

FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS A PARTIR DE LA PROGRAMACIÓN
DE LAS NECESIDADES DEL INDIVIDUO.

JOSÉ RICARDO DURÁN BARROSO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN
BUCARAMANGA
2016

FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS A PARTIR DE LA PROGRAMACIÓN
DE LAS NECESIDADES DEL INDIVIDUO.

JOSÉ RICARDO DURÁN BARROSO

Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de Economista

Director:

PhD. Héctor Fernando López Acero

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN
BUCARAMANGA
2016

DEDICATORIA

*A mis padres,
que me legaron el ingenio
y la voluntad
de pensar por mí mismo.*

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer al profesor Libardo Morán (aún recuerdo vívidamente una clase donde expuso las características de un programa lineal, y las ideas geométricas básicas que permiten su optimización) por su amabilidad en el trato y su rigor académico. Al profesor Fernando López, por su visión amplia y compleja de los fenómenos económicos, su determinación en señalar las falencias de los sistemas normalmente aceptados, por las charlas sobre los temas más variados en medio del bizarro ajedrez, de Borges y de Heráclito. Finalmente quisiera agradecer a mis hermanos, quienes de la forma más considerada han prestado su tiempo para que yo pudiera pensar en este trabajo.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	12
1. ANTECEDENTES.....	13
1.1. PROGRAMACIÓN LINEAL	15
1.2. PROGRAMACIÓN LINEAL Y RELACIÓN CON OTRAS TEORÍAS	17
1.3. RESEÑA DE LA OBRA.....	22
2. EL MODELO	23
2.1. SUPUESTOS.....	25
2.2. COMPONENTES DEL MODELO	26
2.2.1. Agentes.....	26
2.2.2. Facetas	30
2.2.2.1. Ejemplos de Facetas.....	31
2.2.2.2. Definición de algunas Facetas.....	32
2.2.3. Instituciones.....	35
3. FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS	38
CONCLUSIONES	41
BIBLIOGRAFÍA.....	42
APÉNDICES.....	44

LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1. Poliedro n-dimensional	16
Figura 2. Cómo escribir un juego en términos de programación lineal	19
Figura 3. Conjunto de soluciones factibles	21
Figura 4. Facetas de un Individuo	31
Figura 5. Diagrama de Familia	35
Figura 6. Diagrama de Formulación de Políticas Públicas	39

LISTA DE APÉNDICES

	Pág
APÉNDICE A	44
APÉNDICE B	53
APÉNDICE C	55

RESUMEN

Título: FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS A PARTIR DE LA PROGRAMACIÓN DE LAS NECESIDADES DEL INDIVIDUO.*

Autor: José Ricardo Durán Barroso.**

Palabras Claves: Política pública, modelo programación lineal, necesidades individuo, preferencias.

Descripción:

En este trabajo propongo un modelo de programación lineal que permite, dados algunos supuestos, formular políticas públicas óptimas. El modelo está compuesto por tres tipos de agentes: Individuos, Empresas privadas y Agencias estatales. Cada agente tiene asociada una Función Objetivo. Si múltiples agentes tienen en común parte de su Función Objetivo, esta parte en común será llamada Familia, Partido Político, o Gremio (instituciones). Esta es una de las características más interesantes del modelo que propongo, que permite simular el impacto de cierto tipo de instituciones.

Presto particular atención a las necesidades y preferencias del individuo, el modelo proporciona diferentes ecuaciones para cada uno, permitiendo simular escenarios diferentes: como a un hombre que trabaja, que tiene ciertas búsquedas y una interpretación particular de su entorno; tanto como a una niña de edad escolar, que no tiene ingresos, pero que también tiene expectativas de su vida. La sumatoria de las Funciones Objetivo de todos los agentes es la Función Objetivo Global, que es la que se busca optimizar. Luego, se busca encontrar la combinación óptima, dentro de todas las posibles, que refleje el bienestar de la sociedad modelada.

Finalmente, los resultados arrojados por el modelo pueden ser usados para formular políticas públicas óptimas, que tomen en consideración a cada uno de los individuos, y no sólo aquellos con una importante representación en la política, o con poder económico. Para desarrollar el modelo utilicé herramientas matemáticas de programación lineal, y el software MatLab.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Economía. Director: PhD. Héctor Fernando López Acero.

ABSTRACT

Title: PUBLIC POLICY FORMULATION FROM THE PROGRAMMING OF THE INDIVIDUAL'S NEEDS.*

Author: José Ricardo Durán Barroso.**

Keywords: Public policy, linear programming model, individual needs, preferences.

Description:

In this paper I propose a linear programming model to formulate optimal Public Policies. The model is composed by 3 types of agents: Individuals, Private Companies and State Agencies. Each agent has associated an Objective Function. If multiple agents have in common part of their Objective Function, for our analysis it will be called Family, Political Party, or Guild (institutions). This is one of the most interesting features of our model, that is intended to simulate impact of certain types of institutions.

I pay particular attention to the needs and preferences of individuals, the model provides different equations (individual's needs and preferences) for each one, allowing us to simulate different sceneries like a man who works, and has unique expectations of his life, and like a little girl of school age, who has no income, but also has particular expectations of life. The sum of the Objective Functions of all Agents, is the Global Objective Function, which is the function we intended to optimize. Thus, we seek to find an optimal combination of features, within all possible, that reflect the well-being of the modeled society.

Finally, the results gave by the model can be used to optimal formulation of public policies, taking into account the bulk of individuals, and not just those with important representation in politics, or economic power. Thereby, I made an approach to the problem of public policy formulation from a new focus, modeling the needs and preferences of individuals. To develop the model, I used mixed linear programming, and the software MatLab.

* Bachelor thesis.

** Faculty of Human Sciences. School of Economics and Managment. Director: PhD. Héctor Fernando López Acero.

INTRODUCCIÓN

Cómo la sociedad define y expresa sus deseos y cuál es la eficacia de los diversos modos de comunicación entre ésta y los responsables de las políticas públicas, ha sido con frecuencia un tema de análisis¹.

Los responsables de la elaboración de políticas se enfrentan no sólo con la dificultad de tratar que sus decisiones se apoyen en la opinión pública o sobre criterios racionales; sino también a las presiones provenientes del sistema político que son normales en las distintas sociedades - las pretensiones regionales y de los diversos grupos de interés, a la herencia del pasado, a la naturaleza específica de la acción gubernamental - que incluye elementos de fragmentación administrativa y consideraciones económicas.

Una serie de preguntas relacionadas emerge:

-¿Están los canales de comunicación existentes mostrando los verdaderos deseos de la sociedad?

-¿Los responsables de la formulación y ejecución de políticas públicas están teniendo en cuenta esas necesidades y deseos de la población?

Estas preguntas parecen ser relevantes, especialmente cuando nos damos cuenta que un gran número de decisiones importantes son tomadas y aplicadas, en contravía de los deseos, o la opinión de la mayoría de la población. O cuando se verifica que muchas de las necesidades básicas de la mayoría de la población se encuentran insatisfechas. El Estado, como señala Leontief², de hecho, tiene muchas

¹ VARGAS, Alejo. *Notas sobre el estado y las políticas públicas*; Almudena Editores. 1999. p 169.

² LEONTIEF, Wassily. *The Structure of the American Economy, 1919-1929*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1941. p 21.

dificultades para saber estas necesidades de las personas, sobre todo porque el Estado no tiene - o tiene ineficientes- instrumentos para obtener esta información. Supongamos que el Estado dispusiese de estos mecanismos para adquirir Información completa de los individuos que lo componen, ¿cuál sería la forma óptima de generar políticas públicas? ¿Cómo sería un modelo -y sus características- que permitiera formular políticas públicas, atendiendo a todas las personas por igual?

1. ANTECEDENTES

La idea de desarrollar un modelo de planificación central, que busca optimizar una función objetivo que representa el bienestar de una sociedad se puede encontrar en Kantorovich³ y Tinbergen⁴. Kantorovich se dio cuenta de que en la Unión Soviética del segundo cuarto del siglo XX, dada su estructura política, era necesario desarrollar un sistema de planificación central, teniendo en cuenta las necesidades de la industria y los individuos. Tinbergen, por su lado, propuso cambiar los modelos económicos simplificados que suelen enseñarse en las universidades por unos más complejos, que tengan en cuenta los aspectos sociales y las variables políticas que pueden capturar algo de la gran diversidad de nuestras sociedades.

Algunas de las ventajas que tienen los modelos de programación lineal son propuestas por Kantorovich:

“a) *Universalidad y flexibilidad.* La estructura del modelo permite diversas formas de aplicación, se pueden describir variadas situaciones reales de muy diversas ramas de la economía. Es posible

³ KANTOROVICH, Leonid. *Asignación óptima de los recursos económicos*. Editorial. Ariel, 1959. p 26.

⁴ TINBERGEN, Jan. *Política económica, principios y formulación*. México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1961. p 58.

considerar una serie de modelos en los que las condiciones y restricciones necesarias se introducen paso a paso mientras se alcanza la precisión descriptiva necesaria.

b) *Simplicidad*. A pesar de su universalidad y precisión, el modelo lineal es muy elemental en sus herramientas que son principalmente del álgebra lineal, por lo que incluso personas con una formación matemática modesta puedan llegarla a entender y dominar. Esto último es muy importante para un uso creativo y no rutinario de los medios analíticos que se emplean en el modelo.

c) *Computabilidad eficiente*. La utilidad que conllevaba resolver problemas lineales complejos, fomentó el desarrollo y elaboración de métodos especiales, muy eficientes para resolver este tipo de problemas (en la URSS, el método de mejoras sucesivas, el método de resolución de multiplicadores) y en EE.UU. (el conocido método simplex de G. Dantzig), y una teoría detallada de estos métodos. A día de hoy se pueden resolver rápidamente problemas con cientos y miles de restricciones, con decenas y cientos de miles de variables.

d) *Análisis cualitativo*. Junto con la solución de planificación óptima el modelo da valiosos índices de análisis cualitativo de actividades concretas que componen todo el problema. Esta posibilidad se da por un sistema de índices para las actividades y factores limitantes que se encuentra de forma simultánea con la solución óptima. El Profesor T. Koopmans los nombró "precios sombra", pueden interpretarse como los índices de valor de los bienes y proporcionan un factor de equivalencia, intrínsecamente determinado para un problema dado, además muestran cómo los bienes y factores se pueden intercambiar en las fluctuaciones del modelo."

Conociendo estas ventajas, propongo un modelo de programación lineal para formular políticas públicas óptimas. El modelo está compuesto por 3 tipos de agentes: individuos particulares, empresas privadas y agencias estatales. Estos agentes se diferencian por sus búsquedas. La empresa privada busca la maximización de sus beneficios; el individuo por el contrario, tiene una búsqueda más compleja, busca lo que podríamos llamar su *Bienestar*, y las agencias estatales buscan maximizar el impacto de sus actividades. Presto especial atención a las necesidades y preferencias de los individuos, así que el modelo ofrece diferentes ecuaciones (necesidades y preferencias) para cada uno, lo que nos permite simular escenarios muy diversos. La suma de las funciones objetivo de todos los agentes, es la función objetivo global, que es la función que tenemos intención de optimizar. Por lo tanto, tratamos de encontrar una combinación óptima de características, dentro de todas las posibles, que reflejen el bienestar de la sociedad modelada.

1.1 PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal fue creada por George Dantzig⁵, en un artículo publicado en 1951, en una recopilación del profesor Koopmans, como técnica para planificar actividades diversas.

En un periodo de tiempo determinado, una organización, digamos, la Alcaldía de Bucaramanga, tiene que alcanzar determinados objetivos, relacionados con sus diversas actividades, digamos, implementación de políticas, asignación de presupuesto, reclutamiento de funcionarios, instrucción. La relación entre objetivos y actividades en un plan de la Alcaldía presenta varias posibles asignaciones. Dado que hay diferentes planes que cumplen con los objetivos establecidos. Por

⁵ DANTZIG, George.B. “*Maximization of a Linear Function of Variables subject to Linear Inequalities*”, pp.339-347 en *Activity Analysis of Production and Allocation*, T.C. Koopmans (ed.), New York: John Wiley, 1951.

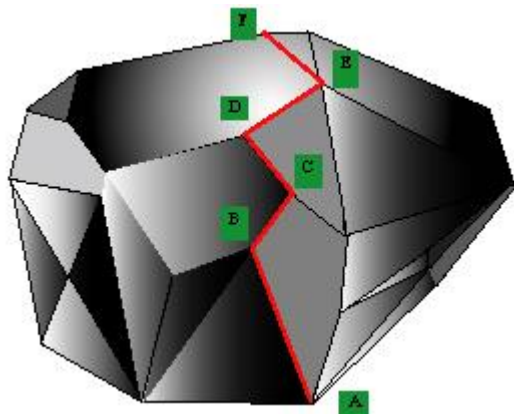
consiguiente es necesario un criterio para decidir cuál de estos planes satisfactorios es el mejor, necesitándose un procedimiento para encontrar el mejor plan.

Este problema es un caso particular del tipo de optimización que suele encontrarse en economía. Tradicionalmente se ha resuelto estableciendo una función de producción, y por medio de un análisis marginal, encontrar la cantidad de factores, que nos garanticen, por ejemplo, el mínimo coste. Este método no se puede aplicar a la Alcaldía de Bucaramanga, o a ninguna otra organización formada por numerosos componentes, porque es imposible establecer una función de producción global que relacione los productos finales con los factores, o entradas (inputs) iniciales necesarios. En su lugar hay que considerar un número (quizá grande) de funciones de producción parciales interrelacionadas, una para cada tipo de actividad de la organización. La teoría de la programación lineal ha sido creada para solucionar este tipo de problema.

El Método Simplex

Un programa lineal podría representarse como sigue: las diferentes restricciones lineales determinan una región factible formada por un conjunto de "hiperplanos" en un espacio de n dimensiones (poliedro de soluciones posibles).

Figura 1. Poliedro n-dimensional



Fuente: Poliedro de Programación Lineal, en <http://www.aulamaticas.org/Historiasyjuegos/Simplex.htm>

Dado que cada una de las restricciones divide al espacio en dos partes: a un lado hay puntos que forman parte de la región factible y al otro están los puntos que "violan" o no cumplen con la restricción. Todas las restricciones juntas forman un poliedro o politopo multidimensional, que encierra a todas las soluciones posibles.

La idea que hay detrás del método Simplex es ir examinando el poliedro, en cada uno de sus vértices (que son finitos), en la dirección en la que se maximiza la función objetivo, de manera que en cada paso pasamos de un vértice a otro. El número de vértices puede ser inmenso, de manera que podría pensarse que el paso de uno a otro puede llevar una gran cantidad de tiempo; en la práctica mediante elaborados mecanismos de direccionamiento se consigue alcanzar el óptimo con sorprendente rapidez. El análisis de este tipo de cuerpos n-dimensionales y la búsqueda de soluciones de los problemas lineales ha creado una nueva rama de estudio de las matemáticas llamada *Combinatoria Poliédrica*.

1.2 PROGRAMACIÓN LINEAL Y RELACIÓN CON OTRAS TEORÍAS

En un momento dado, una economía, tiene a su disposición unas cantidades dadas de ciertos factores de producción y cierto número de tareas a las que estos factores se pueden destinar. Estos factores de producción pueden ser asignados a las diferentes tareas, por lo general de muchas maneras distintas, con resultados diversos.

No hay, según Dorfman, Samuelson y Solow⁶, problema más frecuente en el análisis económico que el estudio de las particularidades que presenta la mejor asignación de factores en casos como este. Lo que se acaba de presentar en forma

⁶ DORFMAN, Robert; SAMUELSON, Paul y SOLOW, Robert. *Programación Lineal y Análisis Económico*; Editorial Aguilar, 1958. p 3.

esquemática no es más que un problema rudimentario de la economía de bienestar o de la teoría de la producción, y también se puede considerar como un problema de economía lineal, sirviendo esta última palabra para señalar que las restricciones básicas del problema toman la forma más sencilla de las funciones matemáticas.

Esta ilustración sugiere que muchos de los problemas conocidos de la economía se encuentran dentro del ámbito de la economía lineal. Hasta mediados del siglo XX los economistas habían pasado por alto los aspectos lineales de sus problemas por parecerles obvios, triviales y carentes de interés. Pero a partir de aquel momento, se han desarrollado nuevos métodos de análisis que dependen fundamentalmente de las características lineales de los problemas económicos, y que, de hecho los acentúan. Los más florecientes de estos métodos son la *programación lineal*, el análisis *input-output*, y la *teoría de juegos*.

TEORÍA DE JUEGOS

Aunque estas tres ramas de la economía lineal nacieron separadamente, matemáticamente tienen muchas similitudes. Primero se creó la teoría de juegos cuyo teorema central fue anunciado por John von Neumann en 1928, en su "*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*" que apareció en el *Mathematische Annalen* de ese año. Sin embargo, el impacto de la teoría de juegos sobre la economía no tuvo lugar hasta la publicación de *Theory of Games and Economic Behavior*, en 1944.

En esencia, se puede decir que la Teoría de juegos, se apoyó en el concepto de que existe una estrecha analogía entre los juegos de salón, por un lado, y las situaciones en que se encuentran frente a frente dos partes en la economía, en la política, en el ámbito militar, etc. En cualquiera de estas situaciones hay un número de participantes con objetivos incompatibles, y la medida en la que cada participante alcance su objetivo depende de lo que hagan todos los demás. El problema con el que se encuentra cada participante es hacer sus planes teniendo en cuenta las acciones de los demás, cada uno de los cuales, naturalmente, está haciendo sus

propios planes teniendo en cuenta las acciones del resto. De forma que cada uno de los participantes debe imaginarse lo que cada uno de sus contrarios espera que haga y cuáles serán sus reacciones ante tales expectativas.

Fue von Neumann quien demostró de manera notable que se puede decir algo definitivo con respecto a este cruce de objetivos a alcanzar y de interacciones psicológicas. Demostró que, bajo ciertos supuestos, cada participante puede actuar con la garantía de tener por lo menos una ganancia mínima. Cada participante actúa garantizando sus resultados mínimos, entonces permite que sus rivales alcancen más que sus ganancias mínimas, por consiguiente las ganancias mínimas se transforman en ganancias reales, y las acciones y resultados de todos los participantes quedan determinadas.

Un juego de suma cero, de dos jugadores, con dos estrategias cada uno puede escribirse en términos de programación lineal, como sigue:

Imagine un juego de cartas con dos jugadores, cada uno tiene 2 cartas. El jugador 1 tiene un As de Tréboles, y un 2 de Picas; el jugador 2 tiene un As de Picas, y un As de Tréboles. El juego consiste en que cada jugador selecciona una de sus cartas, si los palos coinciden el jugador 1 paga al jugador 2 el monto en dólares de la carta del ganador, si los palos no coinciden, es decir, el jugador 2 paga a el uno el monto de la carta ganadora. La matriz de pago se muestra a continuación.

Figura 2. Cómo escribir un juego en términos de programación lineal

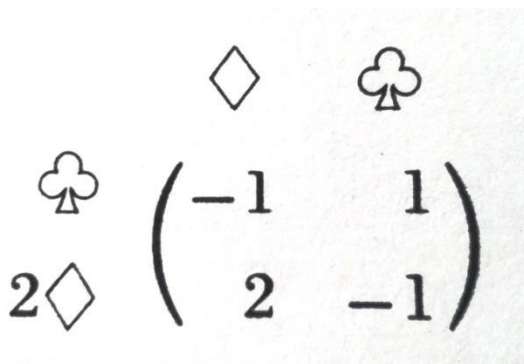
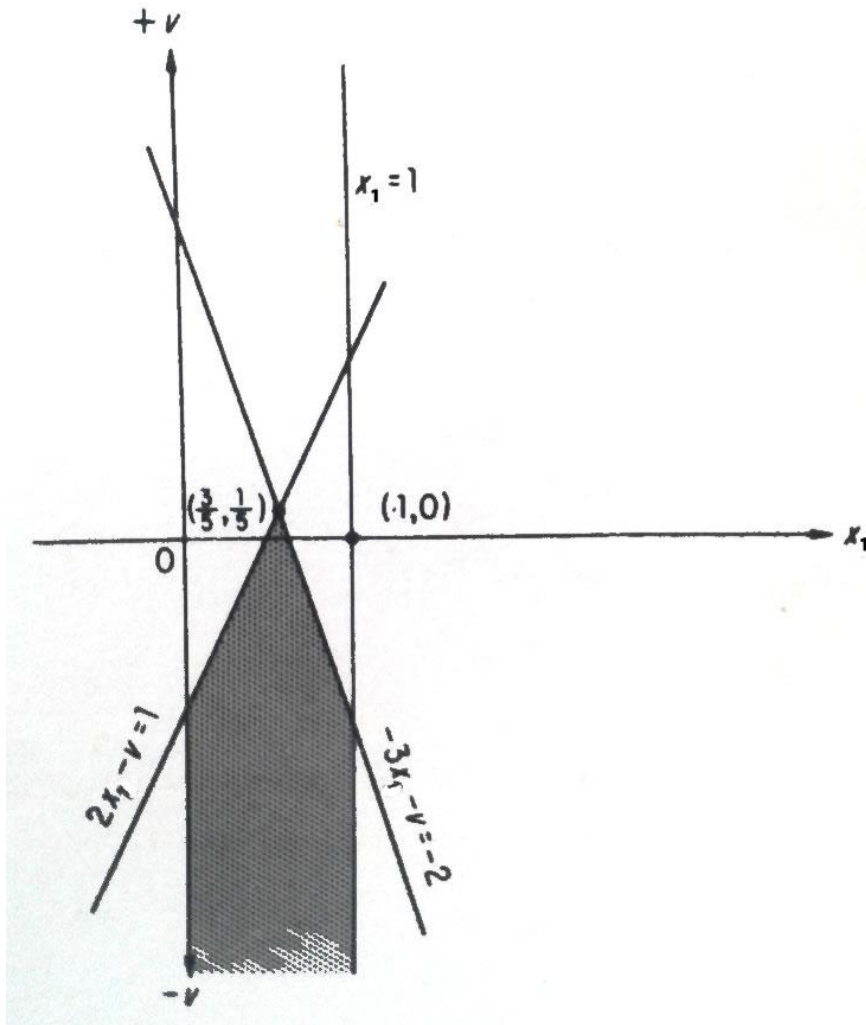


Figura 3. Conjunto de soluciones factibles



Fuente: GASS, Saúl L. *Programación lineal*; Editorial Aguilar, 1964. P 141.

Así el punto óptimo es $x_1 = 3/5$ y $v = 1/5$, luego $x_2 = 2/5$. Como se ve, es un juego cargado a favor del jugador 1.

ANÁLISIS INPUT-OUTPUT

La segunda en aparecer de estas tres ramas de la economía lineal fue la teoría input-output. Leontief publicó la primera exposición clara del método en 1936⁷ y otra más detallada y completa en 1941⁸. El análisis del input-output, se basa en la idea de que una proporción muy considerable del esfuerzo de una economía moderna se dedica a la producción de bienes intermedios, y que la producción de esos bienes está ligada estrechamente a la producción de bienes finales. Una modificación en la producción de cualquier artículo final, por ejemplo, un automóvil, lleva implícita cambios en la producción de bienes intermedios, por ejemplo, cobre, vidrio, acero, etc, que son empleados en la fabricación de aque producto final, y de hecho en la producción de bienes empleados en la producción de dichos productos intermedios, y así, sucesivamente.

1.3 RESEÑA DE LA OBRA

En “*El Modelo*”, se explicaran las características matemáticas del modelo propuesto, su estructura, sus supuestos, y componentes. En la sección “*Formulación de Políticas públicas*” se mostrará una forma en que puede utilizarse el modelo como herramienta para formular y evaluar políticas. En la sección Apéndices, se proponen algunos ejemplos de los subsistemas del modelo.

⁷ LEONTIEF, Wassily. “*Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States*”, en *Review of Economic Statistics* 18, p 105-125. 1936.

⁸ ————. *The Structure of the American Economy, 1919-1929*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1941.

2. EL MODELO

Considere un sistema con un número N de agentes económicos, llamémoslos: Individuos, Empresas privadas, y Agencias del Estado.

Cada agente j , $N \in \{1, 2, \dots\}$ tiene asociada una Función Objetivo $\{O_1, O_2, \dots, O_n\}$.

Esto que llamamos función objetivo puede ser interpretado de forma diferente por cada agente. Para una empresa privada puede ser interpretada como su búsqueda de beneficios; para un individuo puede pensarse como su búsqueda de Bienestar, y para las agencias estatales como la búsqueda de maximizar el impacto de sus actividades. Todas y cada una de las Funciones Objetivo tienen esta estructura:

$$O \text{ (maximizar/ minimizar)} : C_1 \cdot X_1 + C_2 \cdot X_2 + \dots + C_n \cdot X_n$$

Donde $\{c_1 \dots c_n\}$ son los coeficientes que acompañan a las variables $\{x_1 \dots x_n\}$ que son las que buscamos optimizar. Estas funciones están sujetas a ciertas restricciones.

Sujeto a:

$$a_{11} \cdot X_1 + a_{12} \cdot X_2 + \dots + a_{1n} \cdot X_n \leq b_1$$

$$a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 + \dots + a_{2n} \cdot X_n \leq b_2$$

$$\dots a_{m1} \cdot X_1 + a_{m2} \cdot X_2 + \dots + a_{mn} \cdot X_n \leq b_m$$

$$X_1, \dots, X_n \geq 0$$

Estas restricciones pueden interpretarse en el caso de un individuo, como sus necesidades particulares y preferencias; para empresas y agencias del estado, también pueden representar sus actividades.

Si llamamos a:

O_j = la Función Objetivo del agente j

r_{ij} = la restricción i del agente j

Entonces, buscamos optimizar la sumatoria de las funciones objetivo, sujetas a la sumatoria de las restricciones de todos los agentes.

$$\text{Maximize } Z = \sum_{j=1}^n O_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n r_{ij} \text{ para } i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n.$$

Donde Z representa el bienestar de la sociedad modelada.

2.1. SUPUESTOS

El modelo tiene implícito los siguientes supuestos:

Proporcionalidad.

En un modelo de programación lineal el flujo de los coeficientes que tienen las restricciones (actividades, necesidades, preferencias) son siempre proporcionales.

No negatividad.

Todas las variables que se valoran en el modelo deben ser no negativas. Así cualquier múltiplo positivo de cualquier restricción es posible, pero ni los niveles de actividad, ni las necesidades y preferencias pueden ser negativas.

Aditividad.

En nuestro modelo, cada entrada, está caracterizada por una ecuación de balance, así el flujo final de valores, está dado por la sumatoria de condiciones iniciales, menos la sumatoria de condiciones finales.

Función Objetivo lineal.

La función que se desea optimizar debe ser de tipo lineal, esto es, los exponentes de las variables que intervienen deber ser iguales a la unidad, o nulos, y no estar multiplicados entre sí.

2.2. COMPONENTES DEL MODELO

2.2.1. Agentes

Individuos: tienen restricciones asociadas a necesidades de tipo orgánico, psicológico, y cultural. Pueden tener, además, asociados objetivos familiares, o de gremio. Es el simulacro del agente más complejo.

Este tipo de agente se presenta como una aproximación que intenta contestar las siguientes preguntas: ¿cómo simulamos niños que no trabajan pero que reciben su sustento, cómo simulamos algún tipo de enfermedad, cómo representamos las diferencias en la visión de mundo de cada uno de los individuos?

Cualquiera que intente vivir dentro de un presupuesto tiene formas diversas de asignar sus limitados fondos. Un ama de casa, un profesor, un empleado de cualquier sector económico, con un presupuesto en mente tiene que apartar tanto para renta, vestido, alimentos, diversiones, transporte, etc. Los costos fijos como la renta son fáciles de asignar, mientras que la división de dinero entre la comida y la diversión normalmente se hace con base en alguna experiencia pasada, ocasionalmente con fluctuaciones impulsivas. Sin embargo las asignaciones específicas se hacen basadas en la medida de efectividad de esa persona, evaluada con respecto a los gastos de sus fondos en todas las áreas del presupuesto. En esta clase de problemas de decisión, es bastante difícil optimizar una medida global de efectividad o aún determinar (de forma meramente intuitiva) esa medida global de efectividad, así que normalmente se intenta suboptimizar, es decir, separar el problema en subproblemas manejables. Donde cada subproblema tiene un objetivo, es decir una medida de efectividad, y una serie de restricciones asociadas.

En el modelo estos subsistemas se han llamado *facetas* y se explicarán más detalladamente en la siguiente sección.

Resumen

Busca: Maximizar su *Bienestar*

Sujeto a: restricciones de tipo orgánico, psicológico, cultural y presupuestario.

Empresas Privadas: tienen restricciones de tipo presupuestario, de locación e inventario. Tienen asociada una función objetivo que busca maximizar sus beneficios. En este sentido una empresa privada vendría siendo lo más parecido a un agente económico en la literatura económica convencional.

Este tipo de agente nace como respuesta a la pregunta: ¿Cómo podemos representar a organizaciones complejas, con diferentes plantas de producción y con múltiples divisiones administrativas?

Se ha señalado que la programación lineal es un método para calcular el mejor plan para alcanzar unos objetivos determinados, en una situación donde los recursos son limitados. Es, entonces, como señalan los profesores Dorfman, Samuelson y Solow⁹, un método para resolver el problema clásico de economizar, bien sea en una economía nacional, en un programa de gobierno, o en una empresa aislada. Aquí nos ocuparemos de esta última aplicación.

El problema de la utilización óptima de los recursos limitados por la empresa individual hace tiempo que viene siendo estudiado por la ciencia económica, en especial por el análisis de la producción a corto plazo, el modelo propuesto nos permite simular diferentes tipos de empresas, dependiendo de sus actividades y procesos. Si una empresa es muy compleja, puede ser dividida en diferentes departamentos, cada uno de estos departamentos puede ser dividido en subsistemas que nos permitan analizarla más fácilmente.

⁹ DORFMAN, Robert; SAMUELSON, Paul y SOLOW, Robert. *Programación Lineal y Análisis Económico*; Editorial Aguilar, 1958. p 141-145.

En la teoría neoclásica, las empresas son analizadas asumiendo que tienen asociada una función de producción, que es diferenciable, permitiéndonos maximizar los beneficios de la empresa. En la vida real esta aproximación tiene varios inconvenientes, principalmente porque hallar una función de producción, que sea diferenciable, continua, que tome en cuenta la mayoría de los factores envueltos en la producción de una compañía es bastante complejo.

La teoría económica convencional puede ser justificada en estos términos de simplificación, en la medida que el análisis de una empresa es solo un paso antes del análisis de los mercados. Pero, ¿y qué si lo que buscamos es analizar a la empresa en sí misma. ¿Qué sucede si estamos interesados en una detallada descripción de la empresa en sí, tomando en cuenta sus actividades?

Otra ventaja que ofrecen los modelos simplificados diferenciables es que pueden ser fácilmente explicados. Como señala Tinbergen¹⁰: *“What I called ‘didactic value’ also stands for communication value. The ability of a planning expert to communicate with politicians and with citizens constitutes an important element in any type of democratic or semi-democratic planning and such communication can be enhanced by relatively simple models. In order not to misrepresent reality, however, there will be a need for a succession of models, as used in planning in stages or, as we now say, multi-level planning”*

Es decir, lo que Tinbergen ha llamado "valor didáctico" también es sinónimo de valor de la comunicación. La capacidad de un experto en planificación para comunicarse con los políticos y con los ciudadanos constituye un elemento importante en cualquier tipo de planificación democrática o semi-democrática y dicha comunicación puede mejorarse mediante modelos relativamente simples. A fin de no distorsionar la realidad, existe una necesidad de una sucesión de modelos,

¹⁰ TINBERGEN, Jan. *Política económica, principios y formulación*. México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1961. p 14.

tal como se utiliza en la planificación por etapas o, como suele llamarse ahora, la planificación a varios niveles.

El análisis de una empresa desde el enfoque de la programación lineal tiene varias ventajas, como señalan los profesores Dorfman, Samuelson y Solow. Primero, nos permite encontrar no sólo los niveles óptimos de los factores de producción, sino que además se extiende al nivel óptimo de todos los procesos y actividades que son realizadas por la empresa. Así, en un programa lineal, no buscamos directamente encontrar los valores óptimos de los factores de producción (por ejemplo capital y trabajo) sino que buscamos los niveles óptimos de cada actividad que realiza la empresa, de estos niveles de actividad podemos deducir los niveles óptimos de los factores de producción. En segundo lugar, nos permite capturar la diversidad que tiene cada empresa en particular, al hacer un análisis de sus actividades.

Resumen

Busca: Maximizar su Beneficio

Sujeto a: restricciones de tipo presupuestario, de locación e inventario.

Organismos Estatales: tienen restricciones de tipo presupuestario, de locación e inventario. Tienen asociada una función objetivo grupal, que tiene relación con el impacto de la labor que los mismos organismos realizan.

Resumen

Busca: Maximizar el impacto de sus acciones.

Sujeto a: restricciones de tipo presupuestario, de locación e inventario.

2.2.2. Facetas

Una contribución para poder analizar al individuo en el modelo son las facetas, que permiten analizar a cada agente, pensando en sus preferencias y restricciones individuales. Las facetas reflejan dimensiones de un individuo, o de un agente en general (por ejemplo, las diferentes actividades de una empresa). Estas facetas nos permiten analizar cada agente de forma diferente, pensando en sus preferencias y limitaciones individuales. En el modelo propuesto cada uno de los agentes son diferentes, ya que cada agente tiene restricciones y una función objetivo particulares.

Un ejemplo faceta es la que llamamos “nutrición” de un individuo, así como sus “ingresos”, las que pueden estar compuestas por una gran cantidad de aspectos.

Las Facetas son subsistemas que tienen una serie de restricciones y una función objetivo. El número de facetas es finito¹¹, y podemos llamarlo d .

La sumatoria de las funciones objetivo de las facetas es el Bienestar intrínseco de el individuo j .

Podemos definirlo así:

B_j = Bienestar intrínseco del individuo j

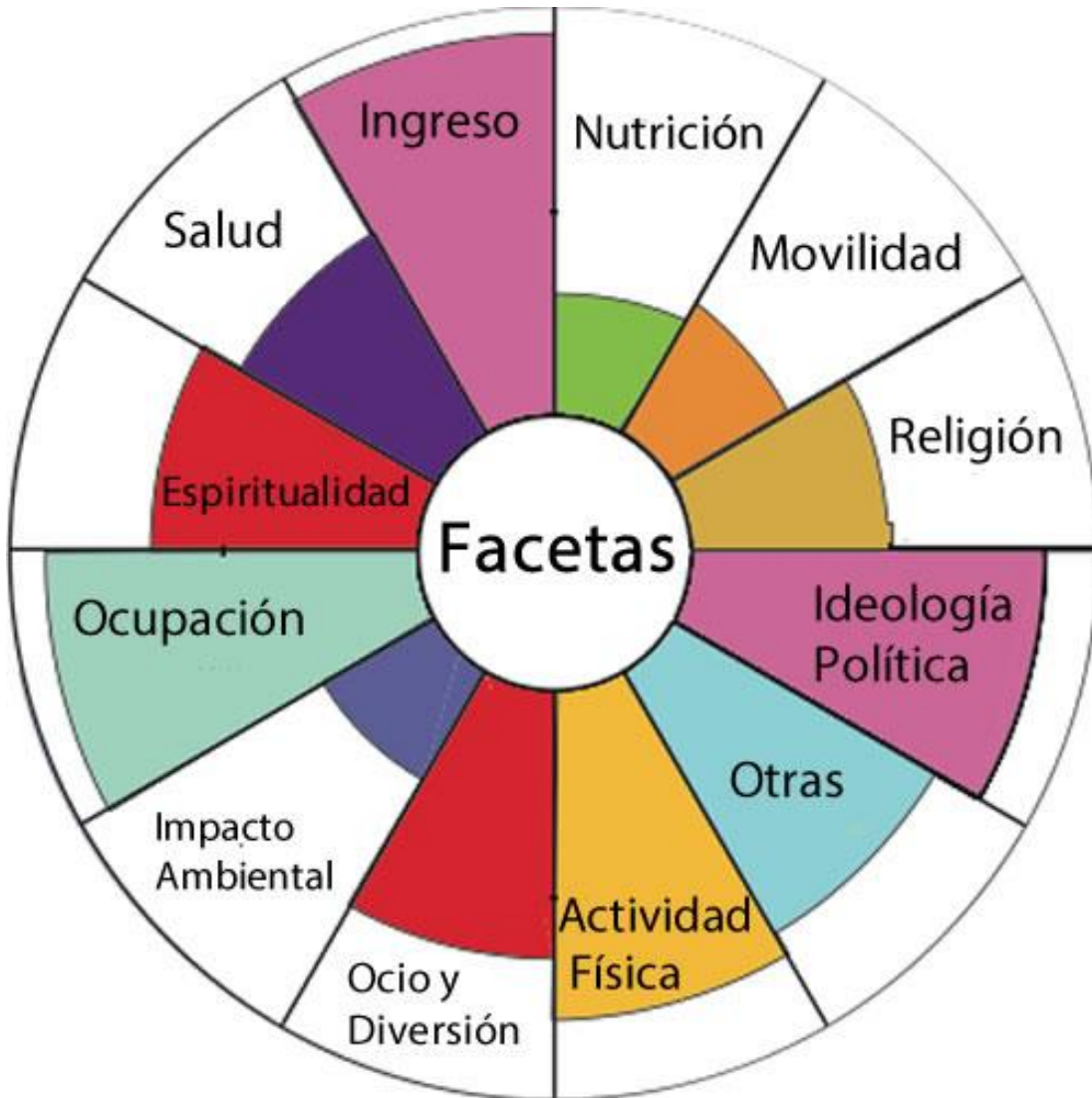
f_{ij} = faceta i del individuo j

Entonces

¹¹ Si asociamos una faceta con una necesidad humana podemos, como lo hace Max-Neef, decir que este conjunto es finito. “Las necesidades humanas fundamentales son las mismas en todas las culturas y en todos los períodos históricos. Lo que cambia a través del tiempo y de las culturas es la manera o los medios utilizados para la satisfacción de las necesidades.” MAX-NEEF, Manfred. *Desarrollo a escala humana, conceptos, aplicaciones y algunas reflexiones*. Barcelona : Editorial Icaria, 1994. p 36.

$$B_j = \sum_{i=1}^d f_{ij}; \quad i = 1, \dots, d$$

Figura 4. Facetas de un Individuo



2.2.2.1. Ejemplos de Facetas

Dado el tamaño de los ejemplos numéricos propuestos se presentan en la sección final: Apéndice.

Ejemplo de estructura y características de la faceta Nutrición

[Apéndice A]

Ejemplo de estructura y características de la faceta Ingreso

[Apéndice C]

2.2.2.2. Definición de algunas Facetas

Faceta Ingreso:

Mientras que el ingreso de una empresa es fácil de describir y encontrar, multiplicando la cantidad del bien producido por su precio. Describir el ingreso de un individuo es un poco más difícil, porque tiene muchas manifestaciones. Puede ser resultado de un salario ganado, de inversiones en propiedades o acciones, o algún ingreso ocasional dependiendo de otros factores. Finalmente, puede ser resultado de contribuciones o ayudas recibidas, como sucede con un niño en el seno familiar, o becas, o préstamos.

Definamos los siguientes componentes del Ingreso para un individuo:

-Salario: un pago regular, hecho por un empleador (empresa o individuo) hacia un empleado.

Por ejemplo: Un arquitecto que trabaja en una empresa de construcción.

-Inversiones: inversiones en propiedades o acciones de empresas, franquicias, etc.

Por ejemplo: Inversor, que posee acciones en la bolsa de valores.

[Apéndice C : Ejemplo de Inversión en bonos y acciones - *Investment in bonds and shares*]

-Préstamos: crédito dado por un individuo o empresa a otro.

-Contribuciones (Dádivas, Ayudas, Becas): beneficios obtenidos dada la generosidad de individuos o instituciones interesadas en el bienestar de otros. Por ejemplo: Una niña en edad escolar que recibe de su familia (padres, abuelos, tíos) comida, vestido, entretenimiento, educación, y un monto de dinero para sus gastos.

Dados estos componentes podemos analizar a individuos cuya fuente de ingresos es variada. Tenemos que:

$$\text{Ingreso} = \text{Salario} + \text{ganancias en Inversiones} + \text{Préstamos} + \text{Contribuciones recibidas}$$

Faceta Impacto Ambiental:

Esta faceta intenta capturar la medida en que un individuo impacta al ambiente que lo rodea. Una primera aproximación puede ser dada relacionando los bienes de consumo (comida, ropa, útiles de aseo o de trabajo) con una medida ambiental sostenible.

Faceta Nutrición:

Representa el proceso de obtención de los nutrientes necesarios para garantizar la salud de un individuo

Imaginemos una serie de alimentos f , compuestos cada uno por una serie de nutrientes g .

Podemos crear, dadas algunas características como peso, altura, edad, actividad física del agente j , varias restricciones que busquen tanto una correcta nutrición como su salud.

Se pueden tener en cuenta características particulares de cada agente, como su facilidad para digerir la lactosa o el gluten, si es alérgico a determinado alimento, como el maní o los camarones. Si es diabético o hipertenso; y en general cada una de las características específicas que hacen que nuestra dieta y objetivos nutricionales sean diferentes.

El alimento m , puede estar compuesto por una serie de alimentos $\{a, b, c\}$, como un flan está compuesto por leche, huevos y azúcar. Si un individuo j es diabético, podemos crear una restricción para los gramos de azúcar que puede consumir

diariamente, del tipo $cG \leq b$. Donde c es el número de gramos del nutriente G (*glucosa*) consumido en un día, que puede ser a lo sumo b .

Faceta Movilidad:

Es la necesidad de un individuo para ser transportado a su lugar de trabajo, hogar, o a lugares de entretenimiento, etc. En nuestro modelo, se entenderá como la relación de tiempo y dinero que invierte un individuo para moverse de un lugar a otro. Es la representación de un subsistema que busca optimizar la movilidad.

Faceta Ocupación:

El trabajo o profesión de una persona, se relaciona con el tiempo y la forma en que el individuo obtiene un pago por su trabajo.

Faceta Ideología Política:

Son el conjunto de creencias acerca de la teoría política ejercidas por un individuo. En el modelo se mide el impacto de cada una ideología política teniendo en cuenta el número de individuos que tienen en común una ideología específica.

Cada ideología contiene ciertas ideas sobre lo que considera que es la mejor forma de gobierno (por ejemplo, la democracia) y el mejor sistema económico (por ejemplo, el capitalismo).

Entretenimiento:

La alegría, el placer y la felicidad que se obtiene al realizar ciertas actividades.

Espiritualidad:

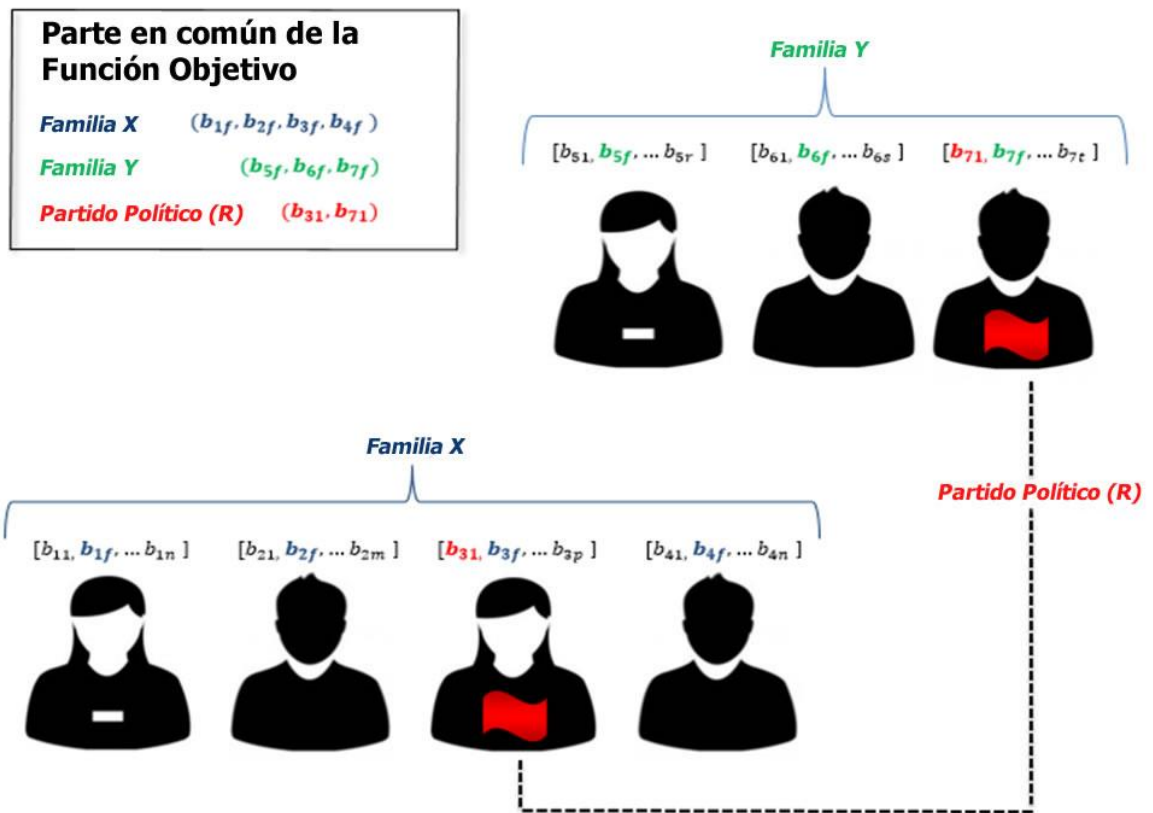
Entendida como la preocupación por el ser interno; la preocupación por los asuntos espirituales o filosóficas en lugar de factores externos. Tiene una estrecha relación con el carácter religioso o cultural del individuo, y cómo él / ella considera importantes ciertas características de su entorno.

Y otras más, que dependen de la rigurosidad del modelo que se pretende implementar.

2.2.3. Instituciones

Otra de las características interesantes del modelo es que pretende simular cierto tipo de Instituciones. Estas nacen, en el modelo, de los objetivos que comparten los agentes, a decir, Individuos, Empresas, y Organismos Estatales. La familia, por ejemplo, es un primer tipo de institución que se propone. Se propone además gremios y partidos políticos.

Figura 5. Diagrama de Familia



Donde b_{1f} es el set de variables en común entre el individuo 1 y su familia.

Ejemplo de Institución: *la Familia*

Definamos la función objetivo del individuo j como su bienestar. Llamémoslo (al individuo j) John Doe. John tiene una madre, llamémosla Jane. Podemos suponer que el bienestar de Jane depende del bienestar de John, porque él es su hijo amado. En nuestro modelo, el bienestar de Jane, contiene el bienestar de John. Vamos a suponer que el bienestar de un individuo se compone de su propio bienestar (intrínseco), más la suma del bienestar de las personas que son importantes para él.

La parte "intrínseca" representa todas las facetas de la persona, y una parte "social" representa las funciones de bienestar de sus seres queridos. Para lograr esto vamos a imaginar una escala que va de 0 a 1 que multiplica esta función, y esta escala representa la medida que el individuo original, valora la importancia de otro individuo. Por lo que podemos captar la diferencia entre la importancia de un hijo o una madre, de un amante, o una persona que se estima.

DEFINICION DEL BIENESTAR DE UN INDIVIDUO

Definamos:

$B_j =$ Bienestar intrínseco de individuo j , basado sólo en la sumatoria de sus facetas.

$O_j =$ Función Objetivo del individuo j . Bienestar del individuo j , en el sentido más amplio.

$\{B_f, \dots, B_q\} =$ Bienestar (basado solo en la sumatoria de las propias facetas) intrínseco de las personas $\{f, \dots, q\}$. Que son estimadas por el individuo j .

$\{C_f, \dots, C_q\} =$ grado en el que el individuo j estima a los individuos $\{f, \dots, q\}$.

Entonces, tenemos que:

$$O_j = B_j + C_f B_f + \dots + C_q B_q$$

Donde $\{C_f, \dots, C_q\}$ son los coeficientes que determinan el grado de afinidad con la otra persona. Por lo tanto, varían de 0 a 1, donde cero es la ausencia de empatía y uno es la afinidad completa, como la que desarrolla una madre con su hijo. Estos coeficientes también pueden variar de -1 a 0, señalando la medida en que el bienestar de una persona es perjudicial para otra. Podría interpretarse como el grado de hostilidad, resentimiento u odio hacia otra persona.

La familia representa una conexión muy fuerte, ya que no está asociada con una característica aislada (como una ocupación o ideología), sino que está asociada con el bienestar de los demás.

Gremios: son los individuos que comparten un oficio o intereses específicos. Pueden si se conocen entre sí, organizar y tomar decisiones juntos. En el modelo son individuos que comparten ciertas características.

Partidos Políticos (así como la religión, o la afinidad de los deportes) se puede pensar en un partido político, como una ideología, una faceta, que está vinculada a una recompensa positiva cuando la ideología es aceptada y compartida por otros, cuando además ofrece una explicación o representa la forma en la que el individuo cree que debe funcionar el mundo. Un partido político, se piensa en el modelo como un gremio entre individuos, que no tienen en común una ocupación, sino una ideología política.

3. FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS

Podemos entender la formulación de políticas públicas como una reacción a las necesidades y preferencias de los individuos y empresas específicas que componen una sociedad, teniendo cuidado de sus demandas y problemas.

En nuestro modelo, la política pública tiene como objetivo satisfacer un determinado conjunto de objetivos, se trata de la sumaria de los objetivos específicos de cada agente (particulares, empresas y organismos estatales)

Utilizando el conjunto de índices propuestos por el modelo, se busca hacer una recomendación para el diseño de soluciones a los problemas del mundo real, que busca crear políticas públicas óptimas (dados los supuestos especificados anteriormente en el modelo).

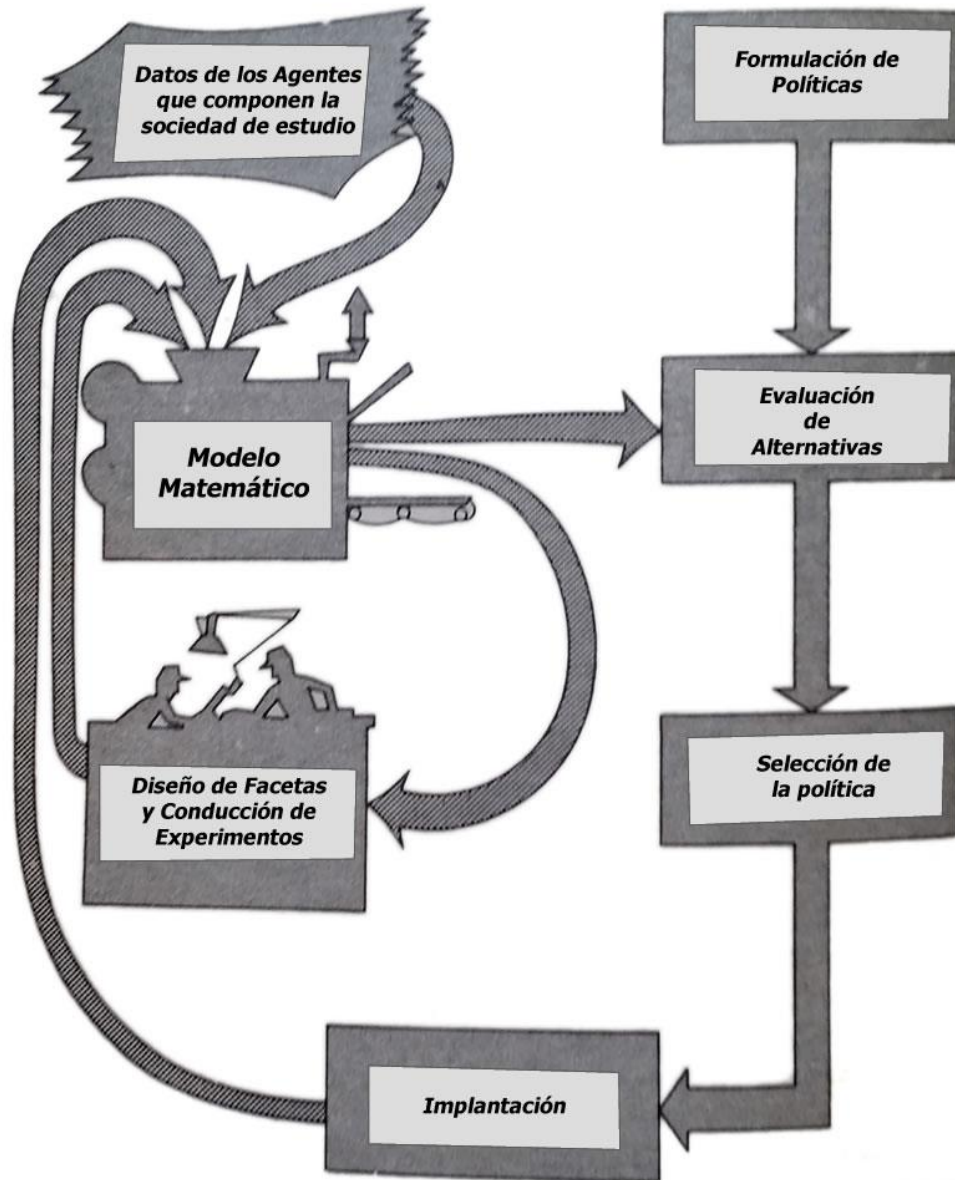
En la **Figura 6** se muestra cual podría ser un posible proceso de formulación y evaluación de políticas públicas.

FORMULACIÓN DE POLÍTICAS ÓPTIMAS (Existencia e Inexistencia de soluciones óptimas)

Geométricamente, las restricciones lineales asociadas a los problemas económicos definen una región factible, todo lo cual es un poliedro convexo. Una función lineal es una función convexa, lo que implica hacia cada mínimo local es un mínimo global; Del mismo modo, una función lineal es una función cóncava, lo que implica hacia cada máximo local es de un máximo global.

Una solución óptima no necesariamente existe, por dos razones. En primer lugar, si dos restricciones son incompatibles, entonces no existe ninguna solución viable: Por ejemplo, las restricciones $x \geq 2$ y $x \leq 1$ no puede ser satisfechas de forma conjunta; en este caso, decimos, que el programa descrito es inviable. En segundo lugar, cuando el politopo es ilimitado en la dirección del gradiente de la función objetivo (es decir, que la región factible no está limitada), entonces no es posible alcanzar un valor óptimo.

Figura 6.



A pesar de la universalidad de las sociedades en las que se podría utilizar el modelo, un enfoque sistemático y real todavía presenta varios retos.

En primer lugar, un trabajo serio en cada subsistema del modelo (las facetas de la persona) para la aplicación práctica, requiere una ardua investigación y los esfuerzos unidos de los economistas, matemáticos y especialistas en cada faceta específica (psicólogos, nutricionistas, ingenieros).

Otra parte importante en cuanto a la aplicación práctica del modelo es el contraste continuo de la realidad, para así, modificar el modelo, de modo que más se ajuste a lo que sucede.

El diseño de un modelo es sólo la primera parte del problema de planificación, la segunda parte consiste en la recopilación de información que hace que funcione y este es otro desafío. En este sentido, nuestra situación es alentadora porque en la actualidad hay muchas maneras de obtener la información necesaria para el modelo, como aplicaciones en los teléfonos móviles, bases de datos en redes sociales, etc.

CONCLUSIONES

Este modelo, sin ser matemáticamente exigente, representa un esfuerzo por dotar a la ciencia económica de un mecanismo que le permita pensar a la sociedad de forma más compleja, teniendo en cuenta sus múltiples características y dimensiones. Primero, nos muestra una manera de analizar agentes que difieren en sus objetivos. Segundo, crea la posibilidad de captar la diversidad, en cuanto a las necesidades y preferencias de los agentes económicos. Tercero, crea una forma de medir la afinidad, empatía, amor, resentimiento u odio, permitiéndonos explicar a la familia como una institución moral y presupuestaria. Cuarto, da la posibilidad de añadir al análisis económico variables psicológicas, políticas y sociales. Y por último, pretende renovar la importancia del enfoque determinístico, ya que dados los grandes avances en capacidad de cómputo actual, se reducen de manera sustancial las dificultades de este tipo de enfoque.

Traté de mantener en el modelo, un sentido de realismo a través del análisis sistemático de actividades y características reales de los individuos, lo que permitiría una comprensión más amplia de las relaciones económicas y de comportamiento. Haciendo así una aproximación al problema de la formulación de políticas públicas desde un nuevo enfoque, el modelado de las necesidades y preferencias de los individuos.

BIBLIOGRAFÍA

DANTZIG, George.B. “*Maximization of a Linear Function of Variables subject to Linear Inequalities*”, pp.339-347 en *Activity Analysis of Production and Allocation*, T.C. Koopmans (ed.), New York: John Wiley, 1951.

———. *Linear Programming and Extensions*, Princeton N.J.: Princeton University Press, 1963.

DORFMAN, Robert; SAMUELSON, Paul y SOLOW, Robert. *Programación Lineal y Análisis Económico*; Editorial Aguilar, 1958.

GASS, Saúl L. *Programación lineal*; Editorial Aguilar, 1964.

KANTOROVICH, Leonid. *Asignación óptima de los recursos económicos*. Editorial. Ariel, 1959.

———. 1975 Nobel Prize Lecture: *Mathematics in Economics: Achievements, Difficulties, Perspectives*. Nobel Media AB 2014. [En línea]. Recuperado el 1 Mar 2016. Disponible en: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1975/kantorovich-lecture.html

LEONTIEF, Wassily. “*Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States*”, en *Review of Economic Statistics* 18, p 105-125. 1936.

———. *The Structure of the American Economy, 1919-1929*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1941.

MAX-NEEF, Manfred. *Desarrollo a escala humana, conceptos, aplicaciones y algunas reflexiones*. Barcelona : Editorial Icaria, 1994.

MORÁN, Libardo. *Cómo plantear problemas complejos en programación lineal*. Editorial UIS, 1998.

MORGENSTERN, Oskar. *Experiments and large scale computation in economics*. Ed. *Economic Activity Analysis*. Economic Activity Analysis. John Wiley and Sons, New York, p 483–549. 1954.

SAMUELSON, Paul. *Economía desde el corazón: un muestrario de Samuelson*; Ediciones Orbis, 1988.

SEDGEWICK, Robert. *Algorithms*; Addison-Wesley Professional, 2011.

TINBERGEN, Jan. *Política económica, principios y formulación*. México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1961.

———. 1969 Nobel Prize Lecture: *The Use of Models: Experience and Prospects*. [En línea]. Recuperado el 1 Mar 2016. Disponible en: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1969/tinbergen-lecture.html

VARGAS, Alejo. *Notas sobre el estado y las políticas públicas*; Almudena Editores. 1999.

Von NEUMANN, John y MORGENSTERN, Oskar. *Theory of Games and Economic Behavior*; Princeton University Press. 1994.

APENDICES

APÉNDICE A

Ejemplo de la faceta Nutrición para el Individuo i .

Nota: Los ejemplos dados son exportados de Matlab y están en inglés. Los comentarios para explicarlos se harán entre los símbolos [].

Los datos nutricionales de este ejemplo fueron obtenidos de la pagina calorieking.com

Este ejemplo no está destinado a analizar un individuo específico. Busca mostrar cómo podemos estructurar de forma genérica la nutrición como una necesidad del individuo, y analizar esta hipótesis dado una lista de los alimentos y sus componentes nutricionales.

Hemos utilizado una lista de 25 alimentos, pero podríamos haber creado una lista de 300, o un número suficientemente grande de alimentos para cubrir la dieta diversa de la mayor parte de la población modelada.

En nuestro primer ejemplo, el individuo i busca minimizar el costo de la alimentación (Programa A), siguiendo las recomendaciones dadas. En el segundo ejemplo (Programa B), el individuo i tiene como objetivo maximizar el placer de su nutrición menos el costo.

Recommended nutrition for individual i

Table 1. Recommended nutrition for Individual i

Individual i	Age: 25	Gender: Male	Recommended nutrition		
per Day			per Month		
nutrient	grams	Kcal	nutrient	grams	Kcal
Protein	116	464	Protein	3480	13920
Carbohi	310	1240	Carbohi	9300	37200
Lipids	70	630	Lipids	2100	18900
	Total Kcal	2334		Total Kcal	70020

Table 2. List food and nutritional information for Individual i. Source <https://calories.org>

		KCal /g	Proteins/g	Lipids/g	Carbo hydrates/g	Price (COP/g)	Pleasure
x1	Beer	0.480	0.006	0.000	0.038	6.70	9.00
x2	Limonade	0.450	0.000	0.000	0.150	3.00	8.00
x3	Coke	0.480	0.000	0.000	0.120	2.80	8.00
x4	Sugar	3.850	0.000	0.000	0.995	2.75	2.00
x5	Pasta	3.680	0.190	0.002	0.734	4.20	4.00
x6	White Bread	2.700	0.081	0.005	0.640	5.00	5.00
x7	Cooked Rice	1.230	0.022	0.003	0.279	3.42	5.00

x8	Almond	4.990	0.160	0.514	0.220	36.25	6.00
x9	Peach	0.300	0.008	0.001	0.069	9.10	8.00
x10	Lemon	0.140	0.006	0.000	0.032	5.20	4.00
x11	Strawberry	0.270	0.009	0.004	0.056	10.20	9.00
x12	Avocado	2.320	0.019	0.235	0.032	5.60	8.00
x13	Chickpea	3.380	0.218	0.049	0.543	5.20	6.00
x14	Tomato	0.160	0.010	0.002	0.029	6.63	8.00
x15	Potatoes	0.800	0.021	0.010	0.180	3.50	7.00
x16	Cauliflower	0.250	0.032	0.002	0.027	3.88	4.00
x17	Celery	0.220	0.023	0.002	0.024	2.41	7.00
x18	Fresh Tuna	1.580	0.215	0.080	0.000	19.52	8.00
x19	Sausage	3.730	0.125	0.310	0.020	14.60	9.00
x20	Beef Liver	1.290	0.210	0.044	0.009	9.30	7.00
x21	Veal Steak	0.920	0.207	0.010	0.005	11.50	8.00
x22	Eggs	1.560	0.130	0.111	0.000	2.86	6.00
x23	Cheese	3.070	0.240	0.230	0.010	29.00	7.00
x24	Yogurt	0.610	0.033	0.035	0.040	8.80	6.00
x25	Whole Milk	0.630	0.032	0.037	0.046	2.20	4.00

Program A Nutrition Facet for Individual i

$$\text{Minimize } p = 6.7x_1 + 3x_2 + 2.8x_3 + 2.75x_4 + 4.2x_5 + 5x_6 + 3.42x_7 + 36.25x_8 + 9.1x_9 + 5.2x_{10} + 10.2x_{11} + 5.6x_{12} + 5.2x_{13} + 6.63x_{14} + 3.5x_{15} + 3.88x_{16} + 2.41x_{17} + 19.52x_{18} + 14.6x_{19} + 9.3x_{20} + 11.5x_{21} + 2.86x_{22} + 29x_{23} + 8.8x_{24} + 2.2x_{25}$$

[p is nutrition cost for one month; $x_1..x_{25}$ are 25 different food; in p , coefficient that accompanies x is the price per gram of this food; final value of $x_1...x_{25}$, mean number of grams of this food]

subject to

$$0.006x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.19x_5 + 0.081x_6 + 0.022x_7 + 0.16x_8 + 0.008x_9 + 0.006x_{10} + 0.009x_{11} + 0.019x_{12} + 0.218x_{13} + 0.01x_{14} + 0.021x_{15} + 0.032x_{16} + 0.023x_{17} + 0.215x_{18} + 0.125x_{19} + 0.21x_{20} + 0.207x_{21} + 0.13x_{22} + 0.24x_{23} + 0.033x_{24} + 0.032x_{25} \geq 3280$$

[Constraint 1: the grams of protein obtained from all food must be at least 3280, Recommended:3480]

$$0.006x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.19x_5 + 0.081x_6 + 0.022x_7 + 0.16x_8 + 0.008x_9 + 0.006x_{10} + 0.009x_{11} + 0.019x_{12} + 0.218x_{13} + 0.01x_{14} + 0.021x_{15} + 0.032x_{16} + 0.023x_{17} + 0.215x_{18} + 0.125x_{19} + 0.21x_{20} + 0.207x_{21} + 0.13x_{22} + 0.24x_{23} + 0.033x_{24} + 0.032x_{25} \leq 3680$$

[Constraint 2: the grams of protein obtained from all food must be at most 3680, R:3480]

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.002x_5 + 0.005x_6 + 0.003x_7 + 0.514x_8 + 0.001x_9 + 0x_{10} + 0.004x_{11} + 0.235x_{12} + 0.049x_{13} + 0.002x_{14} + 0.01x_{15} + 0.002x_{16} + 0.002x_{17} +$$

$$0.08x_{18} + 0.31x_{19} + 0.044x_{20} + 0.01x_{21} + 0.111x_{22} + 0.23x_{23} + 0.035x_{24} + 0.037x_{25} \geq 2000$$

[Constraint 3: the grams of lipids obtained from all food must be at least 2000, R:2100]

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.002x_5 + 0.005x_6 + 0.003x_7 + 0.514x_8 + 0.001x_9 + 0x_{10} + 0.004x_{11} + 0.235x_{12} + 0.049x_{13} + 0.002x_{14} + 0.01x_{15} + 0.002x_{16} + 0.002x_{17} + 0.08x_{18} + 0.31x_{19} + 0.044x_{20} + 0.01x_{21} + 0.111x_{22} + 0.23x_{23} + 0.035x_{24} + 0.037x_{25} \leq 2200$$

[Constraint 4: the grams of lipids obtained from all food must be at most 2200, R:2100]

$$0.038x_1 + 0.15x_2 + 0.12x_3 + 0.995x_4 + 0.734x_5 + 0.64x_6 + 0.279x_7 + 0.22x_8 + 0.069x_9 + 0.032x_{10} + 0.056x_{11} + 0.032x_{12} + 0.543x_{13} + 0.029x_{14} + 0.18x_{15} + 0.027x_{16} + 0.024x_{17} + 0x_{18} + 0.02x_{19} + 0.009x_{20} + 0.005x_{21} + 0x_{22} + 0.01x_{23} + 0.04x_{24} + 0.046x_{25} \geq 9100$$

[Constraint 5: the grams of carbohydrates obtained from all food must be at least 9100, R:9300]

$$0.038x_1 + 0.15x_2 + 0.12x_3 + 0.995x_4 + 0.734x_5 + 0.64x_6 + 0.279x_7 + 0.22x_8 + 0.069x_9 + 0.032x_{10} + 0.056x_{11} + 0.032x_{12} + 0.543x_{13} + 0.029x_{14} + 0.18x_{15} + 0.027x_{16} + 0.024x_{17} + 0x_{18} + 0.02x_{19} + 0.009x_{20} + 0.005x_{21} + 0x_{22} + 0.01x_{23} + 0.04x_{24} + 0.046x_{25} \leq 9500$$

[Constraint 6: the grams of carbohydrates obtained from all food must be at most 9500, R:9300]

$$0.48x_1 + 0.45x_2 + 0.48x_3 + 3.85x_4 + 3.68x_5 + 2.7x_6 + 1.23x_7 + 4.99x_8 + 0.3x_9 + 0.14x_{10} + 0.27x_{11} + 2.32x_{12} + 3.38x_{13} + 0.16x_{14} + 0.8x_{15} + 0.25x_{16} + 0.22x_{17} + 1.58x_{18} + 3.73x_{19} + 1.29x_{20} + 0.92x_{21} + 1.56x_{22} + 3.07x_{23} + 0.61x_{24} + 0.63x_{25} \geq 69020$$

[Constraint 7: the KCal obtained from all food must be at least 6920, R:70020]

$$0.48x_1 + 0.45x_2 + 0.48x_3 + 3.85x_4 + 3.68x_5 + 2.7x_6 + 1.23x_7 + 4.99x_8 + 0.3x_9 + 0.14x_{10} + 0.27x_{11} + 2.32x_{12} + 3.38x_{13} + 0.16x_{14} + 0.8x_{15} + 0.25x_{16} + 0.22x_{17} + 1.58x_{18} + 3.73x_{19} + 1.29x_{20} + 0.92x_{21} + 1.56x_{22} + 3.07x_{23} + 0.61x_{24} + 0.63x_{25} \leq 71020$$

[Constraint 8: the KCal obtained from all food must be at most 71020, R:70020]

$x_4 \leq 10000$ [Constraint 9: the grams of sugar must be at most 10000]

$x_{22} \leq 15000$ [Constraint 10: the grams of eggs must be at most 15000]

$x_1 \geq 12000$ [Constraint 11: the grams of beer must be at least 12000]

$x_2 \geq 5000$ [Constraint 12: the grams of limonade must be at least 5000]

$x_3 \geq 9000$ [Constraint 13: the grams of coke must be at least 9000]

$x_{18} \geq 2000$ [Constraint 14: the grams of fresh tuna must be at least 2000]

$x_{19} \geq 3000$ [Constraint 15: the grams of sausage must be at least 3000]

$x_{20} \geq 1000$ [Constraint 16: the grams of beef liver must be at least 1000]

$x_1 \leq 25000$ [Constraint 17: the grams of beer must be at most 25000]

$x_2 \leq 18000$ [Constraint 18: the grams of limonade must be at most 18000]

$x_5 \leq 18000$ [Constraint 19: the grams of pasta must be at most 18000]

$x_6 \leq 18000$ [Constraint 20: the grams of white bread must be at most 18000]

$x_{12} \leq 23000$ [Constraint 21: the grams of avocado must be at most 23000]

$x_{25} \leq 30000$ [Constraint 22: the grams of whole milk must be at most 30000]

Optimal Solution: $p = 268909$; $x_1 = 12000$, $x_2 = 5000$, $x_3 = 9000$, $x_4 = 2406.4$, $x_5 = 3670.46$, $x_6 = 0$, $x_7 = 0$, $x_8 = 0$, $x_9 = 0$, $x_{10} = 0$, $x_{11} = 0$, $x_{12} = 0$, $x_{13} = 3050.67$, $x_{14} = 0$, $x_{15} = 0$, $x_{16} = 0$, $x_{17} = 0$, $x_{18} = 2000$, $x_{19} = 3000$, $x_{20} = 1000$, $x_{21} = 0$, $x_{22} = 6388.98$, $x_{23} = 0$, $x_{24} = 0$, $x_{25} = 0$

The diet that satisfies all the constraints and minimizes the cost consists of:
12000 grams of Beer.

5000 grams of Limonade.

9000 grams of Coke.

...

And it has a value of \$268909 COP.

...

Program B Nutrition Facet for Individual i

Maximize $p = 9x_1 + 8x_2 + 8x_3 + 2x_4 + 4x_5 + 5x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 8x_9 + 4x_{10} + 9x_{11} + 8x_{12} + 6x_{13} + 8x_{14} + 7x_{15} + 4x_{16} + 7x_{17} + 8x_{18} + 9x_{19} + 7x_{20} + 8x_{21} + 6x_{22} + 7x_{23} + 6x_{24} + 4x_{25} - 6.7x_1 - 3x_2 - 2.8x_3 - 2.75x_4 - 4.2x_5 - 5x_6 - 3.42x_7 - 36.25x_8 - 9.1x_9 - 5.2x_{10} - 10.2x_{11} - 5.6x_{12} - 5.2x_{13} - 6.63x_{14} - 3.5x_{15} - 3.88x_{16} - 2.41x_{17} - 19.52x_{18} - 14.6x_{19} - 9.3x_{20} - 11.5x_{21} - 2.86x_{22} - 29x_{23} - 8.8x_{24} - 2.2x_{25}$

subject to

$0.006x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.19x_5 + 0.081x_6 + 0.022x_7 + 0.16x_8 + 0.008x_9 + 0.006x_{10} + 0.009x_{11} + 0.019x_{12} + 0.218x_{13} + 0.01x_{14} + 0.021x_{15} + 0.032x_{16} + 0.023x_{17} + 0.215x_{18} + 0.125x_{19} + 0.21x_{20} + 0.207x_{21} + 0.13x_{22} + 0.24x_{23} + 0.033x_{24} + 0.032x_{25} \geq 3020$

$0.006x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.19x_5 + 0.081x_6 + 0.022x_7 + 0.16x_8 + 0.008x_9 + 0.006x_{10} + 0.009x_{11} + 0.019x_{12} + 0.218x_{13} + 0.01x_{14} + 0.021x_{15} + 0.032x_{16} + 0.023x_{17} + 0.215x_{18} + 0.125x_{19} + 0.21x_{20} + 0.207x_{21} + 0.13x_{22} + 0.24x_{23} + 0.033x_{24} + 0.032x_{25} \leq 4920$

$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0.002x_5 + 0.005x_6 + 0.003x_7 + 0.514x_8 + 0.001x_9 + 0x_{10} + 0.004x_{11} + 0.235x_{12} + 0.049x_{13} + 0.002x_{14} + 0.01x_{15} + 0.002x_{16} + 0.002x_{17} + 0.08x_{18} + 0.31x_{19} + 0.044x_{20} + 0.01x_{21} + 0.111x_{22} + 0.23x_{23} + 0.035x_{24} + 0.037x_{25} \geq 1800$

$$0x1 + 0x2 + 0x3 + 0x4 + 0.002x5 + 0.005x6 + 0.003x7 + 0.514x8 + 0.001x9 + 0x10 + 0.004x11 + 0.235x12 + 0.049x13 + 0.002x14 + 0.01x15 + 0.002x16 + 0.002x17 + 0.08x18 + 0.31x19 + 0.044x20 + 0.01x21 + 0.111x22 + 0.23x23 + 0.035x24 + 0.037x25 \leq 2400$$

$$0.038x1 + 0.15x2 + 0.12x3 + 0.995x4 + 0.734x5 + 0.64x6 + 0.279x7 + 0.22x8 + 0.069x9 + 0.032x10 + 0.056x11 + 0.032x12 + 0.543x13 + 0.029x14 + 0.18x15 + 0.027x16 + 0.024x17 + 0x18 + 0.02x19 + 0.009x20 + 0.005x21 + 0x22 + 0.01x23 + 0.04x24 + 0.046x25 \geq 9000$$

$$0.038x1 + 0.15x2 + 0.12x3 + 0.995x4 + 0.734x5 + 0.64x6 + 0.279x7 + 0.22x8 + 0.069x9 + 0.032x10 + 0.056x11 + 0.032x12 + 0.543x13 + 0.029x14 + 0.18x15 + 0.027x16 + 0.024x17 + 0x18 + 0.02x19 + 0.009x20 + 0.005x21 + 0x22 + 0.01x23 + 0.04x24 + 0.046x25 \leq 9800$$

$$0.48x1 + 0.45x2 + 0.48x3 + 3.85x4 + 3.68x5 + 2.7x6 + 1.23x7 + 4.99x8 + 0.3x9 + 0.14x10 + 0.27x11 + 2.32x12 + 3.38x13 + 0.16x14 + 0.8x15 + 0.25x16 + 0.22x17 + 1.58x18 + 3.73x19 + 1.29x20 + 0.92x21 + 1.56x22 + 3.07x23 + 0.61x24 + 0.63x25 \geq 69900$$

$$0.48x1 + 0.45x2 + 0.48x3 + 3.85x4 + 3.68x5 + 2.7x6 + 1.23x7 + 4.99x8 + 0.3x9 + 0.14x10 + 0.27x11 + 2.32x12 + 3.38x13 + 0.16x14 + 0.8x15 + 0.25x16 + 0.22x17 + 1.58x18 + 3.73x19 + 1.29x20 + 0.92x21 + 1.56x22 + 3.07x23 + 0.61x24 + 0.63x25 \leq 74900$$

$$x4 \leq 10000$$

$$x22 \leq 15000$$

$$x1 \geq 12000$$

$$x2 \geq 5000$$

$$x3 \geq 9000$$

x18 >= 2000
x19 >= 3000
x20 >= 1000
x1 <= 25000
x2 <= 18000
x5 <= 18000
x6 <= 18000
x12 <= 23000
x25 <= 30000
x5 <= 2000
x6 <= 4000
x7 <= 3000
x8 <= 2500
x9 <= 5000

Optimal Solution: p = 2361950; x1 = 12000, x2 = 5000, x3 = 9000, x4 = 0, x5 = 0,
x6 = 0, x7 = 0, x8 = 0, x9 = 0, x10 = 0, x11 = 0, x12 = 0, x13 = 0, x14 = 256026,
x15 = 0, x16 = 0, x17 = 0, x18 = 3418.23, x19 = 3000, x20 = 1000, x21 = 4048.94,
x22 = 0, x23 = 0, x24 = 0, x25 = 0, x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0, x5 = 0, x6 = 0, x7
= 0, x8 = 0, x9 = 0, x10 = 0, x11 = 0, x12 = 0, x13 = 0, x14 = 0, x15 = 0, x16 = 0,
x17 = 0, x18 = 0, x19 = 0, x20 = 0, x21 = 0, x22 = 0, x23 = 0, x24 = 0, x25 = 0

APÉNDICE B

Actividades de una empresa – Préstamos Bancarios

Nota: Los ejemplos dados son exportados de Matlab y están en inglés. Los comentarios para explicarlos se harán entre los símbolos [].

Este ejemplo es tomado del libro del profesor Morán¹².

Banco ABC, crea un fondo de 1000 millones de pesos, para los préstamos que tendrán lugar en el período del siguiente año. Los préstamos podrán concederse para invertir en empresas, para hipotecas y para préstamos personales de libre inversión. El banco establece que como máximo el 25 por ciento de los préstamos puede ser de libre inversión, mientras que los préstamos para empresas no pueden exceder el monto del préstamo para hipotecas. Pero si debe exceder, al menos en un 10 por ciento a los préstamos de inversión libre. Sabemos que el interés aplicado por el Banco ABC por sus préstamos es el siguiente:

Para la inversión libre es del 30 por ciento.

Para las empresas es del 28 por ciento.

Para hipotecas recibe el 26 por ciento.

Program Company Activity – Loans Bank

Maximize $p = 0.3x + 0.28y + 0.26z + 0.24t$

subject to

$x + y + z + t \leq 1000000000$

$0.75x - 0.25y - 0.25z \leq 0$

$y - z \leq 0$

¹² MORÁN, Libardo. *Cómo plantear problemas complejos en programación lineal*. Editorial UIS, 1998. P 25.

$$y - 1.1x \geq 0$$

Optimal Solution: $p = 277500000$; $x = 250000000$, $y = 375000000$, $z = 375000000$,
 $t = 0$

APÉNDICE C

Ejemplo de Inversión en Bonos y Acciones.

Nota: Los ejemplos dados son exportados de Matlab y están en inglés. Los comentarios para explicarlos se harán entre los símbolos [].

Este ejemplo es tomado del libro del profesor Morán.

John Doe recibe una herencia valor de 5 millones de pesos, decide invertir en acciones y bonos. Por razones de seguridad no piensa invertir más del 25 por ciento en acciones, y no menos del 10 por ciento, del total. Un bono es llamativo y no piensa invertir en el menos de 2 millones COP.

La tasa anual de rendimiento de los bonos es del 28 por ciento.

La tasa de rendimiento anual de acciones de bolsa es del 30 por ciento.

¿Cómo debe invertir en acciones y bonos para que su beneficio sea óptimo?

Program Investment in bonds and shares

Maximize $p = 0.3x + 0.28y$

subject to

$x + y \leq 5000000$

$0.75x - 0.25y \leq 0$

$0.9x - 0.1y \geq 0$

$y \geq 2000000$

Optimal Solution: $p = 1425000$; $x = 1250000$, $y = 3750000$