Modelo de lógica difusa para la estimación de duraciones de construcción de elementos estructurales en la planificación de proyectos de GTP ASOCIADOS LTDA.

Homer Armando Buelvas Moya

Trabajo de Grado para Optar el título de
Magister en Evaluación y Gerencia de Proyectos

Director

Henry Lamos Díaz

Ph.D en Física-Matemática

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Físico-Mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Maestría en Evaluación y Gerencia de Proyectos

Bucaramanga

2021

A Dios por bendecir mi camino como persona y profesional.

A mi madre, María, quien desde el cielo me acompaña en todo paso que doy en mi vida.

A mis padres Edgardo y Claudia, abuelas Neyla y Aurora, hermanitos Edgardo, Stephanie, Sebastián y Valeríe, y a mis sobrinos Arianna, Jay y Celeste por su confianza en mí, por tomarme como ejemplo y por incentivarme a ser una mejor persona.

A Camila, por apoyarme con cariño y mucha comprensión durante esta maestría.

Homer Armando

Agradecimientos

Agradezco la colaboración y guía del profesor Henry Lamos, por apoyarme en esta investigación, además de redireccionar correctamente el proceso permitiéndome finalizar este proyecto de manera exitosa.

Finalmente, agradezco a mi familia, a mis padres Edgardo Buelvas, a Claudia Medina y a todas las personas que me incentivaron a estudiar otro posgrado desde la especialización hasta este día, y además por el apoyo incondicional que siempre recibí.

Tabla de Contenido

Introducción	11
1. Planteamiento del problema.....	13
2. Objetivos	15
2.1. Objetivo General	15
2.2. Objetivos Específicos.....	15
3. Marco de referencia	16
3.1. Antecedentes.	16
3.1.1. The Belief in Fuzzy Probability Estimation of Time	16
3.1.2. The Belief in Fuzzy Multi-objective Optimization.....	17
3.1.3. Ruta Crítica Difusa (Fuzzy Critical Path Method)	19
3.1.4. AACE Determinando Duraciones de Actividades.....	20
3.2. Marco Teórico.....	21
3.2.1. Lógica Difusa en Ingeniería.....	21
3.2.2. Operaciones de conjuntos en Lógica Difusa.....	22
3.2.3. Variables Lingüísticas en Lógica Difusa.	23
4. Desarrollo del modelo alternativo de ruta crítica mediante la lógica difusa.....	25
4.1. Evaluación de Duraciones en los Proyectos de GTP ASOCIADOS LTDA.....	25
4.1.1. Definición del Alcance.....	27
4.1.1. Definición del Tiempo determinístico del Proyecto.	31

4.1.2. Relación de las variables adicionales con la duración total del proyecto.	33
4.2. Revisión de otras variables en la estimación de duraciones	34
4.3. Planteamiento del modelo de Lógica Difusa del Proyecto	40
4.4. Desarrollo del modelo alternativo de ruta crítica de Lógica Difusa	46
5. Análisis de resultados.....	49
5.1. Relación del tiempo del proyecto con variables adicionales	49
5.2. Revisión de otras variables en la estimación de duraciones	50
5.3. Planteamiento del modelo de Lógica Difusa	51
5.4. Validación del modelo de Lógica Difusa.....	51
6. Conclusiones	54
Referencias Bibliográficas	56

Lista de Tablas

Tabla 1 Datos Difusos modificados de Zhang y Xing (2010)	18
Tabla 2 Ejemplo de diccionario de EDT.....	28
Tabla 3 Otras variables problemas para las duraciones.	36
Tabla 4 Problema asociado a las duraciones de un proyecto de construcción de puente.	38
Tabla 5 Relación de tiempos de actividades con variables externas.....	39
Tabla 6 Variables Finales asociadas al proyecto.....	50

Lista de Figuras

Figura 1 Ejemplos de variables del conjunto difuso rendimiento (2008). 24

Figura 2 Propuesta de Estructura Desglosada de Trabajo..... 27

Figura 3 Imagen de construcción de estribo y aletas en concreto reforzado..... 29

Figura 4 Imagen de construcción de vigas en sitio apartado del puente. 30

Figura 5 Muestreo de ruta crítica programada de un proyecto determinístico..... 33

Figura 6 Muestreo de ruta crítica programada de un proyecto determinístico..... 33

Figura 7 Propuesta de Búsqueda Bibliográfica. Modificado de Celis y Rangel (2021). 35

Figura 8 Propuesta de AHP. Modificado de Celis y Rangel (2021). 37

Figura 9 Función Pertenencia Proyecto 41

Figura 10 Funciones de pertenencia Estribos y Aletas. 42

Figura 11 Funciones de pertenencia Apoyos Neopreno 43

Figura 12 Funciones de pertenencia Vigas Postensadas. 43

Figura 13 Funciones de pertenencia Riostras..... 44

Figura 14 Funciones de pertenencia Actividades Finales Tablero..... 44

Figura 15 Funciones de pertenencia Juntas de Dilatación. 45

Figura 16 Funciones de pertenencia Losas de Aproximación. 45

Figura 17 Funciones de pertenencia Barreras de tráfico. 45

Figura 18 Modelo de Actividad en Ruta crítica Fuzzy. 48

Figura 19 Ruta Crítica Determinística y Fuzzy..... 52

Figura 20 Números difusos finales del modelo FCPM..... 52

Lista de Apéndices

Ver apéndices adjuntos y pueden ser consultados en la base de datos de la Biblioteca UIS.

Apéndice A Diccionario de la EDT.

Apéndice B Estimación de Duraciones determinísticas y como números difusos.

Apéndice C Cronograma Determinístico.

Apéndice D Rutas críticas determinística y difusas.

Resumen

Título: Modelo de lógica difusa para la estimación de duraciones de construcción de elementos estructurales en la planificación de proyectos de GTP ASOCIADOS LTDA.*

Autor: Homer Armando Buelvas Moya**

Palabras Clave: Lógica difusa, números difusos, proyectos de construcción, estimación de tiempos, planificación.

Descripción:

En la gerencia de proyectos se han generado gran número de lecciones aprendidas asociadas a los problemas en el cumplimiento de los tiempos de ejecución de proyectos de construcción de concreto reforzado. La planificación de las duraciones de los proyectos juega un papel importante en la posterior ejecución y cierre, que ha ocasionado además el aumento de los costos asociados y los índices de éxito de la construcción. Mediante el presente trabajo de aplicación, se integró un modelo alternativo de lógica difusa para realizar la ruta crítica de un proyecto de construcción y estimar su duración total teniendo en cuenta el tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos, tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo, y demoras en actividades que no hacen parte de la ruta crítica. Los resultados indican que la duración máxima de un proyecto por métodos determinísticos genera estimaciones pesimistas menos cercanas a la realidad, que los obtenidos por el cálculo de ruta crítica basado en números difusos, permitiendo aumentar la confianza en el uso de la lógica difusa como una herramienta alternativa a la planificación de tiempos de obras de construcción.

* Trabajo de Grado

** Facultad Físico mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director Henry Lamos.

Abstract

Título: Modelo de lógica difusa para la estimación de duraciones de construcción de elementos estructurales en la planificación de proyectos de GTP ASOCIADOS LTDA.*

Autor: Homer Armando Buelvas Moya.**

Palabras Clave: Fuzzy logic, fuzzy numbers, construction projects, time estimation, projects planifications.

Description:

The project management divisions had several learned lessons associated with the problems of the time execution of construction projects based on reinforced concrete materials. Project duration planning plays an important role in subsequent execution and closure, which could lead to increased costs and diminish construction success rates. Through this application work, an alternative fuzzy logic model was integrated to carry out the critical path of a construction project and estimate its total duration considering the delivery time of materials and availability of physical resources, time of availability of capital for equipment payments and delays in activities outside of the critical path. The results indicate that the maximum duration of a project by deterministic methods generates less close to reality than the results obtained by the critical path calculation based on fuzzy numbers, allowing to increase confidence in the use of fuzzy logic as an alternative tool to the planning of construction works times.

* Bachelor Thesis

** Facultad Físico mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director Henry Lamos.

Introducción

GTP ASOCIADOS Ltda es una empresa privada fundada en 2003 con el propósito de la realización de trabajos de consultoría, diseños, estudios técnicos, arquitectónicos y económicos de todo tipo de proyectos de infraestructura, transporte, suministro de agua y saneamiento, energía, ambiental, telecomunicaciones, agricultura y desarrollo rural, social, industrial y gestión de proyectos. También se encargan de la construcción e interventoría de todo tipo de obras civiles, eléctricas, sistemas de transporte, sistemas de telecomunicaciones, sistemas de seguridad, obras sanitarias, hidráulicas, ambientales y demás.

En la gerencia de proyectos de la empresa GTP ASOCIADOS Ltda. se han generado gran número de lecciones aprendidas asociadas a los problemas en el cumplimiento de los tiempos de ejecución de proyectos de construcción de estructuras en concreto reforzado, tales como edificaciones, elementos de obras de drenaje y puentes. La etapa de planificación de costos, tiempos y alcance, y en especial de la estimación de las duraciones de los proyectos, juega un papel importante en la posterior ejecución y cierre, que podría ocasionar además el aumento de los costos asociados y perjudicar los índices de éxito de la construcción.

Mediante el presente trabajo de aplicación, se realizó una investigación en las variables principales para la propuesta de un modelo de lógica difusa a la estimación de tiempos de un proyecto de construcción de elementos estructurales de concreto reforzado. Se integró un modelo alternativo para realizar la ruta crítica de un proyecto de construcción tipo y estimar su duración total, teniendo en cuenta el tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos, tiempo de disponibilidad de capital, así como otras variables investigadas y tabuladas mediante un modelo de decisión jerárquico (En inglés, Analytic Hierarchy Process AHP).

Los resultados indican que la duración máxima de un proyecto por métodos determinísticos como el PERT, genera estimaciones menos cercanas a la realidad, que los obtenidos por el cálculo de números difusos de un modelo matemático alternativo, por lo que mediante este proyecto se puede comprobar dicha suposición con el uso de información de un proyecto de construcción de elementos de concreto reforzado para un puente vehicular de la empresa GTP ASOCIADOS Ltda.

1. Planteamiento del Problema

Dentro de la dirección de obras realizadas por la empresa GTP ASOCIADOS Ltda. es importante denotar el gran interés que ha surgido alrededor de cumplir los tiempos de ejecución de los proyectos de construcción, derivando los retrasos en ejecución, en mayores costos al pago de personal administrativo y técnico en obra. Actualmente, existe un gran inconveniente con el tema de planificación de duraciones de los proyectos ejecutados que ha obligado a la entidad privada a realizar actividades adicionales durante periodos de suspensión y liquidación de contratos, acciones que se pueden evitar si se logra planificar correctamente la duración de algunos procesos de construcción críticos para el desarrollo de los proyectos.

En la planificación de proyectos de obra es importante denotar el gran interés que ha surgido alrededor de la estimación de duraciones y cronogramas de actividades de construcción de elementos estructurales principales. Ha resultado complejo evaluar o estimar en términos de duración de una actividad por métodos probabilísticos. Yoon et al. (2014) demostraron la gran incidencia de las variables inciertas en los cronogramas de una obra y de su influencia en la finalización oportuna de un proyecto de construcción, resaltando en el ajuste de los análisis determinísticos empleados a las necesidades del proyecto mediante la lógica difusa. Una técnica de simulación cualitativa de variables inciertas como los factores externos y el dinamismo de los procesos constructivos que pueden ser utilizadas para estos casos (Seresht y Robinson, 2020).

Choudhry et al., 2014 recomienda plantear duraciones de proyectos apoyándose en modelos de lógica difusa que incluye el análisis de factores externos como el clima, los recursos y el proceso constructivo (Choudhry et al., 2014). Dentro de estos factores, la empresa GTP ASOCIADOS Ltda ha encontrado que sus principales inconvenientes en la planificación de duraciones de actividades de obra están directamente relacionados con los tiempos de entrega y disponibilidad de materiales,

así como la disponibilidad de capital o recursos necesarios para los pagos de estos y el tiempo que toma realizar estos procesos. Variables que son enmarcadas dentro de la lógica difusa por su necesidad de ser definidas por expertos en el tema en función de su experiencia y la relación de esto con factores ambientales.

Teniendo en cuenta que en que desde su constitución, en GTP ASOCIADOS LTDA se han presentado problemas de duraciones y costos relacionados con la disponibilidad de materiales y capital de trabajo, surge el cuestionamiento que se pretende responder con este proyecto aplicativo: ¿Como desarrollar un modelo apoyado en la lógica difusa para la estimación de duraciones de actividades de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado tipo vigas, columnas y losas que permitan disminuir los sobrecostos de la ejecución de proyectos de construcción?

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo de lógica difusa para la estimación del tiempo de ejecución de un proyecto de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado, aplicado al área de planificación de la empresa GTP ASOCIADOS LTDA.

2.2. Objetivos Específicos

- Determinar la relación de los factores tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital con la estimación de las duraciones empleadas en la construcción de elementos estructurales en GTP ASOCIADOS Ltda. durante el periodo 2012-2020.
- Identificar las variables adicionales que afectan la estimación de duraciones para la construcción de elementos estructurales de concreto reforzado tipo viga, muro y losa.
- Construir el conjunto de las reglas de relación de números difusos para la estimación de duraciones de actividades de un proyecto de construcción basado principalmente en elementos estructurales de concreto reforzado.
- Validar un modelo de ruta crítica difusa para la estimación de la duración total de un proyecto de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado, ejecutado por la empresa GTP ASOCIADOS LTDA.

3. Marco de Referencia

3.1. Antecedentes.

3.1.1. The Belief in Fuzzy Probability Estimation of Time

En la práctica común de la programación de proyectos de construcción civil resalta el PERT como modelo de estimación de duraciones de tiempos de obra, justificando su selección al tener en cuenta la incidencia de tiempos optimistas y tiempos pesimistas a partir de la data histórica de proyectos similares. El uso de distribuciones de tiempo Beta y distribuciones Triangulares en la estimación en la etapa de planificación ha permitido resultados positivos iniciales para estimar cronogramas de obra mediante los modelos PERT. (Shipley et al, 1997).

Shipley et al (1997) presenta dos variaciones de modelos fuzzy aplicados a la gestión de proyectos, denominado el BIFPET (en inglés The Belief in Fuzzy Probability Estimation of Time), el cual, es un modelo matemático de conjuntos difusos que utiliza el juicio de expertos, en vez de supuestos estocásticos para estimar los tiempos necesarios para completar proyectos de construcción. Se realiza una revisión literaria de la ruta crítica y una comparación del método PERT contra el BIFPET, resaltando que el PERT se basa en información empírica no actualizada mientras el BIFPET que tiene en cuenta variables de relevancia como el entorno, el clima y las condiciones laborales.

El BIFPET muestra unos rangos para la estimación de las duraciones para las actividades de construcción, concluyendo en la necesidad de darle continuidad al estudio de modelos fuzzy enfocados al cálculo de variables inciertas en la dirección de proyectos. El director de proyecto incluye su juicio en la propuesta de duraciones de actividades y estima mejores valores que tiene en cuenta el conocimiento de este en el evento. (Shipley et al, 1997).

3.1.2. The Belief in Fuzzy Multi-objective Optimization

Con el fin de obtener proyectos de construcción exitosos, los gerentes han procurado tener en cuenta la evaluación de las variables de tiempo y costo en función de la calidad óptima de los métodos de construcción y las actividades que estos implican. La minimización de las duraciones y presupuestos de obra en muchos casos se llevan a cabo con información imprecisa y sin sustento numérico apropiado, por consiguiente, un enfoque más adecuado en estos casos es el uso de sistemas fuzzy que mejoran la calidad del proceso de construcción de elementos (Zhang y Xing, 2010).

Zhang y Xing (2010) presentan un enfoque de modelos fuzzy mezclado con un procedimiento de optimización de enjambre, en el cual, el tiempo, el costo y la calidad son representados mediante números difusos que cumplen un sistema de reglas adoptado a la investigación de procesos constructivos de puentes. Se presenta una metodología apropiada en donde a través de números difusos y funciones de pertenencias triangulares y trapezoidales se permiten minimizar las duraciones de un proyecto de actividades de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado de la sub y superestructura de un puente de tres apoyos.

El tiempo, costo y calidad de los métodos constructivos de una obra civil pueden estar asociados a términos lingüísticos debido a la incertidumbre, vaguedad, imprecisión y subjetividad en su estimación, por lo cual, es posible reducir costos y tiempos mientras se maximizan los resultados teniendo en cuenta modelos fuzzy multiatributos. En la ecuación (1) se muestra las funciones de pertenencias tipo designadas para la evaluación de los números difusos triangulares (a_1 , a_2 y a_3) de cada una de las variables de la triada de proyectos, mientras en la Tabla 1 se muestra los valores de entrada del modelo fuzzy combinado con un modelo de enjambre propuesto por Zhang y Xing

(2010). Se recomienda ver la Casilla de “Time” donde por experiencia e información anterior se han designado en días, la duración de los paquetes de trabajo para la construcción del puente.

$$\mu_A = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (1)$$

Tabla 1

Datos Difusos modificados de Zhang y Xing (2010)

Número Actividad	Nombre Actividad	Método	Time (días)	Peso
1	Trabajo Preliminar	1	(26, 28, 30)	0.01
		2	(23, 25, 27)	
		3	(17, 19, 21)	
2	Excavación Fundación 1	1	(40, 42, 46)	0.08
		2	(35, 37, 39)	
		3	(30, 33, 36)	
5	Construcción Fundación 1	1	(36, 38, 40)	0.11
		2	(32, 34, 36)	
		3	(28, 30, 32)	
8	Concreto Pila 1	1	(83, 85, 87)	0.08
		2	(80, 82, 84)	
		3	(73, 75, 77)	
11	Construcción Viga 1	1	(18, 20, 22)	0.06
		2	(16, 18, 20)	
		3	(14, 16, 18)	
13	Pavimento tablero	1	(22, 25, 28)	0.05
		2	(20, 22, 24)	
		3	(13, 15, 17)	

Nota: Adaptado de *Zhang y Xing (2010)*

Dentro de los requisitos para la evaluación del tiempo como variable difusa, Zhang y Xing (2010) reconocen que el clima, los equipos de construcción, la eficiencia de la mano de obra, las

condiciones de materiales suministrados y los problemas de los interesados del proyecto, como las principales variables de entrada para la construcción de los conjuntos difusos.

3.1.3. Ruta Crítica Difusa (Fuzzy Critical Path Method)

Atli y Kahraman (2012) propusieron un procedimiento riguroso para evaluar la ruta crítica de un proyecto mediante números difusos, permitiendo establecer tiempos de funcionamiento real de una aeronave mediante números operaciones entre números nítidos. El tiempo difuso de la actividad (Fuzzy Activity Time, FAT), para una actividad A_i en una red de proyectos está representado por un número difuso $FAT_i = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$, donde a_{ij}, c_{ij} son los valores mínimos y máximos de la evaluación del tiempo de actividad para A_i . Mientras que b_{ij} representa el límite entre el primero y segundo percentil de tiempo de actividad de A_i . Aplicando el principio de extensión, las operaciones algebraicas utilizadas como reglas de unión de los números difusos son extendidas a las siguientes expresiones modificadas de Atli y Kahraman (2012):

$$\text{Adición: } FAT_1 \oplus FAT_2 = (a_1, b_1, c_1) \oplus (a_2, b_2, c_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2) \quad (2)$$

$$\text{Sustracción: } FAT_1 \ominus FAT_2 = (a_1, b_1, c_1) \ominus (a_2, b_2, c_2) = (a_1 - c_2, b_1 - b_2, d_1 - a_2) \quad (3)$$

La operación de “adición” se utiliza para establecer los tiempos tempranos del modelo de ruta crítica difuso propuesto, mientras la “Sustracción” para establecer tiempos tardíos. Los métodos de clasificación son esenciales para una ruta crítica difusa (Fuzzy Critical Path Method FCPM). Se han propuesto muchos métodos para clasificar números difusos. Sin embargo, en la literatura se han informado ciertas deficiencias en algunos de esos métodos por lo que se utiliza un método de clasificación mediante el factor beta β de la ecuación (2), que es el índice de actitud de riesgo β del responsable de la toma de decisiones de una ruta crítica.

$$\beta = \left[\sum_i \sum_j \frac{(b_{ij} - a_{ij})}{(b_{ij} - a_{ij}) + (c_{ij} - a_{ij})} \right] / t \quad (4)$$

Para un número difuso A_i con funciones de pertenencia $f_A(x)$ se define para el FCPM:

$$m_i = \min\{x | f_{A_i}(x) = 1\} + \max\{x | f_{A_i}(x) = 1\} \quad (5)$$

Ahora se clasifican los números difusos A_i y A_j de acuerdo con las siguientes reglas:

$$A_i > A_j \Leftrightarrow R(A_i) > R(A_j), o, R(A_i) = R(A_j) \text{ y } m_i > m_j \quad (6)$$

$$A_i = A_j \Leftrightarrow R(A_i) = R(A_j) \text{ y } m_i = m_j \quad (7)$$

Entonces, el valor de clasificación $R(A_j)$ del número difuso triangular A_i se puede obtener como sigue en la Ecuación 8 (modificada de Atli y Kahraman (2012)):

$$R(A_i) = \beta \left[\frac{(c_i - x_1)}{(x_2 - x_1 + c_i)} \right] + (1 - \beta) \left[1 - \frac{(x_2 - a_i)}{(x_2 - x_1 - a_i)} \right] \quad (8)$$

Donde $x_1 = \min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ y $x_2 = \max\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ y comparando los valores de $R(A_j)$ se puede obtener las actividades que hacen parte de la ruta crítica y la duración total del proyecto.

3.1.4. AACE Determinando Duraciones de Actividades

La Asociación Americana de Ingenieros Civiles (AACE, 2012) define la duración de una actividad como la cantidad de trabajo realizado en una unidad de tiempo laboral, asociando dicha variable a métodos de estimación sistemáticos, analíticos y probabilísticos. También establece que estas duraciones estimadas son típicamente realizadas a través de comparación de datos actuales con rendimientos anticipados de la mano de obra, combinando el juicio profesional con las proyecciones en el tiempo de las actividades.

El AACE (2012) establece que el método PERT es una de las principales herramientas matemáticas para estimar duraciones de actividades introduciendo variables inciertas dada por el Juicio de profesionales, el cual, permite también evaluar las conficiones del entorno de la actividad

mediante el uso de duraciones tempranas o tardías. Sin embargo, el AACE recomienda usar el uso de expertos, pero sigue utilizando herramientas sin un tratamiento de datos adecuados a esta variable y sin incluirles en un modelo matemático. Dentro de lo relevante, el Juicio de expertos permite introducir al trabajo variables como: disponibilidad de recursos, factores que afectan la productividad, requerimientos de contrato, naturaleza de trabajo, productividad laboral, medios, métodos, permisos, habilidades gerenciales, recursos y equipos disponibles, temporadas del año, localización, restricciones de trabajo, calidad, subcontrato, influencias de terceros y redundancia del trabajo.

3.2. Marco Teórico

3.2.1. Lógica Difusa en Ingeniería.

Guzmán y Castaño (2006) realizaron un resumen de los conceptos más relevantes para explicar la lógica difusa en la ingeniería, describiendo el proceso de solución de las variables de entrada y salida del método que funciona a partir de conjuntos difusos y valores de pertenencia. Los conjuntos difusos son un resumen de elementos reunidos o números difusos con límites borrosos o “no muy bien definidos”, que se basan principalmente en un fenómeno físico, teniendo en cuenta variables externas o criterios particulares de este, para realizar su descripción o delimitación, pero que difieren de los conjuntos clásicos por rechazar el requerimiento de que cada objeto debe ser un miembro o no del conjunto dado sin posibilidad de modificarse.

Un número difuso es la variación de un número regular que puede ser contenido dentro de un conjunto de datos, conocido como conjuntos difusos. Un conjunto difuso no vacío A , es un conjunto de datos dentro de una función de pertenencia que tiene valores μ_A entre 0 y 1 ($\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$), donde $\mu_A(x)$ representa el grado de pertenencia del elemento x al conjunto difuso A que puede variar de cero a uno. Esta pertenencia en un conjunto difuso no es solo una afirmación o

negación, sino, por el contrario, es un conjunto de datos con un cierto grado de borrosidad, donde su grado de pertenencia establece su mejor relación con el fenómeno adoptado (Másmela, 2015). Un caso particular de una función de pertenencia comprende a la función característica de un subconjunto A de U , la cual es dada por $X_A(x) = 0$ si $x \notin A$ y $X_A(x) = 1$ si $x \in A$. Entre las funciones de pertenencia típicas se encuentran la Gaussiana y Sigmoidal, las triangulares y las trapezoidales (Másmela, 2015)

Por ejemplo: La temperatura de un lugar específico puede ser caliente, agradable o fría. Para un conjunto clásico, caliente puede ser 37 grados centígrados, agradable 29 grados centígrados y fría 10 grados centígrados, sin embargo, para un conjunto difuso, esta equivalencia se da en términos de una función o intervalos, caliente puede ser 37 hasta 30 grados centígrados donde 35 grados puede tener mayor pertenencia que los otros valores; agradable puede equivaler a un intervalo de 29 hasta 11 grados centígrados y fría puede variar entre 10 y 0 grados centígrados, donde 25 y 7 grados pueden ser los valores con mayor pertenencia en los conjuntos difusos descritos. Sea $A \in F(\mathbb{R})$. Entonces, A es un número difuso si en A existe un intervalo cerrado $[a, b] = \emptyset$ de tal manera que se presenta en la ecuación (9).

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \in [a, b] \\ l(x) & \text{para } x \in]-\infty, a[\\ r(x) & \text{para } x \in]b, \infty[\end{cases} \quad (9)$$

3.2.2. Operaciones de conjuntos en Lógica Difusa.

Los conjuntos difusos, como todos los conjuntos normales (o nítidos), poseen operaciones básicas para su análisis, dentro de las cuales resaltan la unión y la intersección, sin embargo, cada una de ellas describe la relación posible para explicar un fenómeno (Reina, 2008). El **complemento** normal A de un conjunto difuso respecto al conjunto universo X , es definido como una operación de conjuntos que para todo x pertenece un X por la ecuación (10).

$$\tilde{A}(x) = 1 - A(x) \quad (10)$$

La **unión** de dos conjuntos difusos, A y B, define que para todo x pertenece a un universo X que selecciona el mayor valor de la forma mostrada en la figura (11) (max define el máximo de dos conjuntos).

$$(A \cup B)(x) = \max [A(x), B(x)] \quad (11)$$

La **intersección** entre dos conjuntos difusos A y B por su parte, difiere un poco de la unión, pero es similar al complemento. Dados estos dos conjuntos, la intersección es definida como como la variable que para todos los valores de x hay una pertenencia a X (min es el mínimo de dos conjuntos), de la forma de la ecuación (12)

$$(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)] \quad (12)$$

3.2.3. Variables Lingüísticas en Lógica Difusa.

Las variables difusas cuantitativas se formulan con ayuda del concepto de número difuso, que permite representar el estado de dicha variable. Sin embargo, los números difusos se utilizan para representar conceptos lingüísticos (tales como pequeño, mediano, grande, etc), que pueden ser interpretados en un contexto particular y que generan estructuras llamadas variables lingüísticas (Reina, 2008). Una variable lingüística representa valores aproximados de términos lingüísticos pertinente a una aplicación particular, capturados por los números difusos apropiados y caracterizados por (Reina, 2008) las siguientes propiedades:

- v es el nombre de la variable lingüística,
- X es el conjunto universo
- T es el conjunto de términos lingüísticos de v que se refiere a una variable base, el rango de valores es el conjunto X ,
- g es una regla sintáctica (una gramática) por lo general los términos lingüísticos en T ,

- m es una regla semántica que asigna a cada término lingüístico $t \in T$ su significado $m(t)$ que es un conjunto difuso en X . Es decir, $m: T \rightarrow F(X)$.

Varias funciones difusas se pueden ver en la Figura 1, en donde, se reconoce como a través de ella se definen los números difusos en cada vértice de los trapecios. Sin embargo, los modelos de lógica difusa usan reglas combinando uno o más conjuntos difusos. Los conjuntos de entrada son llamados antecedentes, a los que se les asocian conjuntos difusos de salida llamados consecuentes y su forma de trapecio, triangulo o polinomio dependen de la aproximación a alcanzar.

Figura 1

Ejemplos de variables del conjunto difuso rendimiento.

Nota: Adaptado de Reina (2008).

Las reglas de lógica difusa se basan en operaciones de inferencia lógica, con las que se describe el comportamiento del sistema usando conectores lingüísticos del tipo SI, Y, ENTONCES. Los conjuntos difusos del antecedente se asocian mediante operaciones lógicas difusas del tipo Y u O. La “aritmética difusa” incluye operaciones básicas de unión, intersección y negación, aplicadas sobre conjuntos difusos (Rodas, Guamán, Colina, Peña, Siguenza-Guzman, 2019).

La aplicación de la regla difusa y sus límites, así como el uso del conjunto o la función de valores numéricos medidos como entrada de un modelo se conoce como la etapa de fuzzificación, mientras que el proceso de resultado basado en variables de salida, donde mediante un valor de pertenencia se puede obtener un número, se conoce como defuzzificación, lo que resulta en trasladar un resultado del mundo real a un posible valor de pertenencia que también tiene asociado un conjunto difuso en modo de función discreta o variable (Guzmán y Castaño, 2006).

Finalmente, Guzmán y Castaño (2006) resaltan que mediante la aplicación de un modelo de lógica difusa se puede realizar el control de una variable solicitada por un fenómeno, a partir de los datos de salida generado por las funciones de pertenencia y sus reglas. Sin embargo, se recomienda que la experiencia del experto se valide al final del proceso, tener en cuenta que no es viable el cambio de las funciones durante el proceso y que es recomendado el uso de funciones triangulares o trapezoidales para caso de fenómenos conocidos.

4. Desarrollo del Modelo Alternativo de ruta crítica mediante la Lógica Difusa

4.1. Evaluación de Duraciones en los Proyectos de GTP ASOCIADOS LTDA

La planificación de las duraciones de los procesos mediante un modelo de lógica difusa inicia con la definición de las variables de entrada. Se determina principalmente la relación de los factores tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital con la estimación de las duraciones empleadas en la construcción de elementos estructurales en GTP ASOCIADOS Ltda, y se asignan mediante tiempos pesimistas al proyecto.

GTP ASOCIADOS LTDA, es una empresa creada en 2003 por escritura pública no 2005 del 2003/09/09 de notaria 08 del círculo de Bucaramanga. GTP ha ejecutado más de 70 proyectos relacionados con la construcción de vías y edificaciones. En 43 proyectos se realizan actividades de construcción de cualquier tipo, identificando aquellos relacionados con la implementación de elementos estructurales de concreto reforzado como un total de 21 contratos de obra civil desde el año 2012, periodo seleccionado arbitrariamente para la ejecución del modelo alternativo de lógica difusa. De estos proyectos de construcción revisados, se pudo evidenciar 7 que contenían las especificaciones directas sobre las actividades de construcción evaluadas, seleccionando aquellos que utilizaran concreto reforzado bajo las especificaciones actuales de la norma NSR-10 y resultando en el siguiente listado:

- Mantenimiento vía cepita - alto de jaimes - san andres, municipio de Cepitá con el Instituto de Desarrollo de Antioquia del año 2012.
- Adecuaciones subestaciones de potencia con la Electrificadora de Santander del año 2014.
- Construcción de puente sobre el rio frio y obras de alcantarillado del tramo II de la transversal el bosque y sus obras complementarias con el contratante Consorcio Bucaramanga del año 2015.
- Intervención de junta en pavimento rígido y flexible en la plataforma de estacionamiento de aeronaves (apn) comercial del aeropuerto Palonegro de Bucaramanga (SKBG) con el contratante AERORIENTE del año 2017.
- Construcción del área de cargue cedis logístico sede Aguachica del contratante Freskaleche SAS en el año 2018.
- Recuperación espacio público Cra 40 entre calle 46 y 48 barrio altos de cabecera acción popular rad 2004-1396 del municipio de Bucaramanga en el año 2019.

- Construcción y puesta en marcha del sistema de lodos (lechos de secado) para la planta de tratamiento de agua potable, del aeropuerto internacional Palonegro de Bucaramanga (SKBG) con el contratante AERORIENTE del año 2019.

4.1.1. Definición del Alcance.

Debido a la particularidad de cada contrato, se realiza un análisis cuantitativo y cualitativo de las actividades base definidas en sus alcances, y se selecciona el contrato “Construcción de puente sobre el rio frio” como estudio de caso para definir y validar el modelo alternativo de Lógica Difusa. Para la definición de la línea base del alcance, las actividades en cuestión (8 entregables) tienen una relación directa con la construcción de elementos de concreto reforzado e influyen en la ruta crítica para la estimación de la duración total del proyecto “El puente”, como lo denominaremos de acá en adelante. En la Figura 2 se puede denotar una propuesta de Estructura Desglosada de trabajo EDT que resume los entregables y paquetes de trabajo del proyecto.

Figura 2

Propuesta de Estructura Desglosada de Trabajo.

En el apéndice A se detallan las especificaciones del método utilizado para cada uno de los paquetes de trabajo del proyecto El puente, incluyendo materiales, equipos, transportes y mano de obra. A estas especificaciones se le denomina el diccionario de la EDT, uno de los componentes de la línea base del alcance se muestra de ejemplo en la Tabla 2, resaltando la influencia del tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital con la estimación de las duraciones empleadas en la construcción de elementos estructurales.

Tabla 2

Ejemplo de diccionario de EDT.

Id: 1.1	Entregable/paquete de trabajo: estribos y aletas.	Unidad: m ²
Descripción general:	Comprende los trabajos de suministro, transporte, habilitación y colocación del acero de refuerzo, así como también, preparación, vaciado y vibrado del concreto clase c de los estribos del puente. El encofrado es colocado antes de vaciado del concreto, este debe ser verificado estructuralmente de tal manera que soporte el peso del concreto colocado hasta su curado, formaleta metálica. El concreto debe ser vaciado con la ayuda de mixer. Esta actividad es afectada por los factores tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital.	
Criterio de aceptación:	Cumplir con lo dictaminado en la norma técnica invias, especificación particulares puentes invias estructura, y métricas, espaciamientos del acero de refuerzo, alineamientos verticales y horizontales del concreto, retirado del encofrado en las fechas previstas de acuerdo con las especificaciones técnicas	
Recursos mano de obra:	Definidos según estimaciones y ruta crítica del proyecto.	
Recursos de equipo:	Mixer de concreto, vibrador de concreto, maquina para corte y figurado, herramienta menor.	
Recursos materiales:	Concreto clase c; varillas de 4200 kg/cm ² , alambre para amarres c-14, formaleta metálica.	
Anexos:	Ntc 2289, nsr-10 c.3.5, astm-a706m, concreto artículo 630 normas y especificaciones 2012 invias.	

Debido a que el modelo alternativo de planeación por lógica difusa necesita unas actividades específicas, se han definido 37 paquetes de trabajo según los entregables completos del proyecto

El puente. La subestructura definida principalmente por la construcción de Estribos y aletas como los mostrados en la Figura 3 se divide en Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm² estribos y aletas (Paquete 1.1.1.), encofrado formaleta metálica estribos y aletas (Paquete 1.1.2.), vaciado y vibrado de concreto clase C estribos y aletas (Paquete 1.1.3.) y desencofrado de estribos y aletas (Paquete 1.1.4.).

Figura 3

Imagen de construcción de estribo y aletas en concreto reforzado.

Posterior a la cimentación, se realiza la construcción de los Apoyos de Neopreno que consisten en el suministro de mortero de nivelación (Paquete 1.2.1.), limpieza y adecuación de superficie de estribo (Paquete 1.2.2.) y aplicación de película de resina epoxi con localización de ejes de apoyos e instalación de apoyos elastoméricos neopreno 60 (Paquete 1.2.3.).

Como tercera etapa del proceso constructivo, se ejecuta la super estructura mediante vigas postensadas, las cuales son fundidas en sitio, izadas y luego niveladas al puente. Se inicia con el

suministro e instalación de solado (Paquete 1.3.1.), continua con el armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm² viga postensada (Paquete 1.3.2.), posteriormente se realiza la colocación de preesfuerzo 19000 kg/cm² (Paquete 1.3.3.), encofrado y apuntalamiento de viga postensada (Paquete 1.3.4), vaciado y vibrado de concreta clase A viga postensada (Paquete 1.3.5.), ejecución del desencofrado de Vigas postensadas (Paquete 1.3.6.) como se observa en la Figura 4 y finalmente Tensionamiento de acero de preesfuerzo (Paquete 1.3.7.) y el Izado de vigas postensadas (Paquete 1.3.8.).

Figura 4

Imagen de construcción de vigas en sitio apartado del puente.

Como actividades complementarias, resalta también la ejecución de riostras de concreto reforzado (Paquete 1.4.1. hasta 1.4.5.), Tableros (Paquete 1.5.1. hasta 1.5.5.), Juntas de dilatación (Paquete 1.6.1. hasta 1.6.3.), Losas de aproximación (Paquete 1.7.1. hasta 1.7.5.), y Andenes y barreras de tráfico (Paquete 1.8.1. hasta 1.8.4.).

4.1.1. Definición del Tiempo determinístico del Proyecto.

El proyecto el puente fue ejecutado entre 2015 y 2016 en el marco del contrato de ejecución de la Vía Transversal de El bosque en la Ciudad de Bucaramanga (Santander) con una duración final de 241 días, desde el 01 de junio de 2015 hasta el 10 de febrero de 2016. Sin embargo, para este trabajo de aplicación, el tiempo real se tomará como una base de comparación final y se realizará todo el proceso mediante el método de Técnica de evaluación y revisión de programas (en inglés, PERT Program Evaluation and Review Technique) para estimar el tiempo de las actividades y el método de ruta crítica (Critical Path Method CPM en Inglés) para estimar la duración total del proyecto.

Para realizar la planeación del cronograma determinístico se realiza el análisis cuantitativo del rendimiento (R) o unidad de actividad ejecutada (U.C.E.) en una cantidad de tiempo determinada (en días o jornales de trabajo) (C.T.E.). Como se denota en la ecuación (13), existe un rendimiento como base de dato para todos los paquetes de trabajo del proyecto.

$$R = \frac{U.C.E.(unidades)}{C.T.E.(dias)} \quad (13)$$

Este rendimiento se obtiene de bases probabilísticas que maneja el instituto nacional de vías INVIAS, así como basado en el juicio de expertos de la empresa GTP ASOCIADOS LTDA y con este, se calculó la duración de las actividades del contrato. Según la AACE se realiza una aproximación a la unidad mayor y define una duración para cada actividad (Duración teórica PERT), la cual es comparada con la duración real de la actividad según la revisión histórica del proyecto de construcción. La duración calculada de cada paquete de trabajo se obtiene en la ecuación (14) como la aproximación de la cantidad total del paquete de trabajo (C.T.) sobre el rendimiento asignado para la actividad según base de datos (R)

$$Duracion\ PERT = \frac{C.T.}{R} \quad (14)$$

En el apéndice B se detallan los datos de cálculo de duraciones mediante la información histórica y el método de PERT. El cálculo de las duraciones de las actividades es comparado en una programación de obra ajustada a los requerimientos de tiempo y ajustada a la realidad del contrato para definir la duración definitiva de la actividad y por ende la ruta crítica del proyecto, estimando la duración total inicial. Mediante este proceso se realiza una sobre estimación de la ejecución de la actividad con ese equipo de trabajadores y bajo unas condiciones ideales de trabajo, ya que no hemos asociado ninguna variable externa adicional como el clima, hora del día, características del lugar, incidencia de la disponibilidad de materiales, entre otros.

Este proceso de cálculo de rendimientos teniendo en cuenta la información histórica nos indica la relevancia del método PERT al usar datos exactos para asociar cuanto tiempo toma realizar una actividad por unidad de medida. Se realiza una calculo mediante hoja de cálculo en Microsoft Excel, logrando obtener la ruta crítica del proyecto. A este procedimiento lo conoceremos como la Ruta crítica convencional o determinística y se puede revisar en el Apéndice D. Un ejemplo de la base de programación se muestra en la Figura 5, donde actividades en la misma columna tienen características de comienzo-comienzo y actividades a diferente columna tienen relación fin-comienzo.

El usuario debe ingresar los datos de las celdas en azul e ir ingresando columnas según su precedencia. En la figura 6 se muestran los detalles de las casillas de ruta crítica donde se debe asignar “Numeración en Project”, “Nombre de la actividad”, “identificador EDT de la actividad” y “actividades predecesoras” para que funcione el proceso en la hoja de cálculo de Excel.

Figura 5

Muestreo de ruta crítica programada de un proyecto determinístico.

Figura 6

Muestreo de ruta crítica programada de un proyecto determinístico.

4.1.2. Relación de las variables adicionales con la duración total del proyecto.

Se puede determinar que la relación de los factores tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital con la estimación de las duraciones empleadas en la construcción de elementos estructurales en la empresa GTP Asociados Ltda. durante el periodo

2012-2020 nos arroja aumentos en la duración total de las actividades y de la ruta crítica del proyecto, para el caso de proyecto El Puente, se presenta un aumento en tiempo de 50 días.

Los 50 días de aumento en la totalidad del proyecto deben evaluarse en cada una de las 37 actividades del proyecto El Puente, con el fin de asociar los mayores tiempos a cada actividad y no aun global general, pero como se verá en la sección 4.2 este análisis se realiza de acuerdo con una asignación de pesos de relevancia de los factores externos a las actividades y su incidencia se le asigna según el criterio de expertos de la empresa GTP Asociados Ltda. Por ejemplo, para el tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo o fallas asociadas a su funcionamiento se asigna un periodo de solución de máximo 7 días; para el tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Cimentación se asignan 3 días; mientras que para el tiempo de disponibilidad de capital para pagos de materiales se asignan también 3 días y para el tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Superestructura se asignan 15 días.

4.2. Revisión de otras variables en la estimación de duraciones

Como parte de la evaluación de las variables adicionales que afectan la estimación de duraciones para la construcción de elementos estructurales de concreto reforzado, se realiza una revisión histórica adicional de los proyectos en la construcción de puentes para establecer las actividades o variables iniciales del proyecto apoyados en la investigación de Celis y Rangel (2021). Se utiliza la herramienta SCOPUS mediante la búsqueda de palabras claves como lo muestra la Figura 7. En la dirección de proyectos es relevante la intención de conseguir la mayor aproximación posible sobre los tiempos que demorarán en ejecutarse cada una de las actividades, ya que una correcta planeación de la gestión del tiempo permite aproximaciones más exactas del proyecto. Por medio del registro de datos fue posible clasificar algunos de los problemas más

comunes asociados a las distintas técnicas con la ayuda de las herramientas de control y monitoreo que entregan los autores para llevar seguimiento de los costos y tiempos del proyecto (Celis y Rangel, 2021).

Figura 7

Propuesta de Búsqueda Bibliográfica. Modificado de Celis y Rangel (2021).

Nota: Adaptado de *Celis y Rangel (2021)*.

En la Tabla 3 se realiza un registro de los problemas más comunes encontrados por Celis y Rangel (2021) y que indican la necesidad de considerar tiempos pesimistas o adicionales en el cálculo de las rutas críticas de los proyectos de construcción de puentes. Se aprecia la incidencia de problemas de ejecución en la elaboración de los cronogramas, que pueden ir desde procesos administrativos hasta los más frecuentes en la etapa de ejecución del proyecto y que coinciden

algunos con las propuestas realizadas en este documento como parte de proceso de planificación de la empresa GTP Asociados Ltda.

Tabla 3

Otras variables problemas para las duraciones.

Ítem	Problema asociado
P1	Tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo o fallas asociadas a su funcionamiento.
P2	Duraciones adicionales por trabajos de excavación manual. Problemas con obras preliminares.
P3	Mano de obra no calificada con bajos rendimientos para ejecutar las actividades en concreto y acero.
P4	Inasistencia injustificada o no presencia por contratación de mano de obra calificada.
P5	Tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Cimentación.
P6	Disponibilidad y acompañamiento continuo de los Especialistas.
P7	Retrasos en estudios y diseños de tránsito y tráfico,
P8	Mayores cantidades de obra de las programadas (falta de mano de obra)
P9	Tiempo de disponibilidad de capital para pagos de materiales.
P10	Tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Superestructura.
P11	Demoras en actividades que no hacen parte de la ruta crítica.
P12	Supuestos iniciales incumplidas (Huelgas por sindicatos, malestar de pobladores por las obras)

Nota: Adaptado de Celis y Rangel (2021).

Los gestores de proyectos tienden a aplicar PERT debido a la modelación estadística de la incertidumbre en lo que respecta a la estimación de duraciones; tanto los estudios mundiales como las investigaciones latinoamericanas la implementan y evidencian su capacidad de asociación con las demás herramientas de estimación (Celis y Rangel, 2021). Los proyectos que hacen uso de PERT son la base para aplicar el método de Análisis Jerárquico (Analytic Hierarchy Process (AHP)) y revisar otras variables que pueden afectar el proyecto de construcción, ya que como se

ha mencionado, adicionar alternativamente tiempos por variables inciertas es la base del modelo fuzzy alternativo propuesto en este documento. En la Figura 8 se muestra una jerarquización del modelo identificando y asociando el objetivo, los problemas y las técnicas a evaluar. Las técnicas de PERT, Juicio de expertos y Estimación Análoga se relacionan con los problemas a través del impacto que generan en los proyectos, con el fin de poder lograr el objetivo que es seleccionar la técnica más adecuada.

Figura 8

Propuesta de AHP modificado de Celis y Rangel (2021).

Nota: Adaptado de Celis y Rangel (2021).

Para la aplicación del modelo fue necesario establecer un peso a cada uno de los problemas, tomando como base la escala de Saaty del Apéndice B y como criterio de calificación el grado impacto que tenía el problema sobre el proyecto en términos de costos y tiempos. Los resultados de esta selección podrían verse afectados por la cantidad de documentos que se encuentren en

función de las técnicas implementadas. Sin embargo, el método cuenta con un índice de inconsistencia que al ser inferior a 0.1 se pueden considerar los resultados aceptables y consistentes (Celis y Rangel, 2021).

Podemos realizar una revisión de las técnicas con mayor incidencia y mediante el AHP obtenemos un posicionamiento jerárquico para las actividades con mayor influencia o peso, como lo son: tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Cimentación; tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo o fallas asociadas a su funcionamiento; tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Superestructura; y demoras en actividades que no hacen parte de la ruta crítica. En la Tabla 3 se le asigna la duración total de cada uno de los paquetes de trabajo según juicio de expertos de GTP Asociados Ltda.

Tabla 4

Problema asociado a las duraciones de un proyecto de construcción de puente.

Problemas según Celis y Rangel (2021).	días
Tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo o fallas asociadas a su funcionamiento.	7
Tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Cimentación.	3
Tiempo de disponibilidad de capital para pagos de materiales.	3
Disponibilidad de recursos físicos para Superestructura.	15

Nota: Adaptado de Celis y Rangel (2021).

Se aplica nuevamente el análisis AHP para cada actividad o paquete del trabajo, analizando la incidencia de cada uno de los factores de la tabla 4 para determinar un tiempo esperado con variables difusas. A este número adicional de tiempo sumado con el tiempo PERT se le denominara como numero difuso con mayor valor de pertenencia (es decir, 1). En la Tabla 5 se puede encontrar

una relación de tiempos adicionales y finales por cada actividad denotando la relevancia del método AHP para estimar los tiempos adicionales basado en los principales problemas asociados al proyecto, que en este caso particular consiste en la construcción de un puente vehicular.

Tabla 5

Relación de tiempos de actividades con variables externas.

ITEM	Tarea	Duración PERT (Días)	Adiciona l AHP	Duración AHP (Días)
1	Puente Tipo viga I concreto postensado			
1.1	Estribos y aletas			
1.1.1.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2 estribos y aletas con colocación de dados espaciadores 5cm.	32	2	34
1.1.2.	Encofrado formaleta metálica estribos y aletas.	18	5	23
1.1.3.	Vaciado y vibrado de concreto clase C estribos y aletas.	36	2	38
1.1.4.	Desencofrado de estribos y aletas.	9	5	14
1.2.	Apoyos de Neopreno			
1.2.1.	Suministración de mortero de nivelación.	1	4	5
1.2.2.	Limpieza y adecuación de superficie de estribo.	1	2	3
1.2.3.	Aplicación de película de resina epoxi.	1	4	5
1.3	Vigas postensadas			
1.3.1.	Suministro e instalación de solado.	2	2	4
1.3.2.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2 viga postensada.	19	4	23
1.3.3.	Colocación de acero de preesfuerzo 19000 kg/cm2 viga postensada	9	4	13
1.3.4.	Encofrado y apuntalamiento de viga postensada.	7	4	11
1.3.5.	Vaciado y vibrado de concreta clase A viga postensada.	4	8	12
1.3.6.	Desencofrado de Vigas postensadas.	15	8	23
1.3.7.	Tensionamiento de acero de preesfuerzo.	3	5	8
1.3.8.	Izado de vigas postensadas.	3	6	9
1.4	Riostras			
1.4.1.	Apuntalamiento de riostras.	1	5	6
1.4.2.	Encofrado formaleta riostra.	3	5	8
1.4.3.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2 riostra.	4	4	8
1.4.4.	Vaciado y vibrado de concreto clase C riostra.	1	4	5
1.4.5.	Desencofrado de Riostras.	10	5	15
1.5	Tableros			
1.5.1.	Apuntalamiento de tableros.	5	5	10
1.5.2.	Encofrado formaleta tableros.	7	5	12
1.5.3.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2 Tableros.	14	4	18
1.5.4.	Vaciado y vibrado de concreto clase C tableros.	3	4	7

1.5.5.	Desencofrado de tableros.	5	5	10
1.6	Juntas de dilatación			
1.6.1.	Limpieza y adecuación de superficie de junta.	2	2	4
1.6.2.	Perforación e instalación de pernos.	3	4	7
1.6.3.	Colocación juntas de dilatación VSL T40 y aplicación de resina.	3	4	7
1.7	Losas de aproximación			
1.7.1.	Suministro e instalación de solado.	1	2	3
1.7.2.	Encofrado formaleta de borde losas.	2	4	6
1.7.3.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2 losas.	11	4	15
1.7.4.	Vaciado y vibrado concreto clase D losas de aproximación.	4	4	8
1.7.5.	Desencofrado de losas de aprox.	3	5	8
1.8	Barreras de trafico			
1.8.1.	Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm2.	6	4	10
1.8.2.	Encofrado formaleta de borde.	3	4	7
1.8.3.	Vaciado y vibrado de concreto clase D.	2	4	6
1.8.4.	Desencofrado	3	5	8

4.3. Planteamiento del modelo de Lógica Difusa del Proyecto

En la literatura se han propuesto muchos métodos de clasificación de números difusos para tratar con un modelo de estimación de tiempos totales de un proyecto, sin embargo, es necesario seleccionar un enfoque que sea simple y que aún pueda aplicarse para identificar la ruta crítica y por lo tanto la duración total. Se propone entonces apoyarse en el método AHP y lo propuesto por Reina (2008) para plantear los números difusos con funciones triangulares para cada uno de los tiempos de los paquetes de trabajo o actividades particulares, y el modelo de ruta crítica propuesto por Atli y Kahraman (2012) para estimar el tiempo total del proyecto

El valor de clasificación $R(A_j)$ mencionado en la sección 3 del número difuso triangular A_i se puede obtener como se recuerda de la Ecuación 8 (modificada de Atli y Kahraman (2012)) y nos define la viabilidad de aplicar las ecuaciones de suma (Ecuación 2) y sustracción (Ecuación 3) definidas también en la sección 3 para estimar la ruta crítica y la duración total del proyecto, la cual, es propuesta también como una función triangular de la forma de la Figura 9, donde se podrá

denotar la pertenencia o no del tiempo calculado por PERT y el tiempo de duración real del proyecto.

Al tiempo calculado por FCPM se le asignará el valor de pertenencia de 1, al considerar todas las variables difusas del proyecto permitiendo evaluar la relación con las duraciones totales objetivo. Se estima que el modelo por lógica difusa debe estar por encima del valor calculado por PERT y permitirá establecer que este método no tiene en cuenta las variables inciertas de la sección 4.1. y 4.2. de este documento.

Figura 9

Función Pertenencia Proyecto.

Se definen los números difusos y sus correspondientes funciones de pertenencia para todas las actividades del proyecto de acuerdo con los resultados de los tiempos adicionales calculados en la Tabla 4. Para el complemento de esta definición, se ha tomado la referencia de asumir funciones triangulares para el modelamiento de duraciones, donde el valor de pertenencia 1 corresponde a tiempo calculado por AHP, mientras que los valores de borde de la función han sido definidos según la experiencia de los ingenieros de GTP Asociados Ltda de +/- 7 días. En la Figura 10 son

definidos los valores difusos para la subestructura definida principalmente por la construcción de Estribos y aletas, que a su vez se divide en Armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm² estribos y aletas (Paquete 1.1.1.), encofrado formaleta metálica estribos y aletas (Paquete 1.1.2.), vaciado y vibrado de concreto clase C estribos y aletas (Paquete 1.1.3.) y desencofrado de estribos y aletas (Paquete 1.1.4.).

Figura 10

Funciones de pertenencia Estribos y Aletas.

Posterior a la cimentación, se realiza la construcción de los Apoyos de Neopreno con el suministro de mortero de nivelación (Paquete 1.2.1.), limpieza y adecuación de superficie de estribo (Paquete 1.2.2.) y aplicación de película de resina epoxi con localización de ejes de apoyos e instalación de apoyos elastoméricos neopreno 60 (Paquete 1.2.3.), para los cuales también se han definido las funciones de la Figura 11.

Como tercera etapa del proceso constructivo, se ejecuta la super estructura mediante vigas con las funciones de pertenencia de la Figura 12, que inicia con el suministro e instalación de solado (Paquete 1.3.1.), continua con el armado de acero de refuerzo 4200 kg/cm² viga postensada (Paquete 1.3.2.), colocación de preesfuerzo 19000 kg/cm² (Paquete 1.3.3.), encofrado y

Como actividades complementarias, se plantean funciones de pertenencia según la Figura 13, hasta la 17, donde se denotan las actividades sobre las riostras de concreto reforzado (Paquete 1.4.1. hasta 1.4.5.), Tableros (Paquete 1.5.1. hasta 1.5.5.), Juntas de dilatación (Paquete 1.6.1. hasta 1.6.3), Losas de aproximación (Paquete 1.7.1. hasta 1.7.5. de la Figura 19), y Andenes y barreras de tráfico (Paquete 1.8.1. hasta 1.8.4.). Resaltando que el valor mínimo asignado a la función de pertenencia es 0, debido a que una actividad no puede durar menos de 0 días calendario.

Figura 13

Funciones de pertenencia Riostras.

Figura 14

Funciones de pertenencia Actividades Finales Tablero.

Figura 15

Funciones de pertenencia Juntas de Dilatación.

Figura 16

Funciones de pertenencia Losas de Aproximación.

Figura 17

Funciones de pertenencia Barreras de tráfico.

Considerando la metodología propuesta por Atli y Kahraman (2012) de la Sección 3 y complementada en la sección 4.3., una perspectiva que ha demostrado ser correcta para estimar una ruta crítica difusa consiste en transformar los números difusos en nítidos, y luego plantear un problema fuzzificado transformando la función objetivo del problema difuso en un problema de programación de valores nítidos. Según estos autores, la idea es lograr encontrar todas las posibles soluciones factibles, correspondientes a posibles caminos descritos por las restricciones en el modelo y, por lo tanto, la duración del proyecto y la ruta crítica. La ruta con el mayor valor objetivo $R(A_j)$ se identifica como la ruta crítica.

4.4. Desarrollo del modelo alternativo de ruta crítica de Lógica Difusa

Para establecer el modelo de ruta crítica realizado en el Apéndice D, se debe realizar el uso de las operaciones de adición y sustracción dispuestas en las Ecuaciones de la sección 3, así como un armado de la red lógica del proyecto, la cual ya ha sido definido por métodos determinísticos y no ha cambiado por métodos difusos, complementando con las propiedades matemáticas de esta sección.

Para entender el procedimiento se debe tener en cuenta la siguiente notación tomada de Atli y Kahraman (2012), donde N es el conjunto de todos los nodos de una red de proyecto y las siguientes variables:

FAT_i : Tiempo difuso de la actividad A_i

$FEST_j$: El tiempo difuso de inicio más temprano del nodo j .

$FECT_j$: El tiempo difuso de finalización más temprano del nodo j .

$FLST_j$: El tiempo tardío difuso de inicio del nodo j .

$FLCT_j$: El tiempo tardío difuso de finalización del nodo j .

FTS_i : El tiempo difuso total de holgura de A_i

$NS(j)$: El conjunto de todos los nodos conectados a todas las actividades sucesoras del nodo j , es

decir, $NS(j) = \{k | A_{jk} \in S(j), k \in N\}$

$P(j)$: El conjunto de todas las actividades predecesoras del nodo j .

$F_{CPM}(P_k)$ es el tiempo difuso de holgura total de la ruta P_k en una red de proyecto. Las propiedades importantes de FCPM son las siguientes:

En esta sección, se utiliza un algoritmo de ruta crítica difusa para encontrar la ruta crítica de una red de proyecto de planificación de mantenimiento de aeronaves en un entorno difuso. La descripción del algoritmo se presenta en los siguientes pasos procedimentales propuestos por Atli y Kahraman (2012).:

1. Identificar actividades o paquetes de trabajo en un proyecto de planificación.
2. Establecer relaciones de precedencia de todas las actividades y su red lógica.
3. Estime el tiempo difuso con respecto a cada actividad (acá mediante AHP).
4. Construir la red del proyecto de planificación.
5. Establecer $FEST_1 = (0,0,0,0)$ y calcular $FEST_j, j = 2, 3, \dots, n$, usando la propiedad de suma de la ecuación (15) y el $FECT_i$ según la ecuación (16).

$$FEST_j = \text{máx}\{FEST_i \oplus FAT_{ij} | i \in NP(j), j \neq 1, j \in N\} \quad (15)$$

$$FECT_i = FEST_i \oplus FAT_i \quad (16)$$

6. Deje $FLCT_n = FEST_n$ y calcule $FLCT_j, j = n - 1, n - 2, \dots, 2, 1$, usando la propiedad de sustracción de la ecuación (17) y $FLST_j$ usando la ecuación (18)

$$FLCT_j = \text{mín}\{FLCT_k \ominus FAT_{jk} | k \in NS(j), j \neq n, j \in N\} \quad (17)$$

$$FLST_j = FLCT_j \ominus FAT_j \quad (18)$$

7. Calcule FTS_j con respecto a cada actividad de la red del proyecto de planificación utilizando las propiedades de las ecuaciones (19) y (20)

$$FTS_{ij} = FLCT_j \ominus (FEST_i \oplus FAT_{ij}), 1 \leq i < j \leq n; i, j \in N \quad (19)$$

$$FTS_j = FLCT_j \ominus FECT_j = FLST_j \ominus FEST_j \quad (20)$$

8. Encuentre todas las rutas posibles usando las posibles redes lógicas del proyecto.
 9. Encuentre la ruta crítica $FCCPM(P_k)$ difusa con la ecuación (21)

$$FCCPM(P_k) = \sum_{\substack{1 \leq i < j \leq n \\ i, j \in P_k}} FTS_{ij}, P_k \in PT \quad (21)$$

10. Encuentre el grado de pertenencia para que el proyecto de planificación y compárelo con el del método determinístico de ruta crítica para su validación. Para proyectos futuros, este tiempo es la duración máxima que puede estimarse de manera alternativa.

En la figura 18 se puede denotar la notación de términos usados en el Apéndice D para la sección del método de ruta crítica difusa, donde se puede ver como se usan números nítidos para ejemplificar las variables difusas propuestas en la sección 4.3. de este documento.

Figura 18

Modelo de Actividad en Ruta crítica Fuzzy.

5. Análisis de Resultados

5.1. Relación del tiempo del proyecto con variables adicionales

Se realiza en detalle por experiencia del autor y evidencia en obra, se ha podido evaluar la afectación de los factores asociados al retraso de las actividades constructivas de elementos en concreto reforzado. Teniendo en cuenta que durante la redacción de este documento se denotó la relación histórica con varios problemas asociados a la especificación de la actividad. Dentro de los hechos relevantes a cada actividad se puede hacer una revisión paramétrica del proyecto realizado en el 2015 con las actividades relacionadas como problemas de este:

- Retraso en el pago de los materiales cuando se programa su uso o necesidad (incluida en este trabajo efectivamente).
- Retraso en la entrega de los bultos de cemento o viajes de agregado y arena, materiales que conforman el concreto mezclado en sitio para la ejecución de solado y otro elemento menor (incluido en este trabajo).
- Retraso en el pago de los viajes de concreto premezclado usado para la construcción de muros, aletas, vigas y etc (incluido en este trabajo).
- Retraso en la entrega disponible de formaleta para el armado de los elementos estructurales de concreto (incluido indirectamente en este trabajo).

Se puede denotar que la incidencia de estas actividades permitió que el proyecto durara 241 días, 50 días adicionales a los estimados por el método PERT lo que se ve reflejado en mayores costos del proyecto en su momento. Efectivamente el Proyecto El puente represento pérdidas para GTP ASOCIADOS teniendo en cuenta que la planificación y las actividades evaluadas se demoraron más.

En la evaluación de duraciones se puede denotar que realmente hay un aumento de tiempo ocasionado por más variables que son resumidas en las secciones 5.2 y que, sin evaluación de riesgos ni materialización de los mismos, el tiempo real aun no tuvo en cuenta todos los efectos negativos. Es decir, el proyecto no de demoro más gracias a la ejecución de técnicas constructivas eficientes y un correcto manejo de mano de obra.

5.2. Revisión de otras variables en la estimación de duraciones

Como parte de la evaluación de las variables adicionales que afectan la estimación de duraciones para la construcción de elementos estructurales de concreto reforzado, se realizó una revisión histórica basada en la revisión del registro fotográfico del proyecto y en búsqueda bibliográfica, además de la aplicación de un análisis Jerárquico AHP, donde se puede denotar en la sección 4.2 los resultados de la Tabla 6, donde las fallas asociadas a equipos y la distinción entre materiales para una parte o área característica del proyecto puede aumentar los tiempos de trabajo y por lo cual confirma que los 191 días establecidos por métodos determinísticos fueron insuficientes para estimar el tiempo total real del proyecto.

Tabla 6

Variables Finales asociadas al proyecto.

Problema asociado a las duraciones de un proyecto de construcción de puente
Tiempo de disponibilidad de capital para pagos del equipo o fallas asociadas a su funcionamiento.
Tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Cimentación.
Tiempo de disponibilidad de capital para pagos de materiales.
Tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos para Superestructura.

Cabe denotar que a pesar de que existen muchas más variables de incidencia en los proyectos de construcción, las denotadas en la tabla 6 son las que por el análisis de este trabajo afectan directamente la duración total del proyecto El puente y por ende la ruta crítica de este. En el apéndice B se deja programada las demás variables para el uso en posteriores estimaciones.

5.3. Planteamiento del modelo de Lógica Difusa

En la construcción de las reglas de la lógica difusa basados en el conocimiento de expertos de GTP ASOCIADOS Ltda, para la estimación de duraciones de actividades se pudo establecer que el procedimiento (teoremas y principios) aplicado por Atli y Kahraman (2012) es el más cercano a plantear de manera alternativa la ruta crítica del proyecto. Las actividades permiten el uso de valores nítidos y siguen teniendo la misma red lógica de un proyecto determinístico, pero resultando en tiempos esperados mayores cercanos a al realizad que tienen en cuenta las variables identificadas en 5.2.

5.4. Validación del modelo de Lógica Difusa

Al mantener la misma red lógica para un FCPM y para un CPM determinístico o nítido, se puede establecer que el modelo para la estimación de la duración total de un proyecto de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado es válido ya que no subestima los tiempos reales como lo hace un método determinístico. El uso de números difusos es viable dentro de una programación de tiempos y actividades en Microsoft Excel, por lo cual es funcional para los requerimientos del personal de GTP ASOCIADOS Ltda.

El equipo de ingeniería y administrativo puede asociarse fácilmente con el modelo de ruta crítica desarrollado y como se muestra en la Figura 19, tenemos una red lógica fácil de entender tanto por CPM como por FCPM y se propone revisar el apéndice D, donde se puede establecer la valides verificable del modelo alternativo de lógica difusa.

Figura 19

Ruta Crítica Determinística y Fuzzy.

De la red lógica y ruta crítica anterior, se puede obtener tres valores finales en la actividad 48, que representan los números difusos finales del modelo de FCPM y, por lo tanto, la definición de la función de salida de la duración total del proyecto. Como se puede observar en la Figura 20, el valor de pertenencia mayor corresponde a 289 días en el proyecto, obteniendo una duración mayor a la real sin subestimar las variables difusas planteadas en el presente documento.

Figura 20

Números difusos finales del modelo FCPM.

De la figura anterior podemos realizar las siguientes afirmaciones:

1. Los tiempos A_i de cada actividad y de todo un proyecto dentro de un modelo difuso son mayores a los tiempos de un modelo determinístico.
2. La ruta crítica por el modelo de lógica difusa FCPM establece una duración mayor a la obtenida por métodos determinísticos CPM.
3. La ruta crítica por el modelo de lógica difusa FCPM establece una duración mayor a la obtenida en la ejecución real del proyecto.
4. La duración determinística tiene un valor de pertenencia de 0.338 con respecto a la duración total obtenida por FCPM.
5. La duración real tiene un valor de pertenencia de 0.676 con respecto a la duración total obtenida por FCPM.

6. Conclusiones

Con la finalización del presente trabajo de grado se logra proponer un modelo alternativo para la planificación de la gestión al tiempo y específicamente el cálculo de duraciones individuales y estimación del tiempo total de ejecución de un proyecto, planteando un procedimiento donde se permite incluir las variables externas que más han afectado a proyectos de construcción de elementos estructurales de concreto reforzado a una entidad, como la empresa GTP Asociados Ltda.

Efectivamente se determinó que la relación de los factores tiempo de entrega de materiales y de disponibilidad de recursos físicos y capital, afectan negativamente la estimación de las duraciones empleadas en la construcción de elementos estructurales, teniendo en cuenta la adición de tiempos pesimistas a la ruta crítica del proyecto. La inclusión de variables difusas nos arroja tiempo mayores (289 días), y aunque se aumenten los tiempos pesimistas de métodos probabilísticos como el PERT (191 días), este último resulta insuficiente para contemplar los factores en mención y estimar la duración real del proyecto (241 días), al mantener aun relaciones optimistas muy predominantes en sus estimaciones.

También resulta importante denotar, que las variables relacionadas con los materiales, recursos y capital no son suficientes dentro de una ruta crítica por modelo difuso y se logró mediante el uso de AHP y revisión bibliográfica e histórica, identificar las variables adicionales que afectan la estimación de duraciones para la construcción de elementos estructurales de concreto reforzado de un proyecto de construcción. Resaltando que identificar el sector, lugar o componente a construir se pueden establecer tiempos más cercanos a la realidad. En el caso del proyecto de El Puente, se ve como diferenciar entre superestructura y subestructura resulta beneficioso para calcular el

tiempo real adicional que generan los inconvenientes de disponibilidad de materiales, equipos y capital.

Finalmente, se logra validar un modelo de ruta crítica difusa para la estimación de la duración total de un proyecto de construcción de elementos estructurales en concreto reforzado, teniendo en cuenta que los métodos determinísticos están muy por debajo de los valores finales de ejecución (33% de pertenencia). Resaltando que tener un valor de pertenencia de 67% del proyecto real con respecto a variables difusas, podrían significar ahorro de costos administrativos, técnicos y humanos para la ejecución de cualquier proyecto de construcción, teniendo en cuenta que realizar planificación por un modelo difuso resulta más conservador que por uno determinístico.

Referencias Bibliográficas

- AACE® International Recommended Practice No. 32R-04. (2012). DETERMINING ACTIVITY DURATIONS. TCM Framework: 7.2 – Schedule Planning and Development.
- AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica). Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10 TÍTULO C – CONCRETO ESTRUCTURAL. Ley 400 de 1997. Santa fé de Bogotá: GOBIERNO NACIONAL, 2010.
- Atli, Omer. Kahraman Cengiz. (2012). Aircraft Maintenance Planning Using Fuzzy Critical Path Analysis. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, Vol. 5, No. 3 (June, 2012), 553-567.
- Celis, Pablo. Rangel, Daniel. (2021). Análisis de las técnicas para la estimación de duraciones en la ejecución de los paquetes de trabajo de concreto y acero en la planificación de un proyecto puente tipo. Proyecto de Grado para optar el título de Ingeniero Civil, Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Chen, Shih-Pin. Hsueh, Yi-Ju. (2008). A simple approach to fuzzy critical path analysis in project networks. *ScienceDirect. Applied Mathematical Modelling* 32. Páginas 1289-1297.
- Choudry, R.M., Aslam, M.A. Hinze, J.W. Arain, F.M. (2014). Cost and Schedule Risk Analysis of Bridge Construction in Pakistan: Establishing Risk Guidelines. *ASCE. Volumen* (36).
- Cox, E. (1994). *The Fuzzy Systems Handbook: a practitioner's guide to building, using, and maintaining fuzzy systems*. Chappaqua, New York. Academic Press.
- Guzmán, D., Castaño, V. M. (2006). La lógica difusa en ingeniería: Principios, aplicaciones y futuro. *Ciencia y Tecnología*. 24(2). 87-107.

- Kedir, N. S., Raoufi. M., Robinson, A. (septiembre 2020). Fuzzy Agent-Based Multicriteria Decision-Making Model for Analyzing Construction Crew Performance. ASCE. Volumen (36).
- Másmela. A. P. (2015). Desarrollo de una herramienta basada en lógica difusa que soporta la planificación de la gestión de riesgos para proyectos de construcción, sometida a las pautas de dirección de proyectos PMI (trabajo de grado pregrado). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Robinson, A. (Julio 2020). Fuzzy Logic and Fuzzy Hybrid Techniques for Construction Engineering and Management. ASCE. Volumen (146).
- Rodas, P., Guamán, R., Colina, E., Peña, M., Siguenza-Guzman, L. (2019). Modelo matemático basado en programación lineal y lógica difusa para predicción de tiempos en industrias de ensamble de bicicletas. RISTI. E19. 581-594.
- Seresht, N. G., Robinson A. (Mayo 2020). Neuro-fuzzy system dynamics technique for modeling construction systems. ELSEVIER.
- Shiple, M. F., de Korvin, A., Omer, K. (1997). BIFPET methodology versus PERT in project management: fuzzy probability instead of the beta distribution. ELSEVIER. 49-65
- Wang, C., Mohd-Rahim, F. A., Chan, Y. Y., Abdul-Rahman, H. (Febrero 2017). Fuzzy Mapping on Psychological Disorders in Construction Management. ASCE. Volumen (143).
- Yoon I, Lee H. -S., Park M., Lee J.G., Jung S.-S (2019). Schedule Uncertainty Analysis System Framework to Manage and Allocate Historical Data for Industrial Constructions Project.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. Information and control. 8. 338-353.
- Zhang. H., Xing, F. (2010). Fuzzy-multi-objective particle swarm optimization for time-cost-quality tradeoff in construction. ELSEVIER.