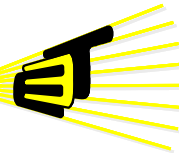


MODELO HÍBRIDO PROTOTIPO DE COMPETENCIA PARA MERCADOS DE GENERACIÓN TÉRMICA

FABIAN ALIRIO REMOLINA REYES



ESCUELA DE INGENIERÍAS
ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y DE TELECOMUNICACIONES



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTA DE FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA, NOVIEMBRE DE 2009

MODELO HÍBRIDO PROTOTIPO DE COMPETENCIA PARA MERCADOS DE GENERACIÓN TÉRMICA

FABIAN ALIRIO REMOLINA REYES

**TESIS DE GRADO EN LA MODALIDAD DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRICISTA.**

Director:

RUBÉN DARÍO CRUZ RODRÍGUEZ

Doctor en Ingeniería (UPB), Magíster en Potencia Eléctrica (UIS), Ingeniero Electricista (UIS)
Universidad Industrial de Santander
rdcruz@uis.edu.co



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTA DE FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA, NOVIEMBRE DE 2009**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por brindarme la fuerza necesaria para culminar de manera satisfactoria esta etapa de mi vida.

Agradezco a mis Padres Alirio Remolina y Miryam Reyes, por su amor, dedicación, paciencia, comprensión y apoyo. Igualmente a mis cuatro Hermanos por cada uno de los pequeños y grandes momentos compartidos.

A la Universidad Industrial de Santander y en especial a la Escuela de Ingeniería Eléctrica y de Telecomunicaciones por todo el conocimiento adquirido para optar al título de Ingeniero Electricista.

Al Doctor Rubén Darío Cruz Rodríguez, por el apoyo, el interés, el tiempo y la dedicación prestada en la dirección de este proyecto.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. CRITERIO DE TOMA DE DECISIONES DE LOS AGENTES GENERADORES EN UN MERCADO DE ENERGÍA ELÉCTRICA.....	11
3. CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESTRATÉGICO DE LAS EMPRESAS DE GENERACIÓN.....	14
3.1. LÍDERES DEL MERCADO (AGENTES "MADUROS" O "CONSOLIDADOS").....	14
3.2. JUGADORES ESTRATÉGICOS O "COURNOT".....	14
3.3. TOMADORES DE PRECIO O JUGADORES "BERTRAND".....	15
4. PLANTEAMIENTO MATEMATICO DEL MODELO PROPUESTO (HYPO).....	15
5. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	17
5.1. EJEMPLO NO. 1.....	17
5.2. EJEMPLO NO. 2.....	17
6. CONCLUSIONES.....	21
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	21
8. CURRÍCULUMS.....	22

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Coeficientes de las funciones de costo de producción del Ejemplo No. 1.....</i>	17
Tabla 2. <i>Caracterización del Comportamiento Estratégico de las Firmas en el Ejemplo No. 1</i>	17
Tabla 3. <i>Coeficientes de las funciones de costo de producción. Ejemplo No. 2</i>	17
Tabla 4. <i>Equilibrio del Mercado – Modelos Básicos. Ejemplo No. 1.</i>	18
Tabla 5. <i>Equilibrio del Mercado – Modelo Híbrido Prototipo – HYPO. Ejemplo No. 1.....</i>	18
Tabla 6. <i>Caracterización del Comportamiento Estratégico de las Firmas. Ejemplo No. 2.....</i>	19
Tabla 7. <i>Equilibrio del Mercado – Modelos Básicos. Ejemplo No. 2.</i>	20
Tabla 8. <i>Equilibrio del Mercado, Modelo Híbrido Prototipo - HYPO. Ejemplo No. 2.....</i>	20

RESUMEN

TITULO: MODELO HÍBRIDO PROTOTIPO DE COMPETENCIA PARA MERCADOS DE GENERACIÓN TÉRMICA*

AUTOR: FABIÁN ALIRIO REMOLINA REYES**

PALABRAS CLAVES: Mercados de Energía, Economía de la Electricidad, Equilibrio de Mercados, Modelos de Competencia, Equilibrio de Funciones de Suministro, Toma de Decisiones, Comportamiento Estratégico , GAMS.

DESCRIPCIÓN:

En este artículo se presenta la propuesta de un modelo híbrido de la competencia en un mercado de generación térmica, establecido para estimar el equilibrio que, en el mediano plazo, alcanzarían varias empresas, compitiendo en el corto plazo, para satisfacer una demanda especificada de energía eléctrica. A este modelo se le ha denominado HYPO por su acrónimo en inglés ("**Hybrid Power Market Equilibrium Model**") y se caracteriza por considerar que los agentes del mercado (empresas de generación térmica) tienen diferentes criterios para la toma de decisiones (Bertrand, Cournot, Stackelberg, Forchheimer y Equilibrio de Funciones de Suministro); esto es, unos actúan como "líderes" y otros como "seguidores" ya sea ejerciendo "poder de mercado" o actuando como "tomadores de precio". Esto difiere de los modelos teóricos clásicos de competencia que suponen que todos los agentes del mercado tienen el mismo criterio para la toma de decisiones. Para determinar la viabilidad del modelo propuesto se utilizó el sistema de modelado matemático GAMS ("*General Algebraic Modeling System*") simulando dos sistemas de prueba, tomados de la literatura técnica en el área, y llevando a cabo un análisis comparativo de los resultados obtenidos con el modelo HYPO y los alcanzados con los modelos teóricos clásicos de competencia.

* Tesis de Grado en la Modalidad de Investigación

**Faculta de Ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Rubén Darío Cruz Rodríguez, Doctor en Ingeniería (UPB), Magíster en Potencia Eléctrica (UIS), Ingeniero Electricista (UIS) - rdacruz@uis.edu.co.

ABSTRACT

TITLE: *MODELO HÍBRIDO PROTOTIPO DE COMPETENCIA PARA MERCADOS DE GENERACIÓN TÉRMICA**

AUTHOR: *FABIÁN ALIRIO REMOLINA REYES***

KEYWORDS: Power Markets, Electricity Economics, Market Equilibrium, Models of Competition, Supply Functions Equilibrium, Decision Making, Strategic Behavior, GAMS.

DESCRIPTION:

This paper presents a prototype hybrid model of the competition in a thermal generation market, destined for estimating the medium-term equilibrium reached by several companies while competing to satisfy a given short-term electricity demand. This model has been called HYPO by its acronym in English (**H**ybrid **P**ower Market Equilibrium Model) and is characterized by considering that the market players (thermal generation companies) have different criteria for making decisions (Bertrand, Cournot, Stackelberg, Forchheimer and Supply Function Equilibrium), i.e., some act as "leaders" and others as "followers" whether exercising "market power" or acting as "price takers". This differs from the classical theoretical models of competition, which assume that all market players have the same approach to decision making. To determine the feasibility of the proposed model, the mathematical modeling system GAMS (General Algebraic Modeling System) was used, simulating two test systems, taken from the technical literature in the area, and conducting a comparative analysis between HYPO and classical theoretical competition models.

* Tesis de Grado en la Modalidad de Investigación.

**Faculta de Ingeniería Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Rubén Darío Cruz Rodríguez, Doctor en Ingeniería (UPB), Magister en Potencia Eléctrica (UIS), Ingeniero Electricista (UIS) - rdcruz@uis.edu.co.

1. INTRODUCCIÓN

Los últimos treinta años han traído grandes cambios para la economía mundial. El salto en las tecnologías de la información ha ampliado las posibilidades de organización de las empresas y los procesos de desregulación, reestructuración y privatización de muchos sectores estatales han generado nuevos horizontes para las mismas [1]. Estos sectores que se han dinamizado y reestructurado, como ha sido el caso del sector eléctrico, han pasado en muchos casos de estructuras monopólicas a oligopólicas, por lo que su análisis económico es crucial para el fortalecimiento de la competitividad en un mundo globalizado.

Durante este mismo lapso de tiempo, el análisis del equilibrio de los mercados y los problemas de optimización asociados han crecido en complejidad y amplitud. Las empresas en un oligopolio se han dado cuenta de que sus acciones alteran los resultados del mercado y por tanto, se comportan estratégicamente de la manera que le sea más beneficiosa [1], [2].

De acuerdo como las firmas tomen sus decisiones estratégicas en un mercado, el punto de equilibrio (precio del mercado y demanda satisfecha) puede ser estimado a través de los modelos clásicos de competencia, a saber: Bertrand, Cournot, Stackelberg, Forchheimer y Equilibrio de Funciones de Suministro.

El modelo de Bertrand o de Competencia Perfecta asume que todas las firmas son "tomadoras de precio". Es decir, sus decisiones no tienen efecto sobre el precio del mercado por lo que se comportan de manera que su costo marginal de producción sea igual al precio del mercado para maximizar sus beneficios. En este caso, ninguna empresa puede establecer su precio debajo de su costo marginal de producción ya que el resultado sería pérdidas a largo plazo [3].

Otro modelo utilizado para describir el comportamiento de un mercado, pero en este caso bajo condiciones de competencia imperfecta, es el modelo de Cournot. Según este modelo, las empresas tienen la capacidad de afectar el precio ("poder de mercado"¹). Esta capacidad está dada por su participación en el mercado y sólo es limitada por la elasticidad de la demanda. En otras palabras, el precio del mercado es determinado por la interacción de la oferta agregada y la curva de demanda del mercado [3], [4].

Por otra parte, una forma especial del ejercicio de "poder de mercado" se presenta en los juegos de estrategia económica conocidos como: liderazgo en precios (también llamado modelo de Forchheimer), y el liderazgo en cantidad o modelo de Stackelberg, los cuales parten del supuesto de la existencia de una sola empresa principal, realizando el primer movimiento actuando como "líder" del mismo, y con una o varias empresas menos importantes que toman decisiones respondiendo a lo que

dicha empresa principal hace y por consiguiente actuando como "seguidores" [5].

En el modelo de liderazgo en precio o modelo de Forchheimer se supone la existencia de una única empresa principal con capacidad de fijar precios y de un conjunto de pequeñas empresas, en relación con la anterior, que actúan como tomadoras de precio [5]. Según este modelo, el seguidor no puede influir en el precio del mercado (este es afectado únicamente por el líder). Por lo tanto, la única acción de los seguidores para maximizar sus beneficios es ajustar su producción hasta el punto en que el costo marginal de producción es igual al precio del mercado.

De la misma forma, el modelo de liderazgo en cantidad o modelo de Stackelberg es también un juego dinámico "secuencial"² de estrategia económica, en el cual el líder hace el primer movimiento y luego los seguidores responden con base en ello. A diferencia del modelo de Forchheimer, el modelo de Stackelberg supone que tanto el líder como los seguidores tiene la capacidad de afectar el precio y a diferencia del modelo de Cournot, la empresa líder conoce la conducta de la empresa seguidora, tomando decisiones según sus intereses, lo cual conlleva a la empresa seguidora a actuar en consecuencia considerando la decisión del líder [3], [5].

Finalmente se ha considerado el modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro. Este modelo supone que todos los agentes del mercado conocen la conducta de sus competidores a través de una función de oferta o suministro "general"³, que relaciona la cantidad de energía que una empresa está dispuesta a entregar con el precio del mercado. Esta función de oferta está dada por la pendiente de las funciones de suministro de los competidores y por la elasticidad de la demanda [1], [6].

Los cinco modelos suponen implícitamente que todos los agentes generadores compiten en el mercado con el mismo criterio para la toma de decisiones, lo cual se ha considerado en este trabajo como no ajustado a la realidad. En un ambiente real competitivo, los agentes generadores son un conjunto heterogéneo que tiene distintas opciones y criterios para la toma de decisiones, acceso a diferentes fuentes de información y herramientas, diferente influencia en sus competidores, distinta conciencia de su eventual poder de mercado y de las reglas establecidas por el regulador, equipos gerenciales con variados niveles de preparación y experiencia, además de muchos cursos de acción alternativos, cada uno con diferente resultado [7], [8], [9].

2 La secuencialidad en la toma de decisiones es equivalente, en el caso de los mercados de energía eléctrica, a la toma de decisiones simultánea con certeza por parte de los agentes del mercado con respecto al comportamiento del líder y los seguidores.

3 Los agentes generadores en los modelos Bertrand y Cournot también tienen funciones de suministro (oferta), en cada caso, que representan el criterio de toma de decisiones de éstos y pueden verse como casos particulares de la función de oferta "general" del modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro. La función de oferta en el modelo Bertrand es "Costo Marginal igual a Precio del Mercado" y en el modelo Cournot es "Costo Marginal igual a Ingreso Marginal".

1 Habilidad o capacidad de una empresa generadora de elevar a voluntad el precio del mercado de energía sin ser desplazada por sus competidores.

Conociendo las limitaciones de los modelos teóricos clásicos en cuanto al comportamiento de los agentes generadores, en este artículo se presenta el modelo híbrido prototipo para mercados de generación térmica, "HYPO". En él se considera que los agentes del mercado tienen diferentes criterios para la toma de decisiones, esto es, unos actúan como "líderes" que pueden gestionar sus funciones de costo y por lo tanto también sus funciones de suministro y otros como "seguidores" ya sea ejerciendo "poder de mercado" o actuando como "tomadores de precio".

Los resultados de este trabajo de investigación representan un avance en la construcción de un nuevo mecanismo o herramienta para contribuir en el mejoramiento de la competitividad de los mercados de energía eléctrica, respondiendo a las intereses de los usuarios del mismo, como son, el aseguramiento de la viabilidad del mercado y disminución de precios de energía. Esta investigación es entonces de gran utilidad para futuros estudios que, en la determinación del punto de equilibrio que alcanzaría un mercado bajo determinadas condiciones, involucren la consideración del comportamiento de la demanda y mercados reales, asegurando la aplicabilidad de estos resultados en el sector eléctrico del País.

Este artículo se divide en seis secciones principales. La sección II presenta la descripción del problema de optimización que representa el criterio considerado como "racional" para la toma de decisiones por parte de los agentes generadores en un mercado de energía (maximización del beneficio o utilidades). En la sección III se caracteriza el comportamiento de los agentes generadores según el criterio de toma de decisiones. La sección IV muestra el planteamiento matemático del modelo HYPO, basado en el comportamiento estratégico de cada firma. Los resultados de las simulaciones realizadas usando el sistema de modelado GAMS y las conclusiones de este trabajo de investigación están dados en las secciones V y VI respectivamente.

2. CRITERIO DE TOMA DE DECISIONES DE LOS AGENTES GENERADORES EN UN MERCADO DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Para el análisis en este trabajo, se supondrá un mercado oligopólico con F firmas generadoras. Cada firma racional trata de maximizar a corto plazo su beneficio en una única situación de demanda d . Entonces, el objetivo en el corto plazo de cada firma f ($f = 1, 2, \dots, F$) es resolver el problema de optimización con la siguiente función objetivo:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{P_{f,d}} \left(\Pi_{f,d} \right) = \\ & \text{Max} \left(\begin{array}{c} \text{Beneficios, Utilidades o Ganancias} \\ \underbrace{\pi_d \cdot P_{f,d}}_{\text{Ingresos}} - \underbrace{CO_{f,d}}_{\text{Costos}} \\ \text{Ingresos} \quad \text{Costos} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

- Balance en el Corto Plazo de la Potencia Activa⁴:

$$L_d - \sum_{f=1}^F P_{f,d} = 0 \quad (2)$$

- Mínimos y Máximos Técnicos de Generación:

$$\begin{aligned} \sigma_{f,d} \cdot P_f^{\min} &\leq P_{f,d} \leq \sigma_{f,d} \cdot P_f^{\max} \\ f &= 1, \dots, F \end{aligned} \quad (3)$$

- Funciones de Costos de Generación de Corto Plazo:

$$\begin{aligned} CO_{f,d} &= a_f + b_f \cdot P_{f,d} + 0,5 \cdot c_f \cdot P_{f,d}^2 \\ f &= 1, \dots, F \end{aligned} \quad (4)$$

- Función Inversa Agregada de Demanda de Mediano Plazo⁵:

$$\pi_d = \ell^{-1}(L_d) \quad (5)$$

- Funciones de Suministro⁶ de Corto Plazo:

$$P_{f,d} = \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d) \quad f = 1, \dots, F \quad (6)$$

Donde:

π_d Precio de Bolsa o del Mercado al que se liquidan todas las transacciones de compra y venta de energía, "System Marginal Price" – SMP, [k\$/MWh].

$P_{f,d}$ Potencia activa generada por las unidades de la empresa f en la situación de demanda d [MW].

4 No se considera energía reactiva, pérdidas de energía, ni la red de transmisión.

5 La ecuación (1) ha sido establecida considerando el problema de toma de decisiones en el corto plazo (i.e., para una situación específica de demanda) enfrentado por los agentes generadores en un mercado de energía eléctrica. Esta situación puede verse como un juego de corto plazo jugado en numerosas ocasiones, entonces, aunque en el corto plazo la elasticidad de la demanda de electricidad sea casi nula (i.e., la demanda no responde a variaciones en el precio del mercado) la demanda sí responde al precio a medida que se juega repetidamente en el mediano plazo. Esto es lo que pretende representar la ecuación (5), ver nota al pie 7. Este juego se restringe al mediano plazo porque el considerarlo de largo plazo implicaría que las empresas de generación pudieran modificar su capacidad instalada (expansión con inversiones en generación), lo que resultaría en la modificación de la ecuación (3) que establece una capacidad máxima de generación fija, además de incluir los costos de inversión en la función de costos de generación –ecuación (4)–.

6 El comportamiento de los agentes generadores, esto es, como responden al precio del mercado, se representa por lo que se ha denominado la "función de suministro" (producción en función del precio del mercado). Como se está modelando aquí precisamente el problema de toma de decisiones por parte de los generadores, esta función no se conoce y debe determinarse a partir del análisis que se está realizando.

L_d Demanda de potencia activa satisfecha por el mercado en el período de operación o situación de demanda d [MW].

$\sigma_{f,d}$ Valor de la función de arranque-parada de la empresa f para el período d . Esta es una función binaria que indica para cada período (situación de demanda) dentro del horizonte de operación si las unidades de la empresa f son seleccionadas (despachadas) o no. Si la empresa ha sido seleccionada en el despacho (está encendida), $\sigma_{f,d} = 1$; por el contrario si se encuentra apagada, $\sigma_{f,d} = 0$.

P_f^{\min} Mínimo técnico de generación estable de la empresa f [MW].

P_f^{\max} Máximo técnico de generación de la empresa f [MW].

a_f, b_f, c_f Coeficientes de la función de costos de costo plazo de generación de la empresa f .

$\ell^{-1}(L_d)$ Función inversa agregada de demanda⁷ en el mediano plazo.

$\mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)$ Función de suministro de la empresa f en el período d (corto plazo).

Despejando L_d de la ecuación (5), obtenemos la función agregada de demanda. Esto es, la demanda en función del precio del mercado (π_d):

$$L_d = \ell(\pi_d) \quad (7)$$

Si a la demanda total –ecuación (7)– se le resta la producción de todos los competidores de f en función del precio del mercado (π_d) –ecuación (6)–, se obtiene la "demanda residual"⁸ de la empresa f en función del precio del mercado (π_d):

7 La función inversa agregada de demanda constituye el precio del mercado como una función de la demanda total, representando el valor marginal que los consumidores, agregados o en conjunto, asocian a la energía (disposición marginal de pago por la electricidad) y por lo tanto, representa su respuesta, en variación del consumo, ante variaciones del precio del mercado (elasticidad de la demanda). Como en este trabajo se pretende estimar el equilibrio que alcanzarían varias empresas compitiendo repetidamente en el corto plazo, se requiere esta función para representar la respuesta, en el mediano plazo, de los consumidores ante el precio de la electricidad en el mercado. En la literatura técnica se han propuesto diferentes alternativas de esta función para representar el comportamiento de los consumidores en un mercado de energía, como por ejemplo, función inversa de demanda lineal, polinómica, iso-elástica, hiperbólica trasladada, etc. En este trabajo, se ha supuesto una función inversa agregada de demanda lineal proporcionada como dato de entrada al modelo (función conocida).

8 La función de demanda residual o cuota del mercado, es la curva de demanda individual de una empresa, la cual es la porción de la demanda del mercado que no es satisfecha por las otras firmas del mercado. Entonces es la función de demanda del mercado menos la función de suministro de las otras firmas (producción en función del precio del mercado).

$$P_{f,d} = \underbrace{\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}_{P_{f,d}} \quad (8)$$

$$= \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)$$

La función objetivo –ecuación (1)– está expresada en función de la producción de la empresa f ($P_{f,d}$). Utilizando la función de demanda residual, ecuación (8), se formula a continuación la función objetivo en términos del precio del mercado (π_d) y de la función de suministro de la empresa f –ecuación (6)–:

$$\Pi_{f,d} = \pi_d \cdot \underbrace{\left(\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d) \right)}_{P_{f,d}} \quad (9)$$

$$- CO_{f,d} \left(\underbrace{\left(\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d) \right)}_{P_{f,d}} \right)$$

En la ecuación (9), el costo de operación se representa como la composición⁹ de la función de costo con la función de demanda residual –ecuación (8)–:

$$CO_{f,d} \left(\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d) \right) = \quad (10)$$

$$CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)) =$$

$$(CO_{f,d} \circ \mathfrak{R}_{f,d})(\pi_d)$$

Despreciando las restricciones y considerando el Teorema de Fermat, los candidatos a máximo de la función de beneficio o utilidad de la ecuación (9) deben ser puntos estacionarios de la misma; esto es, la derivada de la función evaluada en ese punto debe ser igual a cero:

$$\frac{\partial \Pi_{f,d}}{\partial \pi_d} = 0 \quad (11)$$

Derivando¹⁰ la ecuación (9) con respecto al precio del mercado (π_d), se obtiene:

9 Una función compuesta es una función formada por la composición o aplicación sucesiva de otras dos funciones. Para ello, se aplica sobre el argumento la función más próxima al mismo, y al resultado del cálculo anterior se le aplica finalmente la función restante.

10 Derivada de un producto: $\frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot v + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$

$$\frac{\partial \Pi_{f,d}}{\partial \pi_d} = \left(\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d) \right) + \pi_d \left(\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \right) - \frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \pi_d} \quad (12)$$

Cuando el mercado está en equilibrio, la demanda residual de cada empresa –ecuación (8)– es igual a la producción dada por la función de suministro de éstas –ecuación (6)–:

$$P_{f,d} = \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d) = \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d) \quad (13)$$

$f = 1, \dots, F$

De la ecuación (13) se concluye que:

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)} = \frac{\partial P_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = 1, \quad f = 1, \dots, F \quad (14)$$

Utilizando la regla de la cadena¹¹ y la ecuación (14), la expresión de la derivada parcial del costo de operación con respecto al precio es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \pi_d} &= \frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)} \cdot \frac{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \\ &= \frac{\frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)}}{\frac{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)}} \cdot \frac{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \\ &= \frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)} \cdot \frac{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \end{aligned} \quad (15)$$

De la ecuación (8) se obtiene la derivada de la función de demanda residual con respecto al precio del mercado:

¹¹ Si $v(u(x)) = (v \circ u)(x)$, $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$

$$\frac{\partial \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} = \frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \quad (16)$$

Remplazando (15) y (16) en (12) e igualando a cero, como lo indica la ecuación (11), se tiene la condición necesaria de optimalidad con la que tomaría decisiones un agente generador "racional" en un mercado de energía eléctrica.

$$\begin{aligned} \frac{P_{f,d} = \mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d) = \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)}{\ell(\pi_d) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)} &= \left(\pi_d - \frac{\partial CO_{f,d}(\mathfrak{R}_{f,d}(\pi_d))}{\partial \mathfrak{S}_{f,d}(\pi_d)} \right) \cdot \left(\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

A continuación se expresa la condición de optimalidad en términos de la producción de la empresa f ($P_{f,d}$) y su costo marginal. De esta forma es fácil verificar que una empresa debe tomar decisiones en un mercado de energía eléctrica considerando el precio del mercado, su costo marginal de producción, la elasticidad de la demanda¹² y la elasticidad de precio de las funciones de suministro de sus competidores¹³. Esta condición de optimalidad define la función de suministro de la empresa f .

¹² La elasticidad de precio de la demanda agregada está definida como la variación porcentual de la demanda ($\Delta L_d/L_d$) dividida entre la correspondiente variación porcentual del precio ($\Delta \pi_d/\pi_d$):

$$\begin{aligned} \varepsilon_L(L_d) &= \frac{\ell^{-1}(L_d)}{L_d} \cdot \frac{1}{\underbrace{\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial L_d}}_{\text{Pendiente de la Funcion Inversa de Demanda}}} \quad 6 \\ \varepsilon_L(\pi_d) &= \frac{\pi_d}{\ell(\pi_d)} \cdot \underbrace{\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d}}_{\text{Pendiente de la Funcion de Demanda}} \end{aligned}$$

¹³ De manera análoga, la elasticidad de precio del suministro de la empresa i en el período d está definida como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Si,d}(P_{i,d}) &= \frac{\mathfrak{S}^{-1}(P_{i,d})}{P_{i,d}} \cdot \frac{1}{\underbrace{\frac{\partial \mathfrak{S}^{-1}(P_{i,d})}{\partial P_{i,d}}}_{\text{Pendiente de la Funcion Inversa de Suministro}}} \quad 6 \\ \varepsilon_{Si,d}(\pi_d) &= \frac{\pi_d}{\mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)} \cdot \underbrace{\frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d}}_{\text{Pendiente de la Funcion de Suministro}} \end{aligned}$$

$$P_{f,d} = \left(\pi_d - \frac{\overbrace{\partial CO_{f,d}}^{\text{Costo Marginal de la Empresa } f}}{\partial P_{f,d}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} \right) \quad (18)$$

Finalmente se reescribe la condición de optimalidad de manera que posteriormente sea posible derivar las condiciones de optimalidad de los modelos básicos de competencia (Bertrand, Cournot) a partir de esta formulación general:

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d + \left(\frac{1}{\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f}}^F \frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d}} \right) \cdot P_{f,d} \quad (19)$$

3. CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESTRATÉGICO DE LAS EMPRESAS DE GENERACIÓN

Se ha denominado la ecuación (19) como la condición necesaria general de optimalidad y constituye la restricción fundamental que representa las diferentes opciones de comportamiento de los agentes generadores en un mercado de energía considerando el comportamiento de sus competidores (funciones de reacción). A partir del análisis realizado en este trabajo y de la ecuación mencionada, se caracterizaron tres categorías de comportamiento estratégico de los agentes generadores

3.1. LÍDERES DEL MERCADO (AGENTES "MADUROS" O "CONSOLIDADOS")

El comportamiento del agente generador capaz de gestionar su función de costo, que conoce plenamente el comportamiento de las demás empresas del mercado ("seguidores") y que además tiene la capacidad de ejercer poder de mercado, puede definirse como el de un "líder" o un agente generador "maduro" o "consolidado" en el mercado, y es descrito completamente por la ecuación (19). Esta ecuación considera la influencia tanto de la curva de demanda como de las pendientes de las funciones de suministro de sus competidores. Esta ecuación puede calcular la función de reacción de una compañía considerando la posición de las otras con respecto al mercado, es decir, la influencia que ejerce en la oferta de una empresa, las funciones de suministro de sus competidores [10].

La ecuación (19) o "condición de optimalidad" es una ecuación diferencial porque los parámetros de las

funciones de suministro son, en primera instancia, desconocidos. Para encontrar una solución única para este conjunto de ecuaciones, normalmente se supone que la funciones de suministro y las funciones de costo tienen formas lineales y cuadráticas respectivamente [1].

En muchos casos, es una única empresa, el "líder" del mercado, quién tiene un comportamiento caracterizado por la ecuación (19), actuando las demás como "seguidoras" utilizando criterios de toma de decisiones diferentes y menos sofisticados (e.g., modelos de Stackelberg y Forchheimer). En el caso de un mercado consolidado, todas las empresas participantes habrían alcanzado un nivel de "madurez" tal que su proceso de toma de decisiones puede ser descrito por la ecuación (19), lo que constituye lo que se ha llamado el modelo de "Equilibrio de Funciones de Suministro" [11], [12], [13].

Matemáticamente no existe inconveniente para que no sean todas, o no sea únicamente una, la empresa tomando decisiones con la ecuación (19). Esto es, no existe impedimento para que sean algunas empresas (más de una, no todas) las que presenten un comportamiento que las caracterice simultáneamente como "líderes" o "agentes maduros". Sin embargo, en la práctica esto podría implicar que este grupo de empresas ha conformado lo que se denomina un "cartel"¹⁴ y están operando en colusión, lo cual es una práctica tipificada como delito en todos los mercados de energía a nivel mundial.

3.2. JUGADORES ESTRATÉGICOS O "COURNOT"

Para aquellas compañías que por su porcentaje de participación en el mercado tienen la capacidad de afectar el precio sin ser desplazadas por sus competidores, pero que no actúan como líderes del mismo, el precio de equilibrio y la producción, para estas firmas es obtenido por la interacción de la oferta agregada y la curva de la demanda del mercado [3].

Este tipo de compañías asumen que sus competidoras mantendrán constante su producción al nivel existente, cuando ella cambie su propia producción en el corto plazo, en un proceso continuo y simultáneo, en etapas de acción y reacción, hasta alcanzar un equilibrio. El comportamiento de este tipo de firmas se describe suponiendo que la variación de las funciones de suministro de los competidores con respecto al precio del mercado es nula –ecuación (6)– y por lo tanto estas empresas no la consideran en la toma de decisiones.

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d} = \frac{\partial P_{i,d}}{\partial \pi_d} = 0 \quad (20)$$

¹⁴ Un cartel es un grupo de generadores rivales y por lo tanto formalmente independientes, que han realizado un acuerdo cuyo propósito es alcanzar un mayor beneficio neto para el grupo por medio del establecimiento de prácticas restrictivas de la libre competencia. Los carteles están prohibidos en las leyes anti-monopolio de la mayor parte de los países.

Reemplazando la ecuación (20) en la ecuación (19):

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d + \left(\frac{1}{\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d}} \right) \cdot P_{f,d} \quad (21)$$

Utilizando las definiciones de las funciones de demanda agregada –ecuaciones (5) y (7)–:

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d + \left(\frac{\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial L_d}}{\ell(\pi_d)} \right) \cdot P_{f,d} \quad (22)$$

Aplicando nuevamente la regla de la cadena, considerando la restricción de balance de potencia –ecuación (2)–:

$$\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial L_d} = \frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial P_{f,d}} \frac{\partial P_{f,d}}{\partial L_d} = \frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial P_{f,d}} \quad (23)$$

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d + \left(\frac{\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial P_{f,d}}}{\ell(\pi_d)} \right) \cdot P_{f,d} \quad (24)$$

Factorizando π_d en el lado derecho de la ecuación (24), multiplicando el segundo término de ese lado por L_d/L_d , definiendo $ms_{f,d} = P_{f,d}/L_d$ como la porción del mercado a cargo de la empresa f en el período d , considerando la definición de elasticidad de precio de la demanda¹² –ecuación (25)– y, aplicando la regla de la cadena, se tiene que la ecuación (24) se convierte en la ecuación (26) :

$$\varepsilon_L(L_d) = \frac{\ell^{-1}(L_d)}{L_d} \cdot \frac{\partial L_d}{\partial \ell^{-1}(L_d)} = \frac{\pi_d}{L_d} \cdot \frac{\partial P_{f,d}}{\partial \ell^{-1}(L_d)} \quad (25)$$

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d \left(1 - \frac{ms_{f,d}}{|\varepsilon_L(L_d)|} \right) \quad (26)$$

3.3. TOMADORES DE PRECIO O JUGADORES "BERTRAND"

Finalmente están las firmas tomadoras de precio, que como su nombre lo indica el precio para ellas se obtiene de la interacción de éste con sus costos marginales de producción [3]. Por lo tanto, estas firmas no consideran la influencia de la curva de demanda, ni las pendientes de las funciones de suministro de sus competidoras, para su toma de decisiones. Para este tipo de firmas, a partir de la ecuación (19) y aplicando el mismo procedimiento utilizado para los jugadores estratégicos o Cournot; esto

es, considerar la producción como un valor constante en corto plazo, se llega a la ecuación (24).

Adicionalmente, se considera que este tipo de jugadores tiene una participación baja en el mercado ($ms_{f,d} \approx 0$), lo que resulta en que no tienen "poder de mercado", ni la posibilidad de afectar el precio del mercado:

$$\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial P_{f,d}} = 0 \quad (27)$$

Lo anterior resulta en que la condición de optimalidad para la toma de decisiones por este tipo de agentes generadores es:

$$\frac{\partial CO_{f,d}}{\partial P_{f,d}} = \pi_d \quad (28)$$

4. PLANTEAMIENTO MATEMATICO DEL MODELO PROPUESTO (HYPO)

Para determinar el punto de equilibrio del mercado, esto es, el precio al que se liquidan las transacciones de compra y venta de energía (π_d) y la demanda satisfecha por el mercado (L_d), en este trabajo se ha partido del hecho de que la función objetivo de toda firma generadora "racional" es maximizar sus beneficios, excedentes o utilidades. Se tiene entonces:

$$\text{Max}_{P_{f,d}} (\Pi_{f,d}) = \text{Max}_{P_{f,d}} (\pi_d \cdot P_{f,d} - CO_{f,d}) \quad (29)$$

Sujeto a:

- Función de reacción ($\omega_{LD,d}$) del(os) jugador(es) líder(es) del mercado f_{LD} :

$$\frac{\partial CO_{f_{LD},d}}{\partial P_{f_{LD},d}} + SV_{f_{LD},d} = \pi_d + \left(\frac{1}{\frac{\partial \ell(\pi_d)}{\partial \pi_d} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq f_{LD}}}^F \frac{\partial \mathfrak{Z}_{i,d}(\pi_d)}{\partial \pi_d}} \right) \cdot P_{f_{LD},d} \quad (30)$$

$$f_{LD} = 1, \dots, F_{LD}$$

- Función Inversa de suministro¹⁵ supuesta para el(os) jugador(es) líder(es) del mercado f_{LD} :

15 De acuerdo con lo propuesto en [1], página 98, se ha supuesto una función de suministro lineal, con pendiente $\beta_{f_{LD},d}$. El término $b_{f_{LD}}$ corresponde al coeficiente del término de primer grado de la función de costo, y resulta del proceso propuesto en [16] para parametrizar la función de suministro de manera que se determine un punto único de equilibrio (precio del mercado y demanda satisfecha).

$$\mathfrak{S}_{f_{LD},d}(\pi_d) = \beta_{f_{LD},d}(\pi_d - b_{f_{LD}}) \quad (31)$$

$$f_{LD} = 1, \dots, F_{LD}$$

- Función de reacción ($\omega_{SP,d}$) de los jugadores estratégicos o jugadores "Cournot" f_{SP} :

$$\frac{\partial CO_{f_{SP},d}}{\partial P_{f_{SP},d}} + SV_{f_{SP},d} = \pi_d + \left(\frac{\partial \ell^{-1}(L_d)}{\partial P_{f_{SP},d}} \right) \cdot P_{f_{SP},d} \quad (32)$$

$$f_{SP} = 1, \dots, F_{SP}$$

- Función de reacción ($\omega_{PT,d}$) para las empresas tomadoras de precio o jugadores "Bertrand" f_{PT} :

$$\frac{\partial CO_{f_{PT},d}}{\partial P_{f_{PT},d}} + SV_{f_{PT},d} = \pi_d \quad f_{PT} = 1, \dots, F_{PT} \quad (33)$$

- Balace de la Potencia Activa (no se consideran pérdidas ni la red de transmisión de energía):

$$L_d - \sum_{f=1}^F P_{f,d} = 0 \quad (34)$$

- Mínimos y Máximos Técnicos de Generación (límites de suministro):

$$\sigma_{f,d} \cdot P_f^{\min} \leq P_{f,d} \leq \sigma_{f,d} \cdot P_f^{\max} \quad (35)$$

$$f = 1, \dots, F$$

- Funciones de Costos de Generación:

$$CO_{f,d} = a_f + b_f \cdot P_{f,d} + 0,5 \cdot c_f \cdot P_{f,d}^2 \quad (36)$$

$$f = 1, \dots, F$$

- Función Inversa Agregada de Demanda:

$$\pi_d = \ell^{-1}(L_d) \quad (37)$$

Donde:

$SV_{f,d}$ Variable de holgura, multiplicador de Lagrange, precio sombra o variable dual asociada a las restricciones del problema. Debe incluirse para asegurar la factibilidad de la solución al optimizar con restricciones¹⁶.

16 En los problemas de optimización con restricciones, el problema de hallar los puntos estacionarios de la función objetivo se reemplaza por el de hallar los puntos estacionarios de una nueva función denominada el "Lagrangiano". Esta función incluye unas variables escalares adicionales llamadas "Multiplicadores de Lagrange" (variables de holgura, precios sombra o variables duales), una por cada restricción. En el caso del problema formulado para HYPO el Lagrangiano es:

F_{LD} Número de empresas en el mercado caracterizadas con comportamiento de "lider".

F_{SP} Número de empresas en el mercado caracterizadas como jugadores estratégicos (Cournot).

F_{PT} Número de empresas en el mercado caracterizadas como tomadoras de precio (Bertrand).

$\beta_{f_{LD},d}$ Pendiente de la función de suministro de la empresa f_{LD} en el período d [MW²h/k\$].

Como F es el número total de empresas compitiendo en el mercado:

$$F = F_{LD} + F_{SP} + F_{PT} \quad (38)$$

La solución de este modelo es llamado Equilibrio de Nash¹⁷. Representa el equilibrio del mercado bajo competencia imperfecta y depende de la toma de decisiones de sus participantes y de las interacciones estratégicas entra las empresas.

Se ha diseñado al modelo HYPO de manera que los modelos clásicos de competencia utilizados los mercados de energía resulten ser casos particulares de su formulación:

- Equilibrio de Funciones de Suministro:

$$F = F_{LD}, \quad F_{SP} = F_{PT} = 0 \quad (39)$$

- Stackelberg o Liderazgo de Cantidad:

$$F_{LD} = 1, \quad F_{SP} = F - 1, \quad F_{PT} = 0 \quad (40)$$

- Forchheimer o Liderazgo de Precio

$$F_{LD} = 1, \quad F_{SP} = 0, \quad F_{PT} = F - 1 \quad (41)$$

$Lagrangiano = \Pi_{f,d} +$

$$\lambda_{BPd} \cdot \left(L_d - \sum_{f=1}^F P_{f,d} \right) + \sum_{f=1}^F (\lambda_{sf,d} \cdot \omega_{f,d}) +$$

$$\sum_{f=1}^F \left(\mu_{f,d}^{\max} \cdot (P_{f,d} - \sigma_{f,d} \cdot P_f^{\max}) \right) +$$

$$\sum_{f=1}^F \left(\mu_{f,d}^{\min} \cdot (\sigma_{f,d} \cdot P_f^{\min} - P_{f,d}) \right)$$

Al hacer iguales a cero las derivadas parciales del Lagrangiano se obtiene la expresión para la condición de optimalidad del problema con restricciones, que incluye estos multiplicadores. En el caso de HYPO los multiplicadores de Lagrange están considerados por la variable $SV_{f,d}$.

17 En teoría de juegos se define el equilibrio de Nash (formulado por John Forbes Nash) como un modo de obtener una estrategia óptima para juegos que involucren a dos o más jugadores. Si hay un conjunto de estrategias tal que ningún jugador se beneficia cambiando su estrategia mientras los otros no cambien la suya, entonces ese conjunto de estrategias y las ganancias correspondientes constituyen un Equilibrio de Nash.

- Cournot

$$F = F_{SP}, \quad F_{LD} = F_{PT} = 0 \quad (42)$$

- Bertrand

$$F = F_{PT}, \quad F_{LD} = F_{SP} = 0 \quad (43)$$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

En esta sección se muestran los resultados de las simulaciones utilizado dos sistemas de prueba, (sistema propuesto en [14] y sistema IEEE 30), los cuales permitirán realizar el análisis comparativo entre los modelos clásicos de competencia y el modelo Híbrido Prototipo – HYPO – propuesto es esta artículo.

5.1. EJEMPLO NO. 1

Como primer caso se considera sistema de 5 firmas expuesto en [14], para validar el modelo propuesto. Los datos de las funciones de costo se muestran en la Tabla 1. Se supone una demanda inversa de $\pi = 350 - 10L$.

Tabla 1. Coeficientes de las funciones de costo de producción del Ejemplo No. 1.

f	a [k\$/h]	b [k\$/MWh]	c [k\$/MWh/MW]	P_{min_f} [MW]	P_{max_f} [MW]
1	0	12	2,687	0	50
2	0	12	4,615	0	50
3	0	8	1,789	0	50
4	0	8	1,930	0	50
5	0	12	4,615	0	50

En un mercado real y según datos históricos, se podría establecer o caracterizar de forma adecuada el comportamiento de cada firma. Para este caso de prueba se emplearon los datos arrojados por los otros modelos para realizar dicha caracterización.

Los resultados de los modelos básicos para este ejemplo muestran a las Firmas 3 y 4 como las compañías que podrían ejercer como líder del mercado, ya que presenta la más alta producción y los más altos beneficios en la mayoría de los casos. Las suposiciones de estos comportamientos estratégicos y de las demás firma según HYPO se enlistan en la **Tabla 2**.

Tabla 2. Caracterización del Comportamiento Estratégico de las Firmas en el Ejemplo No. 1

f	Caso ¹⁸			
	Hypo 1	Hypo 2	Hypo 3	Hypo 4
1	TDP	PDM	PDM	TDP
2	PDM	TDP	TDP	PDM
3	LD	LD	PDM	TDP

f	Caso ¹⁸			
	Hypo 1	Hypo 2	Hypo 3	Hypo 4
4	TDP	PDM	LD	LD
5	PDM	TDP	TDP	PDM

La **Tabla 4** muestra los resultados del equilibrio del mercado obtenidos con los modelos básicos de competencia (Bertrand, Cournot, Forchheimer, Stackelberg, y Equilibrio de Funciones de Suministro). Los resultados de este equilibrio, utilizando el modelo Híbrido Prototipo con cuatro casos de caracterización de comportamiento estratégico de las firmas, se enseñan en detalle en la **Tabla 5**. Estos datos (**Tabla 4** y **Tabla 5**) fueron obtenidos utilizando el lenguaje de programación matemático GAMS (“General Algebraic Modeling System”) [15].

La **Tabla 5** muestra la aproximación del modelo propuesto al equilibrio del mercado alcanzado con el modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro. El precio del mercado obtenido con este modelo se encuentra entre 32,144 k\$/MWh y 44,46 k\$/MWh, con producciones entre 31,786 MW y 30,554 MW respectivamente, mejorando significativamente los resultados de los modelos de Forchheimer y Stackelberg mostrados en la **Tabla 4**. Esto se da ya que este modelo asume que las compañías se comportan de manera racional y que todas tienen diferentes comportamiento estratégico.

5.2. EJEMPLO NO. 2

En este ejemplo se utiliza el sistema IEEE 30 para analizar y mostrar la viabilidad del modelo propuesto. Este sistema incluye seis generadores, cada uno perteneciente a una firma diferente. Las funciones cuadráticas de costos de producción están dadas en la **Tabla 3**. En esta sección se usará el modelo HYPO para modelar los diferentes tipos de comportamiento estratégico de cada firma en el mercado. Adicionalmente se supone una demanda inversa de $\pi = 35 - 0,018Y$.

Tabla 3. Coeficientes de las funciones de costo de producción. Ejemplo No. 2

f	a [k\$/h]	b [k\$/MWh]	c [k\$/MWh/MW]	P_{min_f} [MW]	P_{max_f} [MW]
1	0	2	0,02	0	800
2	0	1,75	0,0175	0	800
3	0	3	0,025	0	800
4	0	3	0,025	0	800
5	0	1	0,0625	0	800
6	0	3,25	0,00834	0	800

En el caso de prueba del sistema IEEE 30, los resultados de los modelos básicos muestran a la Firma 6 como la compañía que podría ejercer como líder del mercado, ya

18 TDP: Firma Tomadora de Precio. PDM: Firma que ejerce poder de mercado. LD: Firma que ejerce o puede ejercer como Líder

Tabla 4. Equilibrio del Mercado – Modelos Básicos. Ejemplo No. 1.

		Bertrand	Forchheimer	Funcione de Suministro	Stackelberg	Cournot
Precio (k\$/MWh)		26,88	27,42	32,85	67,25	80,40
Gen Total (MW)		32,313	32,258	31,715	28,275	26,960
Firma 1	Gen (MW)	5,536	4,661	5,919	10,722	5,391
	Ingreso (k\$/h)	148,780	127,795	194,415	721,065	433,420
	Costo (k\$/h)	107,607	85,119	118,097	283,114	103,738
	Utilidad (k\$/h)	41,173	42,676	76,319	437,951	329,682
Firma 2	Gen (MW)	3,223	3,341	3,870	3,780	4,680
	Ingreso (k\$/h)	86,618	91,604	127,114	254,209	376,258
	Costo (k\$/h)	62,646	65,849	80,999	78,330	106,700
	Utilidad (k\$/h)	23,972	25,755	46,115	175,878	269,558
Firma 3	Gen (MW)	10,551	10,854	9,237	5,026	6,141
	Ingreso (k\$/h)	283,558	297,595	303,399	338,004	493,718
	Costo (k\$/h)	183,987	192,212	150,217	62,804	82,861
	Utilidad (k\$/h)	99,571	105,383	153,182	275,200	410,857
Firma 4	Gen (MW)	9,780	10,061	8,819	4,967	6,068
	Ingreso (k\$/h)	262,838	275,852	289,669	334,036	487,849
	Costo (k\$/h)	170,541	178,169	145,605	63,544	84,076
	Utilidad (k\$/h)	92,297	97,684	144,064	270,492	403,773
Firma 5	Gen (MW)	3,223	3,341	3,870	3,780	4,680
	Ingreso (k\$/h)	86,618	91,604	127,114	254,209	376,258
	Costo (k\$/h)	62,646	65,849	80,999	78,330	106,700
	Utilidad (k\$/h)	23,972	25,755	46,115	175,878	269,558

Tabla 5. Equilibrio del Mercado – Modelo Híbrido Prototipo – HYPO. Ejemplo No. 1

		Hypo 1	Hypo 2	Hypo 3	Hypo 4
Precio (k\$/MWh)		32,144	44,032	44,46	31,732
Gen Total (MW)		31,786	30,597	30,554	31,827
Firma 1	Gen (MW)	7,497	2,525	2,558	7,343
	Ingreso (k\$/h)	240,984	111,181	113,729	233,008
	Costo (k\$/h)	165,475	38,866	39,487	160,557
	Utilidad (k\$/h)	75,508	72,315	74,242	72,451
Firma 2	Gen (MW)	1,378	6,941	7,033	1,350
	Ingreso (k\$/h)	44,294	305,626	312,687	42,838
	Costo (k\$/h)	20,918	194,462	198,532	20,405
	Utilidad (k\$/h)	23,377	111,165	114,155	22,433
Firma 3	Gen (MW)	9,022	11,170	3,093	13,265
	Ingreso (k\$/h)	290,003	491,837	137,515	420,925
	Costo (k\$/h)	144,985	200,966	33,301	263,516
	Utilidad (k\$/h)	145,018	290,872	104,213	157,409
Firma 4	Gen (MW)	12,510	3,020	10,836	8,518
	Ingreso (k\$/h)	402,121	132,977	481,769	270,293
	Costo (k\$/h)	251,103	32,961	199,997	138,161
	Utilidad (k\$/h)	151,019	100,015	281,771	132,132
Firma 5	Gen (MW)	1,378	6,941	7,033	1,350
	Ingreso (k\$/h)	44,294	305,626	312,687	42,838
	Costo (k\$/h)	20,918	194,462	198,532	20,405
	Utilidad (k\$/h)	23,377	111,165	114,155	22,433

que presenta la más alta producción y los más altos beneficios en la mayoría de los casos. Las suposiciones de comportamiento estratégico de cada firma según HYPO se enlistan en la **Tabla 6**.

Tabla 6. Caracterización del Comportamiento Estratégico de las Firmas. Ejemplo No. 2.

f	Caso ¹⁸					
	Hypo 1	Hypo 2	Hypo 3	Hypo 4	Hypo 5	Hypo 6
1	PDM	PDM	PDM	TDP	PDM	TDP
2	PDM	PDM	TDP	TDP	TDP	TDP
3	TDP	PDM	TDP	TDP	PDM	PDM
4	TDP	PDM	TDP	TDP	PDM	PDM
5	PDM	TDP	PDM	PDM	TDP	TDP

La **Tabla 7** muestra los resultados del equilibrio del mercado obtenidos con los modelos básicos de competencia. Por su parte, en la **Tabla 8** se presenta el equilibrio alcanzado, usando el modelo híbrido prototipo con seis casos de caracterización de comportamiento estratégico de las firmas. De igual manera que en el ejemplo anterior, estos datos se obtienen con el lenguaje de programación matemático GAMS.

A partir del análisis de la **Tabla 4** y la **Tabla 7**, además de estudios realizado previamente ([6], [10], [16]) se puede concluir que mediante la representación del mercado por medio del modelo de Cournot se obtiene el escenario más pesimista para los consumidores ya que este modelo presenta los precios más altos y la más baja producción. Este es porque el modelo considera que todas las empresas ejercen “Poder de Mercado”. Esto es, sus decisiones influyen en el precio de la energía, de acuerdo con su participación en el mercado, y este efecto sólo es contrarrestado por la elasticidad de la demanda. El criterio para la toma de decisiones de manera que se maximice el ingreso de cada agente generador es lograr que sus ingresos marginales sean iguales a sus costos marginales [6], [17].

Contrario a esta situación están los resultados obtenidos aplicando el modelo de Bertrand (Competencia Perfecta), el cual presenta los precios más bajos del mercado y la más alta producción, escenario optimista para los consumidores pero no deseado por los agentes generadores. Este modelo considera a todas las empresas como “Tomadoras de Precio”, esto es, sus decisiones no tiene influencia alguna en el precio del mercado. El criterio para la toma de decisiones de manera que maximice el ingreso de cada agente generador es lograr que sus costos marginales sean iguales al precio de la energía en el mercado [6].

Estos dos modelos representan los casos extremos del mercado, en donde si por un lado existe beneficio para los agentes generadores, se trae perjuicio para los consumidores y viceversa. Con estos dos modelos se obtienen puntos de equilibrio que normalmente no coinciden con los obtenidos en los mercados reales.

El modelo de Stackelberg o de “Liderazgo en Cantidad” presenta una reducción en los precios respecto a los obtenidos con el modelo de Cournot, pero sin estar muy lejos, ya que este modelo parte del supuesto que existe un líder y los seguidores actúan como jugadores Cournot (empresas que ejercen poder de mercado) considerando las decisiones del líder. Este modelo aproxima un poco los resultados del modelo de Cournot a los obtenidos en mercados reales, sin lograrse, sin embargo, una coincidencia plena en la mayoría de los casos [6].

Igualmente el modelo de Forchheimer o de “Liderazgo en Precio” acerca los resultados obtenidos con el modelo de Bertrand a los resultados de mercados reales, aunque en un nivel aun menos preciso que el obtenido con el modelo de Stackelberg, ya que este modelo considera la existencia de un líder y seguidores que actúan como jugadores Bertrand (tomadores de precio), considerando las decisiones del líder [6].

Finalmente, como punto medio y según estudios ([6], [10], [16]) considerado como el escenario más cercano al equilibrio obtenido en mercados reales, es la representación por medio del modelo de Equilibrio de funciones de Suministro. Esto es porque el modelo se basa en la elaboración de funciones de oferta de precio versus cantidad y a diferencia de los demás modelos las variables de decisión son los parámetros de las funciones de suministro.

La **Tabla 8** muestra los resultados del equilibrio del mercado utilizando el modelo HYPO. El precio del mercado obtenido con este modelo se encuentra entre 7,906 k\$/MWh y 9,995 \$/MWh, con producciones entre 1505,205 MW y 1389,149 MW respectivamente, datos que se consideran más acordes con los que se presentan en los mercados reales que los encontrados con los modelos básicos (Bertrand, Forchheimer, Stackelberg, Cournot), mostrados en la **Tabla 7**. Los resultados utilizando el modelo propuesto son cada vez más cercanos a la realidad en la medida en que existan diferentes tipos de comportamiento entre las firmas participantes en el mercado. Esta afirmación se puede ver claramente en los valores límites obtenidos del modelo HYPO. Estos dos valores se dieron asumiendo que las todas las firmas seguidoras excepto la firma 5, tenían el mismo comportamiento. En un caso suponiendo que la firma 5 se comportaba como “Tomadora de Precio” y el resto ejerciendo “Poder de Mercado”, y viceversa; es decir, la Firma 5 ejerciendo “Poder de Mercado” y las demás actuando como “Tomadoras de Precio”. Además se puede notar claramente que los resultados más cercanos a los obtenidos con el modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro (modelo considerado actualmente como el más cercano a los mercados reales) fueron los obtenidos en los casos Hypo 3 y Hypo 6, casos en los cuales la caracterización de las firmas en cuanto a su comportamiento estratégico fue más heterogéneo.

Tabla 7. Equilibrio del Mercado – Modelos Básicos. Ejemplo No. 2.

		Bertrand	Forchheimer	Func. Suministro	Stackelberg	Cournot
Precio (k\$/MWh)		7,37	7,46	8,406	10,68	11,22
Gen Total (MW)		1535,025	1529,729	1477,447	1351,082	1321,150
Firma 1	Gen (MW)	268,478	237,158	269,644	339,930	242,613
	Ingreso (k\$/h)	1978,683	1769,196	2266,627	3630,452	2722,120
	Costo (k\$/h)	1257,760	1036,753	1266,367	1835,384	1073,838
	Utilidad (k\$/h)	720,922	732,443	1000,261	1795,068	1648,282
Firma 2	Gen (MW)	321,118	326,564	312,104	251,564	266,741
	Ingreso (k\$/h)	2366,636	2436,167	2623,546	2686,706	2992,832
	Costo (k\$/h)	1464,225	1504,622	1398,510	993,977	1089,365
	Utilidad (k\$/h)	902,411	931,545	1225,036	1692,729	1903,467
Firma 3	Gen (MW)	174,782	178,595	188,636	178,617	191,147
	Ingreso (k\$/h)	1288,146	1332,317	1585,674	1907,630	2144,664
	Costo (k\$/h)	906,208	934,486	1010,702	934,651	1030,152
	Utilidad (k\$/h)	381,938	397,832	574,972	972,978	1114,512
Firma 4	Gen (MW)	174,782	178,595	188,636	178,617	191,147
	Ingreso (k\$/h)	1288,146	1332,317	1583,379	1907,630	2144,664
	Costo (k\$/h)	906,208	934,486	1008,597	934,651	1030,152
	Utilidad (k\$/h)	381,938	397,832	574,783	972,978	1114,512
Firma 5	Gen (MW)	101,913	103,438	112,361	120,255	126,948
	Ingreso (k\$/h)	751,098	771,647	944,507	1284,323	1424,355
	Costo (k\$/h)	426,483	437,794	506,892	572,170	630,565
	Utilidad (k\$/h)	324,615	333,853	437,614	712,154	793,790
Firma 6	Gen (MW)	493,952	505,381	406,066	288,101	302,555
	Ingreso (k\$/h)	3640,424	3770,145	3413,391	3076,913	3394,668
	Costo (k\$/h)	2622,774	2707,551	2007,304	1282,445	1365,024
	Utilidad (k\$/h)	1017,650	1062,594	1406,087	1794,469	2029,644

Tabla 8. Equilibrio del Mercado, Modelo Híbrido Prototipo - HYPO. Ejemplo No. 2.

		Hypo 1	Hypo 2	Hypo 3	Hypo 4	Hypo 5	Hypo 6
Precio (k\$/MWh)		9,157	9,995	8,396	7,906	9,024	8,417
Gen Total (MW)		1435,720	1389,149	1478,017	1505,205	1443,116	1476,816
Firma 1	Gen (MW)	188,343	210,403	168,308	295,315	184,840	320,865
	Ingreso (k\$/h)	1724,657	2102,978	1413,114	2334,760	1667,996	2700,721
	Costo (k\$/h)	731,417	863,500	619,892	1462,739	711,338	1671,273
	Utilidad (k\$/h)	993,240	1239,478	793,222	872,021	956,658	1029,447
Firma 2	Gen (MW)	208,649	232,262	379,754	351,789	415,652	380,989
	Ingreso (k\$/h)	1910,599	2321,459	3188,415	2781,244	3750,844	3206,784
	Costo (k\$/h)	746,062	878,483	1926,434	1698,491	2239,099	1936,816
	Utilidad (k\$/h)	1164,537	1442,976	1261,980	1082,752	1511,745	1269,968
Firma 3	Gen (MW)	246,282	162,682	215,828	196,252	140,091	125,984
	Ingreso (k\$/h)	2255,204	1626,007	1812,092	1551,568	1264,181	1060,407
	Costo (k\$/h)	1497,031	818,864	1229,756	1070,192	665,592	576,352
	Utilidad (k\$/h)	758,173	807,143	582,336	481,377	598,590	484,056
Firma 4	Gen (MW)	246,282	162,682	215,828	196,252	140,091	125,984
	Ingreso (k\$/h)	2255,204	1626,007	1812,092	1551,568	1264,181	1060,407
	Costo (k\$/h)	1497,031	818,864	1229,756	1070,192	665,592	576,352
	Utilidad (k\$/h)	758,173	807,143	582,336	481,377	598,590	484,056
Firma 5	Gen (MW)	101,330	143,925	91,872	85,793	128,383	118,677
	Ingreso (k\$/h)	927,879	1438,530	771,357	678,279	1158,528	998,904
	Costo (k\$/h)	422,198	791,250	355,637	315,807	643,452	558,809
	Utilidad (k\$/h)	505,681	647,280	415,721	362,473	515,077	440,095
Firma 6	Gen (MW)	444,835	477,195	406,426	379,805	434,059	404,318
	Ingreso (k\$/h)	4073,354	4769,564	3412,353	3002,738	3916,948	3403,145
	Costo (k\$/h)	2270,866	2500,456	2009,694	1835,896	2196,350	1995,716
	Utilidad (k\$/h)	1802,488	2269,108	1402,659	1166,842	1720,599	1407,429

6. CONCLUSIONES

El Modelo Híbrido Prototipo para Mercados de Generación Térmica –HYPO– fue propuesto y desarrollado en este trabajo considerando diferentes tipos de comportamiento estratégico de las empresas generadoras. Se realizó un análisis entre el modelo HYPO con los modelos teóricos clásicos como son Bertrand, Cournot, Forchheimer, Stackelberg y Equilibrio de funciones de Suministro, mostrando la eventual validez del modelo. Esto por que se obtuvieron resultados muy similares a los obtenidos con el modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro (modelo considerado actualmente como el más cercano a los mercados reales), cuando el comportamiento supuesto para los diferentes agentes participantes fue lo suficientemente heterogéneo, como era de esperarse. Se prevé que partiendo de una caracterización de los agentes generadores (líderes y seguidores -jugadores estratégicos y tomadores de precio-), cuando en posteriores trabajos se ponga a prueba a HYPO con mercados reales, se determinará el equilibrio del mercado con una mayor aproximación que la obtenida con el modelo de Equilibrio de Funciones de Suministro.

El principal aporte de este trabajo es haber simplificado la formulación de los modelos de competencia, al plantear todos los modelos clásicos de un problema de optimización multi-objetivo con restricciones de igualdad y desigualdad, en un único problema con una única función objetivo. Asimismo se presenta como aporte relevante el haber relacionado entre sí los diferentes modelos de competencia, asignando a cada modelo un conjunto de comportamientos de los agentes generadores, constituyendo esto un marco unificador original que facilita la comprensión del problema.

El planteamiento del modelo HYPO trae consigo implícito el hecho de que el líder del mercado es aquel que tiene la capacidad de gestionar su función de costo (madurez o consolidación como agente del mercado), por lo tanto la caracterización en cuanto a los modelos de Forchheimer y Stackelberg, están implícitas en el modelo como restricción y condición de optimalidad –ecuación (19)– (función de reacción).

Este modelo (HYPO) no hace uso de ningún valor arbitrario supuesto o desconocido y está planteado de manera que la única condición necesaria para resolver el problema de optimización es la caracterización de los agentes del mercado según su comportamiento estratégico. Esta caracterización puede ser realizada con base en los registros históricos del mercado. El grado de correspondencia con la realidad de los resultados dependerá del conocimiento del comportamiento del mercado por parte del modelador, aunque los resultados finales serán más adecuados que los obtenidos con los modelos teóricos clásicos (Bertrand, Cournot, Stackelberg y Forchheimer).

El modelo propuesto brinda una nueva y sencilla forma de estimar el equilibrio del mercado, obteniéndose resultados

prometedores en el desarrollo de un instrumento que permita futuros estudios que enfrenten los problemas que se requiere solucionar para fomentar y asegurar los niveles adecuados de competencia en los mercados reales de energía eléctrica.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. Kirschen – G. Strbac, *Fundamentals of Power System Economics*, first edition, John Wiley & Sons: University of Manchester Institute of Science & Technology (UMIST), UK, 2004.
- [2] Allen J. Wood – Bruce F. Wollenberg, *Power Generation Operation and Control*, Second Edition, John Wiley & Sons: UK, 1996.
- [3] Robert S. Pindyk – Daniel L. Rubinfeld, *Microeconomics*, Third edition, Prentice Hall: UK, 1995.
- [4] Steven Stoft, *Power System Economics - Designing Markets for Electricity*, first edition, IEEE/Wisley: UK, 2002.
- [5] G. Coloma, - *Apuntes de organización industrial - Parte 1*, Universidad del Cema: Argentina 2002.
- [6] Yiqun Song, Yixin Ni, Fushuan Wen, and Felix F. Wu, - “Analysis of Strategic Interactions among Generation Companies Using Conjectured Supply Function Equilibrium Model,” *IEEE Power Engineering Society General Meeting.*, vol. 2, N° 13-17 pp. 849-853, July. 2003.
- [7] Xavier Vives. “El Reto de la Competencia en el sector Eléctrico”. IESE Business School. Universidad de Navarra. Occasional Papers N° 06/16. Junio 2006.
- [8] Miguel A. Lasheras. “Rivalidad y Competencia en los Mercados de Energía”. Laboratorio de Alternativas. Documento de trabajo N° 76/2005.
- [9] G. Rothwell – T. Gomez – M. Schetzen, *Electricity Economics, Regulation and Deregulation*. John Wiley & Sons: USA, 2003.
- [10] H. Chen, K. P. Wong, C. Y. Chung, and D. H. M. Nguyen - “A Coevolutionary Approach to Analyzing Supply Function Equilibrium Model,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, No. 3, pp. 1019–1028, Aug. 2006.
- [11] C. J. Day, B. F. Hoops, J. S. Pang, "Oligopolistic Competition in Power Networks: A Conjectured Supply Function Approach", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 17, No. 3, pp. 597-607, 2002.
- [12] R. Green, "Increasing Competition in the British Electricity Spot Market", *The Journal of Industrial Economics*, Vol. XLIV, No. 2, pp. 205-216, 1996.
- [13] P. D. Klemperer, M. A. Meyer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty", *Econometrica*, vol. 57, No. 6, pp. 1243-1277, 1989.

- [14]R. Baldick and W. Hogan, Capacity Constrained Supply Function Equilibrium Model of Electricity Markets: Stability, Non – Decreasing Constraints, and function Space Iterations, Univ. Calif. Energy Inst. Dec 2001.
- [15]Anthony Brooke – David Kendrick – Alexander Meeraus – Ramesh Raman . . “GAMS, A User’s Guide”. Gams Development Corporation Edition.
- [16]R. Baldick, “Electricity market equilibrium models: The effect of parametrization,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 17, No. 4, pp. 1170–1176, Nov. 2002.
- [17]Hongming Yong, Mingyong Lui, Jain Xin, - “A Cournot game dynamic modeling of power market and its dynamic characteristic analysis,” IEEE, vol. 3, N° 6-8 pp. 1166-1170, Sept. 2004

8. CURRÍCULUMS



Fabián Alirio Remolina Reyes nació el 29 de septiembre de 1983 en Bucaramanga, Santander, Colombia. Actualmente es estudiante de ingeniera eléctrica en la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E³T) de la Universidad Industrial de Santander (UIS).

Sus intereses profesionales se centran en el estudio de los mercados de energía y en la asesoría, diseño, construcción y mantenimiento tanto en los sistemas de transmisión como de generación de energía eléctrica.



Rubén Darío Cruz Rodríguez nació en Bucaramanga, Colombia, el 27 de septiembre de 1972. Cursó los estudios de Ingeniero Electricista en la E³T, obteniendo el título en el año 1996, y de Maestría en Potencia en Potencia Eléctrica, también en la E³T, obteniendo el título en el año 2000. Recibió el título de Doctor en

Ingeniería, Área Energía y Termodinámica, por parte de la Universidad Pontificia Bolivariana – UPB en septiembre de 2004. Sus estudios doctorales fueron patrocinados por Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. – ISA. Realizó su pasantía doctoral en “The University of Texas at Austin” (2002) trabajando junto con el equipo del Profesor Ross Baldick.

Su interés profesional se centra en la investigación de la planeación, operación y monitorización de mercados de energía –modelos de competencia, modelos de planeación de la expansión y nuevas oportunidades de negocio e inversión, modelos de evaluación de la operación y expansión, economía de la electricidad y la prestación de servicios a través de redes (gas, comunicaciones, etc.)– y el estudio de la regulación de mercados de energía.