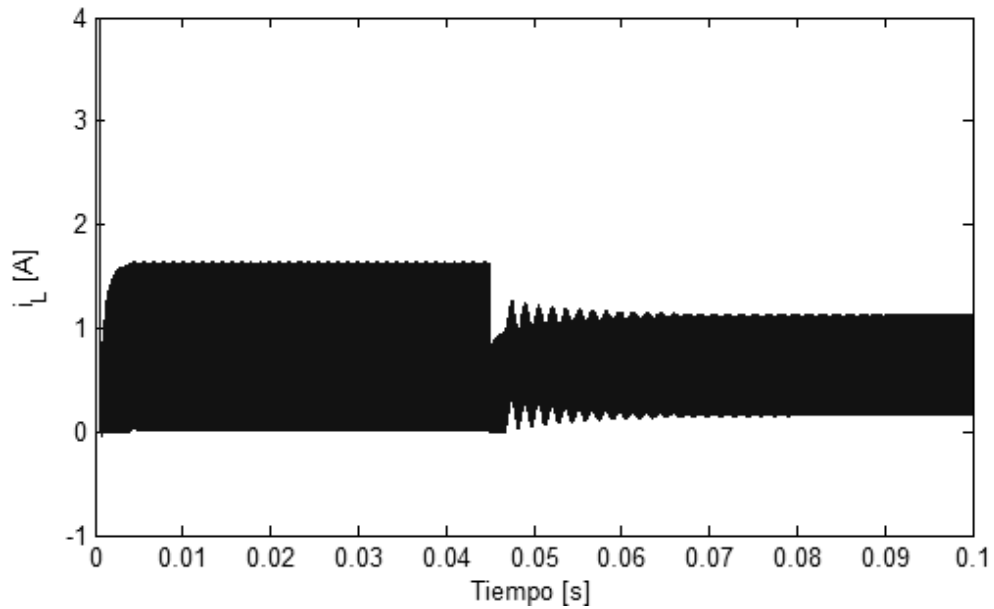
Para efectos comparativos, el circuito realimentado a través de la ley de acondicionamiento de lazo (3.3) se somete a las mismas condiciones de perturbación consideradas previamente en la sección 3.1.2, permitiendo obtener los resultados visualizados en las Figuras 3.14 - 3.17, para la tensión de salida del circuito realimentado y la corriente del inductor, respectivamente, ante perturbaciones en los valores nominales de la fuente de suministro y la resistencia de carga.

Figura 3.14 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 1$)



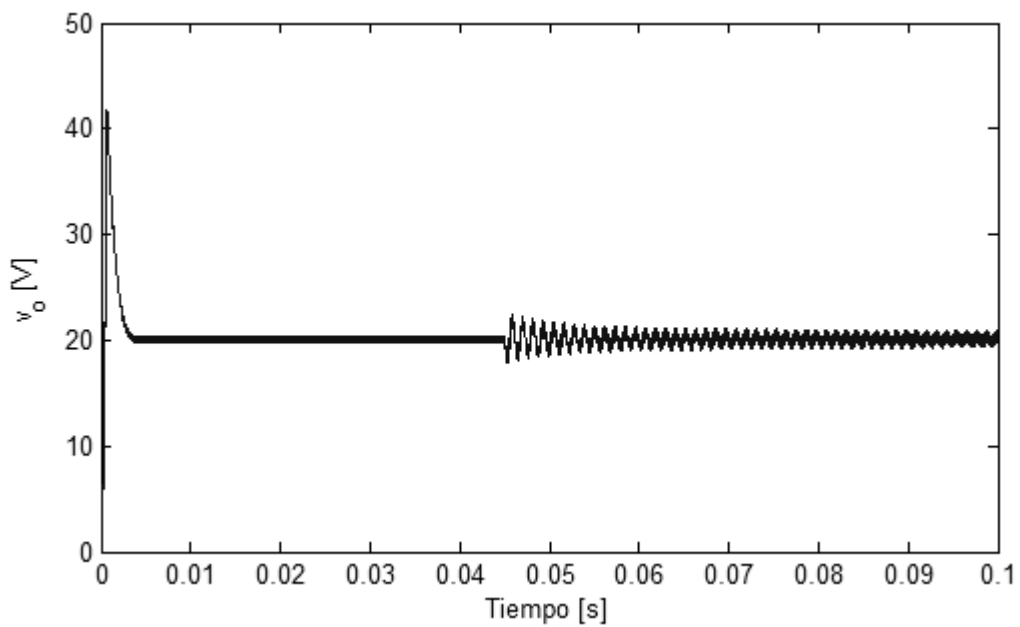
Fuente: Autores

Figura 3.15. Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 1$)



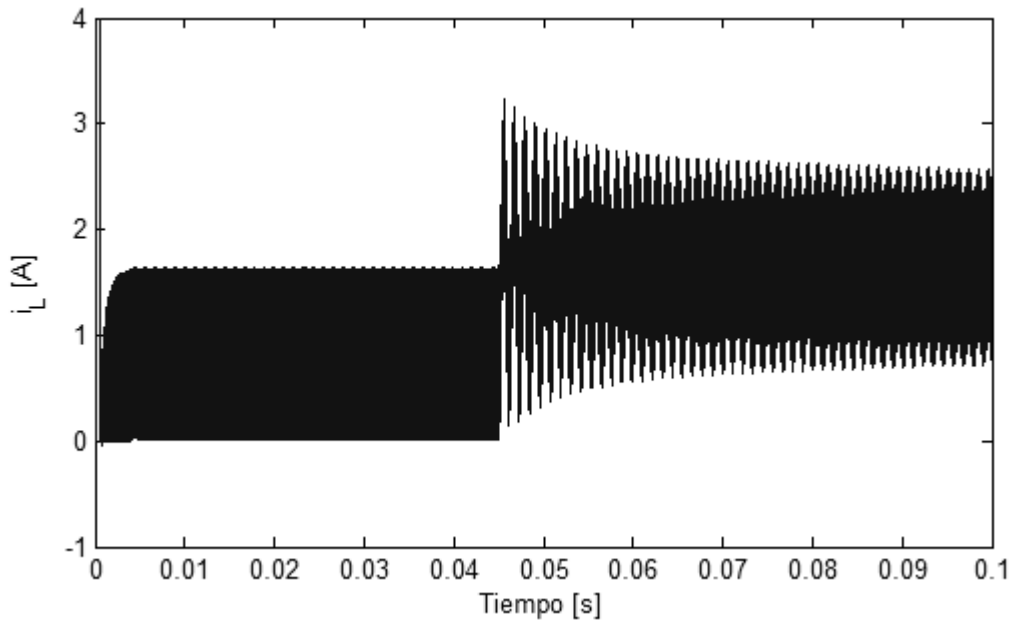
Fuente: Autores

Figura 3.16 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 1$)



Fuente: Autores

Figura 3.17 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 1$)

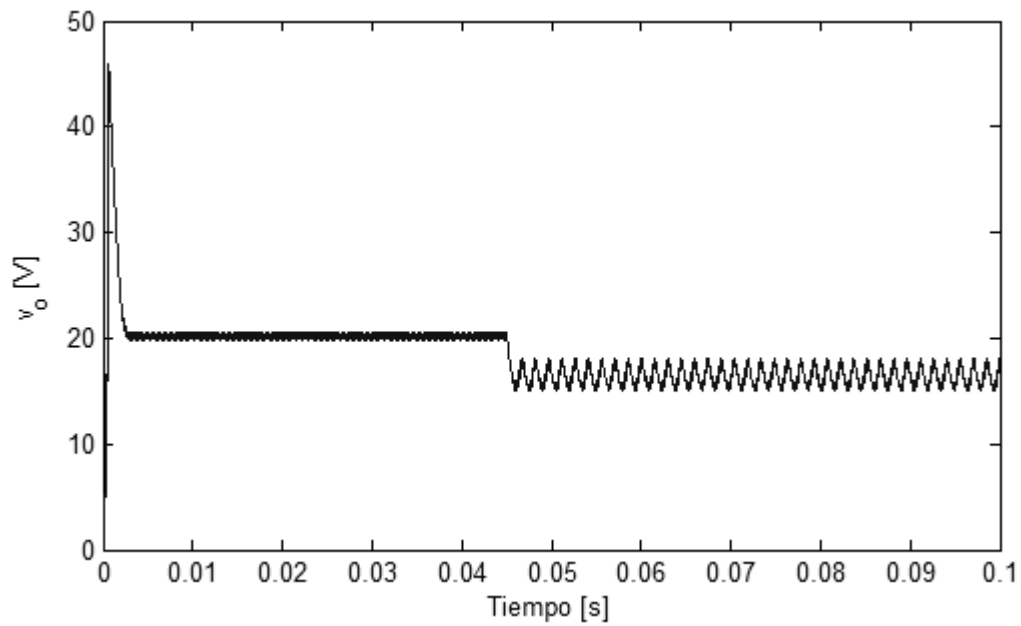


Fuente: Autores

A partir de estos resultados en lazo cerrado se observa, tras comparación con los respectivos de lazo abierto (Figuras 3.7 – 3.10), un comportamiento muy similar en términos cualitativos y cuantitativos, lo cual verifica la pertinencia del ajuste de lazo considerado. Sin embargo, es clara la aparición de un comportamiento transitorio más notable, como consecuencia de la incidencia de los polos en el sistema realimentado.

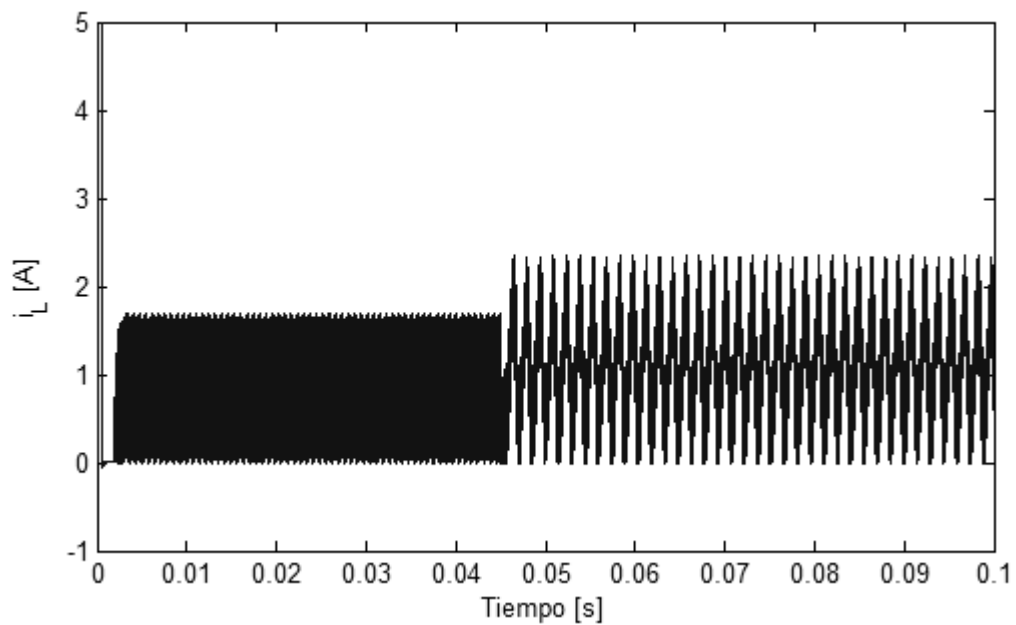
Más aún, al incrementar el valor de la ganancia de lazo K , puede observarse cómo se atenúa el efecto de las perturbaciones (ver por ejemplo las Figuras 3.18 - 3.21 para $K = 5$, hasta el punto de obtenerse un comportamiento de encendido-apagado cuando $K = 40$ como ilustrado en las Figuras 3.22 – 3.25. Estos resultados verifican las predicciones sugeridas por la teoría, lo cual verifica la correcta configuración del lazo de control, siendo preámbulo apropiado para proseguir con la formulación de una acción de control PID.

Figura 3.18 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 5$)



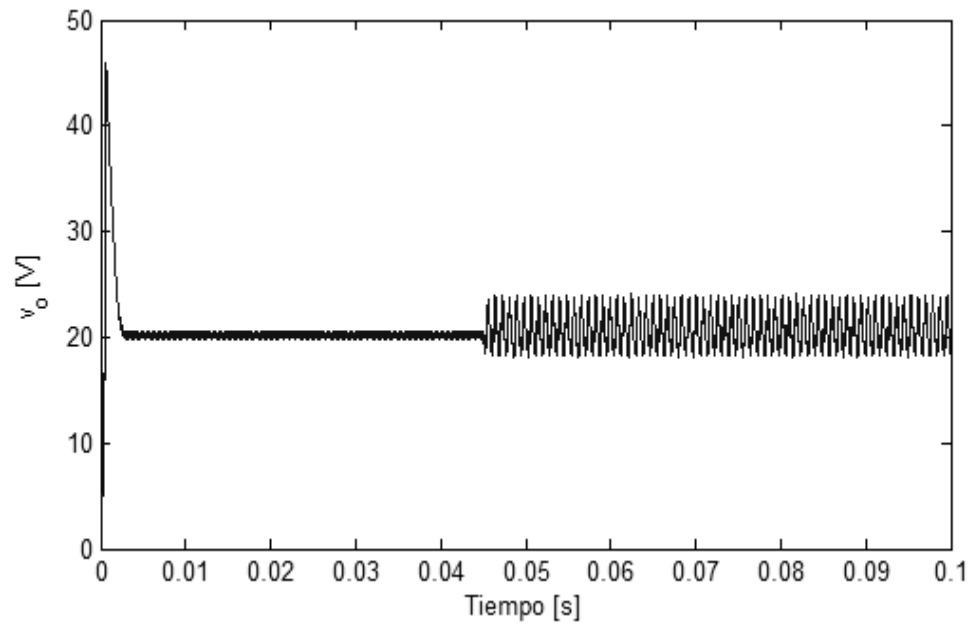
Fuente: Autores

Figura 3.19 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 5$)



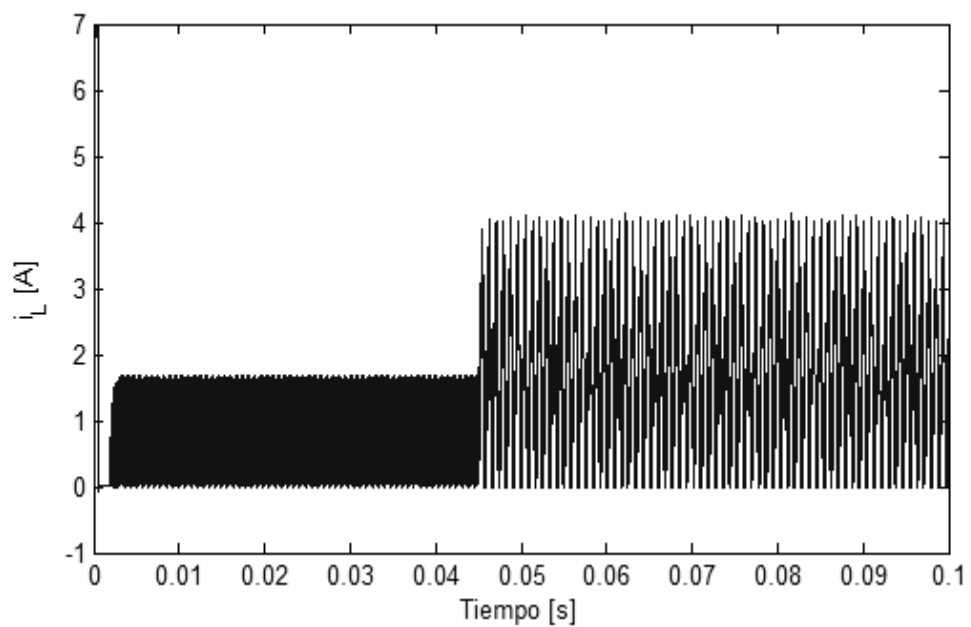
Fuente: Autores

Figura 3.20 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 5$)



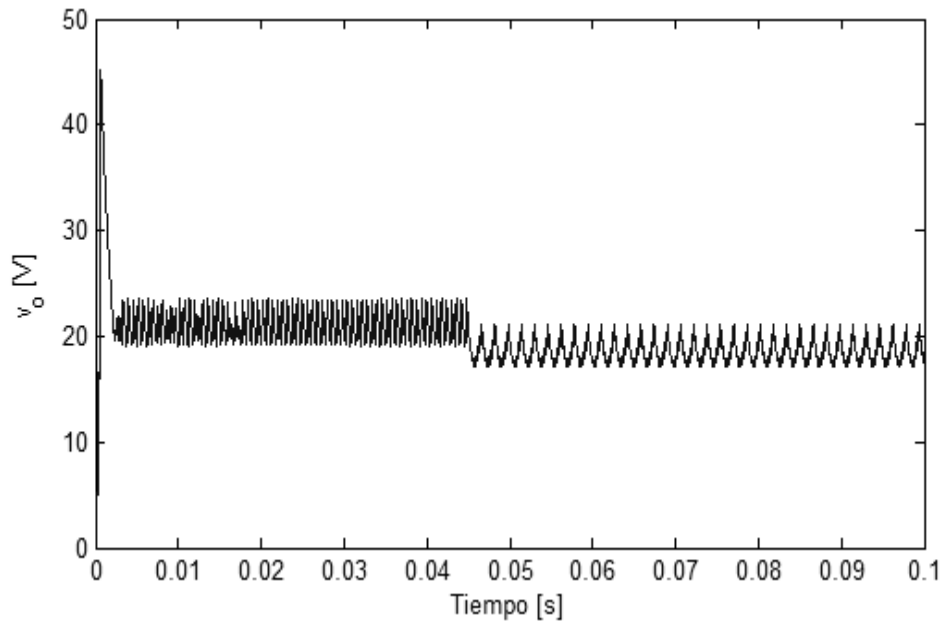
Fuente: Autores

Figura 3.21 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 5$)



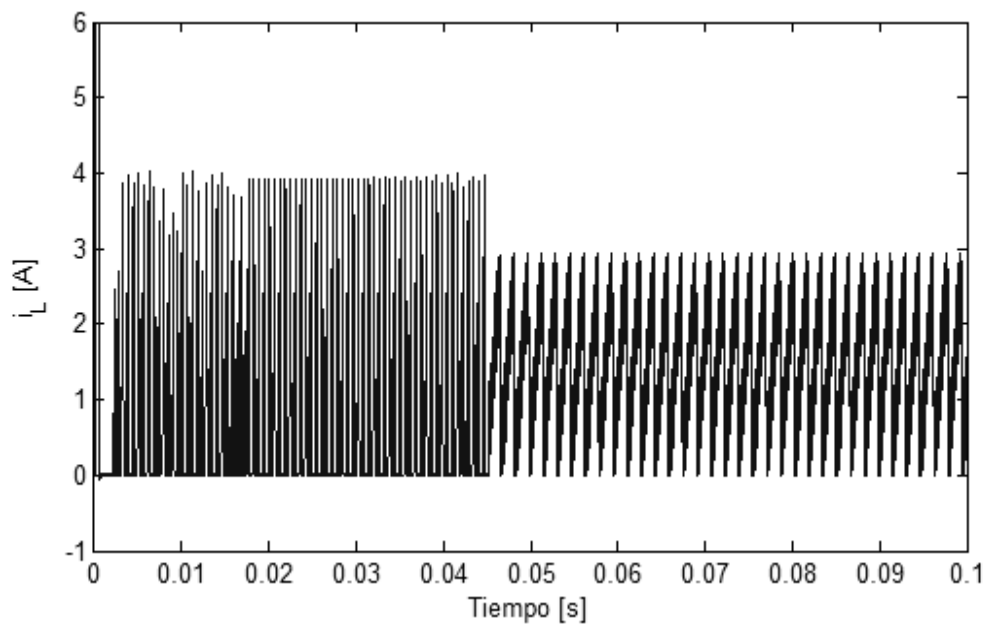
Fuente: Autores

Figura 3.22 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 40$)



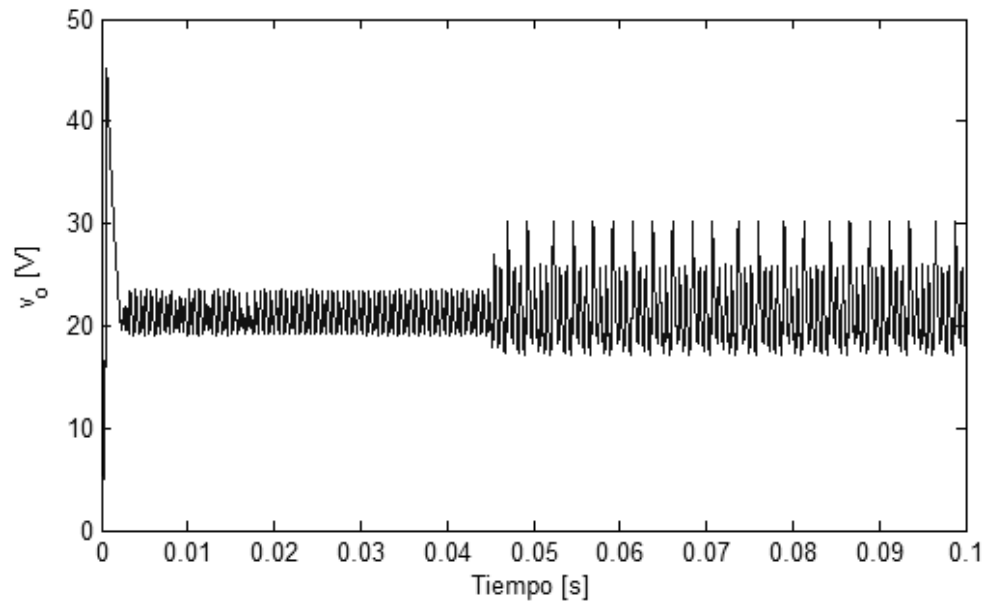
Fuente: Autores

Figura 3.23 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro ($K = 40$)



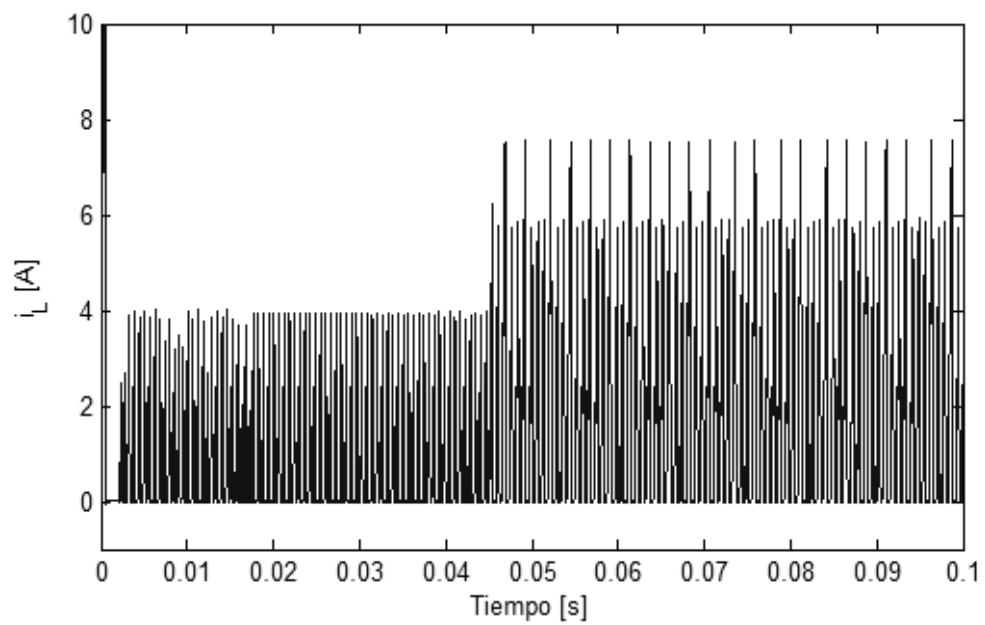
Fuente: Autores

Figura 3.24 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 40$)



Fuente: Autores

Figura 3.25 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga ($K = 40$)



Fuente: Autores

3.3 DISEÑO Y AJUSTE DE CONTROLADOR PID

Finalmente, luego de haberse realizado el diseño del convertidor elevador junto con una caracterización de su comportamiento en lazo abierto y un ajuste para el cierre del lazo de realimentación, se presentará en este apartado el cálculo de los parámetros para un controlador PID sobre el sistema.

Por tanto, siguiendo las reglas de sintonización de Ziegler & Nichols [24], el primer parámetro a determinar será la ganancia de lazo a partir de la cual el sistema manifieste oscilaciones sostenidas. Dicho valor de ganancia crítica K_c se obtuvo experimentalmente para $K = 1.91$, como se muestra de los resultados presentados en las Figuras 3.26 – 3.29.

Una vez obtenido este valor, y el correspondiente periodo crítico de la señal oscilante $T_c = 1.6$ ms, se emplean las equivalencias mostradas en la Tabla 3.2 para calcular las constantes del controlador PID. Asimismo, luego de un proceso de ajuste fino se proporcionan los valores modificados (levemente) presentados en la columna derecha de la Tabla y graficados en las Figuras 3.30 – 3.33, donde se observa el apropiado desempeño para la función de transferencia del controlador PID propuesto, dada por:

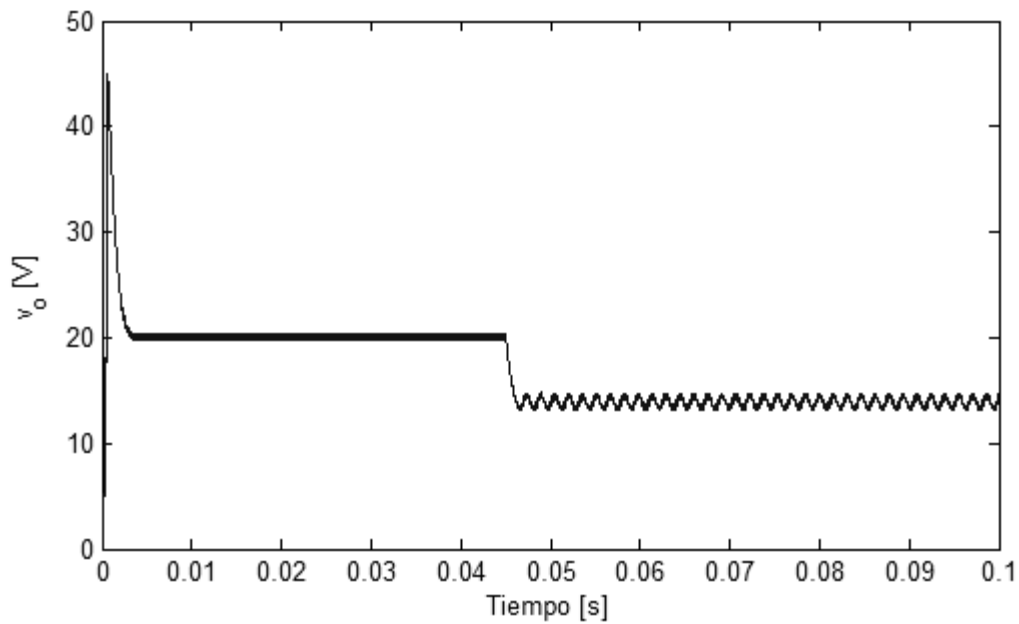
$$C_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right).$$

Tabla 3.2 Regla de sintonización de Ziegler & Nichols para controladores PID

Parámetro PID	Equivalencia matemática	Valor calculado	Valor sintonizado
K_p	$0.6 K_c$	1.146	1.2415
T_i	$0.5 T_c$	8 e-4	10.4e-4
T_d	$0.125 T_c$	2e-4	16e-6

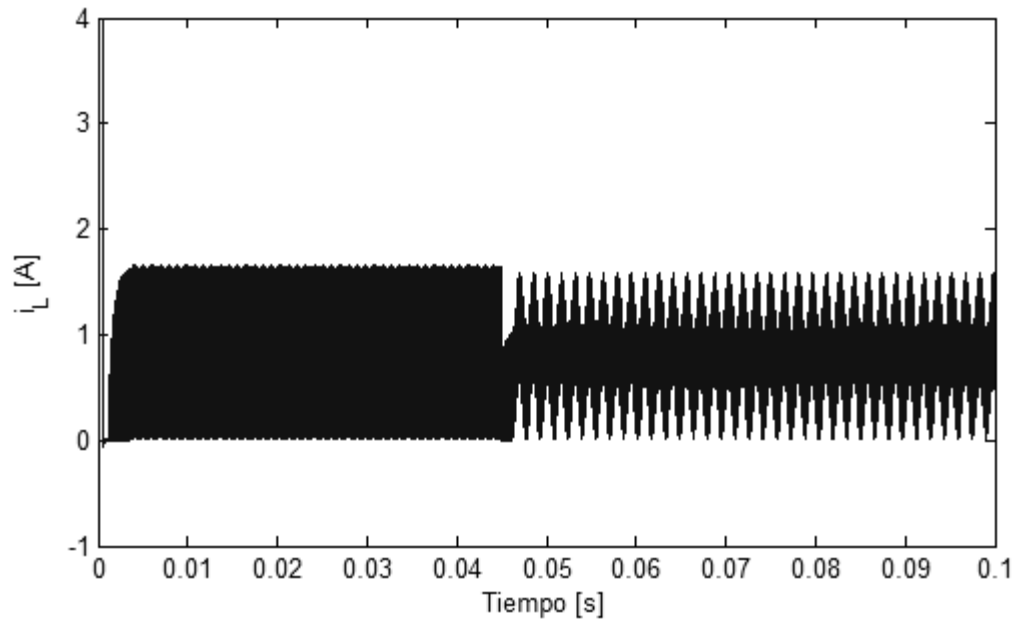
Fuente: [24]

Figura 3.26 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.91$)



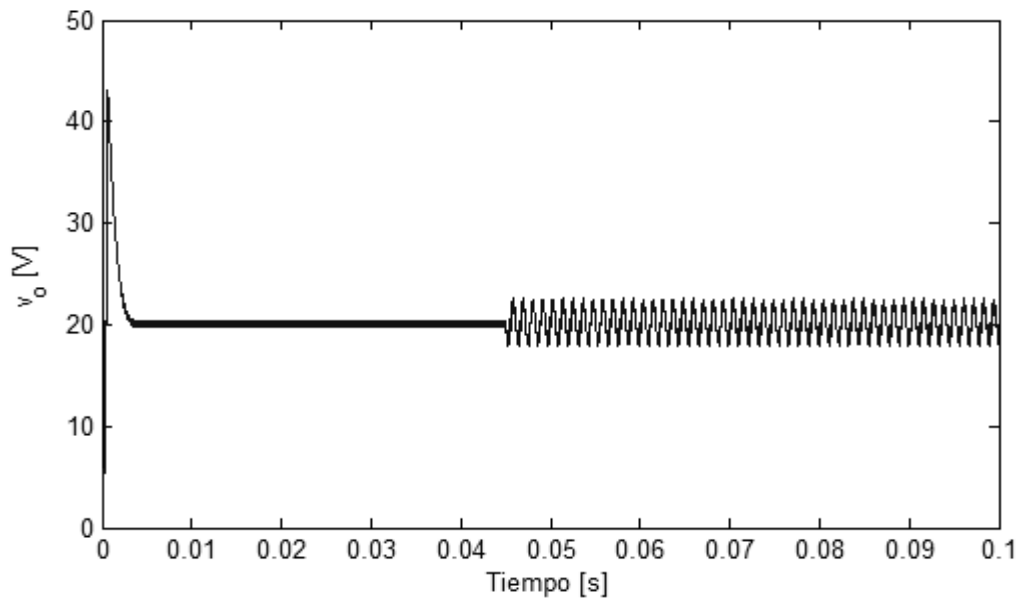
Fuente: Autores

Figura 3.27 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.91$)



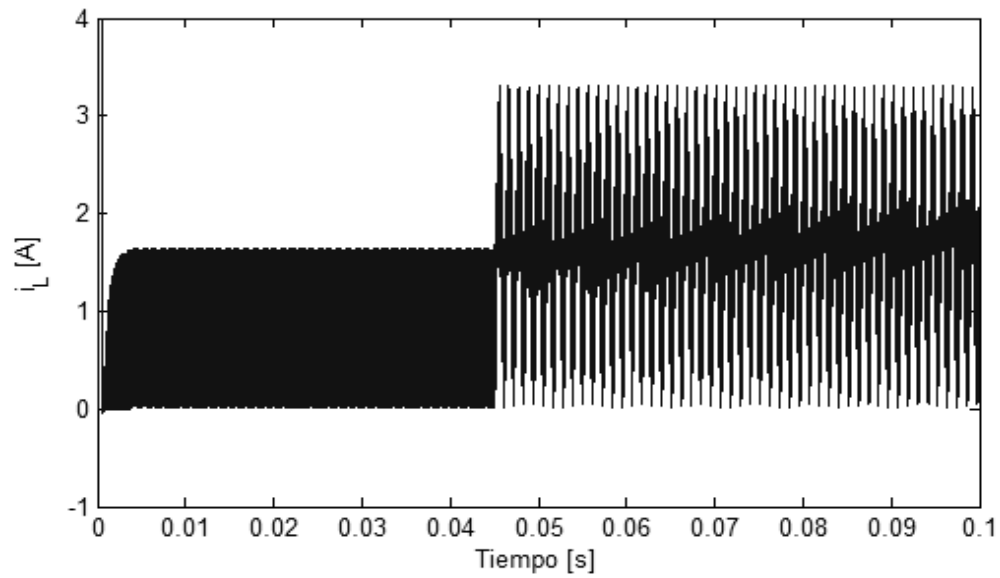
Fuente: Autores

Figura 3.28 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.3$)



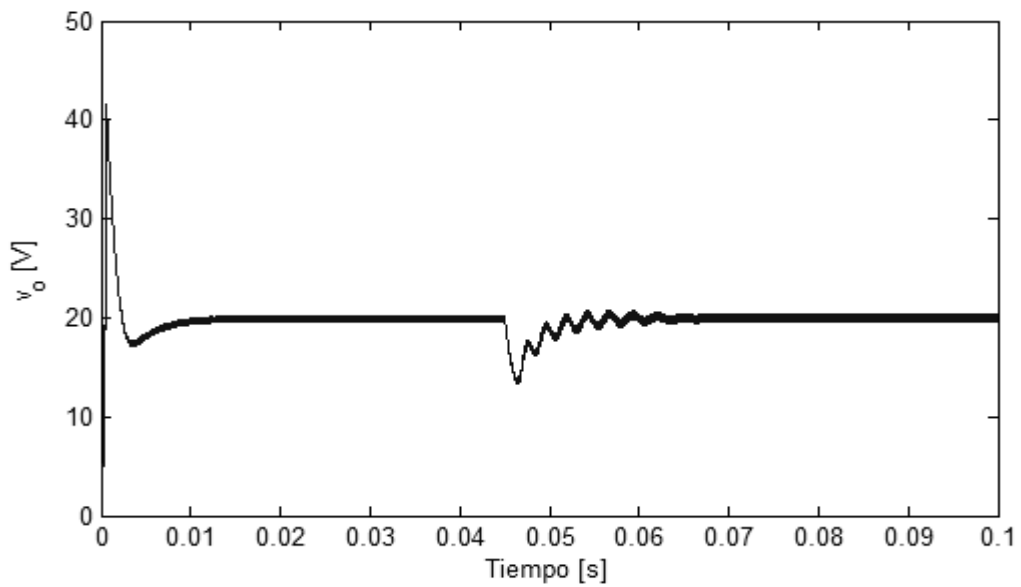
Fuente: Autores

Figura 3.29 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso con oscilaciones sostenidas ($K = 1.3$)



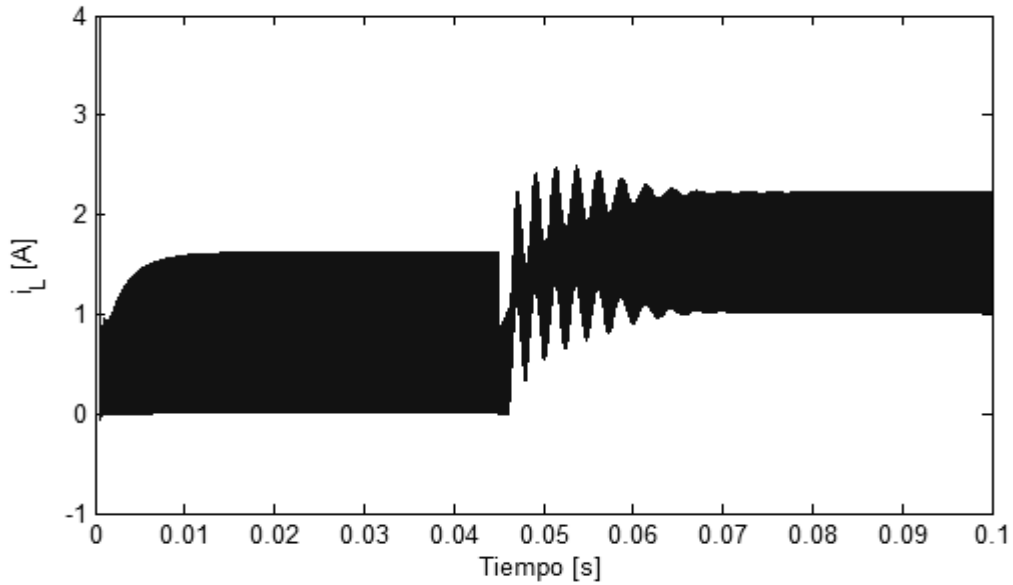
Fuente: Autores

Figura 3.30 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso controlador PID sintonizado



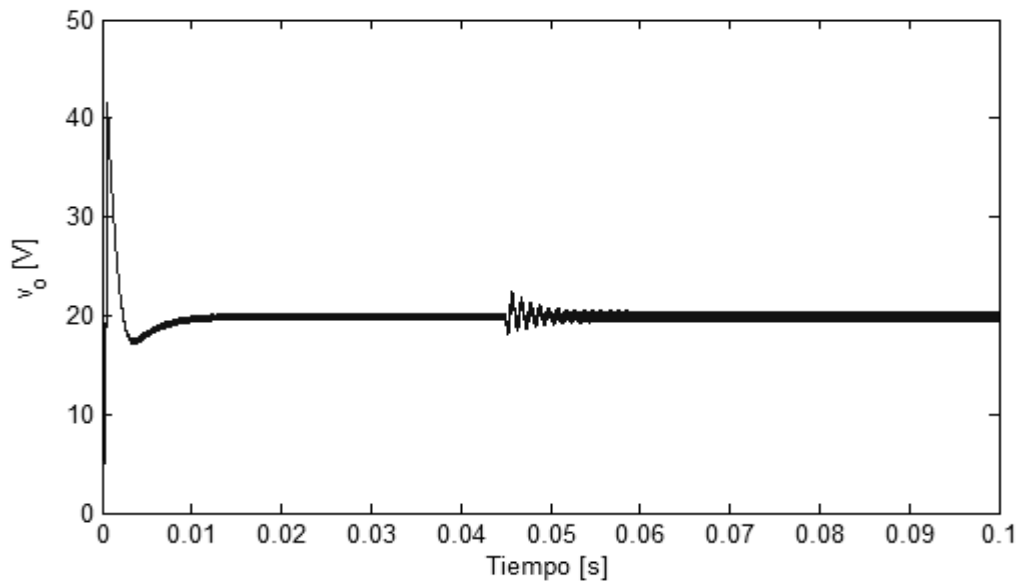
Fuente: Autores

Figura 3.31 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso controlador PID sintonizado



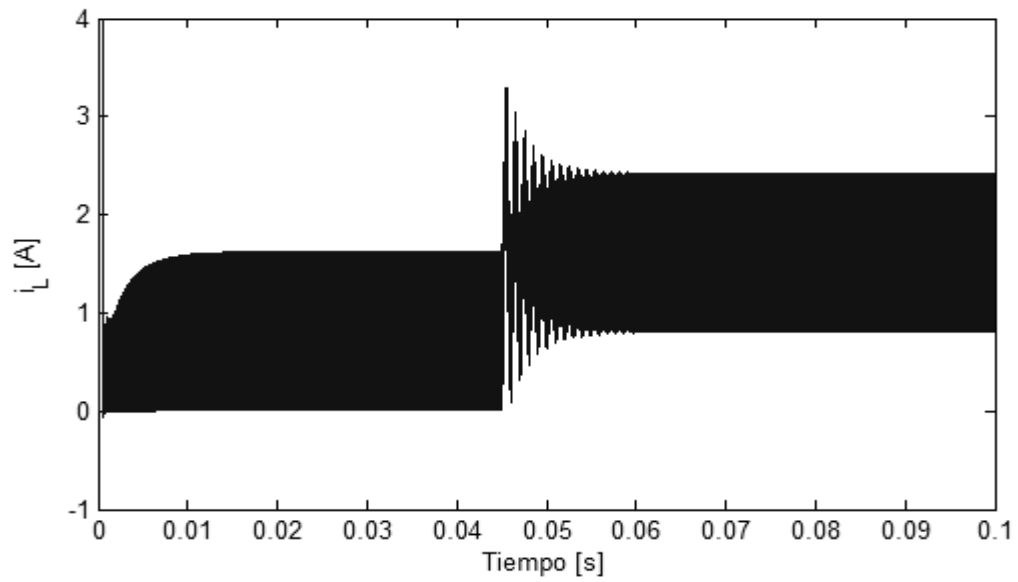
Fuente: Autores

Figura 3.32 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso controlador PID sintonizado



Fuente: Autores

Figura 3.33 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso controlador PID sintonizado



Fuente: Autores

4. CONTROLADOR BASADO EN PASIVIDAD

En el presente capítulo, los resultados presentados previamente para el controlador PID a manera de regulador de perturbaciones en la salida de voltaje de un circuito convertidor de potencia, se complementan mediante una ley de control basado en pasividad, la cual permite obtener los niveles de tensión deseados a la salida del circuito a partir de una compensación basada en un enfoque energético.

4.1 DISEÑO DE UN CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

Como presentado previamente en la sección 2.5.2 (y el Anexo D), las ecuaciones que modelan la dinámica promedio del convertidor *Boost*, son:

$$\dot{z}_1 = -(1-u)\frac{1}{L}z_2 + \frac{1}{L}E; \quad \dot{z}_2 = (1-u)\frac{1}{C}z_1 - \frac{1}{RC}z_2, \quad (4.1)$$

donde:

$$\dot{q}_L = z_1; \quad \frac{q_C}{C} = z_2.$$

Dicha representación, puede expresarse en forma matricial del modo siguiente:

$$D_B \dot{z} - (1-u)J_B z + R_B z = \varepsilon_B, \quad (4.2)$$

donde:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix};$$
$$D_B = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}; \quad J_B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$
$$R_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon_B = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}.$$

4.1.1 Análisis de equilibrios del sistema

A partir de (4.1), se observa como las variables del modelo, z_1 y z_2 , corresponden respectivamente con la corriente del inductor y el voltaje del capacitor. Por tanto, es propio asumir alguna de ellas como variable de salida del sistema dependiendo del problema de control planteado.

En particular, si se busca regular la tensión de salida del circuito, la salida será la tensión z_2 . Por tanto, tras manipular las expresiones (4.1) para obtener una única ecuación que dependa de z_2 (eliminando z_1), se obtiene:

$$\ddot{z}_2 + \left(\frac{1}{RC} + \frac{\dot{u}}{1-u} \right) \dot{z}_2 + \frac{1}{LC} \left[(1-u)^2 + \frac{L}{R} \frac{\dot{u}}{1-u} \right] z_2 = (1-u) \frac{E}{LC}. \quad (4.3)$$

Ahora bien, si se asume en el estado estacionario un valor deseado $z_2 = V_d$, entonces $\dot{z}_2 = 0$ y $\ddot{z}_2 = 0$, obteniéndose la expresión siguiente tras reemplazar en (4.3):

$$\dot{u} = \frac{R(1-u)^2}{LV_d} [E - (1-u)V_d], \quad (4.4)$$

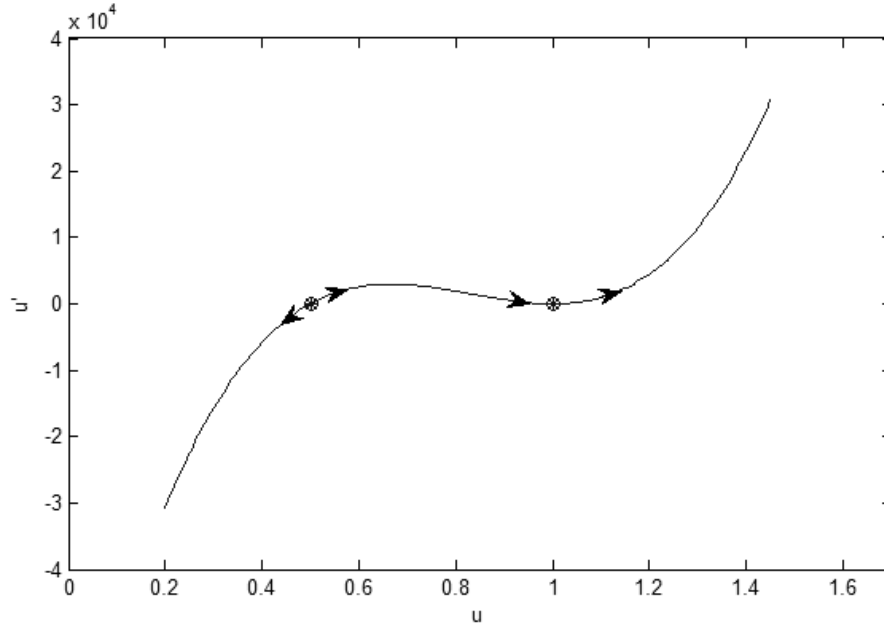
la cual describe la dinámica del ciclo de trabajo u . En estado estacionario (i.e. $\dot{u} = 0$) se cumple:

$$u = 1; \quad u = 1 - \frac{E}{V_d},$$

con estabilidad ilustrada a partir del flujo del diagrama de fase mostrado en la Figura 4.1, en la cual se observa el carácter repulsivo que presentan ambos puntos de equilibrio (ver Anexo B), como consecuencia de la característica de fase no mínima del circuito tras realizar esta elección de salida. Más aún, en términos prácticos $u > 1$ no corresponde con valores viables.

Por tanto, si la elección para la variable de salida se realiza en términos de la corriente en el inductor z_1 , una manipulación apropiada de (4.1) permite obtener:

Figura 4.1 Diagrama de fase para flujo de dinámica de control por voltaje



Fuente: Autores

$$\ddot{z}_1 + \left(\frac{1}{RC} + \frac{\dot{u}}{1-u} \right) \dot{z}_1 + \left[(1-u)^2 \frac{1}{LC} \right] z_1 = \frac{E}{L} \left(\frac{1}{RC} + \frac{\dot{u}}{1-u} \right), \quad (4.5)$$

a partir de lo cual, si se asume en el estado estacionario un valor deseado para la corriente promedio de entrada $z_1 = I_d$, entonces $\dot{z}_1 = 0$ y $\ddot{z}_1 = 0$, obteniéndose la dinámica del ciclo de trabajo u , dada por:

$$\dot{u} = \frac{(1-u)}{CRE} [(1-u)^2 I_d R - E], \quad (4.6)$$

con valores de equilibrio asociados:

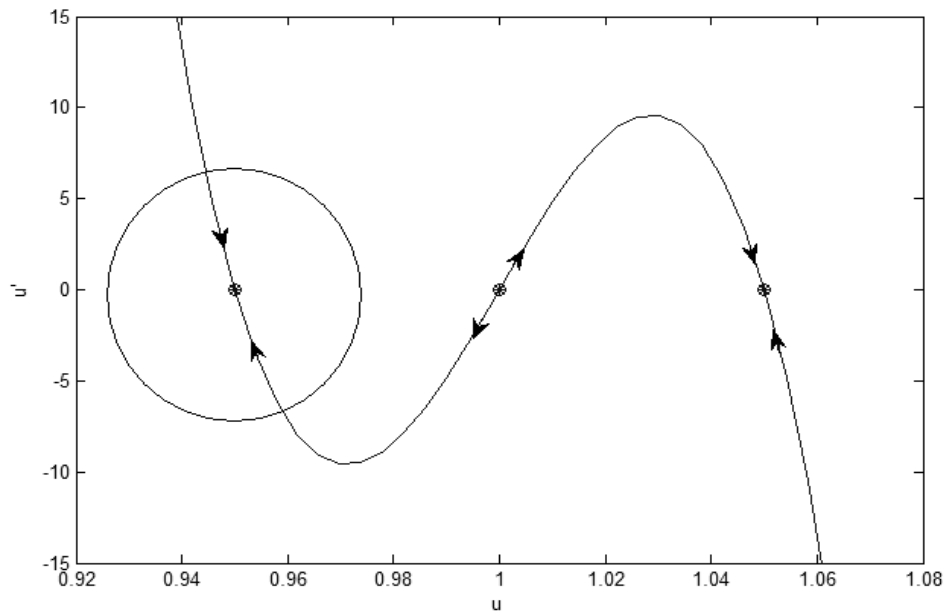
$$u = 1; \quad u = 1 - \sqrt{\frac{E}{I_d R}}; \quad u = 1 + \sqrt{\frac{E}{I_d R}}.$$

La estabilidad para dichos puntos de equilibrio (ver Anexo B), se ilustra a partir del flujo del diagrama de fase mostrado en la Figura 4.2, donde se observa el carácter atrayente que presentan dos de estos puntos. Más aún, el punto de equilibrio con sentido físico para el circuito elevador (a la izquierda del diagrama en la Figura 4.2), es:

$$u = 1 - \sqrt{\frac{E}{I_d R}},$$

con estabilidad local, consecuencia de la característica de fase mínima del circuito tras realizar esta elección de salida.

Figura 4.2 Diagrama de fase para flujo de dinámica de control por corriente



Fuente: Autores

Asimismo, es posible encontrar una relación entre el voltaje del condensador y la corriente del inductor, válida en el estado estacionario, tras reemplazar $z_1 = I_d$ y

$z_2 = V_d$ para un ciclo de trabajo constante $u = U$ en (4.1). De esta manera, se obtiene:

$$I_d = \frac{E}{R(1-u)^2}; \quad V_d = \frac{E}{(1-u)},$$

lo cual equivale a decir, que para un punto de equilibrio de tensión de salida deseada V_d existe un único punto de equilibrio para la corriente de entrada promedio, dado por:

$$I_d = \frac{V_d^2}{RE},$$

para un valor de $u = U$ (constante).

4.1.2 Control de voltaje en forma directa

El objetivo del control es mantener la tensión de salida del convertidor en un valor constante deseado $z_2 = V_d$. Sin embargo, una variación en la tensión de salida implica un cambio en la corriente de inductor, y por tanto, para un valor de voltaje de capacitor deseado, habrá un valor de corriente en la bobina $z_1 = z_{1d}$, deseado también.

Luego, asumiendo que el valor de salida difiere del valor deseado, se establecen las variables de error:

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_1(t) \\ \tilde{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(t) - z_{1d}(t) \\ z_2(t) - V_d \end{bmatrix} = z - z_d, \quad (4.7)$$

a partir de las cuales, se determina una función de energía deseada H_d , para el sistema en lazo cerrado, dada por:

$$H_d = \frac{1}{2} \tilde{z}^T D_B \tilde{z},$$

siendo D_B como en (4.2). Esta forma para la función de energía es cuadrática y satisface las condiciones para ser función de Lyapunov (ver sección 2.4.1), y se obtiene a partir de la energía total H del circuito (ver Anexo D):

$$H = \tau(\dot{q}_L) + v(q_c) = \frac{1}{2} L \dot{q}_L^2 + \frac{1}{2C} q_c^2 = H = \frac{1}{2} z^T D_B z. \quad (4.8)$$

Ahora bien, a partir de la definición para el vector de error en (4.7), la dinámica del sistema dada por (4.2), puede expresarse alternativamente en la forma:

$$D_B \dot{\tilde{z}} - (1-u)J_B \tilde{z} + R_B \tilde{z} = \varepsilon_B - [D_B \dot{z}_d - (1-u)J_B z_d + R_B z_d]. \quad (4.9)$$

Por tanto, y tomando en cuenta la teoría de la pasividad propuesta en la sección 2.3, para asegurar la estabilidad asintótica es necesaria la inyección de amortiguamiento sobre la dinámica del error [25], a través del siguiente término deseado de disipación de Rayleigh del error:

$$D_d = \frac{1}{2} \tilde{z}^T R_{Bd} \tilde{z},$$

donde:

$$R_{Bd} = R_B + R_{1B}; \quad R_{1B} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad R_1 > 0.$$

A partir de esto, reemplazando $R_B = R_{Bd} - R_{1B}$ en (4.9), se obtiene:

$$D_B \dot{\tilde{z}} - (1-u)J_B \tilde{z} + R_{Bd} \tilde{z} = \Psi,$$

donde:

$$\Psi = \varepsilon_B - [D_B \dot{z}_d - (1-u)J_B z_d + R_B z_d - R_{1B} \tilde{z}].$$

Luego, efectuar el control del convertidor implica que la dinámica del error sea cero; es decir:

$$D_B \dot{\tilde{z}} - (1-u)J_B \tilde{z} + R_{Bd} \tilde{z} = 0, \quad (4.10)$$

y por tanto, de manera equivalente:

$$\Psi = \varepsilon_B - [D_B \dot{z}_d - (1-u)J_B z_d + R_B z_d - R_{1B} \tilde{z}] = 0. \quad (4.11)$$

Esta última ecuación implica:

$$D_B \dot{z}_d - (1-u)J_B z_d + R_B z_d - R_{1B} \tilde{z} = \varepsilon_B,$$

la cual es equivalente, en términos de los componentes vectoriales definidos en (4.2), a las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$L \dot{z}_{1d} + (1-u)z_{2d} - R_1(z_1 - z_{1d}) = E, \quad (4.12)$$

$$C \dot{z}_{2d} - (1-u)z_{1d} + \frac{1}{R} z_{2d} = 0. \quad (4.13)$$

Para el control directo por voltaje, se lleva z_{2d} a un valor constante de tensión V_d . Así, de la ecuación (4.13) se tiene que:

$$z_{1d} = \frac{V_d}{R(1-u)}. \quad (4.14)$$

Al sustituir esta expresión en (4.12), se encuentra la siguiente expresión para la dinámica de la señal de control u :

$$\dot{u} = R \frac{(1-u)^2}{LV_d} \left[E - (1-u)V_d + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d}{R(1-u)} \right) \right], \quad (4.15)$$

con forma reducida en estado de equilibrio circuital dada por (4.4), la cual como ya mencionado, no permite su implementación debido a las características de inestabilidad evidenciadas. Por tal razón, se procede con un control indirecto por corriente.

4.1.3 Control de voltaje en forma indirecta

La regulación indirecta del voltaje de salida, se realiza mediante el control de la corriente de entrada, la cual se supone de forma tal que la tensión en el capacitor

se mantenga estable y en el valor deseado. Para ello se establece z_{1d} en un valor constante de corriente I_d . Así, de la ecuación (4.12) se tiene que:

$$z_{2d} = \frac{R_1(z_1 - I_d) + E}{(1-u)}. \quad (4.16)$$

Al sustituir esta expresión en (4.13), se encuentra la siguiente expresión para la dinámica de la señal de control u :

$$\dot{u} = \frac{(1-u)}{C[R_1(z_1 - I_d) + E]} \left[(1-u)^2 I_d - \frac{R_1(z_1 - I_d) + E}{R} - \frac{R_1 C}{L} (E - (1-u)z_2) \right], \quad (4.17)$$

con forma reducida en estado de equilibrio circuital dada por (4.6), la cual como ya mencionado, es viable y permite la implementación de una ley de control así definida, basada en los principios de la pasividad.

4.2 IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR BASADO EN PASIVIDAD

Como se vio en la sección anterior, la regulación de la tensión no puede realizarse de manera directa, lo cual implica que el control basado en pasividad deba realizarse de forma indirecta por medio de la corriente, suponiendo esta variable en un valor deseado I_d .

Dicha suposición puede realizarse debido a que dado un valor de voltaje de salida deseado, este corresponde con un único valor de corriente promedio. Por tanto, asumiendo $z_{1d} = I_d = \frac{V_d^2}{RE}$, se tiene que $\dot{z}_{1d} = 0$, y entonces, a partir de (4.12):

$$(1-u) = \frac{1}{z_{2d}} \left(E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{RE} \right) \right) \rightarrow u = 1 - \frac{1}{z_{2d}} \left(E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{RE} \right) \right), \quad (4.18)$$

ecuación que define la ley de control basado en pasividad. Note que dicha ley depende del valor deseado z_{2d} para el voltaje de salida del circuito, cuya dinámica puede obtenerse a partir de (4.13) y reemplazando (4.18), como:

$$\dot{z}_{2d} = -\frac{1}{RC} \left[z_{2d} - \frac{V_d^2}{E z_{2d}} \left[E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{RE} \right) \right] \right]. \quad (4.19)$$

En este punto es conveniente aclarar, que a pesar de haberse abordado un problema de regulación, en el cual el valor deseado para z_2 es constante, el controlador admite una dinámica, o variación transitoria en este valor (debida a perturbaciones u otro tipo de influencia de ruidos en el sistema), a partir del cual se calcula la correspondiente ley de control.

Estas ecuaciones (4.18) y (4.19), fueron implementadas en el entorno SIMULINK® de MATLAB®, permitiendo obtener los resultados presentados en la siguiente sección.

Cabe resaltar, que para el control basado en pasividad no es necesario realizar un acondicionamiento de la señal de control, como se hizo en el controlador PID, debido a la estabilidad presente alrededor del punto de equilibrio (ver Figura 4.2) para la señal de control $u(t)$ en el intervalo $[0, 1]$.

4.2.1 Simulación para el sistema controlado

Una vez determinada la ley de control basado en pasividad, se realiza la verificación numérica de su efecto en la dinámica del sistema, replicando el escenario abordado en la sección 3.3 para el controlador PID, a manera de comparación.

Es así como la Figura 4.3 permite observar la manera como el controlador basado en pasividad atenúa exitosamente el efecto de la perturbación en la fuente de suministro sobre la tensión de salida, con una leve oscilación transitoria que se desvanece rápidamente en el tiempo, siendo un resultado mejorado en términos

de velocidad de respuesta, respecto de aquel verificado para el PID en la Figura 3.30.

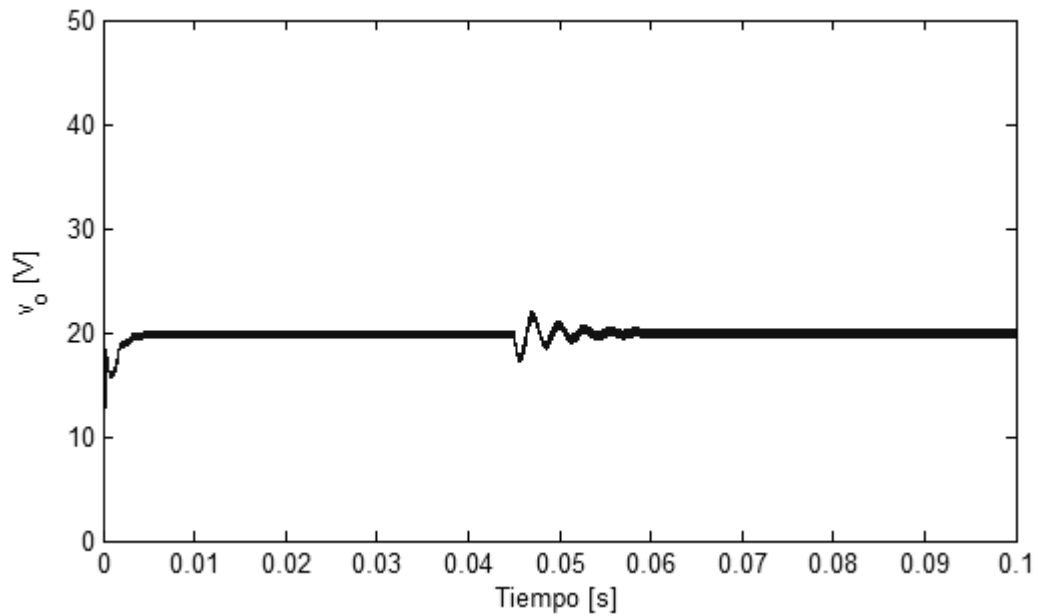
Asimismo, la Figura 4.4 ilustra el comportamiento de la corriente del inductor para la misma perturbación anterior, de la cual es visible el incremento de corriente requerido para compensar la caída de tensión de suministro. En comparación con la respuesta obtenida en la Figura 3.31 para el mismo caso mediante el control PID, se nota como el control basado en pasividad permite una respuesta más rápida, aunque también con mayores valores pico de corriente.

Para el caso de perturbaciones en la carga, se observa una menor sensibilidad (amplitud de oscilaciones), tanto en voltaje como en corriente según se muestra en las Figuras 4.5 y 4.6, en comparación con las correspondientes respuestas obtenidas para el controlador PID (Figuras 3.32 y 3.33), siendo también muy similar el comportamiento con ambos controladores para el estado estacionario perturbado.

Por tanto, puede concluirse hasta este punto, que desde el punto de vista dinámico el controlador basado en pasividad es levemente más veloz para compensar las perturbaciones en la fuente de suministro que un controlador PID, y menos sensible ante perturbaciones en la carga. Sin embargo, debe recordarse que el enfoque sobre el cual ha sido propuesto y derivado el controlador basado en pasividad es la energía, y por tanto, debe ser el criterio de valoración empleado para mostrar su virtud en comparación con cualquier otro tipo de estrategia de control.

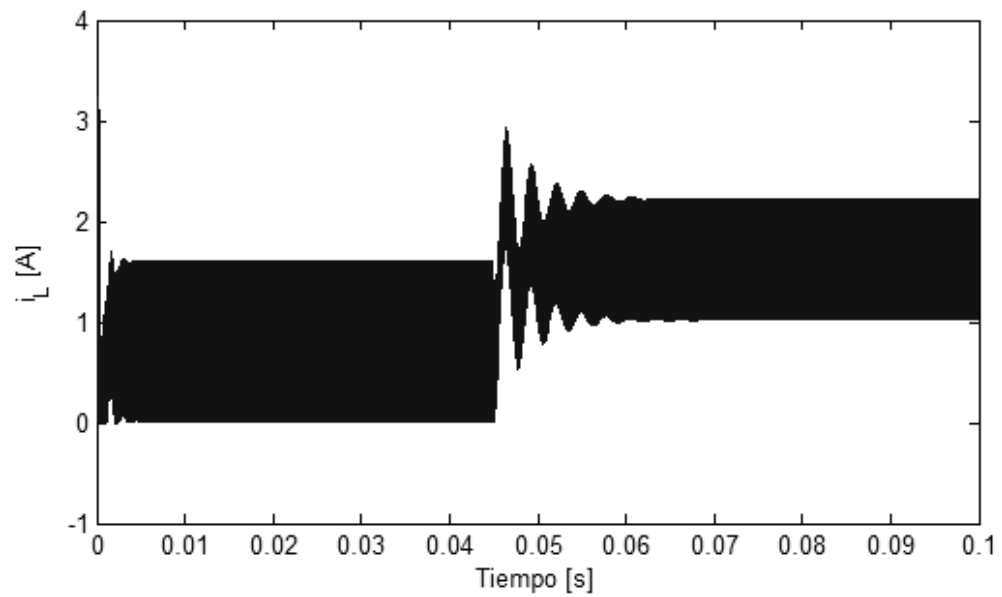
Con base en ello, la Tabla 4.1 muestra un análisis de valores de potencia a la entrada (fuente de suministro) y salida del circuito (resistencia de carga), para los dos controladores analizados y bajo las suposiciones de perturbación consideradas.

Figura 4.3 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso control basado en pasividad



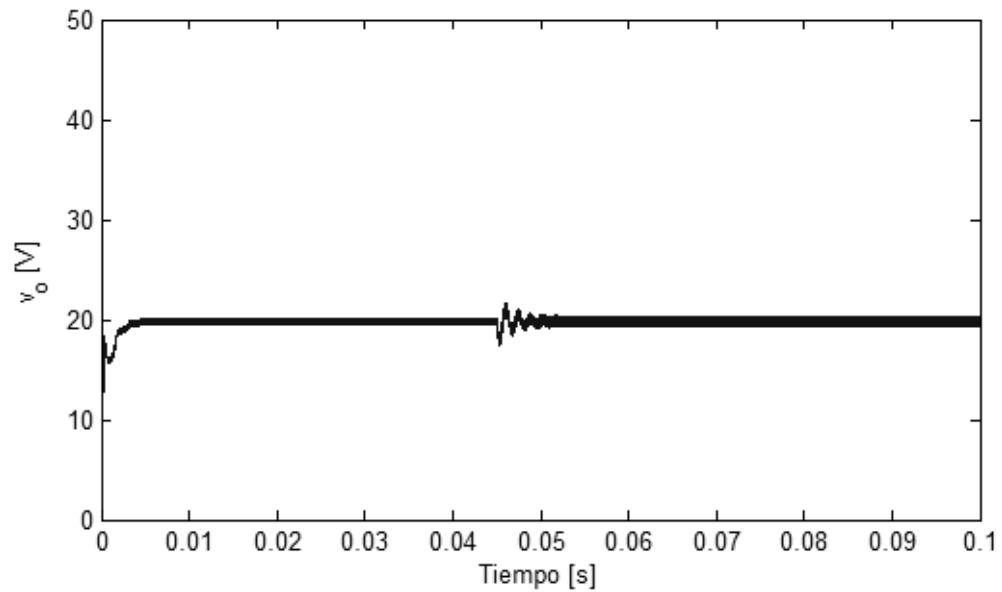
Fuente: Autores

Figura 4.4 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la fuente de suministro, caso control basado en pasividad



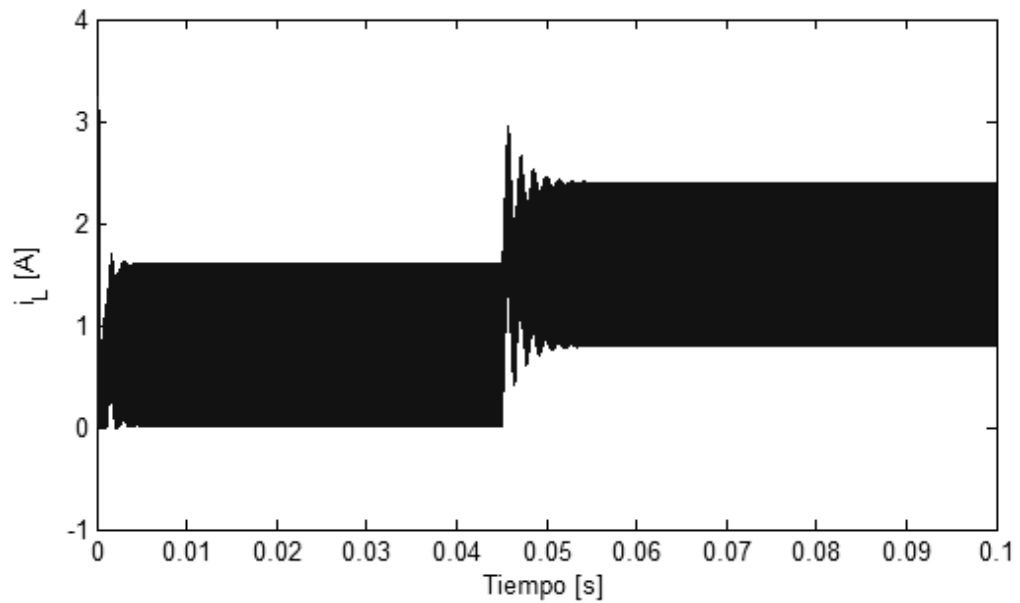
Fuente: Autores

Figura 4.5 Tensión de salida en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso control basado en pasividad



Fuente: Autores

Figura 4.6 Corriente de inductor en lazo cerrado ante perturbación en la resistencia de carga, caso control basado en pasividad



Fuente: Autores

Tabla 4.1 Análisis de tensión, corriente y potencia del circuito Boost en régimen permanente (control PID y control basado en pasividad)

		vo min [V]	vo máx. [V]	vo prom [V]	Pout [Watts]	iL min [A]	iL máx. [A]	iL prom [A]	Pin [Watts]	η (eficiencia) [%]
Control PID	<i>Sin perturbación</i>	19.63	20.21	19.92	7.94	0.01	1.62	0.81	8.1	98.02
	<i>Perturbación suministro</i>	19.55	20.31	19.93	7.94	1.02	2.22	1.62	8.1	98.02
	<i>perturbación R de carga</i>	19.41	20.43	19.93	15.89	0.81	2.42	1.61	16.1	98.70
Control Pasividad	<i>Sin perturbación</i>	19.57	20.14	19.86	7.89	0.01	1.61	0.81	8.1	97.41
	<i>Perturbación suministro</i>	19.54	20.31	19.92	7.93	1.02	2.22	1.62	8.1	97.90
	<i>perturbación R de carga</i>	19.32	20.33	19.82	15.71	0.79	2.39	1.59	15.9	98.81

Fuente: Autores

Como se observa a partir de estos resultados, en términos de potencia, tensión en el condensador y corriente en el inductor, no se presenta una diferencia significativa entre el controlador basado en pasividad y el controlador PID que permita determinar cuál de los dos posee un mejor comportamiento. Lo anterior puede explicarse por las características ideales asumidas en los modelos de simulación empleados, que no permiten medir, por ejemplo, las pérdidas por conmutación que debería presentar en mayor medida el controlador PID debido a una mayor duración de su comportamiento transitorio.

Este aspecto de verificación experimental para las pérdidas y por ende, para las virtudes energéticas del controlador basado en pasividad, constituyen un problema abierto y es un trabajo complementario a los resultados aquí presentados.

5. CONCLUSIONES

Con base en los procedimientos desarrollados y los resultados obtenidos en el presente trabajo de grado se puede concluir que:

- Se comprendió la teoría de la pasividad en el análisis de los sistemas dinámicos por medio de una revisión bibliográfica evidenciada en el capítulo 2, en la cual se sintetizan conceptos de energía, disipatividad, pasividad, estabilidad y su aplicación a circuitos RLC, con posterior aplicación en el modelado del circuito DC-DC tipo *Boost* por medio de un enfoque energético realizado en el Anexo D.
- Se empleó la pasividad para realizar acciones de control basado en la dinámica propia del circuito convertidor de potencia tipo *Boost* como se muestra en el contenido desarrollado en la sección 4.1, en donde se presentan las ecuaciones propias de un controlador directo de tensión y un controlador indirecto (mediante corriente) y su respectivo análisis de estabilidad alrededor de sus puntos de equilibrio.
- Se propuso un controlador basado en pasividad para un circuito convertidor de potencia DC-DC tipo *Boost* con base en el análisis realizado en la sección 4.1, la implementación y simulación de tal controlador se presentan en la sección 4.2. Adicionalmente se presenta un análisis de los resultados para perturbaciones de la topología elevadora, tanto en la resistencia de carga como en la tensión de suministro, que permitieron verificar la atenuación en las perturbaciones aplicadas al circuito mediante la acción de control implementada.

- Se realizó a manera de referencia una técnica de control convencional y se diseñó un controlador PID, tal y como se describe en el capítulo 3, para su posterior comparación de resultados con la técnica de control basado en pasividad realizada en el capítulo 4.
- De manera general se empleó la teoría de pasividad de Lyapunov, conceptos de estabilidad y un enfoque energético para abordar la manipulación dinámica de un convertidor DC-DC tipo *Boost*, por medio del diseño y la simulación de un controlador basado en pasividad, el cual presenta mejoras a la respuesta del circuito elevador ante la presencia de perturbaciones.

6. RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1 RECOMENDACIONES

- El diseño de un convertidor DC-DC elevador parte de tener una adecuada relación entre los componentes del sistema y su viabilidad de implementación. A mayor frecuencia de conmutación, tanto la inductancia mínima como el rizado disminuyen, y por lo tanto la capacitancia puede hacerse menor, sin embargo también se aumentan las pérdidas por conmutación. Debe tenerse en consideración una frecuencia en un punto medio capaz de tener valores razonables de capacitancia e inductancia y a la vez mínimas pérdidas de conmutación.
- El valor de la carga es también un factor importante y está íntimamente relacionado con la selección de los valores de los demás componentes y el comportamiento final del sistema, pues un diseño con una carga elevada permite un rango de operación mayor cuando esta disminuye.

6.2 TRABAJO FUTURO

Como trabajo futuro se propone una implementación circuital del convertidor tipo *Boost*, del controlador basado en pasividad y del controlador PID, desarrollados en el presente trabajo, que permita realizar una comparación real de las técnicas de control mencionadas, ya que en la simulación se descartan muchos factores físicos propios de cada elemento presente en la topología, lo cual no permite hacer una selección bajo criterios concisos de cuál controlador es mejor en términos de eficiencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] SCHERER, Carsten, WEILAND, Siep, Linear Matrix Inequalities in Control, Version 2.0, Abril 1999.
- [2] WILLEMS, J. C., Communicated by C. Truesdell. "Dissipative Dynamical Systems Part I: General Theory". Archive for Rational Mechanics and Analysis. Volume 45, Number 5 / January, 1972. Springer Berlin / Heidelberg.
- [3] WILLEMS, J. C., The construction of Lyapunov functions for input-output stable systems. SIAM J. Control 9, No. 1, 105–134 (1971).
- [4] WILLEMS, J. C., The Analysis of Feedback Systems. Cambridge, Mass.: The M.I.T. Press 1971.
- [5] SLOTINE, J.J., LI, W. (1991). "Applied Nonlinear Control". Edit. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- [6] RASHID, MUHAMMAD H. Electrónica de potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones. 2 ed. Prentice Hall Hispanoamérica, S.A. Naucalpan de Juárez, 1995. p 303. ISBN: 968-880-586-6.
- [7] DANIEL W. HART. Electrónica de potencia. 1 ed. PEARSON EDUCACIÓN S.A., Madrid, 2001. p.201. ISBN: 84-205-3179-0.
- [8] LOREA, Gorka; INDURAIN, Mikel; Aplicación de Quantitative Feedback Theory al Control de un Convertidor dc/dc Buck; Universidad Pública de Navarra; Ingeniería Mecánica Aplicada y Computacional. Facultad de ingeniería, Ingeniería electrónica.

[9] MUHAMMAD FARHAN; BIN UMAR BAKI, "Modeling and Control of dc to dc converter (buck)", National conference on UMP, pp. 1-27, May 2008.

[10] HIGUERA, Oscar; SALAMANCA, Juan; Control con Modos Deslizantes Discreto Aplicado a un Convertidor de Potencia Buck, Sogamoso, Colombia, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Escuela de Ingeniería Electrónica. Grupo de Investigación en Procesamiento de Señales DSP-UPTC.

[11] ALBEA, Carolina; GORDILLO, Francisco; CANUDAS-DE-WIT, Carlos; Control Adaptativo del Inversor Boost, Universidad de Sevilla, Departamento de ingeniería de Sistemas y Automática.

[12] BAETHGE, Erick; BERZOY, Alberto; GUZMAN, Víctor y GIMENEZ, María Isabel. Nuevo sistema de control para el seguimiento del punto de máxima potencia en paneles solares basado en el control predictivo de corriente de convertidores cc-cc, 2011, *Universidad Nacional Experimental Politécnica "Antonio José de Sucre"* vol.15, n.60, pp. 151-160. ISSN 1316-4821.

[13] PACHECO, María; Técnicas de Control Basadas en Pasividad Aplicadas a un Motor de Inducción, Monterrey, México, 1994, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Electrónica.

[14] LÓPEZ-GARCÍA, I; ESPINOSA-PÉREZ , G; and CARDENAS, V; Control Basado en Pasividad para un Sistema de Generación Eólico Conectado a la Red Eléctrica, Ensenada, Baja California, México, Congreso Nacional de Control Automático 2013.

[15] SORIA, CARLOS. ROBERTI, FLAVIO. SEBASTIAN ZUNIGA, JOSE MARIA. CARELLI, RICARDO. Control Servo-Visual de un Robot Manipulador Planar Basado en Pasividad. España, 2008 vol: 5 Revista Iberoamericana De Automática E Informática Industrial – Riai, fasc: 4 págs: 54 – 61. ISSN: 1697-7912.

[16] OLMOS, José; GUERRERO, Gerardo; CANALES, F. V.; OLIVER, Marco; Control basado en pasividad para convertidores elevadores CFP en paralelo, México, CENIDENT, departamento de Electrónica.

[17] HERNANDEZ GÓMEZ, OSCAR MAURICIO. Dinámica del convertidor DC-DC tipo Buck controlado en modo corriente/voltaje operando en modo de conducción discontinua. Tunja, Boyacá, 2009. Vol. 1. Pregrado universitario en ingeniería electrónica. Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia.

[18] NAVARRO MINORTA, LAURA GISELA. Control conmutado basado en FPGA para un convertidor DC-DC. Bucaramanga, 2013. Tesis (INGENIERO ELECTRONICO) - UIS. Escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones.

[19] SILVA MONROY, CESAR AUGUSTO. Concepción y modelado de una fuente de bajo voltaje DC DC en topología de convertidor multifase de Buck (Layout, medidas y simulación). Bucaramanga, 2004. Tesis (ingeniero electrónico) - UIS. Escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones.

[20] YOUNG, HUGH D.; FREEDMAN, ROGER A.; FORD, A. LEWIS. Sears-Zemansky física universitaria con física moderna V.2 Ed 12. México. ADDISON-WESLY. 2009. ISBN 607-442-288-7.

[21] CENGEL, YUNUS A.; BOLES, MICHAEL A. Termodinámica, 4 Ed. México, MCGRAW-HILL, 2004. ISBN 970-10-3966-1.

[22] DORF, RICHARD C.; BISHOP, ROBERT H. Sistemas de Control Moderno, 1 Ed. Madrid, PEARSON EDUCACION, 2006. ISBN 84-205-4401-9.

[23] SIRA-RAMIREZ Hebertt J., ORTEGA Romeo, LORIA Antonio, NICKLASSON Per Johan, Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. 1998. Springer ISBN 13: 9781849968522.

[24] KATSUHIKO OGATA; Ingeniería de Control Moderno, 5 ed. Madrid, PEARSON EDUCACION, 2010. ISBN 9788483226605.

[25] GARCÍA, Mauricio; Estrategias de control para sistemas bilineales aplicadas a los convertidores de potencia DC-DC. Barcelona, 2001. Tesis Doctoral - Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. Automatización Avanzada y Robótica.

BIBLIOGRAFÍA

ALBEA, Carolina; GORDILLO, Francisco; CANUDAS-DE-WIT, Carlos; Control Adaptativo del Inversor Boost, Universidad de Sevilla, Departamento de ingeniería de Sistemas y Automática.

BAETHGE, Erick; BERZOY, Alberto; GUZMAN, Víctor y GIMENEZ, María Isabel. Nuevo sistema de control para el seguimiento del punto de máxima potencia en paneles solares basado en el control predictivo de corriente de convertidores cc-cc, 2011, Universidad Nacional Experimental Politécnica " Antonio José de Sucre" vol.15, n.60, pp. 151-160. ISSN 1316-4821.

CENGEL, YUNUS A.; BOLES, MICHAEL A. Termodinámica, 4 Ed. México, MCGRAW-HILL, 2004. ISBN 970-10-3966-1.

DANIEL W. HART. Electrónica de potencia. 1 ed. PEARSON EDUCACIÓN S.A., Madrid, 2001. p.201. ISBN: 84-205-3179-0.

DORF, RICHARD C.; BISHOP, ROBERT H. Sistemas de Control Moderno, 1 Ed. Madrid, PEARSON EDUCACION, 2006. ISBN 84-205-4401-9.

GARCÍA, Mauricio; Estrategías de control para sistemas bilineales aplicadas a los convertidores de potencia DC-DC. Barcelona, 2001. Tesis Doctoral - Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. Automatización Avanzada y Robótica.

HERNANDEZ GÓMEZ, OSCAR MAURICIO. Dinámica del convertidor DC-DC tipo Buck controlado en modo corriente/voltaje operando en modo de conducción discontinua. Tunja, Boyacá, 2009. Vol. 1. Pregrado universitario en ingeniería electrónica. Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia.

HIGUERA, Oscar; SALAMANCA, Juan; Control con Modos Deslizantes Discreto Aplicado a un Convertidor de Potencia Buck, Sogamoso, Colombia, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Escuela de Ingeniería Electrónica. Grupo de Investigación en Procesamiento de Señales DSP-UPTC.

KATSUHIKO OGATA; Ingeniería de Control Moderno, 5 ed. Madrid, PEARSON EDUCACION, 2010. ISBN 9788483226605.

LÓPEZ-GARCÍA, I; ESPINOSA-PÉREZ , G; and CARDENAS, V; Control Basado en Pasividad para un Sistema de Generación Eólico Conectado a la Red Eléctrica, Ensenada, Baja California, México, Congreso Nacional de Control Automático 2013.

LOREA, Gorka; INDURAIN, Mikel; Aplicación de Quantitative Feedback Theory al Control de un Convertidor dc/dc Buck; Universidad Pública de Navarra; Ingeniería Mecánica Aplicada y Computacional. Facultad de ingeniería, Ingeniería electrónica.

MUHAMMAD FARHAN; BIN UMAR BAKI, "Modeling and Control of dc to dc converter (buck)", National conference on UMP, pp. 1-27, May 2008.

NAVARRO MINORTA, LAURA GISELA. Control conmutado basado en FPGA para un convertidor DC-DC. Bucaramanga, 2013. Tesis (INGENIERO ELECTRONICO) - UIS. Escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones.

OLMOS, José; GUERRERO, Gerardo; CANALES, F. V.; OLIVER, Marco; Control basado en pasividad para convertidores elevadores CFP en paralelo, México, CENIDENT, departamento de Electrónica.

PACHECO, María; Técnicas de Control Basadas en Pasividad Aplicadas a un Motor de Inducción, Monterrey, México, 1994, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Electrónica.

RASHID, MUHAMMAD H. Electrónica de potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones. 2 ed. Prentice Hall Hispanoamérica, S.A. Naucalpan de Juárez, 1995. p 303. ISBN: 968-880-586-6.

SCHERER, Carsten, WEILAND, Siep, Linear Matrix Inequalities in Control, Version 2.0, Abril 1999.

SILVA MONROY, CESAR AUGUSTO. Concepción y modelado de una fuente de bajo voltaje DC DC en topología de convertidor multifase de Buck (Layout, medidas y simulación). Bucaramanga, 2004. Tesis (ingeniero electrónico) - UIS. Escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones.

SIRA-RAMIREZ Hebertt J., ORTEGA Romeo, LORIA Antonio, NICKLASSON Per Johan, Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. 1998. Springer ISBN 13: 9781849968522.

SLOTINE, J.J., LI, W. (1991). "Applied Nonlinear Control". Edit. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

SORIA, CARLOS. ROBERTI, FLAVIO. SEBASTIAN ZUNIGA, JOSE MARIA. CARELLI, RICARDO. Control Servo-Visual de un Robot Manipulador Planar Basado en Pasividad. España, 2008 vol: 5 Revista Iberoamericana De Automática E Informática Industrial – Riai, fasc: 4 págs: 54 – 61. ISSN: 1697-7912.

WILLEMS, J. C., Communicated by C. Truesdell. "Dissipative Dynamical Systems Part I: General Theory". Archive for Rational Mechanics and Analysis. Volume 45, Number 5 / January, 1972. Springer Berlin / Heidelberg.

WILLEMS, J. C., The Analysis of Feedback Systems. Cambridge, Mass.: The M.I.T. Press 1971.

WILLEMS, J. C., The construction of Lyapunov functions for input-output stable systems. SIAM J. Control 9, No. 1, 105–134 (1971).

YOUNG, HUGH D.; FREEDMAN, ROGER A.; FORD, A. LEWIS. Sears-Zemansky física universitaria con física moderna V.2 Ed 12. México. ADDISON-WESLEY. 2009. ISBN 607-442-288-7.

ANEXOS

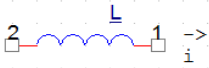
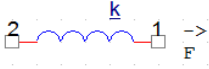
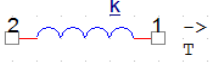
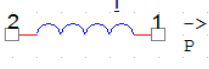
ANEXO A. RESUMEN DE ELEMENTOS ALMACENADORES Y DISIPADORES DE ENERGÍA

A.1. Elementos almacenadores de energía

Como su nombre lo indica son elementos capaces de almacenar energía de acuerdo a su naturaleza. Entre ellos se tienen almacenadores de tipo inductivo y capacitivo [22]:

- **Almacenadores inductivos.** Este tipo de almacenadores se relaciona con la energía que se almacena cuando un objeto o elemento se mueve. En la Tabla A.1, se observan algunos de estos elementos y la respectiva energía que almacenan en función de sus parámetros.

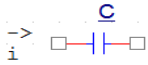
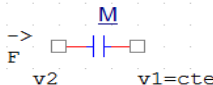
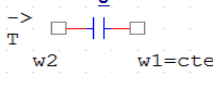
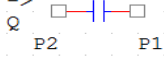
Tabla A.1 Ejemplos de elementos almacenadores de energía inductivos

Tipo de almacenador	Elemento físico	Energía	Símbolo
Inductivo	Inductancia eléctrica	$E = \frac{1}{2} L i_L^2$	
	Resorte traslacional	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$	
	Resorte rotacional	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$	
	Inercia del fluido	$E = \frac{1}{2} I Q^2$	

Fuente [22]

- **Almacenadores capacitivos.** Este tipo de almacenadores relacionan la energía que se almacena de acuerdo al posicionamiento de un objeto o elemento respecto a un marco de referencia. En la Tabla A.2, se observan algunos de estos elementos y la respectiva energía que almacenan en función de sus parámetros.

Tabla A.2 Ejemplos de elementos almacenadores de energía capacitivos

Tipo de almacenador	Elemento físico	Energía	Símbolo
Capacitivo	Capacitancia eléctrica	$E = \frac{1}{2} C v_c^2$	
	Masa traslacional	$E = \frac{1}{2} M v_2^2$	
	Masa rotacional	$E = \frac{1}{2} J \omega_2^2$	
	Capacitancia del fluido	$E = \frac{1}{2} C_f P_{21}^2$	

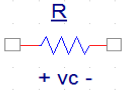
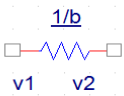
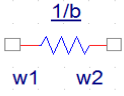
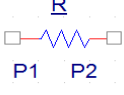
Fuente [22]

A.2. Elementos disipadores de energía

Estos elementos dentro de un sistema disipan energía de diversas formas. Si un objeto está en movimiento, la fricción tiende a frenarlo y se disipa energía en forma de calor. Si se tiene un circuito RC sin fuente, la energía almacenada en el capacitor se disipa en la resistencia en forma de calor. En la Tabla A.3, se ven

algunos ejemplos de disipadores de energía representando pérdidas a lo largo del tiempo (disipación de potencia).

Tabla A.3 Ejemplos de elementos disipadores de energía

Tipo de elemento	Elemento físico	Potencia disipada	Símbolo
Disipador de energía	Resistencia eléctrica	$P = \frac{v_c^2}{R}$	
	Amortiguador traslacional	$P = bv_{21}^2$	
	Amortiguador rotacional	$P = bw_{21}^2$	
	Resistencia del fluido	$P = \frac{P_{21}^2}{R}$	

Fuente [22]

ANEXO B. DEFINICIONES DE ESTABILIDAD Y PUNTOS DE EQUILIBRIO

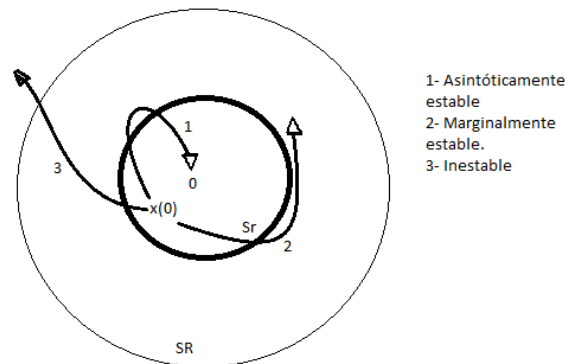
B.1. Punto de equilibrio

Se dice que x^* es un punto de equilibrio de un sistema, si una vez $x(t)$ es igual a x^* , este sigue siendo igual a x^* para todo tiempo futuro [5]; es decir, tal que:

$$0 = f(x^*). \quad (\text{B.1})$$

Ahora, imagine una región esférica llamada B_r definida por $\|x\| < R$, en el espacio de estados y una región esférica S_r definida por $\|x\| = R$.

Figura B.1 Estabilidad de un sistema



Fuente [5]

B.2. Estabilidad de un punto de equilibrio

El punto de equilibrio $x = 0$ es estable si, para toda $R > 0$, existe $r > 0$, tal que si $\|x(0)\| < r$, entonces $\|x(t)\| < R$ para todo $t \geq 0$. De otra manera, el punto de equilibrio es inestable [5]. Esta también es llamada estabilidad de Lyapunov. Tal definición, brinda de forma gráfica una explicación al concepto de estabilidad de un punto de equilibrio e ilustra el hecho de que, si un sistema tiene una condición inicial dentro de una determinada esfera B_r , y la trayectoria de este puede salir

eventualmente más allá de los límites de la esfera, entonces el sistema es inestable (ver Figura B.1).

B.3. Punto de equilibrio asintóticamente estable

Un punto de equilibrio x^* es asintóticamente estable, si este es estable y adicionalmente existe alguna $r > 0$ tal que $\|x(0)\| < r$ implica que $x(t) \rightarrow x^*$ a medida que $t \rightarrow \infty$ [5] (ver Figura B.1).

B.4. Punto de equilibrio marginalmente estable

Se dice que si un punto de equilibrio es estable desde el punto de vista de Lyapunov, pero no es asintóticamente estable, este punto de equilibrio es marginalmente estable (ver Figura B.1).

B.5. Punto de equilibrio exponencialmente estable

Un punto de equilibrio x^* es exponencialmente estable, si existen dos números estrictamente positivos α y λ , tales que:

$$\forall t > 0, \|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\lambda t}, \quad (\text{B.2})$$

en alguna esfera B_r , alrededor del origen [5].

B.6. Estabilidad global

Si la estabilidad asintótica o exponencial se mantiene para cualquier condición inicial, se dice que el punto de equilibrio es estable global, asintóticamente o exponencialmente, respectivamente [5].

B.7. Estabilidad local

Si un sistema se linealiza por medio de cualquier método, por ejemplo el método de linealización de Lyapunov, se busca un punto de operación en el cual el

sistema sea estable (con un margen de operación). Se dice que este sistema es localmente estable.

ANEXO C. MODELO EN ESPACIO DE ESTADOS DEL CONVERTIDOR BOOST

Este modelo se centra en la dinámica de los elementos almacenadores de energía, en función de la posición en la que se encuentra el interruptor. Cuando el interruptor se encuentra cerrado ($u = 1$), la tensión en el inductor es igual a la tensión en la fuente DC de entrada (ver Figura 2.5), es decir:

$$E = V_L = L \frac{di_L}{dt},$$

considerando la relación entre el voltaje del inductor y su corriente. Asimismo, en el capacitor se tiene la relación:

$$C \frac{dv_c}{dt} = -\frac{v_c}{R}.$$

De otro lado, para el caso de interruptor abierto ($u = 0$) aplicando ley de voltajes de Kirchhoff se obtiene:

$$L \frac{di_L}{dt} = E - v_c,$$

y de manera similar:

$$C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R},$$

a partir de leyes de corrientes de Kirchhoff (ver Figura 2.6).

Ahora bien, seleccionando como variables de estado a:

$$x_1 = i_L; \quad x_2 = v_c,$$

se obtiene, para $u = 1$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E,$$

y, para $u = 0$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E,$$

o, equivalentemente:

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2(1-u) + \frac{1}{L}E, \quad \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1(1-u) - \frac{1}{RC}x_2.$$

ANEXO D. MODELADO DEL CONVERTIDOR POR ANÁLISIS ENERGÉTICO

Para la formulación de Euler-Lagrange [23], la corriente del inductor se expresa en términos de la derivada de la carga eléctrica que circula por el elemento, es decir:

$$i_L = \frac{dq_L}{dt} = \dot{q}_L.$$

Asimismo, el voltaje del capacitor se reescribe en función de la carga eléctrica almacenada en dicho dispositivo:

$$v_c = \frac{q_c}{C}.$$

Por tanto, se realiza un análisis energético asociado a los elementos almacenadores del sistema a partir de la definición de una co-energía magnética para el inductor $\tau(\dot{q}_L)$:

$$\tau(\dot{q}_L) = \frac{1}{2} L \dot{q}_L^2,$$

y la energía de campo eléctrico del circuito propia del condensador $v(q_c)$:

$$v(q_c) = \frac{1}{2C} q_c^2.$$

Estas funciones son una representación de la energía en función de la carga de cada dispositivo. Se define también una co-función de disipación de Rayleigh D para el circuito, que corresponde con la potencia consumida [23]. Dicha expresión, se define para el caso en que el interruptor se encuentra cerrado ($u = 1$, Figura 2.5) mediante:

$$D(\dot{q}_c) = \frac{1}{2} R (-\dot{q}_c)^2,$$

mientras que para el caso de interruptor abierto ($u = 0$, Figura 2.6):

$$D(\dot{q}_c, \dot{q}_L) = \frac{1}{2} R (\dot{q}_L - \dot{q}_c)^2.$$

Es decir, puede asumirse una función de co-disipación promedio en términos de u mediante:

$$D_u(\dot{q}_c, \dot{q}_L) = \frac{1}{2} R[(1-u)\dot{q}_L - \dot{q}_c]^2.$$

De otro lado, la forzante está representada por la fuente de alimentación DC, es decir:

$$F_{q_L} = E; \quad F_{q_c} = 0.$$

Ahora bien, la dinámica de Euler-Lagrange [23] de un circuito eléctrico sin acoplamientos magnéticos se caracteriza por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales de la forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} + F_q,$$

donde, el lagrangiano del sistema \mathcal{L} se define como la diferencia entre la co-energía magnética y la energía del campo eléctrico:

$$\mathcal{L} = \tau(\dot{q}_L) - v(q_c).$$

Luego, haciendo uso de las ecuaciones de Euler-Lagrange, el lagrangiano y la función de disipación de Rayleigh promedio, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones no lineales:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_L} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_L} = - \frac{\partial D_u}{\partial \dot{q}_L} + F_{q_L}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_c} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_c} = - \frac{\partial D_u}{\partial \dot{q}_c} + F_{q_c},$$

que describen el comportamiento energético del circuito para cada una de las coordenadas generalizadas. Finalmente, tras resolver las derivadas parciales y organizar las expresiones resultantes, se obtienen las ecuaciones diferenciales para la dinámica del circuito dadas por:

$$\ddot{q}_L = -(1-u) \frac{q_c}{LC} + \frac{1}{L} E; \quad \dot{q}_c = (1-u)\dot{q}_L - \frac{1}{RC} q_c.$$