

**METODOLOGIA PARA REALIZAR MODELOS DE CONCRETO REFORZADO A
ESCALA REDUCIDA**

FELIX JOAQUIN VIDES DE LA HOZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA**

2006

**METODOLOGIA PARA REALIZAR MODELOS DE CONCRETO REFORZADO A
ESCALA REDUCIDA**

FELIX JOAQUIN VIDES DE LA HOZ

**Proyecto de grado en modalidad de investigación para optar el título de
Ingeniero Civil**

**Director
RICARDO ALFREDO CRUZ HERNANDEZ
Ingeniero Civil**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
BUCARAMANGA
2006**

Félix Joaquín Vides De La Hoz

Dedicatoria

A mi familia

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Ricardo Cruz por ser la guía durante todo el tiempo de trabajo
A Cecilia De la hoz, por ser una excelente Madre
A mi Padre por apoyarme en todo momento

A mi hermano por darme aliento en los momentos que quise desfallecer

A Efraín Fuentes Quintero y Viviana Vera por encausarme en este proyecto tan interesante

A Carolina por estar siempre conmigo y ayudarme en todo lo que ha podido

Y a todas aquellas personas que colocaron de una u otra manera un grano de arena para que todo fuera posible

RESUMEN

TITULO: METODOLOGÍA PARA REALIZAR MODELOS DE CONCRETO REFORZADO A ESCALA REDUCIDA *

AUTORES: VIDES DE LA HOZ, Félix Joaquín **

PALABRAS CLAVES: MODELO ESTRUCTURAL, MICROCONCRETOS, EFECTOS DE TAMAÑO.

DESCRIPCIÓN:

Los modelos estructurales de tamaño reducido, son útiles para verificar resultados dados por los métodos analíticos o para desarrollar investigaciones donde los modelos analíticos son matemáticamente complejos. Los modelos estructurales tienen como principal ventaja representar el comportamiento de una estructura hasta el colapso y tiempo y costo son sus más grandes desventajas, si se compara con métodos analíticos. Esta investigación dará una metodología para evaluar elementos o estructuras de concreto, reproduciéndolas a escalas reducidas

El primer paso de la investigación fue el estudio del análisis dimensional para obtener factores de escala que relacionen modelo y prototipo. Posteriormente se estudiaron las características de los materiales, técnicas de fabricación e instrumentación para llegar resultados confiables.

El capítulo uno presenta una descripción teórica de los temas tratados en la investigación como: Clasificación de modelos estructurales, factores de escalas, errores en modelos, efectos de tamaño, y otros. El capítulo dos presenta dosificaciones de mezclas y las características del refuerzo para realizar modelos reducidos. El capítulo tres describe: técnicas de fabricación, equipos de ensayo e instrumentación. En los siguientes capítulos se explica la metodología para realizar modelos, se muestra un diseño de una columna a escala reducida, se elaboran las conclusiones y se dan las recomendaciones para futuras investigaciones.

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Programa de Ingeniería Civil. CRUZ HERNÁNDEZ, Ricardo Alfredo.

ABSTRACT

TITLE: METHODOLOGY TO CARRY OUT MODELS OF REINFORCED CONCRETE TO REINFORCED REDUCED SCALE *

AUTHORS: VIDES DE LA HOZ, Félix Joaquín

KEYWORDS: STRUCTURAL MODEL, MICROCONCRETE, EFFECTS OF SIZE

DESCRIPTION:

The structural models of reduced size are useful to verify results given by the analytic methods or to develop investigations where the analytic models are mathematically complex. The structural models have as main advantage to represent the behavior of a structure until the collapse and time and cost they are their biggest disadvantages, if it is compared with analytic methods. This investigation will give a methodology to evaluate elements or structures of concrete, reproducing them to reduced scales.

The first step of the investigation was the study of the dimensional analysis to obtain scale factors that they relate model and prototype. Later on the characteristics of the materials were studied, techniques of fabrication and instrumentation to arrive reliable results

The first chapter presents a theoretical description of the topics dealt in the investigation like: Classification of structural models, factors of scales, errors in models, effects of size, and others. The second chapter it presents dosages of mixtures and the characteristics of the reinforcement to carry out reduced models. The third chapter it describes: techniques of fabrication, test teams and instrumentation. In the following chapters the methodology is explained to carry out models, a design is shown from a column to reduced scale, the conclusions are elaborated and the recommendations are given for future investigations.

* Investigation work

** Physics – Mechanics Engineering School. Civil Engineering Program. CRUZ HERNÁNDEZ, Ricardo Alfredo

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	2
OBJETIVO GENERAL	2
OBJETIVOS ESPECIFICOS	2
1. TEORIA DE MODELOS	3
1.1. RELACION ENTRE MODELO Y PROTOTIPO	4
1.1.1 Análisis dimensional	5
1.1.2 Casos de similitud en modelos estructurales	7
1.1.2.1 Factores de escala	10
1.1.2.1.1 Modelos elásticos estáticos	11
1.1.2.1.2 Modelos inelásticos de concreto reforzado	12
1.1.2.1.3 Mampostería	14
1.1.2.1.4 Estructuras sujetas a cargas dinámicas	15
1.2 EFECTOS DE ESCALA O DE TAMAÑO	18
1.2.1 Estudios teóricos de efectos de tamaño	19
1.2.2 Efectos de tamaño en concreto	20
1.3 ERRORES EN MODELOS	24
2. MATERIALES PARA MODELOS DE CONCRETO REFORZADO	32
2.1 CONCRETO PARA MODELOS	32
2.1.1 Dosificación de mezclas para modelos	34
2.1.1.1 Microconcretos	34
2.2 REFUERZO PARA MODELOS DE CONCRETO	36
2.2.1 Maquinas para deformar alambres	38
2.2.2 Tratamiento en calor de los refuerzo para modelos	41
2.2.3 FRP refuerzo para modelos de concreto	42
2.2.4 Adherencia	42
2.2.5 Similitud en agrietamientos y deformaciones	44

3. FABRICACIÓN, SISTEMAS CARGANTES E INSTRUMENTACIÓN	46
3.1 FABRICACIÓN MODELOS DE CONCRETO REFORZADO	46
3.2 INSTRUMENTACIÓN.....	48
3.3 APARATOS PARA ENSAYOS	50
4. PROCEDIMIENTO PARA MODELAR ESTRUCTURAS	53
DE CONCRETO	53
4.1 DISEÑO DE MODELO REDUCIDO DE UNA COLUMNA.....	57
5. CONCLUSIONES.....	60
6. RECOMENDACIONES.....	62
BIBLIOGRAFIA	63
ANEXOS.....	65

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Deformador de aceros de deformados Universidad de Cornell	39
Figura 2. Refuerzos deformados Universidad de Cornell.	39
Figura 3. Maquina para deformar alambres de la Universidad Drexel.	39
Figura 4. Ejemplos de alambres deformados Universidad de Drexel	40
Figura 5. Fabricación de estribos	47
Figura 6. Hechura de amarres	47
Figura 7. Prensa IBERTEST utilizada en los ensayos sobre probetas de morteros	51
Figura 8. Mesa vibratoria	52

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de modelos	4
Tabla 2. Cantidades físicas típicas	6
Tabla 3. Factores de escala para modelos elásticos estáticos	12
Tabla 4. Factores de escala para modelos de concreto reforzado	13
Tabla 5. Posible distorsiones en modelos de concreto reforzado	14
Tabla 6. Factores de escala para mampostería	15
Tabla 7. Dimensiones de variables presentes en estructuras dinámicas	16
Tabla 8. Factores de escala para la respuesta de estructuras a los sismos	17
Tabla 9. Factores que influyen en los efectos de escala	22
Tabla 10. Errores en modelos	25
Tabla 11. Propiedades del concreto	33
Tabla 12. Mezclas de microconcreto (Universidad de Cornell)	35
Tabla 13. Propiedades de mezclas (Universidad de Cornell)	36
Tabla 14. Mezclas de microconcretos desarrollados por Mirza y Tsui	36
Tabla 15. Diaco 60: corrugado sismo-resistente	37
Tabla 16. Diaco 60: corrugado sismo-grafil (Diámetros milimétricos)	38
Tabla 17. Propiedades geométricas de barras de acero y modeladas a 1/3	40
Tabla 18. Propiedades mecánicas de refuerzo para modelos de escala a 1/3	41
Tabla 19. Proveedores de equipos para medir	50

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Modelos reducidos	66
Anexo 2. Sistemas Cargantes	67
Anexo 3. Formaletas	70
Anexo 4. Obtención de los factores de escala	71

INTRODUCCIÓN

Para el hombre llegar hasta las construcciones actuales ha tenido que sufrir muchos fracasos, incluyendo pérdidas humanas. Toda la historia constituye un valioso cúmulo de experiencias, en base a las cuales, se fue adquiriendo conocimiento para poder realizar las obras que nos maravillan hoy en día.

Muchos de los conocimientos sobre el comportamiento de las estructuras de concreto han sido suministrados por estudios experimentales. Una gran cantidad de estos estudios se han desarrollado en modelos estructurales de tamaño real porque representan la conducta del prototipo. Si se reproducen las estructuras en modelos a escala reducida, se podría realizar un mayor número de investigaciones con costos relativamente bajos y se profundizaría en los conocimientos del comportamiento de las estructuras.

Esta investigación dará una metodología para evaluar elementos o estructuras de concreto, reproduciéndolas a escalas reducidas. Es importante adelantar este estudio porque por medio de modelos reducidos, se puede conocer el comportamiento y fallas de una estructura y tomar los correctivos para evitar fracasos en la real. Otra ventaja es que se puede utilizar como ayuda didáctica desarrollando modelos reducidos para enseñar conceptos básicos de ingeniería a los estudiantes.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Proponer una metodología de ensayo para modelos a escala reducida de concreto reforzado.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Definir factores de escala que permitan relacionar los prototipos con sus respectivos modelos.
- Establecer mezclas de concreto para modelos con diferentes resistencias.
- Definir las propiedades y características del refuerzo de los modelos.
- Proponer instrumentación para medir los siguientes parámetros: esfuerzos, deformaciones, fuerzas y desplazamientos.
- Presentar el proceso de construcción de los modelos.

1. TEORIA DE MODELOS

Se entiende por modelo la reproducción a escala de una estructura con los materiales adecuados, que sometida a unas cargas permite medir magnitudes previamente escogidas, para que con estos resultados y unos factores de escala, pueda predecirse el comportamiento de la estructura. El Comité De Análisis Experimental Para Las Estructuras De Hormigón (ACI) define los modelos estructurales como la representación de una estructura o una porción de una estructura, comúnmente construida a escala reducida.

Tipo de modelo	Características
Elástico	Estos modelos son geoméricamente similares al prototipo, pero los materiales no tienen que ser similares. Los modelos elásticos solo pueden predecir el comportamiento en el rango elástico.
Indirectos	Un modelo indirecto es un caso especial de modelo elástico, es usado para obtener diagramas de influencia de las reacciones y de esfuerzos internos. La carga aplicada no tiene ninguna correspondencia a la aplicada realmente en el prototipo, pero las cargas verdaderas se logran a partir de una superposición de los valores de influencia.
Directos	Un modelo directo es geoméricamente similar en todos los aspectos al prototipo. Las cargas son aplicadas de igual forma que en el prototipo y las repuestas a las condiciones de carga son similares a las que se presentan en el tamaño real.
Resistencia o replica	Es un caso especial de modelos directos. Son hechos de materiales similares a los del prototipo y pueden predecir el comportamiento de este, por encima de su falla. Cada uno de los materiales utilizados satisface las condiciones de similitud de los materiales del prototipo.
Efectos de viento	Se planean para evaluar el comportamiento estructura – efectos de viento.
Dinámicos	Son usados para estudiar la vibración o dinámica de las estructuras por efecto de las cargas aplicadas. Con estos modelos se analizan estructuras sometidas a sismos

Otros modelos	Se encuentran modelos termales donde los efectos de temperatura son estudiados, también modelos fotomecánicos, que estudian los efectos ópticos.
---------------	--

Tabla 1. Clasificación de modelos

Los modelos estructurales se emplean para verificar resultados dados por los métodos analíticos o para desarrollar investigaciones donde los modelos analíticos son matemáticamente complejos. Los modelos estructurales tienen la ventaja de representar el comportamiento de una estructura hasta el colapso. El tiempo y el costo son las mayores desventajas del uso de modelos estructurales, así que los modelos físicos son normalmente usados cuando estas condiciones lo permitan.

1.1. RELACION ENTRE MODELO Y PROTOTIPO

Los modelos reducidos son útiles siempre que se establezca la relación existente con el prototipo, que es conocida como principio de similitud. Según este, dos sistemas son similares cuando la variación de parámetros físicos cuantificables es tal que ambos sistemas, geoméricamente magnificados o reducidos, similares entre sí y bajo la acción de causas físicas similares, transcurren de un modo físicamente similar. Esto quiere decir que los procesos o fenómenos en sistemas semejantes están descritos por medio de las mismas funciones matemáticas. El principio de similitud, exige el cumplimiento de condiciones designadas como factores de escala, que se obtienen a partir del análisis dimensional.

1.1.1 Análisis dimensional

El análisis dimensional permite la combinación de variables dentro de un grupo conveniente con una reducción de cantidades desconocidas.

Teorema Pi de Buckingham`s

El teorema Pi de Buckingham`s¹ expresa que una ecuación dimensionalmente homogénea que envuelve ciertas cantidades físicas puede ser reducida a una ecuación equivalente que las involucre en productos adimensionales. Para los modelos estructurales este teorema fórmula que la solución de una ecuación para alguna cantidad física de interés

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad [1.1]$$

que puede escribirse como

$$G(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m) = 0 \quad [1.2]$$

Donde los términos pi son productos adimensionales de las n variables físicas X_1, X_2, \dots, X_n . y $m=n-r$, donde r es el numero de dimensiones fundamentales que están envueltas en las variables físicas.

Es primordial acertar en la escogencia de las variables dimensionalmente independientes y cuales están involucradas en el estudio, debido que algunas cantidades físicas pueden ser combinaciones de otras, cosa que podría minimizar cálculos y en algunas ocasiones dar soluciones a problemas complejos.

¹ PALACIOS, julio. Análisis dimensional: El teorema de pi. Madrid: ED Espasa-Calpe, 1955, 266 p.

La tabla 2 presenta la lista de cantidades físicas que podrían estar envueltas en problemas estructurales y las medidas dimensionales que las describen.

	Cantidad	Unidades
l	Longitud	L
P	Fuerza	F
t	Tiempo	T
θ	Temperatura	θ
E	Modulo de elasticidad	FL^{-2}
ϵ	Deformación unitaria	-----
σ	Esfuerzos	FL^{-2}
ν	Relación de Poisson's	-----
M	Masa	$FL^{-1}T^{-2}$
a	Aceleración	LT^{-2}
δ	Desplazamiento	L
α	Coefficiente de expansión lineal	θ^{-1}

Tabla 2. Cantidades físicas típicas

Para determinar los términos π no hay una metodología efectiva, por lo tanto se definen por preferencia personal. Los siguientes puntos sirven de guía para formular los términos π :

1. Todas las variables deben ser incluidas
2. Los términos m (numero de productos adimensionales) deben ser independientes.
3. En general no hay solo una manera de escoger los términos π , se tiene que trabajar con formulaciones alternativas para estudiar diferentes caminos de solución.

Distinguir las variables que afectan un fenómeno es relativamente difícil. El diseñador debe entender muy bien el problema, el porque y como las variables influyen en el fenómeno. Antes de iniciar el análisis dimensional de un problema, se debe probar con una solución teórica del fenómeno. Incluso usualmente la teoría descubre la acción de las mas importantes variables. Si las ecuaciones

diferenciales que gobiernan el fenómeno están a disposición, ellas muestran cuales son las variables más significativas. Si no se conoce las ecuaciones que gobiernan al fenómeno, entonces el diseñador del modelo debe tener una visión amplia del problema. Es claro que el análisis dimensional es útil si se identifican las variables físicas relevantes.

En modelos para estructuras de concreto las cantidades físicas y sus dimensiones son las siguientes:

	l	Q	M	σ	ϵ	a	δ	v	E
F	0	1	1	1	0	0	0	0	1
L	1	0	-1	-2	0	1	1	0	-2
T	0	0	2	0	0	-2	0	0	0

Los términos π más convenientes para modelos estructurales son:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{Q}{El}, & \pi_2 &= \frac{Ma}{El^2}, & \pi_3 &= \frac{\sigma}{E} & [1.3] \\ \pi_4 &= \epsilon, & \pi_5 &= \frac{\delta}{l}, & \pi_6 &= v \end{aligned}$$

1.1.2 Casos de similitud en modelos estructurales

Los modelos estructurales se pueden describir en tres tipos, según sea la similitud que tenga con el prototipo:

1. El modelo real, el cual mantiene una similitud completa. Este modelo satisface todas las condiciones que el análisis dimensional imponga para decir que tiene similitud completa.
2. El modelo adecuado, el cual mantiene una similitud de primer orden. Si el diseñador conoce a fondo el problema, este podría determinar con certeza

cuales de las condiciones impuestas por el análisis dimensional son de segundo orden de importancia.

3. El modelo deformado, el cual falla para satisfacer una o más de las condiciones de primer orden de similitud.

Modelos con similitud completa

El Teorema Pi de Buckingham`s afirma que la formulación matemática de un fenómeno físico puede reducirse por medio de una ecuación que involucre un juego completos de productos adimensionales,

$$\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) \quad [1.4]$$

La relación entre prototipo y modelo, puede escribirse como el cociente:

$$\frac{\pi_{1p}}{\pi_{1m}} = \frac{\phi(\pi_{2p}, \pi_{3p}, \dots, \pi_{np})}{\phi(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \dots, \pi_{nm})} \quad [1.5]$$

Donde π_{1m} se refiere al π_1 del modelo y π_{1p} se refiere al π_1 del prototipo: cuando la similitud completa se mantiene:

$$\begin{aligned} \pi_{2m} &= \pi_{2p} \\ \pi_{3m} &= \pi_{3p} \\ &\dots \\ \pi_{nm} &= \pi_{np} \end{aligned} \quad [1.6]$$

La ecuación anterior puede escribirse

$$\frac{\pi_{1p}}{\pi_{1m}} = \frac{\phi(\pi_{2p}, \pi_{3p}, \dots, \pi_{np})}{\phi(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \dots, \pi_{nm})} = 1 \quad \text{o} \quad \pi_{1m} = \pi_{1p} \quad [1.7]$$

Las bases para el modelado son las ecuaciones [1.6] y [1.7]. Las relaciones entre las cantidades de modelo y prototipo están implicadas en las ecuaciones [1.6] que son llamadas condiciones de diseño y operación; la ecuación [1.7] es la ecuación de predicción para las variables dependientes del problema.

Realizar estudios con modelos de similitud completa es difícil, básicamente por los tipos de distorsiones que pueden ocurrir como por ejemplo fallas en la similitud de adherencia o el modelo puede presentar un criterio de rotura diferente al del prototipo. También puede haber fallas en la escogencia de variables y de requerimientos de similitud, como la dificultad de mantener una relación completa en geometría, propiedades de los materiales y cargas.

Modelos con similitud de primer – orden

Los modelos de primer orden de similitud son aquellos donde el cociente π_p/π_m es aproximadamente igual a 1, en estos modelos la diferencia de comportamiento entre una carga aplicada uniformemente y una carga discreta puede ser omitida. Por ejemplo un puente a lo largo de su longitud tiene cargas distribuidas, en lugar de ello en un modelo de primer orden de similitud pueden colocarse cargas concentradas.

Modelos deformados

Los modelos deformados se pueden usar cuando ciertas desviaciones de segundo-orden de la similitud completa son permitidas, entonces la relación modelo-prototipo permanecerá cercana a 1 y se puede trabajar con este sin tener mayores problemas, si las desviaciones de primer orden son permitidas no se sabría cual es el valor de la relación modelo-prototipo, por consiguiente la relación [1.7] no siempre será correcta.

Las distorsiones pueden venir de desigualdades geométricas o divergencia en las propiedades del material. Las distorsiones geométricas se utilizan frecuentemente en modelos hidráulicos de ríos. En estructuras la gran utilidad de estos modelos esta en el hecho que permite distorsionar las características esfuerzo – deformación unitaria del material del prototipo. Si la relación de Poisson’s del material del modelo no es igual a la del material del prototipo hay distorsión del material. Cuando se utilizan distorsiones es necesario conocer muy bien el comportamiento estructural, para obtener resultados correctos.

1.1.2.1 Factores de escala

Las relaciones de similitud para modelos estructurales se obtienen a partir de los términos π de la ecuación [1.3]. Los factores de escala se derivan de la ecuación $\pi_m = \pi_p$ para cada uno de los seis términos, después se relacionan modelo y prototipo con:

$$S_i = i_p / i_m \quad [1.8]$$

S_i : Es definido como el factor de escala para la cantidad i ; los subíndices p y m denotan el prototipo y el modelo, respectivamente.

Los factores de escala pueden representarse solamente con las cantidades dimensionalmente independientes presentes en los términos π de la ecuación [1.3], son estas: longitud, modulo de elasticidad y aceleración (l, E y a). Los factores de escala para modelos estructurales son

$$S_Q = S_l^2 S_E, \quad S_\varepsilon = 1, \quad S_M = \frac{S_l^2 S_E}{S_a} \quad [1.9]$$

$$S_{\delta} = S_l, \quad S_{\sigma} = S_E, \quad S_v = 1$$

Para que los esfuerzos sean equivalentes, la relación entre los módulos de elasticidad debe ser igual a 1 ($S_E = 1$), se logra utilizando materiales con propiedades similares en modelo y prototipo.

1.1.2.1.1 Modelos elásticos estáticos

Los materiales usados en un modelo elástico estático de un prototipo deben cumplir con la condición de permanecer elásticos en el rango de carga, y tener la misma relación de Poisson's que el material del prototipo. En estructuras se ha comprobado que en sus estados de pre-fisuración, tanto el concreto como el concreto reforzado pueden ser considerados como elásticos. Bajo la acción de cargas moderadas el modelo puede ser construido con cualquier material que se pueda considerar como elástico; las deflexiones se pueden determinar con suficiente exactitud por la teoría clásica de la elasticidad lineal. En la tabla 3, se muestran los requisitos de similitud para modelos elásticos, los factores independientes escogidos son el modulo de elasticidad y la longitud, todos los factores son funciones de S_E y S_l . En la literatura abundan ejemplos de modelos elásticos construidos con resinas sintéticas o plásticos², estos materiales satisfacen solamente la condición de igualdad en la relación de Poisson's

$$v_p = v_m \quad [1.10]$$

La ventaja de trabajar con materiales cuyos módulos de elasticidad sean menores de 7 a 15 veces los del concreto, es la facilidad para tomar las mediciones de deformaciones bajo cargas moderadas. Estos modelos solo permiten el estudio del comportamiento en el rango elástico.

² DIAZ de SMITTER, Maria. Análisis Experimental de un Modelo de una Estructura de Concreto Armado Realizado en Plástico. En: Boletín IMME Nos. 43-44 (julio-diciembre 1973). Pág. 68

Cantidades	Dimensiones	Factor de escala
Propiedades relativas al material		
Esfuerzo	FL^{-2}	S_E
Modulo de elasticidad	FL^{-2}	S_E
Relación de Poisson's	----	1
Peso especifico	FL^{-3}	S_E/S_L
Deformación unitaria	----	1
Geometría		
Dimensión lineal	L	S_L
Desplazamiento lineal	L	S_L
Desplazamiento angular	----	1
Área	L^2	S_L^2
Momento de inercia	L^4	S_L^4
Cargas		
Cargas concentrada Q	F	$S_E S_L^2$
Carga distribuida lineal w	F^{-1}	$S_E S_L$
Presión uniforme	FL^{-2}	S_E
Momento torsor	FL	$S_E S_L^3$
Fuerza cortante	F	$S_E S_L^2$

Tabla 3. Factores de escala para modelos elásticos estáticos

1.1.2.1.2 Modelos inelásticos de concreto reforzado

Los modelos inelásticos o de rotura de concreto reforzado son diseñados para simular el comportamiento de la estructura hasta el colapso. Para esto:

- ✓ Las curvas esfuerzos-deformación deben ser geoméricamente similar en el modelo y el prototipo en tensión y compresión.
- ✓ $\epsilon_m = \epsilon_p$ debajo de la falla a tensión y compresión.

Los factores de escala para modelos de concreto están dados en la columna 4 de la tabla 4. El uso de un factor de escala para esfuerzo (S_σ) en modelos reales es justificado por el análisis dimensional, pero con el uso de materiales similares es

innecesario tener en cuenta esta relación porque hay igualdad entre los módulos de elasticidad y los esfuerzos, de tal suerte que los relaciones de similitud omitirían este factor, es decir $S_E = S_\sigma = 1$. Los factores de escala para modelos prácticos están en la columna 5 de la tabla 4.

grupo	cantidades	Dimensión	Modelo Real	Modelo Real Práctico	Modelo distorsionado caso(1) Figura 2.2	Modelo distorsionado caso (3) Figura 2.3
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Propiedades relativas al material	Esfuerzo del concreto, σ	FL^{-2}	S_σ	1	S_σ	S_σ
	Deformación del concreto, ϵ	----	1	1	S_ϵ	S_ϵ
	Modulo del concreto, E	FL^{-2}	S_σ	1	S_σ/S_E	S_σ/S_E
	Relación de Poisson, ν	----	1	1	1	1
	Peso específico, γ	FL^{-3}	S_σ/S_L	$1/S_L$	S_σ/S_E	S_σ/S_E
	Esfuerzo del acero, σ_r	FL^{-2}	S_σ	1	S_σ	S_σ
	Deformación del acero	----	1	1	S_E	S_E
	Modulo del acero	FL^{-2}	S_σ	1	1	1
	Esfuerzo de adherencia	FL^{-2}	S_σ	1	S_σ	a
Geometría	Dimensiones lineales, l	L	S_L	S_L	S_l	S_L
	Desplazamiento, δ	L	S_L	S_L	$S_E S_L$	$S_E S_L$
	Desplazamiento angular, β	----	1	1	S_ϵ	S_ϵ
	Área de refuerzo, A_r	L	S_L^2	S_L^2	S_L^2	$S_\sigma S_L/S_\epsilon$
cargas	Cargas concentradas, Q	F	$S_\sigma S_L^2$	S_L^2	$S_\sigma S_L^2$	$S_\sigma S_L^2$
	Cargas lineales, w	FL^{-1}	$S_\sigma S_L$	S_L	$S_\sigma S_L$	$S_\sigma S_L$
	Cargas de presión, q	FL^{-2}	S_σ	1	S_σ	S_σ
	Momentos, M	FL	$S_\sigma S_L^3$	S_L^3	$S_\sigma S_L^3$	$S_\sigma S_L^3$

a : función depende de la distorsión del área del refuerzo

Tabla 4. Factores de escala para modelos de concreto reforzado

Es necesario utilizar modelos distorsionados cuando el concreto modelo no tiene $S_E = S_\sigma = 1$. Las posibles distorsiones están resumidas en la tabla 5. Solo los casos 1 y 3 son de interés porque los otros requieren de refuerzos hechos de materiales

diferentes al acero. Se debe tener en cuenta que en estos casos se utiliza una distorsión en la deformación, y no deben utilizarse cuando la respuesta estructural es sensible a la magnitud absoluta de deformación ϵ , como en vigas y columnas. Los efectos de distorsión de deformación del caso 1 se muestran en la columna 6 de la tabla 4. Este tipo de similitud requiere que las curvas esfuerzo-deformación sean similares, pero no necesariamente que $S_E = S_\sigma = 1$. El caso de distorsión 3 trata la combinación de $S'_E = 1$ y $S_E \neq 1$. (Ver tabla 4, columna 7). Para utilizar los casos de distorsión es necesario conocer a fondo las propiedades de los materiales, principalmente del refuerzo y cuales de estas, van a influir en el estudio que se este haciendo.

Caso	Concreto			Refuerzos		
	S_ϵ	S_σ	S_E	S'_ϵ	S'_σ	S'_E
1	$\neq 1$	S_ϵ	1	S_ϵ	S_ϵ	1
2	$\neq 1$	1	$1/S_\epsilon$	S_ϵ	1	$1/S_\epsilon$
3	$\neq 1$	$\neq 1$	$\neq 1$	S_ϵ	S_ϵ	1
4	$\neq 1$	$\neq 1$	$\neq 1$	S_ϵ	S_σ	$\neq S_E$

Tabla 5. Posible distorsiones en modelos de concreto reforzado

Los modelos de concreto reforzado deben hacerse con materiales similares a los de la estructuras, para evitar distorsiones que influyan en los resultados, los factores de escala están representados en la columna 5 de la tabla 4.

1.1.2.1.3 Mampostería

En la tabla 6 se presentan los factores de escala en mampostería. Para una completa similitud del comportamiento estructural incluyendo los efectos inelásticos de fluencia y agrietamiento, el análisis dimensional da los factores de escala de la columna 4. Si se asume que los efectos del peso propio son insignificantes, los factores de escala se muestran en la columna 5.

Grupo	Cantidad (2)	Dimensión (3)	Cargas estáticas	
			Modelo real (4)	Modelo real practico (5)
Cargas	Carga concentrada, Q	F	$S_\sigma S_L^2$	S_L^2
	Carga lineal, w	FL^{-1}	$S_\sigma S_L$	S_L
	Presión, q	FL^{-2}	S_σ	1
	Momento, M	FL	$S_\sigma S_L^3$	S_L^3
Geometría	Dimensión lineal, l	L	S_L	S_L
	Desplazamiento, δ	L	S_L	S_L
	Desplazamiento angular, β	1	1	1
	Área, A	L^2	S_L^2	S_L^2
Propiedades del material	Unidad de esfuerzo de mampostería, σ_m	FL^{-2}	S_σ	1
	Unidad de deformación mampostería, ε_m	1	1	1
	Unidad modulo de mampostería, E_m	FL^{-2}	S_σ	1
	Unidad relación de Poisson's, ν_m	1	1	1
	Peso específico, γ_m	FL^{-3}	S_σ/S_L	$1/S_L$
	Esfuerzo mortero, σ'_m	FL^{-2}	S_σ	1
	Deformación unitaria mortero, ε'_m	1	1	1
	Modulo del mortero, E'_m	FL^{-2}	S_σ	1
	Relación de Poisson's mortero, ν'_m	1	1	1
	Esfuerzo de refuerzo, σ_{rm}	FL^{-2}	S_σ	1
	Deformación unitaria de refuerzo, ε_{rm}	1	1	1
Modulo del refuerzo, E_{rm}	FL^{-2}	S_σ	1	

Tabla 6. Factores de escala para mampostería

1.1.2.1.4 Estructuras sujetas a cargas dinámicas

Los modelos a escala reducida de estructuras sometidas a cargas dinámicas se han estudiado desde la segunda guerra mundial pasando por los estudios de Hudson, Baker, Harris, etc. La complejidad de estas cargas y los efectos que estas causan sobre las edificaciones han puesto a las técnicas de la modelación a escala reducida a la par con las técnicas analíticas.

Los requerimientos de similitud que gobiernan las relaciones dinámicas entre el modelo y la estructura prototipo dependen de la geometría, de las propiedades de los materiales de la estructura y del tipo de carga. Las cargas dinámicas de interés en la ingeniería estructural van desde cargas de viento hasta vibraciones elásticas producidas por el tráfico. El problema de mayor interés son las cargas dinámicas producidos por sismos, debido a su gran potencial de producir desastres. Para mas información remitirse al libro Structural modeling and experimental techniques de Harris y Sabnis, 2^{da} edición impreso en 1999.

Cantidad	Dimensiones
Longitud, l	L
Fuerza, Q	F
Modulo de elasticidad, E	FL^{-2}
Relación de Poisson's, ν	-----
Densidad de masa, ρ	FT^2L^{-4}
Deflexión, δ	L
Esfuerzo, σ	FL^{-2}
Frecuencia, f	T^{-1}
Aceleración, g	LT^{-2}

Tabla 7. Dimensiones de variables presentes en estructuras dinámicas

Modelos de estructuras sometidas a sismos

En la tabla 8 se resumen los factores de escala para modelos de estructuras sometidas a sismos. Los modelos replica real (columna 4) implican duplicación simultánea de inercia, fuerzas gravitacionales y restauración de las mismas. Estos modelos son casi imposibles de reproducir por las severas restricciones sobre las propiedades de los materiales del modelo, especialmente en la densidad. Las alternativas para estos modelos están presentes en las columnas 5 y 6, en donde se muestran las leyes de similitud para una simulación artificial de la masa y en el caso donde los esfuerzos de gravedad pueden omitirse dentro del comportamiento estructural, respectivamente. En la mayoría de los casos es de interés observar el

comportamiento ante cargas gravitacionales. Si el módulo de elasticidad es el mismo tanto para el modelo como para el prototipo, la densidad del material del modelo debe ser una cantidad S_L veces mayor. Esta diferencia en la densidad del material puede ser remediada utilizando masa adicional; esta masa adicional no debe generar una rigidez adicional al modelo.

grupo	Cantidad (2)	Dimensión (3)	Modelo replica real (4)	Simulación artificial de masa (5)	Omitir fuerzas de gravedad (6)
cargas	Fuerza, Q	F	$S_E S_L^2$	$S_E S_L^2$	S_L^2
	Presión, q	FL^{-2}	S_E	S_E	1
	Aceleración, a	LT^{-2}	1	1	S_L^{-1}
	Aceleración gravitacional, g	LT^{-2}	1	1	omitido
	Velocidad, v	LT^{-1}	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	1
	Tiempo, t	T	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	S_L
geometría	Dimensión lineal, l	L	S_L	S_L	S_L
	Desplazamiento, δ	L	S_L	S_L	S_L
	Frecuencia, ω	T^{-1}	$S_L^{-1/2}$	$S_L^{-1/2}$	S_L^{-1}
Propiedades del	Módulos, E	FL^{-2}	S_E	S_E	1
	Esfuerzo, σ	FL^{-2}	S_E	S_E	1
	Deformación unitaria, ϵ	----	1	1	1
	Relación de Poisson's, ν	----	1	1	1
	Densidad de masa, ρ	$FL^{-4}T^2$	S_E/S_L	^a	1
	Energía, EN	FL	$S_E S_L^3$	$S_E S_L^3$	S_L^3

$$^a (g\rho l / E)_m = (gpl / E)_p$$

Tabla 8. Factores de escala para la respuesta de estructuras a los sismos

1.2 EFECTOS DE ESCALA O DE TAMAÑO

Los efectos escala³ están relacionados con un incremento en la resistencia del espécimen cuando es reducido de tamaño. Si los modelos para determinar la capacidad de carga última están sujetos a estos efectos pueden dar una predicción errónea de las propiedades de resistencia del prototipo. Por tanto es importante minimizar estos efectos. Las variaciones de resistencia en los especímenes de concreto de igual forma, pero diferente tamaño son causados por los siguientes factores:

1. Diferentes tiempos de curado en especímenes de tamaños diferentes;
2. Diferencias en la densidad de los materiales usados en los diferentes tamaños de los moldes;
3. Cambio de calidad del material como resultado de la ganancia de agua de las capas superiores o goteo de agua a través de los formaletas
4. Diferencia en el secado de los especímenes de diversos tamaños durante los ensayos;
5. Variación en las condiciones que inducen los esfuerzos;
6. Relación y métodos de cargas;
7. Variaciones estadística de resistencias como resultado de efectos de volumen;

³ HARRIS, Harry; SABNIS, Gajanan. Structural modeling and experimental techniques: Size Effects, Accuracy and Reliability in Materials System and models. United States of America. 2 ed. CRC Press. 1999. Pág. 789

1.2.1 Estudios teóricos de efectos de tamaño

Para el análisis estadístico se necesita una función de distribución, que caracterice adecuadamente el azar de la heterogeneidad de los materiales y la variación de sus resistencias. Entre las teorías más usadas en el estudio de efectos de tamaño están Weibull, Nielsen, Glucklich y Cohen. En estudios estadísticos de los efectos de tamaño y de resistencia de los materiales es común el uso de la teoría clásica de “bundled Strength” o fuerza atada como fue presentada por Freudenthal (1968), la teoría “Weakest Link” o eslabón más débil y el acercamiento mecánico de fractura.

La teoría de Weakest Link: El concepto de eslabón mas débil ha sido usado ampliamente en varias teorías estadísticas de resistencias, las cuales difieren en la forma que la función de distribución de resistencia local es asumida. Weibull (1939) señaló la insuficiencia de especificar la resistencia del material por una sola cantidad como se realiza en cualquier acercamiento deterministico. Para desarrollo de esta idea consideró al espécimen como un conjunto de elementos primarios y que la falla total del material era igual a la del elemento mas débil o primario como se le llamo.

Si la probabilidad de falla del elemento mas débil para un esfuerzo entre 0 y σ es S_0 , entonces la probabilidad de supervivencia del elemento es dada por $(1 - S_0)$. Además, si S denota la probabilidad acumulativa de falla de un espécimen de volumen total V , entonces la probabilidad de supervivencia del espécimen, suponiendo independendencia estadística entre los elementos es dada por

$$(1 - S) = (1 - S_0)^V \quad [1.11]$$

Por equivalencia la expresión básica puede convertirse en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{1-S} = \exp \left[V \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad [1.12]$$

O

$$\log \log \frac{1}{1-S} = m \log(\sigma - \sigma_u) - m \log \sigma_0 + \log V \quad [1.13]$$

Estas expresiones indican que cuando se aumenta el tamaño del espécimen, la media de resistencia y la variación decrece, lo cual es consistente con las observaciones de los experimentos de efecto de tamaño de algunos materiales. Así, con la teoría de Weibull una relación lineal puede ser desarrollada entre $\log 1/(1-S)$ y $\log(\sigma - \sigma_u)$. Weibull aplicó su teoría en un gran número de casos y en todos se verificó la aplicabilidad de la función de distribución lineal con los datos de las pruebas.

En el caso particular del concreto, la teoría de “Weakest Link” o eslabón más débil, aplica muy bien. Sin embargo sus conclusiones deben ser confirmadas por cuidadosos experimentos, controlando los factores que influyen en las variaciones de los resultados de los especímenes.

1.2.2 Efectos de tamaño en concreto

Los factores experimentales que influyen en los efectos de escala están descritos en la tabla 9.

Factor	Descripción
Aleatoriedad de Resistencias	La heterogeneidad de los materiales influye en la determinación de la resistencia, debido a las fallas de distribución en la microestructura.
Efecto de difusión debido al secado	Significativos efectos de escala pueden presentarse debido al proceso de secado del concreto en la estructura, la conducción de calor producida por la hidratación y la no uniformidad del flujo plástico producida por diferencias en la temperatura y en el contenido de humedad a través de la estructura. Mucho más trabajo se tiene que realizar para reducir este efecto que en el resto de los efectos de tamaño.
Efecto de pared	Es causado por el hecho que la capa límite próxima de la superficie de hormigón tiene una composición y resistencia diferente que en el interior de la estructura de concreto. Este fenómeno es conocido como "wall effect". En una estructura pequeña, el efecto de esta capa es más grande que en una estructura de mayor tamaño porque el espesor de capa límite es independiente de tamaño de la estructura.
Tamaño de los agregados	Para un espécimen pequeño, una alta resistencia nominal se obtiene con agregados pequeños, mientras que un espécimen grande una mayor resistencia es obtenida con agregados grandes.
Compactación y pérdida de agua	<p>La compactación es mejor en especímenes de menor tamaño, lo que se traduce en una mayor resistencia, esto debido a que los especímenes más grandes tienen mayores vacíos internos y aire atrapado. Se debe hacer una compactación lo más uniformemente posible, para minimizar los efectos de tamaño producido por este factor.</p> <p>La pérdida de agua en los especímenes en el vaciado puede alterar la calidad del material. Es necesario controlar la humedad en un cuarto húmedo, y si es necesario se las formaletas deben hacerse con plexiglás o PVC.</p>
Curado y secado	<p>La relación superficie-volumen aumenta con la disminución de tamaño del espécimen y la longitud de los caminos de humedad será diferente. La resistencia de un material varía de la superficie del espécimen al centro, dependiendo del tamaño.</p> <p>De la relación superficie-volumen depende tanto el secado como el curado. Los efectos ocasionados por el curado y por el secado se pueden controlar con un buen sellado de la superficie de los</p>

	especímenes a ensayar, reduciendo el aumento de la resistencia por la reducción de tamaño.
--	--

Tabla 9 Factores que influyen en los efectos de escala

Los efectos de escala no son determinantes en la elección del tamaño del cilindro del prototipo de prueba, todos los cilindros superiores a 50 x 150mm representan correctamente la resistencia. Sin embargo para los modelos, la selección de cilindros de control de tamaño muy reducido puede tener una variación considerable en la resistencia a compresión. El comité de ACI 444 (1979) acepta hasta cilindros de 50 X 100mm para mezclas de modelos de concreto, si son de menor tamaño no representan la resistencia del material usado el modelo.

En las propiedades a largo plazo (*contracción y flujo plástico*) del concreto también son notorios los efectos de escala. En el caso de la *contracción* el cambio de tamaño de un miembro influye en la relación de humedad en el concreto, que interviene en el comportamiento de esta propiedad. Tras muchos estudios se observó que la proporción y la cantidad de encogimiento a una edad dada, disminuían en el mismo ritmo que el tamaño del espécimen aumentaba. Los especímenes sellados guardados con 100% de humedad relativa tenían una cantidad despreciable de encogimiento (aproximadamente 5% del de los especímenes expuestos al aire de tamaño correspondiente. Por otro lado el flujo plástico se observa si hay incremento simultáneamente en movimientos de humedad por dentro y fuera del concreto. El flujo plástico que ocurre sin el intercambio de humedad entre el hormigón y su ambiente circundante se ha llamado el flujo plástico básico. Así, la proporción del flujo plástico básico independiente de movimiento de humedad no estará sujeto al tamaño de espécimen. Puede sin embargo, ser una función de los esfuerzos aplicados y una

función de la resistencia del hormigón que si están influenciadas por el tamaño del espécimen. Una conclusión general de las pruebas disponibles indica que incluso en los tamaños más grandes, el flujo plástico disminuye con el aumento en el tamaño del espécimen; la diferencia más grande ocurre durante los días primeros días del curado. El secado en la superficie también es importante porque involucra humedad.

1.2.2.1 Efectos de tamaño en hormigón reforzado

Características de adherencia: El estudio es extremadamente difícil por el limitado conocimiento del fenómeno de adherencia en el hormigón prototipo. Una de las principales formas de disminuir los efectos de tamaño es que las barras de refuerzo (barras deformadas) usadas en el modelo, reproduzca la acción de adherencia presente en el prototipo.

Similitud en agrietamientos: La respuesta inelástica de una estructura de concreto reforzado depende frecuentemente del grado y la manera de las grietas. Los modos de agrietamientos pueden influir en el comportamiento bajo cargas, momentos y distribución de fuerzas en sistemas indeterminados y condiciones de carga de servicio. La existencia de efectos de tamaño en las grietas se define así: la anchura de las grietas deben variar con el tamaño del modelo, y el números de grietas deben reducirse también con la reducción del tamaño. Las pruebas hechas a los especimenes indican que es mínima la presencia de los efectos de escala en las grietas de modelos, si las otras condiciones de similitud (principalmente las propiedades de los materiales y resistencia de adherencia) son satisfechas.

Resistencia Última: Se han desarrollado un sin numero de ensayos para determinar como influye en la resistencia los efectos de escala. Los resultados

demuestran que es posible obtener una excelente similitud en las deformaciones para un gran rango de cargas, entre el prototipo y el modelo, reforzándolo con aceros deformados sin excesivos efectos de escala.

1.3 ERRORES EN MODELOS

Los errores en modelos estructurales se presentan en cualquiera de los pasos principales de este proceso: planeación, fabricaron, cargas, recolección de datos e interpretación.

Fase del proceso	Errores posibles
Planeación	<ul style="list-style-type: none"> - Errores en análisis dimensional - Fallas en el reconocimiento de variables relevantes - Errores en la proporción del modelo - Escogencia inadecuada del material <p>En la fase de la planificación, el ingeniero a cargo del estudio de modelos debe definir el alcance y, así, la exactitud aceptable del resto del proyecto. Los errores en esta fase son de gran preocupación y deben evitarse.</p>
Fabricación	<ul style="list-style-type: none"> - Geometría - Propiedades de los materiales <p>En el proceso de fabricación la exactitud en la geometría o en las dimensiones es fundamental, sobretodo en la colocación del refuerzo.</p>
Cargas	<ul style="list-style-type: none"> - Condiciones limites - Magnitud de carga - Dirección de carga - Distribución de carga - Tiempo de carga - Efectos de gravedad en la carga <p>La fase cargante es igualmente importante, porque la cargas del prototipo debe reproducirse tan fielmente como sea posible</p>

Instrumentación y recolección de datos	<ul style="list-style-type: none"> - Errores en la escritura y la lectura de los datos - Errores en los calibradores eléctricos - Errores en instrumentos que se ayudan con presiones - Errores de medidas por imprecisiones de los instrumentos
interpretación	<ul style="list-style-type: none"> - Errores en la interpretación de graficas, o en la opiniones personales

Tabla 10. Errores en modelos

Los errores enumerados en la tabla 10 caben en una de las tres categorías generales de errores: equivocaciones, errores aleatorios y errores sistemáticos:

Las equivocaciones: Éstos son errores que no tienen ningún lugar en los experimentos científicos, deben eliminarse con el cuidado y repetición de medidas. Las equivocaciones frecuentes pueden ser: Usar una lógica incorrecta en el análisis dimensional, leer mal un instrumento, montar un calibrador en una posición incorrecta, cometer errores en la colocación de cargas.

Errores aleatorios: Son asociados con el hecho que un fenómeno aleatorio bajo determinadas circunstancias no siempre lleva al mismo resultado, entre los diferentes resultados hay regularidad estadística, es decir, son errores que no siempre ocurren y suceden por la unión de varias circunstancias que se presentan sin planearse.

Errores sistemáticos: Son errores de magnitud constante, a los que simplemente se les puede hacer una corrección y hacer desaparecer el error. Si cambia en la magnitud durante el curso del experimento, la relación de las medidas, uno a otro, es alterada. Un error sistemático típico es por ejemplo la calibración incorrecta de un instrumento de la medición.

Una gran cantidad de teorías matemáticas están a disposición del ingeniero para que este involucre todos los eventos aleatorios presentes en el comportamiento de un sistema estructural. La teoría más usada es la función de probabilidad normal.

Función de densidad probabilidad normal

La ecuación matemática para la función de densidad normal es:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\mu)^2 / 2\sigma^2]} \quad [1.14]$$

donde:

x = Variable aleatoria

$p(x)$ = Función de densidad de probabilidad

m = media, denotada por \bar{X}

σ = Es una medida de dispersión sobre el valor de la media, conocido como la desviación de distribución del conjunto entero y denotado por “S” cuando se refiere a la desviación normal de cualquier muestra finita.

El valor de la media se calcula con:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad [1.15]$$

La desviación estándar se calcula

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}} \quad [1.16]$$

La varianza se define por

$$S^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}} \quad [1.17]$$

La función de probabilidad oscila entre 0 y 1 así:

$$0 \leq p(x)dx \leq 1 \quad [1.18]$$

Las medidas de los fenómenos en ingeniería se representan muy bien por medio de una función de densidad normal. Además es una función de densidad bien conocida y fácil de manejar.

1.3.1 Recomendaciones para minimizar errores en modelos

Exactitud en la fabricación y en las dimensiones

La exactitud en las dimensiones es necesaria porque afecta la fabricación de los modelos, en la hechura de formaletas y en el proceso de construcción. En general se considera aceptable, tener una tolerancia de $\pm 5\%$. Para esto:

1. Las formaletas deben ser exactas y además construirse de un material que no cambie de dimensiones con el tiempo o con los cambios de ambiente. Ej. plexiglás y aluminio (para modelos muy reducidos).
2. En la construcción de modelos se pueden presentar errores en las dimensiones de los espesores. Deben minimizarse para obtener exactitud en los resultados.

En la fabricación de modelos de concreto es muy importante la colocación del refuerzo, debido a su flexibilidad, a su respuesta durante la construcción y el proceso de vibración en esta. En el caso de secciones sub-reforzadas, en donde el que gobierna la falla de la estructura es el acero, la exactitud dependerá del posicionamiento del refuerzo.

Sirve tener una visión anticipada del problema y determinar que condiciones de esfuerzos son las más importantes. En el caso de una columna donde la condición de esfuerzos es principalmente axial, la colocación del refuerzo longitudinal en su correspondiente modelo tiene un efecto mucho menor sobre la exactitud de los resultados comparados con una situación similar de pérdida o extravió de acero en un espécimen a flexión.

Exactitud en las propiedades de los materiales

Las propiedades de los materiales en modelos inelásticos, generalmente tienen que ser idénticas a las de los materiales del prototipo para representar el comportamiento de la estructura. En caso de modelos elásticos puede pasarse por alto algunos requerimientos de similitud sin afectar la exactitud.

Cuando se considera el comportamiento de las estructuras cerca al colapso, la resistencia a compresión y tensión, la ductilidad y los posibles cambios en las constantes elásticas se vuelven significativos. La curva esfuerzo-deformación puede ser modelada con exactitud para cualquier resistencia de un prototipo de hormigón usando mezclas para modelos reducidos (*ver numeral 2.1.1*). La resistencia a tensión tiende a ser más alta que la deseada en el material del modelo a un nivel de resistencia a compresión dado, pero los efectos de estas distorsiones pueden despreciarse, sin sacrificar la exactitud en un alto grado.

Las propiedades mecánicas, son sumamente sensibles en los ensayos y aumenta con la disminución de tamaño del espécimen. Los errores asociados con estas propiedades son clasificados como de fabricación o de ensayos. Los efectos de encogimiento y de flujo plástico no son fáciles de simular, aunque los modelos y prototipos tengan construcciones idénticas.

En los refuerzos, la mayor exactitud se logra modelando las características de esfuerzo-deformación y las propiedades de la superficie de refuerzo. Para contar con mayores niveles de exactitud se puede tener presente:

- a. Use acero del mismo origen.
- b. Haga pruebas frecuentes a los especímenes usados para revelar las variaciones posibles en las propiedades de resistencia.

Exactitud en los ensayos y las mediciones

El éxito de un estudio de modelo depende de los equipos de ensayo, la necesidad que las cargas del prototipo sean bien representadas. Además de la carga, la instrumentación debe ser considerada en la exactitud de los resultados, se debe tener mucho cuidado en la ubicación de los equipos de medidas. El éxito total de los ensayos dependerá de la precisión con que sean tomadas las medidas. Las cargas deben ser medidas con celdas de cargas, que tienen una precisión del rango de 0.5%, la exactitud en las medidas de los desplazamientos puede llegar a ser de 0.000025mm de acuerdo al LDTVs (linear variable differential transformers) utilizado y en las medidas de deformaciones o curvaturas, los calibradores eléctricos de deformaciones son los más usados. La exactitud en estas mediciones depende también de la selección del material para el modelo.

Exactitud en la interpretación de los resultados de los ensayos

La experiencia indica que los modelos de resistencia predicen el modo de falla y la carga última de una estructura prototipo con una tolerancia del orden de 10% . Este grado de exactitud depende de un conocimiento íntimo de las propiedades de los materiales del modelo como se describió anteriormente.

Cuando se interpretan resultados experimentales, es preciso compararlos con alguna respuesta teórica, teniendo en cuenta que cuando se presenta alguna diferencia se debe analizar porque el análisis teórico no concurre al mismo resultado de la experimentación. Si no podemos definir el porque de esta desavenencia, especialmente en estructuras de concreto se procede a trabajar con el resultado experimental.

Se encuentran dificultades graves en los resultados de la prueba, así como en su interpretación sólo cuando las propiedades materiales de los modelos se desvían de las propiedades del prototipo a una magnitud tal que se cambian los modos de falla; por ejemplo, esto podría pasar si la resistencia a tensión de hormigón del modelo es suficientemente alta para prevenir una falla a tensión esperada. Las estructuras con adherencias críticas son difíciles de modelar con cualquier grado de confianza, pero se cree que el uso de aceros deformados mejora esta situación notablemente.

Fiabilidad global de resultados en el modelo

Un aspecto desafortunado en los estudios de modelos es que hay suficiente tiempo y dinero para una sola o pocas pruebas. Para evitar perdida de exactitud como resultado de errores sistemáticos en cualquiera de las técnicas empleadas, es recomendable seguir los siguientes pasos:

- Calibrar instrumentos antes de las pruebas
- Chequear la simetría
- Comparar con resultados analíticos
- Observar las tendencia en los datos
- Observaciones del comportamiento en su totalidad
- Repeticiones en algunas pruebas

En modelos diseñados correctamente, la relación entre el valor teórico y el valor experimental de resistencia, no debe ser mayor del 10% para considerarla como una buena aproximación.

2. MATERIALES PARA MODELOS DE CONCRETO REFORZADO

2.1 CONCRETO PARA MODELOS

El concreto para modelos al igual que el del prototipo consiste en una mezcla de agregados, cemento y agua. El tamaño máximo de los agregados, lo restringe varios factores, como: la escala, espacios entre los refuerzos y el menor espesor en el modelo. El cemento en el modelo es el mismo usado en el prototipo.

Las propiedades del concreto dependen de los siguientes factores:

- Relación agua-cemento
- Relación cemento- agregado
- Naturaleza de los agregados, tamaño, gradación, porosidad, etc.
- Contenido de humedad y temperatura durante el ensayo
- Duración ensayo
- Duración carga
- Tipos de esfuerzos causados por la aplicación de la carga
- Tiempo de curado.

Propiedades del concreto	Características
Resistencia a compresión	El comportamiento del concreto prototipo bajo compresión es por lo general lo único que se conoce. La curva esfuerzo - deformación unitaria es aproximadamente lineal en los niveles de esfuerzos bajos; y el módulo de elasticidad E, es la pendiente que pasa por el origen de la curva esfuerzo – deformación. La resistencia a compresión del concreto modelo se determina usando especímenes cilíndricos con una relación longitud – diámetro de 2,

	<p>de modo similar que en el concreto prototipo.</p> <p>El ACI en el código 318 – 95 propone el uso de las siguiente expresión:</p> $E_c = 33w^{1.5}\sqrt{f'_c}$ <p>w : Es la unidad de peso del concreto en libras por pie cúbico.</p> <p>f'_c : Resistencia a compresión en libras por pulgada cuadrada (PSI).</p> <p>E_c : Modulo de elasticidad en libras por pulgada cuadrada.</p> <p>En el sistema internacional la expresión es:</p> $E_c = 0.043w^{1.5}\sqrt{f'_c}$ <p>w : Densidad de masa del concreto en Kilogramos por metro cúbico.</p> <p>E_c : Modulo de elasticidad en Mega pascales (Mpa).</p> <p>f'_c : Es la resistencia a compresión en Mega pascales (MPa).</p>
Resistencia a tensión	<p>Los esfuerzos de tensión influyen en el comportamiento de la estructura en la resistencia a cortante, en la adherencia, en la rigidez efectiva de la estructura, etc. Para conocer las propiedades a tensión existen varios procesos de ensayos, por ejemplo ensayo de tensión directa para secciones de tensión uniforme, el ensayo de tensión indirecta y el ensayo de torsión que se utiliza para secciones con esfuerzos distribuidos.</p>
Resistencia a flexión	<p>La resistencia de concreto a flexión se obtiene por medio del ensayo de viga prismático bajo tres puntos de cargas. Normalmente se acepta la suposición de la linealidad de la relación deformación – esfuerzo, por esto se asume que la resistencia a tensión varía con f'_c . El código de construcción ACI 318-95 recomienda la siguiente ecuación para la resistencia a flexión</p> $f_r = 7.5\sqrt{f'_c} \quad (\text{Psi}) \qquad f_r = 0.6\sqrt{f'_c} \quad (\text{SI}) \quad \text{Mpa}$ <p>f_r : Resistencia a tensión</p> <p>f'_c : Resistencia compresión concreto</p>

Tabla 11. Propiedades del concreto

Los efectos de estos factores y su interacción, no son comprendidos en su totalidad, sin embargo, estas limitaciones pueden evitarse si las propiedades físicas del concreto modelo, incluyendo la curva esfuerzo-deformación unitaria y

criterios de falla, son compatibles con el concreto del prototipo, según los factores de escala.

2.1.1 Dosificación de mezclas para modelos

Para prototipos el rango para tamaño de agregados recomendados por el ACI es de 10mm a 150mm, el rango usado comúnmente en construcción es mas reducido de 20mm a 40mm. En los modelos no hay un rango establecido para determinar el tamaño máximo de los agregados, pero es limitante la escala del modelo, los espesores y las separaciones de las varillas. Se ha determinado que entre mas grande sea el tamaño de los agregados se minimiza la relativamente alta resistencia a tensión del concreto modelo. En modelos reducidos, en donde las dimensiones no permitan agregados de determinado tamaño el uso de micronconcretos es recomendable.

2.1.1.1 Microconcretos

Los microconcretos son mezclas de agua: cemento: arena convenientemente dosificado de tal manera que la carga de rotura a tensión y a compresión, así como su curva esfuerzo-deformación sean iguales a las del concreto prototipo.

Propiedades a modelar

Los microconcretos deben reproducir las fallas del concreto prototipo, para esto es necesario simular sus principales propiedades. Los materiales del modelo deben tener las siguientes propiedades:

1. Una específica resistencia última a compresión f'_c
2. Un específico módulo de elasticidad E_c
3. Una específica deformación unitaria por compresión última ϵ_{cu} ,
4. Una específica resistencia última a la tensión f'_t .

Dosificación de microconcretos

En la Universidad de Cornell se desarrollaron microconcretos (*Tabla 12*) cuyas propiedades fueron semejantes a las del concreto prototipo. Se diseñaron haciendo énfasis en las propiedades de rigidez y resistencia del prototipo. Los resultados de los ensayos se muestran en la tabla 13.

Mezcla	Agua	Cemento	Arena (Sm+Gm) ^a	Agregado Grueso
Prototipo	0.65	1	3 (2.4+0.6)	3
Microconcreto I	0.70	1	3 (2.4+0.6)	0
Microconcreto II	0.70	1	3 (2.4+0.6) ^b	0
Microconcreto III	0.70	1	6 (3.0+3.0)	0
Microconcreto IV	0.70	1	6 (2.0+4.0)	0

Tabla 12. Mezclas de microconcreto (Universidad de Cornell)

- ^a Sm =modela arena, partículas que pasan por el tamiz No. 8
Gm = modelo de grava, partículas entre el tamiz No. 4 y No. 8
- ^b Gm = mezcla hecha con material químico

mezcla	(W:C:S:A) ^a	Cilindros ensayados a compresión				Ensayos a tensión		
		f'_c	E_u	E_{int}	$E_{0.4f'_c}$	f'_t	$\frac{f'_t}{f'_c}$	$\frac{f'_t}{\sqrt{f'_c}}$
		Mpa	mm/mm	Gpa	Gpa	Mpa		
Concreto prototipo	0.65:1:3:3	33.58	0.00229	25.41	21.24	3.18	0.095	6.61
Microconcreto I	0.7:1:3:0	31.77	0.00345	13.27	12.18	.3057	0.112	7.63
Microconcreto II	0.7:1:3:0	29.30	0.00424	12.21	10.60	2.64	0.090	5.86
Microconcreto III	0.7:1:6:0	32.29	0.00301	20.66	16.54	3.10	0.096	6.56
Microconcreto IV	0.7:1:6:0	36.92	0.00293	21.62	17.13	2.61	0.071	5.17

a :Agua: cemento: arena : agregados (por peso)

Tabla 13. Propiedades de mezclas (Universidad de Cornell)

Mirza en 1967 experimentó, con la intención de obtener una resistencia a compresión de 20.7Mpa, usando cemento y la arena que pasa por el tamiz No 8 y No 4. Obtuvo mezclas de relación agua: cemento: agregado de 0.8:1:3.25 se ensayaron y su resultado de resistencia a la compresión de 21.6Mpa con desviación estándar de 0.94Mpa y a tensión fue 2.7Mpa y desviación estándar de 0.1Mpa. Luego Mirza con Tsui desarrollaron mezclas para microconcretos con resistencias de 17 hasta 41Mpa usando agregados que fueron pasados por los tamices No. 10, No 16, No. 24, No. 40 y No.70. Después de las valoraciones estadísticas recomendaron las dosificaciones para diferentes resistencias:

Agua/Cemento	Agregado/Cemento	f'c esperado Mpa
0.83	4.0	17.2
0.72	3.75	20.7
0.60	3.25	27.6
0.55	2.75	34.5
0.50	2.50	41.4
0.40	2.25	48.3

Tabla 14. Mezclas de microconcretos desarrollados por Mirza y Tsui

2.2 REFUERZO PARA MODELOS DE CONCRETO

La escogencia del refuerzo para un modelo a escala es relativamente simple, pero a su vez es el paso más importante en todo el proceso de modelado. El proceso de selección del refuerzo para modelo empieza con los requerimientos de la curva

esfuerzo-deformación del prototipo. La producción de refuerzos para modelos, se resume en los siguientes pasos:

1. Determinar la curva esfuerzo-deformación unitaria del prototipo.
2. Seleccionar la barra (plana o deformada).
3. Deformar la barra usando maquinas de deformación.
4. Tratamiento en calor. (temple).
5. Ensayar los refuerzos para determinar sus propiedades.
6. Comparar curvas esfuerzo-deformación unitaria del modelo con la del prototipo.

En la mayoría de los modelos los aceros varían generalmente entre 3mm y 0.8mm de diámetro, estas dimensiones no son fáciles de encontrar en el comercio, con las resistencias adecuadas. En algunos países se encuentran comercialmente barras de diferentes diámetros y resistencias, que podrían usarse como refuerzo para modelos.

En Colombia, Diaco produce alambres (lisos y deformados fabricados según NTC1907 ASTM A-82, A496) de hasta 3mm y barras de aceros de diferentes diámetros:

Diaco 60: corrugado sismo-resistente

Nº	Diámetro Nominal	
	Pulgadas.	mm.
3	3/8	9.52
4	1/2	12.70
5	5/8	15.87
6	3/4	19.05
7	7/8	22.22
8	1	25.40
9		28.66
10		32.23

Tabla 15

Diaco 60: corrugado sismo-grafil

Nº	Diámetro mm.
5.5M	5.5
6.0M	6.0
6.5M	6.5
7.0M	7.0
7.5M	7.5
8.0M	8.0
8.5M	8.5
9.0M	9.0
9.5M	9.5

Tabla 16

Aunque se encuentre en el mercado aceros con los diámetros requeridos en el modelo, es conveniente deformar y tratar en calor el acero, para controlar la resistencia a fluencia e incrementar la ductilidad.

2.2.1 Maquinas para deformar alambres

Para deformar alambres se han ideado muchas maquinas. En el laboratorio de modelos de la Universidad de Cornell se desarrollo una técnica simple, que trabaja con deformación de alambres en frío. La deformación deseada se obtiene al pasar el alambre a través de un par de engranes como lo muestra la figura 1 este mecanismo tiene como ventaja que se puede deformar una vara continuamente.

(Figuras tomadas referencia 3). La deformación en frío incrementa la resistencia, para bajar la resistencia a fluencia del acero deformado, se inicia el proceso de temple. Se realiza a una temperatura de entre 540°C a 820°C y el tiempo del proceso de temple oscila entre 15min y 2 horas, dependiendo de la temperatura y la resistencia requerida.

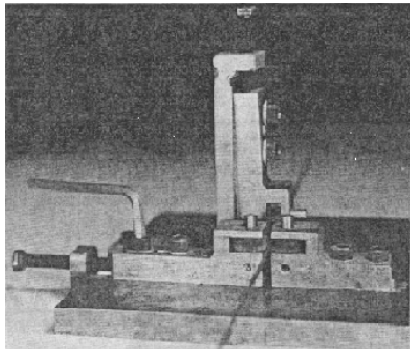


Figura 1. Deformador de aceros de Universidad de Cornell.

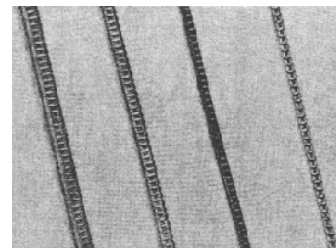


Figura 2. Refuerzos deformados Universidad de Cornell.

La Universidad Drexel (USA), desarrollo una maquina de deformación de barras de acero (figura 3). Esta maquina consta básicamente de un motor de velocidad constante y unos semicírculos dentados por los cuales se hace pasar la barra, que se desea deformar. Este proceso se puede trabajar con diferentes escalas y diámetros de barras. En la figura 4 se muestran ejemplos de aceros deformados de la Universidad de Drexel. (Figuras tomadas referencia 3).

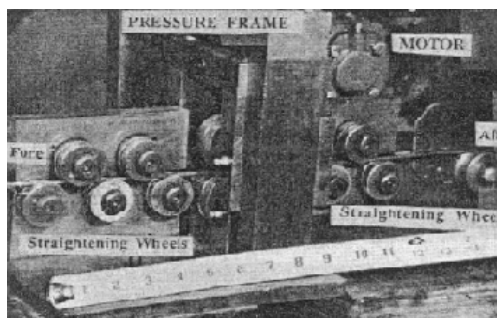


Figura 3. Maquina para deformar alambres de la Universidad Drexel.

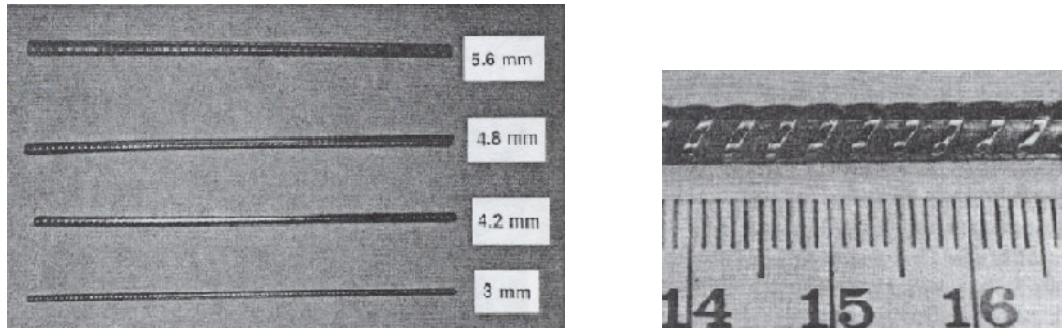


Figura 4. Ejemplos de alambres deformados Universidad de Drexel

En la Universidad de Colorado (USA), se realizaron estudios a diámetros comerciales de barras de acero y sus respectivos modelos de 1/3 de escala. En la tabla 17 se muestra las propiedades geométricas del prototipo y las respectivas en un modelo de 1/3 de escala, todos los datos son basados en el promedio de las medidas de seis especímenes. Las propiedades mecánicas de para barras lisas, deformadas por el fabricante y tratadas en calor están descritas en la tabla 18.

Numero de barra		Dimensión nominal			Requerimientos de deformación		
		Diámetro, mm	Área mm ²	Perímetro, mm	espaciamento	altura	Máximo hueco
No. 3	Prototipo	9.53	70.97	29.92	6.66	0.38	3.63
	1/3 de escala	3.18	7.87	9.96	2.22	0.13	1.21
	Modelo	3.10	7.55	9.73	2.42	0.15	0.58
No. 4	Prototipo	12.70	129.03	39.90	8.89	0.51	4.85
	1/3 de escala	4.22	14.32	13.28	2.96	0.17	1.62
	Modelo	4.12	13.29	12.90	2.90	0.22	1.23
No. 5	Prototipo	15.88	200	49.86	11.10	0.71	6.07
	1/3 de escala	5.28	21.94	16.61	3.70	0.24	2.02
	Modelo	4.88	18.65	15.34	2.95	0.10	1.08
No. 6	Prototipo	19.05	283.87	59.34	13.34	0.97	7.26
	1/3 de escala	6.35	31.61	19.94	4.45	0.32	2.42
	Modelo	6.35	31.61	19.94	5.49	0.61	1.56

Tabla 17. Propiedades geométricas de barras de acero y modeladas a 1/3

	Barra Numero	Barra lisa	Barras deformadas por el fabricante	Tratamiento en calor	Coefficiente de variación (%)	Prototipo
Resistencia fluencia, Mpa	3	310.3	415.8	----	1.01	386.8
	4	583.5	468.9	446.8	3.06	461.3
	5	353.6	462.4	440.6	1.31	441.3
	6	1453.6	----	----	10.01	450.0
Resistencia Ultima, Mpa	3		437.1	----	0.57	560.6
	4	615.0	487.9	475.1	5.37	734.3
	5	369.3	478.1	476.2	1.25	712.9
	6	624.8	----	----	8.40	738.7
Deformación ultima mm/mm	3	----	----	0.018	----	----
	4	----	----	0.031	----	----
	5	----	----	0.05	----	----
	6	----	----	0.0791	----	----

Tabla 18. Propiedades mecánicas de refuerzo para modelos de escala a 1/3

2.2.2 Tratamiento en calor de los refuerzo para modelos

El tratamiento en calor⁴ (temple) es un proceso fundamental para simular el refuerzo. Se utiliza como control para la resistencia de fluencia y para mejorar las características post-fluencia, tal como el incremento en la ductilidad. Este proceso se realiza en hornos con temperaturas superiores a 540°C durante 1 o 2 horas y luego el acero se refrigera a temperatura ambiente. Un amplio estudio de las técnicas para modelar refuerzos fue desarrollado por Kim y White (1988) en el centro nacional de investigación para estructuras sísmica, Universidad estatal de New York.

⁴ HARRIS, Harry; SABNIS, Gajanan. Structural modeling and experimental techniques. Inelastic Models: Structural steel and Reinforcing Bars. 2 ed. United States of America. CRC Press. 1999, p 789

Hay una gran variedad de hornos para este proceso. La Universidad de Cornell trabaja con hornos eléctricos con muy buenos resultados, del mismo modo la Universidad Drexel tiene su propio diseño para hornos, los de este laboratorio trabajan a gas y su principal ventaja es que se puede templar, lo necesario para que el modelo a escala reducida funcione, además de la prontitud con que se realiza el proceso e instalarlo en el lugar indicado. Los factores que afectan directamente el proceso de tratamiento en calor son los tiempos de templado, temperatura en el mismo, la distribución de la temperatura dentro del horno y la proporción de frío.

2.2.3 FRP refuerzo para modelos de concreto

En la década de los 90 se comenzó a estudiar el uso de fibras compuestas como refuerzo en estructuras de concreto, dando reportes muy positivos como los de Nanni y Dolan; 1993 y Basham, 1994. Los sistemas FRP consisten en unas fibras de vidrio o carbón envueltas dentro de una matriz de polímeros, que tiene una alta resistencia, un amplio rango de modulo de elasticidad y una muy baja deformación unitaria debido a tensión comparándola con la del acero. La principal dificultad encontrada es su no ductilidad, se ha corregido con el uso de híbridos formado con varios tipos estambres unidos con FRP. Estas técnicas son recientes pero se desarrollan constantemente usando modelos a escala reducida para proveer a los prototipos de barras eficientes.

2.2.4 Adherencia

El escaso conocimiento del comportamiento de adherencia en los prototipos hace difícil su modelado, lo que si se ha demostrado es que la adherencia varía con el diámetro de las barras.

En la actualidad hay varios tipos de ensayos para el estudio de la resistencia de adherencia del refuerzo, por ejemplo el ensayo pullout concéntrico y excéntrico, el ensayo de barra a tensión embebida, y varios tipos de ensayos a flexión. Los ensayos de flexión son los primeros a usar, porque la adherencia a la flexión es la primera preocupación; este ensayo describe muy bien la situación real. El ensayo concéntrico pullout es económico, simple y de una duración corta, pero su desventaja es ser un ensayo a compresión, lo que conlleva a una significativa reducción en los agrietamientos transversales.

Los datos experimentales sobre similitud en las características de adherencia de aceros lisos y deformados son muy pocos. *La similitud en la adherencia de aceros lisos* ha sido estudiada por Harris (1966), los resultados arrojaron como conclusión que el número de agrietamiento en un modelo reforzado con aceros lisos fue entre el 25 y el 50% del número de agrietamientos en el prototipo.

En el Departamento de ingeniería Civil de la Universidad McGill (Montreal, Canadá), Stafiej (1970) trabajó en *la similitud de adherencia de aceros deformados* ensayados en modelos. Los especímenes mostraron una excelente correlación con los modos de agrietamiento del prototipo. Las relaciones de similitud se desarrollaron por análisis dimensional y los resultados de estas ecuaciones de predicción fueron usados para comparar los valores de resistencia en los prototipos y en sus modelos. Un análisis estadístico de los resultados experimentales muestra que la media y la desviación estándar de la resistencia predicha por la ecuaciones versus resistencia-experimental fue de 1.04 y 0.128, respectivamente.

2.2.5 Similitud en agrietamientos y deformaciones

La respuesta inelástica de carga–deflexión en estructuras de concreto reforzado depende directamente del grado y la manera de agrietamiento. Los modos de agrietamiento pueden influir en el comportamiento bajo cargas, momentos y fuerzas distribuidas en sistemas indeterminados, y algunas veces puede modificar el modo de falla final.

Trabajos realizados por Syamal (1969) y Mirza (1978) en los laboratorios de la Universidad McGill reportaron resultados de ensayos de 56 especímenes de concreto reforzado que incluye 11 prototipos y sus 45 modelos directos, con factores geométricos de escala de 1/2, 1/4 y 1/6, usando mezclas con resistencia nominal de 21 Mpa y refuerzos de aceros deformados y lisos. Para todas las condiciones de carga, se observó que aparecieron más grietas en el prototipo y los modelos de 1/2 de escala que en los modelos de 1/4 y 1/6 de escala, pero se concluyó que se presenta una prudente similitud. En cuanto a los refuerzos, hay mayor similitud cuando se usan barras deformadas, aunque generalmente hay menos agrietamientos que en el prototipo. Es posible obtener muy buena similitud en las deformaciones para todos los rangos de cargas entre el prototipo y sus respectivos modelos con barras de acero deformadas.

Clark (1971) luego de realizar ensayos concluyó que las deformaciones unitarias y profundidad de las grietas pueden predecirse si se conoce profundamente las propiedades de los materiales de los cuales están hechos los modelos y el prototipo. Mayor información de los ensayos realizados por Clark remitirse al reporte técnico Crack Similitude in 1:3.7 Scale Models of Slabs Spanning One Way.

Muchos investigadores han observado que hay excelente similitud entre las características cargas–deformación de la estructura prototipo y sus respectivos modelos. Aunque se ha observado que en los modelos reducidos el numero de fisuras es menor que en el prototipo. Sin embargo, los patrones globales de agrietamiento se reproducen fielmente en cada caso.

3. FABRICACIÓN, SISTEMAS CARGANTES E INSTRUMENTACIÓN

3.1 FABRICACIÓN MODELOS DE CONCRETO REFORZADO

La fabricación de refuerzos es una fase muy importante del proceso de modelado. Seleccionar adecuadamente el refuerzo para el modelo y colocarlos en el lugar apropiado es muy significativo, además de utilizar formaletas no absorbentes y que sean a prueba de goteras.

Para fabricar refuerzos es necesario tener cuidado en:

1. Doblado de estribos: Debe hacerse con mucho cuidado ya que todo acero tiene ubicación precisa. En el doblado de estribos se puede usar una plantilla de acero o de plexiglás para darle uniformidad (figura 5).
2. Uso de amarres: Para los amarres se utiliza alambres de tamiz, en su colocación es necesaria una pinza de nariz de aguja como lo muestra la figura 6.
3. Uso de epoxicos: La utilización de un epoxico para unir metal a metal es una técnica interesante, pero la gran desventaja es que la conexión entre las barras – estribos tiende a ser muy grande en comparación con las otras técnicas, por lo cual no es muy usado a menos que no se encuentre otro método, además se gasta mucho tiempo en su realización.
4. Soldadura: Este método hace mucho más fácil la fabricación de complicadas jaulas de refuerzos en un corto tiempo, y también agrega un mejor control sobre las formaciones de conexiones. Cuando se use una soldadura es necesario tener precaución para evitar excesos de calor en la entrada de la junta.

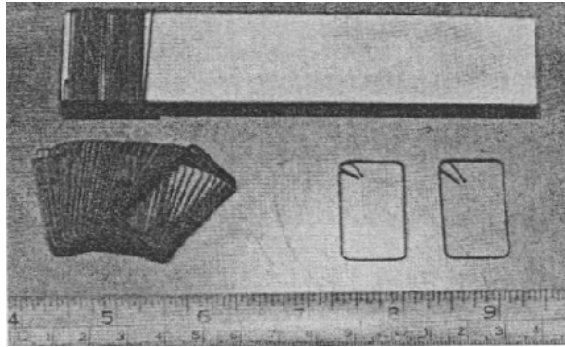


Figura 5. Fabricación de estribos

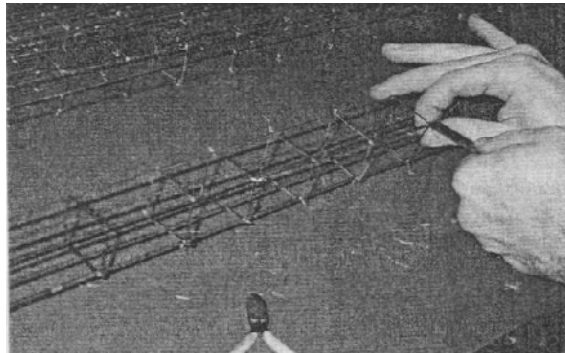


Figura 6. Hechura de amarres

Es importante colocar apropiadamente el refuerzo en el modelo, aunque sea difícil de ubicar. Las barras de acero deben ser enderezadas, a la hora de instalarlos deben situarse sobre soportes a lo largo de su longitud, la colocación es más fácil en un modelo de concreto pretensado porque la tensión inicial en el acero sostiene en su lugar durante el vaciado.

Formaletas para modelos de concreto

Las formaletas deben ser a prueba de goteras y no deben ser absorbentes, para mantener constante el contenido de agua en el concreto modelo. Normalmente

una formaleta es usada en repetidas ocasiones y deben ser hechas de un material que no cambie de dimensiones. En modelos muy reducidos se recomienda el uso de acrílicos o aluminio como materiales para elaborar las formaletas.

3.2 INSTRUMENTACIÓN

El primer paso para escoger los equipos apropiados es determinar cuales son las cantidades a medir, se requiere medidas con alta precisión y se deben usar calibradores con sensores. En general las medidas en modelos de estructuras de concreto que necesitan tomarse son las siguientes:

Deformación Unitaria: Es medida con strain gages, los cuales son en esencia medios para magnificar los cambios de longitud con respecto a una magnitud dada; se clasifican de acuerdo al sistema de magnificación que usen. Los mejores tipos de calibradores son los eléctricos, aunque se encuentran mecanismo y ópticos. Conociendo las características de esfuerzo-deformación, los esfuerzos asociados con estas deformaciones unitarias pueden ser determinados.

Deflexión: Las medidas de deflexión en modelos reducidos deben ser tomadas con mucho cuidado porque los desplazamientos son reducidos por el factor geométrico de escala en comparación con los desplazamientos del tamaño real. El problema en modelos muy pequeños es que los desplazamientos son del orden de cientos de milímetros por lo que las medidas deben tomarse con alta precisión. Los mecanismos más usados son los mecánicos por su bajo valor económico pero es recomendable utilizar calibradores eléctricos. Para medir con precisión los desplazamientos se usan LDTVs (linear variable differential transformers), la exactitud en las medidas de los desplazamientos puede llegar a ser de 0.000025mm.

Fuerzas y esfuerzos: Las medidas de fuerzas se obtienen directamente o por principios de equilibrio, considerando que los esfuerzos en una estructura son derivados de las medidas de las deformaciones unitarias. Hay varios instrumentos disponibles para medir directamente las fuerzas, ellos incluyen celdas de cargas (para medir reacciones y fuerzas externas), varía de 10N hasta 700KN la capacidad de carga de estas celdas; los tapones de esfuerzos embebidos sirven para medir esfuerzos o deformaciones unitarias dentro de la estructura de concreto.

Respuestas dinámicas: Varios tipos de respuestas de la estructura están sujetas a cargas dinámicas. Aceleraciones, velocidades y desplazamientos son medidos. Las acelerómetros sirven para cuantificar los movimientos sísmicos.

Temperatura: Es una cantidad importante principalmente en los casos donde se use concretos pretensados. Para tomar las medidas de temperaturas internas en el concreto se usan termistores.

Agrietamientos: Es importante conocer sus localizaciones y anchuras. La información es usada para determinar las condiciones de cargas de servicio y además para obtener las condiciones de esfuerzos en carga últimas.

Medidas de humedad. Hay calibradores eléctricos para medir la humedad con sus cambios de distribución dentro de la estructura de concreto.

Los proveedores de equipos para medir las cantidades anteriores se encuentran en la Web <http://www.sensorland.com>. En esta Web hay vínculos para cada una de las cantidades a medir; primero se selecciona el vínculo suppliers en la parte izquierda de la página y luego elegir la cantidad que necesita medir, así aparecen varios de proveedores de equipos.

Cantidades a medir	Nombre Proveedor	Web para encontrar proveedores
Deformación	OMEGA STRAIN MEASURES DEVICES	http://www.omega.com/prodinfo/StrainGages.html http://www.smdsensors.co.uk/
Acelerómetros	OMEGA ENDEVCO	http://www.omega.com/prodinfo/StrainGages.html http://www.bksv.co.uk/
Desplazamientos	OMEGA HONEYWELL	http://www.omega.com/prodinfo/StrainGages.html http://www.sensotec.com/lvdt.asp
Celdas de carga	STAINSENSE STRAIN MEASURES DEVICES	http://www.strainsense.co.uk/ http://www.smdsensors.co.uk/
Temperatura	KALESTEAD GEFRAN	http://www.kalestead.co.uk/ http://www.gefran.com/

Tabla 19. Proveedores de equipos para medir

3.3 APARATOS PARA ENSAYOS

En los modelos las cargas también deben ser afectadas por factores de reducción, las cargas concentradas deben ser reducidas a pequeñas cargas concentradas en el modelo y las cargas uniformes pueden representarse en el modelo por una serie de cargas discretas. Un sistema cargante debe:

- ✓ Representar exactamente las cargas del prototipo (magnitud y dirección)
- ✓ Ser fácil de aplicar en la estructura, y quitar y reaplicar
- ✓ Ofrecer ninguna restricción al modelo
- ✓ Ser totalmente seguro si ocurre alguna falla de repente.

Aparatos para ensayar cargas estáticas

Las máquinas con las que normalmente se trabaja en los laboratorios aplican cargas hidráulicas, mecánicas o eléctricas. La mayoría de los modelos se pueden ensayar con máquinas mecánicas que son económicas y fáciles de construir.

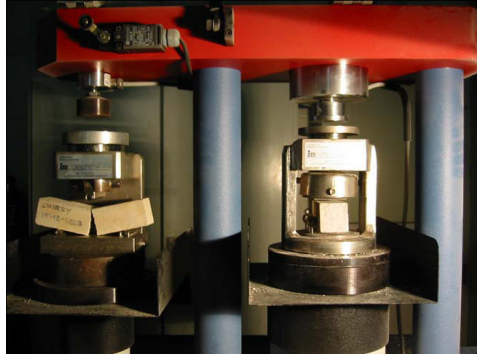


Figura 7. Prensa IBERTEST utilizada en los ensayos sobre probetas de mortero y obra de fábrica. (Laboratorio de la UPC de Cataluña).

Los sistemas de cargas de presión o de vacío son usados para aplicar cargas uniformemente distribuidas sobre la superficie del modelo. El uso de una bolsa de aire entre la carga aplicado por este sistema y el modelo es importante debido a que simula de una mejor manera la fuerza distribuida sobre la estructura.

Aparatos para ensayar modelos dinámicos

De acuerdo a las cargas dinámicas que se deseen estudiar hay diversos sistemas. El sistema mas usado para simular sismos, es la denominada mesa vibratoria (figura 8), algunas operan hidráulicamente y otras actúan con técnicas electromagnéticas; se encuentran de diferentes tamaños y capacidades. Estas mesas son óptimas para simulaciones de movimientos sísmicos a diferentes frecuencias.

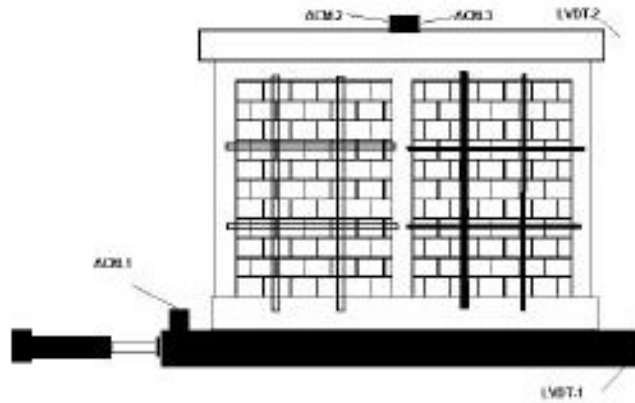


Figura 8. Mesa vibratoria

Para estudiar vibraciones de estructuras elásticas se coloca el modelo sobre la mesa vibratoria, y se programan los movimientos periódicos. Los estudios fluidelásticos de modelos estructurales son realizados en túneles de viento, se hacen allí para simular las características atmosféricas, las cuales son esenciales para determinar los efectos del viento.

4. PROCEDIMIENTO PARA MODELAR ESTRUCTURAS DE CONCRETO

El proceso de modelado para estructuras de concreto se puede llevar a cabo siguiendo los pasos:

1. Definir el alcance del problema, decidiendo lo que se necesita y lo que puede despreciarse.
2. Especificar cuales son los factores de escala para geometría, materiales, cargas e interpretación de resultados.
3. Definir el tamaño del modelo y los niveles de fiabilidad requeridos.
4. Conocer las propiedades del material a usar (concreto y refuerzo)
5. Planear muy bien las fases de fabricación para evitar improvisaciones
6. Seleccionar los instrumentos necesarios para la toma de medidas en las pruebas
7. Diseñar y preparar un equipo cargante.
8. Observar la respuesta de los modelos antes, durante y después de cargarlos. Deben hacerse cálculos aproximados antes del experimento para estimar valores de respuesta.
9. Realizar un análisis de los datos y escribir un informe lo más pronto posible. Además de informar los resultados, deben grabarse sugerencias para mejorar las técnicas y mejorar los datos obtenidos en los experimentos subsiguientes.

1 Definir el alcance

En modelos estructurales definir el alcance se refiere a definir el comportamiento que se va a estudiar: elástico, inelástico, dinámico, etc.

2 *Especificar factores de escala*

Los factores de escala son leyes, para relacionar adecuadamente el prototipo con el modelo. De acuerdo a la finalidad del estudio, los modelos se clasifican en: elásticos, inelásticos (modelos de concreto reforzado), mampostería, efectos termales, etc. Para cada clase de modelo se desarrollan factores de escalas (ver numeral 1.1.2.1).

Este paso es fundamental para relacionar adecuadamente el modelo con el prototipo. En modelos de concreto reforzado (numeral 1.1.2.1.2) los factores de escala a utilizar son los descritos para modelos prácticos, porque se modela con materiales de módulos iguales a los de la estructura real.

3 *Definir escala*

La elección de escala depende de los problemas constructivos que podrían presentarse cuando el modelo es muy reducido. Se sabe que al reducir las dimensiones físicas del modelo los efectos de parámetros como las tensiones y deformaciones y la adherencia entre otros, cambian el comportamiento global de la estructura. En muchos casos, la posibilidad de modelar la influencia de estos parámetros en el comportamiento estructural con un grado aceptable de precisión es limitada por la reducción del tamaño del modelo.

El ingeniero debe escoger la escala teniendo en cuenta: las cantidades que necesitan medirse, con que equipos cuenta para realizar las mediciones y que los materiales constituyentes de la obra sean fáciles de encontrar en el mercado.

4 *Propiedades de los materiales*

Se debe conocer las propiedades del concreto prototipo, si no se tienen ni los equipos ni los instrumentos para realizar los ensayos pertinentes, se puede acudir a las formulaciones descritas en la Norma Colombiana Sismo Resistente (NSR-98). Los concretos modelos deben ser sometidos a ensayos para conocer sus propiedades. La resistencia a la compresión del concreto modelo se determina con especímenes cilíndricos de relación longitud – diámetro de 2, de modo similar que en el concreto prototipo. El refuerzo para modelo debe ser en lo posible, aceros corrugados (deformados), para simular correctamente las características del refuerzo real.

Dosificación de mezclas:

En modelos a escala es válido el uso de microconcreto cuyas propiedades sean semejantes a las del concreto prototipo. Los microconcretos diseñados en la Universidad de Cornell muestran excelente correlación con los concretos de prototipos (ver tablas 13 y 14). Mirza experimentó con varias mezclas y desarrollo dosificaciones para diferentes resistencias (tabla 15)

Refuerzo para modelos reducidos de concreto

La relación entre los diámetros de las barras de modelo y prototipo usado, depende directamente de la escala escogida.

Los refuerzos para modelos pueden representarse por alambres lisos o corrugados por el fabricante, sin embargo para darle las propiedades mecánicas requeridas es necesario el temple (tratamiento térmico del acero con el que se obtiene el equilibrio deseado entre la dureza y la tenacidad del producto terminado). En la tabla 17 se muestran las propiedades geométricas para modelos de 1/3 de escala en los diferentes diámetros comerciales. Luego de tener en cuenta la relación entre los diámetros, se debe hacer ensayos de resistencia (f_y) para determinar si las propiedades son similares entre el prototipo y su respectivo modelo.

En el laboratorio de la UIS no hay maquinas para deformar aceros, como tampoco hornos de las características para realizar el temple. Para despistar estas limitaciones se puede trabajar con aceros lisos o los deformados por fabricantes y observar la correspondencia con resultados reales.

5 *Fabricación e instrumentación*

El modelo debe fabricarse con todos los cuidados, el refuerzo debe ubicarse correctamente, colocar soportes para mantener enderezados los aceros es una ayuda comúnmente utilizada. Las formaletas deben ser a prueba de goteras y no deben ser absorbentes, para mantener constante el contenido de agua en el concreto modelo. La instrumentación es importante en ensayo de modelos, de ella depende en gran parte la exactitud de los resultados obtenidos, para conocer los equipos de medidas y fabricantes de los mismos ver numeral 3.2.

Hay varios equipos disponibles para reproducir las cargas, dependen del tipo de carga que va a representar. (Ver numeral 3.3). Se utilizan prensas para simular las cargas estáticas a las que esta sometida la estructura. Las cargas dinámicas se

representan por medio de mesas vibratorias, con ellas se pueden reproducir diferentes frecuencias de movimientos

4.1 DISEÑO DE MODELO REDUCIDO DE UNA COLUMNA

Para determinar la resistencia a una columna de 45 x 45cm de tres metros de longitud, tiene como refuerzo a 8 barras # 10, por medio de un modelo reducido. La resistencia a compresión del concreto es de 21 Mpa.

Propiedades geométricas del prototipo

Longitud columna = 3m

Sección 0.45 x 0.45m

Diámetro refuerzo (barras # 10) = 31.75mm

Área barras de refuerzo (8 barras # 10) = 6333.84 mm²

Para determinar las propiedades del modelo de concreto reforzado, se remite a los factores de escala de la columna 5 - tabla 4

Geometría:

Para realizar un modelo a escala reducida de 1/3, el S_L de la tabla es igual a 3:

- ✓ Dimensiones lineales: Factor de escala S_L ; es de $L_m = \frac{L_p}{S_L}$; para este caso

la longitud del modelo sería $L_m = \frac{3}{3} = 1\text{m}$. Para el tamaño de la sección el

factor de escala es igual: el modelo tendrá 0.15 x 0.15m

- ✓ Diámetro del refuerzo: Factor de escala S_L ; es de $\phi_m = \frac{\phi_p}{S_L}$; para este caso

$$\text{la longitud del modelo sería } \phi_m = \frac{31.75\text{mm}}{3} = 10.58\text{mm}$$

- ✓ Área del refuerzo: Factor de escala S_L^2 ; es de $A_m = \frac{A_p}{S_L^2}$; para este caso la

$$\text{longitud del modelo sería } A_m = \frac{6333.84}{3^2} = 703.76\text{mm}^2$$

Entonces las dimensiones del modelo son:

Longitud columna = 1m

Sección 0.15 x 0.15m

Diámetro refuerzo (barras # 10) = 10.58mm

Área barras de refuerzo (8 barras # 10) = 703.76 mm²

En los estribos la relación de diámetros es igual al del refuerzo.

Materiales:

La dosificación de microconcreto para un $f'c = 21\text{Mpa}$ recomendada es: (Ver numeral 2.1.2)

Agua/Cemento	Agregado/Cemento	f'c esperado Mpa
0.72	3.75	20.7

En pesos la relación es: agua: cemento: agregado. (0.72:1:3.75)

Refuerzo para modelo:

El modelo requiere un número de barras igual al del prototipo, es decir 8 barras.

Por relaciones de geometría se tiene:

Diámetro refuerzo (barras # 10) = 10.58mm

Área barras de refuerzo (8 barras # 10) = 703.76 mm²

Ubicar este diámetro de barras en el comercio, a veces no es sencillo. El diámetro más cercano al requerido fabricado en Colombia de barras deformadas es la barra #3 cuyo diámetro es de 9.53mm, aunque no es el ideal se puede utilizar y ver su comportamiento. Se puede notar que al no tener las dimensiones solicitadas el modelo no va a representar fielmente el comportamiento del prototipo. Si se quiere hacer un mejor modelo es necesario fabricar en el laboratorio barras de acero del diámetro deseado.

Entonces el modelo tendría:

1. Longitud 1m
2. Sección 15x15 cm.
3. Diámetro aceros: barras de 9.53mm

Para determinar la resistencia del modelo, se emplean aparatos de ensayos como los mostrados en el numeral 3.3. Los resultados de los ensayos se afectan por los factores de escala, en cargas concentradas el factor es S_L^2 .

Si se conoce la capacidad de carga en el modelo, para obtener la equivalencia de este valor en el prototipo, es necesario conocer el factor de escala que sirve para relacionar esta variable. Si el modelo resiste una carga de de 170 KN, el prototipo resiste 1550 KN debido a que el factor de escala es S_L^2 para la carga.

5. CONCLUSIONES

- ✓ Se presentaron factores de escala para el estudio de modelos estructurales. De acuerdo a la finalidad de la investigación se diferenciaron las leyes de similitud para modelos elásticos, inelásticos, y sometidos a cargas dinámicas
- ✓ La designación de la escala depende de los problemas constructivos, que podrían exteriorizarse al representar las dimensiones del prototipo en determinada escala, así como de los equipos e instrumentos para la toma de medidas presenten en el laboratorio. Siempre es importante constatar los diámetros de los aceros que el mercado ofrece, de modo que la escala sea consecuente con los materiales dispuestos en el comercio. Es importante recordar que entre mas pequeño sea el modelo menos confiable resulta.
- ✓ Se presentaron dosificaciones para microconcretos de diferentes resistencias desarrollados por varios investigadores, se puede observar la similitud de estos con las propiedades del concreto prototipo.
- ✓ Se expuso una metodología para escoger el refuerzo de modelos, partiendo del análisis de las propiedades del mismo. Se recomienda el uso de barras de acero deformadas porque simulan muy bien todas las propiedades del refuerzo prototipo y la adherencia.
- ✓ Los modelos deben ser construidos con mucho cuidado, sobretodo la ubicación del refuerzo. Cuando el modelo es muy pequeño se recomienda el uso de formaletas hechas de materiales especiales para mantener la cantidad de agua en la mezcla, teniendo presente que la perdida de agua en la mezcla modelo altera las propiedades.

- ✓ Para escoger los instrumentos apropiados se determina cuales son las cantidades a medir, las medidas deben hacerse con instrumentos de alta precisión, como con strain gages (para medir deformaciones), LDTVs (para medir desplazamientos), celdas de cargas (medir fuerzas aplicadas en el modelo)

- ✓ La aplicación de cargas obedece a las necesidades de la investigación, se muestran equipos de carga para obligaciones horizontales y verticales. Para modelar sismos se implementan las mesas vibratorias, que sirven simulan movimientos a diferentes frecuencias.

6. RECOMENDACIONES

- ✓ Utilizar alambres lisos para modelar el refuerzo y estudiar el comportamiento del modelo.
- ✓ Estudiar el comportamiento de modelos de concreto reforzándolos con los diámetros de aceros corrugados disponibles en el mercado y ensayar diferentes escalas para estos diámetros.
- ✓ Utilizar las dosificaciones de microconcretos descritas usando los materiales disponibles en la región y analizar sus propiedades.
- ✓ Equipar el laboratorio con equipos de carga e instrumentos de medidas, para obtener resultados satisfactorios en los ensayos sobre modelos.
- ✓ Realizar el proceso de deformación de aceros y en cada caso lograr las resistencias deseadas a partir del temple.

BIBLIOGRAFIA

1. HARRIS, Harry; SABNIS, Gajanan. Structural modeling and experimental techniques. Second edition. United States of America. CRC Press.1999.
2. GRASES, José. Consideraciones sobre la similitud entre modelo y prototipo. Universidad Central de Venezuela; Facultad de ingeniería. 1970
3. NILSON, Arthur. Diseño de estructuras de concreto. Duodécima edición. Santa Fe de Bogota. Mc Graw Hill. 1999.
4. PAPARONI, Mario; ALMANDOZ, José. Estudio experimental sobre dosificación de mezclas de microconcreto. Universidad Central de Venezuela; Facultad de ingeniería. 1966
5. GRASES, José. La selección del material en los modelos estructurales reducidos. XIII jornadas suramericanas de ingeniería estructural, Montevideo. 1969
6. PAPARONI, Mario. Hiperresistencia en Aceros de refuerzo para modelos de microconcreto. Universidad Central de Venezuela; Facultad de ingeniería. 1968
7. MARTÍN, Raúl; GUERRA, Fernando; SILVA, Oswaldo. Estudio del efecto en Modelos de Microconcreto. Trabajo especial de grado. Universidad Central de Venezuela; Facultad de ingeniería; Caracas. 1964.

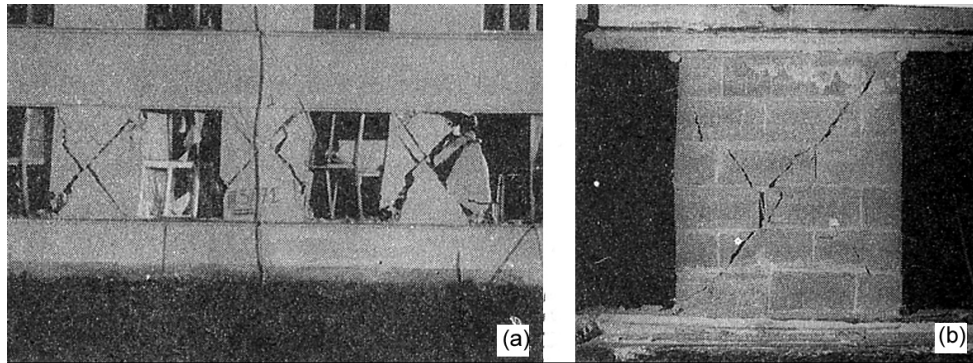
8. REYES, J.C; YAMIN, L.E; TIQUE, J. A. Comportamiento sísmico de muros de mampostería con refuerzo exterior estudiados en modelos a escala en la mesa vibratoria. Centro de investigación y desarrollo tecnológico (CITEC). Universidad de los Andes; Santa fe de Bogotá; Colombia. 2005
9. FERGUSON, Phil. Teoría elemental del concreto reforzado. Novena edición. México. Editorial Continental: 1982.
10. FUENTES, Efraín; VERA, Viviana. Reforzamiento de columnas con sistema compuesto orgánico (S.C.O.). Tesis de grado. Bucaramanga. UIS: 2005.

ANEXOS

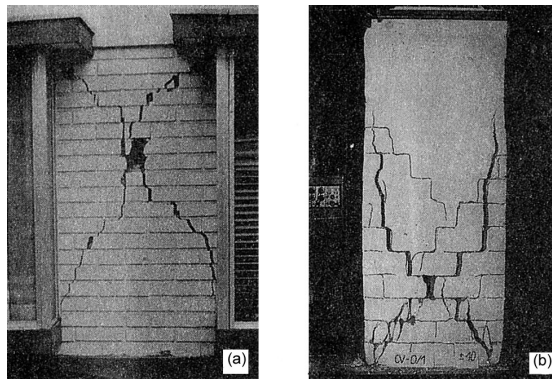
Anexo 1

Modelos reducidos

Tomazevic-Velechovsky (1992) realizaron modelos que simularon con precisión el comportamiento estructural



Fallo por cortante en muros de fábrica: a) pared de fachada entre oberturas dañada por el terremoto de 1979 en Montenegro, Yugoslavia; b) modelo completo de la pared a escala 1:7 (Tomazevic-Velechovsky, 1992).



Fallo debido a cortante en paredes de fábrica armada verticalmente: a) pared de fachada entre oberturas dañada por el terremoto de 1985 en Santiago de Chile; b) modelo simple de la pared a escala 1:2 (Tomazevic-Velechovsky, 1992).

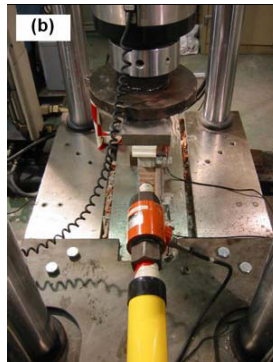
Anexo 2

Aparatos de cargas

Prensa INSTRON aplicando una carga vertical de confinamiento sobre un panel de obra de fábrica a escala reducida 1:4 en un ensayo a carga biaxial. (Universidad Politécnica de Cataluña).



Prensa carga horizontal. (Universidad Politécnica de Cataluña)



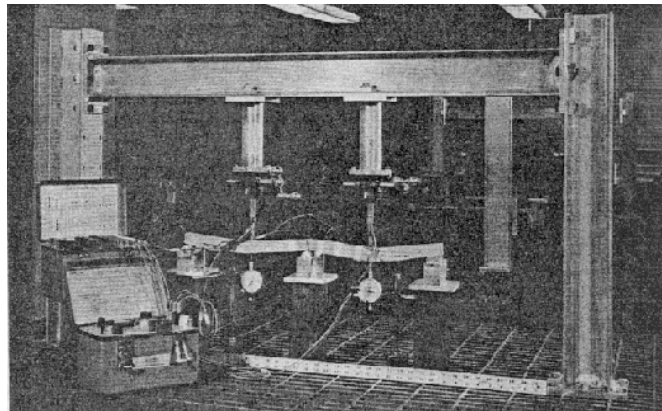
Sistema para carga horizontal. Detalle del hidráulico horizontal (LTE).
(Universidad Politécnica de Cataluña).

Durante la aplicación de la carga horizontal sobre el modelo, así sea expuesto a una carga vertical grande, este sufre desplazamiento. Con el objetivo de permitir el giro libre del panel y conseguir con ello que se deformara tanto por flexión como

por cortante, se colocó una rótula entre el pistón vertical de la INSTRON y la placa de reparto de carga. De este modo, cualquier desplazamiento sobre el modelo por aplicación de la carga horizontal se traslada en un movimiento de la rótula, repartiéndose la carga vertical procedente del pistón uniformemente a la nueva disposición del modelo.



Rotula para aplicar carga vertical y horizontal simultáneamente.



Sistema de carga. (Universidad de Cornell)



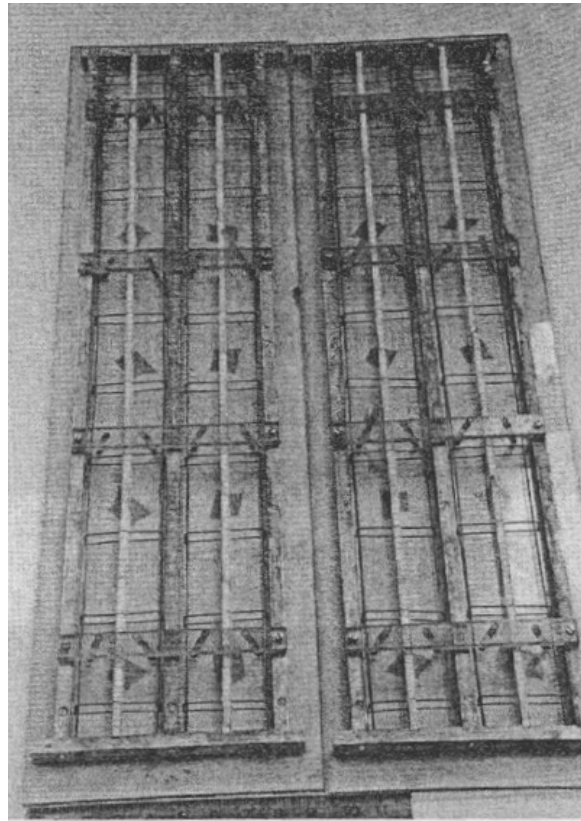
Aparato de ensayo desarrollado en la Universidad Industrial de Santander

Este sistema trabaja con gatos hidráulicos que proporcionan una carga vertical de hasta cincuenta toneladas (50 Ton), mientras el gato que proporciona fuerza horizontal tiene capacidad de dos toneladas (2 Ton). Se puede usar en ensayos de compresión. Para aplicar simultáneamente carga vertical y horizontal, es necesario un sistema que permita simular correctamente esta dualidad, por ejemplo una rotula.

Anexo 3

Formaletas

Un ejemplo de formaletas de plexiglás (plástico) y aluminio se muestra en la figura. Antes de introducir los refuerzos en la formaleta, la formaleta se recubre con una capa de aceite mineral para actuar como lubricante al momento de soltar el molde.



Formaleta de plexiglás

Anexo 4

Obtención de los factores de escala

TÉRMINOS π

Encontrar los términos π que podrían estar envueltas en un problema estructural; las cantidades físicas relevantes están descritas en la siguiente tabla (en la mayoría de los problemas estructurales, las cantidades físicas que los describen son las mismas):

	Cantidad	Unidades
X_1	Longitud	L
X_2	Fuerza	F
X_3	Masa	$FL^{-1}T^{-2}$
X_4	Esfuerzo	FL^{-2}
X_5	Deformación unitaria	1
X_6	Aceleración	LT^{-2}
X_7	Desplazamiento	L
X_8	Relación de Poisson's	1
X_9	Modulo de elasticidad	FL^{-2}

Los términos π_i son productos adimensionales de las n variables físicas X_1, X_2, \dots, X_n . y $m=n-r$, donde r es el número de dimensiones fundamentales que están envueltas en las variables físicas, entonces:

n = cantidades físicas 9

r = número de dimensiones fundamentales (F, L, T) 3

$m =$ productos adimensionales de las n variables físicas. $9 - 3 = 6$, número de términos π .

Primer Método (método numérico)

Paso I

Buscar tres cantidades para las cuales el determinante formado con los exponentes de las dimensiones no sea cero, para indicar que son dimensionalmente independientes.

✓ Se prueba con X_1 , X_3 y X_5 , entonces:

Los términos a , b y c , se refieren a los exponentes de las dimensiones fundamentales fuerza, longitud y tiempo, respectivamente, de la cantidad determinada.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_5 & b_5 & c_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Las tres cantidades (deformación unitaria, masa, y longitud), no son dimensionalmente independientes. Se puede notar que escoger una cantidad adimensional para el determinante es inútil, ya que sus exponentes para F , L y T , son cero, por ende el determinante será igual a cero.

✓ Se prueba con X_1 , X_6 y X_9

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_6 & b_6 & c_6 \\ a_9 & b_9 & c_9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$$

Como el determinante es diferente de cero, entonces las cantidades son dimensionalmente independientes y garantiza términos pi.

Paso II

Determinar las relaciones dimensionales de las cantidades restantes, en términos de las dimensiones de X_1 , X_6 y X_9 .

Siguiendo el procedimiento del teorema Pi de Buckingham:

$$\pi = [X_1]^a [X_2]^b [X_3]^c [X_4]^d [X_5]^e [X_6]^f [X_7]^g [X_8]^h [X_9]^i$$

$$\pi = [L]^a [F]^b [FL^{-1}T^2]^c [FL^{-2}]^d [1]^e [LT^{-2}]^f [L]^g [1]^h [FL^{-2}]^i$$

Que puede modificarse:

$$\pi = F^{b+c+d+i} L^{a-c-2d+f+g-2i} T^{2c-2f}$$

Los términos π son adimensionales, entonces los exponentes de F, L y T son cero, igualando los exponentes a ambos lados de la ecuación:

$$\begin{array}{rcl} b+c+d & & +i = 0 \\ a & -c-2d & +f+g & -2i = 0 \\ & 2c & -2f & = 0 \end{array}$$

Este sistema tiene tres ecuaciones y 7 incógnitas, para resolverlo se debe asumir cuatro valores de las variables arbitrariamente y resolver para las otras tres.

- Se supone que $b = 1$ y $c = d = g = 0$ y se resuelve para a , f e i .

La ecuación se reduce a:

$$1 + i = 0$$

$$a + f - 2i = 0$$

$$-2f = 0$$

De donde $a = -2$, $f = 0$, $i = -1$ y $b = 1$. Así

$$\pi_1 = \frac{X_2}{X_1^2 X_9} = \frac{F}{EL^2} = \frac{Q}{EL^2}$$

- Se supone que $c = 1$ y $b = d = g = 0$, entonces para a , f e i :

$$1 + i = 0$$

$$a - 1 + f - 2i = 0$$

$$2f = 2$$

De donde $a = 2$; $f = 1$; $i = -1$ y $c = 1$

$$\pi_2 = \frac{X_3 * X_6}{X_1^2 * X_9} = \frac{Ma}{El^2}$$

- Se supone que $d = 1$ y $b = c = g = 0$, entonces para a , f e i :

$$1+i=0$$

$$a -2+f-2i=0$$

$$-2f=0$$

De donde $a=0$; $f=0$; $i= -1$

$$\pi_3 = \frac{X_4}{X_9} = \frac{\sigma}{E}$$

- Se supone que $g=1$ y $b=c=d=0$, entonces para a , f e i :

$$i=0$$

$$a +f+1=0$$

$$-2f=0$$

De donde $a= -1$; $f=0$; $i=0$

$$\pi_4 = \frac{X_7}{X_1} = \frac{\delta}{l}$$

En definitiva los términos π , para estas cantidades son:

$$\pi_1 = \frac{Q}{El^2}, \quad \pi_2 = \frac{Ma}{El^2}, \quad \pi_3 = \frac{\sigma}{E}$$

$$\pi_4 = \frac{\delta}{l}, \quad \pi_5 = \epsilon, \quad \pi_6 = V$$

π_5 y π_6 , son relaciones adimensionales de la relación de Poisson's y de las deformaciones unitarias.

Segundo Método (método funcional)

Paso I

Buscar tres cantidades para las cuales el jacobiano con respecto a las tres medidas fundamentales sea diferente de cero, para indicar que son dimensionalmente independientes.

✓ Se prueba con X_1 , X_3 y X_5 , entonces:

$$\frac{\partial(X_1, X_3, X_5)}{\partial(F, L, T)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial F} & \frac{\partial X_1}{\partial L} & \frac{\partial X_1}{\partial T} \\ \frac{\partial X_3}{\partial F} & \frac{\partial X_3}{\partial L} & \frac{\partial X_3}{\partial T} \\ \frac{\partial X_5}{\partial F} & \frac{\partial X_5}{\partial L} & \frac{\partial X_5}{\partial T} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ T^2 & -FT^2 & 2FT \\ L & L^2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Como el jacobiano es igual a cero, las cantidades: deformación unitaria, masa, y longitud no son independientes. Se puede notar que escoger una cantidad adimensional para el jacobiano es inútil, ya que sus derivadas son cero, por ende el determinante será igual a cero.

✓ Se prueba con X_1 , X_6 y X_9

$$\frac{\partial(X_1, X_6, X_9)}{\partial(F, L, T)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial F} & \frac{\partial X_1}{\partial L} & \frac{\partial X_1}{\partial T} \\ \frac{\partial X_6}{\partial F} & \frac{\partial X_6}{\partial L} & \frac{\partial X_6}{\partial T} \\ \frac{\partial X_9}{\partial F} & \frac{\partial X_9}{\partial L} & \frac{\partial X_9}{\partial T} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T^2} & -\frac{2L}{T^3} \\ \frac{1}{L^2} & -\frac{2F}{L^3} & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{L^2} * \frac{-2L}{T^3} = \frac{-2}{LT^3} \neq 0$$

Paso II

Las cantidades X_1 , X_6 y X_9 son dimensionalmente independientes, luego las dimensiones fundamentales se colocan en términos de X_1 , X_6 y X_9 .

$$L = X_1$$

$$T = \sqrt{\frac{X_1}{X_6}}$$

$$F = X_1^2 X_9$$

Paso III

Sustituir las demás cantidades en términos de las dimensiones fundamentales.

$$X_2 = F \text{ (fuerza)} = X_1^2 X_9$$

$$X_3 = FL^{-1}T^2 \text{ (masa)} = X_1^2 X_9 * \frac{1}{X_1} * \frac{X_1}{X_6} = X_1^2 \frac{X_9}{X_6}$$

$$X_4 = FL^{-2} \text{ (esfuerzo)} = X_1^2 X_9 * \frac{1}{X_1^2} = X_9$$

$$X_5 = 1 \text{ (deformación unitaria)}$$

$$X_7 = L = X_1 \text{ (desplazamiento)}$$

$$X_8 = 1 \text{ (relación de Poisson's)}$$

Los términos π se obtiene de dividir cada cantidad con la representación de la misma por las dimensiones fundamentales:

$$\pi_1 = \frac{X_2}{X_1^2 X_9} = \frac{F}{EL^2} = \frac{Q}{EL^2}, \quad \pi_2 = \frac{X_3 X_6}{X_1^2 X_9} = \frac{Ma}{El^2}$$

$$\pi_3 = \frac{X_4}{X_9} = \frac{\sigma}{E}, \quad \pi_4 = X_4 = \epsilon$$

$$\pi_5 = \frac{X_7}{X_1} = \frac{\delta}{l},$$

$$\pi_6 = X_8 = v$$

Se puede notar que los términos π son exactamente los mismos de la ecuación 1.3.

Factores de escala

De acuerdo a la sección 1.1.2.1, los factores de escala se derivan de la ecuación $\pi_m = \pi_p$ para cada uno de los términos π , después se relacionan modelo y prototipo con:

$$S_i = i_p / i_m$$

S_i : Es definido como el factor de escala para la cantidad i ; los subíndices p y m denotan el prototipo y el modelo, respectivamente.

Los factores de escala pueden representarse solamente con las cantidades dimensionalmente independientes presentes en los términos π de la ecuación [1.3], son estas: longitud, modulo de elasticidad y aceleración (l, E y a).

Los factores de escala para modelos son:

- Del término $\pi_1 = \frac{Q}{El^2}$,

$$\frac{\pi_{1p}}{\pi_{1m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{1p}}{\pi_{1m}} = \frac{\left(\frac{Q}{EL^2}\right)_p}{\left(\frac{Q}{EL^2}\right)_m} = \frac{(Q)_p}{(Q)_m} * \frac{\left((EL^2)_m\right)}{\left((EL^2)_p\right)} = S_Q * \frac{1}{S_E S_L^2}$$

$$S_Q * \frac{1}{S_E S_L^2} = 1; \text{ entonces : } S_Q = S_E S_L^2$$

- Del término $\pi_2 = \frac{Ma}{El^2}$,

$$\frac{\pi_{2p}}{\pi_{2m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{2p}}{\pi_{2m}} = \frac{\left(\frac{Ma}{EL^2}\right)_p}{\left(\frac{Ma}{EL^2}\right)_m} = \frac{(Ma)_p}{(Ma)_m} * \frac{\left((EL^2)_m\right)}{\left((EL^2)_p\right)} = S_M * S_A * \frac{1}{S_E S_L^2}$$

$$S_M * S_A * \frac{1}{S_E S_L^2} = 1; \text{ entonces : } S_M = S_E S_L^2 * \frac{1}{S_A}$$

- Del término $\pi_3 = \frac{\sigma}{E}$,

$$\frac{\pi_{3p}}{\pi_{3m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{3p}}{\pi_{3m}} = \frac{\left(\frac{\sigma}{E}\right)_p}{\left(\frac{\sigma}{E}\right)_m} = \frac{(\sigma)_p}{(\sigma)_m} * \frac{\left((E)_m\right)}{\left((E)_p\right)} = S_\sigma * \frac{1}{S_E}$$

$$S_\sigma * \frac{1}{S_E} = 1; \text{ entonces : } S_\sigma = S_E$$

- Del término $\pi_4 = \varepsilon$,

$$\frac{\pi_{4p}}{\pi_{4m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{4p}}{\pi_{4m}} = \frac{(\varepsilon)_p}{(\varepsilon)_m} = S_\varepsilon, \text{ de donde}$$

$$S_\varepsilon = 1;$$

- Del Término $\pi_5 = \frac{\delta}{l}$

$$\frac{\pi_{5p}}{\pi_{5m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{5p}}{\pi_{5m}} = \frac{\left(\frac{\delta}{L}\right)_p}{\left(\frac{\delta}{L}\right)_m} = \frac{(\delta)_p}{(\delta)_m} * \left(\frac{(L)_m}{(L)_p}\right) = S_\delta * \frac{1}{S_L}$$

$$S_\delta * \frac{1}{S_L} = 1; \text{ entonces : } S_\delta = S_L$$

- Del Término $\pi_6 = v$

$$\frac{\pi_{6p}}{\pi_{6m}} = 1$$

$$\frac{\pi_{6p}}{\pi_{6m}} = \frac{(v)_p}{(v)_m} = S_v$$

$$S_v = 1;$$

Los factores de escala para modelos estructurales en definitiva son:

$$S_Q = S_l^2 S_E, \quad (\text{a})$$

$$S_\varepsilon = 1, \quad (\text{b})$$

$$S_M = \frac{S_l^2 S_E}{S_a} \quad (c)$$

$$S_\delta = S_l, \quad (d)$$

$$S_\sigma = S_E, \quad (e)$$

$$S_v = 1 \quad (f)$$

A partir de estos se obtienen la mayoría de las tablas descritas en la sección 1.1.2.1, para modelos dinámicos los términos π , deben tener presente las cantidades diferentes (frecuencia), se desarrollan de manera similar a la anterior. Para obtener los factores de escala para modelos de concreto reforzado (la tabla 4; modelo real), se procede de la siguiente manera (los factores de escala están en términos de S_σ y S_L):

- Dimensiones lineales: factor de escala S_L
- Área

$$S_A = \frac{A_p}{A_m}, \text{ dimensionalmente} = \frac{L_p^2}{L_m^2} = S^2_L$$

- Área del refuerzo: depende del tamaño del diámetro, su factor de escala es

$$S_A = S^2_L$$

- Esfuerzo su factor es S_σ
- La deformación unitaria es 1
- El modulo de elasticidad es función de S_σ , según la relación (e)

$$S_\sigma = S_E$$

- Masa $S_M = \frac{S_l^2 S_E}{S_a}$; donde $S_a=1$, debido a que las aceleraciones deben ser

iguales en modelo y prototipo, entonces $S_M = S_l^2 S_E$

- Peso específico:

$$\gamma = \rho * g$$

$$\gamma = m/vol * g ; g = \text{gravedad}$$

$$S_\gamma = \frac{\gamma_p}{\gamma_m} = \frac{\left(\left(\frac{m}{vol} * g \right)_p \right)}{\left(\left(\frac{m}{vol} * g \right)_m \right)} = \left(\frac{m_p}{m_m} \right) \left(\frac{vol_m}{vol_p} \right) \left(\frac{g_p}{g_m} \right)$$

$$S_\gamma = S_M \frac{S_g}{S_{VOL}},$$

$S_g = 1$, esto debido a que la gravedad será igual para el modelo y prototipo.

$$S_{VOL} = \frac{vol_p}{vol_m}, \text{dimensionalmente} = \frac{L^3_p}{L^3_m} = S_L^3$$

$$S_\gamma = S_M \frac{S_g}{S_{VOL}} = S_l^2 S_E * \frac{1}{S_L^3}$$

$$S_\gamma = \frac{S_g}{S_L}$$

- Cargas concentradas

Según $S_Q = S_l^2 S_E$, (a), se puede escribir

$$S_Q = S_l^2 S_\sigma$$

- Cargas lineales, w

Las cargas lineales se obtienen distribuyendo las cargas concentradas en una determinada distancia.

$$S_w = S_Q * \frac{1}{S_L} = S_l^2 S_E * \frac{1}{S_L} = S_L S_E$$

$$S_w = S_L S_E$$

- Momentos

El momento se obtiene al multiplicar una fuerza por un brazo (L).

$$S_{Mo} = S_S * S_l = S_l^2 S_\sigma * S_l = S_l^3 S_\sigma$$

$$S_{Mo} = S_l^3 S_\sigma$$

Resolviendo para cada una de las cantidades de la tabla 4, se obtienen los factores de escala de los mismos.

Esfuerzo del concreto, σ	FL^{-2}	S_σ
Deformación del concreto, ϵ	----	1
Modulo del concreto, E	FL^{-2}	S_σ
Relación de Poisson's, ν	----	1
Peso específico, γ	FL^{-3}	S_σ/S_L
Esfuerzo del acero, σ_r	FL^{-2}	S_σ
Deformación del acero	----	1
Modulo del acero	FL^{-2}	S_σ
Esfuerzo de adherencia	FL^{-2}	S_σ
Dimensiones lineales, l	L	S_L
Desplazamiento, δ	L	S_L
Desplazamiento angular, β	----	1
Área de refuerzo, A_r	L	S_L^2
Cargas concentradas, Q	F	$S_\sigma S_L^2$
Cargas lineales, w	FL^{-1}	$S_\sigma S_L$
Cargas de presión, q	FL^{-2}	S_σ
Momentos, Mo	FL	$S_\sigma S_L^3$

De manera similar se pueden desarrollar los términos π para modelos elásticos o dinámicos. Para modelos dinámicos toca relacionar otras cantidades (frecuencia, tiempo), a partir de los términos π , se obtiene los factores de escala.