

Estudio de la Aceleración Ciclotrónica Autoresonante de Electrones por Modos Cilíndricos TE_{01p}

Oswaldo Otero Olarte

Trabajo de Grado para optar al título de Magister en Matemática Aplicada

Director

Eduardo Alberto Orozco Ospino

Doctorado en Ciencias Naturales (Física)

Codirector

Ana María Herrera Rodríguez

Doctorado en Física

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Maestría en Matemática Aplicada

Bucaramanga

2021

Dedicatoria

A mi esposa Sandra, el amor de mi vida.

A mi hija Emma, el mejor regalo que la vida me ha dado.

A mi madre, Martha Ines y a la memoria de mi padre, Luis Emilio (QED), motores de mi vida.

Agradecimientos

A Dios, por la vida y por todos los dones recibidos.

A el profesor Eduardo Alberto Orozco Ospino, por su paciencia y sabiduría. A él, mi más profundo respeto y admiración, como ser humano y como científico.

A mi esposa Sandra Yamile, por su paciencia y apoyo en los momentos difíciles.

A mis padres, Martha Ines y Luis Emilio (QED) por su apoyo constante, amor incondicional y por incentivarme a retomar mis estudios y subir otro escalón en mi formación profesional.

A mis hermanos, Sandra Liliana y Luis Enrique, por su apoyo y cariño genuino.

A mi tío Carlos Eduardo, por siempre estar ahí.

A mis sobrinos, Alejandra y Juan Sebastian, por su cariño.

A mis compañeros de cohorte en la maestría, Rony Ortiz Aponte y Diego Acosta, por las largas jornadas de estudio y todos los momentos compartidos durante el proceso de formación.

A los miembros del Grupo de Investigación FITEK, Fredy Fabián Parada, Jesus Eduardo López, José Alejandro Hernández, Yerson Barragán y Petr Tsygankov, por su amistad y camaradería.

A los profesores, Ilia Mikhailov, Gonzalo Quiroga y Fernando Quiñones por todas sus valiosas enseñanzas impartidas en los diferentes cursos de la maestría.

A Alberto Silva y Juan Carlos Basto Pineda, por atender mis inquietudes con *Python*.

A mis amigos, Fabián Andrés González, Jhon Fredy Suárez, Martín Kevin Alberto Peña y María Daniela Cala por tolerar mis conversaciones y/o reflexiones acerca los avances parciales de mi tesis durante el largo proceso que resultó el desarrollo de la misma.

A los cuatro grandes del Instituto Santa Teresita de Floridablanca, Stella Pacheco, Libardo Lozano, Mario Fernando Quintero y Edgar Enrique Ramírez, verdaderos amigos y colegas.

A todos mis estudiantes, quienes me inspiran y motivan a ser un mejor profesional.

Tabla de Contenido

Introducción	17
1. Objetivos	23
2. Nociones Preliminares	24
2.1. Movimiento ciclotrónico clásico	24
2.1.1. Frecuencia ciclotrónica y radio de Larmor	24
2.2. Interacción resonante	25
2.2.1. Calentamiento ECR	27
2.3. Autoresonancia ciclotrónica	28
2.3.1. Autoresonancia espacial y aceleración SARA	28
2.3.2. Autoresonancia temporal y regimen GYRAC	30
2.4. Modo cilíndrico TE_{01p}	31
2.4.1. Descomposición $\vec{E}^r$ y $\vec{E}^l$ del campo eléctrico	32
2.5. Modelado numérico	33
2.5.1. Método de Buneman-Boris	33
2.5.2. Interpolación bilineal	35
2.5.3. Método de Runge-Kutta	36

3. Aceleración Resonante usando el Modo TE_{011}	38
3.1. Parámetros del sistema físico	39
3.2. Resultados y discusión	41
4. Autoresonancia Espacial usando el modo TE_{011}	50
4.1. Parámetros del sistema físico	50
4.2. Resultados y discusiones	52
5. Autoresonancia temporal usando el modo TE_{011}	58
5.1. Parámetros del sistema físico	58
5.2. Resultados y discusiones	60
6. Conclusiones	70
Referencias Bibliográficas	72
Apéndices	81

Lista de Figuras

Figura 1.	Trayectoria de un electrón en presencia de un campo magnético homogéneo.	24
Figura 2.	Efecto del campo eléctrico transversal en el movimiento del electrón.	26
Figura 3.	Disposición mutua del electrón en su movimiento ciclotrónico y la componente $\vec{E}^r$ en diferentes instantes de una interacción resonante ($T = 2\pi/\omega$ es el periodo de oscilación de la onda electromagnética).	27
Figura 4.	Disposición mutua del electrón en su movimiento ciclotrónico y la componente $\vec{E}^l$ en diferentes instantes de una interacción resonante.	27
Figura 5.	Disposición geométrica para comprender la interpolación bilineal.	35
Figura 6.	Modelo de sistema físico: (1) puntos de inyección de los electrones, (2) cavidad cilíndrica y (3) perfil longitudinal del campo eléctrico (modo TE_{011}).	39
Figura 7.	Campo eléctrico transversal del modo cilíndrico TE_{011} en $z = L/2$ en un instante en el cual es máximo.	40
Figura 8.	Campo magnético del modo cilíndrico TE_{011} en el instante $t = T/4$: (a) Componente transversal en el plano $z = 0$ y (b) componente longitudinal en el plano $x = 0$.	41
Figura 9.	(a) Trayectoria de un electrón inyectado longitudinalmente con una energía $W_0 = 15$ keV desde el punto P_1 , y sus proyecciones en los planos XY (b) y YZ (c).	42

Figura 10. Evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde un punto P_1 ubicado a una distancia radial $R/2$ bajo el efecto del campo eléctrico total (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a los efectos sobre la energía del electrón de las componentes RHP y LHP , respectivamente.

43

Figura 11. Evolución longitudinal de la diferencia de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico, para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde el punto P_1 , ubicado a una distancia radial $R/2$ (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a las diferencias de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico de las componentes RHP y LHP , respectivamente.

44

Figura 12. Evolución longitudinal del radio de Larmor para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde el punto P_1 , ubicado a una distancia radial $R/2$, bajo el efecto del campo eléctrico total (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a los radios de Larmor debido a la interacción con las componentes RHP y LHP , respectivamente; en función de la coordenada longitudinal.

45

Figura 13. Evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con diferentes energías desde una posición radial P_1 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico. $W_0 = 11$ keV (línea verde) y 19 keV (línea violeta).

46

Figura 14. Evolución longitudinal de la diferencia de fase para un electrón inyectado con diferentes energías desde una posición radial P_1 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico: $W_0 = 11$ (línea verde) y 19 keV (línea violeta).

47

- Figura 15. Comparacion de la evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con una energía de 5 keV desde diferentes posiciones radiales P_1 , P_2 y P_3 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico y dos configuraciones de campo magnético externo: Campo magnetico de resonancia (Sistema 1) y campo magnético modificado (Sistema 2). 49
- Figura 16. Evolución longitudinal de la diferencia de fase para un electrón inyectado con una energía de 5 keV desde diferentes posiciones radiales P_1 , P_2 y P_3 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico y dos configuraciones de campo magnético externo: Campo magnético de resonancia (Sistema 1) y campo magnético modificado (Sistema 2). 49
- Figura 17. Modelo de sistema físico SARA: (1) Cavidad cilíndrica, (2) Conjunto de bobinas magnéticas, (3) puntos de inyección y (4) perfil longitudinal del campo eléctrico. 51
- Figura 18. Perfil del campo magnetostática en el plano $x = 0$. 52
- Figura 19. (a) Trayectoria de un electrón inyectado con una energía longitudinal de $W_0 = 4$ keV desde la posición radial P_1 acelerado a través del mecanismo SARA y sus proyecciones en los planos XY (b) y YZ (c). 53
- Figura 20. Evolución longitudinal de la Diferencia de fase entre la componente RHP del campo eléctrico y la velocidad transversal de los electrones inyectados a través de diferentes puntos: P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde). 54

- Figura 21. Evolución longitudinal de la Energía de los electrones inyectados a través de diferentes puntos: P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde). 55
- Figura 22. Componente longitudinal de la velocidad de los electrones inyectados a través de diferentes puntos como función de la coordenada z : P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde). 56
- Figura 23. Evolución longitudinal de la energía para electrones inyectados desde P_1 con diferentes energías: $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura). 56
- Figura 24. Evolución longitudinal de la diferencia de fase entre la componente RHP del campo eléctrico y la velocidad transversal para electrones inyectados desde P_1 con diferentes energías: $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura). 57
- Figura 25. Componente longitudinal de la velocidad de los electrones inyectados a través del punto P_1 con diferentes energías como función de la coordenada z : $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura). 57
- Figura 26. Modelo de sistema físico *GYRAC*: (1) Cavidad cilíndrica, (2) Conjunto de bobinas magnéticas, (3) puntos de inyección, (4) el plano central transversal $z = L/2$ y (5) perfil longitudinal del campo eléctrico. 59
- Figura 27. Perfil radial del campo eléctrico del modo de microondas TE_{011} . 60

Figura 28. Comparación de la solución obtenida utilizando el modelo analítico de Golovanivsky y el estudio de la dinámica electrónica usando el esquema de Buneman-Boris para la evolución de la diferencia de fase y el factor relativista (Energía) durante 625 periodos de oscilación del campo de microondas, usando un $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$. (Las líneas continuas corresponden a los resultados obtenidos con el modelo de Golovanivsky y las líneas discontinuas a los obtenidos con el esquema de Buneman-Boris. En ambos casos, el color rojo es usado para representar la evolución de la energía, y el color negro para la evolución de la diferencia de fase.)

61

Figura 29. Evolución temporal del factor relativista γ (Línea roja) y de la componente B_z (Línea negra) del campo magnético en unidades B_0 , utilizando un valor $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$.

62

Figura 30. Evolución temporal del factor relativista γ para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada).

63

Figura 31. Evolución temporal del radio de Larmor R_L para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada).

64

Figura 32. (a) Trayectoria del centro de guía para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada) y (b) Trayectoria del electrón con parámetro $\alpha = 3.0 \times 10^{-4}$ (Línea negra).

65

- Figura 33. Distribución de la energía en la nube electrónica (Sistema A) después de $4.65 \mu s$ para un conjunto de parámetros α . 68
- Figura 34. Distribución de la energía en la nube electrónica (Sistema B) después de $4.65 \mu s$ para un conjunto de parámetros α . 69
- Figura 35. Efecto de la fuerza ponderomotriz sobre un grupo de electrones. 81
- Figura 36. Hilo Circular con Corriente Estacionaria situado en $z_s = 0$. 83
- Figura 37. Campo magnético no homogéneo axialmente simétrico a lo largo del eje z . 85

Lista de Tablas

Tabla 1.	Parámetros del sistema de bobinas magnéticas.	51
Tabla 2.	Distribución porcentual por grupos de partículas (capturadas, no capturadas y partículas que impactan con las paredes de la cavidad) utilizando un conjunto de parámetros α para cada sistema (A y B) después de $4.65 \mu s$.	66

Lista de Apéndices

	pág.
Apéndice A. Fuerza ponderomotriz	81
Apéndice B. Bobina magnética	83
Apéndice C. Fuerza diamagnética	85

Resumen

Título: Estudio de la Aceleración Ciclotrónica Autoresonante de Electrones por Modos Cilíndricos TE_{01p} *

Autor: Oswaldo Otero Olarte **

Palabras Clave: Aceleración ciclotrónica, Autoresonancia, Campo de microondas, Onda electromagnética estacionaria, Diferencias finitas.

Descripción: Los electrones pueden acelerarse bajo la influencia de una onda electromagnética (*OEM*) transversal eléctrica (*TE*) y un campo magnético externo homogéneo. En el caso de una *OEM* estacionaria, si la frecuencia de rotación del electrón coincide con la frecuencia de dicha onda, tiene lugar el fenómeno de resonancia ciclotrónica electrónica (*ECR*). En condiciones *ECR*, el campo de microondas transfiere energía al electrón. Para *OEM* viajeras o estacionarias, puede presentarse el fenómeno de autoresonancia ciclotrónica, donde la acción del campo magnético externo garantiza que haya resonancia. Se presenta un estudio teórico y computacional de la aceleración ciclotrónica resonante y autoresonante por el modo cilíndrico TE_{01p} en presencia de campos magnéticos estáticos: homogéneos y no homogéneos, y homogéneos variables en el tiempo. Se toman como base dos mecanismos: Spatial AutoResonance Acceleration (*SARA*) y GYRO-Resonant ACcelerator (*GYRAC*), que utilizan un campo magnetostático no homogéneo y un campo magnético variable en el tiempo, respectivamente. Para comprender la interacción onda-partícula, se descompone localmente el campo eléctrico de microondas, como la superposición de dos ondas polarizadas circularmente. La trayectoria, la energía y la diferencia de fase se determinan mediante la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz, utilizando un esquema en diferencias finitas. Utilizando una intensidad de 14 kV/cm a una frecuencia de 2.45 GHz, los electrones inyectados con 4 keV en el sistema *SARA-TE₀₁₁* alcanzan una energía de 183 keV, un 13.5% mayor respecto del obtenido utilizando campo homogéneo. Con el sistema *GYRAC-TE₀₁₁* y una intensidad de 1 kV/cm se alcanzaron energías del orden de los MeV. Este estudio sirve de base para el desarrollo de fuentes de radiación: Con *SARA-TE₀₁₁* podrían generarse rayos X blandos, mientras que con *GYRAC-TE₀₁₁* podría desarrollarse una fuente de radiación sincrotrónica.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Eduardo Alberto Orozco Ospino, Ph.D. Codirector: Ana María Herrera Rodríguez, Ph.D.

Abstract

Title: Study of the Autoresonant Cyclotronic Acceleration of the electrons by the Cylindrical mode TE_{01p} *

Author: Oswaldo Otero Olarte **

Keywords: Cyclotronic acceleration, autoresonance, Microwave field, Stationary electromagnetic wave, Finite difference.

Description: Electrons can be accelerated under the influence of a transverse electrical (TE) electromagnetic wave (OEM) and a homogeneous external magnetic field. In the case of a stationary OEM, if the frequency of rotation of the electron coincides with the frequency of said wave, the phenomenon of electronic cyclotron resonance (ECR) takes place. Under ECR conditions, the microwave field transfers energy to the electron. For traveling or stationary OEMs, the phenomenon of cyclotron autoresonance can occur, where the action of the external magnetic field ensures that there is resonance. A theoretical and computational study of resonant and autoresonant cyclotronic acceleration by the cylindrical mode TE_{01p} in the presence of static magnetic fields: homogeneous and inhomogeneous, and homogeneous variable in time is presented. Two mechanisms are taken as a basis: Spatial AutoResonance Acceleration (SARA) and GYRO-Resonant ACcelerator (GYRAC), which use an inhomogeneous magnetostatic field and a time-varying magnetic field, respectively. To understand wave-particle interaction, the microwave electric field is decomposed locally, as the superposition of two circularly polarized waves. The trajectory, energy and phase-shift are determined by the numerical solution of the relativistic Newton-Lorentz equation, using a finite difference scheme. Using an intensity of 14 kV/cm at a frequency of 2.45 GHz, the electrons injected with 4 keV in the SARA- TE_{011} system reach an energy of 183 keV, 13.5 % higher than that obtained using a homogeneous field. With the GYRAC- TE_{011} system and an intensity of 1 kV/cm, energies of the order of MeV were reached. This study serves as the basis for the development of radiation sources: With SARA- TE_{011} soft X-rays could be generated, while with GYRAC- TE_{011} a synchrotron radiation source could be developed.

* Master Thesis

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Eduardo Alberto Orozco Ospino, Ph.D. Codirector: Ana María Herrera Rodríguez, Ph.D.

Introducción

Desde el año de 1962, A. A. Kolomenskii, A. N. Levedek y V. Ya. Davydovski iniciaron el estudio de la interacción ciclotrónica resonante entre el movimiento de una partícula cargada y una onda transversal electromagnética que se propaga a lo largo de un campo magnético homogéneo (Kolomenskii and Levedek, 1962; Davydovski, 1962). En el cual, la condición de resonancia ciclotrónica es preservada por si misma. Este fenómeno es conocido como autoresonancia, el cual ha llamado la atención de muchos científicos, principalmente por sus aplicaciones relacionadas con aceleradores de partículas dado que permite alcanzar altas energías. En el año 1996, V. Milant'ev presentó un estudio detallado sobre los principales mecanismos de aceleración autoresonante en campos magnéticos homogéneos, propuestos hasta ese momento, y sus principales aplicaciones (Milant'ev, 1997). El mismo lo actualizaría en el año 2012 con motivo del aniversario número cincuenta del fenómeno de autoresonancia ciclotrónica (Milant'ev, 2013).

La condición de resonancia ciclotrónica electrónica (*ECR*, por su sigla en inglés) puede satisfacerse a través de diferentes mecanismos, en los cuales se utilizan esquemas que incluyen el efecto de ondas electromagnéticas viajeras (Shpitalnik et al., 1991) y ondas estacionarias. De estas últimas, se mencionarán dos por su relación directa con el desarrollo de este trabajo de investigación: (i) el mecanismo denominado GYro-Resonant ACceleration (*GYRAC*), el cual utiliza una onda electromagnética estacionaria y un campo magnético variable en el tiempo (Golovanivsky, 1980) y (ii) el esquema conocido como Spatial AutoResonance Acceleration (*SARA*), que incluye una onda electromagnética estacionaria y un campo magnetostático no homogéneo (Dougarg-Jabon

et al., 2008; Dugar-Zhabon and Orozco, 2009).

El mecanismo *GYRAC*, propuesto por K. S. Golovanivsky en los años ochenta, estudia electrones capturados en el plano medio de una trampa magnética tipo espejo y acelerados a muy altas energías por microondas. En este esquema, la intensidad del campo magnético crece con la razón requerida para lograr una compensación precisa de la deflexión relativista de la fase ciclotrónica del electrón. En sus investigaciones, Golovanivsky obtuvo un sistema de ecuaciones diferenciales que describen la evolución de la fase y la energía de la partícula en los casos débilmente relativista y ultrarelativista (Golovanivsky, 1982, 1983). Basándose en el mecanismo *GYRAC*, Olivier Gal estudió analíticamente el funcionamiento de un acelerador de electrones cíclico autoresonante (Gal, 1989). Recientes investigaciones con este mecanismo de aceleración de partículas han producido importantes aplicaciones con impacto en diversas áreas del conocimiento, entre ellas podemos mencionar: (A) el Electron Cyclotron Resonance Ion Proton Accelerator (*ECR-IPAC*) para el tratamiento del cancer (Inoue et al., 2014) y (B) los estudios teóricos y experimentales en los cuales se ha logrado controlar la energía de grupos de electrones relativistas en plasmas confinados en trampas tipo espejo. También se ha determinado la distribución espectral-angular de rayos X producidos por grupos de electrones utilizando trampas largas tipo espejo en condiciones de autoresonancia temporal (Andreev et al., 2017, 2018a,b, 2019; Andreev et al., 2020). Desde el año 2018, el grupo de investigación en Física y Tecnología del Plasma y Corrosión (*FITEK*) de la Universidad Industrial de Santander (*UIS*) ha estado realizando investigaciones sobre este esquema de aceleración de partículas, utilizando técnicas de simulación computacional (HERNANDEZ QUINTERO, 2018; Hernández et al., 2019).

Por otro lado, en el mecanismo *SARA* se preserva la interacción resonante de los electrones, afectados por un campo de microondas en un modo cilíndrico TE_{11p} ($p = 1, 2, 3, \dots$); a través de la acción de un campo magnetostático no homogéneo; en el cual los electrones son acelerados hasta alcanzar energías del orden de las centenas de keV e incluso MeV. La dinámica electrónica se estudia mediante la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz. El perfil del campo magnético utilizado permite mantener la diferencia de fase entre el campo eléctrico de microondas y la velocidad transversal de los electrones en la banda de aceleración. Dicho mecanismo, fue propuesto por Valeriy Dugar-Zhabon y su estudio formal ha sido desarrollado por Eduardo A. Orozco desde el año 2008 (Dugar-Jabon et al., 2008; OROZCO OSPINO, 2012). En (Dugar-Zhabon and Orozco, 2009), presentan un estudio analítico detallado del fenómeno de autoresonancia ciclotrónica electrónica, en el cual se obtienen: un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el cambio de fase entre el campo eléctrico de microondas y la velocidad transversal del electrón, su energía total y su velocidad longitudinal; cuyos resultados concuerdan con los obtenidos anteriormente en (Dugar-Jabon et al., 2008). En el caso de las simulaciones realizadas con haces de electrones se ha utilizado el método *Particle-in-Cell* o partícula en celda (*PIC*) (Dugar-Zhabon and Orozco, 2010). El mecanismo *SARA* ha sido propuesto para fines prácticos. En el año 2013 fue patentado en Colombia la *Fuente Compacta Autoresonante de Rayos X* (DONDOKOVICH and OROZCO, 2013) y recientemente en Estados Unidos (Dugar-Zhabon and Ospino, 2015), en la cual se utiliza una cavidad resonante de forma rectangular, la cual es excitada con un modo de microondas TE_{10p} (Dugar-Zhabon et al., 2016b) o un modo TE_{11p} cilíndrico (Dugar-Zhabon et al., 2016a). Dicho sistema permite aumentar significativamente la energía del

haz electrónico hasta impactar con un blanco metálico para producir rayos X. En el año 2019, se realizaron estudios complementarios en los cuales se considera la generación del campo magnetostático no homogéneo por un sistema de anillos magnetizados en lugar de un sistema de bobinas. El sistema de anillos logra reducir el volumen del dispositivo y ahorrar energía en el funcionamiento (Orozco et al., 2019a). En ese mismo año se reportaron los resultados correspondientes a simulaciones de grupos de electrones acelerados en una cavidad cilíndrica TE_{113} en condiciones SARA utilizando *PIC* electromagnético. Los electrones son acelerados hasta los 250 keV con efectos de desfocalización del haz insignificantes (Orozco et al., 2019b).

En el desarrollo de esta tesis se presentan los resultados correspondientes a la aceleración resonante y autoresonante, tanto espacial como temporal, de electrones por un campo de microondas, modo cilíndrico TE_{011} ; cuyo campo eléctrico es axialmente simétrico. La principal motivación para la realización de este estudio se debe a que dicho modo presenta una estructura espacial adecuada para dicho fin y que no existen reportes relacionados para dicho propósito. Este modo de microondas ha sido usado para múltiples aplicaciones entre las que sobresalen el calentamiento de plasmas (Golovanivsky et al., 1977), la conceptualización, diseño y desarrollo de una fuente *ECR* de luz, dicha fuente produce radiación en el rango visible y ultravioleta (Chauhan et al., 2001), y más recientemente para medir la permitividad relativa de diversos materiales (Fu et al., 2016).

Es importante destacar que los estudios realizados en las diferentes etapas de este trabajo de investigación son posibles gracias al desarrollo de modelos matemáticos condicionados por las leyes fundamentales de la física, y a la implementación de métodos numéricos y de simulación computacional. Dentro del conjunto de posibles esquemas que se utilizan para la integración

de las ecuaciones de movimiento relativista de las partículas cargadas hemos escogido el método de Buneman-Boris (Birdsall and Langdon, 2004). Esta elección se realiza por las siguientes razones: (i) su estabilidad, (ii) utiliza la menor cantidad de información, hablando en terminos de almacenamiento y (iii) efectúa las operaciones de una manera rápida y precisa. Estudios recientes han ratificado estas características comparando el desempeño del método de Boris con otros integradores, simplécticos como por ejemplo los métodos de Gauss y Störmer-Verlet, y no simplécticos, como el Runge-Kutta. En (Qin et al., 2013) se comprueba que el algoritmo de Boris no es simpléctico, sin embargo, en este método se conserva el volumen en el espacio de fase (esta es una condición necesaria pero no suficiente para ser considerado simpléctico), por lo tanto, posee beneficios de los algoritmos simplécticos, por ejemplo, este hecho permite comprender el buen comportamiento del algoritmo de Boris en terminos de estabilidad. Este método es uno de los mas implementados en el estudio de la dinámica de plasmas ya que conserva muy bien la energía del sistema, es fácilmente generalizable a sistemas relativistas y puede ser implementado de manera conjunta con el método *PIC* (Ledvina et al., 2008). Dicho esquema de integración ha sido utilizado ampliamente por el grupo *FITEK* para el estudio de diversos problemas con sistemas de partículas cargadas, ya sea en aproximación de partícula simple (bajas concentraciones) (Dougard-Jabon et al., 2008; Orozco et al., 2019a; Hernández et al., 2019; López et al., 2019) o en sistemas de muchas partículas que incluyan el efecto del campo autogenerado o autoconsistente; es decir, el campo total generado por el sistema de partículas (OROZCO OSPINO, 2012; MURILLO ACEVEDO, 2016; HERRERA RODRIGUEZ, 2013; GUTIERREZ AMAYA, 2016).

A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de los capítulos de esta tesis:

En el primer capítulo, se presentan las nociones relacionadas con el fenómeno de la auto-resonancia ciclotrónica y los esquemas implementados para la aceleración autoresonante. Adicionalmente, se realiza una descripción del campo de microondas utilizado, el modo cilíndrico TE_{011} y su descomposición local en dos ondas polarizadas circularmente, una de derecha (*RHP*) y una de izquierda (*LHP*). Finalmente, se presentan los métodos usados para el modelado numérico de la dinámica electrónica.

En el segundo capítulo, se presentan los resultados del sistema *ECR*- TE_{011} en el cual, el campo magnético externo es estático y homogéneo. Se determina el efecto por separado de la acción de las componentes *RHP* y *LHP* en la ganancia de energía de partículas.

En el tercer capítulo, se presentan los resultados de los experimentos numéricos realizados con el sistema *SARA*- TE_{011} para la aceleración autoresonante de electrones. En el cual, se establece el perfil del campo magnetostático no homogéneo apropiado mediante ajustes sucesivos, ya que en este caso no contamos con un modelo analítico que oriente ese proceso.

Por último, en el cuarto capítulo se presentan los resultados obtenidos para el sistema *GYRAC*- TE_{011} . Estos incluyen la evolución de la energía para un electrón y una nube de electrones no interactuantes, utilizando un conjunto de valores diferentes para la razón de crecimiento del campo magnético que permiten el sostenimiento de la condición de resonancia en el tiempo. Dichos parámetros son obtenidos a partir de la condición de captura del régimen de *GYRAC*.

1. Objetivos

Objetivo general

Determinar la viabilidad de la aceleración autoresonante de partículas cargadas por un campo de microondas modo cilíndrico TE_{01p} ($p = 1, 2, 3, \dots$) en campos magnéticos variables en el tiempo o campos magnetostáticos no homogéneos.

Objetivos específicos

Elaborar un modelo de sistema físico para el estudio teórico de esquemas de aceleración de partículas cargadas basados en modos cilíndricos TE_{01p} .

Analizar la aceleración de electrones en condiciones ECR por modos cilíndricos TE_{01p} .

Obtener pulsos de campo magnético $B(t)$ que permitan la aceleración autoresonante de electrones por modos cilíndricos TE_{01p} en campos magnetostáticos homogéneos.

Obtener perfiles de campo magnético $B_z(z)$ que permitan la aceleración autoresonante de electrones por modos cilíndricos TE_{01p} en campos magnetostáticos no homogéneos.

Determinar la influencia de la fuerza ponderomotriz sobre estabilidad de la órbita de la partícula acelerada.

Presentar por lo menos una ponencia en un evento científico de prestigio internacional o publicar un artículo en una revista científica de prestigio internacional.

2. Nociones Preeliminares

2.1. Movimiento ciclotrónico clásico

2.1.1. Frecuencia ciclotrónica y radio de Larmor

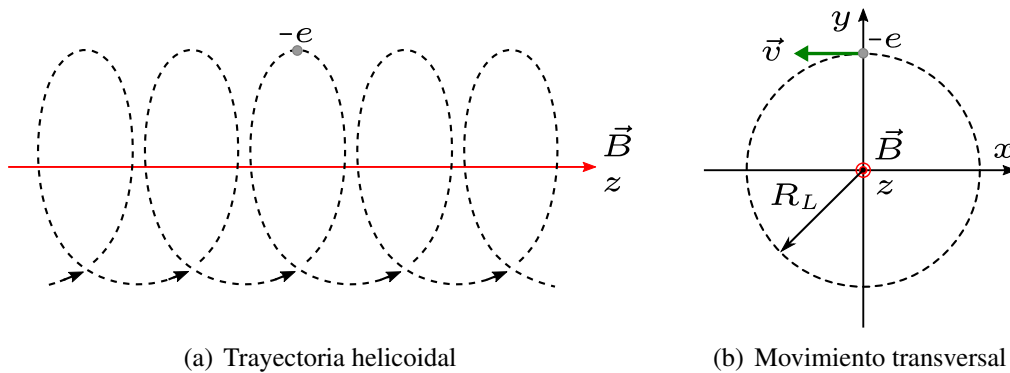
Para el estudio de la dinámica clásica de una partícula cargada en presencia de campos eléctricos y magnéticos, se utiliza la ecuación de Newton-Lorentz

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (1)$$

donde q , m y $\vec{v}$ representan la carga eléctrica, masa y velocidad de la partícula respectivamente, y $\vec{E}$ y $\vec{B}$, el campo eléctrico y magnético en la posición de la partícula. Al considerar únicamente la influencia de un campo magnético homogéneo ($\vec{B} = B\hat{k}$) sobre un electrón, este describe una trayectoria helicoidal, ver figura 1 (a) a lo largo de las líneas de campo.

Figura 1

Trayectoria de un electrón en presencia de un campo magnético homogéneo.



Al proyectar la trayectoria sobre un plano perpendicular a la dirección del campo magnéti-

co, ver figura 1 (b), se puede observar a la partícula describir una circunferencia de radio R_L (*radio de Larmor*) y cuya frecuencia de giro es conocida como *frecuencia ciclotrónica clásica* (Ω_0), tales cantidades pueden ser calculadas a partir de las siguientes expresiones matemáticas:

$$\Omega_0 = \frac{eB}{m_e} \quad \text{y} \quad R_L = \frac{v_{\perp}}{\Omega_0}, \quad (2)$$

donde $-e$ y m_e corresponden a carga y masa del electrón, y $v_{\perp}$ es la rapidez transversal de la partícula. A este movimiento circular se le denomina *giro ciclotrónico* o *movimiento de Larmor* (Chen, 1984; Miyamoto, 2001; Greiner, 2012).

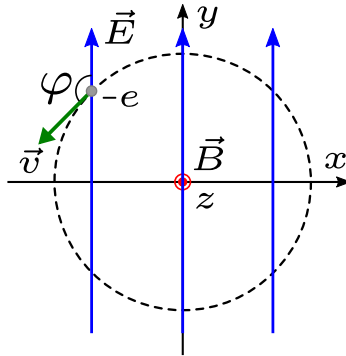
2.2. Interacción resonante

Si al caso expuesto en la sección anterior, le superponemos el efecto de un campo de microondas correspondiente a una onda transversal eléctrica estacionaria, obtenemos un sistema en el cual, el electrón puede ganar energía cinética debido al trabajo que realiza el campo eléctrico de la onda. Para comprender este mecanismo de aceleración de partículas cargadas de una mejor manera, se estudia la evolución de un parámetro denominado diferencia de fase (φ), que corresponde al ángulo que forman el vector de campo eléctrico de la onda y el vector de velocidad de la partícula, tal y como se aprecia en la figura 2.

El electrón gana energía de la onda electromagnética siempre que la diferencia de fase se encuentre en el rango $\pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2$, este intervalo es denominado *banda de aceleración* Dougar-Jabon et al. (2008). La potencia transferida al movimiento electrónico es máxima en resonancia exacta, es decir si $\varphi = \pi$. En terminos de la frecuencia de oscilación del campo eléctrico

Figura 2

Efecto del campo eléctrico transversal en el movimiento del electrón.



(ω) y de la frecuencia ciclotrónica electrónica (en el régimen clásico, $v/c \ll 1$) esta condición se expresa como $\omega = \Omega_0$, condición de *Resonancia Ciclotrónica Electrónica RCE* o *ECR* por su sigla en inglés. Si la ganancia de energía que experimenta el electrón es significativa; es decir, si su energía cinética es del orden de su energía de reposo $E_0 = mc^2$ (igual a 511 keV para electrones) estos hacen la transición del régimen clásico al relativista, en el cual, la condición de resonancia clásica no se satisface dado que en esta situación la frecuencia ciclotrónica Ω depende del factor relativista de Lorentz (γ) según la expresión:

$$\omega = \Omega = \frac{\Omega_0}{\gamma}, \quad (3)$$

donde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ con $\beta = v/c$, v es la rapidez de la partícula y c es la velocidad de la luz en el vacío. En este régimen es necesario el uso de la ecuación de Newton-Lorentz relativista para el estudio de la dinámica de los electrones:

$$\frac{d}{dt}(\gamma \vec{v}) = -\frac{e}{m_e} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (4)$$

2.2.1. Calentamiento ECR

Para comprender mejor el proceso físico del calentamiento *ECR*, es conveniente descomponer un campo de microondas linealmente polarizado excitado en una cavidad resonante, por ejemplo; como la suma de dos ondas polarizadas circularmente, una de derecha (*RHP* o $\vec{E}^r$) y una de izquierda (*LHP* o $\vec{E}^l$).

Figura 3

Disposición mutua del electrón en su movimiento ciclotrónico y la componente $\vec{E}^r$ en diferentes instantes de una interacción resonante ($T = 2\pi/\omega$ es el periodo de oscilación de la onda electromagnética).

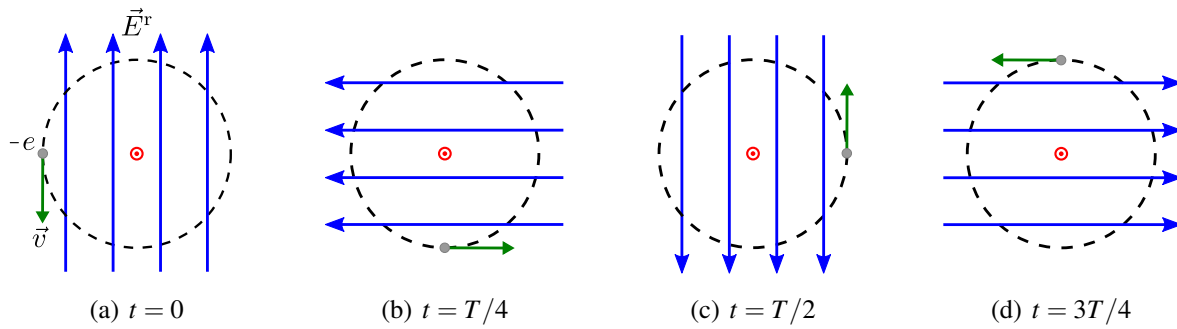
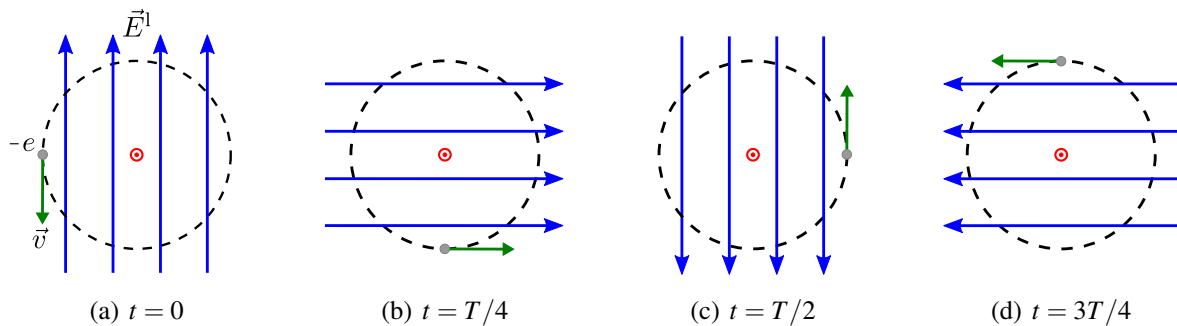


Figura 4

Disposición mutua del electrón en su movimiento ciclotrónico y la componente $\vec{E}^l$ en diferentes instantes de una interacción resonante.



El vector de campo eléctrico de la onda *RHP* rota en el sentido de la mano derecha alrededor del campo magnético a una frecuencia ω mientras que el electrón gira, en el mismo sentido, a una frecuencia Ω alrededor del campo magnético externo uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$; donde $B_0 = \omega m_e / e$ corresponde al *campo magnético de resonancia*, obtenido a partir de la expresión (2). En resonancia exacta ($\varphi = \pi$), la fuerza ejercida por la componente *RHP* acelera el electrón a lo largo de su orbita circular, lo cual produce una ganancia continua en la energía transversal (ver figura 3), mientras que para la componente *LHP* produce una fuerza oscilante que en promedio es nula (ver figura 4), como resultado no hay ganancia de energía (Lieberman and Lichtenberg, 2003; F. Chen and P. Chang, 2003).

2.3. Autoresonancia ciclotrónica

La interacción resonante entre el movimiento helicoidal del electrón y el campo eléctrico transversal de la onda estacionaria puede mantenerse mediante una adecuada manipulación del campo magnético externo; fenómeno conocido como autoresonancia ciclotrónica. El sostenimiento de la condición de resonancia puede lograrse de diversas maneras. Entre los esquemas más utilizados se encuentran dos mecanismos que utilizan ondas electromagnéticas estacionarias: (i) utilizando un campo magnetostático no homogéneo, conocido como *SARA* y (ii) utilizando un campo magnético variable en el tiempo, también conocido como *GYRAC*.

2.3.1. Autoresonancia espacial y aceleración SARA

En el esquema *SARA*, los electrones son inyectados a lo largo del eje de un campo magnético axialmente simétrico y no homogéneo; cuya intensidad se incrementa, principalmente, en la

dirección de inyección de los electrones. En estas circunstancias, la frecuencia ciclotrónica puede ser reescrita como

$$\Omega_c(\vec{r}) = \frac{eB^c(\vec{r})}{m_e\gamma}, \quad (5)$$

donde el superíndice “c” ha sido incluido para denotar el campo magnético externo producido por un conjunto de bobinas (“coils”). Tomando el eje z paralelo al eje del campo magnético, la componente z del campo magnético puede escribirse como

$$B_z^c(0, z) = B_0 [\gamma_0 + b(z)], \quad (6)$$

donde B_0 es el campo magnético de resonancia ciclotrónica clásica, γ_0 es el factor relativista asociado con la velocidad de la partícula en el punto de inyección, y $b(z)$ es una función adimensional que determina el crecimiento del campo magnético.

Es importante señalar que en este esquema de aceleración de electrones, la fuerza diamagnética cumple un papel importante, ya que actúa en la dirección opuesta al crecimiento del campo magnético. La aceleración de electrones por autoresonancia espacial se suspende cuando la energía longitudinal se hace nula o cuando la potencia de radiación sincrotrónica es igual a la potencia absorbida por los electrones proveniente del campo de microondas; sin embargo, para las energías máximas alcanzadas en el presente estudio, la fuerza de frenado por radiación sincrotrónica es despreciable.

2.3.2. Autoresonancia temporal y regimen GYRAC

Para el caso de la autoresonancia temporal conocida como *GYRAC* se implementa un campo magnético uniforme que varía en el tiempo. En este caso la frecuencia ciclotrónica electrónica puede ser escrita como

$$\Omega_c = \frac{eB(t)}{m_e \gamma}, \quad (7)$$

donde el campo magnético es escrito como $\vec{B} = B_0 [1 + b(t)] \hat{k}$; con $b(t)$ una función adimensional que crece monótonamente en el tiempo. Los electrones ganan energía como resultado de su interacción con el campo eléctrico, $\vec{E} = E_0(\sin \varphi \hat{r} + \cos \varphi \hat{\theta})$; el cual corresponde a un campo homogeneo que rota alrededor del eje z con una frecuencia ω .

Partiendo de un modelo de la dinámica relativista en dos dimensiones, Golovanivsky obtuvo un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas para el estudio de la evolución del factor relativista (energía) y la diferencia de fase entre la velocidad de las partículas y el campo eléctrico, las cuales son presentadas a continuación:

$$\dot{\gamma} = -g_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{1/2} \cos \varphi, \quad (8)$$

$$\dot{\varphi} = \left[b(\tau) - (\gamma - 1)\right] \frac{1}{\gamma} + g_0 (\gamma^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi, \quad (9)$$

donde $g_0 = E_0/B_0 c$ y $\tau = \omega t$. El mecanismo de *GYRAC* presenta el fenómeno de focalización de la fase, es decir, sin importar el valor inicial de la diferencia de fase esta es atrapada rapidamente en el

regimen de aceleración o regimen de *GYRAC*, aunque esto solo ocurre a bajas energías ($\gamma \approx 1$). De la ecuación (9) se obtiene la condición que permite atrapar y retener a las partículas en el regimen de *GYRAC* conforme el campo magnético crece suavemente según $b(\tau) = \alpha\tau$, la cual viene dada por

$$\alpha \leq 1,19 g_0^{\frac{4}{3}}. \quad (10)$$

2.4. Modo cilíndrico TE_{01p}

El campo de microondas utilizado en este trabajo de investigación es el modo cilíndrico TE_{01p} ($p = 1, 2, 3, \dots$). Las expresiones matemáticas asociadas a las componentes eléctrica y magnética de dicho campo, en coordenadas cilíndricas, están dadas por (Pantoja, 2002):

$$\vec{E}^{hf}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{J_1(p_{01})} J_1(k_T r) \sin(k_z z) \cos(\omega t) \hat{\theta}, \quad (11)$$

$$\vec{B}^{hf}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{J_1(p_{01})} \left[\frac{k_z}{\omega} J_1(k_T r) \cos(k_z z) \sin(\omega t) \hat{r} - \frac{k_T}{\omega} J_0(k_T r) \sin(k_z z) \sin(\omega t) \hat{k} \right], \quad (12)$$

donde E_0 es la amplitud del campo de microondas, J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primera especie de orden cero y primer orden respectivamente, $k_z = p\pi/L$ con L la longitud de la cavidad, $k_T = q_{01}/R$ con R el radio de la cavidad, con $q_{01} = 3.83171$ y $p_{01} = 1.84118$. La frecuencia de resonancia, o frecuencia propia del modo seleccionado, puede ser obtenida mediante la expresión

$$f = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{\left(\frac{q_{01}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}, \quad (13)$$

donde μ_0 y ϵ_0 corresponden a la susceptibilidad magnética y permeabilidad eléctrica del vacío respectivamente. Vale la pena destacar que el factor de calidad para el modo TE_{01p} es significativamente mayor que para cualquiera de los otros modos, razón por la cual este modo resulta muy atractivo para múltiples aplicaciones (Collin, 2007).

2.4.1. Descomposición $\vec{E}^r$ y $\vec{E}^l$ del campo eléctrico

En el caso del modo cilíndrico TE_{01p} es posible expresar, localmente, el campo eléctrico (11) a través de la superposición de dos ondas polarizadas circularmente (Veysi et al., 2015; Vyas et al., 2015; Zeng et al., 2018), una a derecha y una a izquierda, $\vec{E}^{hf} = \vec{E}^l + \vec{E}^r$; cuyas expresiones analíticas son, respectivamente:

$$\vec{E}^l(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \frac{E_0}{J_1(p_{01})} J_1(k_T r) \sin(k_z z) \left[\sin(\omega t - \theta) \hat{i} + \cos(\omega t - \theta) \hat{j} \right], \quad (14)$$

$$\vec{E}^r(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \frac{E_0}{J_1(p_{01})} J_1(k_T r) \sin(k_z z) \left[-\sin(\omega t + \theta) \hat{i} + \cos(\omega t + \theta) \hat{j} \right], \quad (15)$$

Tal y como se mencionó en la sección 2.2, dicha descomposición resulta útil para comprender el mecanismo de transferencia de energía de los electrones, producto de su interacción con la componente eléctrica del campo de microondas.

En el capítulo 3 de este trabajo de investigación se estudia la aceleración resonante de electrones utilizando el modo cilíndrico de microondas TE_{011} , en este caso, el campo magnético externo es estático y homogéneo, por ende, en esta etapa no se cuenta con un mecanismo externo

que optimice la interacción resonante; a pesar de ello, este esquema presenta ciertas similitudes con el esquema *SARA*. En los capítulos 4 y 5 se realiza el estudio de sistemas autoresonantes, primero espacial (*SARA*) y luego temporal (*GYRAC*), utilizando el modo cilíndrico TE_{011} .

2.5. Modelado numérico

2.5.1. Método de Buneman-Boris

Un estudio detallado de la dinámica de una partícula cargada, acelerada autoresonantemente por un campo de microondas TE_{01p} , solo puede hacerse mediante técnicas numéricas y de simulación computacional. El movimiento electrónico se describe mediante la ecuación de Newton-Lorentz que en forma adimensional toma la forma:

$$\frac{d\vec{u}}{d\tau} = \vec{g} + \frac{\vec{u}}{\gamma} \times \vec{b}, \quad (16)$$

donde $\vec{u} = \vec{p}/m_e c$ es el momento del electrón, $\vec{g} = \vec{E}/(-B_0 c)$ es el campo eléctrico adimensional, $\vec{b} = \vec{B}/(-B_0)$ es el campo magnético normalizado, $\gamma^2 = 1 + u^2$ es el factor relativista y $\tau = \omega t$ el tiempo adimensional. Utilizando un esquema de *leap-frog*, la ecuación relativista de Newton-Lorentz (16) puede escribirse en diferencias finitas centradas como:

$$\frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} = \vec{g}^n + \frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} + \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{2\gamma^n} \times \vec{b}^n. \quad (17)$$

En nuestro caso, el valor de $\vec{g}$ corresponde al valor del campo eléctrico del modo cilíndrico TE_{10p} definido en (11) y $\vec{b}$ a la superposición del campo magnético de dicho modo (12) y el campo

externo utilizado por el mecanismo de aceleración resonante o autoresonante (*GYRAC* o *SARA*) según sea el caso. La ecuación (17) se resuelve utilizando el método de *Bunneman-Boris*, con lo cual se determinan los valores correspondientes a la posición y al momento de la partícula en cada paso de tiempo. La posición del electrón normalizada con el *radio de Larmor relativista*, $R_L = c/\omega$, se calcula a partir de:

$$\vec{r}^{n+1} = \vec{r}^n + \vec{u}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\Delta\tau}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}} \quad \text{donde} \quad \gamma^{n+1/2} = \left[1 + (u^{n+1/2})^2\right]^{1/2}. \quad (18)$$

Este método es escogido para la integración de las ecuaciones de movimiento ya que posee tres características importantes: la primera es su estabilidad, la segunda es que es un método rápido con una precisión aceptable y la tercera, es que reduce la cantidad de operaciones que se deben realizar en cada paso de tiempo por cada partícula, en comparación con métodos de orden superior como por ejemplo el método de Runge-Kutta; en el cual, las operaciones por partícula se multiplicarían. En síntesis, optamos por un método estable que utiliza la menor cantidad de información, hablando en terminos de almacenamiento, y que efectúa las operaciones de una manera rápida y precisa (Birdsall and Langdon, 2004). Este método es uno de los más implementados en el estudio de la dinámica de plasmas, ya que conserva muy bien la energía del sistema (Ledvina et al., 2008). Estudios recientes ratifican su buen desempeño al compararlo con otros integradores, simpléticos (Gauss y Stormer-Verlet) y no simpléticos (Runge-Kutta). En (Qin et al., 2013) se atribuye el buen desempeño de este método a un hecho particular, y es que conserva el volumen en el espacio de fase a pesar de ser un método no simplético.

2.5.2. Interpolación bilineal

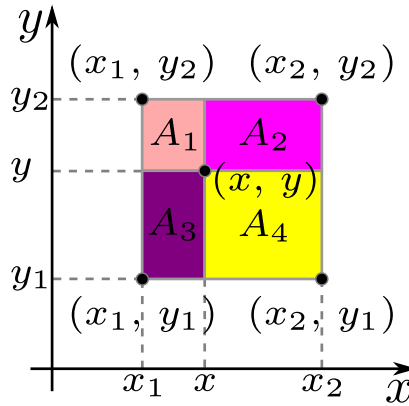
La interpolación bilineal es una extensión de la interpolación lineal para funciones de dos variables en una malla regular de dos dimensiones (Press et al., 1992), definida por la siguiente expresión:

$$f(x, y) = f(x_2, y_1) A_1^* + f(x_1, y_1) A_2^* + f(x_2, y_2) A_3^* + f(x_1, y_2) A_4^*, \quad (19)$$

donde, (x_1, y_1) , (x_1, y_2) , (x_2, y_1) y (x_2, y_2) son puntos de malla adyacentes, y $A_i^* = A_i/A_T$ ($i=1,2,3,4$) con $A_T = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ y los A_i representan las áreas de los rectángulos opuestos a los puntos utilizados en la ponderación, respectivamente. Dicha idea se encuentra ilustrada en la figura 5.

Figura 5

Disposición geométrica para comprender la interpolación bilineal.



El esquema de aceleración SARA utiliza un campo magnetostático no homogéneo para sostener la condición de resonancia de los electrones a lo largo de la trayectoria. En este trabajo, dicho campo es producido por un sistema de bobinas magnéticas (ver Apéndice 2). Para determi-

nar el valor del campo magnético externo en la posición de la partícula utilizamos el método de interpolación bilineal.

2.5.3. Método de Runge-Kutta

La idea fundamental de los Métodos de Runge-Kutta consiste en sustituir un problema el valor inicial $y' = f(x, y)$ con $y(x_0) = y_0$ por una ecuación integral equivalente para proceder a aproximar esta integral mediante algún método numérico adecuado. Si se plantea el problema paso a paso, se tiene:

$$y_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx. \quad (20)$$

En el caso del método de Runge-Kutta de segundo orden se utiliza el método de los trapecios. En los casos de tercer y cuarto orden (*RK4*) se integra mediante el método de Simpson. En el *RK4* se introduce un nuevo paso intermedio en la evaluación de la derivada. Es posible ajustar las opciones de evaluación de manera que se garantice un error local proporcional a h^5 , lo cual conlleva a un error global proporcional a h^4 . El método de cuarto orden más habitual (Press et al., 1992) es el determinado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} k_1 &= h f(x_n, y_n), \\ k_2 &= h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right), \\ k_3 &= h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right), \\ k_4 &= h f(x_n + h, y_n + k_3), \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4). \end{aligned} \quad (21)$$

El estudio del régimen de *GYRAC* para la aceleración temporal autoresonante de electrones requiere de la solución del modelo analítico deducido por Golovanivsky, conformado por el sistema de ecuaciones diferenciales (8) y (9). Para obtener dicha solución, se utiliza el método de Runge-Kutta de cuarto orden previamente expuesto.

3. Aceleración Resonante usando el Modo TE_{011}

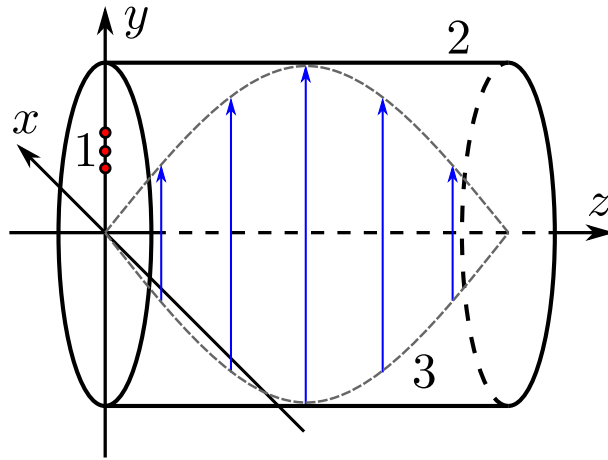
En este capítulo, se considera la aceleración resonante de electrones por una onda electromagnética transversal estacionaria cuyo campo eléctrico es axialmente simétrico, el modo cilíndrico TE_{011} ; bajo la influencia de un campo magnético externo $\vec{B}^{ext} = B_0 \hat{k}$. En este caso, el electrón gana energía producto de la acción que ejerce el campo eléctrico del modo de microondas; pero conforme esto ocurre la condición *ECR* se pierde. Por esta razón es necesario implementar configuraciones de campo magnético que permitan preservar la condición de resonancia (sistemas autoresonantes). Dichos sistemas serán estudiados en detalle en los capítulos 4 (*SARA-TE₀₁₁*) y 5 (*GYRAC-TE₀₁₁*), pero antes es necesario analizar las características esenciales de la dinámica electrónica cuando el campo magnético externo es homogéneo. Con este propósito se analizan dos configuraciones de campo magnético externo: (i) campo magnético uniforme de magnitud B_0 , y (ii) campo magnético uniforme de magnitud kB_0 ; donde k es una constante del orden de 1.1425, para dicho análisis, se determina el efecto por separado de las componentes *RHP* y *LHP* del campo eléctrico, asociado al modo de microondas TE_{011} , sobre la ganancia de energía del electrón. El estudio incluye el análisis de la estabilidad de las orbitas, bajo la hipótesis de la influencia de la *fuerza ponderomotriz* (ver Apéndice 1). La dinámica electrónica se estudia a través de la solución de la ecuación relativista de Newton-Lorentz mediante la implementación del método de Buneman-Boris (ver sección 2.5), en aproximación de partícula simple, o acoplamiento en una sola vía. Esto quiere decir que los campos eléctrico y magnético afectan el movimiento de la partícula pero el movimiento de la partícula no afecta el campo electromagnético existente.

3.1. Parámetros del sistema físico

El sistema físico que nos permite modelar dicha situación se presenta en la figura 6. El modo de microondas TE_{011} es excitado en una cavidad cilíndrica metálica a una frecuencia de 2.45 GHz, usando un sistema de acople de microondas (no mostrado en la figura). Las dimensiones de la cavidad se obtienen a partir de la ecuación (13) considerando el valor de la frecuencia ya mencionada. Un par de valores R y L que permiten reproducir el modo TE_{011} a la frecuencia seleccionada son 7.84 cm y 20 cm, respectivamente. Dichos valores se escogen en virtud del máximo radio de Larmor esperado.

Figura 6

Modelo de sistema físico: (1) puntos de inyección de los electrones, (2) cavidad cilíndrica y (3) perfil longitudinal del campo eléctrico (modo TE_{011}).



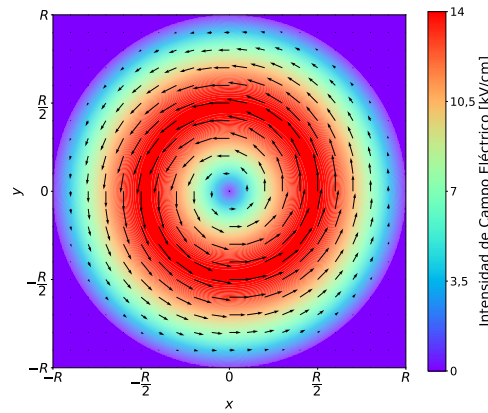
Las expresiones que definen el campo electromagnético correspondiente al modo cilíndrico TE_{011} se obtienen a partir de las ecuaciones (11) y (12) tomando $p = 1$. La intensidad máxima del campo eléctrico escogida es 14 kV/cm. En la figura 7 se representa el campo eléctrico total en el plano central transversal de la cavidad justo en el instante en el que alcanza la máxima intensidad.

Este campo vectorial es representado con flechas de color negro y su magnitud en mapa de colores.

La intensidad máxima de campo eléctrico se encuentra en la región cercana a los puntos situados en $r = R/2$ y decrece rápidamente conforme nos alejamos radialmente de dicha región.

Figura 7

Campo eléctrico transversal del modo cilíndrico TE_{011} en $z = L/2$ en un instante en el cual es máximo.



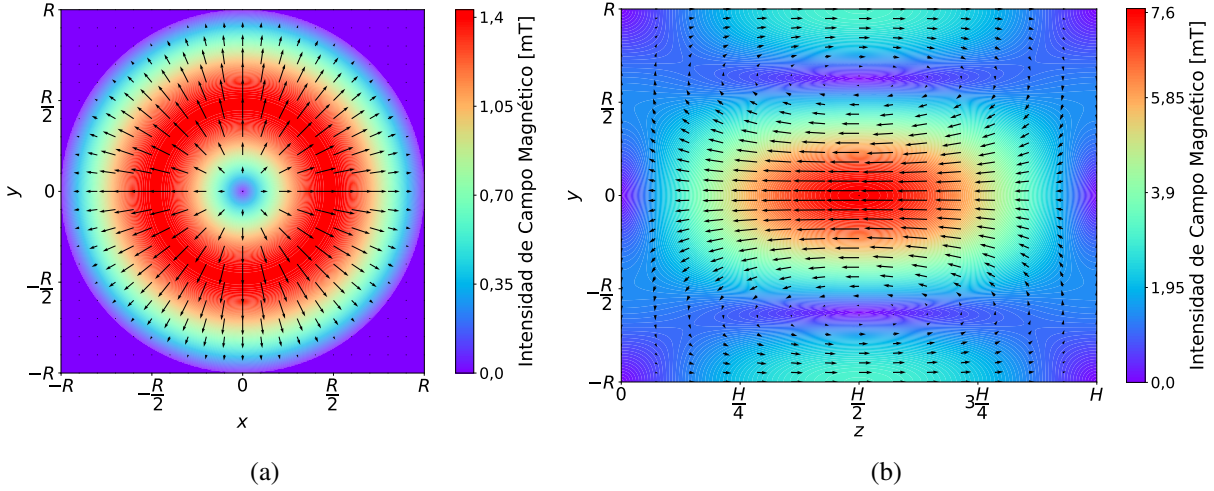
En la figura 8 se muestra la magnitud y dirección del campo magnético del modo cilíndrico TE_{011} en un instante en el cual es máximo. La figura 8 (a) corresponde a su componente transversal en el plano $z = 0$; mientras que la figura 8 (b) corresponde a su componente longitudinal en el plano $x = 0$. En ambos casos, la amplitud máxima es significativamente menor que la intensidad del campo magnético externo, cuya magnitud corresponde a B_0 que en el caso de los electrones tiene un valor de 87,648 mT aproximadamente.

Para el desarrollo de los experimentos numéricos, consideramos que el campo eléctrico total que afecta el movimiento electrónico, viene dado por $\vec{E} = \vec{E}^{hf}$, con $\vec{E}^{hf}$ definido en la ecuación (11) y su descomposición RHP y LHP , ver ecuaciones (15) y (14); mientras que el campo magnético total corresponde a la superposición del campo asociado al modo de microondas (ver ecuación 12)

y al campo externo, $\vec{B} = \vec{B}^{\text{hf}} + \vec{B}^{\text{ext}}$ con $\vec{B}_1^{\text{ext}} = B_0 \hat{k}$ (Sistema 1) y $\vec{B}_2^{\text{ext}} = 1.1425 B_0 \hat{k}$ (Sistema 2).

Figura 8

Campo magnético del modo cilíndrico TE_{011} en el instante $t = T/4$: (a) Componente transversal en el plano $z = 0$ y (b) componente longitudinal en el plano $x = 0$.



3.2. Resultados y discusión

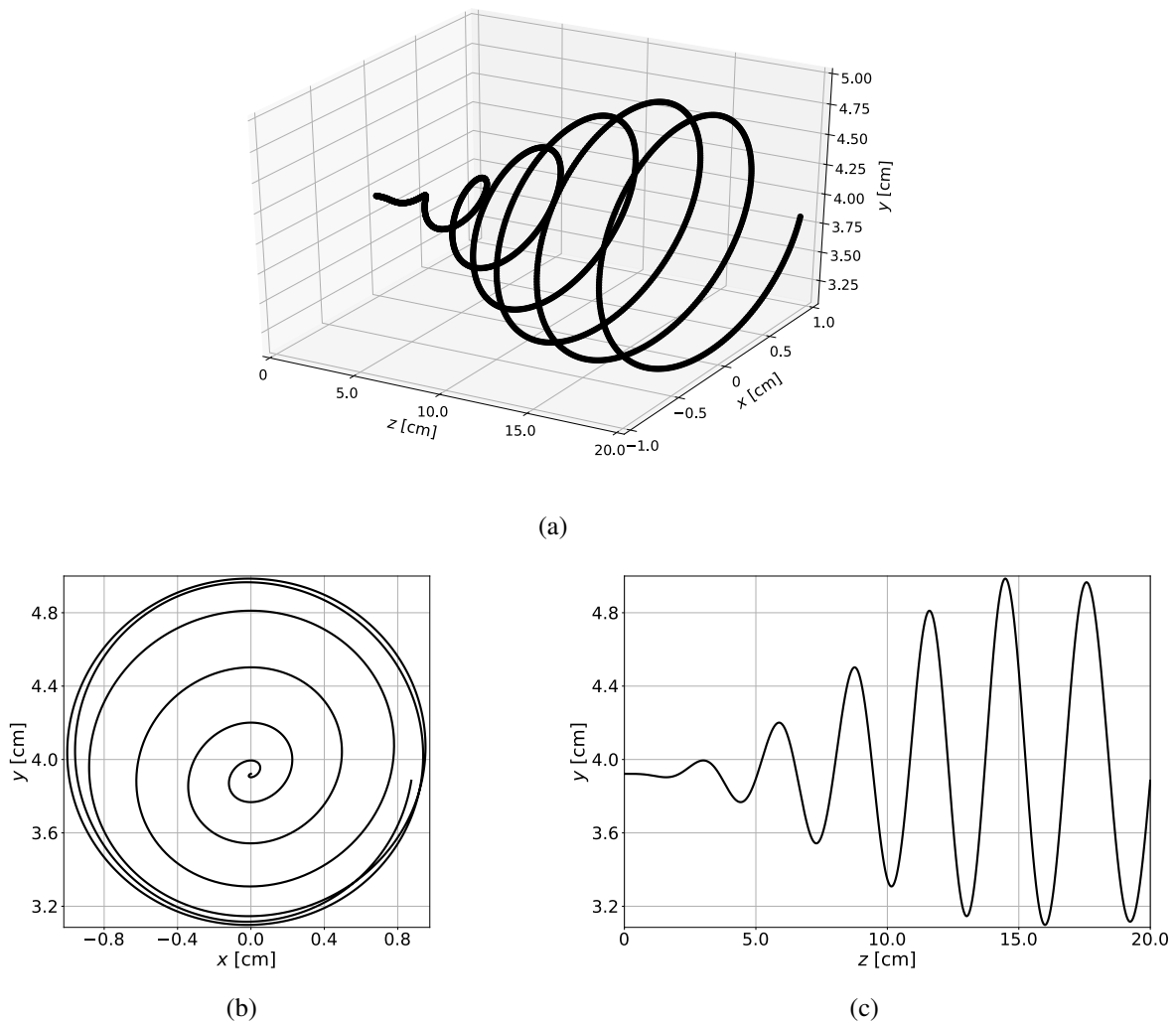
En los experimentos numéricos desarrollados, los electrones son inyectados longitudinalmente en la cavidad a través de tres puntos P_1 , P_2 y P_3 , ver figura 6 ubicados a distancias radiales $R/2$, $3R/8$ y $9R/16$, respectivamente. Para la energía de inyección se escogieron los siguientes valores: 5, 11, 15 y 19 keV.

La figura 9 (a) muestra la trayectoria de un electrón inyectado longitudinalmente con una energía de 15 keV desde el orificio situado en P_1 . En ella se muestra una trayectoria espiral a lo largo del eje de la cavidad. La proyección de la trayectoria en los planos transversales son anillos concéntricos alrededor del punto de inyección de la partícula, ubicado a una distancia radial $R/2 \approx 3.92$ cm), tal y como se puede apreciar en la figura 9 (b). El radio de Larmor para cada anillo se determina por la energía del electrón y el campo magnético local. Esta vista de la trayec-

toria nos permite observar la estabilidad de las orbitas, ya que producto del perfil radial de campo eléctrico utilizado se presumía la influencia de la fuerza ponderomotriz, una fuerza no lineal que experimenta una partícula cargada en un campo electromagnético oscilante no homogéneo, empujándolas hacia las zonas donde el campo eléctrico es más débil (Ver Apéndice 1).

Figura 9

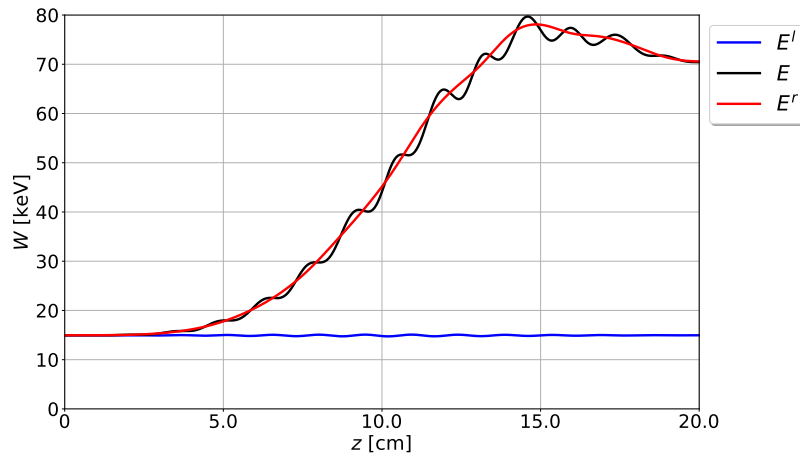
(a) Trayectoria de un electrón inyectado longitudinalmente con una energía $W_0 = 15 \text{ keV}$ desde el punto P_1 , y sus proyecciones en los planos XY (b) y YZ (c).



Adicionalmente, en la figura 9 (c) se presenta la proyección longitudinal de la trayectoria sobre el plano YZ . En ella, es posible apreciar que en la region comprendida entre $5 < z < 15$ cm el radio de los anillos crece; lo cual esta asociado a la ganancia de energía transversal del electrón. Al salir de esta región, el valor del radio de Larmor se hace casi constante. Este proyección de la trayectoria nos permite observar unos máximos locales asociados al movimiento longitudinal y al crecimiento del radio de rotación de la partícula. La separación entre estos puntos es aproximadamente constante a lo largo de toda la trayectoria lo cual nos permite concluir que la velocidad longitudinal permanece constante.

Figura 10

Evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde un punto P_1 ubicado a una distancia radial $R/2$ bajo el efecto del campo eléctrico total (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a los efectos sobre la energía del electrón de las componentes RHP y LHP, respectivamente.

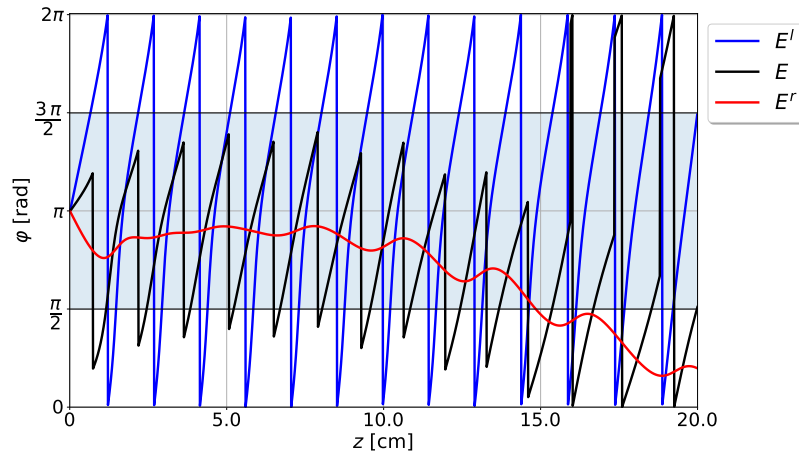


La evolución longitudinal de la energía y la diferencia de fase para los esquemas de campo eléctrico (i) y (ii) son presentadas en las figuras 10 y 11. Como podemos apreciar en la figura 10 (línea negra), en la región comprendida entre $0 < z < 5$ cm, el electrón no gana energía conside-

rablemente a pesar de que la diferencia de fase ϕ se encuentra en la banda de aceleración, tal y como podemos ver en la figura 11 (línea negra). Esto ocurre debido al perfil longitudinal del campo eléctrico del modo de microondas TE_{011} , ya que en esta región la intensidad del campo es aún muy pequeña. El electrón gana energía significativamente en la región comprendida entre $5 < z < 15$ cm, alcanzando un valor máximo cercano a los 80 keV. Entre $15 < z < 20$ cm la ganancia de energía se suspende. En este caso, además de que la amplitud del campo eléctrico es casi nula en esta región también se debe a la pérdida de la condición de resonancia, ver figura 11 (línea negra).

Figura 11

Evolución longitudinal de la diferencia de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico, para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde el punto P_1 , ubicado a una distancia radial $R/2$ (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a las diferencias de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico de las componentes RHP y LHP , respectivamente.

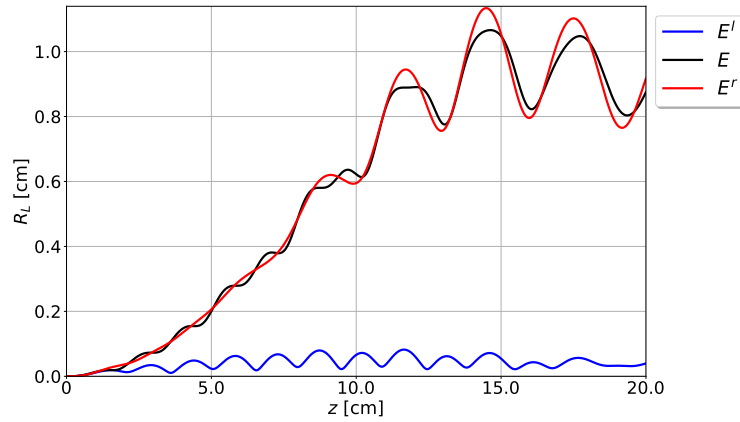


En la figura 10 la línea negra, correspondiente a la evolución longitudinal de la energía del electrón debido a la acción del campo eléctrico total, presenta algunas fluctuaciones que ocurren debido a la interacción del electrón y la componente LHP del campo eléctrico. El electrón gana energía debido a la acción de la componente RHP del campo eléctrico, ver figura 10 (línea roja),

mientras que el aporte producido por la componente *LHP* (línea azul) genera muy poca ganancia energética y solo en pequeñas regiones del espacio, lo cual es validado por la figura 11, en la cual, para esta componente del campo la diferencia de fase (ϕ) entra y sale de la banda de aceleración rápidamente. Por esta razón es posible centrar el estudio únicamente en el efecto producido por la componente *RHP* del campo para la comprensión de este mecanismo de aceleración.

Figura 12

*Evolución longitudinal del radio de Larmor para un electrón inyectado con una energía $W_0 = 15$ keV desde el punto P_1 , ubicado a una distancia radial $R/2$, bajo el efecto del campo eléctrico total (línea negra). Las líneas roja y azul corresponden a los radios de Larmor debido a la interacción con las componentes *RHP* y *LHP*, respectivamente; en función de la coordenada longitudinal.*

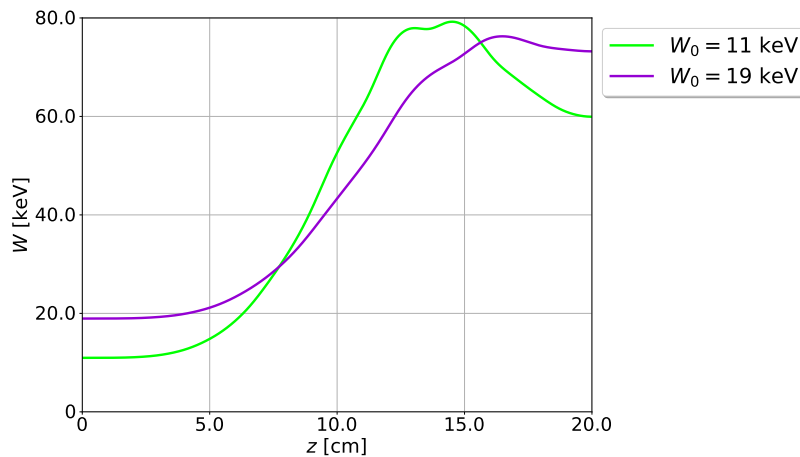


La figura 12 representa la evolución longitudinal del radio de Larmor. La línea azul (asociada a la interacción con la componente *LHP*) evidencia la casi nula transferencia de energía al movimiento transversal del electrón que dicha componente del campo realiza. Por otro lado, se puede apreciar como la línea roja (asociada a la interacción con la componente *RHP*) y la línea negra (campo eléctrico total) tienen un crecimiento cuya tendencia es similar aunque con pequeñas variaciones; lo cual reafirma el hecho de que dicha componente es la responsable de la transferencia de energía al electrón durante su movimiento ciclotrónico.

Como se muestra en la figura 13, la ganancia de energía de los electrones está relacionada con su energía de inyección. El electrón con una energía de inyección de 11 keV es acelerado hasta alcanzar una energía máxima de 79 keV en $z \approx 14$ cm. Luego el electrón pierde energía y golpea la tapa lateral de la cavidad, ubicada en $z = 20$ cm, con una energía de 60 keV. De la misma manera ocurre con un electrón inyectado con una energía inicial de 19 keV, el cual alcanza una energía máxima de 77 keV en el plano $z \approx 17$ cm y golpea la tapa de la cavidad con una energía de 73 keV.

Figura 13

Evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con diferentes energías desde una posición radial P_1 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico. $W_0 = 11$ keV (línea verde) y 19 keV (línea violeta).

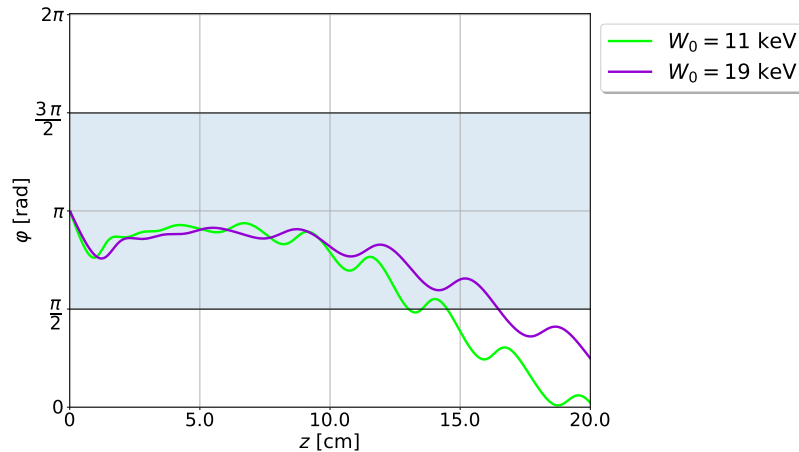


En la figura 14 se muestra la evolución longitudinal de la diferencia de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico de la componente RHP del modo TE_{011} a lo largo de toda la trayectoria para electrones inyectados con diferentes energías. Esta figura permite ver que en la región comprendida entre $5 < z < 10$ cm, para diferentes energías de inyección el comportamiento de la diferencia de fase es bastante similar; aún así, el electrón inyectado con 11

keV gana más energía dado que en este caso φ se encuentra más cercana al valor de resonancia exacta y que el tiempo de interacción es mayor (comparado con el electrón inyectado a 19 keV), con lo cual, el campo transfiere energía de manera más efectiva al movimiento transversal. A partir de $z \approx 14$ cm el electrón sale definitivamente de la banda de aceleración y empieza a perder energía. La diferencia de fase para el electrón inyectado con 19 keV permanece dentro de la banda de aceleración hasta $z \approx 17$ cm, luego de este punto el electrón empieza a perder energía, pero en este caso no se produce una pérdida considerable de energía (comparado con el electrón inyectado a 11 keV) dado que en la región del espacio entre $17 < z < 20$ cm la amplitud del campo eléctrico es bastante pequeña.

Figura 14

Evolución longitudinal de la diferencia de fase para un electrón inyectado con diferentes energías desde una posición radial P_1 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico: $W_0 = 11$ (línea verde) y 19 keV (línea violeta).



Las figuras 15 y 16 representan la evolución longitudinal de la energía y la diferencia de fase entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico de la componente RHP del modo TE_{011} , para un electrón inyectado con una energía de 5 keV; considerando distintos puntos

de inyección en las dos configuraciones de campo electromagnético, denotadas como Sistema 1 y 2. Para el estudio de ambos sistemas solo se consideró la componente *RHP*, dado que esta es la responsable de la transferencia efectiva de energía al electrón. Como se puede apreciar en la figura 15, la energía obtenida implementando el Sistema 2 es considerablemente mayor a la obtenida con el Sistema 1 para todos los puntos de inyección. Esto ocurre en virtud de que la nueva configuración de campo favorece la preservación de la condición de resonancia, tal y como podemos ver en la figura 16, ya que la diferencia de fase (ϕ) en todas las pruebas del Sistema 2 permanece en la banda de aceleración a lo largo de casi toda la trayectoria y por ende la interacción resonante transfiere más energía al electrón. El electrón inyectado a través de P_3 permanece en la banda de aceleración durante todo el movimiento mientras que los electrones inyectados en P_1 y P_2 salen en $z \approx 19$ cm. A pesar de que el electrón inyectado en P_2 rápidamente reingresa a la banda de aceleración, la figura 15 no registra aumento en la energía, dado que esta región está muy cerca del nodo longitudinal. La energía alcanza un valor máximo cercano a los 163 keV en $z \approx 19$ cm utilizando el punto de inyección P_1 . En el caso del Sistema 1, en la región entre $5 < z < 10$ cm la interacción resonante transfiere energía al movimiento electrónico más eficientemente que en el caso del Sistema 2, alcanzando un valor máximo cercano a los 80 keV en $z \approx 10$ cm, utilizando el punto de inyección P_1 y en $z \approx 11$ cm usando P_2 , esto se debe a que en esta región la diferencia de fase está más próxima a cumplir la condición de resonancia exacta. A partir de $z \approx 11$ cm el electrón sale de la banda de aceleración (Ver Figura 16) por el resto de su trayectoria, con lo cual, la energía decrece. En el caso del Sistema 2 la variación de la energía de salida (es decir, en $z = 20$ cm) al comparar los diferentes puntos de inyección no supera el 7%.

Figura 15

Comparación de la evolución longitudinal de la energía para un electrón inyectado con una energía de 5 keV desde diferentes posiciones radiales P_1 , P_2 y P_3 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico y dos configuraciones de campo magnético externo: Campo magnético de resonancia (Sistema 1) y campo magnético modificado (Sistema 2).

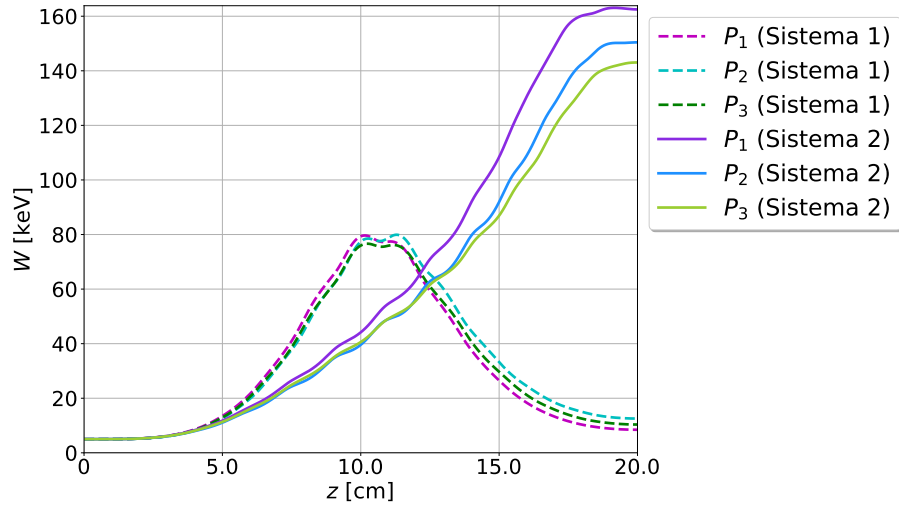
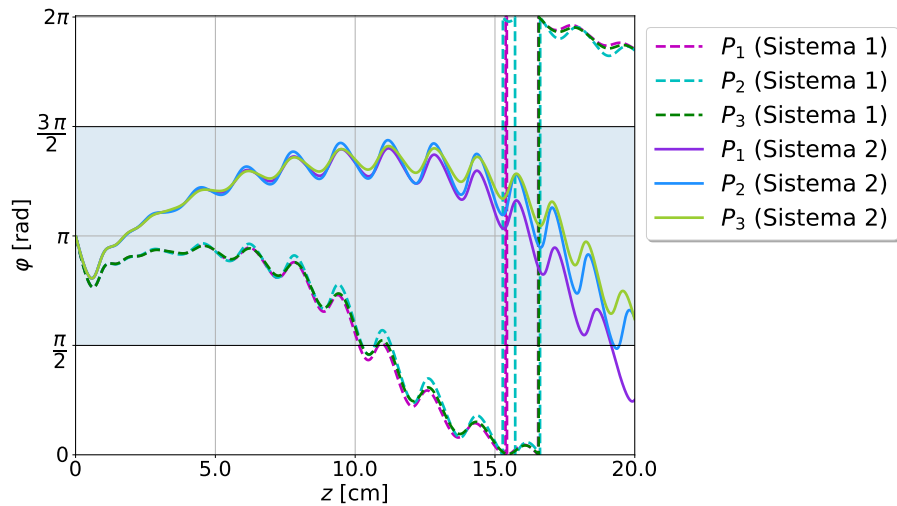


Figura 16

Evolución longitudinal de la diferencia de fase para un electrón inyectado con una energía de 5 keV desde diferentes posiciones radiales P_1 , P_2 y P_3 bajo el efecto de la componente RHP del campo eléctrico y dos configuraciones de campo magnético externo: Campo magnético de resonancia (Sistema 1) y campo magnético modificado (Sistema 2).



4. Autoresonancia Espacial usando el modo TE_{011}

En este capítulo, se estudia la aceleración espacial autoresonante de electrones por el modo cilíndrico TE_{011} . Primero, se determina el perfil del campo magnetostático no homogéneo que favorece el sostenimiento de la condición de resonancia a lo largo de la trayectoria de los electrones, a través del método de ajustes sucesivos; ya que en este caso no contamos con un modelo analítico que oriente ese proceso. Se considera la interacción de los electrones con la componente *RHP* del campo eléctrico porque esta componente es la responsable de la transferencia de energía al movimiento transversal. La dinámica electrónica se estudia mediante la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz a través de la implementación del método de Buneman-Boris de la misma manera en que se realizó en el capítulo anterior.

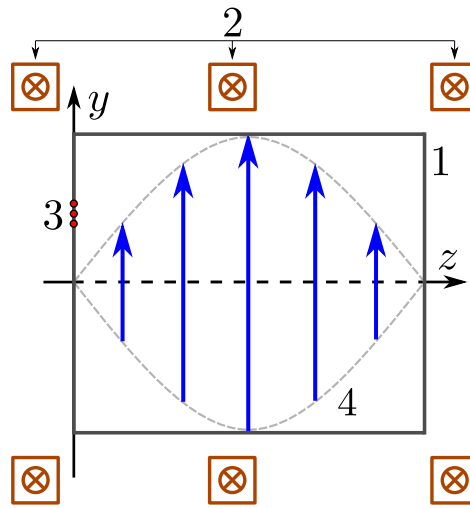
4.1. Parámetros del sistema físico

El sistema físico utilizado para la aceleración espacial autoresonante de electrones es presentado en la figura 17. En la cavidad cilíndrica se excita un campo de microondas TE_{011} con una frecuencia de 2,45 GHz y una amplitud de 14 kV/cm. El campo eléctrico correspondiente al modo implementado es presentado en la figura 7. El radio y la longitud de la cavidad son 7,84 cm y 20 cm, respectivamente. El campo magnetostático no homogéneo requerido para el sostenimiento de la condición de resonancia, es producido por un sistema de tres bobinas magnéticas, el campo de cada bobina es generado a través de la superposición de las contribuciones realizadas por espiras circulares por las cuales circula corriente eléctrica, mediante la aplicación de la ley de Biot-Savart (Ver Apéndice 2).

Las componentes del campo magnético $B_r(r, z)$ y $B_z(r, z)$ se calculan en los nodos de una malla rectangular de 37×91 . El valor del campo magnético en la posición de la partícula es obtenido a través del método de interpolación bilineal (Ver sección 2.5). Las componentes rectangulares del campo magnético se hallan usando las expresiones $B_x = (x/r)B_r$ y $B_y = (y/r)B_r$.

Figura 17

Modelo de sistema físico SARA: (1) Cavidad cilíndrica, (2) Conjunto de bobinas magnéticas, (3) puntos de inyección y (4) perfil longitudinal del campo eléctrico.



Los parámetros del conjunto de bobinas son presentados en la tabla 1; donde R_{int} , R_{ext} , L_b y z son el radio interno, radio externo, longitud y posición, respectivamente, y J es la densidad de corriente que circula en cada bobina.

Tabla 1

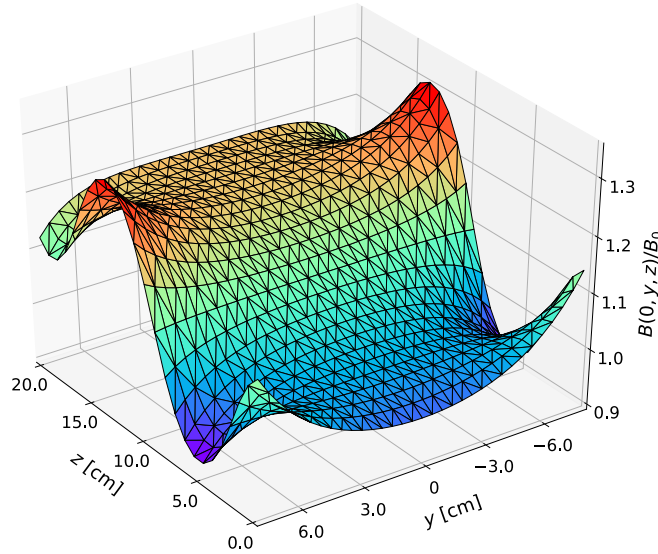
Parámetros del sistema de bobinas magnéticas.

Bobinas	R_{int} [cm]	R_{ext} [cm]	L_b [cm]	J [A/mm ²]	z [cm]
1	9.84	15.84	6.0	2.48	-4.25
2	9.84	15.84	6.0	2.43	9.85
3	9.84	15.84	6.0	3.11	22.5

El perfil bidimensional del campo magnético en unidades B_0 es presentado en la figura 18.

Figura 18

Perfil del campo magnetostática en el plano $x = 0$.



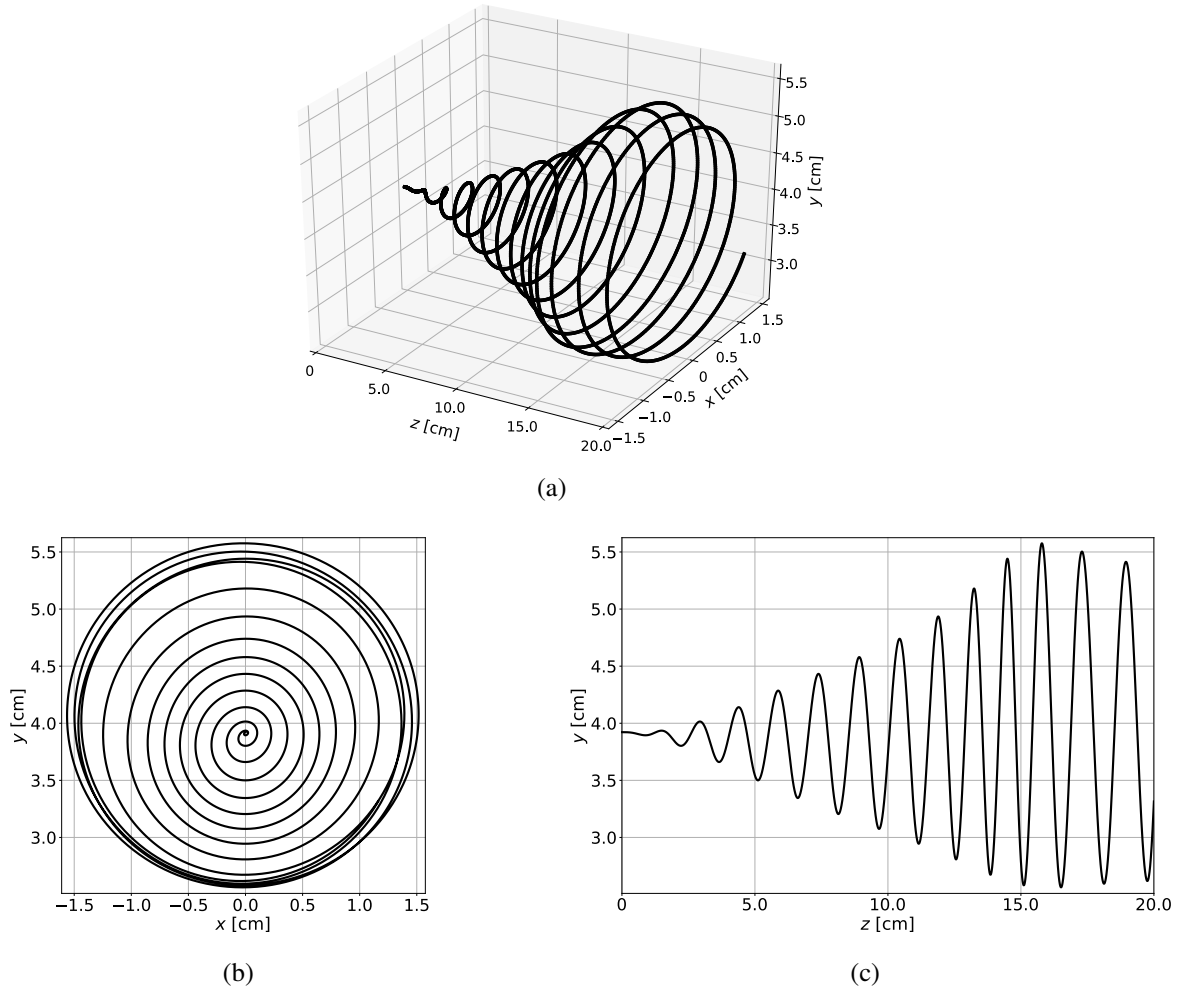
4.2. Resultados y discusiones

En los experimentos numéricos realizados, los electrones son inyectados longitudinalmente en la cavidad, a través de tres puntos P_1 , P_2 y P_3 , localizados a distancias radiales $R/2$, $3R/8$ y $9R/16$, respectivamente; con energías de 3, 4 y 5 keV, respectivamente. Ver figura 17.

La figura 19 (a) muestra la trayectoria espiral para un electrón inyectado longitudinalmente desde el punto P_1 con un energía de 4 keV, utilizando el campo eléctrico total del modo cilíndrico TE_{011} . La proyección de la trayectoria sobre los planos transversales son anillos concéntricos alrededor del punto de inyección ($P_1 \approx 3.92$ cm), ver figura 19 (b). Adicionalmente, es posible apreciar que en la región entre $5 < z < 15$ cm el radio de Larmor crece, lo cual está asociado a la ganancia de energía por parte de los electrones, ver figura 19 (c).

Figura 19

(a) Trayectoria de un electrón inyectado con una energía longitudinal de $W_0 = 4$ keV desde la posición radial P_1 acelerado a través del mecanismo SARA y sus proyecciones en los planos XY (b) y YZ (c).

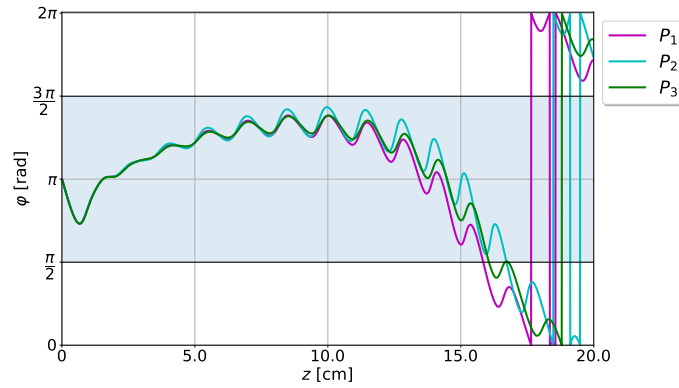


La diferencia de fase entre la componente RHP del campo eléctrico y la velocidad del electrón como función de la coordenada z para electrones inyectados desde los puntos P_1 , P_2 y P_3 con una energía longitudinal de 4 keV es presentada en la figura 20. Las correspondientes energías para dichos casos son presentadas en la figura 21. Podemos notar que en la región $0 < z < 5$ cm, φ está en la banda de aceleración ($\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$), ver figura 20, sin embargo los electrones

no ganan energía considerablemente, ver figura 21, porque en esta región la intensidad del campo eléctrico es pequeña, ver figura 17.

Figura 20

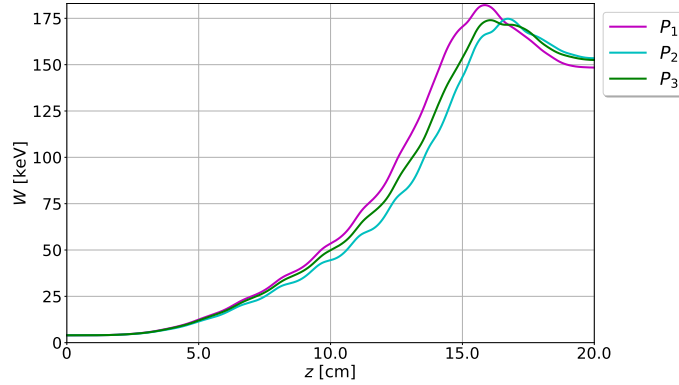
Evolución longitudinal de la Diferencia de fase entre la componente RHP del campo eléctrico y la velocidad transversal de los electrones inyectados a través de diferentes puntos: P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde).



Los electrones ganan energía significativamente en la región $5 < z < 15$ cm para todos los puntos de inyección considerados, alcanzando un valor máximo de 182 keV para el caso del electrón inyectado desde el punto P_1 , ver figura 21. En la región $15 < z < 20$ cm, la energía decrece debido a la pérdida de la condición de resonancia lo cual lleva a la diferencia de fase a salir de la banda de aceleración, ver figura 20. Podemos notar que la diferencia de ganancia de energía máxima para los casos considerados está alrededor del 4%. Las oscilaciones observadas en las figuras 20 y 21 son generadas ya que durante el movimiento ciclotrónico que describen los electrones, la fase del campo eléctrico (Componente *RHP*) cambia no solo con el tiempo, sino también con la posición (r, θ) , ver ecuación (15). Este efecto es despreciable en la región $z < 5$ cm porque el radio de Larmor es aún pequeño, pero es un efecto significativo en la medida en la que el radio de Larmor crece.

Figura 21

Evolución longitudinal de la Energía de los electrones inyectados a través de diferentes puntos: P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde).

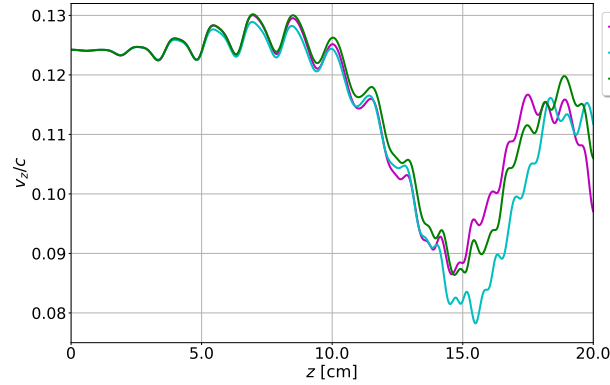


La figura 22 muestra la velocidad longitudinal como función de la coordenada z , para un electrón inyectado con una energía de 4 keV desde los diferentes puntos de inyectados ya mencionados. La velocidad longitudinal depende principalmente de la fuerza diamagnética, la cual actúa en la dirección opuesta al crecimiento del campo magnético (Ver apéndice 3). Por ejemplo, si despreciamos las oscilaciones, podemos ver que en la región $10 < z < 15$ cm v_z decrece, porque en esta región la magnitud del campo magnético se incrementa; mientras que en la región $15 < z < 18$ cm v_z se incrementa porque el campo magnético en magnitud, decrece. Las oscilaciones que se presentan en cada uno de los casos considerados son atribuidas a la componente radial del campo magnético de microondas, cuya dirección en la posición del electrón depende no solo del tiempo sino también de la posición (r, θ) como se describió anteriormente.

Como se muestra en la figura 23, la ganancia de energía de los electrones a lo largo de su trayectoria depende de su energía inicial. El electrón con una energía de inyección de 3 keV se acelera hasta alcanzar un valor máximo de 182 keV cuando llega al plano $z = 15.5$ cm. Para el

Figura 22

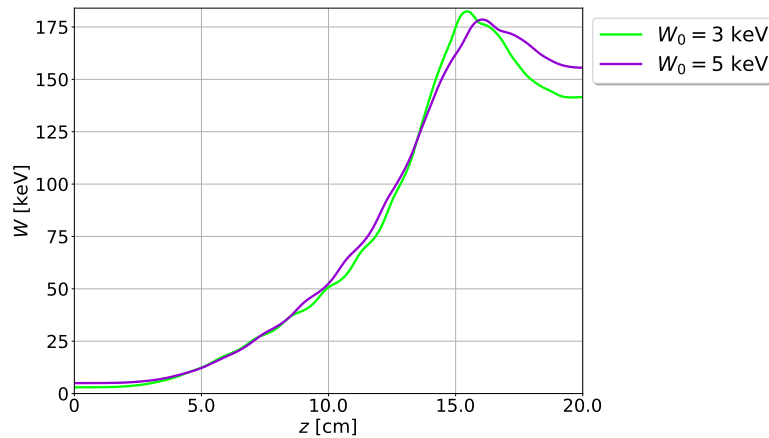
Componente longitudinal de la velocidad de los electrones inyectados a través de diferentes puntos como función de la coordenada z : P_1 (Línea fucsia), P_2 (Línea azul cian) y P_3 (Línea verde).



electrón inyectado con 5 keV, éste alcanza una energía de 178 keV en $z = 16$ cm. Al aumentar la energía de inyección se reduce el tiempo de interacción entre el electrón y el campo de microondas, por lo tanto se produce una transferencia de energía menos efectiva. Adicionalmente, es importante señalar que la dispersión de la energía cuando esta alcanza el máximo valor no supera el 2.2 % para los casos considerados.

Figura 23

Evolución longitudinal de la energía para electrones inyectados desde P_1 con diferentes energías: $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura).



En las figuras 24 y 25 se presentan la evolución a lo largo de la coordenada z de la diferencia de fase y de la componente longitudinal de la velocidad para cada uno de los casos considerados. Estas imágenes guardan una relación directa con la figuras 20 y 22, respectivamente. Su análisis es completamente análogo al desarrollado previamente para las figuras 20 y 22.

Figura 24

Evolución longitudinal de la diferencia de fase entre la componente RHP del campo eléctrico y la velocidad transversal para electrones inyectados desde P_1 con diferentes energías: $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura).

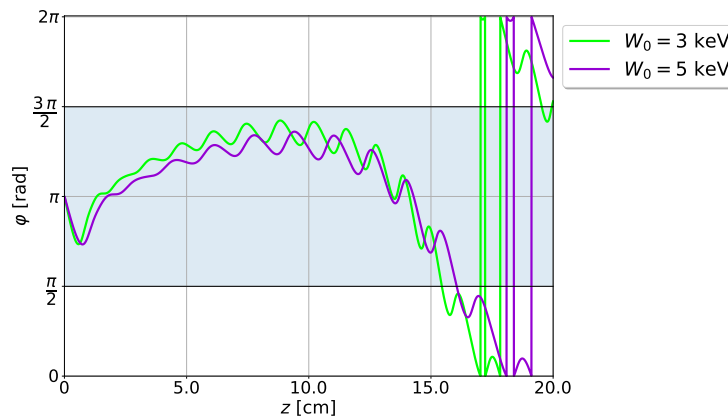
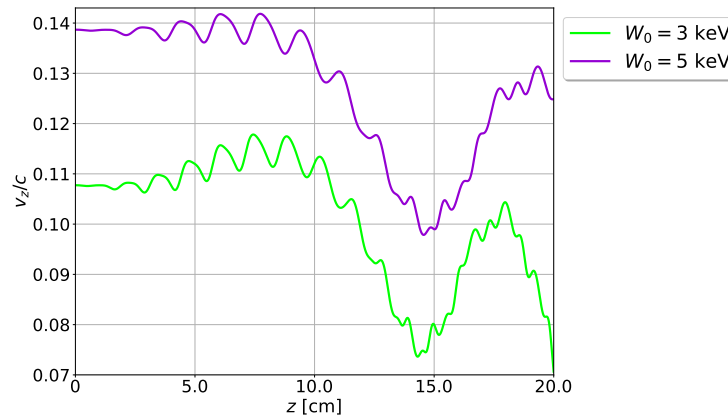


Figura 25

Componente longitudinal de la velocidad de los electrones inyectados a través del punto P_1 con diferentes energías como función de la coordenada z : $W_0 = 3$ (Línea verde) y $W_0 = 5$ (Línea purpura).



5. Autoresonancia temporal usando el modo TE_{011}

En este capítulo, consideramos la aceleración autoresonante temporal de electrones por un campo de microondas, modo cilíndrico TE_{011} . Inicialmente, se utiliza el método de Runge-Kutta de cuarto orden para el estudio del modelo analítico propuesto por Golovanivsky, el cual permite comprender el proceso de aceleración giroresonante. A partir del criterio de captura del régimen de *GYRAC* (ver ecuación 10) se determina un conjunto de valores para la razón de crecimiento del campo magnético (α) que permiten el sostenimiento de la condición de resonancia en el tiempo. La dinámica electrónica bidimensional se estudia a través de la solución de la ecuación relativista de Newton-Lorentz mediante la implementación del método de Buneman-Boris. El estudio se divide en dos etapas: La primera de ellas, corresponde a la aceleración de un electrón situado en el punto medio radial en el plano $z = L/2$, implementando un conjunto de parámetros α , y en la segunda, se estudia la evolución de una nube de electrones no interactuantes inyectados a través de dos configuraciones, la primera, en forma de disco (Sistema A) y la segunda en forma de anillo (Sistema B). Este último conjunto de experimentos se realiza con el propósito de determinar la relación que existe entre la posición inicial de las partículas y el criterio de captura para el sistema *GYRAC-TE₀₁₁* en particular. En este estudio no se tiene en cuenta el efecto de frenado producido por la radiación sincrotrónica.

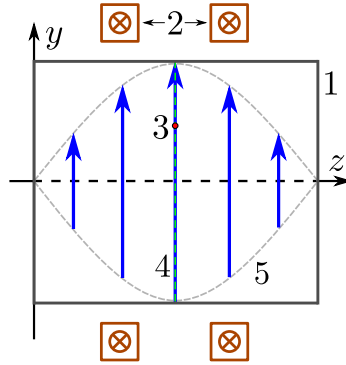
5.1. Parámetros del sistema físico

La figura 26 (a) muestra el esquema físico utilizado en esta etapa del trabajo de investigación. En nuestras simulaciones el modo cilíndrico TE_{011} es excitado con una frecuencia de 2.45

GHz y una intensidad maxima de 1 kV/cm. Las dimensiones de la cavidad son 7.84 cm para el radio y 20 cm para la longitud.

Figura 26

Modelo de sistema físico GYRAC: (1) Cavidad cilíndrica, (2) Conjunto de bobinas magnéticas, (3) puntos de inyección, (4) el plano central transversal $z = L/2$ y (5) perfil longitudinal del campo eléctrico.

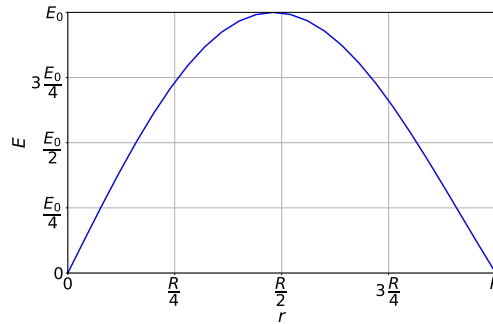


Para sostener la aceleración giroresonante de los electrones durante el tiempo, se debe satisfacer la condición de captura del régimen de *GYRAC*, ver ecuación (10), dicha condición establece una relación directa entre el parámetro α y g_0 ; es decir, el crecimiento apropiado del campo magnético en el tiempo depende únicamente de la intensidad de campo eléctrico considerado. Esta condición, permite determinar un rango de valores del parámetro α que permiten atrapar y capturar las partículas dentro del régimen de *GYRAC*. El modelo desarrollado por Golovanivsky y del cual se deriva la condición de captura, considera el efecto sobre la dinámica de las partículas de un campo eléctrico con unas características específicas en magnitud y dirección, ver sección 2.3. En nuestro caso, dicha consideración solo se satisface a nivel local, ya que el campo eléctrico correspondiente al modo cilíndrico TE_{011} en la posición de la partícula es linealmente polarizado (Ver Figura 7) y se puede descomponer a través de dos ondas polarizadas circularmente; una de derecha

(responsable de la interacción resonante efectiva) y una de izquierda. Adicionalmente, la intensidad de campo eléctrico varía radialmente, esta dependencia está definida por la expresión (11) e ilustrada en la figura 27. Estas características del campo utilizado en esta investigación producen limitaciones en la implementación de la condición de captura.

Figura 27

Perfil radial del campo eléctrico del modo de microondas TE_{011} .



A partir de la comparación de los resultados de una serie de experimentos preeliminares, de la solución del modelo analítico y de la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz, se determinó un conjunto de valores del parámetro α dentro del intervalo $10^{-4} \leq \alpha \leq 3 \times 10^{-4}$ que permiten atrapar y capturar a las partículas en el régimen de *GYRAC*, a pesar de las características que presenta el campo eléctrico utilizado en este estudio.

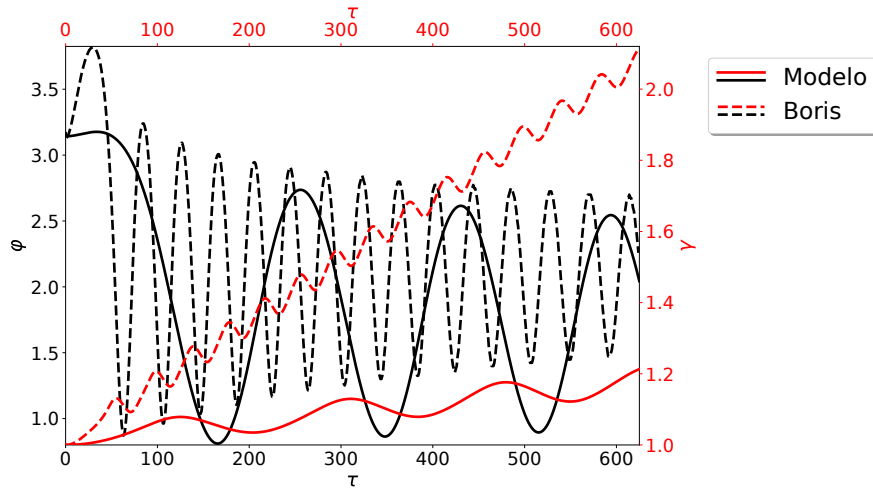
5.2. Resultados y discusiones

En los experimentos numéricos realizados, los electrones son inyectados en dos configuraciones: (i) Un electrón parte del reposo desde un punto situado en el punto medio radial $r = R/2$, ver figura 26 y (ii) nubes de electrones con diferentes formas: (a) en forma de disco, denominado Sistema A (situado entre $0 < r < R$) y (b) en forma de anillo, denominado Sistema B (situado

entre $3R/8 < r < 9R/16$), en los dos sistemas se consideran 1000 electrones que parten del reposo. En las dos configuraciones, se utiliza el mismo conjunto de valores del parámetro α en el rango: $10^{-4} \leq \alpha \leq 3 \times 10^{-4}$. Con el objetivo de tener una mayor comprensión del mecanismo *GYRAC* para la aceleración de electrones, inicialmente se desarrollaron experimentos numéricos que permiten contrastar la solución obtenida a través del modelo analítico con el estudio de la dinámica electrónica en condiciones similares, mas no equivalentes, dadas las diferencias sustanciales entre el campo electrico del modo TE_{111} , considerado en el modelo analítico, y el modo TE_{011} considerado en el presente estudio.

Figura 28

Comparación de la solución obtenida utilizando el modelo analítico de Golovanivsky y el estudio de la dinámica electrónica usando el esquema de Buneman-Boris para la evolución de la diferencia de fase y el factor relativista (Energía) durante 625 periodos de oscilación del campo de microondas, usando un $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$. (Las líneas continuas corresponden a los resultados obtenidos con el modelo de Golovanivsky y las líneas discontinuas a los obtenidos con el esquema de Buneman-Boris. En ambos casos, el color rojo es usado para representar la evolución de la energía, y el color negro para la evolución de la diferencia de fase.)

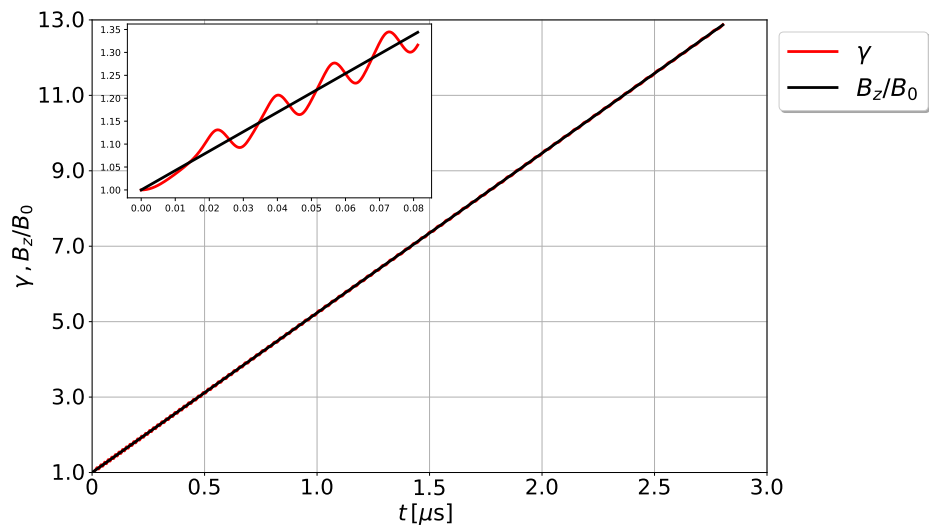


En la figura 28 se presenta la evolución de la diferencia de fase y de la energía para un

electrón liberado desde la posición radial $R/2$ utilizando un parámetro $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$ para el crecimiento del campo magnético. En estas condiciones, el electrón alcanza una energía cercana a los 590 keV que corresponde a un $\gamma = 2.11$ luego de 625 periodos de oscilación del campo de microondas, para el caso de la solución obtenida a través del método de Buneman-Boris. Estos resultados al ser contrastados con la solución analítica son significativamente diferentes, aún así, los resultados son consistentes, ya que como podemos ver, φ es capturada en la banda de aceleración $(\pi/2, 3\pi/2)$ más rápidamente y por más tiempo, cuando se utiliza el modo TE_{011} , y por lo tanto esto conlleva a una transferencia de energía más efectiva que en el caso del modelo analítico. Adicionalmente, estos resultados sugieren que la evolución de la diferencia de fase entre la velocidad de los electrones y el campo eléctrico, es favorecida por la geometría del campo eléctrico del modo TE_{011} .

Figura 29

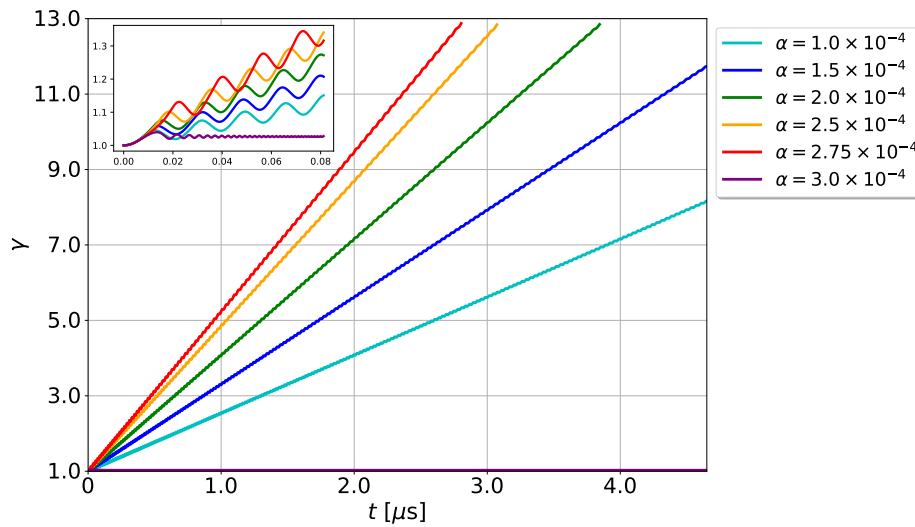
Evolución temporal del factor relativista γ (Línea roja) y de la componente B_z (Línea negra) del campo magnético en unidades B_0 , utilizando un valor $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$.



En la figura 29 se muestra la evolución del factor relativista y del campo magnético durante un tiempo de $2.8 \mu\text{s}$, luego de este tiempo, el electrón impacta con la cavidad. La línea roja muestra la ganancia de energía del electrón y como el crecimiento apropiado del campo magnético externo (línea negra) permite atrapar a la partícula en el régimen de *GYRAC*.

Figura 30

Evolución temporal del factor relativista γ para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada).

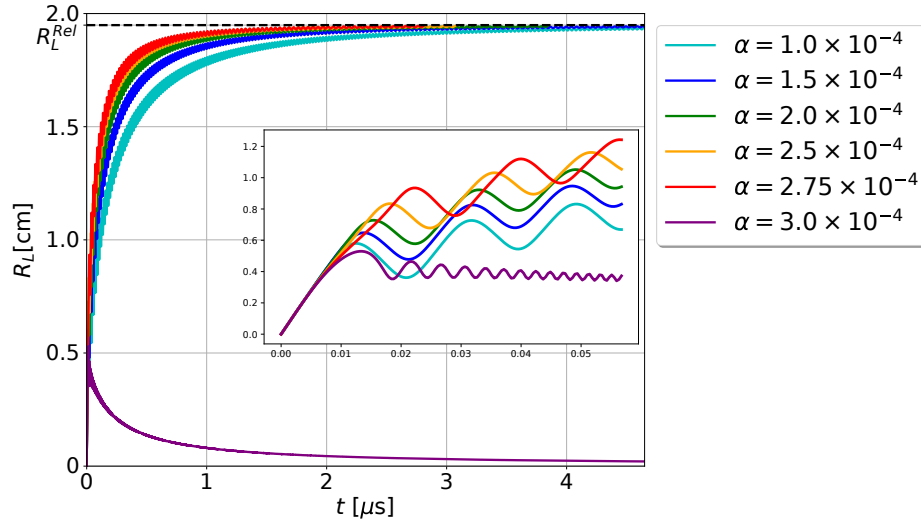


En la figura 30 se muestra la evolución en el tiempo de la energía para electrones liberados desde el punto medio radial de la cavidad utilizando diferentes valores del parámetro α que satisfacen la condición de captura en el régimen de *GYRAC*, con excepción del valor $\alpha = 3.0 \times 10^{-4}$ (Línea purpura). Es importante tener presente que la condición de captura está cambiando en el tiempo debido a la no homogeneidad que presenta el campo eléctrico del modo de microondas implementado, ya que la intensidad del campo varía con la posición de la partícula, es decir, $g_0 = g_0(\vec{r})$, además los electrones experimentan un movimiento de deriva en dirección azimutal

que los traslada en todo momento, ver figura 32 (a). A pesar de esto, los electrones permanecen atrapados en el régimen de *GYRAC* para todos los casos considerados.

Figura 31

Evolución temporal del radio de Larmor R_L para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada).



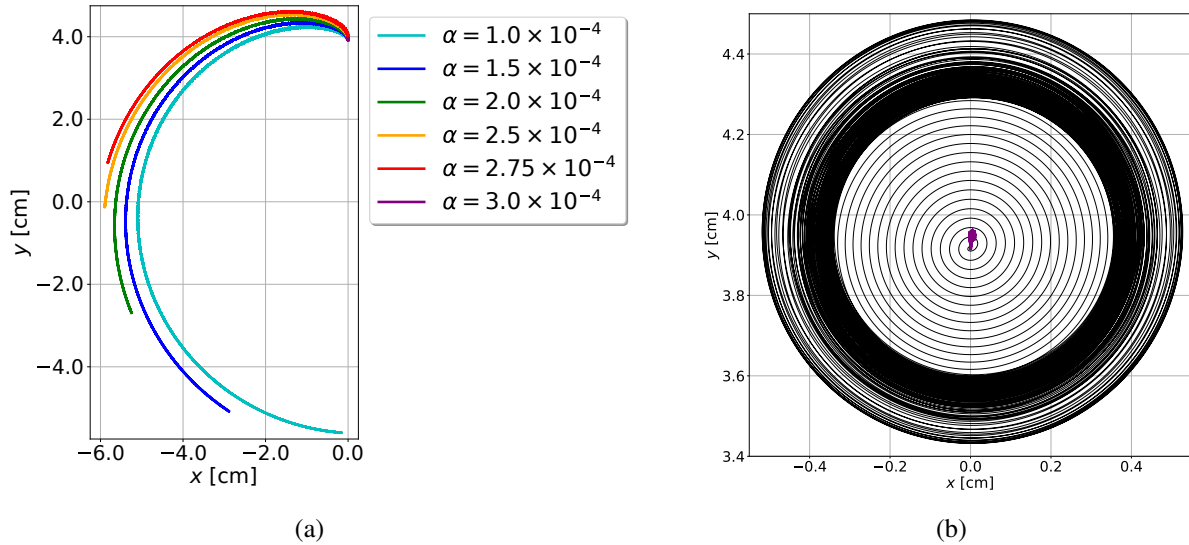
La evolución en el tiempo del radio de Larmor para electrones liberados desde el punto medio radial de la cavidad utilizando el mismo conjunto de valores para el parámetro α es presentada en la figura 31. En esta imagen, podemos ver como el radio de Larmor crece rápidamente para todos los valores del parámetro α considerados, nuevamente con excepción del caso para $\alpha = 3.0 \times 10^{-4}$ (Línea purpura).

La trayectoria descrita por las partículas está compuesta por dos movimientos: El primero de ellos es el giro ciclotrónico respecto del centro de guía y el segundo es el movimiento de deriva o movimiento de centro de guía; en este caso en dirección $\hat{\theta}$. A partir de las figuras 32 (a) y (b) se puede inferir que el movimiento del centro de guía, es más rápido para las partículas que

son capturadas en el régimen de GYRAC. Como es esperado, conforme las partículas ganan energía, su radio de Larmor crece aproximandose al límite relativista, $R_L^{Rel} = c/\omega \approx 1.95$ cm (para el presente caso), ver figura 31. En la figura 32 (a) podemos ver que para los electrones liberados desde la posición $R/2$ y cuya energía crece más rápidamente, estos describen un arco mayor en el desplazamiento de su centro de guía. Por otro lado, en el caso del electrón que no es capturado, podemos ver en la figura 32 (b) que su centro de guía si se desplaza, ya que en la escala de valores para las distancias de la figura 32 (a) no es posible percibir cambios en su posición, sin embargo, en la figura 32 (b) podemos verlo con más detalle, además se presenta una vista detallada del giro ciclotrónico (línea negra) para este caso.

Figura 32

(a) Trayectoria del centro de guía para diferentes parámetros α : 1.0×10^{-4} (Línea azul cian), 1.5×10^{-4} (Línea azul), 2.0×10^{-4} (Línea verde), 2.5×10^{-4} (Línea naranja), 2.75×10^{-4} (Línea roja) y 3.0×10^{-4} (Línea morada) y (b) Trayectoria del electrón con parámetro $\alpha = 3.0 \times 10^{-4}$ (Línea negra).



Finalmente, son presentados los resultados obtenidos para la evolución de una nube de electrones en condiciones giroresonantes. Para este estudio se realizaron tres experimentos numéricos utilizando diferentes valores del parámetro α en cada uno de los sistemas considerados.

Tabla 2

Distribución porcentual por grupos de partículas (capturadas, no capturadas y partículas que impactan con las paredes de la cavidad) utilizando un conjunto de parámetros α para cada sistema (A y B) después de $4.65 \mu s$.

α	Exp.	Sistema A			Sistema B		
		% PC	% PSC	% PE	% PC	% PSC	% PE
1.0×10^{-4}	1	29.0	32.3	38.7	95.9	0	4.1
	2	28.6	34.0	37.4	95.4	0	4.6
	3	29.4	34.9	35.7	95.4	0	4.6
1.5×10^{-4}	1	26.0	43.7	30.3	68.4	0	31.6
	2	21.5	44.8	33.7	69.2	0	30.8
	3	22.9	44.7	32.4	68.7	0	31.3
2.0×10^{-4}	1	16.7	56.5	26.8	48.8	0	51.2
	2	17.9	57.2	24.9	50.1	0	49.9
	3	15.0	56.1	28.9	49.0	0	51.0
2.5×10^{-4}	1	8.9	73.5	17.6	35.3	0	64.7
	2	8.7	74.1	17.2	37.0	0	63.0
	3	7.7	74.2	18.1	33.6	0	66.4
2.75×10^{-4}	1	2.1	86.2	11.7	12.3	29.2	58.5
	2	1.8	87.8	10.4	11.4	28.0	60.6
	3	1.9	87.5	10.6	10.4	34.2	55.4

En la tabla 2 son presentados los valores del parámetro α , el valor porcentual de las partículas capturadas en el régimen de *GYRAC* (% PC), el valor porcentual de las partículas no capturadas (% PSC) y las partículas que se escapan o partículas que impactan con las paredes de la cavidad (% PE) después de $4.65 \mu s$ para cada sistema. Inicialmente, se estudia la evolución del Sistema

A, en el cual, los electrones son liberados de manera aleatoria en la región $0 < r < R$. En la figura 33, podemos observar la distribución de la energía alcanzada por la nube electrónica luego de $4.65 \mu\text{s}$ considerando todos los parámetros de crecimiento de campo magnético consignados en la tabla 2. Para este sistema se cumple que para todos los parámetros α considerados, no todos los electrones son atrapados en el régimen de *GYRAC*, este comportamiento es atribuido a la no homogeneidad del campo eléctrico del modo de microondas ya que como fue mencionado anteriormente esto afecta el valor de la condición de captura, ver ecuación (10). Esto conduce a tres grupos de electrones: El primero de ellos, los electrones que no son capturados en el régimen autoresonante, el segundo grupo de electrones es el que alcanza una energía máxima producto de su aceleración giroresonante y el tercer grupo, está conformado por los electrones que impactan con la cavidad. En este grupo en particular, podemos afirmar que las partículas chocan con la cavidad por una de dos razones: la primera de ellas es por su proximidad a las paredes de la cavidad en la distribución inicial y la otra, es por el rápido crecimiento de su radio de Larmor producto del proceso de aceleración sumado al movimiento de deriva que experimenta. En el caso del sistema B, los electrones son liberados en la región $3R/8 < r < 9R/16$. En la Figura 34, podemos ver la distribución de la energía alcanzada por las partículas en las condiciones ya mencionadas. Para este sistema todos los electrones son capturados en el régimen de *GYRAC* con excepción de la nube electrónica en la cual se utiliza el parámetro $\alpha = 2.75 \times 10^{-4}$ para el crecimiento del campo magnético. Este comportamiento también es causado por la no homogeneidad del campo eléctrico. Para los sistemas considerados, la energía máxima alcanzada por las partículas es cercana a 3.64, 5.45, 7.265 y 9.08 MeV con una dispersión de 1.1 %, 0.4 %, 0.3 % y 0.2 %, respectivamente.

Figura 33

Distribución de la energía en la nube electrónica (Sistema A) después de $4.65 \mu s$ para un conjunto de parámetros α .

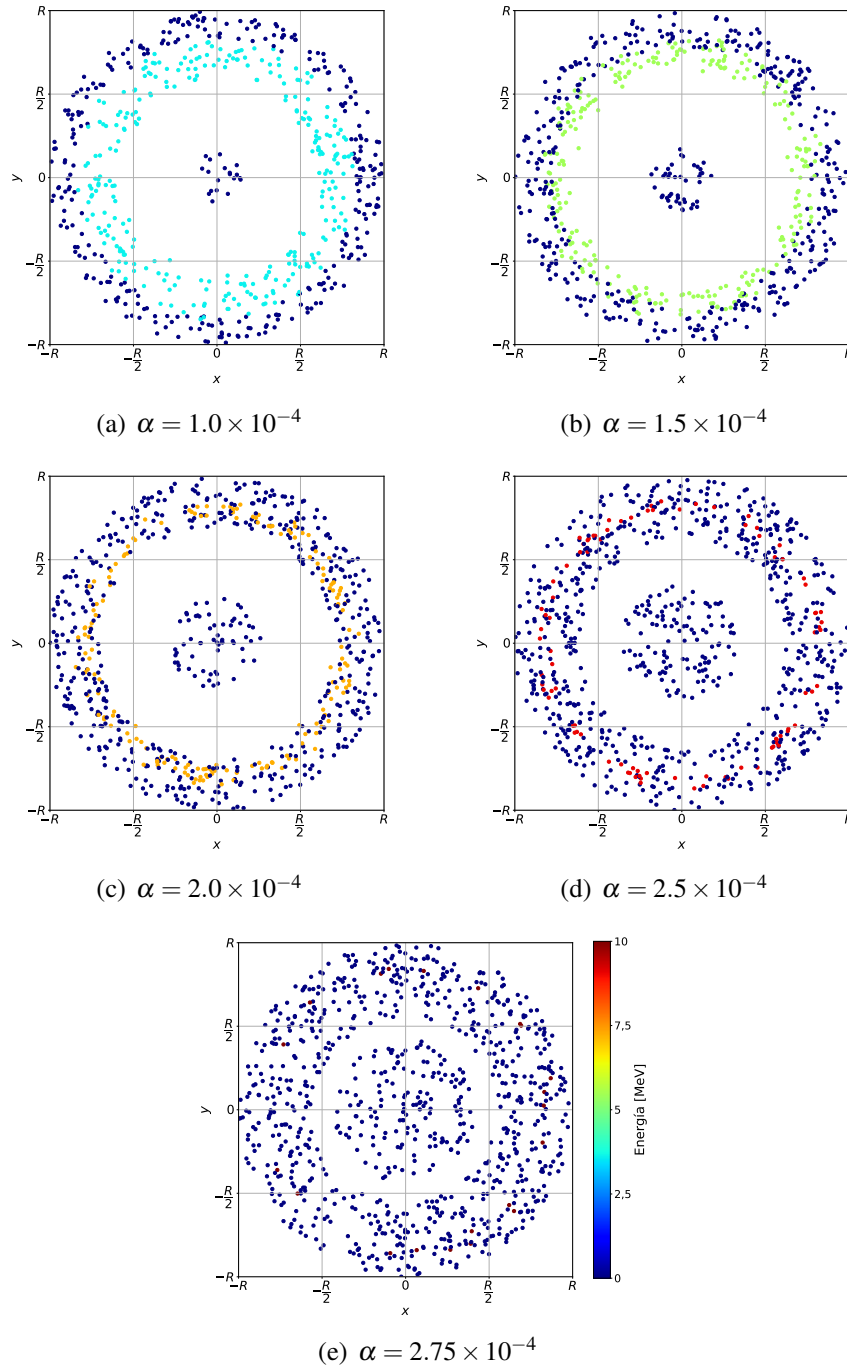
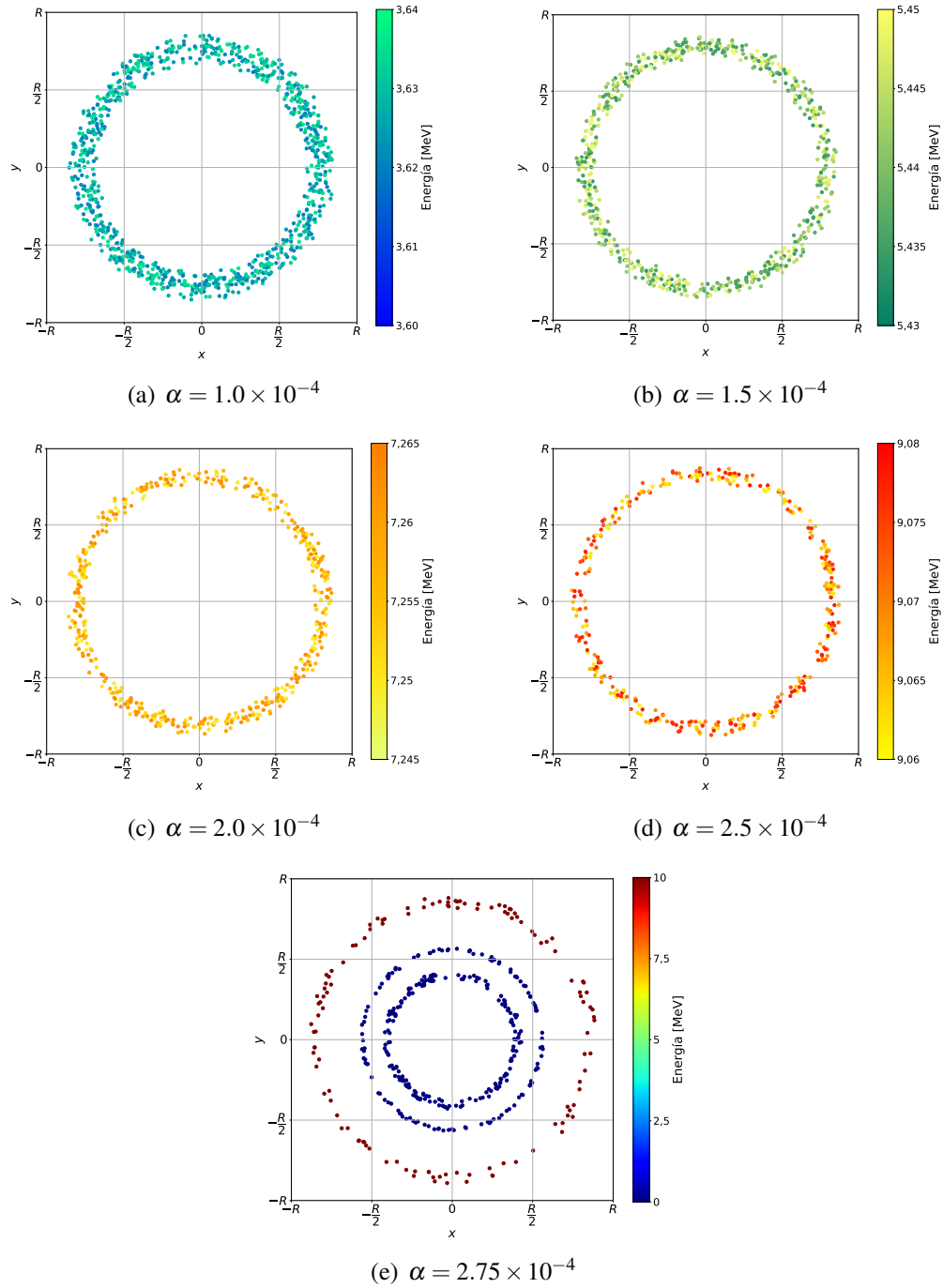


Figura 34

Distribución de la energía en la nube electrónica (Sistema B) después de $4.65 \mu\text{s}$ para un conjunto de parámetros α .



6. Conclusiones

Los experimentos numéricos presentados en el presente trabajo de investigación evidencian que la aceleración de electrones mediante la interacción resonante con un campo eléctrico oscilante de un modo cilíndrico TE_{011} , en presencia de un campo magnético externo homogéneo, es viable.

Se corroboró que la descomposición local del campo eléctrico como la superposición de dos ondas estacionarias polarizadas circularmente, una de derecha (*RHP*) y una de izquierda (*LHP*), permite comprender más claramente el proceso físico mediante el cual el electrón gana energía; ya que los resultados obtenidos muestran que la componente *RHP* del campo eléctrico es la responsable de la transferencia efectiva de energía al movimiento electrónico, tal y como era esperado.

Se demostró mediante experimentos numéricos que es posible acelerar electrones en condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica mediante el uso de un campo de microondas correspondiente a un modo cilíndrico TE_{011} , en presencia de un campo magnetostático no homogéneo y axialmente simétrico.

Se encontró una configuración apropiada de un sistema de bobinas que genera un campo magnetostático no homogéneo que mantiene el régimen de aceleración de electrones cerca de la condición exacta de resonancia a lo largo de casi toda la trayectoria del electrón. Los parámetros utilizados del esquema físico permiten lograr una ganancia de energía de

aproximadamente 45.5 veces la energía de inyección. Adicionalmente, este sistema permite alcanzar un valor máximo de energía de 183 keV el cual representa un aumento del 13.5 % respecto del sistema estudiado con campo magnetostático homogéneo.

Los niveles de energía que han sido obtenidos en los experimentos numéricos, utilizando campos magnéticos estáticos homogéneos y no homogéneos y el modo cilíndrico TE_{011} , son suficientes para producir rayos X suaves. Estos tienen múltiples aplicaciones en imagenología, donde son utilizados para el diagnóstico de diversas enfermedades, como por ejemplo, las relacionadas con el esqueleto y de tejidos blandos.

Se comprobó mediante experimentos numéricos que con la razón adecuada del crecimiento del campo magnético externo en el tiempo se puede establecer y sostener el régimen de *GYRAC* para la aceleración electrones utilizando un campo de microondas correspondiente al modo cilíndrico TE_{011} . Los niveles de energía obtenidos en esta etapa de la investigación sugieren una posible aplicación del mecanismo *GYRAC-TE₀₁₁* en el diseño de una fuente de radiación sincrotrónica.

En el caso del modelo *GYRAC-TE₀₁₁*, se encontró que existe una región en forma de anillo ($R_{int} < r < R_{ext}$) en la cual, todos los electrones son capturados en el régimen de autoresonancia. El tamaño de esta región está ligado al valor del parámetro α que define el crecimiento del campo magnético y que permite mantener el régimen de resonancia. Conforme α permite un crecimiento más acelerado de la energía, más pequeña es la región que ocupa el anillo.

Los estudios realizados con el modelo *GYRAC-TE₀₁₁* muestran un crecimiento significativo

de la energía, ya que en todos los casos considerados se obtuvieron energías en el orden de los MeV. Sin embargo durante el desarrollo de estos estudios, no se incluyó el efecto de frenado de la radiación sincrotrónica. Incluir este efecto es importante ya que permite modelar el sistema en condiciones más realistas. Dicho efecto será integrado en futuras investigaciones.

Referencias Bibliográficas

- Andreev, V. V., Chuprov, D. V., Ilgisonis, V. I., Novitsky, A. A., and Umnov, A. M. (2017). Gyromagnetic autoresonance plasma bunches in a magnetic mirror. *Physics of Plasmas*, 24(9):093518.
- Andreev, V. V., Ilgisonis, V. I., Novitsky, A. A., and Umnov, A. M. (2020). Generation of Plasma Bunches under Conditions of Gyromagnetic Autoresonance in a Long Magnetic Mirror Machine: Computational Experiment. *Plasma Physics Reports*, 46(8):756–764.
- Andreev, V. V., Novitsky, A. A., and Umnov, A. M. (2018a). Evolution of energy spectra of the electronic component for plasmoids generated under autoresonance conditions in a long magnetic mirror. *Journal of Physics: Conference Series*, 1094:012014.
- Andreev, V. V., Novitsky, A. A., and Umnov, A. M. (2018b). Spectral changes of bremsstrahlung plasma bunch generated under autoresonance in a long mirror. *Journal of Physics: Conference Series*, 1094:012013.
- Andreev, V. V., Novitsky, A. A., and Umnov, A. M. (2019). Parameters of plasma bunches generated in a long mirror trap under conditions of gyromagnetic autoresonance. *Journal of Physics: Conference Series*, 1383:012023.
- Birdsall, C. and Langdon, A. (2004). *Plasma Physics via Computer Simulation*. Series in Plasma Physics and Fluid Dynamics. Taylor & Francis.

- Bituk, D. R. and Fedorov, M. V. (1999). Relativistic ponderomotive forces. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 89(4):640–646.
- Boyd, T. and Sanderson, J. (2003). *The Physics of Plasmas*. Cambridge University Press.
- Chauhan, S. S., Rajyaguru, C. C., Ito, H., Yugami, N., Nishida, Y., and Yoshida, T. (2001). Electron cyclotron resonance light source from te011 mode microwave plasma. *Review of Scientific Instruments*, 72(12):4344–4347.
- Chen, F. (1984). *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Number v. 1 in Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion. Springer.
- Collin, R. (2007). *FOUNDATIONS FOR MICROWAVE ENGINEERING, 2ND ED.* Wiley India Pvt. Limited.
- Davydovski, V. (1962). On the possibility of accelerating charged particles by electromagnetic waves in a constant magnetic field. *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.*, Vol: 43.
- DONDOKOVICH, D. and OROZCO, O. (2013). Fuente compacta autoresonante de rayos x. WO Patent App. PCT/IB2012/054,504.
- Dougar-Jabon, V. D., Orozco, E. A., and Umnov, A. M. (2008). Modeling of electron cyclotron resonance acceleration in a stationary inhomogeneous magnetic field. *Physical Review Special Topics Accelerators and Beams*, 11(4):041302.

- Dugar-Zhabon, V. and Ospino, E. (2015). Compact self-resonant x-ray source. US Patent App. 14/342,346.
- Dugar-Zhabon, V. D., González, J. D., and Orozco, E. A. (2016a). 3d electromagnetic simulation of spatial autoresonance acceleration of electron beams. *Journal of Physics: Conference Series*, 687(1):012077.
- Dugar-Zhabon, V. D. and Orozco, E. A. (2009). Cyclotron spatial autoresonance acceleration model. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 12:041301.
- Dugar-Zhabon, V. D. and Orozco, E. A. (2010). Three-dimensional particle-in-cell simulation of spatial autoresonance electron-beam motion. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 38(10):2980–2984.
- Dugar-Zhabon, V. D., Orozco, E. A., and Herrera, A. M. (2016b). Self-consistent simulation of an electron beam for a new autoresonant x-ray generator based on the 102 rectangular mode. *Journal of Physics: Conference Series*, 687(1):012076.
- F. Chen, F. and P. Chang, J. (2003). *Lecture Notes on Principles of Plasma Processing*.
- Fitzpatrick, R. (2014). *Plasma Physics: An Introduction*. Taylor & Francis.
- Fu, H., Xiao, X., and Li, J. (2016). Study on material relative permittivity using te₀₁₁ cylindrical microwave cavity. In *2016 IEEE International Workshop on Electromagnetics: Applications and Student Innovation Competition (iWEM)*, pages 1–3.

- Gal, O. (1989). Gyroc: a compact, cyclic electron accelerator. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 17(4):622–629.
- Golovanivsky, K. S. (1980). Autoresonant acceleration of electrons at nonlinear ecr in a magnetic field which is smoothly growing in time. *Physica Scripta*, 22(2):126.
- Golovanivsky, K. S. (1982). The gyrac: A proposed gyro-resonant accelerator of electrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 10(2):120–129.
- Golovanivsky, K. S. (1983). The gyromagnetic autoresonance. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 11(1):28–35.
- Golovanivsky, K. S., Punithavelu, A. M., and Rubtsov, V. B. (1977). On the theory of parametric cyclotron resonance. *Plasma Physics*, 19(1):1.
- Greiner, W. (2012). *Classical electrodynamics*. Springer Science & Business Media.
- GUTIERREZ AMAYA, H. (2016). *SIMULACION AUTOCONSISTENTE DE LA ACELERACION CICLOTRONICA DE UN HAZ DE ELECTRONES EN UN CAMPO MAGNETICO HOMOGNEO CON UNA ONDA VIAJERA MODO CIRCULAR TE11 [recurso electronico]*. UIS, Bucaramanga.
- Hernández, J. A., Orozco, E. A., and Dugar-Zhabon, V. D. (2019). Computational study of the three dimensional autoresonance acceleration of electrons cloud in magnetic fields varying on time. *Journal of Physics: Conference Series*, 1403:012017.

- HERNANDEZ QUINTERO, J. A. (2018). *ESTUDIO COMPUTACIONAL DE LA ACELERACION AUTO-RESONANTE DE ELECTRONES EN CAMPOS MAGNETICOS VARIABLES EN EL TIEMPO (GYRAC)[recurso electronico]*. UIS, Bucaramanga.
- HERRERA RODRIGUEZ, A. M. (2013). *SIMULACION DE UN HAZ DE ELECTRONES EN UN SISTEMA SARA RECTANGULAR Y ANALISIS DEL EFECTO DEL CAMPO ELECTRICO AUTOCONSISTENTE [recurso electronico]*. Bucaramanga : UIS, 2013.
- Inoue, T., Hattori, T., Sugimoto, S., and Sasai, K. (2014). Design study of electron cyclotron resonance-ion plasma accelerator for heavy ion cancer therapy. *Review of Scientific Instruments*, 85(2):02A958.
- Kolomenskii, A. and Levedek, A. N. (1962). Resonance effects associated with particle motion in a plane electromagnetic wave. *Sov. Phys. JEPT*, Vol: 17.
- Ledvina, S. A., Ma, Y. J., and Kallio, E. (2008). Modeling and simulating flowing plasmas and related phenomena. *Space Science Reviews*, 139(1-4):143–189.
- Lieberman, M. and Lichtenberg, A. (2003). Principles of plasma discharges and materials processing: Second edition. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, 2nd Edition*, by Michael A. Lieberman, Alan J. Lichtenberg, pp. 800. ISBN 0-471-72001-1. Wiley-VCH , September 2003., 30.
- López, J. E., Orozco, E. A., Dugar-Zhabon, V. D., and Cárdenas, P. A. (2019). Numerical simula-

- tion of fast ions guiding-center orbits in mega ampere spherical tokamak-reactor configuration. *Journal of Physics: Conference Series*, 1386:012128.
- Malka, G. and Miquel, J. L. (1996). Experimental confirmation of ponderomotive-force electrons produced by an ultrarelativistic laser pulse on a solid target. *Phys. Rev. Lett.*, 77:75–78.
- Milant'ev, V. P. (1997). Cyclotron autoresonance and its applications. *Physics-Uspekhi*, 40(1):1.
- Milant'ev, V. P. (2013). Cyclotron autoresonance—50 years since its discovery. *Physics-Uspekhi*, 56(8):823.
- Miyamoto, K. (2001). *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion*. NIFS PROC.: Kakuyūgō-Kagaku-Kenkyūsho. K. Miyamoto.
- Murillo, M. T. and Otero, O. (2016). Simulation of the magnetic field generated by wires with stationary current and magnets with constant magnetization applied to the mirror trap, minimum-b and zero-b. *Journal of Physics: Conference Series*, 687:012022.
- MURILLO ACEVEDO, M. T. (2016). *ESTUDIO COMPUTACIONAL DE CONFINAMIENTO DE PLASMAS RCE EN TRAMPAS MAGNETICAS TIPO ESPEJO, MINIMO-B Y CERO-B [recurso electronico]*. UIS, Bucaramanga.
- Orozco, E. A., Dugar-Zhabon, V. D., López, J. E., and López, J. (2019a). Spatial autoresonance acceleration physical scheme based on magnetic rings system. *Journal of Physics: Conference Series*, 1386:012125.

- Orozco, E. A., González, J. D., Beltrán, J. R., and Vergara, V. E. (2019b). Simulation of bunched electron-beam acceleration by the cylindrical te_{113} microwave field. *International Journal of Modern Physics A*, 34(36):1942030.
- OROZCO OSPINO, E. A. (2012). *ESTUDIO ANALITICO Y NUMERICO DEL FENOMENO DE AUTORESONANCIA CICLOTRONICA ESPACIAL [recurso electronico]*. Bucaramanga : UIS, 2012.
- Pantoja, J. (2002). *Ingeniería de microondas: técnicas experimentales*. Prentice práctica. Pearson Educación.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (1992). *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, USA, second edition.
- Qin, H., Zhang, S., Xiao, J., Liu, J., Sun, Y., and Tang, W. M. (2013). Why is boris algorithm so good? *Physics of Plasmas*, 20(8):084503.
- Shpitalnik, R., Cohen, C., Dothan, F., and Friedland, L. (1991). Autoresonance microwave accelerator. *Journal of Applied Physics*, 70(3):1101–1106.
- Veysi, M., Guclu, C., and Capolino, F. (2015). Vortex beams with strong longitudinally polarized magnetic field and their generation by using metasurfaces. *J. Opt. Soc. Am. B*, 32(2):345–354.
- Vyas, S., Kozawa, Y., and Miyamoto, Y. (2015). Creation of polarization gradients from superposition of counter propagating vector lg beams. *Opt. Express*, 23(26):33970–33979.

Zeng, J., Huang, F., Guclu, C., Veysi, M., Albooyeh, M., Wickramasinghe, H. K., and Capolino, F. (2018). Sharply focused azimuthally polarized beams with magnetic dominance: Near-field characterization at nanoscale by photoinduced force microscopy. *ACS Photonics*, 5(2):390–397.

Apéndices

Apéndice A. Fuerza ponderomotriz

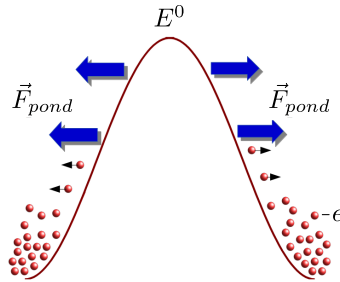
De acuerdo al modo de microondas que es objeto de estudio, el modo cilíndrico TE_{011} , se presume la influencia de un efecto no lineal del campo eléctrico (armónico y no homogéneo) sobre la estabilidad de las órbitas de los electrones acelerados, denominado fuerza ponderomotriz (Fitzpatrick, 2014; Boyd and Sanderson, 2003; Bituk and Fedorov, 1999; Malka and Miquel, 1996). Dicho efecto se determina a partir del estudio de la dinámica de partículas cargadas bajo el efecto de campos eléctricos rápidamente oscilantes de la forma $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \cos(\omega t)$; donde $\vec{E}(\vec{r})$ hace referencia a la estructura espacial del campo. Dicho estudio se realiza mediante la aplicación de un método perturbativo, lo cual conduce a la siguiente expresión:

$$\vec{F}_{\text{pond}} = -q \nabla \Phi_{\text{pond}} \quad \text{con} \quad \Phi_{\text{pond}} = \frac{q}{4m\omega^2} (E^0)^2, \quad (22)$$

donde q es la carga eléctrica de la partícula, Φ_{pond} es potencial ponderomotriz, m es la masa de la partícula, ω y E_0 son la frecuencia y la amplitud del campo de microondas respectivamente.

Figura 35

Efecto de la fuerza ponderomotriz sobre un grupo de electrones.



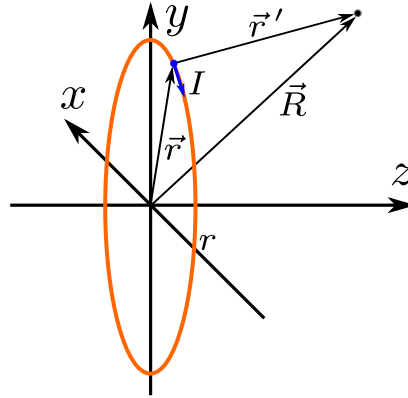
Dado que dicha fuerza es inversamente proporcional a la masa de partículas, actúa principalmente sobre los electrones (en caso de considerar la presencia de otras partículas cargadas como iones como en un plasma), desplazándolos de regiones con un campo eléctrico intenso a regiones de campo débil.

Apéndice B. Bobina magnética

Vamos a obtener el campo magnético generado por una bobina, a partir de la superposición de las contribuciones producidas por hilos circulares por los cuales circula una corriente estacionaria.

Figura 36

Hilo Circular con Corriente Estacionaria situado en $z_s = 0$.



Para calcular el campo producido por una espira circular de radio r , ubicada sobre el plano XY cuyo centro geométrico está situado en $(0, 0, z_s)$ y por la cual circula una corriente estacionaria I (ver figura 36), utilizamos la ley de Biot-Savart:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{I d\vec{r}' \times \vec{R}}{R^3}, \quad (23)$$

donde $d\vec{r}'$ es elemento diferencial de longitud vectorial a lo largo del hilo o conductor, $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ es vector que va desde la posición del elemento diferencial de camino hasta el punto de observación. A partir de la aplicación de la Ley de Biot-Savart para un hilo conductor con la geometría descrita previamente, se obtiene una expresión que nos permite calcular el campo magnético que

esta genera en cualquier punto del espacio resolviendo la siguiente integral (Murillo and Otero, 2016):

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{I r}{c} \int_0^{2\pi} \frac{\left[(z - z_s) \cos \theta \hat{i} + (z - z_s) \sin \theta \hat{j} + (r - y \sin \theta - x \cos \theta) \hat{k} \right] d\theta}{\left[(x - r \cos \theta)^2 + (y - r \sin \theta)^2 + (z - z_s)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (24)$$

Es importante señalar que no es necesario calcular la integral en todos los puntos del espacio, dado que el sistema posee simetría axial, por ende, solo debemos resolverla para el plano acotado por $y = 0$ y $x \geq 0$ e interpolar en los demás puntos (MURILLO ACEVEDO, 2016). A continuación, presentamos la aproximación que utilizaremos para el cálculo de las integrales :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{24} \sum_{i=0}^{n-1} \left[24 f(\bar{x}_i) + f''(\bar{x}_i) (\Delta x)^2 \right], \quad (25)$$

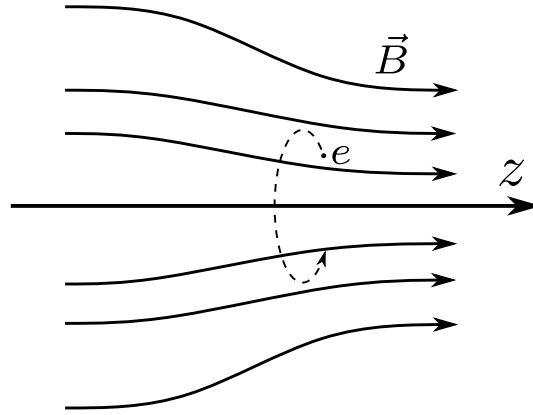
donde $f(x)$ es la función a integrar, a y b son los límites de la integral, Δx es el paso, n es el número de segmentos en los que se divide el intervalo de integración, $\bar{x}_i = x_i + \Delta x/2$ con $i = 0, 1, 2, \dots$ donde $x_0 = a$ es la variable a integrar para la función aproximada.

Apéndice C. Fuerza diamagnética

Al considerar la acción un campo magnético axialmente simétrico, cuya dirección se encuentra paralela a la componente longitudinal (escogida como z) y su magnitud aumenta a lo largo de z , sobre la dinámica electrónica, tal y como se puede apreciar en la figura 37, surge un efecto que limita su aceleración autoresonante, la fuerza diamagnética (Dougarg-Jabon et al., 2008).

Figura 37

Campo magnético no homogéneo axialmente simétrico a lo largo del eje z .



La fuerza diamagnética actúa en dirección contraria al gradiente de campo magnético, por ende, impide que los electrones avancen hacia regiones con mayor magnitud de campo. Adicionalmente, la fuerza diamagnética aumenta conforme crece la velocidad de giro o velocidad transversal de los electrones (HERRERA RODRIGUEZ, 2013). En promedio la fuerza magnética longitudinal puede escribirse como:

$$\bar{F}_z = -\mu \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \quad \text{con} \quad \mu = \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B_0}, \quad (26)$$

donde μ es el momento magnético asociado al giro del electrón.