

**DISEÑO Y APLICACIONES DE UN SISTEMA DE PRIORIZACIÓN DE
RIESGOS BASADO EN LÓGICA DIFUSA Y PROCESO ANALÍTICO
JERÁRQUICO**

ALBERTO JOSÉ BENAVIDES SERRANO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2010

**DISEÑO Y APLICACIONES DE UN SISTEMA DE PRIORIZACIÓN DE
RIESGOS BASADO EN LÓGICA DIFUSA Y PROCESO ANALÍTICO
JERÁRQUICO**

ALBERTO JOSÉ BENAVIDES SERRANO

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial
para optar al título de ingeniero químico.**

Director:

**Ph.D M. SAM MANNAN
Texas A&M University**

Codirector:

**M.Sc. CRISÓSTOMO BARAJAS FERREIRA
Universidad Industrial de Santander**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2010

A Dios por cada oportunidad que pone en mi camino, por darme fuerzas en los momentos difíciles y ser la luz que me guía siempre hacia delante.

A mi familia por sus oraciones y apoyo durante todo este proceso.

A mi mamá por ser la roca sobre la que siempre me he apoyado.

A mi papá por ser un ejemplo de trabajo y tenacidad.

A mi abuela Leonor por cuidarme y quererme como lo hace.

A mi hermano por ser mi compañero para la vida.

A mis amigos.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. M. Sam Mannan, al departamento de ingeniería química de la universidad Texas A&M y al Mary Kay O'Connor Process Safety Center, por la oportunidad de desarrollar este proyecto y la confianza depositada.

Al profesor M.Sc. Crisóstomo Barajas Ferreira y a mi tutora en el MKOPSC, Suhani Patel, por la orientación, consejos y colaboración ofrecidos durante el proceso de desarrollo de este proyecto.

Al Dr. Hans Pasman, Mike Sawyer, Christian Díaz-Ovalle, Katherine Prem y demás miembros del MKOPSC por el apoyo constante, la asesoría técnica y los aportes brindados.

Al profesor Ph.D Álvaro Ramírez García por su gestión para hacer esta pasantía posible.

A mis profesores por compartir conmigo sus conocimientos, y por su gran aporte para mi formación personal y profesional.

A las personas que me brindaron su amistad y apoyo durante mi estancia en College Station, haciendo de esta experiencia un agradable recuerdo.

A la Universidad Industrial de Santander por haberme acogido en sus aulas y ser parte esencial en mi desarrollo como persona.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. MARCO TEÓRICO	3
1.1. LA TEORÍA DE CONJUNTOS DIFUSOS Y LA EVALUACIÓN DE RIESGOS	3
1.2. ENFOQUE DE LA MATRIZ DIFUSA DE RIESGOS	3
1.2.1. El desarrollo de una base de reglas difusas	4
1.2.2. El desarrollo de conjuntos difusos	4
1.2.3. Proceso de inferencia y generación de la FRM	6
2. METODOLOGÍA: DERIVACIÓN DEL ÍNDICE DE PRIORIZACIÓN DE RIESGO Y APLICACIONES	7
2.1. DEFICIENCIAS DEL ENFOQUE FRM	7
2.2. SUB-MODELOS DE SEGURIDAD	8
2.3. PONDERACIÓN DE LAS ETIQUETAS DE RIESGO	9
2.4. AGREGACIÓN DE SUB-MODELOS	11
2.5. DERIVACIÓN DE FACTORES DE PONDERACIÓN	12
2.5.1. Reducción del PAJ.	13
2.6. PROGRAMACIÓN ENTERA BINARIA, REDUCCIÓN MÁXIMA DE RIESGO Y ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS	14
2.6.1. Planteamiento del problema de PEB	15
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	17
3.1. CONTRIBUCIONES DEL SISTEMA DE PRIORIZACIÓN PROPUESTO	17

3.2. CASO DE ESTUDIO: PLANTEAMIENTO	18
3.3. CASO DE ESTUDIO: RESULTADOS Y ANÁLISIS	19
3.3.1. Clasificación y priorización	19
3.3.2. Contribuciones de los sub-modelos y sub-sistemas	21
3.3.3. Indicador de efectividad económica.	22
3.3.4. Programación entera binaria y asignación óptima de recursos	23
4. CONCLUSIONES	24
5. RECOMENDACIONES	25
6. BIBLIOGRAFÍA	26
ANEXOS	30

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Matriz de riesgos (categorías de frecuencia: A: Remota, B: Improbable, C: Muy baja, D: Baja, E: Media, F: Alta, G: Muy alta. Categorías de consecuencia: I: Insignificante, II: Menor, III: Moderada, IV: Alta, V: Catastrófica. Categorías de riesgo: A: Aceptable, TA: Tolerable-Aceptable, TNA: Tolerable-Inaceptable, NA: Inaceptable).	4
Figura 2. Funciones de membrecía para la frecuencia.	5
Figura 3. Funciones de membrecía para el riesgo.	5
Figura 4. Funciones de membrecía para las consecuencias.	6
Figura 5. Matriz difusa de riesgos (FRM)	6
Figura 6. Funciones de membrecía propuestas para el riesgo.	11
Figura 7. PAJ de dos niveles propuesto para la derivación de factores de ponderación.	12
Figura 8. Sistema de generación de índices de priorización.	14
Figura 9. Resultados del caso de estudio. B = Sub-modelo negocios, E = Sub-modelo ambiental, P = Sub-modelo personal. La última columna presenta la ubicación de los resultados en la TRM. Del gráfico de columnas apiladas se puede observar claramente la contribución al índice final de cada uno de los sub-modelos.	19
Figura 10. Resultados del caso de estudio utilizando una matriz tradicional de riesgos. Los rótulos tienen como cometido facilitar la ubicación de los escenarios en la matriz con ayuda de la Figura 9.	20
Figura 11. Contribución de cada uno de los sub-modelos y sub-sistemas a la priorización de riesgo total del sistema considerado.	21
Figura 12. Indicadores de efectividad económica (EEA) para el caso de estudio. I = Índice de priorización de riesgo. I_R = Índice de priorización de riesgo residual. C = Costo de la recomendación. $I/C * 100$ corresponde al EEA asumiendo que $I_R \approx 0$.	22
Figura 13. Conjunto clásico.	31
Figura 14. Sub-conjunto difuso.	31

Figura 15. Edad y vejez, lógica bivalente.	33
Figura 16. Edad y vejez, lógica plurivalente.	33
Figura 17. Edad y vejez, lógica plurivalente y membrecía continúa.	33
Figura 18. Operadores difusos aplicados a un problema de lógica bivalente y a un problema de lógica plurivalente.	38
Figura 19. Sistema de lógica difusa clásico o tipo-1.	38
Figura 20. Diagrama de inferencia del problema de la propina.	43
Figura 21. Representación de la comparación entre pares ordinales.	47
Figura 22. Matriz recíproca de comparaciones.	47
Figura 23. Diagrama de inferencia para el cálculo de la etiqueta de riesgo correspondiente al sub-modelo ambiental del escenario COX-S3.	52
Figura 24. Matriz recíproca de comparaciones para el caso de estudio.	55
Figura 25. Superficie del índice de priorización de riesgo para el sub-modelo ambiental (I_E) vs Consecuencia(C) y Frecuencia (F). Los escenarios COX-S1 a COX-S8 fueron localizados a modo de ejemplo.	57
Figura 26. Pestaña inicial de ingreso de datos (FLSs Inputs).	59
Figura 27. Interfaz gráfica de visualización y edición de sistemas de lógica difusa. Esta interfaz corresponde a la caja de herramientas de lógica difusa™ integrada en MATLAB®. Sus opciones y funcionamiento son explicados en profundidad en [27].	60
Figura 28. Pestaña secundaria de ingreso de datos (AHP Inputs).	61
Figura 29. Pestaña de salida y visualización de datos del proceso de priorización/clasificación (Output).	62
Figura 30. Figura destinada a la visualización de la superficie de priorización. Sus opciones y funcionamiento son explicados en profundidad en [43].	63
Figura 31. Pestaña de salida y manipulación de datos para el problema de programación entera binaria propuesto (BIP).	64

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Conjuntos difusos para los sub-modelos Personal, Negocios y Ambiental. Desarrollados con base en la TRM presentada en la Figura 1.	9
Tabla 2. Restricciones adicionales que pueden ser agregadas al problema PEB propuesto.	16
Tabla 3. Resultados del problema de PEB para el caso de estudio. PEB_S y PEB_R corresponden respectivamente a los resultados del problema sin tener y teniendo en cuenta el I_R . Para PEB_S y PEB_R fueron asignados un total de 383 400 y 398 600 USD respectivamente, que correspondieron a su vez con reducciones de 3.73 y 3.12 en I_S .	23
Tabla 4. Escala estándar de priorización propuesta por Saaty.	46
Tabla 5. Índice de consistencia aleatorio (RI) para matrices recíprocas de comparaciones nxn.	49
Tabla 6. Datos de entrada para el caso de estudio. C= Consecuencias, B = sub-modelo negocios, E = sub-modelo ambiental, P = sub-modelo personal.	50
Tabla 7. Resultados de las comparaciones entre pares ordinales para el PAJ del caso de estudio.	51
Tabla 8. Restricciones para el caso estudio. * Correspondientes a los escenarios clasificados como no aceptables (NA) en la TRM de la Fuente: El autor.	51
Tabla 9. Resultado de la aplicación del operador difuso AND y el proceso de implicación para el escenario COX-S3.	54
Tabla 10. Factores de ponderación de las etiquetas de riesgo y cociente de consistencia para el caso de estudio.	55
Tabla 11. Grados de membrecía de la etiqueta de riesgo ($RL_{E, COX-S3}$).	56
Tabla 12. Componentes de MKOPSC RankSystem.	58

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO 1. LÓGICA DIFUSA	30
ANEXO 2. PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO	45
ANEXO 3. ENTRADAS PARA EL CASO DE ESTUDIO	50
ANEXO 4. CÁLCULO DEL ÍNDICE DE PRIORIZACIÓN PARA EL ESCENARIO COX-S3	52
ANEXO 5. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE PRIORIZACIÓN	58

GLOSARIO

PHA: técnica de evaluación de riesgos, siglas provenientes de Process Hazards Analysis. Dentro de esta categoría se incluyen técnicas que van desde las listas de chequeo, hasta los estudios de peligros y operabilidad (HAZOP), pasando por los análisis de árboles de falla (FTA) y los análisis de modos de falla y efectos (FMEA).

PEB: programación entera binaria. La PEB es el problema de encontrar un vector binario x que minimiza una función lineal $f^T x$, sujeta a restricciones lineales (igualdades y desigualdades).

FRM: matriz difusa de riesgos, siglas provenientes de Fuzzy Risk Matrix.

TRM: matriz de riesgos tradicional, siglas provenientes de Traditional Risk Matrix.

PAJ: técnica de análisis multicriterio propuesta por Thomas L. Saaty. Siglas provenientes de Proceso Analítico Jerárquico.

FLS: sistema de lógica difusa, siglas provenientes de Fuzzy Logic System.

LOPA: análisis de capas de protección, metodología de análisis de riesgos de carácter semicuantitativo. Siglas provenientes de Layer Of Protection Analysis.

RESUMEN

TÍTULO: DISEÑO Y APLICACIONES DE UN SISTEMA DE PRIORIZACIÓN DE RIESGOS BASADO EN LÓGICA DIFUSA Y PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO.*

AUTOR: ALBERTO JOSÉ BENAVIDES SERRANO **

PALABRAS CLAVE: Evaluación de riesgos, priorización de riesgos, índice de priorización de riesgos, lógica difusa, matriz de riesgos, matriz difusa de riesgos, seguridad de procesos, proceso analítico jerárquico.

DESCRIPCIÓN:

La priorización de riesgos es una metodología para la toma de decisiones basadas en riesgo, sin efectuar análisis de riesgos cuantitativos. Esto se consigue por medio de la clasificación y asignación de prioridades a los resultados de las técnicas de evaluación de riesgos (PHA). La base para la priorización de riesgos es la matriz de riesgos, que cuenta con un eje de consecuencias y otro de frecuencia. El producto de consecuencia y frecuencia proporciona una medida de riesgo. A pesar de que este es el enfoque estándar en la mayoría de las organizaciones, no proporciona a sus usuarios resultados concluyentes y eficaces, que reflejen el esfuerzo invertido o satisfagan las necesidades de los procesos de decisión subsecuentes.

Para solucionar esto, un índice de priorización de riesgo es propuesto. Este índice es calculado utilizando sistemas independientes de lógica difusa (FLS) , en forma de sub-modelos de seguridad. Estos sistemas son estructurados con base en la matriz de riesgo estándar presente en la mayoría de las organizaciones. Los sub-modelos se ponderan internamente y, a continuación se agregan, utilizando una técnica de análisis de decisión multicriterio (MCDA); el proceso analítico jerárquico (PAJ). Un problema de programación entera binaria es planteado para exponer las aplicaciones potenciales del índice. El sistema de priorización formulado se implementó en Matlab® mediante el uso de la Caja de Herramientas de Lógica Difusa™. Un caso de estudio es empleado para ilustrar el método propuesto y sus aplicaciones potenciales.

El sistema de clasificación puede procesar información ambigua, cualitativa o imprecisa y datos cuantitativos de una manera coherente. El resultado de este estudio demuestra que el tratamiento dado a la información en el sistema de clasificación propuesto, el índice y sus posibles aplicaciones son una excelente respuesta a las deficiencias presentes en los esquemas actuales de priorización de riesgo.

* Trabajo de investigación

** Facultad de ingenierías fisicoquímicas. Escuela de ingeniería química. Director: M. Sam Mannan; Texas A&M University. Lector: MsC Crisóstomo Barajas Ferreira, Universidad Industrial de Santander.

ABSTRACT

TITLE: DESIGN AND APPLICATIONS OF A RISK RANKING SYSTEM BASED ON FUZZY LOGIC AND ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS. *

AUTHOR: ALBERTO JOSE BENAVIDES SERRANO **

KEY WORDS: Risk assessment, risk ranking, risk ranking index, fuzzy logic, risk matrix, fuzzy risk matrix, process safety, analytical hierarchy process.

DESCRIPTION:

Risk ranking is a methodology for making risk based decisions without conducting quantitative risk analysis. This is achieved by classifying and assigning priorities to the outcomes of the process hazard analysis techniques (PHA). The basis for risk ranking is the risk matrix that has both a consequence and frequency axis. The product of consequence and frequency provides a measure of risk. Although this is the standard approach in most organizations it does not provide their users with conclusive and effective outputs that reflect the effort required to reach this step or meet the needs of the subsequent decision processes.

To overcome this, a risk ranking index is proposed. The index is calculated using independent fuzzy logic systems (FLS) in the form of safety sub-models. The FLS are assembled from the standard risk matrix already present in most organizations. The sub-models are internally weighted and then aggregated using a multi-criteria decision analysis (MCDA) technique, the analytical hierarchy process (AHP). A binary integer programming problem is proposed to show the potential applications of the risk ranking index. The ranking system was implemented in Matlab® using the Fuzzy Logic Toolbox™. A case study is employed to illustrate the proposed method and its potential applications.

The ranking system can process ambiguous, qualitative or imprecise information, as well as quantitative data in a consistent manner. The outcome of this study demonstrates that the treatment given to information in the proposed ranking system, the risk ranking index and their possible applications are an excellent answer to the well-known shortcomings present in actual risk ranking schemes.

* Research work

** Physical Chemical Engineering Faculty. Chemical engineering department. Advisor: M. Sam. Mannan, Texas A&M University. Text reader: MsC Crisóstomo Barajas Ferreira, Universidad Industrial de Santander.

INTRODUCCIÓN

Las técnicas de evaluación de riesgos (PHA) son procedimientos conducidos por grupos interdisciplinarios de expertos para identificar y analizar la importancia de situaciones de riesgo asociadas con un proceso. Estas técnicas ofrecen tres tipos básicos de resultados:

- Lista de los peligros identificados, problemas percibidos, y/o hipótesis de escenarios potenciales.
- Descripciones de la importancia de estos problemas o incidentes.
- Recomendaciones para reducir o eliminar los riesgos, bien sea por medio de prevención, protección y/o mitigación.

Sin embargo estos resultados no proveen las características definitivas y cuantitativas útiles para la priorización de los mismos[1]. En razón a esto, un problema frecuente que enfrentan los usuarios de las PHA, es la necesidad de encontrar un punto de partida para dar prioridad a los incidentes potenciales y a las recomendaciones proporcionadas.

Si se considera una planta química, la complejidad de la realidad hace que un análisis cuantitativo completo de todos los escenarios sea impráctico, con base en los fondos limitados que se cuentan para realizarlo [2]. Debido a esto, los analistas suelen simplificar sus descripciones de la probabilidad y el impacto de un posible escenario asignándoles escalas cualitativas o semi-cuantitativas. Esto se traduce en la construcción de lo que se conoce como una matriz de riesgos, en donde los escenarios pueden clasificarse según su frecuencia y consecuencia en regiones de riesgo (ver Figura 1). Esta matriz, junto con una lista de recomendaciones, se entrega a la administración, quien se encarga de dar prioridad a las acciones y, en la mayoría de casos, decidir cuáles serán realmente implementadas. Este proceso es conocido como priorización de riesgos (*risk ranking*).

Esta es la estrategia común en muchas organizaciones, debido en parte a la promoción de su adopción por normas nacionales e internacionales. A pesar de esto y tal como se anota en [3-5], varias conocidas carencias se derivan de su uso: Subjetividad, falta de reproducibilidad, incertidumbre para cuantificar y diferenciar los valores de consecuencias y frecuencias, errores en la asignación de riesgos, dificultades para comparar resultados, pobre resolución, compresión de intervalos y asignación sub-óptima de recursos.

Teniendo en cuenta lo anterior y trabajando de cerca con gente de la industria, teniendo en cuenta sus experiencias y expectativas, un índice de priorización de riesgos es propuesto con el fin de mejorar la calidad y la eficacia de los resultados del proceso de evaluación de riesgos y, por ende, la utilidad de las decisiones que pueden extraerse de él. Después de evaluar diferentes enfoques teóricos se formuló el uso de sub-modelos de seguridad en forma de sistemas de lógica difusa independientes, contruidos a partir de la matriz de riesgos presente en la mayoría de organizaciones. Para esto fue utilizado el enfoque de la matriz difusa de riesgos propuesto por Markowski[6]. Los sub-modelos de seguridad son ponderados y agregados usando un proceso analítico jerárquico de dos niveles.

El sistema de priorización resultante fue diseñado para combinar de una forma sistemática la sencillez de utilización de la matriz de riesgos tradicional con las amplias ventajas de procesamiento de información de la lógica difusa y el análisis multicriterio. Lo anterior libera al proceso de clasificación y priorización de riesgos de las restricciones impuestas por el método de clasificación, dejando como única restricción la calidad de información con la cual se cuenta para realizarlo. Un problema de programación lineal entera binaria es propuesto para incluir conceptos como la reducción global de riesgo, las restricciones económicas y las interacciones riesgo/recomendaciones como parte de la búsqueda de la asignación óptima de recursos. Tanto el sistema de priorización como el problema de optimización fueron implementados con fines académicos haciendo uso de Matlab®.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. LA TEORÍA DE CONJUNTOS DIFUSOS Y LA EVALUACIÓN DE RIESGOS

Varios autores han propuesto con anterioridad el uso de la teoría de conjuntos difusos en el proceso de evaluación de riesgos; aplicada tanto a las PHA[7-10] como a los procesos de clasificación y priorización [6, 11-14]. Los resultados obtenidos han demostrado que esta teoría es un instrumento práctico y de gran potencial en este campo. En esencia, este enfoque proporciona una forma natural de hacer frente a problemas en los que la fuente de imprecisión es la ausencia de criterios bien definidos de pertenencia a una clase, más que la presencia de variables aleatorias; tal como es el caso del análisis de riesgos. Según lo declarado por Feagans [15], el riesgo es un concepto difuso en el sentido de que no existe un riesgo único que un suceso peligroso se producirá en un período determinado de tiempo [11].

A pesar del hecho de demostrar este gran potencial la lógica difusa no ha encontrado un lugar aun en el proceso de priorización de riesgos, probablemente debido a la negativa de apartarse de los métodos ya existentes y los requerimientos conceptuales de la formulación del problema. Teniendo esto en mente, los conceptos propuestos por Markowski y Mannan [6] de una matriz de riesgo difusa(FRM) fueron seleccionados como la etapa inicial para el desarrollo del índice de priorización de riesgo. Este enfoque resulta extremadamente práctico, al tener como punto de partida la matriz tradicional de riesgo (TRM) hereda todas sus capacidades ampliamente revisadas en la literatura[16]; mientras se integra fácilmente con los esquemas actuales de clasificación y priorización de riesgos.

1.2. ENFOQUE DE LA MATRIZ DIFUSA DE RIESGOS

Un sistema de lógica difusa (FLS) tiene dos componentes básicos: Una base de (1) reglas y (2) conjuntos difusos; en el enfoque FRM esta información se

extrae directamente de la TRM con el fin de convertir de forma sistemática esta base de conocimientos en una representación no-lineal.

1.2.1. El desarrollo de una base de reglas difusas. En el enfoque FRM las reglas difusas se basan en la TRM ya disponible; una regla para cada una de las combinaciones consecuencia-frecuencia de la siguiente forma:

SI Frecuencia es categoría "f" y Consecuencia es categoría "c" ENTONCES Riesgo es categoría "r".

Este proceso tiene como resultado un total de MxN reglas, donde M y N son respectivamente el número de categorías de consecuencia y frecuencia en la TRM inicial. Esta manera de generar la base de reglas, constituye una excelente manera de incorporar las fuentes habituales de derivación de reglas difusas condensadas en la TRM (Ej. datos estadísticos, análisis de información, heurística, análisis de conocimientos de ingeniería y mapas de conceptos), mientras se integra el sistema de priorización propuesto de una manera funcional y sistemática. La siguiente TRM (Figura 1) junto con una de sus reglas difusas se presenta a continuación a modo de ejemplo ilustrativo:

Figura 1. Matriz de riesgos (categorías de frecuencia: A: Remota, B: Improbable, C: Muy baja, D: Baja, E: Media, F: Alta, G: Muy alta. Categorías de consecuencia: I: Insignificante, II: Menor, III: Moderada, IV: Alta, V: Catastrófica. Categorías de riesgo: A: Aceptable, TA: Tolerable-Aceptable, TNA: Tolerable-Inaceptable, NA: Inaceptable).

	I	II	III	IV	V
G	TNA	TNA	NA	NA	NA
F	TA	TNA	TNA	NA	NA
E	TA	TA	TNA	TNA	NA
D	A	TA	TA	TNA	TNA
C	A	A	TA	TA	TNA
B	A	A	A	TA	TA
A	A	A	A	A	TA

SI (Frecuencia(F)(Log10(.)) es **MuyAlta(G)**) Y (Consecuencia(C) es **Catastrófica(V)**) ENTONCES (Riesgo(R) es **NA**)

Fuente: Adaptado de Markowski & Mannan[6].

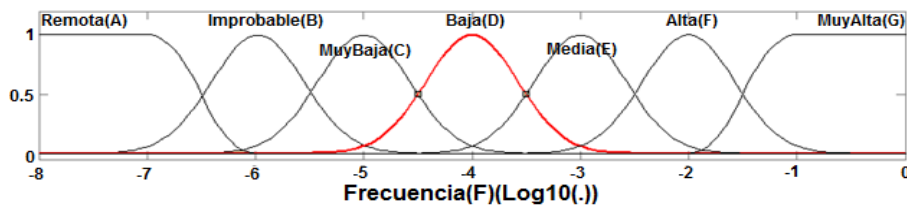
1.2.2. El desarrollo de conjuntos difusos. La frecuencia y la gravedad de las consecuencias son los factores fundamentales para evaluar el riesgo de una

manera subjetiva; la TRM proporciona datos para la cantidad de conjuntos y también su intervalo. La valoración subjetiva (utilizando variables lingüísticas en lugar de números en términos probabilísticos) es más apropiada para llevar a cabo el análisis de estos dos parámetros ya que siempre se asocian a una gran incertidumbre. La literatura[8, 11-13, 17-18] indica que de cuatro a siete niveles de variables lingüísticas son comúnmente utilizados para representar los factores de riesgo en este tipo de sistemas. La Tabla 1 presenta un ejemplo de estos conjuntos difusos. Una vez que los conjuntos difusos han sido definidos, las funciones de membrecía del FLS pueden ser estructuradas; en el enfoque FRM se seleccionaron las funciones de tipo Gaussiano, representadas por la ecuación 1:

$$\text{Gaussian}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2} \quad (1)$$

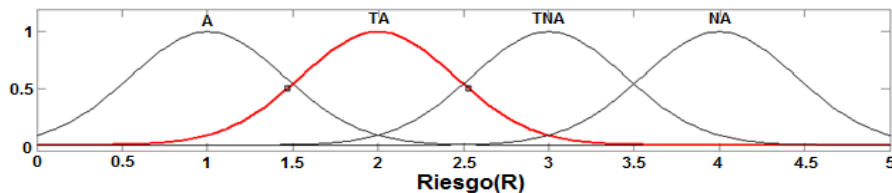
Donde c y σ son el centro y el ancho de la función de membrecía, respectivamente. El parámetro σ se sintoniza de modo que cada función de membrecía tiene aproximadamente cincuenta por ciento de superposición (condición ortogonal). Las figuras 2, 3 y 4 a continuación presentan las funciones de membrecía para las consecuencias, frecuencia y riesgo desarrolladas a partir de los conjuntos difusos en la Tabla 1.

Figura 2. Funciones de membrecía para la frecuencia.



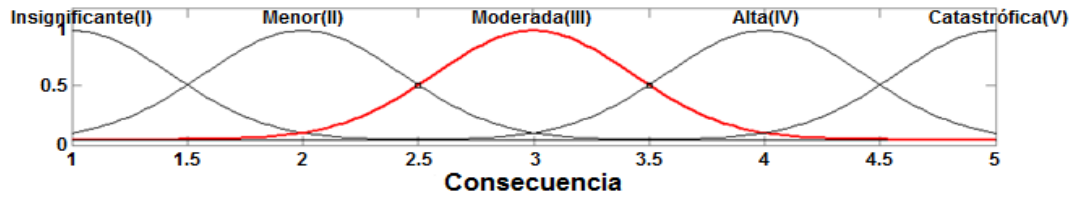
Fuente: Adaptado de Markowski & Mannan[6].

Figura 3. Funciones de membrecía para el riesgo.



Fuente: Adaptado de Markowski & Mannan[6].

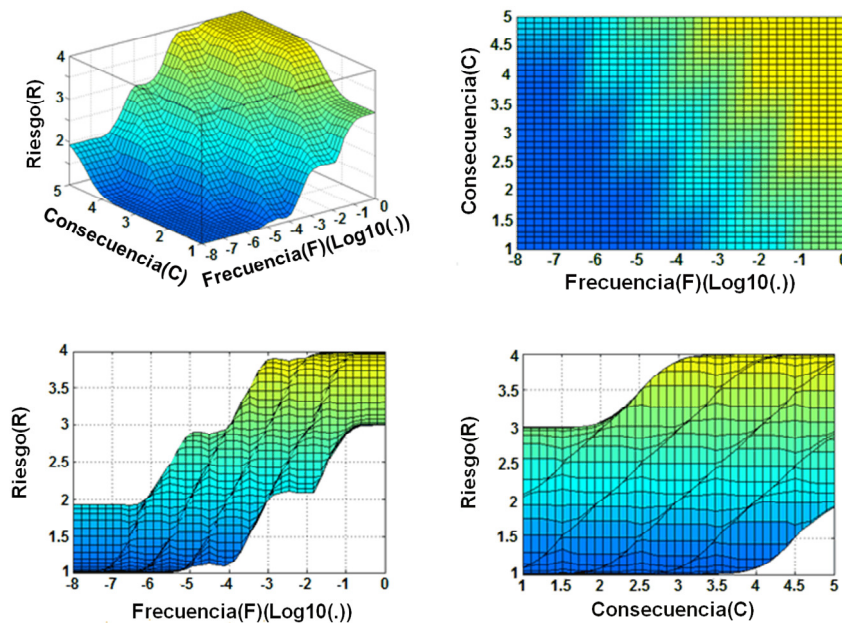
Figura 4. Funciones de membrecía para las consecuencias.



Fuente: Adaptado de Markowski & Mannan[6].

1.2.3. Proceso de inferencia y generación de la FRM. Haciendo uso de las reglas y conjuntos difusos definidos previamente, la serie de pasos representados en la Figura 19 para cada combinación de frecuencia y consecuencia pueden ser llevados a cabo. Para esto un método de implicación MIN, un método de agregación Mamdani y un método centroide de defusificación (ver anexo 1) son utilizados acorde al planteamiento en [6]. El resultado de este proceso será un valor numérico que representara el riesgo asociado al sistema en cuestión o al equipo bajo las condiciones de operación dadas. Este resultado puede ser finalmente presentado en una superficie de frecuencia y consecuencia contra riesgo, denominada matriz difusa de riesgos (Figura 5).

Figura 5. Matriz difusa de riesgos (FRM)



Fuente: El autor.

2. METODOLOGÍA: DERIVACIÓN DEL ÍNDICE DE PRIORIZACIÓN DE RIESGO Y APLICACIONES

2.1. DEFICIENCIAS DEL ENFOQUE FRM

A pesar de que el planteamiento FRM es una implementación limpia, confiable y sistemática de los conjuntos difusos al problema de clasificación y priorización de riesgos; después de evaluar y desarrollar algunos ejemplos, se puede concluir que lo que ofrece este enfoque es un etiquetado continuo de los escenarios en lugar de una representación numérica de la importancia relativa de los mismos. Esto último reduce en sobremanera su aplicabilidad a procesos subsecuentes de decisión, las dos razones principales de esta falencia son:

- No hay diferenciación interna dentro de las categorías de consecuencia. Esto implica que a un escenario con una clasificación de consecuencias catastróficas en varios aspectos (Ej. un deceso + emisión incontenible con potencial para extenso impacto ambiental + daños en el rango de \$10 - \$100 Millones) le será otorgada la misma prioridad que a un escenario con una categorización catastrófica en un solo aspecto (Ej. solo emisión incontenible con potencial para extenso impacto ambiental), siempre que tengan la misma frecuencia.
- Falla al representar la magnitud real de la importancia de un riesgo con respecto a otro. En [6] los conjuntos difusos y las funciones de membresía se derivan con base en las típicas etiquetas de riesgo (I, II, III y IV) en lugar de la importancia real del riesgo; por ejemplo en la Figura 5 esto implica que en el más extremo de los casos un riesgo inaceptable sólo llegara a tener un valor asociado 4 veces superior a un riesgo aceptable y 2 veces superior que uno tolerable-aceptable.

Considerando lo anterior, se propone la implementación de sub-modelos de seguridad ponderados y agregados usando un proceso analítico jerárquico de dos niveles.

2.2. SUB-MODELOS DE SEGURIDAD

El fraccionamiento de la totalidad del riesgo en sub-modelos de seguridad es propuesto para dar solución al problema de diferenciación interna previamente comentado. Cada sub-modelo, representado por un FLS independiente y construido a partir de la TRM, se encargara de evaluar una categoría particular o un módulo de riesgo. Estos módulos pueden incluir aspectos que van desde la seguridad del personal, la seguridad pública, el impacto ambiental, daños a la propiedad e interrupción de negocios, imagen corporativa y consecuencias jurídicas hasta temas más específicos en función del tipo de la industria y los impactos de interés a ser evaluados. Cada categoría de consecuencia tendrá una definición diferente dependiendo del sub-modelo de interés. Aunque las diferentes relaciones entre frecuencia, consecuencias y riesgo podrían dar pasó a reglas y conjuntos difusos diferentes, esto es improbable y los sub-modelos casi la totalidad de las veces tendrán características similares. Si todos los diferentes tipos de impactos fueron categorizados en la misma TRM (enfoque convencional en casi todas las organizaciones), y las funciones de membresía y los sistemas de inferencia son equivalentes la única diferencia entre los sub-modelos será el significado de las variables lingüísticas asociadas a las consecuencias.

Además de resolver el problema de diferenciación interna, este enfoque modular ayudará en la identificación y clasificación de los escenarios, haciendo más fácil para el equipo de evaluación de riesgos el asignar un nivel de consecuencias a cada uno de los mismos. A modo de ejemplo tres sub-modelos de seguridad son presentados a continuación: Personal, Ambiental y Negocios; sus conjuntos difusos así como consecuencias de referencia fueron consignados en la Tabla 1 junto con los conjuntos difusos para la frecuencia y el riesgo. Las funciones de membresía para los tres sub-modelos serán exactas a las ya mostradas en la Figura 4.

Tabla 1. Conjuntos difusos para los sub-modelos Personal, Negocios y Ambiental. Desarrollados con base en la TRM presentada en la Figura 1.

Variables lingüísticas de los factores de riesgo	Termino lingüístico (conjunto difuso)	Intervalo de descripción	Universo de descripción (X)	Consecuencias de referencia
Frecuencia(F)	Muy Alta: G	$G (1 \leq F < 10^{-2})$	$X_F \in (10^0, 10^{-8})$	
	Alta: F	$F (10^{-1} \leq F < 10^{-3})$		
	Media: E	$E (10^{-2} \leq F < 10^{-4})$		
	Baja: D	$D (10^{-3} \leq F < 10^{-5})$		
	Muy Baja: C	$C (10^{-4} \leq F < 10^{-6})$		
	Improbable: B	$B (10^{-5} \leq F < 10^{-7})$		
	Remota: A	$A (10^{-9} \leq F < 10^{-9})$		
Consecuencia relacionadas con el sub-modelo Personal(C)	Insignificante(I)	$1 < C < 2$	$X_C \in (1, 5)$	Lesión menor que no requiere primeros auxilios.
	Menor(II)	$1 < C < 3$		Lesión menor que requiere primeros auxilios, reportable
	Moderada(III)	$2 < C < 4$		Múltiples lesiones menores
	Alta(IV)	$3 < C < 5$		Lesión severa, incapacidad prolongada o discapacidad.
	Catastrófica(V)	$4 < C < 5$		Muerte o múltiples lesiones severas
Consecuencia relacionadas con el sub-modelo Negocios(C)	Insignificante(I)	$1 < C < 2$	$X_C \in (1, 5)$	Daño insignificante al sistema o la propiedad.
	Menor(II)	$1 < C < 3$		Daño menor, pérdidas menores a \$100 000.
	Moderada(III)	$2 < C < 4$		Pérdidas y daños en el orden de \$0.1 a \$1 Millones.
	Alta(IV)	$3 < C < 5$		Pérdidas y daños en el orden de \$1 a \$5 Millones.
	Catastrófica(V)	$4 < C < 5$		Pérdidas y daños en el orden de \$5 a \$10 Millones.
Consecuencia relacionadas con el sub-modelo Ambiental(C)	Insignificante(I)	$1 < C < 2$	$X_C \in (1, 5)$	No hay degradación ambiental.
	Menor(II)	$1 < C < 3$		Emisión contenida con impacto local.
	Moderada(III)	$2 < C < 4$		Emisión incontenible con potencial para daño ambiental menor.
	Alta(IV)	$3 < C < 5$		Emisión incontenible con potencial para daño ambiental moderado.
	Catastrófica(V)	$4 < C < 5$		Emisión incontenible con potencial para daño ambiental mayor.
Categoría de riesgo(R)	A: Aceptable	$0 < R < 2$	$X_R \in (0, 5)$	
	TA: Tolerable-Aceptable	$1 < R < 3$		
	TNA: Tolerable-Inaceptable	$2 < R < 4$		
	NA: Inaceptable	$3 < R < 5$		

Fuente: Adaptado de [6, 14, 19-20].

2.3. PONDERACIÓN DE LAS ETIQUETAS DE RIESGO

Las relaciones reales de importancia entre las etiquetas de riesgo deben ser desarrolladas con base en las opiniones de expertos y la información representada en la TRM. Para esta tarea se hace uso del PAJ propuesto por Saaty [21-22], basándose en la importancia de la coherencia global para esta tarea, su amplio reconocimiento como técnica de análisis multicriterio y su capacidad para incluir en su planteamiento datos cualitativos y/o cuantitativos. El PAJ se utilizará también para agregar los diferentes sub-modelos de seguridad.

Una vez el PAJ se ha llevado a cabo, cada una de las etiquetas de riesgo tendrá un peso asociado, que reflejará la importancia relativa de cada una de las mismas respecto a las demás. Ya que el número obtenido de la FRM es una etiqueta de riesgo, el uso de los grados de membrecía de esta respuesta, con respecto a las funciones de membrecía asociadas al riesgo, se propone como una solución para introducir la importancia real del escenario evaluado dentro del sistema de priorización. Para esto, con el fin de obtener los grados

de membrecía, cada función de membrecía de riesgo para cada uno de los sub-modelos debe ser evaluada (ecuación 2):

$$M_{MF_{ij}}^{\circ} = MF_{ij}(RL_j) \quad (2)$$

Donde:

$M_{MF_{ij}}^{\circ}$ = Grado de membrecía para la función de membrecía de riesgo i en el sub-modelo j .

MF_{ij} = Función de membrecía de riesgo i en el sub-modelo j .

RL_j = Etiqueta de riesgo obtenida a partir del FLS del sub-modelo j .

Posteriormente es necesario ponderar y normalizar con el peso dado a la etiqueta de alto riesgo con el fin de obtener una escala de 0 a 1, que refleja las opiniones de los expertos de la importancia de los riesgos (ecuación 3):

$$I_j = \sum_{i=0}^n M_{MF_{ij}}^{\circ} * \left(\frac{W_i}{W_n} \right) \quad (3)$$

Donde:

I_j = Índice de priorización de riesgo para el sub-modelo j .

$M_{MF_{ij}}^{\circ}$ = Grado de membrecía para la función de membrecía de riesgo i en el sub-modelo j .

W_{i-j} = Peso otorgado a la etiqueta de riesgo i en el sub-modelo j .

W_{n-j} = Peso otorgado a la etiqueta de mayor riesgo en el sub-modelo j .

n = Número de etiquetas de riesgo.

En lugar del tipo gaussiano inicial, es propuesto el uso de funciones de membrecía triangulares para el riesgo, representadas por la ecuación 4 a continuación:

$$Triangular(x; a, b, c) = \left. \begin{array}{l} 0, \quad x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} \quad a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} \quad b \leq x \leq c \\ 0, \quad c \leq x \end{array} \right\} \quad (4)$$

Donde:

a = Ubicación del vértice izquierdo.

b = Ubicación del vértice central.

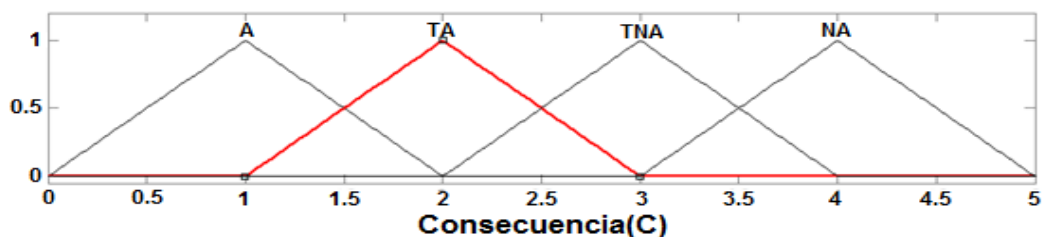
c = Ubicación del vértice derecho.

Esta decisión está soportada por dos razones importantes:

- El crecimiento y decrecimiento lineal de las membrecías refleja de mejor manera la percepción lógica del relevo que existe entre las etiquetas de riesgo.
- La capacidad de la función de membrecía de tipo triangular para satisfacer fácilmente la condición ortogonal sin tener membrecías residuales que afecten el resultado final. Por ejemplo, para las funciones de membrecía gaussianas en la
- Figura 3 un riesgo etiquetado como 3 tendrá una membrecía de 1 en TNA y membrecías residuales de 0,0847, 0,0847 y 0,00005136 en NA, TA y A respectivamente; esto contradice la expectativa racional de tener un grado de membrecía de 1 en la función de membrecía TNA solamente.

Las funciones de membrecía propuestas son presentadas en la Figura 6:

Figura 6. Funciones de membrecía propuestas para el riesgo.



Fuente: El autor.

2.4. AGREGACIÓN DE SUB-MODELOS

El resultado del sistema de priorización hasta el momento es un índice de priorización de riesgo para cada uno de los sub-modelos de seguridad; es necesario agregar estas salidas con el fin de obtener un índice global de

priorización de riesgo para cada uno de los escenarios evaluados. Este proceso debe basarse en las necesidades de la organización y las posturas hacia la importancia de los sub-modelos de seguridad. Para esto cada uno de los factores de riesgo se consideró un elemento de una función lineal siguiendo lo planteado por Hayashi en la teoría I de cuantificación difusa[23]. Como en una regresión lineal, cada uno de los sub-modelos tendrá algún grado de contribución al resultado final dependiendo de la importancia del mismo para el sistema evaluado, matemáticamente esto es representado por la ecuación 5:

$$I = \sum_{j=0}^z I_j W_j \quad (5)$$

Donde:

I = Índice global de priorización de riesgo para el escenario dado.

I_j = Índice de priorización de riesgo para el sub-modelo j.

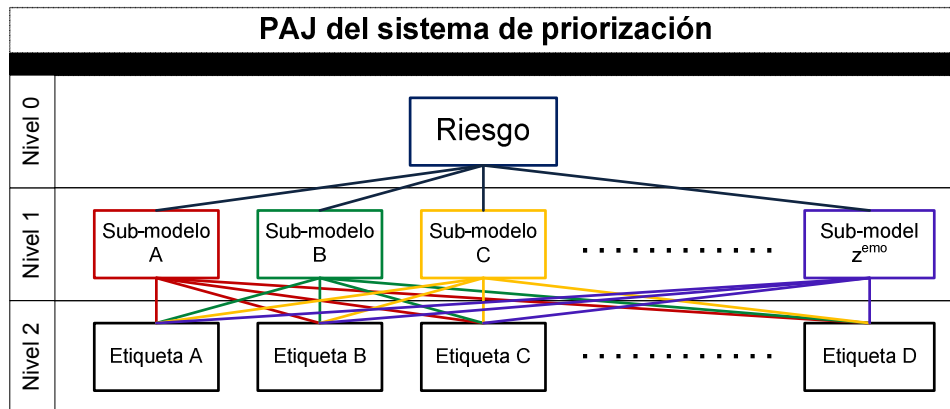
W_j = Factor de ponderación para el sub-modelo j.

z = Número de sub-modelos.

2.5. DERIVACIÓN DE FACTORES DE PONDERACIÓN

En las secciones 2.3 y 2.4 se utilizaron factores de ponderación para calibrar internamente el sistema de priorización: Reflejar la verdadera importancia de las etiquetas de riesgo y agregar los sub-modelos utilizados. Para obtener estos factores se propone el uso de un PAJ de dos niveles (Figura 7):

Figura 7. PAJ de dos niveles propuesto para la derivación de factores de ponderación.



Fuente: El autor.

Si z es el número de sub-modelos en el sistema de priorización de riesgo y n el número de etiquetas de riesgo en la TRM, entonces el número total de matrices de comparación para el sistema PAJ vendrá dado por $z + 1$.

El nivel uno generará una matriz de comparaciones de tamaño z por z correspondiente a $z * (z - 1)$ comparaciones realizadas entre todos los sub-modelos. Debido a que cada sub-modelo está conectado a cada etiqueta de riesgo, esto implicará un total de z matrices de comparación en el nivel dos. Cada una de estas matrices tendrá un tamaño n por n correspondiente a $n * (n - 1)$ comparaciones. Esto resultará en un total de $z * (z - 1)/2 + z * [n * (n - 1)/2]$ comparaciones para el PAJ propuesto. Lo anterior dará lugar al sistema de priorización representado en la Figura 8.

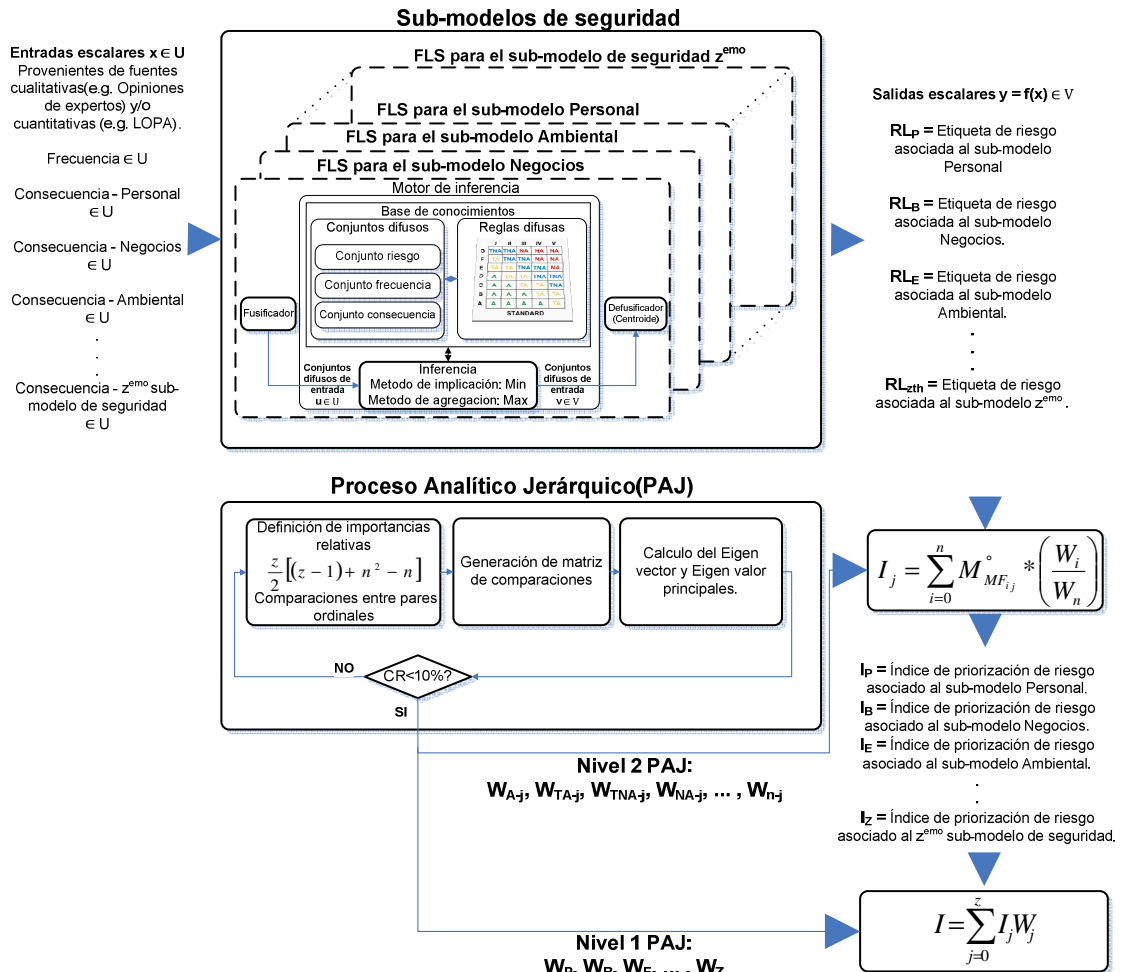
2.5.1. Reducción del PAJ. La Figura 7 representa un PAJ completo, en donde la necesidad de una ponderación universal es necesaria, debido a que el sistema no ha sido sometido a una calibración previa. Sin embargo esto no es del todo cierto, ya que la TRM es un registro disponible de este proceso de calibración.

Antes de la construcción de una TRM los expertos suelen utilizar lo que se conoce como una matriz de consecuencias. Esta matriz tiene como fin obtener consecuencias equivalentes para cada una de las categorías que se van a tener en cuenta en el proceso de clasificación y priorización de escenarios. Lo anterior implica que si todos los sub-modelos fueron obtenidos a partir de la misma TRM, se puede suponer que han sido previamente calibrados para tener el mismo peso y que las relaciones de importancia entre las etiquetas de riesgo son análogas. Esto último elimina la necesidad del primer nivel en el PAJ reduciéndolo a una matriz de tamaño n por n construida a partir de $n * (n - 1)$ comparaciones.

Aunque estas simplificaciones son útiles, prácticas y muy razonables el PAJ completo demostrará ser de gran utilidad para casos en que las circunstancias

locales (sociales, económicas, jurídicas, políticas, etc.) ameriten una revisión de la información representada en la TRM inicial.

Figura 8. Sistema de generación de índices de priorización.



Fuente: El autor.

2.6. PROGRAMACIÓN ENTERA BINARIA, REDUCCIÓN MÁXIMA DE RIESGO Y ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE RECURSOS

Como se apuntó previamente, una de las grandes insuficiencias del sistema actual de priorización es que no conduce necesariamente a la toma de buenas decisiones desde un punto de vista económico, es decir, no garantiza la consecución de la mayor de reducción de riesgo a partir de la asignación de recursos limitados. Teniendo esto en cuenta y haciendo uso del sistema de

priorización diseñado, se propone el desarrollo de un problema de programación entera binaria (PEB). Las motivaciones detrás de este planteamiento son:

- El amplio reconocimiento del uso de esta área de la matemática aplicada a problemas de planificación industrial, asignación de recursos y toma de decisiones.
- La aplicación de la intuición para problemas con una gran cantidad de variables pierde cualquier sentido. Lo anterior hace necesario sistematizar la toma de decisiones con el fin de reducir su complejidad.
- Una vez conocida la solución del problema, generalmente es evidente al analista que ésa era la solución correcta, si bien no la vislumbraba antes.

2.6.1. Planteamiento del problema de PEB. Un problema PEB básico/simple, que tan solo precisa la asignación de un costo aproximado a cada recomendación, puede ser propuesto. Para esto es necesario suponer que una vez determinada cantidad de dinero es invertida en la recomendación, el índice de priorización de riesgo asociado con el escenario respectivo desaparece (riesgo residual inexistente, $I_{R,i} \approx 0$ en la ecuación (6)). Aunque la anterior es una buena primera aproximación, puede ser mejorada considerablemente si un índice de priorización de riesgos residual ($I_{R,i}$) se calcula para cada recomendación. Lo anterior con el fin de asignar a cada recomendación un costo (C_i) y una reducción verdadera en el índice de priorización ($I_i - I_{R,i}$).

El cálculo de $I_{R,i}$ requerirá de la identificación por parte de los expertos del impacto de la acción propuesta en términos de frecuencia y consecuencias de los sub-modelos de seguridad. Dicho esto, el siguiente problema, representado por el grupo de ecuaciones 6, puede ser desarrollado:

Entradas:

Total de fondos (TF) a ser invertidos en reducción de riesgo [\\$]

Índice de priorización de riesgo para el escenario i (I_i)

Índice de priorización de riesgo residual para el par escenario/recomendación i ($I_{R,i}$)

Costo de la recomendación propuesta para el escenario i (C_i) [\$]

Problema PEB:

$$\begin{aligned} \min I_S &= \sum_{i=0}^n (I_i)(1-x_i) + (I_{i,R})(x_i) \\ \text{s.t.} \sum_{i=0}^n C_i * x_i &\leq \text{TF} \\ x &\in \{0,1\} \end{aligned} \tag{6}$$

Donde:

n = Número de escenarios.

I_S = Índice de priorización de riesgo global del sistema.

El objetivo de este problema es minimizar el riesgo final teniendo como restricción los fondos totales a asignar. x es un vector de ceros y unos. Si la recomendación asociada al escenario i es llevada a cabo, x_i tomará el valor de 1 disminuyendo el índice de riesgo del escenario i hasta $I_{i,R}$, pero al costo C_i de la acción propuesta. Las acciones que tienen un mayor cociente de reducción de riesgo sobre costo tendrán prioridad al asignar una respuesta. Restricciones adicionales pueden ser adjuntadas al modelo como se ejemplifica en la Tabla 2 a continuación.

Tabla 2. Restricciones adicionales que pueden ser agregadas al problema PEB propuesto.

Tipo de recomendaciones	Restricción	Significado
Obligatoria	$x_i = 1$	La recomendación i deber ser llevada a cabo
Contingentes	$x_i - x_j \leq 0$	Si y solo si la recomendación j es llevada a cabo entonces la recomendación i puede seguirse
Mutuamente Excluyentes	$x_i + x_j \leq 1$	Si la recomendación i es seguida entonces la recomendación j no puede ser llevada a cabo y viceversa
Una u otra	$-x_i - x_j \leq -1$	Una de las dos recomendaciones, cualquiera de ellas, debe seguirse (la otra puede cumplirse, pero no se requiere que lo haga)
Mutuamente Incluyentes	$x_i - x_j \leq 0$ $x_j - x_i \leq 0$	Las dos recomendaciones solo pueden existir en conjunto

Fuente: El autor.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Las mejoras y aportes proporcionados por el sistema de priorización propuesto, desde puntos de vista de procesamiento, calidad y utilidad de información, se discuten a continuación. Posteriormente se desarrolla un caso de estudio para exponer los cálculos internos y algunos de los resultados que pueden ser obtenidos.

3.1. CONTRIBUCIONES DEL SISTEMA DE PRIORIZACIÓN PROPUESTO

- El estar basado en la TRM, le concede una alineación inmediata con las determinaciones, normas, límites de tolerancia, objetivos de seguridad y experiencias de consecuencia, frecuencia y niveles de riesgo anteriormente establecidos y experimentados por las organizaciones y analistas. Adicional a esto las entradas al proceso de clasificación/priorización continúan siendo las mismas y se obtienen de forma análoga.
- Cada esfuerzo por mejorar la calidad de la información de entrada se propaga por todo el sistema de priorización y finalmente se ve reflejado en las salidas. Justificando el uso de metodologías semi-cuantitativas como LOPA.
- El sistema de priorización es fácil y sencillo de usar. Los requerimientos conceptuales necesarios por parte del usuario final para utilizarlo, una vez ha sido implementado en un software, son los mismos que para utilizar la TRM.
- El sistema, en cada uno de sus componentes, posee una capacidad natural para tratar la subjetividad y la incertidumbre (información ambigua, subjetiva, incierta, escasa, cualitativa y/o imprecisa). Estos datos junto con los datos cuantitativos pueden ser utilizados en la evaluación y son tratados de una manera coherente, no forzando la precisión cuando no es posible.
- El índice de priorización, respaldado por la facilidad de acomodo de la subjetividad, constituye un paso hacia la reproducibilidad en este tipo de análisis.
- Debido al carácter cuantitativo de los resultados del sistema de priorización y las superficies suaves creadas con los FLS independientes, aspectos como

baja resolución, compresión de intervalos y los errores en la asignación de riesgos dejan de ser un problema.

- El índice de priorización de riesgos es una medida directa y fácil de interpretar de la importancia conferida por los analistas al escenario y/o sistema en cuestión. Es importante notar que el índice es una escala de razón, que puede ser dividida sobre sí misma para evaluar la prioridad relativa de un escenario respecto a otro.
- Los resultados obtenidos exceden ampliamente los de la TRM, tanto en calidad como en cantidad. Esto abre nuevas posibilidades de manipulación y uso de los resultados de esta etapa de la evaluación de riesgos; tanto en el proceso de clasificación y priorización, como en los procesos subsecuentes de decisión (ej. asignación de recursos).

3.2. CASO DE ESTUDIO: PLANTEAMIENTO

Para ilustrar los detalles del método descrito, los resultados proporcionados y el posible uso de los mismos, se propone un caso de estudio. Los 29 escenarios son presentados en detalle en [1, 14, 19, 24], los datos corresponden a análisis semi-cuantitativos, generados principalmente a partir del uso de LOPA. Con el propósito de adecuar los datos en las fuentes iniciales a los propósitos de este estudio, las consecuencias iniciales fueron reelaboradas (divididas en tres sub-modelos y re-evaluadas) por un grupo de miembros del MKOPSC. A cada escenario le fue asignado un costo de recomendación (C_i) y un índice de priorización de riesgos residual ($I_{R,i}$) hipotéticos. De la misma manera se consideraron algunas restricciones adicionales para asemejar el caso a una situación real. Todos los datos de entrada para el caso de estudio fueron consignados en el anexo 3.

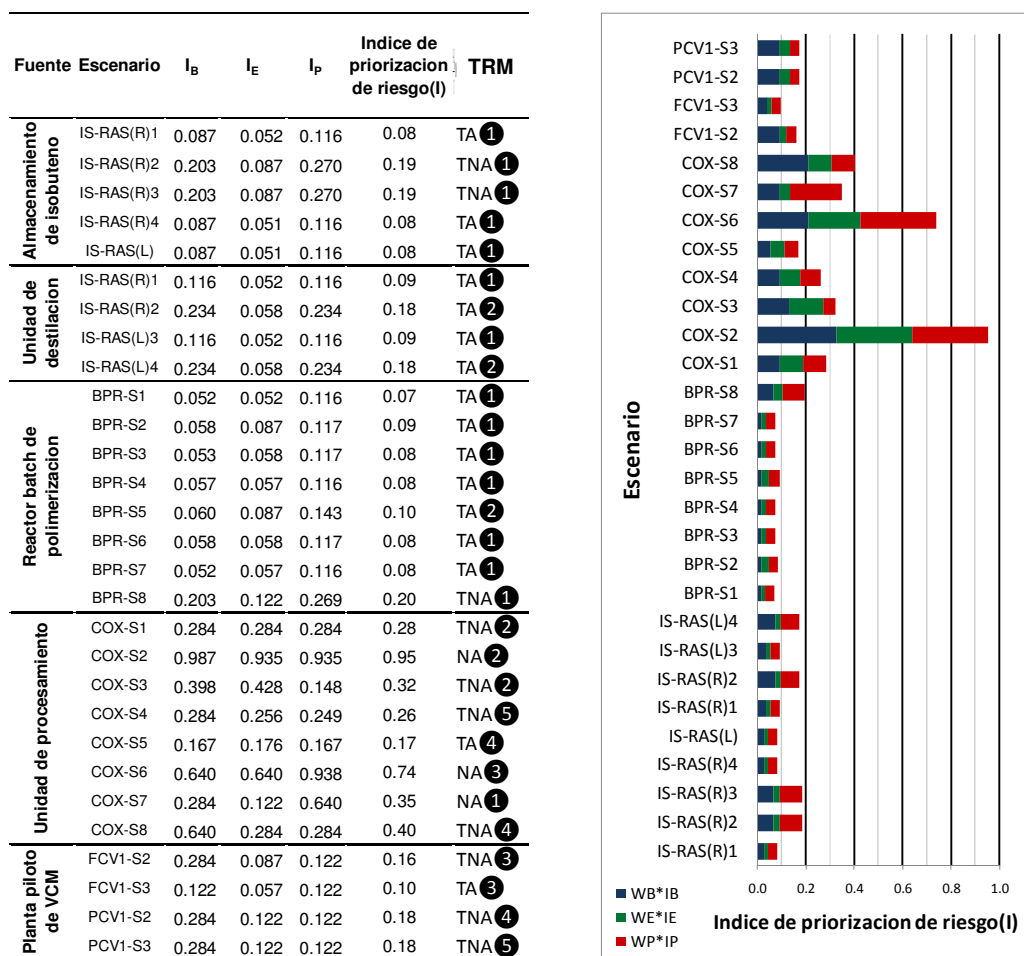
La TRM en la Figura 1 junto con las reglas y conjuntos difusos derivados de la misma (Tabla 1) fueron usados para cada uno de los sub-modelos. El cálculo del índice de priorización para el escenario COX-S3 [\log_{10} (frecuencia) = -3.82, consecuencia = 4,5 (entre alto y catastrófico)] se registro en el anexo 4 con el

fin de exponer este proceso. El proceso de ponderación por medio del PAJ fue asimismo consignado como parte de este anexo. El caso de estudio fue llevado a cabo utilizando el software MKOPSC RankSystem, generado especialmente para este estudio. Sus resultados son presentados a continuación.

3.3. CASO DE ESTUDIO: RESULTADOS Y ANÁLISIS

3.3.1. Clasificación y priorización. Los resultados son presentados en la Figura 9 y Figura 10. Ejemplos complementarios a lo comentado en la sección 3.1, son discutidos a continuación.

Figura 9. Resultados del caso de estudio. B = Sub-modelo negocios, E = Sub-modelo ambiental, P = Sub-modelo personal. La última columna presenta la ubicación de los resultados en la TRM. Del gráfico de columnas apiladas se puede observar claramente la contribución al índice final de cada uno de los sub-modelos.



Fuente: El autor

Figura 10. Resultados del caso de estudio utilizando una matriz tradicional de riesgos. Los rótulos tienen como cometido facilitar la ubicación de los escenarios en la matriz con ayuda de la Figura 9.

		Consecuencias (C)				
		I	II	III	IV	V
Frecuencia (F) [Veces por año]	G ($F \geq 10^{-1}$)			NA 3		
	F ($F \geq 10^{-2}$)					NA 2
	E ($F \geq 10^{-3}$)	TA 4		TNA 5	TNA 4	NA 1
	D ($F \geq 10^{-4}$)		TA 3		TNA 3	TNA 2
	C ($F \geq 10^{-5}$)					TNA 1
	B ($F \geq 10^{-6}$)					TA 2
	A ($F < 10^{-6}$)					TA 1

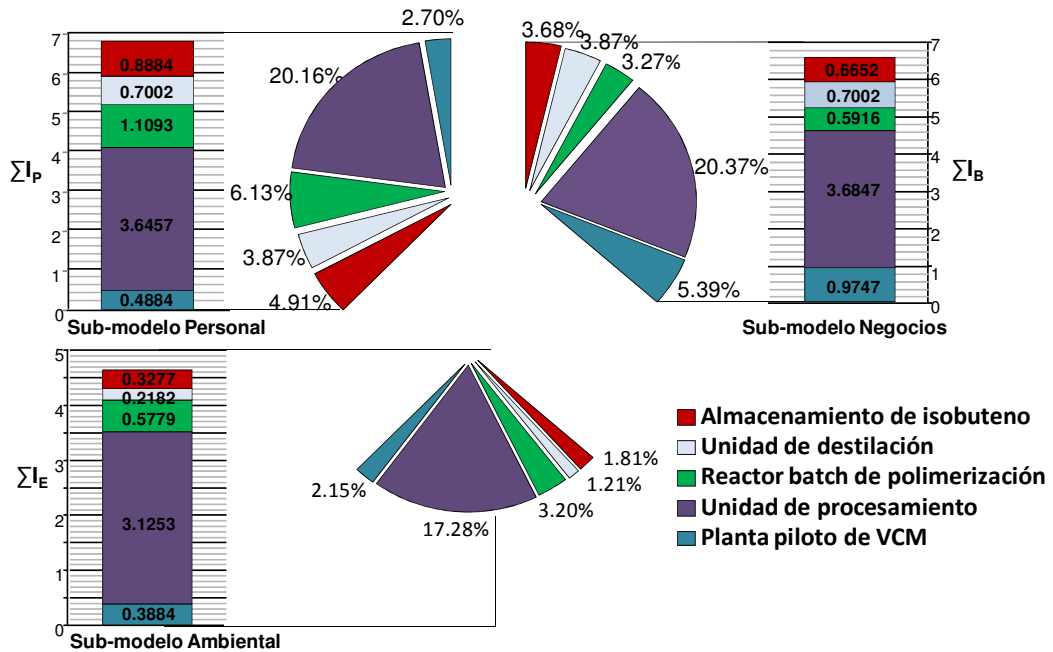
Fuente: El autor.

De los resultados es clara la nueva dimensión aportada por el índice de priorización. Los resultados de la TRM proporcionan tan solo una distinción entre 4 clases de riesgos, sin ningún tipo de diferenciación interna (ver sección 2.1). Escenarios tan diferentes como COX-S2 ($F=2 \cdot 10^{-2}$, $C_B=4.5$, $C_E=4$, $C_P=4$) y COX-S7 ($F=1 \cdot 10^{-3}$, $C_B=4$, $C_E=1$, $C_P=4.5$) son clasificados como iguales (Baja resolución). En el caso contrario escenarios similares como FCV1-S2 ($F=1 \cdot 10^{-4}$, $C_B=4$, $C_E=1.5$, $C_P=2$) y FCV1-S3 ($F=1 \cdot 10^{-4}$, $C_B=3$, $C_E=1$, $C_P=2$) son categorizados totalmente diferentes (Compresión de intervalos).

Por otro lado el índice de priorización, apoyado por el uso de LOPA, ofrece una clara distinción entre cada uno de los escenarios, Ej. Es posible saber que el escenario COX-S2 en la opinión de los analistas representa un riesgo alrededor de 2.5 veces más importante que el escenario COX-S7 ($I_{COX-S2}/I_{COX-S7}=2.71$). A los escenarios FCV1-S2 ($I_{FCV1-S2}=0.16$) y FCV1-S3 ($I_{FCV1-S2}=0.10$) les es otorgada una clasificación similar en la escala normalizada pero de la cual es posible saber la importancia relativa de uno respecto al otro ($I_{FCV1-S2}/I_{FCV1-S3}=1.6$). Es también posible saber que el escenario COX-S8 ($I_{COX-S8}=0.40$) debe ser priorizado sobre el escenario COX-S7 ($I_{COX-S7}=0.35$), contrario a lo que refleja la TRM.

3.3.2. Contribuciones de los sub-modelos y sub-sistemas. A partir de los resultados obtenidos para cada uno de los sub-modelos y sub-sistemas, es posible identificar la importancia de los mismos para la clasificación final de riesgo. Al hacer esto, se abre la posibilidad de determinar numéricamente cuáles son los aspectos y áreas dentro de la organización que es necesario fortalecer dentro de un programa integral de manejo del riesgo. Para el caso de estudio se obtuvieron los siguientes resultados sintetizados en la Figura 11 a continuación, de los resultados se deduce que:

Figura 11. Contribución de cada uno de los sub-modelos y sub-sistemas a la priorización de riesgo total del sistema considerado.



Fuente: El autor.

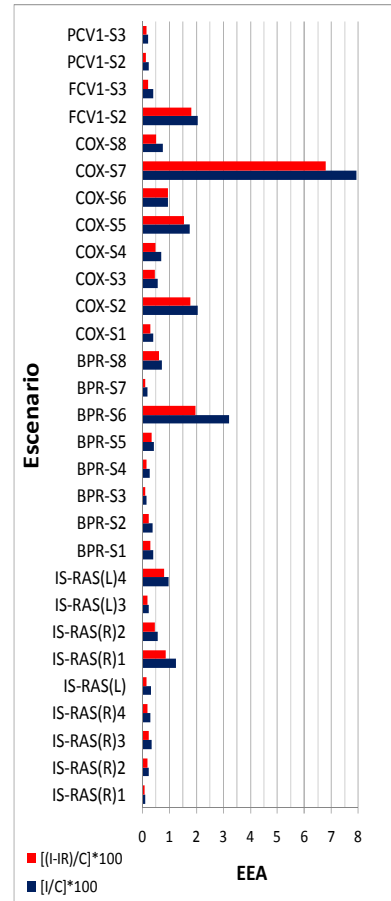
- El sub-sistema rotulado unidad de procesamiento es el más vulnerable, teniendo más peso que los otros cuatro sub-sistemas juntos. Para cualquier organización esto representaría una llamada de atención sobre el manejo que se le está dando a la unidad.
- El sub-modelo Negocios es el más susceptible, seguido de cerca por el sub-modelo Personal. La contribución del sub-modelo ambiental se encuentra muy por debajo de los otros dos. Internamente dentro de los sub-sistemas es posible observar que todos presentan un buen desempeño en el aspecto

ambiental. A excepción de la planta piloto de VCM todos los sub-sistemas presentan valores altos en la rúbrica personal, lo que indica que se le debe prestar atención a la seguridad de los recursos humanos trabajando allí. Aunque los resultados no son tan contundentes como los del punto inmediatamente anterior, arrojan indicios importantes sobre las políticas de manejo de riesgos y la importancia que se le está dando a cada aspecto dentro de la organización.

Figura 12. Indicadores de efectividad económica (EEA) para el caso de estudio. I = Índice de priorización de riesgo. I_R = Índice de priorización de riesgo residual. C = Costo de la recomendación. $I/C * 100$ corresponde al EEA asumiendo que $I_R \approx 0$.

Fuente	Escenario	I	I_R	C	$I - I_R$	$\frac{I}{C} * 100$	$\frac{I - I_R}{C} * 100$
Almacenamiento de isobuteno	IS-RAS(R)1	0.08	0.02	87.5	0.06	0.10	0.07
	IS-RAS(R)2	0.19	0.03	83.4	0.16	0.22	0.19
	IS-RAS(R)3	0.19	0.05	56.1	0.14	0.33	0.24
	IS-RAS(R)4	0.08	0.03	30.1	0.05	0.28	0.18
	IS-RAS(L)	0.08	0.04	27.6	0.04	0.31	0.16
Unidad de destilación	IS-RAS(R)1	0.09	0.03	7.6	0.06	1.24	0.85
	IS-RAS(R)2	0.18	0.03	32.1	0.15	0.55	0.45
	IS-RAS(L)3	0.09	0.02	41.1	0.07	0.23	0.18
	IS-RAS(L)4	0.18	0.03	18.1	0.15	0.97	0.80
Reactor batch de polimerización	BPR-S1	0.07	0.02	18.3	0.05	0.40	0.29
	BPR-S2	0.09	0.03	24.1	0.06	0.36	0.24
	BPR-S3	0.08	0.03	54.3	0.05	0.14	0.08
	BPR-S4	0.08	0.03	29.8	0.05	0.26	0.16
	BPR-S5	0.10	0.02	22.8	0.08	0.42	0.34
	BPR-S6	0.08	0.03	2.4	0.05	3.22	1.97
	BPR-S7	0.08	0.03	43.2	0.05	0.17	0.10
	BPR-S8	0.20	0.03	27.3	0.17	0.72	0.61
Unidad de procesamiento	COX-S1	0.28	0.08	71.6	0.20	0.40	0.29
	COX-S2	0.95	0.12	46.5	0.83	2.05	1.79
	COX-S3	0.32	0.07	57.6	0.25	0.56	0.44
	COX-S4	0.26	0.08	38.7	0.18	0.68	0.47
	COX-S5	0.17	0.02	9.8	0.15	1.74	1.53
	COX-S6	0.74	0.00	79.8	0.74	0.93	0.93
	COX-S7	0.35	0.05	4.4	0.30	7.93	6.79
	COX-S8	0.40	0.13	54.2	0.27	0.74	0.50
Planta piloto de VCM	FCV1-S2	0.16	0.02	8.0	0.14	2.06	1.81
	FCV1-S3	0.10	0.05	25.4	0.05	0.40	0.20
	PCV1-S2	0.18	0.08	80.5	0.10	0.22	0.12
	PCV1-S3	0.18	0.04	84.60	0.14	0.21	0.16

Fuente: El autor.



3.3.3. Indicador de efectividad económica. Otro tipo de indicadores pueden ser obtenidos al integrar nuevos criterios al proceso de priorización. Un ejemplo

de esto es el indicador intensivo de efectividad económica de las acciones, propuesto a continuación:

$$EEA_k = \frac{I_i - I_{R,i}}{C_i} * 100 \quad (7)$$

Los resultados para el caso de estudio fueron consignados en la Figura 12. De estos resultados es posible reconocer las recomendaciones más eficaces desde un punto de vista económico, un bajo costo con una alta reducción del riesgo. Para el caso particular del caso de estudio, estas recomendaciones son FCV1-S2, COX-S5, COX-S2, BPR-S6, y especialmente COX-S7.

3.3.4. Programación entera binaria y asignación óptima de recursos.

Usando un método de ramificación y acotación, los resultados listados en la Tabla 3 fueron obtenidos (para TF = 400 000 USD). De este proceso queda patente como una decisión que previamente hubiese sido difícil de plantear y resolver es ahora sintetizada en términos matemáticos y resuelta algorítmicamente. Asimismo se concluye que si las acciones están bien propuestas haciendo que $I_{R,k} \rightarrow 0$, los resultados del problema de PEB con y sin la evaluación del riesgo residual serán similares; aunque no se puede garantizar que los mismos. En cada caso se seleccionaron 11 recomendaciones, teniendo como principal blanco la unidad de procesamiento. Este sub-sistema posee los riesgos más altos, los cuales deben ser solventados por determinaciones y resoluciones corporativas (escenarios NA \rightarrow restricciones de obligatoriedad) o porque debido al costo similar de las acciones es los más eficiente económicamente hablando.

Tabla 3. Resultados del problema de PEB para el caso de estudio. PEB_S y PEB_R corresponden respectivamente a los resultados del problema sin tener y teniendo en cuenta el I_R. Para PEB_S y PEB_R fueron asignados un total de 383 400 y 398 600 USD respectivamente, que correspondieron a su vez con reducciones de 3.73 y 3.12 en I_S.

Fuente	Almacenamiento de isobuteno	Unidad de destilación	Reactor batch de polimerización	Unidad de procesamiento	Planta piloto de VCM
Escenario	IS-RAS(R)1 IS-RAS(R)2 IS-RAS(R)3 IS-RAS(R)4 IS-RAS(L)	IS-RAS(R)1 IS-RAS(R)2 IS-RAS(L)3 IS-RAS(L)4	BPR-S1 BPR-S2 BPR-S3 BPR-S4 BPR-S5 BPR-S6 BPR-S7 BPR-S8	COX-S1 COX-S2 COX-S3 COX-S4 COX-S5 COX-S6 COX-S7 COX-S8	FCV1-S2 FCV1-S3 PCV1-S2 PCV1-S3
PEB _S		x	x	x x x x x x x	x
PEB _R			x	x x x x x x x	x

Fuente: El autor.

4. CONCLUSIONES

- El sistema de priorización fue pensado vigilando de cerca las necesidades y particularidades de la industria. Teniendo esto en cuenta el sistema fue diseñado para tener un bajo requerimiento teórico para el usuario final, una alta capacidad de articulación con las políticas corporativas presentes, y un enfoque modular y sistemático que facilita su personalización.
- El estar basado en la lógica difusa y el PAJ, le confiere al sistema de priorización propuesto la capacidad de procesar información cualitativa e imprecisa, así como datos cuantitativos de una manera consistente; aprovechando al máximo la información ingresada y eliminando las restricciones impuestas por los esquemas tradicionales de clasificación y priorización. El resultado de este estudio demuestra que, en asociación con la técnica LOPA, este enfoque provee una herramienta idónea para conducir evaluaciones de riesgos semi-cuantitativas en una manera eficiente.
- El índice de priorización de riesgos constituye una escala de razón directa y eficaz de la importancia dada a un escenario en el proceso de priorización. Del caso de estudio se concluye que este índice, junto con los resultados intermedios empleados para su generación, supera ampliamente en calidad y cantidad los resultados de los esquemas actuales de priorización de riesgo, abriendo nuevas posibilidades de manipulación y extracción de información en el proceso de evaluación de riesgos.
- El problema de PEB propuesto, soportado por los resultados del sistema de priorización, sistematiza la asignación de recursos destinados al manejo del riesgo, integrando conceptos claves como restricciones de tipo económico, máxima reducción de riesgo e interacciones entre acciones. El caso de estudio demuestra como una decisión otrora complicada y soportada tan solo por la "intuición" de la administración, es reemplazada por un proceso consecuente, soportado por bases sólidas en la matemática aplicada.

5. RECOMENDACIONES

- Se recomienda la evaluación de otras técnicas análogas a las utilizadas para este estudio, con el fin de robustecer, incluir otros parámetros o eliminar restricciones del sistema de priorización. Ej. Sistemas de lógica difusa de mayor orden (optimizar el tratamiento de la incertidumbre), razonamiento evidencial (inclusión de la aleatoriedad e ignorancia como parámetros) y proceso analítico en red (soportar sub-modelos de seguridad interdependientes).
- El software desarrollado junto con este estudio es de carácter netamente académico. En consecuencia se recomienda ampliarlo para incluir mayores opciones de personalización que le brinden una perspectiva más comercial, facilitando la transición de los conceptos aquí expuestos a la industria. Un caso industrial de estudio -preferentemente de forma semi-cuantitativa usando LOPA- es recomendado para refinar el sistema y sus aplicaciones.
- El problema de PEB propuesto considera que cada recomendación solo tiene repercusión sobre el escenario para el cual fue planteado. El desarrollo ulterior de este modelo debe incluir las interacciones de orden superior entre los riesgos y las recomendaciones propuestas en forma de restricciones y términos adicionales (Ej. $x_i x_j$, término de segundo orden). Dicho desarrollo esta considerablemente limitado a la cantidad de información que el equipo de evaluación pueda y esté dispuesto a proporcionar. En consecuencia, se recomienda el desarrollo de una metodología apoyada en la optimización combinatoria que reduzca la cantidad de datos a requerir, optimizando la necesidad de información. Otros parámetros diferentes al riesgo y el costo pueden ser adjuntados al modelo para disminuir su nivel de abstracción.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. (CCPS), C.f.C.P.S., *Guidelines for hazard evaluation procedures*. 2008, New York, New York: John Wiley & Sons.
2. Pasman, H.J., *Risk informed resource allocation policy: safety can save costs*. *Journal of Hazardous Materials*, 2000. **71**(1-3): p. 375-394.
3. Moore, D.A., *The use of a ranking matrix and recommendation prioritization system for process hazard analysis studies*. *Process Safety Progress*, 1997. **16**(2): p. 83.
4. Louis Anthony (Tony) Cox, J., *What's Wrong with Risk Matrices?* *Risk Analysis*, 2008. **28**(2): p. 497.
5. Altenbach, T. y S. Brereton, *Risk Ranking Methodology for Radiological Events*, in *1997 Safety Analysis Workshop - 7th Annual Energy Facility Contractors Group Safety Analysis*. 1997, Lawrence Livermore National Laboratory: Oakland, CA.
6. Markowski, A.S. y M.S. Mannan, *Fuzzy risk matrix*. *Journal of Hazardous Materials*, 2008. **159**(1): p. 152-157.
7. Anand, P. y W. Jin, *Chapter 6 Risk assessment using fuzzy set approach*, in *Elsevier Ocean Engineering Series*. 2003, Elsevier. p. 117-147.
8. Bowles, J.B. y C.E. Peláez, *Fuzzy logic prioritization of failures in a system failure mode, effects and criticality analysis*. *Reliability Engineering & System Safety*, 1995. **50**(2): p. 203-213.
9. Guimarães, A.C.F. y C.M.F. Lapa, *Fuzzy inference to risk assessment on nuclear engineering systems*. *Applied Soft Computing*, 2007. **7**(1): p. 17-28.
10. Tay, K.M. y C.P. Lim, *Application of Fuzzy Inference Techniques to FMEA in Applied Soft Computing Technologies: The Challenge of Complexity*. 2006, Springer Berlin / Heidelberg: Berlin. p. 161-171.
11. Karwowski, W. y A. Mital, *Potential applications of fuzzy sets in industrial safety engineering*. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986. **19**(2): p. 105-120.

12. McCauley-Bell, P.R., et al., *Techniques and Applications of Fuzzy Theory in Quantifying Risk Levels in Occupational Injuries and Illnesses*, in *Fuzzy Theory Systems*. 1999, Academic Press: San Diego. p. 223-265.
13. Sii, H.S., T. Ruxton, y J. Wang, *A fuzzy-logic-based approach to qualitative safety modelling for marine systems*. *Reliability Engineering & System Safety*, 2001. **73**(1): p. 19-34.
14. Markowski, A.S., *Layer of protection analysis for the process industries*, ed. PAN. 2006, Lodz Branch, Lodz, Poland.
15. Feagans, T.B. y W.F. Biller, *Fuzzy concepts in the analysis of public health risks*, in *P.P. Wang, S.K. Chang, Eds., Fuzzy sets*. 1980, Plenum Press: New York. p. 391-404.
16. Ozog, H. (2009) *Designing an Effective Risk Matrix*.
17. Wang, J., *A subjective methodology for safety analysis of safety requirements specifications*. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 1997. **5**(3): p. 418-430.
18. An, M., J. Wang, y T. Ruxton, *The development of fuzzy linguistic risk levels for risk analysis of offshore engineering products using approximate reasoning approach*, in *OMAE 2000*. 2000, OMAE 2000 S and R 6096: New Orleans, USA.
19. (CCPS), C.f.C.P.S., *Layer of Protection Analysis: Simplified Process Risk Assessment*, ed. A.I.o.C. Engineers. 2001, New York.
20. Aptikar, D. (April 2005) *Risk Matrix*. Technical Review.
21. Saaty, T.L., *A scaling method for priorities in hierarchical structures*. *Journal of Mathematical Psychology*, 1977. **15**(3): p. 234-281.
22. Saaty, T.L., *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. 1980, New York: McGraw-Hill International Book Company.
23. Terano, T., K. Asai, y M. Sugeno, *Fuzzy systems theory and its applications*, ed. A.p. limited. 1992, London: Academic press, inc.

24. Cox, T., *III.1 Risk integration and decision-making*, in *Industrial Safety Series*, M.D.C. Christian Kirchsteiger and A.P. Georgios, Editors. 1998, Elsevier. p. 277-311.
25. Cardona Arboleda, O.D., *Estimación holística del riesgo sísmico utilizando sistemas dinámicos complejos*, in *708 INGENYERIA DEL TERRENY CARTOGRÁFICA I GEOFÍSICA*. 2001, Universidad Politecnica de Cataluña: Barcelona.
26. Zadeh, L.A., *Fuzzy sets*. *Information and Control*, 1965. **8**(3): p. 338-353.
27. MathWorks, *MATLAB's Fuzzy Logic Toolbox User's Guide*. 1995 - 2010: Natick, MA.
28. Zadeh, L.A., *Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes*. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, 1973. **3**(1): p. 28-44.
29. Zadeh, L.A., *The concept of a linguistic variables and its application to approximate reasoning I, II, III*. *Information Sci*, 1975. **8**: p. 199-251.
30. Schmucker, K.J., *Fuzzy sets, natural language computations, and risk analysis*. 1984: Computer Science Press.
31. Wang, L., *A course in fuzzy systems and control*. 1997, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
32. McCauley-Bell, P. y A.B. Badiru, *Fuzzy modeling and analytic hierarchy processing to quantify risk levels associated with occupational injuries. I. The development of fuzzy-linguistic risk levels*. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 1996. **4**(2): p. 124-131.
33. D.Driankov, H.Hellendorn, y M.Rainfrank, *An Introduction to Fuzzy Control*. 2da ed. 1996, Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag.
34. Mendel, J.M., *Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial*. *Proceedings of the IEEE*, 1995. **83**(3): p. 345-377.

35. Pérez Pueyo, R., *Procesado y Optimización de Espectros Raman mediante Técnicas de Lógica Difusa: Aplicación a la identificación de Materiales Pictóricos* in 739 *TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS*. 2005, Universidad Politecnica de Cataluña: Barcelona.
36. Carreño Tibaduiza, M.L., *Técnicas innovadoras para la evaluación del riesgo sísmico y su gestión en centros urbanos: Acciones ex ante y ex post*, in 708 *ENGINYERIA DEL TERRENY CARTOGRÁFICA I GEOFÍSICA*. 2006, Universidad Politecnica de Cataluña: Barcelona.
37. Teknomo, K. (2006) *Analytic Hierarchy Process (AHP) Tutorial*
38. Saaty, T.L. y L.G. Vargas, *Prediction, Projection, and Forecasting: Applications of the Analytical Hierarchy Process in Economics, Finance, Politics, Games, and Sports*. 1991, Boston: Kluwer Academic Publishers.
39. Forman, E.H., *Facts and fictions about the analytic hierarchy process*. *Mathematical and Computer Modelling*, 1993. **17**(4-5): p. 19-26.
40. Hyman, B., *Fundamentals of Engineering Design*, ed. U.S. River. 1998, New Jersey: Prentice Hall.
41. Gantmacher, F.R., *The theory of matrices*. Vol. II. 1960, New York: Chelsea.
42. Coyle, G. (2004) *The analytic hierarchy process(AHP)*. Practical Strategy. Open Access Material.
43. MathWorks, *MATLAB's Graphics User's Guide*. 1995 - 2010: Natick, MA.

ANEXO 1. LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa o borrosa, como su nombre lo indica, trabaja con conjuntos que no tienen límites perfectamente definidos, es decir, la transición entre la pertenencia y no-pertenencia de una variable a un conjunto es gradual. Se caracteriza por las funciones de membrecía, que dan flexibilidad a la modelación utilizando expresiones lingüísticas[25]. Surgió de la necesidad de solucionar problemas complejos con información imprecisa, vaga, ambigua, con ruido o incompleta, para los cuales la matemática y lógica tradicionales no son suficientes. La lógica difusa permite trasladar sentencias complejas del lenguaje natural a un formalismo matemático.

La lógica difusa fue desarrollada a partir de 1960 por Lotfi Zadeh[26], basada en el principio de que las matemáticas pueden ser usadas para conectar el lenguaje con la inteligencia humana. Algunos conceptos pueden ser mejor definidos con palabras, los conjuntos difusos ayudan a construir mejores modelos de la realidad. Debido a lo anterior la lógica difusa ha ganado en los últimos años un sinnúmero de adeptos, lo cual se ha reflejado en un número creciente de aplicaciones, tanto en hardware como software: Construcción de electrodomésticos, sistemas expertos de conocimiento, bases de datos, diseño de sistemas de diagnóstico, control de procesos industriales y sistemas de transporte, etc.

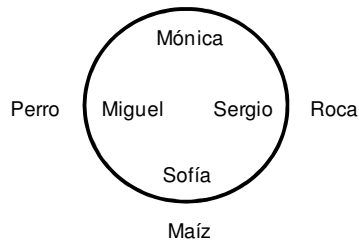
La lógica difusa parte del concepto de un conjunto difuso. Un conjunto difuso es un conjunto sin un límite nítido y bien definido que puede contener elementos con grados parciales de membrecía.

CONJUNTOS DIFUSOS

Para entender lo que es un conjunto difuso es necesario considerar en primer lugar la definición de un conjunto clásico. Un conjunto clásico es un contenedor que totalmente incluye o totalmente excluye cualquier elemento dado[27],

basado en el principio del tercero excluido propuesto por Aristóteles. Ej. Si se define el conjunto de personas tendremos un conjunto clásico (figura 14):

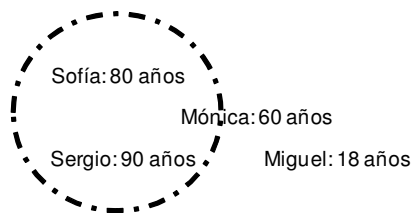
Figura 13. Conjunto clásico.



Fuente: El autor.

Este es un conjunto clásico, porque no hay discusión en lo que una persona es o no es. Ahora, siguiendo la misma línea se clasificarán las personas del conjunto clásico en la Figura 13 en personas viejas y no viejas. La figura 15 es un intento de hacerlo:

Figura 14. Sub-conjunto difuso.



Fuente: El autor.

El resultado no es evidente como el de la Figura 13, en la Figura 14 Mónica se encuentra justo en el centro, no es vieja, pero tampoco es joven. Si decimos "persona vieja", no podemos determinar claramente quien es viejo o quien no lo es (las percepciones individuales y el contexto cultural de fondo deben ser tenidos en cuenta). Aquí la lógica booleana clásica (enfoque sí-no) deja de funcionar, un conjunto clásico no puede tolerar este tipo de clasificación. Algo está dentro o está fuera. En la lógica difusa por otro lado la verdad es una cuestión de grado lo cual ofrece la posibilidad de dar respuesta a una pregunta si-no con un no-muy-sí-o-no, suministrando de esta manera una forma natural

de hacer frente a problemas en los que la fuente de la imprecisión es la incertidumbre.

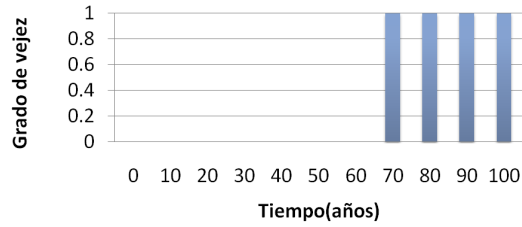
La ambigüedad de "persona vieja" proviene del adjetivo "vieja". Las palabras son por lo general cualitativas, pero algunas, como "alto" o "viejo" se perciben en relación con cantidades, en este caso, altura y edad respectivamente. En la ingeniería, especialmente, los adjetivos que describen los diferentes estados y condiciones están casi siempre relacionados a las cantidades de esta manera[23].

FUNCIONES DE MEMBRECÍA

La lógica difusa puede ser vista como una extensión de la lógica booleana. Verdad tendrá asignado un valor numérico de 1 y falso, un valor numérico de 0; los valores intermedios pueden ser vistos como los diferentes grados de verdad, en donde entre más cerca este el número a 1, mayor será la membrecía al conjunto difuso. Por ejemplo, una persona de 20 años de edad no pertenece en absoluto al conjunto difuso de personas de edad por lo cual su membrecía al mismo puede ser descrita con el valor numérico de 0, mientras que a una persona de 90 años de edad le puede ser asignada una membrecía de 1. Las personas con valores intermedios de edad tendrán membrecías entre 0 y 1, ya que es posible clasificar a estos individuos como personas de edad, pero no tanto como una persona de 90 años.

La Figura 15 muestra los valores de verdad de vejez utilizando una lógica bivalente, con el supuesto de que una persona es considerada vieja después de los 70 años de edad.

Figura 15. Edad y vejez, lógica bivalente.

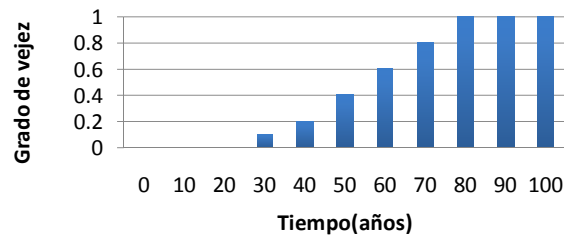


Fuente: El autor.

La

Figura 16, es un gráfico que muestra el valor de verdad de vejez si se permite responder con valores difusos intermedios (lógica plurivalente).

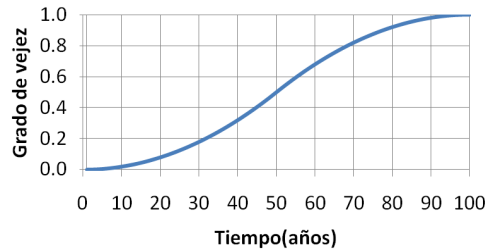
Figura 16. Edad y vejez, lógica plurivalente.



Fuente: El autor.

Yendo más allá es posible pensar en un perfil continuo de tiempo contra vejez (Figura 17):

Figura 17. Edad y vejez, lógica plurivalente y membrecía continua.



Fuente: El autor.

Al hacer esto a cada instante le será asociado un grado de vejez. En la lógica bivalente una vez la manecilla pequeña del reloj pasa las doce, el grado de vejez salta discontinuamente de 0 a 1. Esta es una forma de definir qué tan vieja es una persona, y si bien puede ser útil para un registrador, realmente no se puede conectar con la experiencia del mundo real[27] y la valoración humana de la misma.

La Figura 17 muestra una curva que varía suavemente y que explica el hecho de que envejecer es un proceso constante en la vida de una persona. Esta curva, que define el grado de vejez en cualquier instante de tiempo, es una función que relaciona el espacio de entrada (tiempo) con un espacio de salida (vejez). En la teoría de conjuntos difusos esto es lo que se denomina como una función de membrecía y puede tener muchas formas: tipo-S, tipo-Z, tipo- π , triangular y gaussiana entre otras. La forma del conjunto difuso depende de la mejor manera de representar los datos. La única condición que una función de membrecía realmente debe cumplir es que debe variar entre 0 y 1. La función en sí misma puede ser una curva arbitraria, cuya forma se puede definir como una función que nos conviene desde el punto de vista de la simplicidad, la comodidad, la rapidez y la eficiencia.

Teniendo en cuenta el concepto de función de membrecía es posible definir un conjunto difuso. Si X es el universo de discurso y sus elementos se denotan por x , entonces un conjunto difuso A en X se define como un conjunto de pares ordenados representados por la ecuación 8:

$$A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in X\} \quad (8)$$

Donde $\mu_A(x)$ recibe el nombre de función de membrecía de x en A .

Cabe señalar que, aunque la función de la membrecía de un conjunto difuso puede asemejarse a una función de probabilidad cuando X es un conjunto contable (o una función de densidad de probabilidad cuando X es un continuo),

existen diferencias esenciales entre estos conceptos. De hecho, la noción de un conjunto difuso es completamente no estadística en la naturaleza. Este hecho se manifiesta una vez que las reglas de combinación de funciones de membrecía y sus propiedades básicas han sido establecidas.

VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Si una variable puede tomar palabras en lenguaje natural como sus valores, se le llama variable lingüística, donde las palabras se caracterizan por conjuntos difusos que se definen en el universo de discurso en el cual se define la variable. Una variable lingüística se caracteriza por una quintupla notada por $(x, T(x), U, G, M)$ [28-29] donde:

- x es el nombre de la variable lingüística, por ejemplo, x es la frecuencia de un elemento.
- $T(x)$ es el conjunto de los valores lingüísticos que puede tomar x , por ejemplo, $T(x) = [\text{Muy bajo}, \text{Razonablemente Bajo}, \text{medio}, \text{frecuente}, \text{Muy frecuente}]$. $T(x)$ está conformado por un conjunto básico y un conjunto extendido de términos. El conjunto básico está definido por el conjunto de palabras $\{\text{'Bajo'}, \text{'Medio'}, \text{'Frecuente'}\}$ y el conjunto extendido es definido a partir de la regla de sintaxis G .
- U es el dominio físico real del cual la variable lingüística X toma sus valores cuantitativos, por ejemplo, $U = [10^{-8}, 10^0]$ → El universo de frecuencias posibles para un escenario.
- G es una regla de sintaxis que genera el conjunto de términos extendidos. Por ejemplo, a partir del término básico bajo y los modificadores Muy y Razonablemente se pueden obtener los términos extendidos: Muy Bajo y Razonablemente Bajo.
- M es una regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en $T(x)$ con su significado, $M(x)$. Donde $M(x)$ indica un sub-conjunto difuso de U . Por ejemplo, M relaciona 'Muy bajo', 'Razonablemente bajo',..., 'Muy frecuente' con su función de membrecía específica.

El concepto de variables lingüísticas es de suma importancia debido a que dichas variables son los elementos más fundamentales de la representación del conocimiento humano. Cuando los sensores miden una variable, proporcionan un número. Cuando los expertos humanos evalúan una variable, proporcionan palabras. Por ejemplo, aunque los seres humanos encuentran la predicción cuantitativa del riesgo difícil de llevar a cabo, pueden ser comparativamente más eficientes en evaluaciones cualitativas con variables lingüísticas[30]. Las variables lingüísticas son extensiones de las variables numéricas en el sentido en que son capaces de representar la condición de un atributo tomando conjuntos difusos como sus valores [31]. Este es el primer paso para incorporar el conocimiento humano en los sistemas ingenieriles de una manera sistemática y eficiente.

Al introducir el concepto de variables lingüísticas, es posible transformar descripciones vagas en lenguaje natural a términos matemáticos precisos. Los valores obtenidos en el desarrollo de variables lingüísticas difusas son considerados medidas difusas. Estos valores pueden después convertirse en el criterio para medir atributos de objetos, en el caso del sistema propuesto en este estudio, prioridades de riesgos.

En la elección de las variables lingüísticas para los factores del riesgo, algunas pautas deben tenerse en cuenta [32]: (1) Las variables deben reflejar con exactitud el significado del valor lingüístico, (2) Los valores asociados con un valor lingüístico particular, no deben cambiar debido a incertidumbres de juicio bajas o moderadas, (3) Los cambios de juicio fuertes deben ser reconocidos por los cambios adecuados a lo largo de la escala, y (4) Pequeños cambios en la resolución no deberían afectar significativamente los resultados del modelo. Por último, (5) la literatura recomienda que el número de categorías se limite a no más de siete, para permanecer dentro de los límites prácticos de la discriminación humana [11].

OPERADORES DE LÓGICA DIFUSA

Como se expuso anteriormente el razonamiento lógico difuso es una generalización (súper-conjunto) de la lógica booleana y debido a esto los operadores que utiliza son generalizaciones de los de la lógica bivalente. Citando a Zadeh [26], las operaciones básicas entre conjuntos difusos son las siguientes:

- La unión (operador lógico OR) de dos conjuntos difusos A y B, con funciones de membrecía $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$, es un conjunto difuso C escrito como $C = A \cup B$, cuya función de membrecía está relacionada a las de A y B por la ecuación 9:

$$\mu_C(x) = \text{Max}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (9)$$

- La intersección (operador lógico AND) de dos conjuntos difusos A y B, con funciones de membrecía $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$, es un conjunto difuso C escrito como $C = A \cap B$, cuya función de membrecía está relacionada a las de A y B por la ecuación 10:

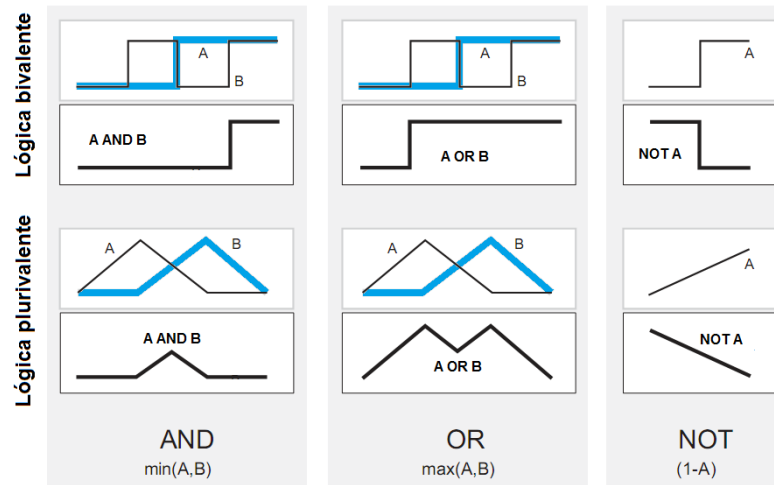
$$\mu_C(x) = \text{Min}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (10)$$

- El complemento (operador lógico NOT) de un conjunto difuso A, con función de membrecía $\mu_A(x)$, es un conjunto difuso C escrito como $C = A'$, cuya función de membrecía está relacionada con la de A por la ecuación 11:

$$\mu_C(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (11)$$

La Figura 18 muestra gráficamente la misma información. Puede observarse cómo los valores de salida de la lógica bivalente no han sido modificados por la sustitución de los operadores lógicos.

Figura 18. Operadores difusos aplicados a un problema de lógica bivalente y a un problema de lógica plurivalente.



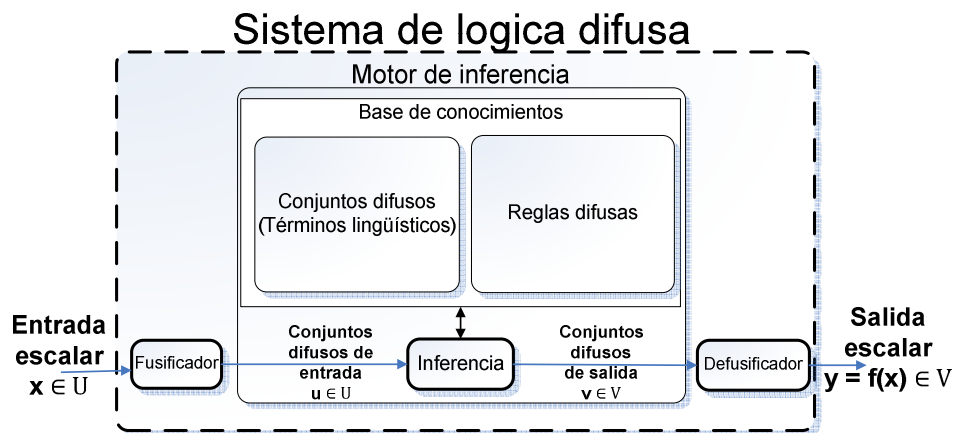
Fuente: Adaptado de MathWorks[27].

Estas tres operaciones definidas para conjuntos difusos cumplen, al igual que en la teoría clásica de conjuntos, asociatividad, conmutatividad y distributividad, así como las leyes de Morgan.

SISTEMAS DE LÓGICA DIFUSA

La finalidad de la lógica difusa es asignar a un espacio de entrada un espacio de salida, para esto se requiere la aplicación de un sistema de lógica difusa (FLS), tal como se presenta en la Figura 19.

Figura 19. Sistema de lógica difusa clásico o tipo-1.



Fuente: El autor.

Como se puede observar un FLS consta de los siguientes elementos[6]: (1)Fusificador, (2)Motor de inferencia y (3)Defusificador.

1. Fusificador

El fusificador transforma las entradas numéricas en conjuntos difusos. Durante este paso a cada variable de entrada se le asigna un grado de membrecía a cada uno de los conjuntos difusos que fueron considerados. Lo anterior de lleva a cabo haciendo uso de las funciones características asociadas a estos conjuntos difusos (funciones de membrecía). Las entradas a este bloque son valores concretos de las variables de entrada y las salidas son grados de membrecía.

2. Motor de inferencia

El motor de inferencia transforma los conjuntos difusos de entrada ($u \in U$), por medio de un conjunto de reglas, en conjuntos difusos de salida ($v \in V$). Las entradas a este bloque son conjuntos difusos y las salidas son también conjuntos difusos (grados de membrecía). Los resultados del sistema de inferencia proporcionan una base desde la cual se pueden tomar decisiones, o discernir patrones. El proceso de inferencia difusa involucra todas las piezas descritas anteriormente. La inferencia consta de dos partes: Implicación a partir de las reglas difusas y la agregación de los conjuntos difusos resultantes del proceso de implicación.

Reglas difusas e implicación

El mecanismo para transformar los conjuntos de entrada en conjuntos de salida, es una lista de declaraciones de la forma SI-ENTONCES, denominadas reglas difusas. Todas las reglas son evaluadas en paralelo, por lo cual el orden de las mismas no es importante. Las reglas son útiles en sí mismas porque se refieren a las variables y los adjetivos que describen las variables. Las reglas tienen la siguiente estructura (ecuación 12):

$$R^{(l)} = \text{SI } x_1 \text{ es } A_1^l \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ es } A_n^l, \text{ ENTONCES } y \text{ es } B^l \quad (12)$$

Donde A_i^l y B^l son conjuntos difusos en $U \subset R$ y $V \subset R$, respectivamente; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in U$ y $y \in V$ son las variables de entrada y salida del sistema difuso, respectivamente. M es el número de reglas en la base de reglas ($l = 1, 2, \dots, M$).

Interpretar una regla SI-ENTONCES implica dos partes: (1) Evaluación de los antecedentes, para lo cual es necesario fusificar la entrada con las funciones de membrecía y aplicar todos los operadores difusos necesarios, y (2) La aplicación de este resultado al conjunto difuso de salida (conocido como implicación). Los conjuntos difusos resultantes son posteriormente agregados y defusificados para obtener un valor escalar de salida.

En el caso de la lógica bivalente la aplicación de las declaraciones SI-ENTONCES no presenta mucha dificultad. Si la premisa es verdadera, entonces la conclusión es cierta, pero en la lógica difusa, si el antecedente es cierto en cierto grado, entonces la conclusión también es cierta al mismo grado. Para esto el grado de verdad de la premisa de cada regla debe ser computado y aplicado para modificar el consecuente de cada regla. El resultado es un subconjunto difuso que será asignado a cada variable de salida correspondiente.

Existen diferentes métodos para modificar el conjunto difuso de salida[33], que han tomado generalmente el nombre de sus proponentes, o de quién fueron derivadas (Lucasiewicz, Zadeh, Estocástica, Gödel, Sharp, Mamdani, etc.). La forma más común para hacerlo –y utilizada en el sistema propuesto- es por medio del truncamiento con la función Min o método Mamdani. Este tipo de implicación se basa en la equivalencia “ $p \rightarrow q \equiv p \wedge q$ ” de la lógica bivalente. Utilizando la estructura “SI-ENTONCES” mencionada anteriormente, Si a es A , ENTONCES b es B , un argumento dado a generará un resultado del tipo expresado en la ecuación 13:

$$\forall y \in U_B: \mu_{B(A \Rightarrow B)_i}(y) = \text{Min}[\mu_{A_i}(a), \mu_{B_i}(y)] \quad (13)$$

Es decir, el grado de pertenencia de a a A limita la pertenencia de b a B . El resultado $\mu_{B(A \Rightarrow B)}(x)$ de la regla es una versión recortada de la función de membrecía original μ_B . Mendel propone llamar a este tipo de implicancias como implicancias ingenieriles [34].

Agregación lógica

Una vez todas las reglas han sido evaluadas y obtenidos los conjuntos difusos de salida modificados, hay que realizar la agregación de los resultados para obtener un resultado único de la actuación[27]. Esta agregación es una unión lógica, por lo cual, para conservar la equivalencia entre las lógicas clásica y difusa, se traduce generalmente por una t-conorma máximo[35]; obteniéndose así el conjunto difuso de salida presentado en la ecuación 14 a continuación:

$$\mu_S(y) = \max\{\mu_{B(A \Rightarrow B)_1}(y), \mu_{B(A \Rightarrow B)_2}(y), \dots, \mu_{B(A \Rightarrow B)_i}(y)\} \quad (14)$$

La salida del proceso de agregación es un conjunto difuso para cada variable de salida.

3. Defusificador

Para obtener, a partir del conjunto difuso de salida que resulta de la agregación de todas las reglas, un resultado escalar, se aplican métodos matemáticos de desdifusión. El método utilizado por excelencia en aplicaciones de lógica difusa a la ingeniería[35] –y utilizado en el sistema propuesto– es el método del centroide. Por medio de este método se obtiene una solución única, de una manera eficaz, considerando la contribución de todos los resultados difusos y el grado en que cada uno es cierto. Este método utiliza como salida del sistema el centro de gravedad de la función característica del conjunto difuso de salida. Matemáticamente formulado por la ecuación 15:

$$\bar{y} = \frac{\int y\mu_s(y)dy}{\int \mu_s(y)dy} \quad (15)$$

EL PROBLEMA DE LA PROPINA

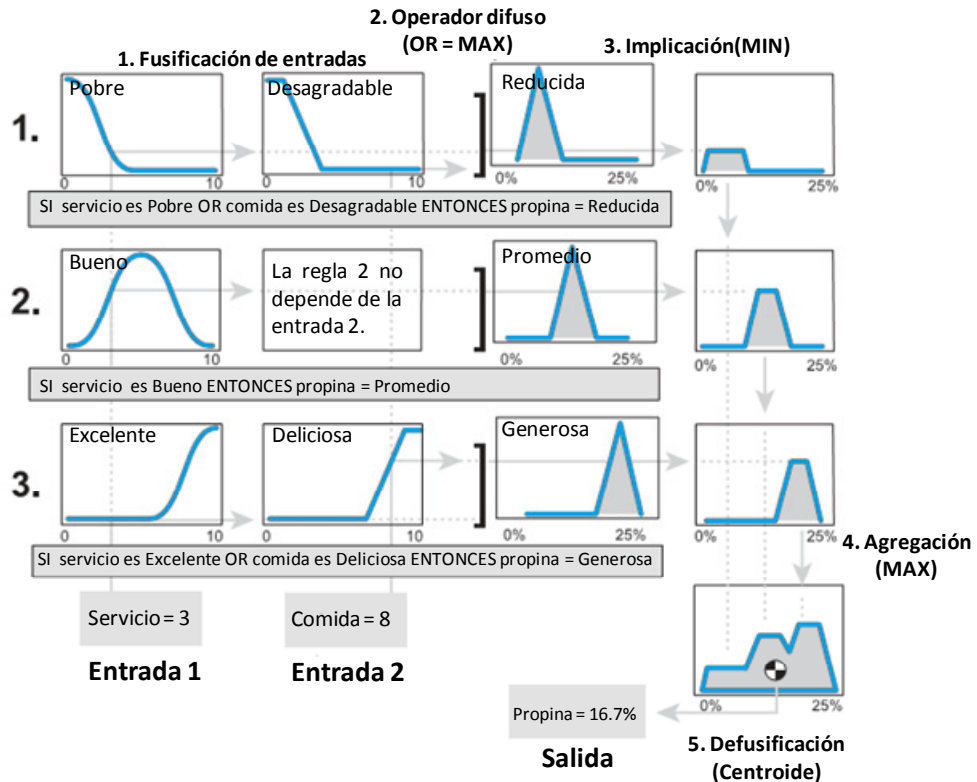
La Figura 20 representa un diagrama de inferencia difusa. Este diagrama corresponde a un ejemplo desarrollado en la fuente [27] en donde se responde la pregunta:

Dados dos números entre 0 y 10 que representan la calidad del servicio y la calidad de los alimentos en un restaurante (donde 10 es excelente), ¿Cual debería ser la propina?

La pregunta es resuelta utilizando tres reglas difusas basadas en la experiencia cotidiana de dar propina, en este ejemplo, todos los pasos mencionados anteriormente son claramente desarrollados para valores de entrada de servicio = 3 y de comida = 8.

1. Fusificación de entradas por medio de las funciones de membrecía pobre, bueno, excelente, desagradable y deliciosa.
2. Aplicación de operadores difusos: el operador lógico OR (Max) fue utilizado ya que las reglas son de la forma SI-O-ENTONCES.
3. Aplicación del método de implicación (Min).
4. Agregación de todas las salidas (Max).
5. Defusificación del resultado agregado (centroide).

Figura 20. Diagrama de inferencia del problema de la propina.



Fuente: Adaptado de MathWorks[27]

TEORÍA DE CUANTIFICACIÓN DIFUSA

La "teoría de cuantificación difusa", propuesta por Hayashi[23] es una teoría de cuatro partes que ha sido ampliamente aceptada como un medio para cuantificar los juicios cualitativos y evaluaciones[32]. El objetivo de la teoría I (análisis de regresión) es encontrar la relación entre las variables cualitativas/descriptivas y las variables numéricas en grupos difusos de unas muestras determinadas. La teoría II se conoce como análisis cualitativo de discriminación. Esta teoría es similar a la teoría I, pero en la teoría II, estándares externos son utilizados como base para la cuantificación. El objetivo de la Teoría II consiste en expresar varios grupos difusos en términos de variables cualitativas/descriptivas. Estas variables cualitativas/descriptivas adoptan la forma de valores de membresía en el intervalo [0, 1]. La teoría III se denomina clasificación de patrones, escalamiento dual, o análisis de la

correspondencia. Esta teoría examina las muestras e intenta clasificar y categorizar cuantitativamente cada una considerando los valores de membresía del conjunto difuso. La teoría IV involucra el escalamiento multidimensional, lo que significa que a los elementos individuales dentro de un conjunto difuso A les es dado distintos niveles de consideración. En concreto, a los elementos con un bajo grado de membresía no se les da tanta consideración como a los elementos con mayor grado de membresía cuando se intenta determinar un valor numérico de un factor.

ANEXO 2. PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO

El proceso analítico jerárquico es un método de decisión multicriterio ampliamente probado, que fue desarrollado originalmente por el profesor Thomas L. Saaty [21-22]. En general, es un método que permite descomponer un problema multi-atributo complejo en una jerarquía. Esto con el fin de obtener escalas de proporción, a partir de la extracción sistemática de la información, por medio del uso de comparaciones por pares ordinales. El PAJ permite la aplicación de datos cuantitativos (precio, peso, etc.) y/o cualitativos (experiencia, conocimiento, intuición, preferencia de la organización) de una forma lógica y profunda dentro de una jerarquía como un todo[36].

Mediante la reducción de las decisiones complejas a una serie de comparaciones por pares ordinales, y la posterior síntesis de los resultados, los responsables de la toma de decisiones pueden contar con una justificación clara de la determinación seguida. Esto es crítico cuando se intentan estructurar los factores de riesgo asociados a los peligros/escenarios. El PAJ permite cierta incoherencia en el resultado final, ya que los juicios humanos no son siempre consistentes. En este enfoque las escalas de proporción se derivan del eigenvector principal y la medida de consistencia se deriva del eigenvalor principal[37].

COMPARACIÓN POR PARES ORDINALES Y MATRIZ RECÍPROCA DE COMPARACIONES

La esencia del PAJ es construir una matriz que expresa la importancia relativa de un conjunto de criterios a partir de la comparación entre pares ordinales; en los cuales enunciados de preferencia son identificados. Para un objetivo dado, las comparaciones son realizadas, primero planteando la pregunta “¿Cuál de los dos es el más importante?” y segundo “¿Por cuánto?”[36]. La fortaleza de la preferencia es generalmente expresada en una escala semántica de 1 a 9 como la que se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4. Escala estándar de priorización propuesta por Saaty.

Intensidad de la importancia	Definición	Explicación
1	Igualmente importante	Los dos criterios contribuyen de igual manera al objetivo
3	Moderadamente mas importante	La experiencia y el juicio favorecen levemente un criterio sobre el otro
5	Fuertemente mas importante	La experiencia y el juicio favorecen fuertemente un criterio sobre el otro
7	Muy fuertemente mas importante	La experiencia y el juicio favorecen muy fuertemente un criterio sobre el otro.
9	Extremadamente mas importante	La evidencia favoreciendo un criterio sobre el otro es innegable.
2,4,6,8	Valores intermedios	

Fuente: Adaptada de Saaty & Vargas [38].

Es importante notar que esta escala de resoluciones no es parte de los axiomas básicos del PAJ y es utilizada tan solo para añadir flexibilidad al mismo. Las comparaciones no están limitadas a esta escala y pueden basarse (y a menudo lo hacen) en datos concretos a fin de dar cabida a la objetividad [39].

Las comparaciones por pares ordinales son llevadas a cabo entre todos los diferentes criterios que están siendo tomados en cuenta en la toma de decisiones, por lo general no más de 7. La preferencia de 1 indica igualdad entre dos criterios, mientras que una preferencia de 9 indica que un criterio es 9 veces más grande o más importante que aquel con el que es comparado. De esta forma las comparaciones están siendo realizadas entre pares de criterios, donde la percepción humana es lo suficientemente significativa para hacer una distinción. Asignando de esta forma los factores de participación o importancia de una manera más rigurosa que la directa apreciación utilizando el “juicio” o “sentimiento” de los expertos[40]. Las comparaciones por pares ordinales son generalmente representadas de la siguiente manera (Figura 21):

Figura 21. Representación de la comparación entre pares ordinales.



Fuente: El autor.

De cada comparación una relación de peso es definida como se enuncia en la ecuación 16 a continuación:

$$w_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \quad (16)$$

Una suposición básica, pero bastante razonable es que si el criterio 1 es absolutamente más importante que el criterio 2, 9 en la comparación ordinal, entonces el criterio 2 debe ser absolutamente menos importante que el criterio 1 y debe recibir un valor de 1/9 en la comparación ordinal, esto resulta en la igual presentada en la ecuación 17:

$$w_{ij} = w_{ji}^{-1} \quad (17)$$

Con lo cual, el número total de comparaciones por pares ordinales será una función del número de criterios expresada como $n * (n - 1) / 2$, donde n es el número de criterios.

Después de que todas las comparaciones se han realizado es posible definir una matriz cuadrada, denominada matriz recíproca de comparaciones ($A = [w_{ij}]_{n \times n}$) tal como la presentada en la Figura 22:

Figura 22. Matriz recíproca de comparaciones.

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_1}{w_3} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \frac{w_2}{w_3} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \frac{w_3}{w_3} & \dots & \frac{w_3}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \frac{w_n}{w_3} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix}$$

Fuente: El autor.

CÁLCULO DE PESOS RELATIVOS

Una vez que la matriz de comparaciones ha sido construida su eigenvector principal normalizado puede ser calculado. Este vector es único[21] y recibe el nombre de vector de prioridad. El vector de prioridad muestra el peso relativo entre los criterios que se comparan. Por medio de él es posible saber más que la clasificación de los criterios evaluados; los pesos relativos representan una escala de proporciones y pueden ser divididos para hallar relaciones matemáticas de importancia entre los criterios evaluados.

COHERENCIA Y COCIENTE DE CONSISTENCIA

Una matriz A se denomina coherente si sus componentes cumplen las igualdades $w_{ij} = w_{ji}^{-1}$ y $w_{ij} = w_{ik}w_{kj}$ (transitividad de pesos) para toda i, j y k .

Soportado en esto Saaty demostró que para obtener matrices de comparación recíprocas, el eigenvalor mayor debe ser igual al tamaño de la matriz de comparación ($\lambda_{\max} = n$). La teoría de Perron-Frobenius[41] asegura la existencia de un eigenvalor mayor positivo (λ_{\max}) para matrices con entradas positivas cuyo vector propio asociado (w) es el vector de pesos.

Para matrices que involucran juicios humanos la condición $w_{ij} = w_{ik}w_{kj}$ no se cumple, ya que estos son inconsistentes de una u otra forma. En tal caso, el vector w satisface la ecuación $Aw = \lambda_{\max} w$ con $\lambda_{\max} \geq n$. La diferencia, si existe, entre λ_{\max} y n es un indicador de la inconsistencia del análisis llevado a cabo[42]. Basado en esto, Saaty derivó una medida de la coherencia denominada índice de consistencia, concebida como la desviación o el grado de coherencia. El índice de consistencia (CI) se calcula a partir de la ecuación 18:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (18)$$

La etapa final del proceso propuesto por Saaty consiste en calcular el cociente del CI con lo que él denominó el índice de consistencia aleatorio (RI). Este cociente a su vez fue denominado el cociente de consistencia (CR). Este cociente se encarga de medir la coherencia del análisis realizado en relación con muestras grandes de resultados netamente aleatorios. Para el desarrollo del RI, Saaty generó aleatoriamente matrices recíprocas de comparación utilizando la escala $1/9, 1/8, \dots, 8, 9$ (similar al *bootstrap*). Si el CR es muy superior a 0,1 los resultados no son fiables porque están demasiado cerca a la aleatoriedad y el ejercicio carece de valor o debe repetirse. La media del RI para muestras aleatorias de 500 matrices se representa en la Tabla 5 a continuación.

Tabla 5. Índice de consistencia aleatorio (RI) para matrices recíprocas de comparaciones nxn.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

Fuente: El autor.

ANEXO 3. ENTRADAS PARA EL CASO DE ESTUDIO

Tabla 6. Datos de entrada para el caso de estudio. C= Consecuencias, B = sub-modelo negocios, E = sub-modelo ambiental, P = sub-modelo personal.

Fuente	Escenario	Frecuencia(F)			C _B	C _E	C _P	Costo de recomendación [Miles de USD]	Frecuencia Residual(F _R)			
		[Veces por año]	Log ₁₀ (F)						[Veces por año]	Log ₁₀ (F _R)	C _{B,R}	C _{E,R}
Almacenamiento de isobuteno [14]	IS-RAS(R)1	1.25E-07	-6.90	4.5	2.5	5	87.5	1.25E-08	-7.90		1	
	IS-RAS(R)2	1.25E-05	-4.90	4.5	2.5	5	83.4	1.25E-07	-6.90		2	1
	IS-RAS(R)3	1.25E-05	-4.90	4.5	2.5	5	56.1	1.25E-07	-6.90	3	1	2
	IS-RAS(R)4	1.25E-08	-7.90	4.5	2.5	5	30.1	1.25E-08	-7.90		1	3
	IS-RAS(L)	1.25E-07	-6.90	4.5	1	5	27.6	1.25E-07	-6.90	2		3
Unidad de destilación [14]	IS-RAS(R)1	1.00E-07	-7.00	5	2.5	5	7.6	1.00E-08	-8.00	1	1	
	IS-RAS(R)2	5.00E-06	-5.30	5	2	5	32.1	5.00E-08	-7.30	1		2
	IS-RAS(L)3	1.00E-07	-7.00	5	2.5	5	41.1	1.00E-07	-7.00			1
	IS-RAS(L)4	5.00E-06	-5.30	5	2	5	18.1	5.00E-07	-6.30	1		2
Reactor batch de polimerización [19]	BPR-S1	5.00E-08	-7.30	2.5	3	5	18.3	5.00E-08	-7.30	1		
	BPR-S2	5.00E-07	-6.30	3	3.5	5	24.1	1.00E-08	-8.00	3	1	
	BPR-S3	5.00E-07	-6.30	2.5	3	5	54.3	1.00E-08	-8.00	2	2	
	BPR-S4	5.00E-08	-7.30	4	4	5	29.8	5.00E-08	-7.30	2	1	
	BPR-S5	1.21E-06	-5.92	3	3.5	5	22.8	1.21E-06	-5.92			2
	BPR-S6	5.00E-07	-6.30	3	3	5	2.4	5.00E-08	-7.30		2	1
	BPR-S7	5.00E-08	-7.30	3	4	5	43.2	5.00E-08	-7.30		1	1
	BPR-S8	1.00E-05	-5.00	4.5	4	5	27.3	1.00E-07	-7.00	1		1
Unidad de procesamiento [24]	COX-S1	1.00E-04	-4.00	5	4.5	5	71.6	1.00E-06	-6.00	1	4.5	2
	COX-S2	2.00E-02	-1.70	4.5	4	4	46.5	4.00E-03	-2.40	2		1
	COX-S3	1.50E-04	-3.82	5	4.5	3	57.6	2.50E-05	-4.60	1	1	2
	COX-S4	7.00E-03	-2.15	3	2	2.5	38.7	8.00E-04	-3.10	1	1	
	COX-S5	2.00E-03	-2.70	2	1.5	2	9.8	1.00E-05	-5.00		1	
	COX-S6	1.00E-01	-1.00	2.5	2.5	3	79.8	1.00E-03	-3.00			
	COX-S7	1.00E-03	-3.00	4	1	4.5	4.4	4.00E-05	-4.40	2		1
	COX-S8	8.00E-03	-2.10	3.5	3	3	54.2	8.00E-03	-2.10	2		1
Planta piloto de VCM [1]	FCV1-S2	1.00E-04	-4.00	4	1.5	2	8.0	1.00E-06	-6.00		1	
	FCV1-S3	1.00E-04	-4.00	3	1	2	25.4	1.00E-06	-6.00	1	1	1
	PCV1-S2	1.00E-03	-3.00	4	1.5	2	80.5	1.00E-03	-3.00		1	1
	PCV1-S3	1.00E-03	-3.00	3	1	2	84.6	1.00E-03	-3.00		1	
Evaluación inicial								Estimación post-recomendación/Riesgo residual				

Fuente: El autor.

Tabla 7. Resultados de las comparaciones entre pares ordinales para el PAJ del caso de estudio.

Criterio 1	Criterio 2	Resultado comparación
Acceptable(A)	Tolerable-Aceptable(TA)	1 vs 3
Acceptable(A)	Tolerable-Inaceptable(TNA)	1 vs 5
Acceptable(A)	Inaceptable(NA)	1 vs 15
Tolerable-Aceptable(TA)	Tolerable-Inaceptable(TNA)	1 vs 4
Tolerable-Aceptable(TA)	Inaceptable(NA)	1 vs 6
Tolerable-Inaceptable(TNA)	Inaceptable(NA)	1 vs 6

Fuente: El autor.

Tabla 8. Restricciones para el caso estudio. * Correspondientes a los escenarios clasificados como no aceptables (NA) en la TRM. ** Escenarios correspondientes a la unidad de destilación. En la restricción contingente IS-RAS(L) depende de IS-RAS(R)1.

Recomendaciones obligatorias
COX-S2*
COX-S6*
COX-S7*
Recomendaciones contingentes
IS-RAS(L) – IS-RAS(R)1**
Recomendaciones mutuamente excluyentes
IS-RAS(R)1** – IS-RAS(R)2**
COX-S3 – COX-S4
BPR-S6 – COX-S6
Recomendaciones tipo una u otra
FCV1-S2 – FCV1-S3
Recomendaciones mutuamente incluyentes
COX-S1 – COX-S2
FCV1-S2 – PCV1-S3

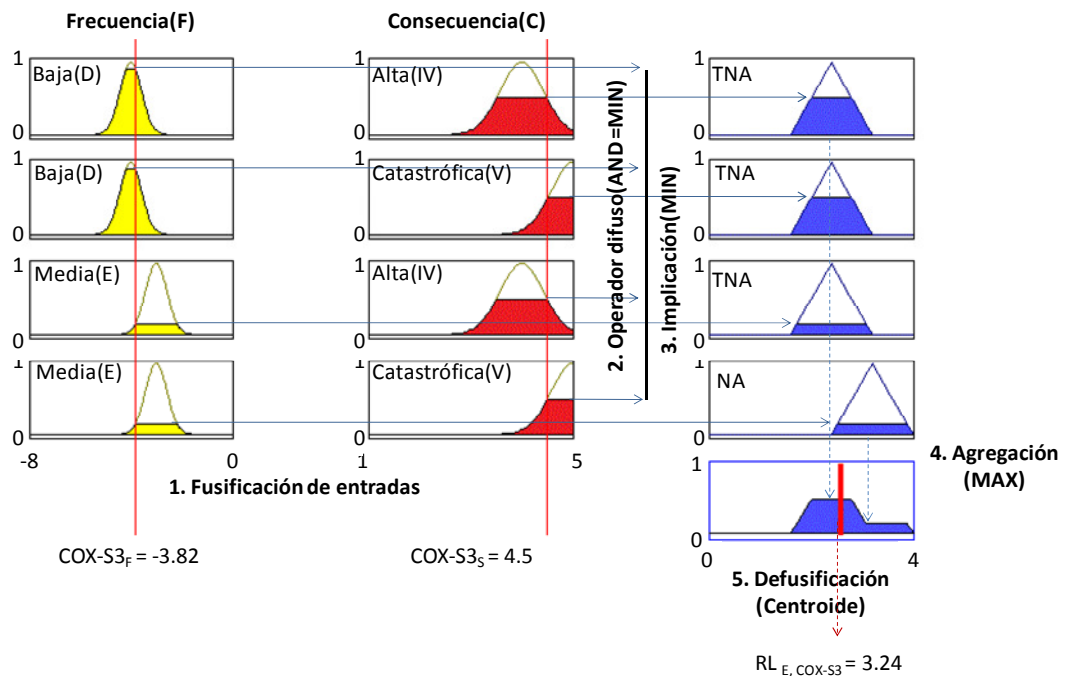
Fuente: El autor.

ANEXO 4. CÁLCULO DEL ÍNDICE DE PRIORIZACIÓN PARA EL ESCENARIO COX-S3

CÁLCULO DE LAS ETIQUETAS DE RIESGO

Como se describe en la Figura 8, el primer paso en el sistema de priorización consiste en el cálculo por separado de las etiquetas de riesgo. Para esto se hace uso de cada uno de los FLS en los que se descompuso el riesgo total. Es importante tener en cuenta que las reglas, así como los conjuntos difusos serán los mismos para todos los sub-modelos, ya que se asumió que fueron desarrollados con base en la misma TRM. El cálculo de la etiqueta de riesgo para el sub-modelo ambiental se presenta a continuación. Siguiendo el enfoque de la FRM un método MIN de implicación, un método MAX de agregación y un método centroide de defusificación fueron utilizados. El diagrama de inferencia de este proceso se presenta en la Figura 23:

Figura 23. Diagrama de inferencia para el cálculo de la etiqueta de riesgo correspondiente al sub-modelo ambiental del escenario COX-S3.



Fuente: El autor.

1. Fusificación de entradas

De las 35 reglas que se desarrollaron con base en la TRM, 4 se activarán contribuyendo al proceso de evaluación:

A. Si (Frecuencia (F) (\log_{10} (.)) es Baja (D)) y (Consecuencia (C) es Alta (IV)) entonces (Riesgo (R) es TNA)

B. Si (Frecuencia (F) (\log_{10} (.)) es Baja (D)) y (Consecuencia (C) es Catastrófica (V)) entonces (Riesgo (R) es TNA)

C. Si (Frecuencia (F) (\log_{10} (.)) es Media (E)) y (Consecuencia (C) es Alta (IV)) entonces (Riesgo (R) es TNA)

D. Si (Frecuencia (F) (\log_{10} (.)) es Media (E)) y (Consecuencia (C) es Catastrófica (V)) entonces (Riesgo (R) es NA)

Donde:

- Para la regla A, \log_{10} (Frecuencia) = -3,82 corresponde a $\mu_F = 0,9141$ para la función de membresía Baja (D); Consecuencia = 4,5 corresponde a $\mu_S = 0,5$ para la función de membresía Alta (IV).
- Para la regla B, \log_{10} (Frecuencia) = -3,82 corresponde a $\mu_F = 0,9141$ para la función de membresía Baja (D); Consecuencia = 4,5 corresponde a $\mu_S = 0,5$ para la función de membresía Catastrófica (V).
- Para la regla C, \log_{10} (Frecuencia) = -3,82 corresponde a $\mu_F = 0,1551$ para la función de membresía Media (E); Consecuencia = 4,5 corresponde a $\mu_S = 0,5$ para la función de membresía Alta (IV).
- Para la regla D, \log_{10} (Frecuencia) = -3,82 corresponde a $\mu_F = 0,1551$ para la función de membresía Media (E); Consecuencia = 4,5 corresponde a $\mu_S = 0,5$ para la función de membresía Catastrófica (V).

2. Aplicación del operador lógico difuso

La aplicación del operador lógico difuso AND lleva a la selección del mínimo de los dos valores (Ecuación (10), Anexo 1) obtenidos en el paso de difusificación, tal como se muestra en la Tabla 9.

3. Implicación

En el paso de implicación, la función de membrecía correspondiente a cada regla se modifica en la medida especificada por el antecedente dado (Ecuación (13), Anexo 1). La función de membrecía truncada y el valor de truncamiento se presentan en la Tabla 9.

Tabla 9. Resultado de la aplicación del operador difuso AND y el proceso de implicación para el escenario COX-S3.

A	0.9141	0.5	0.5	Tolerable-Inaceptable
B	0.9141	0.5	0.5	Tolerable-Inaceptable
C	0.1551	0.5	0.1551	Tolerable-Inaceptable
D	0.1551	0.5	0.1551	Inaceptable

Fuente: El autor.

4. Agregación

En la agregación todos los conjuntos difusos resultantes de la implicación se combinan en un único conjunto difuso. Como se menciono antes para esto se utilizara un método MAX - ecuación (14), Anexo 1 - siguiendo el enfoque FRM:

$$S = \{\text{Max}(0, 0, 0, 0, A); \text{Max}(0, 0, 0, 0, TA); \text{Max}(0, 0.5, 0.5, 0.1551, TNA); \text{Max}(0, 0, 0, 0.1551, NA)\} \quad (19)$$

$$S = \{0, A; 0, TA; 0.5, TNA; 0.1551, TNA\}$$

El conjunto de salida se describe como Tolerable-Inaceptable con un grado de membrecía de 0,5 e Inaceptable con un grado de membrecía de 0,1551.

5. Defusificación

Mediante el uso de un método de defusificación centroide (Ecuación (15), Anexo 1) la etiqueta de riesgo para el sub-modelo ambiental es obtenida (ecuación 20):

$$RL_{E, COX-S3} = \frac{3*0.5 + 4*0.1551}{0.5 + 0.1551} = 3.2368 \quad (20)$$

GENERACIÓN DE ÍNDICES DE PRIORIZACIÓN DE RIESGO

Ponderación y PAJ

Siguiendo las simplificaciones propuestas en la sección 2.5.1, todos los sub-modelos tendrán el mismo peso ($W_B = W_E = W_P = 1/3$) y los factores de ponderación de las etiquetas de riesgo serán análogos. Teniendo esto en cuenta sólo 6 ($[n * (n - 1)/2]$, $n = 4$) comparaciones por pares ordinales serán necesarias para generar los índices de riesgo. Los miembros del grupo de análisis, que participaron en el proceso de priorización, llevaron a cabo estas comparaciones y los resultados fueron consignados en el anexo 3 (Tabla 7). A partir del resultado de las comparaciones por pares ordinales, la matriz recíproca de comparaciones fue construida (Figura 24):

Figura 24. Matriz recíproca de comparaciones para el caso de estudio.

	w_A	w_{TA}	w_{TNA}	w_{NA}
w_A	1	$1/3$	$1/5$	$1/15$
w_{TA}	3	1	$1/4$	$1/6$
w_{TNA}	5	4	1	$1/6$
w_{NA}	15	6	6	1

Una vez la matriz de comparaciones es construida, el vector de prioridad y el cociente de consistencia se derivan del eigenvector principal y el eigenvalor principal respectivamente, los resultados son presentados en la Tabla 10:

Tabla 10. Factores de ponderación de las etiquetas de riesgo y cociente de consistencia para el caso de estudio.

W_A	0,0351
W_{TA}	0,0838
W_{TNA}	0,1950
W_{NA}	0,6861
CR	0,0762

Fuente: El autor.

Cálculo de índices de priorización para los sub-modelos de riesgo

A partir del FLS inicial, los grados de membrecía de la etiqueta ($RL_{E, COX-S3}$) a las funciones de membrecía de riesgo (Figura 6) pueden ser evaluadas (Tabla 11):

Tabla 11. Grados de membrecía de la etiqueta de riesgo ($RL_{E, COX-S3}$).

Aceptable (A)	0
Tolerable y aceptable (TA)	0
Tolerable inaceptable (TNA)	0,7955
Inaceptable (NA)	0,2045

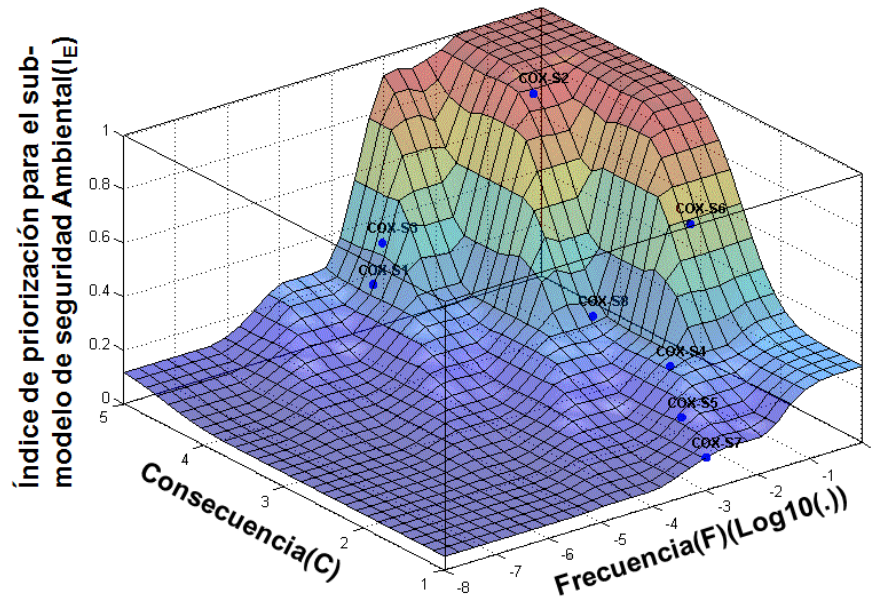
Fuente: El autor.

Introduciendo los resultados de la Tabla 11 y el peso dado a las etiquetas de riesgo en la Tabla 10 en la ecuación (3), el índice de priorización de riesgo para el sub-modelo ambiental (I_E) del escenario COX-S3 es calculado:

$$I_{E, COX-S3} = 0 * \left(\frac{0.0351}{0.6861} \right) + 0 * \left(\frac{0.0838}{0.6861} \right) + 0.7955 * \left(\frac{0.1950}{0.6861} \right) + 0.2045 * \left(\frac{0.6861}{0.6861} \right) = 0.43 \quad (21)$$

Este proceso puede ser efectuado para cada una de las combinaciones frecuencia-consecuencia del FLS, con el fin de generar una gráfica 3D del índice de riesgo (superficie de priorización, Figura 25):

Figura 25. Superficie del índice de priorización de riesgo para el sub-modelo ambiental (I_E) vs Consecuencia(C) y Frecuencia (F). Los escenarios COX-S1 a COX-S8 fueron localizados a modo de ejemplo.



Fuente: El autor.

Agregación de sub-modelos

Siguiendo la misma serie de pasos para los sub-modelos Negocios y Personal tendrá como resultado $I_{B,COX-S3} = 0.4$ y $I_{P,COX-S3} = 0.15$ respectivamente.











Finalmente utilizando el peso dado a cada uno de los sub-modelos, el índice global de priorización de riesgo es calculado(ecuación 22) a partir de la ecuación (5):

$$I_{COX-S3} = 0.4 * \frac{1}{3} + 0.43 * \frac{1}{3} + 0.15 * \frac{1}{3} = 0.33 \quad (22)$$

ANEXO 5. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE PRIORIZACIÓN

El software MKOPSC RankSystem es una implementación en Matlab® R2009a del sistema de priorización propuesto. El software consiste en una colección de M-files, que son llamadas desde una interfaz gráfica, creada a partir del ambiente de desarrollo de interfaces gráficas (GUIDE) de Matlab®. Los archivos y carpetas incluidos son los siguientes (Tabla 12):

Tabla 12. Componentes de MKOPSC RankSystem.

Nombre	Tipo	Empleo
FISs	 Carpeta	Contiene los archivos .fis con la información de los FIS para los sub modelos de seguridad.
Images	 Carpeta	Contiene las imágenes utilizadas en el desarrollo de la interfaz grafica.
AHPMatrix	 MATLAB M-File	Función encargada de la creación de la matriz reciproca de comparaciones a partir de los resultados de las comparaciones entre pares ordinales.
AHPVector	 MATLAB M-File	Función encargada de calcular el vector de prioridad y el cociente de consistencia a partir de la matriz reciproca de comparaciones.
AxesSurfacePlot	 MATLAB M-File	Función encargada de generar el grafico en el control axes correspondiente a la pestaña resultados.
FigureSurfacePlot	 MATLAB M-File	Función encargada de generar el grafico correspondiente a la ventana independiente de visualización proveniente de la pestaña resultados.
RankSystem	 MATLAB M-File	Función principal, encargada de llamar las demás funciones, realizar cálculos y determinar el comportamiento de la interfaz grafica.
RankSystem	 MATLAB Figure	Archivo que contiene la disposición de los controles y demás componentes de la interfaz grafica principal.
RiskRankingIndex	 MATLAB M-File	Función encargada del calculo de los índices de priorización.
Caso de estudio	 Excel 2007 Workbook	Hoja de Excel con la información del caso de estudio. La información esta dispuesta en el formato de entrada de MKOPSC RankSystem.

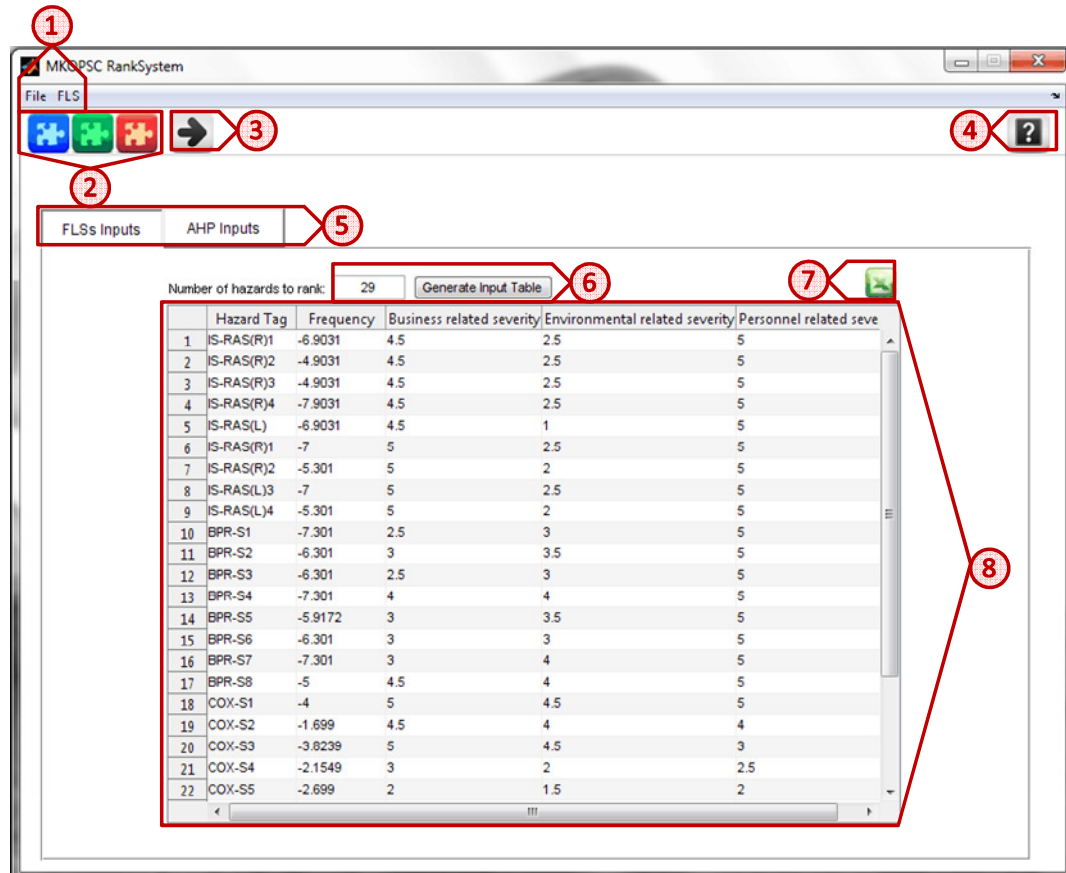
Fuente: El autor.

Para hacer uso del software es necesario abrir el archivo RankSystem.m y ejecutarlo (▶). Al hacer esto la pestaña de ingreso de datos FLSs Inputs será presentada por defecto.

Pestaña de ingreso de datos – FLSs Inputs

Esta pestaña corresponde al ingreso de los datos de frecuencia y consecuencia para cada uno de los sub-modelos implementados, así como un rotulo para la identificación de cada escenario/recomendación. A continuación en la Figura 26, se presenta una captura de esta pestaña, junto con la explicación de sus componentes y los del menú principal. Los datos utilizados en todas las capturas corresponden al caso de estudio.

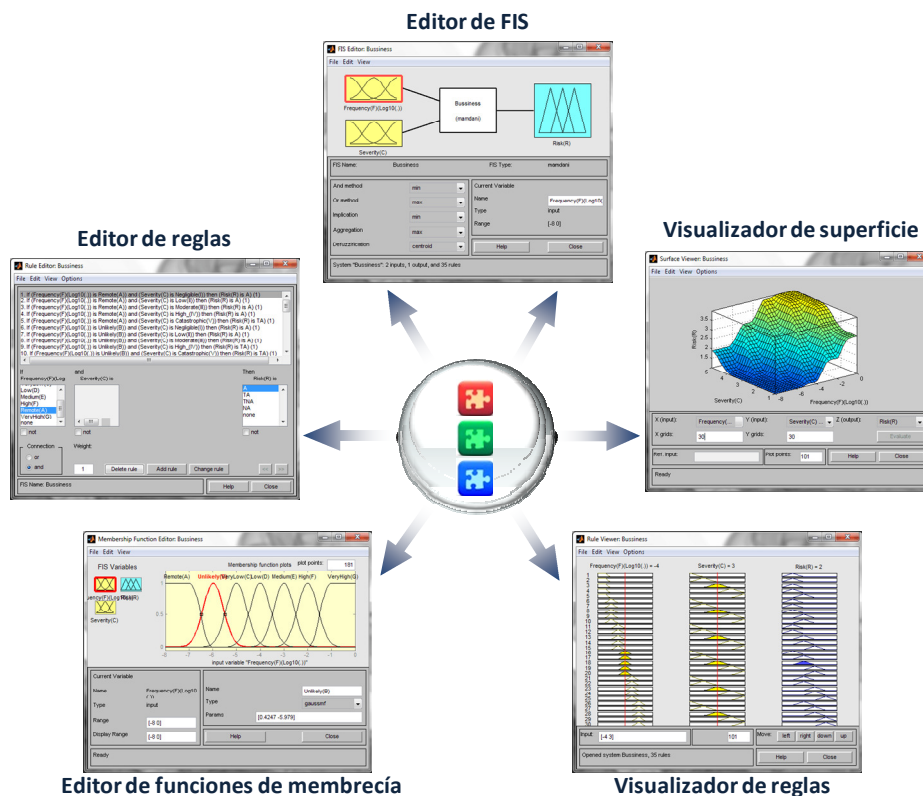
Figura 26. Pestaña inicial de ingreso de datos (FLSs Inputs).



Fuente: El autor.

1. Menú principal, File: Guardar y Cargar sesiones.
2. Acceso a la visualización y edición de los FLS para cada sub-modelo, archivos .fis. Ver Figura 27.
3. Botón ejecutar.
4. Ayuda del software, documento que contiene la teoría sobre el sistema de priorización.
5. Pestañas de ingreso de datos.
6. Controles para la generación de la tabla de ingreso de datos.
7. Botón para importar los datos directamente de una hoja de Excel.
8. Tabla de ingreso de datos.

Figura 27. Interfaz gráfica de visualización y edición de sistemas de lógica difusa. Esta interfaz corresponde a la caja de herramientas de lógica difusa™ integrada en MATLAB®. Sus opciones y funcionamiento son explicados en profundidad en [27].



Fuente: El autor.

Pestaña de ingreso de datos – AHP Inputs

Esta pestaña está destinada al ingreso de las comparaciones por pares ordinales del proceso analítico jerárquico. A continuación, en la Figura 28, se presenta una captura de esta pestaña.

Figura 28. Pestaña secundaria de ingreso de datos (AHP Inputs).

The screenshot shows the 'MKOPSC RankSystem' application window. The 'AHP Inputs' tab is active, displaying a series of comparison scales. Each scale is a horizontal row of 19 buttons, numbered 1 to 9, with a central button labeled '1'. The scales are labeled with terms like 'Acceptable', 'Tolerable-Acceptable', 'Tolerable-Unacceptable', and 'Unacceptable'. A red box highlights the grid of buttons, and a red circle with the number '1' is placed below it. Another red circle with the number '2' is placed to the right of the grid, pointing to a text input field next to one of the scales.

Fuente: El autor.

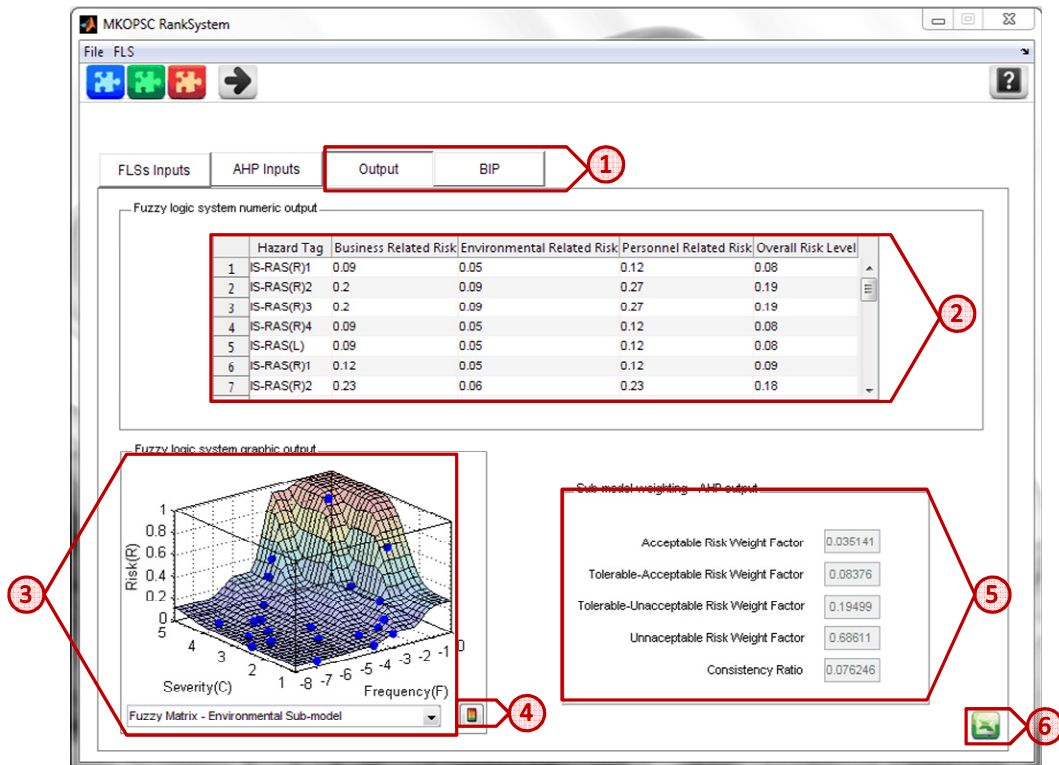
1. Bloque de botones designados para realizar las comparaciones por medio de la escala tradicional de nueve puntos.
2. Cajas de texto designadas para la acomodación de datos cuantitativos, objetivos y/o por fuera del alcance de la escala de nueve puntos.

Una vez todos los datos han sido ingresados, el botón ejecutar deber ser presionado, esto generará dos nuevas pestañas.

Pestaña de salida de datos - Output

Esta pestaña está destinada a la presentación de los resultados del proceso de priorización. A continuación, en la Figura 29, se presenta una captura de esta pestaña.

Figura 29. Pestaña de salida y visualización de datos del proceso de priorización/clasificación (Output).

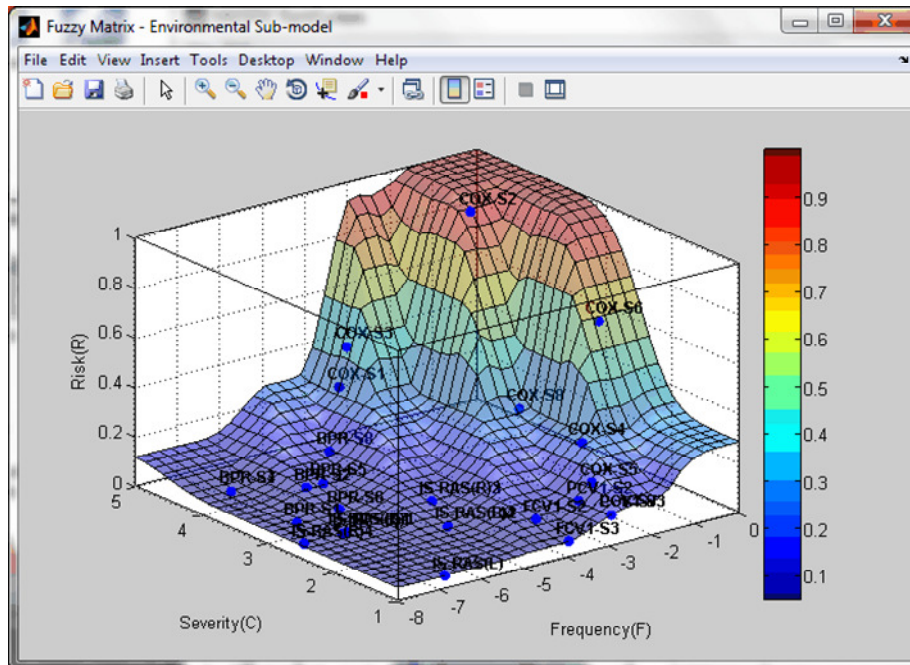


Fuente: El autor.

1. Pestañas de visualización y manipulación de resultados, generadas a partir de la ejecución del programa.
2. Resultados numéricos del sistema de priorización, índices de priorización de riesgo para cada sub-modelo y globales.
3. Panel de visualización de superficies de priorización (Resultados gráficos del sistema de priorización).
4. Botón para la visualización extendida de la superficie de priorización, ver Figura 30.

5. Resultados numéricos del proceso analítico jerárquico.
6. Botón para exportar los resultados a una hoja de Excel.

Figura 30. Figura destinada a la visualización de la superficie de priorización. Sus opciones y funcionamiento son explicados en profundidad en [43].



Fuente: El autor.

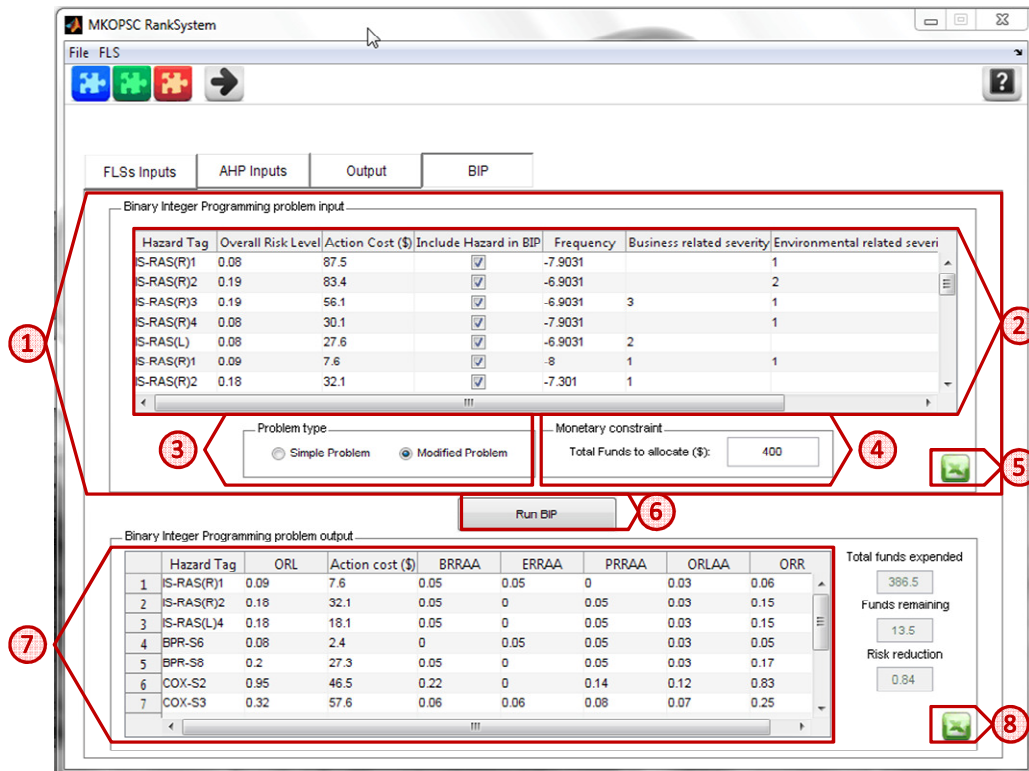
Pestaña de implementación del problema de PEB – BIP

Esta pestaña contiene las herramientas necesarias para plantear el problema de programación entera binaria propuesto, evitando los detalles de programación inherentes al mismo. La Figura 31 presenta una captura de esta pestaña.

1. Panel de ingreso de datos y opciones para el PEB.
2. Tabla de ingreso de datos para el PEB, los datos a ingresar son: Costos de las recomendaciones, frecuencias residuales y consecuencias residuales. En esta tabla es posible escoger por medio de una lista de chequeo si se desea excluir el escenario del problema PEB.

3. Panel de selección para el tipo de problema PEB a ejecutar: Simple ($I_R = 0$) o modificado ($I_R \neq 0$, calculado a partir de los datos de frecuencias y consecuencias residuales).
4. Panel destinado al ingreso de los fondos totales a asignar (restricción monetaria).
5. Botón para importar los datos directamente de una hoja de Excel.
6. Botón para ejecutar el problema PEB una vez los datos y opciones de entrada han sido seleccionados.
7. Panel con los resultados de la solución del problema PEB. Los resultados incluyen: Acciones seleccionadas, fondos totales asignados, fondos restantes, reducción en el índice global de priorización del sistema y, si el problema modificado fue seleccionado, los índices residuales de priorización de riesgo para las acciones seleccionadas.
8. Botón para exportar los resultados a una hoja de Excel.

Figura 31. Pestaña de salida y manipulación de datos para el problema de programación entera binaria propuesto (BIP).



Fuente: El autor.