MODELO APROXIMADO PARA EL DISEÑO DE REDES DE SENSORES APLICADO A PROCESOS QUÍMICOS LINEALES

ARIEL URIBE RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECANICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMATICA
BUCARAMANGA

2004

MODELO APROXIMADO PARA EL DISEÑO DE REDES DE SENSORES APLICADO A PROCESOS QUÍMICOS LINEALES

ARIEL URIBE RODRÍGUEZ

Trabajo de Investigación para optar por el título de Magíster en Informática

Director

M. E. FERNANDO RUIZ DIAZ

Profesor Titular Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática

Codirector

Ph. D. MIGUEL BAGAJEWICZ

Profesor Escuela de Ingeniería de Química y Ciencia de los Materiales

The University of Oklahoma

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECANICAS

ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMATICA

BUCARAMANGA

2004

A mis Padres Saúl Uribe Pérez y Margarita Arenas Benítez, por el inmenso amor que incondicionalmente me han dado.

A mi Princesa Lyda Patricia Rueda Fonseca, quien sufrió conmigo todas las angustias del proyecto y con quien espero compartir todas las alegrías por venir. Gracias mi amor por tu paciencia, gracias cariño por quedarte para ver si algo maravilloso sucede...

Al Todo Poderoso por el maravilloso don de la vida, que se haga siempre tu voluntad y no la de los hombres. Gracias Padre.

Ariel

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento:

Al Director del proyecto Profesor Fernando Ruiz Díaz por su "management" de la investigación, por su sabio consejo y por la libre expresión de las ideas.

Al Grupo de Automatización y Control del Instituto Colombiano del Petróleo, en especial a los Ingenieros Carlos Agudelo y Enrique Mejía Redondo, quien fue asesor científico de la investigación, solo por amor al arte.

Al Dr. Miguel Bagajewicz por aceptar dirigir el barco, formar el marinero y dejarlo navegar.

A los Profesores Dr. Crisóstomo Barajas F., Dr. Edgar F. Castillo M. y Dr. Sergio F. Castillo, un visionario...

A la Escuela de Ingeniería Química y finalmente al Grupo de investigación INVESCUMI.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. CLASIFICACION DE VARIABLES	4
1.1. ENFOQUE ORIENTADO HACIA LA TOPOLOGIA	7
1.1.1. Ejemplo de clasificación.	8
1.2. ENFOQUE ORIENTADO HACIA LAS ECUACIONES	11
1.2.1. Ejemplo de clasificación.	12
2. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO POR TEORIA DE GRAFOS	30
3. ALGORITMOS GENETICOS APLICADOS AL DISEÑO DE REDES DE	0.7
INSTRUMENTACION	37
4. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO POR PROGRAMACION	40
MATEMATICA	42
4.1. FORMULACION DEL MODELO	42
4.1.1. Modelo de optimización.	44
4.1.2. Algoritmo de solución.	46
4.1.2.1. Criterio de parada.	47
4.1.3. Aspectos computacionales.	47
4.1.4. Algoritmo propuesto.	50
4.2. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO ROBUSTOS	52
4.2.1. Precisión residual.	52
4.2.2. Detectabilidad del error.	53
4.2.3. Flexibilidad del error.	54
5. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO PARA IDENTIFICACION,	5 7
DETECCION Y RESOLUCION DE FALLAS	57
5.1. MODELO MINLP PARA DETECCION DE FALLAS	58
6. RESULTADOS	64
6.1. PROBLEMA DE DISEÑO	64

6.2. PROBLEMA DE RETROFIT	68
6.3. PROBLEMA DE DETECCION DE FALLAS	73
6.3.1. Modelo matemático.	73
6.3.2. Análisis de fallas.	77
6.3.3. Resultados.	79
7. EL NUEVO PARADIGMA	84
7.1. VALOR ECONOMICO DE LA EXACTITUD EN SISTEMAS LINEALES	86
7.1.1. Pérdida financiera esperada.	89
7.2. VALOR PRESENTE NETO	90
7.3. INTEGRACION NUMERICA	90
7.4. ALGORITMO DE DISEÑO	91
7.5. EJEMPLO	92
CONCLUSIONES	93
RECOMENDACIONES	96
BIBLIOGRAFÍA	97

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Variables monitoreadas ejemplo 1.2.1	13
Tabla 2 Parámetros del algoritmo genético	38
Tabla 3 Resultados ejemplo 1	65
Tabla 4 Resultados ejemplo 2	65
Tabla 5 Resultados ejemplo 6	67
Tabla 6 Costo de instrumentación ejemplos 10 – 16	69
Tabla 7 Flujos másicos ejemplos 10 – 16	69
Tabla 8 Valores de E.E. para las variables y constantes. Ejemplo CSTR	76
Tabla 9 Fallas de proceso. Ejemplo CSTR	78
Tabla 10 Fallas del lazo de control (válvula). Ejemplo CSTR	78
Tabla 11 Resultados mínimo num. de instrumentos	80
Tabla 12 Resultados baja precisión	81
Tabla 13 Resultados alta precisión	82
Tabla 14 Tiempo de cómputo ejemplo CSTR	83
Tabla 15 Solución problema NPV	92

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figure 1 Clasificación de variables	6
Figura 1 Clasificación de variables	
Figura 2 Grafo G	8
Figura 3 Variables redundantes	9
Figura 4 Variables no monitoreadas	10
Figura 5 Matriz A	12
Figura 6 Diagrama de flujo ejemplo 1.2.1.	12
Figura 7 Conjunto de corte	31
Figura 8 Conjuntos fundamentales, árbol de expansión	32
Figura 9 Algoritmo de diseño SENNET. Pasos 1 – 6	34
Figura 10 Algoritmo de diseño SENNET. Pasos 7 – 10	35
Figura 11 Codificación del cromosoma	38
Figura 12 Operador cruce	40
Figura 13 Operador mutación	41
Figura 14 Árbol de soluciones	46
Figura 15 Diagrama de flujo ejemplo 1	48
Figura 16 Redundancia de hardware	49
Figura 17 Procedimiento Branch and Bound	51
Figura 18 Dígrafo para un proceso hipotético	58
Figura 19 Diagrama de flujo ejemplos 1 – 9	65
Figura 20 Diagrama de flujo ejemplos 10 – 16	68
Figura 21 Diagrama ejemplos detección de fallas	73
Figura 22 Diagrama DG ejemplo CSTR	77
Figura 23 DG completo. Ejemplo CSTR	79
Figura 24 Balance de masa en una refinería	86

RESUMEN

Titulo: Modelo Aproximado para el Diseño de Redes de Sensores Aplicado a Procesos Químicos Lineales*

Autor: Ariel Uribe Rodríguez*

Palabras Clave: Monitoreo de Procesos, Reconciliación de Datos, Diseño de Instrumentación, Detección de Fallas.

Descripción:

Este trabajo propone una modificación a la metodología de cálculo propuesta por Bagajewicz (1997), planteando un algoritmo para diseñar/modernizar la instrumentación con el fin de monitorear el proceso y detectar/resolver perturbaciones de manera simultánea. La aproximación actual comprende modelos para minimizar el costo de instrumentación sujeto a restricciones de precisión y robustez en el manejo del error grueso. En esta investigación, también se plantea minimizar el valor presente neto del valor económico de la precisión y de la exactitud del sistema de monitoreo, de esta manera se deja de lado los modelos de minimización de costo así como las aproximaciones multiobjetivo propuestas recientemente.

^{*} Trabajo de Investigación

^{*} Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Maestría en Informática. Fernando Ruiz. Miguel Bagajewicz

SUMMARY

Title: Approximated Model for Sensor Network Design Applied to Linear Chemical Process*

By: Ariel Uribe Rodríguez*

Keywords: Process Monitoring, Data Reconciliation, Instrumentation Design and Upgrade, Fault Detection.

Description:

This work presents one modification to the calculation methodology proposed by Bagajewicz (1997) and put that evaluation in the context of an instrumentation design/upgrade methodology for simultaneous process monitoring and fault detection/resolution. The existing approach to instrumentation design and upgrade consists of investment cost minimization models subject to precision and error robustness constraints. In this work, we propose to minimize the net present value of the economic value of precision and accuracy the system as defined in recent work. Thus, we depart from the investment cost minimization models as well as the multi objective approaches that have been proposed recently.

^{*} Thesis

Physical – Mechanics Sciences Faculty. Master of Informatics. Fernando Ruiz. Miguel Bagajewicz

INTRODUCCION

En una planta de procesamiento químico, se estiman automáticamente por medio de la instrumentación valores de cientos o miles de variables, sujetas a fluctuaciones aleatorias y/o calibración del dispositivo de medida. El afinamiento de las aproximaciones se logra por medio de la aplicación de Tecnologías de Reconciliación de Datos (RD) y Técnicas para Identificar – Detectar y Eliminar el Error Grueso (EG), proporcionando indicadores acerca del valor esperado de la variable.

El soporte para la RD cuenta con información suministrada por los sensores. Por limitaciones técnicas y económicas, no todas las variables del proceso se deben estimar por medio de instrumentación, solo un conjunto de ellas debe escogerse para ser monitoreadas, el resto son calculadas a través de balances de masa y energía.

Por mucho tiempo la selección de sensores en las plantas de proceso se ha hecho según las necesidades del lazo de control. Cumplidos estos requerimientos, se agrega instrumentación adicional para tareas como Monitoreo y Detección de Fallas. En otras ocasiones se han aplicado criterios de selección basados en el conocimiento superficial que los operadores tienen del proceso. Gracias a las exigencias planteadas por RD y EG, los criterios sobre Diseño de Sistemas de Monitoreo se han ido replanteando hacia la búsqueda de Procedimientos Sistemáticos, que permitan estimar estratégicamente el valor de algunas variables y simultáneamente detectar perturbaciones del proceso.

Se han planteado diferentes paradigmas para dar solución al problema de Diseño de Redes de Instrumentación, entre ellos tenemos modelos de optimización basados en Teoría de Grafos (Ali y Narasimhan, 1993,1995,1996; Meyer *et al.* 1993,1994) y Álgebra Matricial (Crowe, 1986,1989). Sin embargo, la principal limitación de estas metodologías es la poca robustez en el manejo del Error Grueso.

La Programación Matemática (Bagajewicz, 1997; Bagajewicz y Cabrera, 2001, 2002; Bagajewicz y Sanchez, 1999, 2000; Sanchez y Bagajewicz, 2000; Chmielewski, 2001) supera en parte estas dificultades. En particular, Bagajewicz (1997) plantea un Algoritmo de Optimización similar al *Branch and Bound* empleado para solucionar problemas *MINLP* y define restricciones como precisión residual, detectabilidad del error y flexibilidad del error, que le dan habilidad a la red de monitoreo para manejar el error grueso.

En este trabajo se propone una modificación al algoritmo de solución de Bagajewicz (1997), los resultados se validan con el modelo *MINLP* del autor y con el planteamiento *MILP* de Bagajewicz y Cabrera (2002).

Por otro lado, en el caso de detección de fallas, el énfasis en la mayoría de estos trabajos ha sido más sobre procedimientos para hacer el diagnostico dado la red de instrumentación. El giro en el estado del arte, está en diseñar la red de sensores para el diagnostico de fallas. En ese sentido se dirigen los trabajos de Bhushan y Resgaswamy (2000), Bhushan *et al.* (2000) y Raghuraj *et al.* (1999). Posteriormente, Bagajewicz y Fuxman (2001) plantean un modelo *MILP* para el diseño de sistemas de instrumentación con el objetivo de monitorear y detectar fallas simultáneamente. En este trabajo, se aplicó el algoritmo propuesto planteando el modelo *MINLP* (Bagajewicz *et al.* 2004).

Los inconvenientes en el campo práctico, son por ejemplo, definir: ¿qué tanta precisión se necesita? ¿Hasta que tamaño de bias no detectados puede tolerar el sistema de monitoreo? ¿Qué tanta redundancia es adecuada? ¿Es posible permitir que ciertas fallas no se detecten cuando la instrumentación falla, es decir hay perturbaciones que pueden tolerarse?

Una posible respuesta a las inquietudes anteriores, es relacionar el diseño de la instrumentación con la economía del proceso. En particular, se puede asociar la precisión con el riesgo financiero (Bagajewicz y Markowski, 2003; Bagajewicz et al. 2003). En ese orden de ideas, puede expresarse el valor económico de la instrumentación y compararse con el costo de capital y de mantenimiento de los

sensores. Este es un avance significativo que sienta las bases conceptuales para un nuevo paradigma en el diseño de sistemas de monitoreo, en el que no es necesario restricciones de precisión, robustez en el manejo de error grueso, confiabilidad y detección de fallas porque de alguna manera van inmersas en la medida económica del valor de la instrumentación. Quizá la única excepción sea la detección de fallas, que pueden ir desde fallas en la planta, pérdidas de vida humana y desastres ambientales. Sin embargo, esta restricción puede seguir manejándose como se ha venido haciendo.

Este nuevo modelo tiene asociadas otras barreras, como lo es explicar el rol de la incertidumbre en el diseño, en particular, lo relacionado con fallas en el instrumento, restricciones de mantenimiento y costos así como la confiabilidad. Debe plantear cómo manejar el riesgo financiero y cómo relacionarlo con otras medidas de riesgo. Para ello, se puede extender el reciente desarrollo teórico sobre manejo de riesgo financiero (Barbaro y Bagajewicz, 2004) y aplicarse al diseño de sistemas de monitoreo.

En este trabajo se propone conceptualmente, una posible estrategia para maximizar el valor presente neto del valor económico de la precisión y la exactitud del sistema (Bagajewicz y Uribe, 2004) según se define en Bagajewicz (2004). El planteamiento es diferente de los modelos de minimización del costo de instrumentación y de las aproximaciones multiobjetivo. Esto se ilustra mediante un ejemplo relativamente pequeño. Sin embargo, no es posible aún emitir algún juicio sobre el desempeño del procedimiento propuesto. Queda como parte del trabajo futuro.

Finalmente, el presente documento se organiza en siete capítulos. Los primeros tres son un recorrido por el estado del arte en cuanto a la aplicación de algoritmos de clasificación de variables, teoría de grafos y algoritmos genéticos en el diseño de instrumentación. En el cuarto capítulo se profundiza sobre la metodología de programación matemática, el algoritmo propuesto y aspectos computacionales del mismo. El quinto capítulo detalla el procedimiento a seguir en el caso de detección de fallas. Los resultados se muestran en el capítulo seis y el siete es dedicado al nuevo paradigma.

1. CLASIFICACION DE VARIABLES

Mediante los modelos matemáticos, una representación simbólica de los fenómenos químicos y físicos, se puede representar la realidad facilitando inferir el comportamiento del proceso real para diferentes condiciones de funcionamiento.

En casos industriales, aproximadamente un 45 % de las ecuaciones del modelo son lineales, el 55 % restantes son no lineales y de ese porcentaje el 73 % es fuertemente no lineal (Ponzoni, et al., 1999). Otra característica importante del modelamiento es el número de variables, que puede estar por el orden de los miles. Los valores de algunas de ellas son asignados por medio de instrumentación y los restantes se calculan a través del modelo matemático. Por limitaciones técnicas y económicas, se selecciona un conjunto de variables a monitorear.

Los conceptos de observabilidad y redundancia están íntimamente relacionados con la solucionabilidad y estimabilidad de las variables. Para un proceso dado y un conjunto de variables monitoreadas establecido, se realiza el análisis de observabilidad y redundancia¹ que consiste en conocer cuales de los parámetros no medidos pueden estimarse y determinar el valor de alguna variable de proceso monitoreada aún en la eventualidad de falla del instrumento.

La clasificación de variables depende tanto de la red de instrumentación como de la naturaleza de las restricciones (modelo matemático)². Un algoritmo de clasificación comprende básicamente dos pasos: el análisis de observabilidad y la determinación de medidas redundantes. En las últimas décadas, dos líneas principales de investigación se han desarrollado para llevar a cabo esta tarea. La primera es un

4

¹ NARASIMHAN, SHANKAR, JORDACHE, CORNELIUOS. Data Reconciliation & Gross Error Detection. Houston: Gulf Publishing Company, 2000. p. 69.

² Ibid., p. 70.

enfoque orientado hacia la topología del proceso, en el cual las variables son clasificadas analizando los ciclos y los conjuntos de corte del grafo no dirigido subyacente. La segunda se conoce como enfoque orientado hacia las ecuaciones, usando las diferentes matrices empleadas para modelar el proceso. A su vez se subdivide en técnicas estructurales, que obtienen la clasificación de variables mediante reordenamientos estructurales, y técnicas no estructurales, que coeficientes del sistema³.

Una vez finalizado el proceso de clasificación de variables, se tiene información adicional sobre la topología del proceso y pueden resolverse entre otros los siguientes problemas: seleccionar el conjunto de variables monitoreadas que deben ajustarse por medio de reconciliación de datos, determinar el mínimo número de instrumentos para hacer que todas las variables no monitoreadas sean estimables y seleccionar el conjunto de medidas necesarias para la estimabilidad de un conjunto de variables de interés⁴. De allí la utilidad del análisis de observabilidad y redundancia en el diseño de sistemas de monitoreo.

Para reconciliación de datos, debe resolverse un problema de optimización restringida por las ecuaciones del modelo matemático del proceso. En este contexto, el algoritmo de clasificación se aplica para reducir el conjunto de restricciones, simplificando las variables no medidas y las monitoreadas no redundantes, expresando todo en función de medidas redundantes. La reducción dimensional del conjunto de restricciones permite hallar una estrategia de solución menos compleja al problema de optimización⁵.

-

³ PONZONI, I, SANCHEZ, M.C, BRIGNOLE, N.B. A New Structural Algorithm for Observability Classification. <u>En</u>: Ind. Eng. Chem. Res. United States. Vol. 38; 1999; p. 3027 - 3028.

⁴ ROMAGNOLI, J, SANCHEZ, M. Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations. Vol 2. San Diego: United States. Academic Press, 2000. p. 39, 40.

⁵ Ibid., p. 26.

En particular, cuando la meta es reducir la cantidad de sensores, la mejor clasificación para las variables no medidas es la que determina el mayor número de variables observables para un conjunto dado de mediciones. Es posible asociar esta definición con un objetivo económico: a menor número de mediciones, menores serán las inversiones y costos operativos. Las inversiones se reducen a causa de que no se instalan instrumentos innecesarios; los costos operativos son menores por que la cantidad de instrumentos a monitorear disminuye⁶.

Hay un gran incentivo económico por encontrar algoritmos de clasificación robustos, dado que un procedimiento deficiente sugerirá como resultado el uso de instrumentación adicional.

Finalmente las variables del proceso se pueden clasificar según se indica en la figura 1

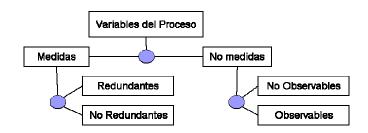


Figura 1. Clasificación de Variables.

Fuente: Meyer, M., Koehret, B and Enjalbert, M. Computers Chem. Engng. Vol. 17; 1993; p. 808.

_

⁶ PONZONI, Op. cit., p. 3027.

1.1. ENFOQUE ORIENTADO HACIA LA TOPOLOGIA

Estos métodos emplean el grafo no dirigido G subyacente al dígrafo que representa la topología del proceso, cuyos nodos y arcos corresponden a los equipos y corrientes de la planta respectivamente. Este grafo contiene un nodo adicional llamado el nodo ambiente, que representa los alrededores, tal que todas las corrientes de alimento provienen de este nodo y los productos van hacia él⁷.

La primera aproximación lineal fue resolver el problema para flujos másicos (Mah, *et al.* 1976). Luego se planteo la solución para casos de flujos másicos y multicomponentes (Vaclavek y Loucka, 1976), que clasifica las variables del proceso, por medio de dos algoritmos: *CLASS* para determinar variables redundantes y parámetros determinables y *CHOICE* para seleccionar las medidas necesarias. Este último es un algoritmo de diseño para redes de instrumentación programado en lenguaje *FORTRAN IV*. Existen otros métodos de clasificación para casos flujo másico – componentes, flujo másico – temperatura (Meyer, et al. 1993; Kretsovalis y Mah, 1987), estos casos se conocen en literatura como modelos bilineales.

Trabajos posteriores se encaminaron hacia redes de proceso en general, fijando primero las bases teóricas y luego proponiendo los algoritmos de clasificación (Stanley y Mah, 1981; Kretsovalis y Mah, 1988)

Entre las limitaciones que tienen estos métodos, están que:

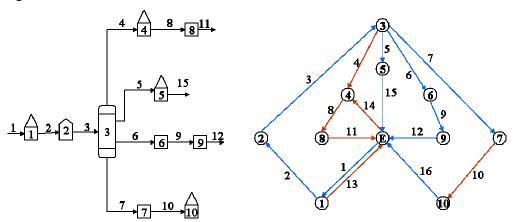
Casos como transferencia de calor y reacciones químicas requieren adicionar corrientes ficticias al grafo del proceso, aumentando el número de nodos a evaluar por el algoritmo de clasificación

⁷ PONZONI. Op. cit., p. 3028.

No tiene en cuenta todos los tipos de unidades de proceso (como por ejemplo unidades *flash*) en el análisis. Esto se debe a que la representación matemática del proceso se reduce a balances nodales del tipo corrientes de entrada menos corrientes de salida es igual a cero. Por esta razón este enfoque es muy útil para sistemas lineales.

1.1.1. Ejemplo de Clasificación⁸ Se plantea la clasificación en redes de flujo másico, las variables monitoreadas son $f_1, f_2, f_3, f_5, f_6, f_7, f_9, f_{12}, f_{15}, f_{16}$, el proceso consta de 10 unidades de procesamiento y 16 variables a clasificar. El diagrama de flujo del proceso y su respectivo grafo G se muestran en la figura 2.

Figura 2. Grafo G.



Fuente: Mah, R.S.H., Stanley, G.M. and Downing, D. Ind. End. Chem., Process Des. Dev. Vol. 15; No. 1; 1976; p. 176.

Para obtener las variables monitoreadas a ajustar por medio de reconciliación de datos, sobre el grafo G se agregan los nodos unidos por variables donde no hay instrumentos (figura 3), obteniendo el modelo simplificado en función de variables redundantes, las variables que no aparecen son no redundantes (f_1):

8

⁸ MAH, R, STANLEY, G, DOWING, M. Reconciliation and Rectification of Process Flow and Inventory Data. En: Ind. End. Chem., Process Des. Dev. United States. Vol. 15; No. 1; 1976; p. 176 - 177.

$$f_2 - f_3 = 0$$

$$f_5 - f_{15} = 0$$

$$f_6 - f_9 = 0$$

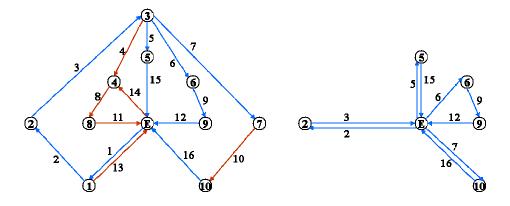
$$f_9 - f_{12} = 0$$

$$f_7 - f_{16} = 0$$

Llamemos x_{mr} y x_m al conjunto de medidas redundantes y no redundantes respectivamente, la unión de estos dos conjuntos dará como resultado la red de instrumentación. Continuando con el ejemplo:

$$\begin{split} x_{mr} &= \left\{ f_2, f_3, f_5, f_6, f_7, f_9, f_{12}, f_{15}, f_{16} \right\} \\ x_m &= \left\{ f_1 \right\} \\ x &= x_{mr} \cup x_m = \left\{ f_2, f_3, f_5, f_6, f_7, f_9, f_{12}, f_{15}, f_{16} \right\} \cup \left\{ f_1 \right\} \end{split}$$

Figura 3. Variables Redundantes



Para clasificar las variables no monitoreadas, se omiten del grafo G los arcos monitoreados, si hay variables no monitoreadas formando ciclos, estas se clasifican como no observables. De la figura 4 observamos que f_8, f_{11}, f_{14} son no observables, en tanto que f_4, f_{10}, f_{13} pueden ser estimadas:

$$f_4 = f_3 - f_5$$

$$f_{10} = f_7 \wedge f_{10} = f_{16}$$

$$f_{13} = f_1 - f_2$$

Si u_o , u_{no} y u representan las variables no monitoreadas observables, no estimables y no monitoreadas respectivamente, tenemos:

$$u_o = \{f_4, f_{10}, f_{13}\}$$

$$u_{no} = \{f_8, f_{11}, f_{14}\}$$

$$u = u_o \cup u_{no}$$

Finalmente, si z representa los parámetros del modelo, la clasificación es la siguiente:

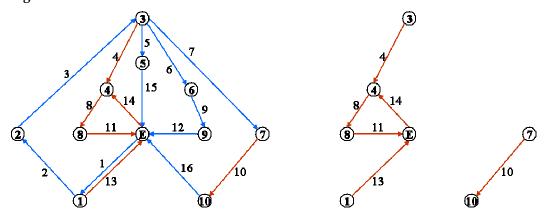
$$z = x \cup u$$

$$z = (x_{mr} \cup x_m) \cup (u_o \cup u_{no})$$

$$z = (x_{mr} \cup x_m) \cup (u_o \cup u_{no})$$

$$z = \{\{f_2, f_3, f_5, f_6, f_7, f_9, f_{12}, f_{15}, f_{16}\} \cup \{f_1\}\} \cup \{\{f_4, f_{10}, f_{13}\} \cup \{f_8, f_{11}, f_{14}\}\}$$

Figura 4. Variables no monitoreadas



1.2. ENFOQUE ORIENTADO HACIA LAS ECUACIONES

Esta metodología fue propuesta por Romagnoli y Stephanopoulos (1980), basado en el algoritmo de Stadtherr (1974) para la solucionabilidad de sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales.

El algoritmo consiste en representar en una matriz (A) el sistema de ecuaciones a resolver. Las filas (i) de la matriz corresponden a las ecuaciones y las columnas (j) a las variables del modelo. Los valores de las celdas (A_{ij}) son binarios y se asignan de la siguiente forma:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si la variable j aparece en la ecuacion } i \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

En A se buscan pequeños sistemas de ecuaciones solucionables en donde haya 1 ecuación – 1 incógnita. Luego se buscan sistemas cuadrados n*n (n>1). A cada ecuación utilizada en estos subsistemas se les llama ecuaciones asignadas y las que no se usen para hallar las incógnitas se les llama no asignadas. Aplicando esto para la clasificación de variables tenemos:

Ecuaciones que tienen solo variables parámetros monitoreados (conjunto *NA1*)

Ecuaciones que tienen solo variables no monitoreadas y parámetros monitoreados (conjunto *NA2*)

Ecuaciones que no han sido asignadas (conjunto *NA3*)

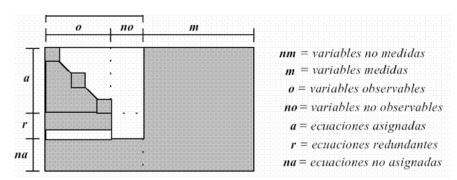
Los parámetros monitoreados del conjunto *NA1* son redundantes.

Las variables no monitoreadas del conjunto NA2 son observables.

Las variables no monitoreadas del conjunto *NA3* son no observables y las monitoreadas son no redundantes.

Al final la matriz A tendrá se verá de la siguiente forma:

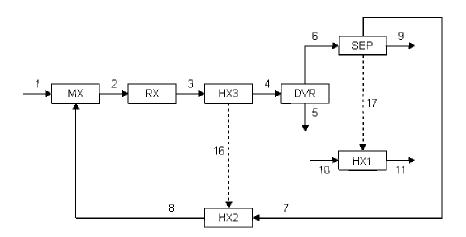
Figura 5 Matriz A.



Fuente: Ponzoni, I., Vázquez, G. and Sanchez, M. Análisis de Observabilidad para problemas fuertemente no lineales. En: Il Congreso de Engenharia de Processos do MERCOSUL (30 de agosto – 02 de septiembre 1999: Florianópolis, Brasil).

1.2.1. Ejemplo de Clasificación⁹ Se tiene un proceso químico con transferencia de calor y reacción química, el diagrama se flujo se indica en la figura y las variables monitoreadas en la tabla 1

Figura 6. Diagrama de Flujo ejemplo 1.2.1



Fuente: Romagnoli, J., Sanchez, M. Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations. Vol. 2. p. 40.

⁹ ROMAGNOLI, J, SANCHEZ, M. Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations. Vol. 2. San Diego: United States. Academic Press, 2000. p. 40-41, 47-52.

Tabla 1 Variables monitoreadas ejemplo 1.2.1

Variable	Corriente	Variable	Corriente
Flujo	1 – 2 – 4 – 8 – 10	Fracc. másica comp 4	2 – 4 – 8 – 9
Fracc. másica comp. 1	1 – 7	Fracc. másica comp 5	3 – 5 – 8 – 9
Fracc. másica comp. 2	1 – 3 – 5 – 7 – 9	Temperatura	1 – 4 – 6 – 7 – 8 – 9 - 10
Fracc. másica comp. 3	7 – 8		

Fuente: Romagnoli, J., Sanchez, M. Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations. Vol. 2. p. 41.

Suposiciones y especificaciones

Hay cinco componentes en las corrientes de proceso.

El sexto componente corresponde al fluido refrigerante (corrientes 10 y 11)

El componente 5 no está presente en la corriente 1

Se asume que la entalpía es función de la temperatura

En el reactor se dan las dos reacciones exotérmicas siguientes:

Reacción 1:
$$S_1^1 c_1 + S_3^1 c_3 \rightarrow S_4^1 c_4 + S_5^1 c_5$$

Reacción 2:
$$S_1^2c_1 + S_5^2c_5 \rightarrow S_2^2c_2 + S_3^2c_3$$

Modelo Matemático

Ecuaciones de Normalización

$$M_{1,1} + M_{2,1} + M_{3,1} + M_{4,1} - 1 = 0 (1)$$

$$M_{1,2} + M_{2,2} + M_{3,2} + M_{4,2} + M_{5,2} - 1 = 0 (2)$$

$$M_{1,3} + M_{2,3} + M_{3,3} + M_{4,3} + M_{5,3} - 1 = 0 (3)$$

$$M_{1,4} + M_{2,4} + M_{3,4} + M_{4,4} + M_{5,4} - 1 = 0$$
 (4)

$$M_{1,5} + M_{2,5} + M_{3,5} + M_{4,5} + M_{5,5} - 1 = 0 (5)$$

$$M_{1,6} + M_{2,6} + M_{3,6} + M_{4,6} + M_{5,6} - 1 = 0 (6)$$

$$M_{1,7} + M_{2,7} + M_{3,7} + M_{4,7} + M_{5,7} - 1 = 0 (7)$$

$$M_{1,8} + M_{2,8} + M_{3,8} + M_{4,8} + M_{5,8} - 1 = 0 (8)$$

$$M_{1,9} + M_{2,9} + M_{3,9} + M_{4,9} + M_{5,9} - 1 = 0 (9)$$

Igualdad de variables intensivas en el divisor

$$h_4 - h_5 = 0 ag{10}$$

$$h_4 - h_6 = 0 ag{11}$$

$$M_{1,4} - M_{1,5} = 0 (12)$$

$$M_{2,4} - M_{2,5} = 0 ag{13}$$

$$M_{3,4} - M_{3,5} = 0 (14)$$

$$M_{4,4} - M_{4,5} = 0 (15)$$

$$M_{5,4} - M_{5,5} = 0 (16)$$

$$M_{1,4} - M_{1,6} = 0 (17)$$

$$M_{2,4} - M_{2,6} = 0 (18)$$

$$M_{3,4} - M_{3,6} = 0 (19)$$

$$M_{4,4} - M_{4,6} = 0 (20)$$

$$M_{5,4} - M_{5,6} = 0 (21)$$

Ecuaciones de balances de masa global

$$f_1 + f_8 - f_2 = 0 (22)$$

$$f_2 - f_3 = 0 (23)$$

$$f_3 - f_4 = 0 (24)$$

$$f_4 - f_5 - f_6 = 0 (25)$$

$$f_6 - f_7 - f_9 = 0 (26)$$

$$f_7 - f_8 = 0 (27)$$

$$f_{10} - f_{11} = 0 (28)$$

Ecuaciones de balances de masa por componente y balances de energía

Mezclador MX

$$f_{1}M_{1,1} + f_{8}M_{1,8} - f_{2}M_{1,2} = 0$$

$$f_{1}M_{2,1} + f_{8}M_{2,8} - f_{2}M_{2,2} = 0$$

$$f_{1}M_{3,1} + f_{8}M_{3,8} - f_{2}M_{3,2} = 0$$

$$f_{1}M_{4,1} + f_{8}M_{4,8} - f_{2}M_{4,2} = 0$$

$$f_{8}M_{5,8} - f_{2}M_{5,2} = 0$$

$$f_{1}h_{1} + f_{8}h_{8} - f_{2}h_{2} = 0$$
(32)

Reactor RX

$$f_{2}M_{1,2} + v_{1}^{1}PM_{1}\gamma_{1} + v_{1}^{2}PM_{1}\gamma_{2} - f_{3}M_{1,3} = 0$$

$$f_{2}M_{2,2} + v_{2}^{2}PM_{2}\gamma_{2} - f_{3}M_{2,3} = 0$$

$$f_{2}M_{3,2} + v_{3}^{1}PM_{3}\gamma_{1} + v_{3}^{2}PM_{3}\gamma_{2} - f_{3}M_{3,3} = 0$$

$$f_{2}M_{4,2} + v_{4}^{1}PM_{4}\gamma_{1} - f_{3}M_{4,3} = 0$$

$$f_{2}M_{5,2} + v_{5}^{1}PM_{5}\gamma_{1} + v_{5}^{2}PM_{5}\gamma_{2} - f_{3}M_{5,3} = 0$$

$$f_{2}h_{2} + \chi_{r}^{1}\gamma_{1} + \chi_{r}^{2}\gamma_{2} - f_{3}h_{3} = 0$$

$$(35)$$

$$(36)$$

$$(37)$$

$$(38)$$

$$(39)$$

Intercambiador de calor HX3

$$f_{3}M_{1,3} - f_{4}M_{1,4} = 0$$

$$f_{3}M_{2,3} - f_{4}M_{2,4} = 0$$

$$f_{3}M_{3,3} - f_{4}M_{3,4} = 0$$

$$f_{3}M_{4,3} - f_{4}M_{4,4} = 0$$

$$f_{3}M_{5,3} - f_{4}M_{5,4} = 0$$

$$f_{5}M_{5,4} - f_{5}M_{5,4} = 0$$

Separador SEP

$$f_{6}M_{1,6} - f_{7}M_{1,7} - f_{9}M_{1,9} = 0$$

$$f_{6}M_{2,6} - f_{7}M_{2,7} - f_{9}M_{2,9} = 0$$

$$f_{6}M_{3,6} - f_{7}M_{3,7} - f_{9}M_{3,9} = 0$$

$$f_{6}M_{4,6} - f_{7}M_{4,7} - f_{9}M_{4,9} = 0$$

$$f_{6}M_{5,6} - f_{7}M_{5,7} - f_{9}M_{5,9} = 0$$

$$f_{6}M_{6} - q_{17} - f_{7}h_{7} - f_{9}h_{9} = 0$$

$$(51)$$

Intercambiador de calor HX2

$$f_{7}M_{1,7} - f_{8}M_{1,8} = 0$$

$$f_{7}M_{2,7} - f_{8}M_{2,8} = 0$$

$$f_{7}M_{3,7} - f_{8}M_{3,8} = 0$$

$$f_{7}M_{4,7} - f_{8}M_{4,8} = 0$$

$$f_{7}M_{5,7} - f_{8}M_{5,8} = 0$$

$$f_{7}M_{5,7} - f_{8}M_{5,8} = 0$$

$$f_{7}h_{7} + q_{16} - f_{8}h_{8} = 0$$
(53)
$$(54)$$

$$(55)$$

$$(56)$$

$$(57)$$

Intercambiador de calor HX1

$$f_{10}h_{10} + q_{17} - f_{11}h_{11} = 0 ag{59}$$

 $v_{c}^{r} = \frac{S_{c}^{r}}{S_{R}^{r}} \label{eq:vc}$ Por definición,

Calculo de las variables no monitoreadas en función de la instrumentación

Paso 1.

$$h_5 = h_4$$
 (10)
 $M_{2,4} = M_{2,5}$ (13)
 $M_{4,5} = M_{4,4}$ (15)
 $M_{5,4} = M_{5,5}$ (16)
 $M_{4,6} = M_{4,4}$ (20)
 $f_3 = f_2$ (23)
 $f_3 = f_4$ (24)

En este caso la variable f₃ puede calcularse bien sea por la ecuación 23 o 24. Se escoge alguna de las dos como ecuación asignada. Para el ejemplo 24 es no asignada. Expresando esta ecuación en función de variables monitoreadas:

$$f_2 = f_4 \tag{24}$$

$$f_7 = f_8 \tag{27}$$

$$f_7 = \frac{f_8 M_{3,8}}{M_{3,7}} \tag{55}$$

En este caso la variable f_7 puede calcularse bien sea por la ecuación 27 o 55. Se escoge alguna de las dos como ecuación asignada. Para el ejemplo 55 es no asignada.

$$f_8 M_{3,7} - f_8 M_{3,8} = f_8 (M_{3,7} - M_{3,8}) = (M_{3,7} - M_{3,8}) = 0$$
(55)

$$f_{11} = f_{10} (28)$$

$$M_{4,1} = \frac{f_2 M_{4,2} - f_8 M_{4,8}}{f_1} \tag{32}$$

$$M_{5,2} = \frac{f_8 M_{5,8}}{f_2} \tag{33}$$

$$h_2 = \frac{f_1 h_1 + f_8 h_8}{f_2} \tag{34}$$

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables h_5 , $^{M_{2,4}}$, $^{M_{4,5}}$, $^{M_{5,4}}$, $^{M_{4,6}}$, f_3 , f_7 , $^{f_{11}}$, $^{M_{4,1}}$, $^{M_{5,2}}$, h_2 .

Paso 2.

$$M_{3,1} = 1 - \left(M_{1,1} + M_{2,1} + M_{4,1}\right)$$

$$M_{3,1} = 1 - \left(M_{1,1} + M_{2,1} + \frac{f_2 M_{4,2} - f_8 M_{4,8}}{f_1}\right)$$

$$M_{2,6} = M_{2,4}$$
(1)

$$M_{2,6} = M_{2,5}$$

$$M_{5,6} = M_{5,4}$$
(18)

$$M_{5,6} = M_{5,5} \tag{22}$$

$$M_{4,3} = \frac{f_4 M_{4,4}}{f_3} \tag{21}$$

$$M_{4,3} = \frac{f_4 M_{4,4}}{f_4} = M_{4,4} \tag{44}$$

$$M_{1,8} = \frac{f_7 M_{1,7}}{f_8}$$

$$M_{1,8} = \frac{f_8 M_{1,7}}{f_8} = M_{1,7} \tag{53}$$

$$M_{2,8} = \frac{f_7 M_{2,7}}{f_8}$$

$$M_{2,8} = \frac{f_8 M_{2,7}}{f_8} = M_{2,7} \tag{54}$$

$$M_{4,7} = \frac{f_8 M_{4,8}}{f_7}$$

$$M_{4,7} = \frac{f_8 M_{4,8}}{f_8} = M_{4,8} \tag{56}$$

$$M_{5,7} = \frac{f_8 M_{5,8}}{f_7}$$

$$M_{5,7} = \frac{f_8 M_{5,8}}{f_8} = M_{5,8}$$

$$q_{16} = f_8 h_8 - f_7 h_7$$

$$q_{16} = f_8 h_8 - f_8 h_7 = f_8 (h_8 - h_7)$$
(58)

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables $^{M_{3,1}}$, $^{M_{2,6}}$, $^{M_{5,6}}$, $M_{4,3}$, $M_{1,8}$, $M_{2,8}$, $M_{4,7}$, $M_{5,7}$, q_{16} .

Paso 3.

$$M_{1,2} = \frac{f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,8}}{f_2}$$

$$M_{1,2} = \frac{f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,7}}{f_2}$$

$$M_{2,2} = \frac{f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,8}}{f_2}$$
(29)

$$M_{2,2} = \frac{f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}}{f_2}$$

$$M_{3,2} = \frac{f_1 M_{3,1} + f_8 M_{3,8}}{f_2}$$
(30)

$$M_{3,2} = \frac{f_1 \left(1 - \left(M_{1,1} + M_{2,1} + \frac{f_2 M_{4,2} - f_8 M_{4,8}}{f_1}\right)\right) + f_8 M_{3,8}}{f_2}$$
(31)

$$\gamma_1 = \frac{f_3 M_{4,3} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}$$

$$\gamma_{1} = \frac{f_{4}M_{4,4} - f_{2}M_{4,2}}{v_{4}^{1}PM_{4}}$$

$$h_{3} = \frac{q_{16} + f_{4}h_{4}}{f}$$
(38)

$$h_3 = \frac{f_8(h_8 - h_7) + f_4 h_4}{f_4} = \frac{f_8(h_8 - h_7)}{f_4} + h_4$$
(46)

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables $^{M_{1,2}}$, $^{M_{2,2}}$, $^{M_{3,2}}$, $^{\gamma_1}$, h_3

Paso 4.

$$\gamma_{2} = \frac{f_{3}M_{2,3} - f_{2}M_{2,2}}{v_{2}^{2}PM_{2}}$$

$$\gamma_{2} = \frac{f_{4}M_{2,3} - f_{2}\frac{f_{1}M_{2,1} + f_{8}M_{2,7}}{f_{2}}}{v_{2}^{2}PM_{2}} = \frac{f_{4}M_{2,3} - (f_{1}M_{2,1} + f_{8}M_{2,7})}{v_{2}^{2}PM_{2}}$$

$$\gamma_{2} = \frac{f_{3}M_{5,3} - (f_{2}M_{5,2} + v_{5}^{1}PM_{5}\gamma_{1})}{v_{5}^{2}PM_{5}}$$

$$\gamma_{2} = \frac{f_{3}h_{3} - (f_{2}h_{2} + \chi_{r}^{1}\gamma_{1})}{\chi_{r}^{2}}$$

$$\gamma_{2} = \frac{f_{3}h_{3} - (f_{2}h_{2} + \chi_{r}^{1}\gamma_{1})}{\chi_{r}^{2}}$$
(39)

En este caso la variable γ_2 puede calcularse bien sea por la ecuación 36, 39 o 40. Se escoge alguna de las tres como ecuación asignada. Para el ejemplo 36 es asignada. Se asume γ_2 como monitoreada.

Se expresa entonces 39 y 40 en función de parámetros monitoreados

$$\frac{f_4 M_{2,3} - (f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7})}{v_2^2 P M_2} = \frac{f_3 M_{5,3} - (f_2 M_{5,2} + v_5^1 P M_5 \gamma_1)}{v_5^2 P M_5}
\frac{f_4 M_{2,3} - (f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7})}{v_2^2 P M_2} = \frac{f_3 h_3 - (f_2 h_2 + \chi_r^1 \gamma_1)}{\chi_r^2} \tag{39}$$

Paso 5.

$$\begin{split} M_{1,3} &= \frac{f_2 M_{1,2} + v_1^1 P M_1 \gamma_1 + v_1^2 P M_1 \gamma_2}{f_3} \\ & f_2 \bigg(\frac{f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,7}}{f_2} \bigg) + v_1^1 P M_1 \bigg(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \bigg) + \\ M_{1,3} &= \frac{v_1^2 P M_1 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,7} + v_1^1 P M_1 \bigg(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \bigg) + \\ & \frac{v_1^2 P M_1 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{1,3} &= \frac{f_2 M_{3,2} + v_3^1 P M_3 \gamma_1 + v_3^2 P M_3 \gamma_2}{f_3} \\ & f_2 \bigg(\frac{f_1 M_{3,1} + f_8 M_{3,8}}{f_2} \bigg) + v_3^1 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \bigg) + \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & f_1 M_{3,1} + f_8 M_{3,8} + v_3^1 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \bigg) + \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)}{f_4} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_2^2 P M_2} \bigg)} \\ & M_{3,3} &= \frac{v_3^2 P M_3 \bigg(\frac{f_4 M_{2,3} - \bigg(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \bigg)}{v_$$

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables $^{M_{\mathrm{1,3}}}$, $^{M_{\mathrm{3,3}}}$

Paso 6.

$$M_{1,4} = \frac{f_3 M_{1,3}}{f_4}$$

$$M_{1,4} = \left(\frac{f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,7} + v_1^1 P M_1 \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}\right) + v_1^2 P M_1 \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}\right)}{v_2^2 P M_2}\right)}{f_4}\right)$$

$$M_{3,4} = \frac{f_3 M_{3,3}}{f_4}$$

$$M_{3,4} = \frac{f_1 M_{3,1} + f_8 M_{3,8} + v_3^1 P M_3 \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}\right) + v_3^2 P M_3 \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}\right)}{v_2^2 P M_2}\right)}{f_4}$$

$$(43)$$

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables $^{M_{1,4}}$, $^{M_{3,4}}$.

Paso 7.

$$M_{1,5} = M_{1,4}$$

$$M_{1,5} = \begin{cases} f_1 M_{1,1} + f_8 M_{1,7} + v_1^1 P M_1 \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \right) + v_1^2 P M_1 \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \right)}{v_2^2 P M_2} \right) \\ f_4 \end{cases}$$

$$M_{3,5} = M_{3,4}$$

$$M_{3,5} = \frac{f_1 M_{3,1} + f_8 M_{3,8} + v_3^1 P M_3 \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \right) + v_3^2 P M_3 \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \right)}{v_2^2 P M_2} \right)}{f_4}$$

$$(14)$$

$$\begin{split} \boldsymbol{M}_{1,6} &= \boldsymbol{M}_{1,4} \\ \boldsymbol{M}_{1,6} &= \frac{f_1 \boldsymbol{M}_{1,1} + f_8 \boldsymbol{M}_{1,7} + v_1^1 P \boldsymbol{M}_1 \! \left(\frac{f_4 \boldsymbol{M}_{4,4} - f_2 \boldsymbol{M}_{4,2}}{v_4^1 P \boldsymbol{M}_4} \right) + v_1^2 P \boldsymbol{M}_1 \! \left(\frac{f_4 \boldsymbol{M}_{2,3} - \left(f_1 \boldsymbol{M}_{2,1} + f_8 \boldsymbol{M}_{2,7} \right)}{v_2^2 P \boldsymbol{M}_2} \right)}{f_4} \end{split}$$

(19)

Paso 8.

$$f_6 - f_9 = f_7$$

$$f_6 - f_9 = f_8$$

$$f_6 M_{2,6} - f_9 M_{2,9} = f_7 M_{2,7}$$
(26)

$$f_6 M_{2,5} - f_9 M_{2,9} = f_8 M_{2,7} (48)$$

$$f_6 M_{4,6} - f_9 M_{4,9} = f_7 M_{4,7}$$

$$f_6 M_{4,4} - f_9 M_{4,9} = f_8 M_{4,8} (50)$$

$$f_6 M_{5,6} - f_9 M_{5,9} = f_7 M_{5,7}$$

$$f_6 M_{5,5} - f_9 M_{5,9} = f_8 M_{5,8} \tag{51}$$

En este caso las variables f_6 y f_9 pueden calcularse seleccionando cualquiera de los sistemas de ecuaciones 26-48, 26-50, 26-51, 48-50, 48-51, 50-51. Para el ejemplo el sistema 26-48 se selecciona como ecuaciones asignadas. Resolviendo tenemos:

$$f_9 = \frac{f_8 (M_{2,7} - M_{2,5})}{(M_{2,5} - M_{2,9})} \tag{48}$$

$$f_6 = f_8 + \frac{f_8(M_{2,7} - M_{2,5})}{(M_{2,5} - M_{2,9})} = f_8 \left(1 + \frac{(M_{2,7} - M_{2,5})}{(M_{2,5} - M_{2,9})} \right)$$
(26)

Expresando 50 – 51 en función de parámetros monitoreados

$$f_{6}M_{4,6} - f_{9}M_{4,9} = f_{7}M_{4,7}$$

$$f_{8}\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right)M_{4,4} - \frac{f_{8}\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}M_{4,9} = f_{8}M_{4,8}$$

$$f_{6}M_{5,6} - f_{9}M_{5,9} = f_{7}M_{5,7}$$

$$f_{8}\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right)M_{5,5} - \frac{f_{8}\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}M_{5,9} = f_{8}M_{5,8}$$
(50)

Paso 9.

$$f_{5} = f_{4} - f_{6}$$

$$f_{5} = f_{4} - f_{8} \left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5} \right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9} \right)} \right)$$

$$M_{1,9} = \frac{f_{6} M_{1,6} - f_{7} M_{1,7}}{f_{9}}$$

$$\left(25 \right)$$

$$f_{8} \left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5} \right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9} \right)} \right) \left(\frac{f_{1} M_{1,1} + f_{8} M_{1,7} + v_{1}^{1} P M_{1} \left(\frac{f_{4} M_{4,4} - f_{2} M_{4,2}}{v_{4}^{1} P M_{4}} \right) + \left(\frac{v_{1}^{2} P M_{1} \left(\frac{f_{4} M_{2,3} - \left(f_{1} M_{2,1} + f_{8} M_{2,7} \right)}{v_{2}^{2} P M_{2}} \right) - f_{8} M_{1,7}}{f_{4}} \right)$$

$$M_{1,9} = \frac{f_{6} M_{3,6} - f_{7} M_{3,7}}{f_{5}}$$

$$(47)$$

$$f_{8}\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right) \begin{pmatrix} f_{1}M_{3,1} + f_{8}M_{3,8} + v_{3}^{1}PM_{3}\left(\frac{f_{4}M_{4,4} - f_{2}M_{4,2}}{v_{4}^{1}PM_{4}}\right) + \\ v_{3}^{2}PM_{3}\left(\frac{f_{4}M_{2,3} - \left(f_{1}M_{2,1} + f_{8}M_{2,7}\right)}{v_{2}^{2}PM_{2}}\right) - f_{8}M_{3,7} \end{pmatrix} - f_{8}M_{3,7}$$

$$M_{3,9} = \frac{f_{8}\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}$$

$$q_{17} = f_{6}h_{6} - f_{7}h_{7} - f_{9}h_{9}$$

$$q_{17} = f_{8}\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right) h_{6} - f_{8}h_{7} - \frac{f_{8}\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}h_{9}$$

$$q_{17} = f_{8}\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right) h_{6} - h_{7} - \left(\frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right) h_{9}$$

A partir de aquí se asumen como monitoreadas las variables f_5 , $M_{1,9}$, $M_{3,9}$, q_{17} y se calcula h_{11}

(52)

$$h_{11} = \frac{f_{10}h_{10} + q_{17}}{f_{11}}$$

$$h_{11} = \frac{f_{10}h_{10} + f_8\left(\left(1 + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right)h_6 - h_7 - \left(\frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)}\right)h_9\right)}{f_{10}}$$
(59)

Finalmente todas las variables no monitoreadas son observables por medio de las siguientes ecuaciones asignadas:

$$A = \begin{cases} 10,13,15,16,20,23,27,28,32,33,34,55,1,18,21,44,53,54,56,57,58,29,30,31,38,46,36,... \\ 35,37,41,43,12,14,17,19,26,50,25,47,49,52,59 \end{cases}$$

El conjunto *A* también fija la secuencia de solución del modelo matemático. El conjunto *NA2* tiene variables no monitoreadas observables y parámetros monitoreados, en tanto que *NA1* contiene solo parámetros monitoreados.

$$NA2 = \{2,3,4,5,6,7,8,9,24,39,40,42,45,48,51,55\}$$

 $NA1 = \{11,22\}$

Las ecuaciones en el conjunto *NA1* son redundantes. Ahora el objetivo es hallar más variables redundantes, para ello se simplifican las variables no monitoreadas dentro del conjunto *NA2*, expresando las ecuaciones en función de variables monitoreadas. A este subconjunto redundante se le denomina *NA2*'. De este modo las restricciones del problema de optimización para reconciliación de datos se reduce a las ecuaciones del conjunto *NA1* y *NA2*'.

Ecuaciones de Reconciliación

Haciendo manipulaciones algebraicas en las ecuaciones del conjunto *NA2* con el fin de eliminar las variables no monitoreadas, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones redundantes:

$$M_{4,2} + \frac{1}{f_2} \left(f_8 \left(M_{1,7} + M_{2,7} + M_{3,8} + M_{4,8} + M_{5,8} \right) + f_1 - f_2 M_{4,2} \right) - 1 = 0$$
 (A)

$$\frac{1}{f_4} \left(f_8 \left(M_{1,7} + M_{4,8} + M_{3,8} \right) + \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \right) \left(v_1^1 P M_1 + v_3^1 P M_3 \right) + \\ \frac{1}{f_4} \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \right)}{v_2^2 P M_2} \right) \left(v_1^2 P M_1 + v_3^2 P M_3 \right) + \\ + f_1 \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_2 M_{4,2}}{f_1} \right) \right) \\ + M_{2,3} + M_{4,4} + M_{5,3} - 1 = 0$$
 (B)

$$\frac{1}{f_{4}} \left(\frac{f_{8} (M_{1,7} + M_{3,8} + M_{4,8}) +}{(\frac{f_{4} M_{4,4} - f_{2} M_{4,2}}{v_{4}^{1} P M_{4}}} \right) (v_{1}^{1} P M_{1} + v_{3}^{1} P M_{3}) +}{(\frac{f_{4} M_{2,3} - (f_{1} M_{2,1} + f_{8} M_{2,7})}{v_{2}^{2} P M_{2}}}) (v_{1}^{2} P M_{1} + v_{3}^{2} P M_{3}) +} + (C) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) \right) (C) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + \frac{f_{1} M_{1} + f_{2} M_{2}}{f_{1}} \right) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{1} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{2} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{3} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2} M_{4,2}}{f_{1}} \right) \right) + f_{4} \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_{2$$

$$+ M_{2,5} + M_{4,4} + M_{5,5} - 1 = 0$$

$$\begin{pmatrix} f_8 (M_{1,7} + M_{3,8} + M_{4,8}) + \\ + \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \right) (v_1^1 P M_1 + v_3^1 P M_3) + \\ + f_1 \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_2 M_{4,2}}{f_1} \right) \right) + \\ \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \right)}{v_2^2 P M_2} \right) (v_1^2 P M_1 + v_3^2 P M_3) \end{pmatrix}$$

$$(D)$$

$$+ M_{2,5} + M_{4,4} + M_{5,5} - 1 = 0$$

$$\begin{pmatrix} f_8 \left(M_{1,7} + M_{3,8} + M_{4,8} \right) + \\ + \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4} \right) \left(v_1^1 P M_1 + v_3^1 P M_3 \right) + \\ \frac{1}{f_4} \\ f_1 \left(1 - \left(M_{2,1} + \frac{f_2 M_{4,2}}{f_1} \right) \right) + \\ + \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7} \right)}{v_2^2 P M_2} \right) \left(v_1^2 P M_1 + v_3^2 P M_3 \right) \end{pmatrix}$$

$$(E)$$

$$M_{2,5} + M_{4,4} + M_{5,5} - 1 = 0$$

$$M_{17} + M_{27} + M_{37} + M_{48} + M_{58} - 1 = 0$$
 (F)

$$M_{1,7} + M_{2,7} + M_{3,8} + M_{4,8} + M_{5,8} - 1 = 0$$
 (G)

$$\frac{\left(M_{2,5}-M_{2,9}\right)}{\left(M_{2,7}-M_{2,5}\right)} \left(\frac{1}{f_4} \left(1 + \frac{\left(M_{2,7}-M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5}-M_{2,9}\right)}\right) \left(\frac{f_8 \left(M_{1,7} + M_{3,8} + M_{4,8}\right) + \left(\frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}\right) \left(v_1^1 P M_1 + v_3^1 P M_3\right) + \left(\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}\right)}{v_2^2 P M_2}\right) \left(v_1^2 P M_1 + v_3^2 P M_3\right) + \left(\frac{f_4 M_{2,7} - M_{2,9}}{v_2^2 P M_2}\right) \left(\frac{f_4 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}}{v_2^2 P M_2}\right) + \left(\frac{f_4 M_{2,1} + f_8 M_{2,1}}{f_1}\right) + \left(\frac{f_4 M_{2,1} + f_8 M_{2,1}}$$

 $M_{2,9} + M_{4,9} + M_{5,9} - 1 = 0$

$$f_2 - f_4 = 0$$
 (I)

$$\frac{f_4 M_{2,3} - \left(f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7}\right)}{v_2^2 P M_2} - \frac{f_2 M_{5,3} - \left(f_8 M_{5,8} + v_5^1 P M_5 \frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}\right)}{v_5^2 P M_5} = 0$$

$$\frac{f_4 M_{2,3} - (f_1 M_{2,1} + f_8 M_{2,7})}{v_2^2 P M_2} - \frac{f_2 \left(\frac{f_8 (h_8 - h_7)}{f_4} + h_4\right) - \left(f_1 h_1 + f_8 h_8 + \chi_r^1 \frac{f_4 M_{4,4} - f_2 M_{4,2}}{v_4^1 P M_4}\right)}{\chi_r^2} = 0$$

$$f_2 M_{23} - f_4 M_{25} = 0 (L)$$

$$f_2 M_{5,3} - f_4 M_{5,5} = 0 (M)$$

$$M_{4,4} + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)} \left(M_{4,4} - M_{4,9}\right) - M_{4,8} = 0 \tag{N}$$

$$M_{5,5} + \frac{\left(M_{2,7} - M_{2,5}\right)}{\left(M_{2,5} - M_{2,9}\right)} \left(M_{5,5} - M_{5,9}\right) - M_{5,8} = 0$$
 (O)

$$M_{3,7} - M_{3,8} = 0 (P$$

$$h_4 - h_6 = 0$$
 (Q)

$$f_1 + f_8 - f_2 = 0 (R)$$

Según las ecuaciones anteriores las variables monitoreadas se clasifican en:

$$x_{mr} = \begin{cases} f_{1}, f_{2}, f_{4}, f_{8}, M_{1,7}, M_{2,1}, M_{2,3}, M_{2,5}, M_{2,7}, M_{2,9}, M_{3,7}, M_{3,8}, M_{4,2}, M_{4,4}, M_{4,8}, \dots \\ M_{4,9}, M_{5,3}, M_{5,5}, M_{5,8}, M_{5,9}, T_{1}, T_{4}, T_{6}, T_{7}, T_{8} \end{cases}$$

$$x_{m} = \left\{ f_{10}, M_{1,1}, T_{9}, T_{10} \right\}$$

Otro trabajo aplicando el principio expuesto anteriormente es el software *PLADAT* (Sanchez, *et al.*, 1992). Entre las limitaciones de esta metodología están la búsqueda de subsistemas de ecuaciones de orden mayor a 1 (Ponzoni, *et al.*, 1999) y en cómo realizar el chequeo simbólico de las ecuaciones del modelo para determinar su solucionabilidad (Ferraro, *et al.*, 2002). También se propuso el uso de procesamiento paralelo para la clasificación de variables (Ponzoni, *et al.*, 2001). Finalmente, está en desarrollo un software llamado *ModGen* (Vasquez, *et al.*, 2002) para realizar análisis de sistemas de monitoreo.

En lo que tiene que ver con redes de instrumentación, los algoritmos de clasificación de variables permiten diseñar sistemas de sensores con el mínimo número de dispositivos ya sea para estimabilidad de todo el proceso o solo de algunas variables de interés. En estas aproximaciones la función objetivo es minimizar el número de dispositivos físicos a ubicar, la limitación está en que no se tiene en cuenta por ejemplo: ¿qué le sucede a las variables de interés cuando alguno de los instrumentos falla?, ¿qué pasa con la precisión?, ¿es posible detectar error grueso? Estos diseños pueden considerarse como cualitativos.

2. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO POR TEORIA DE GRAFOS

Un primer diseño cuantitativo de redes de instrumentación se originó con el concepto de confiabilidad – *reliability* (Ali y Narasimhan, 1993). A continuación se describen los fundamentos, el algoritmo de diseño y se indican las limitaciones de esta metodología.

La confiabilidad de la estimación de una variable es la probabilidad con la cual puede estimarse aun cuando el sensor falle. Este es un concepto más amplio de estimabilidad, teniendo ahora que: una variable es observable si la confiabilidad es mayor a cero y un parámetro monitoreado es redundante si la confiabilidad de la variable estimada es mayor que la del instrumento asociado a la variable. El algoritmo se planteó para sistemas lineales y en particular para resolver las inquietudes:

¿De cuántas maneras diferentes puede estimarse una variable y cómo se relaciona esto con la red de monitoreo?

Cada dispositivo de medida está propenso a fallar con una probabilidad finita. Si algunos instrumentos fallan, ¿aún así puede estimarse la variable?

¿Cómo diseñar la red de instrumentación para maximizar la probabilidad con que una variable puede estimarse?

El diagrama de flujo del proceso se representa por un grafo, los conceptos utilizados son: conjunto de corte, conjuntos de corte fundamentales, ciclos, ciclos fundamentales, ramas, cuerdas y árbol de expansión. Con el fin de ilustrar la terminología anterior, supongamos el diagrama de flujo simplificado para la producción de amoniaco, compuesto de las siguientes unidades: un mezclador (*M*), intercambiador de calor (*H*), reactor (*R*), separador (*SEP*) y divisor de corriente (*SPL*).

Un conjunto de corte desconecta el grafo y lo subdivide en dos subgrafos (figura 7). El árbol de expansión (*spanning tree*) consiste en borrar arcos del grafo pero sin desconectarlo, los arcos que quedan en el grafo se llaman ramas y los que no se denominan cuerdas. Un conjunto fundamental consiste de una rama y una o más cuerdas (figura 8). Los conjuntos de corte, son envolventes en los que se realizan los balances de masa, entonces hallar todos los conjuntos de corte de un grafo equivale a encontrar todas las ecuaciones de balance donde las variables son estimables. Para el ejemplo el conjunto de corte fundamental [1,3,7] equivale a plantear las ecuaciones de balance alrededor de las unidades M y H (figura 8). Un resultado muy útil de la clasificación de variables por el enfoque orientado a la topología está asociado con que las variables no monitoreadas son observables si estas son las ramas del árbol de expansión.

Diagrama de Flujo
del Proceso

The second se

Figura 7. Conjunto de corte

Fuente: Ali, Y. and Narasimhan, S. AlChE Journal., Vol. 39, No. 5, p. 820 - 828, 1993.

El mínimo número de instrumentos para observar todas las variables está por la siguiente relación:

$$n_{c} = e - n \tag{1}$$

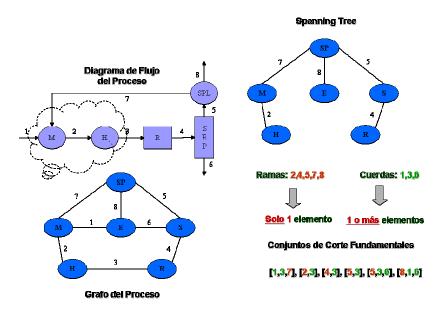
donde:

n_s: número de sensores

e: número de arcos/ corrientes de proceso

n: número de nodos/unidades de proceso

Figura 8. Conjuntos fundamentales, árbol de expansión



Fuente: Ali, Y. and Narasimhan, S. AlChE Journal., 39, No. 5, p. 820 - 828, 1993.

El número máximo de combinaciones de tres instrumentos para el grafo de proceso se determina por:

$$N_{\text{max}} = \frac{e!}{(e-n+1)!} (n-1)! = \frac{8!}{3!} 5! = 806400$$
 (2)

Esto quiere decir que se tienen alrededor de 806000 combinaciones para evaluar la confiabilidad y escoger de ellas la máxima. Si en lugar de evaluar todas las combinaciones, se buscan todos los árboles de expansión del grafo se tiene:

$$N_{\text{max}} = n^{n-2} = 6^4 = 1296 \tag{3}$$

Esto reduce el espacio de búsqueda en alrededor de un 84%. Sin embargo, si se analizan redes de proceso más grande el número de redes candidatas a evaluar crece de manera significativa.

El algoritmo propone hallar un árbol de expansión y evolucionarlo. La función objetivo es:

$$R(i) = \begin{cases} 1 - p_i & \text{si i es monitoreada} \\ \prod_{\substack{j \in K_i^f \\ j \neq i}} (1 - p_j) & \text{si i no es monitoreada} \end{cases}$$

$$\max \min(R(1), ..., R(n))$$
(4)

donde:

p_i: Probabilidad de falla del instrumento i

 K_i^f : Conjunto de corte fundamental

j: Cuerdas del árbol de expansión

i: Ramas del árbol de expansión

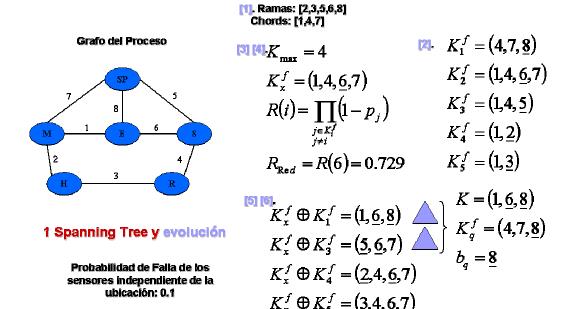
Luego calcular la confiabilidad de la variable i (R(i)) requiere de un procedimiento para hallar todos los conjuntos fundamentales de un árbol de expansión. El óptimo se obtiene aplicando el criterio minimax: minimizar los máximos de las confiabilidades de las variables del proceso.

El algoritmo se realiza en 10 pasos y basado en él se implementó una herramienta computacional llamada *SENNET*¹⁰ (*SENsor NETwork*). El procedimiento tiene alguna similitud con el método *SIMPLEX*. Para comprender como funciona el

¹⁰ ALI, Y., NARASIMHAN, S., Sensor network design for maximizing reliability of linear processes. En: AlChE Journal., Vol. 39, No. 5, p. 823 - 825, 1993.

algoritmo y continuando con el grafo del proceso, se asume que los tres instrumentos a ubicar tienen una probabilidad de falla de 0.1. En la figura 9 se indican los primeros 6 pasos del procedimiento

Figura 9. Algoritmo de Diseño SENNET. Pasos 1 - 6



Paso 1. Se genera un árbol de expansión

Paso 2. Se hallan los conjuntos de corte fundamentales K_i^f i = 1,...,5

Paso 3 y 4. Se escoge el K_i^f con mayor cardinalidad ($K_{\max} = 4$, K_x^f) La rama (6) de este conjunto de corte tiene el valor de R(i) más bajo de todos los K_i^f

Pasos 5 y 6. Se hace la operación \oplus entre K_x^f y los demás K_i^f . Cómo resultado de esa operación se obtienen diferentes conjuntos de corte y se selecciona el o los de cardinalidad menor K_{\max} . En este caso se obtienen dos conjuntos con cardinalidad igual a tres. Según el algoritmo se selecciona uno de los dos, pero no hay criterio de desempate, lo cual es una limitación del algoritmo. Se asume entonces $K = (1, \underline{6}, \underline{8})$. La variable saliente será entonces 8.

Figura 10. Algoritmo de Diseño SENNET. Pasos 7 - 10

Los pasos 7 - 9 se esquematizan en la figura 10.

Paso 7 y 8. Se obtiene el conjunto I donde se almacenan las variables candidatas a salir. Al igual que en los pasos 5 – 6 no hay criterio de desempate para seleccionar la variable entrante. Se asume 4 como la variable entrante.

Paso 9. Se obtiene el nuevo árbol de expansión como resultado de transformaciones elementales de árbol.

Se inicia la segunda iteración a partir del paso 2 y se obtiene un nuevo árbol de expansión. Continuando con la tercera iteración se observa que no hay manera de escoger la variable entrante y por lo tanto se llega a una solución óptima local.

El principal aporte de este trabajo está en el concepto de confiabilidad¹¹, que abarca en un sentido más amplio la observabilidad y redundancia de las variables del proceso.

Posteriormente, basados en *SENNET* se planteo el diseño de redes de instrumentación redundantes en un nuevo algoritmo, originando otro prototipo software llamado *GSENNET* - *Generalized SENsor NETwork* (Ali y Narasimhan, 1995). Este procedimiento hereda las limitaciones de su predecesor, es decir no se obtiene una solución óptima, porque en cada iteración se obtiene una nueva red mejor a la anterior y que difiere de esta en solo un instrumento. Si no se obtiene mejoría equivale a decir que se encontró una solución óptima local. Otra limitación es que el manejo de la redundancia espacial y de hardware aumenta el espacio de búsqueda y por lo tanto el esfuerzo computacional.

Siguiendo la misma metodología y basados en *SENNET*, se propuso el diseño de sistemas de monitoreo no redundantes para casos bilineales (Ali y Narasimhan, 1996). Para esto se modificó *SENNET* y en lugar de evolucionar un árbol de expansión para flujos másicos, se busca la combinación de dos árboles de expansión: flujos y composiciones o flujos – temperaturas que maximicen la confiabilidad del sistema. Además de las limitaciones ya expuestas, si se extiende el modelo de optimización a un proceso químico general, tenemos las mismas limitaciones de la clasificación de variables por el enfoque orientado a la topología.

Otro algoritmo es *CASL* - *Computer Aided Sensor Location* (Meyer, *et al.*, 1994). Allí se plantea un método de solución combinado por teoría de grafos y un procedimiento similar al *Branch and Bound*. Sin embargo, las redes diseñadas por este algoritmo son no redundantes y no se orientan hacia la reconciliación de datos. El objetivo del diseño es redes con el mínimo número de instrumentación para observabilidad total o parcial de las variables de interés.

¹¹ ALI, Y., NARASIMHAN, S., Op. cit., p. 826.

3. ALGORITMOS GENETICOS APLICADOS AL DISEÑO DE REDES DE INSTRUMENTACION

Los trabajos encontrados en literatura, se orientan hacia el diseño de sistemas de monitoreo no redundantes para el caso de flujos másicos.

A continuación se explica el algoritmo propuesto por Sen *et al.* (1998). Los autores proponen un algoritmo genético basado en conceptos de teoría de grafos y el modelo de optimización es generalizado para varias funciones objetivos (función aptitud):

a. Costo: min
$$C = \sum_{i=0}^{e-n+1} C_i$$
 (1)

donde:

e: Número de unidades de proceso n: Número de corrientes de proceso

 C_i : Costo de instrumento i

b. Imprecisión:
$$\min J = \sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}_{i}^{2} = \sum_{i \in cuerdas} (k_{i} + 1) \sigma_{i}^{2}$$
 (2)

donde:

 $\sigma_{\it i}$: Desviación estándar del instrumento usado para monitorear la variable i

 $\hat{\sigma}_i^2$: Varianza estimada para la variable i $(\hat{\sigma}_i^2)$. Se calcula por:

$$\hat{\sigma}_{i}^{2} = \begin{cases} \sigma_{i}^{2} & \text{si } i \text{ es monitoreada} \\ \sum_{\substack{j \in K_{i}^{f} \\ j \neq i}} \sigma_{j}^{2} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (3)

del mismo modo se estiman los flujos (\hat{F}_i):

$$\hat{F}_{i} = \begin{cases} \widetilde{F}_{i} & \text{si } i \text{ es monitoreada} \\ \sum_{\substack{j \in K_{i}^{f} \\ j \neq i}} \pm \widetilde{F}_{i} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (4)

 K_i^f : Conjunto de corte fundamental, donde i es una rama de un árbol de expansión.

n: Número de corrientes de proceso

 k_i : Número de ocurrencias de la cuerda i en todos los conjuntos de corte fundamentales con respecto a un árbol de expansión.

c. Confiabilidad:
$$R_s = \min R_i$$
 (5)

donde:

 R_s : Confiabilidad del sistema

 R_i : Confiabilidad de la variable i. se calcula:

$$R_{i} = \begin{cases} 1 - p_{i} & \text{si } i \text{ es monitoreada} \\ \sum_{\substack{j \in K_{i}^{f} \\ j \neq i}} \prod (1 - p_{j}) \text{ en caso contrario} \end{cases}$$
 (6)

Los operadores genéticos se diseñan para realizar transformaciones elementales de árbol e intercambio cíclico. En las figuras 11 y 12 se esquematizan la codificación y cómo funcionan los operadores. En la tabla 2 se muestran los parámetros del algoritmo evolutivo.

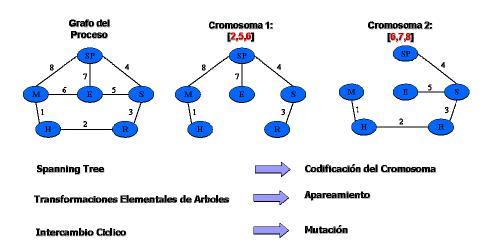
Tabla 2. Parámetros del Algoritmo Genético.

Descripción	Valor
Tamaño de la población	40 – 60
Número de generaciones	10
Probabilidad de apareamiento (p_c)	0.45
Probabilidad de mutación (p_m)	0.03
Estrategia de selección	Torneos
Individuos por torneos	10 % población

Fuente: Sen, S. and Narasimhan, S. Computers chem.

Engng. Vol. 22, No. 3, p. 389, 1998.

Figura 11. Codificación del Cromosoma.



Fuente: Sen, S. and Narasimhan, S. Computers chem. Engng. Vol. 22, No. 3, p. 387, 1998.

El cromosoma se codifica como las cuerdas de un árbol de expansión y representan las variables que están monitoreadas. De la figura 11 el cromosoma 2 representa la red de instrumentos ubicados en las corrientes 6,7 y 8.

La figura 12, indica el procedimiento seguido por el operador genético de cruce. Se realiza en 4 pasos:

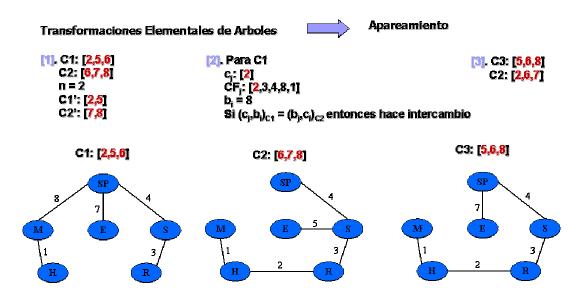
Paso 1. Hallar el número de arcos no comunes en los dos cromosomas (n = 2) e identificarlos en cada padre (C1' = [2,5], C2' = [7,8]).

Paso 2. Para cada elemento C_j de C1' se hallan los circuitos fundamentales y si algún arco b_i es un elemento de C2' se posible realizar el intercambio, obteniendo los dos descendientes. A diferencia del algoritmo genético clásico en donde se obtienen dos descendientes, en este caso puede suceder que haya más de dos descendientes o que no se obtengan descendientes.

Paso 3. Se genera un número aleatorio entre 0 y 1. Si este es mayor que p_c se realiza el intercambio según lo indica el paso 2.

Paso 4. Si se alcanzó el número n se termina el procedimiento de cruce, en caso contrario se vuelve al paso 2.

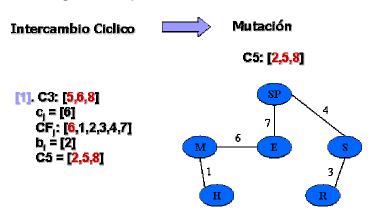
Figura 12. Operador cruce.



La mutación se muestra en la figura 13 y se realiza de la siguiente forma:

- Paso 1. Se genera un número aleatorio entre 0 y 1. Si este número es mayor a p_m se continúa con el paso 2.
- Paso 2. Se selecciona al azar una cuerda del cromosoma
- Paso 3. Se halla el circuito fundamental
- Paso 4. Se selecciona al azar una rama del circuito fundamental
- Paso 5. Se intercambia cuerda rama.

Figura 13. Operador Mutación.



El algoritmo genético supera las limitaciones presentadas por *SENNET*, esto se debe a que evoluciona simultáneamente una población de árbol de expansión disminuyendo la probabilidad de encontrar soluciones óptimas locales. El reto de esta aproximación es extender el modelo hacia redes de proceso en general, esta limitación es inherente a la metodología de clasificación de variables por teoría de grafos.

Otro trabajo plantea la aplicación del algoritmo de Greedy y el uso de técnicas evolutivas basadas en álgebra lineal y algoritmos genéticos para diseños multiobjetivo (Carnero, et al., 2001). Sin embargo, el diseño se orienta a sistemas de monitoreo para flujos másicos y las redes de proceso en general son parte del trabajo futuro.

4. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO POR PROGRAMACION MATEMATICA

Los algoritmos anteriores, tienen limitaciones cuando el objetivo es diseñar redes redundantes, sistemas de monitoreo que manejan error grueso e identifiquen, detecten y solucionen fallas del proceso. Esta línea de investigación propone plantear el problema como un modelo de optimización *MINLP*, define nuevas restricciones que hacen el diseño de sistemas de monitoreo más robusto (Bagajewicz, 1997). Una revisión del estado del arte se encuentra en Bagajewicz (2001,2002). Este trabajo se basa en una modificación al algoritmo *MINLP* propuesto por Bagajewicz (1997).

El modelo de optimización es propuesto para obtener redes de mínimo costo sujeto a cierto nivel de precisión en las variables de interés. Además se definen restricciones de robustez (Bagajewicz, 1997) como la capacidad de la red para:

Detectar error grueso (error detectability)

Garantizar cierto nivel de precisión en presencia de error grueso (*residual precision*)

Minimizar el impacto en el valor de los datos del proceso cuando no se detecta error grueso (*error resilience*)

4.1. FORMULACION DEL MODELO

Si z es el vector de todos los flujos másicos del proceso y q un vector de valores binarios definido por:

$$q_i = \begin{cases} 1 & \text{si } z_i \text{ es monitoreada} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (1)

Si el vector *x* representa los flujos monitoreados e *y* las variables no medidas, el modelo del proceso en forma matricial es:

$$Dz = Ax + By = b (2)$$

Las columnas de A son las columnas de D que corresponden a las variables monitoreadas y de igual forma las columnas de B son las columnas de D que representan variables no medidas. A=A(q) y B=B(q). El modelo de la ecuación (2) es un problema de reconciliación de datos lineal y para solucionarse, D debe estar en forma canónica, es decir no debe haber variables no observables ni no redundantes. Este problema tiene solución analítica y se formula de la siguiente manera:

$$\min \frac{1}{2} (x - x_m)^T S_{x,m}^{-1} (x - x_m)$$
s.t.
$$Ax + By = b$$
(3)

donde x_m y $S_{x,m}$ son los flujos medidos y la varianza del dispositivo de medida. La solución es:

$$x = x_m - S_{x,m} A^T (I - G^{-1}BH^{-1}B^T) G^{-1} (-b + Ax_m)$$
(4)

$$y = H^{-1}B^{T}G^{-1}(-b + Ax_{m})$$
(5)

donde $G = AS_{x,m}A^T$ y $H = B^TG^{-1}B$. La varianza de los resultados reconciliados es:

$$S_{v} = H^{-1} \tag{6}$$

$$S_{x} = S_{x,m} - S_{x,m} A^{T} (I - G^{-1}BH^{-1}B^{T})G^{-1}S_{x,m}$$
(7)

La precisión de cada variable reconciliada es:

$$\sigma_{i} = \begin{cases} \sqrt{\left[S_{x}\right]_{ii}} & \text{si } z_{i} \text{ es monitoreada} \\ \sqrt{\left[S_{y}\right]_{ii}} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (8)

4.1.1. Modelo de Optimización. Si para variable z_i hay un único dispositivo de medida asociado con costo c_i el costo de la red C en función de g es:

$$C(q) = \sum_{\forall i} c_i q_i \tag{9}$$

Si I_s representa el conjunto de variables de interés para el que se requiere cierto nivel de precisión y si $\sigma_{k,*}$ es el máximo de la desviación estándar para cada variable de I_s el modelo de optimización se plantea como:

$$Min \sum_{\forall i} c_i q_i$$

$$s.t.$$

$$\sigma_k(q) \le \sigma_{k,*} \ \forall k \in I_s$$

$$q_i = 0,1 \ \forall i$$

$$(10)$$

Si hay más de un dispositivo de medida asociado para medir cada variable de proceso, se requiere otra variable binaria adicional y otra restricción. Si n_i^m es el número de instrumentos para medir la variable i, el costo de cada sensor k es $c_{i,k} \left(k = 1, \ldots, n_i^m \right)$. Por cada variable binaria \mathbf{z}_i , se define una nueva variable $p_{i,k} \left(k = 1, \ldots, n_i^m \right)$ para determinar cual dispositivo k se usa para medir i.

$$p_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si el instrumento } k \text{ monitorea la variable } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (11)

El costo de la red es función de *p* y se determina:

$$C(p) = \sum_{\forall i} \sum_{k=1}^{k=n_i^m} c_{i,k} \, p_{i,k} \tag{12}$$

Luego el problema se convierte en:

$$C(p) = \sum_{\forall i} \sum_{k=1}^{k=n_i^m} c_{i,k} p_{i,k}$$

$$\sigma_k(p) \le \sigma_{k,*} \ \forall k \in I_s$$

$$\sum_{k=1}^{n_i^m} p_{i,k} \le 1 \ \forall i$$

$$p_{i,k} = 0,1 \ \forall i, \forall k = 1, n_i^m$$
(13)

La restricción

$$\sum_{k=1}^{n_{i}^{m}} p_{i,k} < m_{i}$$
 (14)

Garantiza que al menos m_i dispositivos de medida son asignados para medir la variable i. Si m_i es igual a 1 no hay redundancia de hardware, en cualquier otro caso hay redundancia de hardware.

4.1.2. Algoritmo de solución. El árbol de búsqueda de la figura 14 tiene las siguientes características:

q = (0,0,0,...,0) q = (0,1,0,...,0) q = (0,1,0,...,0) q = (1,0,0,...,1)

q = (1,0,1,...,0)

Figura 14. Arbol de Soluciones.

Fuente: AIChE 43, No. 9, p. 2302, 1997.

llamamos Lower Bound.

Bagajewicz, M. Journal., Vol.

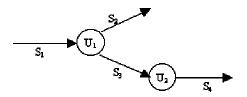
- 1. El nodo raíz es trivialmente no factible
- 2. Se define el nivel como el número de dispositivos de medida que tienen las redes candidatas. Por ejemplo son redes de nivel 1: $q_1 = \{1,0,0,...,0\}$, $q_2 = \{0,1,0,...,0\}$, $q_3 = \{0,0,1,...,0\}$, ..., $q_1 = \{0,0,0,...,1\}$. Mientras las redes no sean factibles se aumenta de nivel y se ramifica. Al costo del primer nodo factible se le denomina *Upper Bound*. Luego se vuelve al nodo madre del nivel anterior y se activa la búsqueda del árbol en los nodos hijos.
- 3. El costo aumenta de un nivel a otro solo si se tiene un dispositivo para medir la variable i $(n_i^m=1)$. Si hay más de un instrumento $(n_i^m>1)$, cada nodo tiene asociado un límite inferior $(\ddot{C}(q)=\sum_{\forall i}\overline{c}_iq_i)$, donde $c_i=\min_{\forall k}\{c_{i,k}\}$. A este costo lo
- 4. De ahora en adelante para cada nodo, sea factible o no, se calcula el costo, y si es mayor que el *Upper Bound*, parar, volver al nodo madre (nivel anterior) y recorrer el resto de los nodos hijos. Siempre se aplica el criterio de parar cuando el nodo tiene un costo mayor que el *Upper Bound*.

5. Siempre que encuentre un nodo factible, calcular el costo y repetir el proceso de volver al nodo madre y recorrer los nodos hijos que quedan. Antes de ello, se verifica si el nodo tiene un costo menor al almacenado en el *Upper Bound*, si lo tiene se almacena ese costo en el *Upper Bound* y continua el algoritmo".

- **4.1.2.1. Criterio de parada.** Si $n_i^m = 1$, no debe explorarse en un nivel siguiente a donde se encontró la primera solución factible, ya que seguir ramificando aumenta el costo. Si $n_i^m > 1$, cada nodo factible con costo C_b tiene asociado un límite inferior para el costo (*Lower Bound*). Si C_b es superior a *Lower Bound*, es posible encontrar una solución factible menos costosa que C_b . El número de niveles a explorar se estima por el número entero más cercano según la relación: $C_b = C(q)$, donde $C_b = C_b = C(q)$, donde $C_b = C_b = C_b = C_b$. El criterio de parada se cumple cuando se alcanza el máximo nivel de cada rama factible y son evaluados los nodos.
- **4.1.3. Aspectos Computacionales.** Las matrices A y B son función de la instrumentación. Para cada red candidata el modelo debe representarse en forma canónica, es decir expresado en función de parámetros estimables. El siguiente ejemplo ilustra esta situación. El modelo para el diagrama de flujo de la figura 15 se representa por

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 15. Diagrama de flujo ejemplo 1



Fuente: Bagajewicz, M. AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2302, 1997.

Suponga que el árbol de búsqueda se encuentra en el nivel dos con las siguientes redes candidatas:

 $q_1=\{1,1,0,0\}. \ \ \text{Para la red} \ \ q_1 \ \text{el sistema es estimable, pero no hay redundancia en las variables monitoreadas. Igual situación se presenta en } \ \ q_2=\{1,0,1,0\}, \ \ q_3=\{1,0,0,1\},$ $q_4=\{0,1,1,0\}, \ \ q_5=\{0,1,0,1\}. \ \ \text{La forma canónica de la matriz D para cada caso es:}$

$$D(q_{1}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{3} \\ y_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D(q_{2}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{2} \\ y_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D(q_{3}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{2} \\ y_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

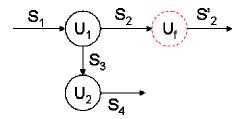
$$D(q_{4}) = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{2} \\ x_{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D(q_{5}) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{2} \\ x_{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esto indica que el algoritmo de optimización por cada red q_i debe realizar un proceso de simplificación de las ecuaciones del sistema para expresarlo en forma canónica. Además, si hay más de un dispositivo de medida por variable a monitorear, las matrices son función de p y no de q: A = A(p), B = B(p) y $S_x = S_x(p)$.

La redundancia de hardware se presenta cuando es posible asociar más de un dispositivo de medida por variable $(n_i^m > 1)$. El primer inconveniente a superar es cómo representar esta situación en el modelo matemático. Una opción es agregar unidades fantasmas y corrientes ficticias por cada medida redundante. De este modo se obtiene una nueva matriz D que representa el sistema ampliado. La figura 16 ilustra este concepto para un valor de $n_2^m = 2$ supuesto.

Figura 16. Redundancia de hardware



El modelo en forma matricial se transforma en:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Estas dos características hacen que un procedimiento tradicional de *Branch and Bound* no pueda aplicarse directamente, es decir que estos modelos no pueden plantearse ni resolverse directamente por medio de herramientas de cómputo comerciales.

4.1.4. Algoritmo propuesto. Para mantener constantes las dimensiones de las matrices A, B y S_x se asume que donde no hay instrumentación la varianza de esa variable es infinita (finita en magnitud, pero de un valor suficientemente grande). Esto equivale a ubicar un sensor ficticio, para no alterar la función objetivo se asocia a este instrumento un costo cero¹².

Otra alternativa para el manejo de la redundancia de hardware sin aumentar las dimensiones de las matrices del proceso, es expresar la varianza de una variable i en función de las varianzas de los diferentes dispositivos empleados para monitorear la variable. Esta puede calcularse por medio de la expresión¹³:

$$\frac{1}{S_{ii}} = \sum_{t=1}^{l_i^m} \frac{1}{\sigma_{it}^2} \tag{15}$$

donde: S_{ii} es la varianza en la estimación de la variable i, σ_{it} es la desviación estándar del instrumento t y l_i^m es el número de dispositivos para medir la variable i.

Teniendo en cuenta lo planteado, el algoritmo propuesto debe permitir manejar redundancia de hardware y no es necesario hacer la clasificación de variables para ubicar los instrumentos. El procedimiento es el siguiente (figura 17):

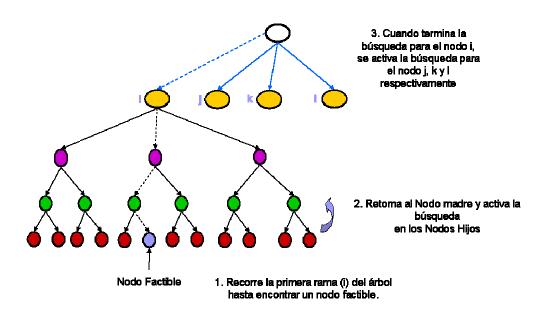
- 1. Recorrer la primera rama del árbol hasta encontrar un nodo factible. Este valor se almacena en la variable *Upper Bound*.
- 2. Retornar al nodo madre del nivel anterior y activar la búsqueda del árbol en los nodos hijos.
- 3. De aquí en adelante, para cada nodo sea factible o no, calcular el costo. Si este valor es mayor que el *Upper Bound*, detener la búsqueda y retornar al nodo madre (nivel anterior) y recorrer el resto de los nodos hijos. El algoritmo deja de explorar cuando el nodo tiene un costo mayor que el *Upper Bound*.

¹² BAGAJEWICZ, M., CABRERA, E. New MILP formulation for instrumentation network design and upgrade. En: AIChE Journal., Vol. 48, No. 10, p. 2272, 2281 – 2282, 2002.

¹³ Ibid., p. 2273.

- 5. Siempre que encuentre un nodo factible, verificar si tiene un costo menor al *Upper Bound*. Si esto se cumple se actualiza la variable *Upper Bound*, volver al nodo madre y recorrer los nodos hijos que quedan.
- 6. Cuando termina los pasos 1-5 para la rama i del primer nivel, se activa la búsqueda para las demás ramas de nivel uno. Con esto se garantiza que se cubra todo el espacio de búsqueda. Cuando se recorren todas las ramas del primer nivel, el algoritmo termina.

Figura 17. Procedimiento Branch and Bound.



El desempeño del algoritmo se detalla en el capitulo dedicado a los resultados, en las secciones siguientes se describen las restricciones para el diseño de redes de instrumentación robustas y también, aspectos computacionales que debe sortear el algoritmo para calcularlas.

4.2. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO ROBUSTOS

El término robustez en el argot del diseño de instrumentación se refiere a restricciones de precisión residual, detectabilidad del error y flexibilidad del error.

4.2.1. Precisión Residual. Es una propiedad del sistema de monitoreo que garantiza que las variables de interés s ($s \in I_s$) mantengan cierto nivel de precisión, una vez el error grueso se ha detectado y se ha eliminado del modelo la medida correspondiente¹⁴. Se define el orden k de la precisión residual como el número de medidas eliminadas del sistema de monitoreo cuando se detecta error grueso. Si $\sigma_{a,i,s}$ es la precisión de la variable z_i cuando se elimina la medida s y $\sigma_{a^*,i}$ es el valor umbral, el modelo de mínimo costo sujeto a restricciones de precisión residual es:

$$Min \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{k=1}^{k-n_i^m} c_{i,k} p_{i,k}$$
s.t.
$$\sigma_{a,i,s} \leq \sigma_{a^*,i} \quad \forall s \in I_s$$

$$\sum_{k=1}^{k-n_i^m} p_{i,k} \leq m \quad \forall i = 1,...,n$$
(16)

A medida que el orden k de la precisión residual aumenta, el número de combinaciones de medidas a eliminar en cada red candidata q_i crece binomialmente. Además si hay redundancia de hardware el algoritmo de solución debe diferenciar qué dispositivo de medición para la variable i se ha eliminado.

El orden de la precisión residual y el valor umbral $(\sigma_{a^*,i})$, fijan en cierta medida el grado de redundancia que debe tener una variable. Si $\sigma_{a^*,i}$ es un valor pequeño, el grado de redundancia de la variable i es alto. Desde el punto de vista del diseño de

52

¹⁴ BAGAJEWICZ, M. Design and Retrofit of Sensor Networks in Process Plants. En: AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2302 - 2304, 1997.

la instrumentación orientado hacia la reconciliación de datos, la precisión residual es más útil que el grado de redundancia, es decir un valor umbral de $\sigma_{a^*,i} = 1.5\%$ (criterio cuantitativo), es más significativo que fijar como restricción un grado de redundancia igual a 2 (criterio cualitativo).

4.2.2. Detectabilidad del Error. Se define como la habilidad de la red para detectar error grueso de cierto tamaño adimensional n_i^D o mayor en la variable x_i , con nivel de significancia α . Si r es el vector de residuos del sistema de ecuaciones del modelo matemático que representa el proceso; cuando no hay error grueso, r tiene una distribución chi-cuadrada central con υ grados de libertad¹⁵. Sin embargo, en presencia de error grueso de tamaño d_i en la variable x_i , la función objetivo $Q = (x - x_m)^T S_{x,m}^{-1}(x - x_m)$ tiene una distribución $\chi_{1-\alpha}^2$ no central con parámetro de no centralidad δ_i , esto significa que la media de Q es $\delta_i + \upsilon$. Este parámetro de no centralidad está relacionado con d_i por Madron (1985)¹⁶:

$$\delta_i = d_i \frac{\left(\sigma_{i,m}^2 - \sigma_i^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\sigma_{i,m}^2} \tag{17}$$

Donde $\sigma_{i,m}$ es la desviación estándar del instrumento que monitorea la variable i e σ_i es la desviación estándar en la estimación de la variable i después de hacer reconciliación de datos. Si γ es la confiabilidad de la prueba para detección de error grueso, entonces, un error grueso de tamaño d_i mayor que el valor umbral

$$d_{i,\gamma} = \delta_{i,\gamma} \frac{\sigma_{i,m}^{2}}{\left(\sigma_{i,m}^{2} - \sigma_{i}^{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$
(18)

53

¹⁵ BAGAJEWICZ, M., CABRERA, E. New MILP formulation for instrumentation network design and upgrade. Op. cit., p. 2277.

¹⁶ BAGAJEWICZ, Op. cit., p. 2304.

será detectado con probabilidad γ . Los valores de $\delta_{i,\gamma}$ son función de los grados de libertad υ y del nivel de significancia α usado para detectar los errores.

Si d_{i^*} es el valor umbral para el tamaño del error grueso en la variable i y éste se define como un múltiplo de la desviación estándar del instrumento usado para monitorear la variable ($d_{i^*} = n_i^D \sigma_{i,m}$), el criterio de detectabilidad del error se expresa como:

$$n_i^D > \delta_{i,\gamma} \frac{\sigma_{i,m}}{\left(\sigma_{i,m}^2 - \sigma_i^2\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{19}$$

Finalmente, es importante mencionar que dentro del estado del arte, aún no se han propuesto expresiones analíticas para calcular la detectabilidad del error de orden mayor a uno¹⁷.

4.2.3. Flexibilidad del Error. Es la habilidad de la red de instrumentación para limitar el efecto de errores gruesos no detectados en la estimación del valor de las variables. Cuando no se detecta error grueso de tamaño h en alguna variable z_s , es decir la prueba estadística falla en la detección del error, este valor se propaga y altera los valores reconciliados. Si $\Delta z_{i,s}$ es el cambio en el valor reconciliado de la variable z_i cuando hay error grueso en la variable z_s y no fue detectado, el delta se puede estimar por medio de¹⁸:

¹⁷ BAGAJEWICZ, M., CABRERA, E. Op. cit., p. 2277.

¹⁸ BAGAJEWICZ, Op. cit., p. 2305.

$$\Delta z_{i,s} = \begin{cases} \left[-S_{x,m} A^T \left(I - G^{-1} B H^{-1} B^T \right) G^{-1} A e_s \right] h & \text{si } z_i \text{ es monitoreada} \\ \left[H^{-1} B^T G^{-1} A e_s \right] h & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (20)

donde e_s es un vector unitario que indica qué medida tiene error grueso. Entonces, si se fija un nivel de flexibilidad del error para la variable z_s , requiriendo que $\Delta z_{i,s}$ sea menor que cierto valor umbral Δz_{i^*} , expresado en función de la desviación estándar del instrumento ($\Delta z_{i^*} = n_i^R \sigma_i$). Para cada variable z_s se hace la prueba estadística para encontrar errores gruesos e igualmente h_s es función de la detectabilidad del error ($h_s = n_i^D \sigma_{s,m}$), finalmente, la restricción de flexibilidad del error se convierte en:

$$n_i^R > \beta_{i,s} \left(\frac{\sigma_{s,m}}{\sigma_i}\right) n_s^D \tag{21}$$

Donde:

$$\beta_{i,s} = \begin{cases} \left| e_i^T S_{x,m} A^T \left(I - G^{-1} B H^{-1} B^T \right) G^{-1} A e_s \right| & \text{si } z_i \text{ es monitoreada} \\ \left| e_i^T H^{-1} B^T G^{-1} A e_s \right| & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (22)

Del mismo modo que la precisión residual, el orden k define el número de medidas que tienen errores gruesos no detectados. A medida que k aumenta, el número de combinaciones de medidas con error grueso no detectado en cada red candidata q_i crece binomialmente.

Basados en este algoritmo de solución, el concepto fue ampliado hacia diseño de redes estimables, redes confiables, redes para estimación de parámetros y *upgrade* y al estudio del impacto del costo de mantenimiento en el diseño de sistemas de monitoreo (Sanchez y Bagajewicz, 1999,2000). En todos los casos la función objetivo fue la minimización del costo. Otro aporte fue transformar el modelo *MINLP* en uno *MILP* y resolverlo por medio de software comercial (Bagajewicz y Cabrera, 2002). Basado también en el modelo MILP se planteó la aproximación multiobjetivo para el diseño de instrumentación y *upgrade* (Bagajewicz y Cabrera, 2001).

5. DISEÑO DE SISTEMAS DE MONITOREO PARA IDENTIFICACIÓN, DETECCIÓN Y RESOLUCIÓN DE FALLAS

Las perturbaciones o fallas, si no se detectan, tienen un fuerte impacto en la economía del proceso, en la calidad del producto, en la seguridad y en los niveles de contaminación ambiental. Para detectar, diagnosticar y corregir este comportamiento anormal, es de gran importancia para la industria de procesos contar con sistemas de diagnostico eficientes.

Todas las aproximaciones para detección y diagnostico de fallas en algún sentido tienen que ver con la comparación del comportamiento observado del fenómeno con un nivel de referencia. El comportamiento del sistema se infiere por medio de la instrumentación. Por lo tanto la eficiencia en el proceso de diagnostico de las fallas depende críticamente del diseño del sistema de monitoreo. Entre las aproximaciones existentes para diagnostico de fallas tenemos los sistemas expertos, las redes neuronales, técnicas de razonamiento basada en reglas y la teoría de grafos. El énfasis en la mayoría de estos trabajos ha sido más sobre procedimientos para hacer el diagnostico dado la red de instrumentación, mientras que hay poco desarrollo teórico sobre el diseño de sistemas de monitoreo para diagnostico de fallas (Raghuraj, *et al.*, 1999).

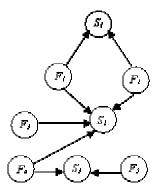
Mientras el objetivo de los sistemas de monitoreo es proveer una mejor estimación del estado de las variables del sistema, los sistemas de alarma son diseñados para prevenir acerca de mal funcionamiento del proceso. Las perturbaciones se propagan a través del proceso, alterando las lecturas de la instrumentación (flujos, presiones, temperaturas, etc.). De esta manera, la instrumentación no solo debe tener la habilidad de determinar el alejamiento de las condiciones normales de operación, sino que debe considerar también las fallas de la instrumentación (bias). En consecuencia, el problema de diseñar un sistema de alarmas consiste en determinar la localización óptima de la instrumentación a menor costo, de modo que se

observen todas las fallas del proceso: una o varias y de manera simultánea, puedan detectarse y distinguirse de las de fallas del instrumento (Bagajewicz, *et al.*, 2004).

5.1. MODELO MINLP PARA DETECCION DE FALLAS

El diagrama DG (figura 18) es un dígrafo en el que se representa como cada nodo correspondiente a una falla (F_j) altera la lectura del instrumento de medida (S_i), es decir hay un camino desde F_j hasta S_i en el grafo DG. El objetivo de esta representación es indicar que sensores se afectan cuando la perturbación se presenta. Es posible que más de un dispositivo se altere por la misma falla.

Figura 18. Dígrafo para un proceso hipotético.



Si q es un vector de elementos binarios que indican la presencia de un instrumento en la red $(q_i=1)$ o no $(q_i=0)$. Entonces, la función de costos se plantea como:

$$Min\sum_{i\in M_1}c_iq_i\tag{1}$$

Donde M_1 es el conjunto de posibles sensores a ubicar en la red, es decir, la dimensión de q. El siguiente paso es representar la información del DG en forma matricial. Para ello se define la matriz de máxima conectividad falla - sensor (A). En esta matriz, las columnas representan las fallas y las filas los instrumentos. Un valor

de A_{ij} =1, significa que hay un camino desde la falla F_j hasta el instrumento de medida S_i . Para el caso de la figura 18, la matriz es:

$$A = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & S_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & S_3 \end{bmatrix}$$
 (2)

Ahora se define la matriz de conectividad falla - sensor $B(q) = [b_1, \dots, b_n]$ por medio de:

$$b_{i} = a_{i} \otimes q \tag{3}$$

Donde b_j y a_j indican la *i-esima* columna de B y A respectivamente, y \otimes es el producto Hadamard de dos vectores, definido como $(a_j \otimes q)_i = a_{ji} q_i$. De esta manera, A=B solo cuando se han seleccionado todos los posibles sensores a ubicar en la red. Siguiendo con el ejemplo:

$$B(q) = \begin{cases} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \\ \hline q_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 & S_1 \\ q_2 & q_2 & q_2 & q_2 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 & q_3 & S_3 \end{cases}$$

$$(4)$$

De (4) podemos observar que la sumatoria de los elementos de la columna *j-esima* de la matriz B indica si la falla F_j es observable o no, es decir:

Si
$$\sum_{i=1}^{m} B_{ij} = 0 \rightarrow F_{j}$$
 es no observable (5)

Si
$$\sum_{i=1}^{m} B_{ij} \ge 1 \rightarrow F_{j}$$
 es observable (6)

Finalmente el modelo de costo óptimo para diseño de instrumentación sujeto a observabilidad de una falla se plantea como

$$P1 = Min \sum_{i \in M_1} c_i q_i$$

$$S.t$$

$$\sum_{i \in M_1} b_k(q_i) \ge 1 \quad \forall k \in M_O$$

$$q_i \in \{0,1\}$$

$$(7)$$

Donde M_{\odot} es el conjunto de fallas que se requieren observar.

El siguiente paso después de observar la falla es resolverla. Una falla puede observarse porque hay caminos que relacionan la falla con el instrumento (ver figura 18). Sin embargo, fallas diferentes pueden afectar los mismos instrumentos. De esta manera, el término resolución se define como la capacidad para determinar exactamente cual perturbación del proceso ocurrió dado un conjunto de síntomas (lecturas de la instrumentación). Dos fallas pueden distinguirse entre si, si y solo si una de ellas afecta al menos un instrumento diferente de los alterados por la otra perturbación o si no afectan instrumentos comunes. Esto puede representarse por medio de la matriz de conectividad.

Considere dos columnas de la matriz de conectividad falla-sensor. Si las dos fallas son observables, se requiere que estas perturbaciones no se conecten por el mismo conjunto de sensores. Para garantizar que al menos un elemento de las dos columnas de *B* sea diferente, se plantea la siguiente condición:

$$\sum_{i \in M_1} \left[b_j(q) \otimes b_p(q) \right]_i \le Max \left\{ \sum_{i \in M_1} \left[b_j(q) \right]_i, \sum_{i \in M_1} \left[b_p(q) \right]_i \right\} - 1$$
 (8)

En la matriz mostrada en (4), las fallas F_1 y F_4 , son observables y distinguibles para cierto conjunto de sensores. En forma general, $\sum_{i \in M_1} \left[b_1(q) \otimes b_4(q) \right]_i = q^{\frac{2}{2}}$ y

$$\mathit{Max} \bigg\{ \sum_{i \in M_1} \bigl[b_1 \left(q \right) \bigr]_i \;,\; \sum_{i \in M_1} \bigl[b_4 \left(q \right) \bigr]_i \bigg\} = \mathit{Max} \big\{ q_1 + q_2 \;,\, q_2 + q_3 \big\}.$$
 Considere las siguientes situaciones:

Si q_1 =0 y q_3 =0, no se cumple la desigualdad (8) y las fallas no pueden distinguirse Si q_2 =0, q_1 =1, y q_3 =1, se cumple la desigualdad y las fallas son distinguibles Si q_1 = q_2 = q_3 =1. También se cumple la desigualdad y las perturbaciones se pueden distinguir.

Ahora, considere las fallas F_1 y F_2 . Estas perturbaciones afectan los mismos instrumentos y por lo tanto las fallas son indistinguibles sin importar que combinación de sensores se tenga.

Finalmente el modelo de costo óptimo para diseño de instrumentación sujeto a observabilidad y resolución de una falla se plantea como

$$P2 = Min \sum_{i \in M_{1}} c_{i}q_{i}$$

$$s.t$$

$$\sum_{i \in M_{1}} b_{k}(q_{i}) \ge 1 \quad \forall k \in M_{O}$$

$$\sum_{i \in M_{1}} \left[b_{j}(q) \otimes b_{p}(q)\right]_{i} \le Max \left\{\sum_{i \in M_{1}} \left[b_{j}(q)\right]_{i}, \sum_{i \in M_{1}} \left[b_{p}(q)\right]_{i}\right\} - 1$$

$$\forall j, p \in M_{S}; j \ne p$$

$$q_{i} \in \{0,1\}$$

$$(9)$$

Donde M_O es el conjunto de fallas que se requieren observar y M_s es el conjunto de fallas que se requieren observar y resolver. Puede darse el caso en que M_s sea un subconjunto de M_O .

Considere ahora el caso de ocurrencia de múltiples fallas simultáneamente y del requerimiento de poder solucionarlas. Dado que múltiples fallas pueden afectar los mismos instrumentos que las fallas individuales, el procedimiento de diseño debe

tener la capacidad de distinguir las dos fallas simultáneas entre sí y además diferenciarlas de las fallas individuales.

Si dos perturbaciones ocurren al mismo tiempo, afectan los instrumentos dados por la suma booleana de las correspondientes columnas de B:

$$d_{jk}(q) = \left[a_j \oplus a_k \right] \otimes q \tag{10}$$

Según lo anterior, se define la matriz de conectividad falla doble-sensor (D(q)) en el que las columnas son combinaciones de dos fallas $d_{jk}(q)$ previamente preestablecidas. La resolución de estas fallas con respecto a las otras (múltiples e individuales) se obtiene por medio de una expresión similar a (8):

$$\sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q) \otimes d_{pr}(q) \right]_{i} \leq Max \left\{ \sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q) \right]_{i}, \sum_{i \in M_{1}} \left[d_{pr}(q) \right]_{i} \right\} - 1 \quad \forall j, k, p, r \in M_{S2}$$
(11)

Donde (j,k) y (p,r) pertenecen a M_{S2} , el conjunto de todas las combinaciones de dos fallas que requieren resolverse. Además $j \neq k \neq p \neq r$. Del mismo modo, pueden distinguirse fallas dobles de perturbaciones individuales por medio de:

$$\sum_{i \in M_1} \left[d_{jk}(q) \otimes b_p(q) \right]_i \leq Max \left\{ \sum_{i \in M_1} \left[d_{jk}(q) \right]_i, \sum_{i \in M_1} \left[b_p(q) \right]_i \right\} - 1 \qquad \forall j, k \in M_{S2}, \forall p \in M_S$$

$$\tag{13}$$

Donde $j \neq k \neq p$.

El modelo final para observabilidad, resolución de perturbaciones individuales y fallas dobles es planteado como:

$$P3 = Min \sum_{i \in M_{1}} c_{i}q_{i}$$

$$s.t$$

$$\sum_{i \in M_{1}} b_{k}(q_{i}) \geq 1 \quad \forall k \in M_{0}$$

$$\sum_{i \in M_{1}} \left[b_{j}(q) \otimes b_{p}(q)\right]_{i} \leq Max \left\{\sum_{i \in M_{1}} \left[b_{j}(q)\right]_{i}, \sum_{i \in M_{1}} \left[b_{p}(q)\right]_{i}\right\} - 1$$

$$\forall j, p \in M_{S}; j \neq p$$

$$\sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q) \otimes d_{pr}(q)\right]_{i} \leq Max \left\{\sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q)\right]_{i}, \sum_{i \in M_{1}} \left[d_{pr}(q)\right]_{i}\right\} - 1$$

$$\forall j, k, p, r \in M_{S2}$$

$$\sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q) \otimes b_{p}(q)\right]_{i} \leq Max \left\{\sum_{i \in M_{1}} \left[d_{jk}(q)\right]_{i}, \sum_{i \in M_{1}} \left[b_{p}(q)\right]_{i}\right\} - 1$$

$$\forall j, k \in M_{S2}, \forall p \in M_{S}$$

$$q_{i} \in \{0,1\}$$

$$(14)$$

Al problema planteado en 14, es posible agregarle restricciones para monitoreo del proceso (precisión, precisión residual, detectabilidad del error, etc.). De este modo se diseña instrumentación para monitorear y detectar fallas de manera simultánea.

6. RESULTADOS

El algoritmo se probó con tres problemas de literatura: diseño, retrofit y detección de fallas. Computadores utilizados:

C1: Pentium II PC, 266 MHz, 32 MB RAM

C2: Pentium III PC, 1.2 GHz, 1 GB RAM

C3: AMD Athlon XP 1800, 1.5 GHz, 248 MB RAM

Referencias bibliográficas:

R1: BAGAJEWICZ, M. Design and Retrofit of Sensor Networks in Process Plants.

En: AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2300 - 2306, 1997.

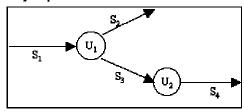
R2: BAGAJEWICZ, M., CABRERA, E. New MILP formulation for instrumentation network design and upgrade. En: AIChE Journal., Vol. 48, No. 10, p. 2271 – 2282, 2002.

R3: BAGAJEWICZ, M., FUXMAN, A and URIBE, A. Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. Artículo aceptado para publicación en AIChE Journal. 2004.

6.1. PROBLEMA DE DISEÑO

Considere el diagrama de flujo mostrado en la figura 19. Los flujos másicos para las corrientes S_1 , S_2 , S_3 y S_4 están dados por F = (151.1, 52.3, 97.8, 97.8). Se tiene medidores de flujo de 3%, 2% y 1% de precisión a costos de 800, 1500 y 2500 respectivamente, sin importar el tamaño.

Figura 19. Diagrama de flujo ejemplos 1-9.



Fuente: Bagajewicz, M. AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2302, 1997.

Ejemplo 1: Precisión

Se requiere precisión para las variables S_1 y S_4 con $\sigma_1^*=1.5\%$ y $\sigma_4^*=2.0\%$. No se permite redundancia de hardware. Los resultados se ilustran en la tabla y son iguales a los obtenidos por R1 y R2. El tiempo de ejecución fue de 0.5 segundos en C3. El tiempo según R2 en la máquina C2 fue de menos de un segundo, igual desempeño se obtuvo en C1.

Tabla 3. Resultados ejemplo 1.

	$\overline{F_1}$	F ₂	F ₃	F ₄	Costo
Sol. A		2%	2%		3000
Sol. B		2%		2%	3000

Ejemplo 2: Efecto de la redundancia espacial

Considere la red del ejemplo 1 con los mismos flujos másicos y restricciones de precisión. Si se requiere al menos redundancia de software de grado 1, los resultados son iguales a los obtenidos por R1 y se muestran en la tabla 4. El tiempo de ejecución del algoritmo fue de 0.55 s en C3, igual desempeño se obtuvo en C1.

Tabla 4. Resultados ejemplo 2

	$\overline{F_1}$	F ₂	F ₃	F ₄	Costo
Sol. A	3%	3%	2%		3100
Sol. B	3%	3%		2%	3100

Ejemplo 3: Efecto de la redundancia de hardware

Considere la red del ejemplo 1 con los mismos flujos y restricciones de precisión. Si se permite redundancia de hardware de orden dos, las soluciones óptimas son las mismas a las mostradas en la tabla 3. El tiempo de ejecución fue de 1.04 s en C3, igual desempeño se obtuvo en C1.

Ejemplo 4: Efecto del cambio en el costo de la instrumentación

Considere la red del ejemplo 1 con los mismos flujos y restricciones de precisión. Si los costos de los sensores de 3% de precision son modificados a 700 en lugar de 800, las soluciones óptimas sin redundancia de hardware son $x_{m1} = \{3\%, 3\%, --, 2\%\}$ y $x_{m2} = \{3\%, 3\%, 2\%, --\}$ con un costo total de $C_T = 2900$. El tiempo de ejecución fue de 0.55 s en C3.

Ejemplo 5: Efecto de la precisión residual

En el ejemplo 1, se encontraron dos redes con costo de C_T = 3000 que cumplen los requerimientos de precisión. Considere ahora dos restricciones de precision residual de orden uno (k=1): ψ_1^* = 2% y ψ_4^* = 3%. En este caso, la solución óptima es x_m = {2%,3%,3%,3%}, C_T = 3900. El tiempo de ejecución fue 0.60 s en C3. Si la precisión residual es requerida al mismo valor de las restricciones de precisión, las soluciones óptimas tienen un costo C_T = 5500: x_{m1} = {1%,2%,2%,---} y x_{m2} = {1%,2%,---,2%}. El tiempo de ejecución fue 0.50 en C3.

Ejemplo 6: Efecto de la precisión residual con redundancia de hardware

Para el diagrama de flujo de la figura 18, considere medidores de flujo de 3% y 2% de precisión a costos de 700 y 1500 respectivamente. La precisión es requerida para las variables S_1 y S_4 con $\sigma_1^*=1.5\%$ y $\sigma_4^*=2.0\%$. Se permite redundancia de hardware de segundo grado. Las restricciones de precisión residual de orden uno (k)

= 1) son: $\psi_1^* = 2\%$ y $\psi_4^* = 3\%$. Las soluciones óptimas tienen un costo de $C_T = 3500$ y se muestran en la tabla 5. El tiempo de ejecución fue 2.7 s en C3.

Tabla 5. Resultados ejemplo 6

	F	:1	F	2	F	:3	F	4	Costo
	3%	2%	3%	2%	3%	2%	3%	2%	
Sol. A	1		2		1		1		3500
Sol. B	1		2		2				3500
Sol. C	1		2				2		3500

La solución C es la misma obtenida según R2. En este caso CPLEX exploró 3 nodos de un total de 2^{20} posibles e hizo 27279 iteraciones del LP. El tiempo de ejecución fue de aproximadamente 5 m en C2. Las soluciones A y B no se encuentran en literatura

Ejemplo 7: Efecto de la detectabilidad del error

Considere agregar restricciones de detectabilidad del error para todas las medidas del ejemplo 1 con $n_i^D=4$ y $\gamma=50\%$. El óptimo global en este caso es $x_m=\{1\%,3\%,2\%,2\%,2\%\}$, con un costo total $C_T=6300$. El tiempo de ejecución fue de 0.55 s en C3.

Ejemplo 8: Efecto de la detectabilidad del error y la precisión residual

Considere agregar detectabilidad del error de $n_i^D=3.9\,$ y $\gamma=50\%$ al ejemplo de precisión residual ($\psi_1^*=1.5\%\,$ y $\psi_4^*=3\%$). El óptimo global en este caso es $x_m=\{1\%,3\%,2\%,2\%,2\%\}$, con un costo total de $C_T=6300.$ El tiempo de ejecución fue 0.6 s en C3. Si la detectabilidad del error de $n_i^D=3.4\,$ para todas las medidas es requerida, la solución es $x_m=\{1\%,3\%,1\%,1\%\}$, con un costo total de $C_T=8300.$ El tiempo de ejecución fue de 0.6 s en C3.

Ejemplo 9: Efecto de la detectabilidad del error, flexibilidad del error y precisión residual

Considere ahora agregar flexibilidad del error al problema de detectabilidad del error y precisión residual ($\psi_1^*=1.5\%$ y $\psi_4^*=3\%$): Si la detectabilidad del error es requerida a un nivel de $n_i^D=3.4$ ($\gamma=50\%$) para todas las medidas, y la flexibilidad del error es requerida a un nivel de $n_i^R=3.0$ para todos los flujos másicos, entonces la solución es de nuevo $x_m=\left\{1\%,3\%,1\%,1\%\right\}$, con un costo total de $C_T=8300$. El tiempo de ejecución fue de 0.6 s en C3.

6.2. PROBLEMA DE RETROFIT

Considere el diagrama de flujo propuesto por Madron y Veverka (1992) mostrado en la figura 20. Se tiene instrumentación instalada para las variables 10 – 24 con dispositivos de 2.5% de precisión. Los costos de la instrumentación a agregar se muestran en la tabla 6, cada dispositivo tiene una precisión de 2.5%. Los flujos másicos se indican en la tabla 7.

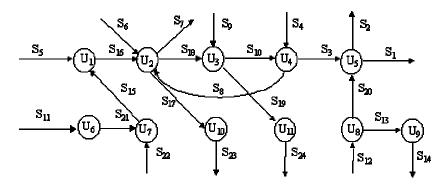


Figura 20. Diagrama de flujo ejemplos 10 - 16

Fuente: Bagajewicz, M. AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2305, 1997.

Tabla 6. Costo de instrumentación ejemplos 10 - 16.

Corriente	F ₁	F_2	F ₃	F ₄	F ₅	F_6	F ₇	F ₈	F ₉
Costo	19	17	13	12	25	10	7	6	5

Fuente: Bagajewicz, M. AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2305, 1997.

Tabla 7. Flujos másicos ejemplos 10 - 16.

Corriente	Flujo	Corriente	Flujo	Corriente	Flujo
S ₁	140	S ₉	10	S ₁₇	5
S_2	20	S ₁₀	100	S ₁₈	135
S ₃	130	S ₁₁	80	S ₁₉	45
S_4	40	S ₁₂	40	S_{20}	30
S_5	10	S ₁₃	10	S_{21}	80
S_6	45	S ₁₄	10	S_{22}	10
S_7	15	S ₁₅	90	S_{23}	5
S_8	10	S ₁₆	100	S_{24}	45

Fuente: Bagajewicz, M. AlChE Journal., Vol. 43, No. 9, p. 2305, 1997.

Ejemplo 10: Precisión

El problema propuesto inicialmente por los autores consistía en agregar la instrumentación necesaria para hacer las variables S_1 - S_5 observables. Si los requerimientos de precisión son suficientemente relajados (por ejemplo $\sigma_i^* \leq 30\% \forall i=1,...,5$) se obtiene la misma solución encontrada en literatura: $x_m = \{S_2, S_4, S_8\}$ con un costo $C_T = 35$. El tiempo de cómputo fue de 3.18 s en C3. Esta red tiene una precisión de 27.78% en la corriente 5. Dado que este valor es demasiado alto, se modificaron los requerimientos de precisión $\sigma_1^* = \sigma_5^* \leq 2.5\%$. El algoritmo encontró la red $x_m = \{S_2, S_4, S_5, S_8\}$ con un costo $C_T = 60$, la misma respuesta obtenida por R1, consumiendo 3.13 s de tiempo de cómputo en C3.

Ejemplo 11: Redundancia de hardware

Considere el diagrama de flujo de la figura 20 con los mismos flujos y costos del ejemplo 10. Se requiere precisión de al menos 2% para los flujos másicos 1-5, y como máximo dos dispositivos de medida pueden monitorear una variable (redundancia de hardware de orden dos). La solución optima ($Sol\ A$) tiene un costo total C_T = 119 y consiste en ubicar dos instrumentos en las variables S_2 , S_4 y S_5 , y uno en S_8 . El tiempo de ejecución fue 44.07 m en C_3 .

La solución obtenida por R2 tiene un costo total de C_T = 168 con dispositivos de medida localizados en todas las corrientes y un instrumento adicional para las corrientes S_2 , S_4 y S_5 . El tiempo de ejecución fue 17 m en la máquina C2. En este caso *CPLEX* exploró 92 nodos de un total de 2^{27} posibles e hizo 77801 iteraciones del *LP*. Esta solución es factible pero es más costosa que la *Sol A*. Además la *Sol A* tiene 7 instrumentos comparado con los 12 de la solución de literatura.

Ejemplo 12: Efecto de la precisión residual

Considere el ejemplo 10 con los mismos parámetros y requerimientos. Allí se encontró como solución $x_m = \{S_2, S_4, S_8\}$ con un costo total $C_T = 35$. Requiriendo observabilidad en las corrientes S_1 - S_5 , con precisión residual de orden uno y un valor umbral de 30% $\left(\psi_i^* \le 30\%, i=1,...,5\right)$, la solución óptima ($Sol\ A$) es $x_m = \{S_1, S_2, S_4, S_8\}$ con un costo $C_T = 54$. El tiempo de ejecución fue 2.37 s en C_3 .

La solución obtenida por R2 fue $x_m = \{S_1, S_2, S_4, S_5, S_8\}$ con un costo de $C_T = 79$. El tiempo de ejecución en C2 fue de 8 m. En este caso *CPLEX* exploró 8 nodos de un total de 2^9 posibles e hizo 27279 iteraciones del *LP*. Esta solución es factible pero es más costosa que la *Sol A*.

Ejemplo 13: Efecto de la detectabilidad del error

Considere el ejemplo 10 con los mismos parámetros y requerimientos. Cuando la detectabilidad del error para las corrientes S_1 y S_3 (flujos más grandes) es requerida con $n_i^D=4$ y $\gamma=50\%$, la solución óptima ($Sol\ A$) es $x_m=\left\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_8\right\}$ con un costo $C_T=67$. El tiempo de cómputo fue 0.93 s en C_3 .

La solución obtenida en R2 es $x_m = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_8\}$ con un costo $C_T = 92$. El tiempo de ejecución en C2 fue 8 s. En este caso *CPLEX* exploró un nodo de un total de 2^9 posibles e hizo 459 iteraciones del *LP*. Esta solución es factible pero es más costosa que *Sol A*.

Ejemplo 14: Efecto de la detectabilidad del error y redundancia de hardware

Considere el diagrama de flujo de la figura 20 con los mismos flujos y requerimientos del ejemplo 10. Como en el ejemplo 11, se requiere precision de al menos 2% para los flujos másicos 1 – 5, y como máximo dos dispositivos de medida pueden monitorear una variable. Se requiere detectabilidad del error para las corrientes S_1 y S_3 (flujos másicos más grandes) con $n_i^D=4$ y $\gamma=50\%$. La solución optima ($Sol\ A$) tiene un costo total de $C_T=146$ y consiste en ubicar dos instrumentos para monitorear los flujos S_2 , S_4 y S_5 , y un sensor en S_1 , S_3 y S_8 . El tiempo de ejecución fue 79.58 m en C_3 .

La solución obtenida por R2 tiene un costo C_T = 168 con instrumentos ubicados en todas las corrientes y un dispositivo adicional para los flujos S_2 , S_4 y S_5 . El tiempo de cómputo en C2 fue 4 min. En este caso *CPLEX* exploró 47 nodos de un total de 2^{27} posibles e hizo 77801 iteraciones del *LP*. Esta solución es factible pero es más costosa que *Sol A* y además ubica tres instrumentos adicionales.

Ejemplo 15: Efecto de la flexibilidad del error

Considere el diagrama de flujo de la figura 20. Este ejemplo incluye todas las restricciones (precisión, precisión residual, detectabilidad del error y flexibilidad del error). Los requerimientos de precisión y precisión residual son los mismos del ejemplo $12, \sigma_1^* = 1.5\%, \sigma_4^* = 2.5\%$ y $\left(\psi_i^* \le 100\%, i = 1,...,5\right)$; se requiere detectabilidad del error para las corrientes uno y tres, con $n_i^D = 5.0$ y $\gamma = 50\%$, y flexibilidad del error requerida a un valor de tres veces la desviación estándar para las corrientes uno y tres. La solución óptima ($Sol\ A$) es $x_m = \left\{S_1, S_2, S_3, S_4, S_8, S_9\right\}$ con un costo $C_T = 72$. El tiempo de cómputo fue 2.8 s en C3.

La solución obtenida por R2 fue $x_m = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ con un costo $C_T = 86$. El tiempo de cómputo en C2 fue aproximadamente 15 min. En este caso *CPLEX* exploró 10 nodos de un total de 2^9 posibles e hizo 38557 iteraciones del *LP*. Esta solución es factible pero es más costosa que *Sol A*. En este ejemplo *Sol A* tiene dos instrumentos de más con respecto a la solución de literatura.

Eiemplo 16: Efecto de la flexibilidad del error con redundancia de hardware

Considere el ejemplo 14 pero ahora agregamos restricciones de flexibilidad del error. Como en el ejemplo 15, la flexibilidad del error es requerida a un valor de tres veces la desviación estándar para las corrientes uno y tres. En este caso, la solución óptima es igual al resultado del ejemplo 14. El tiempo de ejecución en C3 fue de 79.58 m.

La solución obtenida por R2 tiene un costo C_T = 200 con instrumentos ubicados en todas las corrientes y un dispositivo adicional localizado en los flujos S_1 - S_5 . El tiempo de ejecución en C2 fue ligeramente superior a las dos horas. En este caso *CPLEX* exploró 270 nodos de un total de 2^{27} posibles e hizo 1004488 iteraciones del LP. Esta solución es más costosa que *Sol A* y requiere más instrumentación.

6.3. PROBLEMA DE DETECCION DE FALLAS

El ejemplo fue tomado de Bhushan *et al.* (2000), el diagrama de flujo se muestra en la figura 21. Primero, se resolvió por separado el problema para detección/resolución de fallas y precisión. Si se superponen las soluciones de cada caso, se obtienen redes factibles. Luego, se planteó el modelo con todas las restricciones y se comprobó que por simple superposición de las soluciones encontradas resolviendo el problema por separado, se encuentran redes sub óptimas.

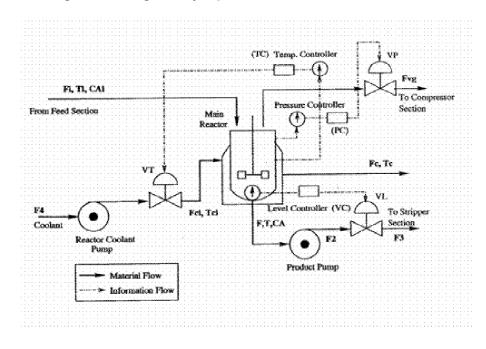


Figura 21. Diagrama ejemplos detección de fallas

Fuente: Bushan, M., Resgaswamy, R. and Raghuraj, R. Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 39, p. 1011, 2000.

6.3.1. Modelo Matemático. En el CSTR propuesto por los autores se da la reacción exotérmica en fase líquida: $A_{(l)} \rightarrow B_{(l)} + C_{(g)}$. La temperatura del reactor se controla manipulando el flujo de agua de enfriamiento a través de la chaqueta. El nivel se controla manipulando el flujo de salida del reactor. La presión del reactor se controla manipulando el flujo de vapor que sale del reactor. La chaqueta y el reactor

son modelados asumiendo condiciones de mezcla perfecta. Las ecuaciones del modelo son:

Balance de masa global

$$F_i - F = \frac{dV}{dt} \tag{1}$$

Balance por componente (C_A) :

$$\frac{F_i}{V} \cdot (C_{Ai} - C_A) - r_A = \frac{dC_A}{dt} \tag{2}$$

Balance de energía en el reactor (Asumiendo constantes capacidades caloríficas)

$$\frac{F_i}{V}(T_i - T) + \frac{r_A(-\Delta H)}{\rho C_p} - \frac{UA(T - T_c)}{V\rho C_p} = \frac{dT}{dt}$$
(3)

Balance de energía en la chaqueta

$$\frac{F_c}{V_i}(T_{ci} - T_c) + \frac{UA(T - T_c)}{V_i \rho_i C_{pi}} = \frac{dT_c}{dt}$$

$$\tag{4}$$

Balance fase vapor

$$r_{A}V - F_{vg} = \frac{dn}{dt} \tag{5}$$

Velocidad de la reacción

$$r_A = C_d C_A k_0 e^{-E/RT} \tag{6}$$

Balances de masa en bombas y válvulas (asumiendo que no hay acumulación)

$$F_3 - F_2 = 0
F_2 - F = 0
F_4 - F_c = 0$$
(7)

Asumiendo comportamiento ideal, la presión dentro del reactor es

$$PV_g = nRT (8)$$

Donde V_{g} es el espacio ocupado por el vapor y se asume constante. Además también son constantes $V,\ U,\ A,\ C_{d}$

En la tabla 8 se indican los valores de los parámetros y valores de estado estable de las variables.

Tabla 8. Valores de E.E. para las variables y constantes. Ejemplo CSTR.

Notación	Variable	Valor					
V	Volumen del reactor	48 ft ³					
C_A	Conc. de reactivo en el reactor	0.2345 lb·mol of A/ft ³					
T	Temperatura del reactor	600 °R					
F	Flujo de salida	40 ft ³ /h					
Ν	Número de moles de vapor	28.3657 lb·mol					
P	Presión	2116.79lb/ft ²					
$oldsymbol{ extit{F}_{vg}}$	Flujo de vapor	10.6137 lb⋅mol/h					
F_i	Flujo de entrada al reactor	40 ft ³ /h					
C_{Ai}	Conc. inicial del reactivo	0.5 lb⋅mol of A/ft ³					
T_c	Temperatura de la chaqueta	590.51 °R					
F_c	Flujo de enfriamiento	56.626 ft ³ /h					
T_i	Temp. de entrada del alimento	530 °R					
V_{j}	Volumen de la chaqueta	3.85 ft ³					
k _o	Factor de frecuencia	$7.08 \times 10^{10} \ h^{-1}$					
C_d	Actividad del catalizador	1					
E	Energía de activación	29900 btu/lb·mol					
R	Const. universal de los gases	1.99 btu/lb⋅mol °R					
U	Coef. de transferencia de calor	150 btu/h ft ² °R					
Α	Area de transferencia de calor	150 ft ²					
\mathcal{T}_{ci}	Temp. de entrada del fluido de enfriamiento	530 °R					
ΔH	Calor de reacción	-30 000 btu/lb·mol					
$C_{ ho}$	Cap. calorífica (fl. de proceso)	0.75 btu/lb _m °R					
C_{pj}	Cap. calorífica (fl. de enfriam.)	1 btu/lb _m °R					
ρ	Dens. mezcla de proceso	50 lb _m /ft ³					
$ ho_{j}$	Dens. Fluido de enfriamiento	62.3 lb _m /ft ³					
V_g	Vo. del espacio ocupado por el vapor	16 ft ³					

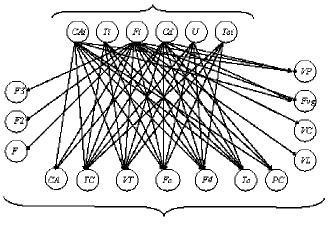
Fuente: Bushan, M., Resgaswamy, R. and Raghuraj, R. Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 39, $\,$ p. 1016, 2000.

El modelo linealizado se convierte en

F_i	$C_{\!\scriptscriptstyle Ai}$	$C_{\!\scriptscriptstyle A}$	T	T_{i}	T_{c}	F_{c}	T_{ci}	F_{vg}	F	F_2	F_3	F_4
-5.312E-3	-0.8333	1.7763	9.228TE-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.4583	0	-75440	5.9503	-0.8333	-12.5	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-93.8067	0	1085147	15.7169	-14.708	0	0	0	0	0
0	0	-45.2612	-0.443	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1

6.3.2. Análisis de fallas. Siguiendo la metodología propuesta por los autores, se identificaron los instrumentos afectados por cada perturbación. El diagrama DG (figura 22) se genera por medio de las ecuaciones 1 - 8. Los nodos C_{Ai} , F_i , T_i , T_{ci} C_d y U corresponden a las perturbaciones del proceso (fallas que no pertenecen al lazo de control). Además, PfS, TfS y VfS corresponden a fallas del instrumento y VfP, VfT y VfL a fallas en la válvula de control. En la tabla 9 se muestra una representación equivalente del DG.

Figura 22. Diagrama DG ejemplo CSTR.



Sensor nodes

Tabla 9. Fallas del proceso. Ejemplo CSTR.

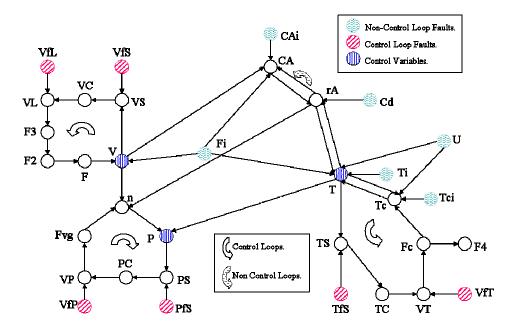
	C_{Ai}	F_i	T_i	T_{ci}	C_d	U
C _A T _c F _c Fvg F	X	X			X	
T_c	X	X	X		X	X
F_c	X	X	X	X	X	X
Fvg	X	X			X	
F		X				
F2		X				
F3		X				
F4	X	X	X	X	X	X
TC	X	X	X	X	X	X
VT	X	X	X	X	X	X
N						
PC	X	X			X	
VP	X	X			X	
VC		X				
VL		X				

La tabla 10 muestra los nodos afectados por perturbaciones en el lazo de control (fallas en la válvula) asociado con cambios en C_{Ai} , F_i , T_i , T_{ci} C_d y U. En el análisis se han omitido las fallas del instrumento. Para el caso de resolución de una sola falla, se consideran las fallas mostradas en la tabla 9. Para resolución de fallas dobles se consideraron los nodos mostrados en la tabla 10. El DG completo para el proceso se indica en la figura 23.

Tabla 10. Fallas del lazo de control (válvula). Ejemplo CSTR.

	CA _i - VfL	CA _i - VfP	CA _i - VfT	T _i - VfL	T _i - VfP	$T_i - VfT$	F _i - VfL	F _i - VfP	F _i - VfT	T _{ci} - VfL	T _{ci} - VfP	T _{ci} - VfT	Cd - VfL	Cd - VfP	Cd - VfT	U – VfL	U – VfP	U – VfT
C_A	X	X	X			X	X	X	X			X	X	X	X			X
T_c	X	X	X		X	X	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X
F_c	X	X		X	X		X	X		X	X		X	X		X	X	
Fvg	X	X	X			X	X	X	X			X	X	X	X			X
F								X	X									
F2								X	X									
F3								X	X									
F4	X	X		X	X		X	X		X	X		X	X		X	X	
TC	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
VT	X	X		X	X		X	X		X	X		X	X		X	X	
N		X	X			X		X	X			X	X	X	X			X
PC	X	X	X			X	X	X	X			X	X	X	X			X
VP	X		X			X	X		X			X	X		X			X
VC							X	X	X									
VL								X	X									
TS			X			X			X			X			X			X
PS		X						X			X			X				
VS	, and the second second	·	, and the second second	, in the second		, and the second second	X	·	·	Ť	, and the second second	·	Ť	, and the second second	·	, and the second second	·	·

Figura 23. DG completo. Ejemplo CSTR.



6.3.3. Resultados. El modelo de optimización se planteó primero para minimizar el número de instrumentos. Para ello, se asumió igual costo para todos los sensores. Los dispositivos *TS*, *PS* y *VS* son instalados para control y también se pueden usar para detección de fallas, para efecto del problema tienen un costo cero. Cuando se requiere observabilidad y resolución de fallas individuales y dobles pero no precisión, los resultados se muestran en la tabla 11, caso 1. La equis indica que la variable es monitoreada. La tabla 11 también muestra que se obtienen varias redes diferentes con el mismo costo para todas las medidas. Las cuatro soluciones son diferentes a la obtenida por Bhushan *et al.* (2000), que también se muestra en la tabla 11. Luego se planteó el modelo modificando los costos (caso 2), se penalizó el costo de monitorear la concentración por un valor demasiado elevado con respecto al de los otros instrumentos, el monitoreo de *N* (número de moles en fase gaseosa) que es un valor no medible se prohibió, finalmente, se asignaron costos elevados a el uso de controladores y válvulas para detectar fallas

Tabla 11. Resultados mínimo num, de instrumentos

				Caso	o 1		Cas	so 2
Nodo	Costo	а		q ativa	as	Bushan et al.(2000)	Costo	q
CA	100	Х				Χ	100	
TS	0	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	0	X
TC	100						100	
VT	100						100	
Fc	100	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	1	Χ
F4	100						1	
Tc	100	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	1	Χ
Ν	100						-	
PS	0	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	0	X
PC	100			Χ		Χ	100	
VP	100				Χ		100	
Fvg	100		Χ				1	Χ
VŠ	0	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	0	X
VC	100						100	
VL	100						100	
F3	100						1	
F2	100						1	
F	100	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	1	X
Núm. de Sensores			•	7		8		7

Con respecto a los resultados, se consideran las siguientes observaciones:

- Para este pequeño ejemplo, se encontraron cuatro soluciones alternativas con mínimo número de instrumentación (siete en total).
- Algunos nodos son esenciales y forman parte de todas las soluciones, sin importar el costo asignado para monitorear las variables. Este es el caso de T_c , F_c y F. En el trabajo de Bushan *et al.* (2000), el nodo F_c es donde se ubica el instrumento para observar todas las fallas (excepto las fallas del lazo de control) bajo suposición de una sola falla a la vez. Para observar dos fallas simultáneas (lazo de control proceso, proceso proceso), se selecciona el nodo T_c . Finalmente, F es el nodo donde debe ubicarse el instrumento para resolución de la ocurrencia de fallas dobles e individuales simultáneamente.

- Aquellas fallas que afecten el mismo conjunto de instrumentos son indistinguibles

Ahora, se plantea el problema para requerir precisión a las variables de interés (σ_{CA} =2 %, σ_{T} =1% y σ_{F} = 2%). Para cada variable candidata a monitorear (F_{i} , C_{Ai} , C_{A} , T, T_{i} , T_{c} , F_{c} , T_{ci} , F_{vg} , F, F_{2} , F_{3} , F_{4}) hay disponibles sensores de σ =1% a un costo de 100. Se Considera también, que los nodos no considerados en el problema de monitoreo tienen un costo de 100). Las redes óptimas obtenidas para este problema se muestran en la tabla 11. Si se requieren valores más altos de precisión (σ_{CA} = σ_{T} = σ_{F} = 0.95%) los resultados se indican en la tabla 13.

Tabla 12. Resultados Baja Precisión

	D	ens pa ete le fa (A	ra ccid alla	ón			Se	nsc	ores	s pa (E		pre	ecis	ión			Sensores para (A) y (B)	Precisión después de recon de datos (A) y (B)
Fi					Х	Х	Х											1%
C_{Ai}					Χ			Χ	Χ	Χ								13.33%
$\overset{\cdot}{C_{Ai}}$	Χ				Χ	Χ	Χ	Χ	Х	Χ	Χ	Χ	Х	Χ	Χ	Χ	X	1%
TS	Χ	Χ	Χ	Χ		Χ					Χ	Χ	Χ				X	1%
T_i																		18.56%
T_c	Χ	Χ	Χ	Χ													X	1%
F_c	Χ	Х	Х	Х													X	1%
Tci																		10.94%
Fvg		Х					Х							Х	Х	Χ		25.05%
F	Χ	Χ	Χ	Χ				Χ			Χ			Х			Χ	1%
F2									Х			Х			Χ			1%
F3										Х			Х			Χ		1%
F4																		1%
TC																		
VT																		
Ν																		
PS	Х	Х	Х	Х													X	
VS	Х	Х	Х	Х													Χ	
PC			Х															
VP																		
VC																		
VL																		

Según los resultados para el primer caso de la tabla 12, mientras siete instrumentos son suficientes para detección de fallas, el mismo número de sensores es necesario para detección de fallas y estimación de parámetros, la diferencia está en que los dispositivos de medida son diferentes en cada caso. También se observa que superponer las soluciones de cada caso nos lleva a redes que tienen un mínimo de siete y un máximo de diez instrumentos. La Tabla 13 ilustra que esta relación entre las soluciones de cada problema por separado no siempre reduce el número de instrumentos. Para este caso se requieren 9 instrumentos para detectar fallas y estimar parámetros, mientras que, si se superponen las soluciones se obtienen redes con 10 y 11 instrumentos como mínimo y máximo respectivamente.

Tabla 13. Resultados alta precisión.

	d	eter eter de fa	ccić	'n	Pred	sores cisión B)	Sensores (A) y (B)	Precisión después de reconciliación (A) / (A) y (B)
Fi			,					0.923%, 0.923% / 0.923%
C_{Ai}					Х	Χ	X	0.658%, 0.658%/ 0.658%
C_A	Х				Х	Χ	X	0.935%, 0.935%/ 0.935%
TS	Х	Χ	Χ	Х			X	0.095%, 0.134%/ 0.056 %
T_i								-, -/ 16.729%
T_c	Х	Χ	Χ	Χ			Χ	-, - / 1%
F_c	Х	Χ	Χ	Χ			Χ	-, - / 1%
Tci								-, -/ 8.23%
Fvg		Χ			Х	Х	Χ	0.917%, 0.917%/ 0.916%
F	Х	Χ	Χ	Χ			Χ	0.923%, 0.923%/ 0.923%
F2					Х			0.923%, 0.923%/ 0.923%
F3						Χ		0.923%, 0.923%/ 0.923%
F4								-, - / 1%
TC								
VT								
Ν								
PS	Х	Χ	Χ	Х			X	
VS	Х	Χ	Χ	Χ			X	
PC			Χ					
VP								
VC								
VL								

Finalmente, los tiempos de cómputo se indican en la tabla 14.

Tabla 14. Tiempo de cómputo ejemplo CSTR.

Problema		Tiempo de
		CPU [min]
Fallas	Caso 1	0.0193 ≅ 1.16 s
	Caso 2	$0.0925\cong 5.55~\text{s}$
Precisión	Baja Precisión	$0.0183\cong 1.1~\text{s}$
	Alta Precisión	$0.12\cong 0.72\;\text{s}$
Precision + Fallas	Baja Precisión	$0.12\cong 0.72\;\text{s}$
	Alta Precisión	21.78

7. EL NUEVO PARADIGMA

El sistema de monitoreo debe tener la habilidad de estimar parámetros con un cierto nivel de precisión, filtrar errores gruesos y detectar fallas de manera apropiada. El objetivo es diseñar la red de instrumentación a mínimo costo que cumpla con las características anteriores, para ello también se requiere cierto grado de redundancia analítica y/o de hardware.

Los inconvenientes en el campo práctico, son por ejemplo, definir: ¿qué tanta precisión se necesita? ¿Hasta que tamaño de desviaciones no detectadas puede tolerar el sistema de monitoreo? ¿Qué tanta redundancia es adecuada? ¿Es posible permitir que ciertas fallas no se detecten cuando la instrumentación falla, es decir hay perturbaciones que pueden tolerarse?

Una posible respuesta a las inquietudes anteriores, es relacionar el diseño de la instrumentación con la economía del proceso. En particular, se puede asociar la precisión con el riesgo financiero. En ese orden de ideas, puede expresarse el valor económico de la instrumentación y compararse con el costo de capital y de mantenimiento de los sensores. Este es un avance significativo que sienta las bases conceptuales para un nuevo paradigma en el diseño de sistemas de monitoreo, en el que no es necesario restricciones de precisión, robustez en el manejo de error grueso, confiabilidad y detección de fallas porque de alguna manera van inmersas en la medida económica del valor de la instrumentación. Quizá la única excepción sea la detección de fallas, que pueden ir desde fallas en la planta, pérdidas de vida humana y desastres ambientales. Sin embargo, esta restricción puede seguir manejándose como se ha venido haciendo.

Este nuevo modelo tiene asociadas otras barreras, como lo es explicar el rol de la incertidumbre en el diseño, en particular, lo relacionado con fallas en el instrumento, restricciones de mantenimiento y costos así como la confiabilidad. Debe plantear cómo manejar el riesgo financiero y cómo relacionarlo con otras medidas de riesgo.

Para ello, se puede extender el reciente desarrollo teórico sobre manejo de riesgo financiero (Barbaro y Bagajewicz, 2000) y aplicarlo al diseño de sistemas de monitoreo.

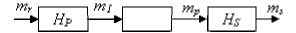
El primer aporte fue definir el diseño de la instrumentación con objetivos netamente económicos (Bagajewicz y Markowski, 2003; Bagajewicz, et al., 2004). Luego se estudió el impacto de las desviaciones no detectadas en la reconciliación de datos, definiendo el término exactitud de software -software accuracy (Bagajewicz, 2004), posteriormente se expresó el valor económico de la exactitud en el diseño de sistemas de monitoreo (Bagajewicz, 2004), es decir cómo calcular la pérdida financiera cuando el sistema de monitoreo tiene bias y son detectados (o no) usando reglas heurísticas así como software para reconciliación de datos con técnicas para detectar error grueso. Para esto, el autor usa procedimientos de eliminación serial para el manejo del error grueso y consideró la confiabilidad y disponibilidad del dato para el cálculo de la pérdida financiera.

Una de las dificultades del método de evaluación del riesgo financiero es que para calcularlo se requieren evaluaciones analíticas complejas, además cuando hay más de dos errores gruesos el cálculo no puede hacerse analíticamente. En este trabajo se propone una aproximación al modelo de optimización (Bagajewicz y Uribe, 2004).

7.1. VALOR ECONOMICO DE LA EXACTITUD EN SISTEMAS LINEALES

Una refinería típica consta de unidades de almacenamiento (tanques) que reciben el crudo, otras unidades lo procesan y finalmente lo almacenan. Esto puede resumirse en tres bloques como los mostrados en la figura 25.

Figura 24.Balance de masa en una refinería



En esta figura, H representa los contenidos ($hold\ ups$) y m los flujos másicos. Considere el siguiente escenario: a. Se compran las materias primas y se almacenan al comienzo del proceso, es decir m_r es diferente de cero solo para una pequeña fracción de tiempo antes del comienzo de la refinación. Además, este flujo se monitorea con muy buena exactitud. b. Las ventas del producto se hacen al final del periodo de procesamiento y también se estiman con una exactitud confiable. En otras palabras $H_s(T)$ se conoce pero solo en el tiempo T, no antes. c. Estado estable.

En ausencia de desviaciones, el valor esperado de $H_s(T)$ está relacionado con el valor real de m_p . Sin embargo, dado que este valor no se conoce, sino que se infiere por medio de la instrumentación, lo que se tiene entonces un valor estimado. Si se fija la meta de producción H_s^* para el período T, es decir $H_s^* = H_s(T)$. Por lo tanto si $m_p^* = \frac{H_s^*}{T}$, la probabilidad de no cumplir con la meta de producción según Bagajewicz y Markowski (2003) y Bagajewicz et al (2003) es $P\{H_s(T) \leq H_s^*\}$, que puede expresarse como $P\{m_p(t) \leq m_p^*\}$, es decir, es igual a la probabilidad de que el valor real m_p sea menor que el monitoreado. Si \hat{m}_p es el estimado del valor real de m_p y se considera que la producción se ajusta para cumplir con la meta propuesta,

basado en ese valor. En otras palabras, si $\hat{m}_p < m_p^*$, la producción se incrementa y en el caso contrario, si $\hat{m}_p > m_p^*$, la producción se disminuye. Los autores citados asumen que, cuando $\hat{m}_p > m_p^*$, es decir, el valor monitoreado indica que se ha cumplido la meta de producción, el operador no hace ninguna corrección a los setpoints. También argumentan que la probabilidad de que esto no sea cierto, es dada por la probabilidad condicional $P\{m_p \leq m_p^* | \hat{m}_p \geq m_p^*\}$, para lo cual derivaron la siguiente expresión:

$$P\{\hat{m}_{p} \geq m_{p}^{*} \mid m_{p} \leq m_{p}^{*}\} = \int_{-\infty}^{m_{p}^{*}} \left\{ \int_{m_{p}^{*}}^{\infty} g_{M}(\xi; m_{p}, \hat{\sigma}_{p}) d\xi \right\} g_{P}(m_{p}; m_{p}^{*}, \sigma_{p}) dm_{p}$$
 (1)

Donde la integral es calculada sobre todos los posibles valores de m_p por debajo de la meta de producción propuesta (basado en la suposición de que m_p es menor que ese valor). g_M es la función de distribución normal de los valores estimados de m_p (media m_p y desviación estándar $\hat{\sigma}_p$); g_P es la función de distribución normal de los valores reales de m_p (media m_p^* y desviación estándar σ_p).

Ahora cuando hay bias, inducido o no, puede no ser detectado, esto significa que tendrá un valor absoluto menor a $\hat{\delta}_{p,\max}^{i1,\dots,in_T}$, que es el máximo bias inducido (Bagajewicz y Rollins, 2004) que puede no detectarse por la prueba estadística MP cuando hay n_T errores gruesos. Este valor es función de la instrumentación existente. Si no hay redundancia, este valor es teóricamente infinito, pero en términos prácticos, cuando el bias alcanza un cierto valor $\delta_p^{\#}$, es evidente para el operador que hay una desviación y el instrumento debe calibrarse. Se asume también que, cuando un instrumento falla, lo hace según cierta función de probabilidad $f_i(t)$ (función del tiempo), y que además el tamaño del bias (θ) tiene también una cierta distribución $h_i(\theta; \overline{\delta}_i, \rho_i)$ con media $\overline{\delta}_i$ y varianza ρ_i^2 . Hay que tener en cuenta que dependiendo del valor de la medida en e rango del instrumento, la media puede ser diferente de cero. Por simplicidad, se asume que $\overline{\delta}_i = 0$.

También se asume que la función de distribución del tamaño del error es independiente del tiempo. Con estas consideraciones, lo que debe hacerse es integrar sobre todos los posibles valores del error grueso y multiplicarlo por la probabilidad de que el *bias* suceda. Se considera además que falla un solo instrumento a la vez, por la tanto la probabilidad de que el instrumento i falle y los otros no es dada por: $\Phi_i^1 = f_i(t) \prod_{s \neq i} [1 - f_s(t)]$. Finalmente, la probabilidad de que el

valor estimado sea mayor que el valor real, dado que hay un bias en la medida *i* es (Bagajewicz, 2004):

$$P\{\hat{m}_{p} \geq m_{p}^{*} | i\} = \Phi_{i}^{1} \int_{-\infty}^{\infty} P\{\hat{m}_{p} \geq m_{p}^{*} | \theta\} h_{i}(\theta; \overline{\delta}_{i}, \rho_{i}) d\theta$$
 (2)

Donde $P\{\hat{m}_p \geq m_p^* \big| i\}$ indica la probabilidad condicional en presencia de un error grueso en la variable i. Bagajewicz (2004) también consideró casos en los que fallan dos o más instrumentos a la vez. Finalmente el autor obtuvo una expresión generalizada:

$$P\{\hat{m}_{p} \geq m_{p}^{*} | i1,..,in_{b}\} = \Phi_{i1,...in_{b}}^{n_{T}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P\{\hat{m}_{p} \geq m_{p}^{*} | \theta_{1},...,\theta_{in_{b}}\} h_{i1}(\theta_{1}; \overline{\delta}_{i1}, \rho_{i1})...h_{in_{b}}(\theta_{in_{b}}; \overline{\delta}_{in_{b}}, \rho_{in_{b}}) d\theta_{1}...d\theta_{in_{b}}$$
(3)

Donde $P\{\hat{m}_p \geq m_p^* \middle| \theta_1,...,\theta_{in_b} \}$ es la probabilidad de que el estimado sea mayor que la meta de producción en presencia de n_b errores gruesos y $\Phi_{i1,i2,...,in_b}^{n_T}$ es la probabilidad de que estos errores gruesos estén presentes. El autor, finalmente derivó una expresión para cuando el valor estimado es mayor que la meta de producción en función de todos los posibles casos.

$$P\{\hat{m}_{p} \ge m_{p}^{*}\} = \Phi^{0} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} erfc \left(z\sigma_{p} / \hat{\sigma}_{p,m} \right) e^{-z^{2}} dz \right] + \sum_{r=1}^{n} P\{\hat{m}_{p} \ge m_{p}^{*} | r\}$$

$$(4)$$

El primer término de (4) es el resultado obtenido por Bagajewicz y Markowski (2003) para el caso de sistemas lineales en ausencia de *bias*. El autor concluye que es

compleja la solución analítica de esta expresión, por lo que debe plantearse una solución aproximada por métodos numéricos.

7.1.1. Pérdida financiera esperada. En ausencia de desviaciones se calcula como Bagajewicz y Markowski (2003):

$$DEFL^{0}(\hat{\sigma}_{p}, \sigma_{p}) = \int_{-\infty}^{m_{p}^{*}} g_{p}(m_{p}^{*}, \sigma_{p}, m_{p}) \begin{cases} K_{S}T \\ \int_{-\infty}^{m_{p}^{*}} (m_{p}^{*} - \hat{m}_{p}) \\ \int_{-\infty}^{\infty} g_{M}(\hat{m}_{p}; m_{p}, \hat{\sigma}_{p}) d\hat{m}_{p} \end{cases} dm_{p}$$
 (5)

Donde Ks es el costo de venta del producto, T tiempo. Si la distribución es normal y las variaciones del proceso son despreciables (estado estable) $DEFL^0(\hat{\sigma}_p, \sigma_p) = \gamma K_s T \hat{\sigma}_p$, donde $\gamma = 0.19947$. Cuando hay un error grueso y suponiendo de nuevo distribución normal y estado estable se tiene la expresión:

$$DEFL^{1}|i = DEFL^{0}\left[\frac{\hat{\sigma}_{p}^{R,i}}{\hat{\sigma}_{p}}\right]\left[\int_{-\infty}^{-\tilde{\delta}_{i}^{p}}h_{i}(\theta; \bar{\delta}_{i}, \rho_{i})d\theta + \int_{\tilde{\delta}_{i}^{p}}^{\infty}h_{i}(\theta; \bar{\delta}_{i}, \rho_{i})d\theta\right] + \frac{1}{2}K_{S}T\int_{-\tilde{\delta}_{i}^{p}}^{\tilde{\delta}_{i}^{p}}\left\{\int_{-\infty}^{m_{p}^{*}}(m_{p}^{*} - \xi)g_{M}(\xi; m_{p}^{*} + \hat{\delta}_{p}^{i}(\theta), \hat{\sigma}_{p})d\xi\right\}$$

$$h_{i}(\theta; \bar{\delta}_{i}, \rho_{i})d\theta$$
(6)

Una expresión similar para el caso de dos o más errores gruesos fue planteada por (Bagajewicz, 2004).

$$DEFL = \Psi^{0}DEFL^{0} + \sum_{i} \Psi_{i}^{1} DEFL^{1} | i + \sum_{i \mid i \mid 2} \Psi_{i \mid i, i2}^{2} .DEFL^{2} | i \mid i, i2 +$$
 (7)

Donde Ψ^0 es la fracción de tiempo en que el sistema permanece sin *bias*, Ψ^1_i es la fracción de tiempo en el que el sistema tiene solo un *bias* no detectado en la corriente *i*, y así sucesivamente. Estos valores son iguales a la probabilidad de cada estado.

7.2. VALOR PRESENTE NETO

En caso de comprar un software para reconciliación de datos, el valor presente neto se expresa como:

$$NPV = d_n(\Delta DEFL) - \Delta Costo$$
 (8)

Donde d_n es la sumatoria de los factores de descuento para n años. El cambio en el costo incluye el costo de la licencia y/o el costo de nueva instrumentación más el costo de mantenimiento. Este último, es función del número esperado de reparaciones (Bagajewicz, 2000):

$$\Lambda_{i}(t) = \mu_{i} \left[\frac{1}{(1+\lambda_{i})} t + \frac{1}{r_{i} [1+\lambda_{i}]^{2}} \left(e^{-(1+\lambda_{i})r_{i}t} - 1 \right) \right]$$
(9)

Donde μ_i es la frecuencia de reparación, r_i es la rata de falla del instrumento y $\lambda_i = \frac{\mu_i}{r_i}$. Por medio de esta función, es posible calcular el valor presente neto de la nueva instrumentación. Un costo de mantenimiento elevado, reduciría el *DEFL* reduciendo la frecuencia de la falla.

7.3. INTEGRACION NUMERICA

Una de las dificultades de modelo presentado por Bagajewicz (2004b) es que las integrales son dificultosas de evaluar analíticamente, si no imposible. También la prueba MP (Bagajewicz y Rollins, 2004) no es consistente en presencia de múltiples errores gruesos, por lo tanto es imposible anticipar cuando la técnica de eliminación serial fue exitosa. Esta limitación conceptual no permite que haya una determinación analítica del *DEFL*. Por esas razones, proponer un esquema numérico para evaluar estas integrales es parte del trabajo futuro.

7.4. ALGORITMO DE DISEÑO

Se formula el siguiente problema

$$Max \sum_{\forall i} \sum_{k=1}^{n_i^m} NPV_{ik} p_{ik}$$

$$s.t. \quad \sum_{k=1}^{n_i^m} p_{ik} \le m_i$$
(10)

Donde n_i^m es el número de los diferentes dispositivos candidatos para monitorear la corriente i, $NPV_{ik} \left(k=1,...,n_i^m\right)$ es el valor presente neto de cada dispositivo disponible. Finalmente, las variables binarias $p_{ik} \left(k=1,...,n_i^m\right)$ determinan cual sensor será instalado en la red, es decir, $p_{ik}=1$ si el instrumento k monitorea la variable i y $p_{ik}=0$ en caso contrario. La restricción garantiza que al menos m_i sensores serán asignados a cada variable.

Para ilustrar el nuevo paradigma, se propone una modificación al algoritmo planteado en la sección 4.1.2. Esta técnica presenta algunos retos desde el punto de vista computacional, pero en este trabajo no se tratan, en su lugar se enfatiza en la parte conceptual.

Una opción consiste en explorar cada rama hasta que el valor presente neto alcance un valor máximo, es decir, dejar de explorar una rama si cuando se agrega un nuevo instrumento el *NPV* disminuye. Sin embargo, no hay certeza de que si se continúa explorando el árbol por debajo de esa rama, se encuentre una combinación de instrumentos que tengan un mayor valor de *NPV*. Otra posibilidad, con las mismas limitaciones, es modificar la búsqueda para explorar los niveles del árbol uno a la vez, es decir, enumerar todos los posibles nodos con el mismo número de instrumentos y seleccionar el que tenga un mejor *NPV*, ramificar ese nodo y repetir todo el proceso en el siguiente nivel hasta que el *NPV* disminuya. De esta manera, el algoritmo no garantiza la solución óptima global. En su lugar, es bastante

probable que encuentre soluciones óptimas locales. También otras técnicas como algoritmos genéticos podrían proponerse. Como un siguiente paso en la investigación, se deben plantear estrategias para el procedimiento de *Branch* and *Bound* de modo que garanticen que la solución encontrada es óptima global.

7.5. EJEMPLO

Considere el diagrama de flujo de la figura 19. Los flujos son z = {150.1,52.3,97.8,97.8}. Se asume S_1 y S_4 como monitoreadas con medidores de flujo de 3% precisión. Se planea agregar instrumentación a las corrientes S_2 y S_3 . Para ello se cuenta con medidores de flujo de 3%, 2% y 1% de precisión a costos de 800, 1500 y 2500 respectivamente. Ciclo de vida de 5 años, tasa de interés del 5% anual, y los siguientes precios de los productos: 0.25 \$/Kg-flujo S_2 y 0.23 \$/Kg-flujo S_4 . Se asume λ_i =50 e igual frecuencia de reparación para todos los instrumentos. En este ejemplo $\Psi^0 = 0.924$, $\Psi^1 = 0.07355$ y $\Psi^2 = 0.00235$. Dado que la pérdida financiera debido a la presencia de dos errores gruesos es pequeña en comparación con los otros valores, no fue incluida en el cálculo de *NPV*. La tabla 1 muestra todos los nodos correspondientes del árbol de soluciones. En el primer nivel, la adición de un instrumento hace que (3%,1%,--,3%) sea el mejor nodo. Partiendo de esta solución, se encuentra que la red óptima es (3%,1%,1%,3%). La hipótesis funcionó en este caso, sin embargo, este ejemplo es demasiado pequeño como para sacar conclusiones.

Tabla 15. Solución problema NPV.

Red	NPV	Red	NPV
(3%, 3%,,3%)	10,820	(3%,2%,3%,3%)	11,475
(3%, 2%,, 3%)	11,301	(3%,2%,2%,3%)	11,551
(3%, 1%,,3%)	11,624	(3%,2%,1%,3%)	11,559
(3%,, 3%,3%)	3,382	(3%,1%,3%,3%)	11,815
(3%,, 2%, 3%)	3,967	(3%,1%,2%,3%)	11,874
(3%,, 1%,3%)	4,691	(3%,1%,1%,3%)	12,165
(3%,3%,3%,3%)	10,997		
(3%,3%,2%,3%)	11,097		
(3%,3%,1%,3%)	11,430		

CONCLUSIONES

La Reconciliación de Datos es una tecnología madura, mientras que el manejo de Error Grueso tiene sus limitaciones sobre todo en casos donde hay presencia simultánea de dos o más errores. Sin embargo, existe software comercial para estas dos tareas. El Diseño de Sistemas de Monitoreo se plantea para suplir las exigencias dadas por la Reconciliación de Datos, el Error Grueso y las necesidades del lazo de Control. No hay aún disponible software comercial para el diseño de redes de instrumentación, el estado del arte va dirigido hacia la búsqueda de procedimientos sistemáticos de diseño. En este trabajo se propuso una modificación al modelo de Bagajewicz (1997).

Los modelos de optimización por programación matemática son *MINLP* (Bagajewicz, 1997) y *MILP* (Bagajewicz y Cabrera, 2002). La modificación al modelo *MINLP* consiste en cómo se explora el árbol de soluciones, aumentando la posibilidad de cubrir todo el espacio de búsqueda, encontrando así más soluciones factibles y disminuyendo la posibilidad de obtener soluciones óptimas locales. Es decir, se modificó la fase de exploración y refinamiento del algoritmo.

Según los resultados, para ejemplos pequeños (1-5) las redes obtenidas son iguales a la literatura. Sin embargo, en el ejemplo 6 se obtiene una solución adicional. Este ejemplo tiene como restricciones redundancia de hardware y precisión residual, es decir el espacio de búsqueda aumenta y por cada red factible se resuelve un problema combinatorial para calcular la precisión residual.

Para ejemplos un poco más grandes (10 – 16), el modelo propuesto encontró en seis casos soluciones con un costo inferior a los de literatura.

Se extendió el modelo hacia la detección y resolución de fallas. Según los resultados para este pequeño ejemplo, se encontraron cuatro soluciones alternativas con mínimo número de instrumentación (siete en total). La solución obtenida en literatura por Bushan et al. (2000) tiene ocho instrumentos. Algunos nodos son esenciales y forman parte de todas las soluciones, sin importar el costo asignado para monitorear las variables. Este es el caso de T_c , F_C y F. En el trabajo de Bushan et al. (2000), el nodo F_c es donde se ubica el instrumento para observar todas las fallas (excepto las fallas del lazo de control) bajo suposición de una sola falla a la vez. Para observar dos fallas simultáneas (lazo de control – proceso, proceso - proceso), se selecciona el nodo T_c . Finalmente, F es el nodo donde debe ubicarse el instrumento para resolución de la ocurrencia de fallas dobles e individuales simultáneamente.

Según los resultados para el primer caso de la tabla 12, mientras siete instrumentos son suficientes para detección de fallas, el mismo número de sensores es necesario para detección de fallas y estimación de parámetros, la diferencia está en que los dispositivos de medida son diferentes en cada caso. También se observa que superponer las soluciones de cada problema nos lleva a redes que tienen un mínimo de siete y un máximo de diez instrumentos. La Tabla 13 ilustra que esta relación entre las soluciones de cada problema por separado no siempre reduce el número de instrumentos. Para este caso se requieren 9 instrumentos para detectar fallas y estimar parámetros, mientras que, si se superponen las soluciones se obtienen redes con 10 y 11 instrumentos como mínimo y máximo respectivamente.

La validación de los resultados del algoritmo se hizo por tres vías: Comparando con literatura, enumerando todas las posibles soluciones (ejemplos 1 - 11) y calculando en Excel el valor de las restricciones para las redes óptimas. En todos los casos, no hubo discrepancias.

Si bien los tiempos de cómputo del algoritmo con respecto a los mostrados en literatura, son aceptables, una veracidad mayor del real desempeño del modelo se obtiene corriendo todos los algoritmos de solución en una misma máquina y a iguales condiciones.

En este trabajo también se presentó de manera conceptual el nuevo paradigma para el diseño de Sistemas de Monitoreo. El algoritmo se basa en los desarrollos teóricos del valor económico de la precisión (Bagajewicz y Markowski, 2003; Bagajewicz *et al.* 2003), la definición de exactitud de software y el valor económico de la exactitud (Bagajewicz, 2004) que permiten calcular el valor presente neto de los ahorros. Este algoritmo es un primer planteamiento y por lo tanto tiene aún deficiencias computacionales por corregir, se requieren más estudios sobre procedimientos *Branch and Bound* que garanticen la optimalidad de la solución encontrada.

Este trabajo no tuvo en cuenta la controlabilidad del proceso en el diseño del sistema de monitoreo. Se asumió que la filosofía del lazo del control es la correcta.

El modelo de optimización selecciona el conjunto óptimo de dispositivos de medida de acuerdo a las restricciones planteadas. Se asumió que los instrumentos a ubicar emiten señales continuas, el impacto de seleccionar dispositivos discretos no se tuvo en cuenta en el planteamiento del problema.

Algunas variables de proceso son muy costosas de estimar o difíciles de monitorear, como por ejemplo composiciones, ensuciamiento en los intercambiadores de calor, eficiencia de los compresores, actividad de los catalizadores, etc. En estos casos se ha planteado la estimación monitoreando otras variables y luego se infiere el valor basado en el modelo matemático, otra opción es el diseño de sensores virtuales. En esta investigación se emplean dispositivos físicos para inferir parámetros de proceso. Un planteamiento para posteriores trabajos es determinar si es más adecuado desde el punto de vista de monitoreo, detección de fallas y control del proceso, estimar estos parámetros por medio de sensores virtuales o por una red de instrumentos físicos.

RECOMENDACIONES

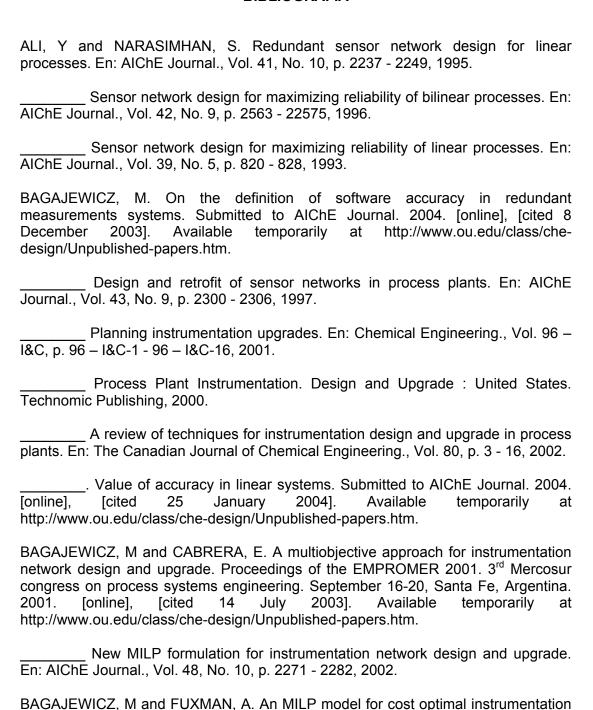
Con respecto al método de solución, una alternativa por explorar es aplicar los conceptos de conjuntos de corte (teoría de grafos) para la generación de redes candidatas y exploración del árbol de soluciones.

En Bagajewicz y Fuxman (2003) y Bagajewicz, *et al.* (2004) se plantea un modelo *MILP* y *MINLP* respectivamente para el diseño de instrumentación con el fin de monitorear y detectar fallas simultáneamente. Si bien estos modelos son un primer paso hacia una metodología unificada de diseño, un campo por explorar, es agregar lo relacionado con el Control.

El caso multiobjetivo (Bagajewicz y Cabrera, 2001) fue planteado como un modelo *MILP*. Dado los resultados promisorios del algoritmo propuesto en este trabajo, podría extenderse para considerar esta situación.

El nuevo paradigma (Bagajewicz y Uribe, 2004), plantea retos investigativos como la solución numérica de las integrales para el cálculo de las probabilidades condicionales, el manejo de dos o más errores gruesos en la evaluación del riesgo financiero y el modelo de optimización en sí mismo. Con respecto al algoritmo de solución, está por determinarse el desempeño del modelo propuesto en este trabajo.

BIBLIOGRAFIA



97

network design and upgrade for fault detection. Proceedings of the 4th IFAC Workshop on on-line fault detection & supervision in the chemical process industries,

June 8 – 9, Seoul, Korea. 2001. [online], [cited 5 November 2003]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BAGAJEWICZ, M., FUXMAN, A and URIBE, A. Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. Submitted to AIChE Journal. 2004. [online], [cited 3 December 2003]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BAGAJEWICZ, M and D. ROLLINS. On the consistency of the measurement and GLR test for gross error detection. Submitted to Computers and Chemical Engineering. 2004. [online], [cited 20 January 2004]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BAGAJEWICZ, M and MARKOWSKI, M. Instrumentation design and upgrade using an unconstrained method with pure economical objectives. Proceedings of FOCAPO, Coral Springs, FL, USA. 2003. [online], [cited 29 November 2003]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BAGAJEWICZ, M., M. MARKOWSKI, M and A. BUDEK. Economic value of precision in the monitoring of linear systems. Submitted to AIChE Journal. 2003. [online], [cited 29 November 2003]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BAGAJEWICZ, M and SANCHEZ, M. Cost optimal design of reliable sensor networks. En: Computers and Chemical Engineering., Vol. 23, p. 1757 - 1762, 2000.

_____ Design and upgrade of nonredundant and redundant linear sensor networks. En: AIChE Journal., Vol. 45, No. 9, p. 1927 - 1938, 1999.

_____ Duality of sensor networks design models for parameter estimation. En: AIChE Journal., Vol. 45, No. 3, p. 661 - 664, 1999.

Reallocation and upgrade of instrumentation in process plants. En: Computers and Chemical Engineering., Vol. 24, p. 1945 - 1959, 2000.

BAGAJEWICZ, M and URIBE, A. New paradigm in instrumentation network design and upgrade. Submitted to the 6th international conference FOCAPD (Foundations on Computer Aided Process Design). July 11 – 16, Princeton, New Jersey, USA. 2004. [online], [cited 30 January 2004]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BARBARO, A and BAGAJEWICZ, M. Managing financial risk in planning under certainty. Submitted to AlChE Journal. 2004. [online], [cited 13 December 2003]. Available temporarily at http://www.ou.edu/class/che-design/Unpublished-papers.htm.

BHUSHAN, M. and RESGASWAMY. Design of sensor location based on various fault diagnostic observability and reliability criteria. En: Computers and Chemical Engineering, Vol. 24, p. 735 - 741, 2000.

BHUSHAN, M., RESGASWAMY, R. and RAGHURAJ, R. Design of sensor network based on the signed directed graph of the process for efficient fault diagnosis. En: Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 39, p. 1010 - 1015, 2000.

CARNERO, M., HERNANDEZ, J., SANCHEZ, M and BANDONI, A. An evolutionary approach for the design of nonredundant sensor networks. En: Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 40, p. 5578 - 5584, 2001.

CHMIELEWSKI, D., PALMER, T and MANOUSIOUTHAKIS, V. On the theory of optimal sensor placement. En: AIChE Journal., Vol. 48, No. 5, p. 1001 - 1012, 2002.

CROWE, C., Observability and redundancy of process data for steady state reconciliation. En: Chemical Engineering Science., Vol. 44, No. 12, p. 2909 - 2917, 1989.

Reconciliation of process flow rates by matrix projection. Part II: The nonlinear case. En: AIChE Journal., Vol. 32, No. 4, p. 616 - 623, 1986.

FERRARO, S., PONZONI, I., SANCHEZ, M and BRIGNOLE, B. A symbolic derivation approach for redundancy analysis. En: Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 41, p. 5692 - 5701, 2002.

KRETSOVALIS, A and MAH, R. S. H. Observability and redundancy classification in generalized process networks – I. Theorems. En: Computers chem. Engng., Vol. 12, No. 7, p. 671 - 687, 1988.

Observability and redundancy classification in generalized process networks – II. Algorithms. En: Computers chem. Engng., Vol. 12, No. 7, p. 689 - 703, 1988.

Observability and redundancy classification in multicomponent process networks. En: AIChE Journal., Vol. 33, No. 1, p. 70 - 82, 1987.

MADRON, F. and VEVERKA, V. Optimal selection of measuring points in complex plants by linear models. En: AlChE Journal., Vol. 38, No. 2, p. 227, 1992.

MAH, R. S. H., STANLEY, G M. and DOWNING D. M. Reconciliation and rectification of process flow and inventory data. En: Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., Vol. 15, No. 1, p. 175 - 183, 1981.

MEYER, M., KOEHRET, B and ENJALBERT M. Data reconciliation on multicomponent network process. En: Computers Chem. Engng., Vol. 17, No. 8, p. 807 - 817, 1993.

Optimal selection of sensor location on a complex plant, using graph oriented approach. En: Comp. Chem. Engng., Vol. 18, Suppl., p. S535 – S540, 1994.

NARASIMHAN, S and JORDACHE, C. Data reconciliation & gross error detection. An intelligent use of process data. Houston: United States. Gulf Publishing Press, 2000.

PONZONI, I., SANCHEZ, M y BRIGNOLE, B. Análisis de observabilidad y redundancia para problemas fuertemente no lineales. En: ENPROMER'99. II Congresso De Engenharia de Processos do MERCOSUL (30 Agosto – 2 Setembro: 1999: Florianópolis – Santa Catarina, Brasil).

A New structural algorithm for observability classification . En: Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 38, p. 3027 - 3035, 1999.

PONZONI, I., VAZQUEZ, G., SANCHEZ, M and BRIGNOLE, B. Parallel observability analysis on networks of workstations. En: Computers and Chemical Engineering, Vol. 25, p. 997 - 1002, 2001.

SANCHEZ, M and BAGAJEWICZ, M. On the impact of corrective maintenance in the design of sensor networks. En: Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 39, p. 977 - 981, 2000.

SANCHEZ, M., BANDONI, A and ROMAGNOLI, J. A. PLADAT: A package for process variable classification and plant data reconciliation. En: Comp. Chem. Engng., p. S499 – S506, 1992.

SEN, S., NARASIMHAN, S and DEB, K. Sensor network design of linear processes using genetic algorithms. En: Computers Chem. Engng., Vol. 22, No. 3, p. 385 - 390, 1998.

STADTHERR, M. A., GIFFORD, W. A and SRIVEN, L. E. Efficient solution of sparse sets of design equations. En: Chemical Engineering Science., Vol. 29, p. 1025 - 1034, 1974.

STANLEY, G. M., MAH, R. S. H. Observability and redundancy classification in process networks. Theorems and algorithms. En: Chemical Engineering Science., Vol. 36, No. 12, p. 1941 - 1954, 1981.

Observability and redundancy in process data estimation. En: Chemical Engineering Science., Vol. 36, p. 259 - 272, 1981.

RAGHURAJ, R., BHUSHAN, M and RENGASWAMY, R. Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria. En: AIChE Journal., Vol. 45, No. 2, p. 310 – 322, 1999.

ROMAGNOLI, J and SANCHEZ, M. Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations. Vol. 2. San Diego: United States. Academic Press, 2000.

ROMAGNOLI, J and STEPHANOPOULOS, G. On the rectification of measurements for complex chemical plants. En: Chemical Engineering Science., Vol. 35, p. 1067 - 1081, 1980.

VACLAVEK V., LOUCKA, M. Selection of measurements necessary to achieve multicomponent mass balances in chemical plant. En: Chemical Engineering Science., Vol. 31, p. 1199 - 1205, 1976.