

Decodificador de datos para haces con Momento Angular Orbital entero usando un cristal  
fotorrefractivo

Jesús Hernán Mendoza Castro

Trabajo de Grado para optar al título de Magister en Ingeniería Electrónica

Director

Yezid Torres Moreno

Doctorado en Óptica y Tratamiento de Señal

Co-Director

Ernesto Aguilera Bermudez

Doctorado en Ingeniería

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Bucaramanga

2019

**Dedicatoria**

A los tuyos, a los míos y a los nuestros;

A quienes hicieron de esta, una travesía única.

“Caminante no hay camino, se hace camino al andar”

ANTONIO MACHADO

AMOR VINCIT OMNIA.

### **Agradecimientos**

Gracias a mi familia que son el aliciente más importante para mantenerme firme y comprometido con lo que sueñas.

A la reina por creer en el hijo.

A la chata por intentar sin cesar.

A los amigos, esos caminantes que a punta de retazos de vida son parte de mi historia.

A Omar, el maestro que nunca deja de aprender, reinventarse y volar con cada idea nueva, después de todo seguimos siendo niños con juguetes caros.

Gracias a todo el equipo del GOTS, junto con mis directores, los profesores Yezid, Ernesto, y Vladimir quienes con su guía me han permitido terminar satisfactoriamente este proyecto, y entre otras cosas, comprender que el camino de la ciencia, siempre maravilla de formas increíbles a los peregrinos que se atreven a transitar por él.

A esa familia del Ecuador que sigue presente, a pesar del tiempo y la distancia. Su figura es parte de esos regalos inesperados que han sostenido mi ser.

Al señor de la vida, que nunca deja de ser generoso.

## Tabla de Contenido

<b>Introducción</b>	<b>21</b>
<b>1. Objetivos</b>	<b>32</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>33</b>
2.0.1. Momento Angular Orbital	33
2.0.1.1. MAO en Comunicaciones Ópticas	41
2.0.2. <i>Sorter</i> MAO	46
2.0.3. Cristales Fotorrefractivos	48
<b>3. Modelado</b>	<b>52</b>
3.1. Momento Angular orbital	52
3.1.1. Generación: Holograma tipo fork	57
3.1.2. Difracción a través de una abertura triangular	60
3.2. Cristal Fotorrefractivo	62
3.3. Principio Holográfico	67
3.3.1. Registro	69
3.3.2. Lectura	71
3.3.3. Multiplexado Angular	74

<b>4. Resultados</b>	<b>80</b>
4.1. Registro-lectura de un haz que porta MAO entero sobre un PhRC	80
4.1.1. Modulador Espacial de Luz: Caracterización y Calibración	82
4.1.2. Registro	104
4.1.3. Lectura	109
4.2. Haz de lectura portando Momento Angular Orbital entero	130
4.3. Multiplexado angular de estados con Momento Angular Orbital Entero	137
<b>5. Productos Asociados</b>	<b>143</b>
<b>6. Conclusiones</b>	<b>146</b>
<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>149</b>
<b>Apéndices</b>	<b>169</b>

### Lista de Figuras

Figura 1.	Esquema hipótesis para la decodificación de modos MAO.	29
Figura 2.	Ilustración del problema de investigación.	29
Figura 3.	Frente de onda, intensidad y fase de un haz gaussiano ( $l = 0$ ) y haces MAO $l = +1$ y $l = +2$ .	34
Figura 4.	Principales métodos de generación de Momento Angular Orbital.	38
Figura 5.	Diagrama conceptual de un sistema FSO para modulación/multiplexación MAO; <i>Col.</i> Colimador; <i>BS</i> Divisor de Haz; <i>ET</i> Telescopio de Expansión; <i>CT</i> Telescopio de Reducción; <i>COH</i> Detección Coherente.	45
Figura 6.	Esquema conceptual de un demultiplexor de vórtices ópticos basado en holo- gramas de volumen en cascada	47
Figura 7.	Efecto Fotorrefractivo.	49
Figura 8.	Diagrama de multiplexación angular. R1 y R2 haces de referencia, W haz señal o haz mensaje.	50
Figura 9.	Difracción de un haz gaussiano a través de un holograma <i>fork</i> .	57
Figura 10.	Esquema de la geometría implicada en la interferencia de dos ondas.	68
Figura 11.	Esquema de la geometría usada en la reconstrucción del haz difractado a través de un holograma de volumen.	75

- Figura 12. Eficiencia en difracción como función del ángulo de rotación del haz de prueba en la dirección  $\hat{x}$  relativo a la referencia; considerando diferentes valores  $L$  (izquierda) y ángulo de incidencia  $\theta$  (derecha). 78
- Figura 13. Esquema experimental para almacenamiento holográfico de haces con MAO. 81
- Figura 14. Interferómetro de Young. 86
- Figura 15. Espaciado de franjas respecto a la separación de rendijas para las longitudes focales  $f_i$  indicadas en el recuadro. 88
- Figura 16. Franjas de interferencia para el interferómetro de Young, para un valor particular de  $ng$ . 90
- Figura 17. Evolución de un perfil de franjas en función del corrimiento introducido por  $ng$ . 90
- Figura 18. Desplazamiento relativo de un perfil de franjas en función de  $ng$ . 92
- Figura 19. Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) por defecto en la LETO-SLM. 92
- Figura 20. Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) corregidas en la LETO-SLM. 93
- Figura 21. Interferómetro Mach-Zehnder. 94
- Figura 22. Franjas de interferencia para un interferómetro Mach-Zehnder. 95
- Figura 23. Evolución de un perfil de franjas en función del corrimiento introducido por  $ng$  (Interferómetro MZ). 95

Figura 24.	Desplazamiento relativo de un perfil de franjas en función de $\theta$ (Interferómetro MZ).	96
Figura 25.	Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) por defecto en la LETO-SLM (Interferómetro MZ).	96
Figura 26.	Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) corregidas en la LETO-SLM (Interferómetro MZ).	97
Figura 27.	Caracterización Global LETO-SLM (Interferómetro MZ).	97
Figura 28.	Zonas de modulación a caracterizar en la LETO-SLM	99
Figura 29.	Caracterización Local LETO-SLM (Interferómetro MZ).	102
Figura 30.	Franjas de interferencia respecto a cambios en la polarización incidente a la LETO-SLM.	103
Figura 31.	Fluctuaciones de fase respecto a cambios en la polarización incidente a la LETO-SLM.	103
Figura 32.	Visibilidad de las franjas respecto a la polarización incidente a la LETO-SLM.	104
Figura 33.	Esquema experimental para el almacenamiento holográfico de estados MAO sobre un <i>PhRC</i> .	105
Figura 34.	Hologramas fork y campo difractado para diferentes tipos de rejilla con singularidad $l = -3$ .	107
Figura 35.	Vórtices Ópticos leídos del <i>PhRC</i> . Simulación y Experimento.	110
Figura 36.	FDPs de Vórtices Ópticos leídos del <i>PhRC</i> . Simulación y Experimento.	111

- Figura 37. FDP de un VO basado en la difracción por una abertura triangular equilátera y el borde recto de una película de espesor nanométrico ( $> \lambda$ ). Simulación y Experimento. Fuente: Tomado y adaptado de (Mendoza-Castro et al., 2019) 113
- Figura 38. Evolución natural del tamaño de los vórtices ópticos recuperados del *PhRC*. Experimento. 114
- Figura 39. Ajuste a una circunferencia del VO recuperado del *PhRC* con  $l = 10$ . Experimento. 115
- Figura 40. Ejemplo de pureza de un VO recuperado del PhRC con  $l = 10$ . 116
- Figura 41.  $\alpha$ ,  $e$ , y pureza del modo en dB respecto al valor de la singularidad  $l$ . 117
- Figura 42.  $\mathbf{X}_0$ ,  $\mathbf{Y}_0$ ,  $a$ ,  $b$  respecto al valor de la singularidad  $l$ . 118
- Figura 43. Curvas de ajuste  $r(a, b)$  respecto al valor de la singularidad  $l$  y sus residuales. 119
- Figura 44. Vórtices Ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $\pm l_a \& \mp l_b$ . 121
- Figura 45. Vórtices ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $-l_a \& -l_b$ . 121
- Figura 46. Vórtices ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $l_a \& l_b$ . 122
- Figura 47. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -10$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 123
- Figura 48. Constantes de tiempo  $\tau_f$  y  $\tau_s$  asociadas a la evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con singularidades  $l$ , al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 126

Figura 49. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con singularidad  $l = -2$ , al ser irradiado con  $15.2789[\text{mW}/\text{cm}^2]$  (izquierda),  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$  (derecha). 127

Figura 50. Distribución de intensidad recuperada del *PhRC* después de la superposición de dos haces MAO con  $l_1 = 3$  y  $l_2 = -3$  sobre el fotorrefractivo ( $t_1 < t_2 < t_3$ ). Observe la transición temporal desde la superposición de dos singularidades a  $t_1$  hasta el borrado total de la primera a  $t_3$ . 129

Figura 51. Esquema experimental para el almacenamiento holográfico de un haz con MAO. Modificado para usar *WRB* como haz de lectura. Note que el haz de lectura ahora posee un índice acimutal  $l$ . 131

Figura 52. Distribuciones de intensidad recuperadas por *WRB* con un índice acimutal  $l_r = 0$ , para los interferogramas con carga topológica  $l_w = l_i$  registrado en el *PhRC*;  $l_i \in [-3, 3]$ . 132

Figura 53. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por *WRB* con un índice acimutal  $l_r = l_w$ , para interferogramas con carga topológica  $l_w = l_i$  registrados en el *PhRC*;  $l_i \in [-3, 3]$ . 133

Figura 54. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por *WRB* con un índice acimutal  $l_r = l_i$ , para el interferograma con carga topológica  $l_w = 3$  registrado en el *PhRC*;  $l_i \in [-3, 3]$ . 135

- Figura 55. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por *WRB* con un índice acimutal  $l_r = l_w - 1$ , para interferogramas con carga topológica  $l_w$  registrados en el *PhRC*. Difracción a través de una apertura triangular equilátera. 136
- Figura 56. Potencia normalizada difractada por *WRB* con un índice acimutal  $l_r = l_i$ , para el interferograma con carga topológica  $l_w = -3$  registrado en el *PhRC*;  $l_i \in [-3, 3]$ . Considere que se emula la entrada de una fibra óptica monomodo, que actúa como filtro espacial. 137
- Figura 57. Esquema experimental para el almacenamiento holográfico de estados MAO con carga topológica  $l_\theta$ , usando multiplexación angular en el mismo plano, del inglés *in-plane*. 138
- Figura 58. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por *RB1* y *RB2*, para interferogramas con carga topológica  $l_w$  registrados a  $\theta_{RB_1}$  y  $\theta_{RB_2}$  en el *PhRC*. Difracción a través de una apertura triangular equilátera. 139
- Figura 59. Diagrama de un Demux-Holográfico de Volumen basado en dos estados de momento angular orbital con índice acimutal  $|-2\rangle$  y  $|2\rangle$ . 140
- Figura 60. Esquema experimental de a) visión directa del vórtice óptico generado por el *SLM*, b) visión a través del *PhRC* y c) almacenamiento holográfico de haces con MAO. 171
- Figura 61. Vórtices ópticos de singularidad  $l$  generados a partir del *SLM*, filtrados con aberturas circulares de diámetros  $D_1$  y  $D_2$ . 172

- Figura 62. Vórtice óptico con MAO  $l = 10$  visto a través del cristal fotorrefractivo, para tiempos de exposición a)  $t_{E_1}$  y b)  $t_{E_2}$ . 173
- Figura 63. Vórtice óptico recuperado del fotorrefractivo usando el haz de referencia, para dos diferentes realizaciones a y b. 174
- Figura 64. Onda plana considerando a) visión directa del vórtice óptico generado por el *SLM*, b) visión a través del *PhRC* y c) almacenamiento holográfico. 174
- Figura 65. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -10$ . 179
- Figura 66. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 8$ . 180
- Figura 67. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -8$ . 181
- Figura 68. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 6$ . 182
- Figura 69. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -6$ . 183
- Figura 70. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 4$ . 184
- Figura 71. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -4$ . 185
- Figura 72. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 2$ . 186
- Figura 73. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -2$ . 187
- Figura 74. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = 10$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 189
- Figura 75. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = 8$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 190
- Figura 76. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -8$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 191

- Figura 77. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = 6$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 192
- Figura 78. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -6$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 193
- Figura 79. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = 4$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 194
- Figura 80. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -4$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 195
- Figura 81. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = 2$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . 196
- Figura 82. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -2$  al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$  197

### Lista de Tablas

Tabla 1.	Especificaciones técnicas de LETO SLM suministradas por Holoeye Photonics	
	AG. Fuente: (Hol, a,b)	83
Tabla 2.	Eficiencia en difracción para diferentes tipos de rejilla y hologramas.	108
Tabla 3.	Algunas especificaciones técnicas del cristal fotorrefractivo BGO.	108
Tabla 4.	Parámetros de elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = 10$ .	115
Tabla 5.	Parámetros de ajuste a los datos presentados en la Figura 43.	120
Tabla 6.	Parámetros de ajuste asociados los datos presentados en al Figura 47.	124
Tabla 7.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 49.	127
Tabla 8.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = -10$ .	179
Tabla 9.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = 8$ .	180
Tabla 10.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = -8$ .	181
Tabla 11.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = 6$ .	182
Tabla 12.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = -6$ .	183
Tabla 13.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = 4$ .	184
Tabla 14.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = -4$ .	185
Tabla 15.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = 2$ .	186
Tabla 16.	Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO $l = -2$ .	187
Tabla 17.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 74.	189

Tabla 18.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 75.	190
Tabla 19.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 76.	191
Tabla 20.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 77.	192
Tabla 21.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 78.	193
Tabla 22.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 79.	194
Tabla 23.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 80.	195
Tabla 24.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 81.	196
Tabla 25.	Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 82.	197

## Lista de Apéndices

	<b>pág.</b>
4.1. ADQGLOBALPHASE: Adquisición y representación Fase Global . . . . .	91
4.2. ADQLOCALPHASE: Adquisición y representación Fase Local . . . . .	100
Apéndice A. Ortogonalidad de la Base MAO	169
Apéndice B. Difracción a través del PhRC	171
Apéndice C. Extracción de Características del VO	176
6.1. GETCHAROV: Obtener Características del VO . . . . .	178
Apéndice D. Borrado de hologramas	188

## Resumen

**Título:** Decodificador de datos para haces con Momento Angular Orbital entero usando un cristal fotorrefractivo. \*

**Autor:** Jesús Hernán Mendoza Castro. \*\*

**Palabras Clave:** Momento Angular Orbital, Cristales Fotorrefractivos, Hologramas de Volumen, Almacenamiento holográfico de Datos, Comunicaciones Ópticas en el espacio libre.

**Descripción:** Las comunicaciones ópticas, y en especial las que proponen el uso del Momento Angular Orbital (MAO) como un medio para la codificación de información, ofrecen un nuevo camino hacia comunicaciones con mayor cadencia y seguridad (tal vez seguridad absoluta). La tecnología actual y el creciente estudio de ésta propiedad, plantea retos importantes para hacerla devenir una tecnología competitiva, por lo que se hace necesario trabajar en aspectos de implementación como la producción, guardado y reconocimiento de haces MAO.

Este trabajo estudia la decodificación de datos basada en la identificación de estados para haces con Momento Angular Orbital Entero empleando las características naturales de un Cristal Fotorrefractivo (normalmente usado para aplicaciones de holografía). En primera instancia, se examinan condiciones experimentales que permiten el adecuado almacenamiento y lectura de estados MAO, garantizando la conservación de la estructura de fase. Seguidamente, se estudian las características del haz difractado a través del cristal cuando el haz de lectura porta MAO. Posteriormente, se multiplexan dos estados angularmente distribuidos, probando el principio por el cual es viable la construcción de dispositivos ópticos para la generación, y/o almacenamiento múltiple y/o detección de estados MAO, basados en la metodología propuesta. Por tanto, se aporta al estado del arte un nuevo elemento multipropósito para aplicaciones basadas en luz estructurada, útiles en campos como SDM (Spatial Division Multiplexing) y MDM (Mode Division Multiplexing), de gran interés para la industria de las telecomunicaciones.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y telecomunicaciones. Maestría en Ingeniería Electrónica. Director: Yezid Torres Moreno, Doctorado en Óptica y Tratamiento de Señal. Co-director: Ernesto Aguilera Bermudez, Phd. en Ingeniería.

## Abstract

**Title:** Data decoder of Integer Orbital Angular Momentum beams based on Photorefractive Crystal. \*

**Author:** Jesús Hernán Mendoza Castro \*\*

**Keywords:** Orbital Angular Momentum, Photorefractive Crystals, Volume Holograms, Holographic Data Storage, Free-Space Optical Communication.

**Description:** Optical Communications specially those ones, which propose by using of Orbital Angular Momentum as a medium to encode information, offer a new path towards communications with greater cadence and security (perhaps absolute security). Thus, actual technology and growing research of this feature of light, propound important challenges to become it a competitive high tech. Therefore, working in aspects related with implementation like OAM beams generation, storage and classification are crucial.

This research studies data decoding based by the states' identification of integer OAM beams. Natural features of a Photorefractive Crystal (normally used for holographic applications) are employed. Primarily, experimental conditions that allow the adequate storage and retrieval of OAM states are examined and, the conservation of the phase structure is guaranteed. Next, the diffracted beam attributes through the crystal are studied, when the reading beam carry OAM. Subsequently, two angularly distributed states are multiplexed, in order to proof the principle by which the construction of optical devices for generation, and/or multiple storage, and/or detection of OAM states based on the proposed methodology, is feasible. Therefore, a new multipurpose element is put forward to the state of the art in applications based by structured light. In the same way, it could be useful in fields such as SDM (Spatial Division Multiplexing) and MDM (Mode Division Multiplexing), which are of great interest for the telecommunications industry.

---

\* Bachelor Thesis

\*\* Faculty of Physics-Mechanical engineering, School of Electric, Electronic and Telecommunications Engineering, Electronic Engineering Master Degree. Supervisor: Yezid Torres, Dr. Optics and Signal processing, Co-supervisor: Ernesto Aguilera Bermudez, Phd. Engineering.

## Introducción

En la última década, se ha visto un importante aumento en el tráfico de información en las redes de comunicación incluidas las conexiones inalámbricas. La creciente demanda de servicios de Internet de banda ancha, ha incrementado la necesidad de innovar, investigar y desarrollar nuevas tecnologías de comunicación, capaces de ofrecer velocidades de datos ultra altas Ghassemlooy et al. (2016). Las redes de comunicación óptica, del inglés Optical Wireless Communications (OWC), son una tecnología complementaria que puede direccionar y superar las restricciones a las que se enfrentan las nuevas aplicaciones, las cuales requieren casi una banda ilimitada (400 [THz], al menos) que incluye infrarrojo (IR), visible y sub-bandas de ultravioleta (UV), que hasta el momento para fines de comunicación son inexploradas o si lo son es muy poco.

En comparación con su homólogo de radio frecuencia, OWC (Arnon et al., 2012) posee características notables como robustez a la interferencia electromagnética, un alto grado de confinamiento espacial que aporta virtualmente un rehúso de frecuencia (o longitud de onda) ilimitado y seguridad física inherente (Ghassemlooy et al., 2012). Los sistemas OWC operando en la banda visible (390 - 750 nm), por ejemplo, aprovechan los diodos láser y LEDs, para aplicaciones que incluyen puntos de acceso, redes de área local, redes de área personal y redes vehiculares inalámbricas entre otras. El éxito de las soluciones basadas en RF, es decir, WiFi, prácticamente dejan de lado las WLAN basadas en infrarrojos. Sin embargo, esto podría cambiar con la aparición de las comunicaciones con luz visible del inglés Visible Light Communications (VLC), también conocido como

LiFi, con referencia directa a su contraparte en RF. Además, esta alternativa sostenible ofrece un enfoque eficiente de la energía y con el potencial de revolucionar la forma en que se usará la luz en el futuro (Nakajima et al., 2012). Algunos startup como PureLiFi (UK), Oledcomm (France) y Visilink (Japan) han estado explorando soluciones que permitan comercializar esta tecnología (Research, 2015).

La longitud de onda, amplitud, fase, tiempo, polarización y dimensiones físicas de un haz de luz son codificadas con datos de información por modulación o multiplexación para hacer frente a las demandas del mercado (Wang, 2016). Recientemente ha surgido gran interés sobre el MAO, debido a su potencial para aumentar la capacidad de los sistemas de comunicación, ya que puede ser usado como un grado de libertad alterno. Adicionalmente el uso de codificación de alta dimensión en bases MAO puede incrementar la tolerancia de sistemas basados en Quantum Key Distribution (QKD) a intrusos (Mirhosseini et al., 2015). Aplicaciones de este tipo requieren de métodos de separación y/o detección de fotones portando MAO con una alta eficiencia de selección y transmisión de potencia, que es un indicador del rendimiento óptico del sistema en presencia de pérdidas.

La separación de estados MAO ha demostrado ser un reto que permanece en investigación, por tanto, con este proyecto se pretende hacer un aporte al desarrollo de un dispositivo de generación, almacenamiento y/o detección de estados de MAO entero basado en el uso de un medio holográfico, que pueda potenciar la producción de tecnología basada en esta propiedad espacial e impacte positivamente el mercado de las comunicaciones ópticas. En este sentido, las áreas de aplicación

más actuales, así como las perspectivas de desarrollo en este campo, están ambientadas en diferentes hechos históricos marcados por la necesidad del hombre de comunicarse.

### **Redes de comunicación óptica**

Al mismo tiempo que la tecnología actual continúa adaptándose a las fatalidades de nuestro mundo, la historia permite constatar el interés prematuro de nuestros ancestros por formas de OWC. Griegos y Romanos usaban sus escudos pulidos de cara al sol para enviar mensajes durante la batalla, explorando por primera vez la luz en el intercambio de información (Holzmann and Pehrson, 1995). Más tarde en el siglo XIX, aparecen artefactos como el heliógrafo, o el fotófono inventado por Alexander Graham Bell que permitía enviar señales de voz a una distancia de hasta 200 [m]. Posteriormente en Julio de 1960, meses después de la puesta en operación del primer láser Helium-Neon (He-Ne) 632.8 [nm], los laboratorios Bell transmitieron señales a 40 [km] de distancia. Esto motivó, que durante la década consecutiva se realizaran diferentes tipos de demostraciones experimentales de OWC, restringidas por la divergencia de las fuentes láser de la época y los efectos atmosféricos (Goodwin, 1970). En los 70s, debido a la invención de la fibra para transmisiones ópticas de larga distancia, se desvía la atención fuera de las OWC (Begley, 2002). Sin Embargo, aplicaciones militares y espaciales continuaban en desarrollo. Por ejemplo, sistemas *lasercom* en rangos *near-earth* como el Geosynchronous Lightweight Technology Experiment (GeoLITE), u otros más ambiciosos como el Lunar Laser Communications Demonstration (LLCD) que tiene como objetivo demostrar el primer sistema de comunicación láser en el espacio libre que puede operar en un rango de unos 400000 [km], que es diez veces más grande que el *near-earth* que se ha demostrado hasta la fecha. No obstante la tecnología de Radio Frecuencia (RF) y fibra óptica,

crecieron muy rápido y dominaron el mercado de las telecomunicaciones.

En la última década, se han hecho grandes esfuerzos desde la investigación para fortalecer los sistemas de comunicación por espacio libre del inglés Free Space Optical communications (FSO) en presencia de turbulencia atmosférica y condiciones adversas del ambiente (Khalighi and Uysal, 2014). Así, diferentes productos diseñados para operar en sistemas FSO ofrecen tasas de hasta 10 [Gbit/s], además, recientes demostraciones experimentales les permiten competir con la fibra óptica (Ciaramella et al., 2009; Parca et al., 2013). En vista de ello, se espera que los sistemas FSO de alto rendimiento puedan ser usados como parte integral de la próxima generación de redes heterogéneas con conexión perfecta a sus homólogos de fibra óptica.

Particularmente hoy, con la aparición de las VLC en el suministro de iluminación, comunicaciones de datos y localización en interiores, se ha posibilitado que las OWC adquieran solidez en el mercado (Yamazato et al., 2014; Komine and Nakagawa, 2004; Ghassemlooy et al., 2017). Esto ha sido derivado de las nuevas generaciones de Silicon-LEDs de estado sólido, con características atractivas, como una larga vida útil y una alta tolerancia a la humedad, menor consumo de energía y menor disipación de calor. En el año 2000, el grupo de investigación Japonés KEIO, describió el primer concepto de una red inalámbrica *indoor* basada en luz LED blanca (Tanaka et al., 2000). Los avances relacionados en los años posteriores catapultaron el reconocimiento de la tecnología VLC por parte del IEEE a través de la creación del estándar 802.15.7 en 2011 (Ghassemlooy et al., 2015; Arnon, 2015). Esta regulación define las capas física y MAC (del inglés *Media Access*

*Control*) para VLC de corto rango en medios ópticamente transparentes para soporte de servicios multimedia de audio y video.

Esta tendencia, destaca el potencial de las OWC para ser empleadas en diversidad de aplicaciones, categorizadas de acuerdo al rango de transmisión, desde interconexiones ópticas dentro de circuitos integrados (ultra-cortos), hasta links terrestres a comunicación satelital (ultra-largas) (Uysal et al., 2016). Los retos de diseño son innumerables, razón por la que históricamente una transmisión y multiplexación eficiente de tramas de datos independientes ha proveído un aumento significativo en las capacidades de los canales. Allí,  $N$  diferentes haces pueden portar teóricamente  $N$  veces la capacidad de uno solo. Por ejemplo, Polarization Division Multiplexing (PDM), donde polarizaciones ortogonales codificadas con unidades de envío de datos independientes se transmiten simultáneamente (Hill et al., 1992). De la misma forma, Wavelength Division Multiplexing (WDM), donde diferentes “colores” se propagan a través del mismo medio (Ishio et al., 1984).

Otra aproximación es Space Division Multiplexing (SDM), en la que múltiples haces cada uno identificado con un único patrón espacial, es simultáneamente multiplexado y transmitido (Richardson et al., 2013). Adicionalmente, una técnica suplementaria al SDM es el Mode Division Multiplexing (MDM), en la cual, cada haz es transmitido con un único modo espacial. Cada modo debe ser ortogonal a los otros, permitiendo una multiplexación eficiente y una demultiplexación con escaso crosstalk. En general SDM es compatible con PDM y WDM, por otra parte, una combinación de estas puede resultar en incrementos considerables a la capacidad del sistema. Un enfoque

que puede ajustarse al MDM es el uso de una variedad de haces ortogonales con propiedades únicas que surgen de su estructura de fase, no de su intensidad, como lo son aquellos que portan momento angular orbital (Gibson et al., 2004; Wang et al., 2012; Bozinovic et al., 2013; Yan et al., 2014; Huang et al., 2014; Willner et al., 2015; Yao and Padgett, 2011)

### **Sobre el Trabajo de Investigación**

**Justificación y motivación.** Los vórtices ópticos portan MAO caracterizado por una distribución espacial  $e^{il\phi}$ , donde  $\phi$  es la coordenada angular y  $l$  es la carga topológica (Allen et al., 1992). Los haces MAO han sido usados en diversas aplicaciones, como micromanipulación (Grier, 2003; Curtis and Grier, 2003), determinación de velocidad angular de micropartículas u objetos girando (Lavery et al., 2013b), información cuántica (Karimi, 2009) y comunicación óptica (Djordjevic and Qu, 2016), por lo cual la carga topológica es un parámetro físico básico con el cual caracterizar la luz MAO, de manera que la habilidad de distinguir estos estados es esencial en sistemas de comunicación óptica basados en esta propiedad. En la práctica, se ha motivado el desarrollo de varios esquemas que pueden adquirir el contenido MAO de un haz, por tanto los separadores o clasificadores (del inglés *sorters*) MAO son objeto de estudio, con el fin de mejorar su eficiencia, escalabilidad y extensión a otros campos de aplicación.

Frente a ésta problemática, el GOTS y RadioGis a través de sus líneas de investigación sobre tratamiento híbrido de información y modelado matemático para las comunicaciones, buscan proponer con este trabajo una metodología de separación de estados MAO, basada en el uso de un medio holográfico que permitiría direccionar en posiciones angulares específicas el contenido de

fase del mismo. Adicionalmente, la prueba de este principio hace implícito el análisis, de éste elemento como una herramienta de almacenamiento, y/o generación, y/o detección de estados MAO. Por ende con la integración multidisciplinaria de conceptos de holografía y momento angular orbital, se espera hacer un aporte al estado del arte sobre las técnicas de detección de estados MAO, con miras a la implementación de un dispositivo capaz de realizar esta función y que se proyecte como un agente de cambio importante en el desarrollo de esta tecnología. Lo que sin duda alguna es un hecho de interés tanto nacional como internacional. Conforme a lo expuesto, se plantean los siguientes objetivos.

### **Objetivos.**

**Objetivo General.** Prueba de principio para la decodificación de datos de un haz láser con Momento Angular Orbital entero usando un cristal fotorrefractivo.

### **Objetivos Específicos.**

- Establecer las condiciones experimentales para el registro-lectura de un haz que porta Momento Angular Orbital entero sobre un cristal fotorrefractivo.
- Estudiar las características en difracción, cuando el haz de lectura sobre un cristal fotorrefractivo posee Momento Angular Orbital entero.
- Evaluar el multiplexado angular de estados con Momento Angular Orbital Entero sobre un cristal fotorrefractivo, con miras a la implementación de un dispositivo óptico selector, y/o detector de estados.

**Problemas que se abordan.** El alto tráfico de internet proyecta un enorme crecimiento en las tasas de transmisión, lo que demanda una mejora en la infraestructura subyacente en cada nivel de los sistemas de comunicación. Como respuesta a estas exigencias de velocidad en la transmisión de datos, el estándar 40/10 [GbE] ha sido adoptado recientemente (IEEE 802.3ba), y el despliegue de 100 [GbE] ha estado en proceso de implementación. Sin embargo, para suplir la creciente demanda de capacidad en el canal, se requiere que tasas de 1 [TbE] y más puedan estandarizarse en un futuro próximo. Por tanto, como respuesta a este problema el MAO, ha entrado al escenario para generar una nueva solución (Djordjevic and Qu, 2016) pero la tecnología responsable de su generación, detección y/o separación aún está en desarrollo. Los Moduladores Espaciales de Luz, del inglés Spatial Light Modulators (SLM)(Malik et al., 2012a), junto con los dispositivos de micro espejos digitales (DMD)(Mirhosseini et al., 2013a) han sido utilizados ampliamente en esta tarea a través de holografía generada por computador, convirtiéndolos en una herramienta útil y bastante práctica, pero aún insuficiente para los requerimientos del mercado. Paralelamente el registro holográfico es actualmente la tecnología de almacenamiento de información más prometedora debido a su gran capacidad y alta velocidad, con aplicaciones en procesamiento de información, ingeniería aeroespacial, multimedia y grandes bases de datos, entre otros campos, y perspectivas de aplicación muy amplias (Coufal et al., 2000).

Respondiendo a los retos que ofrece este problema y basados en los resultados de (Acevedo et al., 2013) y (Wakayama et al., 2013), la presente investigación busca evaluar la viabilidad de implementación de una metodología de detección y/o decodificación de estados MAO usando un

medio de registro holográfico, como solución a las limitaciones que ofrecen las técnicas actuales, bajo la hipótesis descrita en la Figura 1.

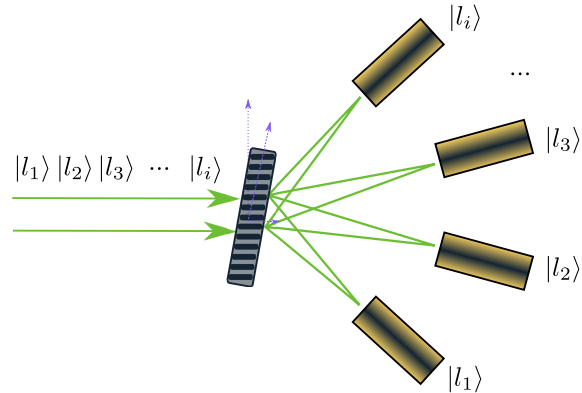


Figura 1. Esquema hipótesis para la decodificación de modos MAO.

Donde un sistema de comunicación óptica basado en Momento Angular Orbital Entero cuyos estados  $|l\rangle$  ( $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$ ,  $|3\rangle$ ...  $|i\rangle$ ) multiplexados en tiempo o espacialmente, se propagan a través de un medio en un link de comunicación óptica (Espacio libre - Fibra), pueden ser *detectados* con el uso de un medio holográfico (Cristal fotorefractivo), en el que previamente han sido registrados en diferentes orientaciones angulares interferogramas asociados al alfabeto de comunicación.

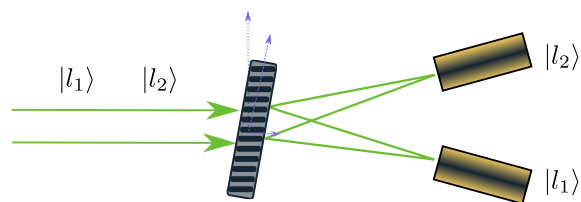


Figura 2. Ilustración del problema de investigación.

El trabajo de investigación está enfocado en identificar y estudiar las implicaciones de im-

plementación de un esquema de decodificación MAO basado en un medio holográfico sobre un esquema de detección simplificado como el mostrado en la Figura 2. Al evaluar el principio de funcionamiento se espera establecer los argumentos que permitan responder la siguiente pregunta de investigación:

*¿Es posible usar un cristal fotorrefractivo como un elemento para la decodificación de datos MAO?.*

**Estructura del libro.** Motivados por la física de los haces luminosos con Momento Angular Orbital, la presente pesquisa ha sido dividida en tres capítulos. En el primero de ellos se presentan los antecedentes acerca del MAO de una onda electromagnética, características asociadas a su modelo y descripción, junto con algunas menciones importantes acerca de su implementación experimental y áreas de actuación. Adicionalmente se introduce un esquema de FSO basado en MAO, que esquematiza el uso de hologramas de volumen. A continuación, se muestran las principales y más actuales técnicas para realizar detección y selección de haces con MAO. Seguidamente, se describe el principio del efecto fotorrefractivo, haciendo alusión especial a los principales materiales que operan bajo este fenómeno y su prospectiva como un medio de almacenamiento holográfico eficiente. A continuación junto con una introducción al principio holográfico se describen las características de los hologramas de volumen.

En el segundo capítulo se presentará el modelado del sistema implementado. Se comienza por

la definición del momento angular orbital desde la solución de la ecuación de Helmholtz en aproximación paraxial. Posteriormente se describe como la difracción a través de un holograma tipo *fork* genera haces con un frente de fase helicoidal. Seguidamente se usa la distribución de campo para analizar el registro holográfico y la lectura del mismo

En el tercer aparte se presentarán los resultados en tres secciones, comenzando por la presentación de las condiciones experimentales para el registro-lectura de un haz que posee MAO. Allí se analizarán los haces almacenados y recuperados en el cristal fotorrefractivo a partir de un análisis de circularidad, pureza. seguidamente se analizan las características en difracción cuando el haz de lectura sobre un cristal fotorrefractivo posee MAO y cierra con la evaluación del multiplexado angular de estados con MAO.

Para terminar, se discute y concluye alrededor de los resultados de esta investigación.

## 1. Objetivos

### Objetivo general

Prueba de principio para la decodificación de datos de un haz láser con Momento Angular Orbital entero usando un cristal fotorrefractivo.

### Objetivos específicos

Establecer las condiciones experimentales para el registro-lectura de un haz que porta Momento Angular Orbital entero sobre un cristal fotorrefractivo.

Estudiar las características en difracción, cuando el haz de lectura sobre un cristal fotorrefractivo posee Momento Angular Orbital entero.

Evaluar el multiplexado angular de estados con Momento Angular Orbital Entero sobre un cristal fotorrefractivo, con miras a la implementación de un dispositivo óptico selector, y/o detector de estados

## 2. Antecedentes

Veintisiete años atrás Allen, Beijersbergen, Spreeuw and Woerdman publicaron su trabajo seminal sobre el cual se establecía que los haces de luz con frentes de fase helicoidales portaban Momento Angular Orbital (Allen et al., 1992). Previamente el MAO había sido catalogado como un evento de rara ocurrencia, pero el descubrimiento de que cada fotón en un haz láser podía tener un MAO definido, independiente al momento angular asociado al spin del fotón, ha llevado a nuevas comprensiones de efectos ópticos y numerosos usos (Padgett, 2017; Yao and Padgett, 2011).

**2.0.1. Momento Angular Orbital.** El Momento Angular Orbital está relacionado con la torsión del campo eléctrico. La luz puede transportar momento angular espín, si su campo eléctrico a lo largo del eje del haz gira durante la propagación, lo cual corresponde a la propiedad de polarización circular. Sin embargo, un haz de luz también puede transportar MAO, si su vector de onda sigue una espiral alrededor del eje en el que se mueve, resultando en una estructura transversal de fase descrita por  $e^{il\phi}$  (Allen et al., 1992). El número de giros ( $2\pi$ ) del frente de onda por longitud de onda, junto con el sentido (levógiro - dextrógiro) corresponden a la magnitud y el signo de  $l$ , respectivamente (Yao and Padgett, 2011). Una característica importante de todos los haces con esta distribución espacial, es que en su eje de propagación se muestra una singularidad en la fase óptica, ella es indeterminada a lo largo del eje de propagación del haz. Esta singularidad se manifiesta como un cero perfecto de intensidad del campo electromagnético, lo que significa que haces con MAO típicamente poseen una distribución de intensidad anular en el plano transversal como se muestra en la Figura 3. (Haces con otros perfiles pueden tener MAO (Courtial et al., 1997)).

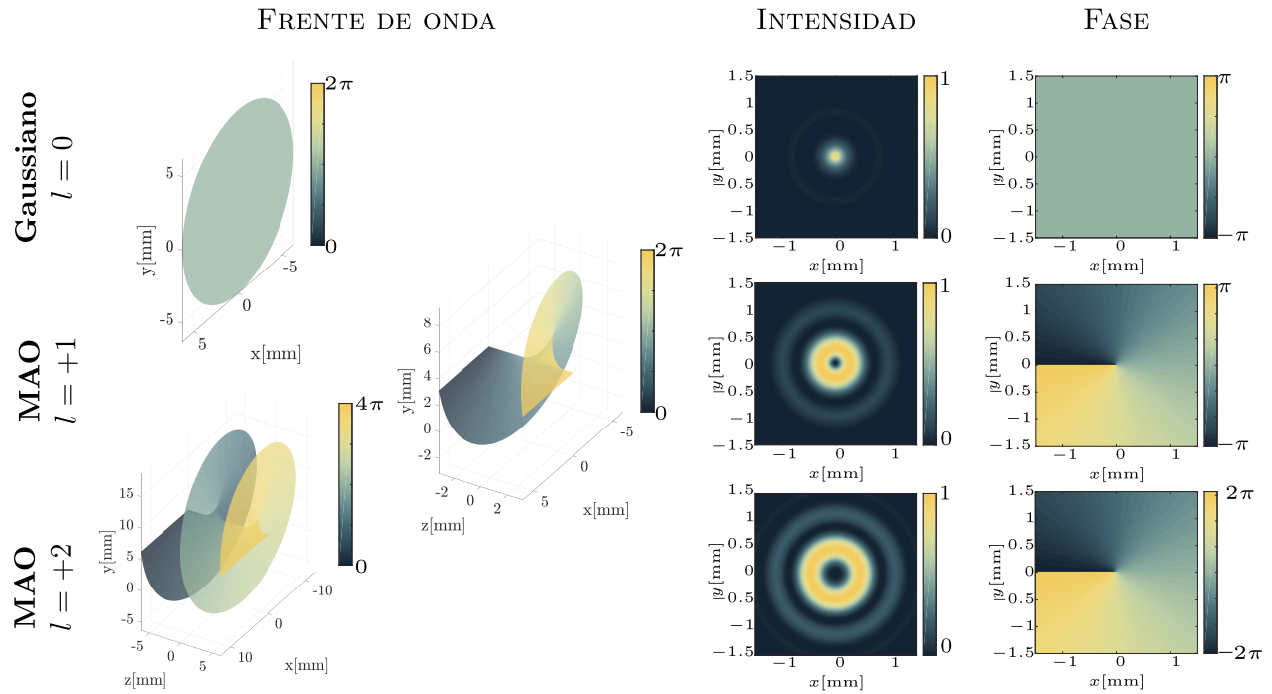


Figura 3. Frente de onda, intensidad y fase de un haz gaussiano ( $l=0$ ) y haces MAO  $l=+1$  y  $l=+2$ .

En general, los vórtices ópticos presentes en un campo, pueden describirse en una forma funcional generalizada (en el plano transversal a la propagación), localmente definida por (Tyson et al., 2008):

$$f(r, \phi) = A(r, \phi)e^{il\phi} \quad (1)$$

Donde  $A(r, \phi)$  puede ser cualquier función de onda continua, compleja, cuadrado integrable que varía suavemente en todo su dominio, expresada en coordenadas polares cilíndricas. El argumento de la exponencial representa el distintivo perfil transversal, que imprime un incremento

lineal de fase en la dirección acimutal del campo a razón de  $2\pi l$ . Puede verse inmediatamente que un campo electromagnético en el plano perpendicular a la propagación de este frente de onda tiene componentes axiales. De manera equivalente, el vector de Poynting, que es en todo momento paralelo a la superficie normal de estos frentes de fase, tiene un componente acimutal alrededor del haz y por lo tanto un momentum angular a lo largo del eje. Es así como se observan en la Figura 3, vórtices ópticos de carga topológica entera  $l$  (Willner et al., 2016).

Estos vórtices son modos de la luz comúnmente asociados a campos con MAO, como por ejemplo los haces Laguerre-Gauss (Allen et al., 1992) y los Bessel-Gauss (Schulze et al., 2014). Precisamente en los primeros trabajos acerca de esta propiedad espacial, se obtuvieron modos Laguerre-Gauss con fase helicoidal, a partir de la transformación de modos Hermitte-Gauss de alto orden, emitidos por una fuente láser convencional, utilizando lentes cilíndricas (convertidores astigmáticos) (Beijersbergen et al., 1993). Posteriormente, el mismo equipo precursor de los convertidores astigmáticos, propuso y demostró el método más lógico para generar estos frentes de onda helicoidales, con la inserción de una placa de fase en espiral cuyo espesor aumenta con un ángulo acimutal o bien su índice de refracción varía acimutalmente (ver Figura 4), confiriendo a la luz transmitida la distribución espacial descrita en la ecuación 1 (del inglés *Spiral Phase Plate*, SPP) (Beijersbergen et al., 1994)).

Quizás uno de los trabajos más significativos para el futuro de los experimentos con MAO, fue su generación usando una rejilla de difracción tipo *fork* con  $l$  discontinuidades (Bazhenov et al.,

1990). Como mostró Soskin *et al*, una onda plana incidente alineada coaxialmente con esta dislocación resulta en un haz, que difractado al primer orden, posee una distribución de fase como la descrita en 1. Este elemento óptico difractivo, del inglés Diffracted Optical Element (DOE), es actualmente uno de los más utilizados en la gran mayoría de experimentos modernos usando MAO (ver Figura 4). Por esta razón, la comercialización de moduladores espaciales de luz, caracterizados por actuar como DOEs reconfigurables, ha posicionado esta metodología de generación como una de las más explotadas. Indudablemente, la versatilidad de estos dispositivos, hace práctica la producción de haces estructurados con una alta fidelidad óptica (Jesacher et al., 2007). La mayoría de SLMs usados en este campo, están basados en cristales líquidos cuyo índice de refracción puede ser modulado, a partir de la aplicación de un campo eléctrico externo, por lo tanto, si el cristal líquido está puesto sobre un arreglo matricial de actuadores electrónicos, es posible controlar la variación espacial de fase del haz de luz reflejado o transmitido, según sea el caso. De la misma forma, moduladores de intensidad basados en microespejos, del inglés Digital Micro Mirrors Device (DMD), pueden recrear este tipo de estructuras difractivas. Sin embargo, la eficiencia en difracción de los DMDs es mucho más pequeña que los SLMs, por otro lado, su bajo costo y velocidad de operación le permiten ofrecer características que los dispositivos de cristal líquido no pueden (Mirhosseini et al., 2013a).

El diseño de un DOE es solamente válido para una fuente monocromática en la longitud de onda de interés, de otra forma, si se desea producir un haz policromático (luz blanca) se requieren otras técnicas. No obstante, estas estructuras pueden ser utilizadas articulando elementos

suplementarios que puedan compensar la dispersión angular, como por ejemplo, prismas de baja dispersión (Leach and Padgett, 2003) o una rejilla de difracción extra, que se pueda adaptar a una fuente supercontinua (Sztul et al., 2006). Alternativamente, algunos componentes ópticos (cono de Fresnel) pueden aprovechar las reflexiones de Fresnel o similares, para originar vórtices de luz blanca (ver Figura 4). Esto, sin lugar a dudas permite visibilizar las primeras pruebas de concepto sobre WDM basado en MAO (Radwell et al., 2016).

Además de la estructura de fase, es posible producir vórtices ópticos con una variedad de polarización específica (haces vectoriales cilíndricos), a partir de la combinación de un SLM o DMD, y retardadores ( $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$ ) para superponer dos modos ortogonales linealmente polarizados con un retardo relativo bien definido. (Maurer et al., 2007; Acevedo et al., 2016; Mitchell et al., 2016).

Simultáneamente, existen otras opciones para originar haces con MAO, basadas en un resonador (Litvin et al., 2007) o en la utilización de materiales estructurados. El *Porro prism resonator*, se compone de dos prismas que forman un cavidad resonante donde la orientación relativa de los dos elementos reflectivos determina el orden del modo a producir, resultando en la superposición de éste con su conjugado (ver Figura 4). Alternativamente, existe un método que se basan en un retardo geométrico de fase (Pancharatnam-Berry) con dependencia espacial, que se crea usando películas de cristal líquido orientadas cuidadosamente para crear superficies con una configuración específica llamadas *q-plates* (Marrucci et al., 2006), o directamente hechas sobre una superficie (rejillas

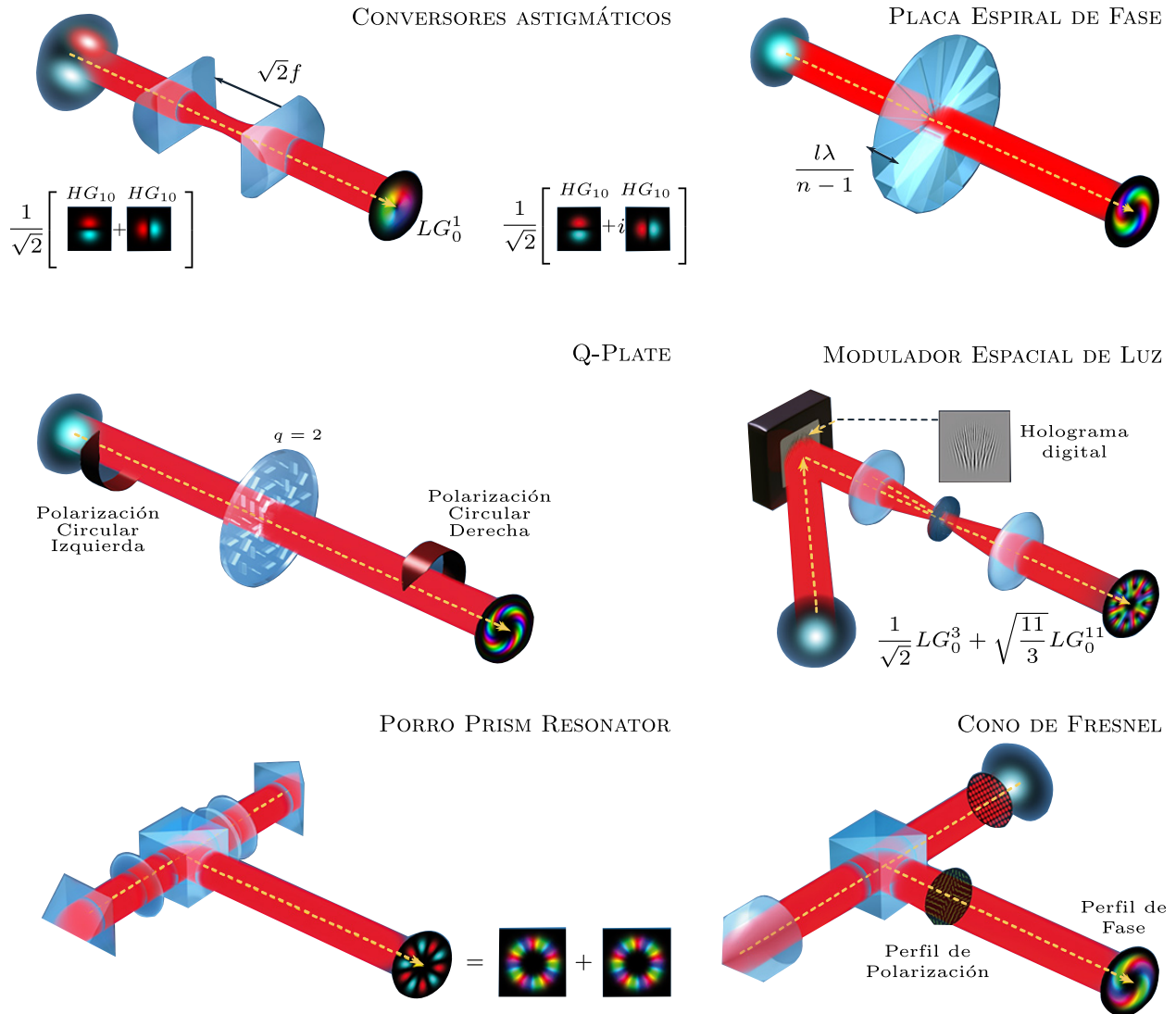


Figura 4. Principales métodos de generación de Momento Angular Orbital.

dieléctricas) (Biener et al., 2002) (ver Figura 4). En el mismo sentido, las metasuperficies, generalmente creadas por la deposición o ablación de diferentes tipos de unidades estructurales, usan el mismo principio para fabricar haces helicoidales (Chen et al., 2018; Yu et al., 2011). Finalmente, la revolución de la fotónica, ha incentivado el deseo de usar MAO *on-chip*. Las primeras realizaciones han basado su implementación en el uso de microresonadores (Sun et al., 2017) o moduladores

ópticos integrados, por mencionar algunas. Este último manipula la polarización y rotación de estados MAO, basado en guías de onda fabricadas con materiales fotorrefractivos (Mousavi et al., 2017). Más recientemente, se ha propuesto un linterna fotónica en sólo fibra óptica, del inglés *all fibre photonic lantern* para generar y multiplexar estados MAO con bajas pérdidas sobre un rango espectral de hasta 550[nm], ratificando su potencialidad para conservar la calidad de los vórtices en conexiones fibra-fibra (Eznaveh et al., 2018).

Posterior al reconocimiento del MAO en un haz láser, se generó una revolución que ha permitido situar a esta propiedad espacial en diversos fenómenos. En el 2018, Ashkin compartió el premio nobel en Física por su contribución en la creación de lo que se conoce como pinzas ópticas. Este pionero a lo largo de los 70s y 80s, había promovido el uso de una trampa de gradiente de fuerza de un solo haz para la manipulación de partículas microscópicas (Ashkin et al., 1986). Es en 1995 que Rubinsztein-Dunlop *et al*, demuestran por primera vez la transferencia de Momento Angular Orbital a un objeto microscópico (He et al., 1995), hecho que potenció numerosas demostraciones que incluían el control de la polarización (espín). Por lo tanto, una partícula bajo la acción de pinzas ópticas con momento angular spín gira sobre si misma, en contraste, el MAO ejerce una traslación sobre la partícula que le hace orbitar alrededor el eje (Grier, 2003; Curtis and Grier, 2003). De manera que con la inclusión de SLMs, y su utilidad para crear diferentes tipos de haces, las pinzas ópticas holográficas han tomado cada vez mas fuerza en las ciencias biológicas como una alternativa no invasiva de manipulación de materia.

Aunque los primeros estudios sobre vórtices acústicos o de electrones no estuvieron motivados por el MAO, estos pueden interpretarse como una propiedad de la onda presente en este tipo peculiar de campos. Diferente a un campo óptico, un haz de electrones portando MAO significa que la componente acimutal del vector de Poynting crece a un campo magnético constante y significativo en la dirección axial, creando interesantes oportunidades para microscopia electrónica (Harris et al., 2015). Análogamente, la realización acústica de MAO también tiene propiedades únicas. Usando un arreglo circular de parlantes, cada uno a la misma frecuencia pero con una diferencia relativa de fase, es posible crear un haz acústico con suficiente Momento Angular Orbital para suspender un objeto macroscópico en rotación (Skeldon et al., 2008). En otro tanto de manifestaciones, el MAO ha destacado fenómenos de onda no estudiados previamente como el efecto Doppler rotacional, útil para la determinación de velocidad angular de micro-partículas u objetos girando. Allí, es posible establecer un corrimiento en frecuencia  $\Delta\omega$  proporcional a  $l\Omega$ , donde  $\Omega$  es velocidad angular de la fuente u el observador, y  $l$  la carga topológica (Lavery et al., 2013b).

El esfuerzo global por hacer realidad un computador cuántico funcional, ha desembocado en otro campo de acción del MAO, promoviendo trabajos fascinantes que apuntan a establecer el rol de esta variedad de estados dentro del mundo de la óptica cuántica y la nano-óptica. Por esta razón muchas de las propuestas en esta área, re-examinan conceptos intrigantes como, el entrelazamiento y teleportación en el espacio de estados MAO (Karimi, 2009; Padgett, 2017). De la misma forma, las nano-antenas, cuya resonancia imparte retardos de fase controlados en la luz que se remite, han aportado tierra fértil para la que promete ser un área clave de investigación en el futuro,

respecto al control de campos ópticos estructurados (Litchinitser, 2012). Otra órbita no menos importante, de empleo de las singularidades de fase son los sistemas de adquisición de imágenes, ya que por ejemplo, es posible eliminar luz de un objeto muy brillante, para observar sus vecinos (Swartzlander et al., 2008). Además en imágenes de microscopía por interferencia usando un haz con dislocaciones de fase como referencia, es posible distinguir adecuadamente una depresión de una elevación en un solo fotograma (Fürhapter et al., 2005). En concordancia con lo descrito, la óptica singular no solamente sigue expandiendo sus fronteras a diferentes ámbitos, si no que ha llegado para quedarse.

**2.0.1.1. MAO en Comunicaciones Ópticas.** Quizás una de las áreas más activas de los haces helicoidales, ha sido la de comunicaciones ópticas. La motivación fundamental subyace en el hecho de que el Momento Angular Espín de la luz, tiene solamente dos estados ortogonales, mientras el Momento Angular Orbital tiene potencialmente un número ilimitado de estados. Además, haces de luz con singularidades de fase bien definidas que se propagan coaxialmente, pueden ser separados de manera eficiente, lo cual es indudablemente cierto para modos ortogonales como los Laguerre-Gauss (Allen et al., 1992). Curiosamente, también es válido para haces MAO generalizados con simetría cilíndrica por estar ligados solamente a la fase acimutal. Por lo tanto, teniendo en cuenta dos haces MAO con un índice acimutal  $l_1$  y  $l_2$ ,

$$U_1(r, \phi, z) = A_1(r, z)e^{il_1\phi}, \quad (2)$$

$$U_2(r, \phi, z) = A_2(r, z)e^{il_2\phi}, \quad (3)$$

Donde  $r$  corresponde a la coordenada radial y  $z$  es la distancia de propagación (Apéndice 1), se satisface que estos dos haces son ortogonales de acuerdo a

$$\int_0^{2\pi} U_1 U_2^* d\phi = \begin{cases} 0 & \text{si } l_1 \neq l_2 \\ 2\pi A_1 A_2^* & \text{si } l_1 = l_2 \end{cases} \quad (4)$$

En relación a lo descrito en la ecuación 4, hay dos caminos para aprovechar la ortogonalidad de estados MAO en comunicaciones ópticas. En el primero,  $N$  estados MAO diferentes pueden ser codificados como  $N$  distintos símbolos. Así, el receptor puede decodificar los datos, determinando el estado MAO recibido. Esta aproximación puede ser más favorable a nivel de comunicaciones cuánticas, ya que esta propiedad espacial puede proveer la codificación de múltiples bits  $[\log_2(N)]$  por fotón llamados qNbits, debido al ilimitado número de estados de la base, y además puede potencialmente alcanzar una alta eficiencia. Esto cobra especial importancia en interconexiones *on-chip* para incrementar la capacidad.

Por otro lado, el segundo enfoque empleado en las más recientes demostraciones, usa cada haz con MAO como portadora de diferentes tramas de datos. Un sistema típico SDM usa una fibra multi-núcleo o un arreglo de láseres, para que los canales de datos en cada núcleo/láser estén espacialmente separados. De otra forma, un grupo de modos ortogonales de diferentes canales de

datos se transmiten en una fibra multimodo o en el espacio libre (MDM). Similar a la segunda arquitectura, los haces con diferentes estados de fase acimutal pueden multiplexarse espacialmente y demultiplexarse, proporcionando así portadoras independientes, además de la longitud de onda y la polarización. Idealmente la ortogonalidad de los haces helicoidales puede mantenerse en la transmisión, lo que permite que todos los canales de bits puedan ser separados y recuperados por el receptor. En la Figura 5 se muestra un esquema conceptual de modulación y multiplexación usando MAO, donde se puede inferir una mejora en la eficiencia espectral del sistema, ya que el mismo ancho de banda se puede reutilizar para canales de datos adicionales.

Un primer trabajo desarrollado para sistemas FSO basado en MAO se dió en el 2004 de manos de Padgett *et al*, quienes en un sistema telescopio a telescopio, usaron SLMs para generar y medir uno de los 8 diferentes estados MAO, previamente establecidos como su alfabeto de comunicación, sobre un rango de transmisión de algunos metros. Aunque con una eficiencia óptica inherente de 1/8 (Gibson et al., 2004; Djordjevic and Qu, 2016). Una ilustración más real a nivel de capa física, como la mostrada en la ilustración de la Figura 5, permite multiplexar dos flujos de datos (2-D) independientes. Aquí, el espacio de la señal es 2-D y se asignan constelaciones de señales 2-D a dos estados MAO y canales en fase y cuadratura simultáneamente, con ayuda del mapeo, del inglés *Mapper*, implementado como un LUT(Look-Up-Table). Las primeras dos coordenadas se usan como entrada al *Modulador I/Q superior*, de forma que después de la conversión de una señal eléctrica a una óptica, se imprime una fase transversal de índice acimutal  $m$  con la ayuda de un SLM. Las coordenadas restantes se usan como entrada al *Modulador I/Q inferior*, y de manera

correspondiente se impone una fase de índice acimutal  $n$  por la acción del segundo SLM. Las señales impuestas sobre los estados  $m$  y  $n$  son combinadas espacio-temporalmente con un *divisor de haz*, para ser posteriormente expandida y transmitida a través del espacio libre (FSO). En la etapa de recepción, luego del *divisor de haz*, se determinan las proyecciones de los modos  $m$  y  $n$  con ayuda de los SLMs, proyectando patrones de fase conjugados, para convertir los modos entrantes nuevamente en modos gaussianos. Posteriormente, estas proyecciones (en el dominio óptico), se usan como entrada al esquema de detección coherente para estimar las señales  $I$  y  $Q$  correspondientes, que son las coordenadas de la señal multidimensional. Las coordenadas estimadas de la constelación 2-D transmitida, son usadas como entrada a un decodificador del mapeo, del inglés *Demapper*, que puede usar por ejemplo, la probabilidad a posteriori para estimar y decodificar los datos.

Particularmente los límites de capacidad en el multiplexado espacial son innegables, hecho que continúa generando debate (Zhao et al., 2015). Consecuentemente, persisten desafíos en el diseño de enlaces de comunicación FSO como: pérdida de potencia para haces de orden superior por la divergencia natural de la fuente, relación señal a ruido y definición del estado de fase en presencia de aberraciones introducidas por turbulencia atmosférica, tolerancia al desalineamiento y crosstalk por mencionar algunas (Willner et al., 2016). Dejando a un lado las restricciones que puedan existir, el rendimiento de los sistemas de comunicación basados en MAO es realmente impresionante. Comenzando por la implementación sobre fibra óptica (Wang et al., 2016; Bozinovic et al., 2013), demostración experimental de sistemas MDM en fibras, con un record de 12 modos

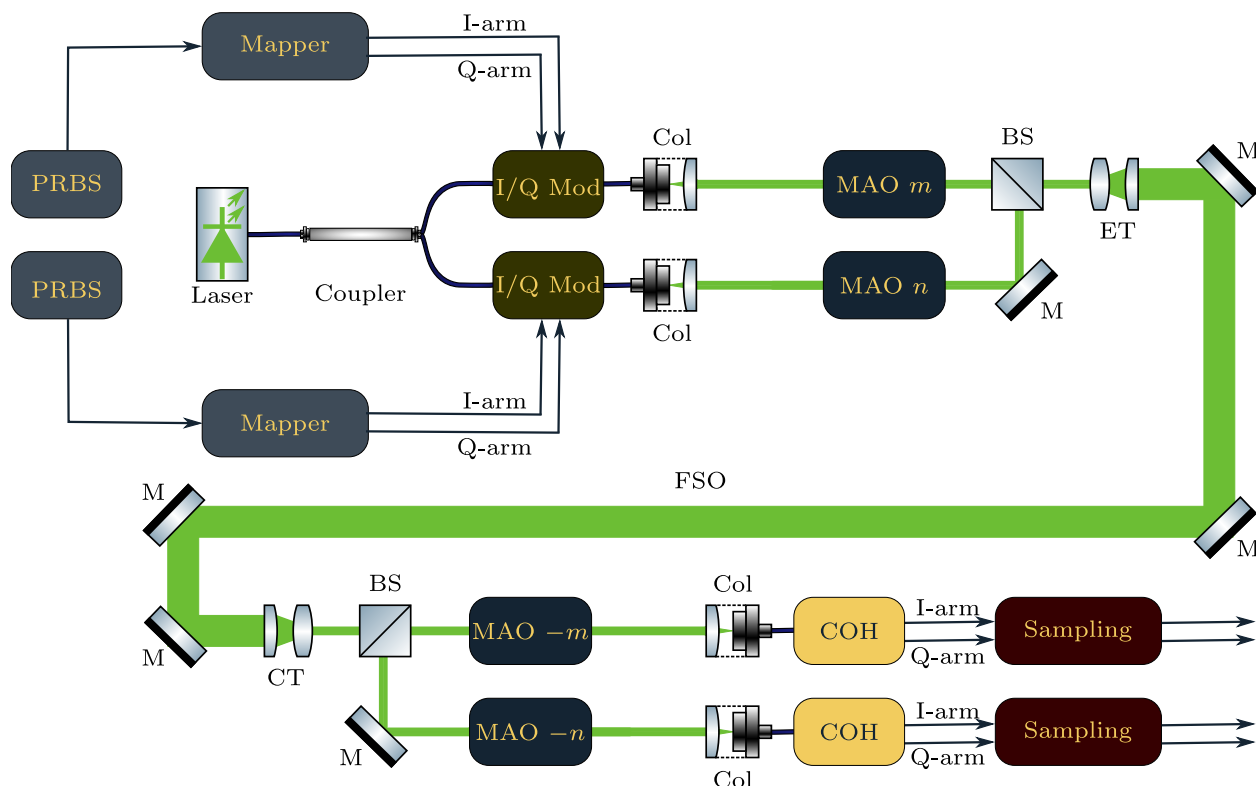


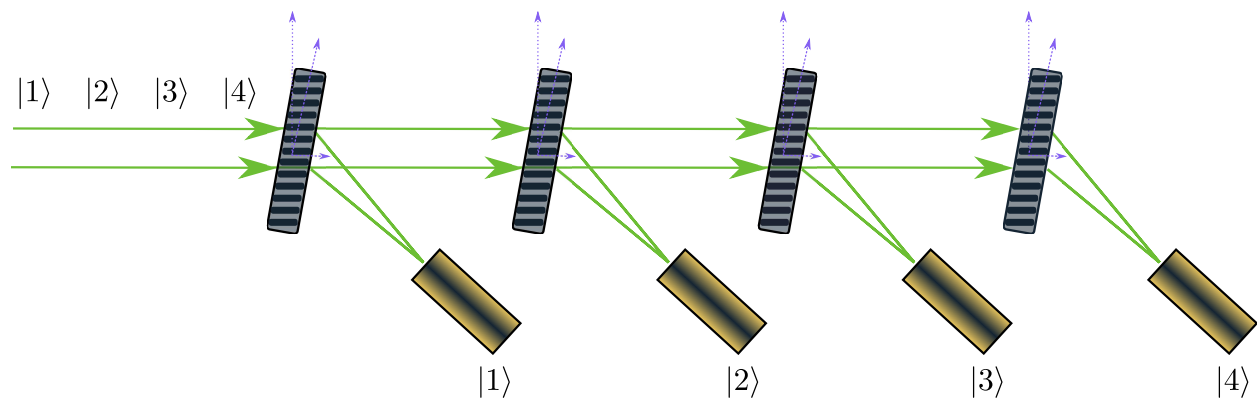
Figura 5. Diagrama conceptual de un sistema FSO para modulación/multiplexación MAO; Col. Colimador; BS Divisor de Haz; ET Telescopio de Expansión; CT Telescopio de Reducción; COH Detección Coherente.

y 60 longitudes de onda (Ingerslev et al., 2018), fabricación de fibras MAO (*vortex fiber*) con un máximo de transmisión de 13.4 [km] (Gregg et al., 2016), enlaces FSO dentro de la ciudad (Krenn et al., 2015), operación sobre longitudes de onda milimétricas (Yan et al., 2014). Se ha demostrado que con dispositivos de 10 [Gb/s] no muy costosos se pueden alcanzar tasas de transmisión de 100, 400 [Gb/s] y 1 [Tb/s] en el espacio libre, incluso se han alcanzado velocidades de transmisión de datos de hasta 200 [Tb/s] (Xie et al., 2016; Huang et al., 2014). Por otra parte, sistemas basados en MAO han sido usados en esquemas QKD de alta dimensión (Mirhosseini et al., 2015; Mafu et al., 2013). Más recientemente se han registrado transmisiones de datos codificados en haces helicoida-

les sobre más de 143[km] (Krenn et al., 2016). De cara a este escenario, se ha erguido un enorme interés por estrategias que aborden la determinación del espectro MAO (Jack et al., 2008; Zhou et al., 2017), debido a su relación estrecha con las técnicas de *sorting* y/o detección MAO.

**2.0.2. Sorter MAO.** Las propiedades de alta dimensionalidad del Momento Angular Orbital, por la naturaleza acimutal de su fase transversal óptica, hacen que la generación, multiplexación y en especial la demultiplexación o separación de estados MAO sean por tanto un hecho de gran interés. Los moduladores espaciales de luz (SLM) han sido utilizados para generar estados MAO ( $l_i$ ) y superposición de éstos ( $l_i&l_j$ ), usando un módulo de control de fase de  $2\pi$  a través de hologramas tipo *fork*, generados por computador que permiten lograr una modulación en amplitud y en fase. Este holograma tenedor a su vez ha sido la herramienta fundamental, para la separación de fotones con diferente índice acimutal  $l$ . El holograma tenedor agrega una estructura espiral de fase a la luz MAO incidente. Si la estructura de fase acimutal añadida es  $-l$ , entonces la luz MAO incidente se transformará en una luz gaussiana de orden cero, mientras que la luz con  $l' \neq l$  se transformará en una luz MAO no nula, es decir una complementaria asociada a la diferencia de las distribuciones espaciales de la fase que interactúan. Por lo tanto, una fibra monomodo después del holograma recogerá solo la luz MAO con carga topológica  $l$ . Sin embargo, este método solo puede medir la luz con un estado MAO particular cada vez (Jack et al., 2008). Berkhout *et al.* introdujeron una transformación de coordenadas en estudios de clasificadores MAO (Berkhout et al., 2010). Emplearon una transformación cartesiana a polar logarítmica para ordenar diferentes estados MAO simultáneamente, logrando la separación de 25 a 27 estados, con eficiencia mayor al 92% (Mirhosseini et al., 2013b). Aunque son muy exitosos, los *sorters* con este principio destru-

yen el estado del foton incidente. El modo MAO se puede recuperar del modo Gaussiano mediante la introducción de la fase acimutal deseada, pero la fase externa añadida no se puede recuperar ya que generalmente no se conoce previamente en muchas aplicaciones, por ejemplo, en criptografía cuántica. Esta desventaja limita otras aplicaciones de los estados MAO en el procesamiento cuántico. Leach *et al* (Leach et al., 2004) presentan una técnica para seleccionar a partir de la paridad de los estados MAO, con la desventaja de necesitar interferómetros en cascada para demultiplexar más de dos estados (Lavery et al., 2011). Usando una transformación geométrica que convierte cada componente de MAO en una onda plana con gradiente de fase transversal se reporta una detección de hasta 50 estados(Lavery et al., 2013a).



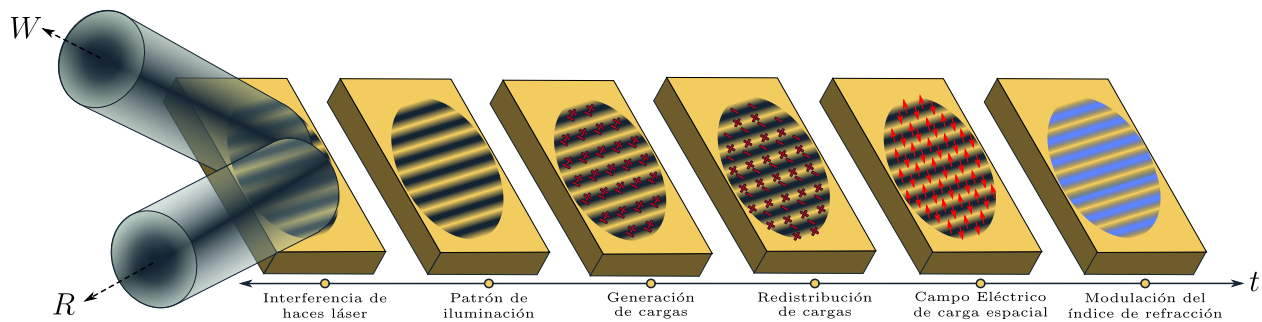
*Figura 6.* Esquema conceptual de un demultiplexor de vórtices ópticos basado en hologramas de volumen en cascada

En la Figura 6, se muestra el esquema conceptual de un demultiplexor (COH, Coherent Detección) de estados MAO basado en hologramas de volumen colocados en cascada, que direccionará sobre un detector el estado fundamental o haz de referencia con el que se hizo el registro

de los interferogramas, los cuales están asociados a los estados del alfabeto de comunicación (Gruneisen et al., 2011), sin embargo, no es de gran utilidad para haces con un número muy bajo de fotones. Principio que posteriormente es evaluado como un proyector cuántico, operando sobre estados de momento lineal de fotones individuales en un espacio de cuatro dimensiones (Gruneisen et al., 2015). Por otro lado un multiplexor de modos espaciales de un haz que suprime la inclusión de múltiples medios holográficos a través del uso de multiplexación angular de hologramas de volumen es propuesto en (Aoki et al., 2013). La versatilidad de esta idea permite que ese mismo esquema sea propuesto como demultiplexor de modos espaciales (Wakayama et al., 2013). En contraste el costo y la dimensión de un demultiplexor de hologramas de volumen, es bastante bajo comparado con otros esquemas ópticos ya que requiere solamente un medio holográfico, el cual es independiente del número de modos multiplexados. En Agosto del 2017 es presentada una versión usando un modulador espacial de luz de solo fase para el esquema de detección (Shimizu et al., 2017). Más recientemente se presenta una estrategia que usa resonadores en cascada, cuya diferencia relativa de camino óptico sobre la cavidad, y el estado de fase permite seleccionar adecuadamente un modo óptico sin destruir el original (Wei et al., 2017).

**2.0.3. Cristales Fotorrefractivos.** Los Hologramas de Volumen, llamados así por la dimensión del material holográfico sobre el que se registra, usa materiales como el fotorrefractivo. Los cristales fotorrefractivos son materiales electro-ópticos y fotoconductivos. Un campo eléctrico aplicado a un material electro-óptico produce cambios en su índice de refracción, conocido como efecto Pockel's. Por otro lado la fotoconductividad significa que la luz con una adecuada longitud de onda, es capaz de producir portadores de carga eléctrica que son libres de moverse por difusión

y también por deriva bajo la acción de un campo eléctrico. En el caso de los materiales fotorrefractivos, la luz excita a los portadores de carga de estados localizados (centros fotoactivos) en la banda base a estados excitados (bandas de conducción o valencia) que se mueven, atrapan y excitan nuevamente de manera sucesiva. Durante este proceso los portadores de carga se acumulan en las regiones oscuras, mientras deja cargas del signo opuesto en las regiones brillantes (Frejlich, 2007). Esta modulación espacial de cargas produce un campo eléctrico de carga espacial. La combinación de estos dos efectos da lugar al llamado efecto fotorrefractivo: La luz produce una modulación espacial de campo eléctrico basada en fotoconducción que a su vez produce una modulación del índice de refracción a través del efecto electro-óptico.



*Figura 7.* Efecto Fotorrefractivo.

Como se muestra en la Figura 7 el proceso de fotorrefracción comienza con la interferencia de dos haces sobre el material, la señal y la referencia. El haz señal en general corresponde a una distribución 2-dimensional en la que está codificada la información que se quiere almacenar. El haz de referencia usualmente corresponde a la onda plana que posteriormente se hace incidir sobre el interferograma registrado para recuperar (leer) la información almacenada.

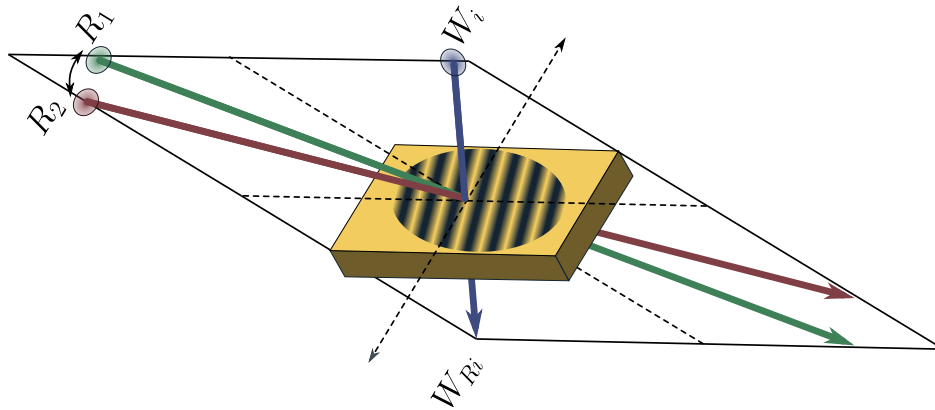


Figura 8. Diagrama de multiplexación angular.  $R_1$  y  $R_2$  haces de referencia,  $W$  haz señal o haz mensaje.

Este principio, junto con técnicas de multiplexado (Coufal et al., 2000), donde múltiples hologramas pueden ser superpuestos en el mismo volumen, ha permitido el desarrollo de aplicaciones potenciales demostradas a lo largo de los últimos 50 años, como procesamiento de imágenes (White and Yariv, 1980), conjugación de fase (Huignard et al., 1979), computación óptica (Pichon and Huignard, 1981), pantallas 3D (Ketchel et al., 1999) y como almacenamiento holográfico de datos (Leith et al., 1966) por mencionar algunas. Del inglés, Holographic Data Storage (HDS), puede alcanzar grandes capacidades de almacenamiento y altas velocidades de acceso, muy por encima de los discos ópticos actuales. HDS es un candidato prometedor, para la próxima generación de discos ópticos capaces de almacenar hasta  $2.4[\text{Tbit}/\text{in.}^2]$  (Hoshizawa et al., 2016).

Un mecanismo común para registrar múltiples hologramas en un cristal fotorrefractivo es el multiplexado angular (Mok, 1993). En este esquema se usan ondas planas de referencia que inciden

sobre el cristal en ángulos diferentes, y que posteriormente serán usadas en la misma orientación para recuperar la información registrada (Lorduy et al., 2006). En la Figura 8, se esquematiza  $R_1$  y  $R_2$ , para el almacenamiento simple de dos hologramas en el mismo medio de registro, como las direcciones de propagación de los frentes de onda de referencia y  $W$  como la dirección de propagación del frente de onda de la señal. Secuencialmente, el frente de onda  $R_1$  interfiere con el frente de onda de  $W_1$  y el frente de onda  $R_2$  con el frente de onda  $W_2$ . El frente de onda  $W_i$  con  $i = 1, 2$  posee una fase modulada, donde se codifica la información. Después del proceso de grabado, la lectura de la información de fase almacenada se recupera con los haces de referencia. Si se usa el frente de onda de  $R_1$  se recuperará el frente de onda de  $W_1$ , por otro lado usando el frente de onda de  $R_2$ , se recuperará el frente de onda de  $W_2$ , en la dirección  $W_{Ri}$ . Esta técnica ha reportado resultados muy interesantes con registros de hasta 5000 hologramas (Mok, 1993), que le dan muy buena perspectiva a la aplicación que se pretende desarrollar con esta investigación.

### 3. Modelado

#### 3.1. Momento Angular orbital

Un campo electromagnético propagándose en una región libre de fuentes ( $\rho(\vec{r}, t) = 0$ ,  $\vec{J}(\vec{r}, t) = 0$ ) puede ser descrito por las ecuaciones de Maxwell en el vacío (Jackson, 1999),

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = 0, \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0, \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (8)$$

de allí, fue precisamente Maxwell quien notó por primera vez que estas ecuaciones tienen soluciones en la forma de una onda viajera. Este hecho, puede derivarse de las ecuaciones 7 y 8 resultando en

$$\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t)] = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (9)$$

a partir de la cual, usando la identidad vectorial  $\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{v}] = \vec{\nabla}[\vec{\nabla} \cdot \vec{v}] - \nabla^2 \vec{v}$  (Arfken and

Weber, 1999), se tiene,

$$\vec{\nabla}[\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t)] - \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (10)$$

paso seguido, de acuerdo a la ecuación 5 se llega a

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (11)$$

que es la ecuación de onda para el campo vectorial  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , con una velocidad de propagación dada por  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . Además de forma análoga, existe una ecuación para el campo magnético  $\vec{B}$ . De este modo, al considerar campos ondulatorios de una sola frecuencia (monocromáticos), el campo eléctrico puede expresarse en la forma

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re \left\{ \vec{E}(\vec{r}) e^{-j\omega t} \right\}, \quad (12)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular de oscilación y  $\vec{E}(\vec{r})$  es la parte compleja espacialmente dependiente del campo. Sustituyendo  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  de la ecuación 12 en la ecuación 11, se obtiene la ecuación vectorial de Helmholtz para el vector complejo del campo eléctrico.

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0. \quad (13)$$

con el vector de onda  $k = \omega/c$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. Si se resuelve la ecuación 13 para  $\vec{E}(\vec{r})$ , el campo físico puede encontrarse sustituyendo nuevamente en la ecuación

12. Así, cantidades como la intensidad promedio del campo ( $\langle I(\vec{r}) \rangle = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{E}^*(\vec{r})$ ) pueden determinarse del campo complejo. Los resultados anteriores, aplican para campos con naturaleza en principio arbitraria, pero nuestro interés radica en aquellos que poseen alta direccionalidad, es decir, campos que se propaga principalmente en una dirección. Escogiendo el eje  $\hat{z}$  para la dirección de propagación, se nota que la naturaleza transversal de los campos electromagnéticos implica que el vector de campo  $\vec{E}$  se encontrará casi por completo en el plano  $xy$  (Gbur, 2016). Por esta razón, se asume que la dirección de este vector es constante a lo largo del plano transversal (polarización), es decir

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 U(\vec{r}), \quad (14)$$

donde  $\vec{E}_0$  es una constante generalmente vectorial compleja, y  $U(\vec{r})$  es un campo escalar complejo. Por lo tanto, se puede estudiar la propagación del campo ondulatorio a través de la función  $U(\vec{r})$  y buscar soluciones para la ecuación escalar de Helmholtz que satisface, es decir,

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + k^2 U(\vec{r}) = 0. \quad (15)$$

Así, un campo propagándose en la dirección  $\hat{z}$ , se puede aproximar a

$$U(\vec{r}) \approx u(\vec{r}) e^{jkz}, \quad (16)$$

donde  $u(\vec{r})$  varía lentamente respecto a  $z$ . Sustituyendo en la ecuación 15, la expresión se

reduce a la forma

$$\nabla^2 u(\vec{r}) + 2jk \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} = 0. \quad (17)$$

de este modo, especificando que  $u(\vec{r})$  varía muy lentamente sobre  $\hat{z}$  en el orden de la longitud de onda,

$$\lambda \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \ll |u|, \quad (18)$$

$$\lambda \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|. \quad (19)$$

la derivada de segundo orden de  $u(\vec{r})$  respecto a  $\hat{z}$  es despreciable,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2jkz \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (20)$$

llegando a la aproximación paraxial de la ecuación de onda que describe particularmente, una onda que se propaga de manera preponderante a lo largo de  $\hat{z}$ . La ecuación 20, está expresada en coordenadas cartesianas, por otro lado si se se considera  $r^2 = x^2 + y^2$  y  $\varphi = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$  se obtiene una formulación en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + 2jkz \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (21)$$

La coherencia espacial y temporal del láser, lo sitúan como candidato ideal para producir ondas electromagnéticas bajo el régimen de aproximación paraxial, siempre y cuando el modo transversal no varíe significativamente conforme a la propagación. Así, un haz descrito por la ecuación 22 corresponde a una solución paraxial que satisface la ecuación 21, además se evidencia que esta configuración de campo transversal posee un término de distribución acimutal  $e^{jl\phi}$  (Allen et al., 1992).

$$u(r, \phi, z) = \frac{C_1 w_0}{z_r w(z)} e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} L_p^l \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l e^{-j \left[ \frac{kr^2}{2R(z)} + \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_r} \right) (l+p+1) \right]} e^{-jl\phi}, \quad (22)$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+p)}}. \quad (23)$$

Aquí, los parámetros  $l$  y  $p$  de las ecuaciones 22 y 23, indican las configuraciones modales del láser,  $l$  el índice acimutal,  $p$  el índice radial,  $w_0$  es la cintura de haz, del inglés *beam waist* ( $z = 0$ ),  $z_r$  el rango de Rayleigh,  $w(z)$  el radio del haz en función de la distancia de propagación,  $R(z)$  el radio de curvatura del frente de onda y  $L_p^l$  los polinomios generalizados de Laguerre.

Frente a lo descrito hay que resaltar, que todas las ondas electromagnéticas incidentes sobre cualquier superficie o partícula, ejercen presión de radiación debida a la interacción entre energía y materia dando lugar a la transferencia de momento. El momento angular total  $\vec{J}$ , consta de dos partes para el caso de la aproximación paraxial;  $\vec{S}$  relaciona el spín y  $\vec{L}$  el momento angular orbital

(Jackson, 1999). Desde una visión clásica, el primero expresa el estado de polarización del láser o la rotación del fotón sobre su eje de propagación; mientras el segundo, se presenta como un patrón helicoidal único en su distribución espacial de luz y a bajas intensidades como la rotación del fotón sobre su eje de propagación. Dado que el interés sobre las distribuciones espaciales de luz descritas en las ecuaciones 22 y 23 se centran en la aplicación del momento angular orbital entero definido, el índice radial sera nulo ( $p = 0$ ), mientras el acimutal será  $l \neq 0$ .

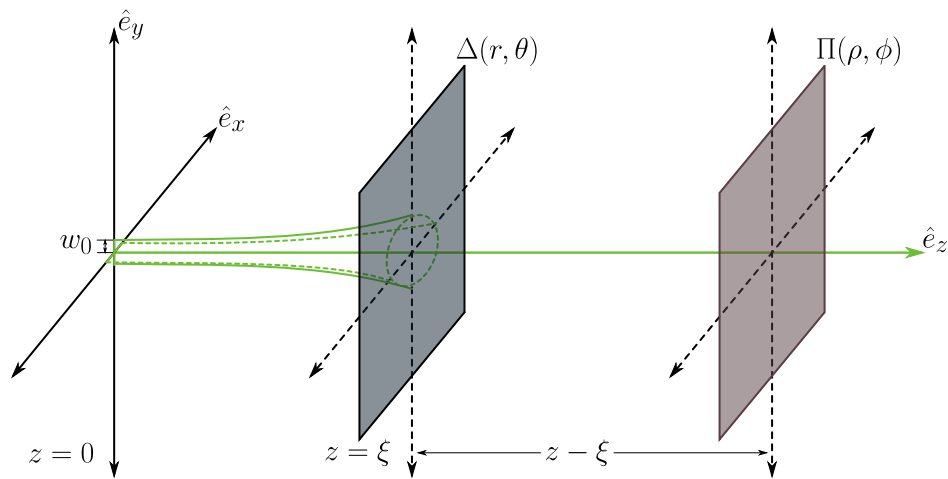


Figura 9. Difracción de un haz gaussiano a través de un holograma *fork*.

**3.1.1. Generación: Holograma tipo fork.** Partiendo de la geometría presentada en la Figura 9, la difracción de un frente de onda gaussiano de longitud de onda  $\lambda$ , a través de una red de difracción tipo *fork* ubicada en la posición  $z = \xi$  puede generar un haz con momento angular orbital en la posición  $z$ . De esta forma, se considera una onda gaussiana a una distancia  $z = \xi$  del

*beam waist* ( $w_0$ ) con una distribución de campo dada por

$$U_i(r, \theta, \xi) = \frac{q(0)}{q(\xi)} e^{-jk \left[ \xi + \frac{r^2}{2q(\xi)} \right]}, \quad (24)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda,  $q(\xi)$  el parámetro complejo, descrito como

$$\frac{1}{q(\xi)} = \frac{1}{R(\xi)} - \frac{2j}{kw^2(\xi)}, \quad (25)$$

para  $R(\xi) = \xi [1 + (kw_0^2/2\xi)^2]$  el radio de curvatura del haz y  $w(\xi) = w_0 [1 + (2\xi/kw_0^2)^2]^{1/2}$  el radio transversal del haz (Schmidt, 2010). La distribución de luz descrita, difracta a través de un holograma tipo *fork* situado en el plano  $\Delta(r, \theta)$ , y a una distancia  $(z - \xi)$  medida desde el plano de la rejilla, está el plano de observación  $\Pi(\rho, \phi)$ . Así, utilizando la integral de *Fresnel-Kirchoff* el campo difractado en el plano de observación esta dado por

$$U(\rho, \phi, z) = jk \frac{e^{-jk \left[ (z-\xi) + \frac{\rho^2}{2(z-\xi)} \right]}}{2\pi(z-\xi)} \iint_{\Delta} T(r, \theta) U_i(r, \theta, \xi) e^{-jk \left[ \frac{r^2}{z-\xi} - \frac{2r\rho \cos(\theta-\phi)}{z-\xi} \right]} r dr d\theta. \quad (26)$$

al mismo tiempo, se define una red sinusoidal de amplitud en coordenadas cilíndricas con un periodo de red  $D$  y coeficientes de transmitancia  $t_n$ , que tiene una función de transmitancia expresada como

$$T(r, \theta) = t_0 + \sum_{n=1}^{\infty} t_n e^{-jn \left( \frac{2\pi}{D} r \cos(\theta) - m\theta \right)} + \sum_{n=1}^{\infty} t_{-n} e^{jn \left( \frac{2\pi}{D} r \cos(\theta) - m\theta \right)}, \quad (27)$$

en consecuencia el campo difractado se escribe como:

$$U(\rho, \phi, z) = \frac{jk}{2\pi(z-\xi)} \frac{q(0)}{q(\xi)} e^{-jk\left[z + \frac{\rho^2}{2(z-\xi)}\right]} \left\{ t_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2} \frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)} r^2} e^{\frac{jkr\rho}{z-\xi} \cos(\theta-\phi)} r dr d\theta + \right. \\ \left. \sum_{n=1}^{\infty} t_n \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2} \frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)} r^2} e^{\frac{-jkr\rho}{z-\xi} \sin(\phi) \sin(\theta)} e^{\frac{jkr \cos(\theta)}{z-\xi} \left(\rho \cos(\phi) - \frac{n\lambda(z-\xi)}{D}\right)} e^{jmn\theta} r dr d\theta + \right. \\ \left. \sum_{n=1}^{\infty} t_{-n} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-j\frac{k}{2} \frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)} r^2} e^{\frac{-jkr\rho}{z-\xi} \sin(\phi) \sin(\theta)} e^{\frac{jkr \cos(\theta)}{z-\xi} \left(\rho \cos(\phi) + \frac{n\lambda(z-\xi)}{D}\right)} e^{-jmn\theta} r dr d\theta \right\}. \quad (28)$$

de aquí, al desarrollar las integrales sobre la parte radial y acimutal (Bazhenov et al., 1990), se encuentra que el campo difractado a través del holograma *fork* ubicado en  $\Delta(r, \theta)$  en el plano de observación  $\Pi(\rho, \phi)$  es

$$U_{\pm n}(\rho_{\pm n}, \phi_{\pm n}, z) = t_{\pm n} \frac{q(0)}{q(z)} \left[ \frac{ik\pi}{4Q(z)} \right]^{1/2} (\pm 1)^{mn} \rho_{\pm n} j^{(mn-1)/2} e^{-jk\left[z + \frac{\rho_{\pm n}^2}{2(z-\xi)} + \frac{\rho_{\pm n}^2}{2Q(z)}\right]} e^{jmn\left(\frac{\pi}{2} \pm \phi_{\pm n}\right)} \\ \left[ J_{\frac{mn-1}{2}} \left( \frac{k}{2Q(z)} \rho_{\pm n}^2 \right) - j J_{\frac{mn+1}{2}} \left( \frac{k}{2Q(z)} \rho_{\pm n}^2 \right) \right], \quad (29)$$

siendo  $Q(z)$  el parámetro de curvatura dado por  $\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{R'(z)} - \frac{2j}{kw'^2(z)}$ ,  $R'(z)$  el radio de curvatura descrito por  $\frac{1}{R'(z)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R(z)} - \frac{1}{z-\xi} \right]$  y  $w'$  el radio transversal del haz definido como  $w'(z) = \sqrt{2}w(z)$ . El campo difractado posee  $n$ -ésimos órdenes de difracción, cada uno con un momento angular orbital bien definido por  $m$  y  $n$  siendo  $n$  el índice acimutal. Usando la aproximación de campo lejano (régimen de Fraunhofer), es decir  $z - \xi \rightarrow \infty$  el parámetro de curvatura se transforma

en:

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R(z)} - \frac{1}{z - \xi} \right] - \frac{2j}{kw'^2} \approx \frac{k}{w^2(z)} \quad (30)$$

Por consiguiente, el campo difractado en el régimen de Fraunhofer se expresa como:

$$U_{\pm n}(\rho_{\pm n}, \phi_{\pm n}, z) = \frac{t_{\pm n} q(0) \sqrt{2}}{2 q(z) w(z)} (\pm 1)^{mn} \rho_{\pm n} e^{jkz} e^{-\frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)}} e^{jmn(\frac{\pi}{2} \pm \phi_{\pm n})} \left[ I_{(\frac{mn-1}{2})} \left( \frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)} \right) - I_{(\frac{mn+1}{2})} \left( \frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)} \right) \right]. \quad (31)$$

donde  $I(\cdot)$  son las funciones de Bessel modificadas de primera especie (Arfken and Weber, 1999). Por lo tanto, al primer orden de difracción  $n = 1$  se tendrá un haz con momento angular orbital con singularidad de fase  $m$ .

**3.1.2. Difracción a través de una abertura triangular.** La difracción por una abertura triangular, se analiza partiendo de la distribución de campo presentada en la ecuación 31 y considerando el primer orden de difracción  $n = 1$ , de donde emerge un vórtice óptico con carga topológica  $m$  a una distancia  $z = z_0$ , allí se sitúa el plano de la abertura triangular equilátera. El campo en la posición especificada se puede escribir como:

$$U(x_0, y_0, z_0) = C_0 e^{-\frac{x_0^2 + y_0^2}{2w^2(z_0)}} e^{jm\theta} \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \left[ I_{\frac{m-1}{2}} \left( \frac{x_0^2 + y_0^2}{2w^2(z_0)} \right) - I_{\frac{m+1}{2}} \left( \frac{x_0^2 + y_0^2}{2w^2(z_0)} \right) \right], \quad (32)$$

donde

$$C_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{w_0} e^{j\frac{z_0}{z_r}} e^{j\frac{3\pi}{2}m} e^{jkz_0}, \quad (33)$$

es una constante compleja,  $w(z_0)$  el radio transversal del haz a la altura de la abertura y  $z_r = kw_0^2/\lambda$  es la distancia de Rayleigh. Partiendo de la función de transmitancia asociada a la abertura triangular equilátera  $\tau(x_0, y_0)$  y la distribución de campo con MAO entero descrita por la ecuación 32, se formula la integral de transformación de Fourier (Goodman, 1996) , para emular el patrón de difracción en campo lejano. Así, la amplitud del campo difractado se define por,

$$U(x, y, z) = -j \frac{e^{jk\left((z-z_0) + \frac{x^2+y^2}{2(z-z_0)}\right)}}{\lambda(z-z_0)} \int U(x_0, y_0, z_0) \tau(x_0, y_0) e^{\frac{jk}{z}(xx_0+yy_0)} dx_0 dy_0. \quad (34)$$

En primera instancia es posible evaluar numéricamente la integral propuesta en la ecuación 34, a partir de la implementación de la transformada rápida de Fourier (*FFT*) considerando la simetría de la abertura propuesta. Por otro lado, recientemente se propuso un modelo analítico para la difracción de un vórtice óptico por una abertura triangular. Este modelo, también permite estimar la estabilidad del patrón de difracción en varias circunstancias y cuyos resultados adaptan adecuadamente a los cálculos con la transformada de Fourier (Stahl and Gbur, 2016). En la siguiente

sección se explicará el camino para interpretar la morfología del patrón de difracción en cuestión.

Alternativamente y bajo condiciones clásicas, se verificó la regla de Born para explicar la formación de la distribución neta de puntos brillantes o *spots* en el patrón de difracción de Fraunhofer de un haz con momento angular orbital difractado a través de una abertura triangular equilátera. Además, se propuso una regla de reconstrucción del patrón de difracción con rendijas que no son mutuamente disjuntas, encontrando alta correlación entre los patrones reconstruidos y los originales con valores de correlación de más del 90%. Esto nos permitió identificar en las representaciones reconstruidas una apropiada correspondencia para la medida de la carga topológica, que desde nuestra perspectiva es más eficiente desde el punto de vista de la imagen (Mendoza-Castro et al., 2019).

### **3.2. Cristal Fotorrefractivo**

Los materiales fotorrefractivos combinan la fotoconductividad y el efecto electro-óptico. Cuando este material es iluminado por una distribución no uniforme de luz coherente, es posible producir una modulación del índice de refracción  $\Delta n$  llamado holograma fotorrefractivo. Esta modulación  $\Delta n$ , generalmente es explicada de acuerdo a la dinámica de población de estados localizados en las bandas del material, que actúan como centros de electrones y huecos. Este modelo considera que el material fotorrefractivo contiene estados localizados debidos a impurezas o defectos, que actúan como un tipo de trampa profunda para portadores de cargas. Aquí, los portadores de carga son fotoexcitados a la banda de valencia o conducción, donde se difunden hasta ser atrapados. Por tanto, se considera una distribución no uniforme de luz producida por la interferencia de dos haces

coherentes descrita como

$$I = I_0 [1 + m \cos(Kx + \phi)], \quad (35)$$

Donde  $I_0$  es la intensidad total de los haces que interfieren;  $v = me^{i\phi}$  es la visibilidad de las franjas;  $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$  es el número de onda, con  $\Lambda$  siendo el periodo espacial de las franjas; y  $\phi$  la fase del patrón de luz. Cuando el patrón de interferencia incide sobre el medio fotorrefractivo, este crea un campo espacial de carga  $E_{sc}$  que modula el índice de refracción a través del efecto electro-óptico :

$$\Delta n = -\frac{n^3}{2} r_{eff} E_{sc}, \quad (36)$$

así,  $\Delta n$  es la modulación del índice de refracción, y  $r_{eff}$  es el coeficiente electro-óptico efectivo. De esta forma, la densidad de carga y el campo espacial de carga son determinados por las ecuaciones de velocidad de generación ( $G$ ) y recombinación ( $R$ ), junto con las de continuidad y Poisson:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = G - R + \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = G - R, \quad (38)$$

$$G = (N_D - N_D^+) \left( \frac{sI}{h\nu} + \beta \right), \quad (39)$$

$$R = \gamma N_D^+ N, \quad (40)$$

$$\vec{J} = e\mu N \vec{E} + eD \vec{\nabla} N, \quad (41)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \epsilon \vec{E}) = e (N_D^+ - N - N_A^-), \quad (42)$$

donde  $e$  es el valor absoluto de la carga del electrón,  $N$  es la densidad de electrones libres en la banda de conducción (CB),  $N_D$  es la densidad de donantes,  $N_A^+$  es la densidad de donantes ionizados,  $N_A^-$  es la densidad de los centros No-fotoactivos,  $\beta$  es la velocidad de generación térmica,  $s$  es la sección transversal de foto-ionización,  $\gamma$  es la constante de recombinación,  $\vec{J}$  es la densidad de corriente,  $\mu$  es la movilidad,  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $\epsilon$  es la constante dieléctrica del material, . Reduciendo el problema a una dimensión, el campo eléctrico total  $E$  en el material fotorrefractivo es

$$E = E_0 + E_{sc}, \quad (43)$$

siendo  $E_0$  el campo eléctrico externo. Las ecuaciones 37 - 42 pueden resolverse usando

la aproximación al primer armónico espacial (Frejlich, 2007; Günter and Huignard, 2007). La solución se computa en (Frejlich, 2007; Günter and Huignard, 2007) y se obtiene para el estado estable que

$$E_{sc}(t \rightarrow \infty) = E_{sc} = -m_{\text{eff}} E_{\text{eff}}, \quad (44)$$

donde,

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_0 + iE_D}{1 + K^2 l_s^2 - iKl_E}, \quad (45)$$

$$m_{\text{eff}} = m \frac{sI_0}{sI_0 + \beta h\nu}, \quad (46)$$

$$l_s^2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 k_B T}{e^2 (N_D)_{\text{eff}}}, \quad (47)$$

$$l_E = \frac{\epsilon \epsilon_0 E_0}{e (N_D)_{\text{eff}}}, \quad (48)$$

$$E_D = K \frac{k_B T}{|e|}, \quad (49)$$

$l_s$  representa la longitud de apantallamiento de Debye,  $(N_D)_{\text{eff}}$  es la concentración efectiva de trampas,  $k_B$  es la constante de Boltzmann, y  $T$  es la temperatura. La siguiente consideración teórica fué  $E_0 = 0$ , debido a que los experimentos se desarrollaron sin campo eléctrico externo.

El campo espacial de cargas  $E_{sc}$  modula el índice de refracción, produciendo la variación  $\Delta n$  que opera como una rejilla holográfica fotorrefractiva, difractando los haces de grabado. De esta forma, la eficiencia en difracción de los haces difractados  $\eta$  puede ser calculada por

$$\eta = \sin^2 \left( \frac{\pi d \Delta n}{\lambda \cos(\theta)} \right). \quad (50)$$

donde  $d$  es el espesor del material y  $\theta$  el ángulo entre los haces de grabado. Para este experimento se asumirá que la visibilidad es constante a lo largo de todo el grosor de la muestra, una vez que la absorción sea baja y la auto-difracción pueda evitarse. Además, para muchos materiales fotorrefractivos, el coeficiente electro-óptico es pequeño ( $10^{-12}$  [m/V]). Aún con un campo  $E_{sc}$  de intensidades razonables, la eficiencia  $\eta$  será baja y el seno de la ecuación 50 puede aproximarse a su argumento

$$\eta = \left( \frac{\pi d \Delta n}{\lambda \cos(\theta)} \right)^2. \quad (51)$$

En contraste, por las ecuaciones 36 y 51 es posible obtener

$$\eta \propto |E_{sc}|^2. \quad (52)$$

Así, una vez que se alcance el estado estable, esta rejilla holográfica puede ser borrada con una iluminación uniforme, es decir con visibilidad nula. Por tanto, el holograma será borrado

progresivamente debido a la dinámica de redistribución de cargas dentro del material. En este caso, la evolución temporal del espacio de carga obedece a una ecuación de amortiguamiento,

$$E_{sc} = Ae^{\frac{-t}{\tau_{sc}}}, \quad (53)$$

y la eficiencia en difracción puede ser escrita como

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{-2t}{\tau_{sc}}}, \quad (54)$$

donde  $\tau_{sc}$  es el tiempo característico de borrado de la rejilla de difracción, que depende de las características del material, intensidad total y otras variables. En el caso de existir más de un centro foto-activo y más de un portador de carga, es posible registrar más rejillas de difracción, y por ende la eficiencia en difracción de forma generalizada, asumiendo transmisión total y hologramas de fase independientes, puede escribirse como :

$$\eta(t) = |A_1 e^{\frac{-t}{\tau_1}} e^{\phi_1} + A_2 e^{\frac{-t}{\tau_2}} e^{\phi_2} + \dots + A_N e^{\frac{-t}{\tau_N}} e^{\phi_N}|^2. \quad (55)$$

donde  $A_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) es la amplitud,  $\tau_i$  el tiempo de borrado, y  $\phi_i$  es la fase del  $i$ -ésimo registro de una rejilla fotorrefractiva.

### 3.3. Principio Holográfico

La holografía usa las propiedades de interferencia y difracción de la luz, para hacer posible la reconstrucción completa de una onda objeto. Esta última, se asocia a la luz dispersada por un ele-

mento material, de forma que las ondas reflejadas o transmitidas contienen la información completa del objeto, amplitud y fase. El campo lumínico mencionado, está caracterizado por la *amplitud*, que se asocia al brillo y la *fase* que contiene la forma del objeto, de manera que dos ondas pueden tener el mismo brillo pero diferente forma. En ese sentido, para recrear este fenómeno se necesita de la interferencia de ondas de luz. Así pues, la interferencia es creada por la superposición de una onda objeto  $\vec{U}_O$  y una onda de referencia  $\vec{U}_R$ ,

$$\vec{U}_R = A_R(\vec{r})e^{j[k(x\sin(\theta)+z\cos(\theta))]}, \quad (56)$$

$$\vec{U}_O = A_O(\vec{r})e^{j[kz+\varphi_O(\vec{r})]}, \quad (57)$$

donde  $A_R(\vec{r})$  y  $A_O(\vec{r})$  contienen la amplitud y dirección de los campos electromagnéticos de las respectivas ondas implicadas en la superposición. Por consiguiente, en la Figura 10 se presenta la geometría propuesta para estudiar este fenómeno.

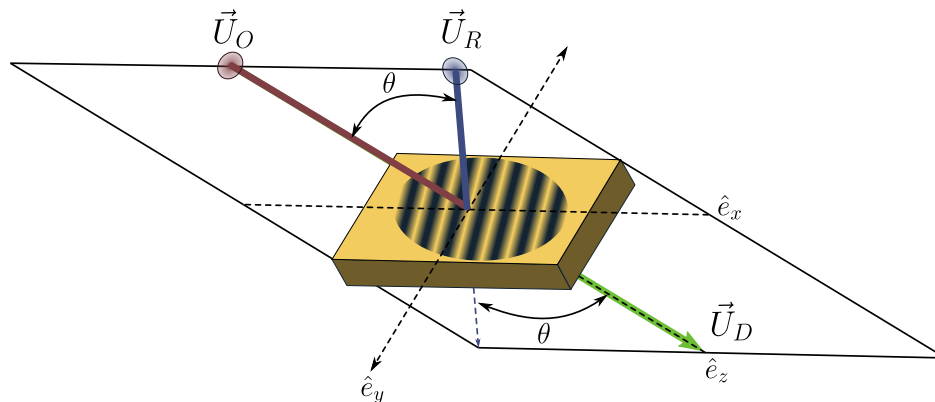


Figura 10. Esquema de la geometría implicada en la interferencia de dos ondas.

**3.3.1. Registro.** El patrón de iluminación requerido para el registro y mostrado en la Figura 10 es proporcional a la intensidad  $I(x,y)$  calculada como la amplitud al cuadrado de de las ondas superpuestas  $\vec{U}_R + \vec{U}_O$ , así,

$$I(x,y) = \left| \vec{U}_R + \vec{U}_O \right|^2, \quad (58a)$$

$$= \left( \vec{U}_R + \vec{U}_O \right) \left( \vec{U}_R + \vec{U}_O \right)^*, \quad (58b)$$

$$= \vec{U}_R \vec{U}_R^* + \vec{U}_R \vec{U}_O^* + \vec{U}_O \vec{U}_R^* + \vec{U}_O \vec{U}_O^*, \quad (58c)$$

$$= \left| \vec{U}_R \right|^2 + \left| \vec{U}_O \right|^2 + \vec{U}_R^* \vec{U}_O + \vec{U}_R \vec{U}_O^*. \quad (58d)$$

donde el superíndice \* representa el complejo conjugado. Por otro lado, dentro de los términos de la ecuación 58d, el tercero es especialmente importante en holografía debido a que contiene la onda objeto  $\vec{U}_O$ . Por esa razón, desarrollando los términos de 58d, se tiene:

$$\left| \vec{U}_R \right|^2 = \left( A_R(\vec{r}) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( A_R^*(\vec{r}) e^{-j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right), \quad (59a)$$

$$= |A_R(\vec{r})|^2. \quad (59b)$$

$$\left| \vec{U}_O \right|^2 = \left( A_O(\vec{r}) e^{j[kz + \varphi_O(\vec{r})]} \right) \left( A_O^*(\vec{r}) e^{-j[kz + \varphi_O(\vec{r})]} \right), \quad (60a)$$

$$= |A_O(\vec{r})|^2. \quad (60b)$$

$$\vec{U}_R^* \vec{U}_O = \left( A_R^*(\vec{r}) e^{-j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( A_O(\vec{r}) e^{j[kz + \varphi_O(\vec{r})]} \right), \quad (61a)$$

$$= A_O(\vec{r}) A_R^*(\vec{r}) e^{j[\varphi_O(\vec{r}) + kz(1 - \cos(\theta)) - kx \sin(\theta)]}. \quad (61b)$$

$$\vec{U}_R \vec{U}_O^* = \left( A_R(\vec{r}) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( A_O^*(\vec{r}) e^{-j[kz + \varphi_O(\vec{r})]} \right), \quad (62a)$$

$$= A_R(\vec{r}) A_O^*(\vec{r}) e^{j[-\varphi_O(\vec{r}) + kz(\cos(\theta) - 1) + kx \sin(\theta)]}. \quad (62b)$$

reagrupando términos,

$$I(x, y) = |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 +$$

$$A_O(\vec{r}) A_R^*(\vec{r}) e^{j[\varphi_O(\vec{r}) + kz(1 - \cos(\theta)) - kx \sin(\theta)]} + A_R(\vec{r}) A_O^*(\vec{r}) e^{j[-\varphi_O(\vec{r}) + kz(\cos(\theta) - 1) + kx \sin(\theta)]}, \quad (63)$$

y ahora usando la formula de euler  $e^{j\phi} + e^{-j\phi} = 2 \cos(\phi)$ , la ecuación 63 puede reescribirse

como,

$$I(x, y) = |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 + A_O(\vec{r})A_R^*(\vec{r})e^{j[\varphi_O(\vec{r})+kz(1-\cos(\theta))-kx\sin(\theta)]} + A_R(\vec{r})A_O^*(\vec{r})e^{-j[\varphi_O(\vec{r})+kz(1-\cos(\theta))-kx\sin(\theta)]}, \quad (64)$$

$$I(x, y) = |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 + 2A_O(\vec{r})A_R(\vec{r}) \cos(\varphi_O(\vec{r}) + kz(1 - \cos(\theta)) - kx \sin(\theta)). \quad (65)$$

finalmente, la ecuación 65 muestra que la distribución de intensidad sobre el elemento fotorrefractivo, contiene la amplitud de la onda objeto  $A_O(\vec{r})$ , así como su fase  $\varphi_O(\vec{r})$ . De acuerdo a esta premisa, la amplitud modula el brillo mientras la fase modula el espaciado de las franjas de interferencia. Paso seguido, las propiedades del fotorrefractivo suponen que posterior a exponer el material al patrón de interferencia, se producirá el grabado del holograma, con las condiciones presentadas en la sección anterior.

**3.3.2. Lectura.** Para la reconstrucción de la onda objeto, el holograma desarrollado es nuevamente iluminado con la onda de referencia  $\vec{U}_R$ . El holograma, que es proporcional a  $I(x, y)$ , actúa como un filtro y el campo difractado  $\vec{U}_D$  directamente detrás del medio holográfico está dado

por,

$$\vec{U}_D \sim \vec{U}_R I(x, y) = \vec{U}_R \left( |\vec{U}_R|^2 + |\vec{U}_O|^2 \right) + \vec{U}_R \left( \vec{U}_R^* \vec{U}_O \right) + \vec{U}_R \left( \vec{U}_R \vec{U}_O^* \right). \quad (66)$$

desarrollando cada término respecto a las ecuaciones 59b, 60b, 61b, 62b, se tiene

$$\vec{U}_R \left( |\vec{U}_R|^2 + |\vec{U}_O|^2 \right) = \left( A_R(\vec{r}) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 \right), \quad (67a)$$

$$= A_R(\vec{r}) \left( |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 \right) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]}]. \quad (67b)$$

$$\vec{U}_R \left( \vec{U}_R^* \vec{U}_O \right) = \left( A_R(\vec{r}) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( A_O(\vec{r}) A_R^*(\vec{r}) e^{j[\varphi_O(\vec{r}) + kz(1 - \cos(\theta)) - kx \sin(\theta)]} \right), \quad (68a)$$

$$= A_O(\vec{r}) |A_R(\vec{r})|^2 e^{j[kz + \varphi_O(\vec{r})]}. \quad (68b)$$

$$\vec{U}_R \left( \vec{U}_R \vec{U}_O^* \right) = \left( A_R(\vec{r}) e^{j[k(x \sin(\theta) + z \cos(\theta))]} \right) \left( A_R(\vec{r}) A_O^*(\vec{r}) e^{j[-\varphi_O(\vec{r}) + kz(\cos(\theta) - 1) + kx \sin(\theta)]} \right), \quad (69a)$$

$$= A_R(\vec{r}) A_R(\vec{r}) A_O^*(\vec{r}) e^{j[2kx \sin(\theta) + kz(2 \cos(\theta) - 1) - \varphi_O(\vec{r})]}. \quad (69b)$$

reagrupando los términos, el campo difractado se escribe como

$$\begin{aligned} \vec{U}_D = A_R(\vec{r}) \left( |A_R(\vec{r})|^2 + |A_O(\vec{r})|^2 \right) e^{j[k(x\sin(\theta) + z\cos(\theta))]} + \\ A_O(\vec{r}) |A_R(\vec{r})|^2 e^{j[kz + \varphi_O(\vec{r})]} + A_R(\vec{r}) A_R(\vec{r}) A_O^*(\vec{r}) e^{j[2kx\sin(\theta) + kz(2\cos(\theta) - 1) - \varphi_O(\vec{r})]}. \end{aligned} \quad (70)$$

así, la ecuación 70 describe el efecto de un holograma sobre la onda de luz de referencia usada durante la reconstrucción. El primer sumando de esta expresión, posee dos términos que se refieren al orden cero de la difracción y para el cual la amplitud de la onda de lectura  $A_R(\vec{r})$  predomina sobre la del objeto  $A_O(\vec{r})$ , además se propaga en la dirección de la onda de referencia  $\vec{U}_R$ . Hay que mencionar que se espera una reducción de la intensidad difractada a este orden por la redistribución de energía a los demás órdenes.

La segunda expresión detona la onda objeto  $\vec{U}_O$  reconstruida multiplicada por una constante proporcional a  $|A_R(\vec{r})|^2$ , preservando la fase  $\varphi_O(\vec{r})$ . Por tanto, un observador registrará la onda objeto en la posición original en la que fue almacenada. Para nuestra geometría la onda recuperada se propagará en  $\hat{z}$ . Por esta razón, el segundo sumando es el más importante ya que representa el orden de difracción +1.

$$\vec{U}_D = \vec{u}_0 + \vec{u}_{+1} + \vec{u}_{-1}. \quad (71)$$

Finalmente, el último sumando en la ecuación 70, denota esencialmente el complejo con-

jugado de la onda objeto, propagándose a doble del ángulo de incidencia respecto a la onda de referencia y representa el orden de difracción  $-1$ . Por ello, la ecuación 71 resume la correspondencia de los términos (Ackermann and Eichler, 2007).

**3.3.3. Multiplexado Angular.** Arriba se consideró el grabado y la reconstrucción holográfica de manera independiente al mecanismo de modulación del índice de refracción para un material fotorrefractivo, el cual responde a una iluminación no uniforme resultado de la interferencia de una onda de referencia  $\vec{U}_R$  y una onda objeto o señal  $\vec{U}_O$ . De acuerdo a esto, para estudiar la selectividad angular de holograma de volumen se parte de la aproximación de Born, para una modulación débil, y se considera la difracción de volumen para campos escalares (Coufal et al., 2000).

El campo difractado para un holograma de volumen simple, almacenado por la interferencia de dos ondas sobre un medio de espesor  $L$  en la dirección  $\hat{z}$ , se puede describir de acuerdo a la geometría que se presenta en la Figura 11, donde  $\theta_R = \theta_O = \theta$ . Así, durante el grabado los campos eléctricos de los haces de referencia y señal son, aquí se asume que los dos campos son uniformes y con amplitud normalizada.

$$\vec{E}_R = e^{j[k(z\cos(\theta) - x\sin(\theta))]} \hat{y}, \quad (72)$$

$$\vec{E}_O = e^{j[k(z\cos(\theta) + x\sin(\theta))]} \hat{y}, \quad (73)$$

Por consiguiente, la modulación dieléctrica  $\tilde{\epsilon}(\vec{r})$  es proporcional a  $\left| \vec{E}_R + \vec{E}_O \right|^2$ . De los cuatro

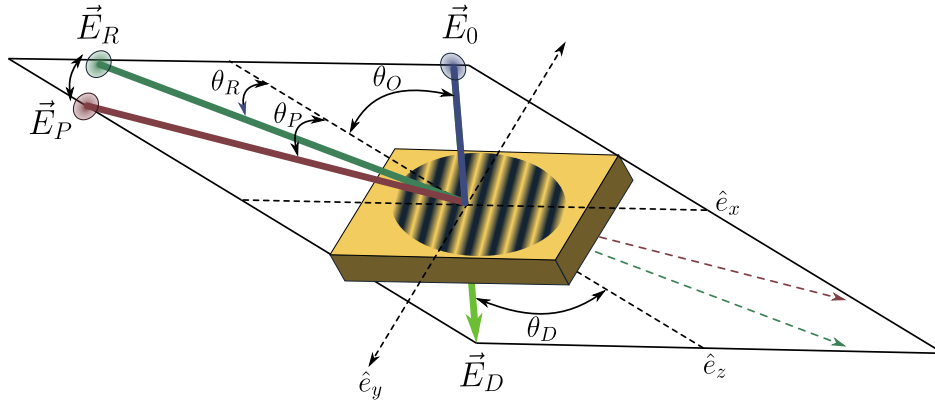


Figura 11. Esquema de la geometría usada en la reconstrucción del haz difractado a través de un holograma de volumen.

términos de interferencia, solo se mantiene  $\vec{E}_R^* \vec{E}_O$ , debido a que los términos restantes no contribuyen significativamente al campo difractado. Por ello,

$$\tilde{\epsilon}(\vec{r}) = \epsilon_1 e^{j\vec{K}_g \cdot \vec{r}} \text{rect}\left(\frac{z}{L}\right), \quad \vec{K}_g = 2k \sin(\theta) \hat{x}, \quad (74)$$

donde  $\epsilon_1$  es una constante expresando la profundidad del holograma ( $\epsilon_1 \ll \epsilon_0$ ) y  $\text{rect}\left(\frac{z}{L}\right)$  representa los límites transversales del material. De esta manera, para la reconstrucción se usa un haz de prueba de la forma,

$$\vec{E}_P = e^{j[k(z \cos(\theta_P) - x \sin(\theta_P))]} \hat{y}, \quad (75)$$

Considerando el espectro difractado,

$$\mathcal{E}_d = \frac{j e^{jk_D z}}{2} \vec{A}(\vec{k}_P, \vec{k}_D), \quad (76)$$

$$\vec{s}(\vec{k}_P) = \frac{(\vec{K}_g \cdot \hat{e})(\vec{k}_P + \vec{K}_g) + k^2}{\epsilon_0}, \quad (77)$$

$$\vec{A}(\vec{k}_P, \vec{k}_D) = \frac{\vec{s}(\vec{k}_P)}{k_{Dz}} \int_{\mathbf{v}} \tilde{\epsilon}(\vec{r}') e^{j[(\vec{K}_g + \vec{k}_P - \vec{k}_D) \cdot \vec{r}']} d^3\vec{r}'. \quad (78)$$

donde  $\mathbf{v}$  es el volumen del dieléctrico,  $\vec{s}(\vec{k}_P)$  representa la dirección de polarización  $\hat{s}$  del campo resultante respecto a la polarización incidente  $\hat{e}$  y la cantidad  $\vec{A}(\vec{k}_P, \vec{k}_D)$  es la transformada de Fourier tridimensional del índice de modulación  $\tilde{\epsilon}(\vec{r})$ , calculada a la frecuencia espacial  $\vec{k}_P - \vec{k}_D$  (Coufal et al., 2000). Esto representa la amplitud del campo difractado propagándose en la dirección  $\hat{k}_D$ , cuando el holograma es iluminado por una onda plana incidente en la dirección  $\vec{k}_P$ . En consecuencia, sustituyendo en 78 se tiene

$$\vec{A}(\vec{k}_P, \vec{k}_D) = \frac{j\epsilon_1 k^2 L}{2\epsilon_0 k_{Dz}} \delta[k(2\sin(\theta) - \sin(\theta_P)) - k_{Dx}] \delta(k_{Dy}) \text{sinc} \left[ L \left( \frac{\cos(\theta_P)}{\lambda} - \frac{k_{Dz}}{2\pi} \right) \right] \hat{y}, \quad (79)$$

De modo que el campo difractado es diferente de cero solamente si las componentes del vector de onda difractado satisfacen que

$$k_{Dx} = k(2\sin(\theta) - \sin(\theta_P)), \quad k_{Dy} = 0, \quad (80)$$

La componente longitudinal está limitada por la condición

$$|\vec{k}_D| = \sqrt{k_{Dx}^2 + k_{Dy}^2 + k_{Dz}^2} = k, \quad (81)$$

Se supuso que  $\theta_p = \theta + \Delta\theta$ , donde  $|\Delta\theta| \ll \theta$ . Luego, partiendo de 76 y desarrollando 79, 80, 81 se obtiene que

$$k_{Dz} = k(\cos(\theta) + \Delta\theta \sin(\theta)), \quad (82)$$

$$\vec{E}_D = \frac{j\epsilon_1 k L}{2\epsilon_0 \cos \theta} e^{j[k(\sin(\theta) - \Delta\theta \cos(\theta))x + k(\cos(\theta) - \Delta\theta \sin(\theta))z]} \text{sinc}\left(\frac{2L(\Delta\theta) \sin(\theta)}{\lambda}\right). \quad (83)$$

Así pues, la eficiencia en difracción cuya finalidad es expresar la proporción de intensidad difractada por el holograma es

$$\eta = \frac{|\vec{E}_D|^2}{|\vec{E}_P|^2} = \left(\frac{\epsilon_1 k L}{2\epsilon_0 \cos \theta}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{2L(\Delta\theta) \sin(\theta)}{\lambda}\right). \quad (84)$$

Por consiguiente, de las ecuaciones 83 y 84 se puede observar que el campo difractado es también una onda plana propagándose a un ángulo  $\theta - \Delta\theta$ , y es atenuado por la factor de ajuste de *Bragg* dado por la función *sinc*. La dependencia de  $\eta$  respecto al desajuste angular  $\Delta\theta$  se muestra en la Figura 12 para  $\lambda = 543[\text{nm}]$ ,  $L = 5[\text{mm}]$  and  $\theta = 21.84[^\circ]$ . Allí se evidencia que la eficiencia en difracción es máxima cuando  $\Delta\theta = 0$ , y se conoce como la condición de coincidencia de *Bragg*.

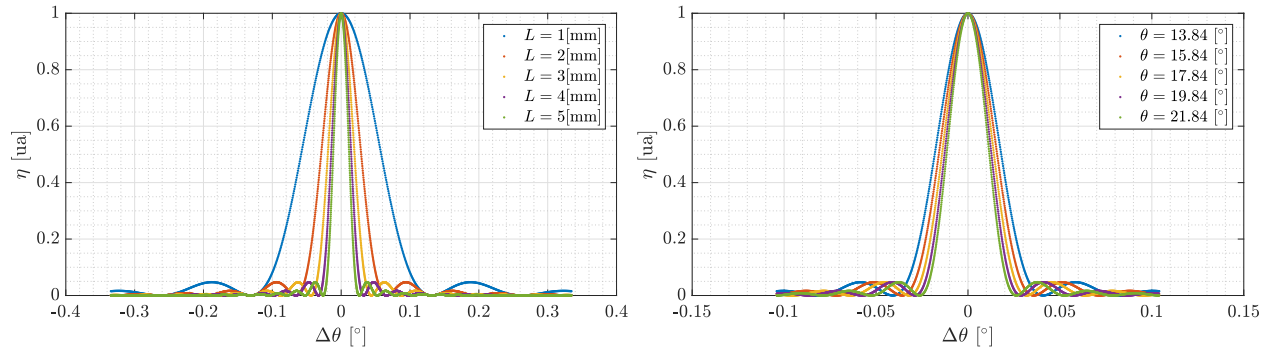


Figura 12. Eficiencia en difracción como función del ángulo de rotación del haz de prueba en la dirección  $\hat{x}$  relativo a la referencia; considerando diferentes valores  $L$  (izquierda) y ángulo de incidencia  $\theta$  (derecha).

Por otro lado, al considerar el primer mínimo, es decir que el holograma no difracta, se tiene que la ecuación 85 expresa el *ángulo de selectividad de Bragg*.

$$\Delta\theta = (\Delta\theta)_B = \frac{\lambda}{2L \sin(\theta)}, \quad (85)$$

En ese sentido, si ahora se supone un segundo holograma almacenado en la dirección  $\hat{k}_S$  y con un haz de referencia incidente al ángulo  $\theta + m(\Delta\theta)_B$  ( $m$  entero). De acuerdo a la ecuación 83, cuando se ilumina la superposición de los hologramas al ángulo  $\theta + m(\Delta\theta)_B$ , solo el segundo holograma difracta mientras el primero es *apagado*. De acuerdo a esto, si  $m(\Delta\theta)_B \ll \theta$  se puede afirmar que al iluminar los hologramas multiplexados a un ángulo  $\theta$ , el segundo holograma se *apaga* y solo el primero difracta. De esta manera, se fundamenta la técnica de multiplexado angular

de hologramas de volumen.

$$M = \frac{\Delta\Theta}{(\Delta\theta)_B} = 407. \quad (86)$$

Al mismo tiempo, si  $m = 1$  y se considera  $\Delta\Theta = 3.41[^\circ]$  como el rango angular total de acceso al medio <sup>1</sup>, es posible multiplexar hasta 407 hologramas. Por otro lado, La Figura 12 evidencia la dependencia inversa de  $(\Delta\theta)_B$  respecto a  $L$ , ya que con un medio más grueso es posible multiplexar más hologramas dentro del rango angular de acceso  $\Delta\Theta$ .

---

<sup>1</sup> El rango angular se consideró como la distancia entre las dos posiciones angulares a las que se realizaron registros exitosos, pero no corresponde al rango total.

## 4. Resultados

Validar la hipótesis requirió de comprobación experimental y de simulación que sustentara la posibilidad de combinar la propiedad espacial del Momento Angular Orbital con las propiedades de almacenamiento holográfico de un cristal fotorrefractivo, en un elemento capaz de discernir la componente de fase acimutal que porta el haz incidente. Frente a este escenario, se estudió inicialmente las condiciones que favorecían el registro de un haz con esta propiedad, luego se abordó la influencia del haz de lectura sobre el holograma registrado en el material y finalmente se comprobó la coexistencia de dos hologramas dentro del *PhRC*.

### 4.1. Registro-lectura de un haz que porta MAO entero sobre un PhRC

Un esquema experimental típico de registro holográfico se muestra en la Figura 13. Un láser *HeNe* ( $\lambda = 543[\text{nm}]@1.5[\text{mW}]$ ) produce un haz de alta coherencia espacial y temporal. El haz polarizado linealmente, se prepara para orientar la vibración del campo eléctrico en el eje horizontal y maximizar su transmisión (conjunto divisor de haz polarizante *PBS* - rotador de polarización *PR*). De esta forma, a la polarización adecuada el haz es filtrado espacialmente (*SF*), expandido y colimando mediante la lente interpuesta (*LI*), lo que permite la operación en el régimen paraxial. Así, el haz colimado es dividido en dos: el haz de Referencia *RB* y el haz Señal *WB* o de escritura, utilizando el divisor de haz *BS1*. Allí, el haz *RB* reflejado por el espejo *M3* al Cristal Fotorrefractivo *PhRC*. *M1*, *M2*, y *M3* son espejos con calidad  $\lambda/20$ . Simultáneamente, el haz *WR* es conducido mediante el divisor de haz *BS2* al *SLM*, donde el haz reflejado se modula en fase pura. El obturador *SH* y el diafragma *D* son usados para controlar el tiempo y el tamaño de los haces de registro y lec-

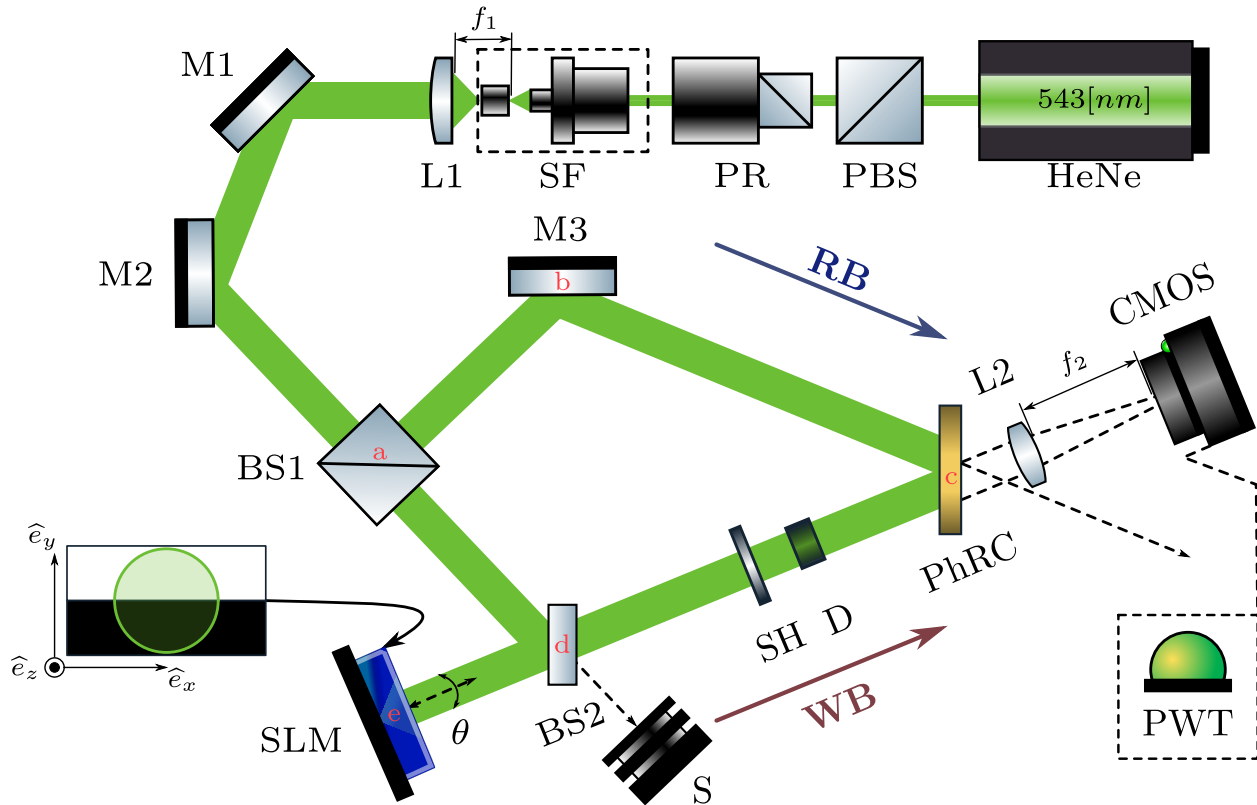


Figura 13. Esquema experimental para almacenamiento holográfico de haces con MAO.

tura. De acuerdo a esto, la interferencia de los haces  $RB$  y  $WB$  produce un holograma de volumen de transmisión dentro del  $PhRC$ . En la Figura 13 es posible verificar que  $ab + bc \neq ad + de + ec$ , aunque de acuerdo al esquema propuesto en (Acevedo et al., 2013), la longitud de los trayectos recorridos por los haces  $WB$  y  $RB$  deben ser iguales, queda claro que la condición de interferencia exige que la diferencia de camino entre los dos haces debe ser inferior a la longitud de coherencia de la fuente. Por otro lado, El holograma registrado en  $PhRC$  es leído por el haz  $RB$  obstruyendo  $WB$  con el shutter  $SH$ . Seguidamente, uno de los haces transmitidos a través de  $PhRC$  se visualiza en una cámara  $CMOS$  cerca de la longitud focal  $f_2$  de la lente  $L2$ , la cual ajusta la dimensión del


haz al área del sensor. Además, si es requerido se intercambia la *CMOS* por un medidor de potencia *PWT*.

Siguiendo el esquema de la Figura 13, *RB* es una onda plana y *WB* la señal con MAO. Para comenzar con el registro, se requirió maximizar la modulación en fase y la energía, por ende, fue necesaria una adecuada caracterización y calibración del *SLM*. No hay que olvidar que el fotorrefractivo es un material que almacena fase, valiéndose del efecto fotoconductor y electroóptico, que estimula el patrón de iluminación generado por la interferencia de las dos ondas que arriban al mismo.

**4.1.1. Modulador Espacial de Luz: Caracterización y Calibración.** Un Modulador espacial de luz (SLM), es en general un término para describir dispositivos que pueden ser usados para modular sólo amplitud, sólo fase, amplitud y fase, o polarización de ondas de luz, en espacio y tiempo. La versatilidad de este dispositivo, ha sido demostrada en aplicaciones de holografía en tiempo real (Zhang et al., 2014), diseño de sistemas ópticos para microscopía (Dijk, 2012), formación de imágenes y metrología óptica (Lazarev et al., 2012), holografía dinámica y estática (Frejlich, 2007; Kompanets and Andreev, 2016), aplicación en recuperación de la fase, del inglés *phase retrieval* (Kohler et al., 2009), tecnología LCOS, del inglés Liquid Crystal on Silicon (Chen, 2011) o en la generación de haces estructurados, como la creación de bases angulares a partir de haces con Momento Angular Orbital en aplicaciones de Quantum Key Distribution (Malik et al., 2012b), por mencionar algunas.

Tabla 1

Especificaciones técnicas de LETO SLM suministradas por Holoeye Photonics AG. Fuente: (Hol, a,b)

Type	LCOS (Reflectiva)	
Drive scheme	Digital (PWM)	
Mode	PAN(Parallel Aligned Nematic)	
Phase Levels	256 (8-bit) Niveles de Gris	
Active Area	12.5 x 7.1 [mm]	
Display Diagonal	0.55 ”	
Resolution	1920 * 1080 [pixel]	
Pixel Pitch	6.4 $\mu\text{m}$	
Fill Factor	93 %	
Image Frame Rate	60[Hz]	
0th order intensity	75%	
Max. Illumination	$\sim 2 \text{ [W/cm}^2\text{]}$	

La LETO Modulador espacial de luz por reflexión de sólo fase del inglés, del inglés *Phase Only Spatial Light Modulator (Reflective)* (ver Tabla 1), es un SLM, basado en una matriz de cristal líquido (LC), construida sobre un sustrato de Silicio en el que se deposita la circuitería CMOS (Hol, a). Esto permite que pueda ponerse un alto número de píxeles en un pequeño panel, conservando el factor de llenado (*fill factor*), es decir, la razón entre el área activa y el área total de la pantalla (93%). La tecnología actual permite reducir la brecha interpixel en el diseño por debajo de los 200 [nm]. En el mismo sentido, la eficiencia en difracción de esta tecnología es lograda gracias al uso de espejos de aluminio de alta reflectividad, la mayoría con capa de pasivado (anti-corrosión)(Lazarev et al., 2012). Adicionalmente, esta eficiencia se ve manifiesta en estructuras multinivel (256 niveles, 80 % típicamente), comparado con sus homólogos ferroeléctricos que

solo admiten hologramas binarios con eficiencias de hasta el 50%. El mecanismo de modulación se da por la respuesta electro-óptica de un cristal líquido (material birrefringente) a la aplicación de campo eléctrico. El LC está constituido por una serie de capas alineadas paralelamente (PAN), por lo cual las moléculas del LC tienen la misma orientación. De esta forma, una diferencia de potencial aplicada sobre el LC, genera una inclinación relativa de las moléculas, que se traduce en un control eléctrico de la birrefringencia.

El efecto de un cristal líquido asociado a una celda PA (Alineación Paralela), sobre una onda monocromática polarizada puede ser descrita por una matriz de Jones. Aquí *polarizada* no necesariamente se refiere a polarización lineal pero si a un estado de polarización en el que la suma de parámetros de stokes es igual a 1. Sin embargo, la LETO requiere que la polarización del haz incidente este alineada con el eje largo del panel. De acuerdo a esto, un PA-LC<sup>2</sup> puede ser descrita así:

$$W_{PA-LC} = e^{(-i\phi)} \begin{pmatrix} e^{(-i\beta)} & 0 \\ 0 & e^{(i\beta)} \end{pmatrix} \quad (87)$$

---

<sup>2</sup> Parallel Alignment - Liquid Crystal

Siendo la Birrefringencia  $\beta$  y la fase de offset  $\phi$  descritas por:

$$\beta = (n_{eo} - n_o) \frac{\pi d}{\lambda}$$

$$\phi = (n_{eo} + n_o) \frac{\pi d}{\lambda}$$

Donde  $n_o$  y  $n_{eo}$  son el índice de refracción ordinario y extraordinario del material del cristal líquido respectivamente,  $d$  es el espesor de la celda y  $\lambda$  es la longitud de onda del campo de luz utilizado. La posibilidad de cambiar la birrefringencia  $\beta$  como función del voltaje aplicado al LC hace a este componente una placa de onda switchable (Robinson et al., 2005).

Una adecuada caracterización y calibración de un SLM, permite establecer condiciones en las que la relación costo y precisión sean óptimas a la aplicación (Burman et al., 2011; Vilardy et al., 2013; Strauß et al., 2016; Lizana et al., 2008; Mahmud et al., 2008; Mendoza-Yero et al., 2016). Frente a este escenario, los métodos interferométricos ofrecen una alternativa eficaz para determinar la respuesta en fase de los SLMs. En la Figura 14 se esquematiza un interferómetro de Young usado para medir de manera global la respuesta en fase de la LETO.

Un láser *HeNe* ( $\lambda = 543$  [nm] - 1.5 [mW] ) polarizado linealmente produce un haz de luz de alta coherencia espacial y temporal (0.9894[m]). El láser es rotado hasta maximizar la transmisión por un divisor de haz polarizante *PBS*, en el que luz vibrando horizontalmente se transmite mientras la vertical se refleja. Posteriormente, el rotador de polarización *PR* permite hacer cambios en

la polarización incidente sin afectar la energía. En este caso es usado para ajustar la polarización horizontal al eje largo del *SLM*. El haz con un estado de polarización bien definido, es espacialmente, filtrado, expandido y colimado a través del filtro espacial *SF* y la lente *L1*. Allí, un objetivo de microscopio de  $\times 10$  y un pinhole de 150 [mm] crean un filtro espacial pasabajas. El haz filtrado es expandido y colimado con una lente planoconvexa *L1* de focal  $f_1 = 150$  [mm] y diámetro de 25.4 [mm]. Seguidamente, el haz colimado difracta por un máscara *M*, que posee dos rendijas para crear dos haces paralelos. Cada haz, es reflejado y modulado de acuerdo al nivel de gris proyectado sobre cada mitad del área activa del panel (ver Figura 14). La lente *L2* concentra los haces paralelos en  $f_2 = 10$  [cm] y allí, el patrón de interferencia es detectado por la cámara *CMOS*.

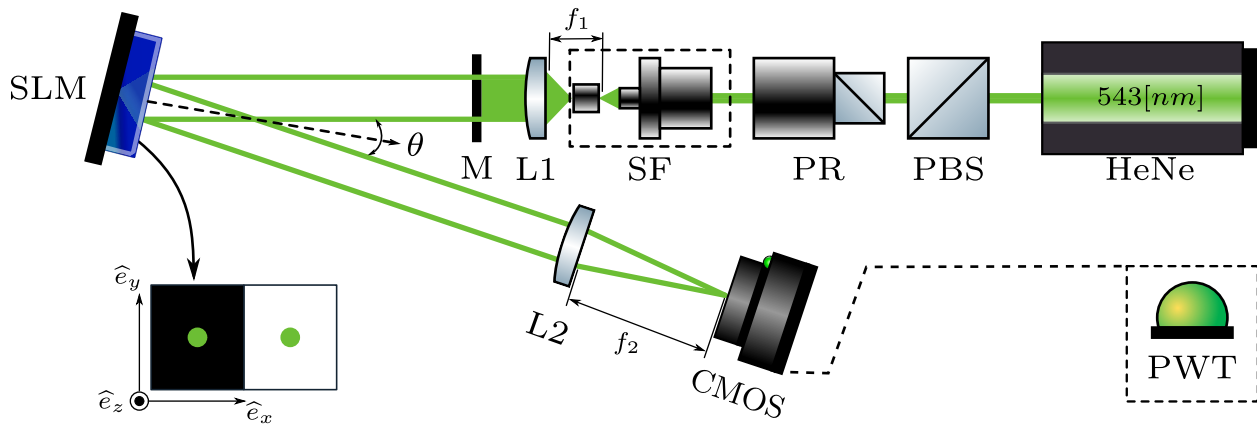


Figura 14. Interferómetro de Young.

Aunque el esquema experimental inicial fue validado, se observó que un estudio cuidadoso de los elementos implicados puede simplificar y reducir costos en el sistema de medición, debido a que estas metodologías generalmente son diseñadas multipropósito. De esta forma, el montaje de la Figura 14 puede optimizarse para medir de manera sencilla la modulación en el verde, a

pesar que esto pueda limitar su operabilidad. Con la finalidad de reducir el número de elementos ópticos se consideró la relación de dependencia entre la separación de rendijas y el espaciado de las franjas a sensar. Para esto se tuvo en cuenta el modelo teórico para el experimento de Young ( $y = m\lambda f/d$ ), que describe el espaciamiento de las franjas de interferencia ( $y$ ), respecto a la separación de las fuentes secundarias ( $d$ ) y la distancia al plano de observación ( $f$ ). En la Figura 15 se muestra la relación de curvas para tres diferentes longitudes focales  $f_i$ . Allí se estableció una marca de referencia ( $d = 350[\mu\text{m}]$ ) para especificar el mínimo espesor tipográfico reproducible por una impresora láser usada para generar una máscara sobre papel *acetato*, que contenía las rendijas más delgadas posibles. Frente a este razonamiento, la Figura 15 mostró que un aumento en la separación de las rendijas, disminuye el tamaño de la franja. Por lo tanto a las dimensiones correctas se puede sensar la interferencia sin óptica adicional.

La relación del tamaño de pixel de la *CMOS*, respecto al tamaño de la franja a sensar, permite establecer un criterio de resolución espacial en la medida de fase. El tamaño de pixel de la *CMOS* es de  $2.4 [\mu\text{m}]$  y el tamaño de franja es de  $1.5 [\text{mm}]$  para dos rendijas espaciadas  $0.350 [\text{mm}]$  (Ver Figura 15). Así, la resolución asociada es de  $0.0101 [\text{rad/px}]$ , suficiente para mapear correctamente las 256 variaciones de fase correspondientes a los 256 niveles de gris (8 [bits]) que puede desplegar el SLM. De esta forma, debido a la baja divergencia natural de la fuente ( $0.84[\text{mrad}]$ ), y el propósito de la lente *L2* en el montaje, se eliminaron la lente *L1* y el filtro espacial *SF* para simplificar el esquema de medida, ya que el campo lejano se da en el orden de los centímetros. Por otro lado, la relación de potencia del láser y la dimensión transversal del

haz *HeNe* ( 1.5 [mW]@543 [nm]), no superan la densidad de energía ( $\rho_E$ ) segura admitida por el SLM (Ver Tabla 1). En este caso el haz expandido y colimado a un *spot*<sup>3</sup> de 2 [cm] de diámetro, resulta en una intensidad  $\rho_E$  de 0.0004774 [W/cm<sup>2</sup>], lo que cumple las condiciones experimentales requeridas para la operación del SLM.

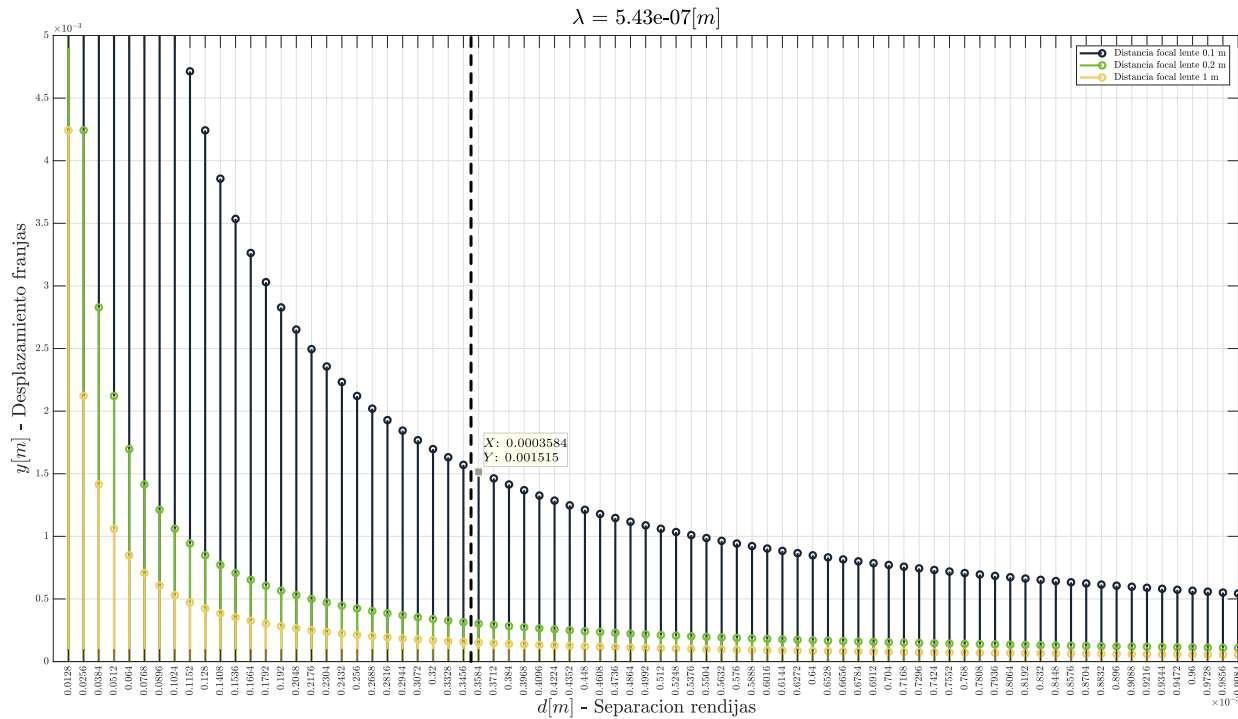


Figura 15. Espaciado de franjas respecto a la separación de rendijas para las longitudes focales  $f_i$  indicadas en el recuadro.

Conforme al escenario propuesto, la medición consiste en cuantificar el desplazamiento de las franjas producidas por la interferencia. El proceso comienza con dos haces paralelos incidiendo sobre el panel del SLM, el cual está proyectando dos niveles de gris, uno variable  $n_g$  y otro de refe-

<sup>3</sup> Distribución de intensidad circular

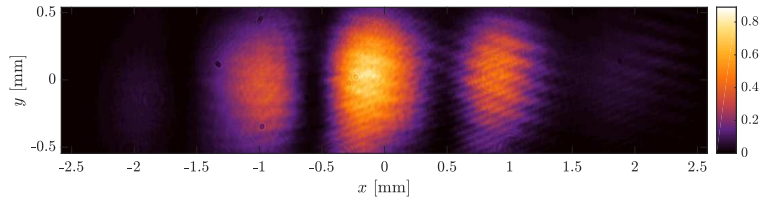
rencia  $ng_{min}$ , cada uno en la mitad del área activa para el caso ideal (Ver Figura 14). La transición de colores coincide con el eje de propagación, garantizando que cada haz luminoso incidente esté reflejándose sobre uno de los dos niveles de gris desplegados en la pantalla  $\mathbf{I}_P$  respectivamente. Esta configuración garantiza que los haces reflejados poseen un camino óptico diferente, y por lo tanto la figura de interferencia  $\mathbf{I}_M$  se ve modificada. Este cambio se traduce en un desplazamiento de las franjas  $\Delta s$ , que indirectamente muestra una medida de la diferencia de fase  $\Delta\Phi$ .

El algoritmo 4.1 describe la metodología seguida para la adquisición y procesamiento de datos que permitió determinar la respuesta en fase de la LETO. De forma estricta el patrón de franjas  $\mathbf{E}_j$  asociado a la interferencia de dos ondas es  $\propto I_o \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda f_i}\right)$ , con una orientación  $\theta_0$  asociada (Ver Figura 16). Esta inclinación puede encontrarse a partir del óptimo que maximiza la intensidad pico de la transformada de Radon, descrita en la ecuación 88.

$$\mathcal{R}[f](\theta, s) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) \quad (88)$$

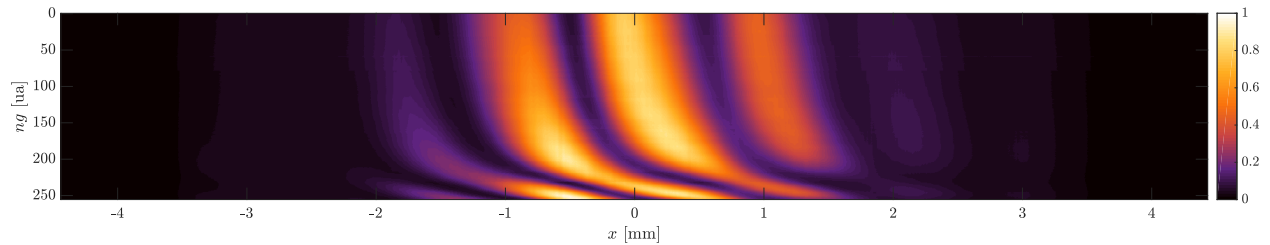
Precisada la pendiente del patrón de franjas, se encuentra la posición  $x_0$  de la transición de un nivel de gris a otro, que asegura una modulación independiente de los dos rayos paralelos incidentes. Para este fin, se evaluó el desplazamiento de franjas hasta que este parámetro sea superior a  $\pi$ , si en cada posición  $x_j$  se da el máximo contraste blanco-negro (0-255). Posteriormente, se fijó  $x_0$  y se barren los 256 niveles de gris asociados a la cuantización de 8 bits que posee el dispositivo. En consecuencia, se obtuvo un patrón de franjas  $\mathbf{E}_j$  como el mostrado en la Figura 16, asociado a

cada valor de  $ng$ .



*Figura 16.* Franjas de interferencia para el interferómetro de Young, para un valor particular de  $ng$ .

A continuación, se realizó un perfil  $M_j$ , sobre cada patrón  $\mathbf{I}_M$  usando la transformada de Radón  $\mathcal{R}[f](\theta_0, s)$ . Cada perfil  $M_j$ , fue concatenado en  $\mathbf{P}_j$  hasta obtener la imagen de la Figura 17, que contiene una representación de la evolución de cada perfil de franjas respecto al corrimiento introducido por cada nivel de gris desplegado en una sección del SLM.



*Figura 17.* Evolución de un perfil de franjas en función del corrimiento introducido por  $ng$ .

Conocido  $\mathbf{P}_j$ , se realizó un seguimiento del desplazamiento relativo  $\Delta s$  de los perfiles en el intervalo  $x_a \leq x \leq x_b$  (Ver Figura 18). La selección de puntos  $\Delta s$  se asociaron a un  $\Delta\Phi$  que contiene la modulación en fase introducida por cada  $ng$  (Ver Figura 19).

**Algoritmo 4.1:** ADQGLOBALPHASE: Adquisición y representación Fase Global

---

**Input:**  $\mathbf{E}_j \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y}$ ,  $\forall j \in \mathbb{Z}$   $j$ -ésimo patrón de franjas  $\propto I_o \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda f_i}\right)$ .

$r_0 := \frac{635}{2\pi}$ ;  $ng_{max} := 255$ ;  $ng_{min} := 0$ ;  $x_j := 0$ ;  $i := 1$ ;  $\mathbf{I}_P := \mathbf{0}_{N_x \times N_y}$ ;  $\mathbf{I}_M := \mathbf{0}_{N_x \times N_y}$ ;

1  $t_0 \leftarrow \pi r_0$ ;  $\Delta t \leftarrow 0$ ;

2  $\theta_0 \leftarrow \arg \max_{\theta \in [0, 180]} \left( \max_{\theta \in \mathbb{R}} \mathcal{R}[\mathbf{E}_j](\theta, s) \right)$ ; ▷ Orientación

3 **Procedure** Getxo( $\theta_0, ng_{min}, ng_{max}, i, x_j, \mathbf{I}_M, \mathbf{I}_P$ )

4     **while**  $\Delta t \leq t_0$  **do**

5          $\mathbf{I}_P \leftarrow \begin{cases} ng_{min}, & x < x_j; \\ ng_{max}, & x \geq x_j \end{cases}$ ; ▷ Máscara( $x_j$ ) SLM

6          $\mathbf{I}_M \leftarrow \text{get}(\mathbf{E}_j)$ ; ▷ Patrón de franjas

7          $M_j = \mathcal{R}[\mathbf{I}_M](\theta_0, s)$ ;

8          $[t_j, m_j] = \max(M_j)$ ;

9          $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ ;

10          $i = i + 1$ ;

11          $x_j = x_j + 1$ ;

12     **end**

13     **return**  $x_0 = x_j - 1$ ; ▷ Posición salto de fase

14 **Procedure** GetProfiles( $\theta_0, ng_{min}, ng_{max}, x_0, \mathbf{I}_M, \mathbf{I}_P$ )

15      $i := 1$ ;  $\mathbf{P}_j := []$ ;  $j = ng$ ;

16     **for**  $ng = ng_{min} : ng_{max}$  **do**

17          $\mathbf{I}_P \leftarrow \begin{cases} ng_{min}, & x < x_0; \\ ng, & x \geq x_0 \end{cases}$ ; ▷ Máscara( $ng$ ) SLM

18          $\mathbf{I}_M \leftarrow \text{get}(\mathbf{E}_j)$ ; ▷ Patrón de franjas

19          $M_j = \mathcal{R}[\mathbf{I}_M](\theta_0, s)$ ;

20          $\mathbf{P}_j := [\mathbf{P}_j; M_j]$ ;

21          $i = i + 1$ ;

22     **end**

23     **return**  $\mathbf{P}_j$ ; ▷ Concatenación de perfiles

24 **Procedure** ComputePhase( $\mathbf{P}_j, x_a, x_b$ )

25     **for**  $r = 1 : i$  **do**

26          $S_r = \mathbf{P}_j(r, :)$ ;

27          $[s_r, t_r] = \min(S_r), \forall x_a \leq x \leq x_b$ ;

28          $\Delta s = [s_r - s_{r-1}; \Delta s]$ ;

29     **end**

30     **return**  $\Delta\Phi = \Delta s \left( \frac{1}{r_0} \right)$ ; ▷ Modulación en fase

---

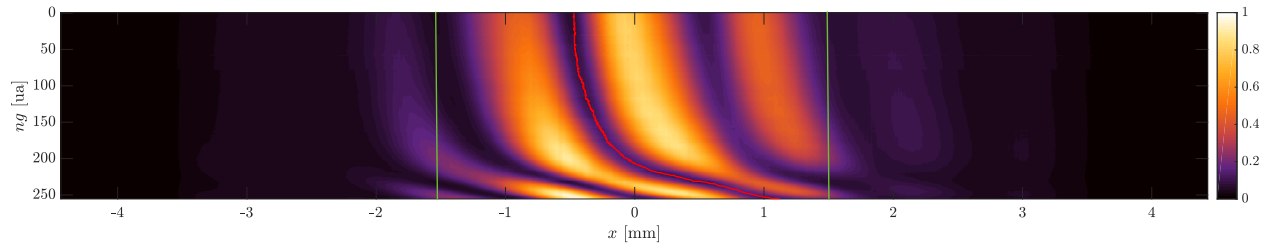


Figura 18. Desplazamiento relativo de un perfil de franjas en función de  $ng$ .

En la tabla de búsqueda, del inglés *lookup-table*, presentada en la Figura 19 se muestra la tabla de consulta a la que accede el dispositivo para traducir cada nivel de gris a un voltaje específico, que será reproducido como una modulación en fase. En ese sentido, la aplicación requirió calibrar el modulador para que la respuesta en fase sea lineal. Con este fin, se definió una nueva tabla de búsqueda con la inversa de la modulación (Ver Figura 20). El cambio generado ajustó la respuesta en fase  $\Delta\Phi$  a una función lineal.

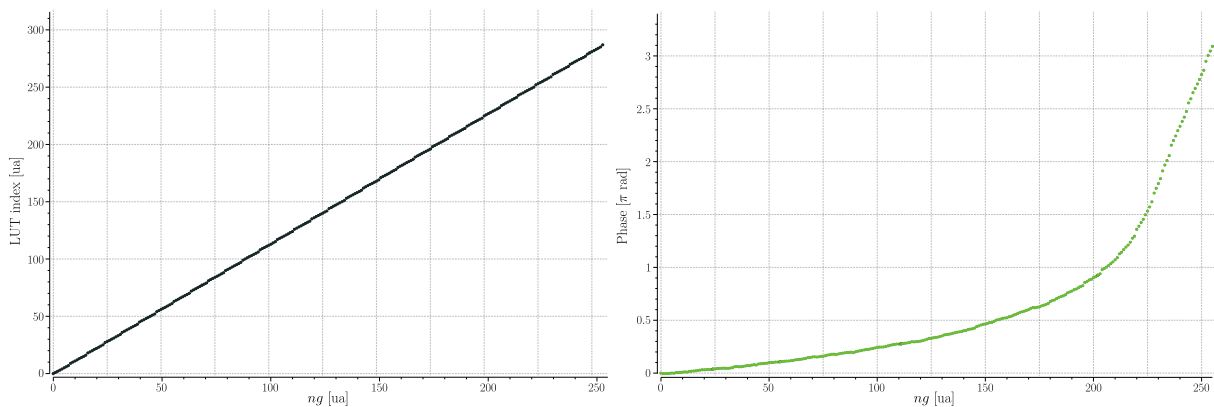
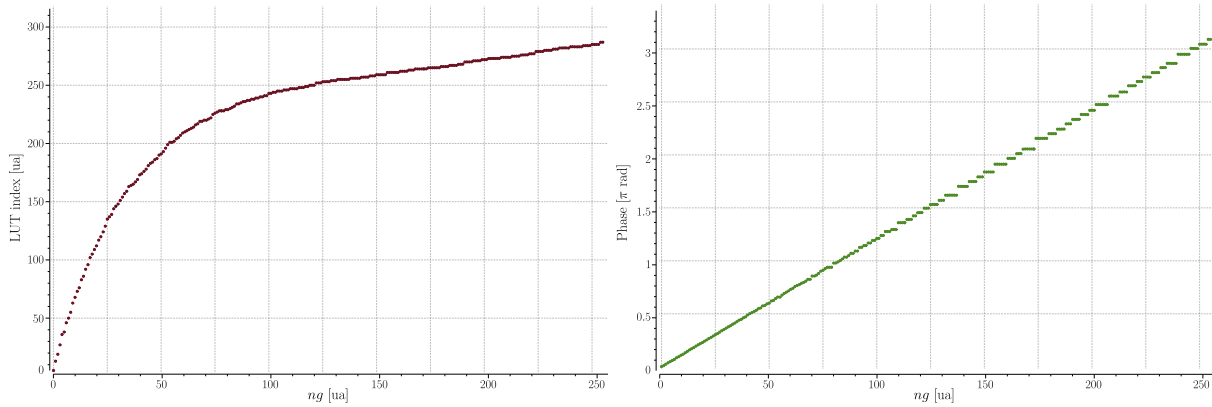


Figura 19. Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) por defecto en la LETO-SLM.

Es importante resaltar que los hologramas codificados en escala de grises deben corresponder a los valores de fase. Aunque es posible adaptar el holograma a la respuesta natural del SLM (ver Figura 19), es más práctico linealizarla. Con la primera opción sería necesario adicionar una



*Figura 20.* Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) corregidas en la LETO-SLM.

corrección de color sobre cada proyección, que no incluiría la totalidad de los colores y adicionalmente estaría limitada por el cambio de la variable de fase de un color a otro. En el segundo caso en cambio, se logró una correspondencia de proporcionalidad.

La calibración de la LETO-SLM bajo el esquema de la Figura 14, parte de la hipótesis de uniformidad en la modulación del panel. Conforme a esto, fue necesaria una medida local de la respuesta de fase para garantizar dicho argumento. Para este fin se implementó un interferómetro Mach-Zehnder (ver Figura 21), basado en el montaje experimental mostrado en la Figura 14. La variante en esta caso corresponde a la introducción de los cubos divisores de haz  $BS1$ ,  $BS2$  y el espejo  $M2$ .  $BS1$  en este caso genera dos trayectos independientes por la que circula idealmente el 50% de la energía incidente respectivamente. El haz transmitido es modulado por el SLM y redirigido hasta  $BS2$ , mientras el reflejado sigue un trayecto por  $M2$  hasta  $BS2$  conservando el frente plano. Allí se realizaron medidas simultáneas de intensidad y fase.

El nuevo montaje experimental implementado es un interferómetro de trayecto doble, generalmente es menos resistente a vibraciones externas que un interferómetro de trayecto común como el esquema de la Figura 14. Sin embargo, los interferómetros de camino doble son altamente sensibles a cambios de fase o cambios en la longitud del recorrido entre la señal y la referencia. Además, en este caso con la expansión adecuada de la fuente fue posible cubrir la totalidad del área activa del SLM, y seguir a partir de las franjas de interferencia los cambios locales de fase en el plano transversal.

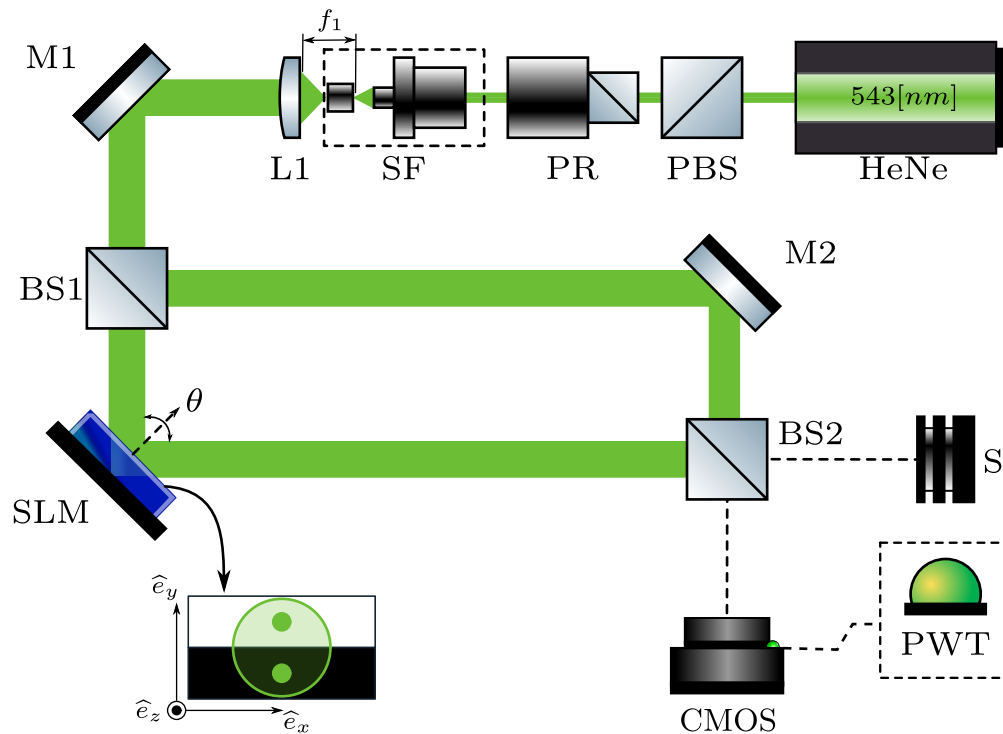


Figura 21. Interferómetro Mach-Zehnder.

Inicialmente, se usó el algoritmo 4.1, para calcular la medida global de fase basada en el

interferómetro de Mach Zehnder, con el fin de establecer una referencia respecto a la local. El patrón de franjas  $E_j$ , se modifica a  $\propto I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos(\Phi_1 - \Phi_2)$ , con inclinación  $\theta_0$  asociada como se muestra en la Figura 22.

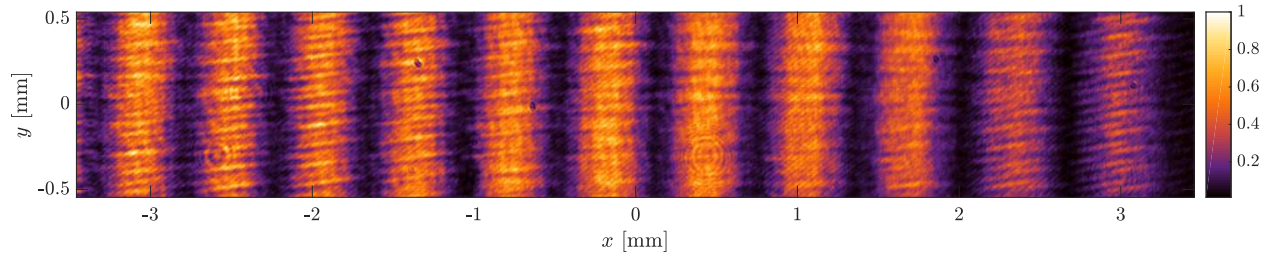


Figura 22. Franjas de interferencia para un interferómetro Mach-Zehnder.

Teniendo en cuenta que el haz modulado viene de iluminar la totalidad del SLM,  $x_0$  puede fijarse al centro geométrico, para usar la mitad del modulador como referencia y la otra mitad como el área de interés. Posteriormente se barrieron los 256 niveles de gris para obtener un patrón de franjas  $E_j$  como el mostrado en la Figura 22 ligado a cada valor de  $ng$ .

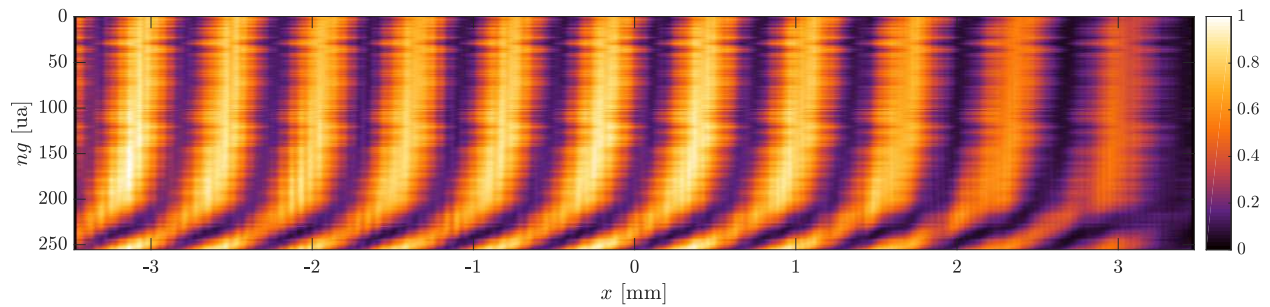


Figura 23. Evolución de un perfil de franjas en función del corrimiento introducido por  $ng$  (Interférometro MZ).

Seguidamente, se obtuvieron los perfiles  $M_j$  de cada  $I_M$  concatenados en  $P_j$  (Ver Figura 23), a través de la función descrita en  $\text{GetProfiles}(\theta_0, ng_{min}, ng_{max}, x_0, I_M, I_P)$  del algoritmo 4.1. Luego de conocido  $P_j$ , se determinó la selección de puntos  $\Delta s$  que se asociaron a un  $\Delta\Phi$ , el

cual contiene la modulación en fase introducida para cada  $ng$  (ver Figura 24 y 25). Con este fin se implementa la función  $\text{ComputePhase}(\mathbf{P}_j, x_a, x_b)$  del algoritmo 4.1.

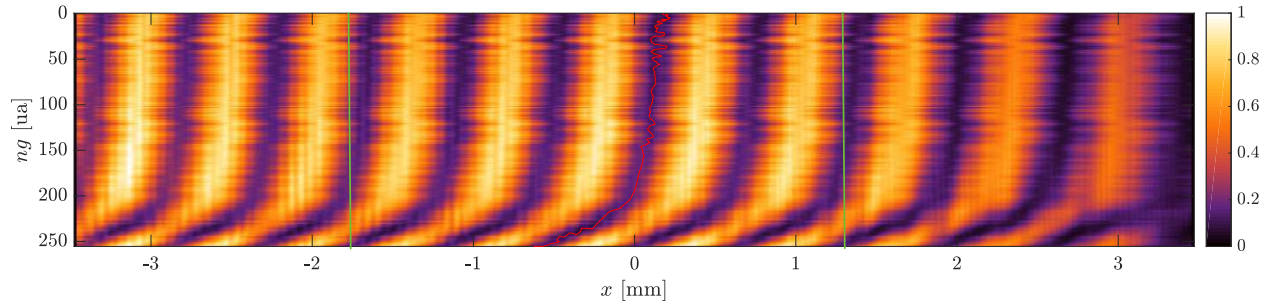


Figura 24. Desplazamiento relativo de un perfil de franjas en función de  $ng$  (Interferómetro MZ).

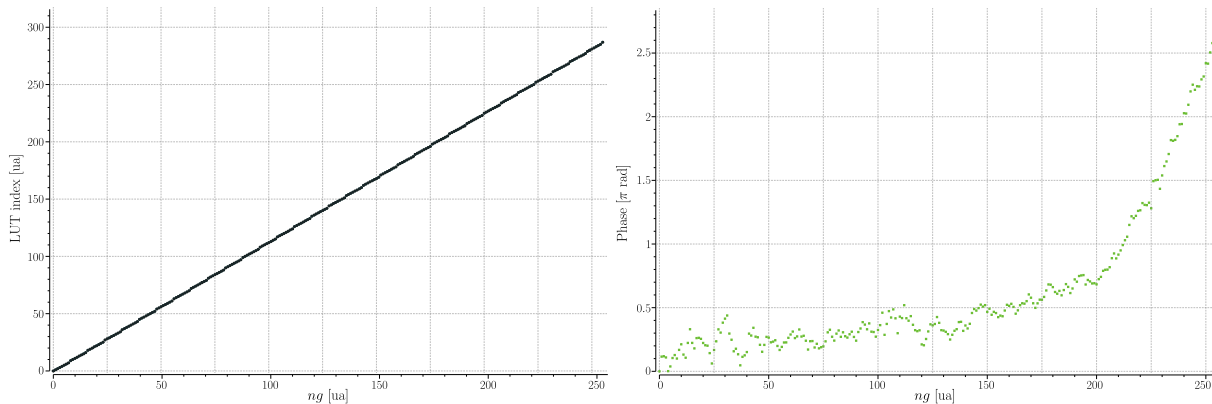


Figura 25. Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) por defecto en la LETO-SLM (Interferómetro MZ).

De manera análoga a la usada en el interferómetro de Young, se calibró el modulador para que la respuesta en fase fuera lineal. Se definió la nueva tabla de búsqueda con la inversa de la modulación (Ver Figura 26) e inmediatamente la respuesta en fase  $\Delta\Phi$  se ajustó a una función lineal.

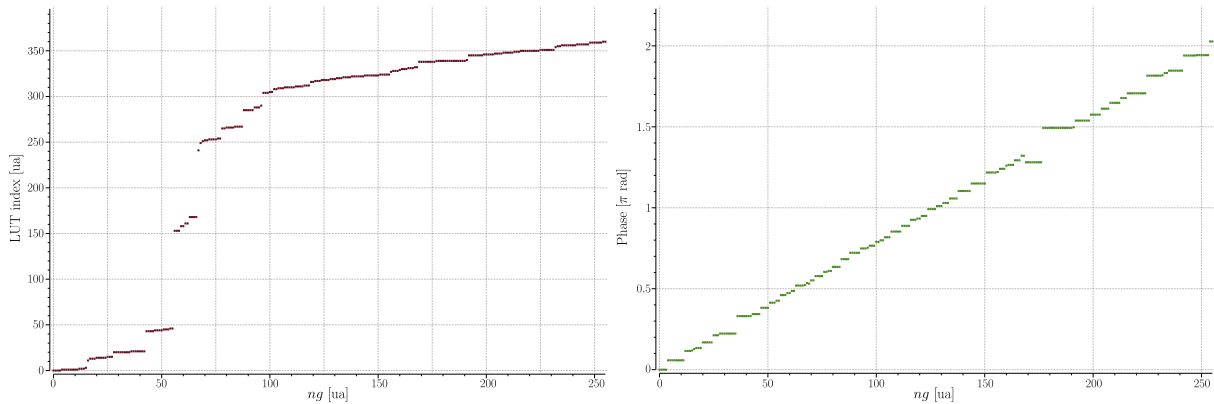


Figura 26. Tabla de búsqueda (izquierda) y Modulación en fase (derecha) corregidas en la LETO-SLM (Interferómetro MZ).

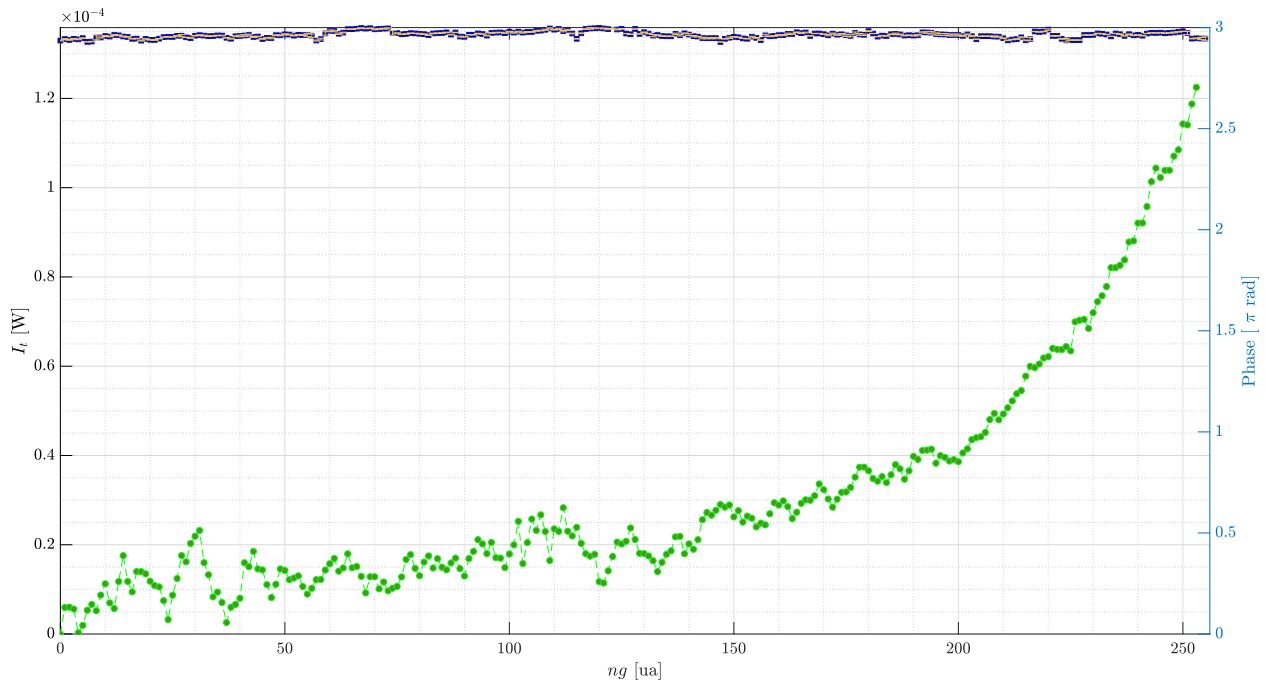


Figura 27. Caracterización Global LETO-SLM (Interferómetro MZ).

A manera de resumen, la Figura 27, muestra que las variaciones de intensidad respecto a las de fase, son independientes. Por lo tanto, se constató que el modo de operación del SLM está desacoplado de la intensidad, ya que con la evolución de  $n_g$  las fluctuaciones de energía en el detector son menores al 4% respecto de la media. Por otro lado, la evolución de fase presenta un

comportamiento similar al de la Figura 19, pero con mucha más dispersión en los niveles iniciales de gris. Este comportamiento puede asociarse implícitamente al hecho de que se implementó un esquema más sensible a vibraciones. De acuerdo a esto, se podría inferir que para los niveles iniciales las vibraciones junto con el ruido presente en la señal superan la modulación en fase, mientras en los niveles superiores no, razón por la que la curva es más suave al final. Sin embargo, la posibilidad de modificar el LUT de la LETO-SLM a necesidad, hace que estas fluctuaciones no supongan un problema representativo del SLM, pero sí en el esquema de medición que requiere registrar al menos una modulación de  $2\pi$  para producir vórtices ópticos (VO) con MAO. Por otro lado, en cuanto compete a esta investigación, con trabajos posteriores de mayor rigurosidad se podría optimizar esta medición sobre un interferómetro Mach-Zehnder. Dentro de las alternativas que se podrían adherir al algoritmo 4.1 estaría el promediado de franjas por cada  $ng$  y el seguimiento de fase espacial del patrón de interferencia.

Con el objeto de responder al propósito original de la implementación del Mach-Zehnder, se realizó la caracterización local de la fase en el SLM. El Algoritmo 4.2 es un bucle basado en el algoritmo 4.1. En este caso existe  $N_D$  zonas en las que se requiere encontrar la respuesta en fase del SLM (Ver Figura 28). En cada zona  $s_i$  se recolecta  $P_j$ , con  $\text{GetProfiles}(\theta_0, ng_{min}, ng_{max}, x_0, \mathbf{I}_M, \mathbf{I}_P)$ , para determinar  $\Delta\Phi$  usando  $\text{ComputePhase}(\mathbf{P}_j, x_a, x_b)$ .

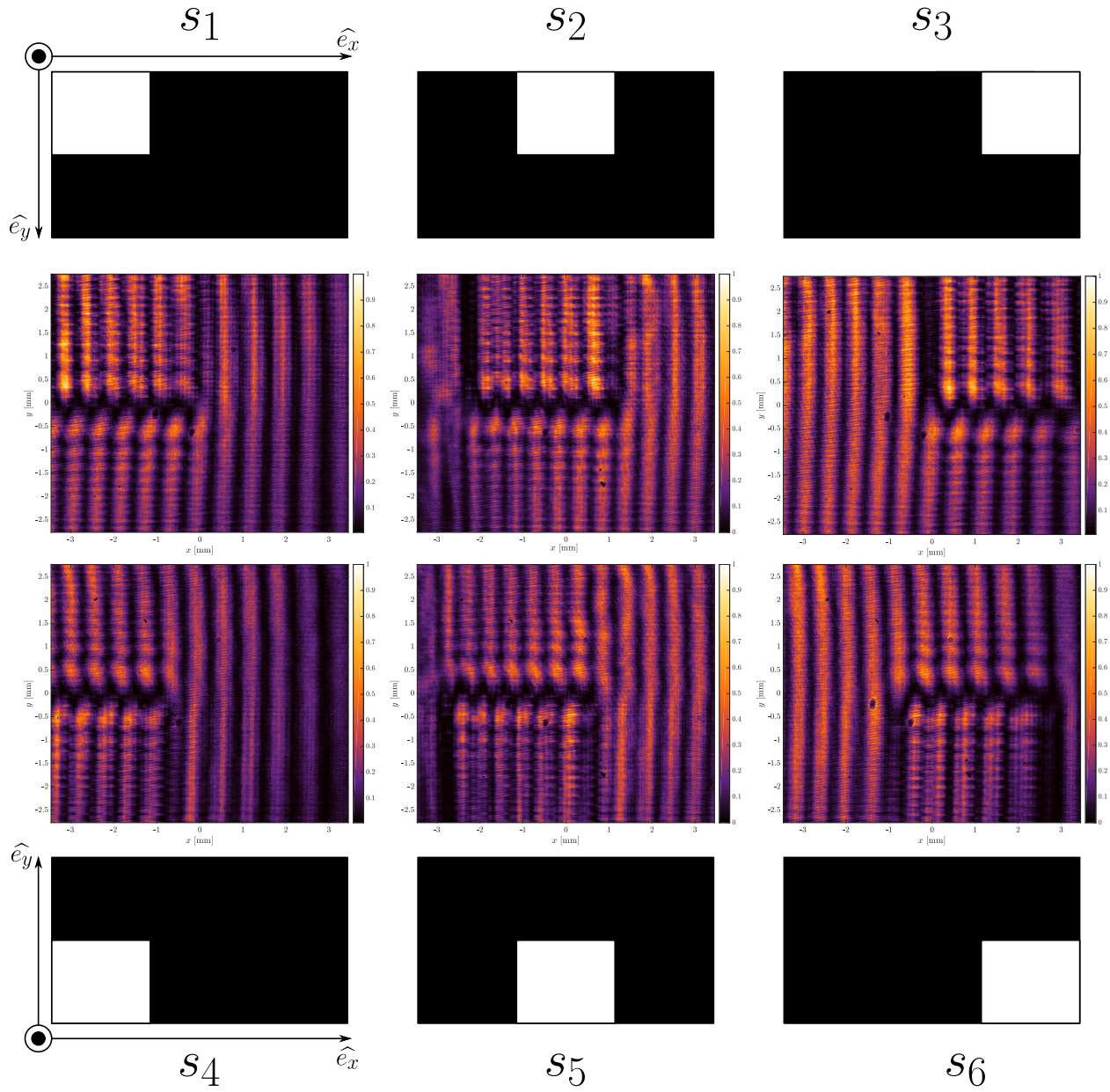


Figura 28. Zonas de modulación a caracterizar en la LETO-SLM

**Algoritmo 4.2:** ADQLocalPhase: Adquisición y representación Fase Local

---

**Input:**  $\mathbf{E}_j \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y}, \forall j \in \mathbb{Z}$   $j$ -ésimo patrón de franjas  $\propto I_o \cos^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda f_i} \right)$ .

$r_0 := \frac{635}{2\pi}; ng_{max} := 255; ng_{min} := 0; x_j := 0; i := 1; \mathbf{I}_P := \mathbf{0}_{N_x \times N_y}; \mathbf{I}_M := \mathbf{0}_{N_x \times N_y};$

1  $x_0 = 0, y_0 = 0; H = 1080, B = 1920;$

2  $N_D \leftarrow 6, N_D = \alpha\beta \forall \alpha, \beta \in \mathbb{Z};$  ▷  $N_D$  Número de zonas

3  $\theta_0 \leftarrow \arg \max_{\theta \in [0, 180]} \left( \max_{s \in \mathbb{R}} \mathcal{R}[\mathbf{E}_j](\theta, s) \right);$  ▷ Orientación

4 **for**  $D = 1 : N_D$  **do**

5     **Procedure** GetProfiles( $\theta_0, ng_{min}, ng_{max}, x_0, \mathbf{I}_M, \mathbf{I}_P$ )

6          $k := 1; \mathbf{P}_j := []; j = ng;$

7          $x_i := x_0 + \text{round}\left(\frac{H}{\alpha}\right)(i - 1);$

8          $y_i := y_0 + \text{round}\left(\frac{B}{\beta}\right)(i - 1);$

9         **for**  $ng = ng_{min} : ng_{max}$  **do**

10              $\mathbf{I}_P \leftarrow \begin{cases} ng_{min}, & \text{rest} \\ ng, & x_i \leq x \leq x_{i+1}; y_i \leq y \leq y_{i+1} \end{cases};$  ▷ Máscara( $ng$ ) SLM

11              $\mathbf{I}_M \leftarrow \text{get}(\mathbf{E}_j);$  ▷ Patrón de franjas

12              $M_j = \mathcal{R}[\mathbf{I}_M](\theta_0, s);$

13              $\mathbf{P}_j := [\mathbf{P}_j; M_j];$

14              $k = k + 1;$

15         **end**

16         **return**  $\mathbf{P}_j;$  ▷ Concatenación de perfiles

17     **Procedure** ComputePhase( $\mathbf{P}_j, x_a, x_b$ )

18         **for**  $r = 1 : i$  **do**

19              $S_r = \mathbf{P}_j(r, :);$

20              $[s_r, t_r] = \min(S_r), \forall x_a \leq x \leq x_b;$

21              $\Delta s = [s_r - s_{r-1}; \Delta s];$

22         **end**

23         **return**  $\Delta\Phi = \Delta s \left( \frac{1}{r_0} \right);$  ▷ Modulación en fase

24      $i = i + 1;$

25 **end**

---

Las imágenes de franjas de la Figura 28, enfatizan de una manera cualitativa la modulación local que posee el SLM. Esta modulación en fase contiene efectos de borde relacionados con la difracción, que pueden afectar el desempeño del algoritmo de medida. De la misma forma el resto del panel tomado como referencia, esta influenciado por la difracción del borde aunque con una zona limpia que hace visible la uniformidad de la modulación.

Atender la influencia de los efectos de difracción en el patrón de franjas permite establecer condiciones experimentales que se usarán en el SLM. En este caso al observar la modulación en fase presentada en la Figura 29, se puede verificar que las curvas de fase presentan ruido, situación que requiere especial atención para valorar el rendimiento del dispositivo. En primera instancia se puede constatar que las curvas de intensidad permanecen ajenas a los cambios de nivel de gris. Las diferencias en la medida absoluta de la energía en el detector están relacionadas con la distribución de intensidad del haz Gaussiano y el área de integración  $s_i$ . En segunda instancia las curvas de fase muestran una correlación fuerte y superior a  $2\pi$  entre todas las zonas. Ahora bien, aunque estos resultados de fase local junto con los de fase global (Interferómetros de Young y MZ) se corresponden, puede optimizarse la medida.

Para observar el fenómeno de interferencia se necesita que la dirección de propagación y de polarización de las ondas a interferir sean paralelas, las frecuencias iguales, la diferencia de fase constante en el tiempo y la intensidad de las ondas próximas. Por esta razón se analizó la influencia de la polarización en la fase y visibilidad (Hecht, 2002) de las franjas de interferencia.

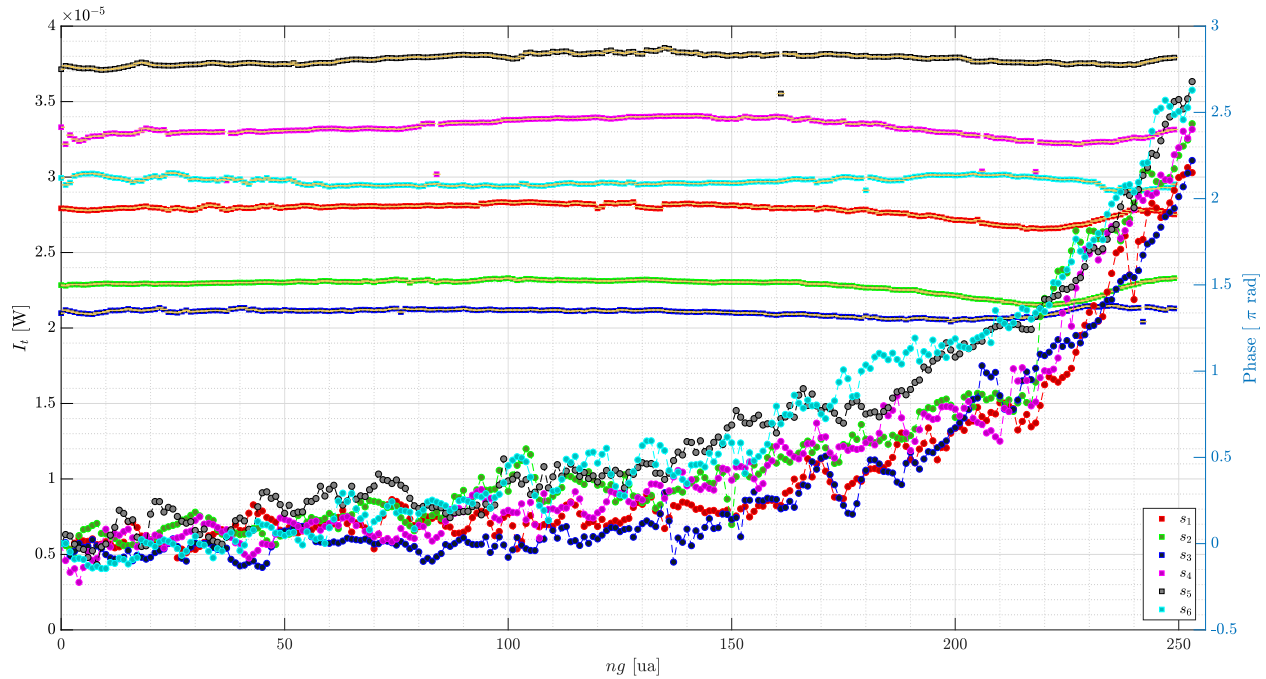


Figura 29. Caracterización Local LETO-SLM (Interferómetro MZ).

En la Figura 30, se observa como la polarización incidente sobre el SLM a un ángulo  $\alpha$ , modifica la fase. La tercera columna muestra como se pierde completamente la modulación. En la Figura 31 se presenta la magnitud de los salto de fase que se producen cuando la polarización incidente dista de cero grados respecto a la horizontal, encontrando cambios del orden de  $\pi$ . De la misma forma la visibilidad varía (ecuación 89). Las fluctuaciones de este parámetro sugieren que el estado de polarización reflejado de la LETO, cambia a medida que rota la polarización incidente (ver Figura 32). Esto se puede constatar desde la premisa por la cual dos ondas con estados de polarización diferentes no interfieren. Por tanto, si los cambios de polarización son leves, parámetros como la visibilidad, lo evidencian con un cambio en su magnitud.

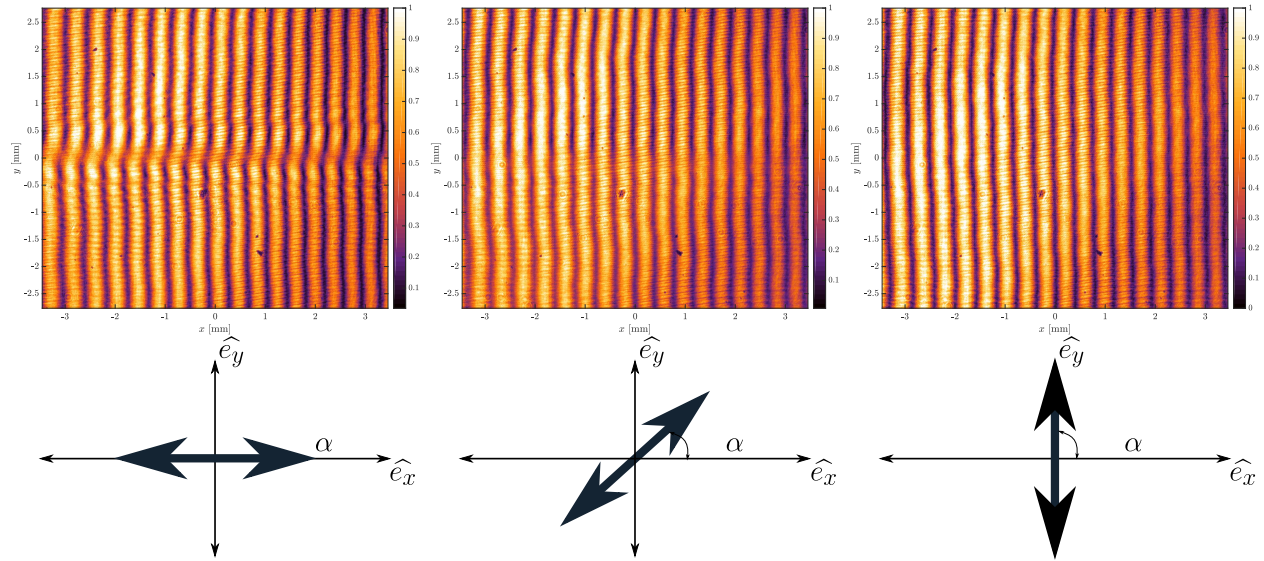


Figura 30. Franjas de interferencia respecto a cambios en la polarización incidente a la LETO-SLM.

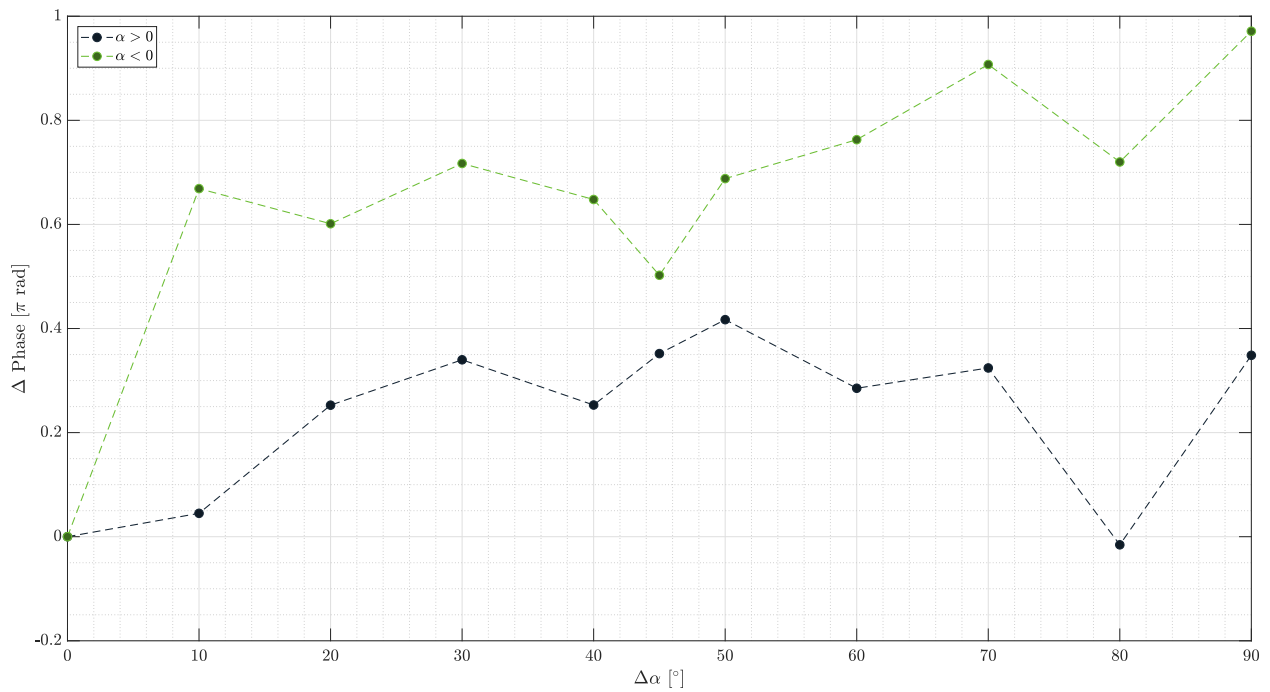


Figura 31. Fluctuaciones de fase respecto a cambios en la polarización incidente a la LETO-SLM.

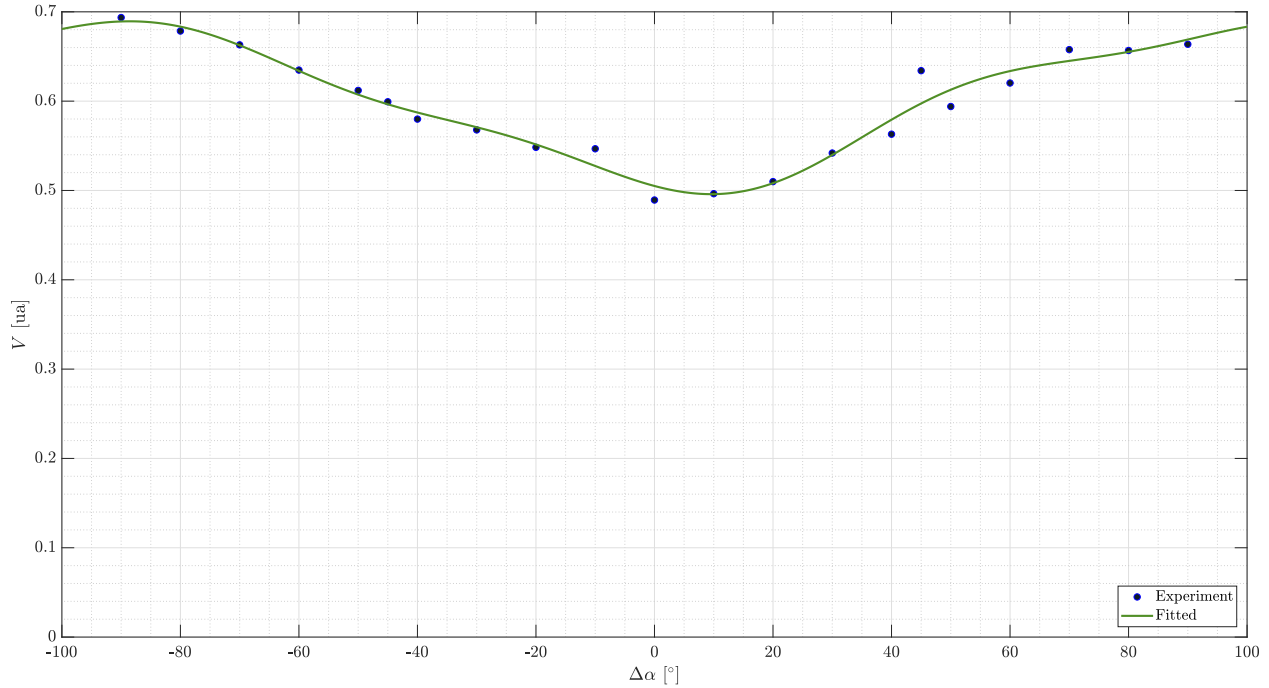


Figura 32. Visibilidad de las franjas respecto a la polarización incidente a la LETO-SLM.

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (89)$$

Es importante subrayar que en la Figura 31 los cambios de fase son diferentes en cada dirección de rotación ya sea horaria o anti-horaria. Para estudiar en detalle este efecto, se podría usar un polarímetro que caracterice los estados de polarización reflejados de la matriz de cristal líquido, y con ello indagar en las cuestiones físicas detrás de este fenómeno. Por otro lado, los datos presentados en la Figura 32 curiosamente evidencian una visibilidad menor cuando la polarización incidente coincide con el eje largo del SLM. De acuerdo a este efecto, se podría inferir que el haz reflejado posee un ligero cambio en su estado de polarización o que la frecuencia de refresco sobre el SLM es lenta respecto a la de la cámara.



teniendo en cuenta que los dos haces poseen intensidades iguales y uniformes. Estos hologramas pueden ser de amplitud o fase, en cada caso el patrón de interferencia es el mismo. Un holograma de amplitud transmite la luz en las zonas transparentes y en las opacas la absorbe. En contraste, un holograma de fase imprime un retardo espacial de acuerdo al patrón sin absorber la luz incidente. Así, una cantidad útil para caracterizar la eficiencia de un holograma es el cociente de la fracción de potencia localizada al primer orden de difracción  $P_1$ , que es la componente que adquiere el frente de onda deseado, y la potencia incidente sobre el holograma  $P_0$ ,  $E = \frac{P_1}{P_0}$ . La forma de la rejilla también juega un papel importante en la eficiencia del holograma, por esa razón se analizaron los siguientes tipos de rejillas:

- Rejilla sinusoidal

$$g(\alpha) := \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha) \quad (91)$$

- Rejilla Blazed

$$g(\alpha) := \frac{1}{2\pi} \text{Mod}(\alpha, 2\pi) \quad (92)$$

- Rejilla Binaria

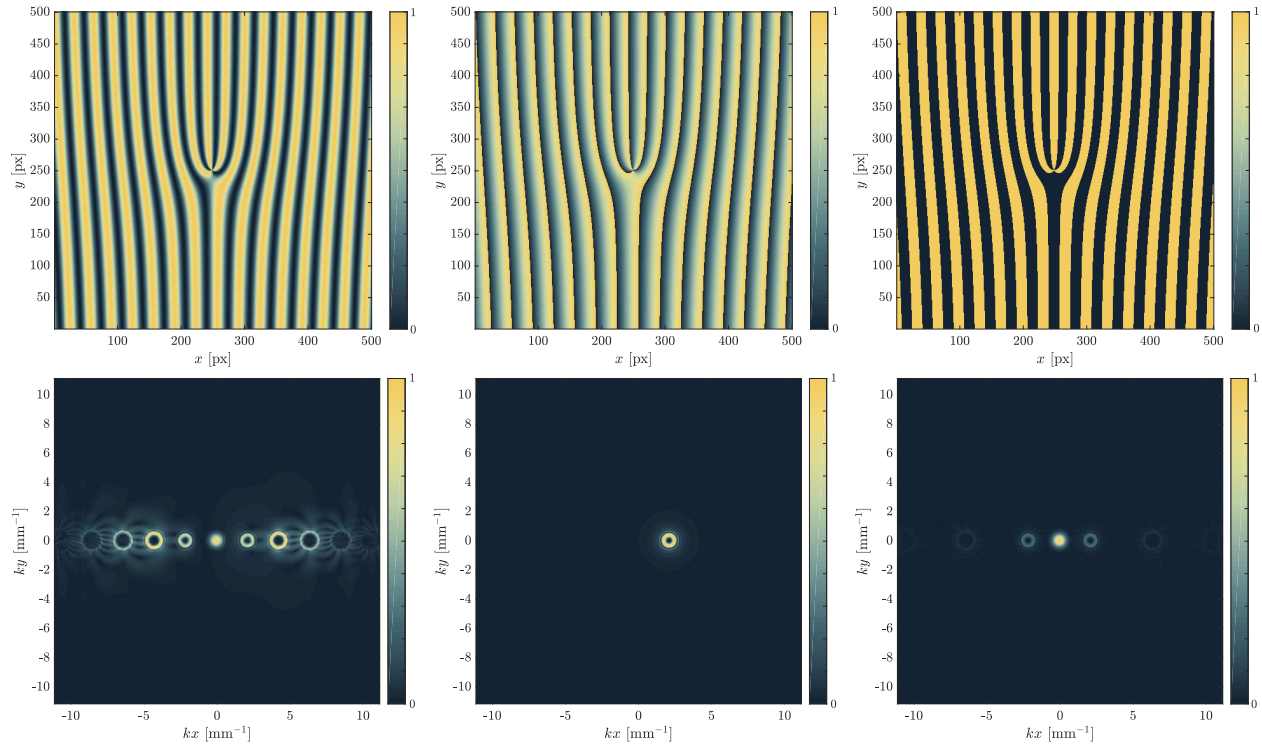
$$g(\alpha) := \frac{1}{2}(1 + \text{Sign}(\cos \alpha)) \quad (93)$$

Donde  $\alpha = k_x x - l\phi$ ,  $\text{Mod}(m, n)$  es el residuo de la división de  $m$  y  $n$  y  $\text{Sign}(\alpha)$  es la función sign de  $\alpha$ <sup>4</sup>. El campo óptico transmitido tiene principalmente un haz al orden cero propagándose

---

<sup>4</sup> i.e.  $\frac{\alpha}{|\alpha|}$

a lo largo del eje y dos haces conjugados difractados al primer orden, cada uno de ellos con carga topológica opuesta de  $l$  y  $-l$  como se muestra en la Figura 34 (inferior). El orden izquierdo es filtrado para producir un vórtice óptico con un índice acimutal  $-l$ .



*Figura 34.* Hologramas fork y campo difractado para diferentes tipos de rejilla con singularidad  $l = -3$ .

En la figura 34 (superior), se presentan las distribuciones de intensidad asociadas a cada tipo de rejilla para una carga topológica  $l = -3$ . Es importante resaltar que de acuerdo a la arquitectura que se implemente las amplitudes presentadas en la Figura 34 (superior) estarán asociadas a magnitudes de transmitancia o fase relativa. En este último tipo, se espera que la máxima intensidad esté asociada a  $2\pi$ . El campo difractado en la Figura 34 (inferior) corresponde a la simulación del campo propagado a través de un holograma de fase. En cada caso se puede verificar que las

características de los órdenes de difracción corresponden a los presentados en la Tabla 2

Tabla 2

*Eficiencia en difracción para diferentes tipos de rejilla y hologramas.*

Rejilla	Holograma de Amplitud		Holograma de Fase	
	Orden generado	Eficiencia	Orden generado	Eficiencia
Sinusoidal	0 + 1 <sup>st</sup> órdenes	6.25 %	todos	33.85 %
Blazed	todos	2.53 %	1 <sup>st</sup> orden	100 %
Binaria	impar	10.13 %	impar	40.52 %

En cada caso se analizó la eficiencia en difracción correspondiente al tipo de holograma y de rejilla, como se muestra en la Tabla 2. Aunque se analizó la ocurrencia ideal, basados en la infraestructura de la que dispone el GOTS, fue posible implementar la mejor opción, que corresponde a un holograma de fase tipo Blazed. Experimentalmente no es posible llegar al 100% de eficiencia en el primer orden de difracción, pero con el paso adecuado de franjas proyectadas sobre el *SLM*, se pueden alcanzar eficiencias de hasta el 85 %.

Tabla 3

*Algunas especificaciones técnicas del cristal fotorrefractivo BGO.*

Cristal Fotorrefractivo BGO	
Grupo de Simetría	Cúbico
Absorción Óptica	0,2[1/cm]
Densidad	9.23[gr/cm <sup>3</sup> ]
Dureza	5[Mohs]
Parámetro de celda cristalina	10.518[Amstrongs]
Coefficiente electro-óptico	10.518[pm/V]

Consecuentemente, con el haz de referencia y señal bien definidos, este último por la modulación en fase que introduce el SLM proyectando un holograma Blazed, permite que la interferencia de los haces *WB* y *RB* sea registrada sobre el *PhRC* (Ver Figura 33). El tiempo de registro fue del orden de los minutos para la posición angular seleccionada respecto a la normal del *PhRC* (ver Tabla 3). Además, en la sección posterior se incluirán las curvas de borrado de los hologramas en función del tiempo, que permitieron tener una medida cuantitativa de cual es el tiempo estrictamente asociado al registro.

El patrón de intensidad no uniforme que produce la interferencia de *RB* y *WB*, se proyecta en el material por 6[*min*] sobre la cara con el eje del cristal siendo perpendicular al plano de incidencia y al vector de onda de la rejilla  $\vec{K}$ . El tiempo de registro se fijó para asegurar las mismas condiciones iniciales en cada medida. Aquí,  $|\vec{K}| = \frac{4\pi \sin(\theta/2)}{\lambda} = \frac{2\pi}{\Lambda}$ , donde  $\lambda$  es 543[*nm*],  $\theta/2 = 21.84[^\circ]$  es el ángulo entre los haces de grabado, y  $\Lambda = 0.7310$  [ $\mu\text{m}$ ] es el periodo espacial de la rejilla. Las medidas en esta sección, se llevaron a cabo manteniendo siempre constantes la densidad proyectada por los haces de grabado, y la amplitud angular de los brazos. Las señales difractadas por los hologramas registrados fueron capturados por *PWT* o la *CMOS* según se requirió. Como estrategia inicial, para evitar las vibraciones ambientales en el proceso de grabado y borrado de los hologramas, se trabajó en un primer nivel, con soportes neumáticos y en horas de poca afluencia de personas dentro de la universidad.

**4.1.3. Lectura.** El proceso de lectura se realizó, obstruyendo *WB* utilizando el obturador *SH*, en la salida opuesta a *RB*. Allí, la lente *L2* focalizó la energía difractada, sobre el área del

sensor *CMOS*. En la Figura 35 se muestran los perfiles de intensidad recuperados del *PhRC* para vórtices ópticos de carga topológica entera  $\pm l$  en el intervalo  $[-3,3]$ . En estas distribuciones de intensidad, se aprecia la correspondencia perfecta con la simulación numérica, en la cual existe una distribución anular, típicamente representativa de este tipo de haces.

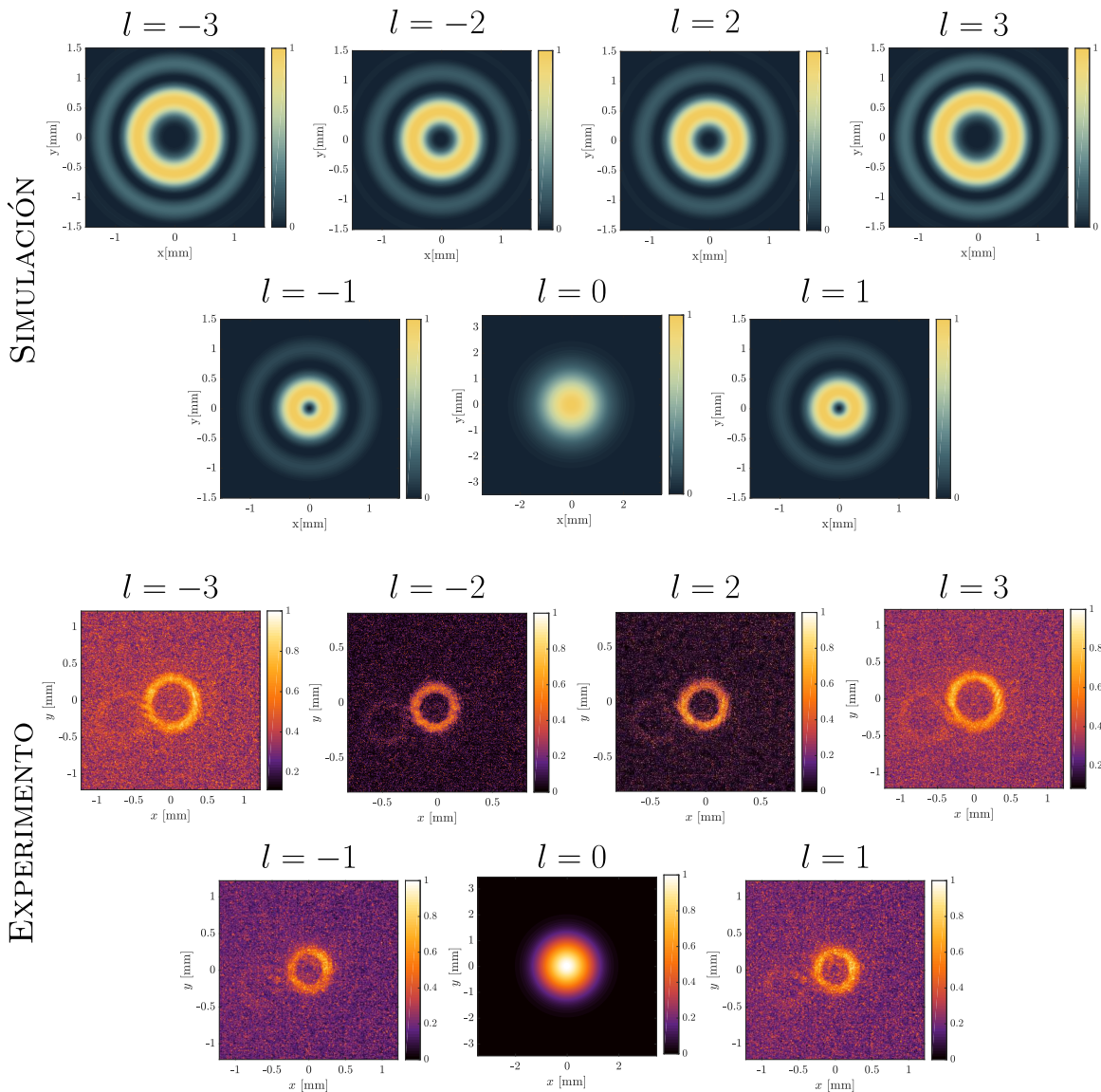


Figura 35. Vórtices Ópticos leídos del *PhRC*. Simulación y Experimento.

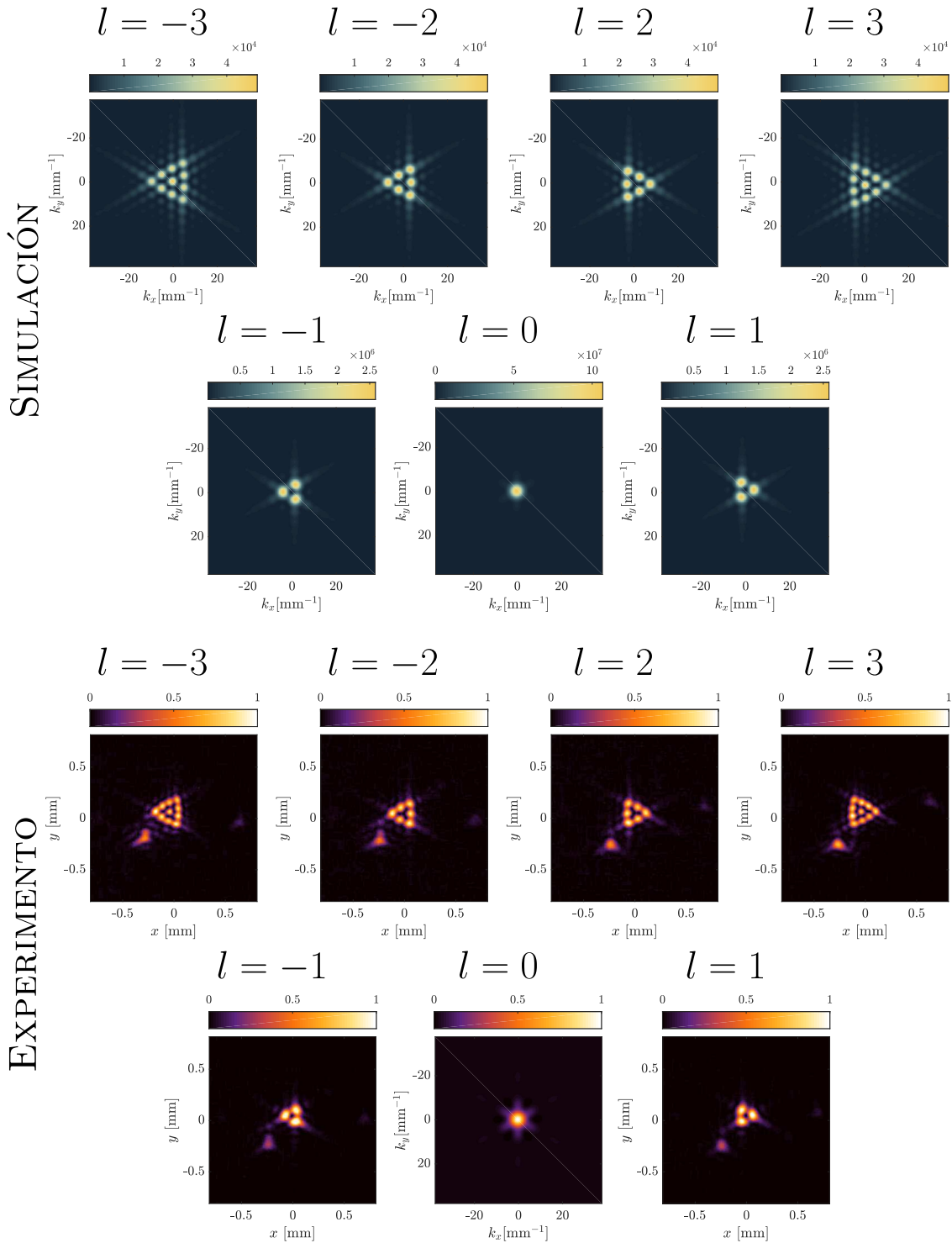


Figura 36. FDPs de Vórtices Ópticos leídos del *PhRC*. Simulación y Experimento.

Los vórtices experimentales mostrados en la Figura 35, evidencian un contraste diferente en cada par  $\pm l$ . Tomando como referencia la escala de color, los cambios en la tonalidad del fondo de la Figura, pueden interpretarse como una modificación en este parámetro. Frente a esto, indirectamente se puede tener una medida cualitativa de la calidad del holograma registrado en el fotorrefractivo, o cuantitativa sí se llegase a medir la intensidad o la energía total. De acuerdo a esto, para comprobar el estado de fase se difracta el vórtice óptico recuperado del *PhRC*, a través de una abertura triangular equilátera (Stahl and Gbur, 2016; Mourka et al., 2011; Hickmann et al., 2010). La Figura 36, muestra la correspondencia de las imágenes experimentales, respecto a las simulaciones numéricas. En cada imagen la magnitud y el signo de la singularidad puede inferirse del patrón de difracción de Fraunhofer (FDP). Así, el número de *spots* menos uno sobre alguno de los lados del FDP coincide con el valor de  $l$ . Además, la orientación permite discernir el signo sin lugar a ambigüedades, a la derecha  $l > 0$ , la izquierda  $l < 0$ .

Complementario, a la metodología de identificación de estados MAO basada en la difracción por la abertura triangular equilátera, se propuso una nueva técnica que integra además, una película de espesor nanométrico (Mendoza-Castro et al., 2019). Así, un vórtice óptico de singularidad  $l$  que difracta por el borde recto de una película nanométrica ( $> \lambda$ ) de  $\text{TiO}_2$  crecida sobre  $\text{SrTiO}_3$ , y visto a través de una abertura triangular permite discernir la magnitud y el signo de su carga topológica. El método propuesto elimina el uso de energía y óptica adicional, ya que el signo se reduce a encontrar la posición del máximo global respecto al eje de propagación, y la magnitud al conteo de máximos en la zona de simetría, lo cual es de vital importancia en la implementación de

un dispositivo compacto. La Figura 37 presenta los FDPs asociados a la técnica propuesta.

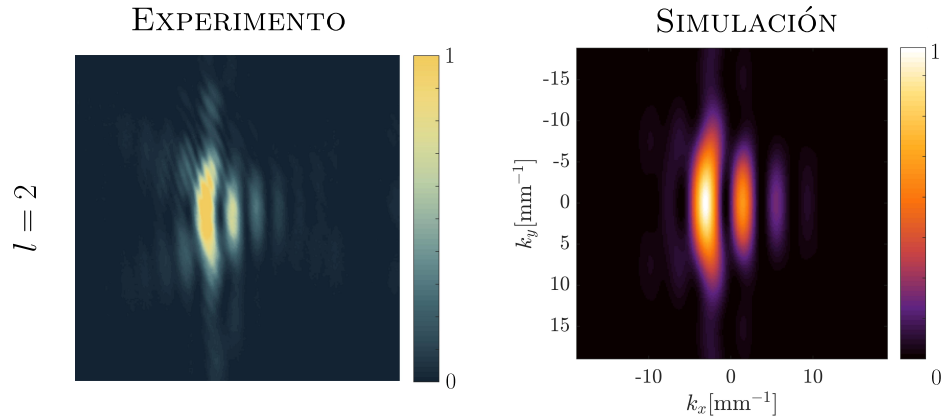
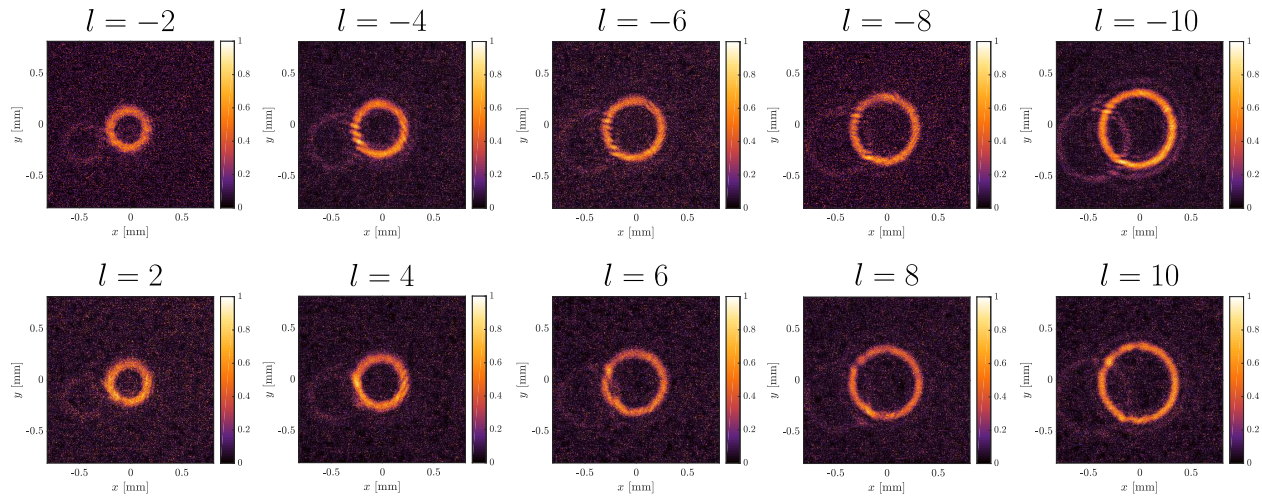


Figura 37. FDP de un VO basado en la difracción por una abertura triangular equilátera y el borde recto de una película de espesor nanométrico ( $> \lambda$ ). Simulación y Experimento. Fuente: Tomado y adaptado de (Mendoza-Castro et al., 2019)

Particularmente los FDPs, tienen un *spot* adicional fuera del área de interés, que aunque no interfiere con la morfología del patrón principal, está presente en todos los experimentos de la Figura 36. Por lo tanto, al examinar el comportamiento de esta zona brillante, se evidencia que permanece invariante a  $l$ . Mas allá de ligeras variaciones de intensidad, la distribución es la misma. Este hecho, sugiere que el *ruido* proviene de defectos en la abertura triangular y la replica de baja intensidad generada por reflexiones internas en el *PhRC* (Apéndice 2). El actual diseño mecánico de *AT*, puede llegar a filtrar luz que difracte con el haz principal. Sin embargo, en futuros trabajos se podría analizar en detalle la procedencia de este fenómeno para de suprimirlo o evitarlo, además de estudiar la influencia del número de rejillas electrónicas registradas, en concordancia con el número de centros donantes que se excitan.

Demostrada la capacidad del elemento fotorrefractivo para conservar la información de fase



*Figura 38.* Evolución natural del tamaño de los vórtices ópticos recuperados del *PhRC*. Experimento.

de haces con Momento Angular Orbital, se procedió a registrar un set más amplio de estados con singularidad  $l$  en el intervalo  $[-10, 10]$ . La Figura 38, muestra la evolución natural en el tamaño de los vórtices ópticos recuperados del medio holográfico. Adicionalmente, se observa uniformidad en el contraste de cada figura experimental respecto a las demás. Este hecho, hizo necesario cuantificar algunas características morfológicas de los estados recuperados para evaluar el desempeño del *PhRC* como generador de dislocaciones de fase. Para este fin se propone el algoritmo descrito en el Anexo 3.

En la primera etapa de la rutina se extrae la elipse de mejor ajuste para tres métodos diferentes como se observa en la Figura 39 (derecha). La superposición sobre los datos experimentales presentados en la Figura 39 (izquierda), evidencia la pertinencia del método. Por otra parte, complementario a la curva de ajuste, se obtiene el punto origen ( $\mathbf{X}_0$  [mm],  $\mathbf{Y}_0$  [mm]), radios mayor y

menor ( $\mathbf{a}$  [mm],  $\mathbf{b}$  [mm]), el ángulo de inclinación ( $\alpha$  [°]), y la excentricidad de la elipse  $\mathbf{e}$  [ua]. En la tabla 4, se presenta el resumen de los parámetros obtenidos de la cónica.

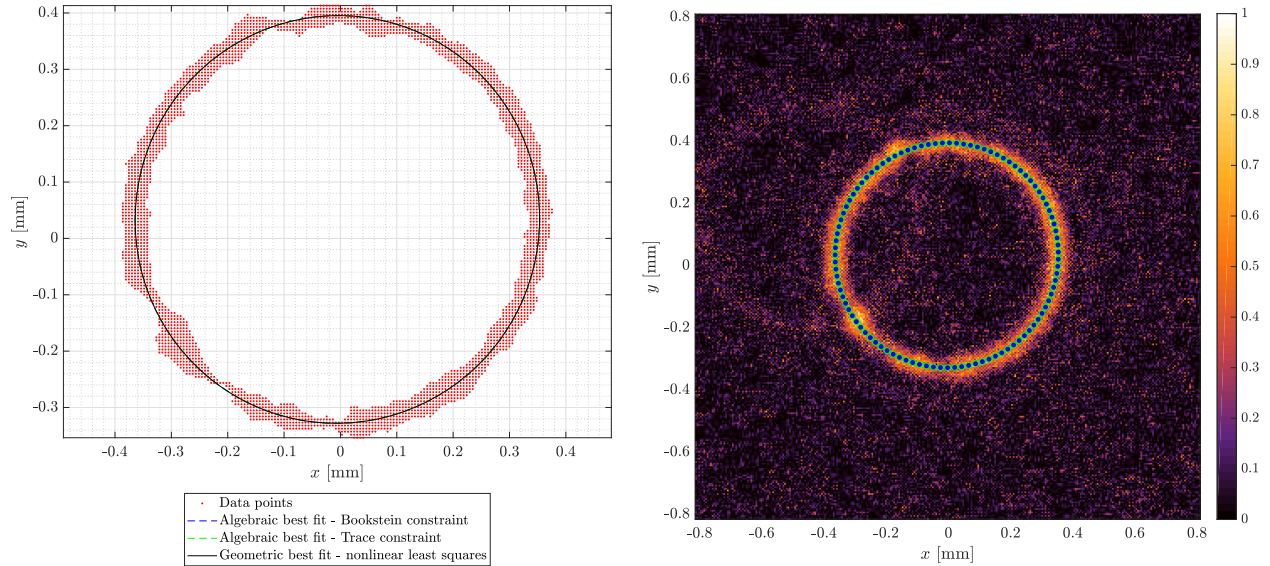


Figura 39. Ajuste a una circunferencia del VO recuperado del *PhRC* con  $l = 10$ . Experimento.

Tabla 4

Parámetros de elipse ajustada al VO recuperado del *PhRC* con MAO  $l = 10$ .

Método	$\mathbf{X}_0$ [mm]	$\mathbf{Y}_0$ [mm]	$\mathbf{a}$ [mm]	$\mathbf{b}$ [mm]	$\alpha$ [°]	$\mathbf{e}$ [ua]
Bookstein constraint	$-5.508619e-03$	$3.359791e-02$	0.362130	0.358871	$-107.616485$	0.133849
Trace constraint	$-5.508202e-03$	$3.359792e-02$	0.362111	0.358887	$-107.614435$	0.133142
Non linear least squares	$-5.434481e-03$	$3.365284e-02$	0.362036	0.358520	$-107.067763$	0.139019

Respecto a la tabla 4, en cada aproximación se observa un orden de precisión importante, ya que las variaciones en los parámetros se dan hasta la cuarta cifra significativa. En ese sentido, se puede ver que los radios de la elipse son bastante cercanos, aproximándose a un círculo donde  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ . Esto, se confirma con la excentricidad tendiendo a cero. Luego, conocido el nivel de circularidad

del vórtice recuperado, se calculó el nivel de pureza, del inglés mode purity, apoyado en la medida propuesta en (Bozinovic et al., 2011). Allí, basado en la ecuación 89 se obtiene:

$$\text{Mode purity (dB)} = 10 \log_{10} \left( \frac{1 + \sqrt{1 - V}}{V} \right)^2 \quad (94)$$

donde  $V$  es al Visibilidad. En este caso  $V$  se calculó sobre un perfil circular que barre la componente acimutal de  $0[^\circ]$  a  $360[^\circ]$  (ver Anexo 3). La trayectoria, sigue la cónica con menor excentricidad ajustada arriba, pero ahora extrayendo los valores de intensidad requeridos. La Figura 40 presenta a la izquierda el perfil ajustado, mientras a la derecha las posiciones reales extraídas de la medida experimental. Por tanto, usando la ecuación 94 se determinó que el VO recuperado del *PhRC* con carga topológica  $l = 10$  posee una pureza de 4.2092 [dB].

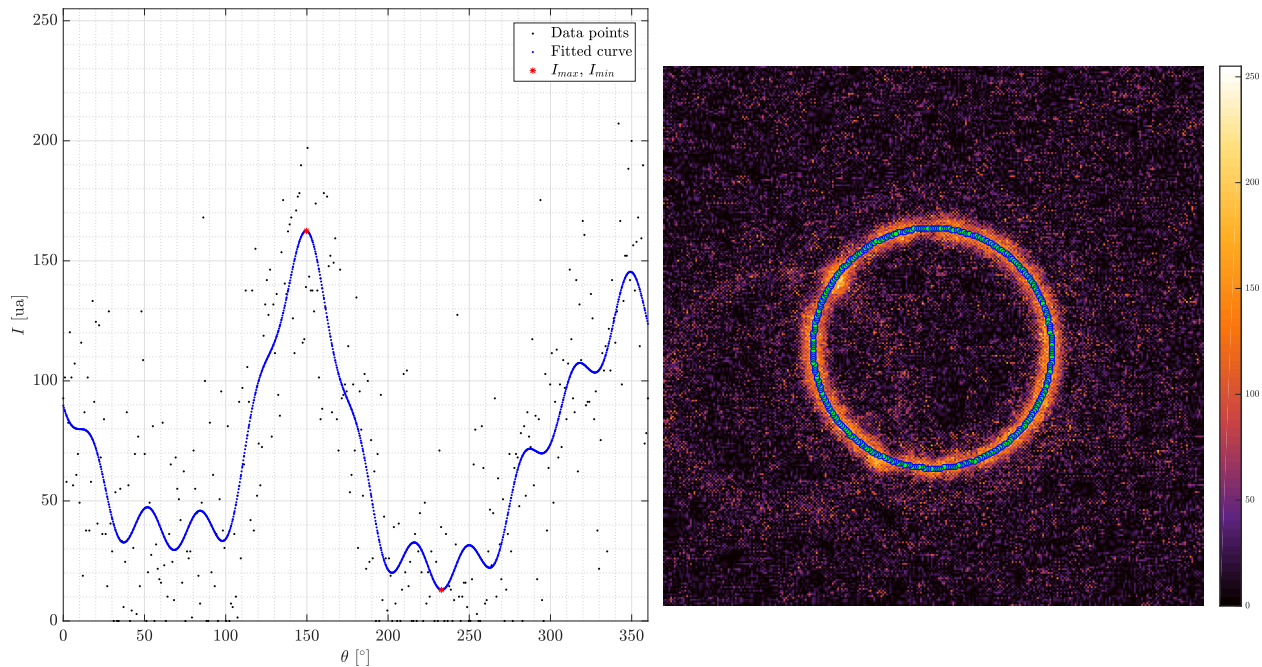


Figura 40. Ejemplo de pureza de un VO recuperado del PhRC con  $l = 10$ .

A continuación, se extrajeron las características descritas en la tabla 4 para la totalidad de estados MAO en la Figura 38 (ver Anexo 3). El resumen de resultados se presentan en las Figuras 41, 42, 43. La evolución de  $\alpha$ ,  $e$  y la pureza del modo en dB, respecto a la singularidad  $l$  se muestra en la Figura 41. Allí, respectivamente a derecha, centro e izquierda se adjunta en azul los datos para  $l > 0$  y rojo los asociados a  $l < 0$ . Así, la inclinación de la cónica ajustada, a excepción de un único punto experimental conserva una media aproximada de  $100$  [ $^\circ$ ], que deja de ser representativa cuando el radio mayor y menor son muy cercanos. Sin embargo, la baja dispersión muestra la correlación entre las diferentes intensidades anulares.

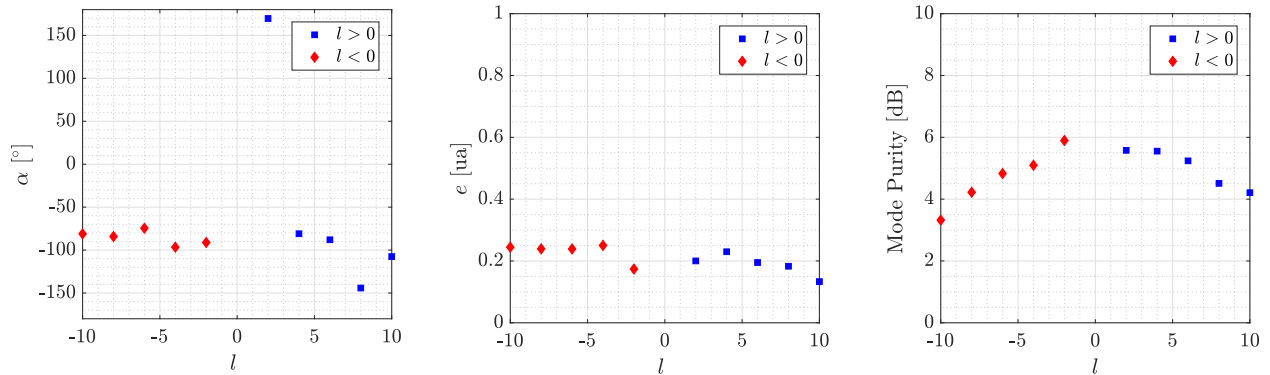


Figura 41.  $\alpha$ ,  $e$ , y pureza del modo en dB respecto al valor de la singularidad  $l$ .

En el caso de la excentricidad, con una media aproximada de 0.2 y una dispersión muy pequeña (0.0382), la circularidad de todos los vórtices permanece estable respecto al incremento del índice acimutal. Por otro lado, la pureza de los vórtices ópticos, fluctúa un valor cercano y mayor a 3[dB], evidenciando una relación inversa entre las variables, lo cual se corresponde con la redistribución de la energía en la cónica cada vez más grande y con mayor superficie. Permaneciendo dentro de una medida aceptable para pensar en el *PhRC* como generador de un haz con MAO.

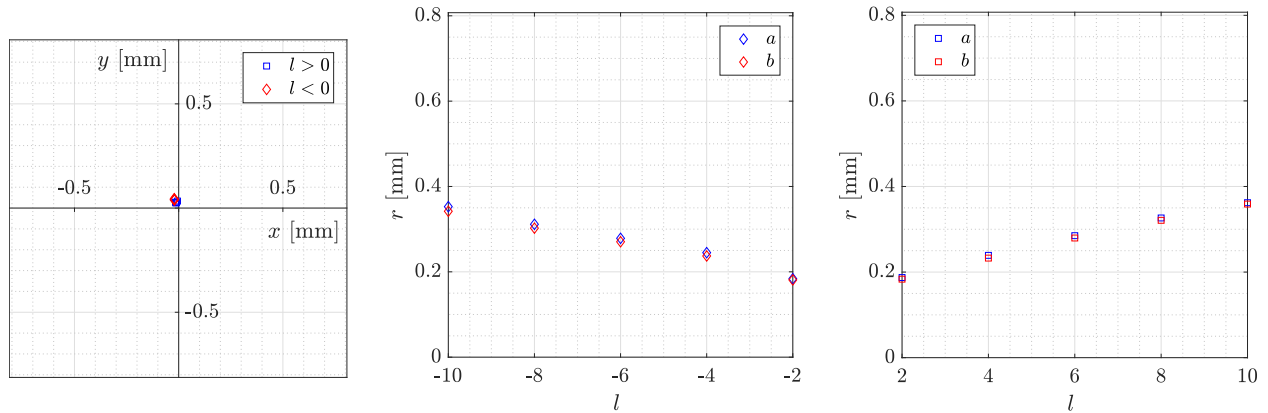


Figura 42.  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $a$ ,  $b$  respecto al valor de la singularidad  $l$ .

Desde otra perspectiva, la Figura 42 (izquierda) muestra las variaciones del origen ( $X_0$ ,  $Y_0$ ) de la cónica. Allí se observaron datos agrupados de acuerdo al signo de la singularidad. No obstante, las dos clases agrupadas representan variaciones prácticamente insignificantes entre ellas, lo que a nivel de resolución de pixel es casi despreciable. Así pues, las variaciones radiales de los anillos ajustados mostrados en la Figura 42, muestran una relación de proporcionalidad respecto a  $|l|$ , en concordancia con lo expresado previamente respecto de la redistribución de la energía a medida que se modifica el orden. Además, los segmentos  $a$  y  $b$  por singularidad son bastante cercanos. Es importante notar que de hallar una circunferencia perfecta la dispersión entre el radio mayor y menor tiende a cero ( $|a - b| \sim 0$ ).

Un haz con MAO, aparece como un anillo de luz cuyo radio depende de la carga topológica  $R_l = w\sqrt{l/2}$ , donde  $w$  es la dimensión del haz en el plano de observación (Curtis and Grier, 2003). Por tanto, en la Figura 43 (superior) se muestra la dispersión de datos ajustados a la curva  $R_l$  junto

con los residuales (inferior). Allí, Los parámetros de ajuste se resumen en la Tabla 5.

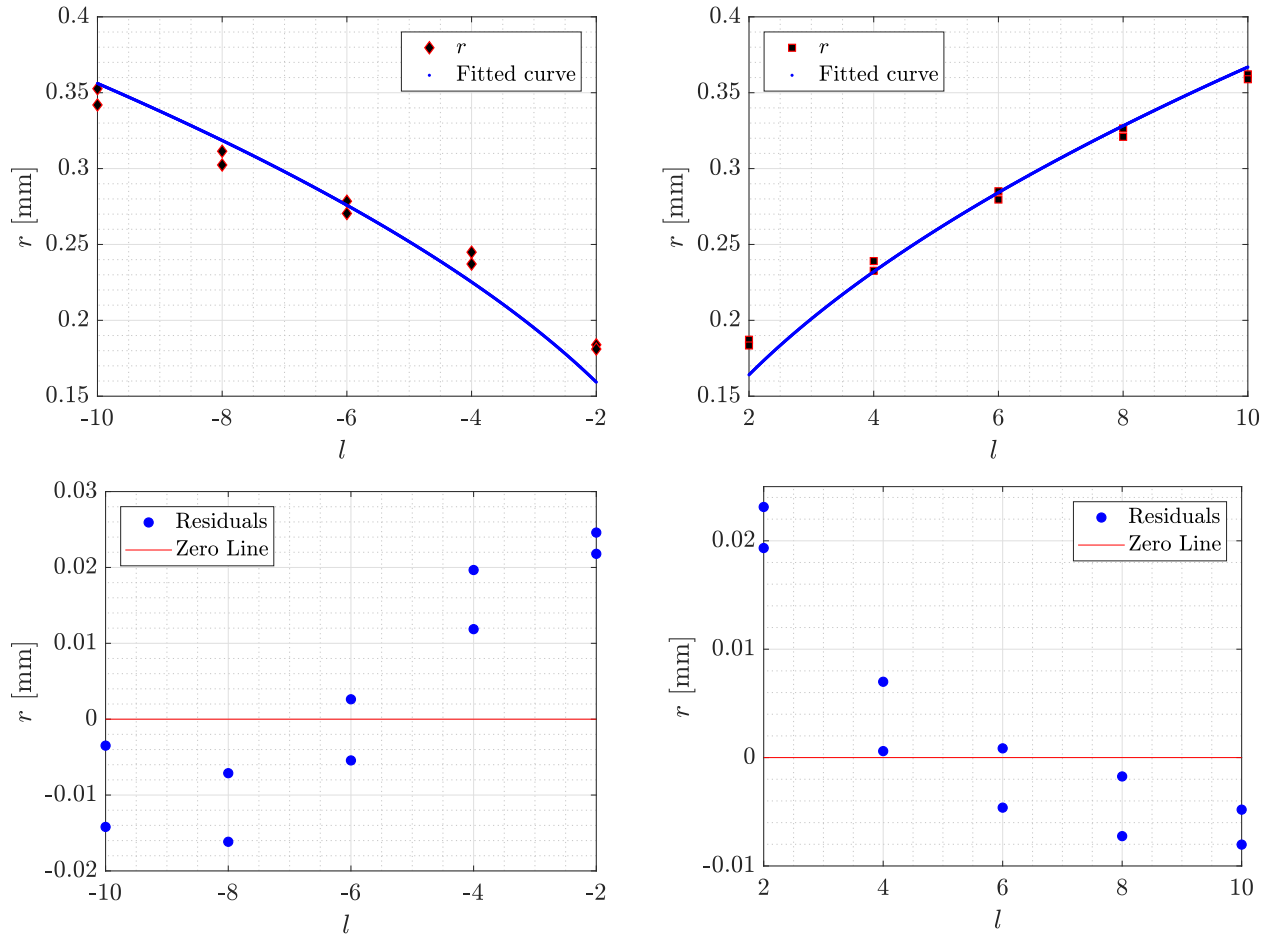


Figura 43. Curvas de ajuste  $r(a, b)$  respecto al valor de la singularidad  $l$  y sus residuales.

Sorprendentemente, la fidelidad al modelo es superior al 93%, además, la dimensión del haz aproximada a la segunda cifra significativa, es igual. Por esta razón, frente a los resultados de la Tabla 5, se puede inferir que la conservación de las características morfológicas y de fase, de los haces recuperados el PhRC, permiten proponerlo no solo como un elemento de almacenamiento si no también de generación de estados con Momento Angular Orbital.

Tabla 5

Parámetros de ajuste a los datos presentados en la Figura 43.

Curva ajustada	$l > 0$	$l < 0$
Función	$a\sqrt{\frac{l}{2}}$	$a\sqrt{\frac{ l }{2}}$
Parámetros	$a = 0.2321 \pm 0.0070$	$a = 0.2252 \pm 0.0091$
Adj. R-square	$R = 0.9709$	$R = 0.9320$

Partiendo de la conservación del estado de momento angular orbital se consideró la superposición de dos singularidades. La Figura 44, muestra las distribuciones de intensidad experimentales para interferogramas registrados sobre el *PhRC*, cuando el haz MAO es generado por la superposición de  $l_a$  y  $l_b$ . La lectura fue realizada por el haz *RB* con  $l$  nulo. Aquí, el campo difractado posee  $l_b - l_a$  pétalos en correspondencia con el patrón de interferencia entre haces MAO con diferente índice acimutal. Para este caso,  $l_b > l_a$ , además, se confirmó la correspondencia perfecta con la simulación numérica.

De otra forma, la Figura 45 muestra una distribución de intensidad similar a la presentada en el párrafo anterior, cuando el estado se genera por la superposición de dos índices acimutales. En este caso con  $l_a < 0$  y  $l_b < 0$ , la regla descrita arriba acerca del número de pétalos es la misma, pero ahora con una dirección en el sentido contrario a las agujas del reloj. Intuitivamente, los resultados experimentales y de simulación presentados en la Figura 46 muestran como el número de pétalos en las distribuciones de intensidad se mantienen, pero ahora con una dirección igual al de las manecillas del reloj. Hay que subrayar que en cada registro *WB* portaba la superposición de

las singularidades. Esta posibilidad aumenta el espectro de estados que se pueden almacenar sobre el cristal, ratificando su versatilidad.

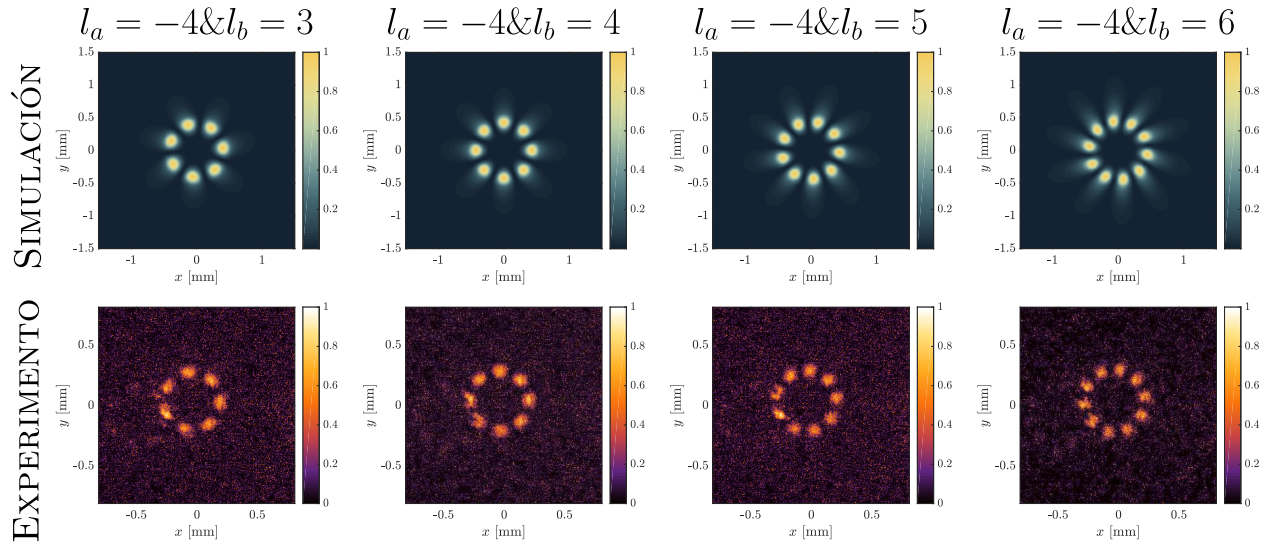


Figura 44. Vórtices Ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $\pm l_a \& \mp l_b$ .

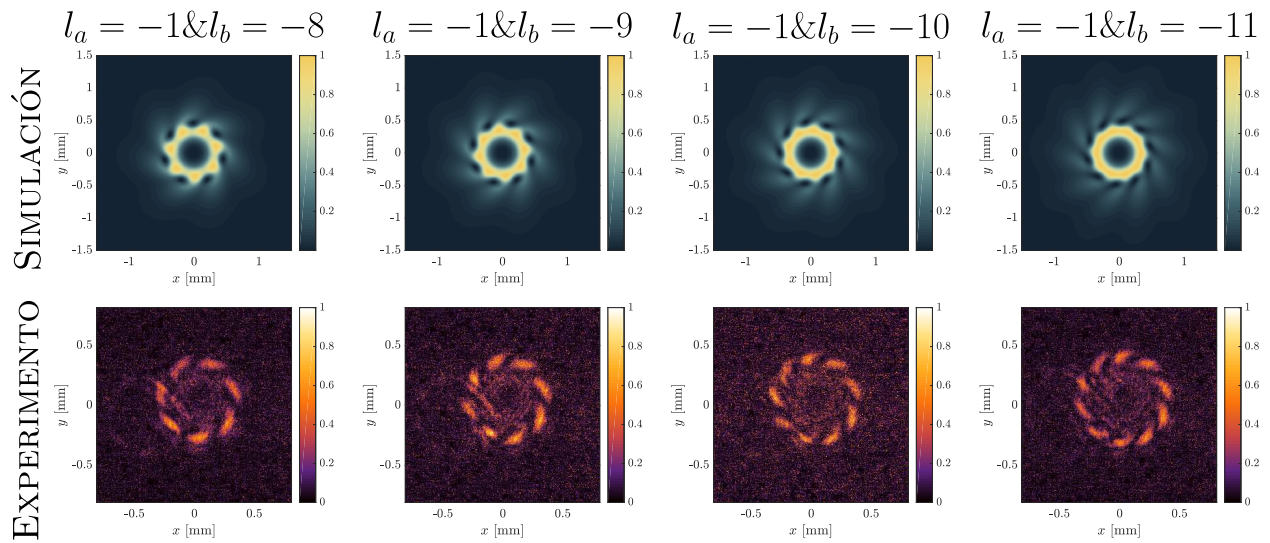


Figura 45. Vórtices ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $-l_a \& -l_b$ .

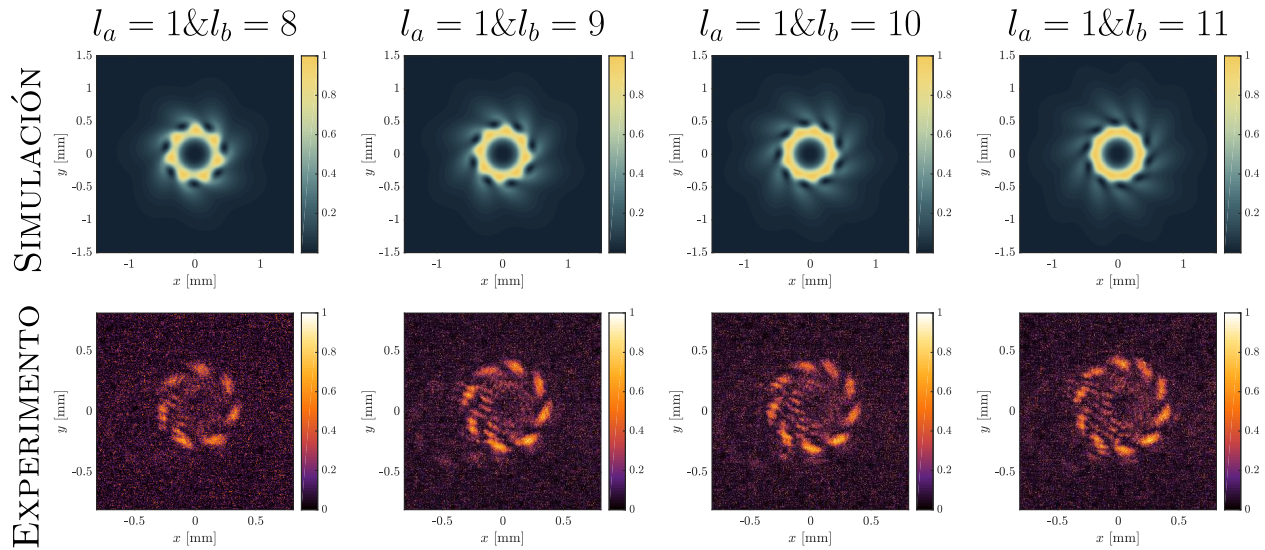


Figura 46. Vórtices ópticos recuperados del PhRC con singularidades  $l_a$  &  $l_b$ .

Después del proceso de grabado el haz señal fue bloqueado por  $SH$ , manteniendo solamente un haz difractando sobre la rejilla holográfica y simultáneamente borrándolo. De acuerdo con la ecuación 54, una curva típica de borrado holográfico fotorrefractivo sigue la tendencia de puntos presentada en la Figura 47.

Actualmente existe una discusión en la literatura acerca de la mejor función que se ajusta a la curva de borrado de un  $PhRC$ . Algunos autores creen que el mecanismo de decaimiento sigue una exponencial, mientras otros argumentan que el proceso obedece a una ley de potencia (Nader et al., 1994), y hay otros más que plantean un modelo más complejo de transporte de carga que debería ser considerado, además del incorporado en el modelo clásico. En este trabajo los ajustes teóricos a los datos experimentales siempre mostraron la mejor bondad de ajuste a dos exponenciales (azul) (Dos Santos et al., 2007), contrario a una sola (verde) o a una ley de potencia (rojo), igualmente,

resultados similares fueron obtenidos para un *BGO* usando un  $\lambda = 514.5$  [nm] (Baquedano et al., 1989). Los parámetros de ajuste se incluyen en la Tabla 6.

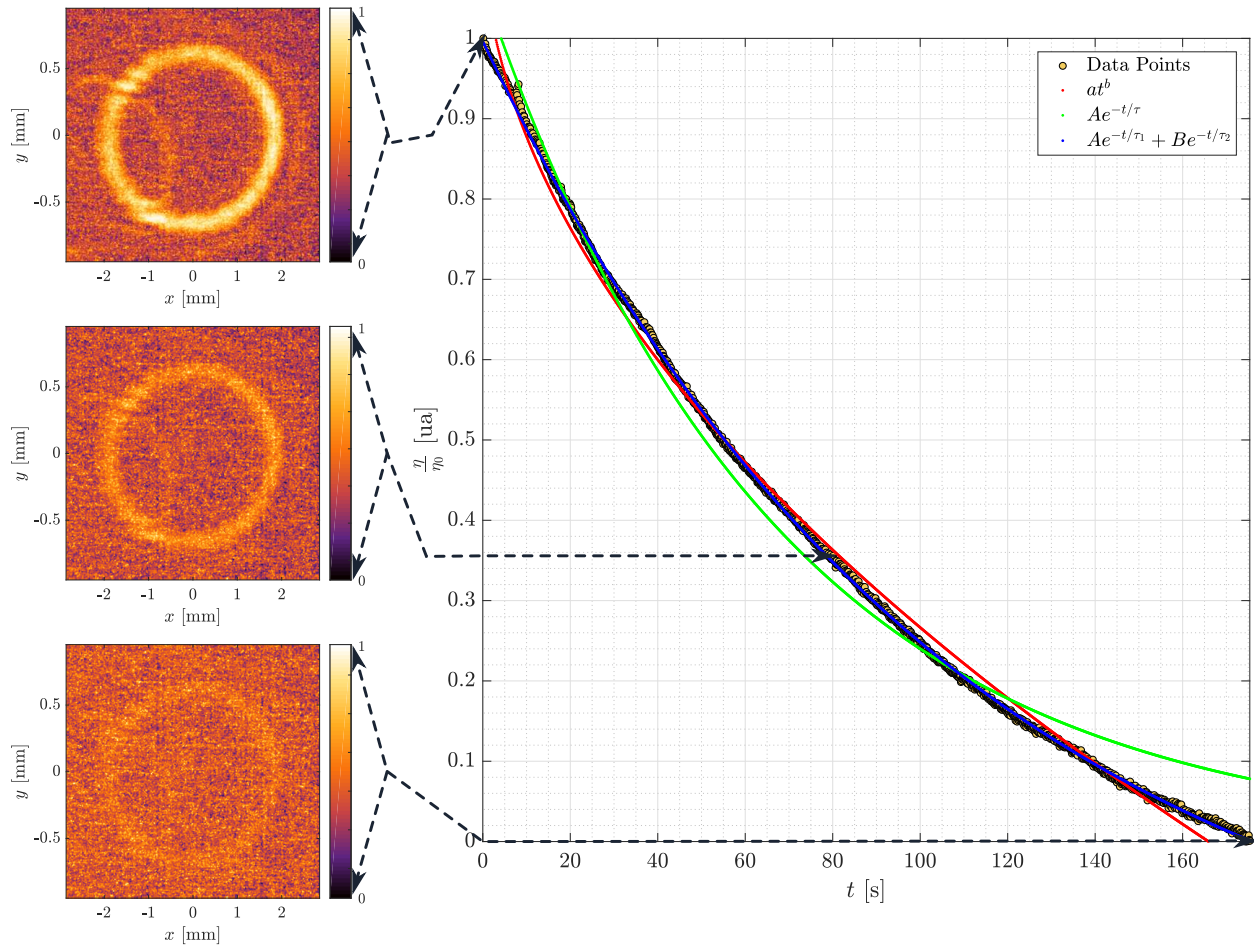


Figura 47. Evolución temporal del haz difractado a través del *PhRC* almacenando un VO con  $l = -10$  al ser irradiado con  $0.5921$  [mW/cm<sup>2</sup>].

Tabla 6

Parámetros de ajuste asociados los datos presentados en al Figura 47.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
	$at^b$	Sencilla $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$	Doble $Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$
Parámetros	$a = -0.0761 \pm 0.0031$  $b = 0.5285 \pm 0.0069$	$A = 0.2881 \pm 0.0022$  $\tau = -1.3257 \pm 0.0081$ [s]	$A = -0.0108 \pm 0.0045$ $\tau_1 = 1.5989 \pm 0.6440$ [s] $B = 1.2352 \pm 0.0018$ $\tau_2 = 105.7360 \pm 0.0040$ [s]
Adj. R-square	$R = 0.9957$	$R = 0.9854$	$R = 0.9998$

El doble decaimiento exponencial puede ser explicado por la presencia de al menos dos niveles diferentes de centros foto-activos dentro de la brecha energética entre la banda de valencia y conducción del *PhRC* (Lopes et al., 2018). Bajo esta aproximación, fue posible seguir el borrado del holograma por la medida de la evolución temporal del haz difractado a través del fotorefractivo. Además, frente a este argumento fue posible reescribir la ecuación 55 para dos rejillas electrónicas en fase,

$$\eta = \left| A_f e^{-\frac{t}{\tau_f}} + A_s e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right|^2 \quad (95)$$

con el fin de ajustar los datos experimentales.  $A_f$  y  $A_s$ , junto con  $\tau_f$  y  $\tau_s$  son las amplitudes y constantes de tiempo de las rejillas rápida y lenta respectivamente. La naturaleza de estas rejillas es en esencia electrónica, sin embargo, al compartir la fase sería posible que se grabaran réplicas del holograma en el cristal. Este último argumento, junto con los tiempos independientes

de borrado, podrían estar directamente relacionados con la copia trasladada de escasa intensidad que se aprecia en algunas de las figuras experimentales. De otro modo, sustentar esta proposición requiere un trabajo extra en este aspecto, a un nivel de profundidad que se sale de los alcances de esta investigación.

Las curvas experimentales de borrado de los hologramas relacionados con las singularidades restantes se muestran en el Apéndice 4. Allí, se extrajeron los parámetros asociados a las rejillas rápida y lenta con la que se modela el fenómeno, para estudiar la influencia de  $l$  sobre  $\tau_f$  y  $\tau_s$ . La Figura 48 presenta la dispersión de las constantes de tiempo respecto a la singularidad asociada. A la izquierda en  $\tau_f$  se observa un aumento aproximadamente lineal como función de  $l$ , sin embargo, la dispersión de los datos experimentales le quita claridad a la tendencia real de los datos. Por otro lado, a la derecha el tiempo de borrado de la rejilla electrónica lenta, evidencia un decaimiento lineal simétrico respecto al valor absoluto de  $|l|$ .

Frente a la dispersión de las constantes de tiempo presentadas en la Figura 48 (derecha), se puede ver que para altos órdenes MAO ( $l > 0$  y  $l < 0$ ) la constante de tiempo disminuye, razón por la cual se infiere que el decaimiento de la rejilla es más rápido. Por otro lado, en la Figura 48 (izquierda) se observa que para altos órdenes con  $l$  positivo el fenómeno es contrario, y con el aumento de la singularidad el decaimiento es más lento. Este comportamiento puede estar influenciado por las características de coherencia de los vórtices ópticos (Vaity et al., 2013). Para esta investigación es de especial relevancia que se modifiquen los tiempos de borrado respecto a la

carga topológica, en especial si sugieren una tendencia a conservar el registro, ya que esto puede repercutir en la estabilidad y calidad de un grabado permanente (Jerez et al., 2009). Además, no hay que olvidar que en este caso la intensidad del haz de lectura fue siempre constante.

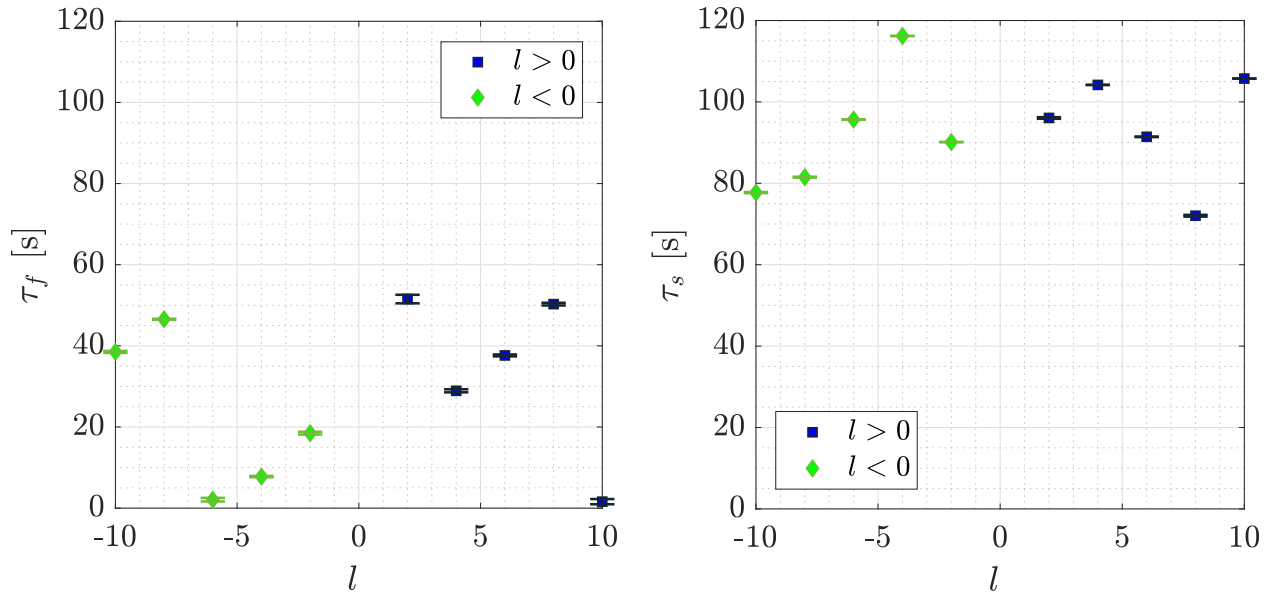


Figura 48. Constantes de tiempo  $\tau_f$  y  $\tau_s$  asociadas a la evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con singularidades  $l$ , al ser irradiado con  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ .

Por otra parte, cuando la intensidad del haz de lectura se aumenta, las curvas de borrado evidencian un incremento en la eficiencia en difracción  $\eta_0$ , al mismo tiempo que las constantes de tiempo disminuyen para observar un borrado mucho más rápido. La Figura 49, hace evidente esta observación sobre el eje temporal de las gráficas, donde para una intensidad  $I_0 = 15.2789[\text{mW}/\text{cm}^2]$  el haz difractado alcanza el piso de ruido cerca a los  $10[\text{s}]$ . Contrario, a la curva asociada a  $I_0 = 0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ , donde tarda alrededor de  $150[\text{s}]$ . La Tabla 7, resume los parámetros de ajuste asociados a las curvas, y presenta de manera cuantitativa la fluctuación sobre  $\tau_f$  y  $\tau_s$ . En cada caso las variaciones se corresponden a una razón aproximada de 10 veces, como intuitivamente se puede

constatar en la Figura 49.

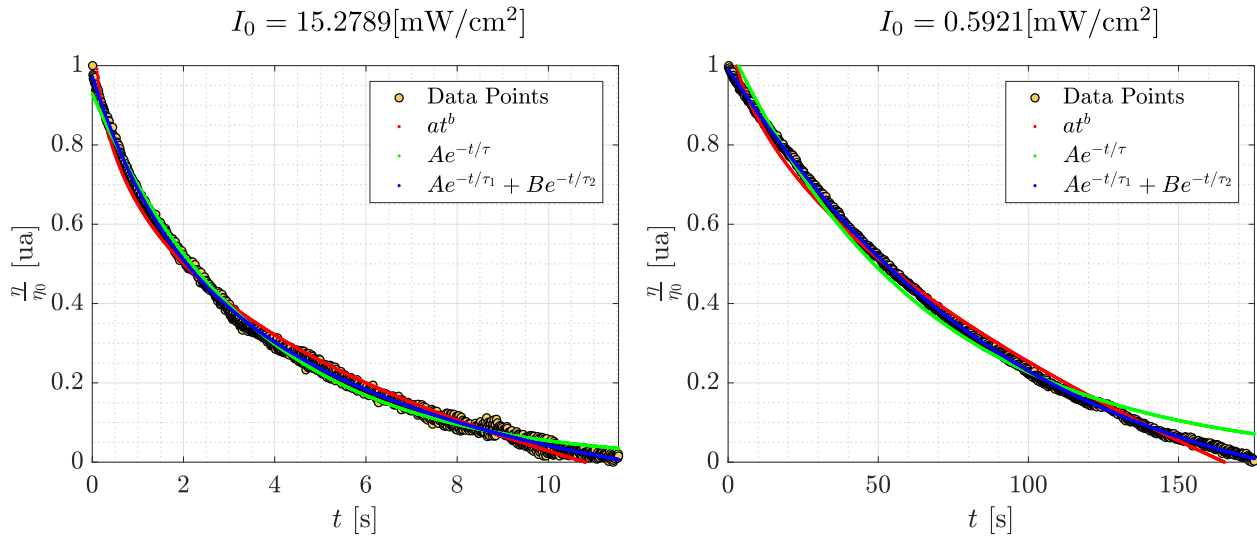


Figura 49. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con singularidad  $l = -2$ , al ser irradiado con  $15.2789[\text{mW}/\text{cm}^2]$  (izquierda),  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$  (derecha).

Tabla 7

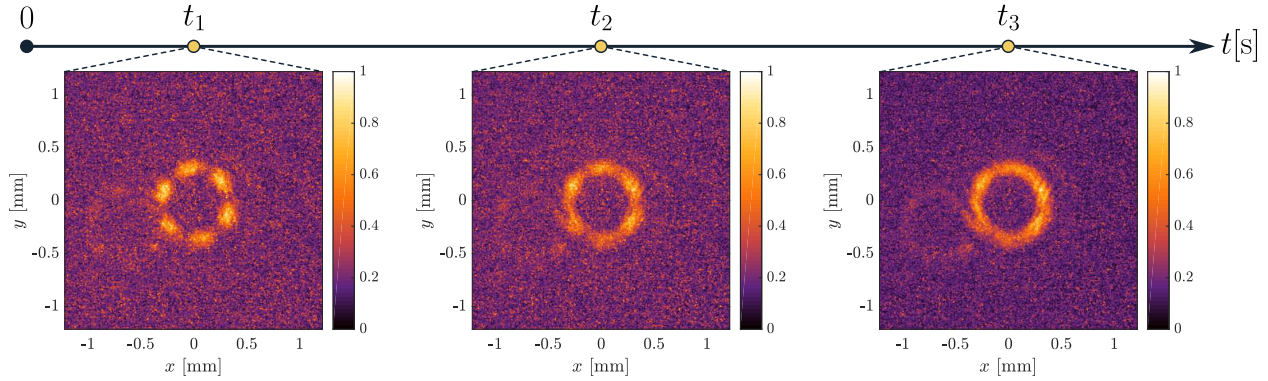
Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 49.

$I_0$ [mW/cm <sup>2</sup> ]	Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		$at^b$	Sencilla $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$	Doble $Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$
15.2789	Parámetros	$a = -0.7580 \pm 0.0283$ $b = 0.2601 \pm 0.0076$	$A = 0.1798 \pm 0.0010$ $\tau = -1.0547 \pm 0.0046$ [s]	$A = 0.3857 \pm 0.0368$ $\tau_1 = 1.4694 \pm 0.0732$ [s] $B = 0.7265 \pm 0.0187$ $\tau_2 = 7.1826 \pm 0.1000$ [s]
	Adj. R-square	$R = 0.9908$	$R = 0.9955$	$R = 0.9985$
0.5921	Parámetros	$a = -0.0934 \pm 0.0046$ $b = 0.4924 \pm 0.0081$	$A = 0.2740 \pm 0.0019$ $\tau = -1.2859 \pm 0.0072$ [s]	$A = 1.1853 \pm 0.0084$ $\tau_1 = 90.1470 \pm 0.0186$ [s] $B = -0.0332 \pm 0.0127$ $\tau_2 = 18.4114 \pm 0.3389$ [s]
	Adj. R-square	$R = 0.9936$	$R = 0.9885$	$R = 0.9997$

Claramente frente al aumento de potencia, el ajuste a una exponencial doble persistió, como

el de mejor bondad respecto a los datos experimentales. Debido a este hecho, el modelo basado en la existencia de dos rejillas electrónicas en fase, permitiría caracterizar de manera más precisa el mecanismo de grabado a través de las constantes de tiempo rápida y lenta, las cuales toman mayor importancia en estrategias de compensación para *Selenitas* sin dopar, como es el caso del BGO (Jerez et al., 2011). Aunque, la respuesta electro-óptica del material que se usó es bastante limitada, la conservación de las propiedades espaciales almacenadas en el haz difractado, confirma que con un medio de mejores características y una técnica de fijado permanente como la propuesta por V.A. Jérez et al. (Jerez et al., 2009) sería posible implementar una memoria holográfica basada en estados de momento angular orbital. Además, que su operación le permitiría funcionar como un generador de modos espaciales MAO.

Considerando la ventana temporal en el proceso de borrado de una rejilla holográfica dentro del *PhRC*, fue posible observar un efecto particular en el grabado. Cuando un haz MAO con carga topológica entera  $+l$  es almacenado dentro del medio fotorrefractivo, su lectura se corresponde con la distribución de intensidad mostrada en la Figura 38. Si inmediatamente después del primer grabado, es almacenado un haz con singularidad  $-l$ , es posible recuperar la transición entre el estado anterior y el nuevo. Esta transición produce una distribución de intensidad igual a la correspondiente a una superposición de dos singularidades  $l_a$  &  $-l_b$  (ver Figura 44). Allí, se pudo observar la transición temporal de la superposición en  $t_1$  hasta el borrado total del primer estado a  $t_3$ , como lo muestra la Figura 50.



*Figura 50.* Distribución de intensidad recuperada del *PhRC* después de la superposición de dos haces MAO con  $l_1 = 3$  y  $l_2 = -3$  sobre el fotorrefractivo ( $t_1 < t_2 < t_3$ ). Observe la transición temporal desde la superposición de dos singularidades a  $t_1$  hasta el borrado total de la primera a  $t_3$ .

Desde esta perspectiva, el haz difractado  $\vec{U}_D$  posee una componente de fase variando en el tiempo como se muestra en la ecuación 96. Por esta razón, se consideró la ecuación 51 donde la dependencia entre la modulación del índice de refracción  $\Delta n$  y la eficiencia en difracción  $\eta$  puede escribirse como  $\Delta n \propto \eta^{\frac{1}{2}}$ , de manera que la fase resultante en el haz difractado podría describirse como se sigue:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \alpha(t)e^{-j l_0 \phi(x, y)} + \beta(t)e^{-j l_N \phi(x, y)} \quad (96)$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sqrt{\frac{\eta}{\eta_0}} \left( A_f e^{-\frac{t}{\tau_f}} + A_s e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right) e^{-j l_0 \phi(x, y)} + \sqrt{\frac{\eta'}{\eta'_0}} \left( A'_f e^{-\frac{t-t_0}{\tau'_f}} + A'_s e^{-\frac{t-t_0}{\tau'_s}} \right) e^{-j l_N \phi(x, y)} \quad (97)$$

$$\vec{U}_D(\vec{r}, t) = \vec{U}_g \Phi(\vec{r}, t) \quad (98)$$

donde  $\Phi(\vec{r}, t)$  corresponde a la distribución de fase del haz recuperado del *PhRC*,  $\vec{U}_g$  un haz gaussiano,  $l_O$  la singularidad asociada al primer registro,  $l_N$  la carga topológica del estado en proceso de grabado.  $\alpha(t)$  y  $\beta(t)$  son los pesos de cada rejilla, variando en el tiempo asociadas a las curvas de borrado extraídas en 4. Por lo tanto, es posible inferir que el estado transitorio del proceso de registro afecta directamente la pureza del vórtice óptico que está siendo generado por el haz del lectura difractando en el *PhRC*. Además, es importante resaltar que la superposición de dos singularidades no solamente puede generarse cuando *WB* porta la superposición, si no también controlando el tiempo de exposición de las cargas topológicas a superponer, es decir que la superposición puede producirse a la altura del holograma escrito sobre al SLM, sino que también es posible hacerlo sobre el cristal PhRC, ampliando las posibilidades de la técnica propuesta.

#### **4.2. Haz de lectura portando Momento Angular Orbital entero**

El esquema experimental presentado en la Figura 33, se modificó para controlar el intervalo de iluminación del haz de referencia y habilitar el proceso de lectura con el haz que porta Momento Angular Orbital. El holograma almacenado en el *PhRC* por la interferencia de los haces *RB* y *WB*, se recuperó iluminando con el haz llamado ahora *WRB* y obstruyendo *RB* con el obturador *SH*. El haz difractado es focalizado y ajustado por la lente *L2*, a la dimensión transversal de la cámara *CMOS* en  $f_2$  como se muestra en la Figura 51. Además, de acuerdo a la necesidad, se adicionó una abertura triangular equilátera *TA* para evaluar el patrón de difracción de Fraunhofer.

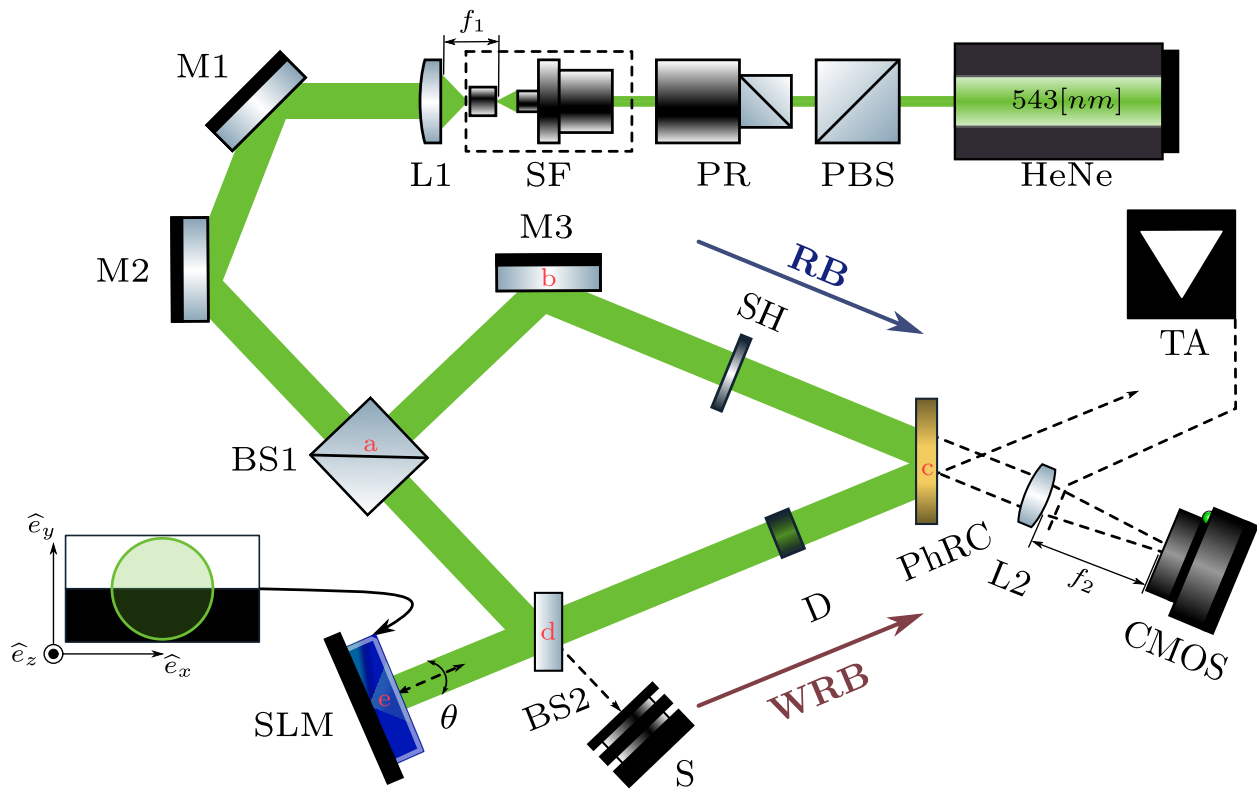


Figura 51. Esquema experimental para el almacenamiento holográfico de un haz con MAO. Modificado para usar *WRB* como haz de lectura. Note que el haz de lectura ahora posee un índice acimutal  $l$ .

Con el fin de estudiar las características del haz difractado iluminando con *WRB*, en primera instancia, se usó un haz de lectura con carga topológica  $l = 0$ . Las distribuciones de intensidad recuperadas del *PhRC* se presentan en la Figura 52. Allí, se verificó la conservación del estado MAO, ya que se observó que la singularidad en cada imagen de intensidad se adaptó a las características propias de las distribuciones anulares de un haz con índice acimutal  $l$  presentadas en la Figura 35, y previamente se mostró a través de los FDPs por una abertura triangular equilátera la conservación de la fase. En este caso  $D$  fue siempre constante, por esta razón, los vórtices recuperados estaban incluidos en un área circular de luz. Adicionalmente, se confirmó la posibilidad de recuperar la información holográfica registrada usando cualquiera de los haces involucrados en el registro.

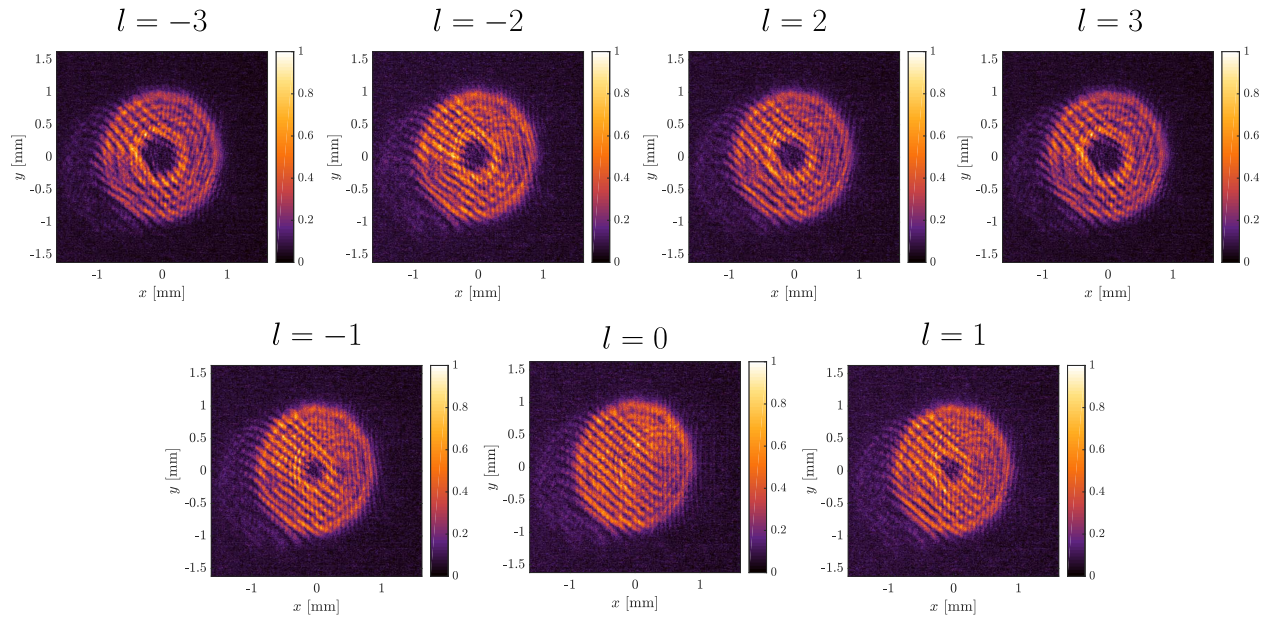


Figura 52. Distribuciones de intensidad recuperadas por WRB con un índice acimutal  $l_r = 0$ , para los interferogramas con carga topológica  $l_w = l_i$  registrado en el PhRC;  $l_i \in [-3, 3]$ .

La morfología de los haces difractados, mostró nuevamente lo que se describió en la sección anterior como una copia trasladada del holograma almacenado. Allí, se mostró la existencia de al menos dos rejillas holográficas en fase para un solo registro. Además, alternó a este fenómeno, las vibraciones mecánicas del sistema pueden ser más evidentes en este experimento, ya que la combinación de estas dos fuentes de ruido espacial, pueden desembocar en una disminución de la calidad de la difracción no solo en forma, sino en eficiencia. Sin embargo, la conservación de la fase es indudablemente el factor que se impone. Es importante notar, que las franjas de interferencia que aparecen al rededor del vórtice óptico recuperado, coinciden con la superposición que se genera con la copia trasladada. Aunque, esta investigación, ha argumentado las posibles fuentes de

estos errores, posteriores trabajos pueden ahondar en este tema para corregirlo o evitarlo.

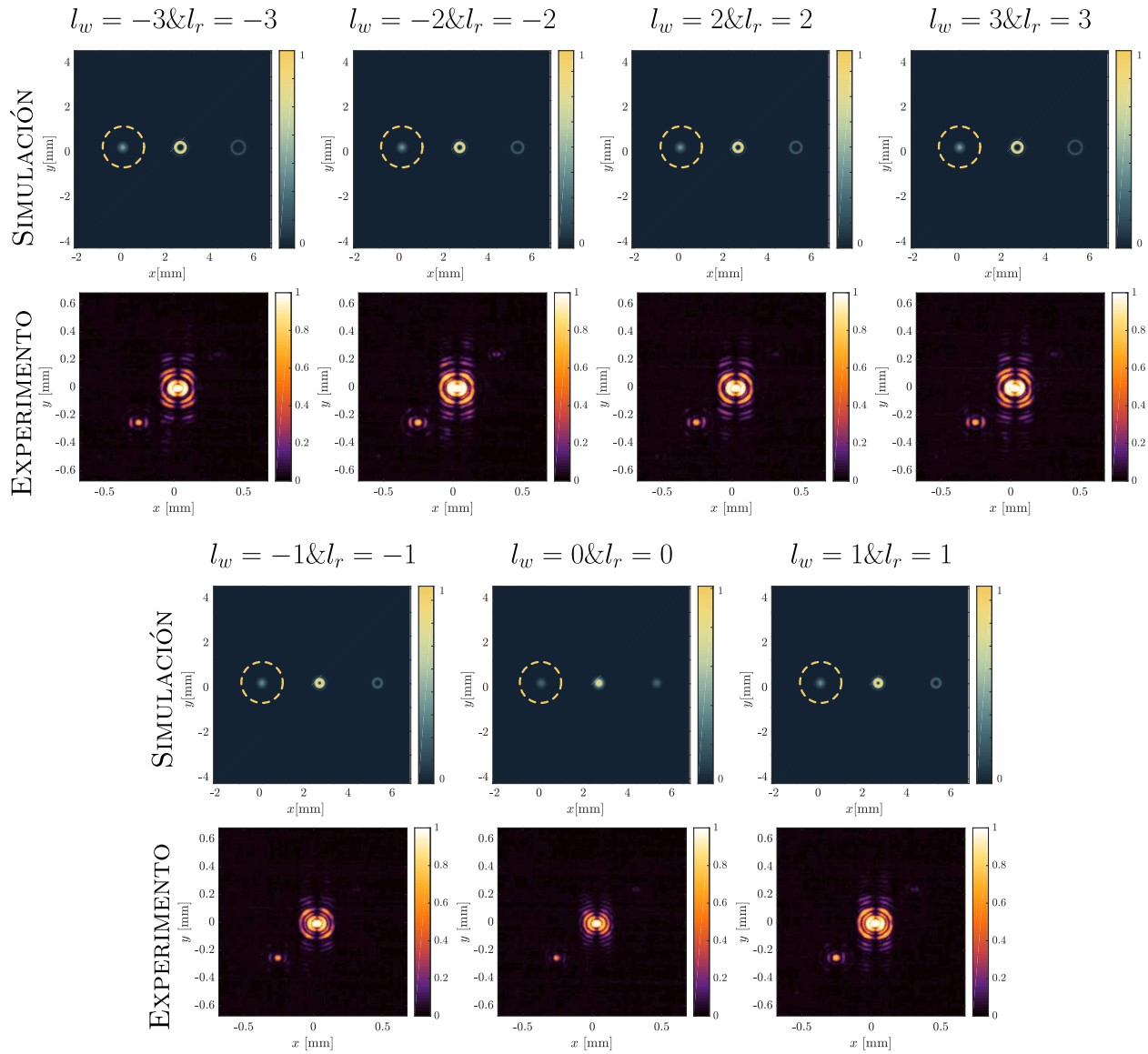


Figura 53. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por WRB con un índice acimutal  $l_r = l_w$ , para interferogramas con carga topológica  $l_w = l_i$  registrados en el PhRC;  $l_i \in [-3, 3]$ .

Seguidamente, la Figura 53 muestra los patrones de difracción de Fraunhofer para los haces difractados cuando el índice acimutal del haz de lectura  $l_r$ , es igual a la carga topológica del estado

con MAO  $l_w$  almacenado. Allí se observó, la conversión del modo incidente a un haz gaussiano, tanto en el experimento como en la simulación. Así, el modelo numérico permitió evidenciar la existencia de tres ordenes de difracción. El primero,  $|\vec{U}_0|^2$  que corresponde al orden cero y coincide con el modo espacial incidente,  $|\vec{U}_1|^2$  siendo el orden  $+1$  que reconstruye un haz gaussiano y  $|\vec{U}_{-1}|^2$  asociado al orden  $-1$ . Las imágenes experimentales corresponden al primer orden de difracción, ya que es el que se reconstruye naturalmente en la salida opuesta al haz incidente (ver Figura 51).

Por otro lado, cuando la carga topológica del haz de lectura  $l_r$  difiere del índice acimutal almacenado  $l_w$ , el haz difractado es completamente diferente. En este caso, el FDP posee una distribución de intensidad en forma de anillo debido a la diferencia de fase entre  $l_r$  y  $l_w$ , como se pone en evidencia en la Figura 54. La simulación y el experimento se corresponden, mostrando como el incremento de  $l_w - l_r$  resulta en un incremento radial del anillo difractado.

Sin embargo, para verificar la diferencia de fase de la onda recuperada, se incluyó al *setup* la abertura triangular equilátera  $AT$  para evaluar el FDP asociado. El patrón de difracción de Fraunhofer mostró la correspondencia en magnitud y signo a la fase resultante de la diferencia  $l_w - l_r$ , como lo evidencia la Figura 55. De esta forma, al registrar  $l_w = 3$  y leer con  $l_r = 2$ , se observa un patrón de difracción asociado al patrón de puntos de un haz con MAO  $l = 1$ . Por otro lado, si se almacena  $l_w = -3$  y se recupera con  $l_r = -2$  se extrae un patrón de difracción como el de referencia para MAO  $l = -1$  (ver Figura 36). Aunque las imágenes de difracción no son exactas, el cambio de signo es inequívoco, lo que confirmó nuestro argumento. Además, hay que considerar la pureza

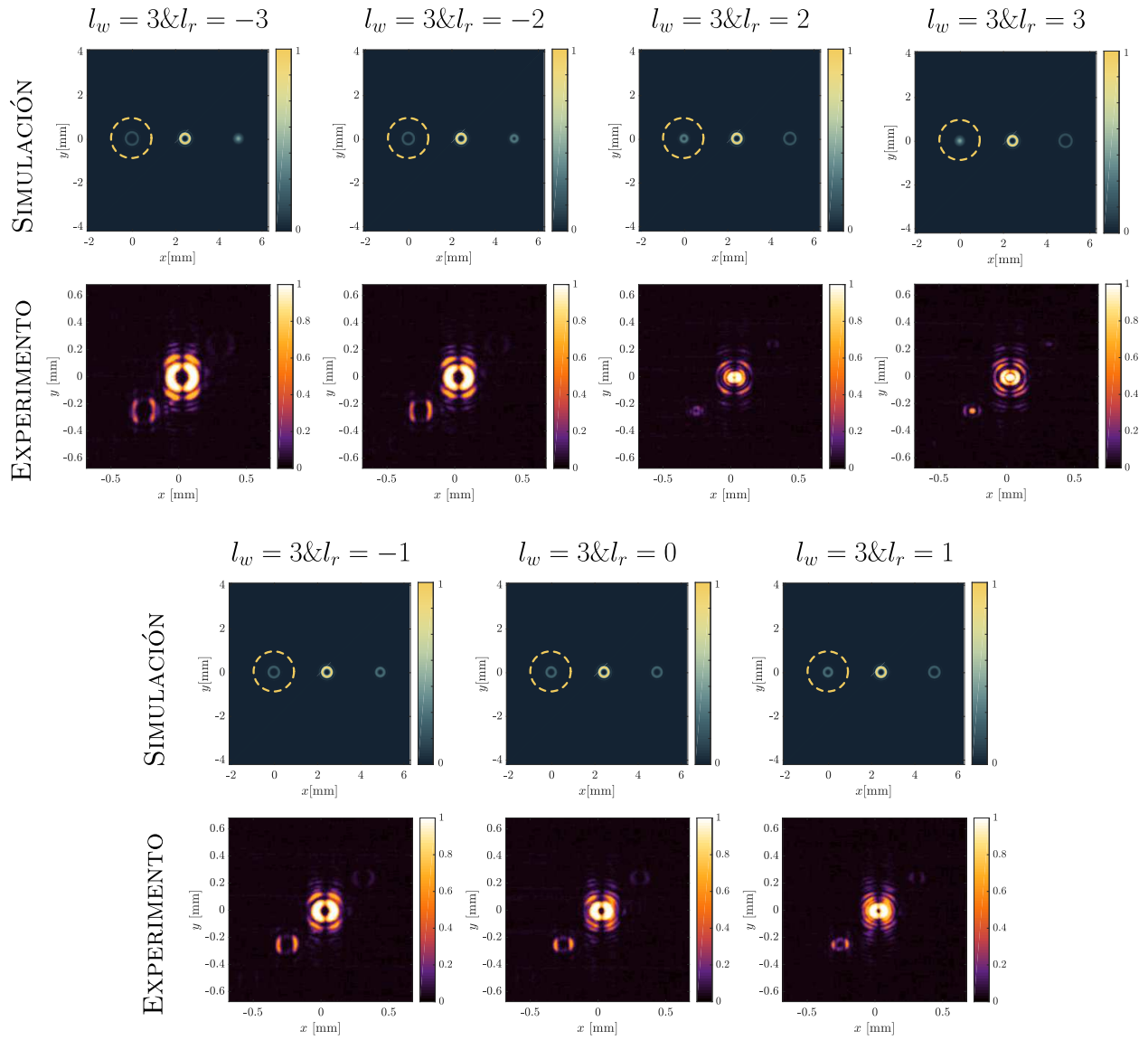
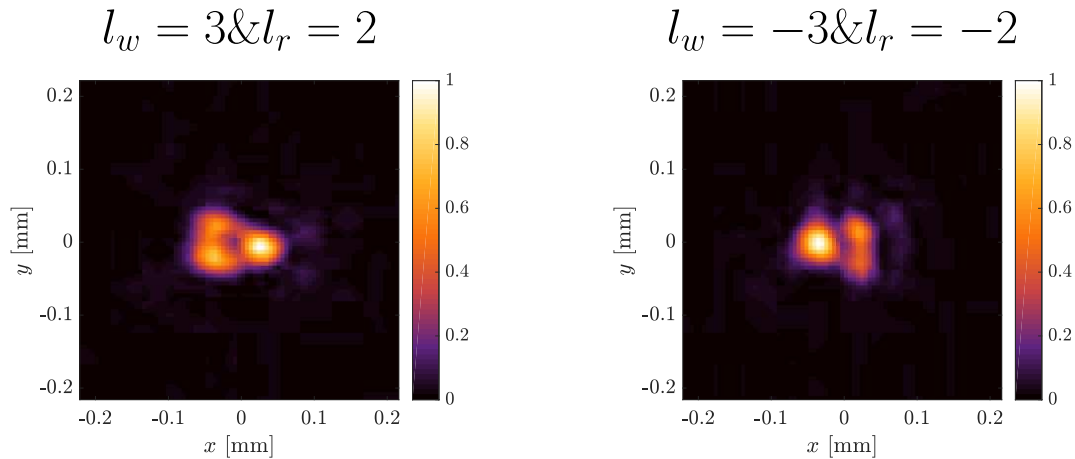


Figura 54. Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por WRB con un índice acimutal  $l_r = l_i$ , para el interferograma con carga topológica  $l_w = 3$  registrado en el PhRC;  $l_i \in [-3, 3]$ .

del haz que difracta como una de las razones de la discrepancia de las Figuras experimentales.

Las imágenes experimentales de la Figura 54, han mostrado de manera intuitiva un mecanismo



*Figura 55.* Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por WRB con un índice acimutal  $l_r = l_w - 1$ , para interferogramas con carga topológica  $l_w$  registrados en el PhRC. Difracción a través de una apertura triangular equilátera.

para la identificación de estados MAO, basado en la difracción a través de un cristal fotorrefractivo. Por esta razón, se cuantificó sobre los FDPs la potencia normalizada sobre el área central del lóbulo principal del haz gaussiano difractado, cuando  $l_w$  coincide con  $l_r$ . Así, si este haz difractado se acopla a una fibra monomodo *SMF-28*, del inglés Single Mode Fiber, se gana sensibilidad debido a que la faceta de la fibra actúa como filtro espacial y solo propaga el modo fundamental. En este caso, sobre los FDPs se aplica una máscara que emula la faceta de la fibra *SMF-28* con un diámetro de  $8[\mu\text{m}]$ , integrando la intensidad sobre los píxeles de interés. Por tanto, las medidas experimentales se resumieron en la Figura 56. Allí, es posible observar que este parámetro disminuye a medida que se aleja del índice acimutal almacenado. De esta, forma, en los casos de no correspondencia en las cargas topológicas, se espera una disminución en  $P(l)$  que disminuya el crosstalk.

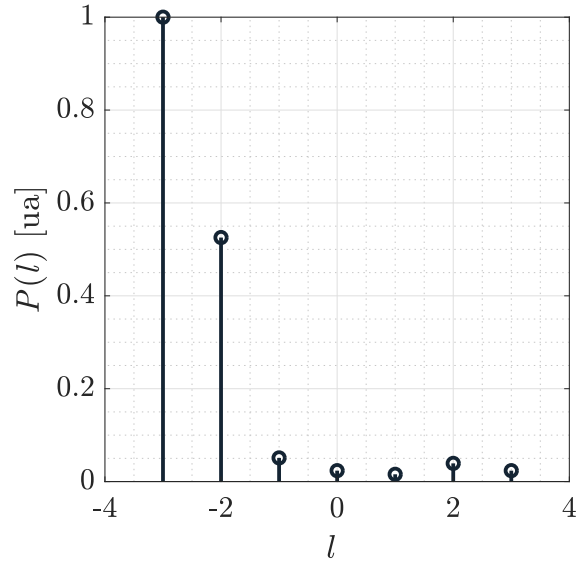


Figura 56. Potencia normalizada difractada por  $WRB$  con un índice acimutal  $l_r = l_i$ , para el interferograma con carga topológica  $l_w = -3$  registrado en el  $PhRC$ ;  $l_i \in [-3, 3]$ . Considere que se emula la entrada de una fibra óptica monomodo, que actúa como filtro espacial.

#### 4.3. Multiplexado angular de estados con Momento Angular Orbital Entero

Considerando el resultado presentado en la Figura 56 y basados en la técnica de multiplexado angular sobre el plano discutida en (Mok, 1993), se incluye un tercer divisor de haz  $BS3$ , para crear  $RB_1$  y  $RB_2$  como dos haces de referencia a diferentes posiciones angulares ( $21.84^\circ - 18.43^\circ$ ). En primera instancia, se consideró que los obturadores incluidos en el montaje permanecen normalmente cerrados (ver Figura 57). Así, en el registro inicial, los obturadores  $SH_1$  y  $SH$  se habilitan para que los haces  $RB_1$  y  $WB$  permitan el almacenamiento del primer holograma. Posteriormente, se abren los obturadores  $SH_2$  y  $SH$ , y se cierra el obturador  $SH_1$  para el segundo grabado con los haces  $RB_2$  y  $WB$ . De acuerdo a esto, en cada caso el haz  $WB$  portaba MAO con carga topológica entera diferente. Seguido al registro, se realizó la lectura de los estados almacenados de manera

secuencial habilitando el obturador  $SH_1$  y  $SH_2$  respectivamente. Esto motivó, la inclusión de una abertura triangular equilátera para comprobar que la componente de fase acimutal se conserva para la multiplexación usando como referencia los FDPs mostrados en la Figura 36. De esta forma, para la prueba de principio se registra  $l_w = -2@RB_1$  y  $l_w = 2@RB_2$ , para ser recuperado con el haz de referencia asociado. En cada caso se encontró la correspondencia de los patrones de difracción de Fraunhofer reconstruidos del *PhRC*, a los asociados a un haz que porta Momento Angular Orbital Entero  $l = \pm 2$ . Las imágenes experimentales se presentan en la Figura 58.

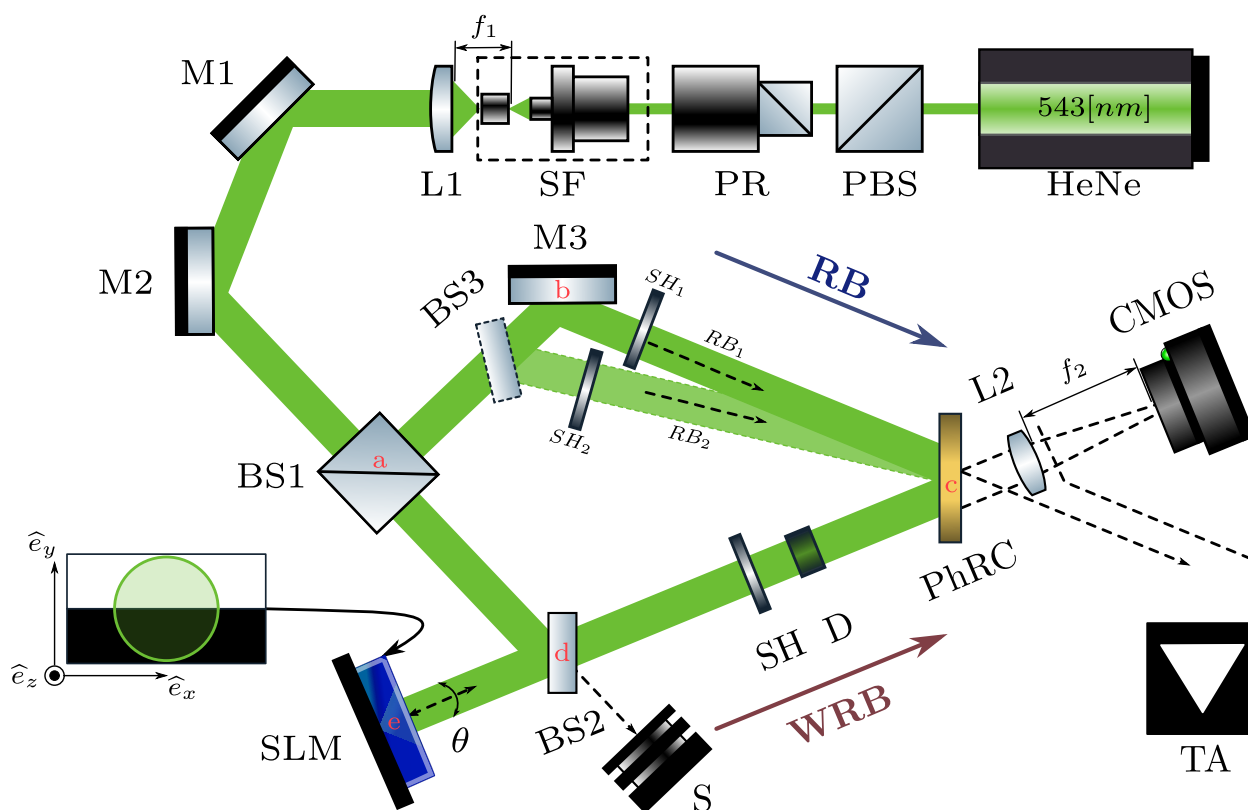
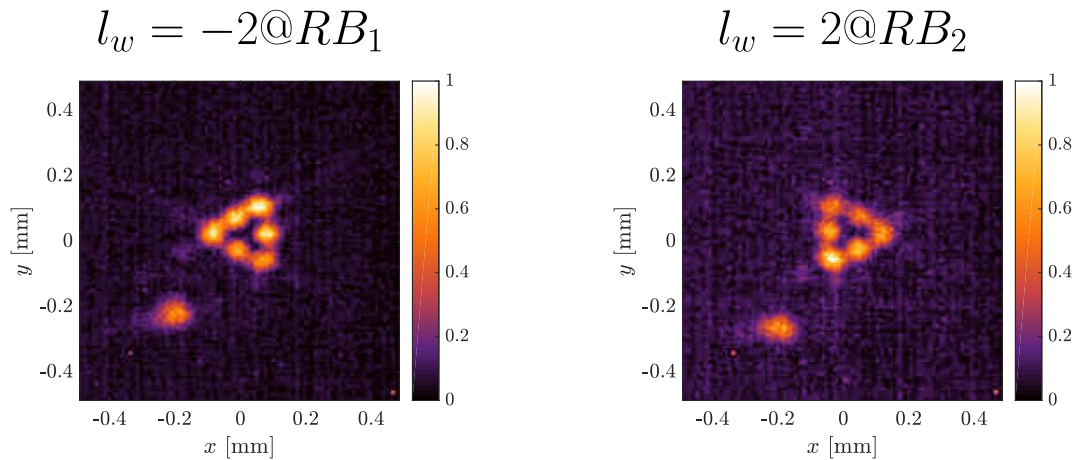


Figura 57. Esquema experimental para el almacenamiento holográfico de estados MAO con carga topológica  $l_\theta$ , usando multiplexación angular en el mismo plano, del inglés *in-plane*.

De manera contundente los FDPs de la Figura 58 comprueban que cada estado MAO mul-

tiplexado conserva la estructura de fase. Por esta razón, al realizar la lectura con *WRB* portando MAO  $l_r = \pm 2$  sobre los hologramas con índice acimutal  $l_w = \pm 2$  almacenados, se obtienen las imágenes de difracción presentadas en la Figura 59. Allí se puede observar, que cuando la carga topológica del estado incidente coincide con la almacenada, se difracta la reconstrucción de la onda plana a la posición angular usada en el registro. En el caso de no coincidencia, se difracta una fase complementaria asociada a la diferencia de la carga topológica incidente y la almacenada, como lo muestra la Figura 55.



*Figura 58.* Patrones de difracción de Fraunhofer (FDP) recuperados por *RB1* y *RB2*, para interferogramas con carga topológica  $l_w$  registrados a  $\theta_{RB_1}$  y  $\theta_{RB_2}$  en el *PhRC*. Difracción a través de una apertura triangular equilátera.

Concretamente en el caso del estado incidente  $|2\rangle$ , la onda plana se difracta al detector asociado en el registro, mientras al receptor complementario difracta un semi-anillo cuya fase es diferente de cero y está definida por la diferencia  $|2\rangle - |-2\rangle = |4\rangle$ . Por otro lado, cuando el haz incidente corresponde  $|-2\rangle$  se intercambian las salidas. Este hecho, sin lugar a duda confirma la operación del demultiplexor propuesto. Hay que agregar que los *FDPs* presentados en la Figura 59

están normalizados en intensidad, sin embargo se sabe, que la intensidad de la onda plana supera la del haz complementario.

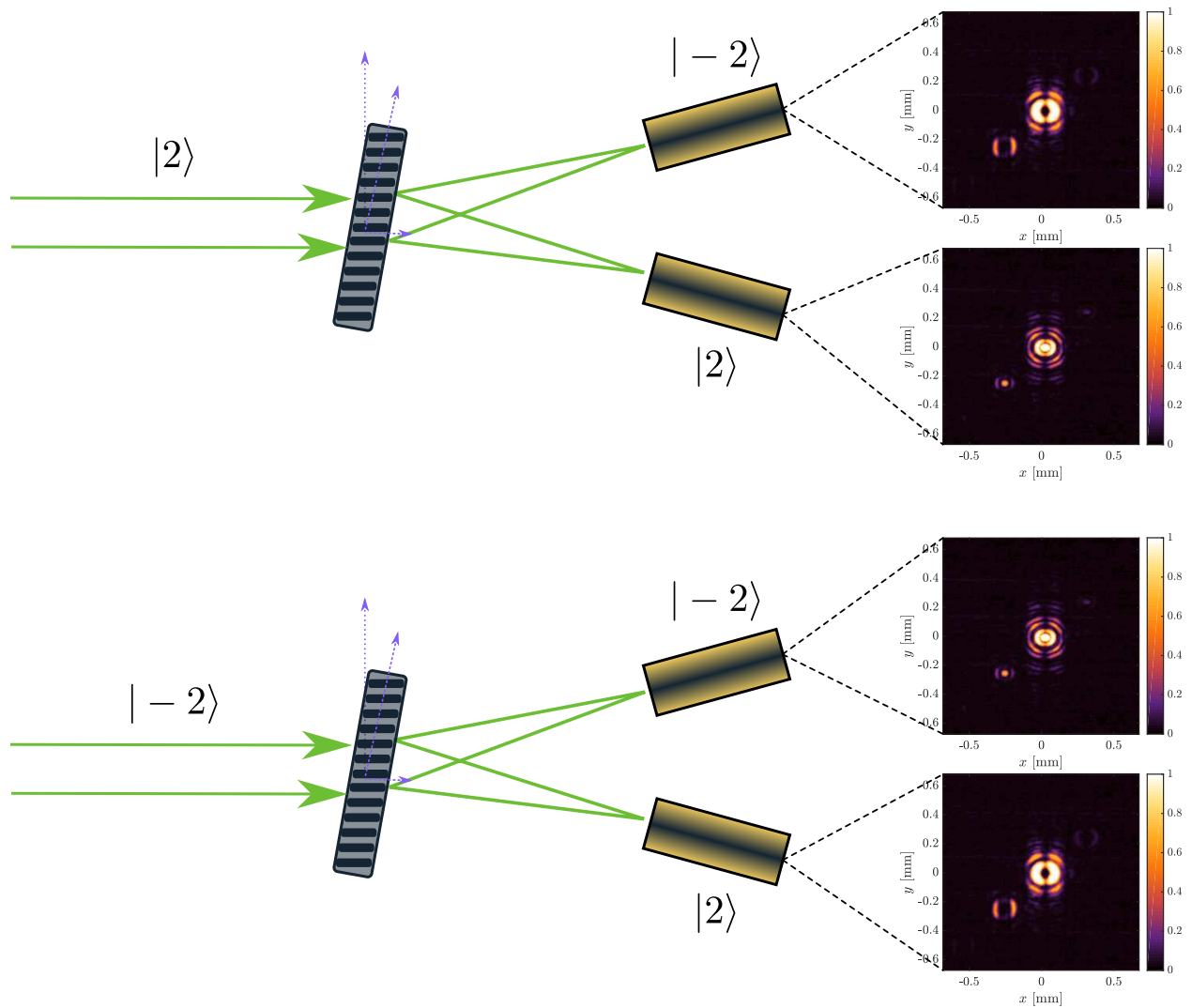


Figura 59. Diagrama de un Demux-Holográfico de Volumen basado en dos estados de momento angular orbital con índice acimutal  $|-2\rangle$  y  $|2\rangle$ .

Para generalizar las propiedades de difracción del Demux basado en estados de Momento Angular Orbital, se describieron aspectos discutidos en (Shimizu et al., 2017; Wakayama et al.,

2013; Aoki et al., 2013). De esta forma, se considera que durante el proceso de grabado, cada estado MAO con índice acimutal  $l$  se genera secuencialmente a través un *SLM*, modulando el haz señal  $WB_s (s = 1, 2, \dots, S)$ , el cual incide sobre el *PhRC* (Ver Figura 10). De acuerdo a esto, en el  $s$ -ésimo registro el haz señal  $\vec{U}_{W_s}$  y el haz de referencia  $\vec{U}_{R_s}$  se pueden expresar como sigue,

$$\vec{U}_{W_s} = A_s(\vec{r})e^{j[kz + \varphi_s(\vec{r})]}, \quad (99)$$

$$\vec{U}_{R_s} = A_r(\vec{r})e^{j[k(x \sin(\theta_s) + z \cos(\theta_s))]}, \quad (100)$$

donde  $A_s(\vec{r})$  y  $A_r(\vec{r})$  son las amplitudes,  $\theta_s$  en el ángulo de incidencia,  $\varphi_s(\vec{r}) = l\phi(x, y)$  es la distribución espacial de fase del vórtice óptico, y  $k$  es el numero de onda en el medio holográfico. Considerando que en el Demux el haz señal es usado para leer los hologramas, la amplitud compleja de la transmitancia  $T$  para el demultiplexor de modos espaciales se denota por,

$$T = \sum_{s=1}^S A_r(\vec{r})A_s^*(\vec{r})e^{j[-\varphi_s(\vec{r}) + kx \sin(\theta_s) + kz(\cos(\theta_s) - 1)]}, \quad (101)$$

Donde  $A^*$  denota la amplitud compleja conjugada de  $A$ . Consecuentemente, durante el proceso de demultiplexación el haz *MDM*, donde los modos espaciales con MAO correspondientes al haz señal son multiplexados se puede describir a través de,

$$\vec{U}_M = \sum_{m=1}^S a_m(t)A_m(\vec{r})e^{j[kz + \varphi_m(\vec{r})]}, \quad (102)$$

donde  $a_m(t)$  es la señal de series de tiempo. Luego, partiendo de la eficiencia en difracción descrita en 95 y el haz modulado incidente sobre los hologramas de volumen multiplexados angularmente, las componentes espaciales difractadas se definen por,

$$\vec{U}_D = \eta(t) \int_0^L T \vec{U}_M dz \quad (103)$$

$$= \eta(t) \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^S \int_0^L a_m(t) A_r(\vec{r}) A_s^*(\vec{r}) A_m(\vec{r}) e^{j[(\varphi_m(\vec{r}) - \varphi_s(\vec{r})) + k(x \sin(\theta_s) + z \cos(\theta_s))]} dz, \quad (104)$$

siendo  $L$  el espesor del medio fotorrefractivo y  $\eta$  la eficiencia en difracción. Cuando  $s = m$ , cada componente espacial es convertida a un haz cuya distribución espacial de fase es cero y difracta a la posición angular  $\theta_s$ . Por otro lado, cuando  $s \neq m$  cada componente espacial es tenuemente difractada como una distribución de fase diferente de cero proporcional a  $(l_m - l_s)\phi(x, y)$ . Por lo tanto el haz difractado en la dirección en que  $l_m$  coincide con  $l_s$  se presenta como

$$\vec{U}_D = \eta(t) \sum_{m=1}^S a_m(t) \int_0^L |A_m(\vec{r})|^2 A_r(\vec{r}) e^{j[kx \sin(\theta_s) + kz(\cos(\theta_s))]} dz. \quad (105)$$

Como resultado, cada estado MAO con carga topológica  $l$  en el haz  $MDM$ , difracta a los ángulos  $\theta_s$  que usó previamente el haz de referencia para el registro del modo bajo detección. Además acoplado a una fibra mono-modo,  $\vec{U}_D$  puede excitar el modo fundamental para cuantificar la intensidad difractada. Así, este prototipo puede ofrecer una herramienta de alta precisión para demultiplexar datos en esquemas de comunicaciones basadas en Momento Angular Orbital, usando las características de coincidencia de fase de los hologramas de volumen.

## 5. Productos Asociados

Los resultados asociados al trabajo de investigación, han sido presentados y publicados en diferentes espacios de divulgación científica,

- J. H. Mendoza-Castro, C. F. Díaz, C. H. Acevedo, Y. Torres, and J. G. Barrero, "Data decoding of integer orbital angular momentum beams based in straight edge diffraction nanometric film", *DYNA*, Vol. 86, No. 209, pp. 170 - 179, 2019.
- P. A. López Higuera, Z. P. Reyes Quijano, A. M. Guzmán, Y. Torres, and J. H. Mendoza-Castro, "Diffracted optical vortices by an angular aperture", *Optical Trapping and Optical Micromanipulation XIV, Proceeding Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 10347, 103472S, 2017.

Conferencias,

- J. H. Mendoza-Castro, V. A. Jerez, Y. Torres, and E. Aguilera, *Holographic Data Storage based Orbital Angular Momentum*, Frontiers in Optics/Laser Science Conference (FiO/LS), Marriott Wardman Park, Washington, District of Columbia, USA, Septiembre 2019 (Aceptado).
- J. H. Mendoza-Castro, V. A. Jerez, Y. Torres, and E. Aguilera, *Orbital Angular Momentum Detection Based on a Volume Holographic Optical Element*, X Iberoamerican Optics Meeting / XIII Latinamerican Meeting on Optics, Lasers and Applications/Mexican Optics and Photonics Meeting, Cancún, Mexico; Septiembre 2019 (Aceptado).

- J. H. Mendoza-Castro, V. A. Jerez, Y. Torres, and E. Aguilera, *OAM Mode Demultiplexing Technique Using Angular Multiplexed Volume Holograms in a Photorefractive Crystal*, The São Paulo School of Advanced Science on Frontiers in Lasers and their Applications, which was held together with the 16th edition of the Swieca School on Non-Linear and Quantum Optics, Sao Paulo, Brasil; Julio 2018.
- J. H. Mendoza-Castro, P. A. López Higuera, Z. P. Reyes Quijano, and Y. Torres, *Only phase modulation of LCOS liquid crystal microdisplay*, ENO-CANCOA 2017, XV Encuentro Nacional de Óptica, VI Conferencia Andina y Del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, Bucaramanga, Colombia; Noviembre 2017.
- P. A. López Higuera, J. H. Mendoza-Castro, Z. P. Reyes Quijano, and Y. Torres, *Angular modes generation for spatial encoding information*, ENO-CANCOA 2017, XV Encuentro Nacional de Óptica, VI Conferencia Andina y Del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, Bucaramanga, Colombia; Noviembre 2017.
- Z. P. Reyes Quijano, P. A. López Higuera, A. M. Guzmán, J. H. Mendoza-Castro, and Y. Torres, *Angular diffraction of beams with orbital angular momentum*, ENO-CANCOA 2017, XV Encuentro Nacional de Óptica, VI Conferencia Andina y Del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, Bucaramanga, Colombia; Noviembre 2017.
- P. A. López Higuera, Z. P. Reyes Quijano, A. M. Guzmán, Y. Torres, and J. H. Mendoza-Castro, *Diffraction of optical vortices by an angular aperture*, SPIE. OPTICS + PHOTONICS 2017, San Diego, California USA; Agosto 2017.

- P. A. López Higuera, Z. P. Reyes Quijano, A. M. Guzmán, Y. Torres, and J. H. Mendoza-Castro, *Far field diffraction of optical vortices by a straight edge (Invited Paper) & Straight edge diffraction of OAM waves*, III International Conference on Applications in Optics and Photonics (AOP 2017), Faro, Portugal; Mayo 2017.

## 6. Conclusiones

Se combinaron las propiedades de almacenamiento holográfico de un cristal fotorrefractivo, con la propiedad espacial de haces que portan Momento Angular Orbital, para registrar estados con índice acimutal  $\pm l$ ,  $\pm l_a \& \mp l_b$  y  $\pm l_a \& \pm l_b$ . Lo cual implica una prueba de principio para el almacenamiento holográfico de datos codificados en estados MAO. Además, se constató que los trayectos de los haces de escritura y de lectura sobre el cristal pueden ser diferentes sí la longitud de coherencia de la fuente láser es suficientemente larga para compensar esta diferencia. Esto compromete que la reproducibilidad del experimento propuesto y desarrollado, no estará limitada por la disposición de los elementos, siempre y cuando las condiciones de coherencia y polarización al menos estén garantizadas,

Para este fin, el control del haz de escritura requirió una caracterización global y local de la respuesta en fase del modular espacial de luz, con el fin de calibrarla a una curva lineal en el rango de  $[0, > 2\pi]$ . Esto se logró, utilizando los interferómetros de Young y de Mach Zehnder (MZ). En el primer caso se observó una respuesta estable  $[0, > 3\pi]$ , aunque considerando una modulación espacial uniforme sobre la totalidad del panel. Por otro lado el interferómetro MZ, evidenció un comportamiento sensible a vibraciones, que introducían ruido en los primeros niveles de modulación, sin embargo, arrojó medidas más precisas que consideraban secciones de la totalidad del área transversal. Frente a lo cual, se propone que una combinación de las dos técnicas, interferómetros de Young y MZ, o la supresión directa de vibraciones, puede derivar en una medida espacial de

fase más robusta. Además, se confirmó su papel clave en la implementación de un prototipo de memoria holográfica basada en MAO.

De manera subsecuente, se almacenaron holográficamente estados con MAO entero definido y se probó la conservación del frente de fase, verificado a través del patrón de difracción Fraunhofer por una apertura triangular equilátera, o también por la novedosa técnica propuesta aquí de utilizar la difracción por un borde recto de una película delgada, demostrando correspondencia entre los resultados, numéricos y experimentales. Además, los haces recuperados del medio holográfico permitieron producir experimentalmente estados MAO con singularidad  $l$  de  $[-10, 10]$  que exhiben una pureza superior a los 4 [dB], una excentricidad menor a 0.2 y una evolución radial de la distribución de intensidad anular respecto al índice acimutal, proporcional a  $w\sqrt{\frac{l}{2}}$  con una bondad de ajuste superior al 93%. Hecho que encaja perfectamente en las características de un vórtice óptico que se propaga en el espacio libre. Lo que sitúa esta metodología como viable para generar estados de momento angular orbital.

La evidencia experimental, demostró que el número de pétalos en las dos distribuciones de intensidad, corresponde a la diferencia entre sus cargas topológicas. En otras palabras  $\#_{aspas} = l_a - l_b \iff l_a > l_b$ , si  $l_a > 0, l_b > 0$ , los pétalos muestran una dirección de orientación en el sentido de las agujas del reloj, en caso contrario,  $l_a < 0, l_b < 0$ , tendrán una orientación en el sentido anti-horario. Lo que amplía la variedad de estados que se pueden registrar sobre el elemento fotorrefractivo, sin perder de vista, la potencia de estas distribuciones de campo ortogonales.

Se observó que existen dos rejillas electrónicas en fase debidas a la existencia de al menos dos diferentes centros foto-activos dentro de la brecha energética entre la banda de valencia y conducción, que son proporcionales a la eficiencia en difracción del holograma en cuestión, explicando en primera instancia la aparición de ruido sobre las figuras de difracción. Además, se encontró que existe una relación directa entre la carga topológica y las constantes de tiempo  $\tau_f$  y  $\tau_s$  asociadas a las rejillas electrónicas que coexisten luego del grabado. Así mismo, se comprobó la relación inversa de la intensidad de los haces de grabado respecto al tiempo de vida de los hologramas y su estrecha correspondencia con el incremento de la eficiencia en difracción, con miras a la construcción del dispositivo decodificador.

Preliminarmente se demostró la posibilidad de superponer dos estados con MAO entero sobre el fotorrefractivo, que resultan en la generación de un haz que porta la superposición de dos índices acimutales  $+l$  &  $-l$ . Además, se demostró la transición de un estado inicial a uno final, donde la distribución de campo resultante tiene pesos asociados a cada singularidad de fase. Dado que estos pesos varían en el tiempo, significa que con el control adecuado del tiempo de exposición de cada registro, es posible producir una superposición de vórtices ópticos con diferente proporción, esto último adicional a la técnica clásica de superposición de vórtices a la altura del modulador espacial de luz.

Al satisfacer la coincidencia de Bragg, fue posible mostrar que cuando el índice acimutal del haz

de lectura  $l_r$  coincide con la carga topológica del estado registrado  $l_w$ , se recupera un frente de onda plano. De otra forma, si  $l_r \neq l_w$  el haz difractado posee una singularidad  $l_w - l_r$ . Resultando en que es posible identificar el estado almacenado, sin lugar a ambigüedades y probando la operación del *PhRC* como elemento de identificación.

Para dos ángulos de referencia independientes  $RB_1$  y  $RB_2$  fue posible registrar, y recuperar el estado de fase almacenado en la misma posición angular del haz de escritura. Lo que confirma que es posible seleccionar a voluntad un estado MAO almacenado. Por lo tanto, se demostró que es posible incrementar la capacidad de almacenamiento de una memoria holográfica basada en MAO habilitando diferentes haces de referencia. Además, partiendo de la condición angular de Bragg, los cálculos indican que es posible almacenar hasta 407 hologramas independientes con un *cross-talk* mínimo dentro de una apertura angular menor a los  $4^\circ$ .

Demostrado que se puede identificar el estado MAO almacenado, y se pueden multiplexar diferentes distribuciones de campo, es posible usar el elemento fotorrefractivo para decodificar señales en estados de fase con índice acimutal  $l$ , que junto con técnicas de fijado permanente es posible generalizar su operación para pensar en la implementación de un prototipo.

### Referencias Bibliográficas

*LETO Phase Only Spatial Light Modulator.*

*LETO Phase Only Spatial Light Modulators, Device Operating Instructions, SLM Application Software Instructions.*

Acevedo, C., Guzmán, A., Torres Moreno, Y., and Dogariu, A. (2016). Sagnac interferometer based generation of controllable cylindrical vector beams. *International Journal of Optics*, 2016.

Acevedo, C. H., Jérez, V. A., Diaz, C. F., Torres, Y., and Guzmán, Á. M. (2013). Recording a beam with integer angular orbital momentum into a photorefractive crystal BGO. In *Frontiers in Optics*, pages FW4D–6. Optical Society of America.

Ackermann, G. K. and Eichler, J. (2007). *Holography: a practical approach*. John Wiley & Sons.

Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R., and Woerdman, J. (1992). Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical Review A*, 45(11):8185.

Aoki, K., Okamoto, A., Wakayama, Y., Tomita, A., and Honma, S. (2013). Selective multimode excitation using volume holographic mode multiplexer. *Optics Letters*, 38(5):769–771.

Arfken, G. B. and Weber, H. J. (1999). *Mathematical methods for physicists*.

Arnon, S. (2015). *Visible Light Communication*. Cambridge University Press.

- Arnon, S., Barry, J., and Karagiannidis, G. (2012). *Advanced Optical Wireless Communication Systems*. Cambridge university press.
- Ashkin, A., Dziedzic, J. M., Bjorkholm, J., and Chu, S. (1986). Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters*, 11(5):288–290.
- Baquedano, J., Contreras, L., Diéguez, E., and Cabrera, J. (1989). Spectral dependence of photo-refractive erasure in  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ . *Journal of Applied Physics*, 66(11):5146–5150.
- Bazhenov, V. Y., Vasetsov, M., and Soskin, M. (1990). Laser beams with screw dislocations in their wavefronts. *Jetp Lett*, 52(8):429–431.
- Begley, D. L. (2002). Free-space laser communications: a historical perspective. In *The 15th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society*, volume 2, pages 391–392. IEEE.
- Beijersbergen, M., Coerwinkel, R., Kristensen, M., and Woerdman, J. (1994). Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate. *Optics Communications*, 112(5-6):321–327.
- Beijersbergen, M. W., Allen, L., Van der Veen, H., and Woerdman, J. (1993). Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Optics Communications*, 96(1-3):123–132.
- Berkhout, G. C., Lavery, M. P., Courtial, J., Beijersbergen, M. W., and Padgett, M. J. (2010). Efficient sorting of orbital angular momentum states of light. *Physical Review Letters*, 105(15):153601.

- Biener, G., Niv, A., Kleiner, V., and Hasman, E. (2002). Formation of helical beams by use of Pancharatnam–Berry phase optical elements. *Optics Letters*, 27(21):1875–1877.
- Bozinovic, N., Kristensen, P., and Ramachandran, S. (2011). Long-range fiber-transmission of photons with orbital angular momentum. In *CLEO: Science and Innovations*, page CTuB1. Optical Society of America.
- Bozinovic, N., Yue, Y., Ren, Y., Tur, M., Kristensen, P., Huang, H., Willner, A. E., and Ramachandran, S. (2013). Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers. *Science*, 340(6140):1545–1548.
- Burman, A., Garea, M., Lutenberg, A., and Quintián, F. P. (2011). Characterization and control of a microdisplay as a spatial light modulator. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 274, page 012102. IOP Publishing.
- Chen, M., Jiang, L., and Sha, W. (2018). Orbital angular momentum generation and detection by geometric-phase based metasurfaces. *Applied Sciences*, 8(3):362.
- Chen, R. H. (2011). *Liquid crystal displays: fundamental physics and technology*. John Wiley & Sons.
- Ciaramella, E., Arimoto, Y., Contestabile, G., Presi, M., D’errico, A., Guarino, V., and Matsumoto, M. (2009). 1.28-Tb/s (32 \ 40 Gb/s) Free-Space Optical WDM Transmission System. *IEEE Photonics Technology Letters*, 21(16):1121–1123.

- Coufal, H. J., Psaltis, D., Sincero, G. T., et al. (2000). *Holographic Data Storage*, volume 8. Springer.
- Courtial, J., Dholakia, K., Allen, L., and Padgett, M. (1997). Gaussian beams with very high orbital angular momentum. *Optics Communications*, 144(4-6):210–213.
- Curtis, J. E. and Grier, D. G. (2003). Structure of optical vortices. *Physical review letters*, 90(13):133901.
- Dijk, G. (2012). Intensity patterns generated with a spatial light modulator.
- Djordjevic, I. B. and Qu, Z. (2016). Coded orbital angular momentum modulation and multiplexing enabling ultra-high-speed free-space optical transmission. In *Optical Wireless Communications*, pages 363–385. Springer.
- Dos Santos, P. V., Carvalho, J. F., and Frejlich, J. (2007). Photochromism, bleaching and photorefractive recording in undoped  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystals in the visible and near infrared wavelength range. *Optical Materials*, 29(5):462–467.
- Eznaveh, Z. S., Zacarias, J. C. A., Lopez, J. E. A., Shi, K., Milione, G., Jung, Y., Thomsen, B. C., Richardson, D. J., Fontaine, N., Leon-Saval, S. G., et al. (2018). Photonic lantern broadband orbital angular momentum mode multiplexer. *Optics Express*, 26(23):30042–30051.
- Frejlich, J. (2007). *Photorefractive materials: fundamental concepts, holographic recording and materials characterization*. John Wiley & Sons.

Fürhapter, S., Jesacher, A., Bernet, S., and Ritsch-Martel, M. (2005). Spiral interferometry. *Optics Letters*, 30(15):1953–1955.

Gbur, G. J. (2016). *Singular optics*. Crc Press.

Ghassemlooy, Z., Arnon, S., Uysal, M., Xu, Z., and Cheng, J. (2015). Emerging optical wireless communications—advances and challenges. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 33(9):1738–1749.

Ghassemlooy, Z., Popoola, W., and Rajbhandari, S. (2012). *Optical wireless communications: system and channel modelling with Matlab®*. CRC press.

Ghassemlooy, Z., Popoola, W., and Rajbhandari, S. (2017). *Optical wireless communications: system and channel modelling with Matlab®*. CRC press.

Ghassemlooy, Z., Uysal, M., Khalighi, M., Ribeiro, V., Moll, F., Zvanovec, S., and Belmonte, A. (2016). An overview of optical wireless communications. In *Optical Wireless Communications*, pages 1–23. Springer.

Gibson, G., Courtial, J., Padgett, M. J., Vasnetsov, M., Pas?ko, V., Barnett, S. M., and Franke-Arnold, S. (2004). Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum. *Optics Express*, 12(22):5448–5456.

Goodman, J. (1996). *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering: Communications and Signal Processing. McGraw-Hill.

- Goodwin, F. E. (1970). A review of operational laser communication systems. *Proceedings of the IEEE*, 58(10):1746–1752.
- Gregg, P., Kristensen, P., and Ramachandran, S. (2016). 13.4 km OAM state propagation by recirculating fiber loop. *Optics Express*, 24(17):18938–18947.
- Grier, D. G. (2003). A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424(6950):810–816.
- Gruneisen, M. T., Black, J. P., Dymale, R. C., and Stoltenberg, K. E. (2015). Holography-based quantum projector in a state space of linear photon momentum. *New Journal of Physics*, 17(2):023059.
- Gruneisen, M. T., Dymale, R. C., Stoltenberg, K. E., and Steinhoff, N. (2011). Optical vortex discrimination with a transmission volume hologram. *New Journal of Physics*, 13(8):083030.
- Günter, P. and Huignard, J. P. (2007). *Photorefractive materials and their applications 2: materials*, volume 114. Springer.
- Harris, J., Grillo, V., Mafakheri, E., Gazzadi, G. C., Frabboni, S., Boyd, R. W., and Karimi, E. (2015). Structured quantum waves. *Nature Physics*, 11(8):629.
- He, H., Friese, M., Heckenberg, N., and Rubinsztein-Dunlop, H. (1995). Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity. *Physical Review Letters*, 75(5):826–829.
- Hecht, E. (2002). *Optics*. Pearson education. Addison-Wesley.

- Hickmann, J., Fonseca, E., Soares, W., and Chávez-Cerda, S. (2010). Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum. *Physical Review Letters*, 105(5):053904.
- Hill, P. M., Olshansky, R., and Burns, W. (1992). Optical polarization division multiplexing at 4 Gb/s. *IEEE Photonics Technology Letters*, 4(5):500–502.
- Holzmann, G. J. and Pehrson, B. (1995). *The early history of data networks*. IEEE Computer Society Press.
- Hoshizawa, T., Shimada, K.-i., Fujita, K., and Tada, Y. (2016). Practical angular-multiplexing holographic data storage system with 2 terabyte capacity and 1 gigabit transfer rate. *Japanese Journal of Applied Physics*, 55(9S):09SA06.
- Huang, H., Xie, G., Yan, Y., Ahmed, N., Ren, Y., Yue, Y., Rogawski, D., Willner, M. J., Erkmen, B. I., Birnbaum, K. M., et al. (2014). 100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength. *Optics Letters*, 39(2):197–200.
- Huignard, J., Herriau, J., Aubourg, P., and Spitz, E. (1979). Phase-conjugate wavefront generation via real-time holography in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals. *Optics Letters*, 4(1):21–23.
- Ingerslev, K., Gregg, P., Galili, M., Da Ros, F., Hu, H., Bao, F., Castaneda, M. A. U., Kristensen, P., Rubano, A., Marrucci, L., et al. (2018). 12 mode, WDM, MIMO-free orbital angular momentum transmission. *Optics Express*, 26(16):20225–20232.

- Ishio, H., Minowa, J., and Nosu, K. (1984). Review and status of wavelength-division-multiplexing technology and its application. *Journal of Lightwave Technology*, 2(4):448–463.
- Jack, B., Padgett, M., and Franke-Arnold, S. (2008). Angular diffraction. *New Journal of Physics*, 10(10):103013.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical electrodynamics*.
- Jerez, V., de Oliveira, I., and Frejlich, J. (2011). Optical recording mechanisms in undoped titanosillenite crystals. *Journal of Applied Physics*, 109(2):024901.
- Jerez, V. A., de Oliveira, I., and Frejlich, J. (2009). Fixed photorefractive holograms with maximum index-of-refraction modulation in LiNbO<sub>3</sub>: Fe. *Journal of Applied Physics*, 106(6):063116.
- Jesacher, A., Schwaighofer, A., Fürhapter, S., Maurer, C., Bernet, S., and Ritsch-Marte, M. (2007). Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image. *Optics Express*, 15(9):5801–5808.
- Karimi, E. (2009). *Generation and manipulation of laser beams carrying orbital angular momentum for classical and quantum information applications*. PhD thesis, Università degli Studi di Napoli Federico II.
- Ketchel, B. P., Heid, C. A., Wood, G. L., Miller, M. J., Mott, A. G., Anderson, R. J., and Salamo, G. J. (1999). Three-dimensional color holographic display. *Applied Optics*, 38(29):6159–6166.

- Khalighi, M. A. and Uysal, M. (2014). Survey on free space optical communication: A communication theory perspective. *IEEE Communications Surveys & tutorials*, 16(4):2231–2258.
- Kohler, C., Zhang, F., and Osten, W. (2009). Characterization of a spatial light modulator and its application in phase retrieval. *Applied Optics*, 48(20):4003–4008.
- Komine, T. and Nakagawa, M. (2004). Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights. *IEEE transactions on Consumer Electronics*, 50(1):100–107.
- Kompanets, I. and Andreev, A. (2016). Micro-displays for holography. *DEStech Transactions on Engineering and Technology Research*, (iceea).
- Krenn, M., Handsteiner, J., Fink, M., Fickler, R., Ursin, R., Malik, M., and Zeilinger, A. (2016). Twisted light transmission over 143 kilometers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 113.
- Krenn, M., Handsteiner, J., Fink, M., Fickler, R., and Zeilinger, A. (2015). Twisted photon entanglement through turbulent air across Vienna. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 112(46):14197–14201.
- Lavery, M. P., Dudley, A., Forbes, A., Courtial, J., and Padgett, M. J. (2011). Robust interferometer for the routing of light beams carrying orbital angular momentum. *New Journal of Physics*, 13(9):093014.
- Lavery, M. P., Robertson, D. J., Sponselli, A., Courtial, J., Steinhoff, N. K., Tyler, G. A., Will-

- ner, A. E., and Padgett, M. J. (2013a). Efficient measurement of an optical orbital-angular-momentum spectrum comprising more than 50 states. *New Journal of Physics*, 15(1):013024.
- Lavery, M. P., Speirits, F. C., Barnett, S. M., and Padgett, M. J. (2013b). Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum. *Science*, 341(6145):537–540.
- Lazarev, G., Hermerschmidt, A., Krüger, S., and Osten, S. (2012). LCOS spatial light modulators: trends and applications. *Optical Imaging and Metrology: Advanced Technologies*, pages 1–29.
- Leach, J., Courtial, J., Skeldon, K., Barnett, S. M., Franke-Arnold, S., and Padgett, M. J. (2004). Interferometric methods to measure orbital and spin, or the total angular momentum of a single photon. *Physical Review Letters*, 92(1):013601.
- Leach, J. and Padgett, M. (2003). Observation of chromatic effects near a white-light vortex. *New Journal of Physics*, 5(1):154.
- Leith, E., Kozma, A., Upatnieks, J., Marks, J., and Massey, N. (1966). Holographic data storage in three-dimensional media. *Applied Optics*, 5(8):1303–1311.
- Litchinitser, N. M. (2012). Structured light meets structured matter. *Science*, 337(6098):1054–1055.
- Litvin, I. A., Burger, L., and Forbes, A. (2007). Petal-like modes in porro prism resonators. *Optics Express*, 15(21):14065–14077.
- Lizana, A., Moreno, I., Márquez, A., Iemmi, C., Fernández, E., Campos, J., and Yzuel, M. (2008).

Time fluctuations of the phase modulation in a liquid crystal on silicon display: characterization and effects in diffractive optics. *Optics Express*, 16(21):16711–16722.

Lopes, W., Medeiros, H., Santos, G., Araujo, T., Carvalho, J., Dos Santos, P., and de Araujo, M. (2018). Recording and erasure of photorefractive holograms in undoped BTO crystal at moderate to high intensities of 639.7 nm laser under action of 532 nm laser pre-illumination. *JOSA A*, 35(11):1919–1928.

Lorduy, H., Salazar, Á., and Reyes, L. (2006). Multiplexado de hologramas en un cristal BSO. *Revista Colombiana de Física*, 38(2).

Mafu, M., Dudley, A., Goyal, S., Giovannini, D., McLaren, M., Padgett, M. J., Konrad, T., Petruccione, F., Lütkenhaus, N., and Forbes, A. (2013). Higher-dimensional orbital-angular-momentum-based quantum key distribution with mutually unbiased bases. *Physical Review A*, 88(3):032305.

Mahmud, M. S., Naydenova, I., and Toal, V. (2008). Implementation of phase-only modulation utilizing a twisted nematic liquid crystal spatial light modulator. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 10(8):085007.

Malik, M., O'Sullivan, M., Rodenburg, B., Mirhosseini, M., Leach, J., Lavery, M. P., Padgett, M. J., and Boyd, R. W. (2012a). Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding. *Optics Express*, 20(12):13195–13200.

Malik, M., O'Sullivan, M., Rodenburg, B., Mirhosseini, M., Leach, J., Lavery, M. P., Padgett, M. J.,

- and Boyd, R. W. (2012b). Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding. *Optics Express*, 20(12):13195–13200.
- Marrucci, L., Manzo, C., and Paparo, D. (2006). Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media. *Physical Review Letters*, 96(16):163905.
- Maurer, C., Jesacher, A., Fürhapter, S., Bernet, S., and Ritsch-Marte, M. (2007). Tailoring of arbitrary optical vector beams. *New Journal of Physics*, 9(3):78.
- Mendoza-Castro, J. H., Díaz, C. F., Acevedo, C. H., Torres, Y., and Barrero, J. G. (2019). Data decoding of integer orbital angular momentum beams based in straight edge diffraction nanometric film. *DYNA*, 86(209):170–179.
- Mendoza-Yero, O., Mínguez-Vega, G., Martínez-León, L., Carbonell-Leal, M., Fernández-Alonso, M., Doñate-Buendía, C., Pérez-Vizcaíno, J., and Lancis, J. (2016). Diffraction-based phase calibration of spatial light modulators with binary phase Fresnel lenses. *Journal of Display Technology*, 12(10):1027–1032.
- Mirhosseini, M., Magaña-Loaiza, O. S., Chen, C., Rodenburg, B., Malik, M., and Boyd, R. W. (2013a). Rapid generation of light beams carrying orbital angular momentum. *Optics Express*, 21(25):30196–30203.
- Mirhosseini, M., Magaña-Loaiza, O. S., O’Sullivan, M. N., Rodenburg, B., Malik, M., Lavery, M. P., Padgett, M. J., Gauthier, D. J., and Boyd, R. W. (2015). High-dimensional quantum cryptography with twisted light. *New Journal of Physics*, 17(3):033033.

- Mirhosseini, M., Malik, M., Shi, Z., and Boyd, R. W. (2013b). Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light. *Nature Communications*, 4:2781.
- Mitchell, K. J., Turtaev, S., Padgett, M. J., Čižmár, T., and Phillips, D. B. (2016). High-speed spatial control of the intensity, phase and polarisation of vector beams using a digital micro-mirror device. *Optics Express*, 24(25):29269–29282.
- Mok, F. H. (1993). Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate. *Optics Letters*, 18(11):915–917.
- Mourka, A., Baumgartl, J., Shanor, C., Dholakia, K., and Wright, E. (2011). Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture. *Optics Express*, 19(7):5760–5771.
- Mousavi, S. F., Nouroozi, R., Vallone, G., and Villoresi, P. (2017). Integrated optical modulator manipulating the polarization and rotation handedness of orbital angular momentum states. *Scientific Reports*, 7(1):3835.
- Nader, G., Tagliaferri, A., and Dos Santos, P. (1994). Experimental evidence of the non-exponential sinusoidal phase grating decay in a BSO-type crystal. *Optics & Laser Technology*, 26(2):127–129.
- Nakajima, A., Sako, N., Kamemura, M., Wakayama, Y., Fukuzawa, A., Sugiyama, H., and Okada, N. (2012). Shindaisat: a visible light communication experimental micro-satellite. In *Proceedings of the International Conference on Space Optical Systems and Applications*, pages 12–1.

- Padgett, M. J. (2017). Orbital angular momentum 25 years on. *Optics Express*, 25(10):11265–11274.
- Parca, G., Shahpari, A., Carrozzo, V., Beleffi, G. M. T., and Teixeira, A. L. (2013). Optical wireless transmission at 1.6-Tbit/s ( $16 \times 100$  Gbit/s) for next-generation convergent urban infrastructures. *Optical Engineering*, 52(11):116102.
- Pichon, L. and Huignard, J. (1981). Dynamic joint-Fourier-transform correlator by Bragg diffraction in photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals. *Optics Communications*, 36(4):277–280.
- Radwell, N., Hawley, R., Götte, J., and Franke-Arnold, S. (2016). Achromatic vector vortex beams from a glass cone. *Nature Communications*, 7:10564.
- Research, H. (2015). Global Light Fidelity (Li-Fi) Market Analysis, Market Size, Application Analysis, Regional Outlook, Competitive Strategies And Forecasts, 2016 To 2024. Technical report, Hexa Research.
- Richardson, D., Fini, J., and Nelson, L. E. (2013). Space-division multiplexing in optical fibres. *Nature Photonics*, 7(5):354.
- Robinson, M. D., Sharp, G., and Chen, J. (2005). *Polarization engineering for LCD projection*, volume 4. John Wiley & Sons.
- Schmidt, J. D. (2010). Numerical simulation of optical wave propagation with examples in matlab. SPIE Bellingham, Washington, USA.

- Schulze, C., Dudley, A., Brüning, R., Duparré, M., and Forbes, A. (2014). Measurement of the orbital angular momentum density of Bessel beams by projection into a Laguerre–Gaussian basis. *Applied Optics*, 53(26):5924–5933.
- Shimizu, S., Okamoto, A., Mizukawa, F., Ogawa, K., Tomita, A., Takahata, T., Shinada, S., and Wada, N. (2017). Spatial mode demultiplexing technique using angularly multiplexed volume holograms with a phase plate. *Japanese Journal of Applied Physics*, 56(9S):09NA05.
- Skeldon, K., Wilson, C., Edgar, M., and Padgett, M. (2008). An acoustic spanner and its associated rotational Doppler shift. *New Journal of Physics*, 10(1):013018.
- Stahl, C. and Gbur, G. (2016). Analytic calculation of vortex diffraction by a triangular aperture. *JOSA A*, 33(6):1175–1180.
- Strauß, J., Häfner, T., Dobler, M., Heberle, J., and Schmidt, M. (2016). Evaluation and calibration of LCoS SLM for direct laser structuring with tailored intensity distributions. *Physics Procedia*, 83:1160–1169.
- Sun, C., Zhang, J., Xiong, B., Wang, J., Hao, Z., Wang, L., Han, Y., Li, H., and Luo, Y. (2017). Analysis of OAM mode purity of integrated optical vortex beam emitters. *IEEE Photonics Journal*, 9(1):1–7.
- Swartzlander, G. A., Ford, E. L., Abdul-Malik, R. S., Close, L. M., Peters, M. A., Palacios, D. M., and Wilson, D. W. (2008). Astronomical demonstration of an optical vortex coronagraph. *Optics Express*, 16(14):10200–10207.

- Sztul, H. I., Kartazayev, V., and Alfano, R. R. (2006). Laguerre-gaussian supercontinuum. *Optics Letters*, 31(18):2725–2727.
- Tanaka, Y., Haruyama, S., and Nakagawa, M. (2000). Wireless optical transmissions with white colored led for wireless home links. In *11th IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications. PIMRC 2000. Proceedings (Cat. No. 00TH8525)*, volume 2, pages 1325–1329. IEEE.
- Tyson, R. K., Scipioni, M., and Viegas, J. (2008). Generation of an optical vortex with a segmented deformable mirror. *Applied Optics*, 47(33):6300–6306.
- Uysal, M., Capsoni, C., Ghassemlooy, Z., Boucouvalas, A., and Udvary, E. (2016). *Optical wireless communications: an emerging technology*. Springer.
- Vaity, P., Kumar, A., and Singh, R. (2013). Manifestation of coherence decay of optical vortices on scattering through photorefractive SBN crystal. *Journal of Optics*, 15(2):025711.
- Vilardy, J. M., Millán, M. S., and Pérez-Cabré, E. (2013). Static and dynamic amplitude modulation of light in a twisted nematic liquid crystal display. In *8th Ibero American Optics Meeting/11th Latin American Meeting on Optics, Lasers, and Applications*, pages 878530–878530. International Society for Optics and Photonics.
- Wakayama, Y., Okamoto, A., Kawabata, K., Tomita, A., and Sato, K. (2013). Mode demultiplexer using angularly multiplexed volume holograms. *Optics Express*, 21(10):12920–12933.

- Wang, A., Zhu, L., Chen, S., Du, C., Mo, Q., and Wang, J. (2016). Characterization of LDPC-coded orbital angular momentum modes transmission and multiplexing over a 50-km fiber. *Optics Express*, 24(11):11716–11726.
- Wang, J. (2016). Advances in communications using optical vortices. *Photonics Research*, 4(5):B14–B28.
- Wang, J., Yang, J.-Y., Fazal, I. M., Ahmed, N., Yan, Y., Huang, H., Ren, Y., Yue, Y., Dolinar, S., Tur, M., et al. (2012). Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. *Nature Photonics*, 6(7):488.
- Wei, S., Earl, S. K., Yuan, X.-C., Kou, S. S., and Lin, J. (2017). Active sorting of orbital angular momentum states of light with cascaded tunable resonators. *arXiv preprint arXiv:1704.01703*.
- White, J. O. and Yariv, A. (1980). Real-time image processing via four-wave mixing in a photorefractive medium. *Applied Physics Letters*, 37(1):5–7.
- Willner, A. E., Huang, H., Yan, Y., Ren, Y., Ahmed, N., Xie, G., Bao, C., Li, L., Cao, Y., Zhao, Z., et al. (2015). Optical communications using orbital angular momentum beams. *Advances in Optics and Photonics*, 7(1):66–106.
- Willner, A. E., Xie, G., Li, L., Ren, Y., Yan, Y., Ahmed, N., Zhao, Z., Wang, Z., Liu, C., Willner, A. J., et al. (2016). Design challenges and guidelines for free-space optical communication links using orbital-angular-momentum multiplexing of multiple beams. *J. Opt.*, 18(074014):074014.

- Xie, G., Ren, Y., Yan, Y., Huang, H., Ahmed, N., Li, L., Zhao, Z., Bao, C., Tur, M., Ashrafi, S., et al. (2016). Experimental demonstration of a 200-Gbit/s free-space optical link by multiplexing Laguerre–Gaussian beams with different radial indices. *Optics Letters*, 41(15):3447–3450.
- Yamazato, T., Takai, I., Okada, H., Fujii, T., Yendo, T., Arai, S., Andoh, M., Harada, T., Yasutomi, K., Kagawa, K., et al. (2014). Image-sensor-based visible light communication for automotive applications. *IEEE Communications Magazine*, 52(7):88–97.
- Yan, Y., Xie, G., Lavery, M. P., Huang, H., Ahmed, N., Bao, C., Ren, Y., Cao, Y., Li, L., Zhao, Z., et al. (2014). High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing. *Nature Communications*, 5:4876.
- Yao, A. M. and Padgett, M. J. (2011). Orbital angular momentum: origins, behavior and applications. *Advances in Optics and Photonics*, 3(2):161–204.
- Yu, N., Genevet, P., Kats, M. A., Aieta, F., Tetienne, J.-P., Capasso, F., and Gaburro, Z. (2011). Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction. *Science*, 334(6054):333–337.
- Zhang, Z., You, Z., and Chu, D. (2014). Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (LCOS) devices. *Light: Science & Applications*, 3(10):e213.
- Zhao, N., Li, X., Li, G., and Kahn, J. M. (2015). Capacity limits of spatially multiplexed free-space communication. *Nature Photonics*, 9(12):822–826.

Zhou, H.-L., Fu, D.-Z., Dong, J.-J., Zhang, P., Chen, D.-X., Cai, X.-L., Li, F.-L., and Zhang, X.-L. (2017). Orbital angular momentum complex spectrum analyzer for vortex light based on the rotational Doppler effect. *Light: Science & Applications*, 6(4):e16251.

## Apéndices

### Apéndice A. Ortogonalidad de la Base MAO

El principio de ortogonalidad para  $U_1(r, \phi, z)$  y  $U_2(r, \phi, z)$  se satisface si<sup>5</sup>,

$$\langle U_1, U_2^* \rangle = \begin{cases} 0 & , \forall l_1 \neq l_2 \\ \int |U|^2 d\phi & , l_1 = l_2 \end{cases} \quad (106)$$

Donde el operador  $\langle \cdot \rangle$  denota el producto escalar en notación de Dirac. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} U_1 U_2^* d\phi &= \int_0^{2\pi} A_1(r, z) e^{il_1\phi} \left[ A_2(r, z) e^{il_2\phi} \right]^* d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} A_1(r, z) A_2^*(r, z) e^{il_1\phi} e^{-il_2\phi} d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} A_1(r, z) A_2^*(r, z) e^{i(l_1-l_2)\phi} d\phi \\ &= A_1(r, z) A_2^*(r, z) \int_0^{2\pi} e^{i(l_1-l_2)\phi} d\phi \end{aligned}$$

Así, para  $l_1 \neq l_2$ ,

$$\int_0^{2\pi} U_1 U_2^* d\phi = A_1(r, z) A_2^*(r, z) \int_0^{2\pi} \{ \cos[(l_1 - l_2)\phi] + i \sin[(l_1 - l_2)\phi] \} d\phi \quad (107)$$

---

<sup>5</sup> El superíndice \* indica complejo conjugado

$$\begin{aligned}
&= A_1(r, z)A_2^*(r, z) \left\{ \int_0^{2\pi} \cos[(l_1 - l_2)\phi] d\phi + i \int_0^{2\pi} \sin[(l_1 - l_2)\phi] d\phi \right\} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Mientras para  $l_1 = l_2$

$$\int_0^{2\pi} U_1 U_2^* d\phi = A_1(r, z)A_2^*(r, z) \int_0^{2\pi} d\phi \tag{108}$$

$$= 2\pi A_1(r, z)A_2^*(r, z). \tag{109}$$

■

De esta forma, respecto a las ecuaciones 107 y 109  $U_1(r, \phi, z)$  y  $U_2(r, \phi, z)$  son ortogonales.

## Apéndice B. Difracción a través del PhRC

Para estudiar, la reflexiones internas dentro del *PhRC*, se observa el comportamiento del vórtice óptico a través de tres escenarios. En el primer caso, el haz señal modulado por el *SLM* que introduce una distribución de fase acimutal, se envía directamente al sensor *CMOS*. Luego, el haz modulado se difracta a través del cristal fotorrefractivo. Finalmente, se realiza el registro y lectura holográficos, como se muestra en la Figura 60.

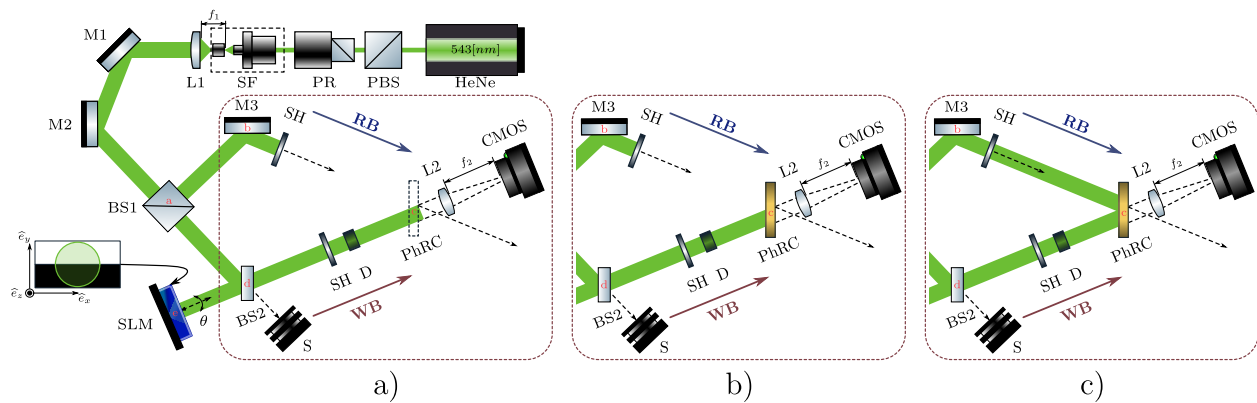


Figura 60. Esquema experimental de a) visión directa del vórtice óptico generado por el *SLM*, b) visión a través del *PhRC* y c) almacenamiento holográfico de haces con MAO.

Para el esquema de la Figura 60 (a), se usan dos diámetros en la abertura del diafragma ( $D_1 > D_2$ ) para dos cargas topológicas de igual magnitud pero diferente signo. En la Figura 61, se muestra claramente, a la derecha la distribución de intensidad anular de  $l = -10$ , mientras a la izquierda  $l = 10$ , donde se pueden encontrar imágenes experimentales carentes de ruido óptico proveniente de una réplica.

Por otro lado, usando el esquema experimental de la Figura 60 (b), se puede observar que

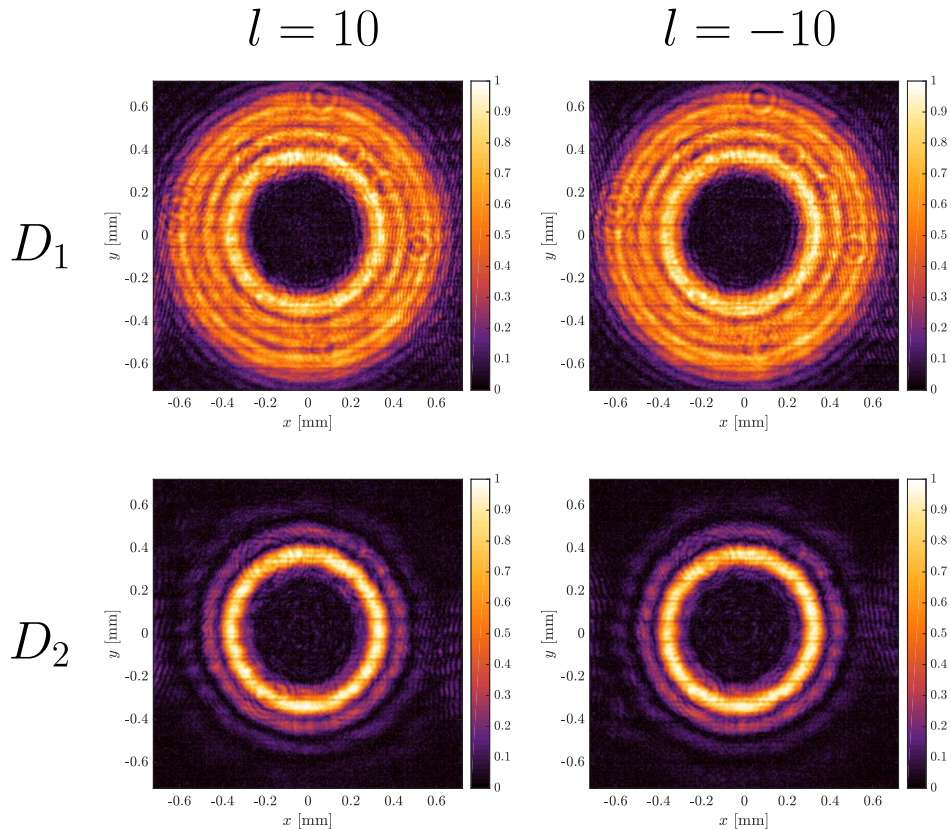


Figura 61. Vórtices ópticos de singularidad  $l$  generados a partir del SLM, filtrados con aberturas circulares de diámetros  $D_1$  y  $D_2$ .

previo al registro, existe una copia desplazada del vórtice óptico de interés. En este caso, nuestro argumento para explicar esta sombra, subyace en las reflexiones internas dentro del cristal que experimenta la luz refractada sobre la interfaz del material. Como se muestra en la Figura 62, se probaron dos tiempos de exposición diferentes  $t_{E_1}-t_{E_2}$  sobre la CMOS, para ubicar correctamente la posición del ruido de la replica (verde). En cada caso, se observaron puntos de intersección  $IP_{1,2}$  (rojo) entre las figuras, hecho que genera la aparición de franjas de interferencia sobre las secciones solapadas de las distribuciones de intensidad.

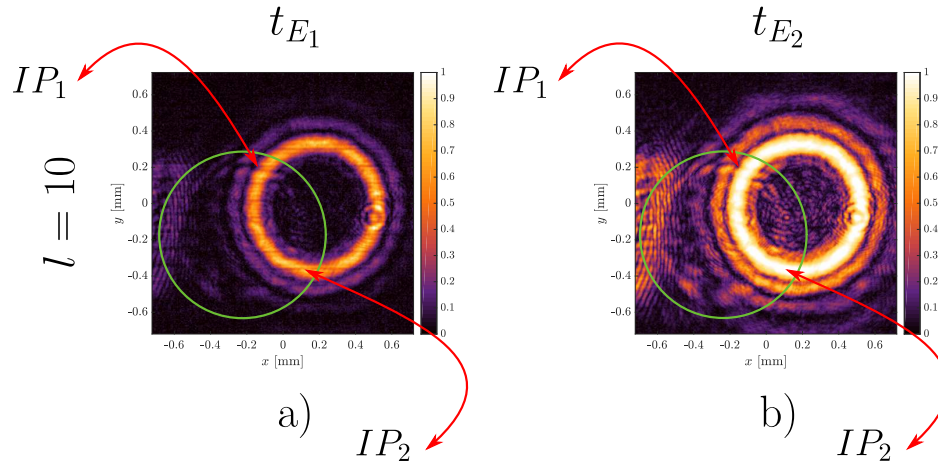


Figura 62. Vórtice óptico con MAO  $l = 10$  visto a través del cristal fotorrefractivo, para tiempos de exposición a)  $t_{E_1}$  y b)  $t_{E_2}$ .

Por esta razón, al momento del registro, la réplica de baja intensidad queda almacenada holográficamente en el *PhRC*, como se muestra en la Figura 63. En cada realización, se observa que las secciones de intensidad solapadas coinciden con interferencias que se recuperan en la lectura. Sin embargo, como se demostró previamente la información de fase se mantiene sin modificaciones apreciables, lo que favorece la estabilidad de estados codificados sobre haces de momento angular orbital.

Para validar nuestra hipótesis, se repitieron los experimentos presentados en la Figura 60 con una onda plana, evidenciando el mismo comportamiento descrito arriba. En el primer caso, se observan círculos concéntricos característicos de una difracción de Fresnel por una abertura circular, emulada por el Diafragma  $D$  (ver Figura 64 (a)). Posteriormente al difractar a través del *PhRC*, aparece la réplica trasladada como se muestra en la Figura 64 (b). Finalmente, la onda recuperada

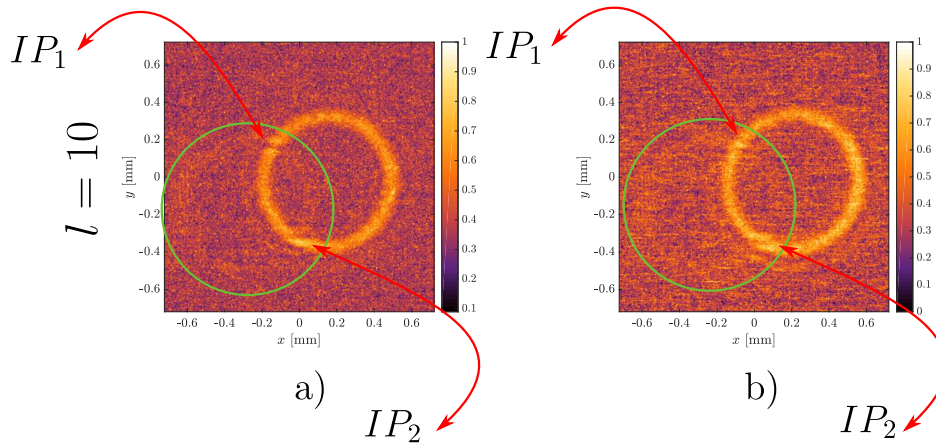


Figura 63. Vórtice óptico recuperado del fotorrefractivo usando el haz de referencia, para dos diferentes realizaciones a y b.

luego del proceso holográfico conserva las franjas de interferencia asociadas al solapamiento de las dos ondas. En este caso es más significativo debido a que la morfología de la onda plana carece de una región de intensidad nula.

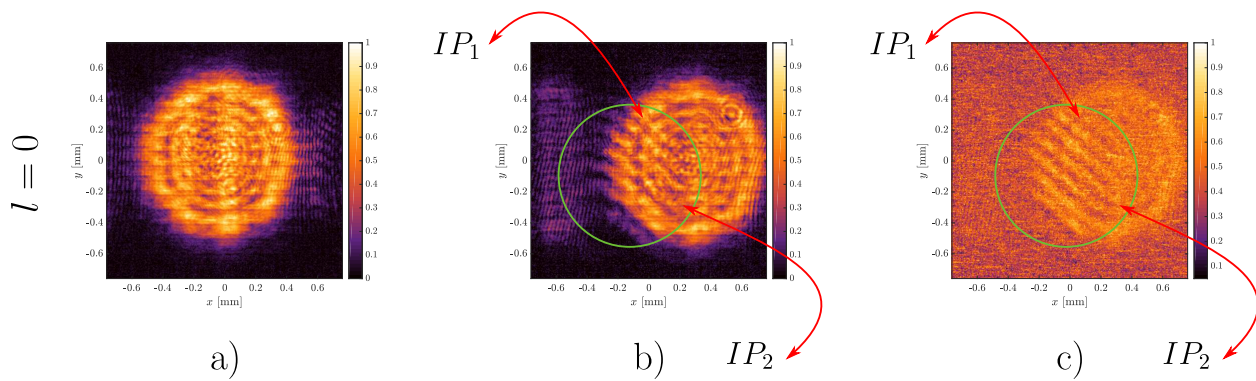


Figura 64. Onda plana considerando a) visión directa del vórtice óptico generado por el SLM, b) visión a través del PhRC y c) almacenamiento holográfico.

Hay que resaltar, que aunque se demostró de manera contundente la conservación de la fase, las reflexiones internas, inmediatamente muestran que las rejillas registradas en el fotorrefractivo

no son perfectas. Así pues, posteriores trabajos estarían encaminados a estudiar mecanismos de compensación o supresión de estos efectos a través de la propagación de luz en medios anisótropos.

### Apéndice C. Extracción de Características del VO

Para la extracción de características de los vórtices ópticos recuperados del PhRC se propuso el algoritmo presentado en 6.1. Allí la distribución de intensidad del haz con MAO obtenida  $\mathbf{E}_j$  es procesada hasta delimitar la zona de intensidad anular  $\mathbf{I}_{Er}$ . Allí se extrae la indexación de los puntos  $(i, j)$ , contenidos en la superficie cerrada que denota  $\mathbf{I}_{Er}$ . Posteriormente, la dispersión de puntos 2D se ajustan a una elipse con la excentricidad más baja <sup>6</sup>. Para este fin, se implementan tres variaciones de la rutina de ajuste (`fitellipse()`) basadas en el error cuadrático medio y el error geométrico, para obtener la curva óptima. A continuación, se usa el cálculo de la excentricidad  $e$  como criterio de selección para los parámetros de salida  $(z_i, a_i, b_i, \alpha_i, e_i)$ .

Por otra parte, se calculan los puntos reales de  $\mathbf{I}_M$  que se interceptan con la curva de ajuste llamada  $XV$ , para determinar  $\mathbf{P}_j$ . Este último corresponde a un barrido sobre la coordenada acimutal  $[0^\circ, 360^\circ]$  de la distribución de intensidad. Debido a la dispersión sobre  $\mathbf{P}_j$  se ajustan los puntos a  $f$  y de esta forma, se determina la visibilidad  $V$  junto con el grado de pureza  $MpdB$  del VO recuperado del fotorrefractivo.

Las Figuras 65 a 73 presentan en la fila uno y columna uno, la dispersión de datos junto con las elipses ajustadas para cada una de las rutinas implementadas. Seguidamente en la derecha se presenta la superposición de la curva de mejor excentricidad, sobre los datos experimentales.

---

<sup>6</sup> La excentricidad de la circunferencia es 0

Posteriormente, en la fila dos, izquierda, se visualiza el perfil acimutal sobre la distribución de intensidad anular. Para garantizar la fidelidad del perfil, a la derecha se muestran los datos experimentales señalando las posiciones extraídas. Adicionalmente, en las Tablas 8 a 16 se presenta un resumen de las medidas realizadas. Considere que las imágenes experimentales de la izquierda son exactamente las mismas, pero de acuerdo a la medida poseen una reflexión sobre el eje  $x$ .

En el caso de la Figura 72 y la tabla 15, hay que notar que contrario a las demás distribuciones de intensidad, la inclinación de la elipse ajustada está fuera de la tendencia. Esto podría deberse a un salto de fase al hacer el cálculo usando una herramienta computacional. Sin embargo, teniendo en cuenta el valor de la excentricidad  $e$ , la inclinación en principio no es relevante respecto a la estructura de fase.

**Algoritmo 6.1:** GETCHAROV: Obtener Características del VO

---

**Input:**  $\mathbf{E}_j \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y}, \forall j \in \mathbb{Z}$   $j$ -ésimo VO  $\propto U(\mathbf{r})U^*(\mathbf{r})$ , donde  $U(\mathbf{r}) = \alpha\rho e^{il\phi} e^{kz}$ ,  
 $\forall \alpha \in \mathbb{C}$ .  
 $r_0 := \frac{635}{2\pi}; ng_{max} := 255; ng_{min} := 0; N := 360; \mathbf{I}_M := \mathbf{0}_{N_x \times N_y};$

- 1  $x_0 = 0, y_0 = 0; H = 1080, B = 1024;$
- 2 **Procedure** FitCircle( $ng_{min}, ng_{max}, x_0, \mathbf{I}_M$ )
  - 3  $\mathbf{I}_M \leftarrow \text{get}(\mathbf{E}_j);$  ▷ Vórtice Óptico
  - 4  $\mathbf{I}_G \leftarrow (\mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{I}_{M_G} + \mathbf{I}_{M_B})/3;$  ▷ Binarizar
  - 5  $\mathbf{I}_B \leftarrow \{0, \mathbf{I}_M(i, j) < t_0; 1, \mathbf{I}_M(i, j) > t_0\};$  ▷ Escala de gris
  - 6  $\mathbf{I}_{Me} \leftarrow (\mathcal{M}f)_{jk};$  ▷ Filtro mediana
  - 7  $\mathbf{I}_{Er} \leftarrow \min_{(x', y') : \text{element}(x', y') \neq 0} \text{src}(x + x', y + y');$  ▷ Erosión
  - 8  $[c, r] = \text{find}(\mathbf{I}_{Er} == 1);$
  - 9  $[z_b, a_b, b_b, \alpha_b] \leftarrow \text{fitellipse}([r'; c'], 'linear');$  ▷ Bookstein constrain
  - 10  $[z_t, a_t, b_t, \alpha_t] \leftarrow \text{fitellipse}([r'; c'], 'linear', 'constraint', 'trace');$  ▷ Trace cons.
  - 11  $[z_g, a_g, b_g, \alpha_g] \leftarrow \text{fitellipse}([r'; c']);$  ▷ Nonlinear least square
  - 12  $e_i \leftarrow \frac{\sqrt{a_i^2 - b_i^2}}{a_i}, \forall a_i > b_i;$  ▷ Excentricidad
  - 13 **return**  $[z_i, a_i, b_i, \alpha_i], \forall e_i^{min};$  ▷ Parámetros
- 14 **Procedure** GetCircleProfile( $ng_{min}, ng_{max}, x_0, \mathbf{I}_M, z_i, a_i, b_i, \alpha_i$ )
  - 15  $t \leftarrow [0 : 2\pi/N : 2\pi]; \theta := 0;$
  - 16  $\mathbf{Q} \leftarrow \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix};$  ▷ Matriz de rotación
  - 17  $XV = \mathbf{Q}[a \cos(t); b \sin(t)] + \text{repmat}(z, 1, N);$  ▷ Puntos ajustados
  - 18 **for**  $i = 1 : N$  **do**
    - 19  $\Delta_x = X - XV(1, i);$
    - 20  $\Delta_y = Y - XV(2, i);$
    - 21  $\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 - \Delta_y^2};$
    - 22  $[M, I] = \min(\Delta);$
    - 23  $\mathbf{P}_j = [\mathbf{P}_j \mathbf{I}_M(I_c, I_r)];$  ▷ Puntos reales
    - 24  $\theta = \theta + t(i);$
    - 25  $i = i + 1;$
  - 26 **end**
  - 27  $[f, \delta] = \text{fit}(t, \mathbf{P}_j);$  ▷ Curva de ajuste
  - 28  $I_{min} = \min(f); I_{max} = \max(f);$
  - 29  $V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}; Mp_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{1 + \sqrt{1 - V}}{V} \right)^2;$  ▷ Mode Purity (dB)
  - 30 **return**  $\mathbf{P}_j, V, Mp_{dB};$  ▷

---

Tabla 8

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = -10$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-2.001501e-02$	$3.984712e-02$	0.341848	0.352755	$-171.145327$	0.254613
Trace constraint	$-2.001306e-02$	$3.984548e-02$	0.352654	0.341938	$-81.130092$	0.244639
Non linear least squares	$-2.001165e-02$	$3.992465e-02$	0.341265	0.352618	$-171.170960$	0.260082
Mode Purity (dB)					3.3213	

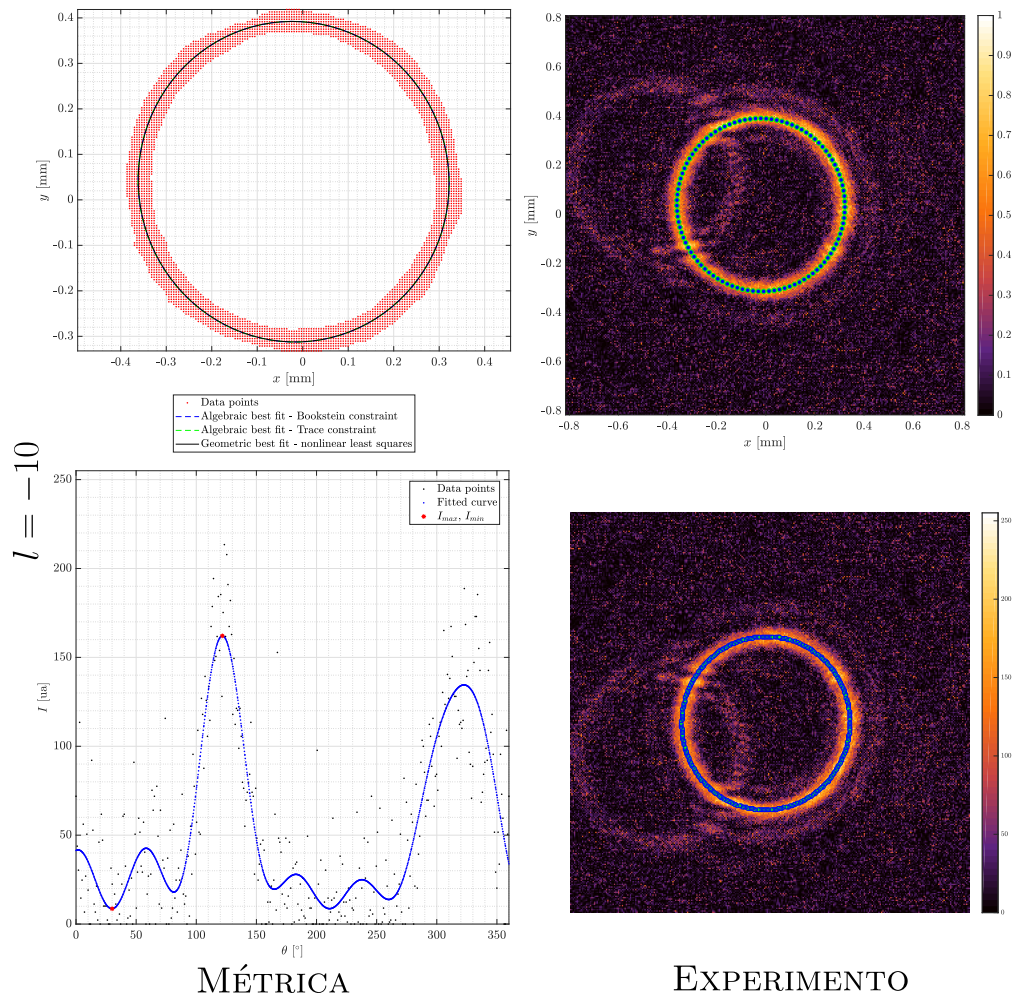


Figura 65. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -10$ .

Tabla 9

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = 8$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-1.203637e-02$	$2.729703e-02$	0.320885	0.326490	125.791282	0.187707
Trace constraint	$-1.203443e-02$	$2.729989e-02$	0.326440	0.320931	-144.201127	0.182938
Non linear least squares	$-1.214157e-02$	$2.721248e-02$	0.320313	0.326401	126.883144	0.195892
Mode Purity (dB)					4.5106	

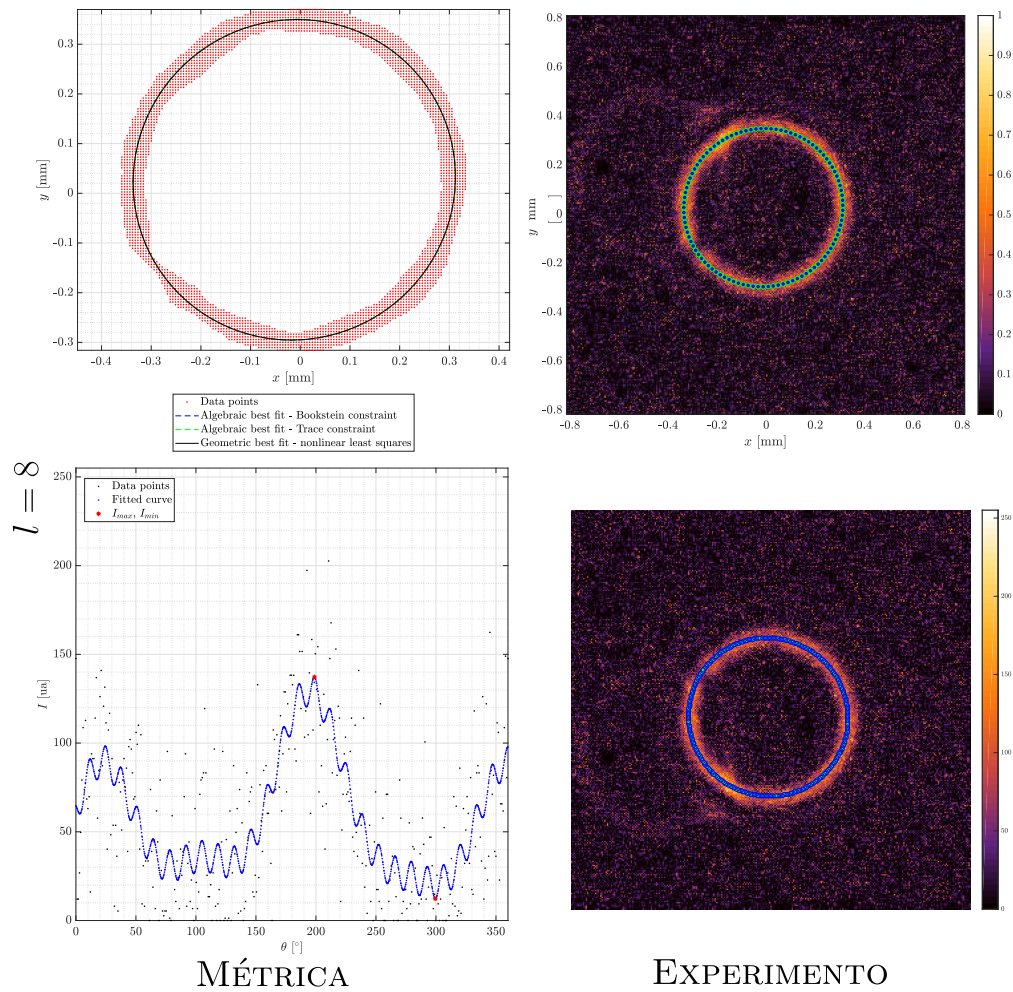


Figura 66. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 8$ .

Tabla 10

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = -8$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-2.212033e - 02$	$3.979552e - 02$	0.312299	0.302249	-83.333166	0.251641
Trace constraint	$-2.212270e - 02$	$3.979740e - 02$	0.312199	0.302351	-83.339361	0.249190
Non linear least squares	$-2.231896e - 02$	$3.968203e - 02$	0.311422	0.302382	-84.214556	0.239199
Mode Purity (dB)					4.2231	

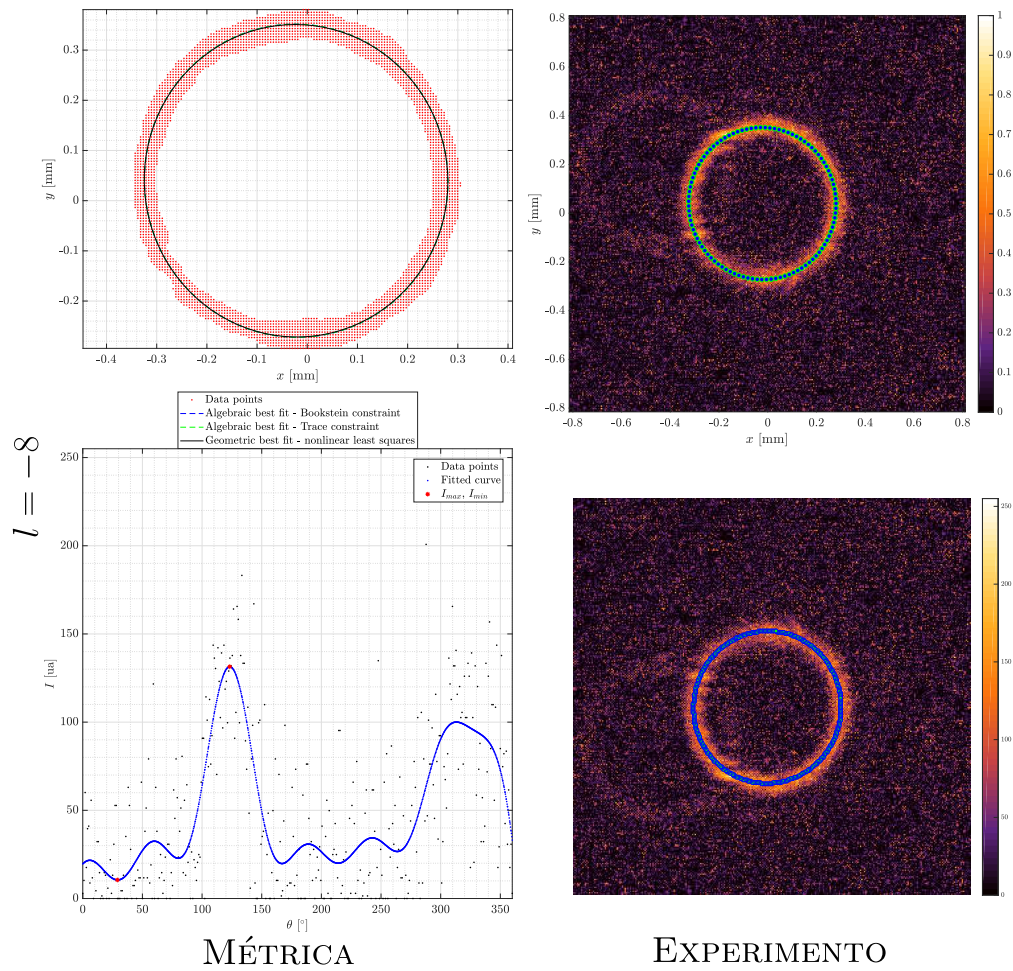


Figura 67. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -8$ .

Tabla 11

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = 6$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-1.096402e - 02$	$2.541396e - 02$	0.285137	0.279526	$-88.019949$	0.197406
Trace constraint	$-1.096153e - 02$	$2.541512e - 02$	0.285063	0.279594	$-88.006343$	0.194954
Non linear least squares	$-1.081594e - 02$	$2.515993e - 02$	0.285180	0.278724	$-94.850049$	0.211578
Mode Purity (dB)					5.2387	

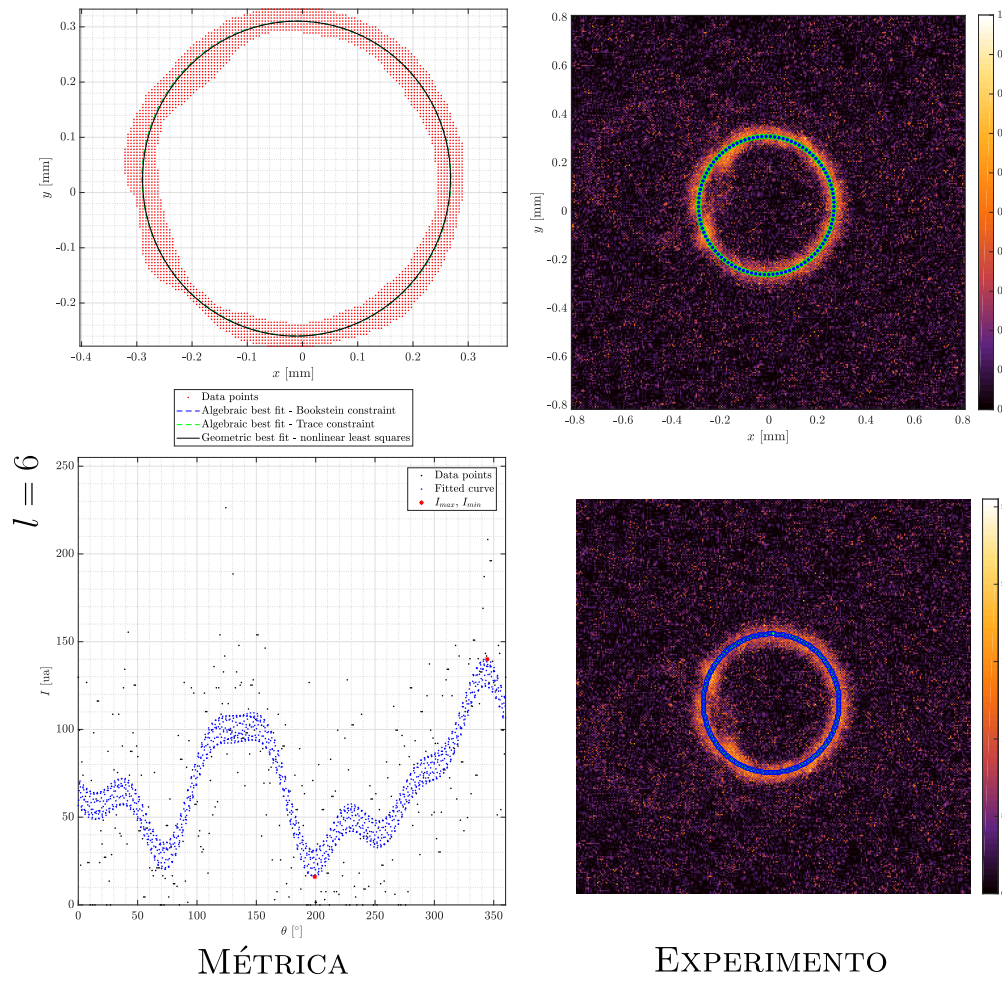


Figura 68. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 6$ .

Tabla 12

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = -6$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-2.062062e-02$	$4.120314e-02$	0.270315	0.278606	-164.596081	0.249560
Trace constraint	$-2.062374e-02$	$4.120239e-02$	0.278488	0.270427	-74.589849	0.238869
Non linear least squares	$-2.079300e-02$	$4.120861e-02$	0.269815	0.278214	-160.485016	0.251450
Mode Purity (dB)					4.8278	

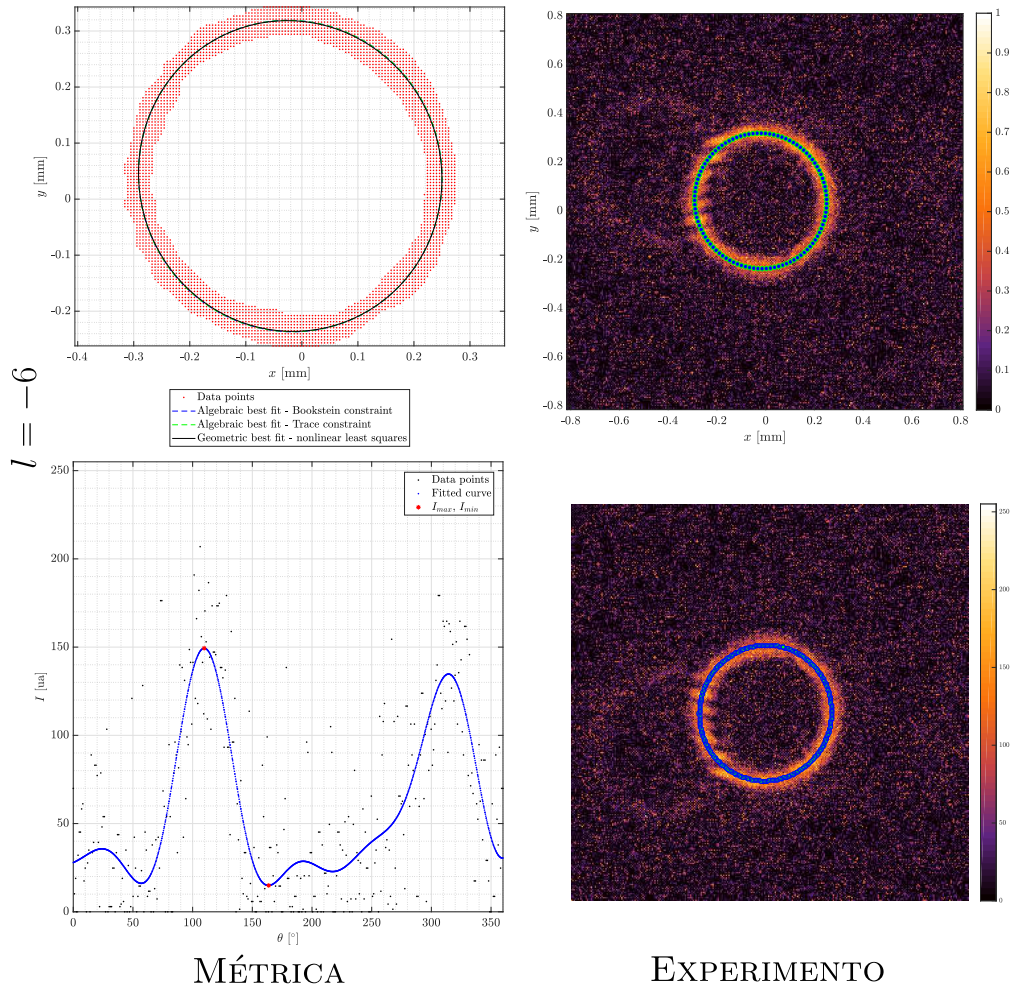


Figura 69. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -6$ .

Tabla 13

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = 4$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-1.382573e-02$	$2.486500e-02$	0.232490	0.239223	-171.095218	0.242403
Trace constraint	$-1.382651e-02$	$2.486691e-02$	0.239054	0.232655	-81.004668	0.229832
Non linear least squares	$-1.366443e-02$	$2.475731e-02$	0.231850	0.238400	-173.673268	0.239375
Mode Purity (dB)					5.5523	

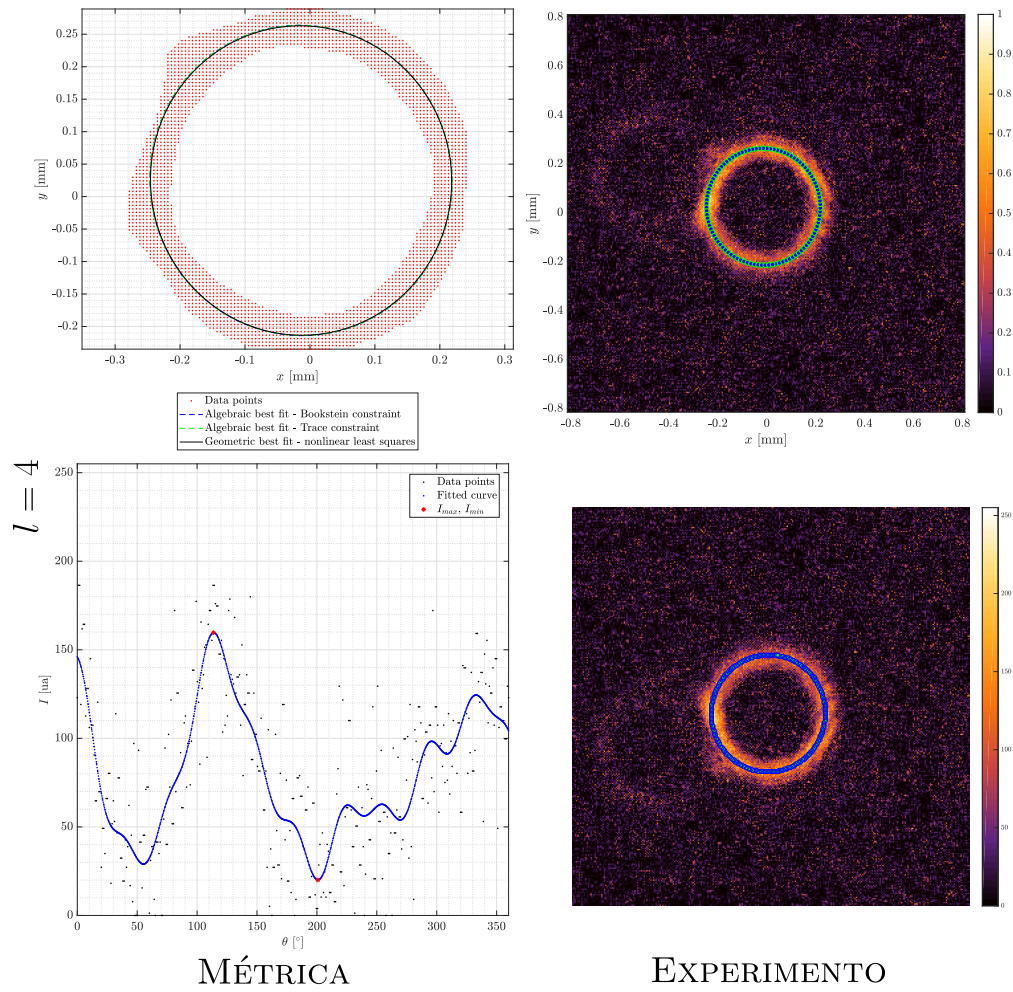


Figura 70. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 4$ .

Tabla 14

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = -4$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-1.975761e - 02$	$3.995500e - 02$	0.246435	0.236890	$-98.685036$	0.275618
Trace constraint	$-1.976145e - 02$	$3.995178e - 02$	0.246220	0.237110	$-98.684590$	0.269500
Non linear least squares	$-1.978140e - 02$	$3.995416e - 02$	0.244904	0.237109	$-96.640791$	0.250282
Mode Purity (dB)					5.0959	

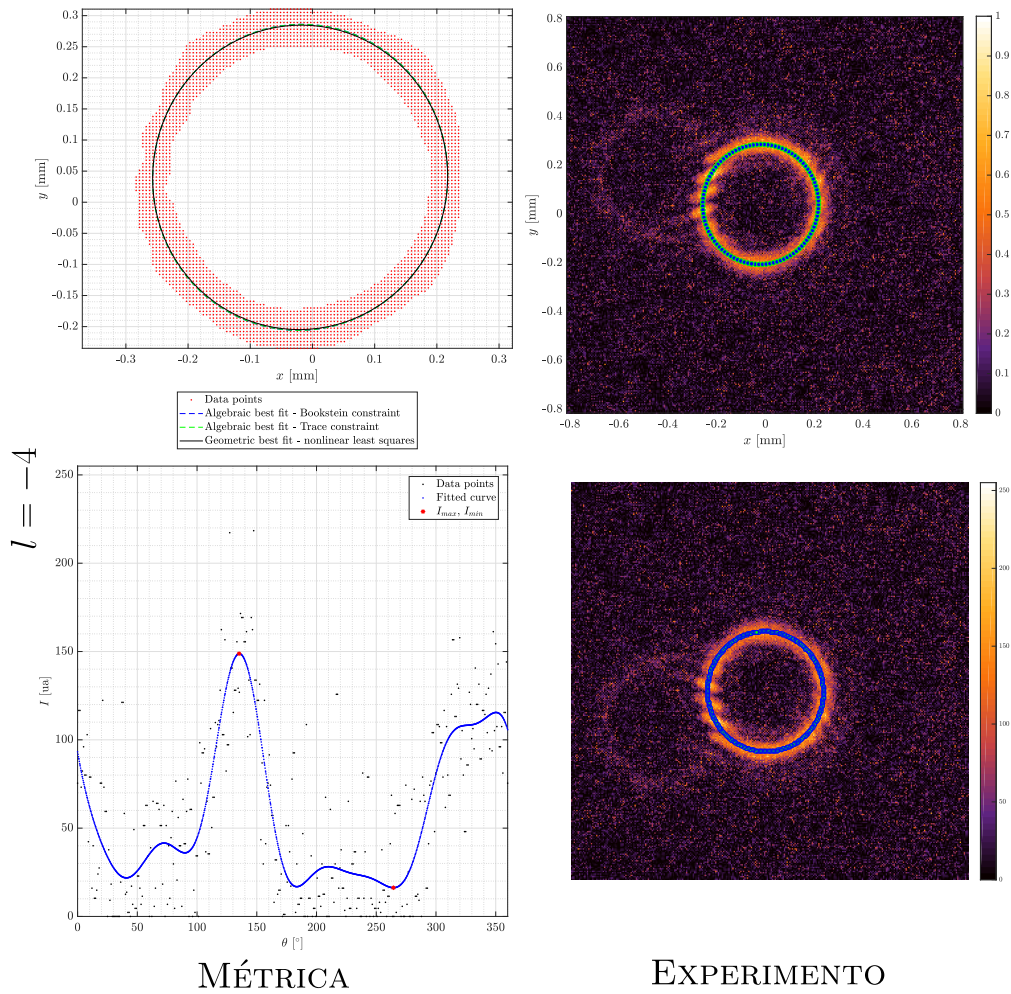


Figura 71. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -4$ .

Tabla 15

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = 2$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-1.524392e - 02$	$2.795155e - 02$	0.183281	0.187357	79.747753	0.212061
Trace constraint	$-1.525333e - 02$	$2.794891e - 02$	0.187213	0.183425	169.682695	0.200144
Non linear least squares	$-1.490232e - 02$	$2.758263e - 02$	0.182882	0.186116	67.896941	0.188885
Mode Purity (dB)					5.5787	

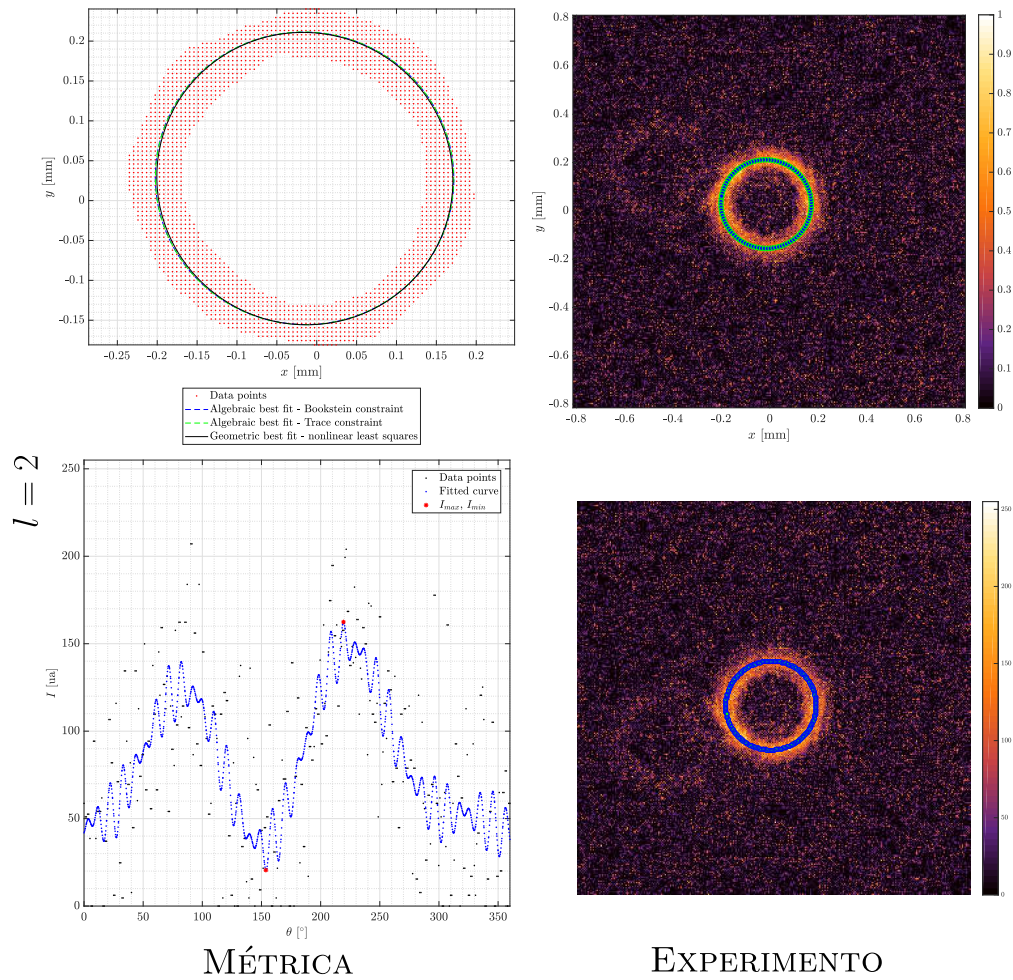


Figura 72. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = 2$ .

Tabla 16

Parámetros de la elipse ajustada al VO recuperado del PhRC con MAO  $l = -2$ .

Método	$X_0$ [mm]	$Y_0$ [mm]	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$\alpha$ [°]	$e$ [ua]
Bookstein constraint	$-2.143259e - 02$	$4.511808e - 02$	0.183982	0.180954	-91.108458	0.180659
Trace constraint	$-2.142948e - 02$	$4.511662e - 02$	0.183867	0.181065	-91.164191	0.173906
Non linear least squares	$-2.104070e - 02$	$4.506241e - 02$	0.183184	0.179959	-83.985743	0.186807
Mode Purity (dB)					5.8969	

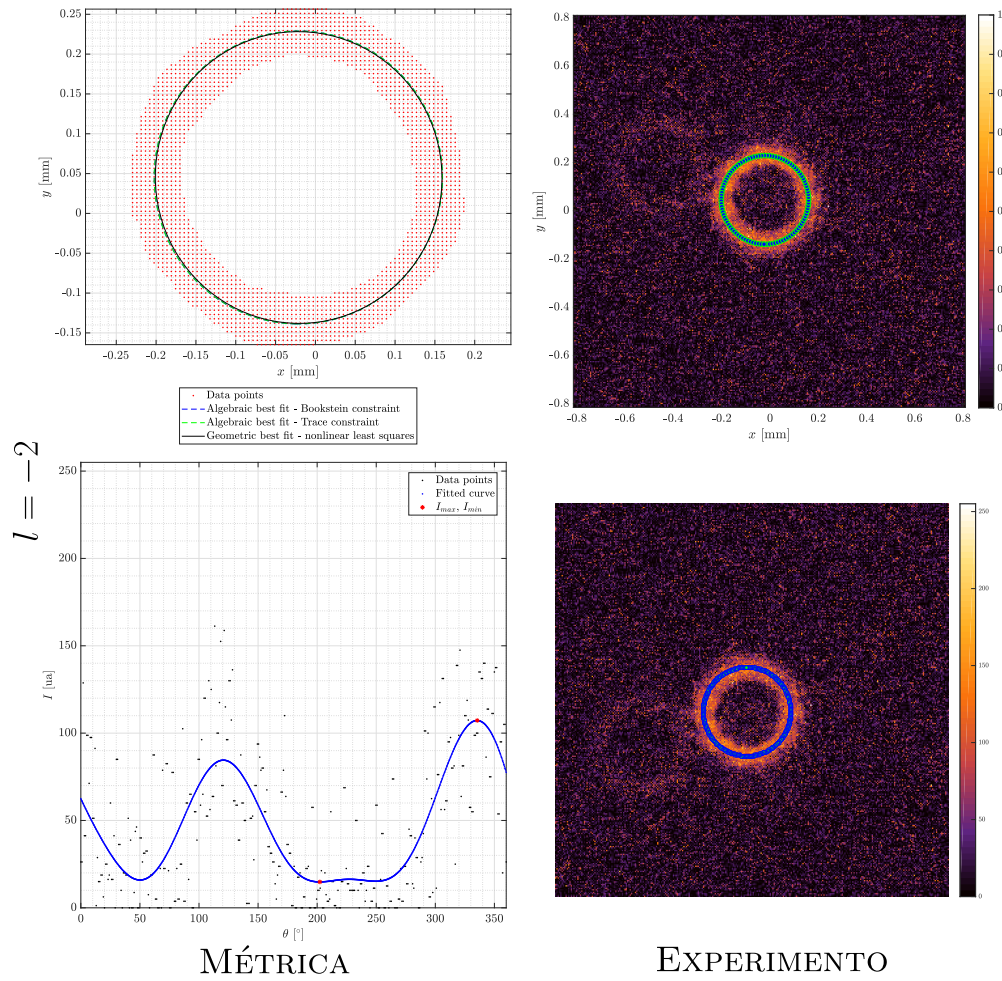


Figura 73. Métrica del VO leído del PhRC con MAO  $l = -2$ .

## Apéndice D. Borrado de hologramas

Las curvas de borrado de los hologramas se presentan en unidades arbitrarias normalizadas  $\eta/\eta_0$ . En las Figuras 74 a 82 se presentan a la derecha, la evolución temporal del haz difractado a través del cristal fotorrefractivo, que previamente almacenó un vórtice óptico con carga topológica  $l$  en el intervalo  $[-10, 10]$ , al ser irradiado con una intensidad de  $0.5921[\text{mW}/\text{cm}^2]$ . A la izquierda, tres ejemplos de la evolución temporal en la distribución de intensidad sensada, una inicial, media y final, respectivamente. En cada caso, se presentan tres ajustes, a una ley de potencia, una exponencial y dos exponenciales, respectivamente. Así, en las Tablas 17 a 25 se muestran los parámetros determinados en las curvas y la bondad de ajuste asociada. En cada caso  $A$ ,  $B$ ,  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , son los coeficientes de ajuste a los datos experimentales, que se asocian al modelo propuesto en la ecuación 95, donde  $A_f$  y  $A_s$ , junto con  $\tau_f$  y  $\tau_s$  son las amplitudes y constantes de tiempo de las rejillas rápida y lenta respectivamente.

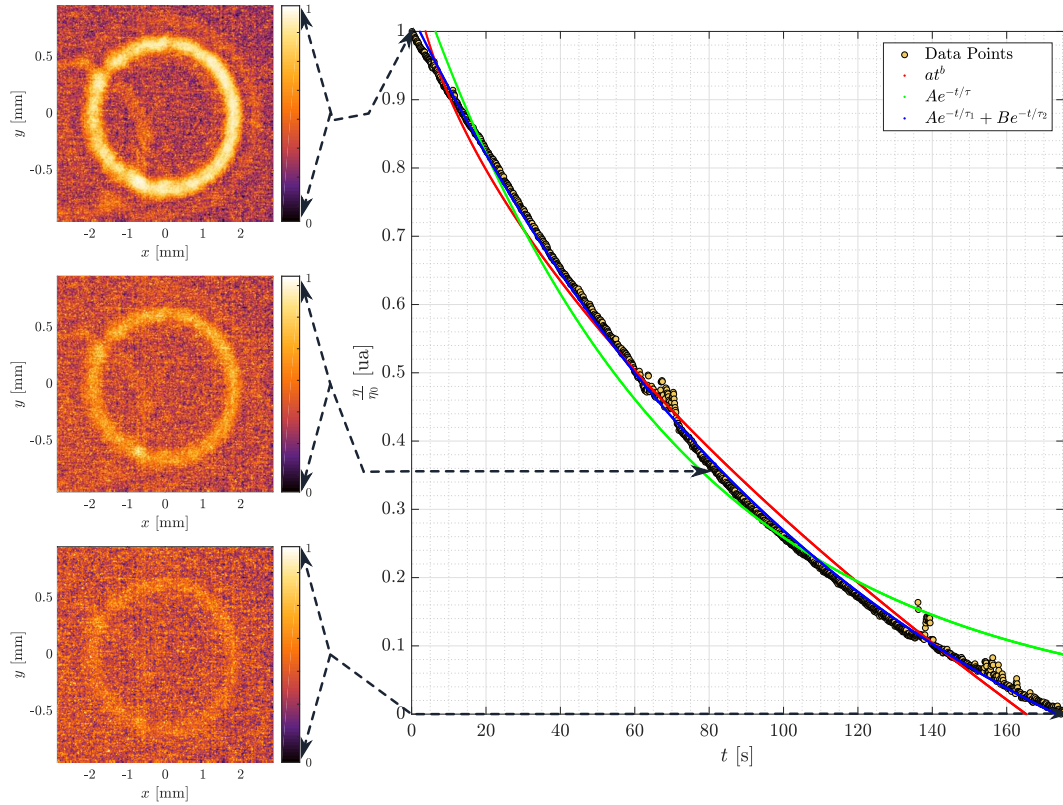


Figura 74. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = 10$  al ser irradiado con  $0.5921 [\text{mW}/\text{cm}^2]$ .

Tabla 17

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 74.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
	$at^b$	$Ae^{-\frac{t}{\tau}}$	$Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$
Parámetros	$a = -0.0551 \pm 0.0029$ $b = 0.5897 \pm 0.0090$	$A = 0.3092 \pm 0.0027$ $\tau = -1.3683 \pm 0.0096 \text{ [s]}$	$A = 1.6762 \pm 0.4067$ $\tau_1 = 77.7287 \pm 0.1256 \text{ [s]}$ $B = -0.5169 \pm 0.4239$ $\tau_2 = 38.5083 \pm 0.2470 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9935$	$R = 0.9792$	$R = 0.9995$

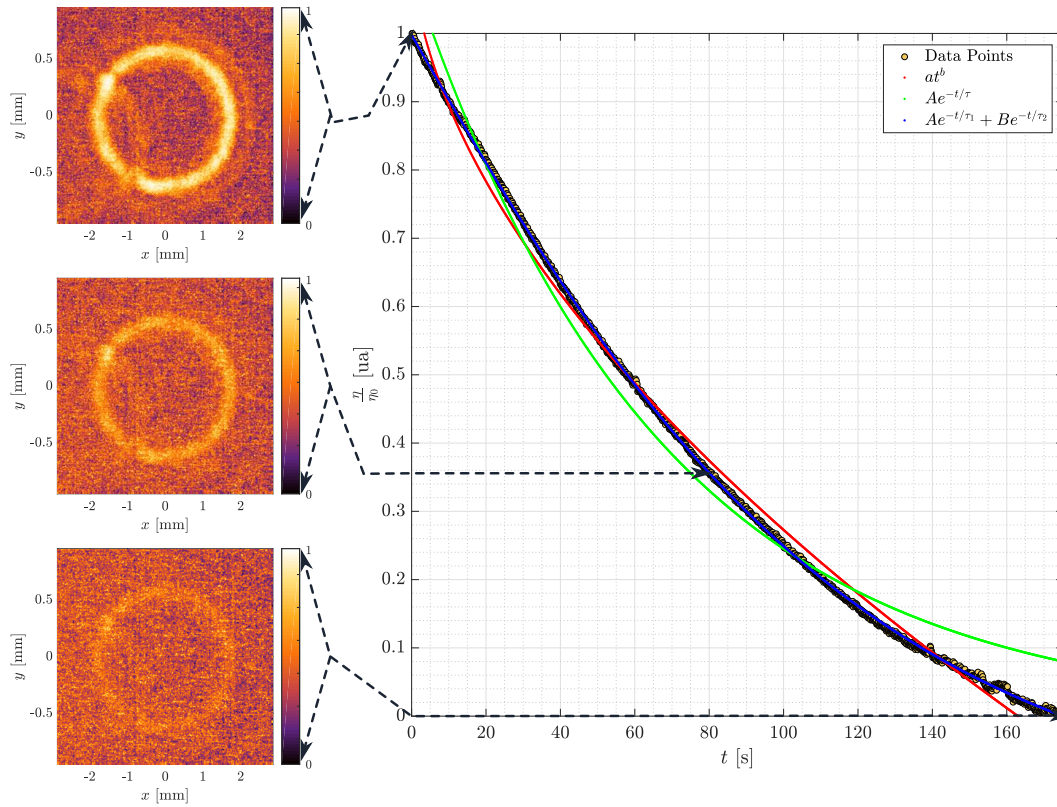


Figura 75. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = 8$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 18

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 75.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0625 \pm 0.0030$ $b = 0.5674 \pm 0.0083$	$A = 0.2934 \pm 0.0026$ $\tau = -1.3231 \pm 0.0096 \text{ [s]}$	$A = 2.2705 \pm 2.2833$ $\tau_1 = 72.0322 \pm 0.2161 \text{ [s]}$ $B = -1.1066 \pm 2.2970$ $\tau_2 = 50.2814 \pm 0.3317 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9942$	$R = 0.9799$	$R = 0.9998$

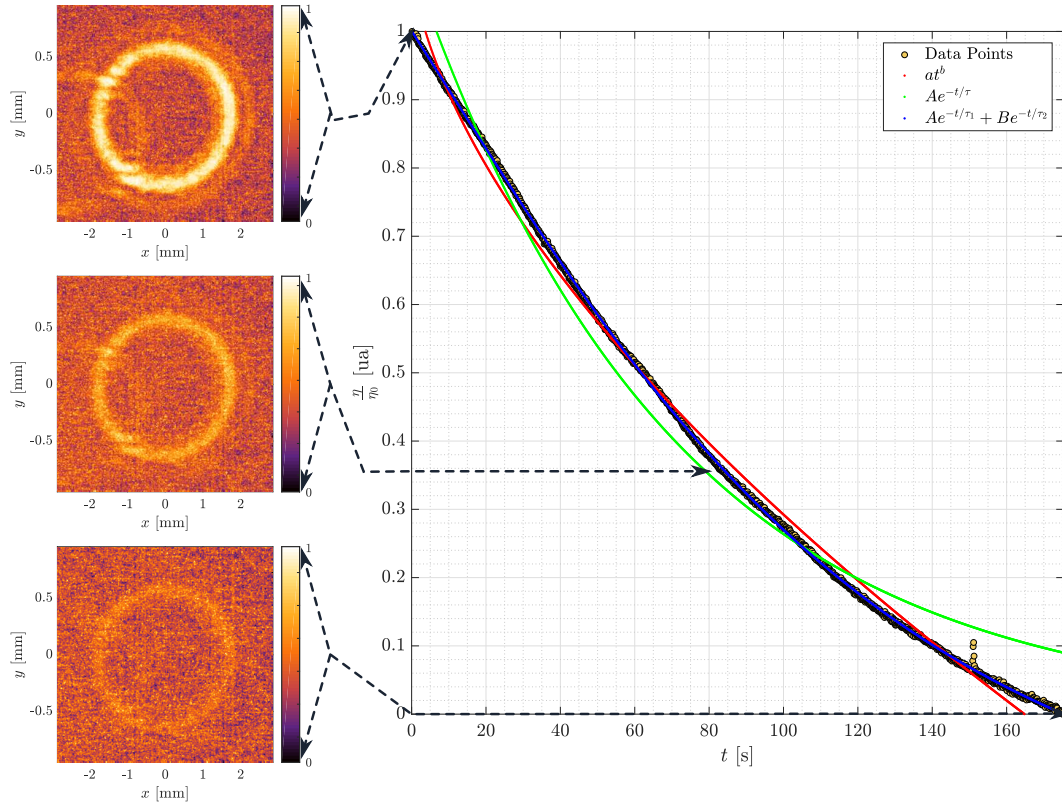


Figura 76. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = -8$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 19

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 76.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0485 \pm 0.0022$  $b = 0.6128 \pm 0.0079$	$A = 0.3144 \pm 0.0029$  $\tau = -1.3832 \pm 0.0102 \text{ [s]}$	$A = 1.8883 \pm 0.5827$ $\tau_1 = 81.5026 \pm 0.1189 \text{ [s]}$ $B = -0.6841 \pm 0.5970$ $\tau_2 = 46.5531 \pm 0.2068 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9951$	$R = 0.9767$	$R = 0.9999$

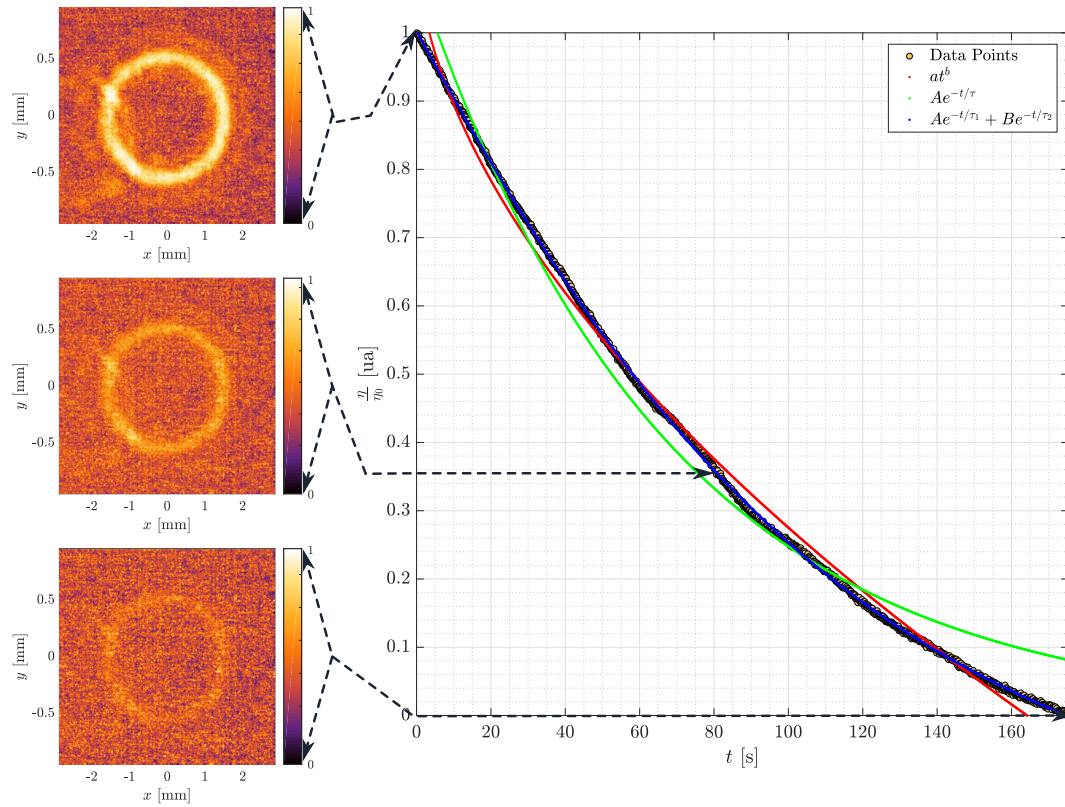


Figura 77. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = 6$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 20

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 77.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0633 \pm 0.0029$ $b = 0.5646 \pm 0.0077$	$A = 0.2971 \pm 0.0026$ $\tau = -1.3359 \pm 0.0092 \text{ [s]}$	$A = 1.4210 \pm 0.1214$ $\tau_1 = 91.4256 \pm 0.0687 \text{ [s]}$ $B = -0.2106 \pm 0.1342$ $\tau_2 = 37.6369 \pm 0.2334 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9950$	$R = 0.9811$	$R = 0.9998$

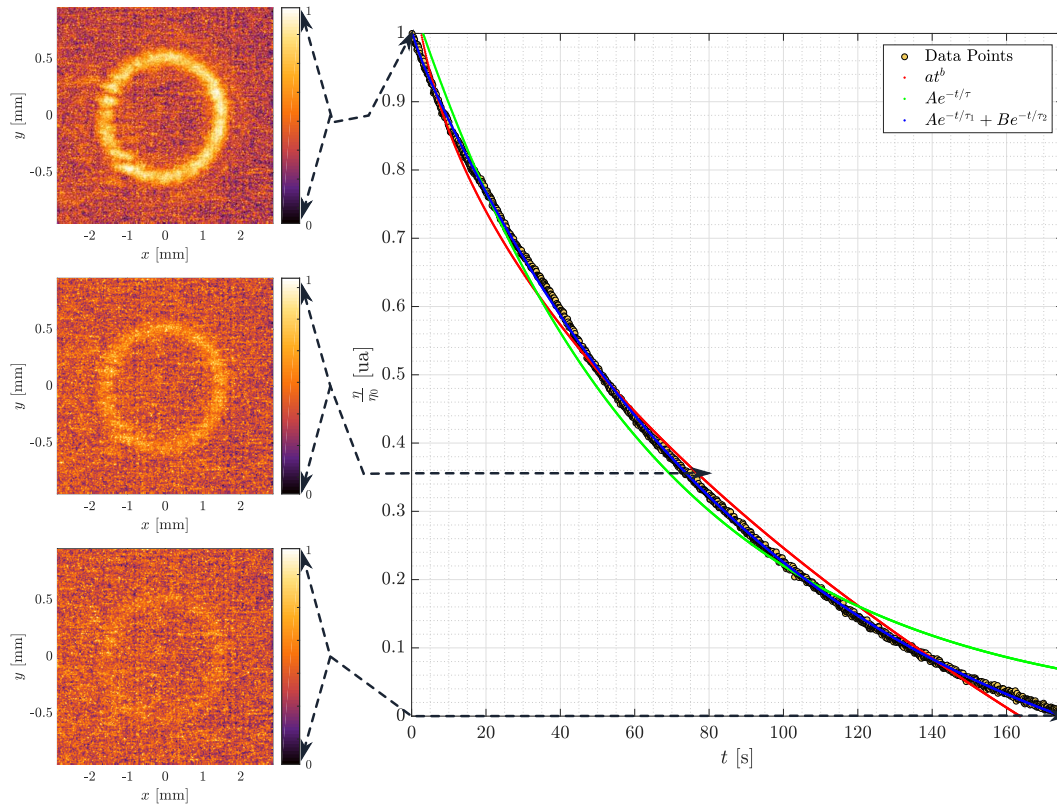


Figura 78. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = -6$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 21

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 78.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0954 \pm 0.0044$  $b = 0.4886 \pm 0.0076$	$A = 0.2668 \pm 0.0020$  $\tau = -1.2654 \pm 0.0076 \text{ [s]}$	$A = 1.1792 \pm 0.0015$ $\tau_1 = 95.6689 \pm 0.0040 \text{ [s]}$ $B = 0.0145 \pm 0.0040$ $\tau_2 = 2.0855 \pm 0.4440 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9944$	$R = 0.9874$	$R = 0.9998$

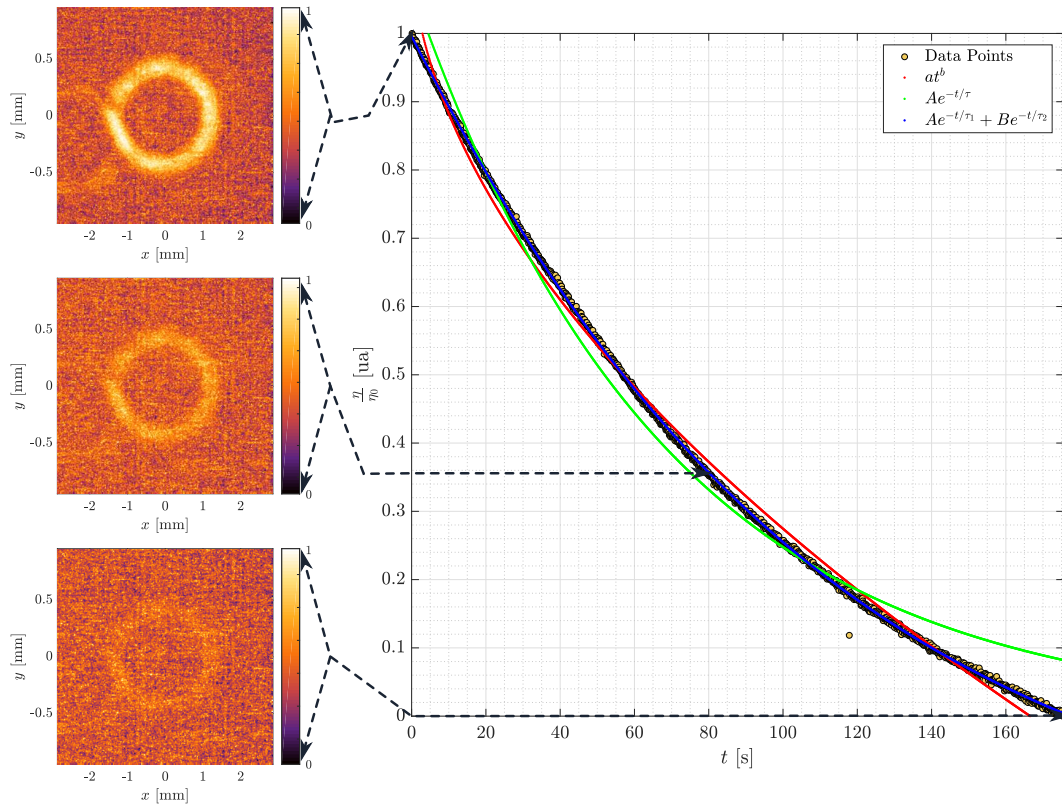


Figura 79. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = 4$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 22

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 79.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
	$at^b$	$Ae^{-\frac{t}{\tau}}$	$Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$
Parámetros	$a = -0.0669 \pm 0.0028$ $b = 0.5510 \pm 0.0071$	$A = 0.2958 \pm 0.0023$ $\tau = -1.3501 \pm 0.0085 \text{ [s]}$	$A = 1.2770 \pm 0.0238$ $\tau_1 = 104.1755 \pm 0.0353 \text{ [s]}$ $B = -0.0487 \pm 0.0334$ $\tau_2 = 28.9202 \pm 0.3782 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9957$	$R = 0.9838$	$R = 0.9999$

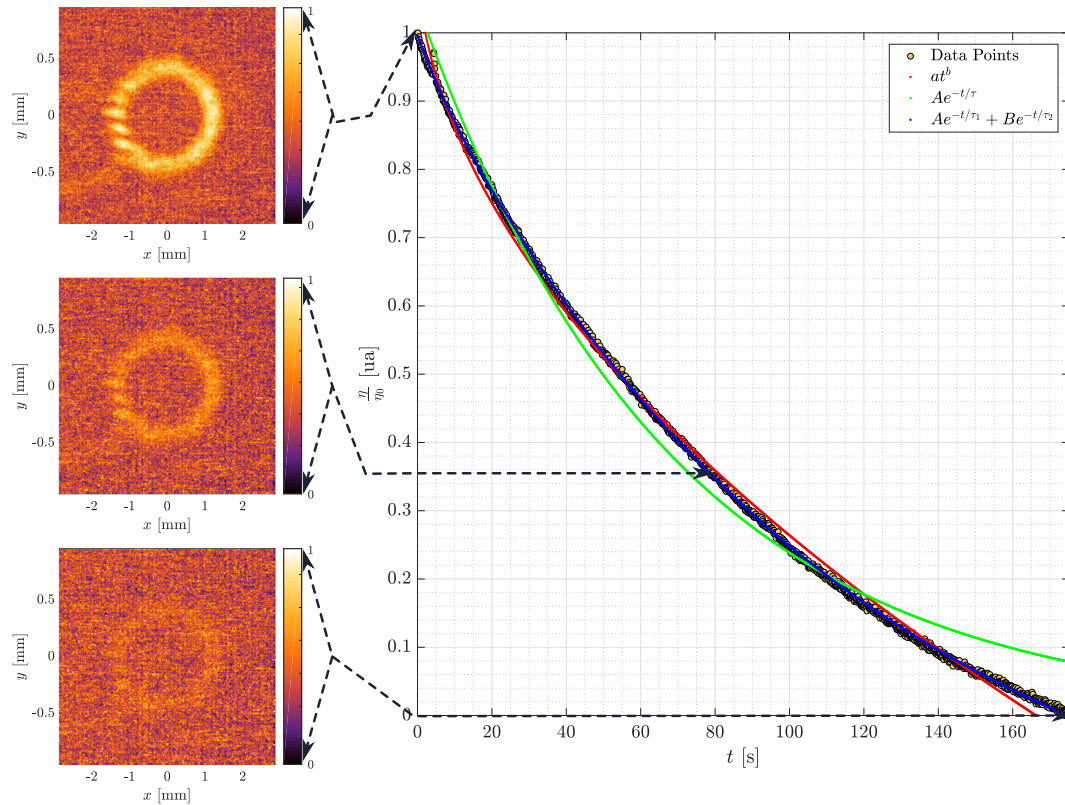


Figura 80. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = -4$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 23

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 80.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0715 \pm 0.0025$ $b = 0.5356 \pm 0.0059$	$A = 0.2858 \pm 0.0022$ $\tau = -1.3401 \pm 0.0084 \text{ [s]}$	$A = 1.2381 \pm 0.0025$ $\tau_1 = 116.2040 \pm 0.0078 \text{ [s]}$ $B = 0.0337 \pm 0.0025$ $\tau_2 = 7.7787 \pm 0.1543 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9969$	$R = 0.9842$	$R = 0.9998$

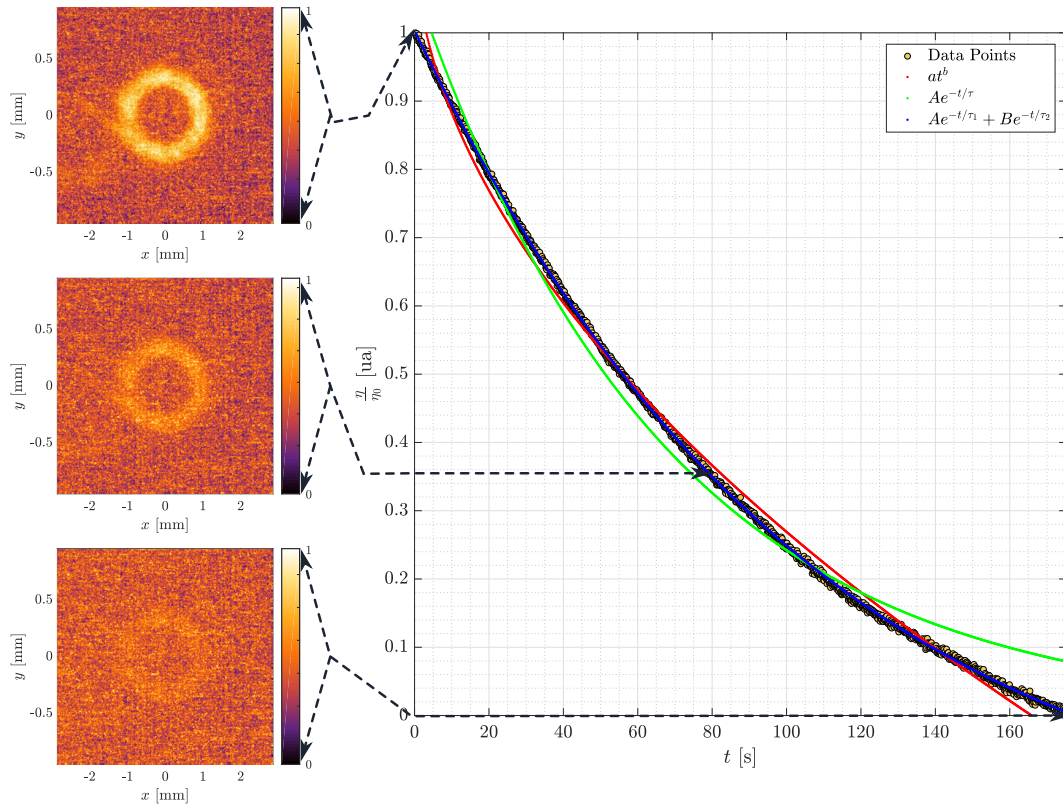


Figura 81. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = 2$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$ .

Tabla 24

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 81.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0744 \pm 0.0032$ $b = 0.5335 \pm 0.0073$	$A = 0.2909 \pm 0.0022$ $\tau = -1.3296 \pm 0.0081 \text{ [s]}$	$A = 1.3535 \pm 0.5680$ $\tau_1 = 96.0553 \pm 0.1976 \text{ [s]}$ $B = -0.1411 \pm 0.5914$ $\tau_2 = 51.5344 \pm 1.0547 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9953$	$R = 0.9852$	$R = 0.9999$

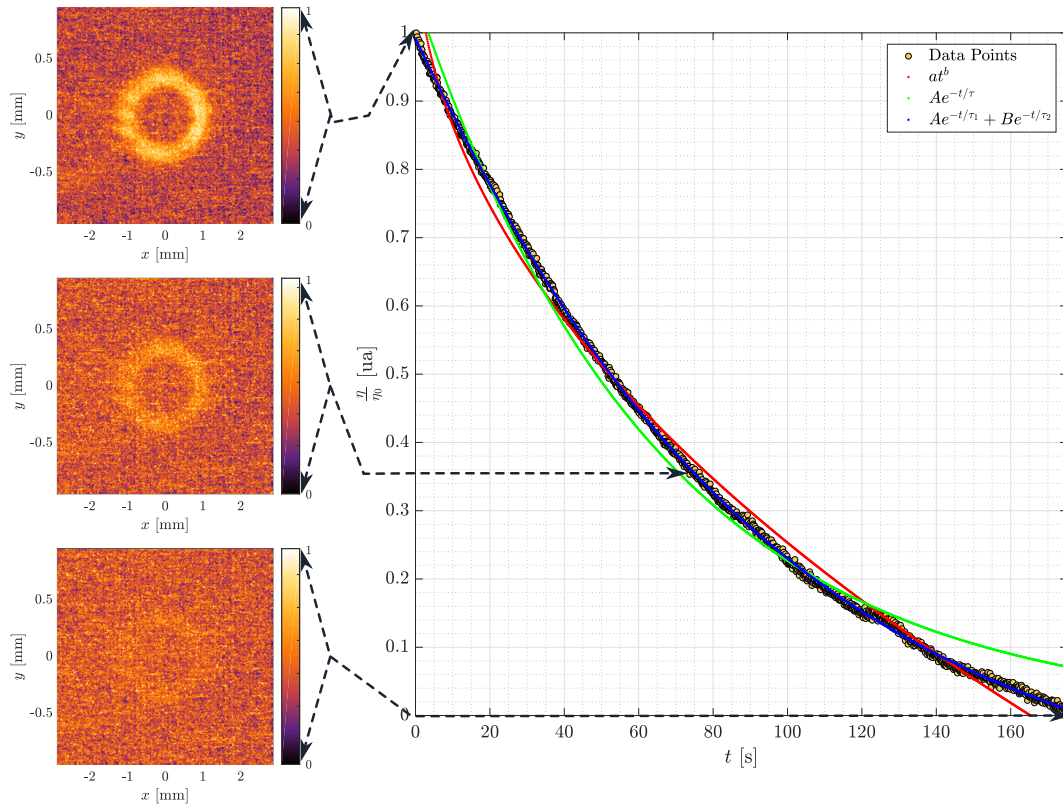


Figura 82. Evolución temporal del haz difractado a través del PhRC almacenando un VO con  $l = -2$  al ser irradiado con  $0.5921 \text{ [mW/cm}^2\text{]}$

Tabla 25

Parámetros de ajuste asociados a los datos presentados en la Figura 82.

Curva ajustada	Potencia	Exponencial	
		Sencilla	Doble
Parámetros	$a = -0.0934 \pm 0.0046$ $b = 0.4924 \pm 0.0081$	$A = 0.2740 \pm 0.0019$ $\tau = -1.2859 \pm 0.0072 \text{ [s]}$	$A = 1.1854 \pm 0.0084$ $\tau_1 = 90.1338 \pm 0.0187 \text{ [s]}$ $B = -0.0333 \pm 0.0128$ $\tau_2 = 18.4721 \pm 0.3395 \text{ [s]}$
Adj. R-square	$R = 0.9936$	$R = 0.9885$	$R = 0.9997$