

**APLICACIÓN DE UNA METODOLOGÍA INTEGRACIÓN DISEÑO-CONTROL A
UN REACTOR CSTR NO ISOTÉRMICO**

JAIME ANDRÉS RUIZ ROZO

JOHANNA ALEXANDRA VACA AMÉZQUITA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTADER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2009

**APLICACIÓN DE UNA METODOLOGÍA INTEGRACIÓN DISEÑO-CONTROL A
UN REACTOR CSTR NO ISOTÉRMICO**

**JAIME ANDRÉS RUIZ ROZO
JOHANNA ALEXANDRA VACA AMÉZQUITA**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial
para optar al título de Ingeniero Químico

Director

M.Sc. CRISÓSTOMO BARAJAS FERREIRA

Co-director

Ing. IVAN DARIO ORDOÑEZ SEPÚLVEDA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTADER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2009

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus sinceros agradecimientos:

A la Universidad Industrial de Santander en particular a la Escuela de Ingeniería Química, por la oportunidad de crecer a nivel personal, intelectual y profesional.

A el M.Sc. Crisóstomo Barajas Ferreira, director del proyecto por sus recomendaciones y aportes para esta investigación.

A el Ingeniero Químico Iván Darío Ordoñez Sepúlveda, por su inalcanzable paciencia, colaboración, guía y enseñanza en todo lo relacionado con este proyecto de grado.

Al Centro de Investigación para el Desarrollo Sostenible en Industria y Energía CIDES, por permitirnos desarrollar allí nuestro proyecto de investigación.

A Catalina, Camilo, Adriana, Erwin, Lilibeth y Lina con quienes siempre compartimos momentos de alegría y tristeza, de estudio y descanso, y quienes siempre nos brindaron el apoyo incondicional que necesitamos.

A todas las personas que siempre estuvieron apoyándonos.

DEDICATORIA

A mis padres, Alonso y Lilia,
a mis hermanos Oscar y Leonardo,
por su gran esfuerzo, constante apoyo
y amor incondicional, quienes lograron motivarme
en el transcurso de la carrera para superar los obstáculos
y así poder cumplir con tan anhelada meta.

Con gran cariño para mis compañeros y amigos,
en especial a Lilibeth, Lina, Camilo, Catalina y Adriana
quienes convivieron conmigo más de cerca la difícil
pero satisfactoria estadía en la universidad.

A Johannita, mi amiga, mi novia y compañera de proyecto.
Por su fervoroso amor, comprensión y disposición.

Jaime Ruiz

Gracias Dios mío y Señor mío,
por darme la oportunidad de hacer
realidad un sueño y la ilusión más hermosa.

Este triunfo lo dedico con infinito amor,
a mis Padres Ángel y Luz Marina, mis hermanos
Johan Sebastián y Julián Yesid, quienes con su profundo
amor me dieron la fuerza para nunca desfallecer y seguir adelante.

Dedico este logro profesional a todas las
personas que siempre me brindaron su amor, apoyo y amistad,
en especial a Cata, Cami, Adri, Lili y Lina.

A Jaimito por su inagotable amor, paciencia y colaboración.

Johannita.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	
1. FUNDAMENTO TEÓRICO	3
1.1 Sistemas de control.	3
1.2 Espacio de estados.	4
1.2.1 Estado.	4
1.2.2 Variables de estado.	4
1.2.3 Modelo en el espacio de estados.	4
1.3 Integración diseño-control.	5
1.4 Métricas de controlabilidad practica.	7
1.4.1 Rango de la Matriz de controlabilidad.	7
1.4.1.1 Evaluación del rango	10
1.4.2 Grados de libertad para el control.	10
1.4.3 Determinante de la matriz asociada con la respuesta forzada.	11
1.4.4 Pertenencia de la acción de control forzante (u^*) al intervalo disponible de acciones de control.	13
1.4.5 Existencia de una trayectoria de alcanzabilidad.	13
1.5 Metodología para la integración diseño-control.	14
2. DESARROLLO EXPERIMENTAL	16
2.1 Ejecución de la metodología para la integración Diseño-Control.	16
2.1.1 Etapa 1. Definición del problema.	16
2.1.2 Etapa 2. Modelamiento fenomenológico.	17
2.1.2.1 Modelo fenomenológico.	17
2.1.2.2 Reducción del modelo.	18

2.1.2.3 Definición de variables.	19
2.1.2.4 Modelo fenomenológico en espacio de estados.	20
2.1.3 Etapa 3. Selección de las variables manipuladas y determinación del intervalo disponible.	20
2.1.3.1 Identificación de las posibles variables manipuladas.	20
2.1.3.2 Calculo de los grados de libertad para el control.	21
2.1.3.3 Selección de las variables manipuladas que permiten expresar el modelo fenomenológico en la forma canónica.	21
2.1.3.4 Recálculo de los grados de libertad para el control.	22
2.1.3.5 Selección definitiva de las variables manipuladas.	22
2.1.3.6 Expresar el sistema en la forma canónica.	23
2.1.3.7 Determinación del intervalo disponible para las variables manipuladas.	24
2.1.4 Etapa 4. Planteamiento de la función objetivo.	24
2.1.5 Etapa 5. Selección de los escenarios y tolerancias a las perturbaciones.	25
2.1.6 Etapa 6. Optimización con restricciones.	26
2.1.6.1 Restricciones de tipo físico.	26
2.1.6.2 Restricciones de controlabilidad.	26
2.1.6.3 Resultados de la optimización.	28
2.1.7 Etapa 7. Diseño del sistema de control.	29
2.2 Sintonización del diseño obtenido sin restricciones de controlabilidad.	30
2.3 Sintonización de la estrategia de control convencional	31
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	33
3.1 Comparación del diseño sin restricciones de controlabilidad vs. el diseño con restricciones de controlabilidad.	33

3.1.1 Criterio de área bajo la curva.	33
3.1.2 Comportamiento de las variables controladas en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad.	34
3.2 Comparación contra la estrategia de control Convencional	35
3.2.1 Criterio de área bajo la curva.	35
3.2.2 Comportamiento de las variables controladas en la estrategia de control convencional, sin y con restricciones de controlabilidad.	36
CONCLUSIONES	38
RECOMENDACIONES	39
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	40
ANEXOS	42

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Desarrollo experimental.	16
Figura 2. Diagrama de flujo de un Reactor CSTR.	17
Figura 3. Comportamiento de la concentración (Ca) en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad.	34
Figura 4. Comportamiento de la temperatura (T) en el diseño convencional sin y con restricciones de controlabilidad.	36
Figura 5. Comportamiento de la altura (H) en el diseño convencional sin y con restricciones de controlabilidad.	36

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Etapas de la metodología para la integración diseño control.	15
Tabla 2. Parámetros cinéticos de la reacción.	16
Tabla3. Propiedades físicas del reactivo.	17
Tabla 4. Variables del sistema.	19
Tabla 5. Posibles variables manipuladas.	20
Tabla 6. Escenarios.	26
Tabla 7. Resultados de la optimización de los diseños sin y con restricciones de controlabilidad.	28
Tabla 8. Resultados de la evaluación de controlabilidad	29
Tabla 9. Sintonía de los controladores del diseño con restricciones de controlabilidad.	30
Tabla 10. Sintonía de los controladores del diseño sin restricciones de controlabilidad.	31
Tabla 11. Sintonía de los controladores utilizando la estrategia de control convencional.	31
Tabla 12. Comparación del área bajo la curva para los diseños sin y con restricciones de controlabilidad	33
Tabla 13. Comparación del área bajo la curva para el diseño convencional sin y con restricciones.	35

LISTA DE ANEXOS

	Pág
ANEXO 1. Metodología para la integración diseño-control (Ochoa, 2005).	42
ANEXO 2. Selección de las variables manipuladas que permiten expresar el modelo fenomenológico en la forma canónica.	47
ANEXO 3. Selección definitiva de las variables manipuladas	50
ANEXO 4. Determinación del intervalo disponible para las variables manipuladas.	52
ANEXO 5. Planteamiento de la función objetivo	53
ANEXO 6. Comportamiento de la dinámica de temperatura y nivel en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad.	57
ANEXO 7. Simulaciones computacionales.	58

RESUMEN

TÍTULO: APLICACIÓN DE UNA METODOLOGÍA INTEGRACIÓN DISEÑO-CONTROL A UN REACTOR CSTR NO ISOTÉRMICO*

AUTOR: RUIZ Jaime A., VACA Johanna A.**

PALABRAS CLAVES: Espacio de estados, diseño, control, integración, métricas, metodología.

DESCRIPCIÓN:

El diseño y el control de procesos son tareas que actualmente se desarrollan de manera secuencial y aislada, lo que conlleva algunas veces a la construcción de equipos poco controlables que generan productos fuera de las especificaciones establecidas. Debido a esto y al aumento en la complejidad de los procesos nace la integración diseño-control, y se plantea una metodología que tiene en cuenta aspectos relacionados con el control desde las primeras etapas de diseño.

Se aplicó la metodología para la integración diseño-control propuesta por Ochoa 2005, a un caso de estudio reportado en la literatura. Esta metodología contiene una serie de restricciones que garantizan la controlabilidad práctica del equipo que se diseña; dichas restricciones se evalúan mediante métricas de controlabilidad que son impuestas en la etapa de optimización.

El diseño obtenido al aplicar esta metodología se comparó con un diseño que se realizó sin tener en cuenta las restricciones de controlabilidad, utilizando únicamente restricciones físicas y criterios heurísticos al momento de optimizar. Adicionalmente se evaluaron los diseños sin y con restricciones de controlabilidad en la estrategia de control convencional reportada en la literatura para este caso de estudio. En ambas comparaciones se presenta que el diseño obtenido al imponerse las métricas como restricciones, presenta una mejor controlabilidad y asegura la controlabilidad práctica del equipo.

* Proyecto de Grado

** Facultad de Ing. Físico-Químicas. Escuela de Ing. Química. Crisóstomo Barajas Ferreira. Iván Darío Ordoñez Sepúlveda.

ABSTRACT

TITLE: Application of a control-design integration methodology to a reactor CSTR nonisothermal.*

AUTHORS: RUIZ. Jaime A., VACA. Johanna A.**

KEYWORDS: State space, design, control, integration, metrics, methodology

DESCRIPTION:

The design and the processes control are tasks that are currently developed in a sequential and isolated way, which sometimes leads to the construction of less manageable equipment that generates products that are not according to the established specifications. Due to this problem and the raise of the processes complexity, the design-control integration is created, and a new methodology that takes into consideration aspects that are related to the control from the first design stages is proposed.

The methodology for the design-control integration proposed by Ochoa (2005) was applied to a study case reported in the literature. This methodology contains a series of restrictions that guarantee the practical controllability of the equipment to be designed. Such restrictions are evaluated through controllability metrics that are imposed during the optimization period.

The resulting design when applying this methodology was compared to a design that was carried out without taking into account the controllability restrictions, and merely using physical restrictions and heuristic criteria when optimizing. In addition, both designs were evaluated in the conventional control strategy reported in the literature for this study case. In both comparisons it was found that the resulting design shows a better controllability and assures a practical controllability of the equipment when the metrics are imposed as restrictions.

* Final studies work report

** Physical-Chemistry Engineering Faculty, Chemical Engineering School. Crisóstomo Barajas Ferreira. Iván Darío Ordoñez Sepúlveda.

INTRODUCCIÓN

El diseño de procesos tiene como finalidad convertir materias primas en productos elaborados y el dimensionamiento de los equipos, por otro lado, el control de procesos garantiza la operación segura, la productividad y las especificaciones del producto. Actualmente las tareas de diseño y control de procesos se realizan de manera secuencial y aislada, metodología que conlleva a la construcción de plantas poco controlables, operaciones costosas, uso ineficiente de energía y la generación de productos fuera de las especificaciones establecidas (Ochoa, 2005).

La tendencia moderna en los sistemas de ingeniería es hacia una mayor complejidad debido a la necesidad de ejecutar tareas de elevada precisión y con cada vez mayores restricciones. Tal aumento en la complejidad de los sistemas generó la necesidad de crear una teoría que abordara el control de las variables que realmente definen las especificaciones del producto y el comportamiento dinámico del proceso; esta teoría se denomina teoría de control moderna y su desarrollo se basa principalmente en el concepto de espacio de estados. Por todo lo anterior nace el diseño integrado (integración diseño-control), el cual es propuesto como una metodología que considera el diseño de procesos convencional teniendo en cuenta simultáneamente aspectos relacionados con la teoría del control moderna (Ochoa, 2005). Estas metodologías presentan una mejora en el diseño y la controlabilidad tanto de equipos como de los procesos mismos.

En el presente trabajo se aplica la metodología propuesta por Ochoa (2005) que integra las etapas básicas del diseño y las métricas de controlabilidad práctica que restringen el sistema y proporciona un diseño óptimo y más controlable. Se toma como caso de estudio una reacción de primer orden, llevada a cabo en un reactor CSTR no isotérmico; se pretende comprobar con este estudio la efectividad de la metodología en sistemas más complejos que los propuestos por la autora y demostrar mediante simulación dinámica que mediante esta metodología si es posible crear diseños intrínsecamente mas controlables.

Se presenta inicialmente un fundamento teórico necesario para introducir al lector en los temas correspondientes al diseño y control convencional de reactores, la teoría de control moderna desde su estudio en el espacio de estados y las etapas correspondientes de la metodología a aplicar. En los capítulos posteriores se puede evidenciar el desarrollo de la metodología en el caso de estudio propuesto y el análisis de los resultados obtenidos a partir de los cálculos y la optimización realizada. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones correspondientes.

1. FUNDAMENTO TEÓRICO

El diseño de reactores ha tomado con el tiempo gran importancia en la industria química, buscando la minimización de costos, el aumento en la producción y el cumplimiento de los requerimientos de calidad del producto.

Un tipo de reactor de uso muy común en procesos industriales es un tanque con agitación que opera continuamente, conocido como CSTR. Generalmente se opera en estado estacionario y se modela sin variaciones espaciales en la concentración, temperatura o velocidad de reacción en todos los puntos del recipiente.

1.1 Sistemas de control

Un sistema de control es una estructura externa que se le adiciona al proceso para mantener en un determinado valor de operación (set point) cierta variable de interés a pesar de las perturbaciones.

Para el diseño del sistema de control se encuentran la teoría del control convencional y la moderna; la primera de estas se basa en el control a la salida, la cual compensa las perturbaciones que han afectado y desviado el proceso del punto de control. Debido a la complejidad de los procesos químicos en sistemas con múltiples entradas y salidas, ha sido necesario la puesta en marcha de una teoría de control moderna, basada en el análisis en el dominio del tiempo y la síntesis a partir de variables de estado (Ogatta, 1998). A diferencia de la teoría de control convencional, la teoría de control moderna aborda el control de las variables que realmente definen las especificaciones del producto y el comportamiento dinámico del proceso (Ochoa, 2005).

1.2 Espacio de estados

Se denomina espacio de estados, al espacio n-dimensional cuyos ejes de coordenadas están formados por el eje x_1 , eje x_2, \dots , eje x_n , donde x_1, x_2, \dots, x_n son las variables de estado. Cualquier estado se puede representar como un punto en el espacio de estados (Ogatta, 1998). Antes de continuar es necesario definir ciertos términos:

1.2.1 Estado: El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables, denominadas variables de estado, de modo que el conocimiento de estas variables en $t = t_0$, junto con el conocimiento de la entrada para $t \geq 0$, determina por completo el comportamiento del sistema para cualquier $t \geq 0$.

1.2.2 Variables de estado: son el conjunto más pequeño de variables que determinan el estado del sistema dinámico. Se necesitan n variables x_1, x_2, \dots, x_n para describir por completo el comportamiento de un sistema dinámico y tales n variables son un conjunto de variables de estado.

1.2.3 Modelo en el espacio de estados: El modelamiento de procesos químicos en el espacio de estados se deriva de las leyes de conservación y de los principios fenomenológicos que rigen estos procesos. Partiendo de las ecuaciones de balance es posible originar el modelo matemático dinámico en el espacio de estados para un proceso químico. De forma general, el modelo fenomenológico de un sistema no lineal en el espacio de estados puede representarse por la siguiente forma canónica (Isidori, 1995):

$$\dot{X} = f(X) + \sum_{i=1}^m g_i(X)U_i \quad (1.1)$$

$$y = h(X) \quad (1.2)$$

Donde:

x es el vector de estados

y es el vector de salidas

u es la entrada manipulada o acción de control. Para sistemas de única entrada ($i=1$) u es un escalar y para sistemas con múltiples entradas ($i=1,2,\dots$) u corresponde a un vector.

$f(x)$ es la función no lineal de los estados que se asocia a la respuesta natural del sistema e incluye además el efecto de las perturbaciones

$g(x)$ es una función no lineal de los estados pero que es lineal con respecto a la entrada manipulada y se asocia con la respuesta forzada. Para el caso de sistema con única entrada, el término $g(x)$ es un vector de acciones forzantes, mientras que para el caso de múltiples entradas, $g(x)$ es una matriz de $n*m$ componentes que se reescribirá como $G(x)$, donde n es el número de estados del sistema y m entradas.

$h(x)$ es una función que representa el mapeo desde el espacio de los estados hacia el espacio de las salidas.

La ecuación (1.1) se conoce como la ecuación de estados y describe el comportamiento dinámico de los estados del sistema en función de su respuesta natural y de su respuesta forzada debido a las entradas aplicadas. Por otra parte, la ecuación (1.2) es la ecuación de la variable de salida, en la cual la salida se representa como alguna medida ya sea de una variable de estado única o de una combinación de variables de estado.

1.3 Integración diseño-control

Tradicionalmente el desarrollo de los sistemas de control para los diferentes equipos y procesos es una tarea que se realiza al momento de culminar la etapa de diseño, buscando con esto las mejores condiciones de operación que puedan brindar productos con las especificaciones requeridas. Sin embargo, con el aumento de las exigencias tanto ambientales como de calidad ha sido necesaria la investigación e implementación de metodologías que tengan en cuenta aspectos relacionados con el control desde los primeros esbozos en la etapa del diseño

para evitar aquellos problemas de controlabilidad que pueden surgir al momento de realizar el sistema de control al tener listo el diseño del equipo o planta.

La revisión del estado del arte de la integración diseño-control muestra dos tendencias en cuanto a la forma en que se incluye el análisis de controlabilidad en el procedimiento de diseño: en la primera, la controlabilidad es evaluada principalmente por medio de índices como la matriz de ganancias relativas (RGA), el análisis del valor singular (SVA) o el número de condición (CN) que miden la influencia de una variable manipulada sobre una variable controlada (Luyben and Floudas, 1994); mientras que la segunda tendencia generalmente incluye el uso de controladores PI y se utiliza un índice de desempeño como restricción dentro del problema de optimización para de esta forma garantizar no solo un diseño económicamente óptimo sino también controlable (Ochoa, 2005). Sin embargo en los estudios más recientes, no se utiliza ninguna de las dos tendencias mencionadas anteriormente pues el concepto de controlabilidad trabajado se basa en asegurar que un sistema es controlable independientemente del sistema de control a utilizar y por lo tanto la controlabilidad no es medida por índices, ni por el efecto de las variables manipuladas sobre las controladas sino por métricas de controlabilidad que garanticen el control del equipo desde la etapa de diseño (Ochoa, 2005).

Finalmente, se resalta que este trabajo se desarrolla con base en la teoría de control en el espacio de estados, que hace referencia al control completo de estado y el cual permite garantizar que las variables que realmente determinan las especificaciones finales del producto permanezcan en los puntos de ajuste deseados, y no en el enfoque entrada salida, puesto que, aunque estas últimas puedan ser medidas, no son las variables que definen las especificaciones del producto.

1.4 Métricas de controlabilidad práctica

Se mencionó anteriormente la existencia de métricas que permiten evaluar la controlabilidad práctica de un sistema dinámico representado por la forma canónica afín con la entrada dada en las ecuaciones (1.1) y (1.2). Estas métricas son necesarias pero no suficientes para determinar la controlabilidad práctica de un sistema dinámico cuando son evaluadas individualmente. Sin embargo, al evaluar las métricas en conjunto sí podrá determinarse la controlabilidad práctica del sistema a diseñar. Las métricas propuestas por Ochoa e implementadas en este trabajo son:

1.4.1. Rango de la matriz de controlabilidad: Se encontró que en general el criterio utilizado para evaluar la controlabilidad de estado tanto en sistemas lineales como en no lineales es el criterio de la matriz de controlabilidad. Esta métrica se encuentra asociada con el caso de no controlabilidad por restricciones físicas de los estados. Esta métrica evalúa la posibilidad de alcanzar un estado deseado independientemente del tiempo y de la disponibilidad de las acciones de control, y solo tiene en cuenta la posibilidad física de alcanzar los estados deseados.

La matriz de controlabilidad para un sistema no lineal con única entrada representado por la forma canónica dada en las ecuaciones (1.1) y (1.2) es:

$$Wc = [g(x) \quad ad_f g(x) \quad \dots \quad ad_f^{n-1} g(x)]_{n \times m} \quad (1.3)$$

Donde:

n es el número de estados

$ad_f g(x)$, es la operación de paréntesis de Lie.

Para un sistema de múltiples entradas, aplicar la matriz dada en (1.3) implica trabajar con tensores ya que en este caso el término $g(x)$ deja de ser un vector y

pasa a ser una matriz denotada por $G(x)$, lo cual conlleva a que al aplicar los paréntesis de Lie al campo matricial $G(x)$, se obtengan tensores y no matrices. A continuación se presenta el desarrollo analítico para un sistema de dos entradas y dos estados pero igualmente válido para sistemas de un orden mayor.

Considérese la forma canónica:

$$\dot{X} = f(x) + G(x) * u \quad (1.4)$$

De acuerdo con la ecuación (1.4) y a la extensión propuesta por Ochoa (Ochoa et al., 2004), un sistema de dos estados y dos entradas se representa por:

$$\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2) + g_{11}(x_1, x_2) * u_1 + g_{12}(x_1, x_2) * u_2 \quad (1.5)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2) + g_{21}(x_1, x_2) * u_1 + g_{22}(x_1, x_2) * u_2$$

Sin embargo, se considera que la matriz $G(x)$ está compuesta de dos campos vectoriales (g_1, g_2) así:

$$G(X) = [g_1, g_2] \quad (1.6)$$

Donde:

$$g_1 = \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{12} \end{bmatrix} \quad y \quad g_2 = \begin{bmatrix} g_{12} \\ g_{22} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

La matriz de controlabilidad propuesta para el sistema descrito en (1.4) es (Ochoa et al, 2004):

$$Wc = [g_1(X) \quad g_2(X) \quad ad_f g_1(X) \quad ad_f g_2(X)]_{2*4} \quad (1.8)$$

Los términos $ad_f \mathbf{g}_1(X)$ y $ad_f \mathbf{g}_2(X)$ son las operaciones de paréntesis de Lie sobre los campos vectoriales $\mathbf{g}_1(X)$ y $\mathbf{g}_2(X)$ respectivamente, que se define como sigue:

$$ad_f \mathbf{g}_1(X) = [f, \mathbf{g}_1](X) = \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial x} f(X) - \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{g}_1(X) \quad (1.9)$$

$$ad_f \mathbf{g}_2(X) = [f, \mathbf{g}_2](X) = \frac{\partial \mathbf{g}_2}{\partial x} f(X) - \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{g}_2(X)$$

$$y f(X) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}.$$

Desarrollando los paréntesis de Lie y reemplazando en (1.8) se encuentra la matriz de controlabilidad no lineal, para un sistema de dos entradas y dos estados:

$$W_c = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & f_1 \frac{\partial g_{11}}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial g_{11}}{\partial x_2} - g_{11} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} - g_{21} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & f_1 \frac{\partial g_{12}}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial g_{12}}{\partial x_2} - g_{12} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} - g_{22} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ g_{21} & g_{22} & f_1 \frac{\partial g_{21}}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial g_{21}}{\partial x_2} - g_{11} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} - g_{21} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & f_1 \frac{\partial g_{22}}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial g_{22}}{\partial x_2} - g_{12} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} - g_{22} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Finalmente, aunque el desarrollo anterior se hizo para un sistema de 2×2 , la extensión propuesta puede utilizarse para desarrollar la matriz de controlabilidad de un sistema de n estados y m entradas; simplemente considerando que la matriz $G(X)$ está conformada por m campos vectoriales. De esta forma, la matriz de controlabilidad general estará dada por (Ochoa et al., 2004):

$$W_c = [\mathbf{g}_1(X) \ \mathbf{g}_2(X) \ \dots \ \mathbf{g}_m(X) \ ad_f \mathbf{g}_1(X) \ ad_f \mathbf{g}_2(X) \ \dots \ ad_f \mathbf{g}_m(X) \ ad_f^{n-1} \mathbf{g}_1(X) \ ad_f^{n-1} \mathbf{g}_2(X) \ \dots \ ad_f^{n-1} \mathbf{g}_m(X)]_{n \times (n+m)} \quad (1.11)$$

1.4.1.1 Evaluación del rango.

El criterio de la matriz de controlabilidad consiste en determinar la independencia o dependencia lineal entre las filas o columnas de la matriz (W_c), evaluando el determinante o el rango de la matriz según sea el caso.

En el caso en el que la controlabilidad es evaluada para un sistema de n estados y una única variable manipulada, la matriz de controlabilidad W_c es cuadrada, y la condición para que el sistema sea de estado controlable es:

$$\text{Det}(W_c) \neq 0 \quad (1.12)$$

Para el caso en el que el sistema cuente con más de una entrada manipulada ($m > 1$) la matriz de controlabilidad W_c no es cuadrada, y la condición para que el sistema sea controlable es que:

$$\text{rango}(W_c) = n \quad (1.13)$$

1.4.2. Grados de libertad para el control (G.D.L): Esta métrica permite evaluar si el número de variables manipuladas es el requerido para controlar los n estados del sistema. El cálculo de los grados de libertad tiene una evaluación directa que es:

$$G.D.L = N.V.M - N.V.C \quad (1.14)$$

Donde $N.V.M$ y $N.V.C$ representan el número de variables manipuladas (acciones de control) y el número de variables a controlar (estados)

Si los grados de libertad son menores que cero ($G.D.L < 0$), el sistema no será controlable en la práctica y se hace necesario descartar o modificar el diseño del equipo para incluir nuevas variables manipuladas que garanticen el cumplimiento de la condición.

En el caso donde los grados de libertad son mayores que cero ($G.D.L > 0$) se hace necesario evaluar las cuatro métricas restantes para poder garantizar la controlabilidad práctica del sistema.

1.4.3. Determinante de la matriz asociada con la respuesta forzada: Un sistema dinámico no lineal compuesto por n estados e igual número de variables manipuladas, puede representarse por medio de la forma canónica a fin con la entrada:

$$\dot{X} = f(x) + G(x) u \quad (1.15)$$

En donde:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad y \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

son el vector de estados y el vector de entradas

respectivamente,

$$(1.16)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_i(x) \\ \vdots \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

es el vector de términos asociados a la respuesta natural del sistema,

(1.17)

$$y \quad G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) & \dots & g_{1j}(x) & \dots & g_{1n}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) & \dots & g_{2j}(x) & \dots & g_{2n}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{i1}(x) & g_{i2}(x) & \dots & g_{ij}(x) & \dots & g_{in}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{n1}(x) & g_{n2}(x) & \dots & g_{nj}(x) & \dots & g_{nn}(x) \end{bmatrix}_{n \times n}$$

es la matriz de términos

asociados con la respuesta forzada del sistema. (1.18)

Un análisis de las ecuaciones mostradas anteriormente (Ochoa, 2005) permite concluir que si la inversa de la matriz $G(x)$ no existe, entonces no será posible obtener una acción de control que permita garantizar la permanencia de los estados en el punto de equilibrio deseado, y por lo tanto, no se podrá garantizar la controlabilidad práctica del sistema.

En otras palabras, esta métrica determina los grados de libertad efectivos para el control ya que evalúa la existencia de relaciones causa-efecto entre las variables manipuladas y los estados a controlar.

La métrica entonces es: Si $\det(G(x)) = 0$, el sistema es no controlable en la práctica.

1.4.4. Pertenencia de la acción de control forzante (u^*) al intervalo disponible de acciones de control: Esta métrica evalúa si la acción de control forzante pertenece o no al intervalo disponible de acciones de control. Si esta pertenencia no existe, no será posible mantener el punto de equilibrio deseado para el sistema.

La acción de control forzante está dada por:

$$u^* = -[G(x^*)]^{-1} f(x^*) \quad (1.19)$$

Por otra parte, el intervalo disponible de acción de control \mathbf{U} se denota por:

$$U = \left\{ u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}_{n \times 1}, \text{tales que} \begin{array}{l} u_{1min} \leq u_1 \leq u_{1max} \\ u_{2min} \leq u_2 \leq u_{2max} \\ \vdots \\ u_{jmin} \leq u_j \leq u_{jmax} \\ \vdots \\ u_{nmin} \leq u_n \leq u_{nmax} \end{array} \right\} \quad (1.20)$$

Donde U_{jmin} y U_{jmax} son respectivamente, los valores mínimo y máximo disponibles para la j -ésima variable manipulada. Si la acción de control u^* que fuerza al sistema a permanecer en el punto de equilibrio x^* no pertenece al intervalo disponible de acciones de control \mathbf{U} , el sistema no será controlable en dicho punto. Por lo tanto, si $u^* \notin \mathbf{U}$ el sistema será no controlable en la práctica.

1.4.5. Existencia de una trayectoria de alcanzabilidad: Esta métrica evalúa la existencia de trayectorias lineales que permitan alcanzar el punto de equilibrio deseado x^* , cuando el sistema parte desde un punto inicial x_0 empleando un conjunto de acciones de control perteneciente al espacio disponible de las entradas \mathbf{U} .

Finalmente las u_T de trayectoria se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
u_{T1min} &= u_{01}^* + \frac{(u_{2min} - u_{02}^*)du_1}{du_2} ; u_{T1max} = u_{01}^* + \frac{(u_{2max} - u_{02}^*)du_1}{du_2} \\
u_{T2min} &= u_{02}^* + \frac{(u_{1min} - u_{01}^*)du_2}{du_1} ; u_{T2max} = u_{02}^* + \frac{(u_{1max} - u_{01}^*)du_2}{du_1} \\
u_{Tnmin} &= u_{0n}^* + \frac{(u_{1min} - u_{01}^*)du_n}{du_1} = u_{0n}^* + \frac{(u_{2min} - u_{02}^*)du_n}{du_2} = \dots = u_{0n}^* + \frac{(u_{(n-1)min} - u_{0(n-1)}^*)du_n}{du_{n-1}} \\
u_{Tnmax} &= u_{0n}^* + \frac{(u_{1max} - u_{01}^*)du_n}{du_1} = u_{0n}^* + \frac{(u_{2max} - u_{02}^*)du_n}{du_2} = \dots = u_{0n}^* + \frac{(u_{(n-1)max} - u_{0(n-1)}^*)du_n}{du_{n-1}}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Donde:

$$d\mathbf{u} = G^{-1}(x_{0,E}) * (x^* - x_{0,E}) = \begin{bmatrix} du_1 \\ du_2 \\ du_3 \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

Como se observa en la ecuación anterior, la dirección $d\mathbf{u}$ de la semi – recta es función del punto de equilibrio deseado \mathbf{x}^* y del punto inicial en cada escenario $\mathbf{x}_{0,E}$. Por otra parte, el término $\mathbf{u}_{0,e}^*$ representa al vector de acciones de control requerido para mantener en equilibrio el punto inicial $\mathbf{x}_{0,E}$.

Sin embargo, no es posible catalogar un sistema como no controlable en el punto de equilibrio deseado si no existe una trayectoria en línea recta para alcanzar el punto de equilibrio, ya que esta métrica no evalúa todas las trayectorias de alcanzabilidad existentes, y cabe la probabilidad de que aunque no exista la trayectoria lineal, existan otras trayectorias no lineales (Ochoa, 2005).

1.5 Metodología para la integración diseño control.

La metodología para integración diseño-control propuesta por Ochoa (Ochoa, 2005) permite realizar el diseño de un equipo, tomando como base las etapas básicas del proceso de diseño pero incorporando las métricas de controlabilidad practica que se presentan como restricciones dentro de la etapa de optimización (Ochoa, 2005). La metodología consta de 7 etapas presentadas en la tabla 1.

Definición del problema	Punto de partida para el procedimiento de diseño, se establecen en esta etapa las características básicas y datos adicionales del proceso.
Modelamiento fenomenológico	Consiste en representar mediante ecuaciones, el sistema que se diseña.
Selección de las variables manipuladas y determinación del intervalo disponible	Se seleccionan concretamente las variables a manipular dentro del sistema y se determina el intervalo disponible para dichas variables.
Planteamiento de la función objetivo	Se establece la función objetivo a optimizar en el proceso, dicha función generalmente es de tipo económica donde se tienen en cuenta principalmente los costos de capital y los costos de operación
Selección de escenarios y tolerancias a las perturbaciones	Se seleccionan los diferentes puntos iniciales desde los cuales es posible alcanzar el estado deseado (punto de equilibrio) y se define la tolerancia permitida para cada estado del sistema.
Optimización con restricciones	Etapa más importante de la metodología donde se incluyen una serie de restricciones relacionadas con la controlabilidad local práctica del equipo.
Diseño del sistema de control	Finalmente se diseña el sistema de control para el equipo analizado.

Tabla 1. Etapas de la metodología para la integración diseño-control

Las etapas de la metodología para la integración diseño control propuesta por Ochoa se explican mediante su desarrollo en el caso de estudio, para mayor detalle dirigirse al anexo 1.

2. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En la figura 1, mediante el diagrama de bloques se presenta el procedimiento utilizado en el desarrollo experimental de este trabajo.

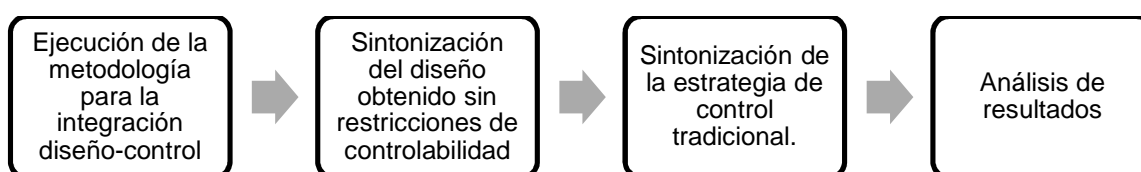


Figura 1. Desarrollo experimental.

2.1 Ejecución de la metodología aplicada en este trabajo

Se aplica la metodología para la integración diseño-control en un caso de estudio reportado en la literatura (Luyben, 1990). Por cuestiones prácticas, mejor entendimiento y condiciones impuestas por el autor, la metodología se resuelve simultáneamente a su explicación, debido a que ciertos cálculos y resultados encontrados durante algunas etapas, son necesarios para continuar con el desarrollo de la metodología. A continuación se presenta cada una de las etapas.

2.1.1 Etapa 1: Definición del problema

La reacción irreversible del tipo $A \rightarrow B$ y de primer orden, se puede llevar a cabo en un reactor CSTR (Figura 2) con chaqueta para el enfriamiento, operando a presión atmosférica y a una temperatura de 333K. El problema consiste en diseñar un reactor con flujo de producto de $1,1322 \text{ m}^3/\text{h}$. Los objetivos de control para el proceso son la concentración del reactivo en la corriente de salida (C_a), la temperatura dentro del reactor (T) y el volumen del reactor (V). Los parámetros cinéticos para las condiciones de operación y las propiedades físicas del compuesto son (Luyben, 1990):

Parámetro Cinético	Valor
Constante de Arrhenius	$7,08e10 \text{ h}^{-1}$
Energía de Activación	69780 J/mol
Entalpía de Reacción	-69780 KJ/Kmol

Tabla 2. Parámetros cinéticos de la reacción.

Propiedad	Valor
Densidad	800,9232 Kg/m ³
Capacidad calorífica	3,1395 KJ/Kg*K

Tabla 3. Propiedades físicas del reactivo

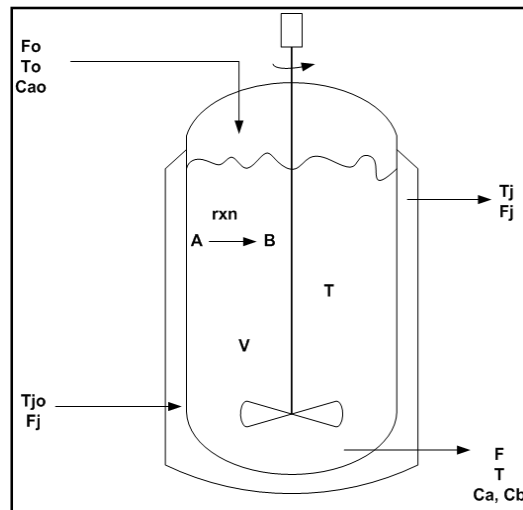


Figura 2. Diagrama de flujo. Reactor CSTR

2.1.2 Etapa 2: Modelamiento fenomenológico

2.1.2.1 Modelo fenomenológico

El modelo fenomenológico para este sistema se basa en el planteamiento de los balances de masa y energía para el reactor y un balance de energía para la chaqueta.

Los balances están sujetos a las siguientes suposiciones:

- Existe mezcla perfecta dentro del reactor
- No hay pérdidas de energía al ambiente, ya que la transferencia de calor solo existe entre el producto al interior del reactor y el fluido refrigerante dentro de la chaqueta
- Las propiedades físicas como densidad y capacidad calorífica del reactivo y del producto son constantes.

Para la reacción de primer orden $A \rightarrow B$ se tiene que:

Balance de masa del reactivo.

$$\frac{dCa}{dt} = \frac{Fo * Cao}{V} - K1 Ca e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} - \frac{Fo * Ca}{V} \quad (2.1)$$

Balance de masa global para el reactor

$$\frac{dV}{dt} = Fo - F \quad (2.2)$$

Balance de energía para el reactor

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(Fo * To)}{V} + \frac{\left[(-\Delta H)K1 Ca e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAj(T - Tj)}{\rho Cp V} - \frac{Fo * T}{V} \quad (2.3)$$

Balance de energía para la chaqueta

$$\frac{dTj}{dt} = \frac{Fj}{Vj} (Tjo - Tj) + \frac{UjAj}{\rho r Cpr Vj} (T - Tj) \quad (2.4)$$

2.1.2.2. Reducción del modelo

A partir del modelo fenomenológico planteado para el sistema y de los requerimientos y necesidades se deduce que el sistema cuenta con 4 estados que son: La concentración del reactivo a la salida (Ca), el volumen de reacción (V), la temperatura del reactor (T) y la temperatura de la chaqueta (Tj). Las principales dinámicas del sistema son la concentración a la salida, el volumen y la temperatura del reactor haciendo con esto que la dinámica de la temperatura de la chaqueta pueda despreciarse debido a que el tiempo de residencia del refrigerante es muy corto y la temperatura de la chaqueta es aproximadamente la misma pero diferente a la entrada. Se representa la variable temperatura de la chaqueta por medio de una ecuación algebraica resultante del balance en estado estacionario.

$$Tj = \frac{Fj * Tjo * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{Fj * \rho r * Cpr + Uj * Aj} \quad (2.5)$$

2.1.2.3. Definición de variables

A continuación se presentan las variables del sistema de acuerdo a la clasificación planteada por Ochoa, (2005):

V.E: De entrada. **V.S:** De salida **P.S:** Parámetro del sistema.
V.M: Posible manipulada **V.Cal:** Calculada. **V. Estado:** De estado.
V.P: De Perturbación. **V.C:** A controlar. **P.D:** Parámetro de diseño.

Variable	Significado	Tipo de Variable
Fo	Flujo de entrada del reactor	V.E; V.M o V.P
To	Temperatura de entrada del reactor	V.E; V.M o V.P
Cao	Concentración de entrada del reactivo	V.E; V.P
F	Flujo de salida del reactor	V.S; V.M
T	Temperatura del reactor	V. Estado; V.C
Ca	Concentración del reactivo en el reactor	V. Estado; V.C
Cb	Concentración del producto en el reactor	V.S
V	Volumen ocupado del reactor	V. Estado; V.C
Fj	Flujo del refrigerante	V. E; V.M o V.P
Tjo	Temperatura de entrada del refrigerante	V.E; V.M o V.P
Tj	Temperatura de salida del refrigerante	V.S; V.Cal
Aj	Área de transferencia de calor	P.D
Vj	Volumen de la chaqueta	P.D
Uj	Coefficiente global de transferencia de calor	P.S
ΔH	Calor de reacción	P.S
K1	Factor de Arrhenius	P.S
ρ	Densidad de masa reactiva	P.S
ρ_r	Densidad del refrigerante	P.S
Cp	Capacidad calorífica de la masa reactiva	P.S
Cpr	Capacidad calorífica del refrigerante	P.S
E	Energía de activación	P.S
R	Constante universal de los gases	P.S

Tabla 4. Variables del sistema.

2.1.2.4. Modelo fenomenológico en espacio de estados

El modelo fenomenológico del sistema planteado en la sección 2.1.2.1. es expresado ahora en el espacio de estados, así:

$$X1 = Ca \quad X2 = T \quad X3 = V \quad (2.6)$$

$$\frac{dX1}{dt} = \frac{Fo * Cao}{X3} - K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)} - \frac{X1 * Fo}{X3} \quad (2.7)$$

$$\frac{dX2}{dt} = \frac{(Fo * To)}{X3} + \frac{\left[(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAj(X2 - Tj)}{\rho Cp X3} - \frac{X2 * Fo}{X3} \quad (2.8)$$

$$\frac{dX3}{dt} = Fo - F \quad (2.9)$$

$$Tj = \frac{Fj * Tjo * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{Fj * \rho r * Cpr + Uj * Aj}$$

2.1.3. Etapa 3: Selección de las variables manipuladas y determinación del intervalo disponible

2.1.3.1. Identificación de las posibles variables manipuladas

A continuación se presentan las variables de entrada al sistema las cuales pueden ser variables manipuladas o variables de perturbación.

Variable	Significado	Tipo de Variable
Fo	Flujo de entrada del reactor	V.E; V.M o V.P
To	Temperatura de la alimentación al reactor	V.E; V.M o V.P
Cao	Concentración de entrada del reactivo.	V.E; V.P
F	Flujo de salida del reactor.	V.S; V.M o V.P
Fj	Flujo de entrada del refrigerante	V.E; V.M o V.P
Tjo	Temperatura de entrada del refrigerante	V.E; V.M o V.P

Tabla 5. Posibles variables manipuladas.

De las variables presentadas anteriormente se puede observar que la concentración del reactivo a la entrada es la única variable que se considera como de perturbación, ya que ésta depende de las especificaciones propias del fabricante o proveedor del producto, las 5 variables restantes se consideran como posibles manipuladas y es posible utilizarlas para el análisis posterior.

2.1.3.2. Cálculo de los grados de libertad para el control

El número de grados de libertad para el sistema es:

$$G.D.L = \text{Número variables manipulables} - \text{Número variables controladas}$$

$$G.D.L = 5 - 3 = 2 \quad (2.10)$$

$$G.D.L > 0$$

Como los grados de libertad son mayores a cero, se cumple el caso de controlabilidad y se puede seguir aplicando la metodología.

2.1.3.3 Selección de las variables manipuladas que permiten expresar el modelo fenomenológico en la forma canónica

En este paso de la metodología es necesario definir los posibles conjuntos de variables manipuladas que se utilizaría para controlar los estados del sistema. A continuación se definen las triadas (T) resultantes de la combinación entre las 5 posibles variables manipuladas:

$$\mathbf{T1} \quad u1 = Fo \quad u2 = F \quad u3 = Fj \quad \mathbf{T6} \quad u1 = Fo \quad u2 = To \quad u3 = Tjo$$

$$\mathbf{T2} \quad u1 = Fo \quad u2 = F \quad u3 = To \quad \mathbf{T7} \quad u1 = F \quad u2 = Fj \quad u3 = To$$

$$\mathbf{T3} \quad u1 = Fo \quad u2 = F \quad u3 = Tjo \quad \mathbf{T8} \quad u1 = F \quad u2 = Fj \quad u3 = Tjo$$

$$\mathbf{T4} \quad u1 = Fo \quad u2 = Fj \quad u3 = To \quad \mathbf{T9} \quad u1 = F \quad u2 = To \quad u3 = Tjo$$

$$\mathbf{T5} \quad u1 = Fo \quad u2 = Fj \quad u3 = Tjo \quad \mathbf{T10} \quad u1 = Fj \quad u2 = To \quad u3 = Tjo$$

Para analizar si existe o no la separabilidad matemática requerida, a continuación se escribe el modelo fenomenológico en el espacio de estados para cada una de las triadas de variables manipuladas conformadas. Las triadas que no permitan la representación del sistema en la forma canónica (1.1) no serán analizadas, puesto que no permitirían la evaluación de algunas de las métricas de controlabilidad práctica mencionadas.

Las triadas T3 (F_o, F, T_{jo}) y T9 (F, T_o, T_{jo}), son las únicas que cumplen con la condición de separabilidad, necesaria para representar al sistema en la forma canónica (1.1), requisito indispensable para llevar a cabo el diseño del equipo con base en la metodología presentada. La demostración de este resultado se puede observar en el anexo 2.

2.1.3.4. Recálculo de los grados de libertad para el control

En la etapa anterior se observó que solo son posibles dos únicas triadas, las cuales están compuestas por cuatro variables manipuladas F_o, F, T_{jo} y T_o y se cuenta con tres estados a controlar, con base en lo anterior y aplicando la ecuación (2.10) se tiene

$$G.D.L = 4 - 3 = 1 \quad G.D.L > 0$$

Por lo tanto, el requisito de los grados de libertad para el control sigue satisfaciéndose en el caso tratado.

2.1.3.5. Selección definitiva de las variables manipuladas

Teniendo en cuenta que el desarrollo de algunas de las métricas de controlabilidad práctica se basan en el hecho de que la matriz $G(x)$ asociada con la respuesta forzada es cuadrada (lo que implica que el número de variables manipuladas debe ser igual al número de estados a controlar, no mayor ni menor); es necesario en este punto escoger sólo tres de las cuatro posibles variables manipulables que

aún continúan vigentes en el proceso de selección (triada 3 y triada 9). Por tal razón, se realiza la selección definitiva de las variables manipuladas recurriendo a la técnica de los dígrafos (Kim et al., 2000; Lee et al., 2001), con el fin de seleccionar como manipuladas a aquellas variables que presentan mayor influencia sobre los estados del sistema.

Los dígrafos de las triadas seleccionadas y el procedimiento para seleccionar el conjunto de variables manipuladas definitivas se presentan en el anexo 3. El estudio de los dígrafos, arroja que la triada 9 es la indicada para realizar el estudio de controlabilidad del sistema por lo tanto, el conjunto de variables manipuladas con su respectiva variable de estado es:

$$\text{Estados } \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ca \\ T \\ V \end{bmatrix} \quad \text{Posibles variables a manipular } \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fo \\ Tjo \\ F \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.1.3.6. Expresar el sistema en la forma canónica

A continuación se presenta el sistema analizado según la forma canónica:

$$\dot{X} = f(X) + G(X) * U \quad (2.12)$$

$$\text{Donde } X = \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ca \\ T \\ V \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fo \\ Tjo \\ F \end{bmatrix}$$

$$f(X) = \begin{bmatrix} -K1 X1 e^{\left(-\frac{E}{RX2}\right)} \\ \left[\frac{(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(-\frac{E}{RX2}\right)}}{\rho Cp} - \frac{UjAjX2}{\rho Cp X3} + \frac{(UjAj)^2 X2}{(\rho Cp X3)(FjCpr\rho r + UjAj)} \right] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$G(X) = \begin{bmatrix} \left(\frac{Ca0 - X1}{X3} \right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{To - X2}{X3} \right) & \left(\frac{UjAj(FjCprCpr)}{(\rho Cp X3)(FjCpr\rho r + UjAj)} \right) & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.1.3.7. Determinación del intervalo disponible para las variables manipuladas

Según los cálculos presentados en el anexo 4, el rango disponible U para las tres acciones de control es:

$$U = \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fo \\ Tjo \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U1min, U1max] \\ [U2min, U2max] \\ [U3min, U3max] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0.0348, 1.7418] \text{ m}^3/h \\ [290, 320]K \\ [0.0348, 1.7418] \text{ m}^3/h \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.1.4. Etapa 4: Planteamiento de la función objetivo

A continuación se presentan los costos que se incluyen en el cálculo de la función objetivo.

$$\text{Costo Total} = \text{Costos Capital} + \text{Costos Operacion} \quad (2.16)$$

Donde los costos de capital se definen como:

$$\text{Costo Capital} = \text{Costos Controladores} + \text{Costos Reactor} + \text{Costos Chaqueta} \quad (2.17)$$

Por otro lado para los costos de operación se tiene que:

$$\text{Costo Operacion} = \text{Costos Servicios} + \text{Costos M.prima} + \text{Costos mano de obra} \quad (2.18)$$

La expresión para la función objetivo (F.O) a optimizar y las ecuaciones que se relacionen entre sí para reducir el número de variables, son calculadas en el Anexo 5, obteniéndose como resultado la siguiente función de costos en [\$/Kmol_{producto}] así:

$$F.O = \frac{376.71 + 1159.48 * H^{0.87} * Dtk^{1.23} + 293.12 * Aj^{0.7} + 1603.67 * Fj + 1800 * Fo + 3554.79}{F[Cao(1 + Xc)]} \quad (2.19)$$

Finalmente las variables incógnitas que se modifiquen para encontrar un valor mínimo de la función de costos son la Conversión (X_c), el diámetro del tanque (D_{tk}), y el flujo de entrada del reactor (F_o).

Debido a que el flujo de entrada del reactor (F_o) se seleccionó como una variable a optimizar y no como un dato constante, no se puede utilizar para calcular el intervalo de las variables manipuladas en la sección 2.1.3.7 y se debe re-calcular este rango. Este cálculo se realiza de forma conjunta en la siguiente etapa de la metodología.

2.1.5 Etapa 5: Selección de escenarios y tolerancias a las perturbaciones

Para el caso del reactor CSTR estudiado se seleccionaron ocho escenarios, en los cuales se tiene en cuenta una tolerancia para los estados de concentración (C_a), temperatura (T) y volumen (V) respectivamente. La selección de la tolerancia se realiza mediante prueba y error de forma simultánea con el rango disponible para las variables manipuladas, debido a que no todas las tolerancias combinadas con estos intervalos (U_{min} y U_{max}) presentan valores factibles que permitan cumplir con la métrica de trayectoria. Finalmente, los valores de tolerancia factibles son:

$$Tol = \begin{bmatrix} Tol_{Ca} \\ Tol_T \\ Tol_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.006 \frac{Kmol}{m^3} \\ 1 K \\ 0.028 m^3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$U = \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_o \\ T_{jo} \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U1min, U1max] & [0.0348, 1.7418] m^3/h \\ [U2min, U2max] & [290, 320] K \\ [U3min, U3max] & [0.0348, 1.7418] m^3/h \end{bmatrix}$$

En la tabla 6 se presentan los ocho escenarios estudiados

ESCENARIOS				
E1	$X_{sp} + Tol$		E5	$X_{1sp} + Tol_{x1}; X_{2sp} + Tol_{x2}; X_{3sp} - Tol_{x3}$
E2	$X_{sp} - Tol$		E6	$X_{1sp} + Tol_{x1}; X_{2sp} - Tol_{x2}; X_{3sp} + Tol_{x3}$
E3	$X_{1sp} - Tol_{x1}; X_{2sp} + Tol_{x2}; X_{3sp} + Tol_{x3}$		E7	$X_{1sp} - Tol_{x1}; X_{2sp} - Tol_{x2}; X_{3sp} + Tol_{x3}$
E4	$X_{1sp} + Tol_{x1}; X_{2sp} - Tol_{x2}; X_{3sp} - Tol_{x3}$		E8	$X_{1sp} - Tol_{x1}; X_{2sp} + Tol_{x2}; X_{3sp} - Tol_{x3}$

Tabla 6. Escenarios.

2.1.6. Etapa 6: Optimización con restricciones

La optimización planteada en esta etapa contempla quizás la parte más importante de la metodología, ya que además de contemplar la optimización común utilizada en todas las metodologías de diseño, incluye una serie de restricciones relacionadas con la controlabilidad práctica del reactor. Para encontrar los parámetros de diseño del reactor que minimizarán la función objetivo de costos, se realizó un procedimiento de optimización numérica con restricciones utilizando Matlab (Mathworks, R-2008).

Las restricciones utilizadas se presentan a continuación.

2.1.6.1. Restricciones de tipo físico

- El diámetro debe ser mayor que cero ($D > 0$).
- La conversión debe ser mayor que cero, pero menor que uno ($0 < X_c < 1$).
- El flujo del refrigerante por la chaqueta debe ser mayor que cero ($F_j > 0$).
- La temperatura de la chaqueta deber ser menor a la temperatura del reactor y mayor que la temperatura de entrada de la chaqueta T_{jo} ($T_{jo} < T_j < T$).
- Existe una relación altura-diámetro $(H/D) = 2.5$.

2.1.6.2. Restricciones de controlabilidad

Para catalogar un sistema como controlable en la práctica deben evaluarse simultáneamente las restricciones (métricas) de controlabilidad, estas condiciones son evaluadas para el sistema como se muestra a continuación.

- **Rango de la matriz de controlabilidad:**

El rango de la matriz de controlabilidad (Wc) debe ser de rango completo. Para este caso se cumple que:

$$rang(Wc) = 3 \quad (2.21)$$

- **Determinante de la matriz asociada con la respuesta forzada:**

Consiste en que el determinante de la matriz $G(x)$ debe ser diferente de cero. El determinante de la matriz asociada con la respuesta forzada para este caso de estudio está dado por:

$$Det(G(x)) = \frac{UjAjFj\rho_r Cp_r X_1 - CaoUjAjFj\rho_r Cp_r}{(\rho Cp(X_3)^2)(Fj\rho_r Cp_r + UjAj)} > 0 \quad (2.22)$$

- **Pertenencia de u^* al intervalo disponible de variables manipuladas (acciones de control):**

A partir del punto de ajuste deseado x^* , se calcula la acción de control requerida para mantener el sistema en este punto de equilibrio mediante la siguiente ecuación:

$$u^* = -[G(x^*)]^{-1} f(x^*) \quad (2.23)$$

Para evaluar la tercera restricción se verifica si la acción de control pertenece al intervalo disponible de las entradas U encontrado en la sección 2.5. Por lo tanto la restricción impuesta es:

$$U1min \leq u_1^* \leq U1max ; U2min \leq u_2^* \leq U2max ; U3min \leq u_3^* \leq U3max \quad (2.24)$$

- **Existencia de una trayectoria de alcanzabilidad:**

Finalmente en esta restricción se evalúa la existencia de una trayectoria lineal para alcanzar el estado de equilibrio partiendo de los escenarios previamente definidos. Posterior a la definición de los escenarios se calculan los u_T de trayectoria lineal con la ecuación (1.21).

La evaluación de la métrica es la siguiente: si cualquiera de las u_T calculadas pertenece al intervalo disponible U , entonces se garantiza que por lo menos existe un vector de acciones de control que permita el desplazamiento desde x_0 en dirección de x^* en línea recta. De esta manera:

$$U_{2min} \leq UT_{T2min1,E} \leq U_{2max} \text{ y } U_{3min} \leq UT_{T3min1,E} \leq U_{3max} \text{ o}$$

$$U_{2min} \leq UT_{T2max1,E} \leq U_{2max} \text{ y } U_{3min} \leq UT_{T3max1,E} \leq U_{3max} \text{ o}$$

$$U_{1min} \leq UT_{T1min2,E} \leq U_{1max} \text{ y } U_{3min} \leq UT_{T3min2,E} \leq U_{3max} \text{ o}$$

$$U_{1min} \leq UT_{T1max2,E} \leq U_{1max} \text{ y } U_{3min} \leq UT_{T3max2,E} \leq U_{3max} \text{ o}$$

$$U_{1min} \leq UT_{T1min3,E} \leq U_{1max} \text{ y } U_{2min} \leq UT_{T2max3,E} \leq U_{2max} \text{ o}$$

$$U_{1min} \leq UT_{T1max3,E} \leq U_{1max} \text{ y } U_{2min} \leq UT_{T2max3,E} \leq U_{2max} \text{ o}$$

2.1.6.3 Resultados de la optimización

Para el caso de estudio se realizaron dos optimizaciones diferentes, la primera solo tenía en cuenta restricciones físicas, mientras que la segunda contaba adicionalmente con las restricciones de controlabilidad planteadas en la metodología. Para cada una de las optimizaciones se realizaron varias corridas computacionales a partir de diferentes puntos de partida con el objetivo de evitar la obtención de óptimos locales. A continuación se comparan los resultados.

	OPTIMIZACIÓN SIN RESTRICCIONES DE CONTROLABILIDAD	OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES DE CONTROLABILIDAD
Xc	0.847	0.739
Dtk [m]	2.6	1.45
Fo [m ³ /h]	6.148	1.7418
Costo [\$/Kmol]	831.216	919.136

Tabla 7. Resultados de la optimización de los diseños sin y con restricciones de controlabilidad.

Como se observa, el menor costo se presenta cuando la optimización se realiza sólo bajo criterios económicos y restricciones físicas. Sin embargo, presenta un valor de conversión más alta, lo que conlleva a un diseño más grande del equipo, requiriendo un mayor flujo de entrada, y con ello la violación de la restricción de pertenencia al intervalo de las variables manipuladas y la no existencia de una trayectoria lineal de alcanzabilidad.

De otro lado, en la optimización con restricciones de controlabilidad se obtiene un diseño a un costo más alto que sin restricciones. Sin embargo, este diseño tiene la controlabilidad práctica garantizada ya que cumple con todas las restricciones impuestas en la metodología.

	OPTIMIZACIÓN SIN RESTRICCIONES DE CONTROLABILIDAD		OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES DE CONTROLABILIDAD	
	Valor Obtenido	Satisface Condición	Valor Obtenido	Satisface Condición
Condición de controlabilidad				
Rank (Wc)	3	Si	3	Si
Det ($G(x)$)	0.0936	Si	0.9236	Si
Pertenencia al Intervalo	$u_1^*=6.1484$	No	$u_1^*=1.7418$	Si
	$u_2^*=294.4401$	Si	$u_2^*=294.4401$	Si
	$u_3^*=6.1484$	No	$u_3^*=1.7418$	Si
Trayectoria de alcanzabilidad	No existe	No	Existe	Si

Tabla 8. Resultados de la evaluación de controlabilidad

2.1.7. Etapa 7: Diseño de sistema de control

Con los valores óptimos encontrados en la simulación con restricciones de controlabilidad se realiza la estrategia de control por retroalimentación, tomando como controlador el tipo PI. En la tabla 9 se presentan los resultados obtenidos de la sintonía de los controladores, siendo el controlador 1, con el cual se controla el estado X_1 (Ca), manipulando u_1 (Fo); el controlador 2, que ejerce su función sobre el estado X_2 (T), manipulando u_2 (Tjo) y finalmente el controlador 3, el cual

controla el estado X_3 (V) midiendo nivel (H) y tomando como variable manipulada u_3 (F).

Sintonía de los controladores		
Parámetro	Ganancia	Tiempo integral
Controlador 1	2 [m ⁶ /(Kmol/h)]	4 [h]
Controlador 2	3.6 [K/K]	5 [h]
Controlador 3	9.7 [m ² /h]	6 [h]

Tabla 9. Sintonía de los controladores del diseño con restricciones de controlabilidad

El punto de ajuste deseado para la optimización con restricciones es: $X_{1sp}=2.0903$ [Kmol/m³] (calculado a partir de la conversión X_c), $X_{2sp}=3.6324$ [m] (altura calculada con base en el D_{tk}) y $X_{3sp}=333.33$ [K].

La metodología para la integración diseño-control solo contempla el diseño de la estrategia de control para los valores óptimos obtenidos con restricciones. Para efectos de comparación se realiza la estrategia de control para el diseño sin restricciones de controlabilidad. Adicionalmente, se pretende comparar los resultados obtenidos del diseño sin y con restricciones de control en una estrategia de control convencional donde solo se tienen en cuenta 2 lazos de control propuesta por Luyben (1990) para este mismo modelo de reactor.

2.2 Sintonización del diseño obtenido sin restricciones de controlabilidad.

Los valores encontrados en la optimización sin restricciones de controlabilidad se analizan en lazo cerrado, con un controlador PI. En la tabla 10 se presentan los resultados obtenidos de la sintonía de los controladores, manteniendo las mismas variables controladas y manipuladas que en el sistema con restricciones de control.

Sintonía de los controladores		
Parámetro	Ganancia	Tiempo integral
Controlador 1	2 [m ⁶ /(Kmol/h)]	4 [h]
Controlador 2	3.6 [K/K]	5 [h]
Controlador 3	9.7 [m ² /h]	6 [h]

Tabla 10. Sintonía de los controladores del diseño sin restricciones de controlabilidad

El punto de ajuste deseado para la optimización sin restricciones es: $X_{1sp}=1.2264$ Kmola/m³ (calculado a partir de la conversión X_{Copt}), $X_{2sp}=7.8064$ m (altura calculada con base en el Dtk_{opt}) y $X_{3sp}=333.33$ K.

2.3 Sintonización de la estrategia de control convencional.

Se sintonizó la estrategia de control convencional para el diseño con restricciones y se tuvieron en cuenta los parámetros de sintonización establecidos para este caso de estudio en la literatura. Cabe resaltar que a diferencia de las estrategias de control para los diseños sin y con restricciones de control, esta estrategia solo cuenta con dos lazos, ya que no está diseñada para controlar los estados del sistema, sino simplemente para medir las entradas y las salidas, mediante los lazos que comúnmente se utilizarían por heurística. El controlador 1, toma como variable controlada H y como variable manipulada F y el controlador 2 por su parte controla T, manipulando Fj.

Los parámetros de sintonización para los controladores de la estrategia de control convencional se presentan en la tabla 11.

Sintonía de los controladores		
Parámetro	Ganancia	Tiempo integral
Controlador 1	9.7 [m ² /h]	6 [h]
Controlador 2	3.9 [K/K]	5 [h]

Tabla 11. Sintonía de los controladores de la estrategia de control convencional.

La sintonización de los controladores para cada diseño no fue posible desarrollarse por medio de los métodos convencionales de ganancia última (Luyben, 1990), ya que para este caso de estudio cada diseño presenta una dinámica muy particular y estas tienen un comportamiento inverso a los parámetros normales; en un caso normal un aumento de la ganancia genera inestabilidad del sistema y se pueden utilizar métodos de sintonización convencionales. En nuestro caso, los diseños aquí obtenidos muestran que una disminución de la ganancia genera inestabilidad. Por lo anterior, para la sintonización de los controladores se toman los valores reportados en la literatura (Luyben 1990) para este ejemplo.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.

3.1 Comparación del diseño sin restricciones de controlabilidad vs. el diseño con restricciones de controlabilidad.

Los valores óptimos obtenidos para el diseño sin restricciones y con restricciones de controlabilidad, fueron analizados en lazo cerrado bajo la misma estrategia de control (3 lazos). Para demostrar que el diseño con restricciones de controlabilidad es más controlable que el diseño sin restricciones se tiene en cuenta los siguientes aspectos:

3.1.1 El criterio de área bajo la curva

El cálculo del área bajo la curva en una gráfica de respuesta de una variable controlada, permite medir el tamaño de las oscilaciones y su tiempo de estabilización, con lo cual es posible comparar la acción de control de diferentes sistemas cuando son sometidos a una perturbación.

Con base en lo anterior se sometieron a la misma perturbación (Fj 10 % por arriba) el diseño sin restricciones y el diseño con restricciones de controlabilidad para analizar el comportamiento de las variables de estado; a las gráficas de respuesta obtenidas para cada variable (Ca, T y H) se les calculó el área bajo la curva. Los valores obtenidos se presentan a continuación:

Criterio de área bajo la curva		
	Sin restricciones de controlabilidad	Con restricciones de controlabilidad
Ca	0,0457 [Kmol/h]	0,0287 [Kmol/h]
T	0,7486 [K/h]	0,6038 [K/h]
H	0,0235 [m/h]	0,0106 [m/h]

Tabla 12. Comparación del área bajo la curva para los diseños sin y con restricciones de controlabilidad

En la tabla 12 se observa que el diseño con restricciones de controlabilidad presenta un menor valor para el área, en todas las variables de estado lo cual indica que este diseño en estado transitorio ante perturbaciones típicas es más controlable que el diseño sin restricciones.

Por lo tanto la metodología para la integración diseño-control propuesta por Ochoa y aplicada al caso de estudio demuestra que si es posible obtener diseños intrínsecamente más controlables.

3.1.2 Comportamiento de las variables controladas en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad.

Se comparan las gráficas de la respuesta en lazo cerrado de las variables controladas en ambos diseños frente a una perturbación tipo paso del 10% por arriba, del flujo de entrada de la chaqueta (F_j).

En la figura 3 se presenta el comportamiento de la concentración del reactivo a la salida donde C_a' es calculada a partir de la ecuación (3.1), ya que al graficar cada comportamiento con su valor normal no permitía una apreciación clara de la diferencia entre las dos respuestas por su diferencia de magnitud:

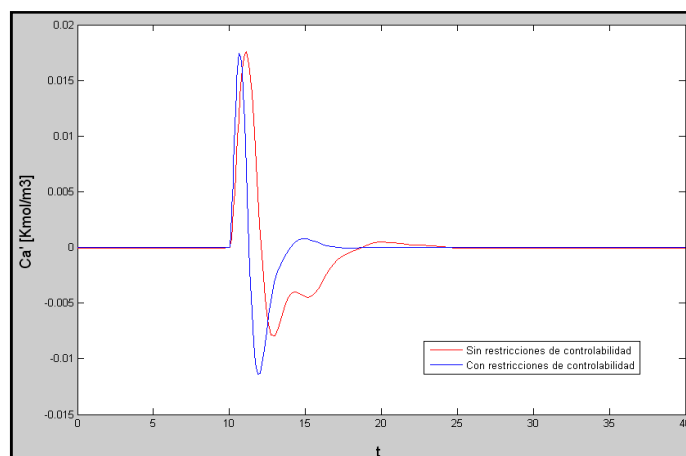


Figura 3. Comportamiento de la concentración (C_a) en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad

Se observa en la figura 3 que la respuesta en lazo cerrado para C_a en el diseño con restricciones de control presenta un menor tiempo de estabilización. Este comportamiento demuestra que al realizar el diseño del sistema teniendo en cuenta las métricas de controlabilidad práctica se logra que el sistema sea más controlable que realizando un diseño tradicional. El comportamiento presentado anteriormente para C_a , se cumple de igual forma para las variables T y H. Las graficas para temperatura (T') y la altura (H') se presentan en el anexo 7.

3.2 Comparación contra la estrategia de control convencional.

3.2.1 Criterio de área bajo la curva.

En la estrategia de control convencional fueron evaluados los diseños sin y con restricciones de controlabilidad los cuales fueron sometidos a una perturbación tipo paso del 10% por arriba en el flujo de entrada del alimento (F_0), para determinar el comportamiento de las variables controladas.

A la gráfica de la respuesta para cada variable a controlar se le calculó el área bajo la curva, parámetro con el cual se puede determinar cuál de los dos sistemas es el más controlable.

Criterio de área bajo la curva diseño convencional		
	Sin restricciones de controlabilidad	Con restricciones de controlabilidad
T	0.5149 [K/h]	0,0975 [K/h]
H	0,1041 [m/h]	0.0292 [m/h]

Tabla 13. Comparación del área bajo la curva para el diseño convencional sin y con restricciones de controlabilidad

Se observa en la tabla 13 que el diseño con restricciones de controlabilidad presenta una menor área bajo la curva para las dos variables controladas, lo que indica que éste sistema presenta mejor controlabilidad.

3.2.2 Comportamiento de las variables controladas en la estrategia de control convencional, sin y con restricciones de controlabilidad.

A continuación se presenta el comportamiento de las variables para las 2 estrategias de control pertenecientes al diseño convencional. Donde T' y H' se calculan a partir de la ecuación (3.1).

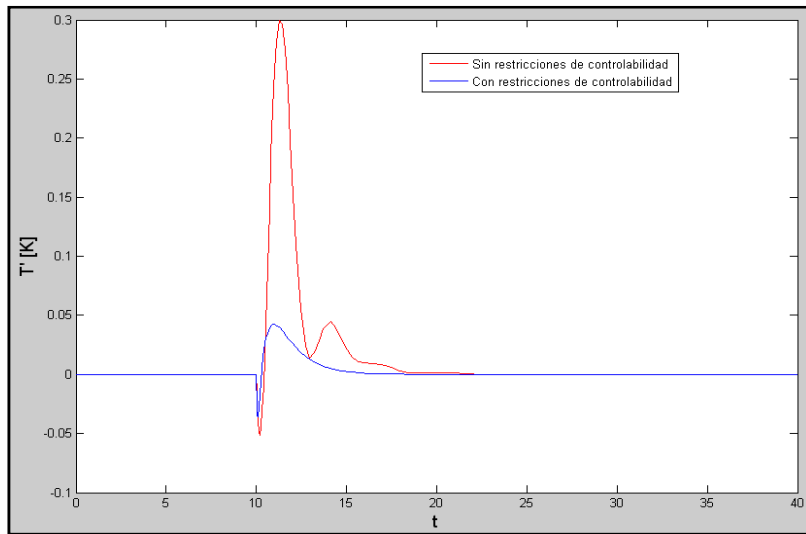


Figura 4. Comportamiento de la temperatura (T) en el diseño convencional sin y con restricciones de controlabilidad

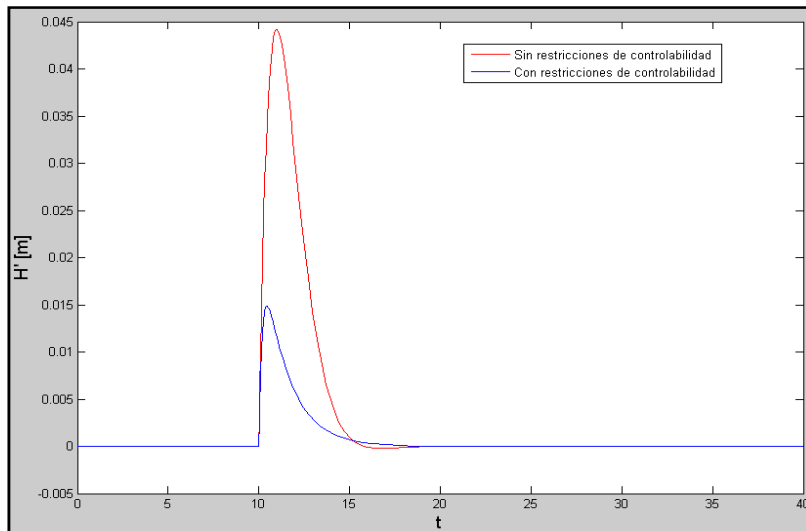


Figura 5. Comportamiento de la altura (H) en el diseño convencional sin y con restricciones de controlabilidad

Las figuras 4 y 5 permiten evidenciar claramente la diferencia en las respuestas para las variables a controlar (T y H) según el diseño aplicado en la estrategia de control. Se observa que el comportamiento del diseño con restricciones de controlabilidad, presenta un menor tiempo de estabilización y oscilaciones más pequeñas lo que hace que este sistema sea más controlable que el analizado sin restricciones de controlabilidad.

Los resultados acá expuestos permiten verificar que aunque el diseño con restricciones de controlabilidad sea aplicado a una estrategia de control diferente, el comportamiento generado es un sistema más controlable.

CONCLUSIONES

Se aplicó la metodología para la integración diseño-control propuesta por Ochoa (2005) a un reactor CSTR con 3 variables de estado. Con el ánimo de comparar resultados se realizó un diseño paralelo sin tener en cuenta las restricciones de controlabilidad, considerando únicamente restricciones físicas y criterios heurísticos, observándose que:

El diseño obtenido con restricciones de controlabilidad es más controlable que el obtenido sin dichas restricciones, este comportamiento era el esperado pues el primero en mención incluye en su optimización la evaluación de las métricas de controlabilidad que en la teoría garantizan este comportamiento. Los parámetros evaluados para ambos diseños, como el área bajo la curva y las graficas de respuesta en lazo cerrado para cada variable de estado ante la misma perturbación en ambos sistemas son evidencia de este comportamiento.

La comparación de los diseños sin y con restricciones de controlabilidad en la estrategia de control convencional, demostró que la segunda es más controlable en estado transitorio ante perturbaciones físicas. Lo cual permite afirmar que la aplicación de la metodología para la integración diseño-control propuesta por Ochoa (2005) para este reactor CSTR no isotérmico, genera sistemas más controlables que los diseñados sin tener en cuenta las métricas de controlabilidad en la etapa de optimización.

Aunque, aplicando la metodología para la integración diseño-control se obtiene un diseño intrínsecamente más controlable, se requiere la manipulación de una temperatura, acción complicada y costosa de implementar, por lo cual es necesario incorporar equipos de intercambio de calor, pero cambiaría el diseño planteado inicialmente.

RECOMENDACIONES

La Integración del diseño y el control es un tema de estudio que demuestra ciertas ventajas sobre los métodos de diseño convencionales y sería interesante implementarlo en la Escuela de Ingeniería Química, siendo una temática amplia de investigación y trabajo.

La metodología propuesta por Ochoa (2005), para la integración diseño-control se presenta como una nueva alternativa en el diseño de procesos, sería conveniente profundizar en su estudio aplicándola en equipos con un mayor grado de complejidad que validen los resultados hasta ahora obtenidos.

Se recomienda proponer una nueva metodología para la integración diseño-control que sea aplicable a combinaciones de equipos y a plantas completas, y no tan solo al diseño de un equipo.

Se sugiere la aplicación de la metodología para la integración diseño-control al caso de estudio analizado, pero esta vez incluyendo dinámicas de intercambiadores de calor para poder manipular la temperatura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bansal, V., Perkins, J. D., Pistikopoulos, E. N., Ross, R., Van Schijndel, J. M. G. *Simultaneous Design and Control Optimization under Uncertainty*. Comp. Chem. Eng., 24, 261-266. 2000.

Douglas, J.M. *Conceptual Design of chemical Processes*. McGraw-Hill. 1988.

Fisher, W.R., Doherty, M.F., Douglas, J.M. *The Interface Between Design and Control. 1. Process Controllability*. Ind. Eng. Chem. Res., 27, 597-605. 1988.

Francisco, M., Vega, P., Pérez, O. *Optimización Dinámica para el Diseño Integrado de procesos en Lazo Cerrado*. XXIII Jornadas de Automática. Tenerife, España. 2000.

Fogler, H. Scott. *Elementos de ingeniería de las reacciones químicas*. Prentice Hall. 2001.

Gutierrez, G., Vega, P. *Integrated Design of Biological Processes and their Control System Including Closed Loop Properties for Disturbances Rejection*. IFAC 15 th Triennial World Congress, Barcelona, España. 2002.

Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Prentice Hall. 1995.

Luyben, W. *Process Modelling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. McGraw-Hill. 1990.

Mohideen, M.J., Perkins, J.D., Pistikopoulos, E.N. *Optimal Design of Dynamic Systems under Uncertainty*. AIChE Journal, 42, 2251-2272. 1996.

Ochoa, S., Alvarez, H., Aguirre, J. *Using Controllability for Chemical Equipment Design as a First Step to Integrated Design.* X Convención Internacional y Feria Informática 2004-XI Congreso Latinoamericano de Control Automático. La Habana- Cuba. 2004.

Ochoa, S. *Metodología para la integración diseño – control en el espacio de estados.* Medellín, Colombia. 2005.

Ogata, K. *Ingeniería de Control Moderna.* Pearson Educación. Tercera Edición. 1998.

Peters, M.S., Timmerhaus, K.D. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers.* McGraw-Hill. 1991.

Seider, W.D., Seader, J.D., Lewin, D.R. *Process Design Principles.* John Wiley & Sons. 1999.

Smith, C., Corripio, A.B. *Control Automático de Procesos.* Limusa Editores. 2001.

ANEXOS

ANEXO 1. Metodología para la integración diseño-control (Ochoa, 2005).

El desarrollo de esta metodología permite el diseño de un equipo tomando como base algunas técnicas del procedimiento convencional de diseño e incorporando las métricas de controlabilidad práctica que se presentan como restricciones dentro de la etapa de optimización. A su vez tiene como objetivo garantizar la controlabilidad práctica para todos los estados que conforman el modelo fenomenológico del sistema del sistema a diseñar (Ochoa, 2005). Consta de siete etapas descritas a continuación:

A.1.1 Definición del problema: En esta etapa se establecen las características básicas y datos adicionales del proceso. En esta etapa es necesario definir cuáles serán las posibles variables controladas del sistema, seleccionadas con base en criterios de calidad, confiabilidad, seguridad industrial y restricciones legales del proceso.

A.1.2 Modelamiento fenomenológico: Consiste en representar mediante ecuaciones, el sistema que se diseña. En esta etapa se desarrollan los siguientes pasos:

A.1.2.1 Modelo fenomenológico del sistema: Consiste en la representación del modelo fenomenológico a partir de los balances de masa, energía y cantidad de movimiento, así como de las ecuaciones constitutivas que complementan el modelo.

A.1.2.2 Reducción del modelo: Se hace necesaria esta etapa de la metodología debido a que algunos modelos presentan un amplio número de estados a controlar como de ecuaciones diferenciales ordinarias que representan al sistema que se

constituyen en un problema a la hora de solucionar el modelo y realizar la optimización.

A.1.2.3 Definición de variables: Se identifican y definen todas las variables que intervienen en el proceso. Se clasifican dentro del esquema presentado a continuación:

Variable	Significado	Tipo de variable
		Estado, variable a controlar.
		Entrada, posible variable manipulada o perturbación.
		Parámetro de diseño.
		Parámetro del sistema.
		Constante.

Tabla A.1.14. Definición de variables

A.1.2.4 Modelo fenomenológico en el espacio de estados: Es importante reescribir el modelo fenomenológico original en función de las ecuaciones diferenciales ordinarias que prevalecen después de la reducción. Adicionalmente es necesario empezar a escribir el modelo en la forma canónica según la ecuación (1.1) en el espacio de estados.

A.1.3 Selección de las variables manipuladas y determinación del intervalo disponible: Se seleccionan concretamente las variables a manipular dentro del sistema y se determina el intervalo disponible para dichas variables. Para el desarrollo de esta etapa se presentan 7 pasos:

A.1.3.1 Identificación de las posibles variables manipuladas: Es necesario identificar concretamente cuales de las variables de entrada pueden ser consideradas perturbaciones y cuales podrían manipularse para controlar a los estados del sistema.

Variable	Significado	Tipo de variable de entrada
		Posible variable manipulada
		Perturbación

Tabla A.1.2. Identificación de las posibles variables manipuladas

A.1.3.2 Cálculo de los grados de libertad: Para realizar el control completo de estado se hace necesario contar con por lo menos n variables manipuladas para controlar los n estados del sistema. Los grados de libertad se determinan de igual forma que en la métrica expuesta en la sección 1.4.2.

A.1.3.3 Selección de las variables manipuladas que permiten expresar el modelo fenomenológico en la forma canónica: Para escribir el modelo en la forma canónica especificada, es necesario definir las distintas estructuras de control que podrían ser utilizadas para el sistema (agrupamientos de variables manipuladas-variables controladas).

A.1.3.4 Recálculo de los grados de libertad para el control: Es necesario calcular nuevamente los grados de libertad para el control, ya que en la sección anterior pudieron descartarse algunas variables manipuladas que no permitieron la representación del modelo en la forma canónica según la ecuación (1.1), lo cual puede hacer que el criterio de grados de libertad se deteriore.

A.1.3.5 Selección definitiva de las variables manipuladas: En esta etapa de la metodología se selecciona una estructura de control que permite actuar sobre todos los estados del sistema y además presenta el mayor desacoplamiento posible. Esta selección se puede realizar recurriendo a la técnica de los dígrafos (Kim et al., 2000; Lee et al., 2001) con el fin de seleccionar como manipuladas aquellas variables que presentan mayor influencia sobre el sistema.

A.1.3.6 Expresar el sistema en la forma canónica: Se realiza la representación completa del modelo fenomenológico en el espacio de estados, en la forma canónica a fin con la ecuación (1.1).

A.1.3.7 Determinación del intervalo disponible para las variables manipuladas: La selección del intervalo disponible para las variables manipuladas debe hacerse teniendo en cuenta consideración tales como, las restricciones físicas de las variables manipuladas, la habilidad del elemento final de control y las restricciones implantadas por otras áreas del proceso.

A.1.4 Planteamiento de la función objetivo: Los procesos de diseño tradicional contemplan una etapa de optimización en donde el objetivo es minimizar o maximizar una función objetivo (*F.O*), dicha función generalmente es de tipo económica donde se tienen en cuenta principalmente los costos de capital y los costos de operación.

Es recomendable expresar esta función solamente en términos de los parámetros de diseño más relevantes, con el fin de reducir la cantidad de variables a optimizar.

$$F.O = \text{Costos Capital} + \text{Costos Operacion} \quad (\text{A.1.1})$$

A.1.5. Selección de escenarios y tolerancias a las perturbaciones: Se seleccionan los diferentes puntos iniciales desde los cuales es posible alcanzar el estado deseado (punto de equilibrio) y se define la tolerancia permitida para cada estado del sistema. Para la selección de los posibles escenarios es necesario tener en cuenta, el punto de arranque del proceso y la tolerancia de variación permitida para los estados del sistema.

Definidas las tolerancias de variación para los estados del sistema, se plantean los distintos escenarios combinando las diferentes posibilidades de variación de los estados.

A.1.6 Optimización con restricciones: La optimización es el procedimiento requerido para obtener los parámetros de diseño que minimicen la función objetivo previamente establecida, a diferencia de las metodologías de diseño convencional, la optimización aquí propuesta incluye una serie de restricciones relacionadas con la controlabilidad local práctica del equipo a demás de las restricciones de tipo físico que impone el sistema.

Las restricciones de controlabilidad que hacen parte de esta etapa de la metodología son explicadas en la sección 1.4.

A.1.7 Diseño del sistema de control: Una vez se tiene el diseño óptimo, se procede a diseñar el sistema de control para el equipo analizado, siguiendo las metodologías propuestas en la literatura de control de procesos para este fin.

ANEXO 2. Selección de las variables manipuladas que permiten expresar el modelo fenomenológico en la forma canónica según la ecuación (1.1)

Se analizó si las variables manipuladas disponibles para el control presentan la separabilidad matemática necesaria para permitir la representación del sistema en la forma canónica afín con la entrada.

Para analizar si existe o no la separabilidad requerida se escribe el modelo fenomenológico en el espacio de estados para cada una de las triadas de variables manipuladas conformadas. Las triadas descartadas para la representación son aquellas que presentan no linealidad entre sus términos.

1. Triada T1:

$$\frac{dX1}{dt} = \frac{U1 * Cao}{X3} - \frac{U2 * X1}{X3} - K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)} - \frac{X1 * U1}{X3} + \frac{X1 * U2}{X3} \quad (A.2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dX2}{dt} = & \frac{(U1 * To)}{X3} + \frac{\left[(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAjX2}{\rho Cp X3} \\ & + \frac{UjAj}{\rho Cp X3} * \left[\frac{U3 * Tjo * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{U3 * \rho r * Cpr + Uj * Aj} \right] - \frac{X2 * U1}{X3} \end{aligned} \quad (A.2.2)$$

$$\frac{dX3}{dt} = U1 - U2 \quad (A.2.3)$$

Se observa que esta triada, no presenta una separabilidad entre las acciones de control debido a la división de U3 que hace que estas ecuaciones sean no lineales y no permitan expresar el sistema en la forma canónica. Todas las triadas que contengan la variable Fj no serán analizadas pues presentarán el mismo resultado expuesto anteriormente, por consiguiente las triadas 4,5,7,8 y 10 quedan descartadas de este procedimiento.

2. Triada T2:

$$\frac{dX1}{dt} = \frac{U1 * Cao}{X3} - \frac{U2 * X1}{X3} - K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)} - \frac{X1 * U1}{X3} + \frac{X1 * U2}{X3} \quad (\text{A. 2. 4})$$

$$\begin{aligned} \frac{dX2}{dt} = & \frac{(U1 * U3)}{X3} + \frac{\left[(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAjX2}{\rho Cp X3} \\ & + \frac{UjAj}{\rho Cp X3} * \left[\frac{Fj * Tjo * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{Fj * \rho r * Cpr + Uj * Aj}\right] - \frac{X2 * U1}{X3} \end{aligned} \quad (\text{A. 2. 5})$$

$$\frac{dX3}{dt} = U1 - U2 \quad (\text{A. 2. 6})$$

Se observa que no hay separabilidad entre las acciones de control $u1$ y $u3$ debido al producto entre ellas, por lo cual no es posible llevar el sistema a la forma canónica. De manera similar al procedimiento anterior se puede inferir que las triadas que contengan las variables Fo y To no presentaran la separabilidad entre esas acciones de control, por tal razón la triada 6 no será analizada

3. Triada 3:

$$\frac{dX1}{dt} = \frac{U1 * Cao}{X3} - \frac{U2 * X1}{X3} - K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)} - \frac{X1 * U1}{X3} + \frac{X1 * U2}{X3} \quad (\text{A. 2. 7})$$

$$\begin{aligned} \frac{dX2}{dt} = & \frac{(U1 * To)}{X3} + \frac{\left[(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAjX2}{\rho Cp X3} \\ & + \frac{UjAj}{\rho Cp X3} * \left[\frac{Fj * U3 * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{Fj * \rho r * Cpr + Uj * Aj}\right] - \frac{X2 * U1}{X3} \end{aligned} \quad (\text{A. 2. 8})$$

$$\frac{dX3}{dt} = U1 - U2 \quad (\text{A. 2. 9})$$

Esta triada sí presenta la separabilidad necesaria para la representación en la forma canónica (1.1), y por lo tanto, la triada T3 es un conjunto factible de acciones de control para controlar el sistema, que permite la evaluación de la controlabilidad práctica.

4. Triada T9:

$$\frac{dX1}{dt} = \frac{Fo * Cao}{X3} - \frac{U1 * X1}{X3} - K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)} - \frac{X1 * Fo}{X3} + \frac{X1 * U1}{X3} \quad (\text{A. 2. 10})$$

$$\begin{aligned} \frac{dX2}{dt} = & \frac{(Fo * U2)}{X3} + \frac{\left[(-\Delta H) * K1 X1 e^{\left(\frac{-E}{RX2}\right)}\right]}{\rho Cp} - \frac{UjAjX2}{\rho Cp X3} \\ & + \frac{UjAj}{\rho Cp X3} * \left[\frac{Fj * U3 * \rho r * Cpr + Uj * Aj * T}{Fj * \rho r * Cpr + Uj * Aj}\right] - \frac{X2 * Fo}{X3} \end{aligned} \quad (\text{A. 2. 11})$$

$$\frac{dX3}{dt} = Fo - U1 \quad (\text{A. 2. 12})$$

La triada T9 también presenta la separabilidad necesaria para la representación en la forma canónica, por lo tanto, esta triada es factible para controlar el sistema.

En conclusión, las triadas T3 (Fo, F, Tjo) y T9 (F, To, Tjo), son las únicas que cumplen con la condición de separabilidad, necesaria para representar al sistema en la forma canónica, requisito indispensable para llevar a cabo el diseño del equipo con base en la metodología presentada.

ANEXO 3. Selección definitiva de las variables manipuladas

Se realiza la selección definitiva de las variables manipuladas recurriendo a la técnica de los dígrafos (Kim et al., 2000; Lee et al., 2001), con el fin de seleccionar como variables manipuladas aquellas que presenta mayor influencia sobre los estados del sistema.

Según los pasos planteados por los autores, los dígrafos para las triadas T3 y T9 son:

Dígrafo Triada 3.

Las posibles variables manipuladas para este caso con sus respectivas variables de estado son:

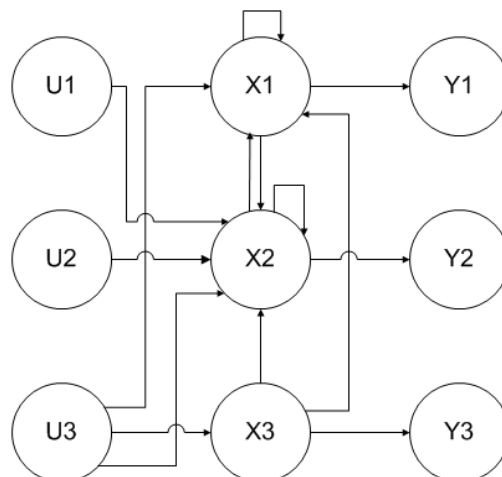


Figura A.3.5. Dígrafo triada 3

Dígrafo Triada 9.

Para esta triada el conjunto de posibles variables a manipular con sus respectivas variables de estado es:

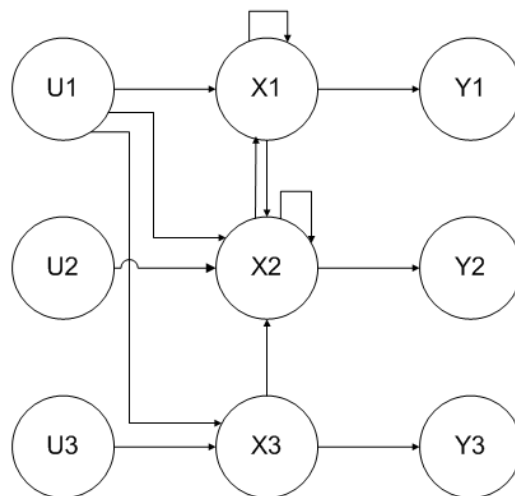


Figura A.3.6. Dígrafo triada 9

El estudio de los dígrafos, arroja que la matriz de orden relativo (M_r) para las triadas T3 y T9 respectivamente esta dada por:

T3 \rightarrow $M_r =$

T4 \rightarrow $M_r =$

El orden relativo de ambas matrices es diferente, la triada que tiene el menor valor de orden relativo es la indicada para evaluar la controlabilidad del sistema. En este caso la triada 9 conformada por las variables, F, Fo y Tjo es la indicada para realizar el análisis de controlabilidad del sistema.

ANEXO 4. Determinación del intervalo disponible para las variables manipuladas.

Para determinar el rango disponible para las tres acciones de control, se define una habilidad de intervalo igual al 50% para el elemento final de control que maneja el caudal de alimentación. Asumiendo que el caudal nominal (F_{nom}) corresponde al 65% del caudal máximo de diseño:

$$U1_{max} = \frac{F_{nom}}{0.65} = \frac{1.1322}{0.65} = 1.7418 \frac{m^3}{h} \quad (A.4.1)$$

Con base en la habilidad del intervalo del EFC y sabiendo que el caudal máximo ($U1_{max}$) es $1.7418 \frac{m^3}{h}$, se calculó el caudal mínimo ($U1_{min}$) así:

$$U1_{min} = \frac{U1_{max}}{50} = \frac{1.7418}{50} = 0.0348 \frac{m^3}{h} \quad (A.4.2)$$

El intervalo de acción disponible para la segunda acción de control U2 (temperatura de la chaqueta) fue definido teniendo en cuenta los valores máximo y mínimo con los cuales la planta de servicios industriales puede entregar el fluido de servicio, a continuación se presentan los valores:

$$U2_{min} = 290 K \quad y \quad U2_{max} = 320 K \quad (A.4.3)$$

Por otra parte se determina el rango disponible de la tercera acción de control U3 (caudal de salida del reactor), el cual se calcula con base en los datos suministrados para el caudal de alimentación y asumiendo inicialmente el estado estable para el proceso:

$$U3_{min} = 0.0348 \frac{m^3}{h} \quad y \quad U3_{max} = 1.7418 \frac{m^3}{h} \quad (A.4.4)$$

ANEXO 5. Planteamiento de la función objetivo

La función objetivo se determina con base a los costos totales del reactor, los cuales se calculan como la suma de los costos de capital y los costos de operación.

$$\text{Costo Total} = \text{Costos Capital} + \text{Costos Operacion} \quad (\text{A. 5. 1})$$

Los costos de capital a su vez se calculan como costos fijos, en este caso costo de los controladores; y los costos variables, donde se determina el costo del reactor y la chaqueta para el enfriamiento, este último término se reporta como el costo de un intercambiador de calor. (Seider, 1999):

$$\text{Costo Capital} = \text{Costos Controladores} + \text{Costos Reactor} + \text{Costos Chaqueta} \quad (\text{A. 5. 2})$$

$$\text{Costo reactor} = 1780 * H^{0.87} * Dtk^{1.23} \text{ [Dólar]} \quad (\text{A. 5. 3})$$

$$\text{Costo chaqueta} = 450 * Aj^{0.7} \text{ [Dólar]} \quad (\text{A. 5. 4})$$

Se tienen las siguientes consideraciones:

Se asume como tasa de cambio 1 U\$ = \$ 2000. Se considera la depreciación del equipo a un año, periodo para el cual se tiene planteado realizar los costos, y vida útil de los equipos de 10 años. Debido a que la expresión relacionada es de hace 10 años, se trae a valor presente teniendo en cuenta una inflación del 10% anual. Finalmente se divide en 8760 h, referente a un año de operación y se tiene que:

$$\text{Costo reactor} = 1159.48 * H^{0.87} * Dtk^{1.23} \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 5})$$

$$\text{Costo chaqueta} = 293.12 * Aj^{0.7} \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 6})$$

Para el costo de los controladores se asume un valor actual de \$ 1'000.000 para cada controlador. Se tiene en cuenta la depreciación en un año y se divide en el número de horas respectivas a este tiempo, donde se obtiene la siguiente expresión:

$$\text{Costo controladores} = 376.71 \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 7})$$

Por otra parte los costos de operación son calculados con base en el costo de los servicios industriales (en este caso, agua de enfriamiento), los costos debidos a la materia prima y los costos generados por la mano de obra directa que interviene en la operación continua del reactor.

$$\text{Costo Operacion} = \text{Costos Servicios} + \text{Costos M. prima} + \text{Costos mano de obra} \quad (\text{A. 5. 8})$$

En donde:

$$\text{Costo Servicios Industriales} = 1603.67 * F_j \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 9})$$

Para el costo del agua, se toma el valor de 1603.67 [\$/m³] reportado por el Acueducto Metropolitano de Bucaramanga en el mes de Julio de 2009 para uso industrial.

$$\text{Costo Materia prima} = 1800 * F_o \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 10})$$

Para el precio de la materia prima se asume un valor de compra de 1800 [\$/m³].

En estos dos últimos costos, se multiplica por los respectivos flujos quedando en unidades de [\$/ h].

$$\text{Costo Mano de obra} = 3554.79 \quad [\$ / \text{h}] \quad (\text{A. 5. 11})$$

Para la vigilancia del reactor se debe disponer de un operario en todo momento, lo que equivale a 3 operarios que realicen turnos de 8 horas. Cada operario recibe un sueldo mensual de \$ 600.000 con sus respectivas afiliaciones a seguridad social (8%), pensión (12%), y A.R.P (5%). Además se le debe cancelar el valor correspondiente a prima (1 salario más al año), cesantías (1 salario + intereses anuales del 12%) y vacaciones(½ salario mas al año).

Los costos anteriormente nombrados se encuentran en [\$/h]. Se divide en el flujo de producto para que quede expresado en [\$/Kmol]. Costo del funcionamiento del reactor para producir un Kmol de producto.

Por lo tanto, la función objetivo planteada será el costo total, es:

$$F.O = \frac{376.71 + 1159.48 * H^{0.87} * Dtk^{1.23} + 293.12 * Aj^{0.7} + 1603.67 * Fj + 1800 * Fo + 3554.79}{F[Cao(1+Xc)]} \quad (\text{A. 5. 12})$$

Para evitar la optimización con tantas variables se recurre a la utilización de ecuaciones que se relacionen entre sí, y reduzcan el número de variables en la ecuación.

1. $Ca = C_{ao} * (1 - X_c)$, Ca es función de la conversión (X_c) y de la concentración inicial del reactivo (C_{ao}).
2. $V = \frac{F * X_c}{K_o * e^{(-\frac{E}{RT})} * (1 - X_c)}$, ecuación obtenida a partir del balance de masa en estado estable para el reactivo.

3. $H = \frac{4*V}{\pi*Dtk^2}$, relación geométrica para el volumen de un cilindro.
4. $Aj = \pi * Dtk * H$, se asume que la chaqueta ocupa el área lateral del cilindro.
5. $Tj = \frac{\Delta H*Ko*e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)}*Ca*V-F*\rho*Cp*(To-T)+Uj*Aj*T}{Uj*Aj}$, se obtiene a partir de la ecuación del balance de energía para el reactor en estado estable.
6. $Fj = \frac{-Uj*Aj*(T-Tj)}{\rho r * Cpr*(Tjo-Tj)}$, ecuación para el cálculo del caudal por la chaqueta a partir de la ecuación del balance de energía para la chaqueta en estado estable.

Finalmente reemplazando las ecuaciones anteriores en la función objetivo, se obtienen únicamente como variables incógnitas a la conversión (X_c), el diámetro del tanque (Dtk) y el flujo de entrada del reactor (F_o). Estas variables son las que se modifiquen para encontrar un valor mínimo de la función de costos, que cumplan con las restricciones planteadas.

ANEXO 6. Comportamiento de T y H en el diseño sin y con restricciones de controlabilidad.

Las figuras A.6.1 y A.6.2 presentan el comportamiento de las variables de estado H' y T' en los dos diseños analizados, estos valores se presentan en un sistema de referencia cero, calculado igual que para grafica de concentración Ca' con la ecuación (3.1).

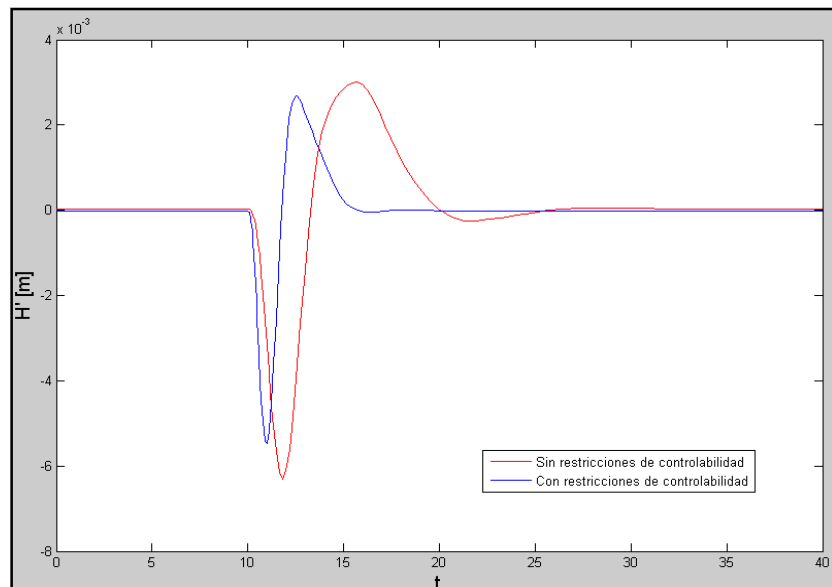


Figura A.6.1. Comportamiento de H en el diseño sin y con restricciones de control.

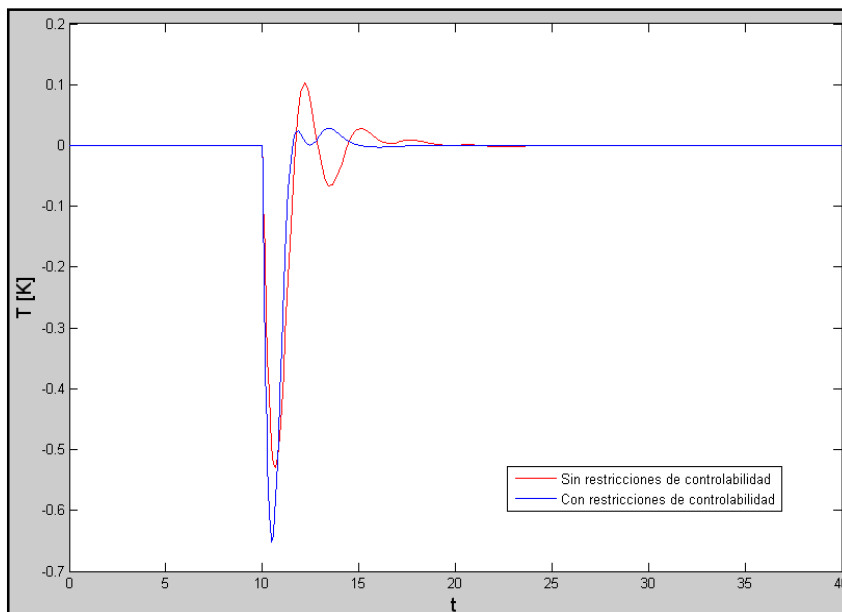


Figura A.6.2. Comportamiento de T en el diseño con y sin restricciones de control.

ANEXO 7. Simulaciones computacionales.

Los programas utilizados en el desarrollo del presente trabajo, se encuentran relacionados en este anexo, y su código se puede ver en el CD adjunto.

7.1 Optimización sin restricciones para el diseño del equipo.

Para realizar la rutina de optimización en Matlab se emplearon los programas OBJE (definición de la función objetivo), RESTRIC (evaluación de las restricciones físicas) y OPTIM (programa principal, donde se corre la optimización).

7.2 Optimización con restricciones para el diseño del equipo.

Para realizar la rutina de optimización en Matlab se emplearon los programas OBJECON (definición de la función objetivo), RESTRICCON (evaluación de las restricciones físicas) y OPTIMCON (programa principal, donde se corre la optimización).

7.3 Simulaciones en simulink

Se empleó el programa RXN_SIN_CONTROL (para evaluar el cumplimiento del estado estable) y se definieron las constantes y ecuaciones necesarias en el programa ESTADO_ESTABLE_SIN_RESTRICCIONES y ESTADO_ESTABLE_CON_RESTRICCIONES.

Para la sintonización de los controladores en el diseño con restricciones se empleó el programa RXN_CON_CONTROL_SINTONIZADO cargando las constantes desde el programa ESTADO_ESTABLE_CON_RESTRICCIONES.

Para la sintonización de los controladores en el diseño sin restricciones se empleó el programa RXN_SIN_CONTROL_SINTONIZADO cargando las constantes desde el programa ESTADO_ESTABLE_SIN_RESTRICCIONES.

Para la sintonización de los controladores del diseño convencional se empleó el programa RXN_CON_CONTROL_CONVENCIONAL_SINTONIZADO cargando las constantes desde el programa ESTADO_ESTABLE_SIN_RESTRICCIONES y el programa ESTADO_ESTABLE_CON_RESTRICCIONES