

**Implementación de la correlación de imágenes digitales en la caracterización mecánica del
concreto autocompactante reforzado con fibras de acero**

Valeria Quiceno Pérez

Trabajo de grado para optar el título de Ingeniera Civil

Director:

Luis Eduardo Zapata Orduz

PhD. en Ingeniería Civil

Codirector:

David Sebastian Cotes Prieto

Ingeniero Civil

Universidad industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Civil

Bucaramanga

2020

Contenido

	Pág.
Introducción	10
1. Objetivos	13
1.1 Objetivo General	13
1.2 Objetivos Específicos.....	13
2. Metodología	14
2.1 Especímenes de estudio	14
2.2 Ensayo de flexión de cuatro puntos	15
2.3 Preparación de especímenes	16
2.4 Montaje experimental y adquisición de las imágenes.....	17
2.5 Principios de correlación de imágenes digitales	18
2.6 Selección de parámetros	22
2.7 Campos de desplazamiento.....	23
2.8 Teoría de vigas de Timoshenko	24
2.9 Módulo de elasticidad.....	26
2.9.1 Curva carga-desplazamiento.....	26
2.9.2 Métodos heurísticos.	27
2.10 Factor de intensidad de esfuerzos crítico	29
3. Resultados y Discusión.....	31

3.1 Optimización de parámetros	31
3.2 Curva carga-desplazamiento.....	32
3.3 Módulo de elasticidad.....	33
3.4 Curvas Carga-CMOD	37
3.5 Factor de intensidad de esfuerzos crítico	39
4. Conclusiones.....	44
Referencias Bibliográficas	46

Lista de Figuras

	Pág.
<i>Figura 1.</i> Dimensiones y configuración de EFCP.	16
<i>Figura 2.</i> Montaje vigas de estudio EFCP. (1) Región de interés (2) Patrón de referencia (3) Escala de referencia.	16
<i>Figura 3.</i> Montaje experimental CID (1) Espécimen de estudio (2) Maquina de ensayos (3) Luz (4) Cámara (5) Trípode.	18
<i>Figura 4.</i> Esquema de un subconjunto de referencia y objetivo.....	19
<i>Figura 5.</i> Esquema del diseño estadístico experimental.....	23
<i>Figura 6.</i> Movimiento de las vigas de estudio.....	24
<i>Figura 7.</i> Tres modos de falla. Adaptado de Ref. (“Stress Intensity Factors of Cracks,” n.d.)....	30
<i>Figura 8.</i> Curvas carga-desplazamiento de los EFCP de las vigas de estudio.	32
<i>Figura 9.</i> Comparación patrón estocástico de la región de estudio y de la región para calibrar los parámetros.....	36
<i>Figura 10.</i> Relación entre porcentaje de fibras y módulo de elasticidad de las vigas de estudio.	37
<i>Figura 11.</i> Curvas Carga-CMOD de los EFCP de las vigas de estudio.	38
<i>Figura 12.</i> Relación entre desplazamiento y CMOD.	39
<i>Figura 13.</i> Relación entre porcentaje de fibras y factor de intensidad de esfuerzos crítico de las vigas de estudio.....	42

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Dosificaciones de los factores estudiados.</i>	14
Tabla 2. <i>Resultados de módulo de elasticidad.</i>	33
Tabla 3. <i>Resultados del factor de intensidad de esfuerzos crítico</i>	40

Resumen

Título: Implementación de la correlación de imágenes digitales en la caracterización mecánica del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero*.

Autor: Valeria Quiceno Pérez.**

Palabras Clave: Concreto auto-compactante; Fibras de acero; Correlación de imágenes digitales; Módulo de elasticidad; Factor de intensidad de esfuerzos crítico.

Descripción

La caracterización de las propiedades mecánicas de materiales cerámicos como el concreto usualmente exige el uso de costosos equipos de instrumentación que permitan medir desplazamientos y deformaciones, razón por la cual recientemente se han explorado técnicas alternativas de medición más económicamente viables como es el caso de la correlación de imágenes digitales (CID). Con el fin de motivar la implementación de CID en la caracterización de materiales, en este proyecto de investigación se emplea esta técnica para evaluar las propiedades mecánicas, módulo de elasticidad y factor de intensidad de esfuerzos crítico, del concreto auto-compactante con adición de fibras de acero terminadas en gancho para proporciones entre el 0.0% y 1.0% (respecto al volumen total de la mezcla) y variación de la relación agua-material cementante entre 0.40 y 0.60. Se empleó un montaje con una cámara Nikon DSRL D5600 para capturar las imágenes de los ensayos de flexión de cuatro puntos en vigas de sección rectangular cuadrada y con una abertura ubicada en el centro de luz. El procesamiento de datos se realizó en el software Ncorr, para el cual se determinaron los parámetros radio y espaciamiento del subconjunto a través de la metodología de superficie de respuesta. Se obtuvieron los desplazamientos experimentales, las curvas carga-desplazamiento del centro de luz y las curvas carga-tamaño de la abertura de cada uno de los especímenes de estudio. El módulo de elasticidad se obtuvo integrando la pendiente de la curva carga-desplazamiento con la teoría de elasticidad de Timoshenko y también relacionando los resultados de desplazamientos experimentales con desplazamientos teóricos obtenidos dicha la teoría elástica. Para determinar el factor de intensidad de esfuerzos críticos, empleando los resultados del tamaño de la abertura y un modelo propuesto de mecánica de la fractura lineal. De los resultados obtenidos es posible concluir que CID es una alternativa válida y eficiente para la caracterización de materiales.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías fisicomecánicas Escuela de Ingeniería Civil Director: Luis Eduardo Zapata Orduz PhD. en Ingeniería Civil Codirector: David Sebastian Cotes Prieto Ingeniero Civil

Abstract

Title: Implementation of the correlation of digital images in the mechanical characterization of self-compacting concrete reinforced with steel fibers*.

Author: Valeria Quiceno Pérez **

Keywords: Self-compacting concrete; Steel fibers; Digital image correlation; Modulus of elasticity; Critical stress intensity factor

Description:

The characterization of the mechanical properties of ceramic materials such as concrete, usually requires the usage of expensive instrumentation equipment to measure displacements and strains, reason why more economically viable alternative techniques as digital image correlation (DIC) have been recently explored. In order to motivate the implementation of DIC in the characterization of materials, this research project uses this technique to evaluate the mechanical properties, elasticity modulus and critical stress intensity factor, of self-compacting concrete with the addition of hook-ended steel fiber for proportion between 0.0% and 1.0% (with respect to the volume of the mixture) and variation of water-binder ratio between 0.43 and 0.57. A DIC setup with a camera Nikon DSRL D5600 was used to capture the images of four-point bending test on beams of rectangular square section and a notch located in the mid span. The data processing was performed in the software Ncorr v1.2, for which the parameters radius and spacing of the subset were determined through the response surface methodology. The experimental displacements, the load-mid span deflection curves and load-crack mouth opening displacements of each of the specimens of study were determined. The elasticity modulus was obtained integrating the slope of load-mid span deflection curve with the Timoshenko's elasticity theory and also, relating the results of experimental displacements with theoretical displacements obtained from the elasticity theory mentioned. To determine the critical stress intensity factor, the results of the crack mouth opening displacement and a proposed model of the linear elastic fracture mechanics were used. From the results obtained it is possible to conclude that DIC is a valid and efficient alternative for the characterization of materials.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías fisicomécanicas Escuela de Ingeniería Civil Director: Luis Eduardo Zapata Orduz PhD. en Ingeniería Civil Codirector: David Sebastian Cotes Prieto Ingeniero Civil

Introducción

El concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero (CACRFA) es un material compuesto, que por su característica auto-compactante, en estado fresco, ofrece las ventajas de fluir naturalmente a través de obstáculos (Pająk & Ponikiewski, 2013) y compactar por acción del peso propio con poca o ninguna vibración (Rao & Ravindra, 2010), así mismo, en estado endurecido, la adición de fibras de acero permite controlar la propagación y/o aparición de grietas (Sahmaran, Yurtseven, & Ozgur Yaman, 2005) ya que transfieren esfuerzos evitando la fractura súbita. Estas características hacen que el CACRFA presente mejoras en sus propiedades mecánicas respecto al concreto convencional (Gencel, Brostow, Datashvili, & Thedford, 2011).

Como para todo material de construcción, es necesario estudiar el comportamiento mecánico del CACRFA, por tanto, es de vital importancia caracterizar propiedades mecánicas tales como: la resistencia, definida como la capacidad de un material para soportar esfuerzos, la ductilidad que hace referencia a la capacidad que tiene un material para alcanzar deformaciones plásticas bajo pequeñas variaciones de esfuerzo, la tenacidad que es la capacidad de un material para absorber y disipar energía por deformación, el módulo de elasticidad, E , el cual es una medida de rigidez de un material y el factor de intensidad de esfuerzos crítico, K_{IC} , el cual es un parámetro necesario para describir el estado de esfuerzos en el extremo de la grieta (Perez, 2003).

Para establecer las propiedades mecánicas mencionadas previamente, es usual realizar ensayos estáticos de tracción indirecta, dentro de los cuales generalmente se emplean los ensayos de flexión de tres y cuatro puntos. Estos se aplican a vigas prismáticas de sección transversal

cuadrada, con una abertura ubicada en el centro de luz para condicionar la aparición de una grieta principal, donde al monitorear la magnitud de carga, las deflexiones y el tamaño de la abertura (CMOD, por sus siglas en inglés, Crack Mouth Opening Displacement), se obtienen las curvas carga-desplazamiento y carga-CMOD que describen el comportamiento del material de estudio (Gopalaratnam, Gettu, Carmona, & Jamet, 1995).

Para obtener las medidas de desplazamiento previamente mencionadas, es necesaria la instrumentación de estos ensayos por medio de dispositivos convencionales como los transformadores diferenciales de variación lineal, galgas de deformación y clips de medición. Sin embargo, estos instrumentos clásicos de medición tienen un alto costo (Shih & Sung, 2013), están restringidos a las dimensiones en los especímenes a instrumentar (Robins, Austin, Chandler, & Jones, 2001) y su uso está limitado a la medición en puntos específicos del objeto de estudio condicionados por la dirección de su alineamiento (Robins et al., 2001).

En respuesta a las limitaciones anteriormente planteadas que presentan los dispositivos de medición convencionales, existe una alternativa de medición óptica basada en el procesamiento de imágenes digitales y computación numérica más asequible en términos del montaje (Mazzoleni, 2013), (Li, Wang, Duan, & Chen, 2017), economía y precisión, respecto a los métodos convencionales (Melenka & Carey, 2015) llamada correlación de imágenes digitales (CID). Mediante esta técnica de medición no destructiva y que no requiere contacto con el espécimen, se pueden aproximar los campos de desplazamiento de un material sometido a una condición de carga determinada en una región específica, normalmente denominada región de interés. Para calcular los campos de desplazamientos se captura una serie de imágenes (Li et al., 2017) en intervalos de tiempo y/o carga establecidos y, posteriormente, se realiza el procesamiento de las imágenes empleando algoritmos de correlación, en los cuales se divide en pequeños subconjuntos la región

de interés y cada uno de estos se compara, según su contraste (Melenka & Carey, 2015), respecto a una posición de referencia (Fayyad & Lees, 2014).

Obtenidos los campos de desplazamiento mediante CID, es posible establecer las medidas de desplazamiento vertical y CMOD de un ensayo de flexión de cuatro puntos (EFCP), y de este modo se puede determinar el comportamiento de un material mediante las curvas carga-desplazamiento y carga-CMOD, respectivamente. A partir de estos datos, se determinan propiedades mecánicas, como es el caso de E y K_{IC} . Para determinar el valor E , se pueden relacionar los campos de desplazamiento de CID con las teorías de elasticidad como lo son la teoría de vigas de Euler-Bernoulli y teorías de vigas de Timoshenko (TVT). Por otra parte, el K_{IC} se puede determinar a partir de las medidas de CMOD y los modelos propuestos en la literatura para el modo I de falla de la mecánica de la fractura lineal elástica (MFLE).

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, este proyecto de investigación caracteriza el comportamiento mecánico determinando las propiedades mecánicas, E y K_{IC} , para mezclas de CACFRA con dosificación de porcentaje de fibras (%F) en un dominio de 0.00% a 1.00% (en volumen) y relación agua – material cementante (a/c) en un dominio de 0.40 a 0.60, empleando las curvas de carga - desplazamiento y carga – CMOD obtenidas a través del procedimiento de CID, la teoría de vigas de Timoshenko y un modelo que describe el estado de esfuerzo para una configuración de EFCP. Cabe resaltar el diseño de experimentos, el diseño de mezclas y el proceso de mezclado de las vigas estudiadas en este proyecto hacen parte del proyecto de maestría en ingeniería civil titulado “*Técnica heurística para determinar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero*” a cargo del estudiante David Sebastián Cotes Prieto.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Caracterizar el comportamiento mecánico del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero integrando los resultados de ensayos mecánicos, con medidas de desplazamiento obtenidas a través del procedimiento de correlación digital de imágenes (DIC).

1.2 Objetivos Específicos

Obtener las secuencias de imágenes de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero durante ensayos en flexión de cuatro puntos, utilizando un montaje fotográfico.

Determinar las curvas carga-deflexión y carga-CMOD, a partir de los datos de carga obtenidos de los ensayos de flexión y los datos de desplazamiento obtenidos mediante el procesamiento de la secuencia de imágenes utilizando el software MATLAB.

Determinar las propiedades mecánicas, módulo de elasticidad longitudinal y factor de intensidad de esfuerzos crítico, del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero

2. Metodología

2.1 Especímenes de estudio

Para los especímenes de ensayo los factores estudiados fueron: el %F en un dominio de 0.00% a 1.00% (en volumen) y la a/c en un dominio de 0.40 a 0.60. Los valores de %F y a/c obtenidos desde un diseño de experimentos de tipo central compuesto basado en un factorial 2^k con puntos al centro, se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1.

Dosificaciones de los factores estudiados.

Mezcla	a/c	%F
M1	0.43	0.85
M2	0.50	1.00
M3	0.50	0.50
M4	0.57	0.85
M5	0.57	0.15
M6	0.40	0.50
M7	0.60	0.50
M8	0.43	0.15
Z1	0.40	0.00
Z2	0.43	0.00
Z3	0.57	0.00
Z4	0.60	0.00
Z5	0.50	0.00

De las mezclas de la Tabla 1, se elaboraron vigas de longitud total, l , 500 [mm] y sección de transversal de 150 x 150 [mm], donde B y H son la base y la altura de la sección transversal del espécimen, respectivamente. A cada una de las vigas, se le realizó una abertura en el centro de luz con una profundidad promedio, a_0 , de 22 [mm] y un ancho promedio de 4 [mm]. En esta investigación se seleccionaron 2 vigas para cada punto del diseño de experimentos, para un total de 26 vigas de las 68 elaboradas por el proyecto de maestría antes mencionado.

2.2 Ensayo de flexión de cuatro puntos

Los ensayos de las vigas se llevaron a cabo en una máquina MTS (Material Testing System, por sus siglas en inglés) modelo 318.5 con capacidad de 500 [kN], bajo carga monotónica. Durante el ensayo la carga se aplicó a una distancia $L/3$ a partir de cada uno de los apoyos y siguiendo los estándares de la norma ASTM C1609 (American Society of Testing Materials, 2005) y las recomendaciones del RILEM TC162-TDF (Structures, 2002). Las dimensiones y configuración de EFCP descritas, se muestran en el esquema de la Figura 1, donde P es la carga aplicada y L es la longitud entre apoyos de 450 [mm]. Las velocidades del ensayo varían de acuerdo al desplazamiento vertical del centro de luz de la siguiente manera: para desplazamiento vertical entre 0 [mm] y 1 [mm], una velocidad de 0.2 [mm/min], desplazamiento vertical entre 1 [mm] y 5 [mm] una velocidad de 0.25 [mm/min] y desplazamiento vertical entre 5 [mm] y 10 [mm] una velocidad de 0.7 [mm/min]. Las medidas de desplazamiento en dirección y a lo largo de la luz de viga y CMOD obtenidas de este ensayo fueron empleadas para elaborar las curvas carga - desplazamiento y carga – CMOD y calcular las propiedades mecánicas E y K_{IC} correspondientes para el CACRFA.

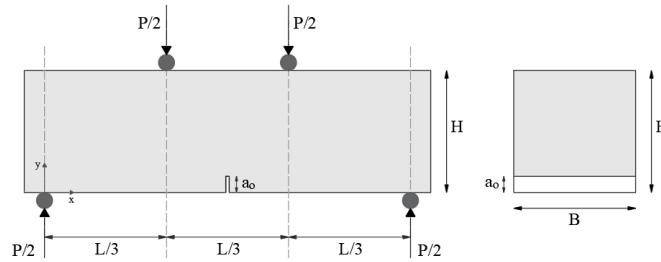


Figura 1. Dimensiones y configuración de EFCEP.

2.3 Preparación de especímenes

Los especímenes fueron preparados previamente aplicando sobre la superficie de estudio pintura gris, para que la región de interés definida en la Figura 2 fuera uniforme. Posterior a su secado, se procedió a crear el patrón estocástico necesario para garantizar que cada una de las partes de esta área contara con una distribución de grises única (Sutton, Orteu, & Schreier, 2009), para esto se aplicaron puntos aleatorios con pintura de color blanco y negro con un cepillo, obteniendo como resultado el patrón sobre la superficie de estudio de la Figura 2.

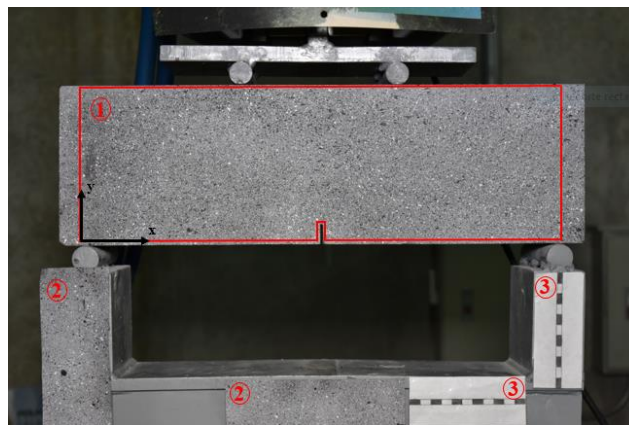


Figura 2. Montaje vigas de estudio EFCEP. (1) Región de interés (2) Patrón de referencia (3) Escala de referencia.

2.4 Montaje experimental y adquisición de las imágenes

El montaje experimental se muestra en la Figura 3. Se usó una cámara réflex digital NIKON D5600 con un lente de distancia focal de 18-55 [mm]. Como fuente de iluminación, se empleó una luz LED Yn-300 III Youngnuo para mantener un contraste uniforme entre los puntos blancos y negros a lo largo del ensayo sobre la región de interés (Jones et al., 2018). La cámara y la luz se colocaron sobre un trípode para darle estabilidad al montaje, estos se ubicaron a una distancia de 1.40 [m] desde la cara de estudio del espécimen hasta el lente de la cámara, a la altura del espécimen y paralelo al lente. Se ubicaron escalas de referencia (Figura 2) para transformar píxeles a unidades de longitud y patrones de referencia para calibrar los de parámetros de CID, descritos posteriormente. Para la adquisición de las imágenes, la cámara fue establecida en modo video con resolución espacial de 1920 x 1080 píxeles. Sin embargo, la resolución efectiva sobre la región de interés fue 1235 x 421 píxeles aproximadamente, con un factor de conversión de 0.3 mm/píxel aproximadamente. La resolución a la cual fueron capturadas las imágenes estuvo limitada por la distancia de 1.40 [m] entre la línea de seguridad del laboratorio para llevar a cabo los ensayos y la superficie de interés ya que la cantidad de píxeles contenidos en las imágenes fue la máxima posible a dicha distancia. De los videos capturados se extrajeron imágenes cada 5 segundos, valor acorde con los datos registrados por la máquina de ensayo.



Figura 3. Montaje experimental CID (1) Espécimen de estudio (2) Máquina de ensayos (3) Luz (4) Cámara (5) Trípode.

2.5 Principios de correlación de imágenes digitales

El principio básico de CID consiste en rastrear grupos de píxeles entre dos imágenes, una capturada antes y otra después de someter el objeto de estudio a un movimiento (Pan, Qian, Xie, & Asundi, 2009). Para esto se divide la región de interés en subconjuntos, los cuales están conformados por un conjunto de píxeles que contienen la información de la variación de la intensidad del patrón (Pan, Xie, & Wang, 2010) lo que hace que cada uno de estos conjuntos de píxeles sean únicos en toda la región de interés. Cada subconjunto se encuentra espaciado por una distancia medida a partir del centro. De acuerdo al esquema de la Figura 4, el centro del subconjunto de la imagen de referencia está descrito por la coordenada inicial (x_0, y_0) y los demás puntos por las coordenadas (x_i, y_j) . Al someter la superficie a un cambio que induzca un desplazamiento, éstas coordenadas

estarán descritas por las nuevas posiciones (x_o', y_o') , (x_i', y_i') y su respectivo vector de desplazamiento.

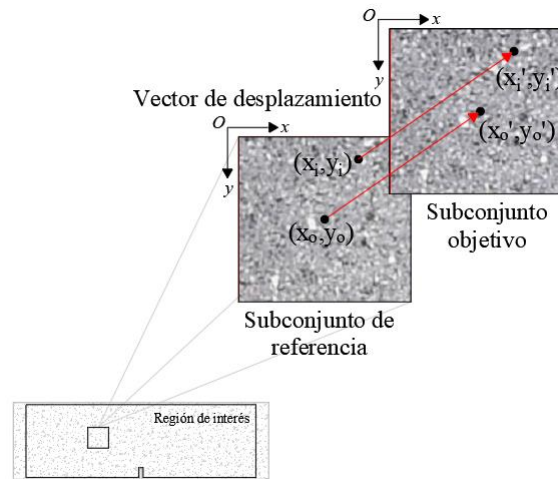


Figura 4. Esquema de un subconjunto de referencia y objetivo.

Para determinar las posiciones del centro de cada uno de los subconjuntos a lo largo las etapas de estudio existen criterios para evaluar la similitud o diferencia entre el subconjunto de referencia y el subconjunto objetivo (Pan et al., 2010) llamados criterios de correlación. Los criterios de correlación realizan un seguimiento del movimiento del subconjunto buscando posibles coincidencias a lo largo de la región de interés asignándole a cada una de estas posibilidades un coeficiente de correlación (Hung & Voloshin, 2003). La posición del subconjunto se encuentra cuando ésta función halla el máximo o mínimo posible, según sea el caso del algoritmo de correlación que se esté empleando. En la presente investigación se empleó el software Ncorr v1.2 (Justin Blader & Antoniou, n.d.), un software libre de CID de dos dimensiones para aplicaciones en mecánica de sólidos, el cual fue desarrollado en el Instituto Tecnológico de Georgia e implementa un código de uso libre y una interfaz gráfica de usuario en *MATLAB* (J Blader, n.d.). En el caso de este software el subconjunto es circular, sin embargo, la forma del subconjunto puede

ser arbitraria siempre y cuando este contenga un punto central (J Blader, n.d.), por tanto, es común encontrar otros algoritmos de DIC que empleen un subconjunto cuadrado (Schreck, 2019).

Partiendo de que cada subconjunto está descrito por un grupo de puntos de coordenadas, el software *Ncorr*, inicialmente realiza la transformación de los puntos de los subconjuntos de la configuración de referencia a la configuración objetivo mediante una transformación lineal de primer orden según lo indican la Ecuación 1 (J. Blaber, Adair, & Antoniou, 2015) y Ecuación 2 (J. Blaber et al., 2015) y generaliza el vector deformación p del subconjunto según la Ecuación 3 (J. Blaber et al., 2015).

$$\tilde{x}_{cur_i} = x_{ref_i} + u_{rc} + \frac{\partial u}{\partial x_{rc}}(x_{ref_i} - x_{ref_c}) + \frac{\partial u}{\partial y_{rc}}(y_{ref_i} - y_{ref_c}) \quad (i, j) \in S \quad (1)$$

$$\tilde{y}_{cur_j} = y_{ref_j} + v_{rc} + \frac{\partial v}{\partial x_{rc}}(x_{ref_j} - x_{ref_c}) + \frac{\partial v}{\partial y_{rc}}(y_{ref_j} - y_{ref_c}) \quad (i, j) \in S \quad (2)$$

$$p = \left\{ u \quad v \quad \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial v}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \right\}^T \quad (3)$$

Dónde x_{ref_i} y y_{ref_j} son las coordenadas x y y de un punto del subconjunto de referencia inicial, x_{ref_c} y y_{ref_c} son las coordenadas x y y del centro del subconjunto de referencia inicial, \tilde{x}_{cur_i} y \tilde{y}_{cur_j} son las coordenadas x y y son las coordenadas de un punto del subconjunto objetivo, los subíndices (i, j) indican la ubicación relativa de los puntos de los subconjuntos respecto al centro del subconjunto y establece la correspondencia entre los puntos de subconjunto de referencia y objetivo, S es el subconjunto que contiene todos los puntos del subconjunto, el subíndice “ rc ” indica que la transformación es del sistema de coordenadas de referencia al objetivo y u , v y sus derivadas son constantes en el subconjunto. Para propósitos computacionales, se permite que el subconjunto de referencia se deforme dentro de la configuración de referencia como lo muestran la Ecuación 4 (J. Blaber et al., 2015) y la Ecuación 5 (J. Blaber et al., 2015).

$$\tilde{x}_{ref_i} = x_{ref_i} + u_{rr} + \frac{\partial u}{\partial x_{rr}}(x_{ref_i} - x_{ref_c}) + \frac{\partial u}{\partial y_{rr}}(y_{ref_i} - y_{ref_c}) \quad (i, j) \in S \quad (4)$$

$$\tilde{y}_{ref_j} = y_{ref_j} + v_{rr} + \frac{\partial v}{\partial x_{rr}} (x_{ref_j} - x_{ref_c}) + \frac{\partial v}{\partial y_{rr}} (y_{ref_j} - y_{ref_c}) \quad (i, j) \in S \quad (5)$$

Dónde el \tilde{x}_{ref_i} y \tilde{y}_{ref_j} son las coordenadas x y y de un punto del subconjunto de referencia final y el subíndice “ rr ” indica que la transformación es entre dos sistemas de coordenadas diferentes en la imagen de referencia.

Para establecer la similitud entre el subconjunto de referencia final y el subconjunto objetivo final, N_{corr} emplea el inicialmente criterio de Correlación Cruzada Normalizada (CCN) (Ecuación 6) (J. Blaber et al., 2015) para encontrar una suposición inicial de la nueva posición de los subconjuntos. Dónde f_m y g_m son las funciones de intensidad de la escala de grises de la imagen de referencia y la imagen objetivo, respectivamente en una ubicación específica, f_m y g_m (Ecuación 7-8) es la media de los valores de la escala de grises del subconjunto de referencia y objetivo del subconjunto, respectivamente y $n(S)$ es el número de elementos en S . Este criterio indica mejor similitud entre los subconjuntos cuando este valor es cercano a 1 (Pan et al., 2010).

$$C_{cc} = \frac{\sum_{(i,j) \in S} (f(\tilde{x}_{ref_i}, \tilde{y}_{ref_j}) - f_m)(g(\tilde{x}_{cur_i}, \tilde{y}_{cur_j}) - g_m)}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [f(\tilde{x}_{ref_i}, \tilde{y}_{ref_j}) - f_m]^2 \sum_{(i,j) \in S} [g(\tilde{x}_{cur_i}, \tilde{y}_{cur_j}) - g_m]^2}} \quad (6)$$

$$f_m = \frac{\sum_{(i,j) \in S} f(\tilde{x}_{ref_i}, \tilde{y}_{ref_j})}{n(S)} \quad (7)$$

$$g_m = \frac{\sum_{(i,j) \in S} g(\tilde{x}_{cur_i}, \tilde{y}_{cur_j})}{n(S)} \quad (8)$$

Posterior al cálculo de la suposición inicial mediante el criterio de CCN, N_{corr} realiza una optimización no lineal usando método de Gauss-Newton de composición inversa para encontrar el mínimo del resultado del criterio de Correlación de Mínimos Cuadrado Normalizados (Ecuación 9) (J Blader, n.d.), con el fin de refinar los resultados y obtener una resolución a nivel de sub-píxel. Este criterio indica mejor similitud entre los subconjuntos cuando este valor es cercano a 0 (Pan et al., 2010).

$$C_{LS} = \sum_{(i,j) \in S} \left[\frac{f(\tilde{x}_{ref_i}, \tilde{y}_{ref_j}) - f_m}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [f(\tilde{x}_{ref_i}, \tilde{y}_{ref_j}) - f_m]^2}} - \frac{g(\tilde{x}_{cur_i}, \tilde{y}_{cur_j}) - g_m}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [g(\tilde{x}_{cur_i}, \tilde{y}_{cur_j}) - g_m]^2}} \right]^2 \quad (9)$$

2.6 Selección de parámetros

En el software *Ncorr*, los subconjuntos y el espaciamiento entre ellos están definidos como subconjuntos contiguos circulares, por tanto, el tamaño del subconjunto está dado por un radio. Para la elección del radio del subconjunto y espaciamiento entre subconjuntos, se calibraron estos dos parámetros con base en una minimización del error medio cuadrado entre los valores de los desplazamientos en y del actuador y los desplazamientos en y de la región de interés identificada como 2 en la Figura 2, a través del método de superficie de respuesta (Carley, Kamneva, & Reminga, 2004).

Con el fin de definir los dominios de las variables radio, r , y espaciamiento, s , se realizó una revisión en la literatura sobre los valores utilizados de tamaño de subconjunto para diferentes casos de estudio en los que se ha implementado CID (Berube, Lopez-Anido, & Goupee, 2015; Hagara, Huñady, & Kalina, 2015; Hijazi, Yardi, & Madhavan, 2004; Pan, Xie, Wang, Qian, & Wang, 2008; Stoilov, Kavardzhikov, & Pashkouleva, 2016). Para el caso del dominio del radio de subconjunto, se encontró que este puede variar de 10 píxeles a 71 píxeles y para el caso del dominio del espaciamiento, se encontró que este puede variar de 1 píxel a 20 píxeles. Definidos los dominios, se realizó un diseño de experimentos de tipo central compuesto basado en un factorial 2^k usando el software *Minitab v.18*[®] (College, 2018) de donde se obtuvo la distribución de tratamientos presentada en la Figura 5. Para cada uno de los pares de parámetros se procedió a determinar los desplazamientos en la dirección y de la región de interés identificada como 2 en la Figura 2, para

10 vigas de estudio. Obtenidos los desplazamientos en la dirección y de la región de interés, se procedió a analizar la incidencia de los parámetros radio y espaciamento del subconjunto sobre el error medio cuadrado mediante la metodología de superficie de respuesta.

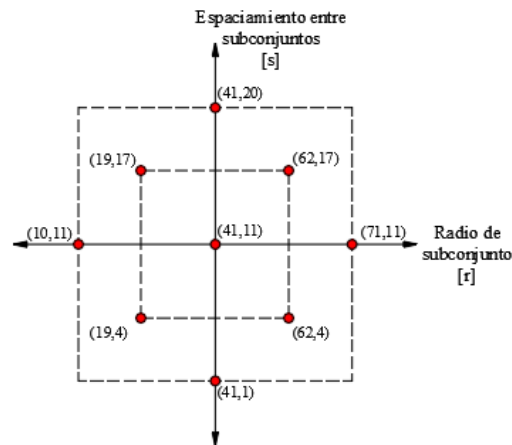
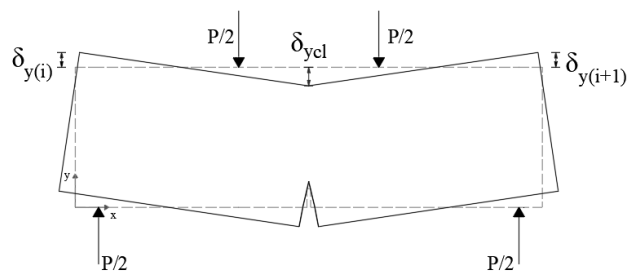


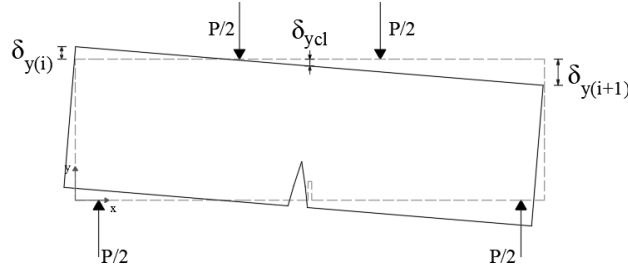
Figura 5. Esquema del diseño estadístico experimental.

2.7 Campos de desplazamiento

Del software Ncorr, se obtienen los campos de desplazamientos en dirección horizontal, x , y en dirección vertical, y , donde x es y y son los ejes coordenados del sistema de referencia según lo indica la Figura 6.



(a) Modelo de cuerpo rígido para un EFCP.



(b) Movimiento de cuerpo rígido de las vigas de estudio.

Figura 6. Movimiento de las vigas de estudio.

De acuerdo a los valores obtenidos para los desplazamientos en la dirección y , es posible describir el movimiento de las vigas según el diagrama de cuerpo rígido de la Figura 6(b), donde a cada uno de los datos se les realizó una corrección para ajustarlos al modelo de cuerpo rígido para un EFCP de la Figura 6(a) mediante la expresión de la Ecuación 10.

$$\delta_{y(\text{corregido})} = [\text{Min}(\delta_y) - \delta_{y(i)}] + \frac{(\delta_{y(i)} - \delta_{y(i+1)})}{l} * x_i \quad (10)$$

dónde $\delta_{y(i)}$ es el desplazamiento vertical de la viga en $l=0$, $\delta_{y(i+1)}$ es el desplazamiento vertical de la viga en $l=l$, δ_{ycl} es el desplazamiento vertical del centro de luz, i corresponde a la posición del desplazamiento vertical en cada uno de los puntos del campo de desplazamiento y x_i es la distancia desde el origen hasta $\delta_{y(i)}$.

2.8 Teoría de vigas de Timoshenko

La TVT formula los campos de desplazamientos para vigas de sección transversal rectangular y material lineal elástico, isotrópico y homogéneo teniendo en cuenta el aporte por momento flector y la contribución del valor de esfuerzo cortante. La contribución del valor de esfuerzo cortante en vigas con relación espesor-longitud de luz mayor a 0.1 es significativa en el cálculo de las

deflexiones (Chinwuba Ike, 2019). A partir de la formulación de TVT y la deducción planteada en (Chinwuba Ike, 2019), se deducen las Ecuaciones 11 a 13 para obtener los desplazamientos teóricos en la dirección y para las condiciones de carga del EFCP de la Figura 1.

Para $0 \leq x \leq L_1$

$$\delta_y = \frac{Px^3}{6EI} + C_1 * x - \frac{Px}{k_oAG} \quad (11)$$

Para $L_1 \leq x \leq L_2 + L_1$

$$\delta_y = \frac{PL_1(x-L_1)^2}{2EI} + C_3(x - L_1) + C_4 - \frac{PL_1}{k_oAG} \quad (12)$$

Para $L_2 + L_1 \leq x \leq L$

$$\delta_y = \frac{P(x-(L_2+L_1))^3}{6EI} + \frac{PL_3(x-(L_2+L_1))^2}{6EI} + C_5 * (x - (L_2 + L_1)) + C_6 + \frac{P(x-(L_2+L_1))}{6k_oAG} - \frac{PL_2}{k_oAG} \quad (13)$$

Donde L_1, L_2 y L_3 son las longitudes de cada tramo de la viga, $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ son las constantes de integración [Ecuaciones (14) - (19)], I es el momento de inercia, A es el área de la sección transversal, G es el módulo de elasticidad transversal, k_o es el factor de corrección por cortante para una sección transversal rectangular [Ecuación (20)] y μ es el coeficiente de Poisson igual a 0.2, según la recomendación del Model Code for Concrete Structures 2010 (Concrete, 2013).

$$C_1 = -\frac{P}{EIL} * (a); \quad (14)$$

$$a = \left(\frac{L_3}{3} + \frac{L_1L_2^2}{2} + L_1L_2L_3 + \frac{L_1^2L_2}{2} + \frac{L_1^2L_3}{2} + \frac{L_1^3}{6} \right)$$

$$C_2 = 0 \quad (15)$$

$$C_3 = -\frac{PL_1^2}{2EI} * C_1 \quad (16)$$

$$C_4 = -\frac{PL_1^3}{6EI} * C_1L_3 \quad (17)$$

$$C_5 = -\frac{PL_1L_2}{EI} * C_3 \quad (18)$$

$$C_6 = -\frac{PL_1L_2^2}{2EI} * C_3L_2 + C_4 \quad (19)$$

$$k_0 = \frac{10(1+\mu)}{12+11\mu} \quad (20)$$

Con el fin de considerar el efecto de la discontinuidad ubicada en el centro de luz de la viga en el cálculo de los desplazamientos verticales, se realizó un en el software de elementos finitos SAP2000 (CSI, n.d.) para determinar un factor de corrección relacionando los desplazamientos en y de la TVT y los desplazamientos en y obtenidos del modelo de elementos finitos. Cabe mencionar, que se tuvo en cuenta únicamente los valores de las fibras que se encontraban fuera de la concentración de esfuerzos ocurridas en la zona de los apoyos.

El factor de corrección se llevó acabo siguiendo la Ecuación 21. Donde $\delta_y(\text{MEF})$ es el desplazamiento unitario en dirección y del modelo de elementos finitos y $\delta_y(\text{TVT})$ es el desplazamiento unitario en dirección y de la TVT. El valor del factor de corrección empleado para los desplazamientos teóricos en y fue 1.058 [Ecuación (22)], considerando que cada uno de los tramos se encuentran espaciados igualmente como lo muestra la Figura 1.

$$\text{Factor de corrección (FC)} = \frac{\delta_y(\text{MEF})}{\delta_y(\text{TVT})} \quad (21)$$

$$\delta_y = \delta_y * (FC) \quad (22)$$

2.9 Módulo de elasticidad

2.9.1 Curva carga-desplazamiento. En la curva carga-desplazamiento de cada viga los desplazamientos corresponden a la media de los valores de desplazamiento vertical localizados en el centro de luz de la viga y los valores de carga corresponden a los datos registrados por la máquina

de ensayo. A partir de la pendiente obtenida de la regresión lineal de la Ecuación 10 y los datos del rango elástico de las curvas carga – desplazamiento, se calculó el módulo de elasticidad, E_p , a partir de la pendiente según la Ecuación 23. Donde K es la pendiente de la regresión lineal y B es una constante.

$$E_p = \frac{K B}{2I} \quad (23)$$

$$B = \frac{L_1 L_2^2}{8} + \frac{L_1^2 L_2}{4} - \frac{a L_2}{2L} + \frac{L_1^3}{6} - \frac{a L_1}{L} - \frac{2L_1 I (1+\mu)}{k_0 A}$$

De forma similar, se calculó un módulo de elasticidad para cada uno de los valores de δ_{ycl} asociados un valor de P en el rango elástico del material para calcular un módulo de elasticidad promedio, E_m , según lo indica la Ecuación 24. Donde N es el número de datos.

$$E_m = \frac{\sum \frac{P(i)}{\delta_{ycl}(i)} \times \frac{B(FC)}{2I}}{N} \quad (24)$$

2.9.2 Métodos heurísticos. Para realizar una aproximación de E utilizando los datos del campo de desplazamiento en y y no únicamente el desplazamiento vertical localizado en el centro de luz, se obtuvo E mediante un método de optimización, E_o , que permitió minimizar una función que relacionara los desplazamientos teóricos, en este caso los obtenidos de la TVT y los desplazamientos experimentales de CID. Para esto se planteó como una alternativa a los métodos de optimización tradicionales, emplear los métodos de optimización heurístico algoritmo genético (GA, por sus siglas en inglés, Genetic Algorithm) y enjambre de partículas (PSO, por sus siglas en inglés, Particle Swarm Optimization).

Los GAs son métodos basados en los procesos genéticos de organismos biológicos. Los GAs usan una analogía directa con el comportamiento natural. Estos trabajan con una población de individuos, los cuales representan una posible solución al problema dado. A cada individuo se le

asigna una “puntuación” de acuerdo a que tan bien se ajusta la solución al problema. Los individuos con mejor ajuste tienen la opción de reproducirse, creando generaciones con nuevos individuos que contienen en mayor proporción las características de los mejores miembros de la generación anterior (Beasley, Bull, & Martin, 1993). Por otro lado, los métodos de optimización por PSO están inspirados en el comportamiento social y cooperativo mostrado por varias especies para satisfacer sus necesidades en el espacio de búsqueda (Nabab, 2016). En este algoritmo a la población se le denomina enjambre y a cada uno de los miembros de esta población se le llama partícula. Inicia con una población aleatoria moviéndose en direcciones aleatorias, cada una de estas partículas va a través de espacio de búsqueda y recuerda su mejor posición (Talukder, 2011).

Para aproximar E mediante los dos métodos heurísticos descritos previamente, se minimizó una función error entre el campo de desplazamientos en y experimental de CID ($\delta_{y(\text{exp})}$) y los desplazamientos en y teóricos ($\delta_{y(\text{teo})}$) de la TVT de la Ecuación 18 a Ecuación 20. La función objetivo a minimizar está dada en la Ecuación 25. Para esto se utilizó la caja de herramientas de optimización (Optimization Toolbox™) del software MATLAB (The MathWorks Inc, 2018), el cual, provee métodos que buscan soluciones globales para problemas que contienen múltiples máximos o mínimos (The MathWorks Inc, 2016). Las funciones empleadas para ejecutar los métodos heurísticos mencionados fueron *particleswarm* para PSO y *ga* para GA.

$$\text{Función objetivo} = \text{error (er)} = \frac{(\delta_{y(\text{exp})} - \delta_{y(\text{teo})})^2}{2} \quad (25)$$

En ambos métodos heurísticos el tiempo máximo establecido para ejecutar la optimización fue de 15 minutos, el límite inferior en el cambio en el valor de la función objetivo durante un paso (*FunctionTolerance*) fue 1×10^{13} , este valor de tolerancia es un criterio que se establece para detener el solucionador cuando el cambio relativo en el valor de la función objetivo sea menor al valor de la tolerancia de la función definida (The MathWorks Inc, 2016).¹³

El máximo número de iteraciones en GA y el máximo número de generaciones en PSO fue 1000. Para el caso del tamaño de la población de GA y tamaño del enjambre de PSO se variaron estos valores [10, 30, 50, 70, 90, 100] con el fin de realizar una prueba de sensibilidad, por tanto, para cada una de las vigas de estudio se calcularon 12 módulos de elasticidad, 6 con GA y 6 con PSO. De estos procedimientos se registró el error de la función objetivo, la desviación estándar entre las posibles soluciones, el tiempo y el número de iteraciones de la optimización. El tiempo que tardaron las optimizaciones por PSO variaron entre 2.68 [s] y 19.74 [s] y por GA variaron entre 2.42 [s] y 12.84 [s]. Cabe resaltar que todas las optimizaciones terminaron porque el cambio relativo en el valor de la función objetivo es menor al valor de la tolerancia de la función definida.

2.10 Factor de intensidad de esfuerzos crítico

El factor de intensidad de esfuerzos crítico es un parámetro que describe el estado de esfuerzos en el extremo de una grieta y este concepto fue originalmente desarrollado por George Rankin Irwin (Newman & James, 2000). Este parámetro está dado de acuerdo al modo de falla que presente. Existe tres modos de falla, el primer modo de falla (Figura 8(a)) corresponde a la separación normal de las paredes de la grieta bajo la acción de esfuerzos de cortante (Lawn, 1993), el segundo modo de falla (Figura 8(b)) se debe al efecto de esfuerzos cortante aplicados paralelos a la grieta y el tercer modo de falla es causado por esfuerzos cortante aplicados fuera del plano transversalmente a la grieta (Figura 8(c)) (Asmaro, 2013). De acuerdo a lo mencionado es posible establecer que el EFCP realizado en esta investigación presenta el primer modo de falla.

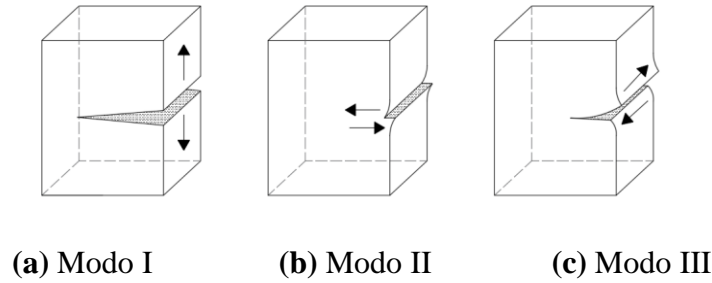


Figura 7. Tres modos de falla. Adaptado de Ref. (“Stress Intensity Factors of Cracks,” n.d.).

Para determinar el factor de intensidad de esfuerzos crítico para el primer modo de falla, K_{IC} , se aplicó el enfoque dado por (Yin, Qiao, & Hu, 2019) llamado enfoque de flexión pura, en el cual para el cálculo de K_{IC} se superponen las contribuciones por la carga externa aplicada y por el peso propio de la viga. Para este caso de estudio se consideró solamente el aporte debido a la carga externa P , ya que el aporte por el peso propio de la viga es despreciable en comparación al aportado por la carga P .

Para calcular, K_{IC} , inicialmente se establece el valor de la longitud crítica de la grieta, a_c , el método numérico Newton-Raphson, según la Ecuación 26 (Yin et al., 2019). Dónde σ_{NP} es el esfuerzo nominal de la viga sometida a una carga externa P dado en la Ecuación 27 (Yin et al., 2019) y $V_F(\alpha)$ es el factor de geometría empírico (Tada, Paris, & Irwin, 2000), $P_{m\acute{a}x}$ es la carga máxima, $CMOD_C$ es el valor de $CMOD$ cuando $P = P_{m\acute{a}x}$, E es el módulo de elasticidad y α es la longitud relativa de la grieta dado según la Ecuación 29 (Yin et al., 2019).

$$CMOD_C = \frac{4 * \sigma_{np} * a_c}{E} * V_F(\alpha) \quad (26)$$

$$\sigma_{np} = \frac{3 * P_{m\acute{a}x} * D}{B * H^2} \quad (27)$$

$$V_F(\alpha) = 0.8 - 1.7\alpha + 2.4\alpha^2 + \frac{0.66}{(1-\alpha)^2} \quad (28)$$

$$\alpha = \frac{a_c}{H} \quad (29)$$

El valor de $P_{\text{máx}}$ y CMOD_c se determinan de las curvas carga-CMOD, en cual, los valores de CMOD corresponden a los valores de desplazamiento en la dirección x en el extremo de la abertura y los valores de carga corresponden a los datos registrados por la máquina de ensayo. Obtenido el valor de a_c y el factor de geometría empírico de la Ecuación 23 (Tada et al., 2000) se determinó K_{IC} de la Ecuación 22 (Yin et al., 2019).

$$K_{\text{IC}}^I = \sqrt{\pi * a_c} * \sigma_{\text{np}} * F_f \quad (22)$$

$$F_f(\alpha) = 1.122 - 1.40 \alpha + 7.33\alpha^2 - 13.08\alpha^3 + 14.0\alpha^4 \quad (23)$$

3. Resultados y Discusión

3.1 Optimización de parámetros

Al minimizar las funciones de las superficies de respuesta, se obtuvo que el conjunto de parámetros con el cuál se minimizó el error medio cuadrado fueron 71 pixeles para el tamaño del subconjunto y 20 pixeles para el espaciamiento entre subconjuntos. A partir del análisis se encontró que a mayor espaciamiento menor es el costo computacional, por tanto el parámetro espaciamiento sólo afecta la carga computacional, afirmación acorde a (Justin Blaber & Antoniou, 2017).

3.2 Curva carga-desplazamiento

Los resultados de las curvas carga - desplazamiento para cada una de los especímenes ensayados se muestran en la Figura 8, donde el desplazamiento vertical está medido en el centro de luz de la viga.

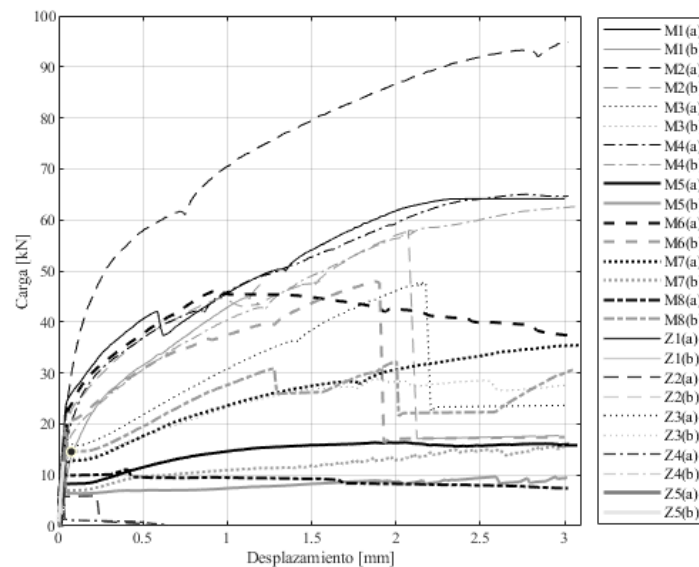


Figura 8. Curvas carga-desplazamiento de los EFCP de las vigas de estudio.

En Figura 8 las curvas carga-desplazamiento de las vigas de CACRFC evidencian que la capacidad de carga disminuye justo después del primer agrietamiento, sin embargo, comienza a estabilizarse debido al mecanismo de transferencia de esfuerzos entre las fibras de acero y la matriz de concreto, caso contrario al del concreto auto-compactante sin fibras de acero (Z1-Z5) en los cuales al llegar a la carga de agrietamiento se presenta una falla súbita del espécimen.

Para una relación $a/c = 0.50$ y un $\%F = 1.0$ se obtuvo que la capacidad de carga máxima fue 94.78 [kN] para un desplazamiento vertical del centro de luz de 3 [mm] , contrario a la viga de

control sin adición de fibras, Z5(b), donde la carga máxima fue de 12.64 [kN] para un desplazamiento de 0.028 [mm], es decir, únicamente se obtuvo un 13.34% de la carga máxima y un 0.93% del desplazamiento de los resultados obtenidos de las vigas con adición de fibras. Esto se debe a que una vez iniciada la fisuración en el concreto, las fibras transfieren esfuerzo aumentando la capacidad de carga del material.

3.3 Módulo de elasticidad

Los resultados de módulo de elasticidad se muestran en la Tabla 2, donde E_p es E calculado usando la pendiente de la curva carga-desplazamiento y la TVT, E_m es E calculado como la media de los valores de E calculados para cada carga y desplazamiento y E_o es el E calculado mediante los métodos de optimización. Por los métodos de optimización GA y PSO se obtuvieron los mismos resultados de E por tanto se muestra un único valor, E_o . Los índices (a) y (b) indican cada una de las vigas de estudio para los puntos experimentales de la Tabla 1.

Tabla 2.

Resultados de módulo de elasticidad.

(a/c - %F)	Mezcla	E_p [GPa]	E_m [GPa]	E_o [GPa]
(0.43 - 0.85)	M1(a)	30.2803 (0.758) ^a	30.3036 (3.682) ^b	31.2252 (0.116) ^c
	M1(b)	12.0795 (0.969) ^a	10.1310 (0.091) ^b	9.3230 (0.020) ^c
(0.50 - 1.00)	M2(a)	21.8323 (0.990) ^a	22.5979 (7.528) ^b	25.5831 (0.190) ^c
	M2(b)	17.8746 (0.995) ^a	13.2464 (1.351) ^b	13.0179 (0.112) ³
(0.50 - 0.50)	M3(a)	21.6025 (0.988) ^a	15.8515 (0.391) ^b	13.5862 (0.100) ^c

(a/c - %F)	Mezcla	Ep [GPa]	Em [GPa]	Eo [GPa]
	M3(b)	24.4507 (0.985) ^a	22.8158 (1.476) ^b	24.8921 (0.005) ^c
(0.57 - 0.85)	M4(a)	16.4037 (0.969) ^a	16.1978 (0.788) ^b	16.8246 (0.107) ^c
	M4(b)	17.8924 (0.973) ^a	21.6476 (6.669) ^b	21.0836 (0.024) ^c
(0.57 - 0.15)	M5(a)	27.0820 (0.959) ^a	27.8436 (6.926) ^b	29.4640 (0.018) ^c
	M5(b)	15.3392 (0.948) ^a	11.6026 (0.863) ^b	11.7438 (0.032) ^c
(0.40 - 0.50)	M6(a)	27.7170 (0.987) ^a	17.5871 (1.225) ^b	16.8378 (0.060) ^c
	M6(b)	24.8829 (0.982) ^a	22.8777 (2.757) ^b	-
(0.60 - 0.50)	M7(a)	22.7843 (0.971) ^a	22.5067 (7.123) ^b	25.4191 (0.020) ^c
	M7(b)	14.6795 (0.954) ^a	14.3848 (3.576) ^b	15.5983 (0.026) ^c
(0.40 - 0.15)	M8(a)	30.2450 (0.740) ^a	29.4420 (4.587) ^b	32.9174 (0.024) ^c
	M8(b)	21.7694 (0.961) ^a	20.3735 (2.094) ^b	19.5191 (0.013) ^c
(0.40 - 0.00)	Z1(a)	31.5062 (0.973) ^a	31.2288 (4.488) ^b	30.47659 (0.024) ^c
	Z1(b)	24.7453 (0.950) ^a	24.0900 (6.723) ^b	24.2798 (0.013) ^c
(0.43 - 0.00)	Z2(a)	25.5199 (0.968) ^a	24.8434 (10.026) ^b	30.2410 (0.030) ^c
	Z2(b)	17.1764 (0.779) ^a	24.2147 (2.588) ^b	32.6002 (0.025) ^c

(a/c - %F)	Mezcla	Ep [GPa]	Em [GPa]	Eo [GPa]
(0.57 - 0.00)	Z3(a)	28.1878 (0.924) ^a	30.1220 (4.621) ^b	32.3189 (0.036) ^c
	Z3(b)	22.9695 (0.980) ^a	21.7223 (0.860) ^b	23.0797 (0.021) ^c

(a/c - %F)	Mezcla	Ep [GPa]	Em [GPa]	Eo [GPa]
(0.60 -	Z4(a)	23.6882 (0.984) ^a	24.6666 (6.884) ^b	-
0.00)	Z4(b)	18.3626 (0.966) ^a	22.0837 (4.759) ^b	28.8423 (0.057) ^c
(0.50 -	Z5(a)	22.2723 (0.963) ^a	18.9545 (1.246) ^b	-
0.00)	Z5(b)	20.2408 (0.986) ^a	22.9833 (2.409) ^b	21.9555 (0.044) ^c

^a Coeficiente de correlación ^b Desviación estándar ^c Error mínimo cuadrado (función objetivo)

Los resultados de M1(a) y M2 (a) difieren en gran medida a los resultados de M1(b) y M2(b), respectivamente. Esto se debe a que M1(b) y M2(b) se presentaron cambios paulatinos en la intensidad de luz a lo largo de la adquisición de las imágenes, esto ocurrió debido a que la batería del dispositivo de iluminación no fue suficiente para cubrir la duración de los ensayos realizados durante la jornada de trabajo.

Los resultados obtenidos para las vigas M3(a), M4(a), M5(b), M7(b), M8(b) se vieron afectados por el patrón estocástico aplicado sobre su superficie ya que la calibración de parámetros, r y s, se realizó con el patrón de calibración y por cuestiones de la técnica usada con cepillo, los puntos en estos patrones fueron mayores a los del patrón de calibración como se muestra en la Figura 9.

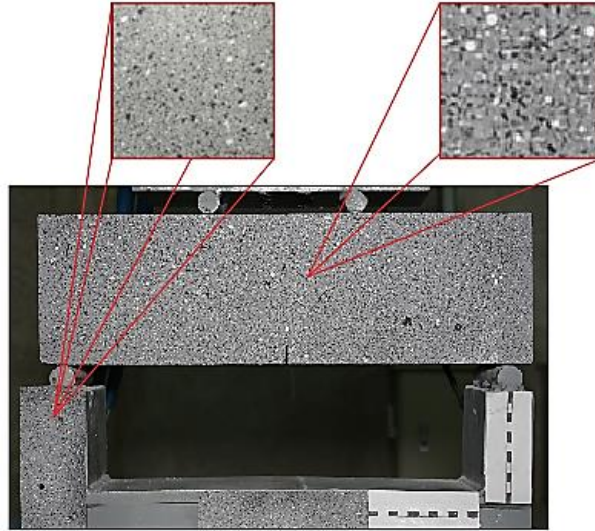


Figura 9. Comparación patrón estocástico de la región de estudio y de la región para calibrar los parámetros.

De las vigas M6(b), Z4(a) y Z5(a) no se obtuvo el valor del módulo de elasticidad hallado por métodos de optimización ya que no se encontró un ajuste entre los desplazamientos en y experimentales obtenidos de DIC y los teóricos obtenidos de TVT, esto podría deberse al error generado por el ruido de las imágenes. Para evitar esta situación se recomendaría tomar una serie de imágenes sin ninguna carga aplicada para establecer los cambios que ocurre en la imagen debido a las condiciones del medio.

En la Figura 10 se muestra la media de los resultados de los módulos de elasticidad obtenidos para cada uno de los valores de a/c y $\%F$, excluyendo los valores obtenidos de las vigas mencionadas previamente.

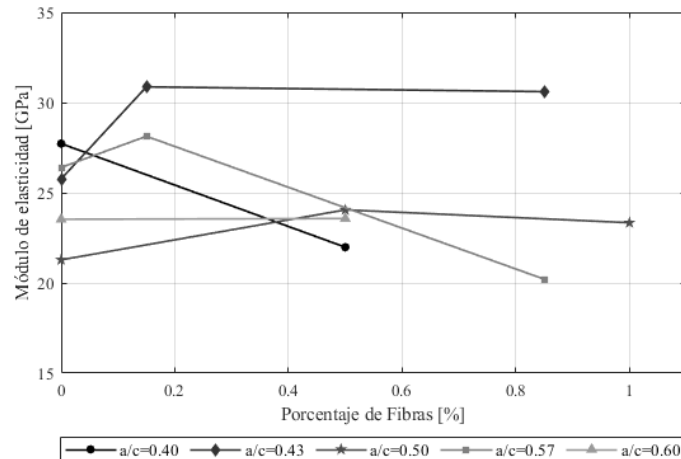


Figura 10. Relación entre porcentaje de fibras y módulo de elasticidad de las vigas de estudio.

De acuerdo a la Figura 10, el menor valor de E obtenido fue 20.21 [GPa] para un $\%F=0.85$ y $a/c=0.57$ y el mayor valor de E fue 30.87 [GPa] para un $\%F=0.15$ y $a/c=0.43$. Para a/c iguales a 0.43, 0.50 y 0.60, E tiende a aumentar a medida que se incrementa el $\%F$, sin embargo, el cambio en el valor del módulo de elasticidad no es significativo ya que los valores permanecen casi al mismo nivel lo cual puede implicar que el $\%F$ no afecta esta propiedad elástica de CACRFA como se ha expuesto en investigaciones previas (Suksawang, Wtaife, & Alsabbagh, 2018). Para a/c iguales a 0.40 y 0.57 se observa una disminución en el módulo de elasticidad, esto pudo haber ocurrido debido a la dispersión de los datos de rango lineal de las curvas carga-desplazamiento producto de la acomodación de espécimen en el ensayo.

3.4 Curvas Carga-CMOD

Los resultados de las curvas carga - CMOD para cada una de los especímenes ensayados se muestran en la Figura 11.

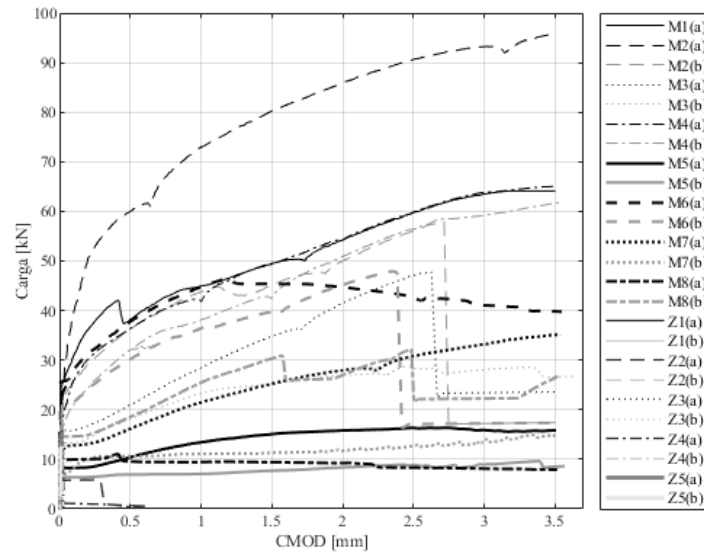


Figura 11. Curvas Carga-CMOD de los EFCP de las vigas de estudio.

Las curvas carga – CMOD de la Figura 11 presentan un comportamiento similar a las curvas carga – desplazamiento de la Figura 8. Inicialmente la carga aumenta casi linealmente con el aumento de CMOD, posteriormente cuando en la grieta principal comienza a propagarse debido a la concentración de esfuerzos, se observa un incremento de CMOD bajo en relación con la carga aplicada. Esto se debe al control que ejercen la distribución de las fibras en la propagación de grietas.

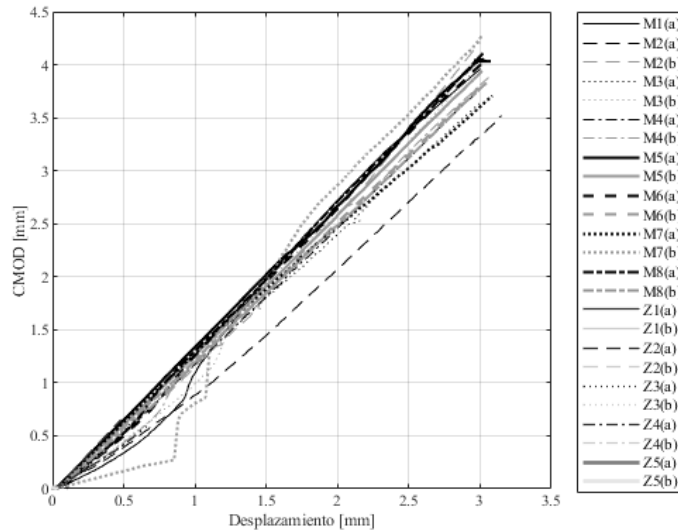


Figura 12. Relación entre desplazamiento y CMOD.

A partir de la Figura 8 y la Figura 11, es posible relacionar el desplazamiento vertical del centro de luz y CMOD según se muestra en la Figura 12. Esta relación es lineal, lo cual es acorde a la correlación planteada en RILEM TC162-TDF (Structures, 2002) y permite establecer un punto de partida para estudiar la relación el desplazamiento vertical del centro de luz y CMOD.

3.5 Factor de intensidad de esfuerzos crítico

Los resultados del factor de intensidad de esfuerzos crítico, la carga máxima, $P_{\text{máx}}$, el CMODc y el tamaño de la abertura crítica, CMODc, se muestran en la Tabla 3.

De las vigas M6(b), Z4(a) y Z5(a) no se obtuvo el valor del factor de intensidad de esfuerzos crítico con el módulo de elasticidad hallado por métodos de optimización debido a lo mencionado anteriormente. Para M1(b) no se obtuvo K_{Ic} ya que la propagación de grieta principal no se generó por la abertura ubicada en el centro de luz ni para M7(b) puesto que el valor de a_c usando el método

de Newton-Raphson no encontró una raíz válida para el estudio dado que el valor de CMODc es impreciso a causa de los factores aclarados previamente.

Tabla 3.

Resultados del factor de intensidad de esfuerzos crítico

(a/c - %F)	Mezcla	P _{máx} [kN]	CMODc [mm]	K _{ic} ^a [MPa· m ^{1/2}]	K _{ic} ^b [MPa· m ^{1/2}]
(0.43	M1 (a)	24.4899	0.0123	1.0097 (26.41)*	1.0338 (27.57)*
-	M1 (b)	-	-	-	-
0.85)					
(0.50	M2 (a)	23.6468	0.0249	1.4216 (49.57)*	1.7109 (60.50)*
-	M2 (b)	22.3015	0.0281	1.3119 (48.17)*	0.9653 (30.60)*
1.00)					
(0.50	M3 (a)	15.468	0.0181	1.0427 (53.55)*	0.6616 (27.88)*
-	M3 (b)	15.4931	0.0175	1.1593 (60.09)*	1.1848 (61.32)*
0.50)					
(0.57	M4 (a)	17.1934	0.0179	0.7719 (31.45)*	0.7888 (32.62)*
-	M4 (b)	14.8213	0.0161	0.7488 (38.00)*	0.8872 (47.99)*
0.85)					
(0.57	M5 (a)	13.2674	0.0117	0.8319 (51.17)*	0.9178 (56.95)*
-	M5 (b)	9.4201	0.0072	0.3222 (18.86)*	0.275 (13.54)*
0.15)					
(0.40	M6 (a)	22.1008	0.0121	0.9048 (27.07)*	0.655 (14.19)*
-	M6 (b)	20.2062	0.0174	1.1269 (44.18)*	-
0.50)					

(a/c - %F)	Mezcla	P _{máx} [kN]	CMOD _c [mm]	K _{IC} ^a [MPa·m ^{1/2}]	K _{IC} ^b [MPa·m ^{1/2}]
(0.60	M7 (a)	11.0126	0.0109	0.649 (47.47)*	0.7349 (54.85)*
-	M7 (b)	-	-	-	-
0.50)					
(0.40	M8 (a)	17.4732	0.0124	0.9786 (44.44)*	1.0734 (49.95)*
-	M8 (b)	18.4457	0.014	0.8045 (30.64)*	0.7381 (26.28)*
0.15)					
(0.40	Z1 (a)	10.7788	0.0134	1.271 (86.71)*	1.2148 (84.71)*
-	Z1 (b)	13.4456	0.0198	1.4389 (82.07)*	1.4028 (80.89)*
0.00)					
(0.43	Z2 (a)	15.8351	0.0167	1.1437 (59.43)*	1.4127 (70.93)*
-	Z2 (b)	13.5803	0.0163	0.7277 (40.97)*	1.5828 (82.72)*
0.00)					
(0.57	Z3 (a)	14.0986	0.0273	2.6445(103.24)*	3.2335
-					(110.59)*
0.00)	Z3 (b)	10.905	0.0088	0.5282 (36.37)*	0.5305 (36.63)*
(0.60	Z4 (a)	14.518	0.0148	0.9195 (51.36)*	-
-	Z4 (b)	13.0078	0.0343	2.0487 (95.26)*	3.9829
0.00)					(119.39)*
(0.50	Z5 (a)	15.526	0.0185	1.1009 (57.98)*	-
-	Z5 (b)	12.6365	0.0168	0.9115 (58.57)*	1.0066 (64.17)*
0.00)					

^a K_{IC} hallado con E_p ^b K_{IC} hallado con E_o

*Longitud crítica de la grieta, a_c

En la Figura 13 se muestra la media de los resultados del factor de intensidad de esfuerzos crítico obtenidos para cada uno de los valores de a/c y $\%F$, excluyendo los valores obtenidos de las vigas mencionadas previamente.

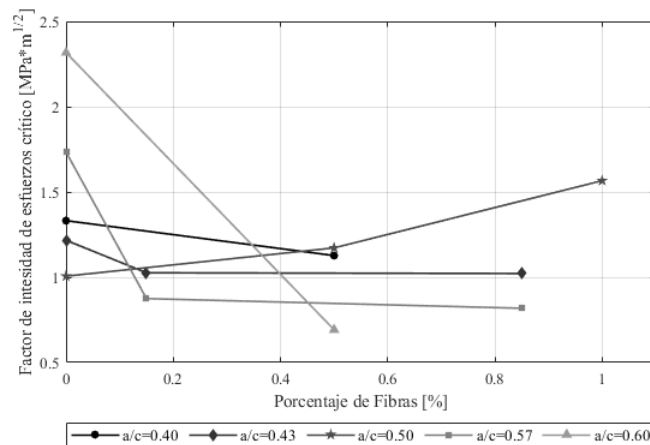


Figura 13. Relación entre porcentaje de fibras y factor de intensidad de esfuerzos crítico de las vigas de estudio.

De acuerdo a la Figura 13, se evidencia que K_{IC} tiende a disminuir a medida que el $\%F$ incrementa en las relaciones a/c iguales a 0.40, 0.43, 0.57 y 0.60 y en la relación a/c de 0.50, K_{IC} tiende a aumentar a medida que el $\%F$ incrementa. Según investigaciones (Aravind & Athira, 2017), (Ishtiyaque & Shaikh, 2018) en el concreto con adición de fibras es de esperarse que K_{IC} aumente con el incremento del $\%F$ en la matriz de concreto y sea menor en el concreto sin adición de fibras pues para la formación de grietas es necesario un mayor esfuerzo para romper los enlaces generados por las fibras de acero.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede atribuir la disminución del valor de K_{IC} de las vigas de concreto auto-compactante sin fibras de acero a la resolución de las imágenes ya que como lo indican en (Bornert et al., 2009) los desplazamiento de CMOD son muy pequeños y requieren una

mayor precisión. Así mismo, es importante tener en cuenta que los resultados de K_{IC} también pudieron estar condicionados por la dirección y la distribución de las fibras a lo largo del espécimen según describen en (Gettu, Gardner, Saldívar, & Barragán, 2005).

4. Conclusiones

En el presente proyecto de investigación se determinaron, partir de ensayos de flexión de cuatro puntos, las propiedades mecánicas, módulo de elasticidad y factor de intensidad de esfuerzos crítico, las curvas carga - desplazamiento y las curvas carga – CMOD para mezclas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero con dominios de relación a/c entre 0.43 y 0.57 y %F entre 0.0% y 1.0% implementando correlación de imágenes digitales. Basados en los resultados presentados se puede concluir que:

La correlación de imágenes digitales permite estudiar el comportamiento mecánico de los materiales, en este caso del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero. Para su implementación existen diversos aspectos que se deben tener en cuenta para evitar que los resultados finales se vean afectados. A lo largo de esta investigación los factores que influenciaron el cálculo de los resultados fueron: los cambios súbitos en la intensidad de la iluminación durante la adquisición de las imágenes, los movimientos fuera del plano de estudio causados por la acomodación de los especímenes en el ensayo de flexión de cuatro puntos, la calidad del patrón aplicado sobre la superficie de estudio ya que hubo casos en los cuales los diámetros de los puntos eran mayores a los del patrón elaborado para la calibración de los parámetros y la resolución de las imágenes fue la máxima posible respetando la distancia máxima a la máquina establecida por el protocolo de seguridad del laboratorio de materiales de la escuela de ingeniería civil de la Universidad Industrial de Santander.

La máxima variación del módulo elasticidad respecto a la cantidad de fibras adicionadas a la matriz de concreto fue de 6.19 [GPa] y máxima variación respecto a la relación agua-material cementante fue de 6.44 [GPa], por tanto, se evidenció que la relación agua-material cementante incide más en el valor módulo de elasticidad del material y la cantidad de fibras en la matriz de concreto no afecta esta propiedad elástica.

A partir de los resultados del factor de intensidad de esfuerzos crítico no se logró establecer una relación con la cantidad de fibras en el concreto debido a que para los puntos de control ($\%F=0$) y en general para los demás ensayos la resolución en la adquisición de las imágenes era poca para la magnitud de los desplazamientos de CMOD durante los ensayos. Para futuras investigaciones es recomendable acercar el montaje de adquisición de datos a la superficie de estudio añadiendo un vidrio de seguridad entre el sensor para capturar las imágenes y la probeta a ensayar.

La adición de fibras al concreto auto-compactante mejora su comportamiento mecánico después de la carga de agrietamiento, permitiéndole el control sobre la propagación de grieta una vez iniciada la fisuración en el concreto mediante la transferencia de esfuerzos evitando la falla súbita.

Los valores de desplazamiento vertical del centro de luz y los valores del tamaño de la abertura presentan una relación lineal, por tanto, a partir de los datos de desplazamiento es posible obtener las medidas de CMOD y establecer las propiedades de fractura de un material.

Las propiedades mecánicas del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero estudiadas en esta investigación presentaron comportamientos acordes a los registrados en la literatura sobre casos de estudio similares.

Referencias Bibliográficas

- American Society of Testing Materials. (2005). Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading). *ASTM International*. <https://doi.org/10.1520/C1609>
- Aravind, R., & Athira, D. (2017). Experimental investigation on behavior of steel fiber reinforced concrete (SFRC). *International Research Journal of Engineering and Technology(IRJET)*, 4(4), 344–348. Retrieved from <https://www.irjet.net/archives/V4/i4/IRJET-V4I4481.pdf>
- Asmaro, W. P. (2013). *Identification of Concrete Fracture Parameters Using Digital Image Correlation and Inverse Analysis*. University of Windsor.
- Beasley, D., Bull, D. R., & Martin, R. R. (1993). An overview of genetic algorithms : Part 1, fundamentals. *University Computing*, 2(15), 58–69. Retrieved from <http://www.geocities.ws/francorbusetti/gabeasley1.pdf>
- Berube, K. A., Lopez-Anido, R. A., & Goupee, A. J. (2015). Determining the Flexural and Shear Moduli of Fiber-Reinforced Polymer Composites Using Three-Dimensional Digital Image Correlation. *Experimental Techniques*, 40(4), 1263–1273. <https://doi.org/10.1007/s40799-016-0127-4>
- Blaber, J., Adair, B., & Antoniou, A. (2015). Ncorr: Open-Source 2D Digital Image Correlation Matlab Software. *Experimental Mechanics*, 55(6), 1105–1122. <https://doi.org/10.1007/s11340-015-0009-1>
- Blaber, Justin, & Antoniou, A. (2017). Ncorr: Instruction Manual. Georgia/USA.
- Blader, J. (n.d.). Ncorr v1.2. Retrieved from <http://www.ncorr.com/index.php/dic-algorithms>
- Blader, Justin, & Antoniou, A. (n.d.). Ncorr v1.2. Georgia/USA.

- Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J. C., Fazzini, M., Grédiac, M., ... Wattrisse, B. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results. *Experimental Mechanics, Society for Experimental Mechanics*, 49(3), 353–370. <https://doi.org/10.1007/s11340-008-9204-7>
- Carley, K., Kamneva, N., & Reminga, J. (2004). *Response Surface Methodology*.
- Chinwuba Ike, C. (2019). Timoshenko Beam Theory for the Flexural Analysis of Moderately Thick Beams – Variational Formulation, and Closed Form Solution. *TECNICA ITALIANA-Italian Journal of Engineering Science*, 63(1), 34–45. <https://doi.org/10.18280/ti-ijes.630105>
- College, S. (2018). Minitab 18 Statistical Software.
- Concrete, I. F. for S. (2013). Model Code for Concrete Structures. *International Federation for Structural Concrete*. Berlin.
- CSI. (n.d.). SAP 2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design. Berkeley, California.
- Fayyad, T. M., & Lees, J. M. (2014). Application of Digital Image Correlation to Reinforced Concrete Fracture. In *Procedia Materials Science* (Vol. 3, pp. 1585–1590). Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.06.256>
- Gencil, O., Brostow, W., Datashvili, T., & Thedford, M. (2011). Workability and mechanical performance of steel fiber-reinforced self-compacting concrete with fly ash. *Composite Interfaces*, 18(2), 169–184. <https://doi.org/10.1163/092764411X567567>
- Gettu, R., Gardner, D. R., Saldívar, H., & Barragán, B. E. (2005). Study of the distribution and orientation of fibers in SFRC specimens. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 38(275), 31–37. <https://doi.org/10.1617/14021>
- Gopalaratnam, V. S., Gettu, R., Carmona, S., & Jamet, D. (1995). Characterization of the toughness of fiber reinforced concretes using the load-CMOD response. In *Fracture Mechanics of Concrete Structures* (pp. 769–782).

- Hagara, M., Huňady, R., & Kalina, M. (2015). The Influence of Facet Size and Filtering on the Results of Strain Fields' Investigation Performed on Small Surfaces Using Digital Image Correlation. *Applied Mechanics and Materials*, 732, 179–182. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.732.179>
- Hijazi, A., Yardi, N., & Madhavan, V. (2004). Determination of Forming Limit Curves Using 3D Digital Image Correlation and In-situ Observation. In *Proceedings of SAMPE 2004 - Long Beach, CA May 16 - 20, 2004* (p. 13).
- Hung, P.-C., & Voloshin, A. S. (2003). In-plane strain measurement by digital image correlation. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 25(3), 1–15.
- Ishtiyaque, M., & Shaikh, M. G. (2018). Fracture Properties of Concrete Reinforced with Steel Fibers. *Indian Journal of Science and Technology*, 11(16), 1–4. <https://doi.org/10.17485/ijst/2018/v11i16/109248>
- Jones, I., Bigger, R., Blaysat, B., Boo, C., Grewer, M., Hu, J., ... Weikert, T. (2018). A Good Practices Guide for Digital Image Correlation. *International Digital Image Correlation Society*. <https://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1>
- Lawn, B. (1993). *Fracture of Brittle Solids - Second Edition*.
- Li, B.-J., Wang, Q., Duan, D.-P., & Chen, J.-A. (2017). Modified digital image correlation for balancing the influence of subset size choice. *Optical Engineering*, 56(5), 054104. <https://doi.org/10.1117/1.oe.56.5.054104>
- Mazzoleni, P. (2013). *Uncertainty estimation and reduction in digital image correlation measurements*. Politecnico Di Milano.
- Melenka, G. W., & Carey, J. P. (2015). Evaluation of Fiber Reinforced Cement Using Digital Image Correlation. *PloS ONE*, 1–18. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0128644>
- Nabab, M. (2016). Particle Swarm Optimization: Algorithm and its Codes in MATLAB. *Open Access Article*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4985.3206>

- Newman, J., & James, C. (2000). Irwin ' s Stress Intensity Factor A Historical Perspective. *Fatigue and Fracture Mechanics*, 31, 39–53.
- Pajał, M., & Ponikiewski, T. (2013). Flexural behavior of self-compacting concrete reinforced with different types of steel fibers. *Construction and Building Materials*, 47, 397–408. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.05.072>
- Pan, B., Qian, K., Xie, H., & Asundi, A. (2009). Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: A review. *Measurement Science and Technology*, 20(6). <https://doi.org/10.1088/0957-0233/20/6/062001>
- Pan, B., Xie, H., & Wang, Z. (2010). Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching. *Applied Optics*, 49(28), 5501–5509. <https://doi.org/10.1364/AO.49.005501>
- Pan, B., Xie, H., Wang, Z., Qian, K., & Wang, Z. (2008). Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns. *Optics Express*, 16(10). <https://doi.org/10.1364/OE.16.007037>
- Perez, N. (2003). *Fracture Mechanics Second Edition*.
- Rao, B. K., & Ravindra, V. (2010). Steel fibre reinforced self-compacting concrete incorporating class F fly ash. *International Journal of Engineering Science and Technology*, 2(9), 4936–4943.
- Robins, P., Austin, S., Chandler, J., & Jones, P. (2001). Flexural strain and crack width measurement of steel-fibre-reinforced concrete by optical grid and electrical gauge methods. *Cement and Concrete Research*, 31(5), 719–729. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(01\)00465-3](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(01)00465-3)
- Sahmaran, M., Yurtseven, A., & Ozgur Yaman, I. (2005). Workability of hybrid fiber reinforced self-compacting concrete. *Building and Environment*, 40(12), 1672–1677. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2004.12.014>
- Schreck, V. (2019). *Application of Digital Imaging Correlation to Brain Deformation*. The Ohio State University.

Shih, M., & Sung, W. (2013). Application of digital image correlation for analysing crack variation of reinforced concrete beams. *12th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, 38(4), 723–741.

Stoilov, G., Kavardzhikov, V., & Pashkouleva, D. (2016). A COMPARATIVE STUDY OF RANDOM PATTERNS FOR DIGITAL IMAGE CORRELATION. *Springer Series in Materials Science*, 242(2), 57–129. https://doi.org/10.1007/978-3-319-30954-5_3

Stress Intensity Factors of Cracks. (n.d.) (pp. 84–114).

Structures, M. and. (2002). Rilem TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Bending test. *RILEM*, 35, 579–582. <https://doi.org/10.1617/13884>

Suksawang, N., Wtaife, S., & Alsabbagh, A. (2018). Evaluation of elastic modulus of fiber-reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 115(2), 239–249. <https://doi.org/10.14359/51701920>

Sutton, M. A., Orteu, J.-J., & Schreier, H. W. (2009). *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Basics Concepts, Theory and Application*. Spinger.

Tada, H., Paris, P. C., & Irwin, G. R. (2000). *Stress Analysis Of Cracks Handbook Third Edition*. The American Society of Mechanical Engineers.

Talukder, S. (2011). *Mathematical Modelling and Applications of Particle Swarm Optimization*. Thesis Blekinge Institute of Technology. Blekinge Institute of Technology. <https://doi.org/diva2:829959>

The MathWorks Inc. (2016). Global Optimization Toolbox User 's Guide MATLAB R 2016 b.

The MathWorks Inc. (2018). MATLAB R2018b.

Yin, Y., Qiao, Y., & Hu, S. (2019). Four-point bending tests for the fracture properties of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 211(March), 371–381. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2019.03.004>