LA CALCULADORA GRAFICADORA EN EL ESTUDIO DE FUNCIONES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

LIGIA ARGUELLO DE CORENA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BUCARAMANGA

2004

LA CALCULADORA GRAFICADORA EN EL ESTUDIO DE FUNCIONES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

LIGIA ARGUELLO DE CORENA

TRABAJO PARA OBTENER EL TÍTULO DE ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIRECTOR:

JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BUCARAMANGA

2004

TITULO: LA CALCULADORA GRAFICADORA EN EL ESTUDIO DE FUNCIONES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL.

Autor: Ligia Arguello de Corena

Palabras Claves:
Calculadora Graficadora
Funciones
Pensamiento Variacional
Regresión
Situaciones Problema
Simulación
Tecnologías

Las nuevas tecnologías con un enfoque de resolución de problemas contribuyen al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje, a través del estudio de funciones. En este trabajo se da cuenta de las experiencias de aula como docente del grado 11-2 en el Instituto Santa Maria Goretti de Bucaramanga, con el objetivo de utilizar la calculadora graficadora en el estudio de funciones para desarrollar el pensamiento variacional de las estudiantes, buscando estrategias que las lleve a familiarizarse con esta herramienta, mediante la solución de situaciones problema que les permita interpretar, analizar, descubrir y proponer soluciones creativas a situaciones problema propuestas.
La calculadora graficadora ti-92 plus, como mediador cognitivo, permite visualizar las diferentes representaciones que puede tener la simulación de las situaciones y la dinamización de las mismas, donde la estudiante realiza operaciones mentales en ambientes tecnológicos de aprendizaje, que fomentan la motivación y despiertan la creatividad ayudando a adquirir habilidades para explorar, conjeturar y comprobar hipótesis a través de una herramienta confiable y dinámica.
El trabajo consta de cinco fases: En la primera se realizó un diagnostico; en la segunda un taller de "ventanas de visualización"; en la tercera se diseñaron dos situaciones problemas a través de simulaciones realizadas en la calculadora; en la cuarta se hizo una evaluación del desarrollo del pensamiento variacional y en la quinta fase se elaboraron conclusiones y sugerencias.
De este trabajo se puede concluir entre otras, que a través del enlace de las diferentes representaciones que se pueden hacer en la calculadora de una misma situación, muchas de las ideas matemáticas que antes eran estáticas, ahora son dinámicas y de mayor comprensión para la estudiante.

TITLE: THE GRAFICADORA COMPUTER IN THE STUDY OF FUNCTIONS FOR THE DEVELOPMENT OF THE VARIACIONAL THOUGHT.

Author: Ligia Arguello de Corena

Key Word:
Graficadora Computer
Functions
Variational thought
Regression
Situations Problem
Simulation
Technology

New technologies with an approach of resolution of problems contribute to the improvement of teaching and the learning, through the study of functions. In this work account of the exigencies of educational classroom like of the degree 11-2 in the Institute Santa Maria Goretti of Bucaramanga, with the objective to use the graficadora computer in the study of functions to develop to the variacional thought of the students, looking for strategies that allow the student to become familiar with this tool by means of solution of situations problem that allows them to interpret, to analyze, to discover and to propose creative situations to situations problems. The Graficadora computer TI-92 plus, like cognitivo mediator allows to visualize the different representations that can have the simulation of the situations and dinamization of the same ones, where the student makes mental operations in technologic atmospheres of learning, that it foment the motivation and wakes up the creativity helping to acquire abilities to explore, to conjecture and to verify hypothesis through of a reliable and dynamic tool.

The work consists of five phases: In first one, it did diagnose; in the second, factory of "Windows of Visualization "; in third, two situations problems were designed through simulations made in the computer; in fourth did the evaluation of the development of the variacional thought and in the fifth phase conclusions and suggestions were elaborated.

Of this work it is possible to be concluded among others, that through of the connection of the different representations that can be done in the Graficadora computer of same situation, many of the mathematic ideas that before they were static, now are dynamic and of greater understanding for the student.

AGRADECIMIENTOS

La realización de este trabajo ha sido posible por haber contado con personas tan especiales como las estudiantes del grado 11-2, año 2003 jornada de la mañana del Instituto Santa Maria Goretti de Bucaramanga, dirigido por la rectora Luz Mireya Herrera de Gutiérrez y en general a toda la comunidad educativa de este Instituto dispuestas siempre al servicio de la educación, a quienes agradezco sinceramente, e igualmente al Magíster Jorge Enrique Fiallo Leal, a la Doctora Diana Jaramillo, al grupo de docentes del proyecto “Incorporación de las Nuevas Tecnologías en el Currículo de Matemáticas de la Educación Básica y Media de Colombia”, y a las demás personas que han contribuido para poder llevar a un feliz término esta realización personal.

Así mismo a mi esposo Ciro Cesar Corena Sevilla, a mis hijos, Johan, Verónica y Jenniffer, quienes han sido mi motivación para continuar avanzando en el conocimiento e innovaciones para la enseñanza de las matemáticas.

TABLA DE CONTENIDO

PRESENTACIÓN

Los educadores tienen una gran responsabilidad frente a los cambios sociales, culturales y tecnológicos, por esto deben considerar las nuevas tecnologías como una estrategia para el mejoramiento de la calidad de la educación matemática, con la posibilidad de proporcionar a los estudiantes instrumentos de aprendizaje que les permita encontrar sentido a la información que reciben y así poder enfrentarse a la resolución de problemas, no solo en su vida escolar sino en la vida diaria.

Este trabajo es el resultado de los aportes y conocimientos aprendidos en la especialización en educación matemática, los cuales sirvieron para organizar mejor el trabajo de sistematización, ya iniciado en la parte final de la fase de expansión del proyecto, " Incorporación de nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica y media de Colombia"[1] y realizado con estudiantes del Instituto Santa Maria Goretti de Bucaramanga (una de las seis instituciones vinculadas al proyecto); con el fin de utilizar la calculadora

[1] Es un proyecto de formación de docentes, a través del cual se esperan cambios en las practicas educativas usuales que permitan modificar sustancialmente el currículo.

graficadora TI-92 Plus[2] en el estudio de funciones, para desarrollar el pensamiento variacional de los estudiantes de undécimo grado, familiarizando al estudiante con esta herramienta y planeando situaciones problema para el estudio de funciones con el uso de esta calculadora.

El grupo de estudiantes tenido en cuenta para mi estudio pertenece al Instituto Santa María Goretti de Bucaramanga, una institución educativa de carácter oficial ubicado en la Ciudadela Real de minas. Este instituto presta su servicio educativo a aproximadamente 2538 estudiantes siendo el 99% del sexo femenino. Los estudiantes proceden de diferentes barrios de la ciudad, especialmente los ubicados en el sector sur occidental de los estratos 2, 3 y 4. Este grupo esta conformado por 39 estudiantes de sexo femenino del grado 11-2 jornada de la mañana.

Con este grupo de estudiantes se viene trabajando desde agosto del 2002 con la implementación de la calculadora graficadora, mediante situaciones problema, referidas al pensamiento geométrico. En el año 2003 se inició el estudio del pensamiento variacional, como parte fundamental de la educación matemática y con la intención de profundizar en el aprendizaje y manejo de funciones como modelo de situaciones de cambio.

[2] La calculadora TI-92 Plus en un mini computador de mano, con seis programas diferentes: un programa de álgebra y cálculo, uno de geometría dinámica, uno de edición y graficación de funciones, un editor de texto, un editor de programas y una hoja de cálculo.

En la metodología aplicada se hizo énfasis en procesos de pensamiento explorando la realidad, representándola y conjeturando sobre posibles soluciones; para lograr este propósito se plantearon cuatro fases: en la primera, se realizó un diagnóstico sobre el pensamiento variacional; en la segunda, se desarrolló el taller de "ventanas de visualización"[3]; en la tercera, se solucionaron situaciones problema que involucraban el pensamiento variacional; en la cuarta, se evaluó el logro de las habilidades adquiridas para la ampliación del pensamiento variacional y en la quinta se elaboraron las conclusiones y sugerencias.

El capítulo primero describe la fundamentación del ministerio desde finales de 1996, respecto al uso de las nuevas tecnologías en los lineamientos curriculares, con el propósito de orientar la educación matemática en el país. En 1998 inicia con la fase exploratoria del proyecto " Incorporación de las Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica y Media de Colombia"; en el 2000 inicia la fase piloto y en el 2002 la fase de expansión y profundización. También se presentan algunos trabajos a nivel internacional, relacionados con el estudio del pensamiento variacional y el uso de las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas.

En el capítulo dos se describe el método de trabajo a seguir con las estudiantes, a través de cinco fases: diagnóstico, taller de ventanas de visualización, diseño y solución de situaciones problema, evaluación, conclusiones y sugerencias.

[3] Taller donde se aborda el estudio de la graficación de funciones, considerando a la calculadora como una ventana a través de la cual se estudia una fenomenología visual, elaborado por Ernesto Acosta Gempeler.

El capítulo tres contiene el marco teórico, enfatizando en el uso de las nuevas tecnologías en el aula de clase, que permita mediante la resolución de problemas el desarrollo del pensamiento variacional; donde se destacan los aspectos relevantes para el desarrollo de las actividades.

El cuarto capítulo narra el desarrollo de las actividades utilizando los talleres diseñados, dando cumplimiento a cada uno de sus objetivos, analizando los resultados obtenidos y llegando a conclusiones sobre el desarrollo cognitivo del pensamiento variacional.

Para finalizar, en el capítulo quinto se presentan las conclusiones y algunas sugerencias que van a contribuir a mejorar la práctica educativa con la introducción de las nuevas tecnologías en el aula.

Con este trabajo se busca contribuir al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, mediante un trabajo reflexivo y crítico a través del estudio de funciones, con un enfoque de resolución de problemas y utilizando la calculadora graficadora como mediador cognitivo del aprendizaje.

1. ANTECEDENTES

Respecto al uso de nuevas tecnologías, desde finales de 1996 el Ministerio de Educación Nacional inició un proceso de construcción participativa y de formulación de Lineamientos Curriculares para orientar la Educación Matemática en el país y en 1998 se publicaron los lineamientos curriculares para la incorporación de nuevas tecnologías al currículo de Matemáticas, en donde se plantearon nuevos retos y se dieron orientaciones a los educadores del país.

En estos lineamientos se resalta que la posibilidad de Colombia para competir adecuadamente frente a las expectativas de cambio social con otros países, depende de la realización de un enorme esfuerzo a nivel educativo y de afrontar nuevas políticas educativas, considera además que una de las herramientas más importantes de que se dispone para elevar nuestro nivel de competitividad es la instauración de alta calidad por medios computacionales interactivos, como lo empiezan a hacer los países desarrollados. Así en los lineamientos se propone impulsar la calidad de la educación a nivel nacional con un avanzado sistema de aprendizaje computacional (MEN, 1999).

Después de formular dichos lineamientos surgió la necesidad de profundizar sobre el papel de las nuevas tecnologías; fue así como durante 1998 se adelantó una fase exploratoria del proyecto “Incorporación de las Nuevas Tecnologías en el Currículo de Matemáticas de la Educación Básica y Media de Colombia”, que dio como resultado la construcción del documento “Nuevas tecnologías y Currículo de Matemáticas”, que orienta la incorporación de calculadoras y computadores en el aula. También se iniciaron experiencias exploratorias en el Instituto Pedagógico Nacional, en el Instituto Distrital Castilla, en el Instituto Técnico Distrital Francisco José de Caldas de Santa fe de Bogotá y en el INEM de Pasto, en las que se trabajaron con calculadoras gráficas TI 83 y el software de Geometría dinámica CABRI-GEOMETRE (MEN, 1998).

En la fase piloto iniciada en marzo del 2000, con el objetivo de formar a los docentes y suscitar la reflexión sobre el papel de las tecnologías como agente fundamental para tener una nueva visión del conocimiento y de la actividad matemática en la escuela, participaron por Santander el Instituto Custodio García Rovira (INEM) y el Centro Educativo Las Américas. Como productos de esta fase se publicaron: el libro documento “Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas”, en donde se recogen todos los talleres y seminarios de formación recibidos por los profesores participantes, una propuesta de trabajo con la calculadora TI 92 Plus para el desarrollo del pensamiento variacional, del pensamiento estadístico y del pensamiento geométrico, que contiene actividades diseñadas, experimentadas y evaluadas en algunas de las instituciones participantes en esta fase. También se realizó el Primer Congreso Internacional “Tecnologías computacionales y matemáticas” en donde se presentaron: conferencias a cargo de expertos Internacionales (Jean Marie Laborde, Colette Laborde, Jean Kaput, Luís Moreno Armella), Nacionales (Ana Celia Castiblanco, Carlos E. Vasco), igualmente talleres y ponencias de los resultados logrados en las instituciones participantes de esta fase.

La fase de expansión se inició en marzo del 2002 con la participación de 4 instituciones por Santander: Escuela Normal Superior de Bucaramanga, Instituto Santa Maria Goretti, Colegio Vicente Azuero y el Colegio Universitario del Socorro. con un seminario-taller de capacitación sobre el marco conceptual del proyecto realizado en Bogotá. El objetivo en esta fase, era continuar con la formación de docentes, la cual estaba centrada en la reflexión sobre la práctica en el salón de clase y en las posibilidades pedagógicas y didácticas del recurso tecnológico

Para el desarrollo de este trabajo se tuvieron en cuenta algunos trabajos a nivel internacional relacionados con el estudio del pensamiento variacional, y el uso de las tecnologías en el currículo de matemáticas, así:

- **“El desarrollo del pensamiento variacional. Una experiencia pedagógica en situación escolar en el bachillerato”.**

El problema de investigación que trabajó este grupo de docentes fue el escaso desarrollo de la habilidad de los estudiantes de bachillerato para obtener la ecuación de una recta a partir de su comportamiento variacional. El objetivo de esta investigación consistió en desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional en situación escolar, esencialmente el que se requiere para deducir la ecuación de la recta a partir de su comportamiento variacional y viceversa (SOLACHE; DÍAZ, DOLORES, 2000).

- **“Algunos elementos acerca de la variación”.**

En este artículo se analizaron algunos elementos teóricos acerca de la naturaleza de la variación y su relación con los principales conceptos de las matemáticas del cambio. El objetivo principal de este estudio consistió en desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de escuela media a fin de favorecer la comprensión de los conceptos, procedimientos y relaciones básicas de la matemáticas del cambio (DOLORES, 2000).

- **“Incorporación de la tecnología en la enseñanza de la matemática”.**

Este trabajo tuvo como problema la enseñanza de la matemática, con métodos tradicionalistas que promueven un aprendizaje memorístico y de repetición. Su objetivo fue el de promover innovaciones tecnológicas en la enseñanza de la matemática a través de laboratorios con calculadoras TI- 92 y los CBL (CASTRO, 2001).

- **“El desarrollo del Pensamiento Variacional con estudiantes universitarios”.**

Este trabajo tuvo como objetivo desarrollar el pensamiento y el lenguaje variacional. Las actividades fueron diseñadas para favorecer el desarrollo de habilidades para transitar del sistema de representación analítico al geométrico, del geométrico al analítico y del geométrico al geométrico (DOLORES, 2001).

- **“El efecto de la calculadora graficadora en la construcción de relaciones entre variables visuales y algebraicas de funciones cuadráticas”.**

El propósito de este trabajo era investigar el uso de las tecnologías computacionales y, en particular, de la calculadora graficadora. Los autores ven la calculadora como facilitadora para la construcción de relaciones entre diferentes registros de representación, en particular en el paso del registro grafico al algebraico, para el caso de las funciones cuadráticas (GARCÍA y SACRISTÁN, 2001).

- **“Un estudio sobre la evolución de ideas variacionales en los cursos preparatorios al cálculo”.**

Los investigadores en este trabajo estuvieron interesados en mostrar exploraciones sobre como los conceptos de derivada, integral, límite, la función o el numero real tienen un tratamiento preparatorio en los cursos de aritmética, álgebra, trigonometría, geometría y geometría analítica. Los investigadores querían entender cuáles habilidades han sido potencialmente preparadas para iniciar con el estudio del cálculo (SALINAS y CANTORAL, 2001).

2. METODOLOGÍA

Se propuso un trabajo en el aula que propiciara aprendizajes de mayor alcance, haciendo énfasis en procesos de pensamiento. Los estudiantes no solo iban a desarrollar su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica, sino que al mismo tiempo, iban a adquirir habilidades para explorar la realidad, representarla, explicarla y a conjeturar soluciones posibles. Para alcanzar esta meta se plantearon las siguientes fases:

FASE I: En esta fase se realizó un diagnóstico sobre el pensamiento variacional a las 39 estudiantes del grado 11-2 del colegio Santa María Goretti, para tener una visión sobre los presaberes y así poder iniciar el estudio formal en cuestión.

Para la elaboración del diagnóstico, se creó una situación con ambiente heurístico que despertara el interés de las estudiantes por responder la prueba, suponiendo una carrera de Fórmula uno en donde Juan pablo Montoya y Mchael Schumacher se disputaban el triunfo, llevando el primero aceleración constante y el segundo velocidad constante. Con base en esta situación, las estudiantes analizaban magnitudes constantes, magnitudes variables, relaciones entre ellas, y así mismo se presentaron gráficas de distancia-tiempo para ser interpretadas y analizadas, y escoger aquella que mostraba una solución acertada a la situación planteada, justificando su respuesta.

Al analizar el diagnóstico con base en la categorización establecida, se vio la necesidad de hacer una entrevista para aclarar algunas dudas y además tener la oportunidad de solicitar a las estudiantes la aprobación para hacer mención de cada una de ellas en este trabajo. Las estudiantes manifestaron su total respaldo al proyecto y orgullo por ser mencionadas.

FASE II: Desarrollo del taller de "ventanas de visualización" elaborado por Ernesto Acosta Gempeler (miembro del grupo coordinador Nacional del MEN), con el objetivo de adquirir habilidades en el manejo de las diferentes aplicaciones que ofrece la calculadora (editor de funciones, pantalla window, tabla de valores, graficación, tbl set, editor data matriz, etc.).

La graficación de funciones ilustra el principio fundamental de que toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos que pueden ser materiales o simbólicos, en donde se vislumbra claramente cómo el uso de la tecnología, en este caso la calculadora TI-92 Plus, transforma el tipo de conocimiento que logran construir las estudiantes. En este estudio de la graficación de funciones se considera la pantalla de la calculadora como una ventana a través de la cual se visualizan las gráficas de las funciones en diferentes intervalos del plano cartesiano, permitiendo a los estudiantes tener un conocimiento y una representación mental dinámica de este.

Para este taller se desarrollaron estrategias de graficación propias del contexto, de tal manera que se pudieran combinar con las estrategias analíticas, para confirmar los resultados que daban las representaciones visuales. Así, las estudiantes van mejorando en el desarrollo de estrategias de graficación, llegando el momento en que pueden intuir los rangos de la ventana de visualización de la gráfica y comprobar esto con la calculadora, dando criterios lo suficientemente sólidos y confirmándolos analíticamente.

Al graficar y analizar las funciones propuestas en el taller quedan en evidencia las características esenciales de la función: dominio, recorrido, máximos, mínimos, puntos de inflexión, asuntotas, monotonía y ceros de la función; sin embargo, en algunos casos, es posible que la estudiante visualice sólo una parte de la gráfica, impidiéndole obtener las características de la función, por falta de la determinación de la ventana completa.

En algunos casos hay dificultad para encontrar una ventana completa de graficación que muestre los elementos o características esenciales de la función, haciéndose necesario el uso de la tabla de valores de la función para rescatar información de la misma. Así mismo, no se puede afirmar que los elementos que se han logrado capturar en las ventanas de graficación y en la tabla de valores, sean los únicos importantes de la función; por tanto, se hace necesario confirmar algebraicamente los elementos encontrados en el análisis gráfico y numérico de la función.

Con la calculadora se puede obtener la representación gráfica de algunas funciones, aún cuando sean muy complicadas; pero hay ciertas funciones de las que no es posible obtener su representación gráfica, ni siquiera con la calculadora, debido a que estas tienen un comportamiento muy variable en algún intervalo o en todo su dominio.

En el desarrollo de este taller, es posible observar gráficas, en las cuales su representación visual no corresponde a la función planteada porque al asignar una ventana cuadrada, por ejemplo a la semicircunferencia, aparece una semielipse, debido a que la pantalla es rectangular y tiene 239 pixeles horizontales y 123 verticales.

En las experiencias de aula realizadas en esta fase, se contó con la participación del observador externo Humberto Galvis Guarguatí , docente de la jornada de la tarde de la misma institución.

FASE III: Diseño y solución de situaciones problema que involucren el pensamiento variacional a través de simulaciones realizadas en la TI 92 Plus, con el objetivo de reforzar conceptos del pensamiento variacional, visualizar y conectar entre sí diferentes representaciones (modelación, simulación, tabla, gráfica, expresión algebraica).

La situación propuesta y analizada en esta fase, fue la misma que se planteó en el diagnóstico "Simulación Fórmula Uno", porque se pretendía lograr mediante la "visualización" de la simulación, que las estudiantes identificaran la variación que no pudieron visualizar en el diagnóstico; además que aprendieran otras aplicaciones de la calculadora, las cuales les iban a permitir enlazar rápidamente una representación con otra y comprender mejor las relaciones que se pueden establecer entre ellas.

Para el desarrollo de este taller, se diseñó la simulación en cabrí, construyendo la pista en dos formas: lineal y circular, con el fin de que las estudiantes visualizaran en la pista circular el encuentro de los dos corredores y el triunfo de Juan Pablo Montoya, lo cual no era posible observar en la simulación lineal. Esta simulación se dio en los archivos: "Fórmula uno L" y "Fórmula uno C" en cada una de las calculadoras.

La segunda situación planteada fue la construcción en cabrí de un cuadrado de lado L, para encontrar la expresión algebraica que más se ajustara a los datos, con el fin de reforzar los conceptos que las estudiantes tenían sobre el pensamiento variacional, y afianzar el manejo de las diferentes aplicaciones que ofrece la calculadora y como se dijo anteriormente el enlace de las diferentes representaciones.

FASE IV: Evaluación del desarrollo del pensamiento variacional a través de dos situaciones problema.

Con estas situaciones se pretendía verificar la aprehensión del concepto de variación en las estudiantes y su aplicación en la solución de situaciones problema, que les permitieran proponer soluciones adecuadas. Además, comprobar si la mediación de la calculadora en el proceso de aprendizaje, había desarrollado en las estudiantes la habilidad para la identificación de la variación en los aspectos de: reconocimiento de la variación, interpretación del fenómeno de variación, generalización del fenómeno de variación, establecimiento de relaciones y la argumentación; categorías que fueron tenidas en cuenta en el diagnóstico.

Las dos situaciones utilizadas en esta fase se construyeron en cabri y fueron dadas a las estudiantes en archivos llamados: "Rectángulo" y "Cuadrado". Estas modelaciones permitían a las estudiantes mostrar sus capacidades para interpretar, reconocer, relacionar, analizar y encontrar soluciones argumentadas a cada una de las preguntas del taller.

En esta fase era importante verificar la competencia de las estudiantes en la solución de situaciones problema utilizando la geometría dinámica que da la posibilidad de modelar situaciones reales para experimentar con estos modelos y obtener información sobre el fenómeno en estudio. Es de anotar, que la dificultad de muchos estudiantes ante estos problemas, radica en la incapacidad para representarse mentalmente las relaciones que entran en juego como entre: lado-perímetro, área-lado y área-perímetro. La realización de un modelo donde pueda explicitarse esta relación será de beneficio para la comprensión del problema y la búsqueda de estrategias de solución.

FASE V: Conclusiones y sugerencias.

Las conclusiones y sugerencias que se describen en la fase final de este trabajo, dan a conocer los logros obtenidos, las dificultades presentadas y las sugerencias que se hacen a los lectores de este trabajo, por si desean retomarlo para un diseño y desarrollo curricular con la contribución de las nuevas tecnologías.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN SALA DE CLASE

> *"Las tecnologías informáticas no hacen más fácil las matemáticas, pero si son un apoyo ideal para romper las barreras para su mejor comprensión."*
>
> *Fernando Díaz Granados (Diciembre 9- 2002)*

Para esta propuesta, las nuevas tecnologías y en este caso la calculadora graficadora se convierten en un nuevo ambiente para trabajar en el aula de clase, permitiendo la manipulación directa de objetos y relaciones matemáticas. Los lineamientos MEN (1999, p 29*)* hablan de los cambios cognitivos que la tecnología está logrando como:

> "La facilidad de tener a la mano diversas representaciones de un mismo concepto matemático y poder relacionarlas activamente unas con otras; la manipulación de objetos matemáticos y sus relaciones y el poder conectar experiencias reales con formalismos matemáticos usando una combinación de toma de datos reales y simulaciones".

Algo realmente importante en el computador o la calculadora es que permite otras formas de representación diferentes a los sistemas de representación de lápiz y papel, o sea que son ejecutables, por ejemplo: cuando se pide la gráfica en la calculadora esta empieza a aparecer haciendo su recorrido respectivo, además en el computador o en la calculadora las transformaciones se ejecutan, no se hace una simulación de ellas o una descripción; es decir permite apreciar la propiedad que permanece cuando un objeto se somete a una transformación.

Luis Moreno Armella (CINVESTAV-MEXICO y asesor del proyecto) afirma que:

> "La tecnología informática juega un papel importantísimo en la educación, puede compararse con la aparición de la escritura hace 4000 años, cuando esta creó un soporte externo de la memoria y se convirtió en campo de reflexión y de ideas. Así la escritura es una forma de tecnología que contribuyó profundamente a una reorganización mental y de modos de pensar de la comunidad. Hoy ocurre igual con las tecnologías informáticas ya que con ella exteriorizamos la memoria y nuestro pensamiento por medio de simulaciones, lo que algunos ven como un obstáculo tiene una potencialidad inmensa para la escuela, ya que el poder expresivo de las tecnologías nos permite conocer las estrategias y líneas de pensamiento del estudiante cuando se enfrenta al problema matemático. Las nuevas tecnologías no hacen más fácil las matemáticas o el conocimiento, no se debe confundir la necesidad de poner al día el sistema educativo con el solucionar todos los problemas, estas entregan más capacidad de enseñanza y por ende

> de aprendizaje, la diferencia estriba en la manera como uno se logra relacionar con el conocimiento, así las tecnologías informáticas deben ayudar a hacer más inteligente esta relación, teniendo como resultado un aprendizaje más sólido para más estudiantes" (El Heraldo de Barranquilla, diciembre 9, 2002).

Las habilidades cognitivas que se favorecen con el buen uso de las nuevas tecnologías son: la visualización, la capacidad investigativa, el aprendizaje de la retroalimentación, la observación de patrones y el establecimiento de conexiones.

La capacidad de visualización: se desarrolla más eficazmente con el uso de las nuevas tecnologías. La graficación con estas herramientas tiene mayores ventajas que sobre el tablero, el lápiz y papel debido a la rapidez y a la precisión, aún cuando éstas sean complejas. Igualmente, a través de la geometría de las transformaciones se puede modelar o simular el movimiento, permitiendo su visualización y la relación o relaciones entre variables.

La capacidad de investigación: estas herramientas tecnológicas proporcionan al estudiante las capacidades de explorar, descubrir, conjeturar, hacer deducciones, buscar ejemplos y contraejemplos, justificar, etc.

El aprendizaje de la retroalimentación: las calculadoras y los computadores permiten hacer un autocontrol y ver los resultados cada vez que sea necesario;

además, estudiar los posibles errores y aprovecharlos para hacer conjeturas, ponerlas a prueba y modificar sus ideas.

La observación de patrones: la calculadora y el computador permiten estudiar variados ejemplos de problemas donde pueden observar patrones y así poder elaborar y justificar las generalizaciones que se hacen partir de ellos.

Establecimiento de conexiones: las nuevas tecnologías permiten enlazar rápidamente las diferentes representaciones, el poder cambiar una de ellas y ver cambios en las otras, todo esto mejora la comprensión de las relaciones que se pueden establecer entre ellas.

Estas habilidades cognitivas desarrolladas en los estudiantes por medio de las nuevas tecnologías implican un gran potencial en la resolución de problemas complejos tanto científicos como sociales (MEN ,1999).

3.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

> ***Una de las más importantes tareas de la matemática del siglo XXI va a ser estar a la caza de situaciones reales en las cuales se empiece a notar un esquema que se repite y tratar de encontrarle el modelo matemático más adecuado.***
>
> ***Carlos Vasco (2003)***

En el estudio de las matemáticas es de gran importancia la resolución de situaciones problema, las cuales deben ser el inicio de toda actividad matemática, toda vez que permite que los estudiantes vayan ganando confianza en el uso de las matemáticas para la proposición argumentada de soluciones y así mismo aumentando la comunicación matemática.

En este sentido, el libro "Seminario Nacional de Formación de docentes" se plantea que la situación problema constituye el punto de partida de las situaciones didácticas, donde están implícitos los conocimientos que el alumno debe aprender. "La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva"; pero para que esto sea una realidad debe reunir ciertas características:

a. "Involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender".
b. "Representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él".

c. “Permitir al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones”.
d. “Contener su propia validación” (MEN 2001 p. 56)

El introducir problemas del mundo real ha tenido gran relevancia en el currículo en los últimos años, donde los estudiantes verán aplicaciones apropiadas de las matemáticas, donde pueden construir conceptos, pueden proponer diversas formas de solución e interactuar y compartir con sus compañeros de clase y llegar a una discusión reflexiva[4]. Con el uso de la nuevas tecnologías se pasa de un currículo centrado en contenidos a uno centrado en la resolución de problemas donde se involucran los diferentes pensamientos: numérico, geométrico, variacional y estadístico. Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) consideran que en toda actividad matemática debe estar la resolución y el planteamiento de problemas, considerándolos como la actividad que permite alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Dentro de estas metas se encuentran entre otras: expresar ideas, interpretar, representar, usar diferentes lenguajes, descubrir relaciones, modelar situaciones cotidianas, explorar, formular conjeturas, hacer generalizaciones, argumentar, construir conceptos, verificar resultados, justificar respuestas, explorar diversas estrategias, discutir respuestas y formular nuevos problemas.

[4] Taller “simulación fórmula uno” planteado en el diagnóstico y primer taller de las actividades.

Santos (1997) considera que el aprender matemáticas con énfasis a la resolución de problemas es fundamental, puesto que el estudiante no solamente tiene que desarrollar continuamente diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje, sino aprender algún concepto matemático, es decir, tanto al aprender un contenido o al resolver un problema, el estudiante tiene que discutir ideas alrededor de la interpretación que le de al problema, usar diferentes representaciones, estrategias cognitivas y metacognitivas y utilizar contraejemplos; así, el estudiante no solamente desarrolla habilidades y utiliza diferentes recursos, sino también con las estrategias que utiliza, le permite trabajar los eficientemente en diversas situaciones.

Para Santos (1997) la resolución de problemas es una forma de pensar, donde el estudiante tiene la oportunidad de mostrar diferentes estrategias, las cuales se relacionan con las ideas o concepciones que ellos tienen acerca de las matemáticas. Además considera que el estudiante debe ser un participante activo en el estudio y desarrollo de las ideas matemáticas y que para ello es esencial el desarrollo de habilidades que lo ayuden a cuestionar los diferentes aspectos del problema y las formas de solución.

3.3 PENSAMIENTO VARIACIONAL

> ***"Para resolver un problema interesante tengo que armar primero un modelo de la situación en donde las variables covaríen en forma semejante a las de la situación problemática y no puedo hacerlo sin activar mi pensamiento variacional".***
> ***Carlos E. Vasco (2003).***

Los lineamientos curriculares en matemáticas proponen el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros a ser alcanzados en la educación básica. Estos lineamientos definen "el pensamiento variacional como el dominio de un campo conceptual que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas". Estos lineamientos afirman que el estudio matemático del movimiento se inicia con la construcción del concepto de variación; aparece función como dependencia y las magnitudes que se involucran en ellas, sin dejar a un lado la proporcionalidad.

> "Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la

> representación instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas" (MEN,1998 p. 72).

También los lineamientos afirman que el significado y sentido acerca de la variación pueden establecerse a partir de situaciones problema, relacionadas con fenómenos de cambio y variación de la vida practica, que permiten a los estudiantes la construcción de expresiones algebraicas. La organización de la variación en tablas es un inicio del desarrollo del pensamiento variacional; por lo tanto la tabla es una herramienta necesaria para la comprensión de la variable; la disposición de valores en filas ayuda a que el estudiante comprenda que una variable puede tener un numero infinito de valores y así pueden descubrir la variación o el cambio. Además las tablas permiten que el estudiante posteriormente haga las gráficas de las situaciones problema, identificando la variable dependiente e independiente. En cuanto a las gráficas, éstas hacen posible el estudio dinámico de la variación y tienen como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, generando la noción de función como dependencia. Respecto al concepto de función, los lineamientos dicen:

> "La función emerge como herramienta de conocimiento necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio, por lo tanto es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición esta

> determinada por la existencia de la expresión algebraica. La calculadora grafica se constituye en una herramienta didáctica necesaria para lograr este propósito” (MEN 1998 p. 74).

VASCO (2003, p70) afirma “que el objeto del pensamiento variacional es la captación y modelación de la covariacion entre cantidades de magnitud principalmente - pero no exclusivamente - de las variaciones en el tiempo”. Para Vasco, el principal propósito del pensamiento variacional es la modelación matemática, por lo que considera que para resolver un problema se debe armar un modelo de la situación, y esto no se logra sin activar el pensamiento variacional. Vasco (2003, p73) define la modelación como:

> “El arte de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad. Se trata de un proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarían en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar”.

Vasco (2003) esquematiza el pensamiento variacional en varios momentos y con una realimentación entre ellos. Un primer momento es la captación de patrones de variación, un segundo momento es la creación de un modelo mental, un tercer momento echar a andar el modelo, un cuarto momento es comparar los resultados con el proceso modelado y un quinto momento es la revisión del modelo; aclara que estos momentos no necesariamente deben ir en orden.

Al respecto de la modelación, los lineamientos (MEN,1999), consideran que con la aparición de la era informática, se hace necesario la búsqueda y construcción de modelos matemáticos, pues sin ellos ningún proceso técnico podría llevarse a cabo en ausencia del modelo matemático que lo sustenta, de ahí que la modelación este íntimamente ligada a la resolución de problemas.

Para el grupo de docentes del proyecto "Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica y media de Colombia" de Santander, el concepto de pensamiento variacional es:

> "La capacidad, habilidad o competencia que desarrolla la persona para manejar, organizar y/o estructurar (desde cualquier pensamiento) situaciones donde el resultado depende de la frecuencia, intensidad y en general del valor que tome otra magnitud con la que existe una relación de dependencia y que tiene un rango o margen en el que puede variar. Entendiéndose entonces, que si una persona ha desarrollado este pensamiento, es porque ha incorporado en su conocimiento los conceptos de: variable, dependencia e independencia entre variables, relaciones, funciones, dominio, recorrido, representaciones

(algebraicas, geométrica, aritmética, gráfica, modelación y simulación) y sus diferentes inter-relaciones".

Teniendo en cuenta estas ideas, los problemas que se consideraron en la tercera fase de este trabajo permiten ir desde la modelación geométrica hasta la modelación algebraica, gráfica o tabular o en otros casos partir de un texto para producir los diferentes modelos que den solución al problema y a las preguntas planteadas.

4. DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

"Los computadores y las calculadoras graficadoras han complementado de manera muy enriquecedora los recursos disponibles para visualizar, apoyar y ejercitar la modelación y para almacenar y poner a disposición de todos los interesados los productos de la actividad modeladora"
Carlos E. Vasco (2003).

Este trabajo se estructuró por fases; el aula esta acondicionada para trabajar en grupo, con mesas donde se pueden ubicar de cuatro, cinco, seis o siete estudiantes, pero el trabajo lo desarrollan en parejas y las discusiones e ideas que comparten son por grupos según el número de estudiantes por mesa.

Esta forma de trabajo por grupos pequeños facilitó la observación de las discusiones que las situaciones provocaban en las estudiantes, al respecto SANTOS (1997) manifiesta que el resolver problemas en grupos pequeños provoca discusiones acerca de los caminos potenciales para su resolución. Cuando un estudiante se enfrenta a un problema a nivel individual, la primera opción que se le ocurre siempre se lleva a cabo, pero cuando se trabaja en grupo se presentan discusiones por las diferentes opiniones, permitiendo evaluar el potencial de varias alternativas, que es lo esencial en el desarrollo de las ideas matemáticas; en muchos casos los estudiantes se sienten inseguros acerca de sus habilidades matemáticas; el trabajar problemas con otros estudiantes les demuestra que la mayoría de las veces también sus compañeros deben batallar con sus ideas, demostrando que estas son importantes en el proceso de resolución de los problemas.

A continuación se presentan las fases bajo las cuales se desarrolla esta experiencia y los resultados obtenidos en cada una de ellas de acuerdo a lo planteado en la metodología.

4.1 PRIMERA FASE

La prueba diagnóstica se diseñó con preguntas abiertas para responderla en 90 minutos, sin uso de la calculadora y presentando el trabajo de solución en forma escrita e individual, advirtiéndoles que sus respuestas no influirían en la calificación de la asignatura.

4.1.1 DIAGNÓSTICO

PROYECTO INCORPORACIÓN DE NUEVAS

TECNOLOGÍAS EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DE COLOMBIA

INSTITUTO SANTA MARÍA GORETTI DE BUCARAMANGA

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA SOBRE EL PENSAMIENTO VARIACIONAL

NOMBRE:_______________________________ **GRADO:** _____ **FECHA:** ______

Apreciado estudiante, a fin de tener una visión sobre lo que entiende por Pensamiento Variacional, te solicito muy comedidamente responda cada una de las preguntas que aparecen en la situación planteada.

En una carrera de Fórmula 1, Juan Pablo Montoya sale de los *pits* con una aceleración de 4 m/seg^2 y en ese mismo instante pasa Michael Schumacher con una velocidad constante de 252 km/hora.

Desde este instante,

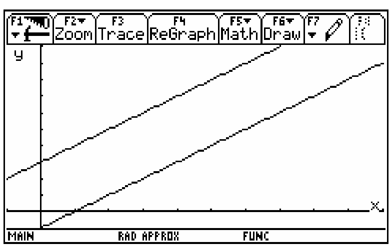
1. ¿Qué magnitud(es) varía(n)?

2. ¿Qué magnitud(es) permanece(n) constante(s)?

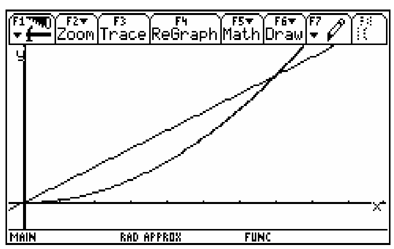
3. ¿Si hay magnitud(es) que varía(n) qué valor(es) puede(n) tomar?

4. ¿Es posible establecer relaciones entre ellas ?. ¿Cómo?

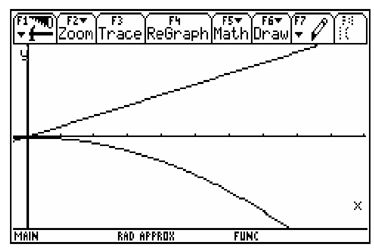
5. ¿Alguna(s) de la(s) siguiente(s) gráfica(s) representa(n) la distancia recorrida por Juan Pablo y por Schumacher con relación al tiempo ?. Justifique



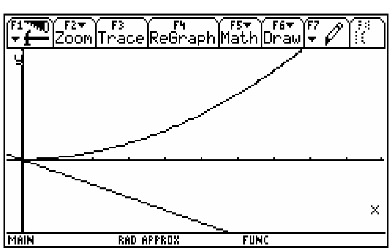
a.



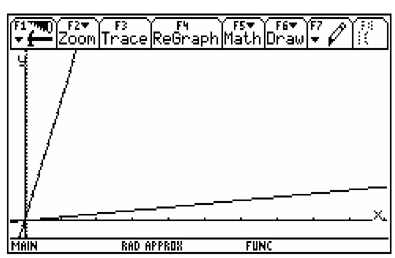
b.



c.



d.



e.

Montoya			Schumacher	
1seg.	2m		1seg.	70m
2seg.	8m		2seg.	140m
5seg.	50m		5seg.	350m
10seg.	200m		10seg.	700m
20seg	800m		20seg	1400m

Teniendo en cuenta la información de la tabla,

6. Al cabo de 20seg. ¿Cuál es la distancia recorrida por cada uno de ellos?

7. ¿Cuál a los 2 minutos?

8. A los t seg, ¿cuál es la distancia?

9. Si no hay contratiempos y la carrera termina a los 3 minutos, ¿quién gana la carrera?. Justifique su respuesta.

Para el análisis de los presaberes en el pensamiento variacional se elaboró la siguiente guía de evaluación, estructurada por categorías y sus respectivos indicadores.

4.1.2 CATEGORÍAS

- Reconoce los elementos fundamentales de la variación (magnitudes, variables, constantes, posibles valores y relaciones entre ellas)

- Interpreta la variación en una situación dada mediante un texto, una gráfica y una tabla).

- Generaliza un fenómeno de variación.

- Establece y argumenta conclusiones correctamente.

4.1.3 INDICADORES

Reconocimiento del fenómeno de variación:

- Identifica todos los elementos variables y no variables de la situación dada.

- Identifica algunos elementos variables y no variables de la situación dada.

- Presenta contradicción en la identificación de elementos variables y no variables de la situación dada.

- No identifica los elementos variables y no variables de la situación dada.

Interpretación del fenómeno de variación:

- Interpreta el fenómeno de variación haciendo una descripción de la situación.

- Interpreta el fenómeno de variación mediante una tabla.

- Interpreta el fenómeno de variación mediante una grafica.

- Interpreta y relaciona el fenómeno de variación a través de un texto, tabla y gráfica.

- No interpreta el fenómeno de variación.

Generalización del fenómeno de variación:

- Generaliza el fenómeno de variación textualmente con sus palabras.

- Generaliza el fenómeno de variación mediante una expresión algebraica.
- Intenta generalizar el fenómeno de variación.
- No generaliza el fenómeno de variación.

Establecimiento y argumentaciones de conclusiones:

- Soluciona y argumenta correctamente una situación de variación.
- Soluciona y no argumenta adecuadamente una situación de variación.
- Presenta soluciones erróneas.
- No presenta solución a situaciones de variación.

4.1.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO

En la prueba diagnóstica se encontró que la mayoría de las estudiantes se interesaron por responder; las que no lo hicieron manifestaron que se debía a no recordar física o el hecho de no tener valoración para la asignatura.

Algunas estudiantes al iniciar la prueba no sabían el significado de la palabra “magnitud”, por tanto las cuatro primeras preguntas no fueron respondidas correctamente, o presentaron contradicciones en los conceptos de magnitudes variables o constantes, tal como se denota a continuación:

1) aceleración = Sentido
2) Tiempo - ?
3) NO SE, porque pienso no habría una aceleración constante
4) NO SE; Pues lo verdad no me acuerdo mucho de eso

$a = 4 \frac{m}{Seg^2}$

$V = 252 \frac{Km}{hora}$ 1 min = 60 seg

$V_F = V_i^{\to 0} + a \cdot t$?

$V_F = a \cdot t$

$V_F = \left(4 \frac{m}{Seg^2}\right)(60\, seg)$

$V_F = 240 \frac{m}{seg}$

El conocimiento más empleado por las estudiantes fue el de “regla de tres”, ellas eran concientes de que la prueba contenía alguna relación con los conocimientos adquiridos en física, pero como se hacía en el área de matemática, no pensaron en utilizarlos; esto comprueba la hipótesis descrita en la presentación de este trabajo, que para las estudiantes el conocimiento continúa fragmentado, especialmente en la respuesta seis:

① $a = 4 m/seg^2$ $X = \cancel{v\,t} + a t^2$ $X = \frac{4m}{seg} / 1250 seg$

$X = \frac{a.t^2}{2}$

$V = 252 Km/h$

$4200 \frac{m}{seg}$ $X = \frac{4\frac{m}{seg^2}(50 seg)^2}{2}$ $X = 3{,}2 \times 10^{-3} mts$

1-V

$X = 4\frac{m}{seg^2} \cdot 1250 seg$

2- Pues la velocidad del segundo conductor porque indica y dice que es constante y por lo tanto no varia. y -

1- Si pueden vaia la aceleracion porque cada vez que esta corriendo la aceleración cambiaria.

3- la velocidad porque como lo indica es constante y no cambiaria su velocidad de quien.

4- No, porque la aceleracion puede variar y la velocidad no

5-

6. $70m \rightarrow 1seg$ $2m \rightarrow 1seg$

$X \rightarrow 50seg$ $X \rightarrow 50seg$

$X = \frac{70m \times 50seg}{1}$ $X = 2m \times \cancel{50seg}$

$X = 100 mts$ Juan P

$X = 3500 mts$

suma

Como podemos observar la distancias son muy diferente por el segundo conductor su velocidad es mayor al primer conductor.

7. conversion

$2 min\left(\frac{60seg}{1min}\right) = 2 \times 60 = 120 seg$ $3min\left(\frac{60seg}{1m}\right) = 3 \times 60 seg = 180 seg$

$70m \rightarrow 1seg$ $2m \rightarrow 1seg$ $70m \rightarrow 1seg$ $2m \rightarrow 1seg$

$X \rightarrow 120seg$ $X \rightarrow 120seg$ $X \rightarrow 180seg$ $X \rightarrow 180seg$

$X = \frac{70m \times 120seg}{1seg}$ $X = \frac{2m \times 120seg}{1seg}$ $X = \frac{70m \times 180seg}{1seg}$ $X = \frac{2m \times 180seg}{1seg}$

$X = 8400 mts$ $X = 240 mts$ $X = 12600 mts$ $X = 360 mts$

tambien varian las distancias

ganaria el segundo conductor que seria Michael Shumacher pues

En cuanto a las gráficas, las consideraron como una ayuda si hubiesen sido capaces de interpretarlas, y la mayoría de las estudiantes expresaron: “hubiera sido mejor que estuvieran marcadas, cuál correspondía a Juan Pablo y cuál a Schumacher”, además, “la tabla no especificaba muy bien las cosas”.

En conclusión, de acuerdo con lo que se pretendía con este diagnóstico, se encontró que:

a. La mayoría de las estudiantes no identificaron todos los elementos variables y no variables de la situación dada.

b. Muy pocas estudiantes interpretaron el fenómeno de variación a través del texto, la tabla y/o las gráficas, y en menor proporción lograron interpretar el fenómeno de variación en las tres representaciones dadas.

c. Durante el desarrollo de la prueba, muy pocas se devolvieron a analizar la situación desde el principio, para interpretarla nuevamente y mejorar el desarrollo.

d. En general consideraron que la prueba fue buena porque, de una u otra manera, les iba a permitir medir sus conocimientos.

e. Ninguna estudiante logró generalizar el fenómeno de variación mediante una expresión algebraica. Esto muestra la gran dificultad que hay en las estudiantes para interpretar el álgebra como una generalización de la aritmética.

f. La mayoría de las estudiantes dieron soluciones erróneas.

Después de aplicar el diagnostico, se detectó la necesidad de llevar a cabo una entrevista, que aclarara algunos conceptos erróneos emitidos por ellas, e indagar el proceso que realizaron al responder la prueba y las impresiones que ésta les dejó. Para la entrevista se seleccionaron dos estudiantes con buenos resultados y dos con resultados erróneos.

4.1.5 ENTREVISTA

Las preguntas generales que se les planteó fueron las siguientes:

1- ¿Cómo desarrolló la prueba?

2- ¿Qué conocimientos tuvo en cuenta?

3- ¿La información que aparecía le ayudó para contestar algunas preguntas?

4- ¿Se devolvió en el transcurso de la prueba?

5- ¿Qué se le dificultó?

6- ¿Cómo le pareció la prueba?

La estudiante Natalie García respondió lo siguiente:

¿Cómo desarrolló la prueba?

Con muchas dudas, no recordaba nada.

¿Qué conocimientos tuvo en cuenta?

Velocidad y tiempo.

¿La información que aparecía le ayudó para contestar algunas preguntas?

Sí.

¿Cuáles?

Las gráficas.

¿Se devolvió en el transcurso de la prueba?

Sí.

¿Para qué?

Para mirar las gráficas.

¿Qué se le dificultó?

La comprensión de lectura.

¿Cómo le pareció la prueba?

Buena. Me doy cuenta en qué estoy fallando. Me quedó grande.

La estudiante Laura Serrano respondió de la siguiente manera:

¿Cómo desarrollo la prueba?

Lo que me acordaba.

Lo que se me hacía conocido.

¿Qué conocimientos tuvo en cuenta?

Las gráficas, me acordaba de algo pero no lo tenía bien claro.

¿La información que aparecía le ayudó para contestar algunas preguntas?

Sí, la tabla y el problema.

¿Se devolvió en el transcurso de la prueba?

Sí, a mirar las gráficas.

¿Qué se le dificultó?

Todo.

¿Cómo le pareció la prueba?

Interesante, en los problemas de la vida real es interesante verle aplicación a lo que uno aprende.

La estudiante Karin Silvana Jiménez respondió:

¿Cómo desarrollo la prueba?

Con gusto.

¿Qué conocimientos tuvo en cuenta?

Fórmulas de física y lo del pre-icfes.

¿La información que aparecía le ayudó para contestar algunas preguntas?

Sí, los de la tabla.

¿Se devolvió en el transcurso de la prueba?

Sí, continuamente leía el problema.

¿Qué se le dificultó?

Nada, pero esa pregunta de en t segundos si.

¿Cómo le pareció la prueba?

Interesante porque medía mi capacidad para desenvolverme. También me pareció fácil y me gustó el problema porque salen muchas preguntas del icfes.

La estudiante Yurley Karina Anaya respondió así:

¿Cómo desarrollo la prueba?

Primero la leí toda y me pareció fácil.

¿Qué conocimientos tuvo en cuenta?

Física, gráficas, movimiento rectilíneo uniforme, velocidad constante, aceleración, y velocidad variada.

¿La información que aparecía le ayudó para contestar algunas preguntas?

La tabla me ayudó a seleccionar la gráfica.

¿Se devolvió en el transcurso de la prueba?

No.

¿Qué se le dificultó?

La expresión.

¿Cómo le pareció la prueba?

Muy interesante.

La entrevista permitió determinar que las estudiantes muestran interés por analizar situaciones cotidianas que les agradan, aún cuando muy pocas veces interrelacionan la matemática con otras ciencias; además, manifestaron que la prueba les permitió de alguna manera, medir sus conocimientos y en algún momento volver a retomar la situación, para analizarla nuevamente y proponer nuevas soluciones o asegurarse de las que ya habían propuesto.

El siguiente diagnóstico es de una de las estudiantes que respondió correctamente la mayoría de los cuestionamientos, justificando sus respuestas utilizando un lenguaje apropiado; por tanto, se observa que percibió claramente la situación planteada, realizó un proceso sistemático con la información dada y propuso soluciones acertadas. Es de anotar que la estudiante es sobresaliente en todas las asignaturas y prefiere el trabajo individual porque puede avanzar a su ritmo.

1.) Rta= Para Juan Pablo Montoya, las magnitudes que varían son la velocidad, el espacio y el tiempo porque la aceleración es constante y esta no varía
Para Michael Schumacher, las magnitudes que varían son el espacio y el tiempo porque la velocidad es constante por lo tanto la aceleracion es cero

2) Rta = Para Juan Pablo Montoya la magnitud que permanece constante es la aceleración ya que esta no varía
Para Michael Schumacher, la magnitud que permanece constante es la velocidad ya que esta no varía

3.) Rta = las magnitudes que varían, como el tiempo y el espacio pueden tomar cualquier valor mayor que cero, es decir, cualquier valor positivo y la velocidad puede tomar cualquier valor ya sea positivo o negativo.

4.) Rta= Si es posible establecer relaciones entre las magnitudes ya que a mayor aceleración menor tiempo o viceversa (inversamente), a mayor espacio mayor tiempo (directamente)

5.) Rta= la b, c, d pueden representar la distancia recorrida por Juan Pablo Montoya y Michael Schumacher con relació[n] al tiempo ya que la grafica de Juan Pablo Montoya deb[e] dar una parabola debido a que tiene aceleración constante y la relacion del espacio o la distancia contra el tiempo es directamente proporcional al cuadrado $(\frac{x}{t^2})$; y la grafica de Michael Schumacher debe dar una línea recta debido a que su velocidad es constante y la relación del espacio contra tiempo es directamente proporcional. $(\frac{x}{t})$.

6.) la distancia contra el tiempo para Juan Pablo Montoya es directamente proporcional así que halle la resultante de los valores es la velocidad y veo que aumenta de dos en dos, así halle que al cabo de 50 seg la distancia son 5000 m. la velocidad e[s] el doble del tiempo $x = v \cdot t$
$x = 100\,m \cdot 50\,seg$

Para Juan Pablo Montoya

7.) A los 2 minutos

2 minutos = 120 seg.

$x = v \cdot t$

$x = \left(240 \frac{m}{seg}\right) \cdot (120\ seg)$

$x = 28800\ m$

8.) A los t seg.

80 seg

$x = v \cdot t$

$x = \left(160 \frac{m}{seg}\right) \cdot (80\ seg)$

$x = 12800\ m$

Para Michael Schumacher

7.) A los 2 minutos.

2 minutos = 120 seg

$x = v \cdot t$

$x = \left(70 \frac{m}{seg}\right) (120\ seg)$

$x = 8400\ m$

8.) A los t seg.

80 seg

$x = v \cdot t$

$x = \left(70 \frac{m}{seg}\right) (80\ seg)$

$x = 5600\ m$

9.) 3 minutos = 180 seg.

Juan pablo Montoya = $x = v \cdot t$

$x = \left(360 \frac{m}{seg}\right) (180\ seg)$

$x = 64800\ m$

Michael Schumacher = $x = v \cdot t$

$x = \left(70 \frac{m}{seg}\right) (180\ seg)$

$x = 12600\ m$

4.2. SEGUNDA FASE

El propósito de este taller fue familiarizar a las estudiantes en el manejo de las aplicaciones que ofrece la calculadora, para la graficación, interpretación y análisis de funciones; así como también permitir el establecimiento de relaciones entre los diferentes sistemas de representación de una función; por tanto, esta actividad fue dirigida por la investigadora y realizada por las estudiantes en parejas, objetando la importancia de dar espacio a la compañera para realizar cada una de las actividades. Además de la investigadora se contó con el acompañamiento del observador externo, Humberto Galvis G. y su duración fue de cuatro semanas aproximadamente.

La calculadora graficadora TI-92 Plus, tiene un programa de edición y graficación de funciones que permite visualizar la grafica en su recorrido, ver los datos de la función por medio de una tabla y una ventana que de acuerdo a su ajuste correcto muestra la gráfica completa; estas aplicaciones son de gran importancia para el desarrollo de este taller y se requiere un trabajo dispendioso y muy completo, pues va a permitir enlazar una representación con otra rápidamente.

4.2.1 TALLER DE VENTANAS DE VISUALIZACIÓN

INSTITUTO SANTA MARÍA GORETTI DE BUCARAMANGA

PROYECTO **INCORPORACION DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRICULO DE MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN MEDIA DE COLOMBIA**

VENTANA DE GRAFICACIÓN Y ANÁLISIS DE FUNCIONES

Ernesto Acosta Gempeler

NOMBRE:_________________________ **GRADO:** _______ **FECHA:** _______

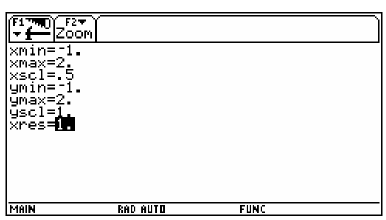
Ideas tomadas del trabajo Graficación de Funciones de Luis Moreno Armella, Memorias del Seminario Nacional.

1. Ventana de Graficación.

Uno de los aspectos más importantes en el estudio de funciones numéricas es el de la graficación (representación geométrica en un plano con un sistema de coordenadas cartesianas). La gráfica de una función dará información sobre la naturaleza y el comportamiento de la función que ninguna otra representación puede dar. A su vez, la gráfica de una función en ocasiones no muestra ciertas características de la función que otras representaciones sí muestran. En el caso en que éstas están definidas por expresiones algebraicas podremos, con relativa facilidad, encontrar representaciones de la gráfica en la pantalla de la calculadora TI-92 usando el editor de funciones, la configuración de la ventana y la herramienta de graficación. Vamos a abordar el estudio de la graficación de funciones adoptando la siguiente estrategia:

> La calculadora es una ventana a través de la cual estudiaremos una fenomenología visual: las gráficas de las funciones.

Cuando se utiliza la tecnología para graficar funciones, *la elección de la ventana de graficación* es el tema central. La configuración de la ventana puede hacerse manualmente o usando la herramienta Zoom; en este taller usaremos solamente ZoomBox dentro de Zoom y elegiremos también diferentes ventanas eligiendo parámetros en la opción WINDOW (♦E).

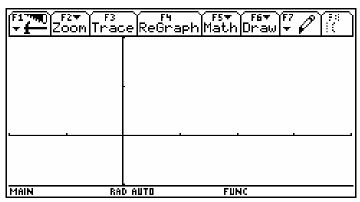


Para aprender el uso de estas herramientas haremos un par de ejercicios:

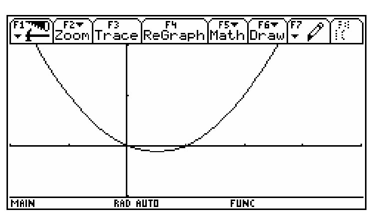
Entra a WINDOW (♦E) y escribe los siguientes valores para **xmin=** (valor mínimo de x), **xmax=** (valor máximo de x), **xscl=** (escala en x), **ymin=** (valor mínimo de y), **ymax=** (valor máximo de y), **yscl=** (escala en y), **xres=** (resolución de la gráfica, el valor mínimo es 1 y define la precisión de la gráfica, a menor resolución mayor precisión).

Con estos parámetros la calculadora mostrará en la ventana de graficación la representación de la porción del plano cartesiano que comprende los siguientes valores de *x* e *y*:

$$-1 \leq x \leq 2 \; ; \; -1 \leq y \leq 2$$

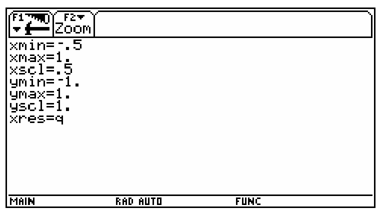


Observarás que la forma de la pantalla condiciona la escala de los ejes. En este caso la unidad del eje x es mayor que la unidad del eje y. Por otro lado, el parámetro xsçl□ 0.5 introduce marcas en el eje x cada 0.5 unidades y el parámetro ysçl□ 1 introduce marcas en el eje y cada unidad como lo ilustra la siguiente imagen (para ver esta pantalla oprime (♦R)).

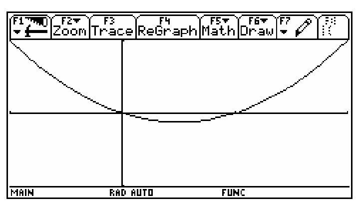


Hagamos ahora la gráfica de la función $y(x) = 2x^2 - x$. Para esto, entra al editor de funciones (♦W) elige y_1□, y escribe 2*x^2-x y oprime ENTER. Entramos a la ventana de graficación GRAPH (♦R). Debes ver en la ventana la siguiente gráfica

La elección de otros parámetros en WINDOW (♦E) mostrará otra zona del plano y, eventualmente, otro aspecto de la gráfica de la función. Por ejemplo, si se escribe



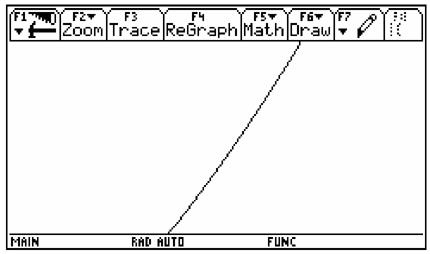
al volver a la ventana de la gráfica (♦W), se debe ver

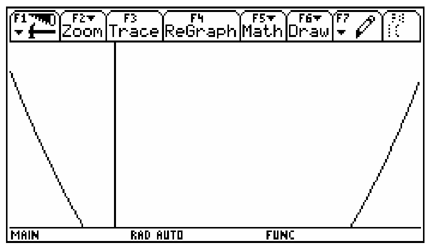


Ejercicios.

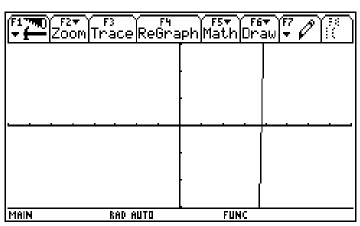
1. Elige diferentes parámetros en WINDOW y observa lo que se ve en la pantalla de graficación.

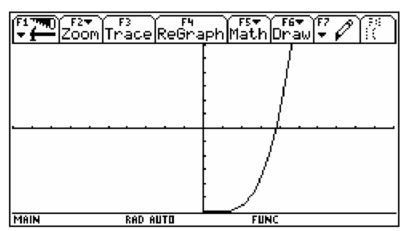
2. Encuentra los parámetros necesarios para que en la pantalla aparezcan los siguientes aspectos de la gráfica:

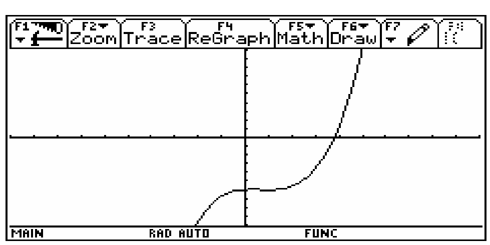




3. Considera la función $y(x) = x^3 - 2x^2 + x - 30$ y encuentra las siguientes imágenes de su gráfica:



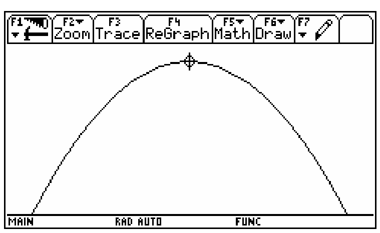




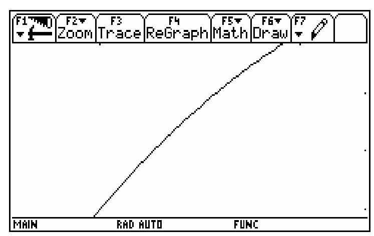
2.Ventana Completa

El problema que se presenta es el de encontrar una ventana en la que podamos ver las características fundamentales de la función. Encontrar esta ventana no siempre es fácil y posiblemente tengamos que recurrir a otro tipo de herramientas para encontrarla. Esta ventana ideal la llamaremos *ventana completa*. La ventana completa es aquella en la que se puedan observar todas las características distintivas de la función: monotonía, raíces, valores extremos, puntos de inflexión y asíntotas, si las tiene.

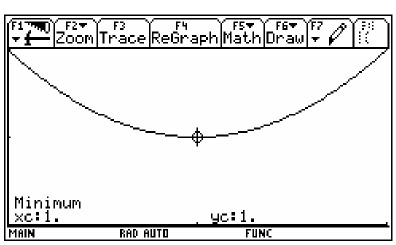
A continuación mostramos detalles de estas características en una función particular.



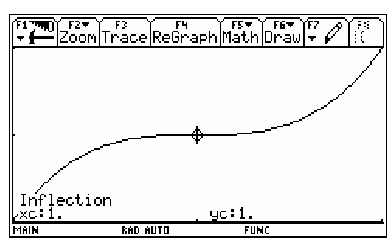
Valor máximo (local)



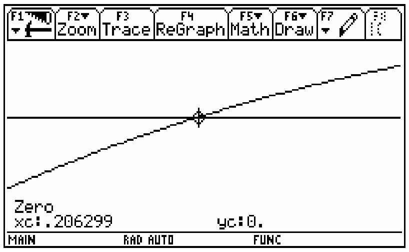
Creciente

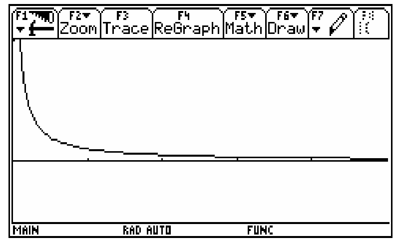


Valor mínimo (local)



Punto de inflexión





Ceros Asíntotas

Estos aspectos de una función serían deseables encontrarlos en una sola pantalla: ventana completa de la función.

Ejercicios.

1. Mediante la exploración, encuentra las características esenciales de las funciones afines $y(x) = ax + b$.

2. Encuentra una ventana completa para la gráfica de $y(x) = -3x+1$

.

3. Mediante la exploración, encuentra las características esenciales de las funciones cuadráticas $y(x) = ax^2 + bx + c$.

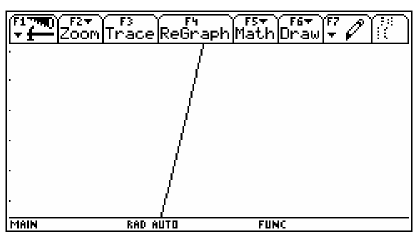
4. Encuentra una ventana completa para la gráfica de la función $y(x) = x^2 + 5x - 3$.
5. Encuentra una ventana completa para la gráfica de la función $y(x) = x^4 - 8x^2 + 1$.
6. Saca conclusiones generales acerca de lo que se debe ver en una ventana completa de una función polinómica de grado n.

7. ¿Cómo se sabe que una ventana es la ventana completa de la gráfica de una función?

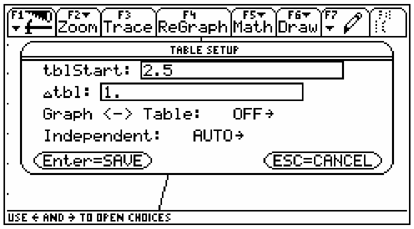
3. Monotonía

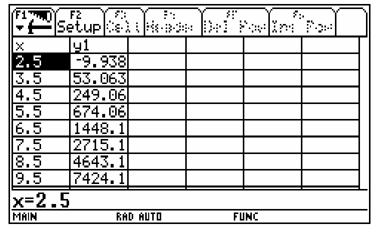
El estudio de la monotonía de una función (crecimiento o decrecimiento) en un intervalo no acotado se puede iniciar con el uso de la tabla de valores.

Por ejemplo, al hacer la gráfica de la función del ejercicio 5 encontramos en la ventana: xmiṇ□ 2.5 xmaẋ□ 3.5 xsçl□ 2 ymiṇ□ 3.5 ymaẋ□ 9.2 ysçl□ 1 xres□ 2, la imagen siguiente,



Parecería que a partir de 2.5 la función crece indefinidamente. Recurramos a la tabla (♦Y) para ver si efectivamente este comportamiento (el valor de *y* aumenta) se mantiene. Establecemos primero el valor con que queremos que arranque la tabla de valores y los incrementos sucesivos en x. Para esto hay que entrar en TblSet (♦T). En las figuras siguientes se muestra cómo se hace la elección de un valor inicial para la tabla y un incremento, en este caso de 1, así como la tabla de la función.

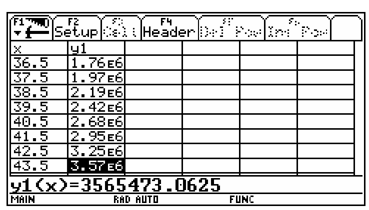




Al entrar en la tabla se observan los siguientes valores

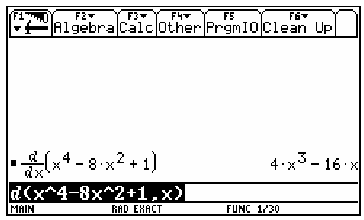
Para encontrar más datos te puedes desplazar con el cursor sobre la columna de los valores de la función. Por ejemplo, podemos observar lo que pasa a partir de *x* = 36.5.

Los valores de y siguen aumentando por lo que al parecer el comportamiento se conserva. Tomemos un incremento mayor, digamos de 10, y veamos que ocurre. ¿Qué puedes concluir?

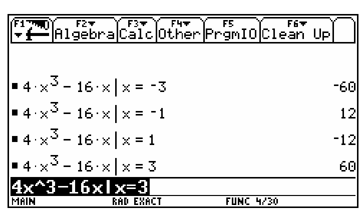


Observamos que los valores de *y* siempre aumentan por lo que el comportamiento mostrado se mantiene y el valor de la función al parecer ya no disminuye. Por lo cual de la tabla se puede conjeturar que la función es monótona.

Otra forma para determinar la monotonía de la función es utilizar HOME, en donde procedemos de la siguiente forma. Haciendo uso del comando derivada que se encuentra en F3, calculamos la derivada de la función.



Haciendo uso del comando factor de F2, factoricemos la derivada de la función. Tenemos que la derivada es *4x(x - 2)(x + 2),* lo cual nos sugiere analizar los intervalos $(-\infty,-2)$, $(-2,0)$, $(0,2)$ y $(2,\infty)$ para determinar su comportamiento. Consideremos valores dentro de estos intervalos y evaluémoslos en la derivada para determinar lo pedido. Se hace en HOME, oprimiendo 2nd K delante de la expresión 4*x^3 – 16x y escribiendo el valor donde se desea evaluar la expresión.



El comportamiento de la función es pues de la siguiente forma. En $(-\infty,-2)$ y en (0,2) es decreciente y en (-2,0) y en (2, ∞) es creciente, por lo cual se tiene que la función es monótona y con lo cual el valor de *y* ya no disminuye. ¿Por qué?

Ejercicios.

1. Encuentra las raíces de la función usando las herramientas que se encuentran en F5.

2. Acorrala los ceros de la función usando ZoomBox̃

3. ¿Qué otras herramientas hay en F5? Úsalas para encontrar los máximos y mínimos de la función.

4. Explora las características esenciales de la función $y(x) = x^{10} - 100x^9 + 30x^8 - 7x^4 + x - 100$, intentando encontrar una ventana completa de graficación. Haz un análisis cuidadoso en el intervalo [-1, 1] usando la taba de valores.

5. Repite el ejercicio anterior con la función $y = \frac{x^3}{x^2 - 9}$

4. Ejercicios suplementarios.

1. Estudia $y(x) = -3x^2 + 12x + 5$ en

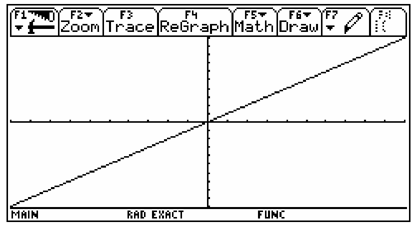
   a) $[0, 5] \times [0, 5]$ b) $[-10, 10] \times [-10, 10]$ c) $[-5, 10] \times [-10, 20]$

2. Estudia la función $y_1(x)=\frac{x^2+1}{x-2}$ en la ventana [-10, 10] $\times$ [-20, 20]. Observando que $\frac{x^2+1}{x-2}=\frac{5}{x-2}+(x+2)$ grafica en la ventana anterior $y_2(x)=x+2$ y analiza las diferencias entre las gráficas de y_1 y y_2.
3. Grafica la función $g(x)=\frac{7}{x^4}-\frac{8}{x^2}+1$ en [-5, 5] $\times$ [-5, 10] y estudia su comportamiento.
4. Grafica la función $f(x)=x^2+3$ en cada una de las siguientes ventanas y discute sobre sus observaciones:
   a) [-2, 2] $\times$ [-2,2]
   b) [-4, 4] $\times$ [-4, 4]
   c) [-10, 10] $\times$ [-5, 30]
   d) [-50, 50] $\times$ [-100, 1000]
5. Grafica la función $y=x^3-49x$ en las ventanas
   a) [-10, 10] $\times$ [-10, 10] b) [-10, 10] $\times$ [-200, 200] c) [-10, 10] $\times$ [-100, 100]

5. Algunos problemas que surgen al graficar funciones en la TI 92.

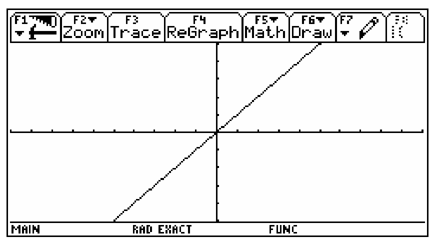
Cuando se empieza a graficar en la calculadora TI-92 es inevitable encontrarse con algunos *problemas*. A continuación analizamos algunos de ellos.

1) Grafica la función $y = x$ en la ventana $[-10,10]^2$

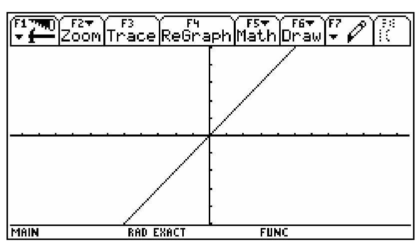


Visualmente la gráfica es una recta que no está a 45° con respecto al eje *x*.

Si graficamos con la ventana [-10, 10] x [-5, 5]



Parece que la recta ahora si está a 45°

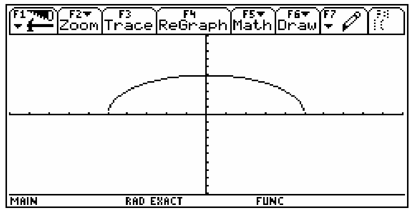


En F2 apliquemos ZoomSqr

Visualmente puede uno aceptar que la gráfica si está a 45°. Si nos vamos a WINDOW nos encontramos con las siguientes dimensiones de la ventana de graficación.

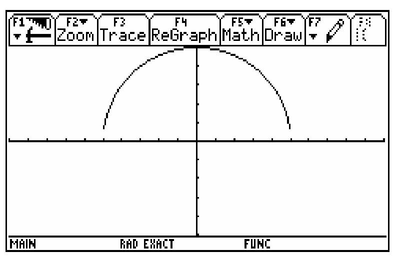
[-11.6666666667, 11.6666666667] x [-5, 5] ¿Qué está pasando?

2) Grafica la función $y = \sqrt{25 - x^2}$ en la ventana $[-10,10]^2$



Visualmente la gráfica no parece una semi - circunferencia.

Grafiquemos en la ventana [-l0,l0] x [-5,5]



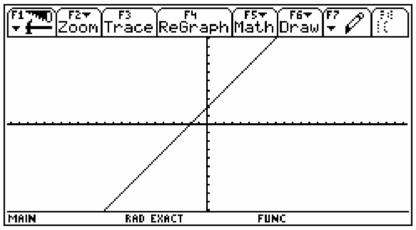
Visualmente la gráfica parece una semi - circunferencia. Sin embargo, al aplicar la función ZoomSqr obtenemos la siguiente gráfica con dimensiones:

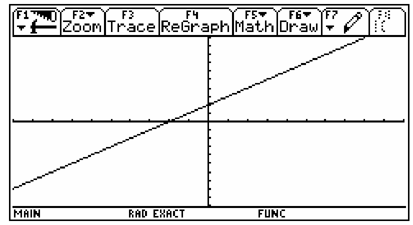
[-1 1.6666666667, 11.6666666667] x [-5, 5].

Además, observamos que la gráfica no se pega al eje *x*. ¿Qué está pasando?

3) Grafica la función $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ en la ventana $[-10,10]^2$

La gráfica es una recta. Apliquemos la función ZoomSqr

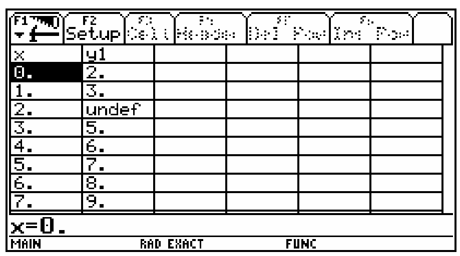




Observamos una recta.

La función $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ presenta un problema en x **=** 2.

Si nos vamos a la tabla, encontramos que cuando x = 2 la función está indefinida.



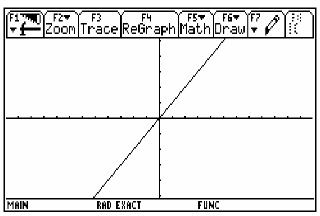
x	y1
0.	2.
1.	3.
2.	undef
3.	5.
4.	6.
5.	7.
6.	8.
7.	9.

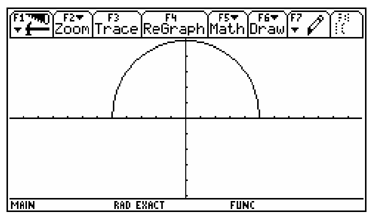
¿Por qué el problema que muestra la expresión algebraica y que también muestra la tabla no lo muestra la gráfica?

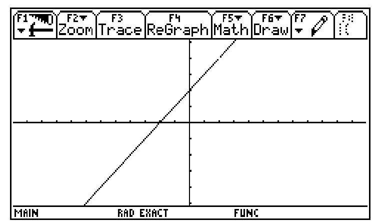
Sabemos que la ventana de graficación de la TI-92 tiene **239** pixeles horizontales y **103** verticales. Estas dimensiones nos sugieren ventanas de graficación convenientes a nuestras tres funciones.

La ventana de graficación con dimensiones [-119, 119] x [-51, 51] nos dice que cada punto de los ejes que representan números enteros caen sobre un pixel. Si consideramos las dimensiones [-11.9, 11.9] x [-5.1, 5.1] nos dice que cada punto de los ejes que representan números enteros caen sobre un pixel y además que del cero al 1 hay 10 pixeles.

Sugerimos la ventana de graficación con dimensiones [-11.9, 11.9] x [-5.1, 5.1] para las tres funciones consideradas anteriormente. Las gráficas de dichas funciones quedan de la siguiente manera:







NOTA: Existen muchas funciones con sus *problemas* particulares. Para dar una explicación de por qué se presentan dichos *problemas*, creemos que es importante no olvidar que la pantalla de graficación está compuesta por 239 pixeles horizontales y 103 verticales.

4.2.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TALLER DE VENTANAS DE VISUALIZACIÓN

Al iniciar la actividad, el trabajo fue muy mecánico para las estudiantes (seguimiento de instrucciones), porque se iba a enfatizar en el manejo de las aplicaciones de la calculadora. A medida que transcurrió el tiempo, se empezaron a notar avances en cuanto al manejo de la calculadora y algunos conceptos como: Dominio, recorrido, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, máximos, mínimos, raíces, ceros, etc. En la tercera semana se hizo una prueba escrita y sin calculadora, para verificar que se estuviera dando un buen uso a las aplicaciones de la calculadora y constatar lo que se pretendía con este taller. En esta prueba se tuvo el acompañamiento como observadora externa la profesora Alix Socorro Arévalo.

La prueba planteada contenía las siguientes preguntas:

1. Grafique y Compare las siguientes funciones con la observada en la ventana:

X min = -3 X máx = 3 XScl = 1

Y min = -6 Y máx = 5 YScl = 1

a) $Y= 4x^4-16x^2 +16$

b) $Y= x^3 -5x^2 -5$

c) $Y= | 2x+3 | - 10$

2 ¿Se pueden observar todos los cortes? ¿Cuáles?

3 ¿Qué cambios haría en la ventana para observarlos?

4 ¿Cuál es el recorrido de cada función?

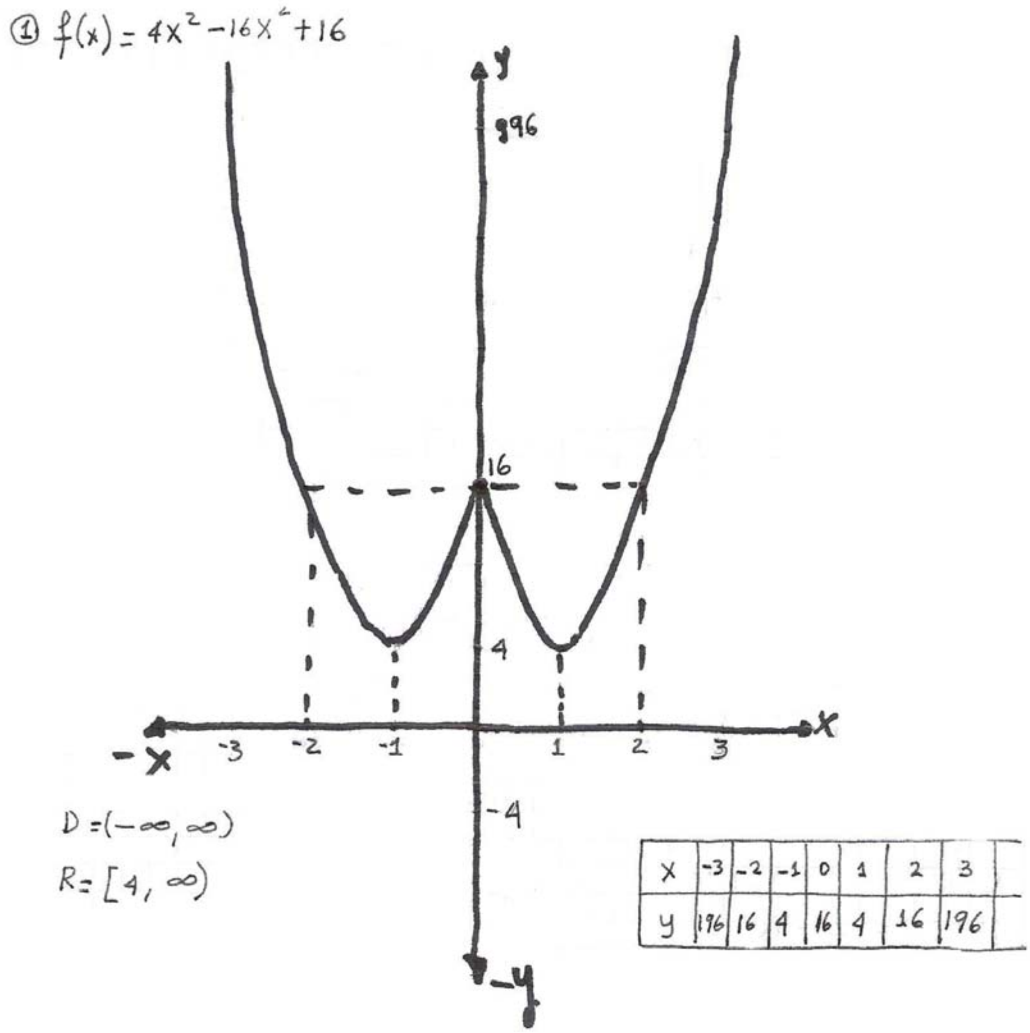
5 ¿Qué puede concluir de éste trabajo?

Condición: trabajar sin calculadora.

En esta evaluación en un comienzo se notó desorientación en las estudiantes, por tal motivo fue necesario aclarar dudas, observándose que el planteamiento no fue claro, posteriormente comenzaron a tabular la información y al observar que los valores no correspondían o se salían de la ventana de visualización, nuevamente empezaron las preguntas, las cuales fueron resueltas por ellas mismas con la debida orientación de la docente.

Esta evaluación permitió verificar que las estudiantes estaban trabajando en forma mecánica, pero al mismo tiempo se dio la oportunidad de demostrarles que lo analizado con la calculadora y el establecimiento de relaciones entre las diferentes representaciones, lo podían realizar a lápiz y papel. En cuanto a las respuestas dadas a las preguntas estuvieron acertadas en la gran mayoría; algunas estudiantes encontraron el dominio, puntos de inflexión y respondieron qué clase de función era, sin habérseles preguntado, observándose que la pregunta en la que más fallaron, fue en algunos puntos de corte, porque algunas sólo tenían en cuenta los que podían observar según los valores tabulados. En este momento, se hizo una puesta en común para objetarles que lo mismo les hubiera sucedido en la calculadora, si no cuadran *la ventana completa de visualización*.

A continuación se muestra el trabajo realizado por algunas de las estudiantes:



2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(-3) = -3^3 - 3(-3)^2 - 3$.
$f(3) = -57$.

$f(-2) = x^3 - 3x^2 - 3$
$f(-2) = -2^3 - 3(-2)^2 - 3$
$f(-2) = -23$.

$f(-1) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(-1) = -1^3 - 3(-1)^2 - 3$.
$f(-1) = -7$.

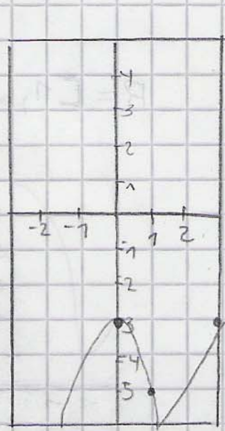
$f(0) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(0) = 0^3 - 3(0)^2 - 3$.
$f(0) = -3$.

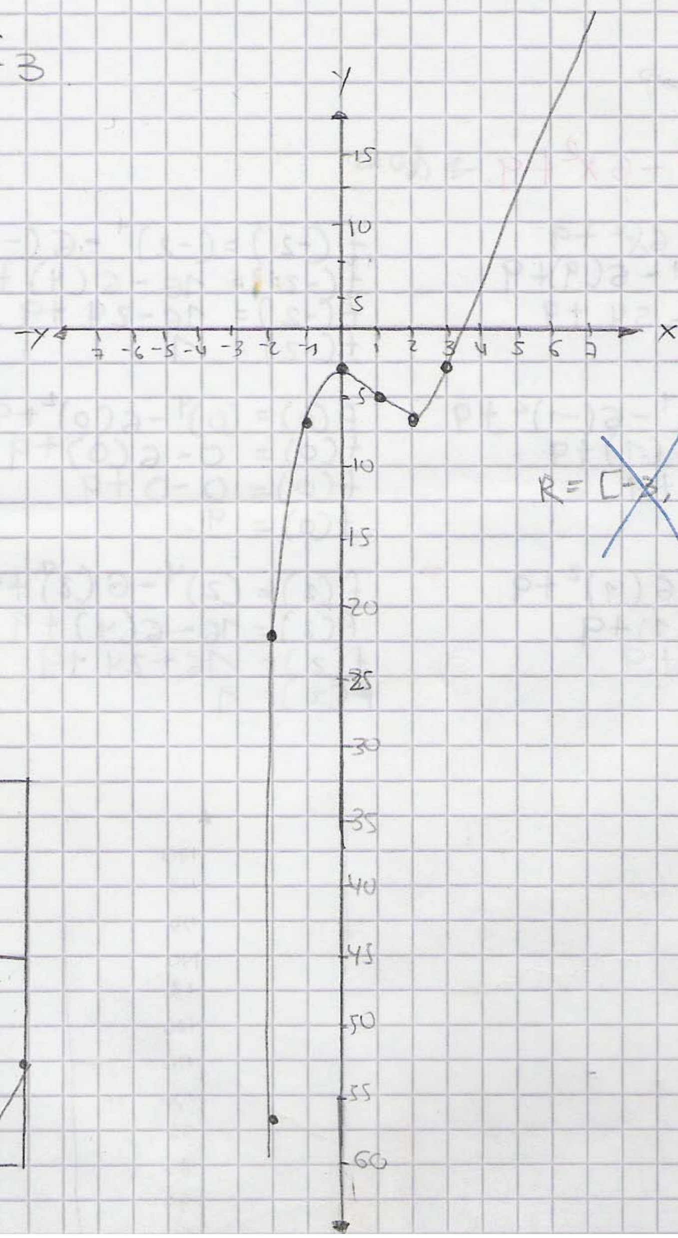
$f(1) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 - 3$.
$f(1) = -5$.

$f(2) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(2) = 2^3 - 3(2)^2 - 3$
$f(2) = -7$

$f(3) = x^3 - 3x^2 - 3$.
$f(3) = 3^3 - 3(3)^2 - 3$
$f(3) = -3$.

x	y
-3	-57
-2	-23
-1	-7
0	-3
1	-5
2	-7
3	-3





$R = [-3, \infty)$

3) $f(x) = |x+2| - 3$

$f(-3) = |-3+2| - 3$
$= |-1| - 3$
$= 1 - 3$
$= -2$

$f(-2) = |x+2| - 3$
$f(-2) = |-2+2| - 3$
$f(-2) = |0| - 3$
$f(-2) = -3$

$f(-1) = |x+2| - 3$
$f(-1) = |-1+2| - 3$
$f(-1) = |1| - 3$
$f(-1) = -2$

$f(0) = |x+2| - 3$
$f(0) = |0+2| - 3$
$f(0) = |2| - 3$
$f(0) = -1$

$f(1) = |x+2| - 3$
$f(1) = |1+2| - 3$
$f(1) = |3| - 3$
$f(1) = 0$

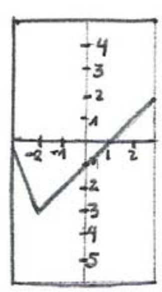
$f(2) = |x+2| - 3$
$f(2) = |2+2| - 3$
$f(2) = |4| - 3$
$f(2) = 1$

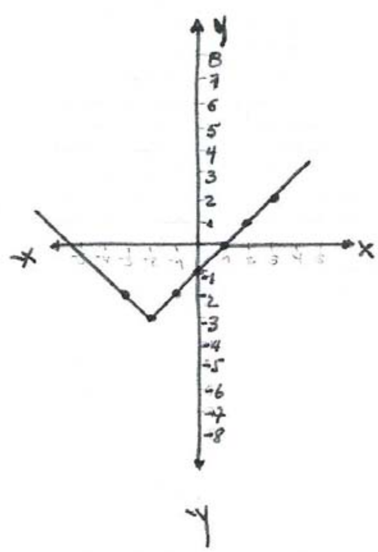
$f(3) = |x+2| - 3$
$f(3) = |3+2| - 3$
$f(3) = |5| - 3$
$f(3) = 2$

$D = \mathbb{R}$

$R = [-3, \infty)$

X	Y
-3	-2
-2	-3
-1	-2
0	-1
1	0
2	1
3	2





RESPUESTAS

1) No se puede observar el único punto de corte con el eje positivo (y)
Solo un corte se puede observar en (y), en el punto [0, 3]

Cambios:
x max = 6
x min = -6
x scl = 1
y max = 17
y min = -25
y scl = 2

3) Se observan los 2 cortes en los puntos [0 - 1) y [1, 0].
Cambios:
x max = 4
x min = -6
x scl = 1
y max = 5
y min = -5
y scl = 1

Conclusiones

- Es muy importante realizar la tabla de datos para poder ubicar con más exactitud y organizadamente los puntos o valores obtenidos

- Al desarrollar el ejercicio es necesario poner atención y cuidado en los signos, porque los valores cambian y tambien debemos mirar si tiene o no valor absoluto

- La ventana no puede ser igual para todas las funciones ya que en todas no se observa bien la grafica, ni los cortes. Tambien el rango es diferente para cada uno porque las funciones son distintas.

Después de esta prueba a lápiz y papel, las estudiantes continuaron desarrollando el taller “ventanas de visualización”, observándose un mejor trabajo, debido a que la evaluación control hecha sin calculadora, les ayudó a darse cuenta de la importancia de analizar la información dada, en las diferentes representaciones que pueden visualizar en la calculadora, valorando el ahorro de tiempo y la exactitud de las mismas.

Con respecto a la función $y = x^{10} – 100x^9 + 30x^8 – 7x^4 + x – 100$, al intentar encontrar la ventana completa de visualización, hubo dificultad total, confusión y algunas estudiantes manifestaron frustración por no hallar la solución; pero al remitirlas a la tabla de valores y analizar la variación de los datos en varios intervalos, muy pocas se dieron cuenta que los valores máximos y mínimos de los ejes coordenados debían ser extremadamente grandes de tal manera que permitiera la ventana completa de visualización de la gráfica. En este momento la investigadora hizo mediación permanente en todos los grupos de trabajo, para llegar al análisis correcto de esta función.

Con esta función se refuerzan sus diferentes representaciones y ayuda a los estudiantes a observar la diversidad de representaciones que ofrece la calculadora para analizar estas situaciones, que difícilmente se pueden realizar a lápiz y papel, más aún, si se trata de una función polinómica como la anterior. Al respecto Los lineamientos MEN (1999, p 29*)* hablan de los cambios cognitivos que la tecnología está logrando como es: “La facilidad de tener a la mano diversas representaciones de un mismo concepto matemático y poder relacionarlas activamente unas con otras y de la manipulación de objetos matemáticos y sus relaciones”. Por esto, este tipo de funciones lleva a las estudiantes a darle un buen uso a la calculadora y a sus diferentes aplicaciones, pues a lápiz y papel sería demasiado dispendioso.

Con respecto a la función $y = (x^{2} - 4) / (x - 2)$, propuesta en el numeral 3, al ser graficada por las estudiantes les dio una recta, motivo por el cual algunas se mostraron sorprendidas porque esperaban la gráfica correspondiente a una función racional; en este momento se hizo la mediación para llevarlas a analizar lo que ocurre cuando se realiza la simplificación de la fracción algebraica, procedimiento que solo una estudiante propuso. Posteriormente se hizo la puesta en común para reforzar este tipo de funciones, y luego se retomó el taller en la parte que hace referencia a algunos problemas que surgen al graficar ciertas funciones con la TI-92 plus, como por ejemplo, la función en mención que es lineal discontinua con un hueco en $x=2$ y que esto no se observa en la calculadora.

4.3 TERCERA FASE

Para la realización de esta fase se utilizó la situación problema del taller “Simulación Formula Uno”, planteada en el diagnóstico, porque este problema generó motivación, expectativas, discusiones y análisis justificados que en algunas estudiantes crearon confusiones; por tanto, con el fin de que las estudiantes pudieran confrontar sus conjeturas y aclarar las posibles soluciones mediante la visualización de la variación, a través de mediciones, cambios entre las variables y en general aprovechar todo el potencial cognitivo que ofrece la calculadora como son: la toma automática de datos, representación grafica, manejo de tablas, graficación de datos y el cálculo aproximado de las función que más se ajusta a la grafica de la situación.

Hay que resaltar, que este trabajo fue exitoso porque las estudiantes previamente habían explorado algunas aplicaciones de la calculadora, necesarias para la solución de esta situación problema y fácilmente lograr encontrar las nuevas aplicaciones que requería este taller.

La calculadora graficadora TI – 92 Plus tiene un programa de geometría dinámica plana (CABRI GËOMÊTRE), en el que pueden construirse figuras geométricas de acuerdo con las reglas de la geometría euclidiana (puntos, segmentos, circunferencias…), y la geometría analítica (ejes de coordenadas, ecuaciones, …). Esta aplicación de la calculadora fue útil en esta fase, porque se utilizó para construir las simulaciones respectivas de las dos situaciones planteadas.

Los objetos construidos en CABRI GËOMETRË no son estáticos, sino que pueden ser desplazados a cualquier parte del plano; además el dinamismo de las construcciones nos introduce naturalmente en el mundo de las invariantes. Una importante posibilidad de la geometría dinámica es la de modelar situaciones reales para obtener información sobre el fenómeno en estudio. En esta fase se ejemplifica esta posibilidad con el taller “Simulación Fórmula uno” y la construcción del “Cuadrado L”, donde se puede dar dinamismo a partir de un número y a partir de un punto.

Otra de las aplicaciones de la calculadora es la hoja de calculo (Data /Matrix Editor), importante para esta fase, en cuanto a la recolección de datos de cada una de las situaciones planteadas, las cuales permiten hacer el trazado de gráficas y encontrar la ecuación de la curva que más se ajusta a estos datos.

Para esta fase y más concretamente para la “Simulación Fórmula uno”, es de gran importancia el manejo correcto de estas aplicaciones de la calculadora, instrucciones que fueron dadas en este taller, por considerarlas indispensables y pertinentes para la solución en cuanto a recolección de información y búsqueda de tablas y gráficas.

4.3.1 TALLER SIMULACION FORMULA UNO

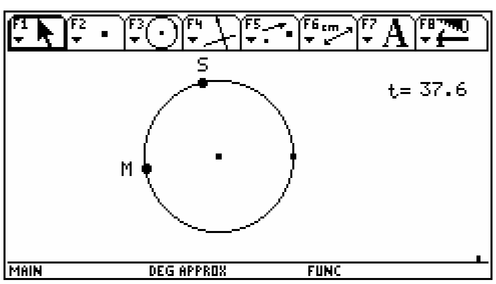
PROYECTO INCORPORACIÓN DE NUEVAS

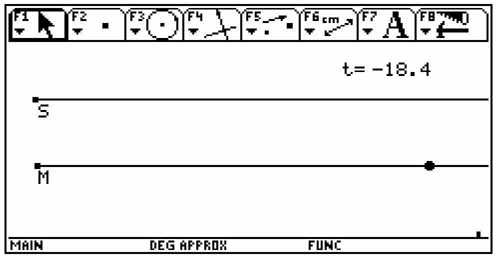
TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN

BÁSICA Y MEDIA DE COLOMBIA

SIMULACIÓN CARRERA FÓRMULA 1

El archivo que observa corresponde a la simulación de una carrera de fórmula 1 en la que, Juan Pablo Montoya sale de *pits* con una aceleración constante de 4 m/seg^2 y en ese mismo instante, pasa Michael Schumacher con una velocidad constante de 252 km/hora. Los puntos M y S representan a Juan Pablo y Michael respectivamente y el número que aparece representa el tiempo que transcurre.





Para dar comienzo a la simulación, aplique **Animación** al número. (En ningún caso pueden borrar el número, pues si lo hacen, la simulación dejará de funcionar).

Sin toma de medidas

1. Observa el movimiento de los carros a medida que el tiempo transcurre y describa lo sucedido.

2. ¿Qué magnitud(es) varía(n)?

3. ¿Qué magnitudes permanece(n) constante(s)?

4. ¿Si hay magnitud(es) que varía(n) qué valor(es) puede(n) tomar?, ¿Es posible establecer relaciones entre ellas?, ¿cómo?
5. ¿Hay algún momento en el que se encuentran los dos carros?. Si la respuesta es afirmativa, ¿al cabo de cuánto tiempo se encuentran?

6. ¿Cómo varía la distancia de Montoya a medida que transcurre el tiempo?

7. ¿Qué tipo de gráfica cartesiana se producirá al relacionar el tiempo y la distancia de Montoya?

8. Responda las preguntas 6. y 7. para Schumacher

9. Si no hay contratiempos y la carrera termina a los 3 minutos, ¿quién gana la carrera?

10. Completa la siguiente tabla:

Tiempo (seg)	Distancia Montoya	Distancia Schumacher
1		
2		
4.5		
6		
7.5		
10		
15.5		
20		
30		
50		
t		

11. Calcule la velocidad promedio $v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$, para cada uno de los carros en los siguientes intervalos de tiempo:

Intervalo de tiempo	Velocidad carro de Montoya	Velocidad carro de Schumacher
(1 , 6)		
(2 , 7.5)		
(1 , 20)		
(7.5 , 15.5)		
(10 , 20)		
(20 , 30)		
(30 , 50)		

12. De acuerdo con estos resultados, ¿qué concluye con respecto al movimiento de cada uno de los carros?

Registro automático en la tabla de la distancia recorrida por Montoya en los diferentes instantes de tiempo

Re-edite nuevamente el valor del tiempo y a partir del instante 0.0, registre en una tabla los datos obtenidos de tiempo y distancia para Montoya.[5]

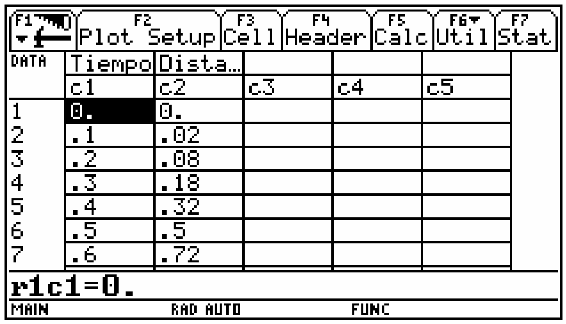
---

[5] Para realizar este registro, proceda de la siguiente manera:

1. Asegúrese de que no haya datos en el archivo SYSDATA; Para ello, estando en Home, pulse las teclas [2nd] [−], selecciona con F4 el archivo sysdata y oprima F1 → 1.
2. Una vez esté ubicado en el archivo Cabri Géometrè sobre el cual está trabajando, ve a F6 →7: Agrupar datos → 2: Definir entrada.
3. Seleccione los datos que va a relacionar. Para esto, seleccione en estricto orden el tiempo y luego la distancia recorrida por Montoya.
4. Ve a F6 → 7: Agrupar datos → 1: Almacenar datos.

La primera columna registra los diferentes tiempos recolectados. Ubícate en la celda N1 y pulsa **Enter**, digita **Tiempo** y pulsa nuevamente **Enter.**

La segunda columna contiene las diferentes distancias recorridas por Montoya. Llama a esta columna **Distancia.**



Teniendo en cuenta los valores registrados en la tabla, responda:

13.¿Cómo varía la distancia de Montoya a medida que transcurre el tiempo?

14.¿En qué momento aproximadamente Montoya ha recorrido una distancia de 200 metros?

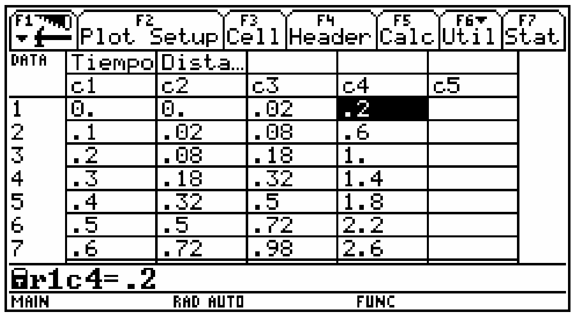
Análisis de los cocientes entre las diferencias de distancia y tiempo

Tome uno cualquiera de los valores registrados para el tiempo y realiza la diferencia entre éste y el anterior. Repite la misma acción para otros dos datos.

5. Ahora debee animar el tiempo; para ello, vaya a F7 → 3: Animación. Teniendo la tecla de la manito sostenida, mueva el mouse hacia abajo. Para detener la animación, oprima la tecla ESC.
6. Para visualizar la tabla arrojada por estos valores, oprima la tecla APPS (Aplicaciones) y selecciona 6: Data/Matriz Editor → 2: Open →Sysdata.

¿Qué valor obtuvo?. Tenga presente este resultado ya que nos referiremos a él como Δt.

Calcule las diferencias de distancias entre un dato y el anterior y almacene estos resultados en la columna C3.[6]



DATA	Tiempo	Dista…			
	c1	c2	c3	c4	c5
1	0.	0.	.02	.2	
2	.1	.02	.08	.6	
3	.2	.08	.18	1.	
4	.3	.18	.32	1.4	
5	.4	.32	.5	1.8	
6	.5	.5	.72	2.2	
7	.6	.72	.98	2.6	

15.¿Qué valores se obtienen al realizar este cálculo?

16.¿Qué representa este resultado con relación al movimiento del carro de Montoya?

17¿Qué concluye acerca del movimiento del carro de Montoya?

18. Describa el movimiento del carro de Montoya.

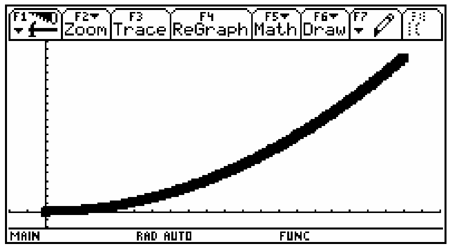
---

6 Como los datos de distancia se encuentran en la columna 2, proceda así:

1. Para copiar en C3 y desplazar hacia arriba una celda los datos obtenidos en C2, ubíquese en la celda C3 y pulse F4 con el fin de definir la cabecera de la columna donde se va a copiar y digite allí **shift (C2,1).** Si su calculadora está en español, debe digitar **desplaz(C2,1)**.
2. En la columna C4 calcule el cociente $\frac{C3 - C2}{0.1}$. Para esto, ubíquese en la cabecera de la columna y digite (**C3 – C2)/0.1**

Construcción de la gráfica de distancia contra tiempo del carro de Montoya

Construya la gráfica de distancia contra tiempo del carro de Montoya[7]



19. ¿Qué forma aproximada tendría la gráfica que une los puntos?

20. ¿Cómo varía la distancia a medida que transcurre el tiempo?

21. ¿Cuál es la distancia recorrida al cabo de 22 segundos?

22. ¿En qué momento ha recorrido 1104.5 metros?

Aproximaciones de la expresión algebraica que mejor relaciona el tiempo y la distancia del carro de Montoya

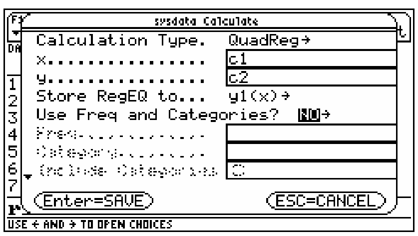
[7] Para construir la gráfica, sigua este procedimiento:

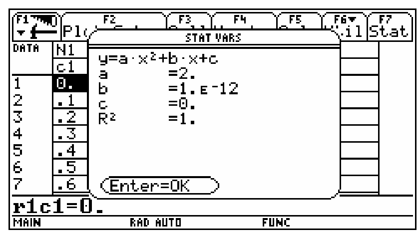
1. Estando en el editor de datos (Data/Matrix Editor), seleccione **F 2 Plot Setup**
2. Seleccione **F 1** para definir las características de la gráfica
3. Seleccione el tipo de gráfica → **Scatter** y el tipo de marca para los puntos → **Box**
4. Asigne a la variable **x** los valores correspondientes a la columna 1: **C1**
5. Asigne a la variable **y** los valores correspondientes a la columna 2: **C2**
6. Pulse **Enter** dos veces

Escribe una expresión general que relacione adecuadamente al tiempo transcurrido y la distancia recorrida por Montoya. Ten en cuenta tus observaciones con respecto a la variación y los resultados numéricos obtenidos en la tabla. Introduce esta expresión en el editor de funciones y grafícala. Compara las gráficas y escoge la expresión que mejor modela los datos.

Cálculo de regresión

23. Realiza el cálculo de regresión[8] y almacena el resultado en la variable y1.





Escribe la función que mejor modela los datos y de acuerdo con esta expresión responde:

24. ¿En qué coincide y en qué difiere con la expresión que encontraste?

---

7. Pulse ♦ **GRAPH.** Para visualizar mejor los puntos, seleccione **ZoomData** (F2 → 9)

[8] Para hacer el cálculo de regresión, siga este procedimiento:
Ubíquese en el editor de datos, seleccione F 5 → Calculation Type → Escoja el tipo de regresión que considere se ajuste mejor a los datos. Guarde esta función en y1 (Store RegEQ to . . . . y1(x) →y1(x) **Enter**)

25.¿Qué representa cada coeficiente con relación a los resultados obtenidos en el análisis de la tabla?

26. ¿Qué representa cada coeficiente con relación al movimiento del carro de Montoya?

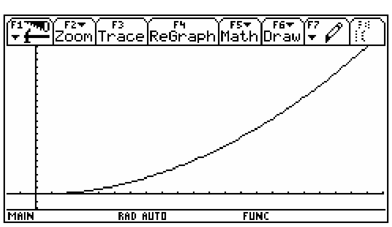
27 .Describa la variación de la distancia con respecto al tiempo teniendo en cuenta los resultados obtenidos.

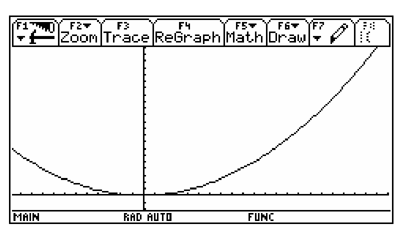
Vaya al editor de funciones y deje activa (utiliza F4 para activar o desactivar) sólo la función que obtuvo (la que guardó en y1).

28. Visualice la función obtenida y los datos tomados de la simulación y seleccione una ventana apropiada para observar mejor la función.

29. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

30. Describa el comportamiento de la gráfica.

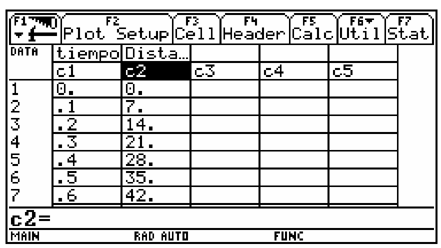




Registro automático en la tabla de la distancia recorrida por el carro de Schumacher en los diferentes instantes de tiempo

Para tomar el registro de la variación del tiempo y la distancia del carro de Schumacher, debe desocupar el Sysdata. Para ello, estando en Home, pulse las teclas y, con F 4 seleccione el Sysdata y con F1 bórralo.

Re – edite nuevamente el valor del tiempo y a partir del instante 0.0, registre en una tabla los datos obtenidos de tiempo y de distancia para el carro de Schumacher. (El procedimiento es el mismo que empleó para el carro de Montoya).



Llame **tiempo** a la columna N1, y **distancia** a la segunda columna

Teniendo en cuenta los valores registrados en la tabla, responde:

31¿Cómo varía la distancia del carro de Schumacher a medida que transcurre el tiempo?

32. ¿La distancia del carro de Schumacher varía de la misma manera que la distancia del carro de Montoya?

33. ¿En qué momento aproximadamente Schumacher ha recorrido una distancia de 455 metros?

Análisis de los cocientes entre las diferencias de distancia y tiempo

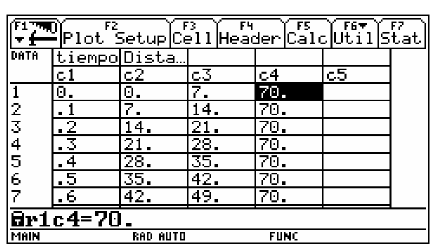
Encuentre algunas diferencias de los valores registrados para el tiempo, entre un dato y el anterior. ¿Qué valor obtuvo?. Tenga presente este resultado ya que nos referiremos a él como Δt.

Calcule las diferencias de distancias entre un dato y el anterior y almacena estos resultados en otra columna (por ejemplo en C3). Recuerda el procedimiento para el caso de Montoya.

Calcule en la columna C4, el cociente $\frac{C3 - C2}{\Delta t}$

34. ¿Qué valores obtuvo al realizar este cálculo?

35. ¿Qué representa este resultado con relación al movimiento del carro de Schumacher?



36. ¿Cómo varían los valores obtenidos en la columna C4 a medida que transcurre el tiempo?

37. ¿Qué concluye acerca del movimiento del carro de Schumacher?

38. ¿Qué diferencia encuentra con relación a los resultados obtenidos para el carro de Montoya?

39. Describa el movimiento del carro de Schumacher.

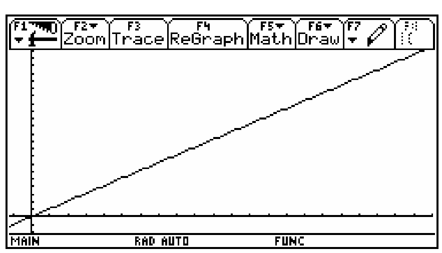
Construcción de la gráfica de distancia contra tiempo del carro de Schumacher

Construya la gráfica de distancia contra tiempo del carro de Schumacher

40. ¿Qué forma aproximada tendría la gráfica que une los puntos?

41. ¿Cómo varía la distancia a medida que transcurre el tiempo?

42 ¿En qué momento ha recorrido 2310 metros?



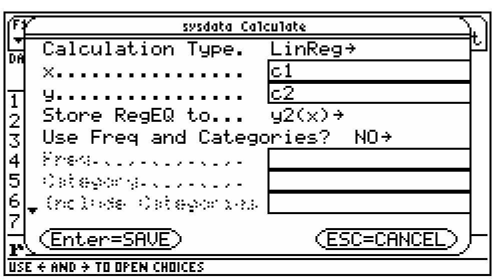
Aproximaciones de la expresión algebraica que mejor relaciona el tiempo y la distancia del carro de Schumacher

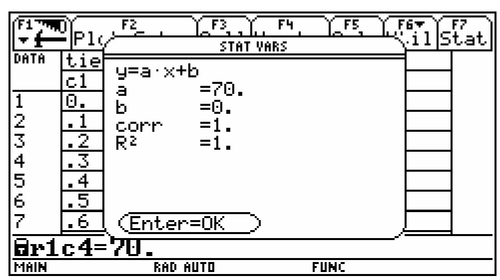
Escriba una expresión general que relacione adecuadamente al tiempo transcurrido y la distancia recorrida por Schumacher. Tenga en cuenta sus observaciones con respecto a la variación y los resultados numéricos obtenidos en la tabla.

Introduzca esta expresión en el editor de funciones y grafíquela. Compare las gráficas y escoja la expresión que mejor modela los datos.

Cálculo de regresión

Realice el cálculo de regresión y almacena el resultado en la variable y2





Escriba la función que mejor modela los datos y de acuerdo con esta expresión, responde:

44. ¿Qué representa cada coeficiente con relación a los resultados obtenidos en el análisis de la tabla?

45. ¿Qué representa cada coeficiente con relación al movimiento del carro de Schumacher?

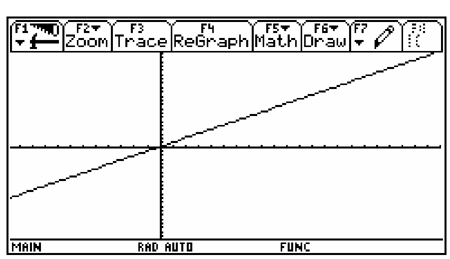
46. Describa la variación de la distancia con respecto al tiempo teniendo en cuenta los resultados obtenidos.

47. ¿Qué diferencia encuentra entre la expresión obtenida para el carro de Montoya y la obtenida para el carro de Schumacher?

Visualice la función obtenida y los datos tomados de la simulación y seleccione una ventana apropiada para observar mejor la función.

48. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

49. Describa las características de la gráfica.



Vaya al editor de funciones, activa las funciones y1, y2 y cuadra una ventana completa de visualización.

50. ¿Quién gana la carrera?

4.3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TALLER "SIMULACIÓN FÓRMULA UNO"

La visualización de la situación a través de la simulación produjo emoción e interés para iniciar el trabajo, al observar que en la pantalla de la calculadora estaban simuladas las pistas de carreras en forma lineal o circular, dadas en dos archivos. Se les dio la orden de abrir primero el lineal buscando que las estudiantes no pudieran visualizar en primera instancia quien ganaba la carrera lo cual les permitía seguir analizando y conjeturando sobre la solución a esta situación.
Seguidamente, abrieron el archivo correspondiente al circular y continuaron analizando y desarrollando el taller siguiendo las instrucciones dadas, con el apoyo de la investigadora y la ayuda del observador externo, porque en este momento todos los grupos de trabajo solicitaban atención de los docentes para la confrontación de las soluciones que proponían y hubo manifestaciones de alegría al observar que en la pantalla podían visualizar la carrera y el triunfo de Montoya.

La simulación ayudó a que las estudiantes identificaran con mayor precisión las magnitudes variables y no variables, porque les permitió la visualización dinámica de la carrera desde el inicio, el encuentro de los dos carros y el triunfo de Juan

Pablo Montoya. Es de resaltar, como se mencionó anteriormente, la incidencia de los cambios cognitivos que la tecnología está logrando en las estudiantes, como por ejemplo, "La manipulación de objetos matemáticos y sus relaciones y el poder conectar experiencias reales con formalismos matemáticos usando una combinación de toma de datos reales y simulaciones". MEN (1999, p 29*).* Como investigadora percibí el interés y la motivación que se despierta en las estudiantes cuando se les presentan situaciones simuladas, que les permiten interactuar con la pantalla de la calculadora y proponer creativamente soluciones argumentadas a estos problemas.

La duración de este taller fue de seis semanas aproximadamente, con dos sesiones de dos horas-clase semanalmente.

Al finalizar el taller se plantearon las siguientes preguntas para responderlas inicialmente en forma individual, luego a través de una puesta en común por mesas de trabajo, y con base en las conclusiones de cada grupo de trabajo se hizo la socialización general.

1. Teniendo en cuenta la evaluación diagnostica, ¿Cómo le pareció y/o cómo se sintió al desarrollar el taller "Simulación Fórmula uno"?

2. ¿El desarrollo del taller le permitió aclarar conceptos?¿Cuáles?.

3. ¿Qué dificultades encontró en el desarrollo del taller?.

4. ¿El desarrollo del taller le permitió descubrir o aprender nuevos conocimientos?. ¿Cuáles?

Cuando se hizo la socialización general, se encontró lo siguiente:

1. El sentir generalizado es que el desarrollo del taller fue muy bueno y en esta apreciación se enmarca más del 90% de las estudiantes participantes.

2. La mayoría de las estudiantes manifestaron que el desarrollo del taller les fue útil porque mediante él pudieron aclarar conceptos que habían trabajado anteriormente pero que no los tenía claros, específicamente los conceptos de física relacionados con:

   - Velocidad, espacio o distancia recorrida, aceleración y la relación de variación que puede existir entre ellas.

   - Proporcionalidad directa e inversa.

   - Elaboración de tablas y construcción de gráficas.

3. Manifestaron haber conocido nuevos usos de la calculadora como:

   - Recolección de datos e interpretación de ellos gráficamente.

- Cálculos de regresiones (aunque algunos en este aspecto manifestaron tener dudas).

- Análisis de gráficas.

- Desarrollo de la capacidad analítica.

- Apropiación y manejo de vocabulario.

- Comprensión de lectura y a la vez hacer transferencia del conocimiento a hechos reales o tangibles.

4. Dentro de las dificultades que se les presentaron, algunas estudiantes plantearon las siguientes:

- Encontrar la relación entre las magnitudes.

- Hacer el cálculo de regresión.

- Obtención de la expresión general que relaciona el espacio recorrido en función del tiempo.

- Manejo técnico de la calculadora (borrado de archivos, cambio de pilas etc.)

- El número de calculadoras no permite el trabajo individual que sería más productivo.

- Expresar por escrito lo observado y analizado en la simulación.

5. Las estudiantes consideraron que se deberían mejorar algunos aspectos para las próximas actividades. Entre otras citaron:

- Guías más cortas.

- Quitar preguntas repetitivas.

- Aumentar el número de calculadoras para que cada estudiante disponga de una de ellas.

- Contar siempre con un acompañante que agilice la solución de dudas.

En el desarrollo del taller, se notó el avance de las estudiantes en cuanto a la apropiación de conceptos, argumentación, justificación y uso del lenguaje apropiado; la mayoría de ellas identificó la variable dependiente e independiente y las constantes.

En este momento hubo la participación de dos observadoras externas, Alix Socorro Arévalo y Oliva Mojica de Corzo quienes entrevistaron a algunas estudiantes que terminaron primero la prueba. Como constancia de la socialización de los resultados dados por cada grupo, se muestran los siguientes textos:

① Me senti muy bien desarrollando este taller ya que se me facilito su elaboración y me sirvio para repasar algunos temas que habia olvidad un poco

② En la prueba que nos realizarón al comienzo no tenia muy claro lo que me preguntaban pero con la realizacion del trabajo fui aclarando y recordand algunas cosas que no pude contestar o que me quedaron mal en la prueba

③ En el desarrollo del taller la dificultad más grande fue la calculadora, ya que en muchas oportunidades los programas no estaban, lo que occasionaba que nos atrasaramos en el trabajo.

④ Con este trabajo recordamos muchas cosas que ya habiamos visto pero que no nos acordabamos muy bien de ellas, pero más que todo lo que aprendi fue a manejar y conocer cosas o programas de la calculadora que nos va a servir de mucho para otros trabajos porque fue un instrumento de trabajo muy importante para la realización del taller.

⑤ Pude observar que Michael Schumacher presentaba un movimiento uniforme ya que su velocidad era constante, en cambio Montoya a medida de que iba corriendo iba aumentando su velocidad lo que le permitio cojer una gran ventaja en la pista con respecto a Schumacher.

① Me senti muy bien, pues recorde cosas que vi en 10° en Fisica y Lab. fisica, además me gusto mucho recordarlas y saber que en verdad aprendí. Por otra parte me gusto mucho ver como la Fisica y la Matematica se aplica en la vida diario como el ejemplo de Schumacher y Montoya.

② Si me ayuda a aclarar conceptos, pero más que aclarar a recordarlos como mov. rectilineo uniforme, constante, directamente proporcional y la grafica resultante, directamente proporcional al cuadrado y su grafica y las relaciones entre distancia, tiempo y velocidad.

③ Como dificultad encontré, que cada vez que llegaba a clase encontraba borrado los archivos.

④ Más que descubrir nuevos conocimientos me ayudo en la practica, pues pude aplicar mis conocimientos en un taller que me trasladó a algo real como la formula uno y analizarlo.

⑤ Las diferencias que encontré entre los movimientos de los carros de Juan Pablo Montoya y Michael Schumacher es que el movimiento de Montoya es uniformemente variado ya que la velocidad varía, va aumentando a medida que transcurre el tiempo y la aceleración es constante; mientras que el movimiento de Schumacher es rectilíneo uniforme ya que la velocidad permanece constante a medida que transcurre el tiempo y la aceleracion es cero, es decir no hay aceleración

Los anteriores comentarios muestran que a las estudiantes les gustó el taller y que a pesar de ser extenso, les fue muy útil para el aprendizaje de algunos conceptos vistos anteriormente, los cuales no les fueron significativos y por tanto los habían olvidado; así mismo, el manejo de algunas aplicaciones de la calculadora, les permitió aclarar dudas y reforzar aplicando algunos conocimientos de física y matemática, haciendo la integración correspondiente para la proposición de soluciones. En cuanto a las preguntas repetitivas, las estudiantes se refieren a que se hicieron las mismas para Montoya que para Schumacher.

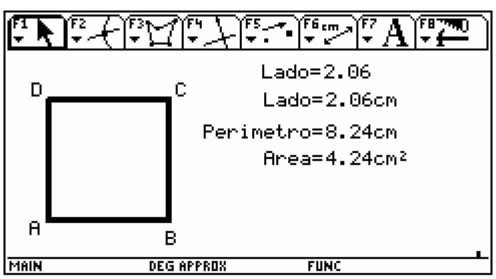
Para la segunda situación a trabajar se tuvo en cuenta la sugerencia de las estudiantes relacionada con guías mas cortas, en ella no se dan instrucciones de manejo de la calculadora porque necesitan las mismas del taller anterior. El propósito de este taller consistía en, reforzar el manejo de las aplicaciones ya exploradas anteriormente y visualizar la variación a través de mediciones y el cálculo aproximado de la función que más se ajusta a cada una de las graficas de las diferentes relaciones planteadas en la situación.

4.3.3 SEGUNDA SITUACIÓN:

COLEGIO SANTA MARIA GORETTI

PROYECTO INCORPORACION DE NUEVAS TECNOLOGIAS AL CURRICULO DE MATEMATICAS DE LA EDUCACION BASICA Y MEDIA DE COLOMBIA

El archivo que observa corresponde a la simulación de un cuadrado de lado L, encuentre la relación algebraica que representa perímetro-lado, área-lado y área-perímetro.



Anime el punto B.

4.3.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA SITUACIÓN "CUADRADO DE LADO L"

Como en esta situación no se dieron instrucciones sobre el proceso a seguir, algunas estudiantes solicitaron la mediación de la investigadora con respecto a clarificar lo que debían hacer; al respecto la investigadora les indagó acerca del trabajo realizado en la situación anterior, con lo cual recordaron los procedimientos e iniciaron el trabajo. Algunas de las estudiantes empezaron a tomar datos directamente de la simulación, animando el punto B, sin utilizar la aplicación Data_Matrix editor para la recolección de la información, necesaria para un análisis más completo; por tanto, hubo necesidad de recordar el manejo de esta aplicación.

Después de tomar los datos hicieron la gráfica de perímetro-lado a lápiz y papel, comprobándola con la calculadora y basándose en ésta, determinaron variable dependiente e independiente, dominio y recorrido; algunas estudiantes tuvieron dificultad para encontrar el dominio y el recorrido porque al trazar la gráfica obtuvieron la función lineal, pero no la delimitaron de acuerdo a la situación planteada. Lo mismo ocurrió con las relaciones entre área-lado y área- perímetro.

Con respecto a la expresión algebraica que más se ajustaba a cada una de las relaciones, todas las estudiantes dieron solución correcta a la función lado-perímetro y la mayoría encontraron las expresiones para lado-área y área-perímetro, escribiendo la ecuación canónica de una función cuadrática; esto hace pensar que hay dificultad en el cálculo de estas expresiones, porque las estudiantes al observar una parábola, recuerdan la expresión algebraica que la representa, sin detenerse a analizar el valor de los coeficientes y su término independiente, posiblemente no han experimentado este tipo de situaciones.

En general, en este taller se hizo notoria la dificultad de algunas estudiantes para recordar las instrucciones de manejo de algunas aplicaciones de la calculadora, como también el proceso a seguir para el desarrollo de la situación; aún cuando algunas estudiantes no solicitaron asesoría y solucionaron correctamente el problema.

Esto se evidencia a continuación:

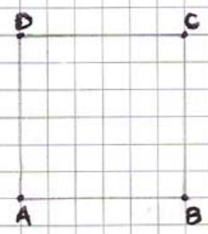
Karin Silvana Jiménez Sanabria

GRADO: 11-02 CÓD: 23.
FECHA: 14-08-03

80%

1.

(1)



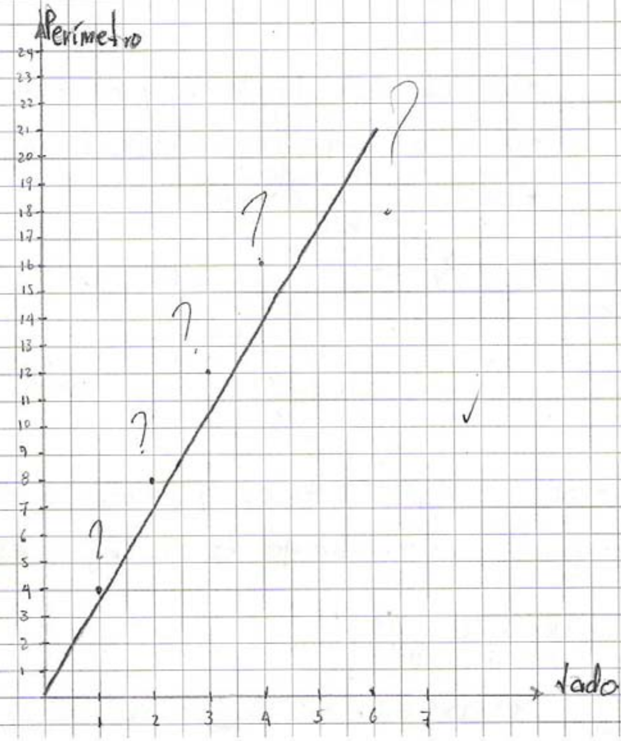
AB = 1.00 cm
BC = 1.00 cm
CD = 1.00 cm
DA = 1.00 cm

Area = 1.00 cm^2
perímetro: 4.00 cm

2.

lado	Perímetro	area
1.00 cm	4.00 cm	1.00 cm^2
2.00 cm	8.00 cm	4.00 cm^2
3.00 cm	12.00 cm	9.00 cm^2
4.00 cm	16.00 cm	16.00 cm^2
5.00 cm	20.00 cm	25.00 cm^2
6.00 cm	24.00 cm	26.00 cm^2
7.00 cm	28.00 cm	49.00 cm^2

3.



4. La variable dependiente es y, en este caso el perímetro; La variable independiente es x, luego en este caso es el lado.

Dominio: $\mathbb{R}$, $(-\infty,\infty)$?
Rango: $\mathbb{R}$, $(-\infty,\infty)$?

5. Relación algebraica

$y \propto x$

$y = Kte \cdot x$ → Sabiendo que: y = Perímetro. x = lado, $Kte = 4.00$

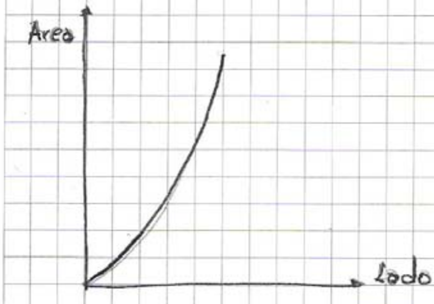
$y = 4x + 0.$

Kte = Perímetro ÷ Lado.

$4.00\,cm \div 1.00\,cm = 4.00$ ✓
$8.00\,cm \div 2.00\,cm = 4.00$
$12.00\,cm \div 3.00\,cm = 4.00$

$\left.\begin{matrix} 4.00\,cm \div 1.00\,cm = 4.00 \\ 8.00\,cm \div 2.00\,cm = 4.00 \\ 12.00\,cm \div 3.00\,cm = 4.00 \end{matrix}\right\}$ Kte

6.
a) Area contra lado.



- Variable dependiente es y, en este caso es el área
- Variable independiente es x, en el caso es el lado.
- Dominio = $\mathbb{R}$, $(-\infty,\infty)$?
  Rango = $\mathbb{R}^+$

$y = ax^2 + bx + c$

$y = x^2$ ⇒ Si se sabe que: y = area, x = lado.

- area = Lado^2.
  area = $(2.00\,cm)^2$
  area = $4.00\,cm^2$
- area = $(3.00\,cm)^2$
  area = $9.00\,cm^2$

b) Area contra perímetro.

- variable dependiente es y, luego es area
- variable independiente es x, luego es Perímetro.
- Dominio = $\mathbb{R}$?
  Rango: $\mathbb{R}^+$?

$y = ax^2 + bx + c$ → igual a la anterior pero la parabola está más abierta.

4.4 CUARTA FASE

Evaluación del desarrollo del pensamiento variacional. Esta fase final de un proceso de aula de aproximadamente cuatro meses de trabajo con estudiantes, buscaba mirar el impacto de la utilización de la calculadora graficadora como mediador cognitivo en la ampliación de las redes conceptuales del estudiante en el pensamiento variacional.

Este taller se planteó con el objetivo de comprobar si la mediación de la calculadora en el proceso de aprendizaje, había desarrollado en el estudiante la variación en los aspectos de: reconocimiento de la variación, interpretación del fenómeno de variación, generalización del fenómeno de variación, establecimiento de relaciones y la argumentación; estas categorías con sus respectivos indicadores fueron los tenidos en cuenta en el diagnóstico.

El desarrollo de la prueba tuvo una duración aproximadamente de cuatro horas de trabajo continuo y en parejas, siendo la participación de la investigadora en esta fase como observadora y como asesora del manejo de la calculadora, con la colaboración del observador externo.

Para la evaluación se continuó con la misma forma de trabajo, en parejas y con la calculadora, con el fin de indagar capacidades para la interpretación, análisis y proposición de soluciones a las situaciones propuestas, teniendo en cuenta el manejo del vocabulario apropiado y comunicación clara de ideas matemáticas, justificación de sus respuestas y razonamiento lógico al visualizar respuestas erróneas en la calculadora. Todo esto ayuda a detectar dificultades de las estudiantes al enfrentarse a las situaciones problemáticas y a la vez, con base en estas apreciaciones mejorar las prácticas docentes.

4.4.1 EVALUACION

COLEGIO SANTA MARÍA GORETTI

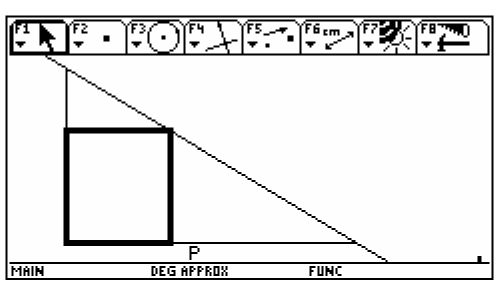
PROYECTO INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DE COLOMBIA

EVALUACIÓN

NOMBRE____ **FECHA**_________

Sobre el primer cuadrante del plano cartesiano, se construyó un rectángulo tal que uno de sus vértices está en el origen de las coordenadas, otro sobre la recta $y = -\frac{3}{5}x + 3$ y los otros dos sobre el eje X y el eje Y positivos.

La siguiente figura presenta el archivo construido en Cabrí Geométre, el cual fue grabado en cada una de las calculadoras, y representa la simulación de la situación planteada. Para dar comienzo a la simulación, aplique **Animación** al punto P.



1. ¿Cuántos rectángulos se pueden obtener con las condiciones establecidas?

2. ¿Qué magnitudes varían y cuáles permanecen constantes?

3. ¿Qué valores puede tomar cada una de las magnitudes variables?.

4. Construya una tabla con 10 datos, en donde se muestre la longitud de cada uno de los lados de los rectángulos, su perímetro y su área.

5. ¿Cuál será el perímetro y el área para un rectángulo de base x ?

6. Realiza las gráficas que muestren la relación del perímetro P(x) con la base y del área A(x) con la base. Describe el comportamiento del perímetro y el área con respecto a la base.

7. ¿Existen rectángulos diferentes con áreas iguales?. Explique su respuesta.

8. ¿Existen rectángulos diferentes con perímetros iguales?. Explique su respuesta.

9. ¿Cuáles son las medidas del rectángulo de mayor área?.

10. ¿ Cuáles son las medidas del rectángulo de mayor perímetro?.

4.4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRIMERA SITUACIÓN DE LA EVALUACIÓN

Al iniciar la prueba las estudiantes se demoraron un tiempo mayor al estimado para resolver la primera pregunta, porque la interpretación de la situación gráficamente, las indujo a discutir con sus compañeras las diferentes posibilidades que podían presentarse sí variaban el rectángulo dentro de los intervalos asignados, motivo por el cual algunos hacían sugerencias sobre sí el rectángulo podía ampliarse o reducirse, solicitando confiabilidad en sus afirmaciones a partir de la intervención de la docente. Algunos estudiantes elaboraban graficas a lápiz y papel, haciendo representaciones extremas de mayor y menor área para convencer a sus compañeras.

Después de dar solución a la primera pregunta, continuaron su trabajo, sin premura por el tiempo, mostrando interés por responder y justificando ampliamente cada una de sus respuestas. En general, la mayoría de las estudiantes lograron explorar propiedades y relaciones no previstas en el diseño de la prueba como, considerar constante los ángulos, el vértice fijo, pendiente de la recta, el triangulo circunscrito al rectángulo e intercepto de la recta con los ejes, como se observa a continuación, donde la estudiante realiza un trabajo sistemático, analítico y preciso en la proposición de soluciones, observándose el mejoramiento en el abordaje de situaciones problemáticas con calculadora.

INSTITUTO SANTA MARÍA GORETTI DE BUCARAMANGA
PROYECTO INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO
DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DE COLOMBIA

90%

EVALUACIÓN - GRADO ONCE Cód: 16

ESTUDIANTE: Maria Del Pilar Fuentes Camacho 21-08-03.

base → AB

Sobre el primer cuadrante del plano cartesiano, se construyó un rectángulo tal que uno de sus vértices está en el origen de las coordenadas, otro sobre la recta $y = -\frac{3}{5}x + 3$ y los otros dos sobre el eje X y el eje Y positivos.

→ Independiente.
→ Pendiente

1. ¿Cuántos rectángulos se pueden obtener con las condiciones establecidas?
2. ¿Qué magnitudes varían y cuáles permanecen constantes?
3. ¿Qué valores puede tomar cada una de las magnitudes variables?
4. Construya una tabla con 10 datos, en donde se muestre la longitud de cada uno de los lados de los rectángulos, su perímetro y su área.
5. ¿Cuál será el perímetro y el área para un rectángulo de base x?
6. Realice las gráficas que muestren la relación del perímetro P(x) con la base y del área A(x) con la base. Describe el comportamiento del perímetro y el área con respecto a la base.
7. ¿Existen rectángulos diferentes con áreas iguales? Explica la respuesta.
8. ¿Existen rectángulos diferentes con perímetros iguales? Explica la respuesta.
9. ¿Cuáles son las medidas del rectángulo de mayor área?
10. ¿Cuáles son las medidas del rectángulo de mayor perímetro?

Solución

1) Se pueden obtener muchos rectangulos con estos condi nes, al moveruno de sus vértices llamado B, Pero en un momento determinado se puede Formar un cuadrado.
Podemos observar que por cada movimiento el vértice B; por pequeño que sea, sus lados tambien se mueven y por tanto estas medidas van a variar, formando diferentes rectángulos.
Lo anterior se puede comprobar por medio de los coorden

dos de cada uno de los vértices que conforman el rectángulo.

2) • las magnitudes variables son: * la longitud de cada uno de los lados del polígono.
* Area. * perímetros.
• las magnitudes constantes son: * los ángulos del Rectángulo, que siempre van a tener el mismo valor de 90°, la pendiente.

3) los lados AB y ED pueden tomar todos los valores reales Positivos hasta 5, y los lados AE y BD pueden tomar todos los valores reales positivos hasta 3.
El area y el Perímetro toman todos los valores reales positivos de acuerdo a la variación de los lados del polígono

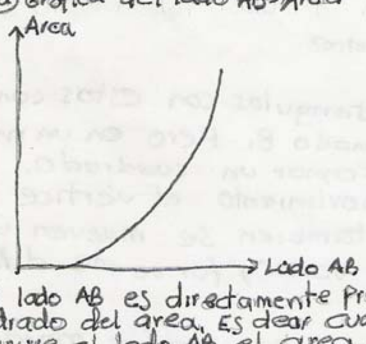
4)

Lado AB=ED	Lado AE=BD	Area	Perimetro
4.52 cm	0.29 cm	1.31 cm²	9.61 cm
3.66 cm	0.81 cm	2.95 cm²	8.92 cm
3.24 cm	1.06 cm	3.42 cm²	8.59 cm
2.76 cm	1.34 cm	3.71 cm²	8.21 cm
2.28 cm	1.63 cm	3.72 cm²	7.82 cm
1.69 cm	1.99 cm	3.36 cm²	7.35 cm
1.24 cm	2.26 cm	2.80 cm²	6.99 cm
0.97 cm	2.42 cm	2.34 cm²	6.77 cm
0.69 cm	2.59 cm	4.78 cm²	6.55 cm
0.17 cm	2.90 cm	0.50 cm²	6.14 cm

5) Expresión del lado AB – Area ⇝ $y = ax^2 + bx + c$
Expresión del lado AB – Perimetro ⇝ $y = mx + b$
$1.9x + 0$

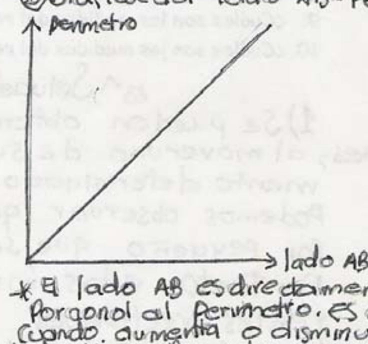
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2.95 - 1.31\,cm}{4.52 - 3.66\,cm} = \frac{1,64}{0,86} = 1,9$$

6) ⓐ Gráfica del lado AB-Area



* El lado AB es directamente proporcional al cuadrado del area, es decir cuando aumenta o disminuye el lado AB el area aumenta o disminuye al cuadrado en la misma proporción.

ⓑ Gráfica del lado AB - Perímetro



* El lado AB es directamente proporcional al Perimetro, es decir cuando aumenta o disminuye el lado AB, el Perimetro aumenta o disminuye en la misma proporción.

7) NO, no existen rectangulos diferentes con áreas iguales Porque a medida que cambian sus lados (base y altura) el valor del area varía y nunca va a ser igual, esto lo podemos observar en la tabla y calculadora.

8) NO, no existen rectangulos diferentes con perimetros iguales por que a medida que cambian sus lados, la suma de estos va a varear, por lo tanto nunca van a ser iguales, Esto lo podemos observar en la Tabla y en la calculadora

9) el rectángulo de mayor área según nuestra tabla de datos es: 3,728419 cm², en donde sus lados miden: BD = 1,3862069 cm ; AB = 2,689655 cm

10) el rectángulo de mayor Perímetro según nuestra tabla de datos es:

Perimetro = 9,613793 cm; donde sus lados miden

* BD = 0,289655 cm

AB = 4,51724138 cm.

Para el desarrollo de este taller, se orientó únicamente en algunas dudas sobre el manejo de la calculadora, haciendo énfasis en que la evaluación de alguna manera, pretendía medir capacidades adquiridas en el proceso para el abordaje de situaciones problema, identificación de variables y constantes, que modelaran la situación a través de funciones, explorando en cada una de ellas los elementos que las definen en sus diferentes representaciones: a través de tablas, gráficas y mediante una expresión algebraica.

Con base en estos parámetros se encontró:

4.4.2.1. Reconocimiento de la variación

La mayoría de las estudiantes, identificaron como elementos variables la base y la altura de los diferentes rectángulos, el área y el perímetro de los mismos y reconocieron como constantes ángulos, pendiente de la recta, área y perímetro del triángulo circunscrito a los rectángulos.

En este aspecto se puede inferir que las actividades realizadas con anterioridad sí han servido para desarrollar y agudizar los procesos en el pensamiento variacional, ya que en este taller, se aprecia que las estudiantes identifican con mayor propiedad elementos variables y no variables de una situación. A diferencia de la prueba diagnóstica, realizada en la fase uno; en esta evaluación no se presentaron contradicciones en las magnitudes que identificaron como variables y no variables; esto lo podemos apreciar en la respuesta número dos de la siguiente evaluación. En esta evaluación, en la respuesta dada a la pregunta relacionada con los valores que pueden tomar las variables, la estudiante interpretó la solución para el dominio de la función solución en forma general, sin delimitarla.

2. Los magnitudes que varían son el área del rectángulo y los lados del polígono y los magnitudes que permanecen constantes son el área del triángulo rectángulo y los ángulos del polígono, ya que son rectos.

3. Los valores que pueden tomar cada una de las magnitudes variables son

Rectángulos	X=AB	Y=DB
1	0.4	2.75
2	0.93	2.44
3	1.41	2.15
4	1.97	1.82
5	2.41	1.55
6	2.93	1.24
7	3.45	0.93
8	3.97	0.62
9	4.41	0.35

4.

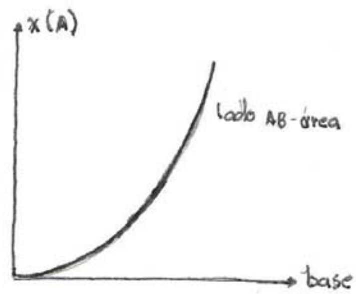
	Longitud	Perímetro	área
1	(0,45cm-2,73cm)	6.36 cm	1,22cm²
2	(1,00cm-2,40cm)	6,8 cm	2,40 cm²
3	(1,55cm-2,07cm)	7,24 cm	3,21 cm²
4	(2,03cm-1,78cm)	7,62 cm	3,62 cm²
5	(2,48cm-1,51cm)	7,98 cm	3,75cm²
6	(2,97cm-1,22cm)	8,38 cm	3,64 cm²
7	(3,45cm-0,93cm)	8,76 cm	3,21 cm²
8	(3,90cm-0,66cm)	9,12 cm	2,40 cm²
9	(4,45cm-0,33cm)	9,56 cm	1,47 cm²
10	(5,00cm-0 cm)	10 cm	0,00cm²

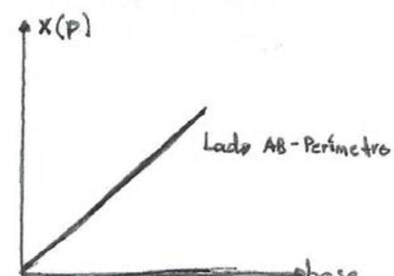
5. Expresión del lado AB - Area
$y = ax^2 + bx + c$

Expresión del lado AB-Perímetro
$y = -0,58x + 0$

$$\frac{y_2 - y_1}{x^2 - x^1} = \frac{2,44 - 2,75\,cm}{0,93 - 0,4\,cm} = \frac{-0,31}{0,53} = -0,58\,cm$$

6.





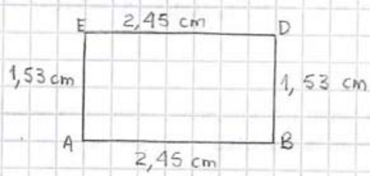
Las gráficas la primera nos dió una parábola debido a que la X va elevada al cuadrado X^2 siendo una ecuación cuadrática y la segunda da línea recta porque la ecuación es lineal.

7. No, ya que al ser rectángulos diferentes sus medidas van a variar, por lo tanto sus áreas tambien varían debido a la fórmula para hallar el área de un rectángulo:

$$A_{\square} = b \times h$$

8. No, ya que al ser rectángulos diferentes la longitud de sus lados varía por lo tanto sus perímetro tambien cambia, pues es la suma de sus lados.

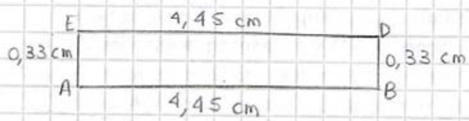
9. El rectángulo que nos dió mayor área fue $3,75\ cm^2$



AB = 2,45 cm
DB = 1,53 cm

10. El rectángulo que nos dió mayor perímetro fue 9,56 cm

AB = 4,45 cm
BD = 0,33 cm



:

4.4.2.2 Interpretación del fenómeno de variación

En general, las estudiantes en la evaluación interpretaron el fenómeno de variación a través de la identificación del dominio y del recorrido de la función solución, porque encuentran el intervalo en que varían las dimensiones de los diferentes rectángulos que se forman al animar uno de sus vértices, en la identificación de las variables dependiente e independiente y cuando manifiestan la variabilidad de los lados del polígono, de su área y su perímetro; igualmente en la elaboración de tablas, construcción de gráficas y descripción de la situación a través de un texto.

4.4.2.3 Generalización del fenómeno de variación

La deducción de una expresión algebraica que represente la relación entre dos variables, como es el caso de la pregunta número seis de esta evaluación, sigue siendo la que presenta mayor dificultad en las estudiantes. La mayoría no pudo expresar algebraicamente la relación entre la base y el perímetro y la base y el área. Inicialmente no intentaron otra generalización, pero al observar que la gráfica de base y perímetro era lineal, escribieron la ecuación general de la recta; para la de base y área como era cuadrática, expresaron la ecuación general de segundo grado; algunas estudiantes hicieron la regresión para encontrar los coeficientes de las ecuaciones.

4.4.2.4 CONCLUSIONES DE LA EVALUACIÓN

La experiencia de aula mediada con la calculadora graficadora, motiva a la mayoría de las estudiantes quienes se interesan por interpretar y analizar situaciones en donde la modelación y la simulación, les permite interactuar y relacionar los diferentes sistemas de representación de acuerdo a sus enfoques cognitivos.

Comparando el desempeño desde la prueba diagnóstica hasta la evaluación final, se observa que las estudiantes mejoraron su confianza en la interpretación y el análisis, mostraron fluidez en el vocabulario matemático al elaborar los informes y compartieron en grupos, de manera interesada, discutiendo sus respuestas.

Ha mejorado la comunicación docente – estudiante y estudiante – estudiante, observándose naturalidad y tranquilidad al expresar oralmente sus hipótesis o conjeturas, justificándolas a través de la invención de situaciones similares a las propuestas y verificándolas en la calculadora o a lápiz y papel

Es importante resaltar el potencial cognitivo que puede desarrollar la calculadora en la estudiante, porque le permitió identificar elementos que no habían sido visualizados en el diseño de la situación. Es decir, esta mediación permite ver más allá de lo supuesto y a la vez, hacer transferencias a otras situaciones y así mejorar sus redes conceptuales como por ejemplo:

- Al buscar magnitudes constantes encontraron más de las que habían sido previstas, según se puede apreciar en la respuesta número tres de las evaluaciones anteriores.

- Un alto porcentaje de estudiantes recolectó datos en tablas para construir la gráfica de base vs perímetro y base vs área, donde se evidencia que identifica dominio, recorrido, variable dependiente e independiente y las asocia con las ecuaciones de la recta y la parábola respectivamente.

En comparación con la evaluación diagnóstica, algunas estudiantes realizan un mejor proceso de generalización; no obstante, es uno de los procesos más complejos, por lo cual se requiere y se recomienda realizar un mayor trabajo, haciéndolo a la par con calculadora, lápiz y papel.

4.4.3 SEGUNDA SITUACIÓN DE LA EVALUACIÓN

En septiembre 29 del 2003 se llevó a cabo en el Instituto Nacional de Enseñanza Media Diversificada, INEM, la semana cultural; el departamento de matemáticas decidió dentro de sus actividades para el 29 de septiembre del 2003 realizar el primer concurso entre las instituciones educativas de Santander vinculadas al proyecto, *"Incorporación de Nuevas Tecnologías en el Currículo de Matemáticas de la Educación Básica y Media de Colombia",* sobre resolución de situaciones problema con el uso de la calculadora graficadora. El instituto Santa María Goretti participó con tres estudiantes de las cuales dos de ellas eran del grupo en observación ocupando el segundo puesto. La situación planteada allí, llamó la atención de la investigadora y fue motivo de puesta en común a todo el grupo de docentes del proyecto como una actividad más de trabajo y análisis, tenida en cuenta para este estudio.

Al igual que la evaluación, este taller buscaba mirar el impacto de la utilización de la calculadora graficadora como mediador cognitivo en la ampliación de las redes conceptuales del estudiante en el pensamiento variacional. Además, verificar una vez mas la identificación de variables y constantes, el establecimiento de relaciones entre las diferentes representaciones: tabular, gráfica y algebraica. Su duración fue de dos horas de clase, la realizaron en parejas y mi participación fue como observadora del proceso. Solo se aplicó la primera prueba del concurso.

4.4.3.1 EVALUACION

INSTITUTO NACIONAL DE ENSEÑANZA MEDIA DIVERSIFICADA

INEM – BUCARAMANGA

PRIMER CONCURSO

“RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS MEDIANTE EL USO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA”

INSTITUCIÓN:____

FECHA: **Septiembre 29 de 2003**

Apreciado estudiante, el departamento de matemáticas del Instituto Nacional de Enseñanza Media Diversificada – INEM, le saluda y da la bienvenida a este primer concurso entre las instituciones educativas de Santander que vienen presentando una nueva alternativa de aprendizaje de la matemática a través del uso de la calculadora TI-92 Plus.

Este concurso consta de dos pruebas a saber:

➢ <u>Primera prueba:</u> Una situación problemática para ser resuelta en grupo de estudiantes por Institución Educativa participante. Se premiará a las dos primeras Instituciones.

➢ <u>Segunda prueba:</u> Una situación problemática para ser resuelta en forma individual. Se premiará a los tres mejores estudiantes del Departamento de Santander.

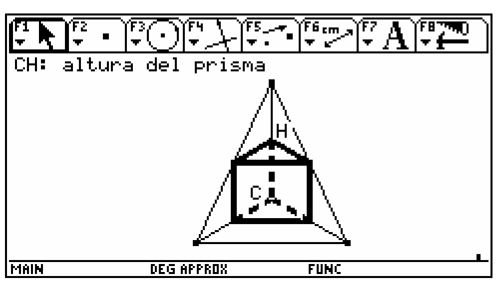
Les damos gracias por la aceptación que han dado a nuestra invitación y deseamos tengan el mejor de los desempeños en cada una de las pruebas.

Cordialmente,

Rosario Iglesias Bárcenas

Coordinadora Proyecto INEM

Se tiene una pirámide triangular cuya altura es 2.0 cm y su base es un triángulo rectángulo isósceles de lados iguales de 1.5 cm. Se ha inscrito en ella un prisma triangular recto que cambia de volumen dependiendo de su altura.



1. ¿Cómo varía el volumen del prisma a medida que varía su altura?

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que mejor relaciona el volumen del prisma y su altura?

3. ¿Existen valores para la altura del prisma que generen volúmenes iguales?

4. ¿Cuál es el volumen máximo?

4.4.3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA SEGUNDA SITUACIÓN DE LA EVALUACIÓN

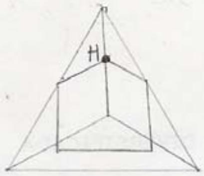
- Las estudiantes lograron identificar las magnitudes variables y no variables involucradas en la solución planteada.

- La mayoría utilizó la recolección de información a través de tabla con la cual, interpretaron la variación.

- Las estudiantes para encontrar la expresión algebraica, que más se ajustara a la gráfica de la situación, utilizaron la aplicación de regresión de la calculadora. Algunos grupos tuvieron dificultad en el proceso de recolección de datos, haciéndose necesario recordárselo; por la limitación del tiempo, no sacaron conclusiones del trabajo realizado como era costumbre.

Mediante la interpretación de la tabla, las estudiantes encontraron que existen volúmenes iguales para valores diferentes de la altura y además, que el volumen máximo es de 0.2903 cm^3 cuando la altura es de 0.66 cm, como se observa en el siguiente trabajo:

Solución



Area inicial = 0.54 cm²
Altura = 0.52 cm.

Al igualar la Altura a 0, el Area queda así: Area = 0.97 cm²

1) Por medio de la tabla pudimos observar q" a medida q" aumenta la h = Altura aumenta el volumen; pero al observar el valor 0,6800 podemos deducir que el volumen empieza a disminuir mientras q" la h = altura sigue Aumentando.

	X C1	C2	Y C3
1	0,00	0,9743	0,000
2	0,08	0,8979	0,0718
3	0,12	0,8609	0,1033
4	0,16	0,8246	0,1319
5	0,20	0,7892	0,1578
6	0,24	0,7545	0,1811
7	0,28	0,7206	0,2018
8	0,32	0,6875	0,2200
9	0,36	0,6551	0,2358
10	0,40	0,6235	0,2494
11	0,44	0,5928	0,2608
12	0,48	0,5627	0,2701
13	0,52	0,5335	0,2774
14	0,56	0,5051	0,2828
15	0,60	0,4774	0,2864
16	0,640	0,4505	0,2883
17	0,68	0,4244	0,2886 → Volumen máximo
18	0,72	0	

2) Expresión Algebraica:

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$y = (0,2435)x^3 + (-0,9742)x^2 + (0,974279)x + (5\times10^{-14})$

$a = 0,2435$
$b = -0,9742$
$c = 0,974279$
$d = 5.E-14$
$R^2 = 1$

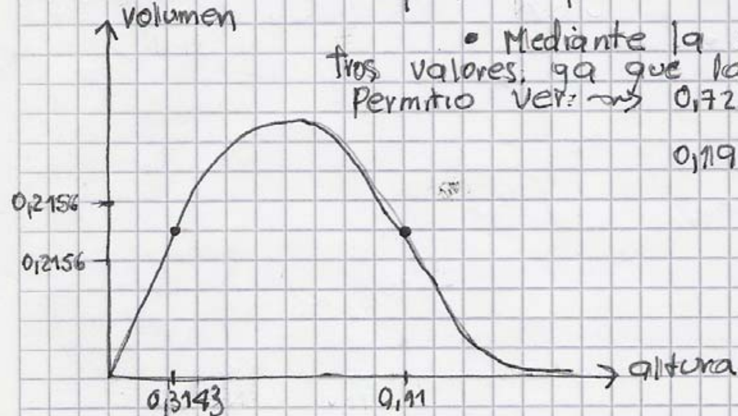
3) Por medio de la tabla podimos observar que si existen valores para la altura que genere volúmenes iguales:

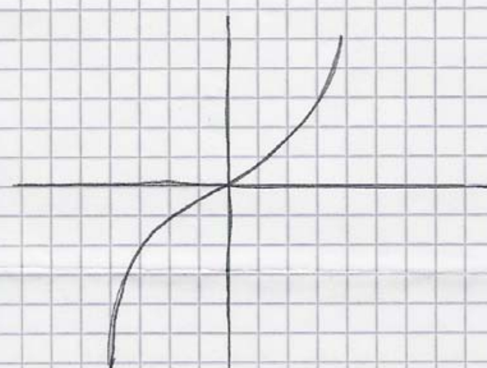
María Del Pilar Fuentes Camacho Fecha: 23-10-08
Cálculo Cód: 16 Grado: 11-02

Mediante la gráfica podemos observar:

• Mediante la gráfica observé otros valores, ya que la tabla no me los permitió ver: → 0,7277 ⇒ 0,2903 cm^3

0,1933 ⇒ 0,2903





④ Por medio de la tabla y observando cada uno de los valores: podemos deducir q" el volumen máximo es: 0,2886 → con una altura de 0,68 cm ya q" a partir de este valor el volumen empieza a disminuir. además según la gráfica también.

En esta situación problemática, se observa que las estudiantes han avanzado en la identificación, interpretación y análisis de algunos elementos del pensamiento variacional. Para la representación de la simulación por medio de una expresión algebraica, nuevamente utilizaron la aplicación regresión de la calculadora.

Es de anotar que sin esta aplicación de la calculadora, las estudiantes no podrían encontrar la expresión algebraica que más se ajustara a la situación planteada, excepto la lineal. Para las demás expresiones utilizan la ecuación canónica, sin encontrar los valores de los coeficientes. Esto puede ser posible por el aprendizaje mecánico que hacen en la geometría analítica.

5. CONCLUSIONES GENERALES

- La construcción y comprensión de los conceptos a través de experiencias y actividades prácticas son más interesantes para las estudiantes, lográndose una mejor apropiación de ellos y por lo tanto un mayor aprendizaje.

- Para las estudiantes esta forma de trabajo dio la posibilidad de vivir experiencias que con otros medios difícilmente se pueden llevar a cabo, como el aprovechamiento de errores para una mejor comprensión, clases más interesantes, agradables y divertidas, contribuyendo de esta manera a despertar la motivación de las alumnas hacia las matemáticas.

- A través de las diferentes representaciones que se pudieron hacer en la calculadora de una misma situación, muchas de las ideas matemáticas que antes eran estáticas y poco comprensibles, ahora fueron dinámicas y de mayor comprensión para la estudiante.

- Desarrollo del potencial cognitivo de las estudiantes por medio de la calculadora, al hacer que identificaran elementos que no habían sido visualizados en el diseño de las situaciones. Es decir, la mediación con la calculadora permite ver más allá de lo supuesto y a la vez, hacer transferencias que mejoran sus redes conceptuales.

- Las estudiantes mejoraron su confianza en la interpretación y el análisis, mostraron fluidez en el vocabulario matemático al elaborar los informes individuales en cada sesión. Compartir en grupos, de manera interesada, discutiendo las estrategias de solución a los problemas planteados y sus posibles respuestas.

- La experiencia de aula mediada con la calculadora graficadora, motiva a la mayoría de las estudiantes quienes se interesan por interpretar y analizar situaciones en donde la modelación y la simulación, les permite interactuar y relacionar los diferentes sistemas de representación de acuerdo a sus enfoques cognitivos.

- Se presentó gran dificultad en la representación algebraica de una situación, lo cual es pertinente, para un trabajo más intenso y profundo, con el resto de las estudiantes que me correspondan en un futuro.

- Otra de las dificultades presentes fue el borrado de archivos, lo cual ocasionó pérdida de tiempo, y más aún cuando las estudiantes llevaban gran trabajo adelantado. Para solucionar este problema en las dos últimas actividades se construyeron archivos diferentes para cada curso.

- Hubo dificultad con algunos padres de familia, que manifestaban que el hecho de trabajar en la solución de situaciones problema con calculadora, no permitía el avance en los contenidos dados por el MEN para grado undécimo y por tanto sus hijas no estaban avanzando en esta área, aunque previamente se hizo una reunión con ellos, antes de iniciar la aplicación del proyecto en la institución y habiendo dado su aprobación.

- El aprendizaje en grupo, como en este trabajo, permitió a las estudiantes aprender a ser tolerantes, respetarse, a ser críticas, creativas, aprender todas de todas, logrando que las aventajadas ayudaran a sus compañeras a creer que ellas podían aprender.

- En general, el desarrollo del trabajo fue bueno y esta abierto a nuevas experiencias de aula que permitan lograr nuevos resultados, mayor profundización y corrección de los talleres propuestos, variando preguntas, nuevas exploraciones, transferencia a situaciones más reales, creatividad y demás mejoramientos, aportes y sugerencias de compañeros docentes o lectores en general.

6. SUGERENCIAS

Con la experiencia que dejó el desarrollo de la presente innovación, se recomienda:

- Involucrar a los padres de familia en todas las actividades que se programen para los estudiantes y más aún contar con su asistencia, por lo tanto recomiendo a los docentes, hacerlos participes de la educación de sus hijos, programando reuniones periódicas en las cuales se informe sobre los avances y dificultades de la innovación que se esté desarrollando con las estudiantes.

- Que el material de trabajo para los estudiantes se prepare en una forma clara y concisa, evitando que sea extenso a fin que el estudiante no pierda el interés en su contenido y desarrollo.

- El número de estudiantes para el estudio debe ser pequeño, de esta manera permite una mejor observación y por ende un mejor análisis y seguimiento de los progresos y las dificultades en el aprendizaje.

- Aumentar la disponibilidad de equipos, para que cada estudiante disponga de una calculadora para la realización del trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASTRO, A. Incorporación de tecnología en la enseñanza de la matemática. In: TEJADA *et al.*(Org.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2001. p. 277-280

DOLORES, C. Algunos elementos acerca de la variación. In: MATÍAS, *et al.(Org.)* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2000. p. 88- 95

DOLORES, C. El desarrollo del pensamiento variacional con estudiantes universitarios. In: TEJADA *et al.* (Org.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2001. p. 337-345

GARCÍA, M. SACRISTÁN, A. El efecto de la calculadora graficadora en la construcción de relaciones entre variables visuales y algebraicas de funciones cuadráticas. In: TEJADA *et al.* (Org.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2001. p. 346-352

EL HERALDO, Diario de Barranquilla Colombia, diciembre 9, 2002

(MEN.) MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL**,** Lineamientos Curriculares Bogotá: Delfín Ltda. (1998).

(MEN.) MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Serie lineamientos curriculares "Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas". Bogotá: Exe Editores (1999)**.**

SOLACHE, C; DÍAZ, R; DOLORES, C . El desarrollo del pensamiento variacional. In: MATÍAS, *et al. (Org.)* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2000. p. 42-48

SALINAS, C; CANTORAL, R. Un estudio sobre la evolución de ideas variacionales en los cursos preparatorios al cálculo. In: TEJADA *et al.*(Org.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2001. p. 552-555

SANTOS, L; El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. In: Ministerio de Educación Nacional. Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas. Colombia, Bogota D.C.: Enlace Editores Ltda., 2003. p. 70 y 73.

VASCO, C; Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAM) 13 al 17 de julio. Ciudad Blumenau 2003. CD-ROM.