

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA MÁQUINA SÍNCRONA  
CONECTADA A UNA BARRA INFINITA EMPLEANDO  
PROCESAMIENTO PARALELO Y SOLUCIÓN PARTICIONADA

ANGIE DANIELA VÁSQUEZ CALDERÓN  
JANIRE GUERRERO PARRA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2016

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA MÁQUINA SÍNCRONA  
CONECTADA A UNA BARRA INFINITA EMPLEANDO  
PROCESAMIENTO PARALELO Y SOLUCIÓN PARTICIONADA

ANGIE DANIELA VÁSQUEZ CALDERÓN  
JANIRE GUERRERO PARRA

*Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero Electricista*

Director

HERMANN RAÚL VARGAS TORRES

*Profesor Titular Universidad Industrial de Santander  
Doctor Ingeniero Electricista*

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA

2016

*A Dios, por sus bendiciones, amor y misericordia.*

*A mis padres Luis Alirio Vásquez y Fanny Calderón, por ser ejemplo, motor y base de toda mi vida, por alentarme cuando lo necesité y motivarme a ser mejor cada día; por amarme de manera incondicional y confiar en mí sin dudar.*

*A mis hermanos Yuranny y Daniel, a mis sobrinas Melissa y Victoria por ser una de mis mayores motivaciones para alcanzar cada meta.*

*A los miembros de mi familia, por estar presente en cada paso.*

*A mis amigos y compañeros universitarios por el trabajo en equipo, las experiencias vividas y los momentos compartidos.*

*Por último, a cada unas de las personas que formaron parte de este proceso de aprendizaje como profesional y persona. Todo este trabajo ha sido posible gracias a ustedes.*

***Angie Daniela Vásquez Calderón***

*A Dios, por haberme permitido llegar hasta este punto y dado la fuerza para lograr mis objetivos.*

*A mi madre, por estar siempre a mi lado y no permitir que me rindiera, por ser mi amiga y compañera que me ha ayudado a crecer. Gracias por estar siempre conmigo.*

*A mi hermana Jenifer, por acompañarme en toda la carrera, por ayudarme a ser siempre fuerte y creer en mí.*

*A mi padre, porque a pesar de la distancia siempre me ha dado lo mejor para poder crecer como profesional.*

***Janire Guerrero Parra.***

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	16
<hr/>	
<b>1. MARCO DE REFERENCIA</b>	<b>18</b>
<hr/>	
1.1. ANTECEDENTES . . . . .	18
1.2. EL FENÓMENO DE ESTABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA . . . . .	19
1.3. CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE ESTABILIDAD . . . . .	20
1.3.1. Estabilidad de ángulo . . . . .	20
1.3.2. Estabilidad de frecuencia . . . . .	21
1.3.3. Estabilidad de tensión . . . . .	22
1.4. INTRODUCCIÓN A LA ESTABILIDAD TRANSITORIA . . . . .	25
<b>2. MODELADO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA</b>	<b>34</b>
<hr/>	
2.1. REPRESENTACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA . . . . .	35
2.1.1. Ecuaciones de movimiento . . . . .	36
2.1.2. Ecuaciones del circuito del rotor . . . . .	36
2.1.3. Ecuaciones de tensión en el estator . . . . .	37
2.2. REPRESENTACIÓN DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN . . . . .	40
2.3. RED DE TRANSMISIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LA CARGA . . . . .	42
2.3.1. Simulación de fallas . . . . .	43
2.4. REPRESENTACIÓN DE LA SATURACIÓN MAGNÉTICA . . . . .	43
2.5. SOLUCIÓN DEL CONJUNTO DE ECUACIONES DEL SISTEMA . . . . .	45
2.5.1. Solución mediante regla trapezoidal y método de Newton . . . . .	46
2.5.2. Software empleado para la simulación dinámica de sistemas de potencia y procesamiento paralelo . . . . .	48
<b>3. METODOLOGÍA</b>	<b>50</b>
<hr/>	
3.1. CÁLCULO DE CONSTANTES Y PARÁMETROS DE SATURACIÓN . . . . .	50
3.2. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ROTOR . . . . .	52
3.3. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ESTATOR . . . . .	54

3.4. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA MÁQUINA MEDIANTE INTEGRACIÓN IMPLÍCITA	55
3.5. REPRESENTACIÓN DEL JACOBIANO DEL SISTEMA . . . . .	59
<b>4. PROCESAMIENTO PARALELO</b>	<b>65</b>
<hr/>	
4.1. MODELO DE PROGRAMACIÓN . . . . .	65
4.2. INSTRUCCIONES EMPLEADAS Y PARÁMETROS DE ENTRADA . . . . .	66
4.3. PARALELIZACIÓN DEL ALGORITMO . . . . .	68
<b>5. PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>72</b>
<hr/>	
5.1. CASO 1: SISTEMA DE BARRA INFINITA . . . . .	73
5.1.1. Modelo clásico . . . . .	73
5.1.2. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) . . . . .	76
5.1.3. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) . . . . .	79
5.2. CASO 2: SISTEMA DE ONCE (11) BARRAS Y CUATRO (4) GENERADORES . . . . .	83
5.2.1. Modelo clásico . . . . .	83
5.2.2. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) . . . . .	86
5.2.3. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) . . . . .	89
5.3. CASO 3: SISTEMA DE CIENTO DIECIOCHO (118) BARRAS Y CINCUENTA Y CUATRO (54) GENERADORES . . . . .	93
5.3.1. Modelo clásico . . . . .	93
5.3.2. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) . . . . .	96
5.3.3. Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) . . . . .	99
5.4. VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS . . . . .	102
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>104</b>
<hr/>	
6.1. APORTES Y SUGERENCIAS . . . . .	105
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>106</b>
<hr/>	
<b>ANEXOS</b>	<b>108</b>
<hr/>	

# LISTA DE FIGURAS

1.	Clasificación de la estabilidad en Sistemas eléctricos de potencia . . . . .	24
2.	Sistema: Máquina conectada a barra infinita . . . . .	25
3.	Circuito equivalente simplificado . . . . .	26
4.	Relación entre la potencia y el ángulo del rotor . . . . .	26
5.	Variación Potencia-Ángulo y respuesta del ángulo del rotor. . . . .	28
6.	Diagrama unifilar de circuito en falla . . . . .	30
7.	Circuito equivalente de sistema de falla . . . . .	30
8.	Respuesta estable en caso de falla . . . . .	31
9.	Respuesta inestable en caso de falla . . . . .	32
10.	Modelado del sistema de potencia para el análisis de estabilidad transitoria . . .	35
11.	Circuitos equivalentes de los ejes $d$ y $q$ . . . . .	36
12.	Transformación del marco de referencia y definición del ángulo $\delta$ . . . . .	38
13.	Sistema de excitación con AVR y PSS. . . . .	40
14.	Característica de saturación de la máquina síncrona . . . . .	44
15.	Circuitos equivalentes con los componentes del flujo resultante en el entre-hierro. 45	
16.	Programación Heterogénea . . . . .	66
17.	Jerarquía de Memoria en la GPU. . . . .	69
18.	Algoritmo de Simulación general . . . . .	71
19.	Sistema máquina barra infinita . . . . .	73
20.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico . . . . .	74
21.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico . . . . .	75
22.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico . . . . .	75
23.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico . . . . .	76
24.	Magnitud del par del generador - Modelo clásico . . . . .	76
25.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR . . . . .	77
26.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR . . . . .	78
27.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR . . . . .	78
28.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR . . . . .	79

29.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR . . . . .	79
30.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	80
31.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	81
32.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS . . . . .	81
33.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS . . . . .	82
34.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS . . . . .	82
35.	Sistema máquina barra infinita . . . . .	83
36.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico . . . . .	84
37.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico . . . . .	85
38.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico . . . . .	85
39.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico . . . . .	86
40.	Magnitud del par del generador - Modelo clásico . . . . .	86
41.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR . . . . .	87
42.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR . . . . .	88
43.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR . . . . .	88
44.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR . . . . .	89
45.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR . . . . .	89
46.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	90
47.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	91
48.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS . . . . .	91
49.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS . . . . .	92
50.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS . . . . .	92
51.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico . . . . .	94
52.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico . . . . .	94
53.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico . . . . .	95
54.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico . . . . .	95
55.	Magnitud del par del generador - Modelo clásico . . . . .	96
56.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR . . . . .	97
57.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR . . . . .	97
58.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR . . . . .	98
59.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR . . . . .	98
60.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR . . . . .	99
61.	Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	100
62.	Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS . . . . .	100
63.	Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS . . . . .	101
64.	Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS . . . . .	101
65.	Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS . . . . .	102

66.	Entorno inicial - MAQ MS . . . . .	111
67.	Entorno principal - MAQ MS . . . . .	112
68.	Selección de Unidad de Procesamiento. . . . .	112
69.	Selección de Sistema de Potencia. . . . .	113
70.	Selección de Modelo de máquina síncrona. . . . .	113
71.	Descripción del caso a simular. . . . .	114
72.	AVISO IMPORTANTE. . . . .	114
73.	Error en el ingreso del tiempo de simulación. . . . .	115
74.	Tiempo de simulación. . . . .	115
75.	Posibles gráficas a visualizar. . . . .	116

# LISTA DE TABLAS

1.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico. . . . .	74
2.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	77
3.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	80
4.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico. . . . .	84
5.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	87
6.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	90
7.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico. . . . .	93
8.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	96
9.	Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR. . . . .	99
10.	Tiempos de simulación obtenidos en cada caso de estudio. . . . .	103

# LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. MAQ MS, MANUAL DE USUARIO	109
ANEXO B. GLOSARIO	117

## RESUMEN

### TÍTULO:

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA MÁQUINA SÍNCRONA CONECTADA A UNA BARRA INFINITA EMPLEANDO PROCESAMIENTO PARALELO Y SOLUCIÓN PARTICIONADA<sup>1</sup>

### AUTORES:

JANIRE GUERRERO PARRA, ANGIE DANIELA VÁSQUEZ CALDERÓN.<sup>2</sup>

### PALABRAS CLAVE:

Estabilidad transitoria, Procesamiento paralelo, GPU, Perturbación.

### DESCRIPCIÓN:

El estudio de estabilidad considera el rendimiento de los generadores y su habilidad de mantener el sincronismo bajo cambios repentinos en el sistema de potencia. Su análisis debe incluir las desviaciones del ángulo del rotor, la velocidad del rotor, los flujos de energía en el sistema y tensiones en los terminales de la máquina, ya que la respuesta de este sistema es no lineal. El uso de herramientas computacionales es propuesto en trabajos anteriores, con el objetivo de alcanzar una solución más rápida y efectiva bajo grandes perturbaciones. Distintos métodos de integración y el uso de redes neuronales como solución al modelo del sistema ha sido materia de estudio, sin embargo, el tiempo de simulación no cumple con los requisitos de tiempo real. Por esta razón, la integración implícita es usada como método para resolver un modelo de ecuaciones utilizando la tecnología de unidades de procesamiento gráfico (GPU). El algoritmo es implementado en MATLAB® y su principal objetivo es simular el comportamiento de los sistemas eléctricos, buscando satisfacer los requisitos de tiempo real y reducir el tiempo de simulación utilizando la tecnología de procesamiento paralelo.

Teniendo en cuenta los avances tecnológicos de la última década, se ha facilitado el manejo de algunas herramientas computacionales que permiten la realización de cálculos complejos y simulaciones robustas con mayor rapidez y confianza. En este proyecto se modela y simula la máquina síncrona adicionando un regulador automático de tensión y/o un estabilizador del sistema de potencia conectada a una barra infinita empleando la tecnología ya mencionada.

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado.

<sup>2</sup> Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Hermann Raúl Vargas Torres.

## ABSTRACT

TITLE: MODELING AND SIMULATION OF SYNCHRONOUS MACHINE CONNECTED TO AN INFINITE BUS USING PARALLEL PROCESSING AND PARTITIONED SOLUTION.<sup>3</sup>

AUTHORS:

JANIRE GUERRERO PARRA, ANGIE DANIELA VASQUEZ CALDERON.<sup>4</sup>

KEY WORDS:

Transitory stability, Parallel Processing, GPU, Disturbance.

DESCRIPTION:

The stability analysis considers the performance of generators and its ability to maintain synchronism under sudden changes in the power system. The response of these systems is non-linear, and its analysis must include deviations of rotor angles, rotor speeds, power flows in the system and voltages at machine's terminals. The use of computational tools is proposed in previous works, aiming for fast and effective solutions under high disturbances. Different integration methods and neural networks have been used to solve the system model, however simulation time does not comply with real time requirements. For this reason, implicit integration is used to solve the model's equations and the computing is accomplished using Graphic Processing Units (GPU) technology. The algorithm is implemented in MATLAB® and its main goal is to simulate the behavior of electrical power systems, looking to satisfy with real time requirements and to decrease simulation time using parallel processing technology.

Given the technological advances that have occurred, it has been possible to reach simulations in a faster way by using computational tools. This project seeks to model and simulate the synchronous machine by adding an automatic voltage regulator and / or a stabilizing power system connected to an infinite bus using the aforementioned technology.

---

<sup>3</sup> Research work.

<sup>4</sup> Faculty of Physical-Mechanic Engineering. School of Electrical, Electronical and Telecommunications Engineering. Advisor: Hermann Raul Vargas Torres.

---

# INTRODUCCIÓN

El análisis de estabilidad transitoria de sistemas de potencia involucra el estudio del comportamiento de la máquina síncrona ante grandes perturbaciones; por lo que es necesario, conocer la capacidad del generador para mantener el sincronismo frente a estas. El sistema responde a dichas variaciones mediante una dinámica no lineal que incluye entre sus variables las desviaciones en los ángulos del rotor, las tensiones en terminales de la máquina y el flujo de potencia presente en el sistema.

Con el fin de realizar un estudio basado en el comportamiento del generador frente a grandes perturbaciones, se analizan de forma detallada, mediante el procesamiento paralelo y solución particionada con integración implícita, los distintos modelos de la máquina síncrona entre los que se encuentran: Modelo clásico, modelo con regulador de tensión y modelo con estabilizador del sistema de potencia<sup>5</sup>.

## DECLARACIÓN DEL PROBLEMA

Debido a que en la actualidad se requiere un análisis en tiempo real del comportamiento de cualquier sistema eléctrico, con el fin de generar una respuesta rápida y eficaz frente a perturbaciones tales como: disminución o aumento de carga, cambio en las topologías de las redes, pérdidas de generación o aumento excesivo de carga; se hace necesario implementar una herramienta computacional que permita calcular una solución ante estas variaciones, de las variables involucradas en tiempo real .

---

<sup>5</sup>KUNDUR, Prabha. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill,1994. ISBN 0-07-035958. p. 169-191.

Por consiguiente, se emplea el método numérico de integración implícita para solucionar las ecuaciones que definen los distintos modelos de la máquina síncrona, que en conjunto puedan ser procesados utilizando al menos una unidad de procesamiento gráfico (GPU) que permite el procesamiento paralelo empleando el entorno MATLAB, logrando que los tiempos de simulación se reduzcan en comparación con el procesamiento en serie (CPU).

En este trabajo de grado se busca mejorar el tiempo de simulación propuesto en el trabajo de grado titulado “Modelado y simulación de la máquina síncrona conectada a una barra infinita empleando procesamiento paralelo” por Gerson David Jaimes<sup>6</sup>, empleando el procesamiento paralelo y la solución particionada mediante la integración implícita.

## OBJETIVOS

---

### *Objetivo general*

Modelar y simular el comportamiento de la máquina síncrona conectada a una barra infinita mediante el procesamiento paralelo y solución particionada con integración implícita.

---

### *Objetivos específicos*

- Modelar la máquina síncrona empleando el modelo clásico, mediante la utilización del software de procesamiento paralelo permitiendo incluir otras máquinas.
- Modelar la máquina síncrona empleando el modelo con regulador de tensión, mediante la utilización del software de procesamiento paralelo permitiendo incluir otras máquinas.
- Modelar la máquina síncrona empleando el modelo con estabilizador del sistema de potencia, mediante la utilización del software de procesamiento paralelo permitiendo incluir otras máquinas.
- Elaborar la herramienta software que permita simular el comportamiento de los distintos modelos de la máquina síncrona utilizando procesamiento paralelo.

---

<sup>6</sup>JAIMES, Gerson David. *Modelado y simulación de la máquina síncrona conectada a una barra infinita empleando procesamiento paralelo*. Trabajo de grado. Ingeniero Electricista, Bucaramanga.: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2014.

---

# MARCO DE REFERENCIA

---

## 1.1 ANTECEDENTES

En la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones se cuenta con experiencia en el tema de estabilidad de gran perturbación de sistemas eléctricos de potencia. Estos empezaron con el proyecto de grado de Carlos Rodríguez de pregrado titulado “Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones: Diseño y elaboración”<sup>7</sup>, seguido de la tesis de maestría del mismo autor titulada “Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones”<sup>8</sup>; en esta última se buscó mejorar el tiempo de simulación. Después se llevó a cabo la tesis de maestría del Ingeniero René Alexander Barrera Cárdenas titulada “Modelado de la máquina síncrona mediante redes neuronales”<sup>9</sup> donde se mejoraron los tiempos dado que cada generador se modeló como una red neuronal; el problema que se generaba consistía en la necesidad de entrenar nuevamente la red neuronal que modelaba el generador que cambiaba sus parámetros.

Teniendo en cuenta los avances tecnológicos de la última década, se ha facilitado el manejo de algunas herramientas computacionales que permiten analizar el fenómeno de estabilidad de

---

<sup>7</sup>RODRÍGUEZ SIERRA, Carlos. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones: Diseño y elaboración*. Trabajo de grado. Ingeniero Electricista, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2003.

<sup>8</sup>RODRÍGUEZ SIERRA, Carlos. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones*. Tesis de Maestría. Magíster en Ingeniería, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2007.

<sup>9</sup>BARRERA CÁRDENAS, René Alexander. *Modelado de la máquina síncrona mediante redes neuronales*. Tesis de Maestría. Magíster en Ingeniería Eléctrica, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2010.

forma más compleja y detallada, centrándose en el comportamiento de la máquina síncrona. Uno de ellos es el elaborado por NVIDIA<sup>10</sup> y su dispositivo de procesamiento gráfico conocido como GPU, en el cual se extiende el lenguaje C para procesar los datos de manera paralela y ejecutar simulaciones en pequeños lapsos, esperando que puedan llegar a ser procesados en tiempo real.

Por último se llevó a cabo el trabajo de grado titulado “Modelado y simulación de la máquina síncrona conectada a una barra infinita empleando procesamiento paralelo” realizado por Gerson David Jaimes<sup>11</sup>, en ella se introdujo el procesamiento paralelo mediante la integración implícita utilizando una unidad de procesamiento gráfico (GPU).

## 1.2 EL FENÓMENO DE ESTABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

Los sistemas eléctricos de potencia tienen como fin satisfacer la demanda de energía eléctrica de una gran cantidad de usuarios generalmente distribuidos en una zona extensa. Tales sistemas cuentan con elementos que producen energía eléctrica a partir de fuentes primarias de energía, elementos que transportan y distribuyen la energía, elementos adicionales que garantizan el buen funcionamiento del sistema y aparatos de uso doméstico, comercial e industrial que consumen energía para llevar a cabo una tarea específica. Debido a las características de los elementos mencionados anteriormente, los sistemas eléctricos de potencia son sistemas dinámicos de alta complejidad y no linealidad<sup>12</sup>.

La estabilidad transitoria de un sistema puede definirse de forma general, como la capacidad que tiene el sistema de potencia de retornar a un punto de equilibrio aceptable, luego de estar sometido a severas perturbaciones<sup>13</sup>. Además, cabe destacar que la estabilidad del sistema está influenciada por la no linealidad, el tipo de perturbación a la que sea sometido y las condiciones en las que se encontraba el sistema antes de ocurrida la eventualidad.

La necesidad de satisfacer la demanda de energía eléctrica bajo ciertos estándares de calidad, exige que los sistemas eléctricos de potencia tengan un desempeño adecuado cuando experimentan perturbaciones (fallas en los elementos del sistema de origen interno o externo y cambios en la demanda), concretamente se requiere que el sistema mantenga la estabilidad

---

<sup>10</sup>NVIDIA. *Cuda Programación Paralela Facilitada* [en línea]. <[http://la.nvidia.com/object/cuda\\_home\\_new\\_la.html](http://la.nvidia.com/object/cuda_home_new_la.html)> [Citado en 5 de Mayo de 2016].

<sup>11</sup>JAIMES, Op. cit., p. 20.

<sup>12</sup>KUNDUR, Op. cit., p. 3-40.

<sup>13</sup>P.M. Anderson y A.A. Fouad. *Power System Control and Stability*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. Inc. Wiley-Interscience, 2003. ISBN 0-471-23862-7.

ante cierto tipo de contingencias específicas. El análisis de estabilidad es el eje central de la teoría de sistemas dinámicos y puede determinarse mediante la solución numérica de las ecuaciones que describen su comportamiento o mediante la aplicación de un método analítico directo.

## 1.3 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE ESTABILIDAD

El estudio de estabilidad en sistemas eléctricos se clasifica en diversas categorías de acuerdo con el fenómeno de interés. Se han definido tres categorías principales: estabilidad de ángulo, estabilidad de frecuencia y estabilidad de tensiones<sup>14</sup>. Estas categorías a su vez se subdividen en otras dependiendo de la magnitud de la perturbación, dinámica relevante y/o horizonte de tiempo donde se estudia la evolución del sistema. La clasificación de estabilidad depende del mecanismo que tenga mayor impacto en el desempeño dinámico del sistema. Existen dos dinámicas definidas: la de las plantas de generación, asociada a la estabilidad de ángulo y frecuencia, y la de las cargas del sistema, asociada a la estabilidad de tensiones. A su vez, el estudio se divide en horizontes de corto y largo plazo tanto para la dinámica de las plantas de generación como para la de las cargas.

---

**1.3.1 Estabilidad de ángulo** La estabilidad de ángulo se refiere a la capacidad de las máquinas síncronas de mantener el sincronismo ante una perturbación en el sistema. El mecanismo que las máquinas emplean para lograr este objetivo se basa en la restauración de fuerzas, evidenciada cuando hay fuerzas que tienden a acelerar o desacelerar una o más máquinas respecto a las otras.

Bajo condiciones normales, existe equilibrio entre el par mecánico de entrada y el par eléctrico de salida en cada una de las máquinas y la velocidad se mantiene constante. Si el sistema se somete a una perturbación, este equilibrio es alterado ocasionando una aceleración o desaceleración en los rotores de las máquinas de acuerdo con las leyes de movimiento de los cuerpos rotativos. Si un generador adquiere más velocidad que otro de manera temporal, la diferencia angular resultante transfiere parte de la carga desde la máquina más lenta hacia la máquina más rápida, dependiendo de la relación potencia-ángulo. Esto tiende a reducir la diferencia de velocidad y por lo tanto, su separación angular.

La relación entre la potencia y el ángulo del rotor no es lineal, por lo que al pasar ciertos límites, un incremento en la separación angular es acompañado de una caída en el valor de potencia transferido; esto a su vez incrementa aún más la separación angular conllevando a la

---

<sup>14</sup>VAN CUTSEM, Thierry y VOURNAS, Costas. *Voltage Stability of Electric Power Systems*. Springer Science+Business Media Dordrecht, 1998. ISBN 978-0-387-75536-6.

inestabilidad del sistema de potencia. Para cualquier situación dada, la estabilidad del sistema depende de si la desviación en la posición angular de los rotores es suficiente para generar eficientes pares restauradores.

Dependiendo de la severidad del evento, se clasifica el estudio de estabilidad de ángulo en estabilidad transitoria y estabilidad de pequeña señal<sup>15</sup>.

El análisis de estabilidad transitoria estudia la respuesta de los elementos dinámicos del sistema de potencia (generadores, cargas, elementos de compensación dinámicos, enlaces de corriente continua, etc.) y la variación de las diferentes magnitudes de la red (tensiones, flujos en la red, frecuencia, etc.) ante la ocurrencia de perturbaciones severas y repentinas tales como cortocircuitos de diferente clase (fase-tierra, fase-fase-tierra o trifásica), pérdidas de generación y pérdidas de carga. La respuesta del sistema a este tipo de eventos está altamente influenciada por su carácter no lineal e involucra grandes variaciones en los ángulos de los rotores y otras magnitudes del sistema. El horizonte de corto plazo se extiende hasta unos pocos segundos luego de ocurrida la perturbación, dependiendo de la frecuencia de los modos de oscilación relevantes.

El análisis de pequeña señal estudia la respuesta del sistema ante variaciones tales como el cambio continuo en la demanda y/o generación. Bajo estas condiciones, el análisis se puede realizar con modelos linealizados. El objetivo es determinar el amortiguamiento de las oscilaciones electromecánicas de los generadores. Se distinguen dos tipos de oscilaciones: locales y globales o interárea. Las oscilaciones locales se refieren a la oscilación de un grupo de generadores en una planta con respecto al resto del sistema y se encuentran en el rango de 1 a 2 Hz. De otro lado, las oscilaciones interárea hacen referencia a oscilaciones entre grupos de generadores. Las oscilaciones interárea se encuentran en el rango de 0,1 a 1 Hz. El estudio de pequeña perturbación o pequeña señal se realiza mediante el análisis de valores propios de la matriz de estados del sistema linealizado. Las dinámicas dominantes en el corto plazo son la de los devanados rotóricos de las máquinas síncronas y sus controles primarios (sistema de excitación y gobernador).

---

**1.3.2 Estabilidad de frecuencia** La estabilidad de frecuencia es la capacidad del sistema de potencia de mantener la frecuencia en un valor aceptable luego de ocurrida una perturbación severa que ocasione un desequilibrio significativo entre generación y demanda. En estos eventos generalmente los sistemas de protección separan el sistema en islas, algunas de las cuales pueden tener un déficit o exceso considerable de generación. En este escenario, la dinámica del sistema es influenciada por controles y protecciones no modelados en estudios de ángulo.

---

<sup>15</sup>VAN CUTSEM, Op. cit.

Entre los mencionados controles se encuentran los asociados a las fuentes primarias de energía y auxiliares en plantas de generación así como la regulación secundaria de frecuencia AGC<sup>16</sup>. En el control de frecuencia inciden elementos que operan en el corto plazo, tales como relés de deslastre de carga, y elementos que operan en el largo plazo, tales como los controles de las fuentes primarias de energía.

---

**1.3.3 Estabilidad de tensión** La estabilidad de tensión es la capacidad de un sistema de potencia de mantener tensiones aceptables en todas las barras del sistema bajo condiciones normales de operación y ante la ocurrencia de perturbaciones. La inestabilidad de tensión ocurre cuando una perturbación aumenta la demanda en las barras o cuando ocurren cambios en las condiciones del sistema, causando una caída o aumento progresivo de la tensión en alguna o varias barras. El factor más relevante que conduce a la inestabilidad de tensión, es la incapacidad del sistema combinado de transmisión y generación para satisfacer la demanda tanto de potencia activa como reactiva<sup>17</sup>.

Inicialmente se relacionó la inestabilidad de tensiones al desbalance de potencia reactiva, debido a la relación existente entre tensión y potencia reactiva bajo condiciones normales de operación<sup>18</sup>. Sin embargo, este concepto ha cambiado en los últimos años y actualmente se reconoce que se puede presentar inestabilidad de tensiones en sistemas DC.

Asociado al concepto de inestabilidad de tensión, aparece el de colapso de tensión, que se define como el proceso por el cual la inestabilidad de tensión conduce a una pérdida de tensión en una parte significativa del sistema. Dependiendo de las características de los elementos del sistema, la inestabilidad de tensiones puede ocurrir en el corto plazo, cuyo horizonte es similar al de estabilidad de ángulo, o en el largo plazo. De esta forma surge la distinción entre estabilidad de tensiones de corto plazo y estabilidad de tensiones de largo plazo.

El estudio de estabilidad de tensiones se divide en pequeñas y grandes perturbaciones, dependiendo de la magnitud del evento considerado. En el caso de pequeñas perturbaciones, se estudian principalmente los cambios progresivos en la carga del sistema. Por su parte, la estabilidad de tensión de gran perturbación es relacionada con la habilidad del sistema para controlar las tensiones de las barras cuando se presentan diferentes tipos de fallas, pérdidas de generación o contingencias en los circuitos. Esta habilidad es determinada por las características de carga del sistema y las interacciones de las protecciones continuas y discretas y sus

---

<sup>16</sup>IEEE AGC Task Force. *Understanding automatic generation control*. IEEE trans., PWRS-7:1106–1122, August 1992.

<sup>17</sup>VAN CUTSEM, Op. cit.

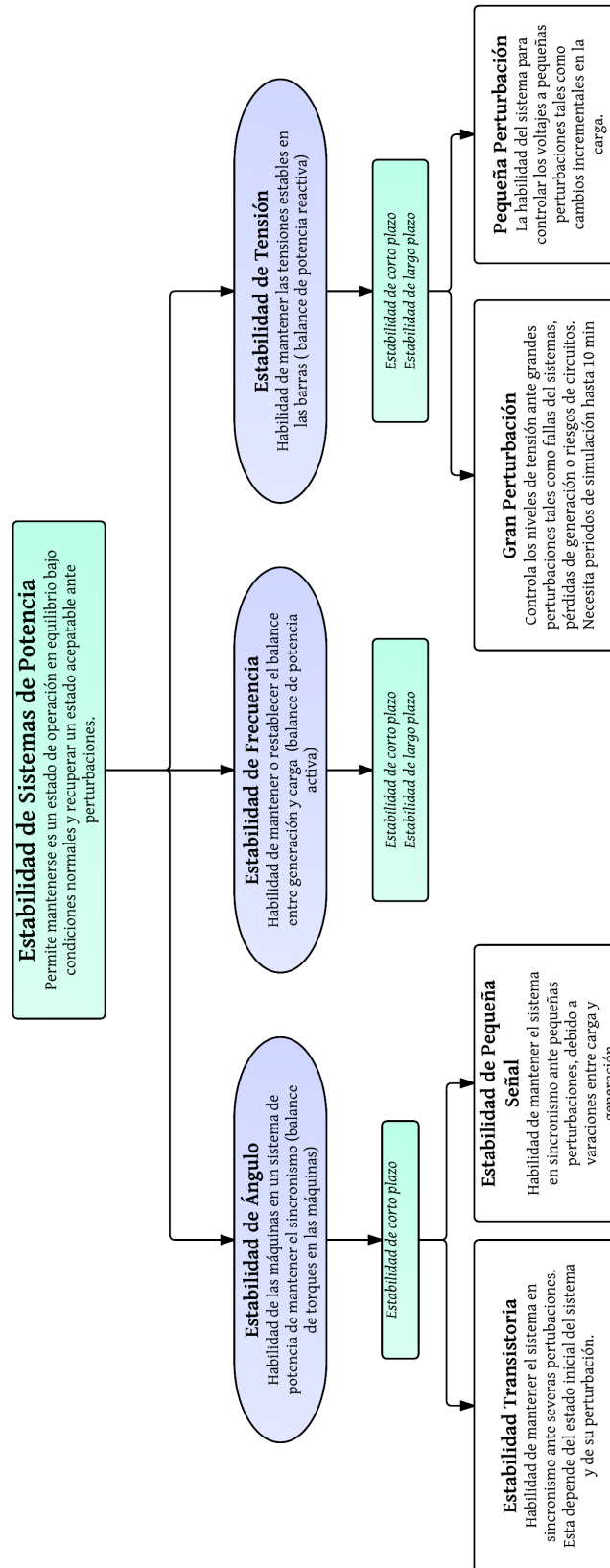
<sup>18</sup>KUNDUR, Op. Cit., 27-33.

respectivos controles.

Esta última clasificación no es tan relevante debido a que el mecanismo que conduce a la inestabilidad de tensiones refleja en forma significativa la dinámica no lineal del sistema de potencia es decir, la inestabilidad de ángulo. Por esta razón, puede no haber una distinción evidente entre inestabilidad de ángulo e inestabilidad de tensiones, ya que una puede conducir a la otra. Sin embargo, es necesario distinguirlas, para entender las causas subyacentes de los problemas de inestabilidad y con esto, desarrollar diseños apropiados y procedimientos de operación adecuados.

Conociendo cada una de las clases de estabilidad, en la *figura 1* se muestra resumida brevemente cada una de ellas, donde se tiene en cuenta la dinámica y el horizonte para su clasificación.

Figura 1.: Clasificación de la estabilidad en Sistemas eléctricos de potencia

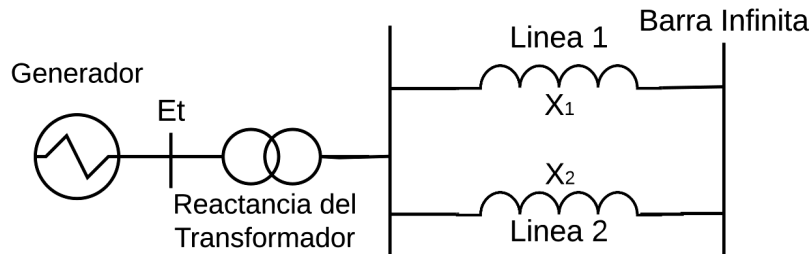


## 1.4 INTRODUCCIÓN A LA ESTABILIDAD TRANSITORIA

Para estudiar la estabilidad transitoria, se considerará el sistema mostrado en la *figura (2)* constituido por un generador que entrega determinada potencia, a un gran sistema eléctrico representado en una barra infinita a través de dos líneas de transmisión. La barra infinita consiste en una fuente de tensión de magnitud y frecuencia constante.

El efecto de las resistencias en el sistema se considera despreciable, al igual que el efecto de la velocidad del gobernador. Además, se representa al generador mediante el modelo clásico de la máquina síncrona.

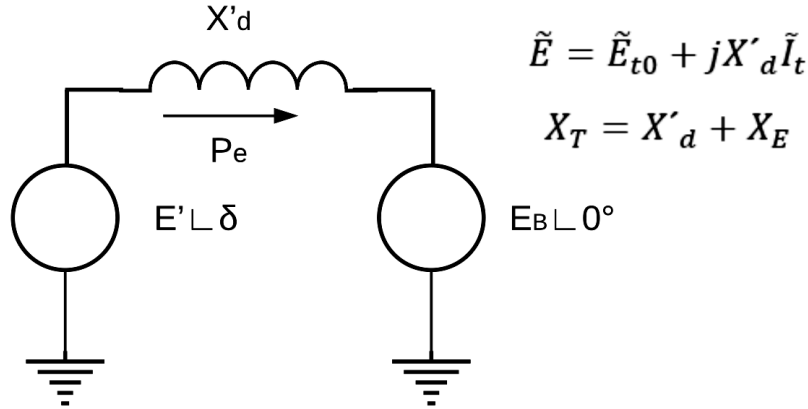
Figura 2.: Sistema: Máquina conectada a barra infinita



La tensión inducida y la reactancia transitoria se denotan por  $E'$  y  $X_d$  respectivamente. El ángulo  $\delta$  representa el ángulo por el que  $E'$  adelanta a  $E_B$ . Cuando ocurre una falla, la magnitud de  $E'$  permanece constante en su valor de pre-falla y la magnitud del ángulo  $\delta$  varía de acuerdo con la desviación de la velocidad del rotor con respecto a la de sincronismo  $w_0$ <sup>19</sup>. El modelo simplificado del sistema se muestra en la *figura (3)*.

<sup>19</sup>KUNDUR, Op. Cit., p. 828.

Figura 3.: Circuito equivalente simplificado



El circuito equivalente simplificado del sistema se representa a través de diversas ecuaciones matemáticas. La potencia eléctrica de salida del generador es:

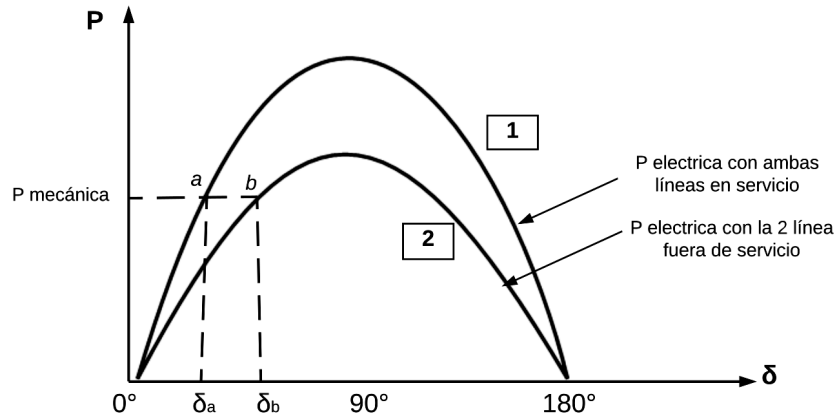
$$P_e = \frac{E' E_B}{X_T} \sin \delta = P_{max} \sin \delta \quad (1.1)$$

Dónde

$$P_{max} = \frac{E' E_B}{X_T} \quad (1.2)$$

Debido a que la resistencia del estator se desprecia,  $P_e$  representa tanto la potencia en el entre-hierro como la potencia en terminales. La relación entre la potencia y el ángulo del rotor del circuito de potencia con ambas líneas en servicio se muestra en la *figura (4)* a través de la curva 1. Además, con una potencia mecánica de entrada igual a  $P_m$  en condiciones de estado estable la potencia eléctrica de salida  $P_e$  es igual a  $P_m$  y el punto de operación es representado en el punto *a* de la curva, con un ángulo del rotor correspondiente a  $\delta_a$ .

Figura 4.: Relación entre la potencia y el ángulo del rotor



Si una de las líneas está fuera de servicio, la reactancia efectiva  $X_T$  es mayor. La relación entre la potencia y el ángulo con la línea 2 fuera de servicio se muestra en la *figura (4)* a través de la curva 2. La máxima potencia tiene un menor valor. Con una potencia mecánica de entrada igual a  $P_m$ , el ángulo del rotor correspondiente es  $\delta_b$  asociado con el punto de operación  $b$  en la curva 2. Al tener una reactancia más grande, el ángulo del rotor debe ser mayor para lograr transmitir la misma potencia que en condiciones de estado estable.

Durante la perturbación, la oscilación de  $\delta$  se impone sobre la velocidad de sincronismo  $w_0$ , pero la desviación de la velocidad ( $\Delta w = d\delta/dt$ ) es mucho más pequeña que  $w_0$ . Por esta razón, la velocidad del generador  $w_r$  es aproximadamente igual a  $w_0$  y el valor del par del entre-hierro en por unidad puede ser considerado igual a la potencia del entre-hierro en por unidad, reflejando lo dicho en la ecuación de movimiento o ecuación de oscilación, la cual está determinada por:

$$\frac{2H}{w_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{max} \sin \delta \quad (1.3)$$

dónde:

$P_m$  : Potencia mecánica de entrada en pu.

$P_{max}$  : Máxima potencia eléctrica de salida en pu.

$H$  : Constante de inercia en  $MW \cdot s / MVA$ .

$\delta$  : Ángulo del rotor en rad. eléctricos.

$t$  : Tiempo en segundos ( $s$ ).

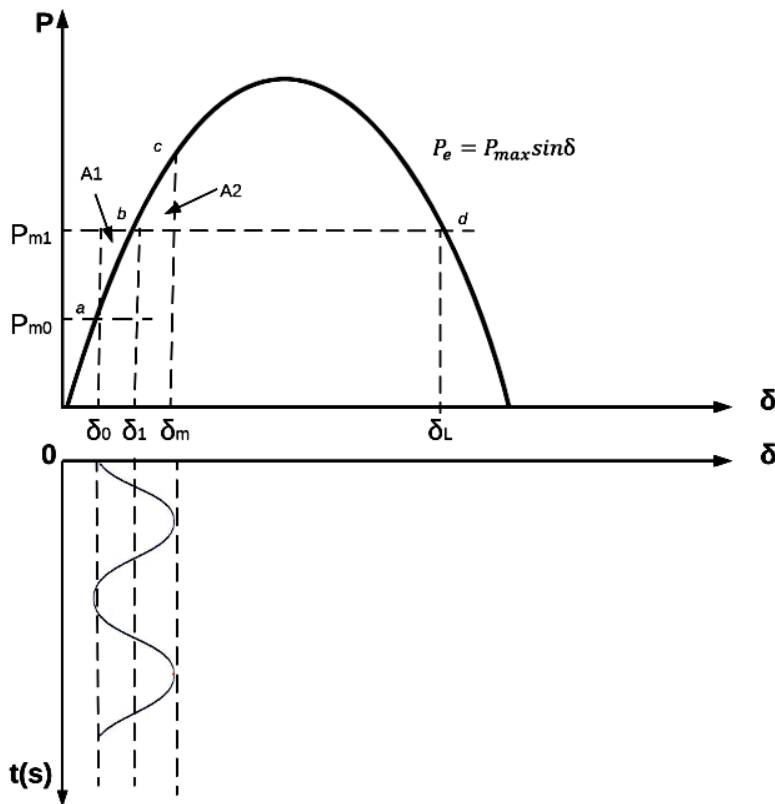
---

### ***Respuesta a un cambio de paso en $P_m$***

Se examinará el comportamiento transitorio del sistema, con ambos circuitos en servicio considerando un incremento repentino en la potencia mecánica de entrada de un valor inicial  $P_{m0}$  a  $P_{m1}$  como se muestra en la *figura (5)*. Debido a la inercia del rotor, el ángulo del mismo no puede cambiar instantáneamente de un valor inicial  $\delta_0$  a  $\delta_1$  correspondiente al nuevo punto de equilibrio  $b$ , en el cual  $P_e = P_{m1}$ . A partir de este punto, la potencia mecánica excede a la potencia eléctrica. El par de aceleración resultante causa que el rotor acelere desde la condición inicial de operación en el punto  $a$ , hacia el nuevo punto de equilibrio  $b$ , cuya variación está determinada por la ecuación de oscilación (1.3). La diferencia entre  $P_{m1}$  y  $P_e$  en cualquier instante representa la potencia de aceleración.

Cuando se alcanza el punto  $b$ , la potencia de aceleración es cero, pero la velocidad del rotor es mayor que la velocidad de sincronismo  $w_0$ . Por lo tanto, el ángulo del rotor continua incrementándose. Para valores de  $\delta$  mayores que  $\delta_1$ ,  $P_e$  es mayor que  $P_{m1}$  y el rotor desacelera. Para un determinado valor pico de  $\delta_m$ , la velocidad del rotor recupera el valor de sincronismo  $w_0$ , pero  $P_e$  es mayor que  $P_{m1}$ . El rotor continua desacelerando y la velocidad cae por debajo de  $w_0$ . El punto de operación trazado en la curva  $P_e - \delta$  pasa de  $c$  a  $b$  y luego a  $a$ . El ángulo del rotor oscila indefinidamente cerca del nuevo ángulo de equilibrio  $\delta_1$ , con una amplitud constante como se muestra en la gráfica del tiempo en la *figura (5)*.

Figura 5.: Variación Potencia-Ángulo y respuesta del ángulo del rotor.



En la representación del sistema de potencia anteriormente descrito, se desprecian todas las resistencias y se emplea el modelo clásico para representar al generador, lo cual desprecia toda fuente de amortiguamiento. Por lo tanto, las oscilaciones del rotor se mantienen después de la perturbación.

### Criterio de áreas equivalentes

Para el sistema considerado anteriormente, no es necesario resolver formalmente la ecuación

de oscilación para determinar si el ángulo del rotor se incrementa indefinidamente u oscila alrededor de un punto de equilibrio. La información sobre la máxima desviación angular  $\delta_m$ , y los límites de estabilidad pueden ser obtenidos gráficamente usando el diagrama de potencia-ángulo mostrado en la *figura (5)*. Aunque este método no aplica a múltiples máquinas con representación detallada de la máquina síncrona, sí ayuda a entender los factores básicos que influyen la estabilidad de cualquier sistema.

De la ecuación (1.3), se obtiene la siguiente relación entre el ángulo del rotor y la potencia de aceleración:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{w_0}{2H}(P_m - P_e) \quad (1.4)$$

Esta ecuación puede ser expresada en forma de integral como:

$$\left[\frac{d\delta}{dt}\right]^2 = \int \frac{w_0(P_m - P_e)}{H} d\delta \quad (1.5)$$

La desviación de la velocidad  $d\delta/dt$  es inicialmente cero y toma valores diferentes cuando se presenta una perturbación. En condiciones de operación estable, la desviación del ángulo  $\delta$  se debe limitar, alcanzando un valor máximo (punto *c* de la *figura 5*) y cambiando de dirección después. Esto requiere que la desviación de velocidad  $d\delta/dt$  llegue a cero después de un tiempo de ocurrida la perturbación. Por lo tanto la ecuación (1.5) incluyendo estos criterios de estabilidad, se expresa como:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} \frac{w_0}{H} (P_m - P_e) d\delta = 0 \quad (1.6)$$

Dónde  $\delta_0$  es el ángulo inicial del rotor y  $\delta_m$  es el máximo ángulo del rotor como se muestra en la *figura (5)*. De esta manera, el área bajo la función  $P_m - P_e$  trazada contra  $\delta$  deber ser cero para que el sistema sea estable. Esto se satisface, en la *figura (5)* cuando el área  $A_1$  es igual al área  $A_2$ . Durante la aceleración, el rotor gana energía cinética cuando  $\delta$  cambia de  $\delta_0$  a  $\delta_1$ , la cual está representada por:

$$E_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_m - P_e) d\delta = A_1 \quad (1.7)$$

La energía perdida durante la desaceleración se presenta cuando  $\delta$  cambia de  $\delta_1$  a  $\delta_m$  y está representada por:

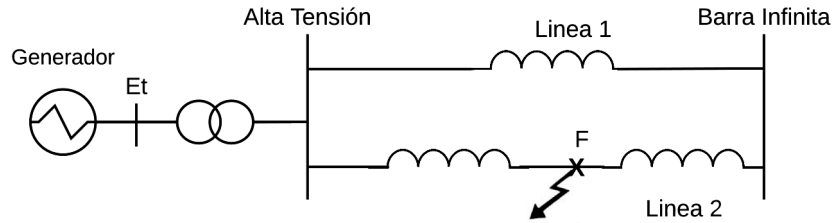
$$E_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta = A_2 \quad (1.8)$$

Sin considerar las pérdidas del sistema, la energía ganada es igual a la energía perdida lo que equivale a decir que  $A_1 = A_2$ .

**Respuesta a una falla de corto circuito**

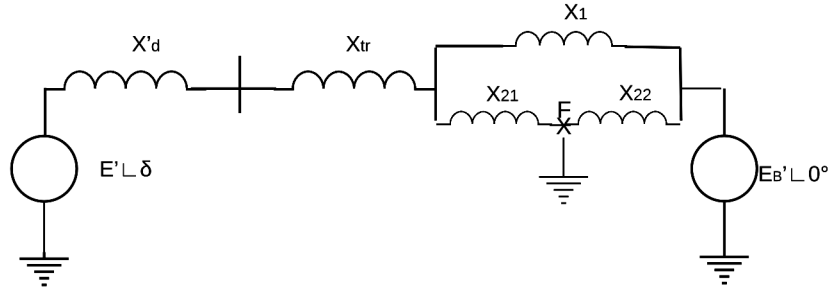
Se considera la respuesta del sistema ante una falla trifásica ubicada en el punto F de la línea de transmisión representada por el circuito 2 en la *figura (6)*.

Figura 6.: Diagrama unifilar de circuito en falla



El correspondiente circuito equivalente, suponiendo el modelo clásico del generador, es mostrado en la *figura (7)*. La falla se despeja por apertura de las protecciones de las líneas en ambas terminaciones del circuito fallado y el tiempo de despeje de la falla depende del tiempo que tarde en actuar la protección.

Figura 7.: Circuito equivalente de sistema de falla



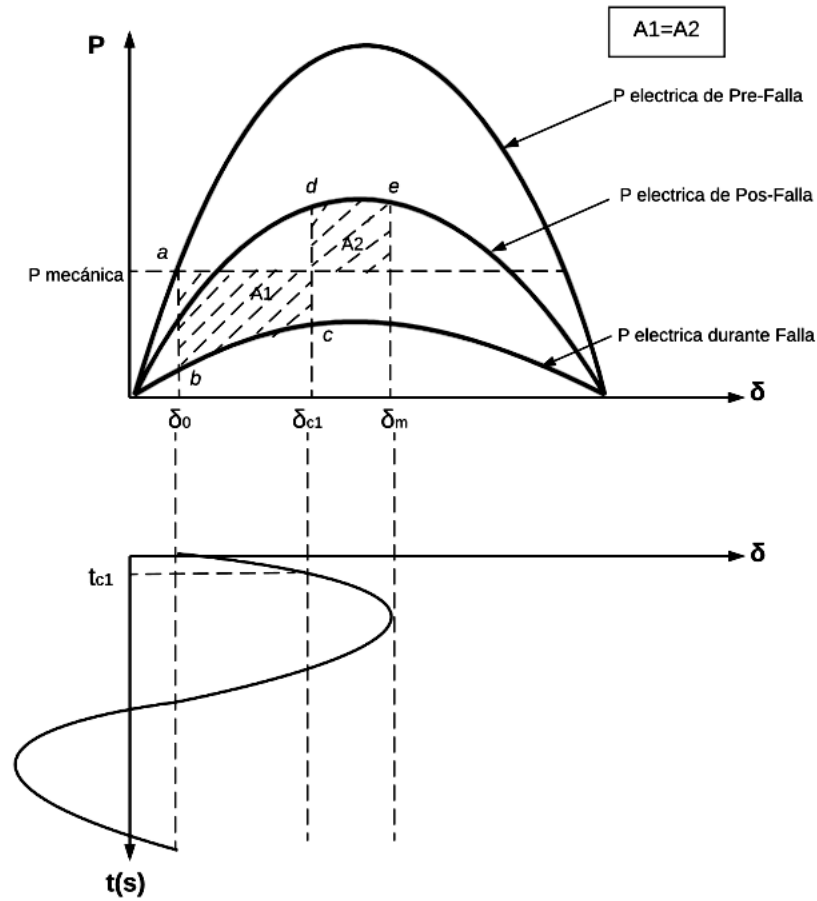
Si la localización de falla F está en el extremo emisor del circuito fallado, no se transmite potencia a la barra infinita y la corriente de corto circuito fluye a través de las reactancias puras de falla. Por lo tanto, solo fluye potencia reactiva y la potencia activa  $P_e$  así como el correspondiente par eléctrico en el entre-hierro  $T_e$  son cero durante la falla. Si se incluyen las resistencias del estator y transformadores en el modelo,  $P_e$  puede tener un valor muy pequeño que corresponde a las pérdidas resistivas. Si la falla está ubicada a una distancia lejana del extremo de envío como se muestra en las *figuras (6)* y *(7)*, se puede transmitir potencia a la barra infinita mientras la falla este activa.

Las *figuras (8)* y *(9)*, muestran el gráfico de  $P_e - \delta$  para las tres condiciones de la red:

1. Prefalla, con ambos circuitos en servicio.

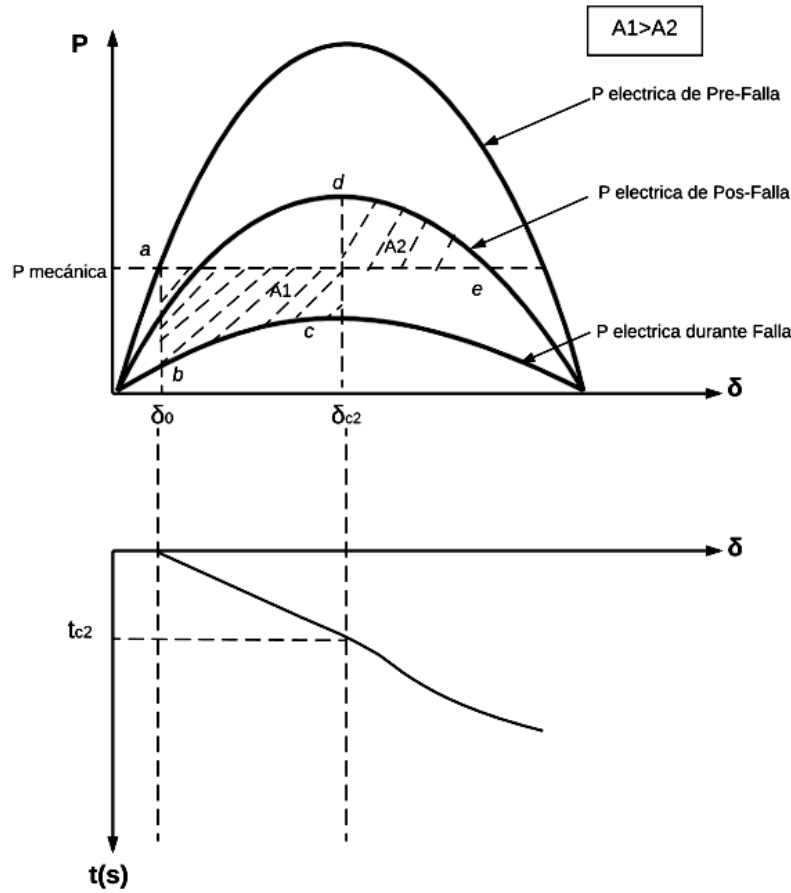
2. Con una falla trifásica en el circuito 2, ubicada a una distancia considerable del extremo emisor.
3. Postfalla, circuito 2 fuera de servicio.

Figura 8.: Respuesta estable en caso de falla



La *figura* (8) considera el rendimiento del sistema con un tiempo de despeje de  $t_{c1}$  y representa el caso estable.

Figura 9.: Respuesta inestable en caso de falla



La *figura* (9) considera un tiempo mayor de despeje de la falla  $t_{c2}$ , tal que el sistema se comporta de forma inestable. En ambos casos  $P_m$  se asume constante. Analizando el caso estable representado en la *figura* (8). Inicialmente el sistema está operando con ambos circuitos en servicio tal que  $P_e = P_m$  y  $\delta = \delta_0$ . Cuando la falla ocurre, el punto de operación cambia repentinamente de  $a$  a  $b$  pero debido a la inercia, el ángulo  $\delta$  no puede cambiar de forma instantánea. Ya que  $P_m$  es ahora mayor que  $P_e$ , el rotor acelera hasta alcanzar el nuevo punto  $c$  de operación, despejando la falla y asilando el circuito 2 del sistema. El nuevo punto de operación cambia de repente al punto  $d$ . Ahora  $P_e$  es mayor que  $P_m$ , causando desaceleración del rotor. Mientras la velocidad del rotor sea mayor que la de sincronismo  $w_0$ ,  $\delta$  continúa incrementándose hasta que la energía cinética ganada durante el periodo de aceleración se gasta por transferencia de energía al sistema. El punto de operación se mueve de  $d$  a  $e$ , donde la velocidad es igual a  $w_0$  y  $\delta$  alcanza el máximo valor  $\delta_m$ . Debido a que  $P_e$  aún es mayor que  $P_m$ , el rotor va más despacio causando que su velocidad caiga por debajo de  $w_0$ . El ángulo del rotor decrece y el punto de operación traza la trayectoria de  $e$  a  $d$  siguiendo la curva  $P_e - \delta$  para el sistema en post-falla. Debido a la ausencia de cualquier fuente de amortiguamiento, el

rotor continúa oscilando con amplitud constante.

Para la *figura (9)*, la energía cinética ganada durante el periodo de aceleración no es completamente consumida y como consecuencia, la velocidad es todavía mayor que  $w_0$  y  $\delta$  continúa incrementándose. Más allá del punto  $e$ ,  $P_e$  es menor que  $P_m$  y el rotor se acelera nuevamente. La velocidad y el ángulo del rotor continúan incrementándose, causando la pérdida de sincronismo.

De lo mencionado anteriormente, se concluye que los factores que influyen en la estabilidad transitoria de la máquina síncrona son:

- Carga soportada por el generador.
- Potencia de salida del generador durante la falla. Esto depende de la ubicación y el tipo de falla.
- El tiempo de despeje de la falla.
- La reactancia del sistema de transmisión en post-falla.
- La reactancia del generador ya que cuando ésta adquiere un valor pequeño se incrementa el pico de potencia y se reduce el ángulo del rotor.
- La inercia del generador, ya que a mayor inercia es menor la razón de cambio del ángulo y esto reduce la energía cinética ganada durante la falla.
- La magnitud de la tensión interna del generador ( $E'$ ), la cual depende del flujo de excitación.
- La magnitud de la tensión de la barra infinita ( $E_B$ ).

# MODELADO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA

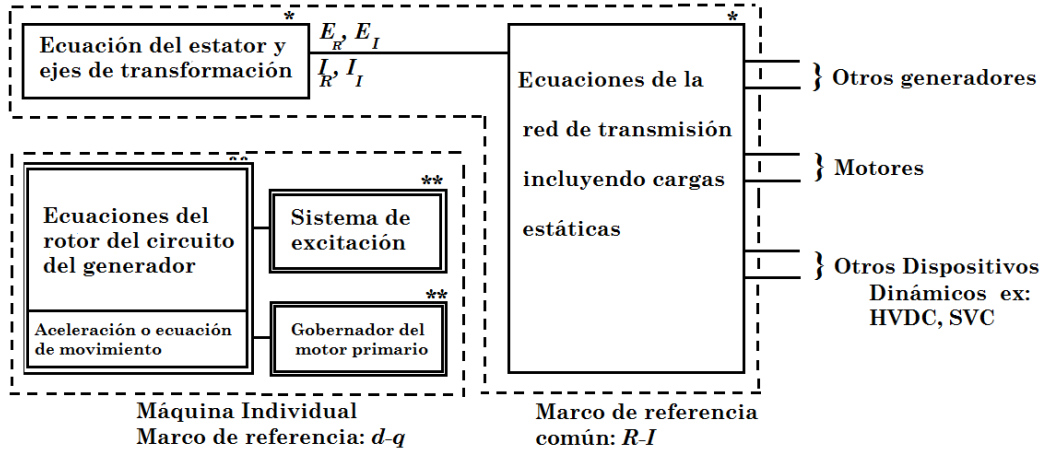
En este capítulo, se describe la estructura que se emplea para modelar un sistema eléctrico de potencia con el fin de obtener información sobre su comportamiento y respuesta dinámica.

El análisis de la estabilidad transitoria en un sistema de potencia requiere computar su dinámica no lineal como respuesta a grandes perturbaciones, usualmente una falla en el sistema de transmisión, seguida del aislamiento en el elemento fallado actuado por el relé de protección.

La *figura* (10) muestra la estructura general del modelado del sistema de potencia aplicable al análisis de estabilidad transitoria. Cabe destacar que la representación del sistema de potencia como un conjunto, incluye modelos para cada uno de sus componentes de manera individual:

- Generadores síncronos asociados al sistema de excitación y al primotor.
- Sistema de transmisión e interconexión, incluyendo cargas estáticas.
- Cargas de motores síncronos y de inducción.
- Otros dispositivos como convertidores y compensadores.

Figura 10.: Modelado del sistema de potencia para el análisis de estabilidad transitoria



- \* Ecuaciones algebraicas
- \*\* Ecuaciones diferenciales

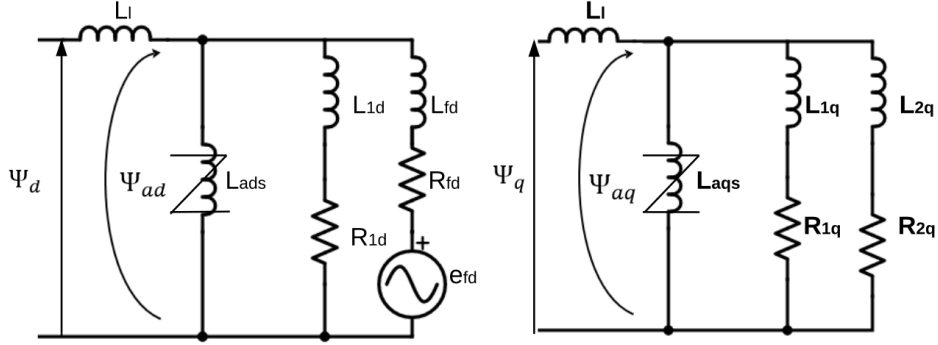
El modelo usado para cada componente debe ser adecuado para el análisis de estabilidad transitoria y las ecuaciones del sistema deben organizarse adecuadamente para facilitar la aplicación de métodos numéricos.

Como se verá en las siguientes secciones, el modelo completo del sistema de potencia consiste en un gran número de ecuaciones diferenciales ordinarias y un denso conjunto de ecuaciones algebraicas. Por esta razón, el análisis de estabilidad transitoria es considerado un problema algebraico diferencial de condiciones iniciales.

## 2.1 REPRESENTACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

Para el análisis de la estabilidad transitoria, el generador se representa por un devanado directo (eje  $d$ ) y dos devanados amortiguadores (eje  $q$ ) (ver figura (11)). Sin embargo, las ecuaciones que se presentarán pueden ser modificadas para un modelo con determinado número de amortiguadores.

Figura 11.: Circuitos equivalentes de los ejes  $d$  y  $q$



A continuación, se presenta un resumen de las ecuaciones que representan la máquina síncrona como un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias. Las unidades de las mismas, están dadas en por unidad pu, con el tiempo  $t$  en segundos, y el ángulo  $\delta$  en radianes eléctricos.

**2.1.1 Ecuaciones de movimiento** Las ecuaciones que definen la dinámica oscilatoria de la máquina síncrona son:

$$p\Delta w_r = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - K_D\Delta w_r) \quad (2.1)$$

$$p\delta = w_0\Delta w_r \quad (2.2)$$

Dónde,

$w_0$  :  $2\pi f_0$  en  $rad/s$  eléctricos

$\Delta w_r$  : variación de la velocidad del rotor en pu

$p$  : operador derivativo  $d/dt$

**2.1.2 Ecuaciones del circuito del rotor** Las ecuaciones que modelan la dinámica del circuito rotor de la máquina síncrona son:

$$p\psi_{fd} = w_0 \left[ e_{fd} + \frac{(\psi_{ad} - \psi_{fd})R_{fd}}{L_{fd}} \right] \quad (2.3)$$

$$p\psi_{1d} = w_0 \left( \frac{\psi_{ad} - \psi_{1d}}{L_{1d}} \right) R_{1d} \quad (2.4)$$

$$p\psi_{1q} = w_0 \left( \frac{\psi_{aq} - \psi_{1q}}{L_{1q}} \right) R_{1q} \quad (2.5)$$

$$p\psi_{2q} = w_0 \left( \frac{\psi_{ad} - \psi_{2q}}{L_{2q}} \right) R_{2q} \quad (2.6)$$

Los flujos de enlace mutuos entre el estator y los ejes  $d$  y  $q$  están dados por:

$$\psi_{ad} = -L_{ads}i_d + L_{ads}i_{fd} + L_{ads}i_{1d} = L_{ads}'' \left( -i_d + \frac{\psi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\psi_{1d}}{L_{1d}} \right) \quad (2.7)$$

$$\psi_{aq} = L_{aqs}'' \left( -i_q + \frac{\psi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\psi_{2q}}{L_{2q}} \right) \quad (2.8)$$

Donde las inductancias están definidas de la siguiente manera:

$$L_{ads}'' = \frac{1}{\frac{1}{L_{ads}} + \frac{1}{L_{fd}} + \frac{1}{L_{1d}}} \quad (2.9)$$

$$L_{aqs}'' = \frac{1}{\frac{1}{L_{aqs}} + \frac{1}{L_{1q}} + \frac{1}{L_{2q}}} \quad (2.10)$$

Cabe destacar, que los términos  $L_{ads}$  y  $L_{aqs}$  son los valores saturados de las inductancias mutuas del eje  $d$  y  $q$ , las cuales vienen dadas por:

$$L_{ads} = K_{sd}L_{adu} \quad (2.11)$$

$$L_{aqs} = K_{sq}L_{aqu} \quad (2.12)$$

Las constantes  $K_{sd}$  y  $K_{sq}$  dependen de la relación de flujo presente en el entre-hierro.

---

**2.1.3 Ecuaciones de tensión en el estator** Teniendo en cuenta que para el estudio de estabilidad, se desprecian los transitorios del estator y la variación de velocidad, las ecuaciones de tensión el estator se modelan de la siguiente manera:

$$e_d = -R_a i_d + (\bar{w}L_q'')i_q + E_d'' \quad (2.13)$$

$$e_q = -R_a i_q - (\bar{w}L_d'')i_d + E_q'' \quad (2.14)$$

Donde

$$E_d'' = -\bar{w}L_{aqs}'' \left( \frac{\psi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\psi_{2q}}{L_{2q}} \right) \quad (2.15)$$

$$E_q'' = \bar{w}L_{ads}'' \left( \frac{\psi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\psi_{1d}}{L_{1d}} \right) \quad (2.16)$$

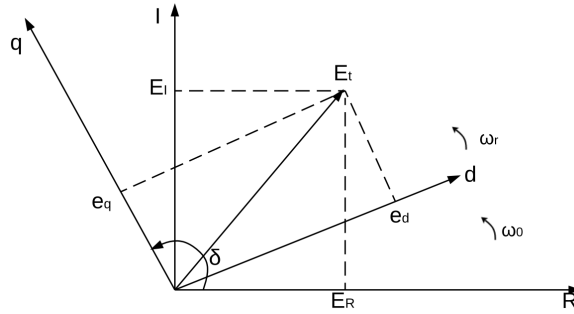
$$L_d'' = L_l + L_{ads}'' \quad (2.17)$$

$$L_q'' = L_l + L_{aqs}'' \quad (2.18)$$

Ya que se han despreciado los efectos de la variación de la velocidad en la tensión del estator  $\bar{w} = w/w_0 = 1$ . Por lo tanto,  $\bar{w}L_d'' = X_d''$  y  $\bar{w}L_q'' = X_q''$ .

Las ecuaciones expuestas anteriormente están en un marco de referencia  $d - q$  que rota de acuerdo con el ángulo de cada máquina. Por esta razón, si se desea analizar la interconexión de las líneas de transmisión en un sistema de potencia, es necesario transformar las variables a un eje de referencia común  $R - I$  que permita medir el ángulo del rotor  $\delta$  de cada máquina. La base de la transformación de un marco de referencia a otro, se muestra en la *figura* (12).

Figura 12.: Transformación del marco de referencia y definición del ángulo  $\delta$ .



Las ecuaciones empleadas, con base a la *figura* (12) se definen de la siguiente manera.

$$e_d = E_R \sin \delta - E_I \cos \delta \quad (2.19)$$

$$e_q = E_I \sin \delta + E_R \cos \delta \quad (2.20)$$

$$E_R = e_d \sin \delta + e_q \cos \delta \quad (2.21)$$

$$E_I = e_q \sin \delta - e_d \cos \delta \quad (2.22)$$

Para facilitar la solución de las ecuaciones algebraicas, las ecuaciones de tensión en el estator con respecto al eje de referencia común  $R - I$  se expresan así:

$$\begin{bmatrix} E_R \\ E_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{RR} & X_{RI} \\ -X_{IR} & -R_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_R'' \\ E_I'' \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

De la ecuación (2.23) se define:

$$I_D = \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Los elementos de la matriz de impedancia y los componentes de la tensión interna, en la ecuación (2.23) vienen dados por:

$$R_{RR} = (X_d'' - X_q'') \sin \delta \cos \delta + R_a \quad (2.25)$$

$$R_{II} = (X_q'' - X_d'') \sin \delta \cos \delta + R_a \quad (2.26)$$

$$X_{RI} = X_d'' \cos^2 \delta + X_q'' \sin^2 \delta \quad (2.27)$$

$$X_{IR} = X_d'' \sin^2 \delta + X_q'' \cos^2 \delta \quad (2.28)$$

$$E_R = E_d'' \sin \delta + E_q'' \cos \delta \quad (2.29)$$

$$E_I = E_q'' \sin \delta - E_d'' \cos \delta \quad (2.30)$$

Y bajo condiciones balanceadas, la potencia activa y reactiva en terminales del generador se definen por:

$$P_t = e_d i_d + e_q i_q \quad (2.31)$$

$$Q_t = e_q i_d - e_d i_q \quad (2.32)$$

Y el par en el entre-hierro requerido para resolver la ecuación de oscilación (2.1) es:

$$T_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d = \psi_{ad} i_q - \psi_{aq} i_d \quad (2.33)$$

Debido a que la velocidad del rotor en por unidad se ha asumido igual a la unidad, el par y la potencia del entre-hierro se consideran iguales.

$$T_e = P_e = P_t + R_a I_t^2 \quad (2.34)$$

Por su parte, la corriente de campo en el sistema *pu* viene dada por:

$$i_{fd} = \frac{\psi_{fd} - \psi_{ad}}{L_{fd}} \quad (2.35)$$

Y la corriente de excitación de salida  $I_{fd}$  en *pu* se define como:

$$I_{fd} = L_{adu} i_{fd} \quad (2.36)$$

Cabe destacar, que para el presente modelo se ha considerado un generador con un eje *d* y dos ejes *q* de circuitos amortiguadores.

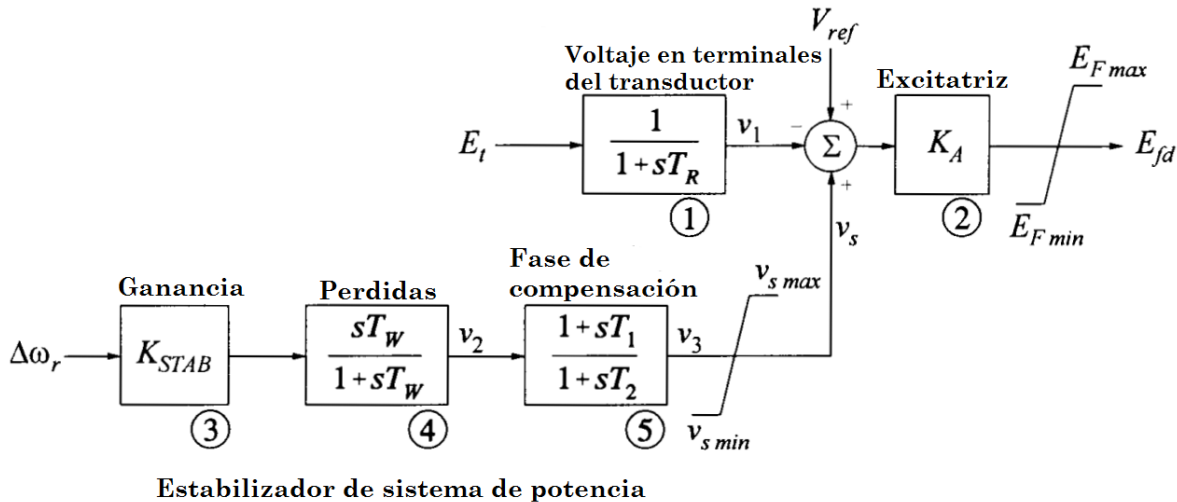
## Valores iniciales de las variables del generador.

El análisis de estabilidad transitoria requiere la solución de un gran conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas con valores iniciales conocidos. Estos valores, se obtienen a partir de un flujo de potencias en prefalla, incluyendo la potencia activa y reactiva de salida, así como la tensión en terminales de la máquina.

## 2.2 REPRESENTACIÓN DEL SISTEMA DE EXCITACIÓN

Se considera un sistema de excitación retro-alimentado por tiristor (también conocido como 'De fuente de potencial y rectificador controlado') clasificado como STA1, junto a un regulador automático de tensión (AVR) y un estabilizador del sistema potencia (PSS)<sup>20</sup>. Este sistema, cuenta con una alta ganancia de excitación ( $K_A$ ) sin reducir la ganancia transitoria. El modelo de este sistema de excitación se muestra en la *figura* (13) y cuenta con límites en el excitador y en la salida del PSS.

Figura 13.: Sistema de excitación con AVR y PSS.



FUENTE: KUNDUR, Prabha. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994. ISBN 0-07-035958. Traducida por las Autoras.

Para una excitatriz de tiristor con fuente de potencial, la tensión varía con la tensión en los terminales del generador ( $E_t$ ) y la corriente de excitación de salida ( $I_{fd}$ ).

$$E_{Fmax} = V_{Rmax}E_t - K_c I_{fd} \quad (2.37)$$

<sup>20</sup>VARGAS, Luis. EL 67J Fenómenos Dinámicos de Redes de Potencia. *Sistema de Excitación de Máquinas Síncronas*. Universidad de Chile. Versión primavera, 2005.

$$E_{Fmin} = V_{Rmin}E_t \quad (2.38)$$

Al bloque 1 de la *figura* (13) lo representa la siguiente ecuación:

$$pv_1 = \frac{E_t - v_1}{T_R} \quad (2.39)$$

Los bloques 3 y 4, son representados por:

$$pv_2 = K_{STAB}p\Delta w_r - \frac{v_2}{T_w} \quad (2.40)$$

Del bloque 5, se obtiene:

$$pv_3 = \frac{T_1pv_2 + v_2 - v_3}{T_2} \quad (2.41)$$

A partir del término  $pv_2$  dado por la ecuación (2.40) se obtiene la salida del estabilizador.

$$v_s = v_3 \quad (2.42)$$

Destacando que  $v_s$  se encuentra en el rango:

$$v_{smin} \leq v_s \leq v_{smax} \quad (2.43)$$

A partir del bloque 2, se expresa la salida del excitador como:

$$E_{fd} = K_A [V_{ref} - v_1 + v_s] \quad (2.44)$$

Destacando que  $E_{fd}$  se encuentra en el rango:

$$E_{Fmin} \leq E_{fd} \leq E_{Fmax} \quad (2.45)$$

La tensión de campo del generador ( $e_{fd}$ ) en el sistema en  $pu$  es proporcional a la tensión de salida de la excitatriz ( $E_{fd}$ ), relacionándose así:

$$e_{fd} = \frac{R_{fd}}{L_{adu}} E_{fd} \quad (2.46)$$

### Valores iniciales de las variables del sistema de excitación

Para el estado estable del generador, la tensión de campo ( $e_{fd}$ ) se determina por la ecuaciones del generador. Los valores del sistema de excitación se determinan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} E_{fd} &= \frac{L_{adu}}{R_{fd}} e_{fd} \\ v_1 &= E_t \\ v_2 &= 0 \\ v_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Y la tensión de referencia para el regulador automático de tensión (AVR) es:

$$V_{ref} = \frac{E_{fd}}{K_A} + v_1 \quad (2.48)$$

Cabe destacar que el valor de referencia expresado en la ecuación (2.48) toma valores apropiados de acuerdo con las condiciones de carga del generador antes de haber ocurrido una perturbación es decir, en estado estable.

## 2.3 RED DE TRANSMISIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LA CARGA

Los transitorios asociados con la red de transmisión decaen muy rápidamente. Por lo tanto, es usual adaptar la red, durante las condiciones de transitorio electromecánico, como si pasara de un estado estable a otro<sup>21</sup>. Las variaciones en la frecuencia fundamental pueden considerarse como micro-procesos y únicamente las variaciones sobre la forma de onda de la tensión y corriente serán consideradas para el análisis de estabilidad.

Para el análisis de condiciones balanceadas, se emplea la representación monofásica de las tres fases. Por su parte, la representación de las cargas estáticas hacen parte de las ecuaciones de la red. Las cargas con una admitancia característica constante son muy sencillas de manejar y se incluyen en la matriz admitancia. Las cargas no lineales son modeladas como funciones exponenciales o polinómicas de las magnitudes de tensiones y frecuencias de barras. El efecto neto resultante es que una carga estática no lineal se trata como una inyección de corriente en el nodo apropiado de la ecuación de red. El valor de la corriente de nodo, ingresando a la red desde tierra es:

$$\tilde{I}_L = -\frac{P_L - jQ_L}{\tilde{V}_L^*} \quad (2.49)$$

Donde  $\tilde{V}_L^*$  es el conjugado de la tensión de barra donde se encuentra la carga y,  $P_L$  y  $Q_L$  son parte de la potencia activa y reactiva de la carga que varía como una función no lineal de  $V_L$  y la desviación de la frecuencia. Para una carga inductiva  $Q_L$  es positiva.

La representación general de la carga y la red comprende una gran matriz dispersa de admitancia con una estructura similar al del flujo de carga, la cual se denota por:

$$\tilde{I} = Y_N \tilde{V} \quad (2.50)$$

La matriz de admitancias  $Y_N$  es simétrica, excepto por la asimetría introducida por los transformadores desfasadores. En el lapso de tiempo de simulación de la estabilidad transitoria,

<sup>21</sup>WOOD, Allen J, WOLLENBERG, Bruce F. y SHEBLÉ, Gerald B. *Power Generation, operation and Control*. 3 ed. Canadá. John Wiley & Sons, Inc., 2014. p. 243-296.

los taps del transformador y los ángulos de cambios de fase no varían, por lo tanto los elementos de la matriz  $Y_N$  son constantes a menos que se introduzcan cambios por operaciones de switcheo en la red.

**2.3.1 Simulación de fallas** Para una falla trifásica, la impedancia de falla es cero y la barra afectada tiene el mismo potencial que la tierra. Esto implica ubicar una admitancia infinita en paralelo con la barra afectada para que la tensión en la misma sea cero. La falla se elimina restaurando la admitancia en paralelo a un valor apropiado dependiendo de la configuración del sistema de post-falla.

## 2.4 REPRESENTACIÓN DE LA SATURACIÓN MAGNÉTICA

En el desarrollo de las ecuaciones que describen el comportamiento de la máquina síncrona, se asumió que el circuito magnético era lineal y por consiguiente, se aplicaba el principio de superposición. El análisis de la máquina síncrona considerando detalladamente los efectos de saturación del circuito magnético resulta ser muy complicado y por esta razón, se han desarrollado métodos basados en aproximaciones justificadas y razonamientos empíricos para lograr que los modelos mantengan un grado adecuado de simplicidad y exactitud<sup>22</sup>.

En la representación de la saturación magnética para estudios de estabilidad, el método más aceptado consiste en variar las inductancias  $L_{ad}$  y  $L_{aq}$  en función del flujo resultante del entre-hierro  $\psi_{at}$ . Las inductancias se calculan en función de factores de saturación:

$$L_{ad} = K_{sd}L_{adu} \quad (2.51)$$

$$L_{aq} = K_{sq}L_{aqu} \quad (2.52)$$

Donde

$K_{sd}$  : Factor de saturación del eje directo

$K_{sq}$  : Factor de saturación del eje en cuadratura

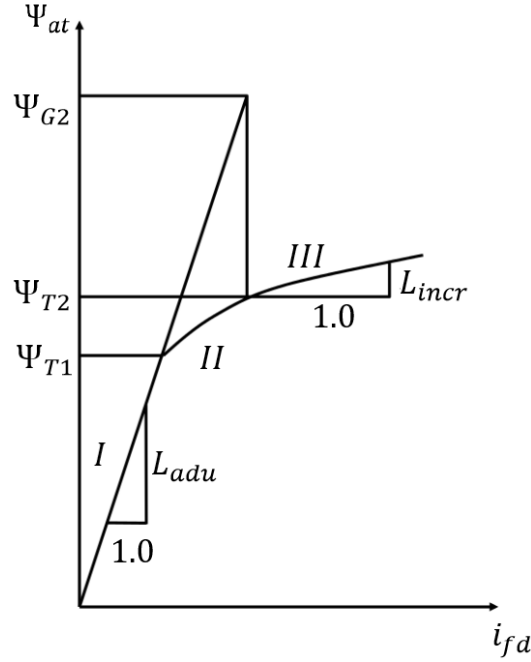
$L_{adu}$  : Valor insaturado de  $L_{ad}$

$L_{aqu}$  : Valor insaturado de  $L_{aq}$

En el modelo, se asume que la relación de saturación entre el flujo resultante en el entre-hierro y la fuerza magnetomotriz (fmm) bajo condiciones de carga, es la misma que bajo condiciones de circuito abierto (CO).

<sup>22</sup>KUNDUR, Op. cit., p. 110-128.

Figura 14.: Característica de saturación de la máquina síncrona



Los factores de saturación son calculados a partir de las características de circuito abierto de los ejes directo y en cuadratura. La relación obtenida a partir de la *figura* (14) es la siguiente:

$$K_{sd} = \frac{\psi_{at}}{\psi_{at} + \psi_I} \quad (2.53)$$

Donde  $\psi_I$  se define según la región de la curva en la cual trabaje la máquina. La curva de saturación (ver *figura* 14) se divide en tres regiones: región insaturada (I), región no lineal (II) y región lineal completamente saturada (III).

Para la región I definida para  $\psi_{at} \leq \psi_{at1}$ ,

$$\psi_I = 0 \quad (2.54)$$

Para la región II definida para  $\psi_{T1} \leq \psi_{at} \leq \psi_{T2}$ , se empleará la siguiente función exponencial:

$$\psi_I = A_{sat} e^{B_{sat}(\psi_{at} - \psi_{T1})} \quad (2.55)$$

Donde  $A_{sat}$  y  $B_{sat}$  son constantes que dependen de las características de saturación de la región II.

Para la región III, definida para  $\psi_{at} > \psi_{T2}$ ,

$$\psi_I = \psi_{G2} + L_{ratio}(\psi_{at} - \psi_{T2}) - \psi_{at} \quad (2.56)$$

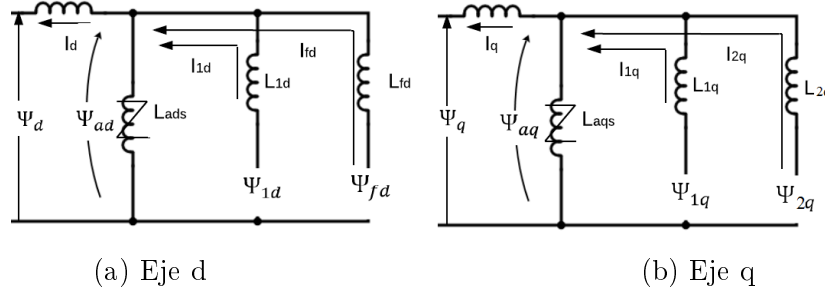
$$L_{ratio} = \frac{L_{adu}}{L_{incr}} \quad (2.57)$$

Además el valor de  $K_{sd}$  para cualquier punto de operación, depende del correspondiente valor del flujo resultante en el entre-hierro dado por:

$$\psi_{at} = \sqrt{\psi_{ad}^2 + \psi_{aq}^2} \quad (2.58)$$

Donde  $\psi_{ad}$  y  $\psi_{aq}$  son los componentes del flujo resultante en el entre-hierro en el eje directo y en cuadratura respectivamente, identificados en la figura (15).

Figura 15.: Circuitos equivalentes con los componentes del flujo resultante en el entre-hierro.



Las componentes del flujo resultante en el entre-hierro vienen dadas por:

$$\psi_{ad} = \psi_d + L_l i_d = (e_d + R_a i_d) + L_l i_d \quad (2.59)$$

$$\psi_{aq} = \psi_q + L_l i_q = (-e_d - R_a i_d) + L_l i_q \quad (2.60)$$

Para máquinas de polos salientes (debido a que la trayectoria del flujo del eje en cuadratura es en gran medida por aire)  $L_{aq}$  no varía de manera significativa con la saturación del hierro presente en la trayectoria del flujo. Por lo tanto,  $K_{sq}$  se asume como igual a 1 para todas las condiciones de carga.

Para máquinas de rotor cilíndrico, hay saturación magnética en ambos ejes. Se asume que la reluctancia de la trayectoria magnética es homogénea alrededor de la periferia del rotor y por lo tanto,  $K_{sq} = K_{sd}$ .

## 2.5 SOLUCIÓN DEL CONJUNTO DE ECUACIONES DEL SISTEMA

Para solucionar las ecuaciones del sistema, se debe organizar la información y los datos del mismo de tal manera que cada unidad que lo compone pueda ser resuelta fácilmente.

Las ecuaciones del sistema incluyendo las ecuaciones diferenciales de todos los dispositivos y las ecuaciones algebraicas combinadas de los mismos y de la red son expresadas de la siguiente forma general como un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{x} = f(x, V) \quad (2.61)$$

Y un conjunto de ecuaciones algebraicas:

$$I(x, V) = Y_N V \quad (2.62)$$

Donde:

$x$  : Vector de estado del sistema

$I$  : Componentes  $R - I$  de inyección de corriente al sistema

$V$  : Componentes  $R - I$  de tensiones en las barras

---

**2.5.1 Solución mediante regla trapezoidal y método de Newton** Para el análisis realizado, no se tienen en cuenta los transitorios electromagnéticos en la solución de las ecuaciones algebraico-diferenciales de tipo no lineal de primer orden<sup>23</sup>. Se emplea la regla trapezoidal como algoritmo de solución al sistema de ecuaciones, el cual se presenta a continuación.

Con  $x = x_n$  y  $V = V_n$  en un tiempo  $t = t_n$ , la solución de  $x$  en el instante  $t = t_{n+1} = t_n + \Delta t$  aplicando la regla trapezoidal para resolver las ecuaciones (2.61) y (2.62) se tiene:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_{n+1}, V_{n+1}) + f(x_n, V_n)] \quad (2.63)$$

$$I(x_{n+1}, V_{n+1}) = Y_N V_{n+1} \quad (2.64)$$

Igualando las anteriores expresiones a cero y definiéndolas como los vectores  $F$  y  $G$  se obtiene:

$$F(x_{n+1}, V_{n+1}) = x_{n+1} - x_n - \frac{\Delta t}{2} [f(x_{n+1}, V_{n+1}) + f(x_n, V_n)] \quad (2.65)$$

$$G(x_{n+1}, V_{n+1}) = Y_N V_{n+1} - I(x_{n+1}, V_{n+1}) \quad (2.66)$$

Los valores desconocidos de  $x_{n+1}$  y  $V_{n+1}$  deben satisfacer las siguientes condiciones:

$$F(x_{n+1}, V_{n+1}) = 0 \quad (2.67)$$

---

<sup>23</sup>KUNDUR, Op. cit., p. 861-872

$$G(x_{n+1}, V_{n+1}) = 0 \quad (2.68)$$

Para resolver las ecuaciones se emplea el método de Newton, el cual puede ser escrito para la iteración  $(k + 1)$  de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} x_{n+1}^{k+1} \\ V_{n+1}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1}^k \\ V_{n+1}^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{n+1}^k \\ \Delta V_{n+1}^k \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Para obtener los valores de  $\Delta x_{n+1}^k$  y  $\Delta V_{n+1}^k$  se resuelve la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} -F(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \\ -G(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial V} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{n+1}^k \\ \Delta V_{n+1}^k \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

El jacobiano se halla para  $x = x_{n+1}^k$  y  $V = V_{n+1}^k$  y tiene la siguiente estructura:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial V} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_D & B_D \\ C_D & (Y_N + Y_D) \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Donde las matrices  $A_D$ ,  $B_D$ ,  $C_D$  y  $Y_D$  están asociadas con los modelos dinámicos de los dispositivos y cargas estáticas no lineales. Para un sistema con  $m$  dispositivos, la estructura matricial es la siguiente:

$$A_D = \begin{bmatrix} A_{d1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{d2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{dm} \end{bmatrix} \quad B_D = \begin{bmatrix} B_{d1} \\ B_{d2} \\ \vdots \\ B_{dm} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$C_D = \begin{bmatrix} C_{d1} & C_{d2} & \cdots & C_{dm} \end{bmatrix} \quad Y_D = \begin{bmatrix} Y_{d1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_{d2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Y_{dm} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

La solución de las ecuaciones (2.67) y (2.68) puede expresarse en términos de las matrices como:

$$A_D \Delta x_{n+1}^k + B_D \Delta V_{n+1}^k = -F(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \quad (2.74)$$

$$C_D \Delta x_{n+1}^k + (Y_N + Y_D) \Delta V_{n+1}^k = -G(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \quad (2.75)$$

A partir de estas ecuaciones es posible hallar  $\Delta x_{n+1}^k$  y  $\Delta V_{n+1}^k$  a partir de:

$$\Delta x_{n+1}^k = -A_D^{-1} \left[ F_{n+1}^k + B_D \Delta V_{n+1}^k \right] \quad (2.76)$$

$$(Y_N + Y_D - C_D A_D^{-1} B_D) \Delta V_{n+1}^k = -G_{n+1}^k + C_D A_D^{-1} F_{n+1}^k \quad (2.77)$$

Finalmente, teniendo estos valores se hallan  $x_{n+1}^k$  y  $V_{n+1}^k$  a partir de la ecuación (2.69). Se debe tener en cuenta que el procedimiento anterior es válido cuando las funciones  $F$  y  $G$  son diferenciables. Cuando ocurre una discontinuidad tal como una falla u operación de interruptores, solamente se resuelven las ecuaciones de red para corregir los valores del vector  $V$  en el instante en que ocurre la perturbación, el vector de estado  $x$  no se cambia. Luego se continúa con el proceso de integración implícita.

---

**2.5.2 Software empleado para la simulación dinámica de sistemas de potencia y procesamiento paralelo** Con el desarrollo computacional de los últimos años, se han diseñado programas dedicados al análisis de la estabilidad en sistemas de potencia. Adicionalmente, los avances en los métodos numéricos han permitido desarrollar software de grandes prestaciones. El análisis se ha centrado enormemente en el fenómeno de la estabilidad de ángulo, ya que se ha tomado este criterio como límite de la estabilidad.

De acuerdo con las características del sistema, se aborda el problema de estabilidad empleando técnicas especiales, como optimización de los algoritmos existentes<sup>24</sup>. Las características del software son:

- Interfaces gráficas que permiten modificar la topología inicial del sistema.
- Técnicas avanzadas para la solución numérica del sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales en los cuales la dimensión depende de la topología del sistema eléctrico de potencia.
- Herramientas gráficas que facilitan la visualización de resultados obtenidos al simular el comportamiento de la máquina síncrona.
- Herramientas para el estudio especializado de sistemas de control.

Las herramientas software utilizadas actualmente en el mercado son el DIGSILENT, NEPLAN y SIMPOW. Estos programas tienen las características mencionadas anteriormente y se emplean para analizar el sistema sin carga. Pero teniendo en cuenta que los sistemas de potencia se trabajan cerca de los límites de estabilidad, se hace necesario trabajar con herramientas que analizan el sistema bajo carga. Sin embargo, usualmente los centros de control de potencia tienen una limitada capacidad de cómputo por cuestiones técnico-económicas.

---

<sup>24</sup>RODRÍGUEZ SIERRA, *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones*. Op. Cit.

Este proyecto emplea una técnica avanzada llamada programación en paralelo, con el fin de ejecutar el software sobre las máquinas del sistema. Este modelo de programación, se inicia paralelizando el algoritmo empleado con el fin de procesar la información de una manera más eficiente. Dadas las diferentes formas de procesamiento paralelo, en este trabajo se usa el paralelismo sobre los datos, la tecnología de las tarjetas gráficas de NVIDIA y su arquitectura unificada de dispositivos de cómputo (CUDA). La arquitectura está especializada en el procesamiento de matrices y vectores. Por tal motivo, estos dispositivos han sido empleados en aplicaciones de diferentes propósitos que no son únicamente los videojuegos. En este caso, se empleará la tecnología al fenómeno de la estabilidad de máquina síncrona<sup>25</sup>.

Actualmente los lenguajes que tienen soporte para trabajar en el dispositivo gráfico son C, C++, FORTRAN, JAVA, PYTHON y el empleado en este proyecto, MATLAB el cual se especializa en el manejo de matrices y vectores.

---

<sup>25</sup>NVIDIA. *Cuda Toolkit Documentation*. [en línea] <<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html>> [Citado en 20 de mayo de 2016].

---

# METODOLOGÍA

---

En el presente capítulo, se describe el desarrollo de las ecuaciones que modelan la máquina síncrona ante una gran perturbación con base a las ecuaciones planteadas en el libro de KUNDUR<sup>26</sup> cuando esta se representa a través del modelo clásico o con un sistema de compensación, es decir con Regulador Automático de Tensión y/o Estabilizador del Sistema de Potencia.

Además, se muestra paso a paso el método de integración empleado en la solución del sistema de ecuaciones que se empleará en el desarrollo del algoritmo.

## 3.1 CÁLCULO DE CONSTANTES Y PARÁMETROS DE SATURACIÓN

Para iniciar el proceso de solución, el primer paso consiste en ordenar los parámetros de entrada y determinar las constantes, condiciones iniciales y parámetros que rigen cada máquina. La información se encuentra organizada en vectores para facilitar su procesamiento de manera simultánea realizando las operaciones dato a dato entre los vectores columna.

Para calcular las constantes de saturación se procede a tomar los datos de entrada como condiciones iniciales teniendo en cuenta que estas se almacenan en el vector  $gen(ngs, a)$  donde  $a$  representa la columna asociada a un determinado dato. Se prosigue a almacenar en tres distintos vectores la información que representa cada zona en la curva de saturación (ver *figura* (14)) y de esta manera aplicar el cálculo correspondiente.

Cabe destacar que el procedimiento se realiza para el eje directo y en cuadratura de manera individual, sin embargo se explicará el cálculo tomando las variables de manera general. En

---

<sup>26</sup>KUNDUR, Op. cit., p-827-872.

la región insaturada definida para  $\psi_{at} \leq \psi_{at1}$ , se crea un vector  $x$  que almacena todas las máquinas que cumplan con dicha condición estableciendo la desviación de la curva de circuito abierto (CO) respecto a la línea de flujo en el entre-hierro igual a cero ( $\psi_I = 0$ ), tal y como se muestra en la ecuación (2.54). El vector  $y$  se encarga de almacenar la información de los generadores que se encuentran en la región no lineal, definida para  $\psi_{T1} \leq \psi_{at} \leq \psi_{T2}$  y en la cual la desviación de la característica en CO respecto a la línea del entre-hierro se establece según la ecuación (2.55). Por su parte, la información correspondiente a aquellos generadores que se operan en la región lineal completamente saturada definida para  $\psi_{at} > \psi_{T2}$ , se almacena en el vector  $z$  y la desviación  $\psi_I$  se establece según la ecuación (2.56). Cabe destacar que el valor del flujo y la tensión en el entre-hierro en por unidad son iguales lo cual facilita los cálculos inicialmente, considerando los valores de entrada del sistema.

Después de obtener los valores de desviación  $\psi_I$  en cada caso y considerando las componentes del flujo en el entre-hierro en el eje directo y de cuadratura se establecen las constantes de saturación del sistema, dadas por:

$$K_{sd} = \frac{\psi_{at}}{\psi_{at} + \psi_{Id}} \quad (3.1)$$

$$K_{sq} = \frac{\psi_{at}}{\psi_{at} + \psi_{Iq}} \quad (3.2)$$

Con las constantes de saturación establecidas, se procede a obtener los valores saturados de los parámetros en cada generador tal y como se expresa en las ecuaciones (2.51) y (2.52). Cabe destacar que este proceso se realiza al final de cada iteración con el fin de considerar los cambios en el comportamiento de las máquinas según el tiempo de simulación.

Siguiendo el proceso, es necesario despejar las corrientes de eje directo y de cuadratura  $i_d$  e  $i_q$  respectivamente, de las ecuaciones (2.13) y (2.14). Este sistema tiene la forma matricial  $x = Ab$  el cual se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} e_d - E_d'' \\ e_q - E_q'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_a & X_q'' \\ -X_d'' & -R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Donde  $A$  corresponde a la matriz del sistema. Al despejar la ecuación anterior, es necesario aplicar la inversa a la matriz  $A$  para obtener la ecuaciones (3.4) y (3.5).

$$\det(A) = R_a^2 + X_d'' X_q'' \quad (3.4)$$

$$\text{inv}(A) = \frac{\begin{bmatrix} -R_a & -X_q'' \\ X_d'' & -R_a \end{bmatrix}}{\det(A)} \quad (3.5)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones, las corrientes de eje directo y de cuadratura resultantes son:

$$i_d = -\frac{R_a}{\det(A)}e_d + \frac{R_a}{\det(A)}E_d'' - \frac{X_q''}{\det(A)}e_q + \frac{X_q''}{\det(A)}E_q'' \quad (3.6)$$

$$i_q = \frac{X_d''}{\det(A)}e_d - \frac{X_d''}{\det(A)}E_d'' - \frac{R_a}{\det(A)}e_q + \frac{R_a}{\det(A)}E_q'' \quad (3.7)$$

Como se han despreciado los efectos de la variación de la velocidad en la tensión del estator,  $\bar{w} = 1,0 pu$  y por lo tanto  $\bar{w}L_d'' = X_d''$  y  $\bar{w}L_q'' = X_q''$  y dichos valores se rempazan en las ecuaciones (2.15) y (2.16) obteniendo las siguientes expresiones:

$$E_d'' = -\frac{X_{aqs}''}{L_{1q}}\psi_{1q} - \frac{X_{aqs}''}{L_{2q}}\psi_{2q} \quad (3.8)$$

$$E_q'' = \frac{X_{ads}''}{L_{fd}}\psi_{fd} + \frac{X_{ads}''}{L_{1d}}\psi_{1d} \quad (3.9)$$

Finalmente, los valores de tensiones en el estator expresadas en las ecuaciones (2.13), (2.14), (3.8) y (3.9) se reemplazan en las ecuaciones de corriente (3.6) y (3.7) obteniendo las siguientes expresiones dependientes de las variables del sistema:

$$i_d = \frac{X_q'' X_{ads}''}{\det(A) * L_{fd}}\psi_{fd} + \frac{X_q'' X_{ads}''}{\det(A) * L_{1d}}\psi_{1d} - \frac{R_a X_{aqs}''}{\det(A) * L_{1q}}\psi_{1q} - \frac{R_a X_{aqs}''}{\det(A) * L_{2q}}\psi_{2q} \\ - \frac{R_a}{\det(A)}E_R \sin(\delta) - \frac{X_q''}{\det(A)}E_R \cos(\delta) + \frac{R_a}{\det(A)}E_I \cos(\delta) - \frac{X_q''}{\det(A)}E_I \sin(\delta) \quad (3.10)$$

$$i_q = \frac{R_a X_{ads}''}{\det(A) * L_{fd}}\psi_{fd} + \frac{R_a X_{ads}''}{\det(A) * L_{1d}}\psi_{1d} + \frac{X_d'' X_{aqs}''}{\det(A) * L_{1q}}\psi_{1q} + \frac{X_d'' X_{aqs}''}{\det(A) * L_{2q}}\psi_{2q} \\ - \frac{R_a}{\det(A)}E_R \cos(\delta) + \frac{X_d''}{\det(A)}E_R \sin(\delta) - \frac{R_a}{\det(A)}E_I \sin(\delta) - \frac{X_d''}{\det(A)}E_I \cos(\delta) \quad (3.11)$$

## 3.2 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ROTOR

Al tener la representación matemática de las corrientes en cada eje de la máquina síncrona, se procede a reemplazar en la expresiones de los flujos de enlace mutuos de los ejes  $d$  y  $q$ , correspondientes a las ecuaciones (2.7) y (2.8). Después de factorizar y ordenar las variables de las ecuaciones resultantes, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \psi_{ad} = & \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) \psi_{fd} + \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) \psi_{1d} + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) \psi_{1q} \\
 & + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) \psi_{2q} + \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_R \sin(\delta) + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_R \cos(\delta) \\
 & - \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_I \cos(\delta) + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_I \sin(\delta)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
 \psi_{aq} = & - \left( \frac{L''_{aqs}R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) \psi_{fd} - \left( \frac{L''_{aqs}R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) \psi_{1d} + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs}X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) \psi_{1q} \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs}X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) \psi_{2q} + \frac{L''_{aqs}R_a}{\det(A)} E_R \cos(\delta) - \frac{L''_{aqs}X''_d}{\det(A)} E_R \sin(\delta) \\
 & + \frac{L''_{aqs}R_a}{\det(A)} E_I \sin(\delta) + \frac{L''_{aqs}X''_d}{\det(A)} E_I \cos(\delta)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Con los flujos de enlace mutuos expresados en términos de las variables del sistema y de los parámetros de la máquina se procede a remplazar en las ecuaciones (2.3), (2.4), (2.5) y (2.6) que representan la dinámica del circuito rotor.

$$\begin{aligned}
 p\psi_{fd} = & w_0 e_{fd} + \frac{w_0 R_{fd}}{L_{fd}} \left[ \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} - 1 \right) \psi_{fd} + \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) \psi_{1d} \right. \\
 & + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) \psi_{1q} + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) \psi_{2q} + \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_R \sin(\delta) \\
 & \left. + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_R \cos(\delta) - \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_I \cos(\delta) + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_I \sin(\delta) \right]
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
 p\psi_{1d} = & \frac{w_0 R_{1d}}{L_{1d}} \left[ \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) \psi_{fd} + \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads}X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} - 1 \right) \psi_{1d} \right. \\
 & + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) \psi_{1q} + \left( \frac{L''_{ads}R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) \psi_{2q} + \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_R \sin(\delta) \\
 & \left. + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_R \cos(\delta) - \frac{L''_{ads}R_a}{\det(A)} E_I \cos(\delta) + \frac{L''_{ads}X''_q}{\det(A)} E_I \sin(\delta) \right]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}
 p\psi_{1q} = & \frac{w_0 R_{1q}}{L_{1q}} \left[ - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) \psi_{fd} - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) \psi_{1d} \right. \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} - 1 \right) \psi_{1q} + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) \psi_{2q} \\
 & \left. + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_R \cos(\delta) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_R \sin(\delta) + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_I \sin(\delta) + \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_I \cos(\delta) \right]
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}
 p\psi_{2q} = & \frac{w_0 R_{2q}}{L_{2q}} \left[ - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) \psi_{fd} - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) \psi_{1d} + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) \psi_{1q} \right. \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} - 1 \right) \psi_{2q} + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_R \cos(\delta) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_R \sin(\delta) \\
 & \left. + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_I \sin(\delta) + \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_I \cos(\delta) \right]
 \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$p\delta = w_0 \Delta w_r \quad (3.18)$$

### 3.3 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ESTATOR

Las expresiones (3.8) y (3.9) se rempazan en las ecuaciones (2.29) y (2.30) respectivamente para hallar los valores de  $E''_R$  e  $E''_I$  en términos de parámetros conocidos y variables de interés.

$$E''_R = -\frac{X''_{aqs}}{L_{1q}} \psi_{1q} \sin(\delta) - \frac{X''_{aqs}}{L_{2q}} \psi_{2q} \sin(\delta) + \frac{X''_{ads}}{L_{fd}} \psi_{fd} \cos(\delta) + \frac{X''_{ads}}{L_{1d}} \psi_{1d} \cos(\delta) \quad (3.19)$$

$$E''_I = \frac{X''_{ads}}{L_{fd}} \psi_{fd} \sin(\delta) + \frac{X''_{ads}}{L_{1d}} \psi_{1d} \sin(\delta) + \frac{X''_{aqs}}{L_{1q}} \psi_{1q} \cos(\delta) + \frac{X''_{aqs}}{L_{2q}} \psi_{2q} \cos(\delta) \quad (3.20)$$

Estas expresiones se rempazan en la expresión matricial que transforma los ejes de la máquina síncrona (directo y en cuadratura) en ejes de referencia común  $R - I$ . En esta matriz la ecuación del sistema que corresponde a  $A'$  y está compuesta de la siguiente manera:

$$A' = \begin{bmatrix} -R_{RR} & X_{RI} \\ -X_{IR} & -R_{II} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Para despejar las corrientes de la máquina síncrona en los ejes de referencia común, es necesario aplicar la inversa a la matriz  $A'$  y obtener su determinante, los cuales quedan de la siguiente manera:

$$\det(A') = R_{RR}R_{II} + X_{IR}X_{RI} \quad (3.22)$$

$$inv(A') = \frac{\begin{bmatrix} -R_{II} & -X_{RI} \\ X_{IR} & -R_{RR} \end{bmatrix}}{det(A')} \quad (3.23)$$

Teniendo estos valores, se reemplazan en la ecuación (2.23), para calcular los valores de las corrientes aplicando la transformación de ejes al marco de referencia común  $R - I$ , obteniendo las siguientes expresiones como resultados:

$$\begin{aligned} I_R = & \left( \frac{R_{II}X''_{ads} \cos(\delta)}{det(A') * L_{fd}} + \frac{X_{RI}X''_{ads} \sin(\delta)}{det(A') * L_{fd}} \right) \psi_{fd} + \left( \frac{R_{II}X''_{ads} \cos(\delta)}{det(A') * L_{1d}} + \frac{X_{RI}X''_{ads} \sin(\delta)}{det(A') * L_{1d}} \right) \psi_{1d} \\ & - \left( \frac{R_{II}X''_{aq} \sin(\delta)}{det(A') * L_{1q}} - \frac{X_{RI}X''_{aq} \cos(\delta)}{det(A') * L_{1q}} \right) \psi_{1q} - \left( \frac{R_{II}X''_{aq} \sin(\delta)}{det(A') * L_{2q}} - \frac{X_{RI}X''_{aq} \cos(\delta)}{det(A') * L_{2q}} \right) \psi_{2q} \\ & - \frac{R_{II}}{det(A')} E_R - \frac{X_{RI}}{det(A')} E_I \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} I_I = & \left( \frac{R_{RR}X''_{ads} \sin(\delta)}{det(A') * L_{fd}} - \frac{X_{IR}X''_{ads} \cos(\delta)}{det(A') * L_{fd}} \right) \psi_{fd} + \left( \frac{R_{RR}X''_{ads} \sin(\delta)}{det(A') * L_{1d}} - \frac{X_{IR}X''_{ads} \cos(\delta)}{det(A') * L_{1d}} \right) \psi_{1d} \\ & + \left( \frac{R_{RR}X''_{aq} \cos(\delta)}{det(A') * L_{1q}} + \frac{X_{IR}X''_{aq} \sin(\delta)}{det(A') * L_{1q}} \right) \psi_{1q} + \left( \frac{R_{RR}X''_{aq} \cos(\delta)}{det(A') * L_{2q}} + \frac{X_{IR}X''_{aq} \sin(\delta)}{det(A') * L_{2q}} \right) \psi_{2q} \\ & + \frac{X_{IR}}{det(A')} E_R - \frac{R_{RR}}{det(A')} E_I \end{aligned} \quad (3.25)$$

Estas ecuaciones hacen referencia a las corrientes existentes en las líneas y transformadores por medio de los cuales se conectan las máquinas.

### 3.4 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA MÁQUINA MEDIANTE INTEGRACIÓN IMPLÍCITA

La dinámica de la máquina representada mediante las ecuaciones (3.14) a la (3.18) se resuelven a través del método de integración implícita. Este proceso se llevó a cabo empleando la regla trapezoidal expuesta en la sección (2.5.1), dando como resultados las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
f_1 = & \psi_{fd(n+1)} - \psi_{fd(n)} - \Delta t * w_o * e_{fd} \\
& - \frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left[ \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} - 1 \right) (\psi_{fd(n+1)} + \psi_{fd(n)}) \right. \\
& + \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) (\psi_{1d(n+1)} + \psi_{1d(n)}) + \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) (\psi_{1q(n+1)} + \psi_{1q(n)}) \\
& + \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) (\psi_{2q(n+1)} + \psi_{2q(n)}) + \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \sin(\delta_n)) \\
& + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \cos(\delta_n)) \\
& - \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \cos(\delta_n)) \\
& \left. + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \sin(\delta_n)) \right] \tag{3.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \psi_{1d(n+1)} - \psi_{1d(n)} - \frac{w_0 R_{1d}}{L_{1d}} \left[ \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) (\psi_{fd(n+1)} + \psi_{fd(n)}) \right. \\
& + \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} - 1 \right) (\psi_{1d(n+1)} + \psi_{1d(n)}) + \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) (\psi_{1q(n+1)} + \psi_{1q(n)}) \\
& + \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) (\psi_{2q(n+1)} + \psi_{2q(n)}) + \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \sin(\delta_n)) \\
& + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \cos(\delta_n)) \\
& - \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \cos(\delta_n)) \\
& \left. + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \sin(\delta_n)) \right] \tag{3.27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_3 = & \psi_{1q(n+1)} - \psi_{1q(n)} - \frac{w_0 R_{1q}}{L_{1q}} \left[ - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) (\psi_{fd(n+1)} + \psi_{fd(n)}) \right. \\
 & - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) (\psi_{1d(n+1)} + \psi_{1d(n)}) \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} - 1 \right) (\psi_{1q(n+1)} + \psi_{1q(n)}) \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) (\psi_{2q(n+1)} + \psi_{2q(n)}) \\
 & + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \cos(\delta_n)) \\
 & - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \sin(\delta_n)) \\
 & + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \sin(\delta_n)) \\
 & \left. + \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \cos(\delta_n)) \right] \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_4 = & \psi_{2q(n+1)} - \psi_{2q(n)} - \frac{w_0 R_{2q}}{L_{2q}} \left[ - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) (\psi_{fd(n+1)} + \psi_{fd(n)}) \right. \\
 & - \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) (\psi_{1d(n+1)} + \psi_{1d(n)}) + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) (\psi_{1q(n+1)} + \psi_{1q(n)}) \\
 & + \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} - 1 \right) (\psi_{2q(n+1)} + \psi_{2q(n)}) \\
 & + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \cos(\delta_n)) \\
 & - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} (E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{R(n)} \sin(\delta_n)) \\
 & + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \sin(\delta_n)) \\
 & \left. + \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} (E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) + E_{I(n)} \cos(\delta_n)) \right] \tag{3.29}
 \end{aligned}$$

$$f_5 = \delta_{n+1} - \delta_n - \frac{w_0 \Delta t}{2} (\Delta w_{r(n+1)} + \Delta w_{r(n)}) \tag{3.30}$$

Siguiendo con el método de la regla trapezoidal, a partir de la ecuación (2.66) reemplazamos los componentes matriciales obteniendo el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{NR} & -Y_{NI} \\ Y_{NI} & Y_{NR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{R(n+1)} \\ E_{I(n+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{R(n+1)} \\ I_{I(n+1)} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Donde los elementos de la matriz  $Y_N$  se expresan como un arreglo de los componentes de la matriz  $Y_{barras}$ . De igual forma, las tensiones de las barras se organizan según el marco de referencia común  $R - I$ .

A partir de la ecuación (3.31) se obtienen las expresiones que representan la estática de la máquina síncrona tal y como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} g_1 &= Y_{NR}E_{R(n+1)} - Y_{NI}E_{I(n+1)} \\ &- \left( \frac{X_{RI}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{R_{II}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{fd(n+1)} \\ &- \left( \frac{X_{RI}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{R_{II}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1d(n+1)} \\ &+ \left( \frac{R_{II}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1q(n+1)} \\ &+ \left( \frac{R_{II}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{2q(n+1)} \\ &+ \frac{(X''_q - X''_d)}{2 * \det(A')} E_{R(n+1)} \sin(2\delta_{n+1}) + \frac{R_a}{\det(A')} E_{R(n+1)} \\ &+ \frac{X''_d \cos^2(\delta_{n+1}) + X''_q \sin^2(\delta_{n+1})}{\det(A')} E_{I(n+1)} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} g_2 &= Y_{NI}E_{R(n+1)} + Y_{NR}E_{I(n+1)} \\ &- \left( \frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{fd(n+1)} \\ &- \left( \frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1d(n+1)} \\ &- \left( \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1q(n+1)} \\ &- \left( \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{2q(n+1)} \\ &- \frac{X''_d \sin^2(\delta_{n+1}) + X''_q \cos^2(\delta_{n+1})}{\det(A')} E_{R(n+1)} \\ &+ \frac{(X''_d - X''_q)}{2 * \det(A')} E_{I(n+1)} \sin(2\delta_{n+1}) + \frac{R_a}{\det(A')} E_{I(n+1)} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Cabe destacar que en las corrientes  $I_R$  e  $I_I$  se consideran las corrientes debidas a barras infinitas y cargas estáticas.

### 3.5 REPRESENTACIÓN DEL JACOBIANO DEL SISTEMA

El jacobiano del sistema se representa empleando derivadas parciales tal y como se muestra en la ecuación (2.71). Inicialmente, se hallan los términos de la componente  $A_D$  la cual corresponde a las derivadas parciales de las ecuaciones (3.26) a (3.30) con respecto a las variables de estado definidas según las ecuaciones diferenciales planteadas en las expresiones (3.14) a (3.18).

■ Términos de  $A_D$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 1 - \frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} - 1 \right) = A_{11} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) = A_{12} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) = A_{13} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_4} = -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) = A_{14} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_5} = & -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) \right. \\ & \left. + \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = A_{15} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads}}{L_{fd}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) = A_{21} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 1 - \frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads}}{L_{1d}} - \frac{L''_{ads} X''_q X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} - 1 \right) = A_{22} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) = A_{23} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_4} = -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads} R_a X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) = A_{24} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial x_5} &= -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = A_{25} \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) = A_{31} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) = A_{32} \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = 1 - \frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} - 1 \right) = A_{33} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_4} = -\frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} \right) = A_{34} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial x_5} &= -\frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( -\frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = A_{35} \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = \frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{fd}} \right) = A_{41} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_2} = \frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a X''_{ads}}{\det(A) * L_{1d}} \right) = A_{42} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = -\frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{1q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{1q}} \right) = A_{43} \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_4} = -\frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs}}{L_{2q}} - \frac{L''_{aqs} X''_d X''_{aqs}}{\det(A) * L_{2q}} - 1 \right) = A_{44} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4}{\partial x_5} = & -\frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( -\frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_{R(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_{R(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) \right. \\ & \left. + \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} E_{I(n+1)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} E_{I(n+1)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = A_{45} \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_1} = \frac{\partial f_5}{\partial x_2} = \frac{\partial f_5}{\partial x_3} = \frac{\partial f_5}{\partial x_4} = 0 = A_{51} = A_{52} = A_{53} = A_{54} \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_5} = 1 = A_{55} \quad (3.55)$$

$$A_D = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Para encontrar los términos de la componente  $B_D$  del jacobiano, se derivan parcialmente las ecuaciones (3.26) a (3.30) con respecto a las tensiones de las barras enmarcadas en los ejes de referencia  $R - I$  denotando  $v_1 = E_{R(n+1)}$  y  $v_2 = E_{I(n+1)}$ .

■ Términos de  $B_D$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_1} = -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = B_{11} \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_2} = -\frac{w_0 * R_{fd} * \Delta t}{2 * L_{fd}} \left( -\frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = B_{12} \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v_1} = -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( \frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = B_{21} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v_2} = -\frac{w_0 * R_{1d} * \Delta t}{2 * L_{1d}} \left( -\frac{L''_{ads} R_a}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{ads} X''_q}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = B_{22} \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial v_1} = -\frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X''_d}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = B_{31} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial v_2} = -\frac{w_0 * R_{1q} * \Delta t}{2 * L_{1q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{aqs} X_d''}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = B_{32} \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial v_1} = -\frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{L''_{aqs} X_d''}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) \right) = B_{41} \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial v_2} = -\frac{w_0 * R_{2q} * \Delta t}{2 * L_{2q}} \left( \frac{L''_{aqs} R_a}{\det(A)} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{L''_{aqs} X_d''}{\det(A)} \cos(\delta_{n+1}) \right) = B_{42} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial v_1} = \frac{\partial f_5}{\partial v_2} = 0 = B_{51} = B_{52} \quad (3.65)$$

$$B_D = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \\ B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \\ B_{51} & B_{52} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Queda por definir los componentes del Jacobiano  $C_D$  y  $Y_D$ . Las ecuaciones (3.32) y (3.33) representan las líneas y transformadores por medio de los cuales se conectan las diferentes máquinas dentro del sistema. Dichas ecuaciones se derivan parcialmente respecto a las variables de estado del sistema, para de esta manera obtener los valores que integran  $C_D$ .

■ Términos de  $C_D$ .

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_1} = -\frac{X_{RI} X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{R_{II} X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{11} \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_2} = -\frac{X_{RI} X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{R_{II} X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{12} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_3} = \frac{R_{II} X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI} X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{13} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_4} = \frac{R_{II} X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI} X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{14} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial g_1}{\partial x_5} = & \left( \frac{R_{II}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{fd(n+1)} \\
 & + \left( \frac{R_{II}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{RI}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1d(n+1)} \\
 & + \left( \frac{R_{II}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{X_{RI}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1q(n+1)} \\
 & + \left( \frac{R_{II}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{X_{RI}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) \right) \psi_{2q(n+1)} \\
 & + \frac{X''_q - X''_d}{\det(A')} \cos(2\delta_{n+1}) E_{R(n+1)} + \frac{X''_d - X''_q}{\det(A')} \sin(2\delta_{n+1}) E_{I(n+1)} = C_{15} \quad (3.71)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_1} = -\frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{21} \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_2} = -\frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) + \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) = C_{22} \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_3} = -\frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) = C_{23} \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_4} = -\frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) - \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) = C_{24} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial g_2}{\partial x_5} = & - \left( \frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{fd}} \sin(\delta_{n+1}) \right) \psi_{fd(n+1)} \\
 & - \left( \frac{R_{RR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \cos(\delta_{n+1}) + \frac{X_{IR}X''_{ads}}{\det(A') * L_{1d}} \sin(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1d(n+1)} \\
 & + \left( \frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{1q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{1q(n+1)} \\
 & + \left( \frac{R_{RR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \sin(\delta_{n+1}) - \frac{X_{IR}X''_{aqs}}{\det(A') * L_{2q}} \cos(\delta_{n+1}) \right) \psi_{2q(n+1)} \\
 & + \frac{X''_q - X''_d}{\det(A')} \sin(2\delta_{n+1}) E_{R(n+1)} + \frac{X''_d - X''_q}{\det(A')} \cos(2\delta_{n+1}) E_{I(n+1)} = C_{25} \quad (3.76)
 \end{aligned}$$

$$C_D = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Por último, los términos de  $Y_D$  corresponden a los parámetros internos de conexionado de la red. Para hallarlos, se derivan parcialmente las ecuaciones (3.32) y (3.33) respecto a  $v_1$  y  $v_2$ .

■ Términos de  $Y_D$ .

$$\frac{\partial g_1}{\partial v_1} = \frac{X_q'' - X_d''}{2 * \det(A')} \sin(2\delta_{n+1}) + \frac{R_a}{\det(A')} = Y_{11} \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial v_2} = \frac{X_d'' \cos^2(\delta_{n+1}) + X_q'' \sin^2(\delta_{n+1})}{\det(A')} = Y_{12} \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial v_1} = -\frac{X_d'' \sin^2(\delta_{n+1}) + X_q'' \cos^2(\delta_{n+1})}{\det(A')} = Y_{21} \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial v_2} = \frac{X_d'' - X_q''}{2 * \det(A')} \sin(2\delta_{n+1}) + \frac{R_a}{\det(A')} = Y_{22} \quad (3.81)$$

$$Y_D = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Por su parte, los términos de las matriz  $Y_N$  resultan de la topología del sistema. De esta manera, se obtiene el jacobiano del sistema expresado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_D & B_D \\ C_D & Y_D + Y_N \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Una vez obtenido el Jacobiano se prosigue a despejar los valores de  $\Delta x_{n+1}^k$  y  $\Delta V_{n+1}^k$  según la ecuación (2.70) y se resuelve la expresión (2.69) para obtener las nuevas variables de estado y tensiones del sistema de potencia.

---

# PROCESAMIENTO PARALELO

---

En este capítulo, se hace referencia a la metodología empleada para la elaboración del algoritmo de simulación.

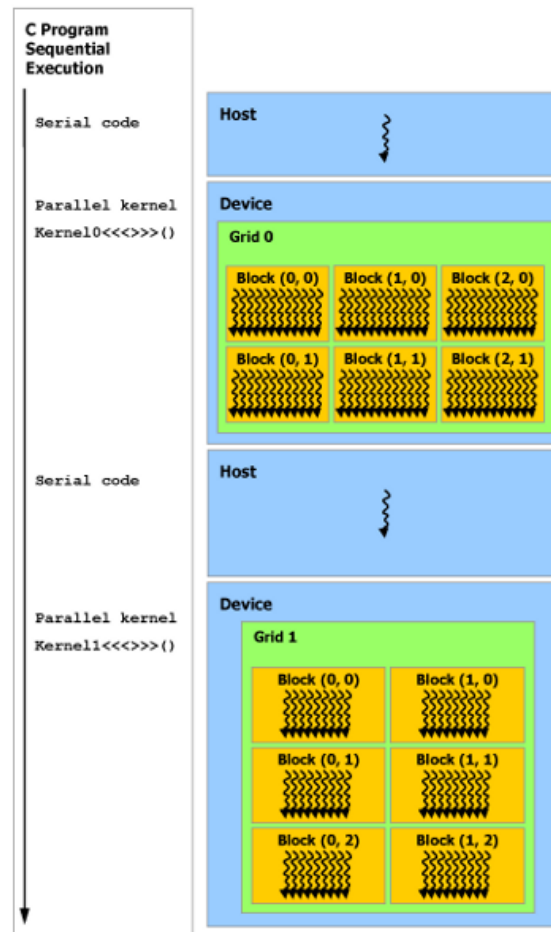
Es importante resaltar que el principal objetivo es reducir desgaste computacional innecesario. Para ello, se inicia organizando las ecuaciones presentadas en el capítulo (3) de tal forma que la secuencia de instrucciones sea entendible y facilite la comprensión de los cálculos a realizar.

## 4.1 MODELO DE PROGRAMACIÓN

El esquema general de programación del algoritmo, consiste en crear funciones encargadas de hacer la reserva de memoria de la RAM de la unidad de procesamiento gráfico (GPU) y transferirle la información desde la RAM de la unidad de procesamiento central (CPU) a la GPU. Teniendo todos los datos de entrada en el dispositivo gráfico, se procesa el código de manera heterogénea tal y como se muestra en la *figura (16)* permitiendo que diferentes comandos se realicen al tiempo, es decir de manera paralela y con un ahorro de tiempo.

Una vez procesada la información, se procede nuevamente a transferir la información desde la RAM de la GPU a la RAM de la CPU.

Figura 16.: Programación Heterogénea



FUENTE: NVIDIA. *Cuda Programación Paralela Facilitada*. [en línea].  
[http://la.nvidia.com/object/cuda\\_home\\_new\\_la.html](http://la.nvidia.com/object/cuda_home_new_la.html) [Citado en 5 de Mayo de 2016].

## 4.2 INSTRUCCIONES EMPLEADAS Y PARÁMETROS DE ENTRADA

Para extraer la información del sistema y operarla sin necesidad de un bucle interno que implique desgaste computacional, se emplean diferentes comandos de MATLAB que tienen definidas instrucciones dato a dato para lograr su operación de manera simultánea en la GPU.

Las primeras de la lista de instrucciones, constituyen un pequeño grupo de comandos comúnmente empleados en MATLAB® tales como:

- ./ División dato a dato entre vectores o matrices.
- .\* Multiplicación dato a dato entre vectores o matrices.
- .^ Eleva cada uno de los datos que conforman una matriz o vector, al exponente especificado.

*find* Encargado de encontrar las posiciones del vector o matriz que cumplen determinada condición y a su vez, almacena las posiciones en otro vector o matriz dependiendo del caso.

*any* Se opera junto con el comando *find* y se emplea a través de la declaración *if any*. Se encarga de aplicar la operación especificada, al dato encontrado y almacenado en un vector o matriz.

Además, para todas las matrices de entrada se procede a extraer los datos empleando la estructura «*gen(:, x)*». Esta nomenclatura permite operar sobre todos los valores de la columna correspondiente.

El segundo grupo de instrucciones empleadas, se encargan de esquematizar la programación heterogénea teniendo en cuenta que se debe transferir información desde la RAM de la CPU a la RAM de la GPU y viceversa. Para tal fin, se emplean principalmente los siguientes comandos:

*gpuArray* : Transfiere la información de la memoria principal a la memoria del dispositivo gráfico.

*gather* : Transfiere la información de la memoria del dispositivo gráfico a la memoria principal.

*reset* : Borra la información existente en la RAM del dispositivo gráfico.

*gpuDevice* : Permite visualizar las características del dispositivo gráfico o lo selecciona como entorno de trabajo.

*gpuDeviceCount* : Muestra el número de dispositivos gráficos disponibles en el equipo.

*arrayfun* : Opera determinada función a cada elemento de la matriz especificada.

*setConstantMemory* : Mantiene determinadas variables en la memoria del dispositivo gráfico.

Todas estas instrucciones se relacionan con una mejora en los tiempos de simulación y brinda facilidades en el manejo de la información. Como punto clave en el desarrollo del algoritmo se encuentran los datos de entrada, que representan el punto estratégico de partida.

Los datos de entrada se organizan en matrices para facilitar la lectura y organización de la información. Cada fila representa una máquina y cada columna está asociada con un determinado parámetro de la misma. Las entradas al sistema son:

*baseMVA* : Es el valor de la potencia base del sistema dado en MVA.

*bus* : Define el tipo de barra y potencia en cada una de ellas.

*gen* : Matriz compuesta por los parámetros de los generadores presentes en el sistema.

*genext* : Matriz con los parámetros del sistema de excitación en cada uno de los generadores.

*branch* : Matriz con los parámetros que definen las líneas de transmisión y transformadores que conforman el sistema de potencia.

Los parámetros de simulación descritos en la función de entrada son:

*tsim* : Define el tiempo de simulación en segundos.

*dt* : Representa el paso de integración para la solución del sistema.

*tfalla* : Instante de tiempo en el cual ocurre la falla, dado en segundos.

*tdfalla* : Tiempo de duración de la falla, dado en segundos.

Los parámetros de falla descritos en la función de entrada son:

*bf* : Barra en la cual se presenta la falla.

*bai y baf* : Barras entre las cuales se origina la falla y posteriormente se despeja el circuito.

*z* : Impedancia de la rama afectada.

Además, empleando los datos dados en la función de entrada se determinan ciertos parámetros que son fundamentales para el desarrollo del algoritmo tales como:

*ngs* : Vector de posiciones de los generadores existentes en la matriz de entrada *gen*.

*N* : Número de barras presentes en el sistema de potencia.

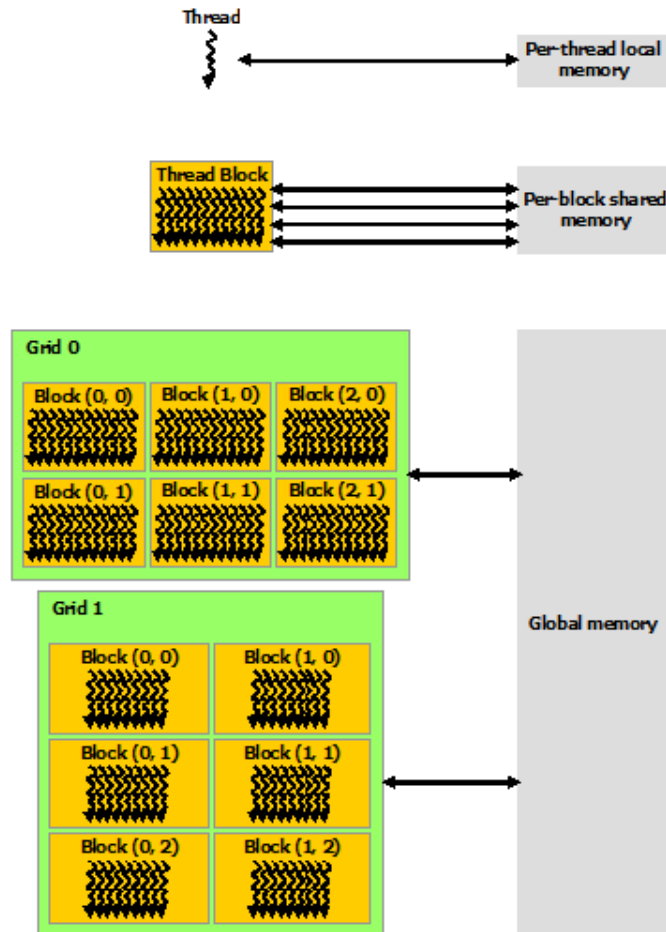
*Y<sub>bus</sub>* : Matriz de admitancias del sistema o *Y<sub>barra</sub>*.

*V<sub>bus</sub>* : Vector compuesto por las tensiones de las diferentes barras del sistema.

### 4.3 PARALELIZACIÓN DEL ALGORITMO

Debido a que las tecnologías de procesamiento paralelo son diferentes, es necesario adaptar el algoritmo para aprovechar eficientemente el poder de procesamiento gráfico debido a que este medio cuenta con una distribución interna de memoria siguiendo determinada jerarquía, como se ve en la *figura* (17). Siendo una tecnología especializada para trabajo matricial y vectorial, se hace evidente que la información hay que adaptarla a dichas condiciones. Es importante conocer de lleno el problema que se desea simular, ya que desde su análisis se puede determinar que parte del código es adaptable para ejecutarlo sobre el dispositivo gráfico.

Figura 17.: Jerarquía de Memoria en la GPU.



FUENTE: NVIDIA. *Cuda Toolkit Documentation*. [en línea].

<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html> [Citado en 20 de mayo de 2016].

Un algoritmo es una serie de pasos a realizar para alcanzar determinada tarea siguiendo un orden para poder cumplirla, se tiene que es un proceso netamente secuencial, y por lo tanto a la hora de paralelizar un algoritmo la secuencia en la que se hacen los cálculos no se altera en lo absoluto. El objetivo de la paralelización consiste en que en cada paso, se desarrolle el mismo cálculo para todos los elementos de la matriz o vector de manera simultánea.

Este caso de estudio cuenta con  $N$  máquinas y en cada paso se determinan los mismos parámetros de manera simultánea para las  $N$  máquinas del sistema.

Al iniciar la ejecución del algoritmo, en él se desarrollan una serie de tareas ordenadas, las cuales se enumeran a continuación:

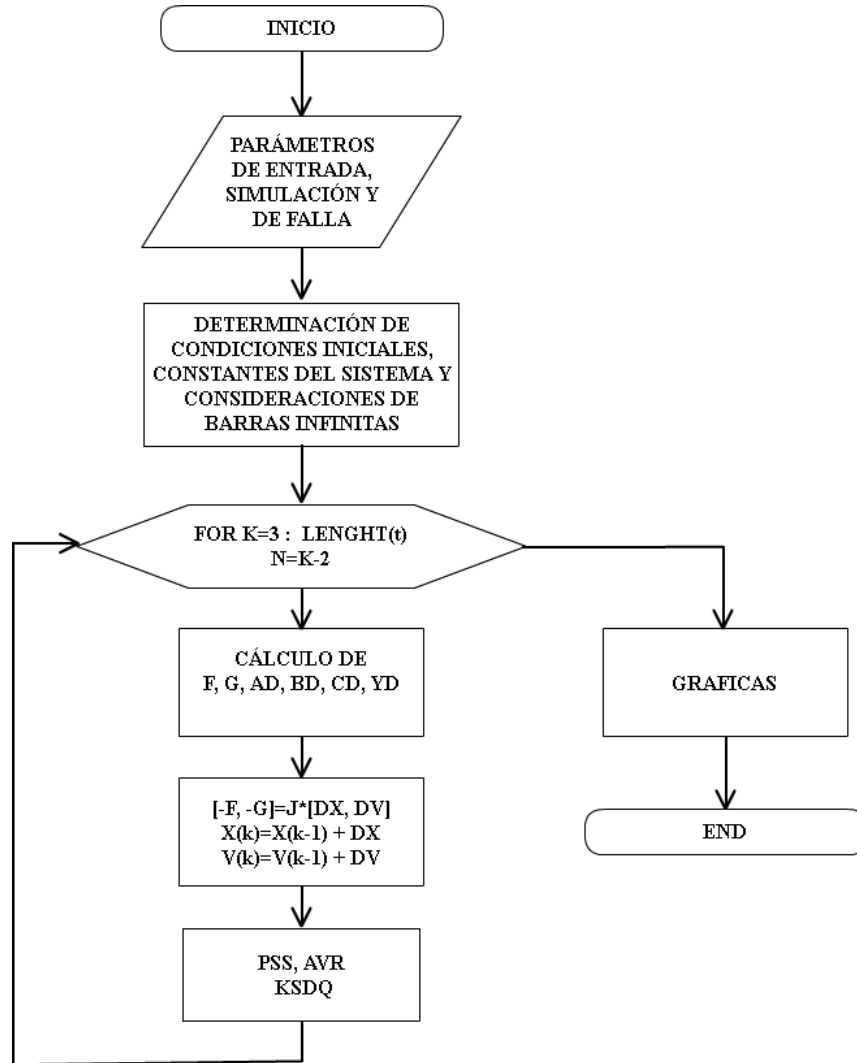
1. Lectura de los parámetros de entrada, simulación y falla (según el caso que se desee simular).
2. Determinación de condiciones iniciales, constantes en las ecuaciones del sistema y consideraciones de barras infinitas a través de MATPOWER<sup>27</sup>.
3. Inicio del ciclo para determinar los valores de cada una de las variables en cada paso de tiempo.
4. Cálculo de las componentes del Jacobiano  $A_D$ ,  $B_D$ ,  $C_D$  y  $Y_D$  así como del vector  $F$  de las ecuaciones dinámicas de la máquina y las corrientes  $I_R$  e  $I_I$  para representar la cargas estáticas y considerar las barras infinitas.
5. Organización de las matrices y vectores que definen el sistema.
6. Determinación del vector  $G$ , cálculo del vector  $FG$ , construcción del Jacobiano y solución del Sistema de ecuaciones.
7. Organización de los vectores  $X$  y  $V$ .
8. Determinación de las nuevas variables de estado y tensiones de las barras que componen el sistema de potencia.
9. Cálculo del par en el entre-hierro.
10. Aplicación del Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) y/o Regulador automático de Tensión (AVR) según el modelo de máquina síncrona elegido.
11. Cálculo de las nuevas constantes de saturación y demás valores del sistema y almacenamiento de los mismos.
12. Representación gráfica de: Ángulos del rotor de los generadores, desviación de los ángulos del rotor, tensiones de las barras, par en el entre-hierro y distribución general del Jacobiano del sistema.

Siguiendo con la paralelización del algoritmo y empleando las instrucciones disponibles se ordenan las tareas a realizar; esta información se procesa tal y como se muestra en la *figura* (18) expuesta a continuación.

---

<sup>27</sup>R. Zimmerman and D. Gan. *MATPOWER version 2.0, User's manual*. PSERC, School of Electrical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, 1997.

Figura 18.: Algoritmo de Simulación general



---

# PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

El algoritmo de simulación fue implementado en tres sistemas de potencia diferentes, considerando tres modelos de la máquina síncrona: modelo clásico, modelo con regulador automático de tensión y modelo con estabilizador del sistema de potencia. En cada uno de estos casos se evidencia el comportamiento de las principales variables del sistema mediante gráficas respecto al tiempo, dichas variables son:

- Ángulo del rotor
- Desviación del ángulo del rotor
- Tensiones de todas las barras
- Tensiones de las barras con generación
- Par de los generadores

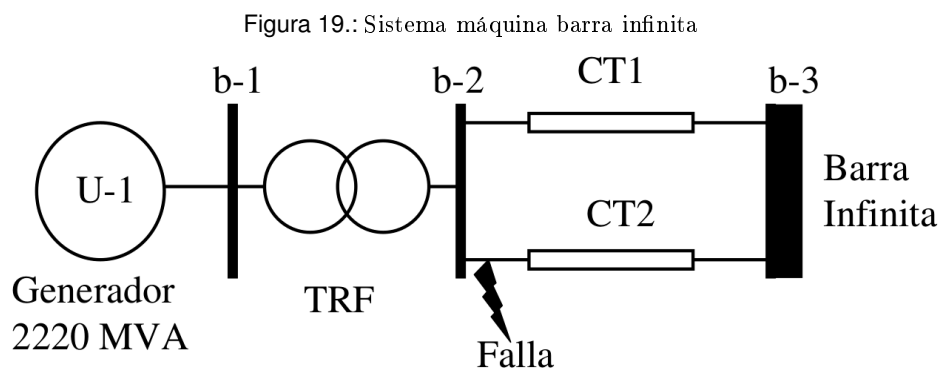
Además se realiza una distribución general del jacobiano del sistema, con el fin de dimensionar el trabajo computacional que se realiza para cada caso de estudio.

Cabe destacar que las pruebas de los algoritmos fueron ejecutados en un computador con procesador Intel® *Core™ i7 – 4510u* a 2,60 GHz con 4 GB de RAM y sistema operativo de 64 bits, que cuenta con tarjeta gráfica Tesla C2075 y 448 núcleos de CUDA. El algoritmo se compiló para el sistema operativo Windows 7 versión 6.1 y el código fue desarrollado en MATLAB R2012b con Licencia número 878361.

Las pruebas consisten en ejecutar el programa, obtener las gráficas que evidencian el comportamiento de las variables del sistema y comparar los tiempos de procesamiento al ejecutar el código en la CPU y al ejecutarlo sobre la GPU.

## 5.1 CASO 1: SISTEMA DE BARRA INFINITA

El primer sistema consiste en un generador conectado a una barra infinita (ver figura (19)), el cual corresponde al ejemplo 13.2 del libro de KUNDUR<sup>28</sup> donde las reactancias del transformador, el circuito uno (CT1) y el circuito 2 (CT2) del sistema tienen valores en por unidad sobre una base de 2220 MVA de 0.15, 0.5 y 0.93 respectivamente. Se considera una falla trifásica que ocurre en un tiempo de falla  $t_f = 1$  [s] entre las barras 2 y 3, donde la barra directamente afectada por la falla es la 2 (debido a su cercanía con la misma) y se logra despejar después de 0,07 [s] de iniciarse.



FUENTE: KUNDUR, Prabha. *Power System Stability and Control*.  
McGraw-Hill, 1994. ISBN 0-07-035958. Traducida por las Autoras.

Siguiendo este sistema de potencia y empleando los tres modelos anteriormente nombrados se realizan las simulaciones a través de la CPU y GPU con el fin de comparar tiempos de procesamiento. Cada código se ejecuta diez veces sobre un tiempo de simulación igual a 5 [s] para cada caso.

**5.1.1 Modelo clásico** El modelo clásico de la máquina se describe a través de las ecuaciones de movimiento expuestas en la subsección (2.1.1). En la tabla (1) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

<sup>28</sup>KUNDUR, Op. cit., p. 864.

TABLA 1.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,453	0,00755	218,247	3,63745
2	0,455	0,00758	218,237	3,63728
3	0,453	0,00755	217,279	3,62132
4	0,457	0,00762	216,989	3,61648
5	0,458	0,00763	218,256	3,63760
6	0,455	0,00758	218,235	3,63725
7	0,454	0,00756	218,245	3,63741
8	0,452	0,00753	218,247	3,63745
9	0,453	0,00755	218,237	3,63728
10	0,455	0,00758	218,245	3,63741
Promedio	0,455	0,00758	218,022	3,63369

En las *figuras* (20) a (24) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 20.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico

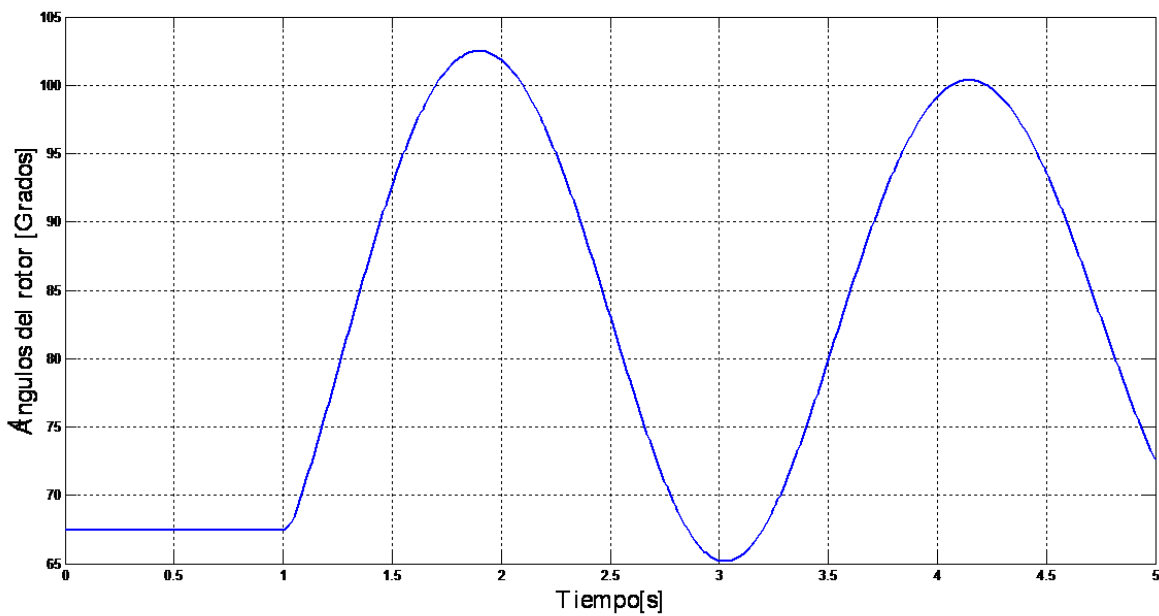


Figura 21.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico

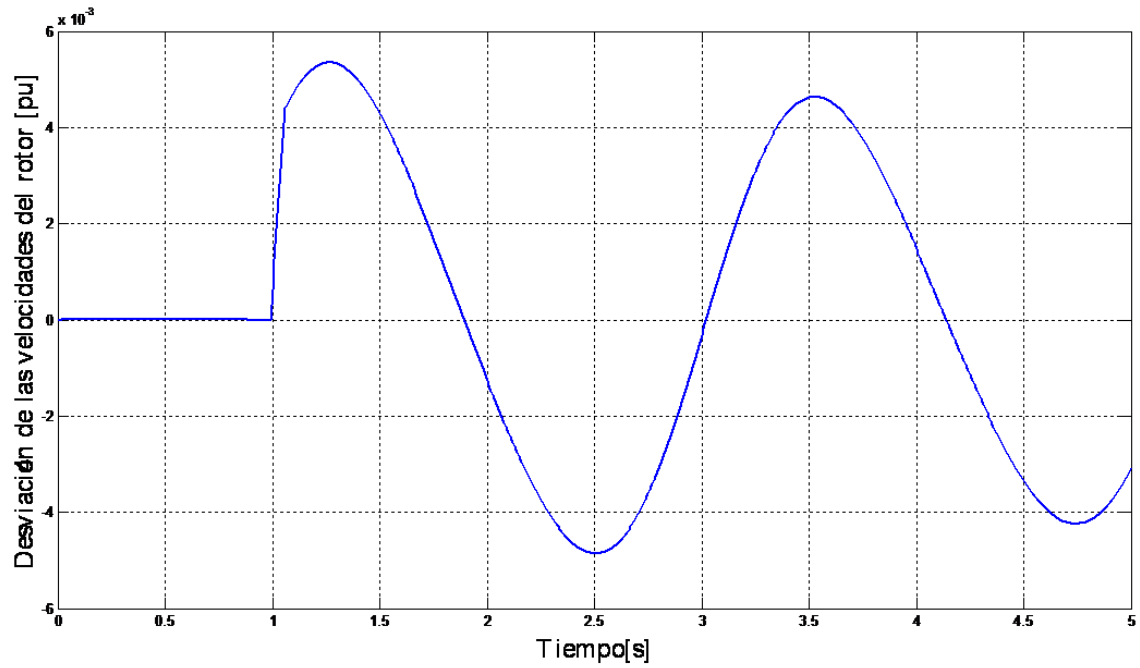


Figura 22.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico

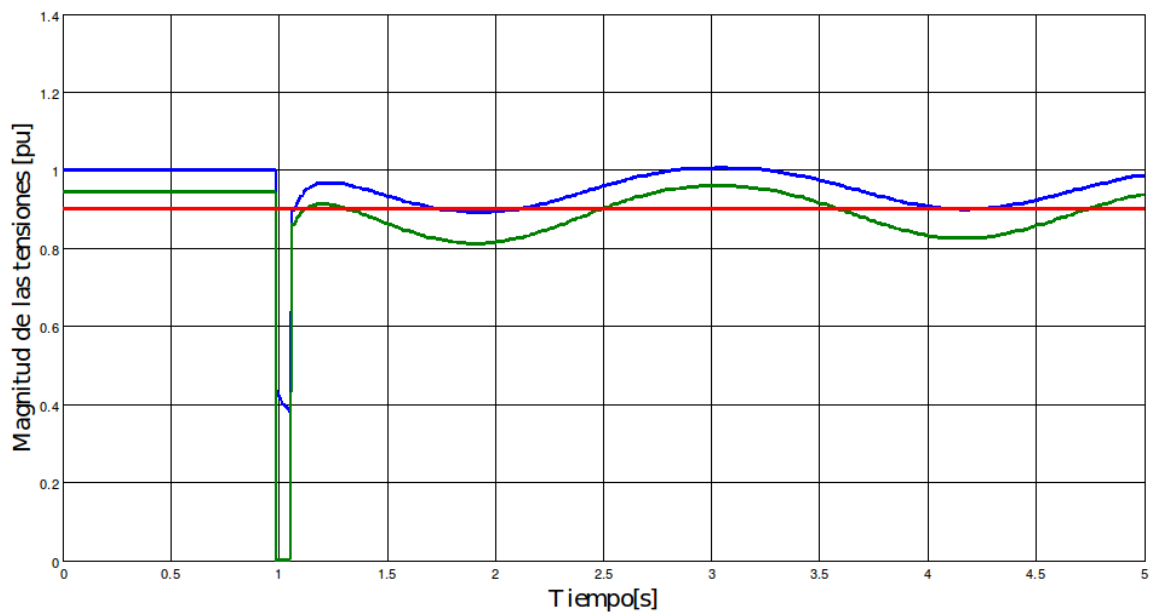


Figura 23.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico

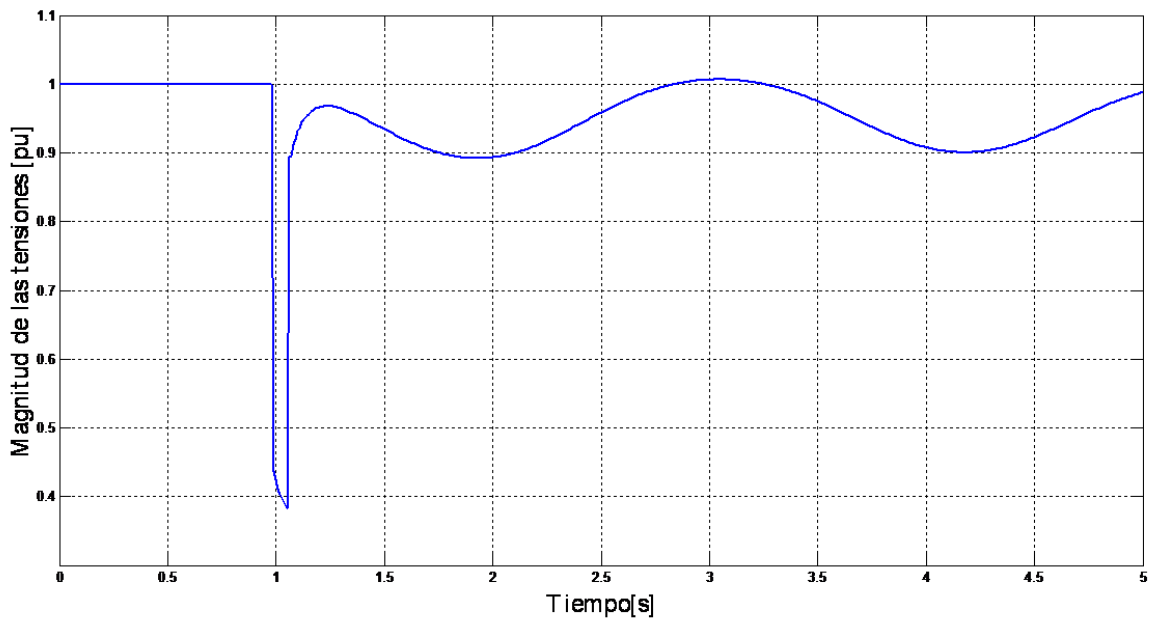
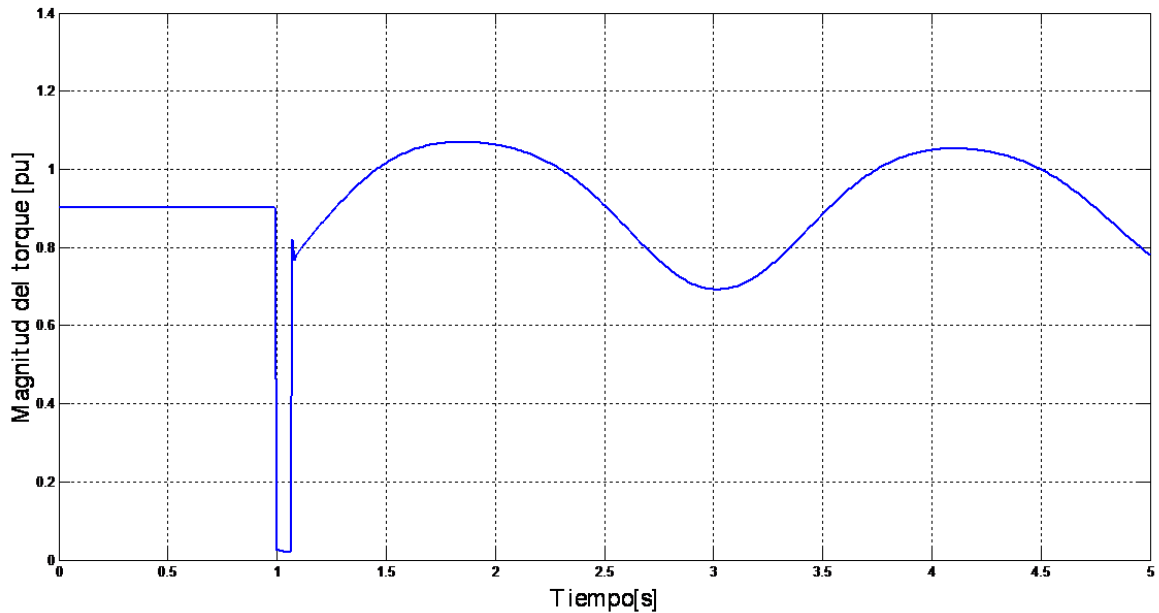


Figura 24.: Magnitud del par del generador - Modelo clásico



---

**5.1.2 Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR)** El modelo con regulador automático de tensión (AVR) de la máquina se describe a través de las ecuaciones de movimiento, del circuito rotor y estator expuestas en la sección (2.1), así como las ecuaciones del sistema

de excitación que se refieren al AVR expuestas en la sección (2.2). En la tabla (2) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

TABLA 2.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,375	0,00625	198,330	3,30550
2	0,377	0,00628	198,240	3,30400
3	0,369	0,00615	198,235	3,30392
4	0,372	0,00620	198,325	3,30542
5	0,374	0,00623	197,998	3,29996
6	0,375	0,00625	198,345	3,28908
7	0,376	0,00627	198,324	3,28873
8	0,375	0,00625	198,362	3,28936
9	0,372	0,00620	198,338	3,28897
10	0,374	0,00623	198,325	3,28875
Promedio	0,374	0,00623	198,282	3,30470

En las figuras (25) a (29) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 25.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR

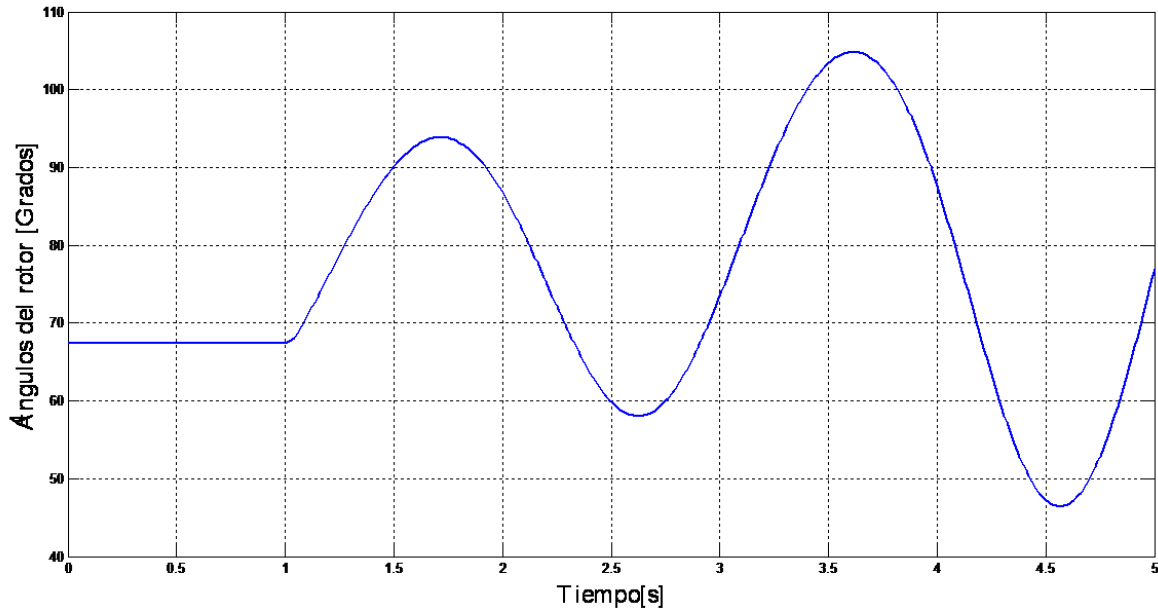


Figura 26.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR

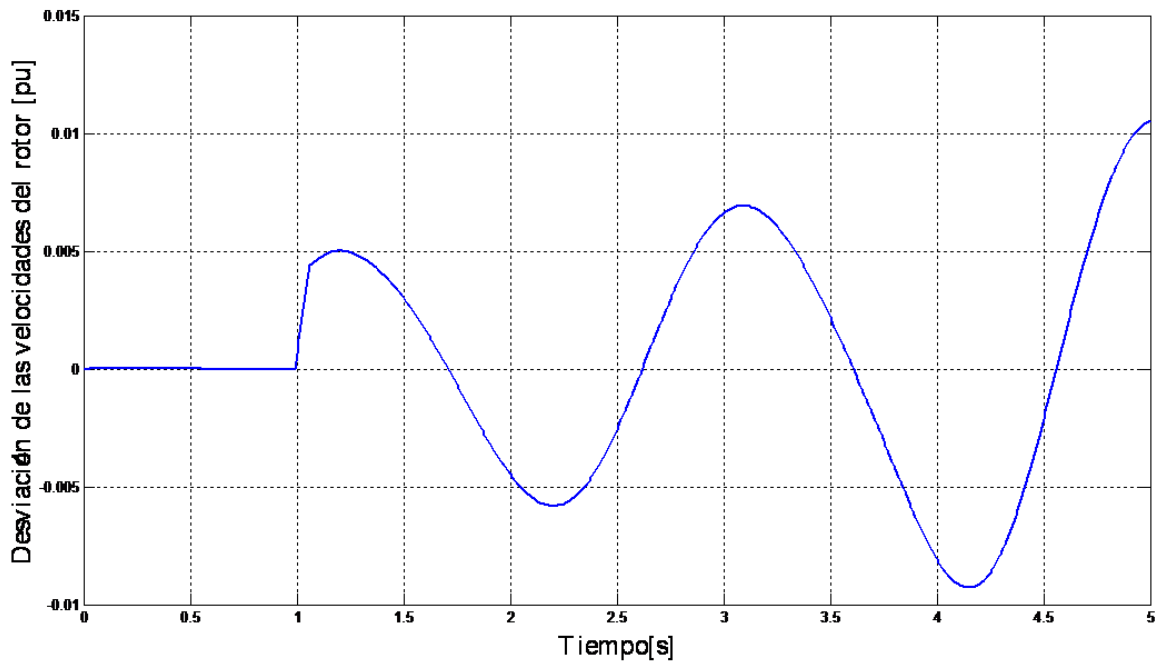


Figura 27.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR

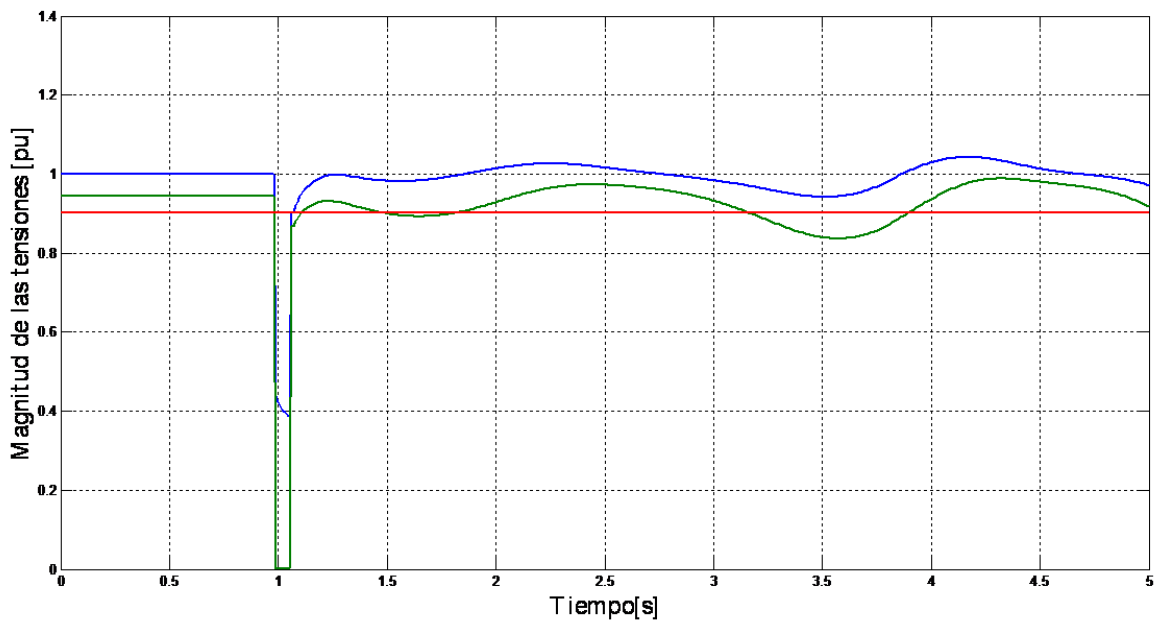


Figura 28.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR

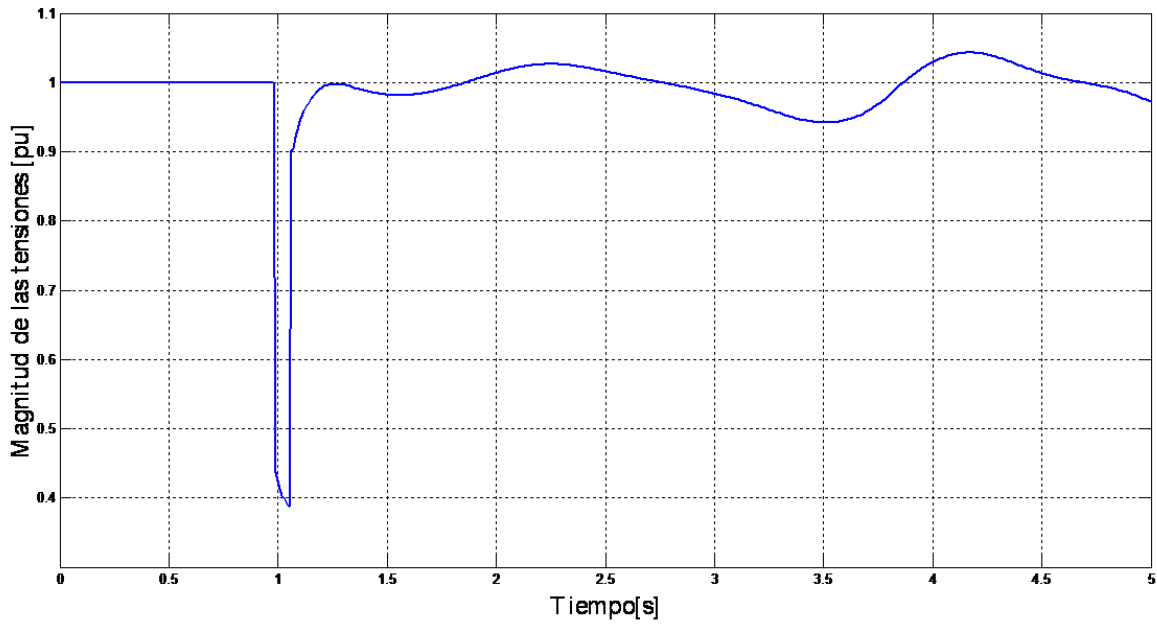
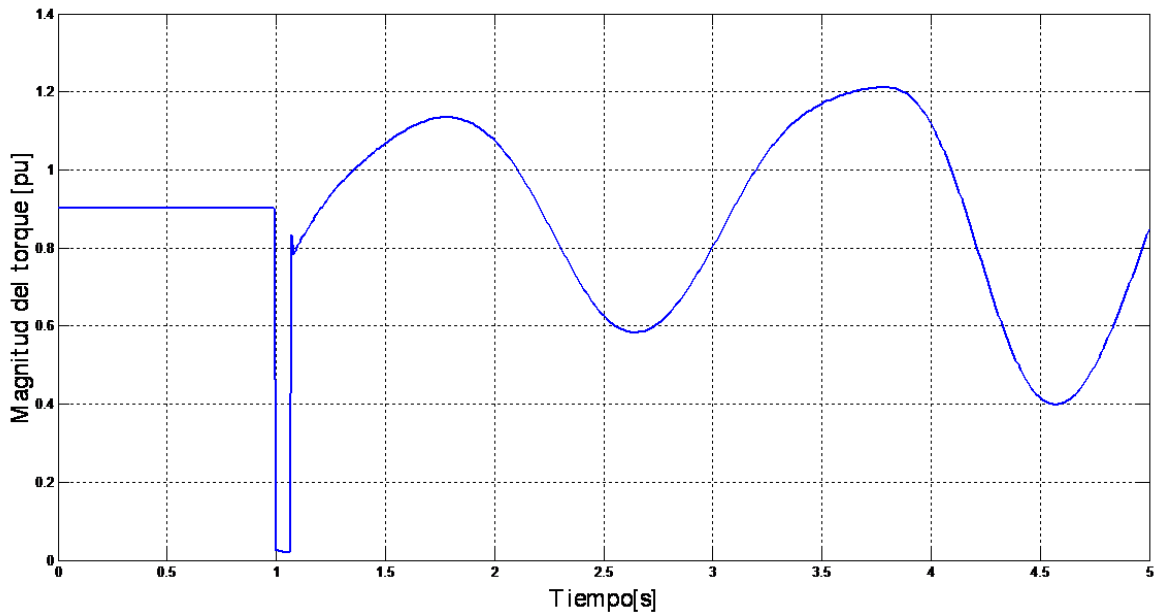


Figura 29.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR



**5.1.3 Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS)** El modelo con regulador automático de tensión (AVR) y estabilizador del sistema de potencia (PSS) de la máquina se describe a través de las ecuaciones de

movimiento, del circuito rotor y estator expuestas en la sección (2.1), así como las ecuaciones del sistema de excitación que se refieren al AVR y PSS expuestas en la sección (2.2) donde la representación general se da a partir de la figura (13). En la tabla (3) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

TABLA 3.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,390	0,00650	188,362	3,13937
2	0,387	0,00645	188,354	3,13923
3	0,391	0,00652	188,345	3,13908
4	0,392	0,00653	188,234	3,13723
5	0,389	0,00648	187,989	3,13315
6	0,390	0,00650	188,295	3,12158
7	0,390	0,00650	188,365	3,12275
8	0,391	0,00652	188,360	3,12267
9	0,389	0,00648	188,358	3,12263
10	0,391	0,00652	188,355	3,12258
Promedio	0,390	0,00650	188,302	3,13836

En las figuras (30) a (34) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 30.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS

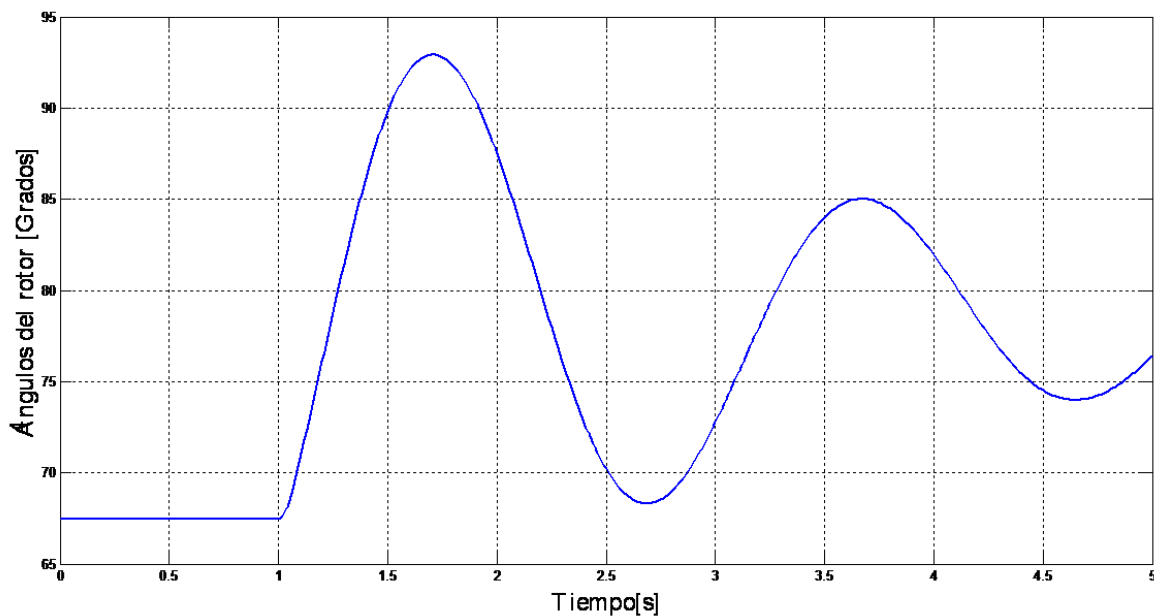


Figura 31.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS

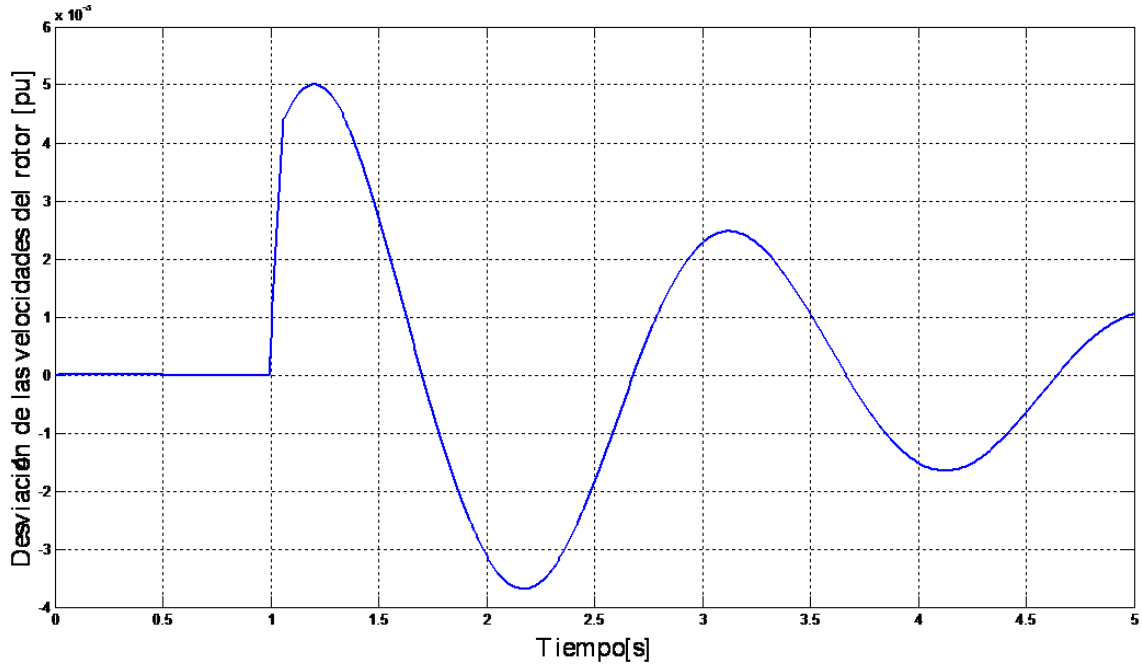


Figura 32.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS

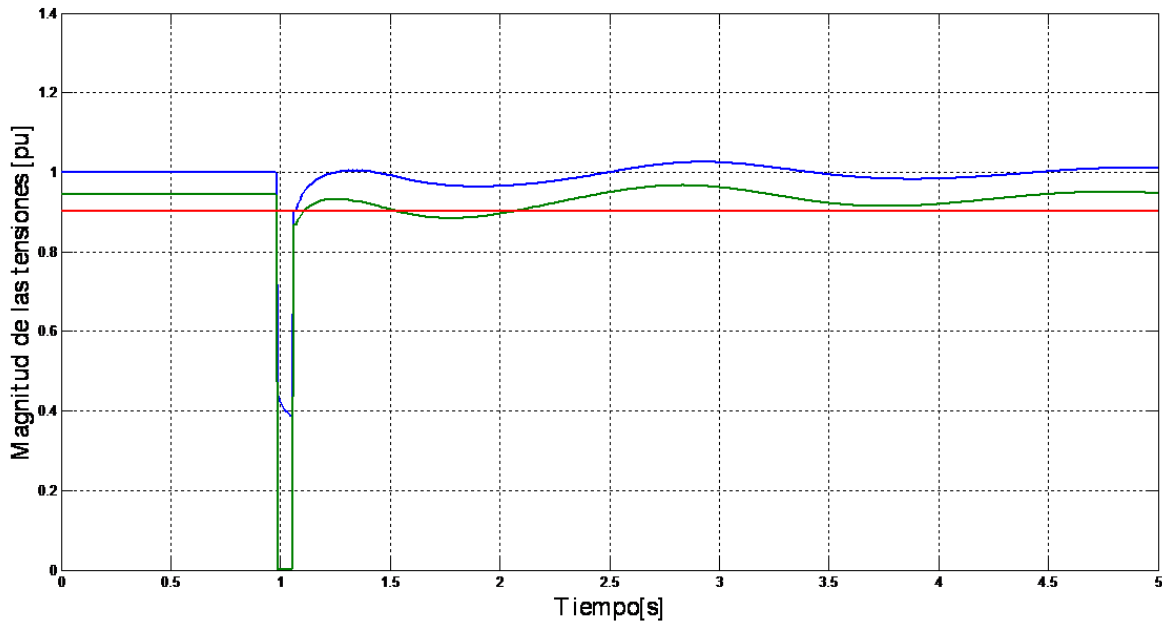


Figura 33.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS

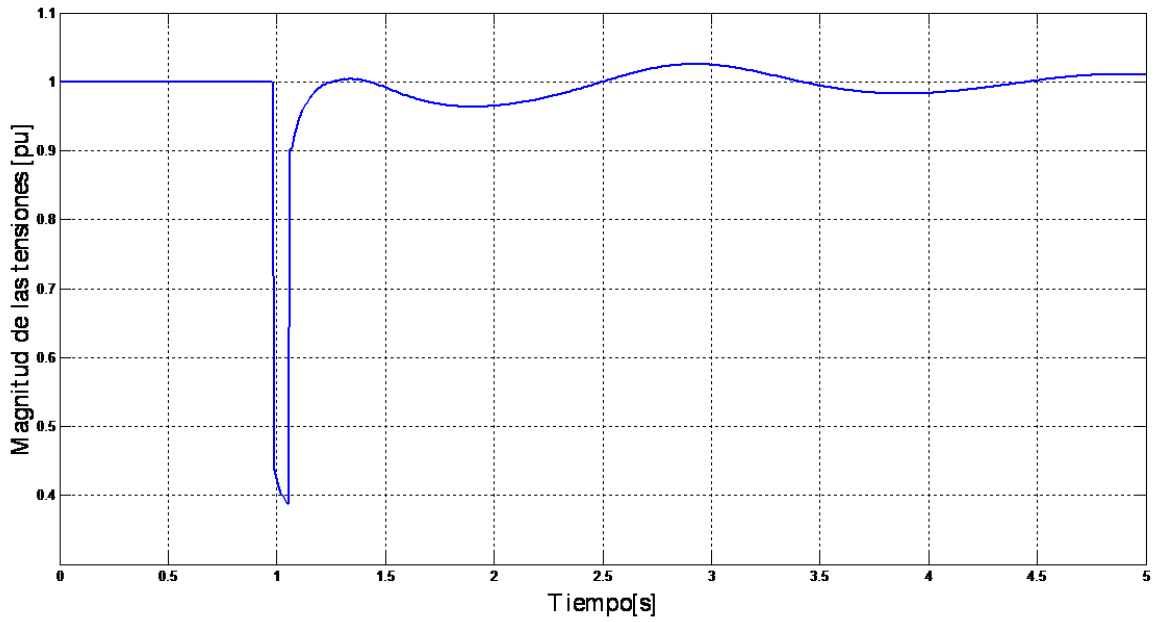
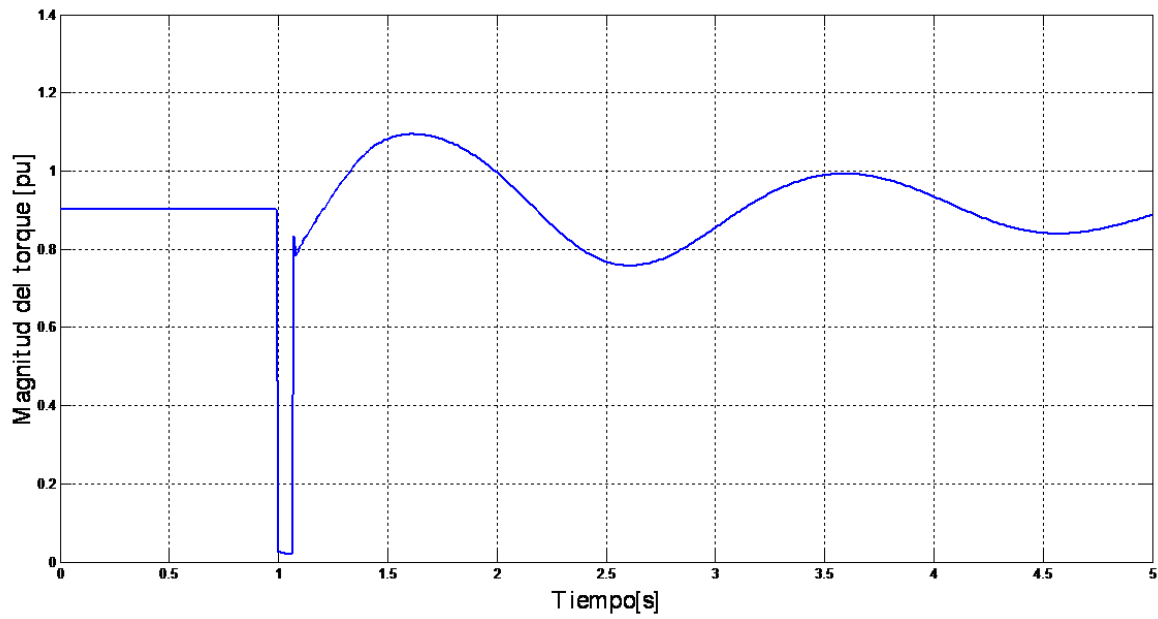


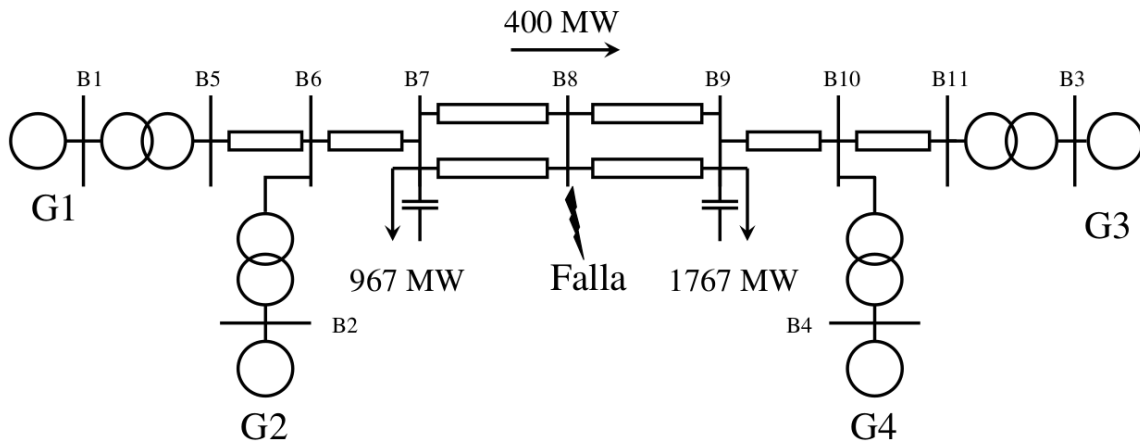
Figura 34.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS



## 5.2 CASO 2: SISTEMA DE ONCE (11) BARRAS Y CUATRO (4) GENERADORES

El segundo caso consiste en un sistema de dos áreas que cuenta con once (11) barras en total y cuatro (4) generadores (ver *figura (35)*), el cual corresponde al ejemplo 12.6 del libro de KUNDUR<sup>29</sup> presentado con el fin de estudiar las oscilaciones interárea. La perturbación considerada es una falla trifásica en el extremo cercano a la barra 8 de uno de los circuitos entre las barras 7 y 8. La falla se presenta 1 [s] después de iniciarse la simulación y es despejada mediante la salida del circuito correspondiente 70 [ms] luego del evento.

Figura 35.: Sistema máquina barra infinita



FUENTE: KUNDUR, Prabha. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994. ISBN 0-07-035958. Traducida por las Autoras.

Siguiendo este sistema de potencia y empleando los tres modelos anteriormente nombrados se realizan las simulaciones a través de la CPU y GPU (10 veces en cada unidad) con el fin de comparar tiempos de procesamiento. Cabe destacar que se estableció sobre un tiempo de simulación igual a 5 [s] en cada caso.

**5.2.1 Modelo clásico** En la tabla (4) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

<sup>29</sup>KUNDUR, Op. cit., p. 813.

TABLA 4.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,750	0,01250	130,830	2,18050
2	0,745	0,01242	132,237	2,20395
3	0,748	0,01246	131,259	2,18765
4	0,752	0,01253	130,090	2,18483
5	0,751	0,01252	130,756	2,17927
6	0,750	0,01250	130,655	2,17758
7	0,745	0,01242	130,745	2,17908
8	0,752	0,01253	130,747	2,17912
9	0,750	0,01250	130,756	2,17927
10	0,745	0,01242	131,045	2,18408
Promedio	0,749	0,01248	130,912	2,18186

En las *figuras* (36) a (40) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 36.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico

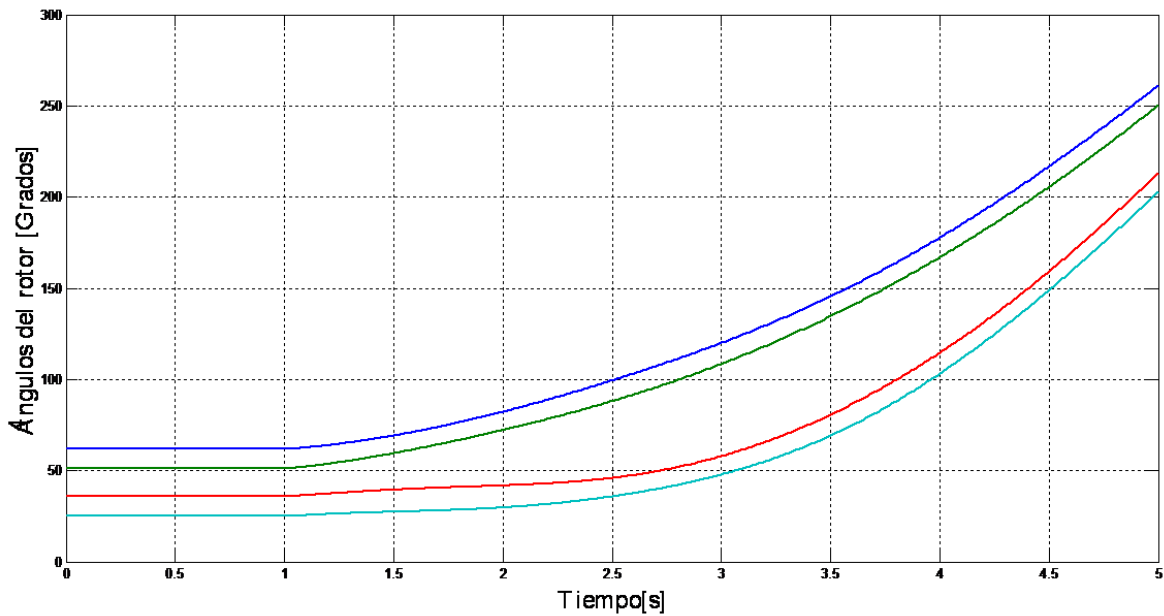


Figura 37.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico

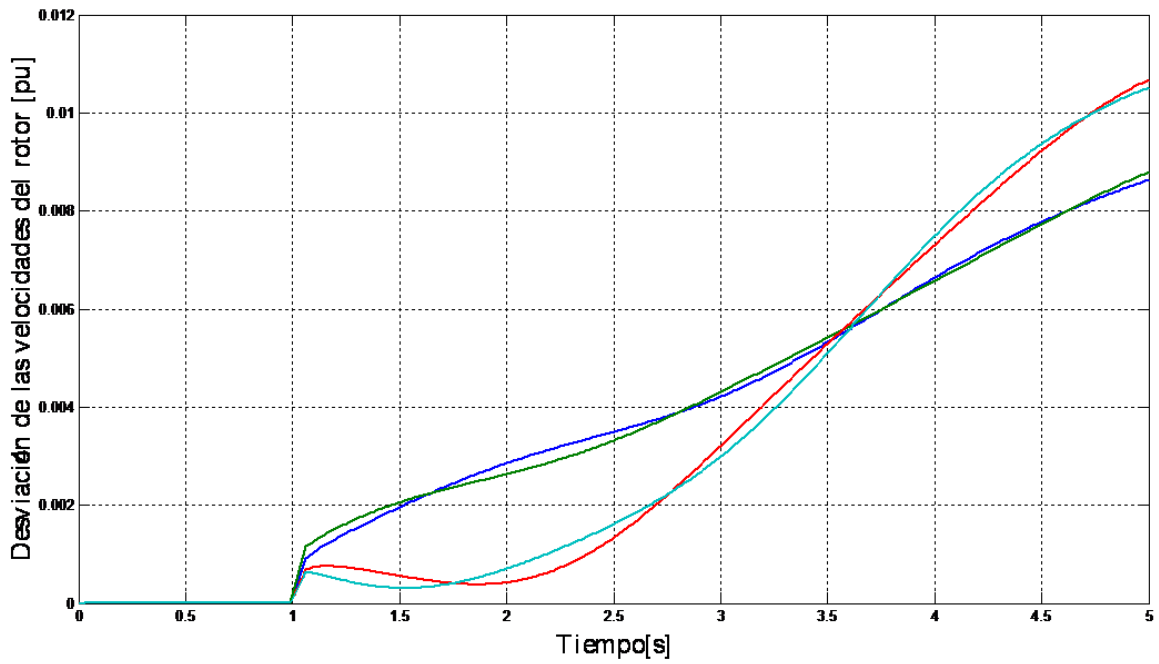


Figura 38.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico

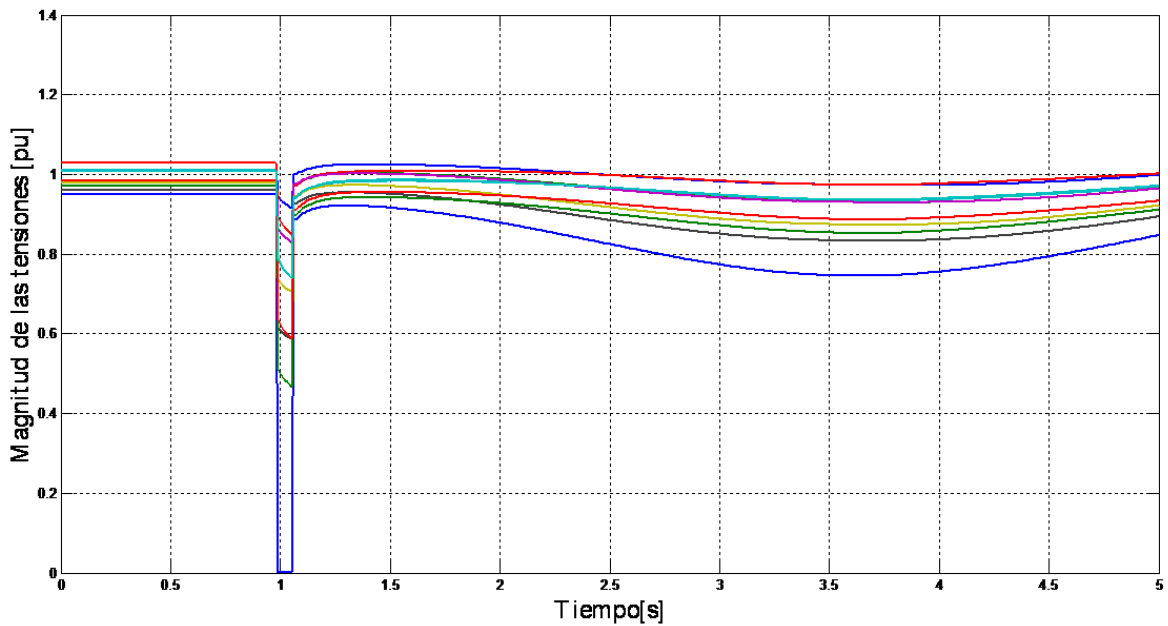


Figura 39.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico

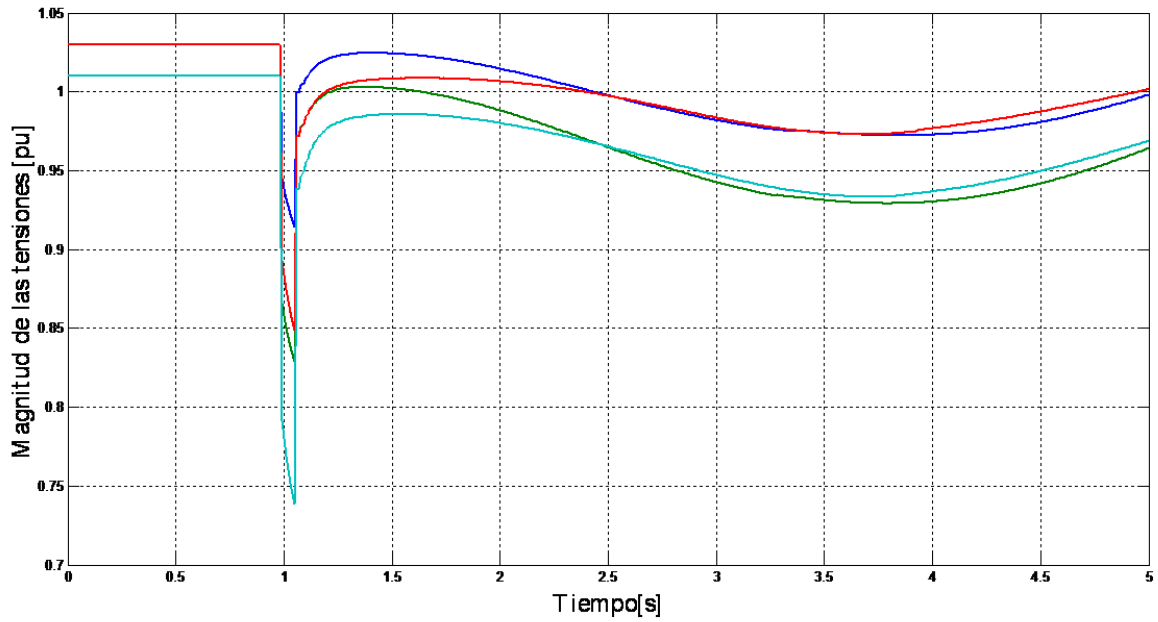
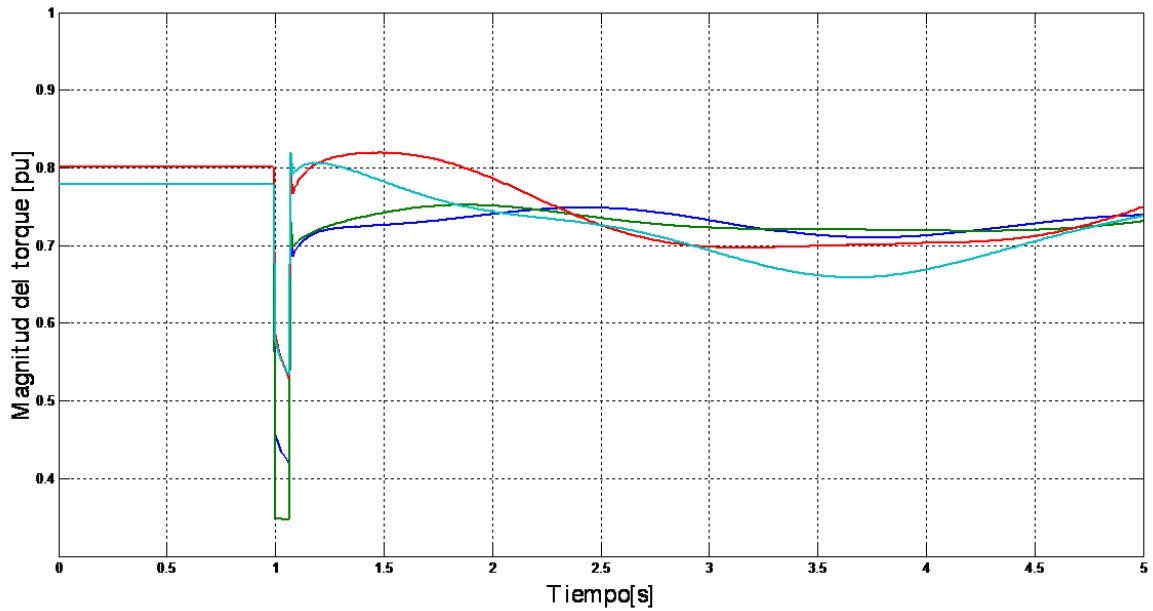


Figura 40.: Magnitud del par del generador - Modelo clásico



5.2.2 *Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR)* En la tabla (5) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

TABLA 5.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<b>Registro</b>	<b>CPU</b>		<b>GPU</b>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,734	0,01223	125,689	2,09482
2	0,734	0,01223	125,686	2,09476
3	0,736	0,01227	125,688	2,09480
4	0,729	0,01215	125,672	2,09453
5	0,732	0,01220	125,680	2,09467
6	0,734	0,01223	125,686	2,09476
7	0,736	0,01227	125,688	2,09480
8	0,734	0,01223	125,689	2,09482
9	0,737	0,01228	125,687	2,09478
10	0,729	0,01215	125,686	2,09476
Promedio	0,734	0,01223	125,685	2,09475

En las figuras (41) a (45) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 41.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR

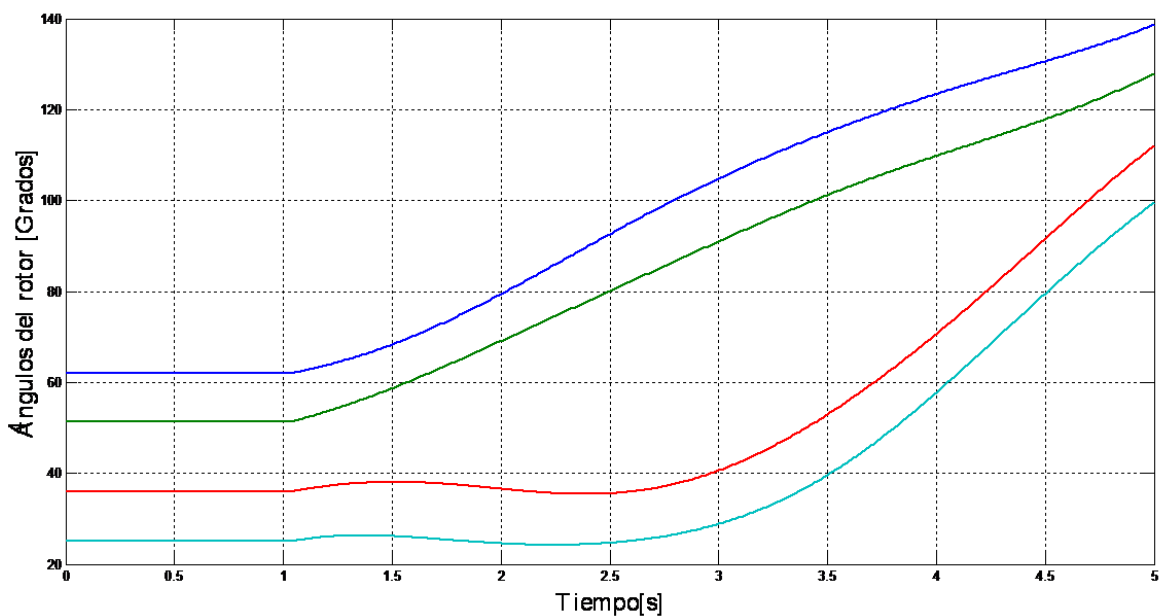


Figura 42.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR

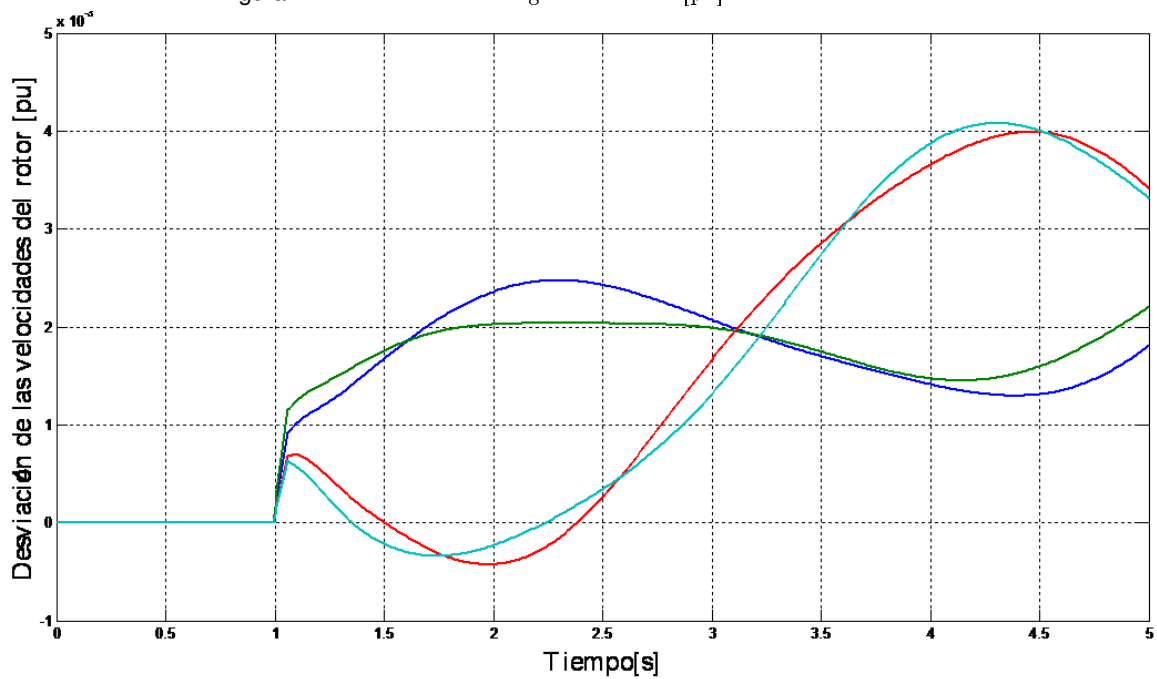


Figura 43.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR

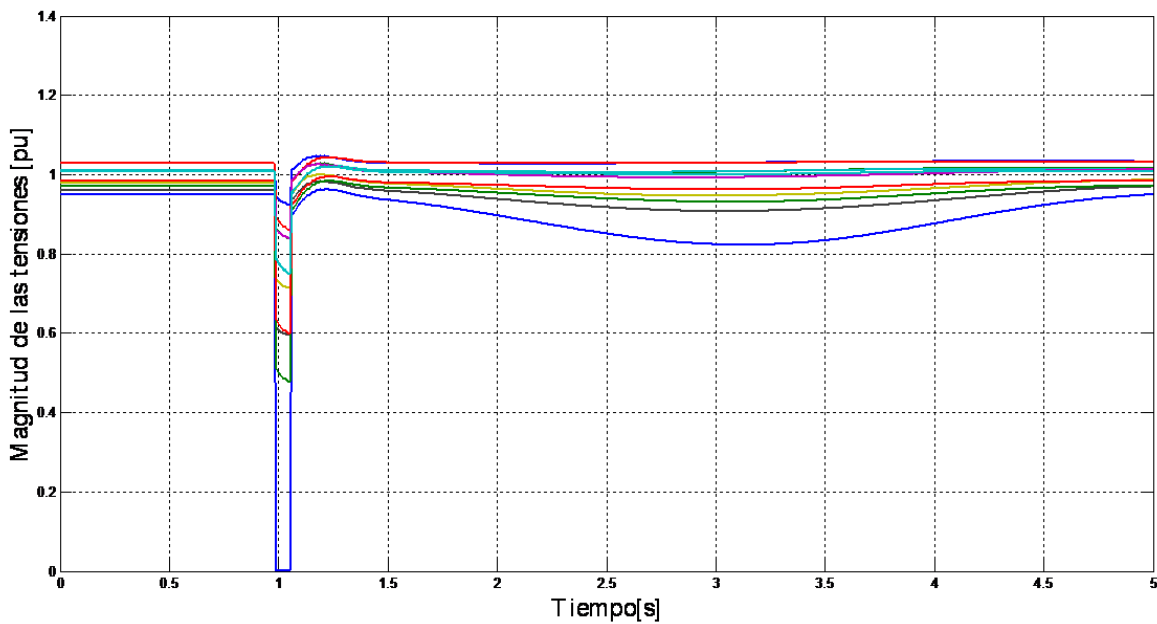


Figura 44.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR

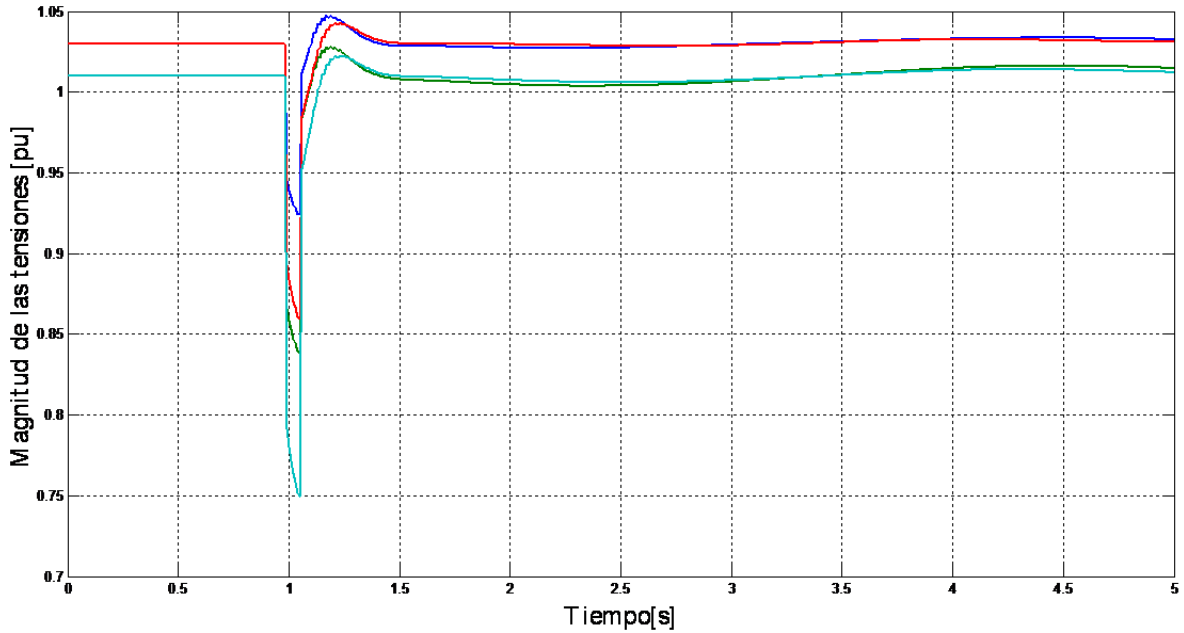
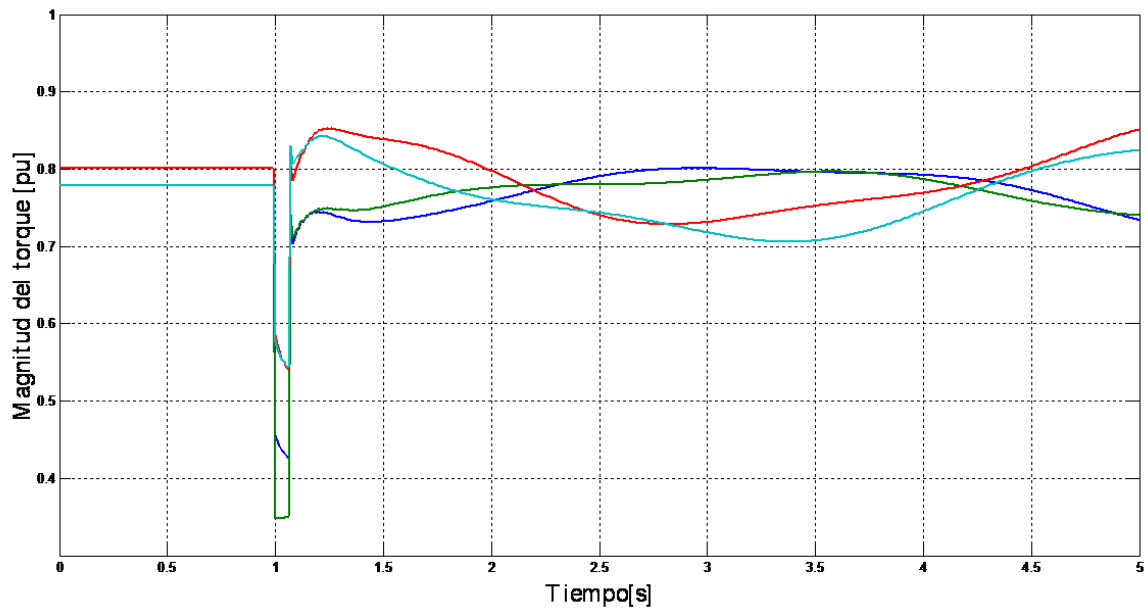


Figura 45.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR



5.2.3 Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) En la tabla (6) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

TABLA 6.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	0,719	0,01198	128,112	2,13520
2	0,703	0,01172	128,454	2,14090
3	0,708	0,01180	128,463	2,14105
4	0,720	0,01200	130,064	2,13440
5	0,698	0,01163	129,189	2,15315
6	0,703	0,01172	128,115	2,13525
7	0,720	0,01200	128,365	2,13942
8	0,718	0,01197	129,160	2,13600
9	0,703	0,01172	128,458	2,14097
10	0,701	0,01168	128,115	2,13525
Promedio	0,709	0,01182	128,650	2,14416

En las *figuras* (46) a (34) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 46.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS

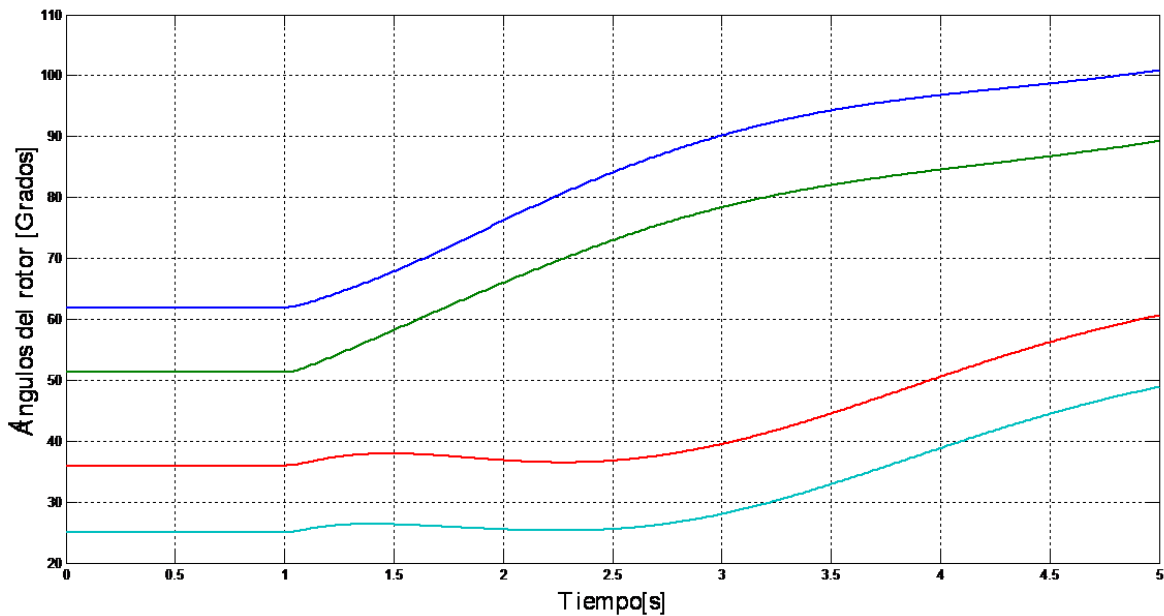


Figura 47.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS

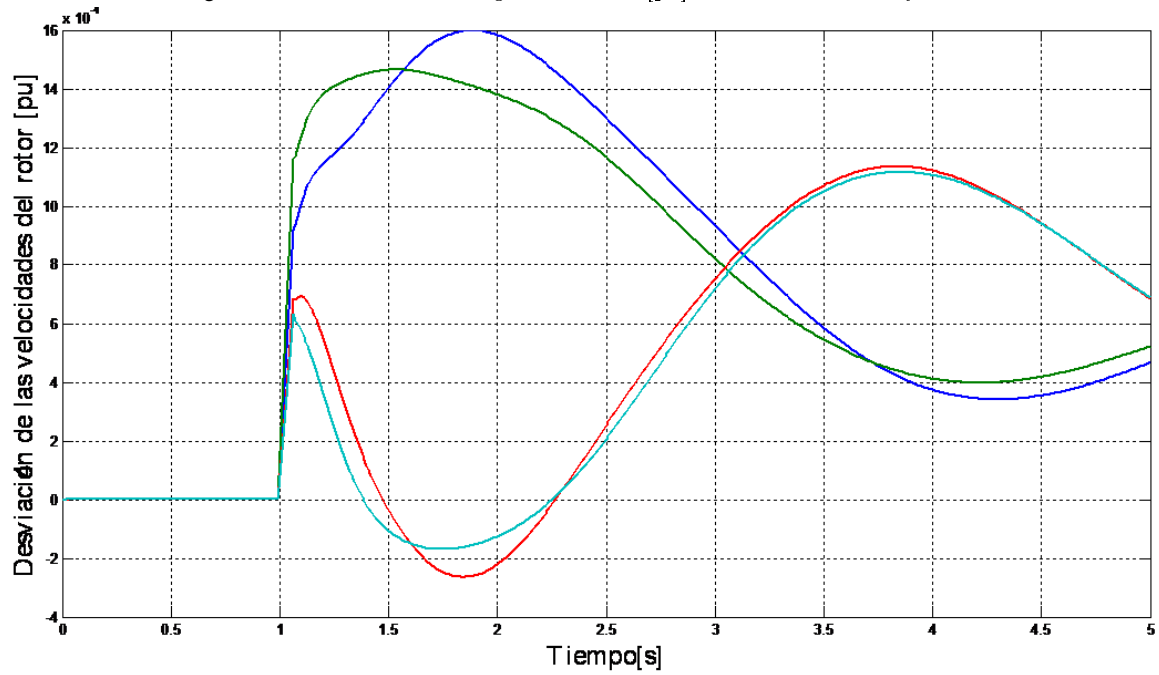


Figura 48.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS

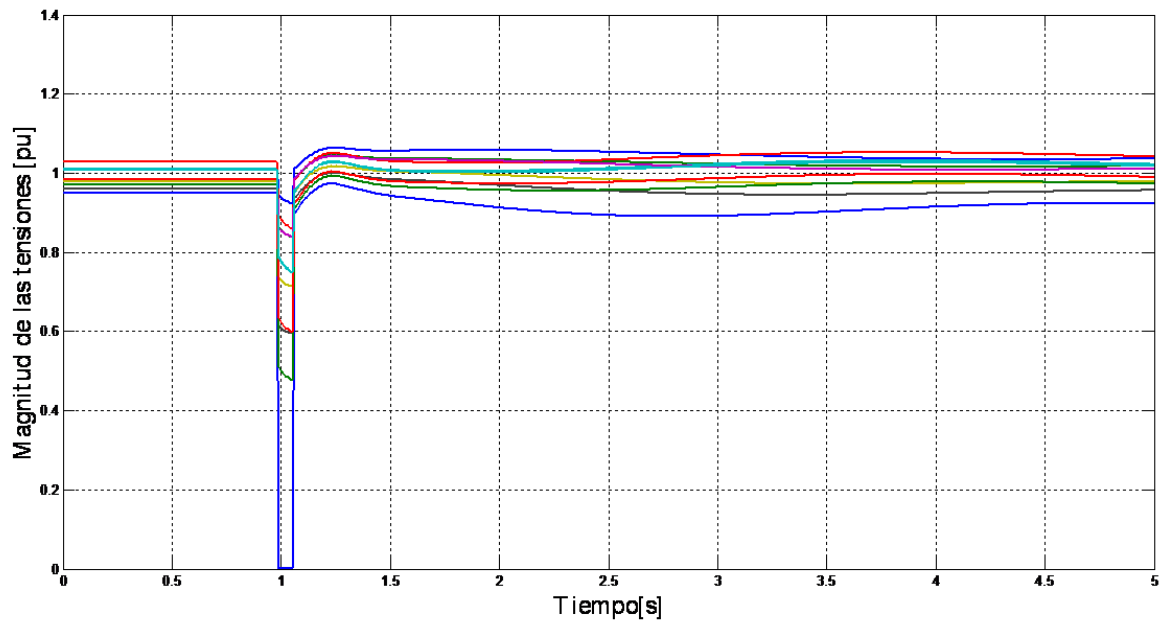


Figura 49.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS

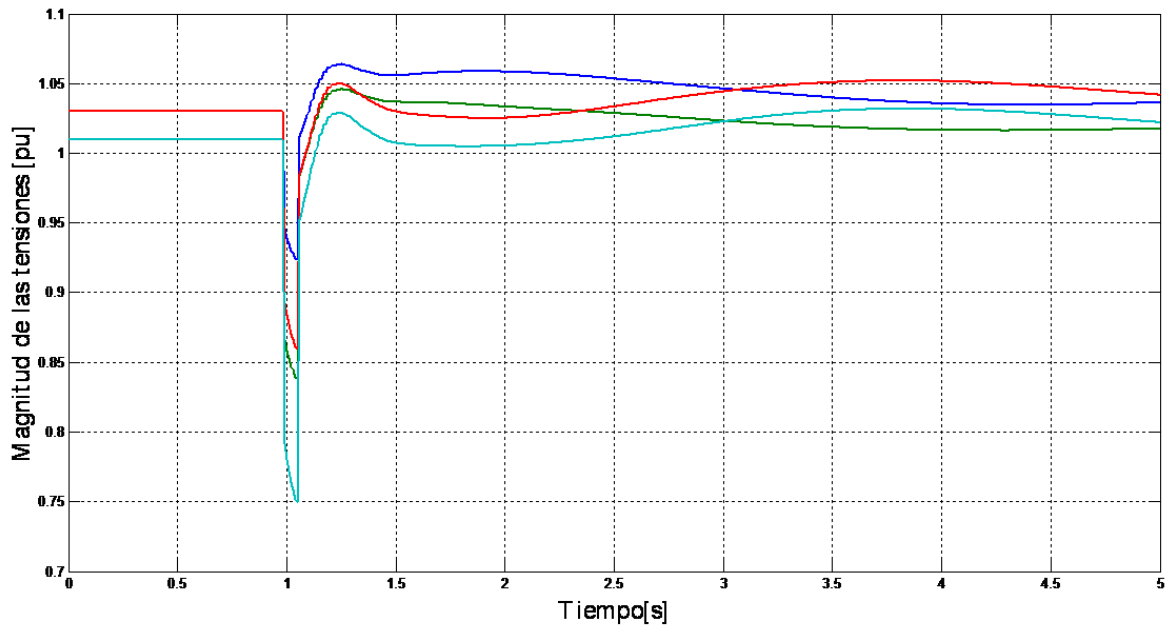
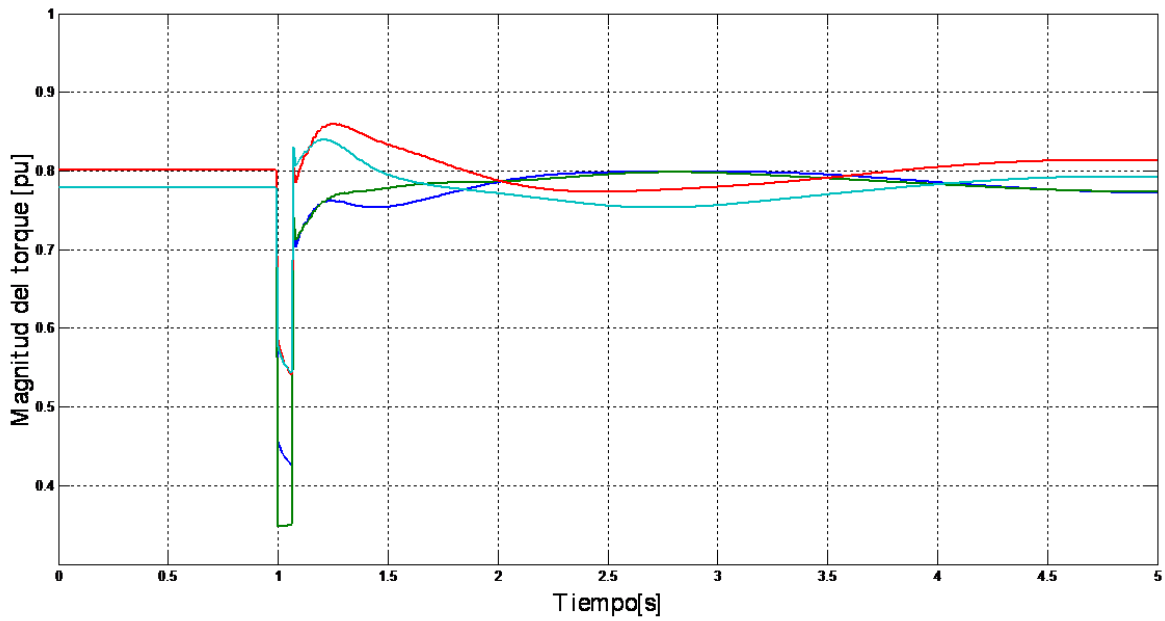


Figura 50.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS



### 5.3 CASO 3: SISTEMA DE CIENTO DIECIOCHO (118) BARRAS Y CINCUENTA Y CUATRO (54) GENERADORES

El segundo caso consiste en un sistema de dos áreas que cuenta con ciento dieciocho (118) barras en total y cincuenta y cuatro (54) generadores planteado como caso de estudio por el IEEE<sup>30</sup>. La perturbación considerada es una falla trifásica que ocurre entre las barras 40 y 41 y se ubica en el extremo cercano a la barra 40. La falla se presenta 1 [s] después de iniciarse la simulación y es despejada mediante la salida del circuito correspondiente 70 [ms] luego del evento.

Siguiendo el sistema de potencia descrito y empleando los tres modelos anteriormente nombrados se realizan las simulaciones a través de la CPU y GPU (10 veces en cada unidad sobre un tiempo de simulación igual a 5 [s]) con el fin de comparar tiempos de procesamiento.

**5.3.1 Modelo clásico** En la tabla (7) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos representando la máquina síncrona mediante el modelo clásico, según la unidad empleada.

TABLA 7.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo clásico.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	8,328	0,13880	161,052	2,68420
2	8,326	0,13877	161,237	2,68728
3	8,329	0,13882	163,579	2,72632
4	8,328	0,13880	165,705	2,76175
5	8,330	0,13883	165,686	2,76143
6	8,326	0,13877	161,765	2,69608
7	8,326	0,13877	162,895	2,71492
8	8,328	0,13880	161,237	2,70395
9	8,330	0,13883	162,895	2,71492
10	8,331	0,13885	163,578	2,72630
Promedio	8,328	0,13880	162,963	2,71605

En las figuras (51) a (55) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

<sup>30</sup>R. Zimmerman and D. Gan, Op. cit.

Figura 51.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo clásico

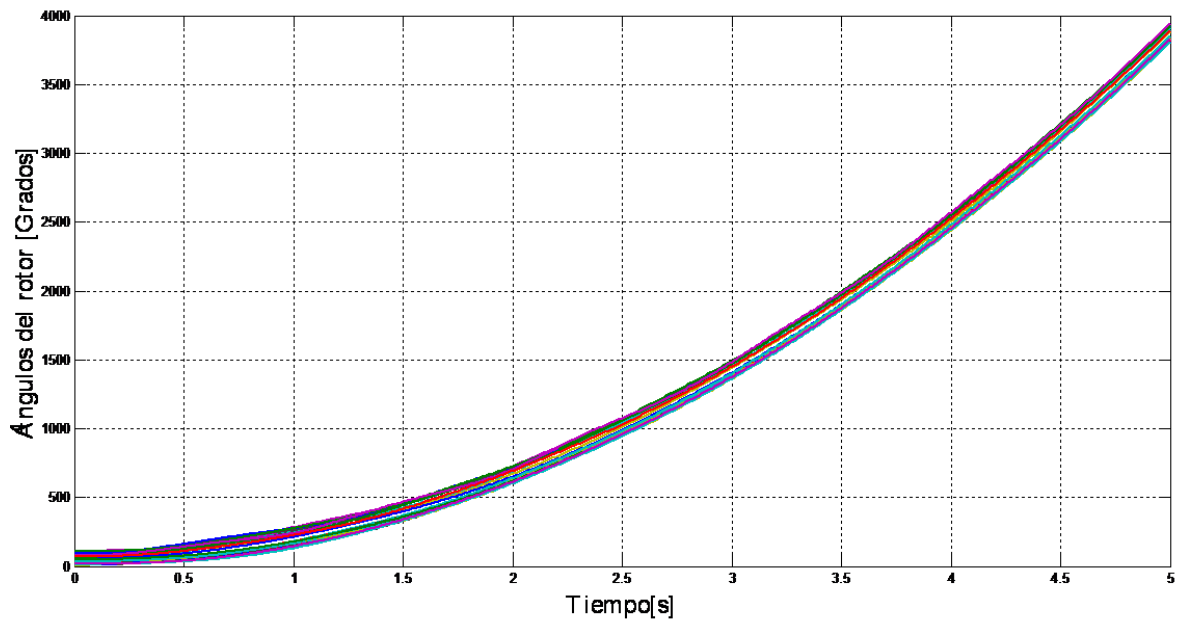


Figura 52.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo clásico

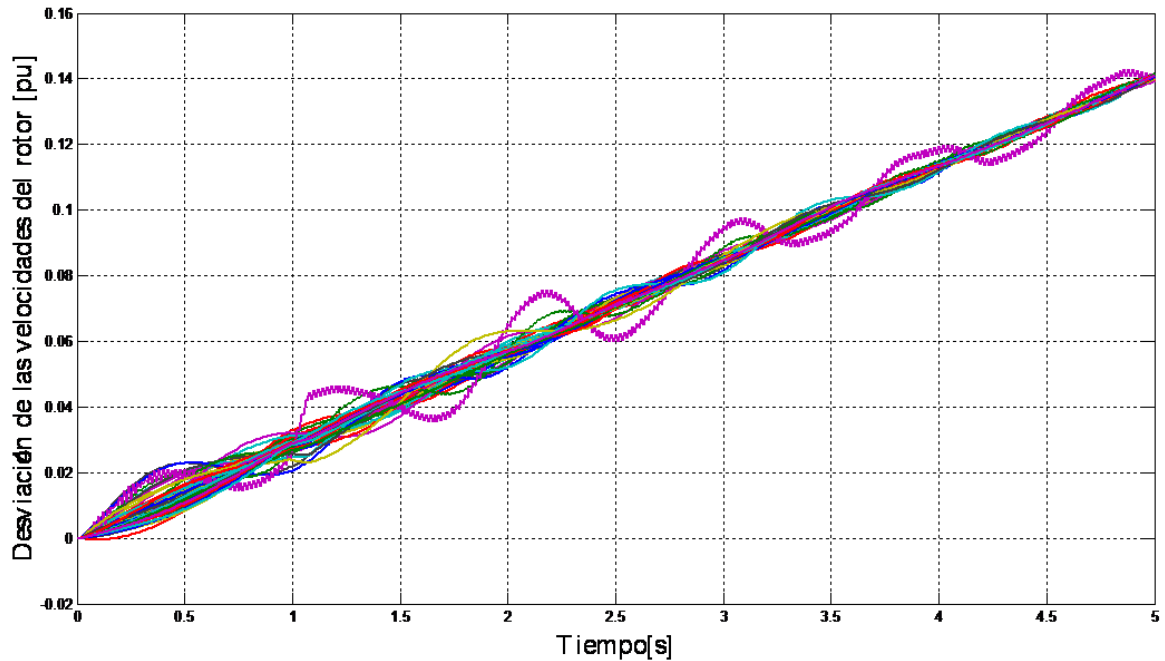


Figura 53.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo clásico

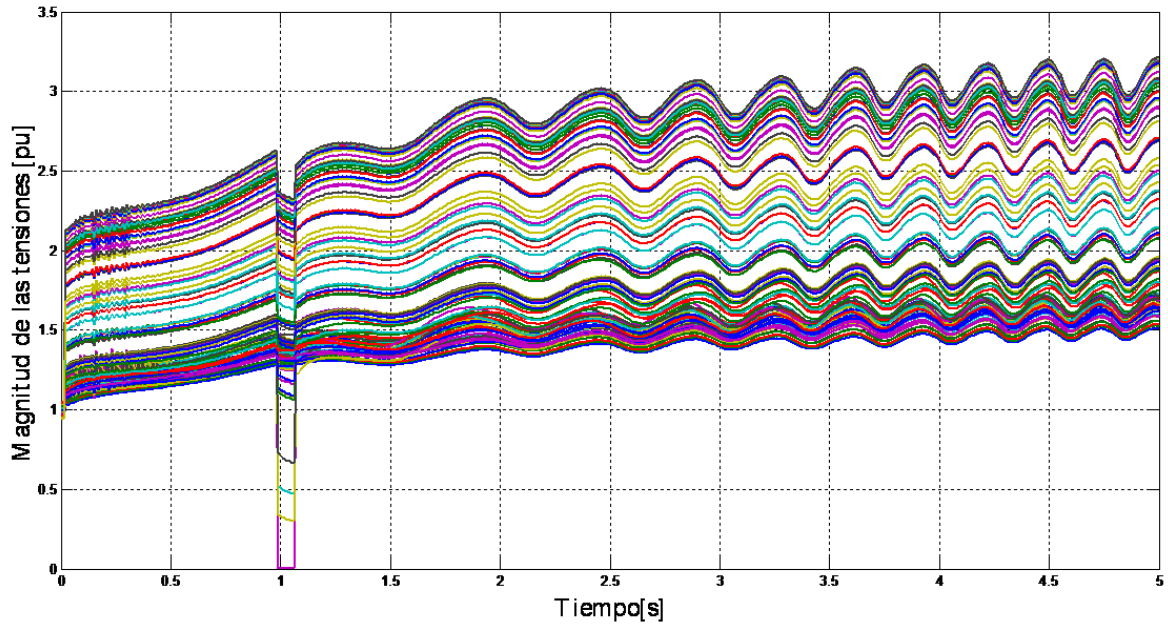


Figura 54.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo clásico

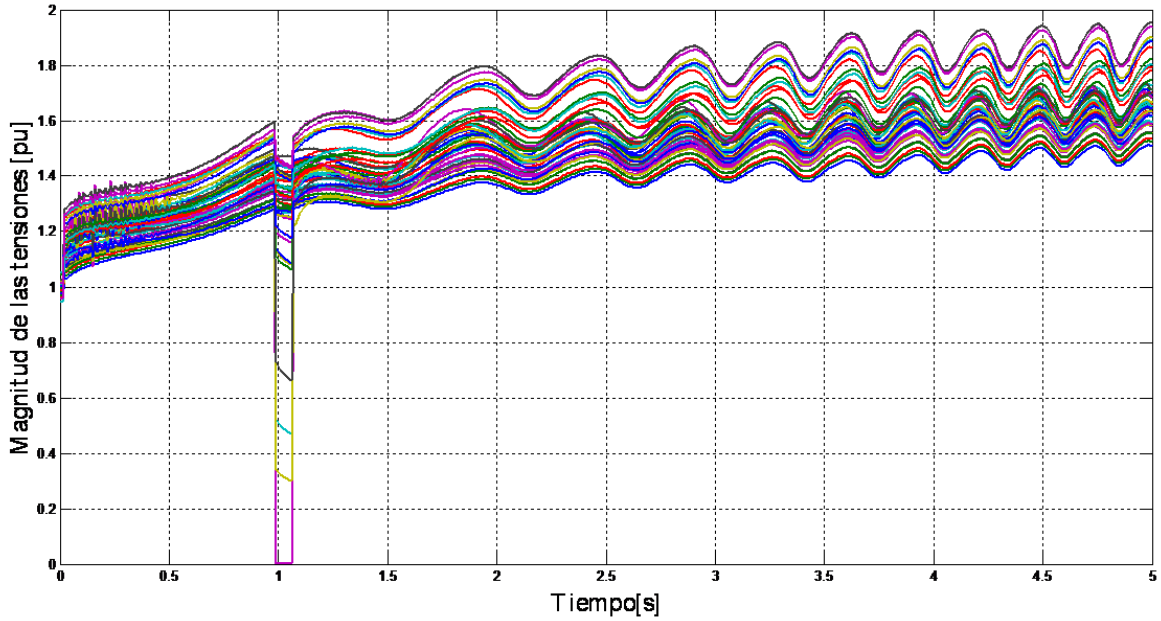
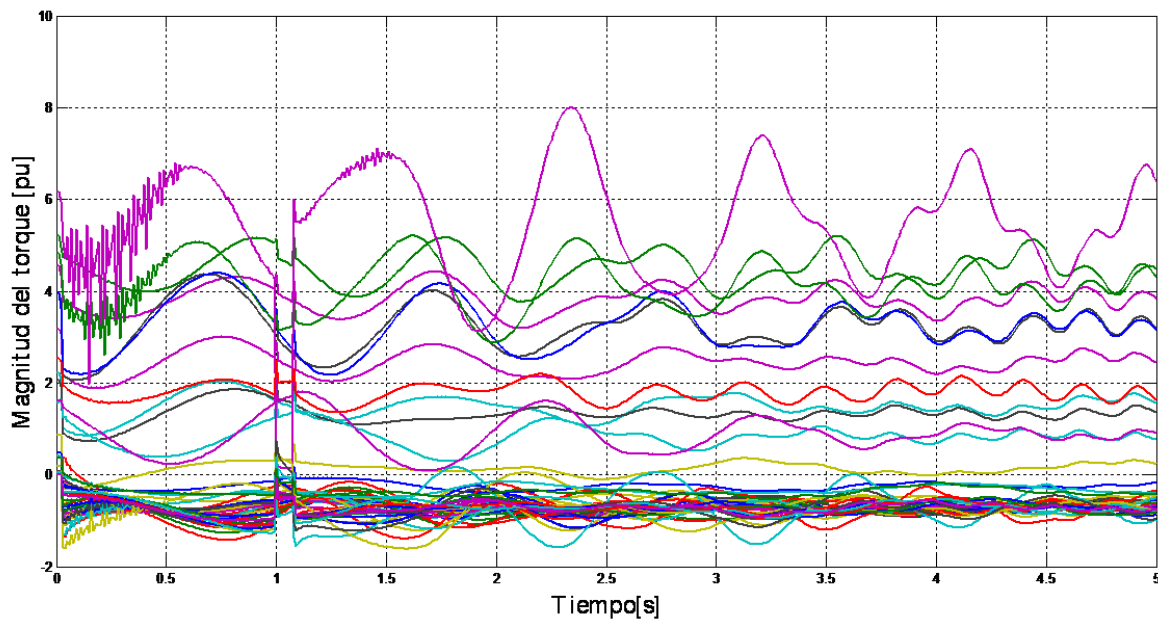


Figura 55.: Magnitud del par del generador - Modelo clásico



**5.3.2 Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR)** En la tabla (8) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos representando la máquina síncrona mediante el modelo con regulador automático de tensión (AVR) según la unidad empleada.

TABLA 8.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	8,313	0,13855	136,002	2,26670
2	8,314	0,13856	135,889	2,26482
3	8,310	0,13850	136,018	2,26697
4	8,318	0,13863	136,004	2,26673
5	8,312	0,13853	136,010	2,26683
6	8,310	0,13850	135,986	2,26643
7	8,315	0,13858	135,988	2,26647
8	8,318	0,13863	136,009	2,26682
9	8,314	0,13856	135,987	2,26645
10	8,318	0,13863	136,006	2,26677
Promedio	8,314	0,13856	135,989	2,26498

En las figuras (56) a (60) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 56.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR

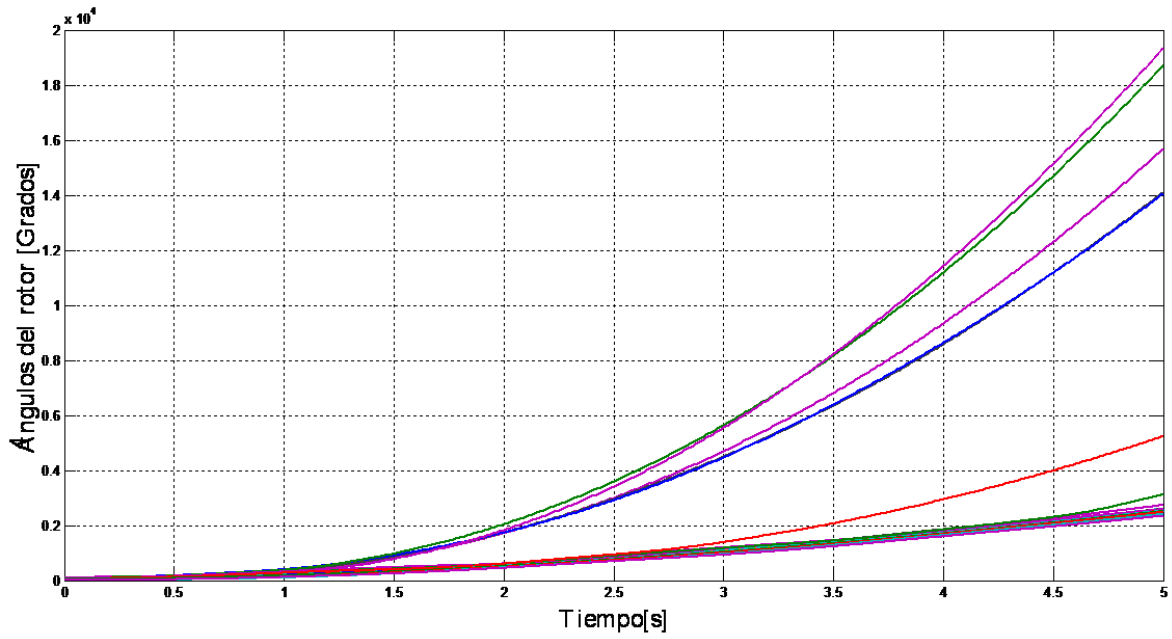


Figura 57.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR

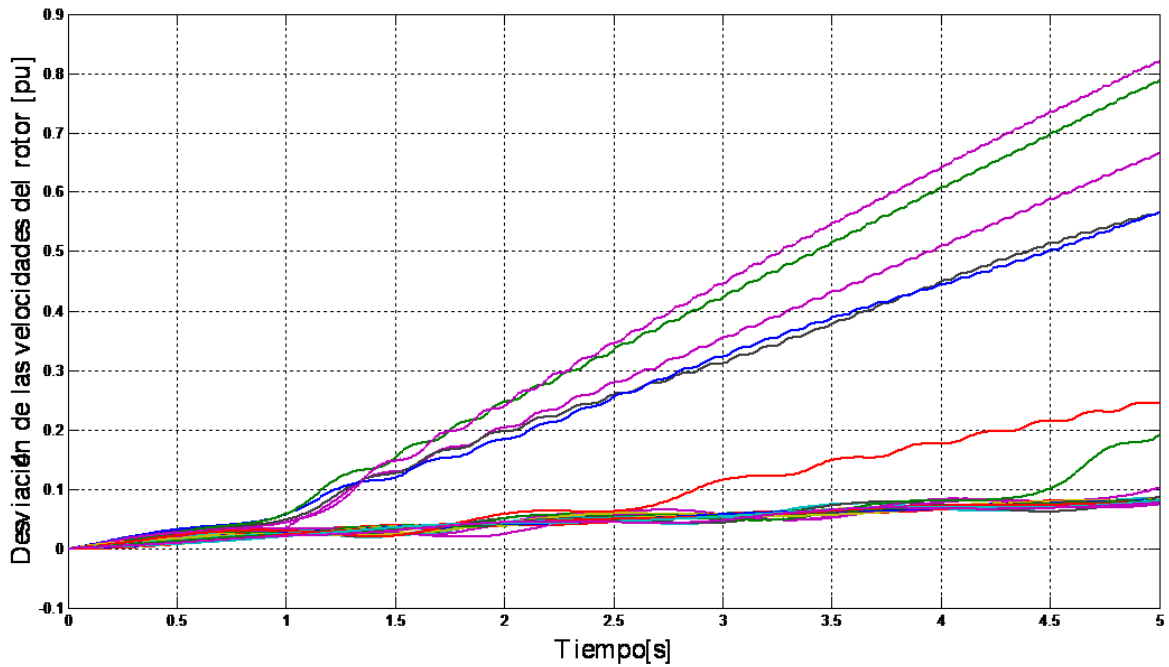


Figura 58.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR

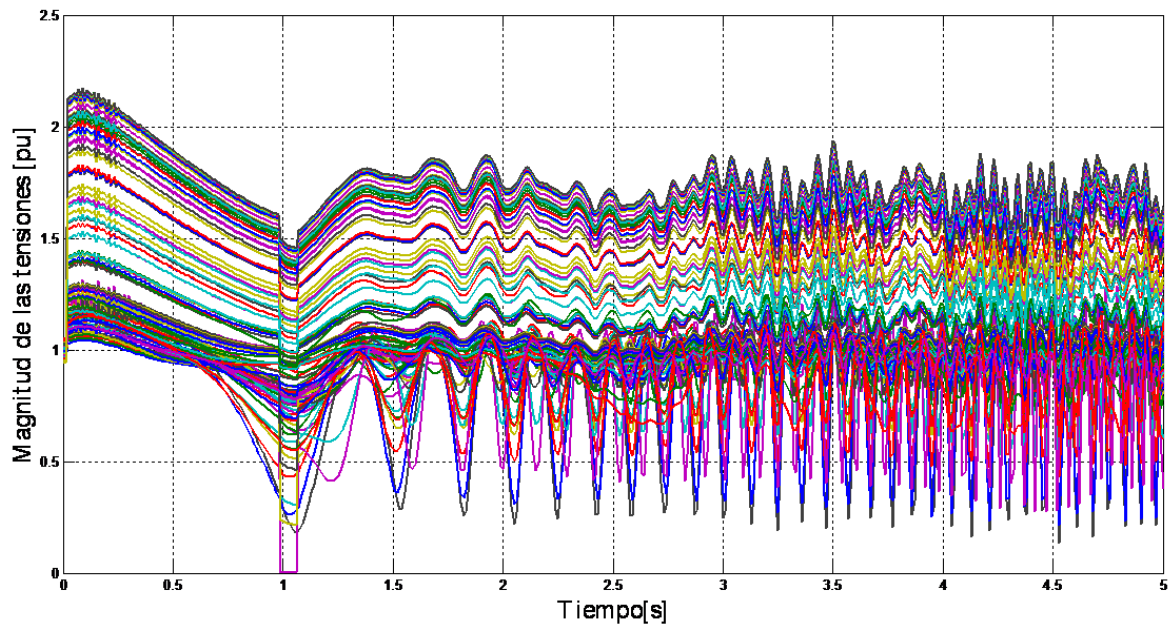


Figura 59.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR

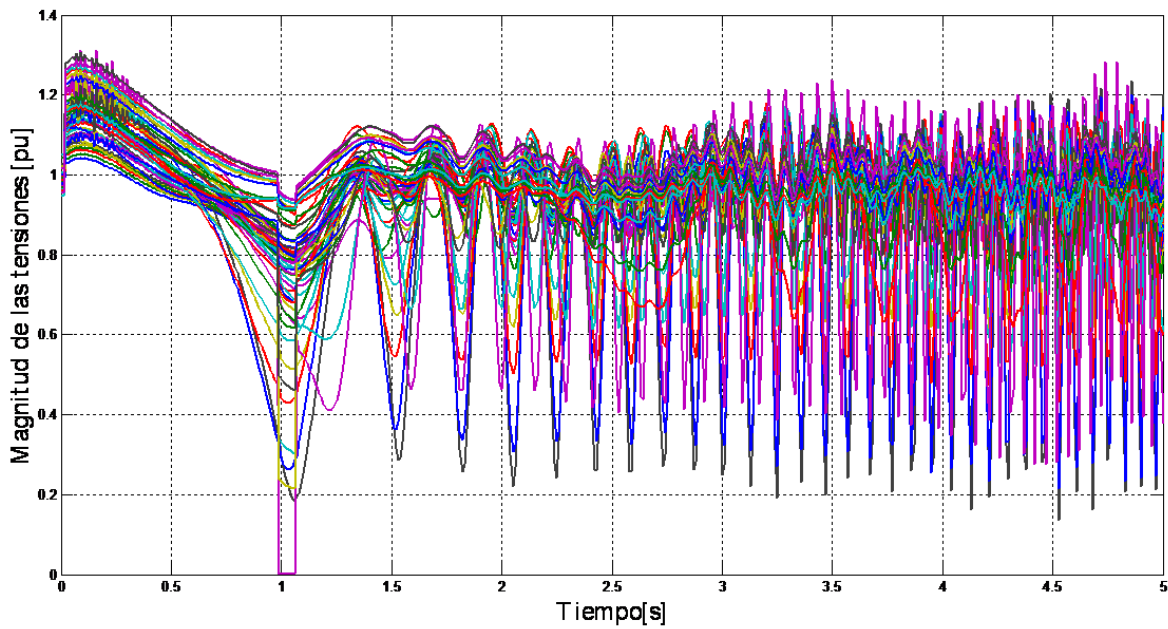
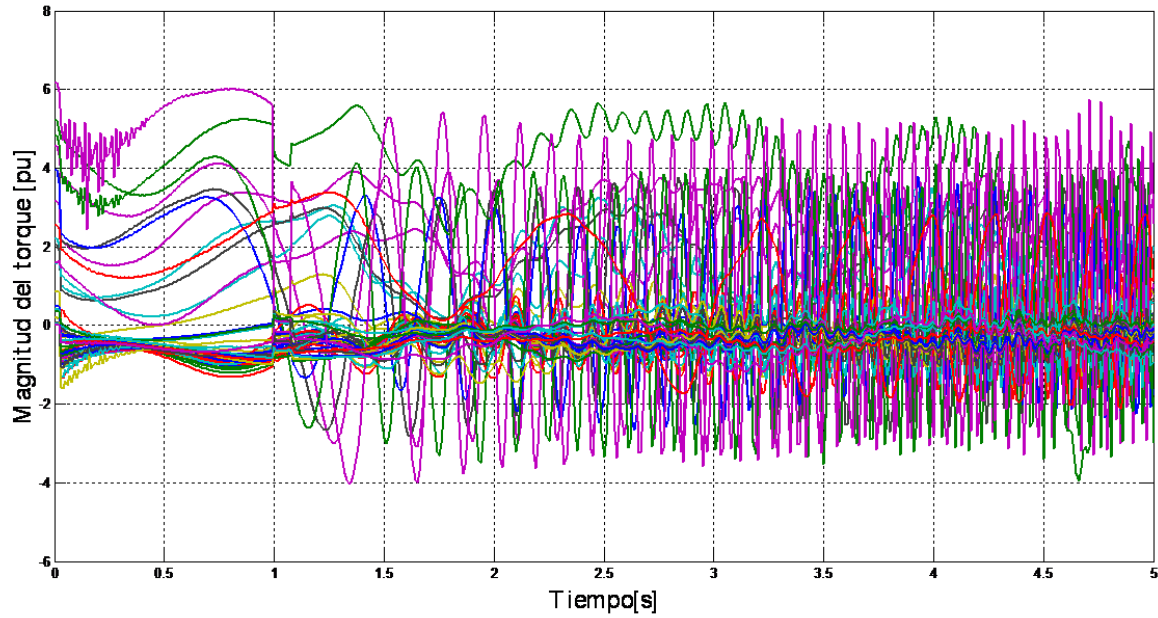


Figura 60.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR



5.3.3 Modelo con Regulador Automático de Tensión (AVR) Y Estabilizador del Sistema de Potencia (PSS) En la tabla (9) se muestran los tiempos de procesamiento obtenidos según la unidad empleada.

TABLA 9.: Registro de 10 ejecuciones representando la máquina síncrona a través del modelo con AVR.

<i>Registro</i>	<i>CPU</i>		<i>GPU</i>	
	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]	$t_{sim}$ [s]	$t_{sim}$ [minutos]
1	8,329	0,138817	134,173	2,23622
2	8,324	0,138733	134,174	2,23623
3	8,327	0,138783	134,183	2,23638
4	8,324	0,138733	134,179	2,23632
5	8,323	0,138713	135,089	2,25148
6	8,327	0,138783	135,005	2,25008
7	8,325	0,138750	133,998	2,23330
8	8,323	0,138717	134,180	2,23633
9	8,329	0,138817	134,175	2,23625
10	8,327	0,138783	134,176	2,23626
Promedio	8,326	0,13876	134,333	2,23889

En las figuras (61) a (34) se muestran los resultados obtenidos en la simulación sobre el comportamiento que adquieren las diferentes variables del sistema.

Figura 61.: Ángulo del rotor [Grados] - Modelo con AVR y PSS

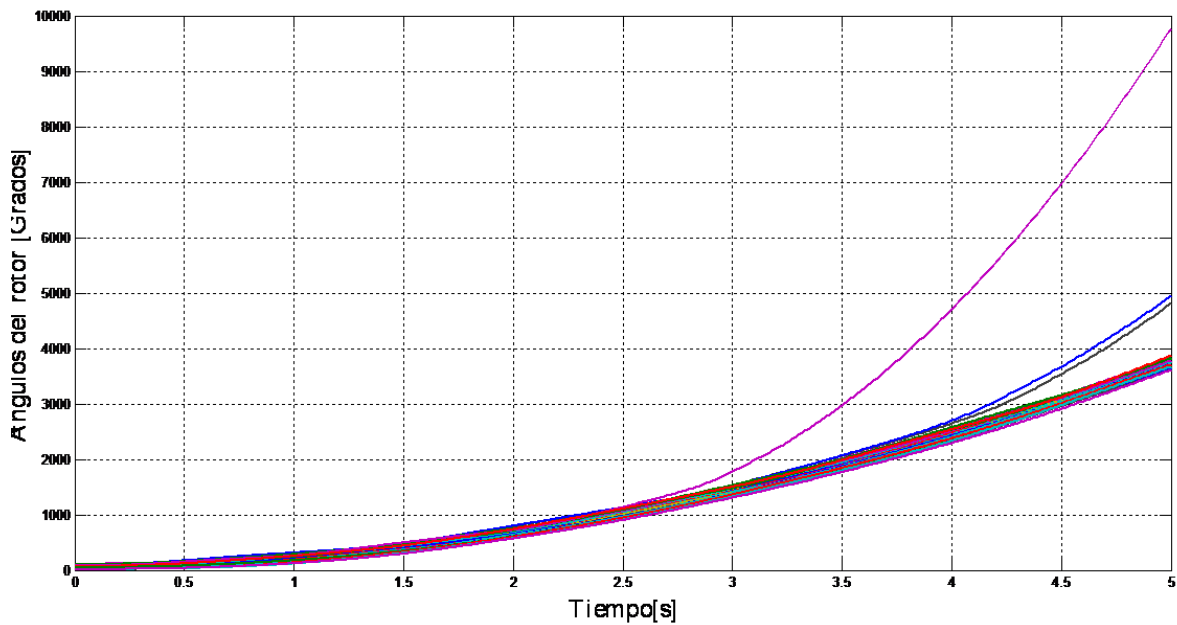


Figura 62.: Desviación del ángulo del rotor [pu] - Modelo con AVR y PSS

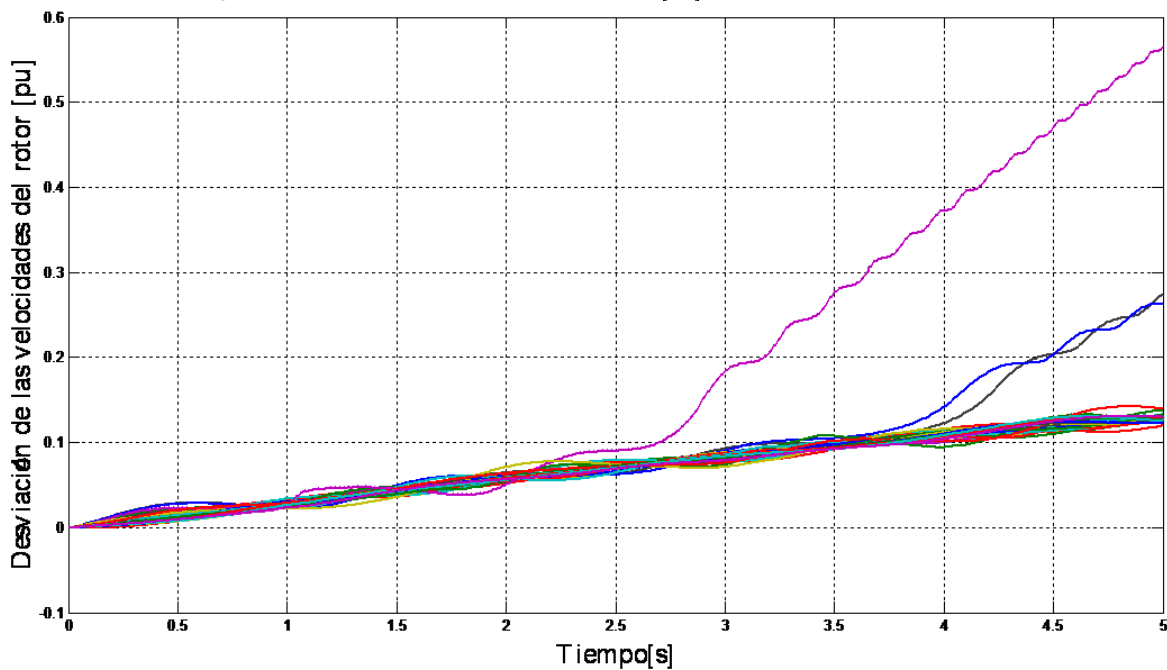


Figura 63.: Magnitud de tensión en las barras del sistema - Modelo con AVR y PSS

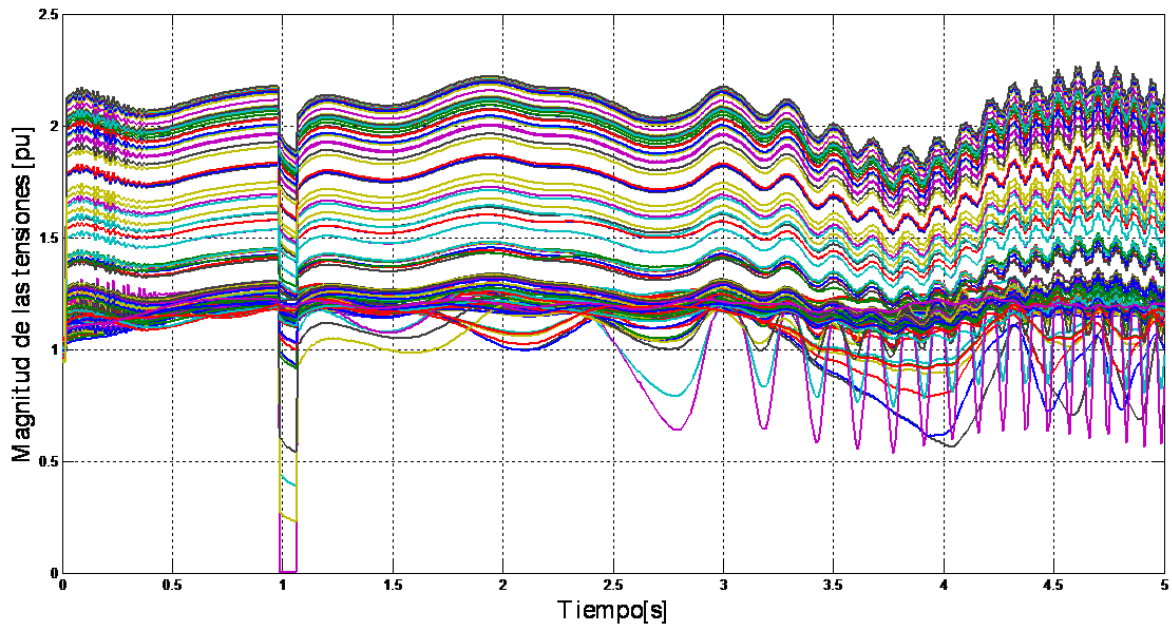


Figura 64.: Magnitud de tensión en las barras generadoras - Modelo con AVR y PSS

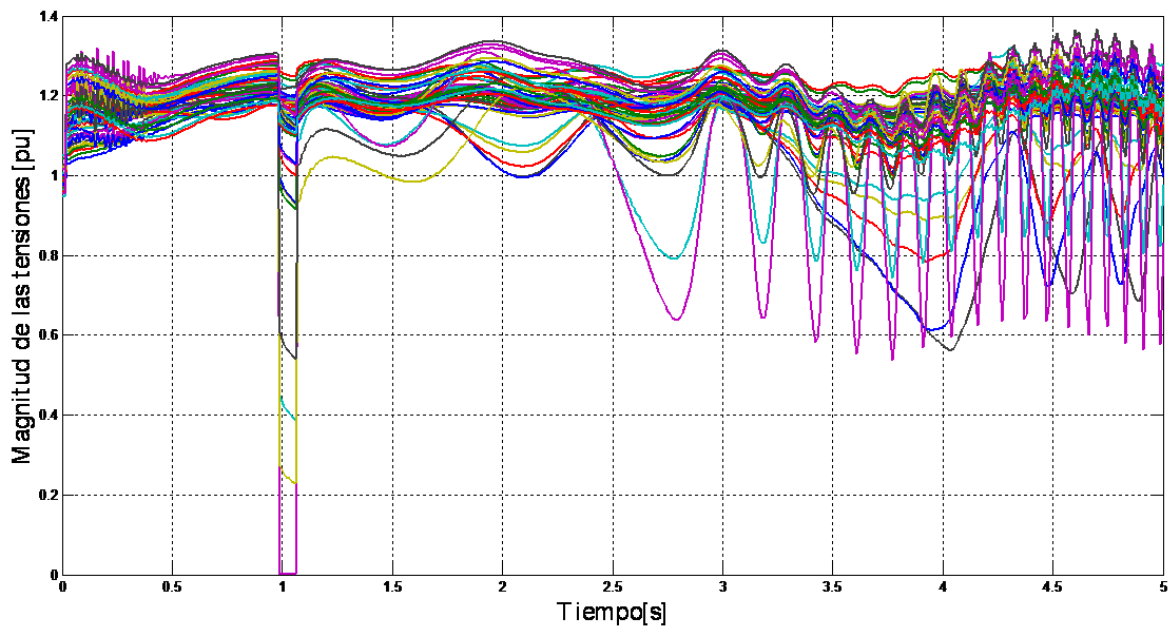
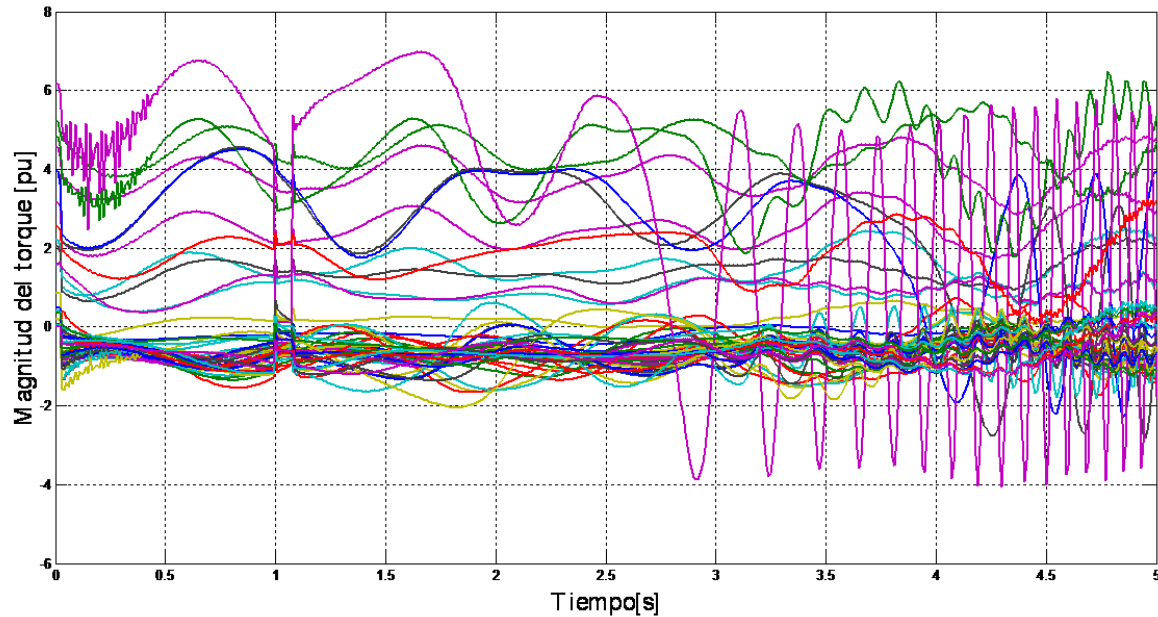


Figura 65.: Magnitud del par del generador - Modelo con AVR y PSS



## 5.4 VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

La validación de los resultados obtenidos a través de las simulaciones se inicia comparando los comportamientos en el tiempo, de las variables descritas en el primer caso con las gráficas descritas en el libro de KUNDUR<sup>31</sup> teniendo como base los puntos críticos de todas las gráficas observando coincidencia en cada uno de ellos. El segundo caso se valida a través de las simulaciones ejecutadas en la tesis de maestría antecesora<sup>32</sup>. Como último caso, los resultados obtenidos en el tercer sistema de potencia se asumen válidos debido a la veracidad obtenida en los dos primeros casos.

Por su parte, en términos de rapidez los resultados obtenidos se muestra en la tabla (10) y corresponden a los tiempos de procesamiento promedio obtenidos en cada caso de estudio.

<sup>31</sup>KUNDUR, Op. cit., p-827-872.

<sup>32</sup>RODRÍGUEZ SIERRA, Carlos. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones*. Op. Cit., p. 54.

TABLA 10.: Tiempos de simulación obtenidos en cada caso de estudio.

Caso de estudio y descripción del sistema	Representación de la máquina síncrona	CPU		GPU	
		$t_{simulación}$			
		[s]	[minutos]	[s]	[minutos]
<b>CASO 1:</b> Barra infinita (3 barras y 1 generador)	Modelo Clásico	0,455	0,00758	218,022	3,63369
	Modelo con AVR	0,374	0,00623	198,280	3,30470
	M. con AVR y PSS	0,390	0,00650	188,302	3,13836
<b>CASO 2:</b> Sistema con 11 barras y 4 generadores	Modelo Clásico	0,749	0,01248	130,912	2,18186
	Modelo con AVR	0,734	0,01223	125,685	2,09475
	M. con AVR y PSS	0,709	0,01182	128,650	2,14416
<b>CASO 3:</b> Sistema con 118 barras y 54 generadores	Modelo Clásico	8,328	0,13880	162,963	2,71605
	Modelo con AVR	8,314	0,13856	135,989	2,26498
	M. con AVR y PSS	8,326	0,13876	134,333	2,23889

Según la información presentada se puede observar que los tiempos de procesamiento al ejecutar el algoritmo mediante la CPU son menores que al ser ejecutados empleando la Unidad de Procesamiento Gráfico (GPU). Entre los factores que afectan dichos tiempos se encuentra el tiempo de retardo debido a la transferencia de información.

Teniendo en cuenta que inicialmente la información se encuentra almacenada en la memoria de la CPU, transferir la información a la memoria de la GPU representa un tiempo de retardo para la simulación. Además, si la transferencia de información se realiza al interior de la iteración, el tiempo de transferencia aumenta de acuerdo al número de iteraciones. Por tal motivo, se procura que la cantidad de veces que se requiera transferir la información, sea el menor posible. En el presente trabajo, el número de veces que se transfiere la información de una RAM a otra es constante y no depende de la cantidad de máquinas del sistema. El tiempo de retardo estimado es de 1.23076 [s].

Cabe destacar que a medida que se requiere procesar mayor cantidad de información, los tiempos de procesamiento en la CPU aumentan progresivamente. Por su parte, los tiempos de procesamiento en la GPU tienden a disminuir y buscar un punto de estabilidad, a medida que la información registrada aumenta. Es allí donde se evidencian las ventajas de la Unidad de Procesamiento Gráfico en la lectura y operación de grandes cantidades información.

---

## CONCLUSIONES

---

El objetivo principal del presente proyecto se basa en el diseño de un algoritmo de simulación que permita modelar y simular el comportamiento de la máquina síncrona conectada a una barra infinita ante una gran perturbación en el sistema.

A pesar de los recientes avances en el área computacional, la aplicación de métodos directos, limitaciones en los modelados y técnicas de computación continúan siendo los principales impedimentos para su utilización práctica y generalizada. Los métodos directos son vulnerables a problemas numéricos, cuando el sistema contiene gran volumen de información. Teniendo en cuenta lo anterior, la finalidad de este proyecto de grado consiste en utilizar un método matemático diferente con el objetivo de mejorar el tiempo de simulación empleando el procesamiento paralelo y solución particionada mediante integración implícita, en situaciones donde existen grandes perturbaciones.

Las conclusiones que se presentan a continuación, son el resultado de repetidas simulaciones del algoritmo.

- Según el análisis del fenómeno de estabilidad, los parámetros para cada generador se obtienen de manera independiente a los demás generadores y se utiliza un mismo modelo matemático para su solución. Se evidencia que el fenómeno de estabilidad es altamente paralelizable y se puede solucionar bajo diferentes métodos numéricos empleando procesamiento paralelo.
- De acuerdo a los resultados presentados en el capítulo (5), los tiempos de simulación relacionados a la CPU son mucho menores que al emplear la GPU. Sin embargo, se observa un incremento de tiempo en la ejecución mediante la CPU en relación al aumento

de información, por el contrario en la GPU el incremento de tiempo es menor. Esto indica que a medida que el sistema aumente en N barras, generadores y cargas se debe esperar que la CPU emplee mayores tiempos de simulación que la GPU.

- Al utilizar el procesamiento paralelo ejecutando el código sobre la GPU, se emplea un mayor tiempo debido a la transferencia de información que se realiza entre dispositivos, en este trabajo, el número de veces que se transfiriere la información a la RAM es constante y no depende del número de máquinas involucradas en el sistema. Por lo tanto, es válido decir que para un sistema de una dimensión determinada, el tiempo de cómputo en ambos dispositivos será el mismo y, a partir de este punto será mas eficiente el trabajo en la GPU.
- Se emplearon tres (3) tipos de modelo para representar la máquina síncrona donde se ajusta cada vez a un modelo real, representado modelos dinámicos con sistemas de compensación con el fin de obtener resultados más precisos y similares a la realidad.
- Al obtener las variables que representan matemáticamente cada maquina, se procesa la información del conjunto de ellas como un paquete de información, permitiendo un ahorro de tiempo tanto en la CPU como en La GPU.

## **6.1** APORTES Y SUGERENCIAS

Como principal aporte se encuentra la solución particionada de cada sistema y su debido procesamiento de forma paralela. Además, la presentación de modelos más completos adicionando compensadores al sistema, como lo son el regulador automático de tensión (AVR) y estabilizador de sistema de potencia (PSS), permitiendo resultados que emulan de manera directa un caso real.

Por su parte, entre algunas sugerencias pertinentes para trabajos posteriores cabe mencionar:

- Análisis de sistemas de potencia de mayor tamaño, que permitan obtener información detallada sobre la capacidad computacional de la Unidad de Procesamiento Gráfico en el estudio del fenómeno de estabilidad.
- Implementación de otros métodos numéricos que permitan optimizar las transferencias de información entre dispositivos.
- Inclusión de otros modelos dinámicos que complementen la representación de la máquina síncrona en el algoritmo.

---

# BIBLIOGRAFÍA

BARRERA CÁRDENAS, René Alexander. *Modelado de la máquina síncrona mediante redes neuronales*. Tesis de Maestría. Magíster en Ingeniería Eléctrica, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2010.

IEEE AGC Task Force. *Understanding automatic generation control*. IEEE trans., PWR-7:1106–1122, August 1992.

JAIMES, Gerson David. *Modelado y simulación de la máquina síncrona conectada a una barra infinita empleando procesamiento paralelo*. Trabajo de grado. Ingeniero Electricista, Bucaramanga.: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2014.

KUNDUR, Prabha. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994. ISBN 0-07-035958.

MATHWORKS. Gpucomputing toolbox. [en línea]. <<http://www.mathworks.com/help/distcomp/graphics-processing-unit-gpu-computing.html>> [Citado en 10 de Junio de 2016].

NVIDIA. *Cuda Programación Paralela Facilitada*. [en línea]. <[http://la.nvidia.com/object/cuda\\_home\\_new\\_la.html](http://la.nvidia.com/object/cuda_home_new_la.html)> [Citado en 5 de Mayo de 2016].

NVIDIA. *Cuda Toolkit Documentation*. [en línea]. <<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda/-c-programming-guide/index.html>> [Citado en 20 de mayo de 2016].

P.M. Anderson y A.A. Fouad. *Power System Control and Stability*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. Inc. Wiley-Interscience, 2003. ISBN 0-471-23862-7.

R. Zimmerman and D. Gan. *MATPOWER version 2.0, User's manual*. PSERC, School of Electrical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, 1997.

RODRÍGUEZ SIERRA, Carlos. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones*. Tesis de Maestría. Magíster en Ingeniería, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2007.

RODRÍGUEZ SIERRA, Carlos. *Herramienta software para el modelado y simulación de sistemas eléctricos de potencia ante grandes perturbaciones: Diseño y elaboración*. Trabajo de grado. Ingeniero Electricista, Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, 2003.

VAN CUTSEM, Thierry y VOURNAS, Costas. *Voltage Stability of Electric Power Systems*. Springer Science+Business Media Dordrecht, 1998. ISBN 978-0-387-75536-6.

VARGAS, Luis. EL 67J Fenómenos Dinámicos de Redes de Potencia. *Sistema de Excitación de Máquinas Síncronas*. Universidad de Chile. Versión primavera, 2005.

WOOD, Allen J, WOLLENBERG, Bruce F. y SHEBLÉ, Gerald B. *Power Generation, operation and Control*. 3 ed. Canadá. John Wiley & Sons, Inc., 2014.

---

# ANEXOS

---

## A

---

# MAQ MS, MANUAL DE USUARIO



### A.1 INTRODUCCIÓN

MAQ MS es un algoritmo de modelado y simulación de transitorios electromecánicos en sistemas eléctricos de potencia, con el fin de analizar las condiciones de estabilidad de una máquina síncrona puesta a una barra infinita, ante una gran perturbación. Además, el software permite incluir otras máquinas, líneas y generadores. El principal aporte que ofrece este trabajo, consiste en procesar la información de los diferentes parámetros, de manera simultánea en la unidad de procesamiento gráfico del equipo de cómputo y de forma particionada en cada máquina.

Es una herramienta software prototipo desarrollada en la Escuela de Ingenierías Eléctri-

ca, Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad Industrial de Santander que cuenta con diversos planteamientos para desarrollos posteriores, en el que se modelan máquinas de orden superior, sistemas de gran dimensión y diferentes sistemas de compensación, entre otros.

MAQ MS, plantea ciertas pautas en la metodología a seguir teniendo en cuenta que el diseño del software se basa en el procesamiento paralelo. Adicionalmente, el algoritmo emplea el software MATPOWER [6], para determinar el flujo de cargas y las condiciones iniciales en las que opera el sistema de potencia. Las simulaciones dinámicas se realizan teniendo en cuenta las simplificaciones normalmente adoptadas en estudios de estabilidad, es decir, se desprecian los transitorios electromagnéticos de tal forma que la red se representa mediante un modelo fasorial cuasiestacionario. Además, las ecuaciones diferenciales y algebraicas del sistema se resuelven simultáneamente utilizando la regla trapezoidal como método de integración.

Si se desean cambiar las condiciones iniciales y parámetros de simulación y/o falla es necesario modificar directamente los archivos (.m) que se toman como parte de la ejecución del algoritmo en la lectura de información. A continuación se relacionan los nombres de los archivos (.m) con el caso que se desea modificar:

*barinf*: CASO 1(Sistema de barra infinita)

*st1a*: CASO 2 (Sistema de once barras y cuatro generadores)

*case118*: CASO 3 (Sistema de ciento dieciocho barras y cincuenta y cuatro generadores).

## A.2 REQUISITOS E INSTALACIÓN

Para la ejecución del algoritmo de simulación MAQ MS, se requiere contar con versiones de MATLAB R2012b en adelante, que incluyan la toolbox GPU computing<sup>33</sup>. Se recomienda instalar el software en equipos con especificaciones técnicas iguales o superiores a 4 GB de memoria RAM, 2.60 GHz de procesamiento central y 4049 MB de RAM en la unidad de procesamiento gráfica (GPU) con velocidad de 1800 MHz. Además el dispositivo gráfico debe tener soporte CUDA con un número de núcleos igual o superior a 448. El proceso de instalación comprende los siguientes pasos:

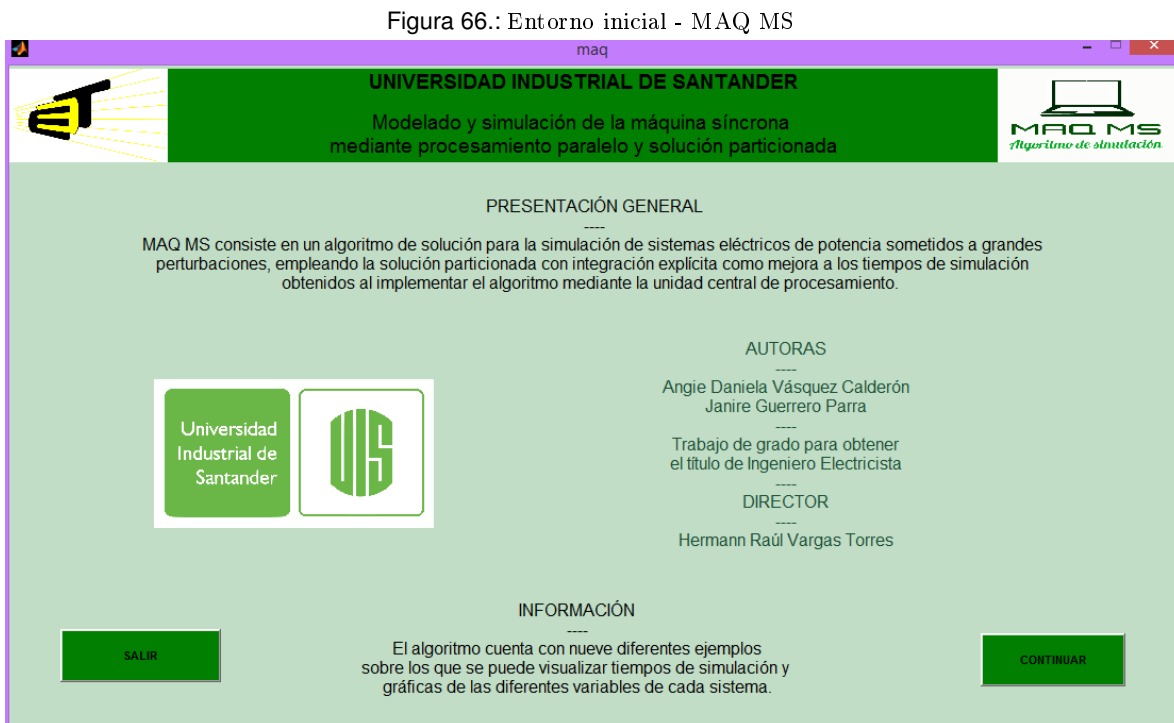
1. Descomprimir la carpeta *maq*. Preferiblemente realizar esta acción en la carpeta *toolbox* que se encuentra en el directorio raíz de MATLAB. La ubicación del directorio raíz puede ser obtenida en la ventana de comandos por medio de la instrucción *matlabroot*.
2. Agregar la carpeta *maq* al *path* de MATLAB.

---

<sup>33</sup>MATHWORKS. Gpucomputing toolbox. [en línea]. <<http://www.mathworks.com/help/distcomp/graphics-processing-unit-gpu-computing.html>> [Citado en 10 de Junio de 2016].

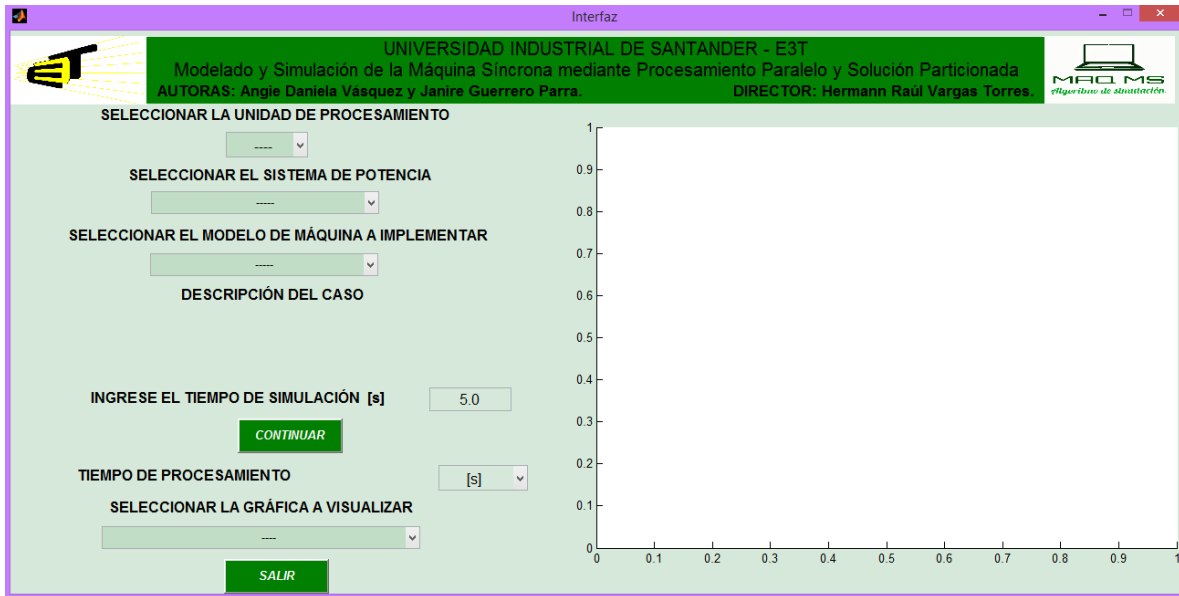
## A.3 EJECUCIÓN

Para la ejecución del software, se debe escribir en la consola de MATLAB la instrucción *maq* y de esta manera se tendrá acceso a la ventana de inicialización la cual contiene información general del algoritmo tal y como se muestra en la *figura (66)*.



Después de presentar la información básica sobre la herramienta desarrollada y cuando el usuario presione *continuar*, se accede a la ventana principal del software (ver *figura (67)*).

Figura 67.: Entorno principal - MAQ MS



Seguidamente, el usuario debe seleccionar la unidad de procesamiento (ver figura (68)), el sistema de potencia (ver figura (69)) y el modelo a emplear como representación de la máquina síncrona (ver figura (70)) para obtener una descripción general del caso a simular (ver figura (71)) y de esta manera verificar que se procede a ejecutar la acción deseada.

Figura 68.: Selección de Unidad de Procesamiento.

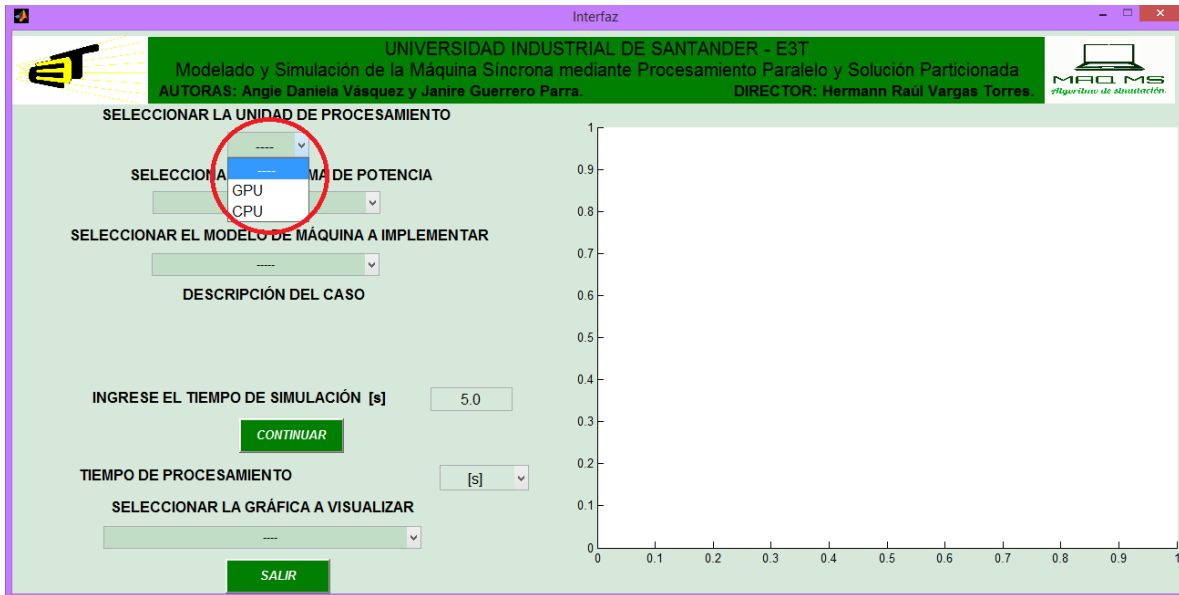


Figura 69.: Selección de Sistema de Potencia.

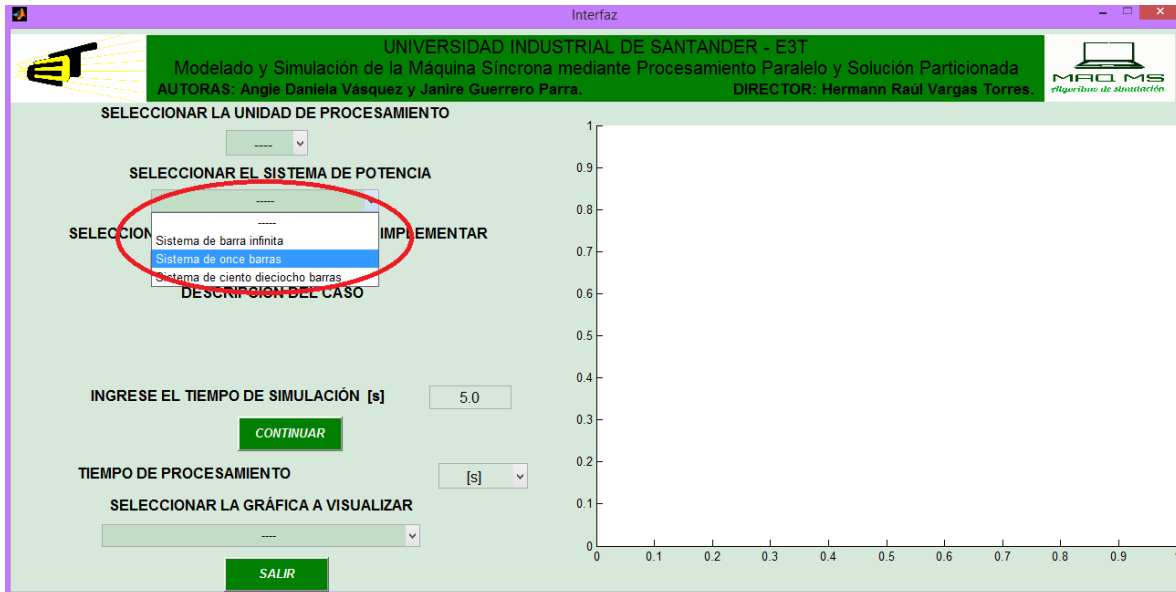


Figura 70.: Selección de Modelo de máquina síncrona.

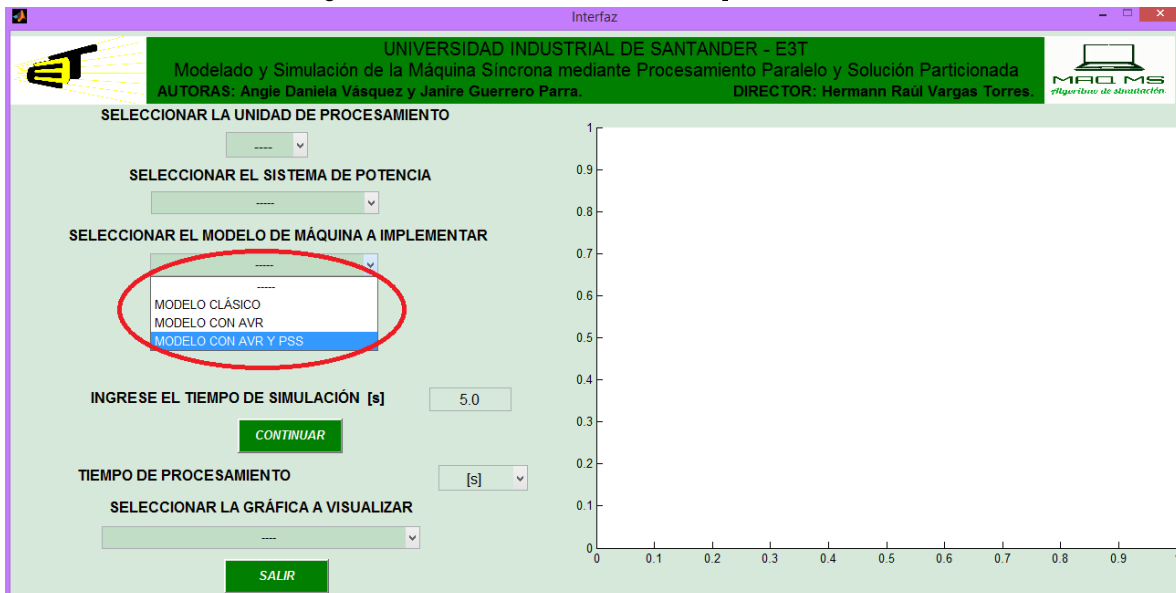
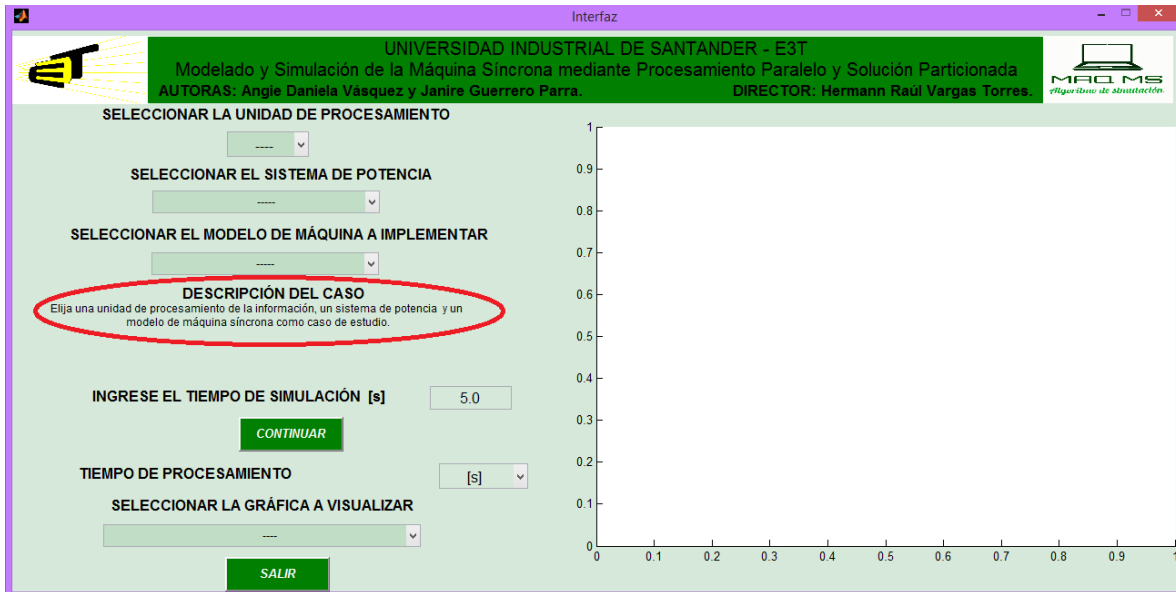
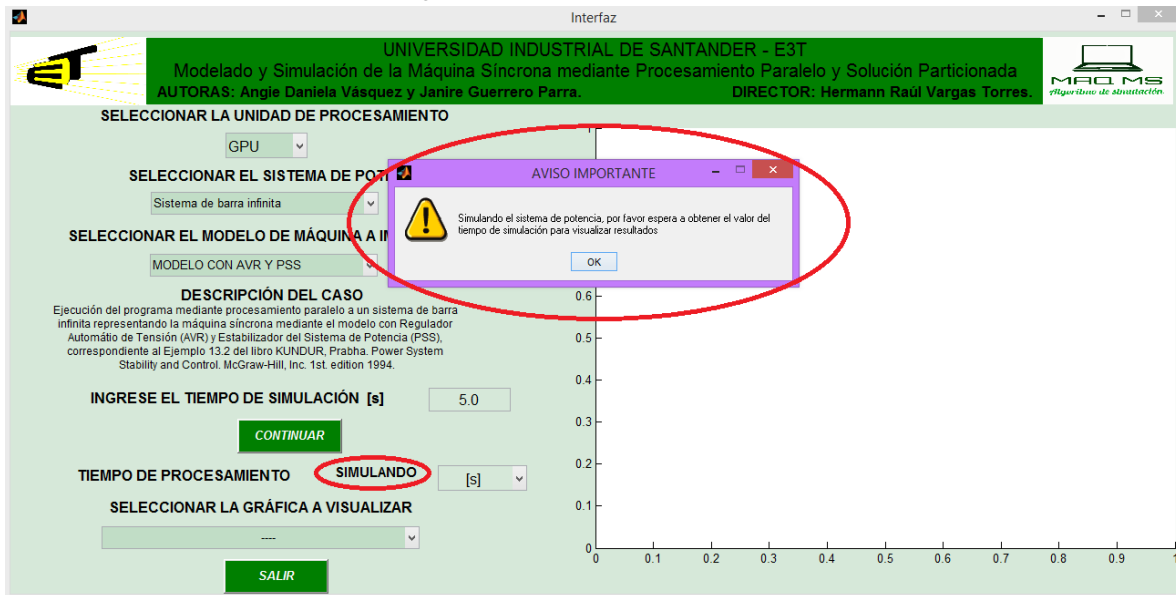


Figura 71.: Descripción del caso a simular.



Por defecto, el sistema se simulará para un tiempo de 5.0 [s] y de esta manera cuando el usuario presione *continuar*, deberá esperar que se procese la información y se simule el caso elegido. Mientras se realiza este proceso aparece un mensaje en la pantalla indicando la acción (ver figura (72)).

Figura 72.: AVISO IMPORTANTE.



El tiempo de simulación puede ser asignado por el usuario, teniendo en cuenta que se debe ingresar un número separado por punto (.) de sus decimales. En caso de vaciar este campo y

omitir el ingreso de un nuevo valor aparecerá un mensaje indicando la necesidad de realizar esta acción (ver figura (73)). Al terminar la simulación aparecerá el tiempo que tardó el software en realizar dicha acción y le permitirá al usuario visualizarlo en segundos, minutos u horas, tal y como se muestra en la figura (74).

Figura 73.: Error en el ingreso del tiempo de simulación.

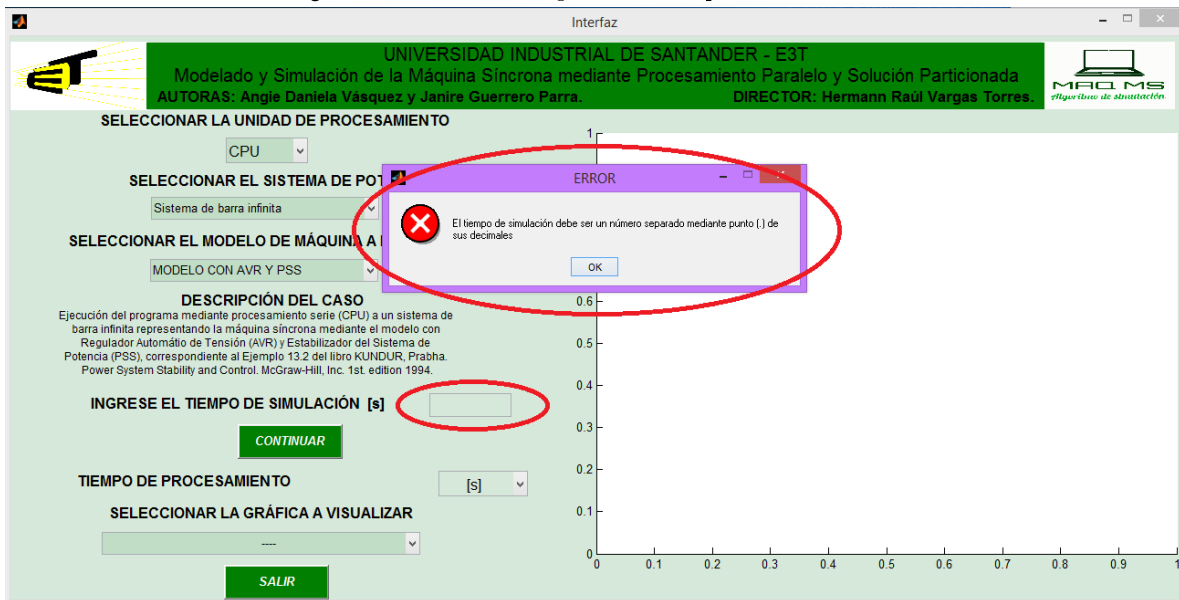
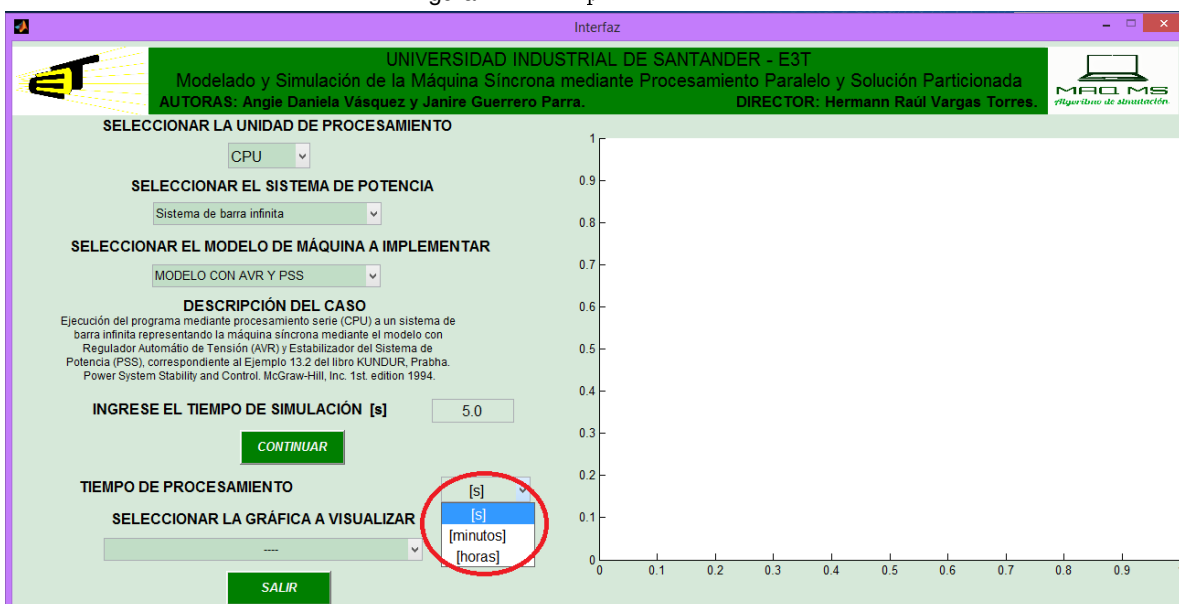


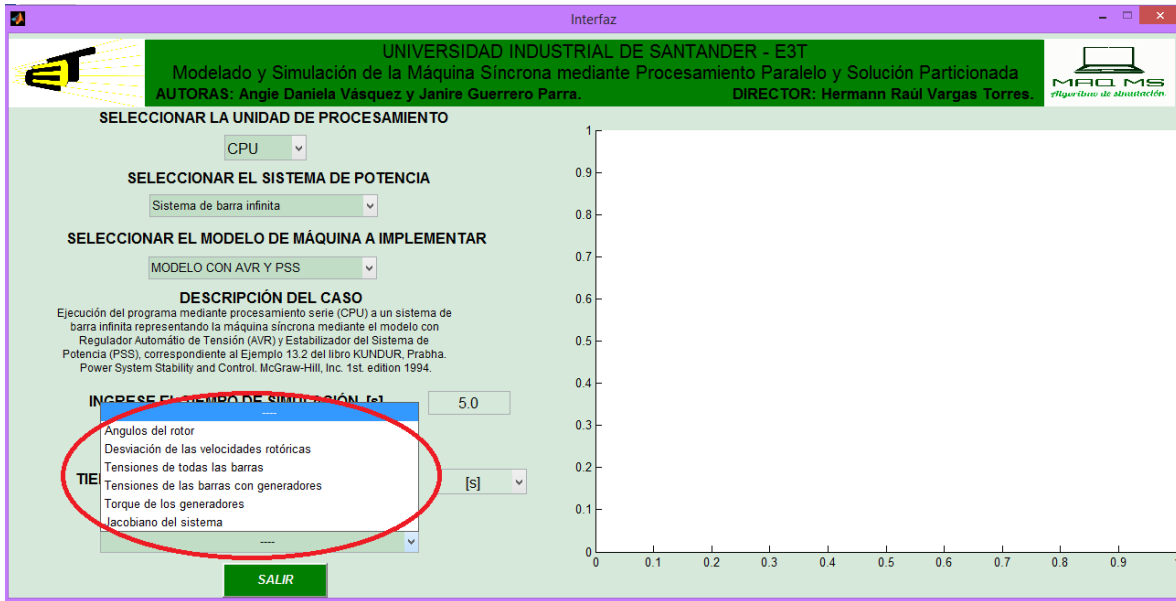
Figura 74.: Tiempo de simulación.



Finalmente, el usuario podrá seleccionar la gráfica que sea visualizar a través de la lista

desplegable que se encuentra en la parte inferior de la Interfaz (ver *figura (75)*) y de esta manera, obtener información sobre el comportamiento de las diferentes variables del sistema.

Figura 75.: Posibles gráficas a visualizar.



---

## B

---

# GLOSARIO

*AVR:* Regulador Automático de Tensión - Son dispositivos que permiten regular la tensión de la salida independientemente de la carga con respecto a la entrada, es decir modula el campo magnético del rotor.

*Barra Infinita:* Es un sistema de potencia ideal el cual impone el voltaje y frecuencia, conformado por muchas generadoras.

*Cargas Estáticas:* Tiene como característica que ante un corto circuito no pueden entregar corriente, son elementos que consumen potencia. Son constantes e independientes de las condiciones de fallas que se presenten ante el sistema.

*Excitatriz de Tiristor:* Es un elemento diseñado para controlar la corriente del campo en el inductor de una excitatriz para un alternador, usando un tiristor que conmuta cada medio ciclo debido a la inductancia del campo de excitación.<sup>34</sup>

*GPU:* Unidad de Procesamiento Gráfico - Es un dispositivo electrónico diseñado para manipular de forma rápida la información con el objetivo de aligerar la carga del procesador central.

*Perturbación Transitoria:* Es un cambio en el comportamiento estable del sistema, el cual puede ser clasificado como grande o pequeña perturbación.

*Procesamiento gráfico:* Es un proceso mediante el cual la computadora ejecuta las instrucciones de un programa dividiéndolas en n procesadores con el objetivo acelerar la resolución de un problema, es decir ejecutar el programa en el menor tiempo posible.

---

<sup>34</sup>REVEES E.A. Vademécum de electricidad. pp. 181

*PSS*: Estabilizador del Sistema de Potencia - Es un sistema empleado como control al sistema de excitación para amortiguar los efectos oscilatorios que puede presentar el sistema en momentos de falla.

*Saturación magnética*: Son efectos dados por una perturbación producidos por operaciones de cierre y apertura de circuitos por maniobras, por fallas temporales o permanentes, descargas atmosféricas entre otras. Su tiempo de duración es corto, pero imponen altos picos de voltaje y corrientes.<sup>35</sup>

*Transitorios electromagnéticos*: Se refiere a la relación entre la corriente saturada necesaria para producir el enlace de flujo existente en una bobina, y la corriente lineal correspondiente a la corriente asociada al flujo de operación.

---

<sup>35</sup> Delgado Palacios, Daniel Andrés. Modelado de la máquina de inducción considerando la saturación. Proyecto de grado, Universidad Simón Bolívar.