

**SIMULACIÓN DE ACELERACIÓN AUTO-RESONANTE DE UN ELECTRÓN
POR LA ONDA TE_{113} DE 2,45 GHz**

ALEJANDRO DAVID MARTÍNEZ AMARIZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN FÍSICA
BUCARAMANGA
2005**

**SIMULACIÓN DE ACELERACIÓN AUTO-RESONANTE DE UN ELECTRÓN
POR LA ONDA TE_{113} DE 2,45 GHz**

ALEJANDRO DAVID MARTÍNEZ AMARIZ

Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Física

Director
VALERY DOUGAR JABON.
PhD EN Física

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
MAESTRÍA EN FÍSICA
BUCARAMANGA
2005**

A mi madre,

que con su templanza y disciplina es un ejemplo de vida

AGRADECIMIENTOS

Al Doctor Valery Dougar por el tema del trabajo, sus enseñanzas y disciplina.

Al Doctor Anatoly Umnov por su valiosa colaboración

A todos los integrantes del grupo de Plasma por su apoyo: Tito, Ely, Herling.

A Rafa por confiar en mi para seguir estudios de postgrado.

TÍTULO: SIMULACIÓN DE ACELERACIÓN AUTO-RESONANTE DE UN ELECTRÓN POR LA ONDA TE_{113} DE 2,45 GHz

Alejandro Martínez Amariz¹

Palabras Claves

1. Resonancia ciclotrónica.
2. Simulación .3. Campos Magnéticos no Homogeneos.
4. Esquema de Leapfrog.
5. Autoresonancia ciclotrónica.

Resumen

El fenómeno de auto-resonancia consiste en conservar las condiciones de resonancia entre el movimiento ciclotrónico del electrón y una onda electromagnética a pesar del cambio relativista de la masa del electrón.

Para mantener la condición resonante en un plasma que se destruye por aumento de la masa relativista, Golovanivsky propuso aumentar con cierta velocidad el campo magnético en el tiempo. El demostró que la resonancia puede sostenerse automáticamente, lo cual resulta en un crecimiento de la energía hasta valores cuando el frenado por radiación sincrotrónica la impide. Sin embargo, en investigaciones recientes realizadas en el Laboratorio de Física del Plasma de la UIS se obtuvieron resultados numéricos que evidencian la posibilidad de realizar este tipo de

¹Trabajo de investigación. Facultad de Ciencias. Maestría en Física. DOUGAR JABON, valery.

aceleración pero variando el campo magnético no en el tiempo sino en el espacio.

Este fenómeno que el Dr Dougar Jabon denominó auto-resonancia espacial, se observa en campos magnéticos fuertemente no homogéneos y según los datos obtenidos la aceleración en ciertas condiciones debe ser muy estable. Por lo menos en distancias del orden de 5 cm, los electrones se aceleran hasta 500 keV por un campo de microondas de amplitud de 0.5 kV/cm.

En este trabajo pionero Se muestran primeros resultados de un estudio numérico de automantenimiento de las condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica en un campo magnético estacionario de configuración específica. Las simulaciones de dinámica de los electrones se basan en la ecuación de Newton-Lorentz relativista mostrarán que es posible acelerar electrones hasta energías de centenas de kilo-electón-voltios por una onda transversal electromagnética de 2,45 *GHz* de tensión del orden de 100 *V/cm* en un campo magnético que se aumenta en el espacio desde 0,085 *T* hasta 0,12 *T*.

TÍTULO: AUTORESONANCE ACCELERATION SIMULATION OF ELECTRONS BY A TE_{113} TRANSVERSAL WAVE OF 2,45 GHz

Alejandro Martínez Amariz²

Key words

1. Cyclotronic resonance .
2. Simulation .
3. inhomogeneous magnetic fields.
4. Leap-frog scheme.
5. Cyclotronic autoresonance .

Resumen

The autoresonance phenomenon consists of resonance conditions maintenance between the cyclotron movement of electrons and an electromagnetic wave in spite of the relativistic change of the electron mass.

In order to sustain the resonance condition Golovanivsky proposed to increase with a certain velocity the magnetic field in the time. He demonstrated that the resonance could be maintained automatically. The energy in this regime is increased until a value which is determined by the synchrotron radiation. However investigations realised in the Plasma Physics Laboratory of the UIS gave evidence that there is other possibility to realize this type of acceleration not in the time but in the space.

²trabajo de investigación. Facultad de Ciencias. Maestría en Physics. DOUGAR JABON, valery.

This phenomenon that is named by space autoresonance is observed in magnetic fields that are strongly inhomogeneous. The obtained data demonstrate that the acceleration of electrons in certain conditions is very stable. At least the electrons accelerate to 500 keV at distance of 5 cm by microwaves of an amplitude of $0,5 \text{ kV/cm}$.

In this pioneer work, the first results of a numerical study of auto-maintenance of the resonance cyclotron conditions in a stationary magnetic field of specific configuration are presented. The simulation of the electron dynamics based on the Newton-Lorentz relativistic equations demonstrate that the electrons are accelerated to energies of hundreds of kilo-electron-volts by a TE_{113} wave of $2,45 \text{ GHz}$ and a tension of 100 V/cm in a magnetic field that increase in the space from $0,085T$ to $0,12T$.

Índice general

Introducción	9
1. MARCO TEÓRICO	12
1.1. EL FENÓMENO DE AUTORESONANCIA CICLOTRÓNICO	12
1.1.1. DINÁMICA DEL ELECTRÓN EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGENEO	12
1.1.2. RESONANCIA CICLOTRÓNICA CLÁSICA	13
1.1.3. AUTORESONANCIA TEMPORAL	15

1.2. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO	18
1.3. MÉTODO DE LEAP-FROG	19
1.3.1. INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO.	20
1.4. CAMPO MAGNÉTICO GENERADO POR N BOBINAS ALINEADAS AXIAL- MENTE	21
2. DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO NUMÉRICO Y SIMULACIÓN DEL PROCESO	24
2.1. DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO NUMÉRICO	24
2.2. SIMULACIÓN DEL PROCESO	26
3. ANALISIS DE RESULTADOS	31
4. CONCLUSIONES	39

Introducción

El movimiento de un electrón en campos magnéticos y eléctricos alternos se ha estudiado continuamente durante muchos años. Los primeros trabajos de investigación sobre el fenómeno de autoresonancia fueron realizados por A.A. Kolomenskii y A. N. Lebedev en 1962 [1] y V. Davydovsky [2] y a finales de los años 70 K. S. Golovanisky [3] para el caso de plasma. Ellos independientemente mostraron que existe un regimen de movimiento de partículas cargadas relativista en una onda transversal electromagnética, propagándose a lo largo de un campo magnético uniforme estático. El fenómeno de resonancia de una partícula cargada con una onda electromagnética se observa cuando la frecuencia de rotación del campo eléctrico coincide con la frecuencia de rotación de la partícula. Este fenómeno se conoce también como resonancia giro-magnética. Si se desprecia la dependencia de la masa de la partícula con la energía, entonces, el electrón se aprovecha del campo eléctrico para incrementar la misma ilimitadamente, esto desde el punto de vista clásico. Sin embargo, este hecho no puede sugerir una base teórica para acelerar partículas cargadas hasta altas energías, porque el factor de la masa es una función de energía. La frecuencia ciclotrónica se encuentra dependiente de la energía del electrón y la condición de igualdad de la frecuencia ciclotrónica clásica a la frecuencia del campo eléctrico no se mantiene

y el efecto de resonancia se destruye. En estas condiciones para $B = 1 - 5 \text{ kG}$, $E = 0,1 - 1,0 \text{ kV/cm}$, que se han realizado en el experimento [4], la energía máxima del electrón se encuentra no mayor que 3 keV . Para mantener la condición resonante en el plasma que se destruye por aumento de la masa relativista, Golovanivsky [3] propuso aumentar con cierta velocidad el campo magnético en el tiempo. Él demostró que la resonancia puede sostenerse automáticamente, lo cual resulta en un crecimiento de la energía hasta valores cuando el frenado por radiación sincrotrónica la impide. El fenómeno de autoresonancia consiste en conservar las condiciones de resonancia entre el movimiento ciclotrónico del electrón y una onda electromagnética a pesar del cambio relativista de la masa del electrón. Esta autoresonancia gobierna el concepto de el Acelerador Giro - Resonante (GYRAC) [5], [6]. Desde un punto de vista elemental de la teoría la aceleración autoresonante en la práctica no debe tener obstáculos en su aplicación, pero en los primeros intentos para realizarla se encontró inestabilidades producidas por lo que el campo magnético es fuertemente no estacionario y en realidad no homogéneo, por estas razones este tipo de aceleración autoresonante presenta dificultades para su aplicación tecnológica.

Sin embargo, en investigaciones recientes realizadas en el Laboratorio de Física del Plasma de la UIS [7] se obtuvieron resultados numéricos que evidencian la posibilidad de realizar este tipo de aceleración pero variando el campo magnético no en el tiempo sino en el espacio.

Este fenómeno que el Dr Dougar Jabon denominó autoresonancia espacial, se observa en campos magnéticos fuertemente no homogéneos y según los datos obtenidos la aceleración en ciertas condiciones debe ser muy estable. Por lo menos en distancias del orden de 5 cm , los electrones

se aceleran hasta 500 keV por un campo de microondas de amplitud de $0,5 \text{ kV/cm}$.

En el presente trabajo se inicia un estudio numérico de las condiciones bajo las cuales se puede realizar aceleración autoresonante de un electrón en un campo magnético estacionario con crecimiento en el espacio. Se supone que después de que se inyecte un electrón en un resonador relativamente largo (de longitud de varias semi longitudes de onda) en la dirección de crecimiento del campo magnético axialmente simétrico ganará la energía de rotación a cuenta de un campo de microondas. En esta tesis se elabora un modelo físico-matemático de aceleración de mantenimiento de condiciones de resonancia en un campo magnético no homogéneo con una onda TE_{113} y TE_{112} y se encuentra el valor de energía obtenida por los electrones en dependencia de la configuración del campo magnético con una amplitud de campo electromagnético constante de una frecuencia de $2,45 \text{ GHz}$.

Capítulo 1

MARCO TEÓRICO

1.1. EL FENÓMENO DE AUTORESONANCIA CICLOTRÓNICO

1.1.1. DINÁMICA DEL ELECTRÓN EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO

La interacción entre partículas cargadas y una onda electromagnética en presencia de un campo magnético constante se estudia en fenómenos concernientes a plasma magnetoactivos, líneas de Van Allen, diagnóstico, y confinamiento de plasma entre otras. Esta interacción presenta efectos de resonancia cuando la frecuencia de la onda es cercana a la frecuencia ciclotrónica de la partícula. Estudiaremos la interacción no relativista cuando el campo eléctrico de la onda no cambia la masa de la partícula, sólo se hace un énfasis en el efecto resonante clásico.

En ausencia de campos eléctricos la ecuación de movimiento del electrón tiene la forma

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{m} \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

Tomando el campo magnético en la dirección z encontramos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y, \quad (1.2)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega_c v_x, \quad (1.3)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = ct_e, \quad (1.4)$$

con

$$\omega_c = \frac{eB}{m},$$

que tiene por solución una trayectoria en hélice con el eje en la misma dirección del campo magnético y el radio de giro $r_l = \nu_p/\omega_c$, donde r_l , ν_p , ω_c se conocen como radio de Larmor, velocidad del electrón perpendicular al campo magnético y frecuencia ciclotrónica o frecuencia natural de oscilación respectivamente.

La componente de velocidad paralela al campo permanece constante y como se ve, el campo magnético no produce aumento de energía a la partícula en condiciones clásicas. En el caso de la velocidad relativista $r_l = p/qB$, donde \vec{p} = momento relativista.

1.1.2. RESONANCIA CICLOTRÓNICA CLÁSICA

Interesa ahora describir la trayectoria que sigue un electrón en presencia de un campo eléctrico oscilante \vec{E} (onda electromagnética de frecuencia ω) y un campo magnético uniforme \vec{B} constante

en el tiempo. La ecuación de Lorentz que se obtiene es

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{e\vec{E}}{m} + \frac{e}{m} \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad (1.5)$$

y corresponde a la ecuación de un movimiento oscilatorio forzado.

El caso en el que el campo magnético (a lo largo del eje z) coincide con la dirección de propagación de la onda, cuya polarización se tomará circular se da graficamente en la figura 1.1

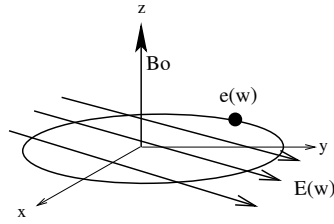


Figura 1.1: Resonancia Ciclotrónica

Las ecuaciones de movimiento que se obtienen se representan por:

$$\dot{v}_x = \frac{eE_0}{m} \sin \omega t + \omega_c v_y, \quad (1.6)$$

$$\dot{v}_y = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t - \omega_c v_x, \quad (1.7)$$

$$\dot{v}_z = 0, \quad (1.8)$$

con

$$\omega_c = \frac{eB}{mc}$$

En este movimiento se tiene de nuevo que la velocidad del electrón a lo largo del campo magnético permanece constante, mientras que en el plano xy se obtiene una respuesta con dos factores, uno con la frecuencia ω del término forzado y otro con la frecuencia natural del sistema ω_c .

Cuando las frecuencias de los dos factores sean iguales se obtienen respuestas de amplitudes crecientes aun cuando la fuerza sea pequeña. Si no se tiene un término de amortiguamiento, el electrón adquiere un movimiento de deriva ilimitado y por esto su amplitud sería infinita. Este tipo de fenómeno se conoce como resonancia giromagnética o resonancia ciclotrónica de los electrones, RCE. En la práctica el movimiento es acotado por colisiones del electrón con otras partículas o con las paredes de la cavidad, por la radiación sincrotrónica y por el desfase que produce el crecimiento de la masa (efecto de masa relativista).

1.1.3. AUTORESONANCIA TEMPORAL

El término autoresonancia fue introducido Veksler para partículas cargadas [1] y por K. S Golovanisky [3] para el caso del plasma. El primero hizo el estudio para una sola partícula, mientras que Golovanisky desarrolló la teoría en plasma a finales de los años 70. Golovanisky mostró que existe un régimen de movimiento de partículas cargadas relativistas en una onda transversal electromagnética que se propaga a lo largo de un campo magnético uniforme creciente en el tiempo. La condición inicial es de resonancia ciclotrónica clásica de la partícula con la onda [3]

$$\omega - kv_z = \frac{\omega_{c0}}{\gamma} \equiv \omega_c \quad (1.9)$$

es preservada a si misma a pesar de la variación de la masa relativista y la componente longitudinal de la velocidad v_z . Aquí $\omega_{c0} = eB/m_0c$ es la girofrecuencia clásica de la partícula con carga e y masa en reposo m_0 . El campo magnético es dirigido a lo largo del eje z , γ es el factor relativista, ω y \vec{k} son la frecuencia y el vector del número de onda, respectivamente. Consideremos el movimiento del electrón con la masa en reposo m_0 y la carga e en el plano

(x, y) , perpendicular a un campo magnético homogéneo \vec{B} . El campo \vec{B} , dirigido a lo largo del eje z se aumenta lentamente en el tiempo por la ley lineal [3]

$$\vec{B}(t) = \vec{B}_0(1 + bt) \quad (1.10)$$

Adicionalmente se introduce un campo eléctrico con una frecuencia de rotación ω perpendicular a la dirección del electrón. En estas condiciones el radio de curvatura r está determinado por el balance entre la fuerza centrífuga y la componente radial de las fuerzas eléctricas y magnéticas

$$\frac{m_0 \epsilon \nu^2}{r} = \frac{eB\nu}{c} + eE \sin \varphi \quad (1.11)$$

De donde la frecuencia giromagnética (ciclotrónica) $\omega_c = \nu/r$ es igual a:

$$\omega_c = \left(\frac{eB_0}{m_0 c} \right) \left[\epsilon^{-1}(1 + b) + g_0(\epsilon^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi \right] \quad (1.12)$$

aquí $g_0 \equiv eE/m_0 \omega c$, $g_0 \equiv E/B$ que es el campo eléctrico adimensional, cuando $\omega = \omega_c$ tenemos:

ϵ : Energía total en unidades de la energía en reposo, $\epsilon = \xi/mc^2 = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

φ : Angulo entre los vectores \vec{v} y \vec{E} ,

c : Velocidad de la luz en el vacío,

b : Es el factor que caracteriza el incremento del campo magnético en el tiempo.

De la expresión (1.12) se puede ver que en presencia de un campo eléctrico se cambia la velocidad angular de rotación y también la fase. De esto se sigue que en la situación bajo consideración puede realizarse un mecanismo de automantenimiento de la fase, o autofase que es independiente del valor inicial (Figura 1.1). Es conveniente estudiar el balance de las fuerzas actuando sobre la partícula. En caso de un movimiento plano (en el plano perpendicular a \vec{B}) la ecuación de

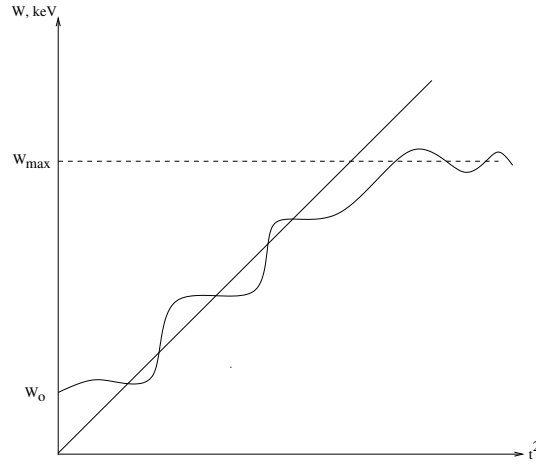


Figura 1.2: Crecimiento de la energía en condiciones de autoresonancia para un perfil temporal del campo magnético proporcional a t^2 .

balance de energía puede escribirse como sigue [3]:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -g_0\omega(1 - 1/\epsilon^2)^{1/2} \cos \varphi - (2e^2\omega^2/3m_0c^3)\epsilon^4 + (1/2)(1 - 1/\epsilon^2)^{1/2} \frac{db}{dt} \quad (1.13)$$

El primer término de la derecha representa el trabajo del campo eléctrico, el segundo término es el trabajo de la fuerza de desaceleración por frenado (radiación sincrotrónica), y el tercer término es el trabajo del campo magnético no estacionario (efecto betatrón). Considerando que

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_c - \omega \quad (1.14)$$

y seleccionando la frecuencia de rotación del campo eléctrico de tal forma que la igualdad en la ecuación anterior se satisfaga (condición de resonancia para masa en reposo), podemos encontrar con ayuda de la ecuación (1.12)

$$\frac{d\varphi}{dt} = (\omega/\epsilon)(1 - \epsilon + b) + g_0\omega(\epsilon^2 - 1)^{-1/2} \sin \varphi \quad (1.15)$$

Así las ecuaciones (1.13) y (1.15) representan un sistema cerrado que describen la evolución en el tiempo de la energía y la fase de la partícula bajo la acción de un campo eléctrico rotante.

Las ecuaciones (1.13) y (1.15) describen completamente el movimiento del electrón en un campo magnético que crece en el tiempo, cuando en el instante inicial de movimiento se realizan condiciones de resonancia exacta.

1.2. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO

La aproximación numérica de ecuaciones en derivadas parciales constituye una rama fundamental del análisis numérico y es un área de la investigación de actividad constante. En casos más realistas (sistemas con campos magnéticos asimétricos con gradientes muy altos), no es posible obtener de forma exacta la solución analítica de este tipo de ecuaciones, siendo necesario recurrir a técnicas numéricas. Los métodos numéricos nos permitan desarrollar algoritmos mediante los cuales sea posible obtener, de forma aproximada, un conjunto finito de datos que representen los valores que toman las soluciones en un dominio discreto.

El movimiento de partículas cargadas en los campos eléctricos y magnéticos se describe por las ecuaciones lineales diferenciales de segundo orden. Para su integración pueden ser utilizados métodos estándares como Runge-Kutta, multi paso como Adam-Steiner, así como los especiales que toman características específicas de las ecuaciones de movimiento, como Leap-Frog [8].

1.3. MÉTODO DE LEAP-FROG

Este método es comúnmente usado para resolver las ecuaciones de Newton - Lorentz. Las dos ecuaciones diferenciales de primer orden que deben ser integradas para cada partícula son:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}, \quad (1.16)$$

$$m \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \quad (1.17)$$

Las ecuaciones (1.16) y (1.17) son remplazadas por las ecuaciones en diferencias finitas

$$\frac{\vec{x}^{n+1} + \vec{x}^n}{DT} = \vec{v}^{n+1/2} \quad (1.18)$$

$$m \frac{\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2}}{DT} = \vec{F}(x^n), \quad (1.19)$$

donde DT es el paso del tiempo y los superíndices designan el nivel del tiempo ($t = nDT$). La figura (1.3) ilustra el corrimiento en medio paso del tiempo entre posiciones y velocidades para este algoritmo, junto con el paso hacia atrás inicial en la velocidad, por lo que recibe el nombre de leapfrog (salto apoyado) [9].

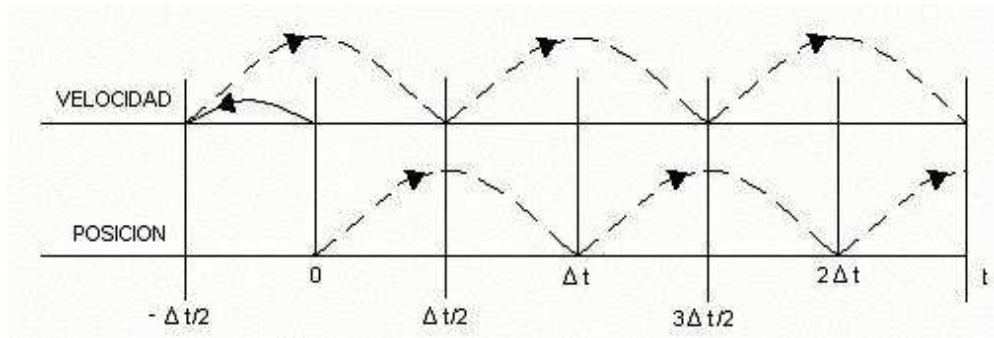


Figura 1.3: Representación del esquema de integración de Leapfrog

La aproximación de leapfrog es una aproximación de segundo orden, $\rho = 2$, que conserva la

simetría temporal de las ecuaciones de movimiento.

1.3.1. INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO.

En presencia de un campo magnético \vec{B} , la fuerza que actúa sobre una partícula de carga q que mueve con una velocidad \vec{v} está dado por la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.20)$$

Posiciones y velocidades son obtenidas por integración

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \quad (1.21)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \times \vec{\omega}_c \quad (1.22)$$

Presentamos primero el caso donde ω_c es constante. La ecuación (1.22) describe una orbita circular de radio $|\vec{r}|$ en el plano v_x, v_y . Una aproximación consistente en el tiempo en diferencias finitas a las ecuaciones (1.21) y (1.22) es:

$$\vec{x}^{n+1} - \vec{x}^n = \vec{v}^{n+1/2} DT \quad (1.23)$$

$$\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2} = \vec{v}^{n+1/2} + \vec{v}^{n-1/2} \times \frac{\vec{\omega}_c DT}{2} \quad (1.24)$$

Este esquema fue recomendado por Buneman [10] en la simulación de partículas en campos electromagnéticos. Si adicionamos un campo eléctrico, la aproximación de Leapfrog para la fuerza de Lorentz toma ahora este esquema:

$$\vec{x}^{n+1} - \vec{x}^n = \vec{v}^{n+1/2} DT, \quad (1.25)$$

$$\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2} = \frac{q\vec{E}^n}{m} DT + (\vec{v}^{n+1/2} + \vec{v}^{n-1/2}) \times \frac{\vec{\omega}_c DT}{2} \quad (1.26)$$

Los términos de aceleración eléctrica y los términos rotacionales (la fuerza de Lorentz) en la ecuación (1.26) pueden separarse introduciendo dos velocidades intermedias \vec{v}_1 y \vec{v}_2 y:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}^{n-1/2} + \frac{q}{m} \vec{E}^n \frac{DT}{2} \quad (1.27)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + (\vec{v}_2 + \vec{v}_1) \times \frac{\vec{\omega}_c^n DT}{2} \quad (1.28)$$

$$\vec{v}^{n-1/2} = \vec{v}_2 + \frac{q}{m} \vec{E}^n \frac{DT}{2} \quad (1.29)$$

La ecuación (1.28) se puede factorizar resultando:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \frac{2}{1 + (\frac{\omega_c DT}{2})} \vec{v}_3 \times \vec{\omega}_c, \quad (1.30)$$

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \frac{\vec{\omega}_c DT}{2} \quad (1.31)$$

La factorización de las ecuaciones (1.28), (1.29), (1.30) y (1.31) forman la base del algoritmo de Boris [11] en simulación de movimiento de las partículas relativistas.

1.4. CAMPO MAGNÉTICO GENERADO POR N BOBINAS ALINEADAS AXIALMENTE

El campo magnético generado por N bobinas con una corriente se obtiene del principio de superposición, donde se utiliza el campo de una espira para calcular el campo de toda la bobina.

El potencial vectorial para una espira, en coordenadas cilíndricas, tiene la forma[12]:

$$A_\theta = \frac{2J}{c} \int_0^\pi \frac{R \cos \theta d\theta}{\sqrt{R^2 + r^2 + z^2 R r \cos \theta}}, \quad (1.32)$$

donde J es la corriente total que circula por la espira y R es el radio de la espira, respectivamente.

Si asumimos una simetría axial, necesitamos únicamente calcular el campo en la componente

azimutal. Introduciendo la nueva variable

$$\phi = \frac{1}{2}(\theta - \pi), \quad (1.33)$$

la ecuación (1.32) puede ser integrada obteniéndose

$$A_\theta(r, z) = \pm \frac{4J}{c} \sqrt{\frac{R}{r}} \left\{ \left(\frac{1}{k} - \frac{k}{2} - \frac{E(k)}{k} \right) \right\}, \quad (1.34)$$

donde k se define como

$$k = \sqrt{\frac{4Rr}{(r+R)^2 + z^2}}. \quad (1.35)$$

Los signos \pm en la ecuación (1.34) indican el sentido del flujo de corriente en la espira (Ley de Biot-Savart). Las integrales elípticas de primera y segunda clase están definidas, respectivamente como[12] :

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}}, \quad (1.36)$$

$$E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi. \quad (1.37)$$

Usando la relación $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, el campo magnético en coordenadas cilíndricas se expresa como

$$B_r(r, z) = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad (1.38)$$

$$B_z(r, z) = \frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial r}, \quad (1.39)$$

e introduciendo el vector potencial (1.34) en las ecuaciones (1.38) y (1.39) obtenemos,

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial r} = -\frac{A_\theta}{2r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r}, \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial z} = \frac{\partial A_\theta}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial z}, \quad (1.41)$$

$$(1.42)$$

en donde,

$$B_r(r, z) = -\frac{2zJ}{cr\sqrt{(r+R)^2+z^2}} \left[K(k) - \frac{z^2+r^2+R^2}{(r+R)^2+z^2} E(k) \right], \quad (1.43)$$

$$B_z(r, z) = -\frac{2J}{c\sqrt{(r+R)^2+z^2}} \left[K(k) - \frac{z^2+r^2-R^2}{(r+R)^2+z^2} E(k) \right]. \quad (1.44)$$

Considerando el número de espiras de las bobinas se puede calcular el campo magnético formado por N bobinas alineadas axialmente. Las configuraciones deseadas del campo magnético se puede formar con cierto número de bobinas variando sus dimensiones geométricas y el valor de la corriente que alimenta las bobinas.

Capítulo 2

DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO NUMÉRICO Y SIMULACIÓN DEL PROCESO

2.1. DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO NUMÉRICO

El objetivo del trabajo consiste en analizar la posibilidad de realización del efecto de aceleración autorresonante con un electron en un campo magnético no homogéneo estacionario que se acrecienta en el espacio. Se busca el perfil de un campo magnético en el cual el electrón que se mueve en la dirección de crecimiento del campo magnético axialmente simétrico caiga en un regimen de aceleración autosostenido ciclotrónica.

La autoresonancia ciclotrónica espacial es debido al efecto de compensación del cambio relativista de fase entre el momentum del electrón y el campo eléctrico de microondas o por el cambio de

la misma fase por variación del campo magnético.

Conceptualmente tenemos un resonador, que en nuestro caso es una cavidad cilíndrica de 30 *cm* de largo por 10 *cm* de radio que es alimentado por una onda transversal electromagnética de modo TE_{112} y TE_{113} de microonda, con una amplitud de 3,1 *kV/cm*. El campo magnético se forma por, bobinas, cuyo número se determina por la configuración del campo magnético deseable, para obtener el fenómeno de aceleración constante del electrón ver la figura 2.2.

Las bobinas permiten formar el campo que puede tanto crecer a lo largo del eje de las bobinas como formar trampas locales tipo espejo. El grado de homogeneidad del campo magnético es controlado por las corrientes en las bobinas y sus respectivas geometrías.

Un diseño para la simulación del movimiento del electrón y distribución del campo magnético se dan en las figuras 2.1y 2.2

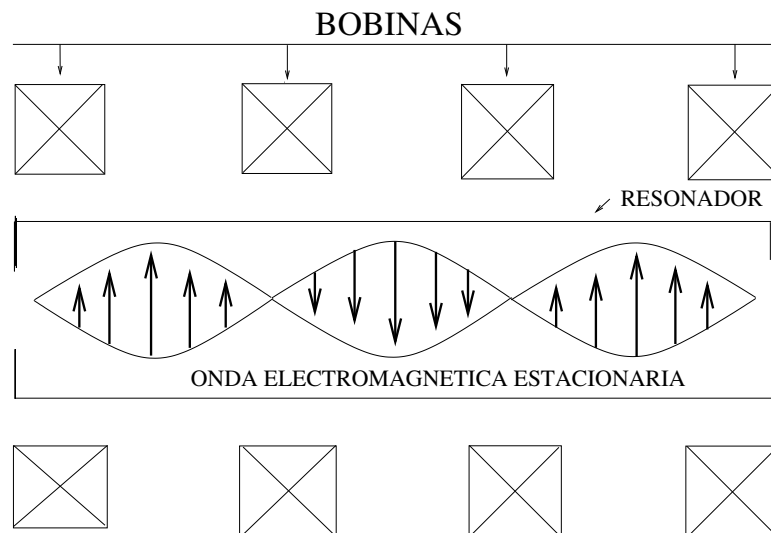


Figura 2.1: Esquema del sistema de aceleración

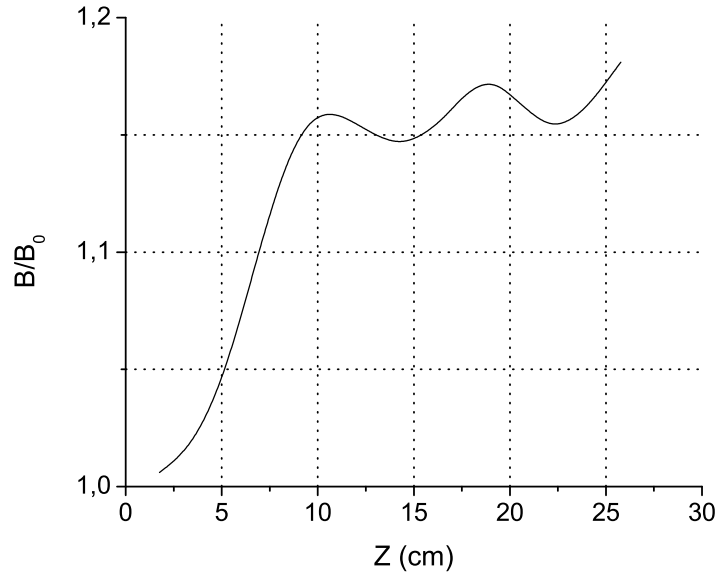


Figura 2.2: Distribución longitudinal del campo magnético

2.2. SIMULACIÓN DEL PROCESO

Simulación numérica de la ecuación de movimiento de partículas cargadas mediante el método de leapfrog (esquema de Buneman - Boris) se describe a continuación.

Se propone resolver la ecuación de movimiento de los electrones en condiciones de autoresonancia ciclotrónica. Buneman sugiere utilizar el esquema en diferencias finitas para la ecuación del movimiento del electrón que presenta la forma:

$$\frac{\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\vec{E}^n + \frac{1}{c} \frac{\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2}}{2} \times \vec{B}^n \right), \quad (2.1)$$

donde q y m son la carga y masa del electrón, respectivamente, E intensidad del campo eléctrico oscilante (microondas), \vec{B} inducción del campo magnético, Δt es el paso temporal, el superíndice

marca el número de pasos temporales.

Siguiendo el método, propuesto por Buneman y Boris introducimos dos velocidades \vec{v}^- y \vec{v}^+ de tal manera que:

$$\vec{v}^{n-1/2} = \vec{v}^- - \frac{q}{m} \vec{E}^n \Delta t, \quad (2.2)$$

$$\vec{v}^{n+1/2} = \vec{v}^+ + \frac{q}{m} \vec{E}^n \Delta t. \quad (2.3)$$

Así para pasar de \vec{v}^- a \vec{v}^+ uno puede usar un algoritmo optimizado, de un mínimo de operaciones de puntos flotantes

$$\vec{v}' = \vec{v}^- + \vec{v}^- \times \vec{t} \quad (2.4)$$

$$\vec{v}^+ = \vec{v}' + \vec{v}' \times \vec{s} \quad (2.5)$$

donde $\vec{t} = q\vec{B}\Delta t/2mc$ y $\vec{s} = 2\vec{t}(1 + t^2)$ son valores adimensionales.

Para generalización relativista, la velocidad de la partícula se cambia por el momentum $\vec{u} \equiv \gamma\vec{v}$.

El análogo de diferencias finitas de la ecuación (2.1) en la forma adimensional tiene la forma:

$$\frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n-1/2}}{\Delta\tau} = \vec{g}^n + \frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n-1/2}}{2\gamma^n} \times \vec{b}^n \quad (2.6)$$

donde \vec{u} es el momento del electrón en unidades m_0c y $\vec{g}^n = q\vec{E}^n/mc\omega$ es el campo eléctrico total en forma adimensional en el instante del tiempo n y \vec{b}^n es el campo magnético normalizado a $B_0 = mc\omega/q$, γ es el factor relativista, $\tau = \omega t$ el tiempo adimensional, y $\Delta\tau$ es el paso temporal en forma adimensional. La adición de las fuerzas eléctricas al momentum se hace de manera

siguiente:

$$\vec{u}^- = \vec{u}^{n-1/2} - \vec{g}^n \Delta\tau/2, \quad (2.7)$$

$$\vec{u}^{n+1/2} = \vec{u}^+ + \vec{g}^n \Delta\tau/2. \quad (2.8)$$

En el caso relativista el esquema en la ecuaciones (2.7) y (2.8) queda sin cambios a excepción de introducción del factor relativista

$$\vec{t} = q\vec{B}\Delta t/2\gamma^n mc \quad (2.9)$$

$$(\gamma^n)^2 = 1 + (\vec{u}^-)^2, \quad (2.10)$$

y

$$\vec{b}^n = \frac{\vec{B}}{B_0} \quad (2.11)$$

Las coordenadas de una partícula normalizada al radio de rotación ciclotrónica del electrón, $r_L = c/\omega_c$, se recalculan en concordancia con la expresión

$$\vec{x}^{n+1/2} = \vec{x}^n + \vec{u}^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2} \quad (2.12)$$

donde $\gamma^{-(n+1/2)} = 1 + (\vec{u}^{n+1/2})^2$

Como usar este esquema:

Paso 1.

Se adiciona la mitad de velocidad adquirida a la fuerza eléctrica

$$\vec{u}^- = \vec{u}^{n-1/2} + \vec{q}^n \Delta\tau/2. \quad (2.13)$$

Paso 2.

Se rota el vector momentum

$$\vec{u}' = \vec{u}^- + \vec{u}^- \times \vec{t}, \quad (2.14)$$

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^- + \vec{u}' \times \vec{s}. \quad (2.15)$$

Paso 3

Se adiciona un medio del impulso eléctrico

$$\vec{u}^{n+1/2} = \vec{u}^+ + \vec{q}^n \Delta\tau / 2. \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

Paso 4.

Se recalculan las nuevas coordenadas del electrón

$$\vec{x}^{n+1} = \vec{x}^n + \vec{u}_x^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2} \quad (2.18)$$

$$\vec{y}^{n+1} = \vec{y}^n + \vec{u}_y^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2} \quad (2.19)$$

$$\vec{z}^{n+1} = \vec{z}^n + \vec{u}_z^{n+1/2} \Delta\tau / \gamma^{n+1/2}. \quad (2.20)$$

El campo magnético que es creado por un sistema de bobinas de corriente se calcula en los nodos de la red $3D$ mediante el programa FIELDK. Para determinar el valor del campo magnético en los puntos donde se encuentra el electrón se usa el método de la interpolación lineal inversa.

Todo lo anterior describe los algoritmos utilizados, una mejor ilustración es el siguiente esquema por bloques en los cuales se describe cada una de las etapas para la simulación.

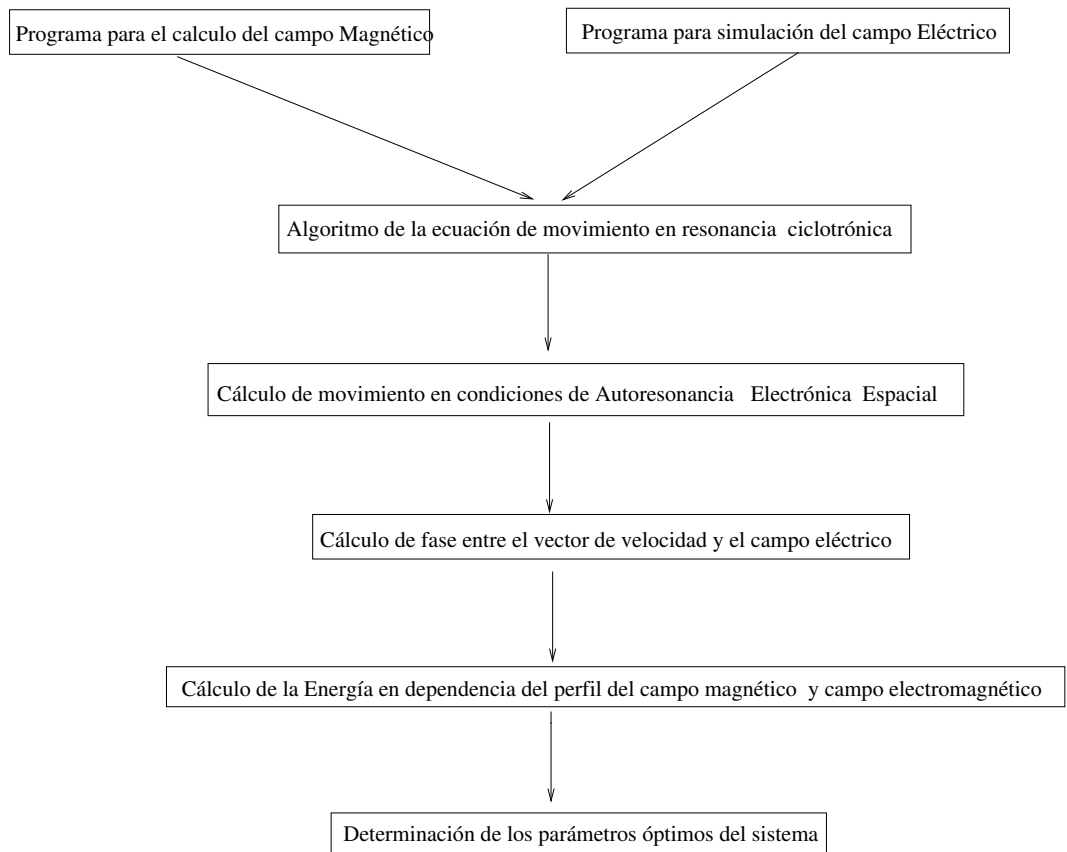


Figura 2.3: Esquema del proceso de la Simulación

Capítulo 3

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Estudio de aceleración de un electrón en una cavidad donde se excita la onda estacionaria tipo TE_{113} y TE_{112} se realiza con dos variantes de perfiles del campo magnético estacionario. Debido a lo que este estudio tiene el carácter de una investigación preliminar y pionera no se planea la búsqueda de las condiciones óptimas para autoaceleración del electrón, sino la tarea consiste en demostrar que tal régimen de autoresonancia espacial es realmente alcanzable. Mencionamos que si se mantiene o no se mantiene la autoresonancia ciclotrónica en un campo magnético estacionario depende de la diferencia de fases entre el vector de la velocidad del electrón y el vector de la tensión eléctrica del campo electromagnético. Para el electrón, el rango de fases φ que corresponde a la aceleración está en el rango $\varphi = \frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$, mientras que si φ está fuera de este rango, es decir entre $[0, \frac{\pi}{2}]$ y $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$, el electrón pierde su energía. En este caso la energía cinética del electrón se transforma a la energía del campo electromagnético. Es evidente que la fase está enlazada con el valor del campo magnético, lo mismo como de la masa

del electrón.

$$\varphi = \omega t - \omega_c t = \omega t - \frac{eB(z)}{m}t \quad (3.1)$$

donde $m = m_0\gamma = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, m_0 : masa en reposo del electrón, v : velocidad del electrón, c : velocidad de la luz. Es importante mencionar que en condición de resonancia ciclotrónica se aumenta la velocidad perpendicular al campo magnético. Hay dos circunstancias que influyen en la efectividad del automantenimiento del regimen de aceleración: el perfil longitudinal del campo magnético $B(z)$ y la energía inicial del electrón, estos parámetros están enlazados estrechamente entre si, pues en un campo magnético que crece en el espacio (a lo largo del eje z en nuestro caso) el electrón pierde su energía longitudinal a medida que crece su energía transversal debido a la aceleración por el campo eléctrico. Este efecto puede resultar en un cambio de fase muy rápido, incluso la fase puede encontrarse en el rango no favorable, fuera del rango de aceleración. Los experimentos numéricos se ejecutan con una sola energía de 3 keV y esta energía es puramente longitudinal. La energía transversal debida a la interacción de resonancia con el campo electromagnético. En la figura 3.1 se da el perfil longitudinal del campo magnético estacionario cuya efectividad respecto a la autoaceleración depende no sólo de la energía inicial sino del tipo de campo electromagnético que se presenta en la figura 3.2. Se puede ver que en la región 1 la fase es de aceleración, pues se crece de π hasta $3\pi/2$. A pesar de que la fase inicial es π para lo cual debe observarse la aceleración máxima si el campo electromagnético fuese homogéneo; pero en nuestro caso la amplitud del campo eléctrico en el punto de entrada del electrón en la cavidad se encuentra cero (ver figura 3.2). Por esta razón la energía, que se da en la figura 3.3 se aumenta. La efectividad de aceleración cuando la fase se acerca a $3\pi/2$ disminuye. En la región de 10 a 12 cm la fase es de desaceleración que indica que la energía debe caer. Pero este efecto debe

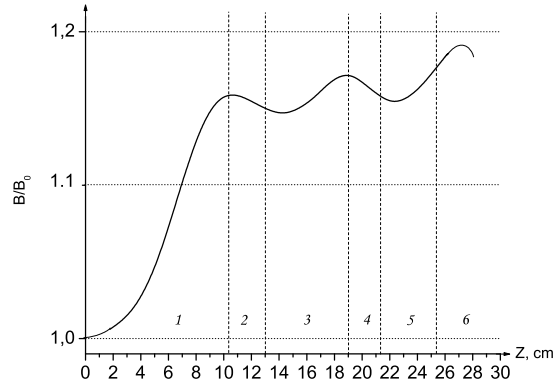


Figura 3.1: Perfil longitudinal del campo magnético normalizado.

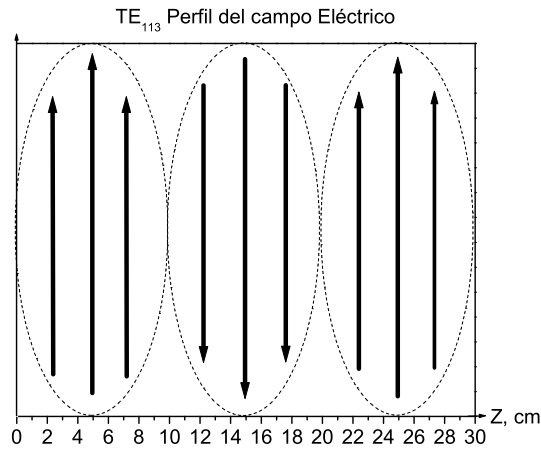


Figura 3.2: Perfil longitudinal del campo eléctrico en la cámara TE_{113} .

observarse en el campo de microondas homogéneo. En nuestro caso en el punto de $z = 10 \text{ cm}$ y en su cercanías el campo electromagnético es casi ausente y por esta razón la energía inicial no crece, se queda cuasi constante. Después en la región 3 (ver figura 3.3 y 3.4) la fase no sale del rango de aceleración y la energía se aumenta casi linealmente con la distancia. La energía deja de ser constante en las cercanías del punto $z = 20 \text{ cm}$ (la región φ) por la misma razón que en el punto $z = 10 \text{ cm}$. En este punto $\vec{E} = 0$. En la zona 5 ($z = 21 - 25 \text{ cm}$) la fase disminuye pero se

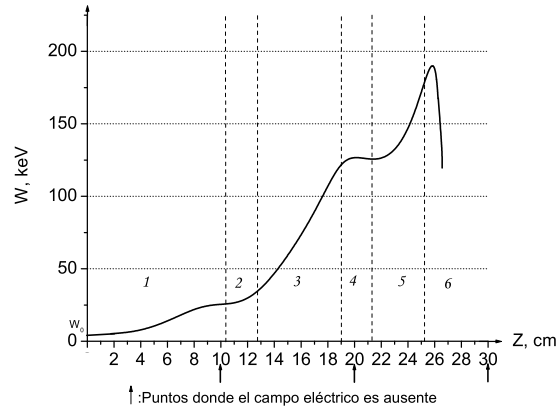


Figura 3.3: Evolución de la energía en condiciones de Autoresonancia Espacial.

queda en el rango favorable para aceleración. La energía crece hasta 193 keV , al penetrar más en la cavidad. En la región 6 la fase decreciente se encuentra menor que $\pi/2$ y por esta razón la energía del electrón en la zona $z = 25 \text{ cm}$ empieza a caer. En las figuras 3.5 a 3.8 se muestran

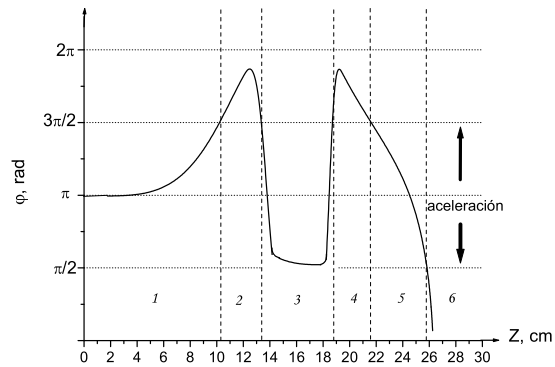


Figura 3.4: Fases de aceleración y desaceleración en función del espacio.

evoluciones del campo magnético y del campo electromagnético TE_{112} , de la fase y de la energía respectivamente. El análisis para este caso es el mismo y se da para ilustrar que el régimen de autoresonancia espacial se puede realizar con otros parámetros del experimento. Pero para este caso en la figura 3.9 se muestra de cual manera se evoluciona la trayectoria de los electrones a

medida que penetra en el campo magnético (figuras a y b) bajo un campo eléctrico TE_{112} . En estas figuras el color azul corresponde a la energía longitudinal inicial de 5 keV se convierte al rojo al cubrir el espacio del cilindro. Este color corresponde a la energía total de 220 keV (ver la figura c) que prácticamente es igual a la energía transversal. En este caso de aceleración autoresonante no hay fuerzas de aceleración longitudinal sino actúa la fuerza diamagnética de desaceleración:

$$\vec{F} = -\frac{\xi_{\perp}}{B} \frac{\partial B}{\partial z} \hat{z}. \quad (3.2)$$

El campo TE_{112} se muestra en la figura d.

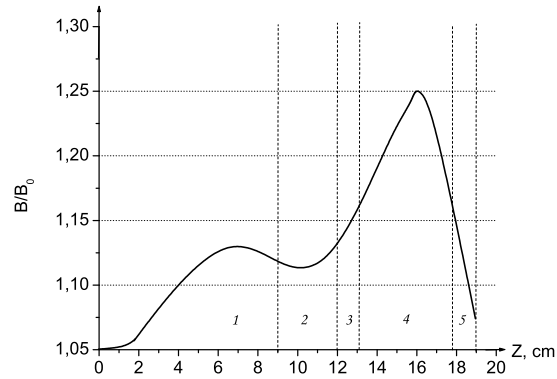


Figura 3.5: Perfil longitudinal del campo magnético normalizado.

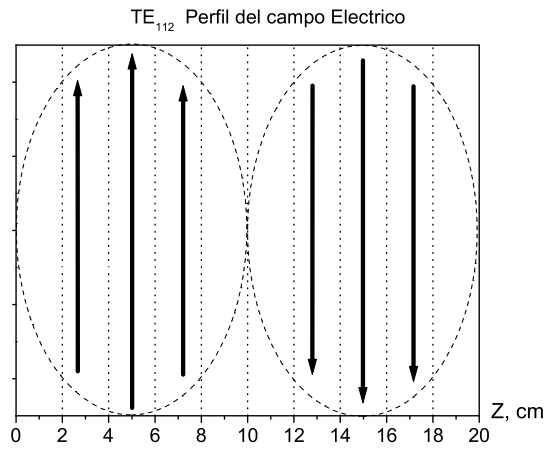


Figura 3.6: Perfil longitudinal del campo eléctrico en la cámara TE_{112} .

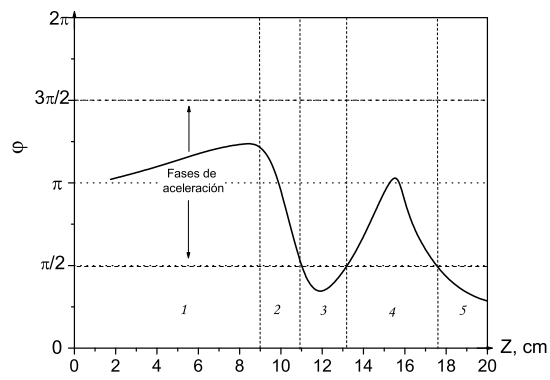


Figura 3.7: Fases de aceleración y desaceleración en función del espacio.

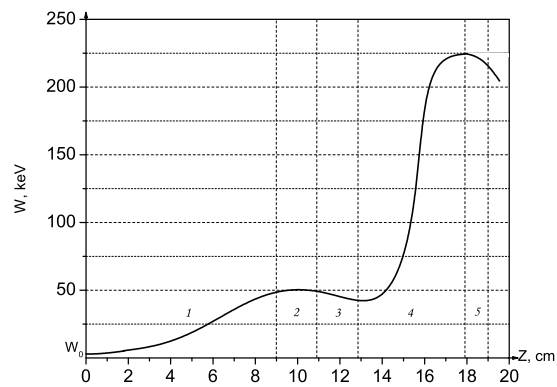


Figura 3.8: Crecimiento de la energía en condiciones de Autoresonancia Espacial.

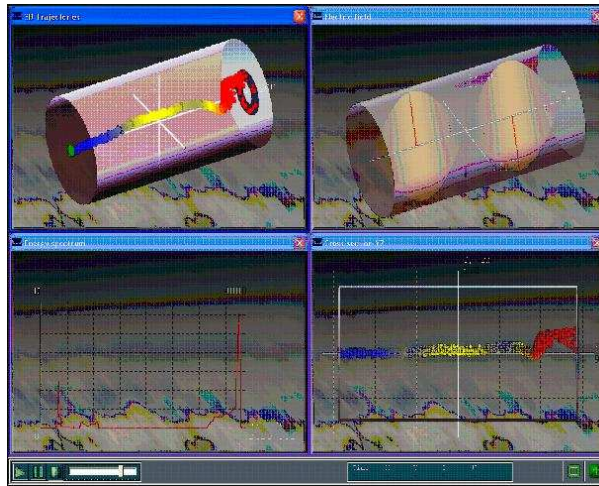


Figura 3.9: Visualización de movimiento de un haz de baja densidad en la cámara cilíndrica (a), la distribución del campo TE_{112} (b), el espectro energético (c), y la proyección en el plano xz de la trayectoria del haz

footnote

Capítulo 4

CONCLUSIONES

1. Se realizó un estudio del fenómeno de resonancia ciclotrónica electrónica que se automantiene en un campo magnético espacialmente no homogéneo
2. Fue elaborado un modelo físico matemático del fenómeno con parámetros convencionales de laboratorio. El movimiento del electrón en campos magnéticos en condiciones de resonancia se basa en el método $3D$ de partícula en celda.
3. Se muestra que el fenómeno de autoresonancia espacial es posible relaizarlo para un haz electrónico de densidad baja en condicones de laboratorio (campo magnético de orden de $0,1 T$, cavidad cilíndrica de diámetro de $10 cm$ y longitud del orden de $30 cm$). La energía que es alcanzable para estos parámetros no optimizados es del orden de $200 keV$ que se alcanza en las mejores fuentes de rayos X convencionales de última generación.
4. Los primeros experimentos en aproximación de una partícula abren una vía para la búsqueda de condiciones óptimas de aceleración hasta energías mucho mayores y para haces de densidad

que presentan interés para generadores de rayos X (cientos de miliamperios).

Bibliografía

- [1] A.A.Kolomenskii, A.N. Levedev. Akad, Nauk SSSR p145 vol 1251.
- [2] V. Ya. Zh.Davydovskii Eksp. Teor. Fiz, 43 886 (1962), Sov Phys.
- [3] K. S. Golovanivsky, IEEE Trans. Plasma Sci., vol Ps-10, p 201, 1982.
- [4] K. S. Golovanivsky. V. Dougar Jabon. V. P Milantiev Sov. Journal of Plasma Phys, vol 1, p. 361 - 364, 1975.
- [5] K. S. Golovanivsky, Physica Scripta, vol 22, p. 126, 1980.
- [6] "The GYRAC, A proposed gyro-resonant accelerator of electrons." IEEE Trans. Plasma Sci, vol, PS-10,pp, 120-129, 1982.
- [7] V.D.Dougar-Jabon, A.M.Umnov, D.Suescun Diaz "3D simulation of an ECR."
- [8] H. G. Alvarez, Movimiento de partículas cargadas de condicin ECR: Validacin de trampa Magntica Cero B., Tsis de Pregrado., Fisica.
- [9] V.D.Dougar-Jabon, F.A.Vivas Mejia, A.M.Umnov "Plasma confinement in electrn cy-clotron double cusp trap", Phys. Scripta, 62 (2000) 183.

- [10] Boris, J. Relativistic Plasma Simulation - Optimisation of A Hibrid Code. Proc. 4th conferencia in Simulation Numeric of Plasma, Office of Naval Research, Arlington. Va. Pp 3 - 67.
- [11] Morozov, A. I. y Solevev (1965) "The Structure of the Magnetic Field", Reviews of Plasma Physics Vol. 2, 1.
- [12] Granadshtein, I. S. e I.M. Rydzhik (1980). Table of integrals, Series, and Products, Academic Press, New York.
- [13] V. Dougar-Jabon, Physica Scripta, vol 69, p 313 - 315.
- [14] C.S Roberts and S. J. Buchsbaum. Phys Rev, vol 135, p. A381 1964.
- [15] R.Geller, Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR plasmas (IOP, Bristol, 1996).
- [16] Buneman, O. The advance from 2D Electrostatic to 3D Electromagnetic particle simulation, Computer Physics Communication, vol12, pp 21-31.
- [17] Simulacin Autoconsistente de Iones Multicargados y Estudio del Fen3meno de Autoresonancia Ciclotr3nica Espacial (SIGMAC). Cdigo (8125). Proyecto de Investigaci3n financiado por COLCIENCIAS.