

**CONTROL DE NIVEL PARA UN SISTEMA DE TRES TANQUES, DISEÑO Y
EVALUACIÓN DE ESTRATEGIAS**

LUIS CARLOS MANTILLA ESPINOSA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO - MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2005**

**CONTROL DE NIVEL PARA UN SISTEMA DE TRES TANQUES, DISEÑO Y
EVALUACIÓN DE ESTRATEGIAS**

LUIS CARLOS MANTILLA ESPINOSA

Trabajo de Grado Desarrollado
como requisito parcial
para optar al Título de
INGENIERO ELECTRÓNICO

Director

Ing. JOSÉ ALEJANDRO AMAYA PALACIO

Codirector

Msc. DANIEL ALFONSO SIERRA BUENO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2005

A Dios, he aquí el fruto de su voluntad.

A mamá, por su infinita paciencia, amor y apoyo.

A mi hermana Adriana por su apoyo moral y económico, y por depositar su confianza en mí.

A mis hermanitos Laura Marcela y Luis Miguel, simplemente por existir y constituir para hoy el centro de mi existencia.

A Yenny Slendy Niño el amor de mi vida, por su compañía y amor durante más de la mitad de mi carrera.

Lo logramos.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Dios, un ser de poder inmensurable, porque fue su voluntad la que permitió que se hiciera realidad este sueño.

Daniel Alfonso Sierra Bueno, codirector del proyecto por su apoyo, confianza y amistad, y por facilitar y garantizar los materiales necesarios para la culminación de este proyecto.

José Alejandro Amaya Palacio, director del proyecto, amigo y guía, por su inmensa colaboración y entrega incondicional.

Mauricio Canal, representante de Simple Technologies, por permanecer al tanto y dar solución a todas las inquietudes y todos los inconvenientes que surgieron al utilizar la plataforma de Simple_Control.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. GENERALIDADES DE SISTEMAS DE FLUIDOS	3
1.1 INTRODUCCIÓN	3
1.2 MODELADO MATEMÁTICO DE SISTEMAS DE FLUIDOS	3
1.2.1 Sistemas de nivel de líquido	3
1.2.2 Resistencia de sistemas de nivel de líquido	4
1.2.3 Deducción de la constante K que relaciona velocidad de flujo Q con altura H_6	
1.2.4 Capacitancia de sistemas de nivel de líquido	11
1.2.5 Sistemas de nivel de líquido con interacción	12
1.2.6 Deducción de la ecuación de variación de nivel en relación al flujo	13
1.3 EL SISTEMA DE TRES TANQUES	16
1.3.1 Tanque No. 1 y Fuente de alimentación	16
1.3.2 Tanque No. 2	17
1.3.3 Tanque No. 3	17
1.3.4 Ecuaciones del sistema	19
2. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS PARA EL SISTEMA Y REPRESENTACIÓN COMPUTACIONAL	21
2.1 INTRODUCCIÓN	21
2.2 TOMA DE DATOS EXPERIMENTALES COMO PARÁMETROS DEL SISTEMA	21

2.3 OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PARA EL SISTEMA	25
2.4 REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO DE ESTADOS DEL SISTEMA	27
2.5 CÁLCULO DEL VALOR DE LA CONSTANTE K DE LAS VÁLVULAS	30
2.6 MODELO DEL SISTEMA DE TRES TANQUES EN SIMULINK	32
2.6.1 Válvula de entrada	32
2.6.1.1 Multiplicador	32
2.6.1.2 Actuador servo	33
2.6.1.3 Interruptor de emergencia ON / OFF	33
2.6.1.4 Limitador	33
2.6.2 Subsistema Tanque	35
2.6.2.1 Bloque de Ganancia	36
2.6.2.2 Bloque integrador	36
2.6.3 Subsistema Válvulas No.1 y No.2	37
2.6.4 Subsistema Válvula No.3	38
2.7 MODELO DEL SISTEMA DE TRES TANQUES EN SIMPLE CONTROL	38
2.7.1 Página 1, Válvula de entrada y tanque No. 1	39
2.7.2 Página 2, Válvula No.1	39
2.7.3 Página 3, Tanque No.2	42
2.7.4 Página 4, Válvula No.2	42
2.7.5 Página 5, Tanque No.3 y Válvula No.3	42
3. DISEÑO DE LOS SISTEMAS DE CONTROL	47
3.1 INTRODUCCIÓN	47
3.2 CONTROL CLÁSICO	48
3.2.1 Control de Nivel para el Tanque No.1 en Simulink	48
3.2.2 Control de Nivel para el Tanque No.2 en Simulink	57
3.2.3 Control de Nivel para el tanque No.1 en Simple Control	66

3.2.4 Control de Nivel para el Tanque No.2 en Simple Control	68
3.3 CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE ESTADO (Simulink)	70
3.3.1 Control de nivel para el tanque No.1	71
3.3.1.1 Sintonización para el escalón unitario	71
3.3.1.2 Sintonización para una entrada escalón de magnitud 2.3	77
3.3.2 Control de nivel para el tanque No.2	80
3.3.2.1 Sintonización para el escalón unitario	82
3.3.2.2 Sintonización para una entrada escalón de magnitud 1.5	87
4. EVALUACIÓN DE ESTRATEGIAS	92
4.1 INTRODUCCIÓN	92
4.2 COMPARACIÓN DE PLATAFORMAS (Simulink vs. Simple Control)	92
4.2.1 Ventajas de Simple Control	92
4.2.1.1 Bloques Controladores	92
4.2.1.2 Edición del panel de control	93
4.2.2 Desventajas de Simple Control	93
4.2.2.1 Limitación en el número de bloques	93
4.2.2.2 Proceso de instalación	94
4.2.2.3 Minimización del Panel de Control durante la simulación en Tiempo Real	94
4.2.2.4 Problemas durante la Simulación en tiempo real debido a un valor muy pequeño para la constante de ganancia derivativa	95
4.2.3 Ventajas de Simulink	96
4.2.3.1 Posibilidad de recurrir al Espacio de Trabajo	96
4.2.3.2 Mayor número de herramientas	96
4.2.4 Desventajas de Simulink	96
4.2.4.1 Control en tiempo real	96
4.2.4.2 Disminución de la velocidad de simulación al utilizar visualizadores	97

4.3 COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DE CONTROL (Control clásico vs. Control por realimentación de estados)	98
4.3.1 Ventajas del Control Clásico	98
4.3.1.1 Sintonización de un menor número de valores	98
4.3.1.2 Implementación del controlador más sencilla	98
4.3.2 Desventajas del control clásico	99
4.3.2.1 Procesos de diseño completamente independientes	99
4.3.3 Ventajas del control por realimentación de estados	99
4.3.3.1 Procesos de diseños teórico complementarios	99
4.3.4 Desventajas del control por realimentación de estados	99
4.3.4.1 De acuerdo con la selección de las variables de estado puede haber necesidad de utilizar un observador de estado	99
4.3.4.2 Sobrepasos máximos negativos	100
4.3.4.3 No linealidades	100
4.3.4.4 Función de transferencia	101
4.3.5 Análisis numérico	101
5. INTERFAZ GRÁFICA	105
5.1 INTRODUCCIÓN	105
5.2 INTERFAZ GRÁFICA EN MATLAB – GUI	105
5.3 INTERFAZ GRÁFICA EN SIMPLE CONTROL	110
CONCLUSIONES	112
OBSERVACIONES	114
RECOMENDACIONES	116
BIBLIOGRAFÍA	117

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Sistema de Nivel de líquido	5
Figura 2. Localización de Fuerzas en la trayectoria del líquido	7
Figura 3. a) Esguerrimiento del líquido b) Contracción de Chorro	8
Figura 4 Esguerrimiento por una boquilla adicional	11
Figura 5 Sistema de Nivel de líquido con interacción	12
Figura 6. Variación del Nivel en relación al Flujo	15
Figura 7. Sistema de Tres Tanques	16
Figura 8. Sistema de Tres Tanques Universidad de Stuttgart (Alemania)	19
Figura 9 Vaciado experimental de un tanque	22
Figura 10 Constante de tiempo promedio para el sistema	24
Figura 11 Variables del sistema	25
Figura 12. Sistema de Tres Tanques en Simulink	34
Figura 13. Válvula de entrada	35
Figura 14. Subsistema Tanque	36
Figura 15 Subsistema Válvulas 1 y 2	37
Figura 16 Subsistema Válvula No.3	38
Figura 17. Página No.1 Modelo en Simple Control	41
Figura 18. Página No.2 Modelo en Simple Control	44
Figura 19. Página No.3 Modelo en Simple Control	45
Figura 20 Página No.5 Modelo en Simple Control	46
Figura 21. Control Tanque No.1 en Simulink	50
Figura 22. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.1 Modelo completo en Simulink	51
Figura 23. Modelo de sistema de control Tanque No.1 mediante función de transferencia (Modelo lineal)	52

Figura 24. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Modelo lineal)	53
Figura 25. Diagrama de Bode (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)	54
Figura 26. Grafico del lugar de las raíces (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)	55
Figura 27. Grafico del lugar de las raíces cerca al origen (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)	56
Figura 28. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.2 Modelo Completo en Simulink	58
Figura 29. Control Tanque No.2 en Simulink	59
Figura 30. Control Sobre el Tanque No.2 mediante función de transferencia (Modelo lineal)	60
Figura 31. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Modelo lineal)	60
Figura 32. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Controlador Mejorado – Modelo lineal)	62
Figura 33. Diagrama de Bode (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)	63
Figura 34. Gráfico del lugar de las raíces (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)	64
Figura 35. Gráfico del lugar de las raíces cerca al origen (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)	65
Figura 36. Control Tanque No.1 en Simple_Control	67
Figura 37. Respuesta al escalón unitario, control Tanque No.1. Modelo en Simple Control	68
Figura 38. Control Tanque No.2 en Simple_Control	69
Figura 39. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.2. Modelo en Simple Control	70
Figura 40. Control de nivel por realimentación de estados Tanque No.1	73
Figura 41. Controlador por realimentación de estados Tanque No.1	74
Figura 42. Modelo del sistema utilizando el bloque State – space	74
Figura 43. Respuesta al escalón unitario, modelo inicial del sistema	75
Figura 44. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space	76

Figura 45. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 con un controlador sintonizado para el escalón unitario	77
Figura 46. Respuesta a un escalón de magnitud 2.3 con sintonización mediante un escalón de magnitud 2.3	78
Figura 47. Respuesta Lenta al escalón unitario con sintonización para el escalón de magnitud 2.3	79
Figura 48. Respuesta el escalón de magnitud 2.3 utilizando el bloque State – space	80
Figura 49. Control de nivel por realimentación de estados Tanque No.2	81
Figura 50. Controlador por realimentación de estados Tanque No.2	82
Figura 51. Respuesta al escalón unitario, modelo sintonizado para el escalón unitario	84
Figura 52. Modelo del sistema utilizando el bloque State – space	85
Figura 53. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space	86
Figura 54. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space (Controlador mejorado)	87
Figura 55. Respuesta a una entrada escalón de magnitud 1.2 con un controlador sintonizado para el escalón unitario	88
Figura 56. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 sintonizada para el escalón de magnitud 1.5	89
Figura 57. Respuesta al escalón unitario con un controlador sintonizado para un escalón de magnitud 1.5	90
Figura 58. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 utilizando el bloque State – space	91
Figura 59. Panel de Presentación en MATLAB – GUI	105
Figura 60. Panel de inicio en MATLAB– GUI	106
Figura 61. Panel de Control del Proceso	107
Figura 62. Mensaje de error presentado cuando los tiempos de inicio y parada de simulación son iguales	108
Figura 63. Página de inicio de la ayuda	109

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Datos del sistema Tanque - Válvula	23

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO 1 – TABLAS	118
ANEXO 2 – PROGRAMAS MATLAB	121
ANEXO 3 – Control de nivel para el tanque No.2 desde la válvula No.1	124
ANEXO 4 – Control sobre dos variables	126

TITULO: **CONTROL DE NIVEL PARA UN SISTEMA DE TRES TANQUES, DISEÑO Y EVALUACIÓN DE ESTRATEGIAS* .**

AUTORES: Luis Carlos Mantilla Espinosa**

PALABRAS CLAVE: Sistema de Tres Tanques, Control de nivel, MATLAB, Simulink, Simple_Control.

DESCRIPCIÓN

A partir de las ecuaciones que modelan la operación dinámica del sistema se desarrolló un modelo del sistema de tres tanques empleando la herramienta Simulink de MATLAB y la plataforma de Simple_Control. El Sistema de Tres Tanques consiste de tres tanques cilíndricos de iguales dimensiones interconectados entre sí por medio de válvulas ubicadas en la parte inferior de los mismos. El flujo de entrada de líquido alimenta al primer tanque que solo posee desagüe hacia el segundo tanque. El tercer tanque recibe el flujo proveniente del tanque número dos y cuenta a su vez con un desagüe hacia el aire. Para los modelos del sistema en ambas plataformas se llevó a cabo el control para las variables de nivel en los tanques 1 y 2 de manera individual, utilizando una estrategia de control convencional. De forma complementaria se modeló en Simulink el control de nivel utilizando una estrategia de control en el espacio de estados. A partir de los resultados se llevó a cabo un proceso de evaluación comparativa tanto de estrategias de control como de plataformas de cómputo utilizadas. Finalmente con el propósito de presentar los modelos en un lenguaje de más alto nivel se desarrolló una interfaz gráfica para cada plataforma utilizando las herramientas con que cada cual cuenta.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico – Mecánicas. Ingeniería Electrónica. Director: Ing. José Alejandro Amaya Palacio. Codirector: Msc. Daniel Alfonso Sierra Bueno.

TITLE: **LEVEL CONTROL FOR A THREE TANK SYSTEM, DESIGN AND EVALUATION OF STRATEGIES** .

AUTHORS: Luis Carlos Mantilla Espinosa**

KEYWORDS: Three Tank System, level Control, MATLAB, Simulink, Simple_Control.

DESCRIPTION

Based on the equations representing the dynamic operation of the system, a model of The Three Tank System was developed, using the MATLAB Simulink Toolbox and the Simple_Control platform. The Three Tank System consist of three cylindrical tanks of the same dimensions interconnected each other by means of valves which are located at the bottom of them. The input flow of liquid feeds the first tank that only possesses a drain toward the second tank. The third tank receives the incoming flow from the tank number two and at the same time it possesses a drain toward the air. The control of the variables of level on the tanks 1 and 2 was individually carried out using a classic control strategy in each one of the models in both platforms. On a complementary way, the level control using a state space control strategy was modeled in Simulink. From the obtained results, a process of comparative evaluation of both control strategies and computation platforms used was carried out. Finally, with the purpose of presenting the models in a higher-level language, a graphic interface for each platform was developed using the available tools in each one. In one of the annexes at the end of the document a two variables control model is presented. In this case the two variables correspond to the levels of the tanks 1 and 2.

* Graduation work

** Physico – Mechanic Engineering Faculty . Electronic Engineering. Director: Ing. José Alejandro Amaya Palacio. Codirector: Msc. Daniel Alfonso Sierra Bueno.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado presenta la simulación y control de un sistema de tres tanques en dos plataformas computacionales, Simulink y Simple Control. Surge de la necesidad de disponer de herramientas complementarias para el curso de sistemas de control que permitan a estudiante experimentar con estrategias de control avanzadas y le brinden la posibilidad de observar y manipular las variables de un sistema de control.

El desarrollo del modelo del sistema en dos plataformas de cómputo que proveen las herramientas necesarias para simular procesos y adquirir resultados (Simple Control y Simulink), brinda elementos de juicio para una futura implementación física del sistema.

Los modelos desarrollados cuentan con las características de un sistema real, lo cual permite realizar pruebas del comportamiento del sistema con diferentes estrategias de control. Asimismo se hizo el diseño de dos controladores evaluados sobre el sistema; uno basado en una estrategia de control convencional y el otro en una estrategia de control en el espacio de estados. De esta manera se realizó un proceso de evaluación comparativa tanto de las plataformas de desarrollo de modelos utilizadas como de las estrategias de control implementadas sobre el modelo.

Este proyecto es el resultado de un esfuerzo conjunto del grupo de investigación CEMOS de la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones; a los cuales pertenecen el autor, el director y el codirector del proyecto.

En este documento se hace la descripción del proceso de desarrollo del modelo en las dos plataformas predeterminadas y del proceso de sintonización de los controladores evaluados. En el primer capítulo se dan algunos fundamentos sobre los sistemas de fluidos y las ecuaciones que gobiernan el modelo lineal del sistema de tres tanques.

En el segundo capítulo se presenta la descripción de los modelos del sistema tanto en Simple Control como en Simulink, así como el desarrollo matemático de los modelos lineales del sistema en el espacio de estado y mediante la función de transferencia.

En el tercer capítulo se presenta el proceso y los resultados de la sintonización de los controladores con base en los modelos descritos en el capítulo 2.

El capítulo cuarto contiene los resultados de la evaluación comparativa llevada a cabo tanto para las plataformas de cómputo utilizadas como para los controladores diseñados.

El capítulo quinto presenta una descripción de la forma en que se debe utilizar la interfaz gráfica desarrollada para cada plataforma según las herramientas con que cada cual cuenta.

1. GENERALIDADES DE SISTEMAS DE FLUIDOS

1.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan algunas consideraciones teóricas para el modelado de la dinámica de los sistemas de fluidos. Se inicia con la clasificación de los tipos de flujo que pueden estar presentes en los sistemas de nivel de líquidos. Luego se presentan las definiciones de resistencia y capacitancia y las ecuaciones correspondientes a sistemas de nivel de líquido donde existe interacción. Se culmina con el listado de ecuaciones que definen el comportamiento del sistema de tres tanques.

1.2 MODELADO MATEMÁTICO DE SISTEMAS DE FLUIDOS

1.2.1 Sistemas de nivel de líquido

Para iniciar un análisis de sistemas de nivel de líquido, en los cuales necesariamente se ve implicado el análisis de flujo de líquidos, se debe tener en cuenta, el tipo de flujo que se está manejando. Los dos tipos de flujo que se pueden encontrar son el flujo laminar y el flujo turbulento, y su clasificación viene dada de acuerdo con el número de Reynolds¹. Los sistemas que contienen flujo laminar se pueden representar mediante ecuaciones diferenciales lineales. Por otra parte los procesos industriales, los cuales frecuentemente implican flujo de líquidos a través de válvulas y tubos e interconexión de tanques, siempre presentan flujo turbulento y no laminar. Los sistemas que contienen flujo

¹ El número de Reynolds es una cifra adimensional que se utiliza para definir las características del flujo dentro de un conducto. $R_e < 2000 \rightarrow$ Lam, si $R_e > 10000 \rightarrow$ Tur. Wikipedia (<http://es.wikipedia.org>).

turbulento se pueden manejar mediante ecuaciones diferenciales lineales siempre y cuando la región de operación esté limitada².

1.2.2 Resistencia de sistemas de nivel de líquido

La resistencia R para el flujo de líquido a través de un tubo corto está definida como el cambio necesario en la diferencia de nivel de líquido (en los dos tanques interconectados por el tubo) para producir un cambio de una unidad en la velocidad del flujo³, es decir:

$$R = \frac{\text{Cambio en la diferencia de nivel}}{\text{Cambio en la velocidad de flujo}} \left[\frac{m}{m^3/s} \right] \quad \text{Ecuación 1.1}$$

Si consideramos que el sistema mostrado en la figura 1, maneja flujo laminar a través de la resistencia R , entonces la relación entre la velocidad de flujo en estado estable y la altura en estado estable viene dada por:

$$Q = KH \quad \text{Ecuación 1.2}$$

Donde:

Q = Velocidad de flujo de líquido en estado estable, m^3/s

K = Constante, m^2/s

H = Altura en estado estable, m

La resistencia para flujo laminar sería entonces:

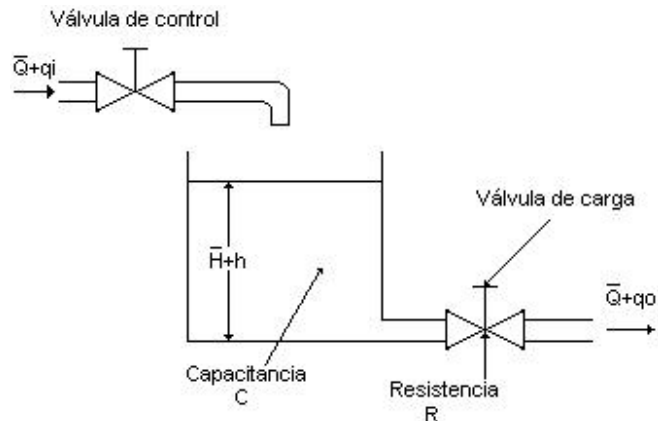
² Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Madrid, Editorial Prentice Hall, 2003, pág.153.

³ *Ibid*, pág. 153.

$$R = \frac{dH}{dQ} = \frac{H}{Q}$$

Ecuación 1.3

Figura 1. Sistema de Nivel de líquido



Ogata, 2003

Ahora, si consideramos que el flujo es turbulento, la relación entre velocidad de flujo y altura en estado estable se obtiene de la siguiente manera:

$$Q = K\sqrt{H}$$

Ecuación 1.4

Donde:

Q= Velocidad de flujo de líquido en estado estable, m³/s

K= Constante, m^{2.5}/s

H= Altura en estado estable, m

La resistencia para flujo turbulento se obtiene de la siguiente manera:

$$R = \frac{dH}{dQ}$$

Ecuación 1.5

De la ecuación 1.4 tenemos:

$$dQ = \frac{K}{2\sqrt{H}} dH$$

Ecuación 1.6

Por lo tanto:

$$\frac{dH}{dQ} = \frac{2\sqrt{H}}{K} = \frac{2\sqrt{H}\sqrt{H}}{Q} = \frac{2H}{Q}$$

Ecuación 1.7

Finalmente:

$$R = \frac{2H}{Q}$$

Ecuación 1.8

1.2.3 Deducción de la constante K que relaciona velocidad de flujo Q con altura H

La deducción de la constante K que relaciona al flujo con la altura se hace basándose en el TEOREMA DE BERNOULLI, cuya expresión matemática se presenta en la ecuación 1.9. La interpretación para este teorema se puede resumir de la siguiente manera: "Si no hay pérdida de carga entre dos secciones de circulación de un líquido, la suma de las cargas de altura (o posición), de velocidad, y de presión es constante en cualquier sección del líquido"⁴.

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{w} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w}$$

Ecuación 1.9

Los términos de la ecuación 1.9 se pueden interpretar de la siguiente manera:

⁴ Trueba Coronel, Samuel. *Hidráulica*, México, Editorial Continental, 1970, pág. 55.

h_1, h_2 : Cargas de altura o posición

$\frac{v_1^2}{2g}, \frac{v_2^2}{2g}$: Cargas de velocidad

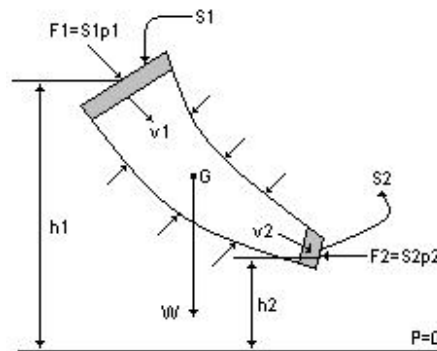
$\frac{p_1}{w}, \frac{p_2}{w}$: Cargas de presión

w : Peso específico⁵

g : Aceleración debida a la gravedad

La localización de las fuerzas en la trayectoria del líquido puede ser apreciada en la figura 2.

Figura 2. Localización de Fuerzas en la trayectoria del líquido



Autor del Proyecto

Al aplicar el teorema de Bernoulli a un sistema como el que se muestra en la figura 3 a) se obtiene

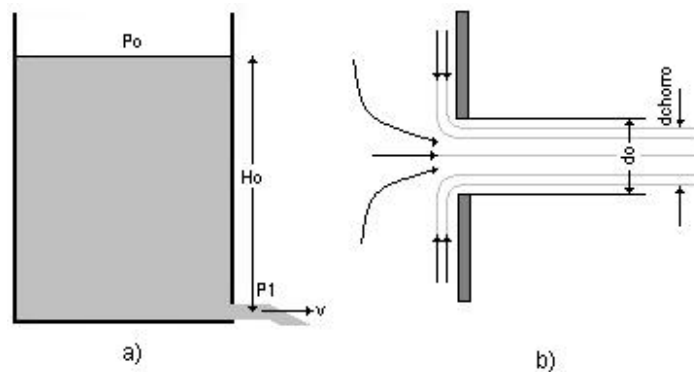
$$H_o + \frac{p_o}{w} = \frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} + z + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ecuación 1.10

⁵ El peso específico de un cuerpo, sólido o líquido, es el peso de la unidad de volumen. Por ejemplo el peso específico de agua es $w_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$. Trueba Coronel, *Op.cit.*, pág.13.

Donde el último término de la derecha corresponde a la carga debida a la resistencia del orificio y ζ es llamado coeficiente de resistencia. La velocidad en el punto P_o se puede considerar nula.

Figura 3. a) Escurrimiento del líquido b) Contracción de Chorro



Fuente Autor del proyecto

Si llamamos H a la presión absoluta debida a las cargas de posición y presión tenemos

$$H = H_o + \frac{P_o - P_1}{w}$$

Ecuación 1.11

Dado que el líquido sale directamente al aire, las presiones en los puntos P_o y P_1 son iguales y tienen el valor de la presión atmosférica por lo tanto

$$H = H_o$$

Reemplazando la ecuación 1.11 en la ecuación 1.10 tenemos

$$H = \frac{v^2}{2g} (1 + z)$$

Ecuación 1.12

De la ecuación 1.12 podemos calcular la velocidad de flujo de líquido (v) como

$$v = \frac{1}{\sqrt{1+z}} \sqrt{2gH} = j \sqrt{2gH}$$

Ecuación 1.13

Donde ϕ corresponde al COEFICIENTE DE VELOCIDAD,

$$j = \frac{1}{\sqrt{1+z}}$$

Ecuación 1.14

El gasto o flujo de líquido está dado como el producto de la velocidad de flujo de líquido por la superficie de la sección de chorro (S_{ch}). Por lo tanto el gasto viene dado por

$$Q = S_{ch}v = eS_o j \sqrt{2gH}$$

Ecuación 1.15

Donde, ϵ recibe el nombre de coeficiente de contracción y corresponde a:

$$e = \frac{S_{ch}}{S_o} = \left(\frac{d_{chorro}}{d_o} \right)^2$$

Ecuación 1.16

Si hacemos $\mu = \epsilon \phi$ tenemos

$$Q = \mu S_o \sqrt{2gH} = \mu S_o \sqrt{2g} \sqrt{H}$$

Ecuación 1.17

Por lo tanto el coeficiente K que relaciona flujo Q con altura H está dado como

$$K = \mu \delta_o \sqrt{2g}$$

Ecuación 1.18

La expresión para el flujo dada por la ecuación 1.17, corresponde al gasto producido por un orificio practicado en una pared delgada⁶. Los valores aproximados para el caso de una pared delgada de los coeficientes de contracción y velocidad son los siguientes:

$$e = 0.63$$

$$j = 0.97$$

y el valor de μ sería aproximadamente 0.61.

En el caso de que el orificio de salida se encuentre conectado a una boquilla adicional, como en un tubo corto, el efecto que se tiene es un aumento en el flujo.

Cuando el líquido sale, inicialmente se comporta como si se tratase de una pared delgada, esto debido a que la arista viva hace que el líquido se contraiga. Posteriormente el líquido se expande llenando el tubo por completo. Esta diferencia en el tamaño del chorro en los puntos A y B de la figura 4 ocasiona que se genere una burbuja de aire en el punto A; esto a su vez ocasiona una disminución en la presión en este punto. Por lo tanto

$$H > H_o,$$

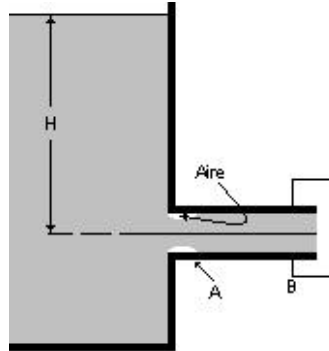
es decir, H aumenta en comparación con su valor cuando se trata de una pared delgada. De esta forma se tiene un aumento en la velocidad de acuerdo con la ecuación 1.13 y un aumento en la velocidad representa un aumento en el flujo.

El aumento en el flujo en presencia de un tubo corto en relación con el flujo a través de una pared delgada es de aproximadamente un 30%, en este caso el coeficiente de gasto (μ) tiene un valor aproximado de 0.82⁷.

⁶ Se considera pared delgada siempre que $g < 0.625d$, donde g es el espesor de la pared y d es el diámetro del orificio. Trueba Coronel, *Op.cit.*, pág.83.

⁷ Trueba Coronel, *Op.cit.*, pág.85.

Figura 4 Esguerrimiento por una boquilla adicional



Trueba Coronel, 1970

Si asumimos un gasto teórico y un flujo de líquido ideal, es decir $S_o=S_{ch}$ y $\zeta=0$, tendríamos una ecuación para el gasto dada de la siguiente manera

$$Q = S_o \sqrt{2gH} \quad \text{Ecuación 1.19}$$

En tal caso el coeficiente K viene dado por

$$K = S_o \sqrt{2g} \quad \text{Ecuación 1.20}$$

1.2.4 Capacitancia de sistemas de nivel de líquido

La capacitancia de un tanque se define como el cambio necesario en la cantidad de líquido almacenado, para producir un cambio de una unidad en la altura⁸, por lo tanto:

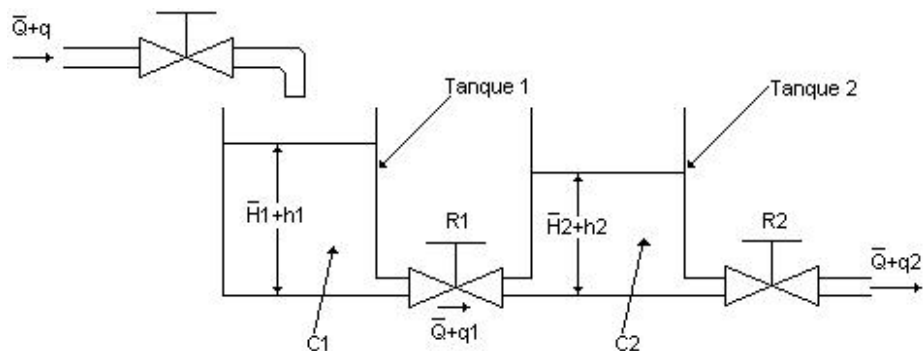
$$C = \frac{\text{Cambio en el líquido almacenado, } m^3}{\text{Cambio en la altura, } m} \quad \text{Ecuación 1.21}$$

⁸ Ogata, *Op.cit.*, pág. 155.

De esta manera, podemos observar que la capacitancia de un tanque corresponde a su área transversal.

1.2.5 Sistemas de nivel de líquido con interacción

Figura 5 Sistema de Nivel de líquido con interacción



Ogata, 2003

En relación con la figura 5, se dice que el tubo que conecta los tanques 1 y 2 se encuentra **completamente ahogado**⁹, esto quiere decir que el nivel de líquido en ambos tanques estará siempre en su totalidad por encima del nivel del tubo. En este caso la relación flujo – altura (Nivel) de la ecuación 1.4 se ve modificada simplemente de la forma

$$Q = K\sqrt{H_1 - H_2} \quad \text{Ecuación 1.22}$$

Donde $K = mS_o(2g)^{0.5}$, es decir

$$Q = mS_o\sqrt{2g}\sqrt{H_1 - H_2} \quad \text{Ecuación 1.23}$$

⁹ Trueba Coronel, *Op.cit.*, pág. 89.

Para el caso ideal se tendría

$$Q = S_o \sqrt{2g} \sqrt{H_1 - H_2} \quad \text{Ecuación 1.24}$$

En el caso en que $H_2 > H_1$, los términos H_1 y H_2 de las ecuaciones anteriores simplemente se intercambia. Esto significa simplemente un cambio en la dirección del flujo. Una forma más general para la ecuación 1.22 es la siguiente

$$Q = K \sqrt{|H_1 - H_2|} \quad \text{Ecuación 1.25}$$

Sin embargo se debe tener en cuenta que la ecuación 1.25 proporciona simplemente la magnitud del flujo pero no su dirección.

1.2.6 Deducción de la ecuación de variación de nivel en relación al flujo

Si consideramos un tanque cilíndrico como el que se muestra en la figura 6, sabemos que el volumen de líquido estará dado por

$$V = SH \quad \text{Ecuación 1.26}$$

Donde S corresponde al área transversal y H a la altura. Considerando S constante, un pequeño cambio dV en el volumen vendría dado por

$$dV = SdH \quad \text{Ecuación 1.27}$$

Ahora, teniendo en cuenta que el cambio en el volumen se debe a la diferencia entre el flujo de llenado Q_i y el flujo de vaciado Q_o , la cantidad de volumen de cambio dV es la misma cantidad de volumen dada en la diferencia entre el

volumen que ingresa por el tubo x1 y el volumen que sale por el tubo x2 en un pequeño lapso de tiempo dt , es decir

$$\frac{dV}{dt} = Q_i - Q_o$$

Ecuación 1.28

De la ecuación 1.28 tenemos que

$$dV = (Q_i - Q_o)dt$$

Ecuación 1.29

O bien,

$$SdH = (Q_i - Q_o)dt$$

Ecuación 1.30

Multiplicando a ambos lados de la ecuación 1.30 por $1/S$ tenemos

$$dH = \frac{1}{S}(Q_i - Q_o)dt$$

Ecuación 1.31

Tomando la integral en ambos lados de la ecuación 1.31 tenemos

$$\int_{t_o}^t dH = \int_{t_o}^t \frac{1}{S}(Q_i - Q_o)dt$$

Ecuación 1.32

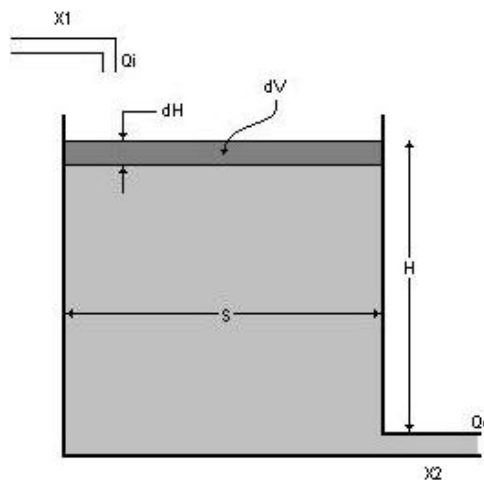
Si consideramos condiciones iniciales iguales a cero,

$$H(t) = \frac{1}{S} \int (Q_i(t) - Q_o(t))dt$$

Ecuación 1.33

Lo que nos dice la ecuación 1.33, es que cualquier variación en la altura con respecto al tiempo viene dada por la diferencia entre el volumen de ingreso debido al flujo de llenado $Q_i(t)$ y el volumen de salida debido al flujo de vaciado $Q_o(t)$ sobre el área de la sección transversal.

Figura 6. Variación del Nivel en relación al Flujo



Autor del proyecto

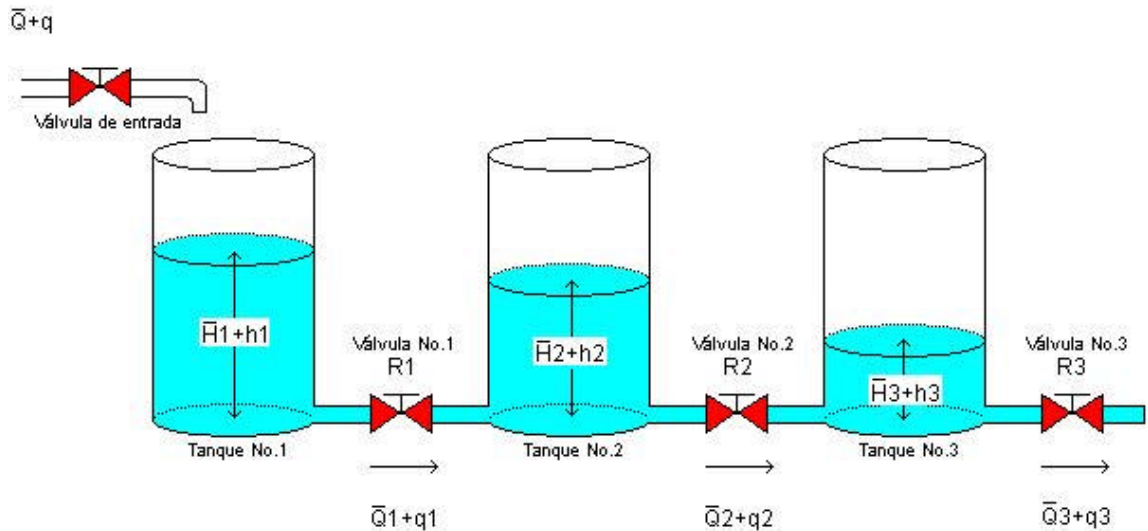
Nótese que si consideramos la correspondencia entre el área de la sección transversal y la capacitancia del tanque mencionada en la sección 1.2.4, y tomamos un cambio con respecto al tiempo en ambos lados de la ecuación 1.33, podemos llegar a una expresión para la capacitancia (ecuación 1.34) análoga a la ecuación 1.21.

$$C = \frac{Q_i(t) - Q_o(t)}{\left[\frac{dH}{dt}\right]}$$

Ecuación 1.34

1.3 EL SISTEMA DE TRES TANQUES

Figura 7. Sistema de Tres Tanques



Autor del Proyecto

El sistema de tres tanques se puede apreciar en la figura 7. Este sistema consiste básicamente de tres tanques cilíndricos de igual tamaño, interconectados a través de tuberías; y una fuente de alimentación dispuesta sobre el tanque No. 1. Cada interconexión viene manejada mediante una válvula proporcional, lo mismo que la fuente de alimentación.

1.3.1 Tanque No. 1 y Fuente de alimentación

La fuente de alimentación al sistema – como primera alternativa – consiste en una válvula proporcional que da paso al flujo de líquido proveniente de un suministro regular de agua.

Una segunda opción es que el flujo sea administrado mediante el bombeo de agua desde un tanque inferior de almacenamiento utilizando una motobomba. La

ventaja de la segunda opción es por supuesto la posibilidad de reutilizar el caudal de agua, lo que disminuiría considerablemente el gasto del preciado líquido.

El flujo proveniente de la fuente de alimentación ingresa al tanque No. 1 por la parte superior que debe estar abierto al medio ambiente.

El vaciado del tanque No. 1 se hace a través de un tubo ubicado en la parte más baja del tanque, es decir a altura cero. El flujo de vaciado es manejado mediante la válvula No. 1 y pasa a alimentar al tanque No. 2.

1.3.2 Tanque No. 2

El tanque No. 2 es alimentado mediante un tubo ubicado en el fondo del tanque, el flujo (que proviene del tanque No. 1) es manejado mediante la válvula No. 1.

El tanque No. 2 es vaciado a través de un tubo ubicado igualmente a altura cero. El flujo que corre por este tubo pasa a alimentar el tanque No. 3, y es manejado mediante la válvula No. 2.

1.3.3 Tanque No. 3

El comportamiento del tanque No. 3 es similar al del tanque No. 2. El llenado y el vaciado se hacen a través de tubos ubicados a altura cero, el flujo de entrada se maneja mediante la válvula No. 2 y el flujo de salida mediante la válvula No. 3.

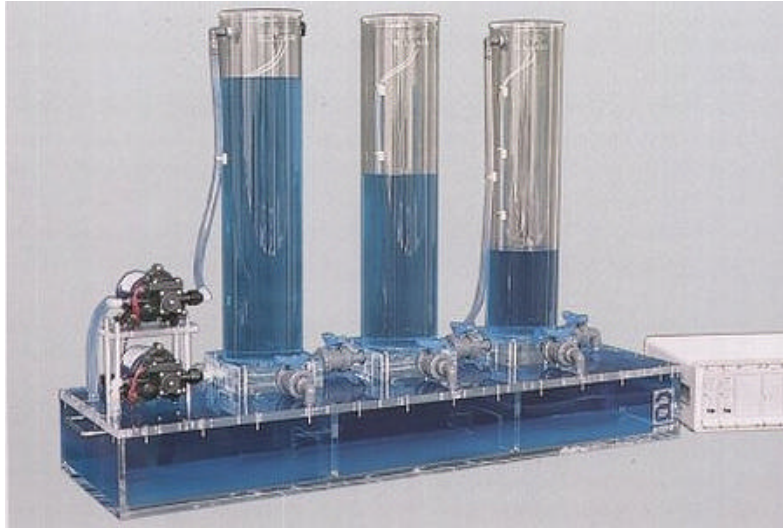
Como ya se mencionó, el flujo de salida del tanque No. 3 tiene dos opciones para su destino. La primera opción sería llevar el flujo directamente a un desagüe

regular, en tal caso el líquido utilizado se perdería al final de cada proceso. La segunda opción, es llevar este flujo a un tanque inferior de almacenamiento¹⁰, de manera que el líquido pueda ser reciclado en un experimento posterior.

En la figura 8 se muestra el sistema de tres tanques de la Universidad Stuttgart de Alemania. En la figura se puede apreciar el tanque inferior de almacenamiento y la motobomba de bombeo de líquido hacia los tanques.

¹⁰ El tanque inferior de almacenamiento, no puede tener una capacidad de volumen inferior a la sumatoria de los volúmenes de líquido de los tres tanques superiores completamente llenos. (Nota del autor).

Figura 8. Sistema de Tres Tanques Universidad de Stuttgart (Alemania)



www.ias.uni-stuttgart.de

1.3.4 Ecuaciones del sistema

Las siguientes ecuaciones gobiernan el sistema representado por la figura 7 en el dominio del tiempo

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1 \quad \text{Ecuación 1.35}$$

$$\frac{h_2 - h_3}{R_2} = q_2 \quad \text{Ecuación 1.36}$$

$$\frac{h_3}{R_3} = q_3 \quad \text{Ecuación 1.37}$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1 \quad \text{Ecuación 1.38}$$

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2 \quad \text{Ecuación 1.39}$$

$$C_3 \frac{dh_3}{dt} = q_2 - q_3$$

Ecuación 1.40

Al llevar las ecuaciones anteriores al dominio de la frecuencia s utilizando la transformada de Laplace y considerando condiciones iniciales iguales a cero, tenemos lo siguiente

$$\frac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1} = Q_1(s)$$

Ecuación 1.41

$$\frac{H_2(s) - H_3(s)}{R_2} = Q_2(s)$$

Ecuación 1.42

$$\frac{H_3(s)}{R_3} = Q_3(s)$$

Ecuación 1.43

$$C_1 s H_1(s) = Q(s) - Q_1(s)$$

Ecuación 1.44

$$C_2 s H_2(s) = Q_1(s) - Q_2(s)$$

Ecuación 1.45

$$C_3 s H_3(s) = Q_2(s) - Q_3(s)$$

Ecuación 1.46

Donde $Q(s)=L[q]$, $Q_1(s)=L[q_1]$, $Q_2(s)=L[q_2]$, $Q_3(s)=L[q_3]$, $H_1(s)=L[h_1]$, $H_2(s)=L[h_2]$ y $H_3(s)=L[h_3]$.

Como veremos en el siguiente capítulo, a partir de las ecuaciones listadas anteriormente es posible llegar a las representaciones del sistema ya sea mediante la función de transferencia o mediante una representación del sistema en el espacio de estados. Es importante aclarar que las representaciones tanto en el espacio de estados como mediante la función de transferencia son modelos lineales del sistema ya que están desarrollados con base en ecuaciones diferenciales lineales.

2. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS PARA EL SISTEMA Y REPRESENTACIÓN COMPUTACIONAL

2.1 INTRODUCCIÓN

El desarrollo de los modelos del sistema de tres tanques se inicia con la caracterización de un sistema particular, en este caso del sistema Válvula de entrada – Tanque – Válvula de Salida, del laboratorio de instrumentación electrónica. Se continúa con el desarrollo matemático de un sistema de tres tanques de similares características acoplados entre sí, para finalmente plasmar los resultados en las dos plataformas de cómputo predeterminadas para tal fin.

2.2 TOMA DE DATOS EXPERIMENTALES COMO PARÁMETROS DEL SISTEMA

Los datos como sección transversal, altura del tanque, tipo de válvula fueron tomados de uno de los tanques de que dispone el laboratorio de instrumentación electrónica de la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones.

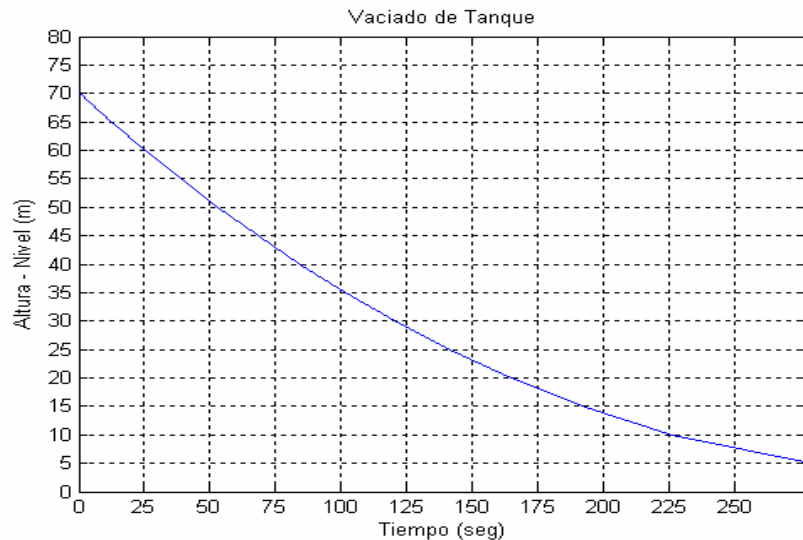
El proceso consistió en llenar inicialmente el tanque hasta una altura determinada (70 cm = 0.7 m), para posteriormente vaciarlo tomando el tiempo de vaciado.

Los datos obtenidos en este experimento se encuentran en la tabla A1.1 del anexo A1.

La gráfica de altura contra tiempo (promedio), se puede apreciar en la figura 9. De esta grafica se determina el valor de la constante de tiempo del sistema. Para tal fin, se desarrolló el programa A2.1 en MATLAB, con el fin de interpolar por tres

métodos diferentes el valor de la constante de tiempo dada al 37% de la altura inicial del tanque (70 cm), es decir a una altura de 25.9 cm. Dicho programa se encuentra en el anexo A2.

Figura 9 Vaciado experimental de un tanque



Autor del proyecto

De acuerdo a los cuatro métodos de interpolación se obtuvieron los siguientes resultados para la constante de tiempo:

- Interpolación lineal, $\tau=137.8070$ s
- Interpolación Cúbica, $\tau=137.6468$ s
- Interpolación Tira Cúbica, $\tau=137.6393$ s

Con los tres valores obtenidos para la constante de tiempo, se calculó un valor promedio para la constante de tiempo de 137.6977 s, este es el valor de la constante de tiempo que se considerará para el sistema. En la figura 10 se puede comparar este valor estimado respecto al valor experimental.

En la tabla 1, se encuentran los datos físicos del sistema. Con el valor de la constante de tiempo del sistema $\tau=137.6977$ s, y el valor del perímetro del tanque tomado de la tabla 1, podemos obtener el valor de la resistencia de la válvula mediante la relación que existe entre constante de tiempo y resistencia

$$t = RC$$

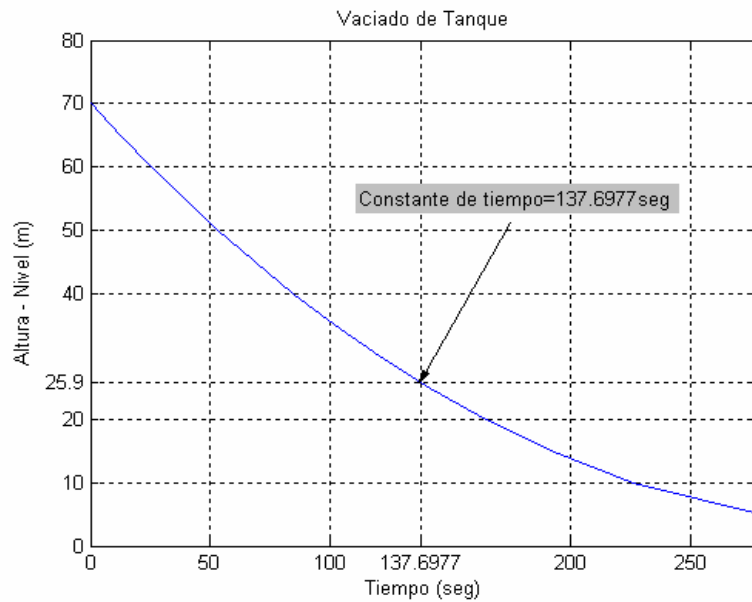
Ecuación 2.1

Tabla 1 Datos del sistema Tanque - Válvula

DATOS DEL SISTEMA				
Datos del Tanque		Datos de la válvula		
Perímetro	127 cm	Orificio	25 mm	
Altura Total	70 cm	Tamaño tubo	1 "	
Altura llenado		Modelo	UW - 25 NPT	
Material	Acrílico	Voltaje	220 V	
		Frecuencia	50 - 60 Hz	
Datos del tubo de vaciado		Presiones de	Mín	Máx
Diámetro	1"	Operación	0 Kg/cm ²	5 Kg/cm ²
Material	Metal	Tipo	Válvula Solenoide, Normalmente Cerrada	
		Material	Latón forjado o Bronce moldeado	

Autor del Proyecto

Figura 10 Constante de tiempo promedio para el sistema



Fuente Autor del Proyecto

Para calcular el radio utilizamos la ecuación

$$P = 2pr \quad \text{Ecuación 2.2}$$

De manera que

$$P = 1.27 \text{ m} = 2pr$$

$$r = \frac{1.27}{2p} \text{ m} = 0.2021 \text{ m}$$

Teniendo el radio podemos calcular el área transversal correspondiente para el tanque

$$A = pr^2 \quad \text{Ecuación 2.3}$$

$$A = p(0.2021)^2$$

$$A = 0.1283 \text{ m}^2$$

Como el área transversal corresponde a la capacitancia del tanque tenemos que

$$C = 0.1283 \text{ m}^2$$

Con este resultado y haciendo uso de la ecuación 2.1, podemos calcular el valor de resistencia para la válvula

$$t = RC$$

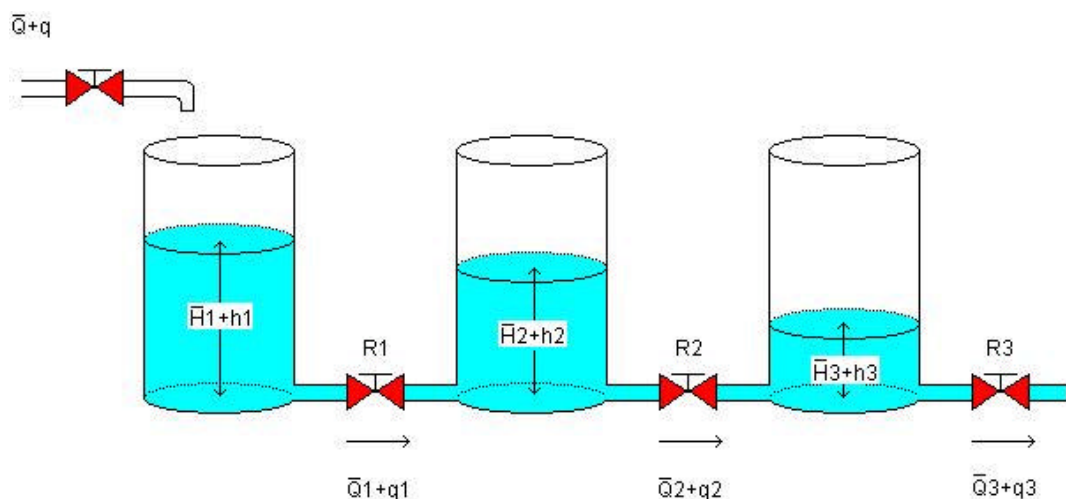
$$137.6977 = R(0.1283)$$

$$R = 1072.8256 \text{ s/m}^2$$

2.3 OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PARA EL SISTEMA

Se considerará el sistema que se muestra en la figura 11, del cual se había encontrado una representación dinámica usando las ecuaciones 1.35 a 1.46 en el capítulo 1. Si tomamos $Q_3(s)$ como la salida y $Q(s)$ como la entrada, la función de transferencia correspondiente sería

Figura 11 Variables del sistema



Fuente Autor del proyecto

$$\frac{Q_3(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\left[R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 C_3 s^3 + (R_1 R_2 C_1 C_2 + R_1 R_3 C_1 C_2 + R_1 R_3 C_1 C_3 + R_2 R_3 C_1 C_3 + R_2 R_3 C_2 C_3) s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_1 + R_3 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_2 + R_3 C_3) s + 1 \right]}$$

Ecuación 2.4

Si la variable de nivel en el tanque No.1 ($H_1(s)$) se considera como la salida y $Q(s)$ como la entrada, podemos obtener la función de transferencia como sigue:

$Q_3(s)$ se puede expresar en términos de $H_1(s)$ de la siguiente manera

$$Q_3(s) = \frac{H_1(s)}{R_1 R_2 R_3 C_2 C_3 s^2 + (R_1 R_2 C_2 + R_1 R_3 C_2 + R_1 R_3 C_3 + R_2 R_3 C_3) s + R_1 + R_2 + R_3}$$

Ecuación 2.5

Reemplazando la ecuación 2.5 en la ecuación 2.4 y despejando para $H_1(s)/Q(s)$, tenemos

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_1 R_2 R_3 C_2 C_3 s^2 + (R_1 R_2 C_2 + R_1 R_3 C_2 + R_1 R_3 C_3 + R_2 R_3 C_3) s + R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 C_3 s^3 + (R_1 R_2 C_1 C_2 + R_1 R_3 C_1 C_2 + R_1 R_3 C_1 C_3 + R_2 R_3 C_1 C_3 + R_2 R_3 C_2 C_3) s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_1 + R_3 C_1 + R_2 C_2 + R_3 C_2 + R_3 C_3) s + 1}$$

Ecuación 2.6

Si consideramos $R_1=R_2=R_3$ y $C_1=C_2=C_3$, tenemos

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{R^3 C^2 s^2 + 4R^2 C s + 3R}{R^3 C^3 s^3 + 5R^2 C^2 s^2 + 6RC s + 1} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Reemplazando los valores obtenidos de la toma de datos en la ecuación 2.7, tenemos

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{20325471 .91s^2 + 590669 .9328s + 3218.4767}{2607758 .046s^3 + 94728 .69s^2 + 825.86s + 1} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

La ecuación 2.8 corresponde a la función de transferencia de lazo abierto del sistema.

Si se considera el nivel en el tanque No.2 como la salida, se puede hallar primero la relación existente entre este nivel y el flujo $Q_1(s)$ desde el tanque No.1:

$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{147667 .48s + 2145 .65}{18945 .74s^2 + 412.93s + 1} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Por lo tanto la función de transferencia para el nivel del tanque No. 2 viene dada de la siguiente manera

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{147667.48s + 2145.65}{2607758.046s^3 + 94728.69s^2 + 825.86s + 1} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Finalmente si se considera el nivel en el tanque No.3 como la salida y $Q(s)$ como la entrada la función de transferencia de lazo abierto viene dada de la siguiente manera

$$\frac{H_3(s)}{Q(s)} = \frac{1072.8256}{2607758.046s^3 + 94728.69s^2 + 825.86s + 1} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

2.4 REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO DE ESTADOS DEL SISTEMA

La selección de las variables de estado se hizo de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 x_1 &= h_1 & \dot{x}_1 &= \frac{dh_1}{dt} \\
 x_2 &= h_2 & \dot{x}_2 &= \frac{dh_2}{dt} \\
 x_3 &= h_3 & \dot{x}_3 &= \frac{dh_3}{dt} \\
 u &= q
 \end{aligned}$$

Donde q es el flujo de entrada y h_1 , h_2 y h_3 son los niveles de los tanques 1,2 y 3 respectivamente.

Aunque hay un número ilimitado de posibilidades de selección para las variables de estado, la manera como fueron seleccionadas evita la necesidad de utilizar un observador ya que todas las variables se encuentran disponibles para su realimentación. En este caso al tratarse las variables de estado de los niveles en cada uno de los tanques la observación se llevaría a cabo utilizando sensores de nivel, uno por cada tanque.

Utilizando las ecuaciones del sistema (Ecuaciones 1.35 a 1.40), podemos

encontrar las siguientes relaciones para \dot{x}_1 , \dot{x}_2 y \dot{x}_3

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \frac{u}{C_1} - \frac{x_1}{R_1 C_1} + \frac{x_2}{R_1 C_1} \\
 \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{R_1 C_2} + x_2 \left[-\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \right] + \frac{x_3}{R_2 C_2} \\
 \dot{x}_3 &= \frac{x_2}{R_2 C_3} + x_3 \left[-\frac{1}{R_2 C_3} - \frac{1}{R_3 C_3} \right]
 \end{aligned}$$

Si consideramos $C_1=C_2=C_3$ y $R_1=R_2=R_3$, tenemos

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{u}{C} - \frac{x_1}{RC} + \frac{x_2}{RC} \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{RC} + x_2 \left(\frac{-2}{RC} \right) + \frac{x_3}{RC} \\ \dot{x}_3 &= \frac{x_2}{RC} + x_3 \left(\frac{-2}{RC} \right) \end{aligned}$$

Ecuación 2.12

Utilizando la ecuación 2.12, podemos obtener la ecuación de estado del sistema de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{RC} & \frac{-2}{RC} & \frac{1}{RC} \\ 0 & \frac{1}{RC} & \frac{-2}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Ecuación 2.13

Si se considera como la salida el nivel en el tanque No.1 la ecuación de salida viene dada por la ecuación 2.14. Si lo que se va a considerar como salida es el nivel en el tanque No.2, la ecuación de salida viene dada por la ecuación 2.15.

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.14

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.15

De acuerdo con los valores obtenidos para R y para C , la matriz de estado está dada en la forma de la ecuación 2.16

$$A = \begin{bmatrix} -7.265 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} & 0 \\ 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} \\ 0 & 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.16}$$

La matriz A es de rango n=3, lo que quiere decir que el sistema es completamente controlable.

Para comprobar que la representación en el espacio de estados efectivamente corresponde a la relación entre las salidas y la entrada dada por la función de transferencia, se hizo uso del programa A2.2 en MATLAB, en el que a partir de la representación del sistema en el espacio de estados se obtiene la función de transferencia de cada salida (nivel) con respecto a la entrada (q).

2.5 CÁLCULO DEL VALOR DE LA CONSTANTE K DE LAS VÁLVULAS

El valor de la constante K se determina mediante la ecuación 1.18, que se repite a continuación

$$K = \mu \delta_o \sqrt{2g} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Donde $\mu = \varepsilon \varphi$ y los valores de ε y φ vienen dados por las ecuaciones 1.16 y 1.14 respectivamente, estas ecuaciones se repiten a continuación

$$e = \frac{S_{ch}}{S_o} = \left(\frac{d_{chorro}}{d_o} \right)^2 \quad \text{Ecuación 2.18}$$

$$j = \frac{1}{\sqrt{1+z}} \quad \text{Ecuación 2.19}$$

Si consideramos inicialmente gasto teórico y flujo de líquido ideal K viene dado por la ecuación 1.20, que se repite a continuación

$$K = S_o \sqrt{2g}$$

Ecuación 2.20

El área real de vaciado estaría dada no por el área transversal del tubo sino por el área transversal de la válvula dado que esta es menor que la del tubo. Podemos entonces calcular el área de vaciado como sigue

$$\begin{aligned} \text{Diámetro Válvula} &= 1'' = 25.4 \text{ mm} = 25.4 \times 10^{-3} \text{ m} \\ R &= 0.0127 \text{ m} \end{aligned}$$

Con el valor del radio obtenemos el valor del área transversal

$$\begin{aligned} S_o &= \pi R^2 \\ S_o &= 5.07 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Tomando el valor de la aceleración de la gravedad como $g=9.8 \text{ m/s}^2$, podemos calcular el resto de la expresión

$$\begin{aligned} g &= 9.8 \text{ m/s}^2 \\ \sqrt{2g} &= 4.43 \text{ m}^{0.5} / \text{s} \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} K &= S_o \sqrt{2g} \\ K &= (5.07 \times 10^{-4})(4.43) \\ K &= 0.0022 \text{ m}^{2.5} / \text{s} \end{aligned}$$

Sin embargo el valor real del coeficiente de gasto no es uno, sino que para el flujo a través de un tubo corto presenta un valor aproximado de 0.82, de esta manera

$$K = m\delta_o \sqrt{2g}$$

$$K = (0.82)(0.0022)$$

$$K \approx 0.002 m^{2.5} / s$$

2.6 MODELO DEL SISTEMA DE TRES TANQUES EN SIMULINK

El modelo del sistema se muestra en la figura 12. El modelo está compuesto en rasgos generales por los subsistemas correspondientes a los tanques, los subsistemas correspondientes a las válvulas de interconexión, y la válvula de entrada. También se observan los visualizadores dados en forma de osciloscopios y displays.

2.6.1 Válvula de entrada

El modelo para la válvula de entrada se muestra en la figura 13. El modelo se compone de los siguientes elementos:

2.6.1.1 Multiplicador

El multiplicador consta de cuatro entradas que son:

1. **Volumen de flujo:** Esta entrada determina el volumen de flujo permanente, que alimenta el sistema desde el exterior. Está dado en metros cúbicos por segundo.
2. **Unidades:** Esta entrada simplemente funciona como un accesorio de modificación de la entrada “**volumen de flujo**” de tal manera que el flujo de entrada permanezca siempre en unidades de metros cúbicos por segundo.

3. **Señal del actuador:** Esta entrada proporciona la señal proveniente del actuador.
4. **Señal del interruptor:** Es una señal de tipo digital proveniente del interruptor de emergencia.

La salida del multiplicador corresponde al flujo de entrada al sistema.

2.6.1.2 Actuador servo

El actuador es el encargado de transformar la señal electrónica proveniente del controlador en una señal correspondiente a la medida de apertura de la válvula de entrada. El actuador está modelado mediante un filtro pasa – bajas de primer orden.

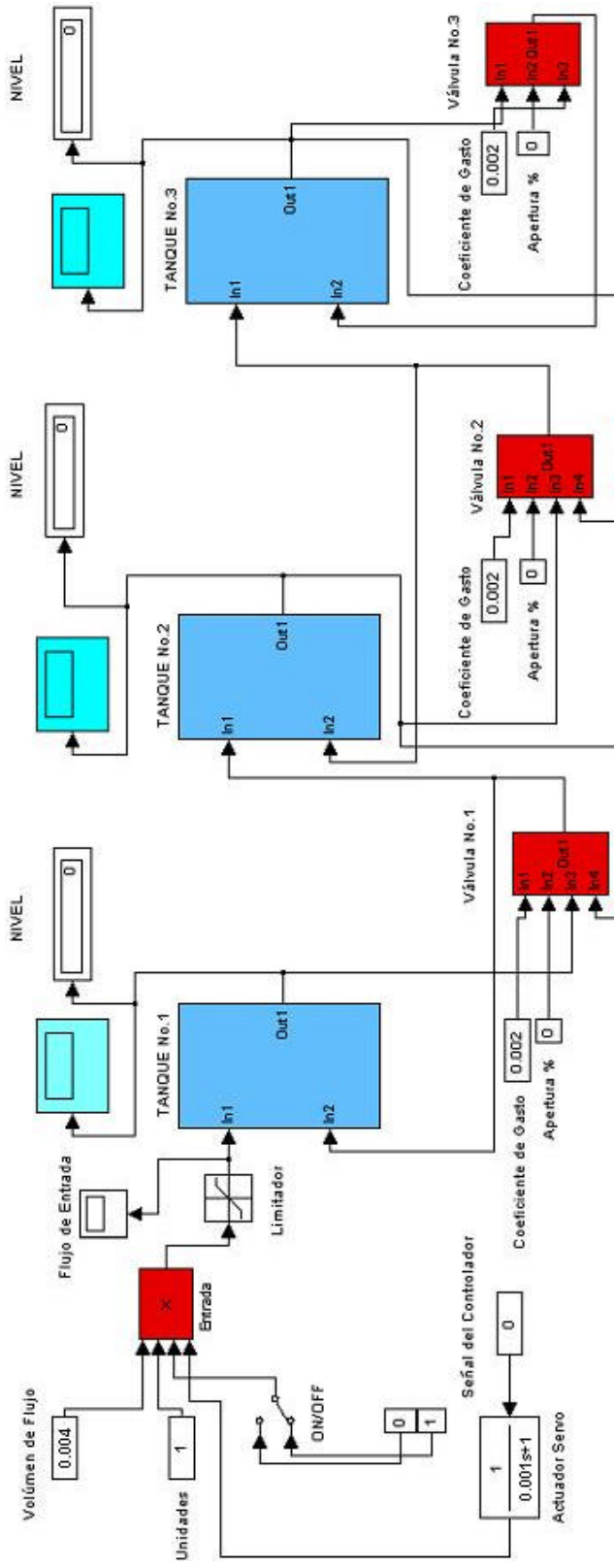
2.6.1.3 Interruptor de emergencia ON / OFF

Este interruptor anula por completo el flujo de entrada en caso de que sea necesario detener el proceso por emergencia.

2.6.1.4 Limitador

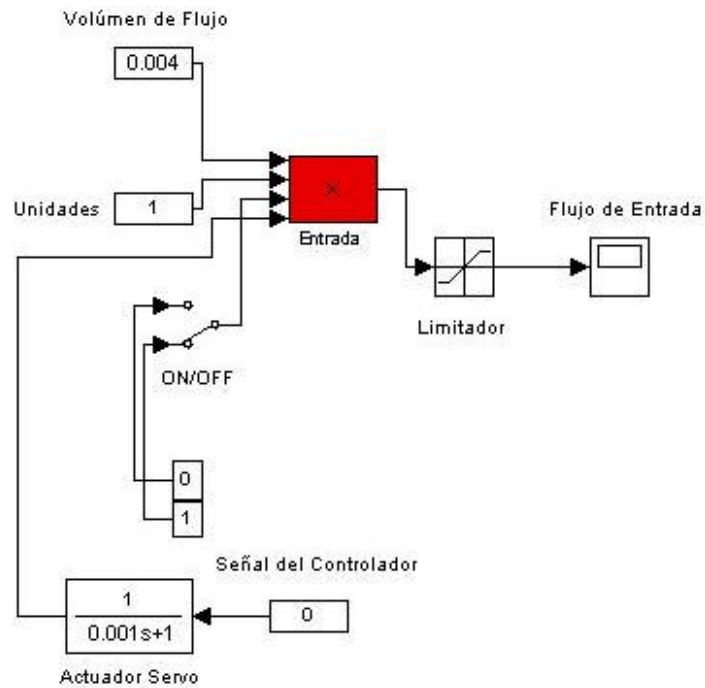
La señal de flujo de entrada debe estar limitada como máximo a la cantidad dada como “**Volumen de entrada**”. Por lo tanto, el limitador se encarga de recortar la señal de salida del multiplicador, de ser necesario.

Figura 12. Sistema de Tres Tanques en Simulink



Fuente Autor del Proyecto

Figura 13. Válvula de entrada



Fuente Autor del Proyecto

2.6.2 Subsistema Tanque

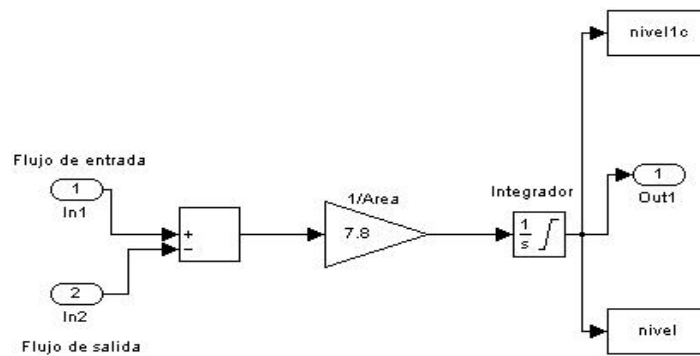
El subsistema correspondiente a los tanques se muestra en la figura 14. Este modelo está basado en la ecuación 1.33, que se repite a continuación

$$H(t) = \frac{1}{S} \int (Q_i(t) - Q_o(t)) dt \quad \text{Ecuación 2.21}$$

La ecuación 2.21 nos dice que la altura o nivel viene dada por la integral del volumen que entra menos el volumen que sale del tanque, dividido por el área transversal del tanque. Las operaciones de integración del flujo neto de entrada y posterior división por el área transversal, corresponden al modelo matemático de la dinámica del nivel de líquido en el tanque. En el modelo podemos ver que las

entradas del subsistema corresponden precisamente a los flujos (o volúmenes) de entrada y salida. La diferencia de flujos se hace en el bloque sumador.

Figura 14. Subsistema Tanque



Fuente Autor del Proyecto

2.6.2.1 Bloque de Ganancia

La diferencia de flujos pasa en seguida por un bloque de ganancia que corresponde a la división sobre el área transversal del tanque.

2.6.2.2 Bloque integrador

El bloque integrador se encarga de modelar la última parte de la ecuación 2.21. Una vez es calculada la diferencia de los flujos de llenado y vaciado, y a su vez esta diferencia dividida por el área transversal del tanque, el resultado es integrado; de tal manera que la salida del bloque integrador corresponde a la altura o nivel de líquido en el tanque.

El bloque integrador presenta su salida de tres maneras distintas. La primera, corresponde al comportamiento del nivel con respecto al tiempo, esta a su vez corresponde a la salida del **Subsistema Tanque**. La segunda viene dada como

un *array* (nivel) que envía al espacio de trabajo de MATLAB todos los valores de nivel alcanzados durante el tiempo de simulación; esto permite graficar el comportamiento del nivel con respecto al tiempo en una ventana de gráficas de MATLAB. Por último a través de la variable nivel1c, el valor final del nivel es llevado al espacio de trabajo de MATLAB, este es valor en estado estable del nivel de líquido en el tanque.

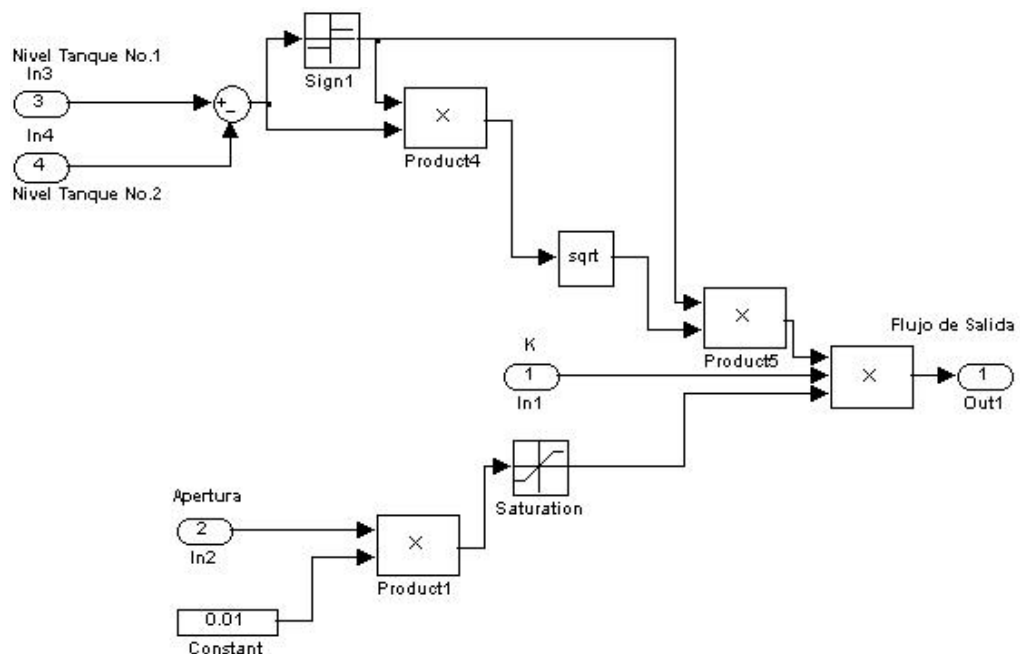
2.6.3 Subsistema Válvulas No.1 y No.2

El modelo para las válvulas 1 y 2 está basado en la ecuación 1.22 que se repite a continuación

$$Q = K\sqrt{H_1 - H_2} \quad \text{Ecuación 2.22}$$

El subsistema se puede apreciar en la figura 15.

Figura 15 Subsistema Válvulas 1 y 2



Fuente Autor del Proyecto

Con las entradas 3, 4 y 1 se realiza la operación correspondiente a la ecuación 2.22, donde H_1 y H_2 son los niveles en los tanques 1 y 2 respectivamente y K es el coeficiente de gasto. La entrada número 2 corresponde al porcentaje de apertura de la válvula.

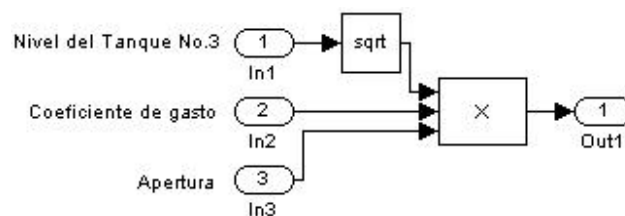
2.6.4 Subsistema Válvula No.3

El modelo de la válvula No.3 se basa en la ecuación 1.4 que se repite a continuación

$$Q = K\sqrt{H} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

El modelo se puede apreciar en la figura 16. Con las entradas 1 y 2 se realiza la operación dada en la ecuación 2.23. La entrada 3 corresponde al porcentaje de apertura de la válvula.

Figura 16 Subsistema Válvula No.3



Fuente Autor del Proyecto

2.7 MODELO DEL SISTEMA DE TRES TANQUES EN SIMPLE CONTROL

El modelo del sistema de tres tanques en Simple Control, se basa en las mismas ecuaciones en las que está basado el modelo en Simulink. El modelo se encuentra dividido en cinco páginas de bloques, organizadas de la siguiente manera:

2.7.1 Página 1, Válvula de entrada y tanque No. 1

La página de bloques No.1 se puede apreciar en la figura 17. Se compone de un multiplicador, que se encarga de modelar el flujo de entrada a una apertura determinada; un limitador, que permite solo el paso de valores realistas para el flujo de entrada al tanque No.1; un sumador en el que se calcula el flujo de entrada neto al tanque No.1 y un integrador dinámico (“Non windup”), que junto con el operador de flujos se encarga de modelar la funcionalidad dinámica del nivel de líquido en el tanque. La ventaja que presenta el bloque integrador dinámico en relación con el bloque integrador simple, es la posibilidad de ajustar los valores máximo y mínimo de la salida, así como la posibilidad de ajustar un valor para la condición inicial diferente de cero. También es posible ajustar un valor de ganancia, que en este caso se utiliza como el valor de $1/\text{Área transversal}$.

2.7.2 Página 2, Válvula No.1

La figura 18 presenta el modelo de la válvula No.1. La válvula No.1 consiste de un sumador en el que se calcula la diferencia de los niveles en los tanques 1 y 2; un bloque función matemática en el que se calcula la raíz cuadrada de la diferencia de los niveles para posteriormente multiplicar este resultado por el porcentaje de apertura y por el coeficiente de gasto. De esta manera la salida del bloque multiplicador corresponde al modelo de la ecuación 2.22.

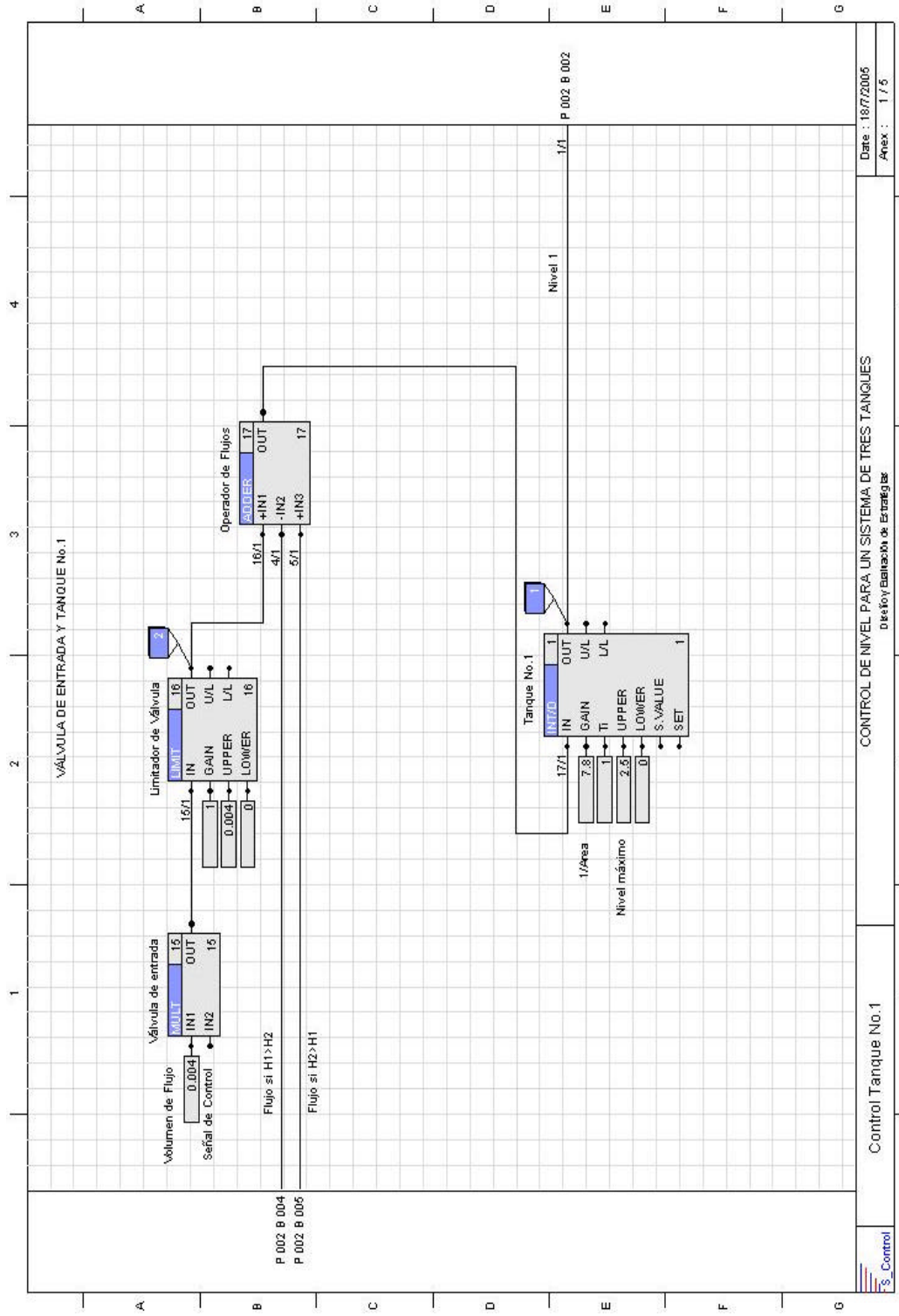
Cuando se presenta el caso en que el nivel en el tanque No.2 es mayor que el nivel en el tanque No.1, se recurre entonces al bloque fórmula en el que se modela la ecuación 1.25 que se repite a continuación

$$Q = K\sqrt{|H_1 - H_2|}$$

Ecuación 2.24

Nótese que este bloque solo se habilita cuando el nivel en el tanque 2 es mayor que el nivel en el tanque 1, por medio de la señal NEG proveniente del bloque fórmula matemática.

Figura 17. Página No.1 Modelo en Simple Control



Fuente Autor del Proyecto

2.7.3 Página 3, Tanque No.2

Como se aprecia en la figura 19, el modelo del tanque No.2 se compone de dos bloques; el bloque sumador (Operador de flujos), que se encarga de manejar los flujos provenientes de los tanques vecinos de acuerdo a la diferencia de nivel que se presente entre estos y el tanque No.2; y el bloque integrador dinámico que junto con el sumador se encargan de modelar matemáticamente la funcionalidad dinámica de la variable de Nivel en el tanque No.2.

2.7.4 Página 4, Válvula No.2

El modelo de la válvula No.2 es idéntico al modelo de la válvula No.1.

2.7.5 Página 5, Tanque No.3 y Válvula No.3

El modelo se puede observar en la figura 20. La operación dinámica del tanque No.3 se modela mediante los bloques sumador e integrador dinámico. El bloque sumador (Operador de Flujos) se encarga de calcular el flujo neto de entrada al tanque, y en el bloque integrador se hace la operación de integración del flujo neto y división por el área transversal del tanque.

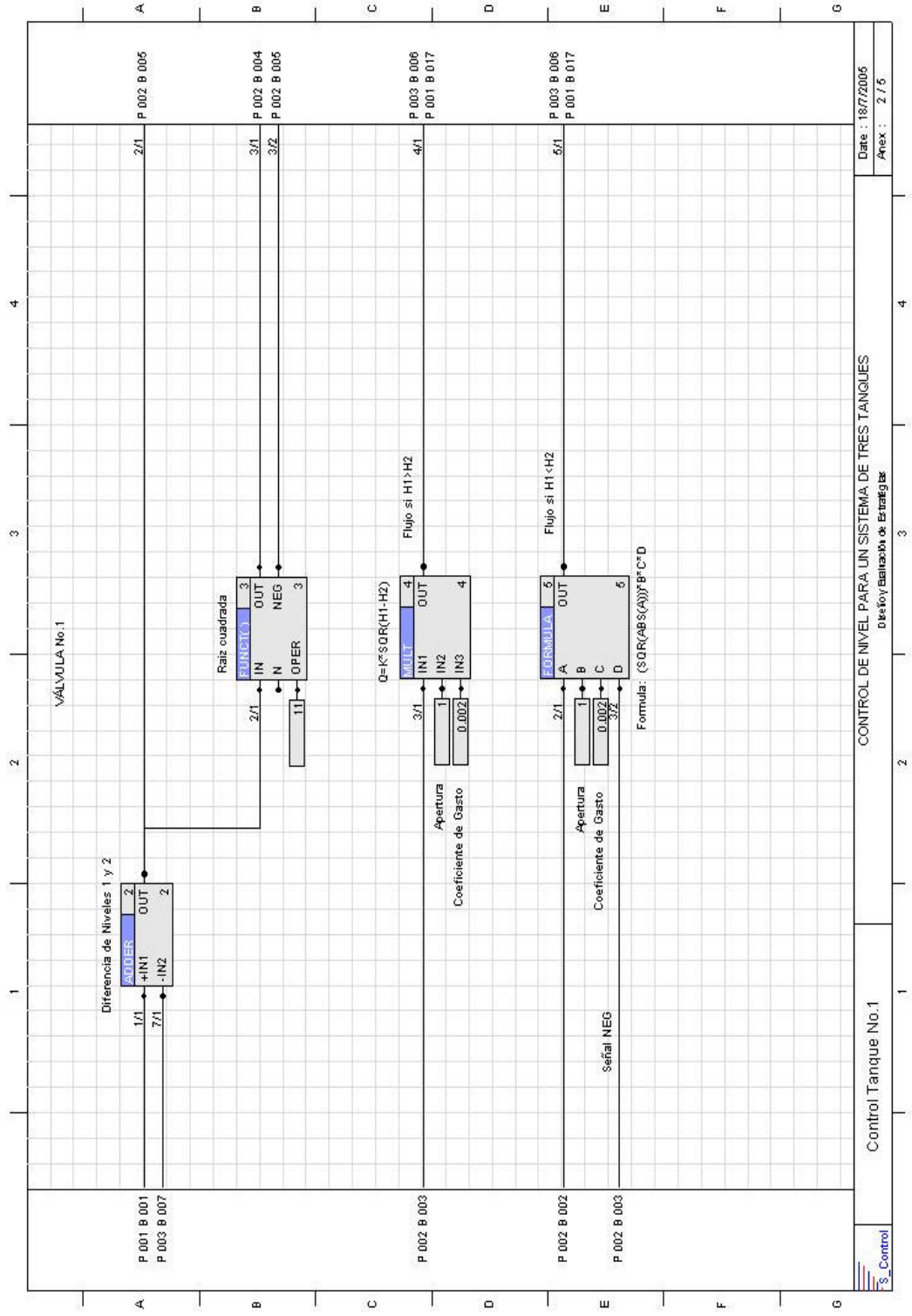
La válvula se modela mediante un bloque fórmula que ejecuta la operación dada por la ecuación 2.23.

El proceso de representación computacional del sistema fue consecuente con el hecho de que ambos modelos estaban basados en las mismas ecuaciones, por lo tanto el tiempo invertido en el desarrollo del segundo modelo fue menor al tiempo invertido en el primero, sin embargo el proceso de modelado en la plataforma de Simple Control se vio truncado por los percances presentados durante el proceso

de instalación del programa¹¹. Una vez implementados los modelos del sistema de tres tanques en las dos plataformas se procede con el diseño de los sistemas de control de nivel. El capítulo 3 presenta el proceso de diseño de dichos sistemas, desarrollados con base en los modelos expuestos en este capítulo.

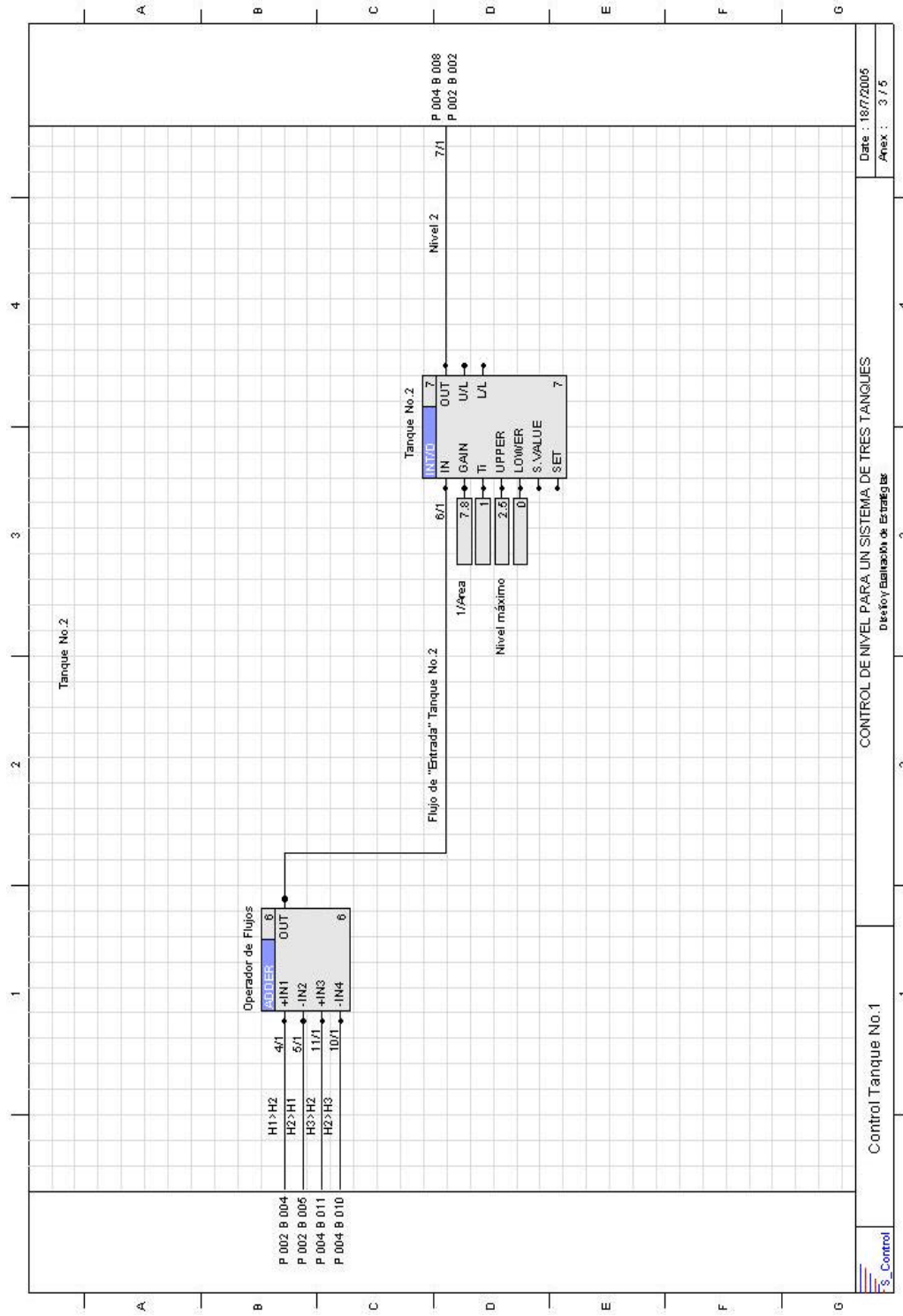
¹¹ Este tema es tratado más a fondo en el capítulo 4: Evaluación de estrategias.

Figura 18. Página No.2 Modelo en Simple Control



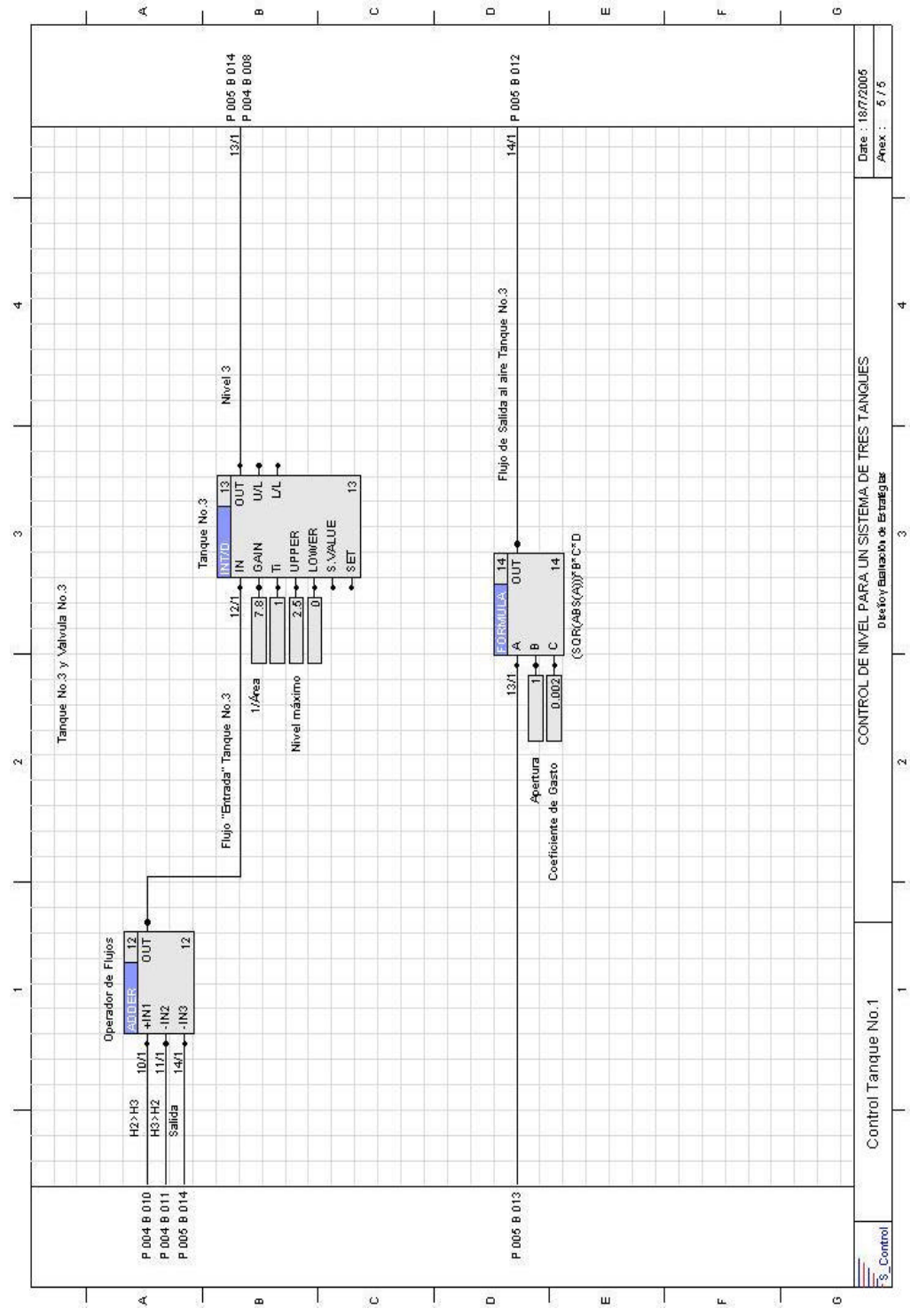
Fuente Autor del Proyecto

Figura 19. Página No.3 Modelo en Simple Control



Fuente Autor del Proyecto

Figura 20 Página No.5 Modelo en Simple Control



Autor del Proyecto

3. DISEÑO DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

3.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta el proceso de desarrollo y sintonización de los controladores modelados con base en los sistemas presentados en el capítulo inmediatamente anterior.

La estrategia de control clásico utilizando controladores PI o PID se desarrolló para ambas plataformas de cómputo (Simulink y Simple Control). Por otra parte se implementó de manera complementaria una estrategia de control de nivel por realimentación de estados modelada en Simulink. De esta forma se pudo contar con un proceso de desarrollo comparativo que permite evaluar continuamente tanto las estrategias de control utilizadas, como las plataformas de desarrollo de los modelos.

Para el caso de la variable de nivel en el Tanque No.1 se utilizó un controlador básicamente proporcional debido a la relación directa entre la entrada y la salida. Para el Tanque No.2 el controlador es básicamente derivativo, en este caso se debe a que el control se hace mediante una reacción en cadena desde la entrada hasta la salida. La parte integral se utilizó de manera mínima, y solo para hacer un ajuste final a las respuestas, esto con el fin de no sumar al sistema los retrasos inherentes que ocasiona un integrador.

3.2 CONTROL CLÁSICO

3.2.1 Control de Nivel para el Tanque No.1 en Simulink

La variable nivel para el tanque No.1 ($h_1(t)$) es controlada mediante el flujo de entrada $q(t)$. Para iniciar el diseño del controlador se partió de los resultados obtenidos del modelo mediante función de transferencia del sistema. En este caso la función de transferencia viene dada por la ecuación 2.8 que se repite aquí como la ecuación 3.1. Los polos de la función de transferencia son los siguientes:

- $s_1 = -0.0236$
- $s_2 = -0.0113$
- $s_3 = -0.0014$

Esto quiere decir que el polo más cercano al origen de $G(s)$, es $s_3 = -0.0014$.

$$G(s) = \frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{20325471.91s^2 + 590669.9328s + 3218.4767}{2607758.046s^3 + 94728.69s^2 + 825.86s + 1} \quad \text{Ecuación 3.1}$$

La función de transferencia de un controlador PI viene dada por la ecuación 3.2. El punto de partida fue entonces la búsqueda de un valor para la relación K_I/K_P mucho más pequeño que $s_3 = -0.0014$.

$$G_c(s) = \frac{K_P(s + \frac{K_I}{K_P})}{s} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Los atributos de las respuestas al escalón unitario del sistema utilizando un controlador PI se presentan en la tabla A1.3 de los anexos. Los valores finalmente seleccionados para el controlador fueron los siguientes:

- $k_p=500$
- $k_i=0.02$

El modelo del sistema con el controlador PI, se muestra en la figura 21. Los modelos del transductor de nivel y del actuador servo corresponden a filtros pasa – baja de primer orden. La respuesta al escalón unitario del sistema compensado se puede apreciar en la figura 22. Los tiempos de levantamiento y de asentamiento para el sistema compensado fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=37.5 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=43.755 s

Figura 21. Control Tanque No.1 en Simulink

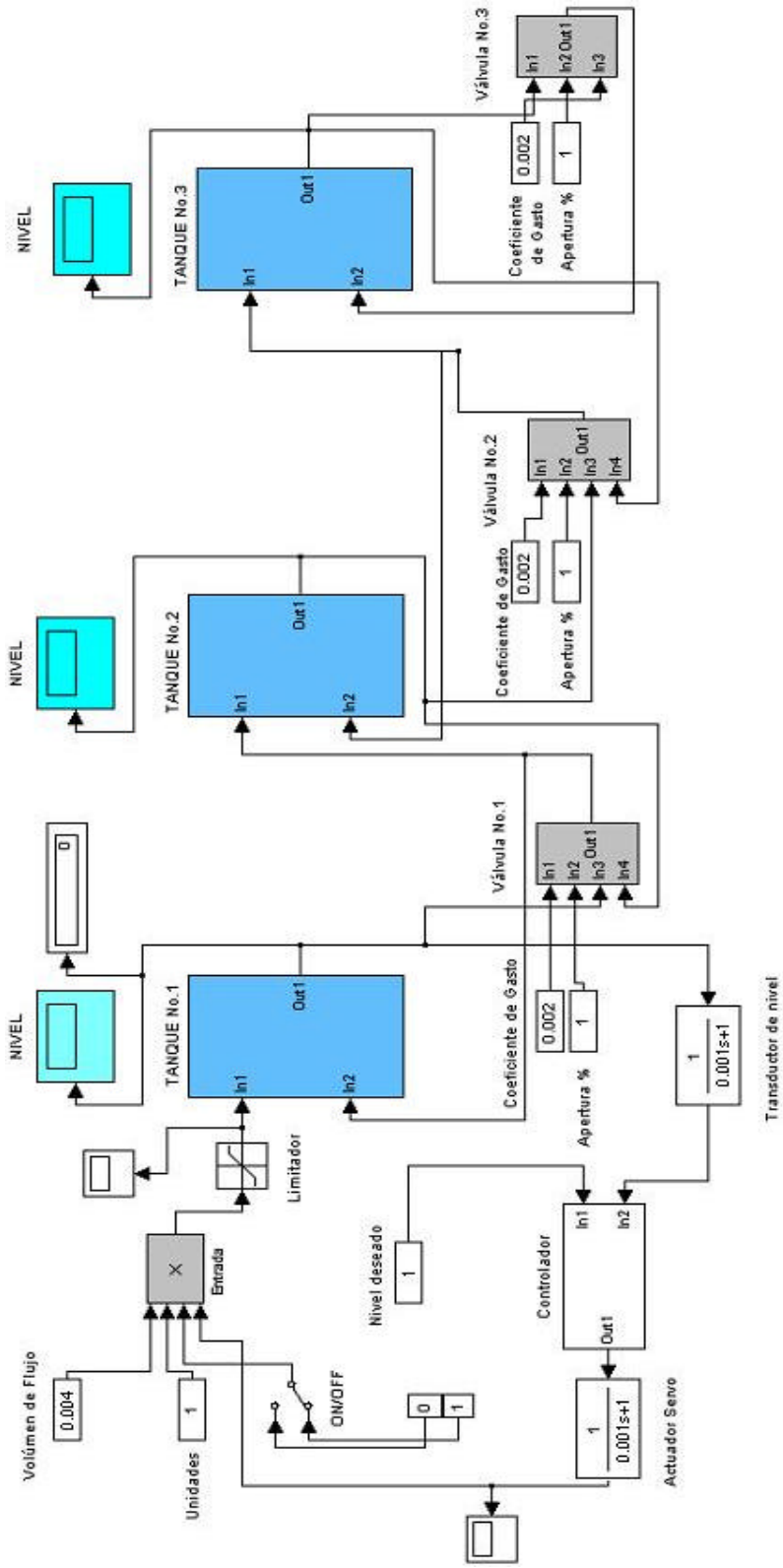
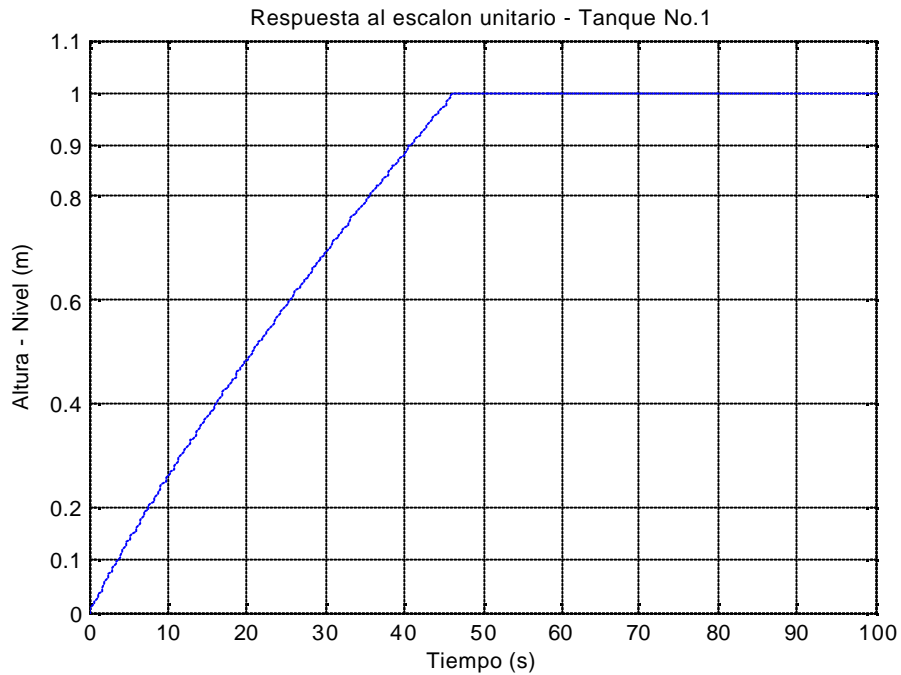


Figura 22. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.1 Modelo completo en Simulink



Fuente Autor del Proyecto

A fin de contrastar los resultados obtenidos anteriormente con el modelo del sistema mediante función de transferencia se utilizó el modelo que se muestra en la figura 23.

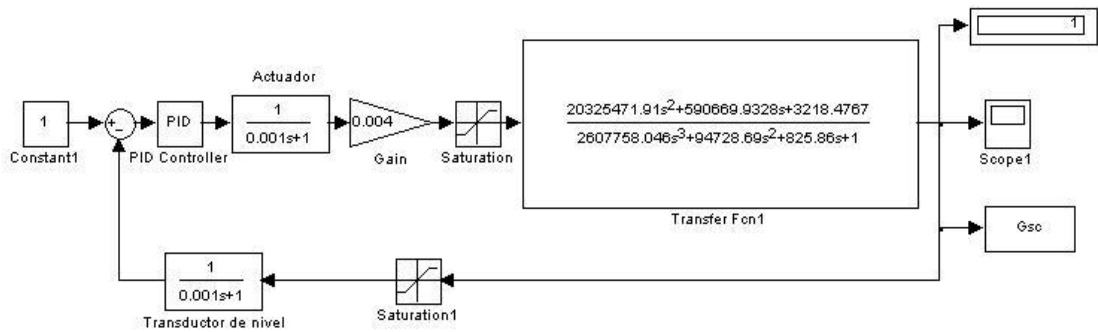
La respuesta de este modelo al escalón unitario puede ser apreciada en la figura 24. Los resultados para tiempo de asentamiento y tiempo de levantamiento fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=28.9 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=34.1 s

La diferencia aunque no es muy grande se debe en parte a que el modelo del sistema mediante función de transferencia se desarrolla a partir de ecuaciones diferenciales lineales, como se mencionó en el capítulo 1.

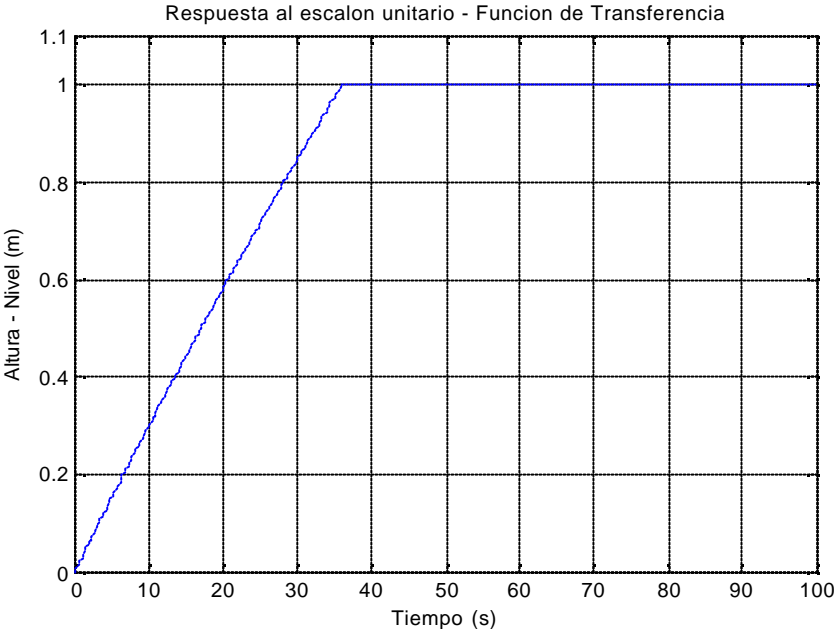
De acuerdo con la tabla A1.3, las raíces de la ecuación característica del sistema son reales y diferentes, por lo tanto la respuesta del sistema al escalón unitario tendrá características de amortiguamiento crítico o sobreamortiguamiento. Esto a su vez implica que la respuesta al escalón unitario no presentará sobrepaso alguno.

Figura 23. Modelo de sistema de control Tanque No.1 mediante función de transferencia (Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

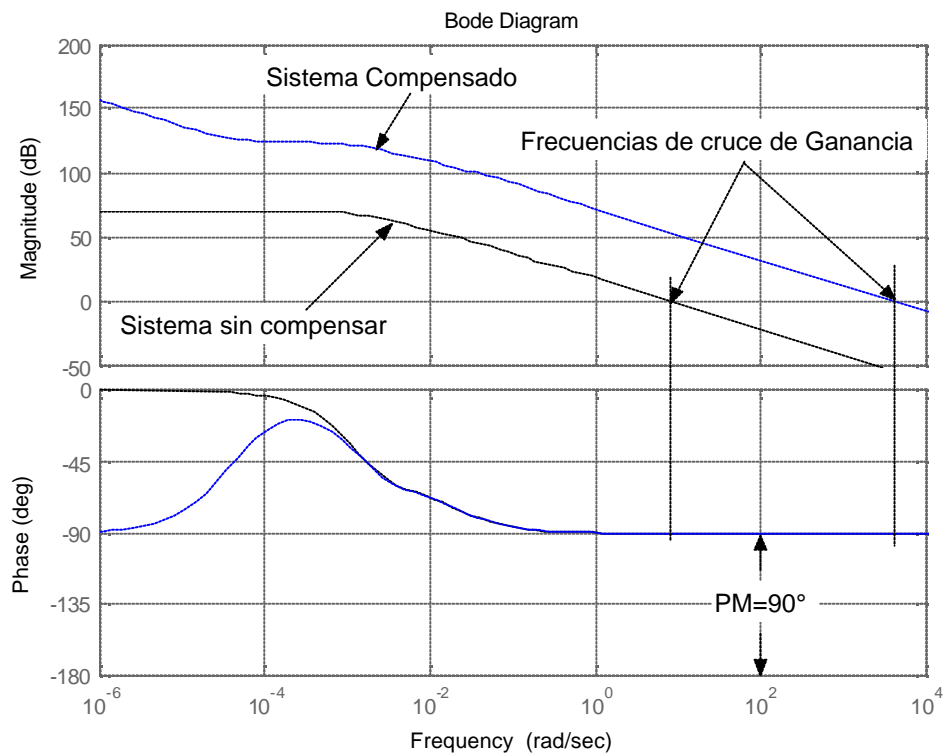
Figura 24. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Modelo lineal)



Autor del Proyecto

Finalmente para analizar la estabilidad del sistema, en la figura 25 se presenta el diagrama de bode del sistema controlado y sin controlar. Nótese que el margen de ganancia es siempre infinito, por lo tanto el margen de ganancia no proporciona una medida efectiva de la estabilidad relativa del sistema. En este caso el análisis de la estabilidad del sistema se hace mediante el margen de fase. El margen de fase tanto para el sistema sin compensar como para el sistema compensado es de 90° ($PM=90^\circ$), es decir el grado de estabilidad relativa es bastante amplio.

Figura 25. Diagrama de Bode (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)

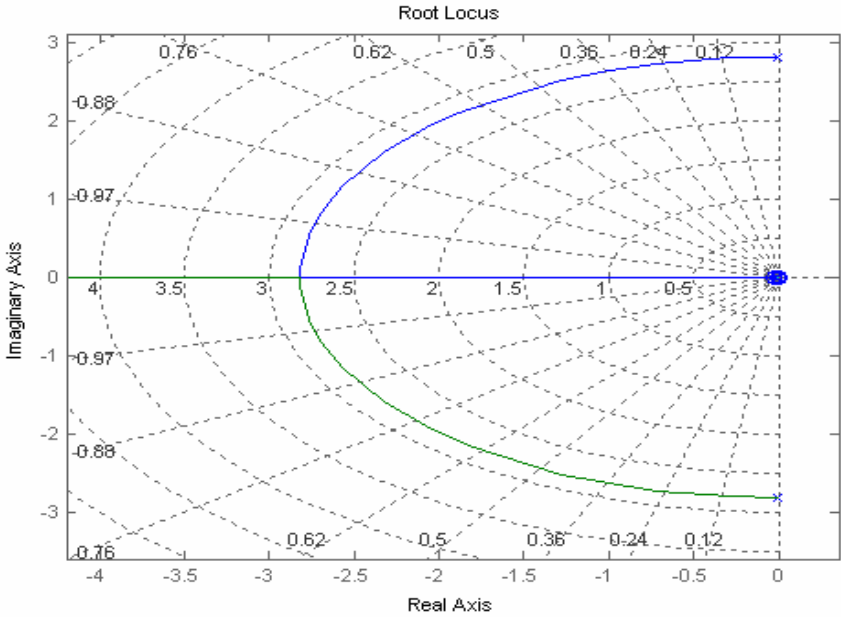


Fuente Autor del Proyecto

Por otra parte se hace uso del grafico del lugar de las raíces del sistema para determinar la estabilidad absoluta del sistema. La figura 26 presenta el grafico del lugar de las raíces del sistema para $0 < K_p < \infty$ tomando arbitrariamente $K_p=1$; la

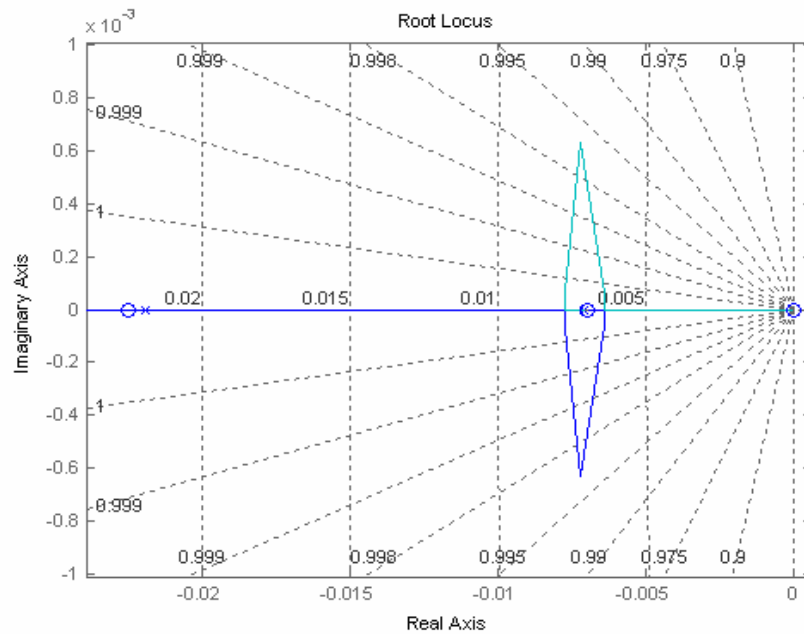
figura 27 presenta el gráfico del lugar de las raíces cerca al origen. Nótese que el sistema es completamente estable para cualquier valor positivo de K_P .

Figura 26. Grafico del lugar de las raíces (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)



Autor del Proyecto

Figura 27. Grafico del lugar de las raíces cerca al origen (Control Tanque No.1 – Modelo lineal)



Autor del Proyecto

El lugar de las raíces se construyó de acuerdo con la ecuación

$$1 + K_P G_1(s) H_1(s) = 1 + K_P \frac{7.794 s^3 + 0.23 s^2 + 1.23 \times 10^{-3} s}{s^4 + 0.036 s^3 + 7.794 s^2 + 0.23 s + 1.23 \times 10^{-3}} = 0$$

Ecuación 3.3

La ecuación 3.3 corresponde a la ecuación característica del sistema de lazo cerrado con un controlador PI, donde $K_I = 1$.

3.2.2 Control de Nivel para el Tanque No.2 en Simulink

Al igual que para el tanque No.1 el control de nivel sobre el tanque No.2 se llevó a cabo desde la válvula de entrada. La función de transferencia correspondiente al nivel en el tanque No. 2 está dada por la ecuación 2.10 y se repite a continuación como la ecuación 3.4

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{147667.48s + 2145.65}{2607758.046s^3 + 94728.69s^2 + 825.86s + 1} \quad \text{Ecuación 3.4}$$

Los polos de la función de transferencia son los mismos que para el caso del tanque No.1.

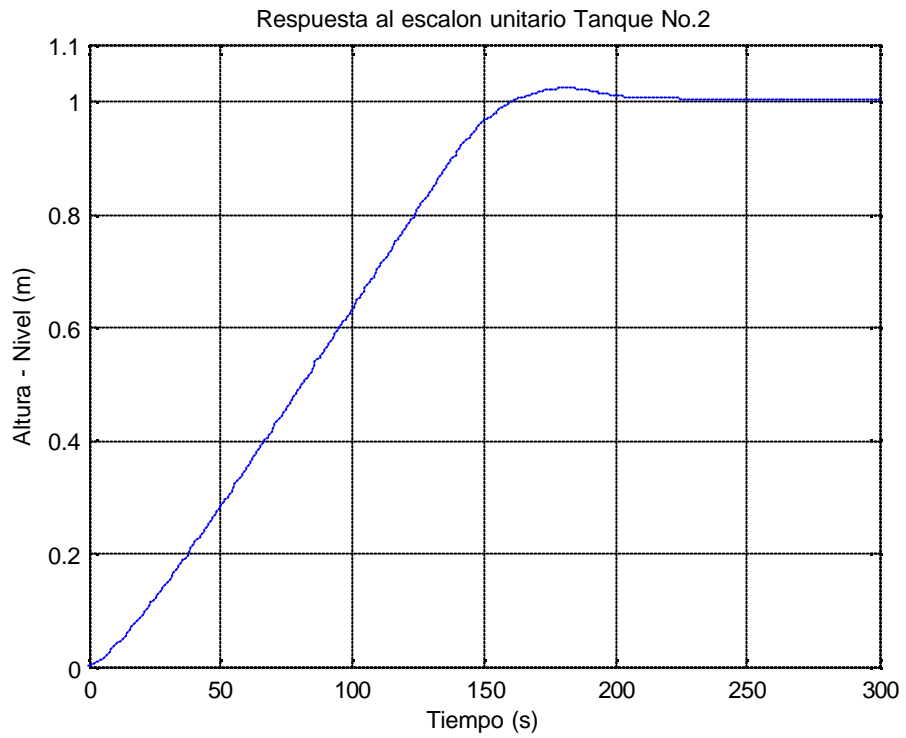
A diferencia del control de nivel sobre el tanque No.1 donde la constante de ganancia proporcional era la base del diseño del controlador, para el control de nivel sobre el tanque No. 2 se partió de la sintonización de las constantes de ganancia derivativa y proporcional, para posteriormente mejorar la respuesta con la constante de ganancia integral. Los atributos de las respuestas al escalón unitario se presentan en la tabla A1.4, los valores finalmente seleccionados para el controlador fueron los siguientes:

- $K_P=41$
- $K_I=0.005$
- $K_D=700$

La respuesta del sistema al escalón unitario con los valores seleccionados para el controlador se puede apreciar en la figura 28. Los valores para el tiempo de levantamiento y el tiempo de asentamiento son los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=116.36 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=147.28 s

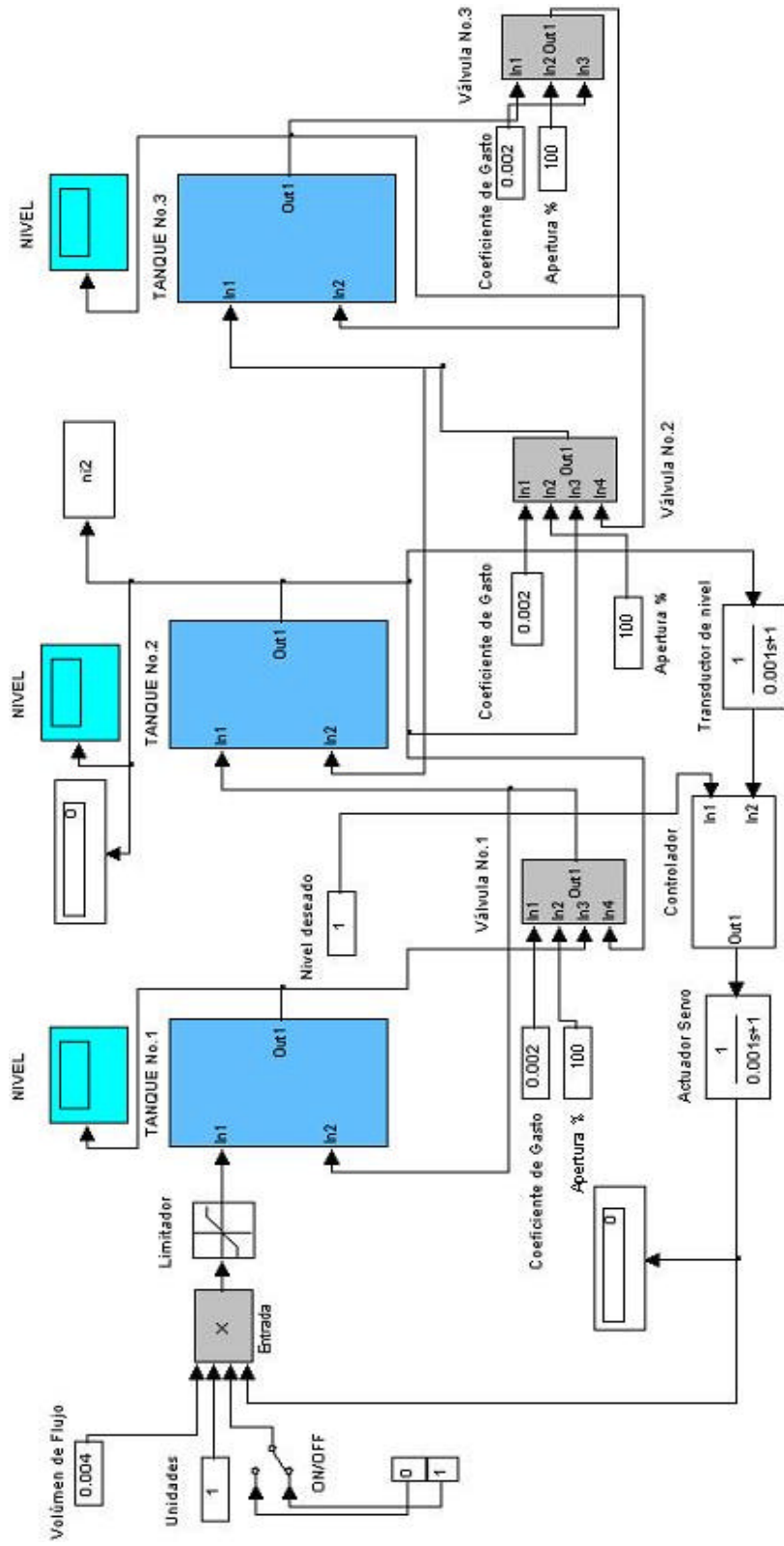
Figura 28. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.2 Modelo Completo en Simulink



Fuente Autor del Proyecto

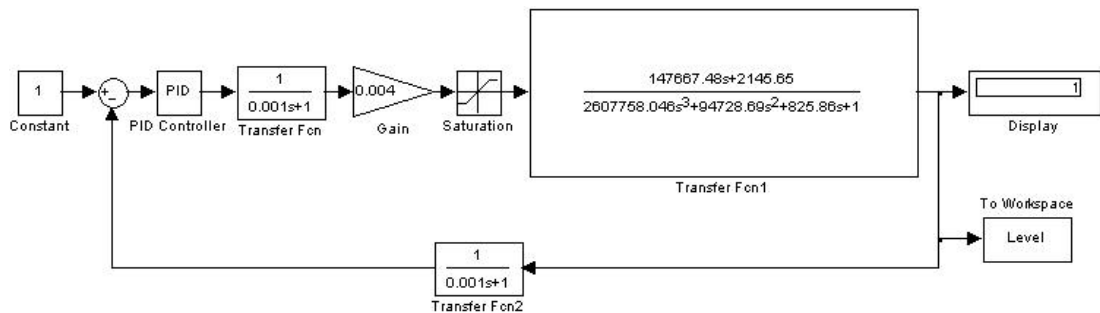
El modelo del sistema con el controlador PID se muestra en la figura 29.

Figura 29. Control Tanque No.2 en Simulink



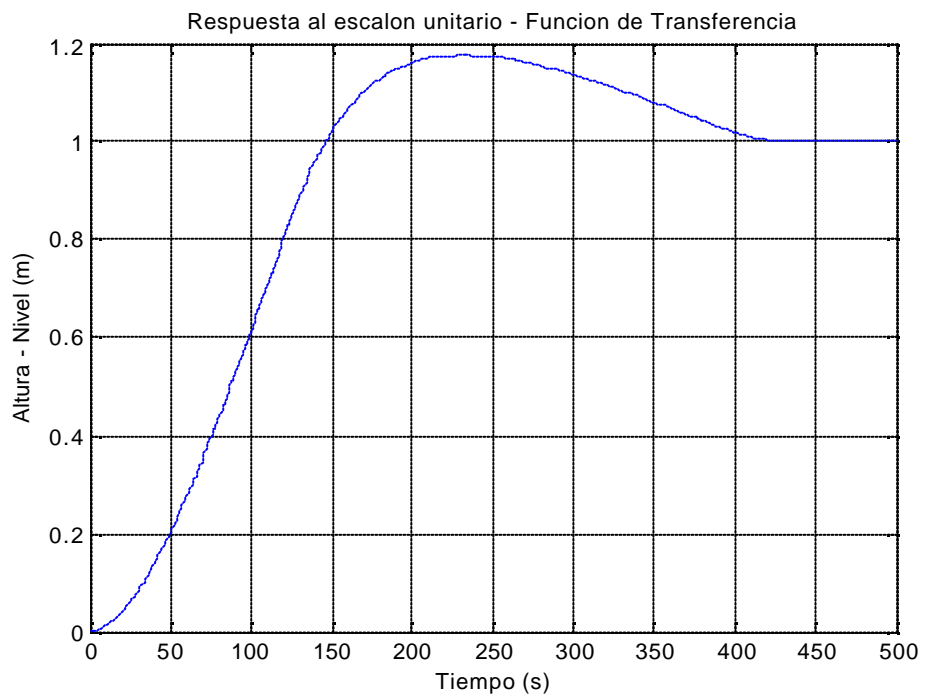
Una vez más con el fin de comparar el modelo inicial del sistema con su modelo mediante función de transferencia se utilizó el modelo presentado en la figura 30. La respuesta al escalón unitario de este sistema se muestra en la figura 31.

Figura 30. Control Sobre el Tanque No.2 mediante función de transferencia (Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

Figura 31. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

Los tiempos de asentamiento y levantamiento resultantes para este modelo son los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=97.935 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=376.49 s

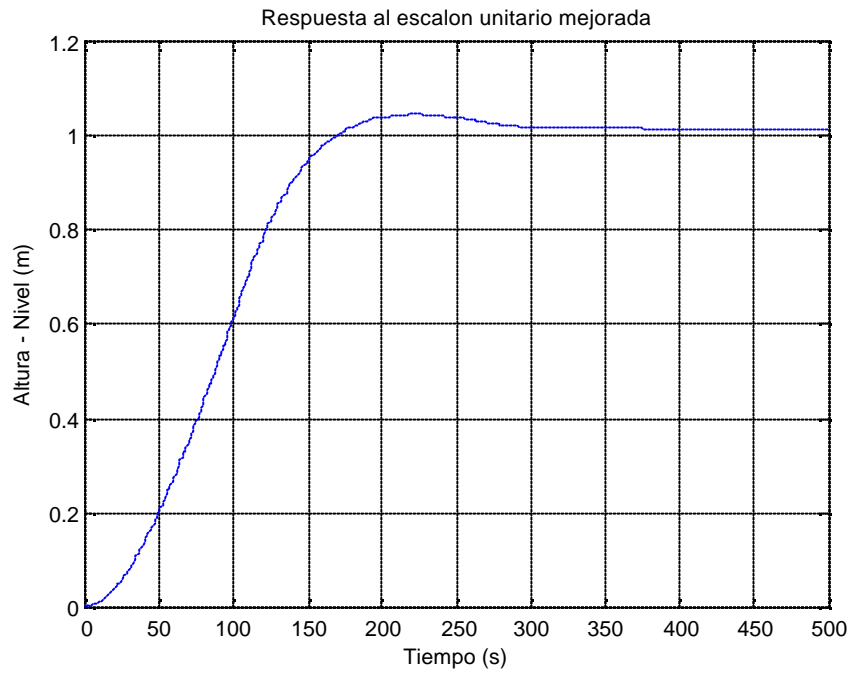
Nótese que aparte de que el sobrepaso máximo es demasiado alto aproximadamente 17.92 %, también el tiempo de asentamiento se hace demasiado alto. La forma de solucionar esto es disminuyendo el valor de la constante de ganancia proporcional. Un valor más apropiado para esta constante puede ser $K_p=21.5$, la respuesta al escalón unitario utilizando este nuevo valor se puede apreciar en la figura 32, los valores para el tiempo de asentamiento y el tiempo de levantamiento utilizando este nuevo valor de ganancia proporcional son los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=105.7 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=151.23 s

En este caso el sobrepaso máximo se reduce aproximadamente al 4.59 %.

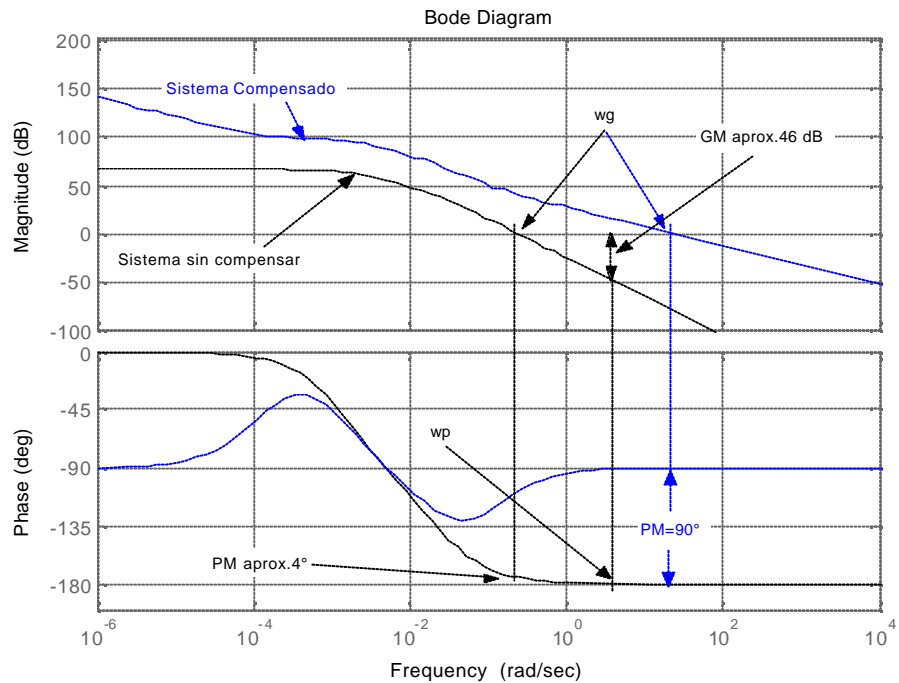
Mediante el uso del diagrama de Bode, podemos apreciar la mejora que produce el controlador sobre el sistema. En este caso el margen de fase pasa de 4° a 90° , en tanto que el margen de ganancia pasa de un valor para el sistema original de aproximadamente 46 dB a infinito en el sistema compensado. El diagrama de bode del sistema se puede apreciar en la figura 33.

Figura 32. Respuesta al escalón unitario mediante función de transferencia (Controlador Mejorado – Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

Figura 33. Diagrama de Bode (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)

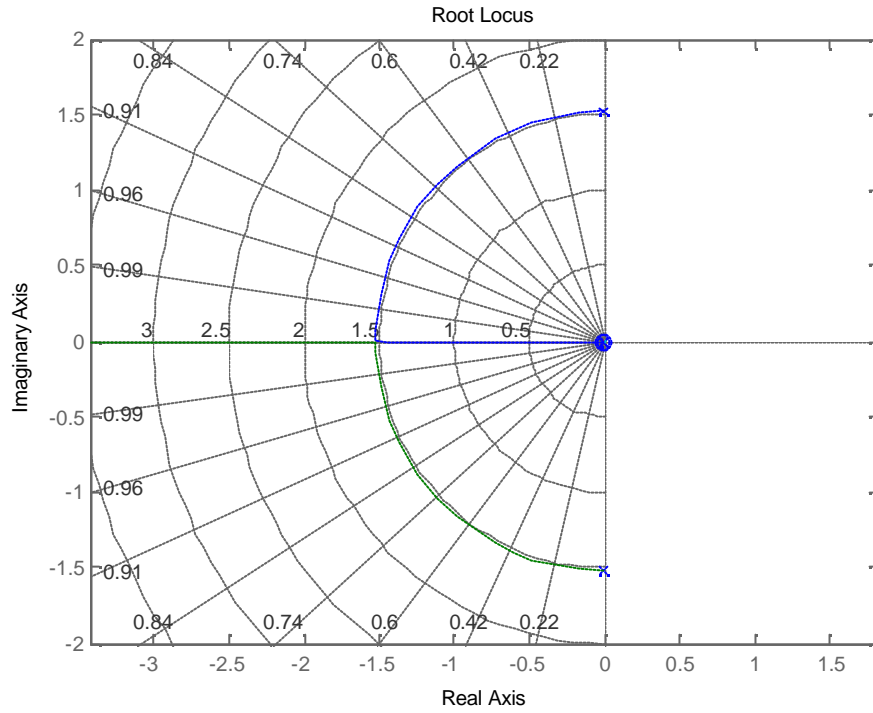


Fuente Autor del Proyecto

El análisis de la estabilidad absoluta del sistema mediante el lugar de las raíces, se hizo a partir de la ecuación 3.5 (Ecuación característica del sistema compensado), donde los valores para K_P y K_I corresponden a los valores finalmente seleccionados para el controlador y se hace variar el valor de K_D desde cero hasta infinito es decir:

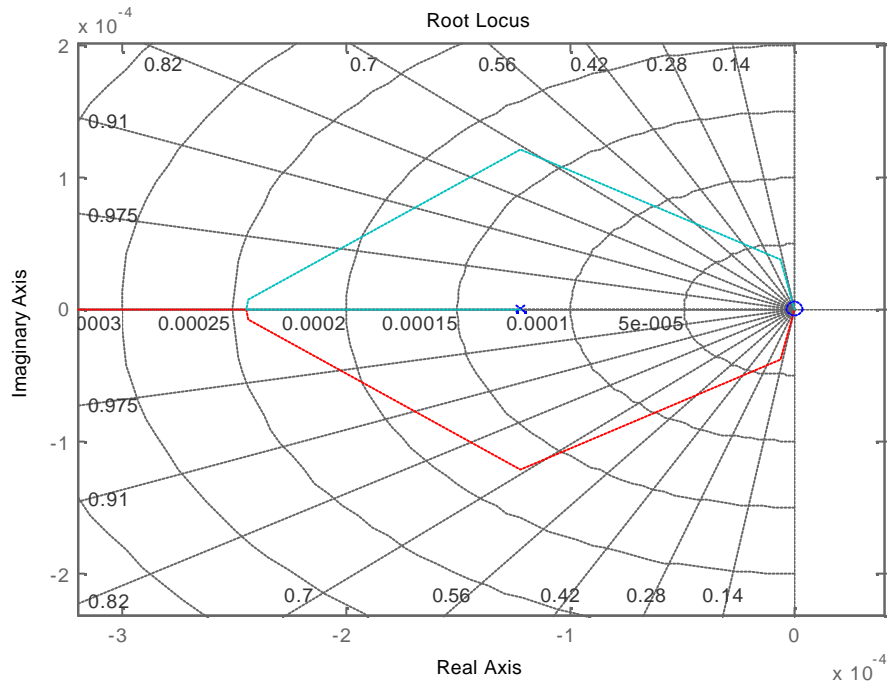
- $K_P=41$
- $K_I=0.005$
- $0 < K_D < \infty$

Figura 34. Gráfico del lugar de las raíces (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

Figura 35. Gráfico del lugar de las raíces cerca al origen (Control Tanque No.2 – Modelo lineal)



Fuente Autor del Proyecto

El gráfico del lugar de las raíces se puede apreciar en la figura 34. La figura 35 presenta el gráfico del lugar de las raíces cerca al origen. El resultado es un sistema estable para todos los valores positivos de K_D .

$$1 + K_D \frac{147667.48s^3 + 2145.65s^2}{2607758.046s^4 + 94728.69s^3 + 6055192.54s^2 + 88710.99s + 10.73} = 0$$

Ecuación 3.5

3.2.3 Control de Nivel para el tanque No.1 en Simple Control

En la figura 36 se muestra el modelo de control de nivel para el tanque No.1¹². La sintonización del controlador se inicio basándose en los resultados obtenidos del modelo en Simulink en este caso utilizando el bloque controlador PID “paralelo”.

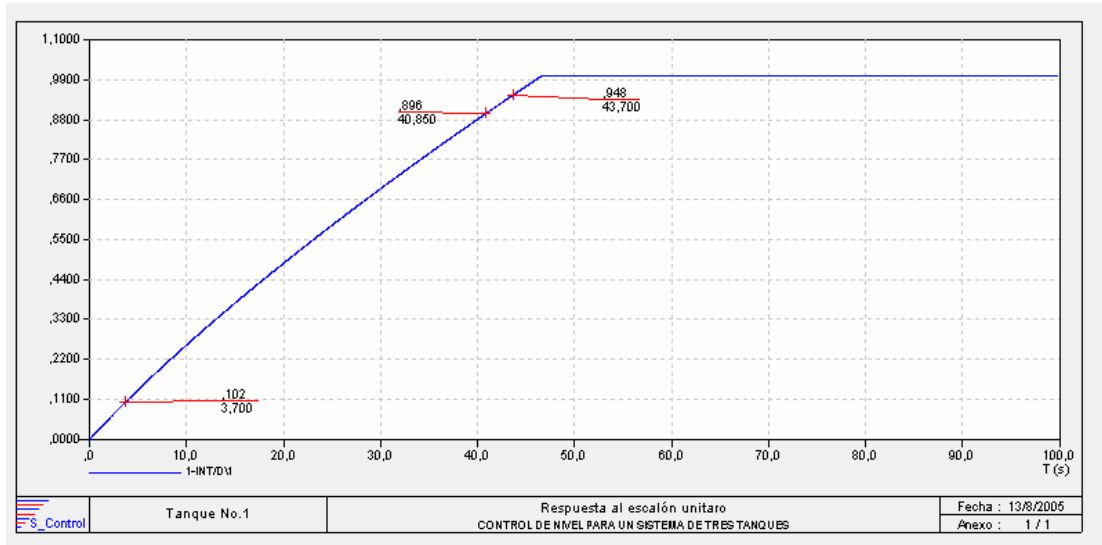
Una vez realizada la simulación, los resultados fueron aceptables y muy similares a los obtenidos del modelo en Simulink. Por esta razón los valores finalmente seleccionados para el controlador fueron los mismos que se escogieron para el modelo en Simulink.

La respuesta al escalón unitario del sistema se puede apreciar en la figura 37. Los valores para tiempo de levantamiento y tiempo de asentamiento fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=37.15 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=43.70 s

¹² En esta figura solo se presenta la página No.1, donde se encuentra el controlador. Las páginas 2 a 5 se presentaron en el capítulo 2, en el modelo en Simple control del sistema. (Nota del Autor).

Figura 37. Respuesta al escalón unitario, control Tanque No.1. Modelo en Simple Control



Fuente Autor del Proyecto

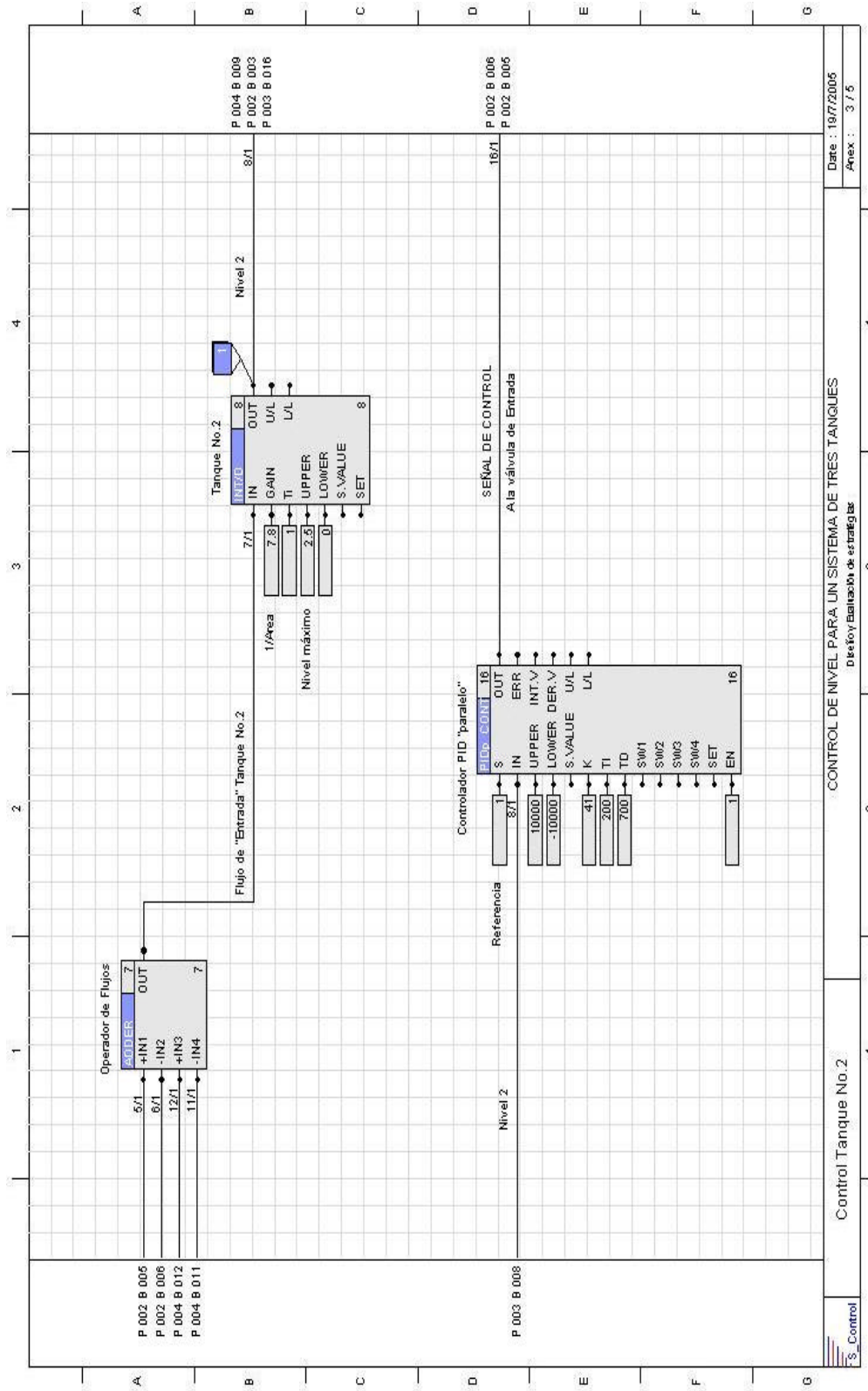
3.2.4 Control de Nivel para el Tanque No.2 en Simple Control

El proceso de sintonización del controlador para la variable de nivel en el tanque No.2 al igual que para el tanque No.1 se hizo basándose en los resultados obtenidos en el modelo previo en Simulink. Una vez cotejados los resultados mediante simulación, fueron aceptables y nuevamente similares a los obtenidos en el modelo en Simulink.

La página en Simple Control donde se encuentra el controlador puede ser apreciada en la figura 38. La respuesta del sistema al escalón unitario se muestra en la figura 39. Los resultados obtenidos para tiempo de levantamiento y tiempo de asentamiento fueron los siguientes:

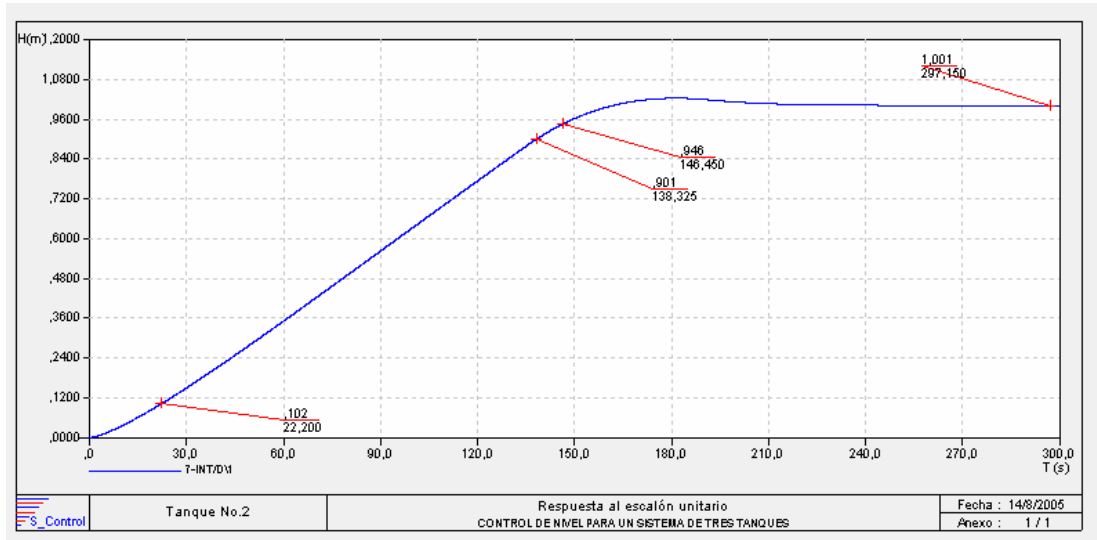
- Tiempo de levantamiento (t_r)=116.13 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=146.50 s

Figura 38. Control Tanque No.2 en Simple_Control



Fuente Autor del Proyecto

Figura 39. Respuesta al escalón unitario. Control Tanque No.2. Modelo en Simple Control



Fuente Autor del Proyecto

3.3 CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE ESTADO (Simulink)

El control de nivel por realimentación de estado se basa en las ecuaciones del modelo del sistema en el espacio de estados dadas en el capítulo 2 (Ecuaciones 2.16 a 2.20).

A diferencia del control clásico en el proceso de diseño de los controladores mediante una estrategia de realimentación de estados se presentaron dificultades debido a las no linealidades ocasionadas por la presencia de tres transductores de nivel, uno por cada variable de estado. Debido a esto el proceso de diseño del controlador para cada variable se divide en dos partes; primero se sintonizan los controladores para que proporcionen una respuesta adecuada al escalón unitario y luego se sintonizan mediante una señal escalón de una magnitud distinta, evaluando la respuesta para el escalón unitario.

3.3.1 Control de nivel para el tanque No.1

La relación entre el nivel en el tanque No.1 y el flujo de entrada está dada por la ecuación 3.1. De acuerdo con esto la planta no posee un integrador, por lo tanto el paso a seguir es insertar un integrador en el camino directo entre el comparador y la planta. El modelo de control del sistema se presenta en la figura 40. En la figura 41 se presenta el modelo del controlador.

3.3.1.1 Sintonización para el escalón unitario

Dado

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} -7.265 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} & 0 \\ 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} \\ 0 & 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7.8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

La matriz P es de rango $n=4$, por lo tanto el sistema es de estado completamente controlable. Una vez analizada la controlabilidad del sistema se procede a

determinar los valores de la matriz K que asignarán los polos de lazo cerrado adecuados para obtener una respuesta óptima. En la tabla A1.5 de los anexos se encuentran algunos valores analizados, los valores finalmente seleccionados para la matriz K fueron los siguientes:

$$K = [40 \quad 7.5 \quad 10.2]$$

$$K_i = 2.09$$

Los valores obtenidos para el tiempo de asentamiento, tiempo de levantamiento y sobrepaso máximo fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=37.32 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=44.10 s
- Sobrepaso máximo = 4.91 %

Con el fin de comparar los resultados de este modelo con el modelo en el espacio de estados del sistema, se hizo uso del bloque State – space model de Simulink para modelar las ecuaciones del sistema. El modelo utilizando dicho bloque se muestra en la figura 42. Los valores para tiempo de levantamiento, tiempo de asentamiento, y sobrepaso máximo son los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=32.10 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=53.86 s

Figura 40. Control de nivel por realimentación de estados Tanque No.1

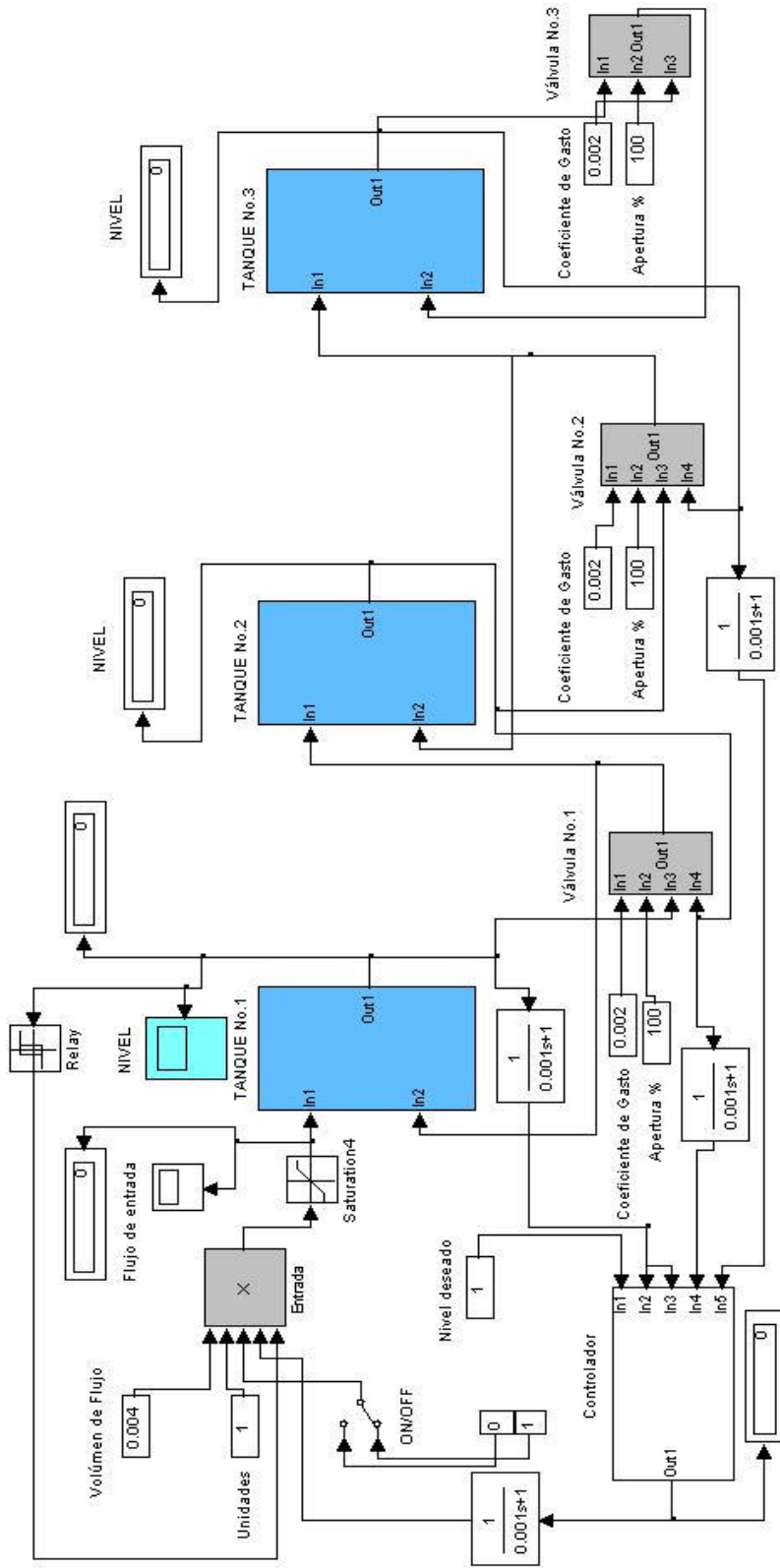
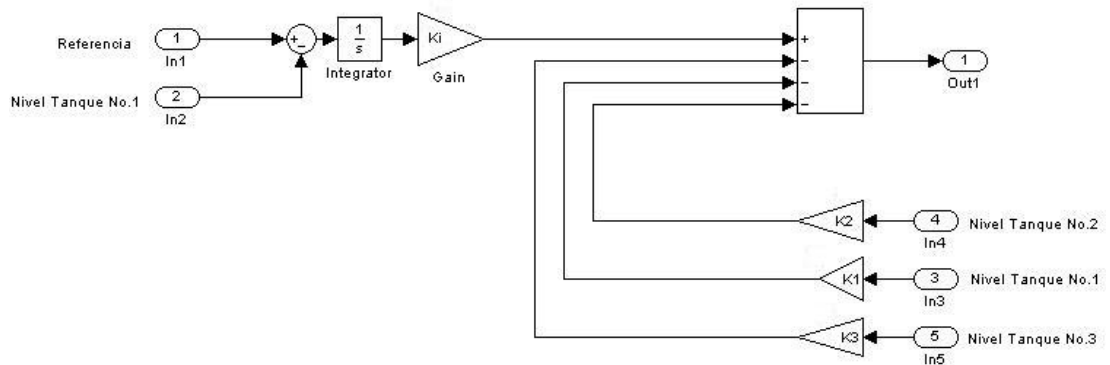


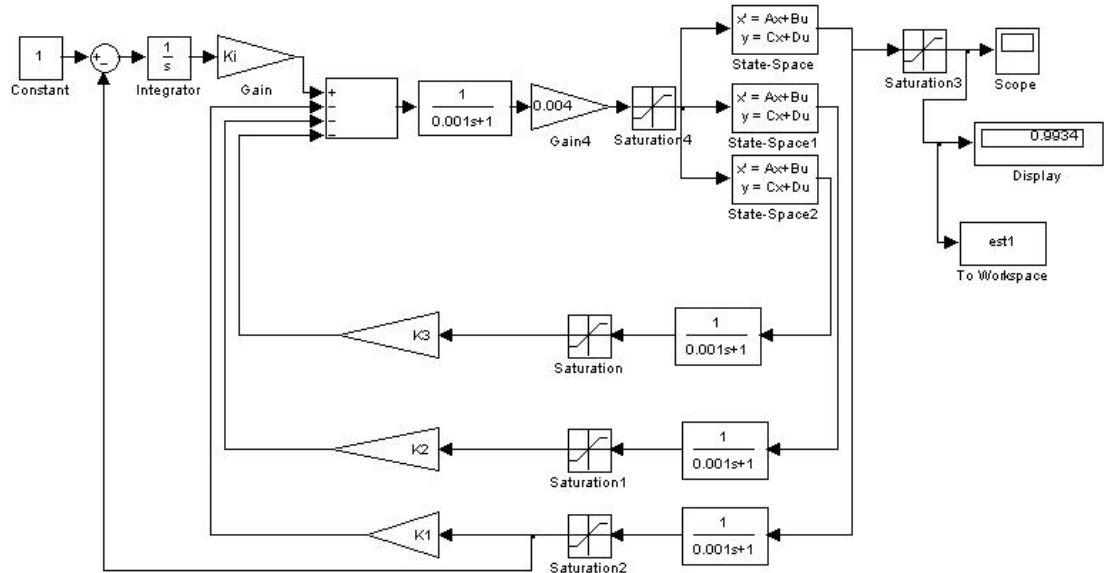
Figura 41. Controlador por realimentación de estados Tanque No.1



Autor del Proyecto

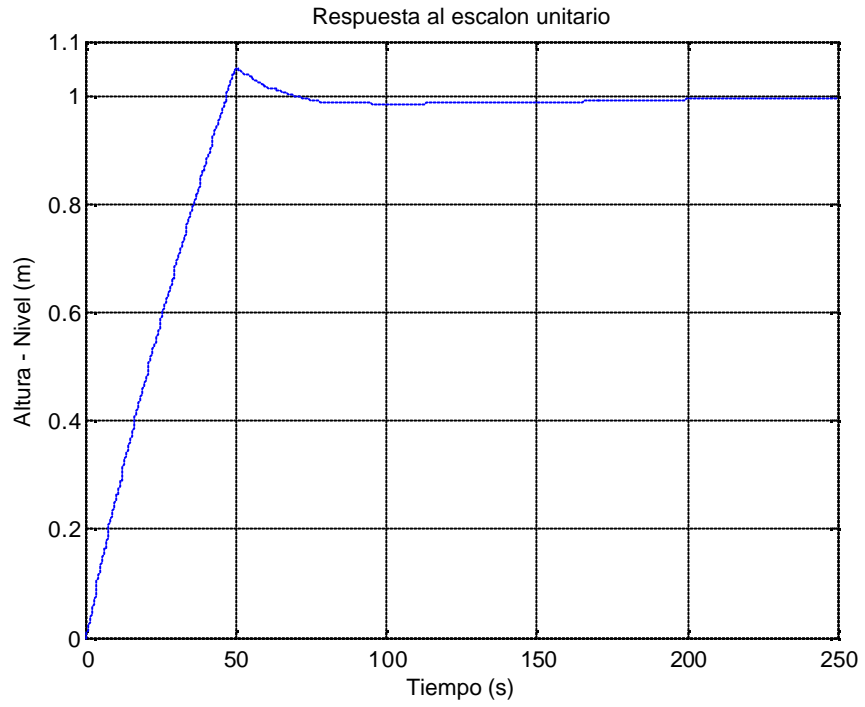
Las respuestas al escalón unitario tanto para el modelo inicial como para el modelo utilizando el bloque State – space se muestran en las figuras 43 y 44 respectivamente.

Figura 42. Modelo del sistema utilizando el bloque State – space



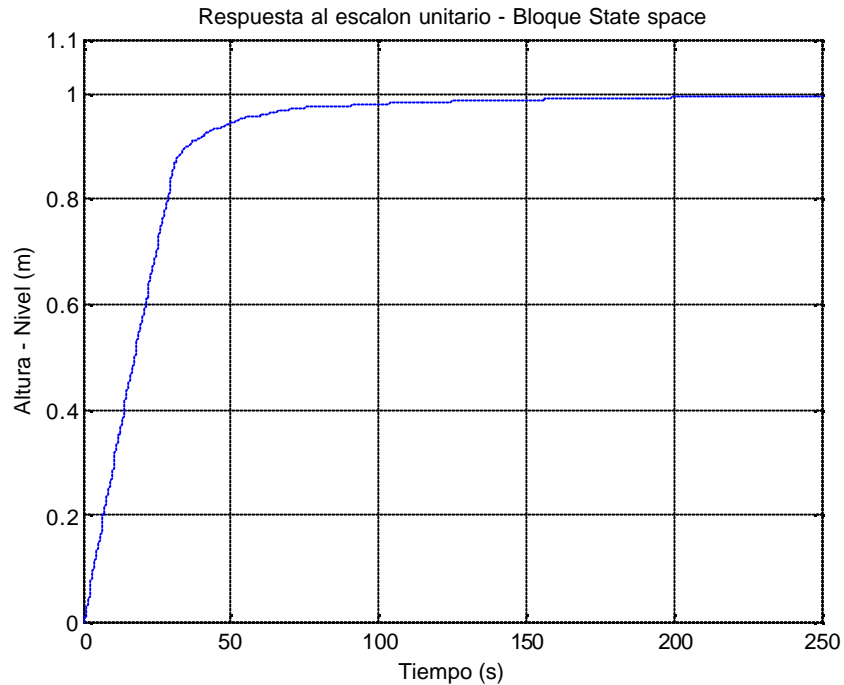
Fuente Autor del Proyecto

Figura 43. Respuesta al escalón unitario, modelo inicial del sistema



Autor del Proyecto

Figura 44. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space

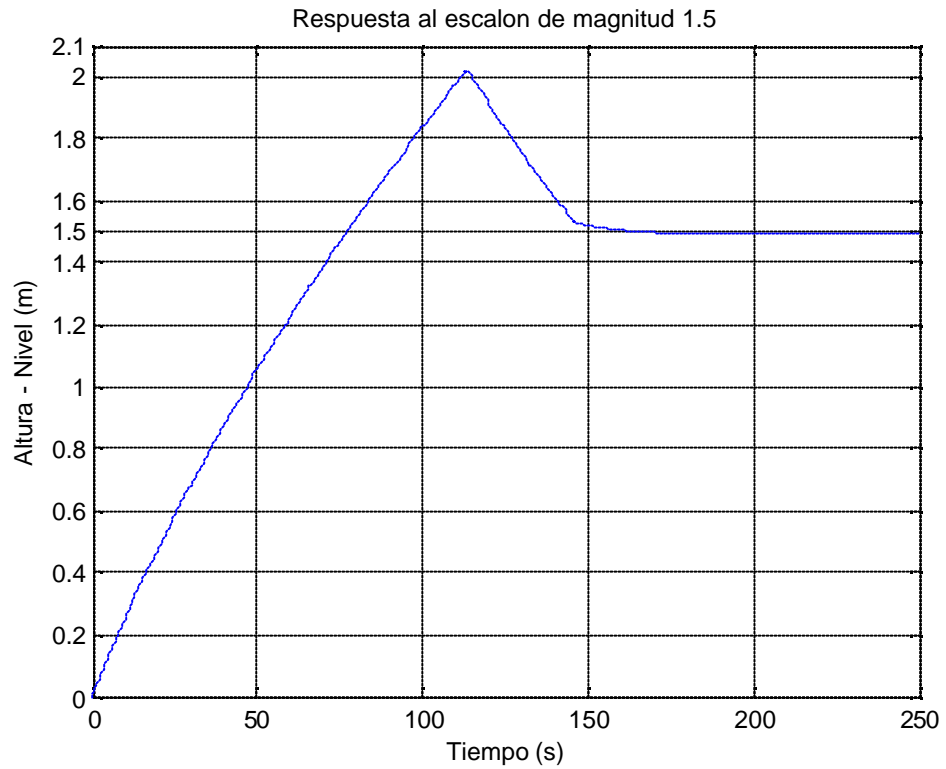


Fuente Autor del Proyecto

Para determinar las raíces de la ecuación característica se recurrió al programa A2.3 en MATLAB; este programa retorna la ecuación característica al proporcionarle los valores de los elementos de la matriz de realimentación de estado K .

Sin embargo al utilizar estos valores de la matriz de realimentación de estados para escalones de mayor magnitud la respuesta presenta sobrepasos máximos muy altos. En la figura 45 por ejemplo se presenta la respuesta a un escalón de magnitud 1.5, el sobrepaso máximo en este caso es de aproximadamente el 33.33 %. Por esta razón en la sección siguiente se explica el proceso de sintonización del controlador para un escalón de magnitud diferente a uno y se hace la evaluación de la respuesta del sistema al escalón unitario.

Figura 45. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 con un controlador sintonizado para el escalón unitario



Fuente Autor del Proyecto

3.3.1.2 Sintonización para una entrada escalón de magnitud 2.3

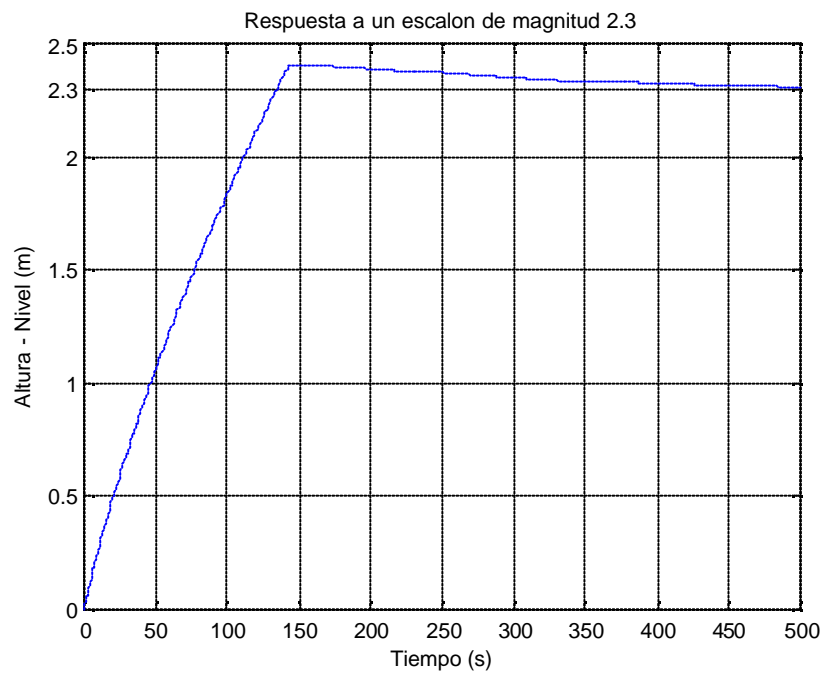
Con el fin de sintonizar el controlador para producir una respuesta adecuada a una entrada escalón de magnitud 2.3 los valores seleccionados para la matriz de realimentación de estados fueron los siguientes:

$$K = [71.1 \quad -4.69 \quad -13.12]$$

$$K_i = 1.2$$

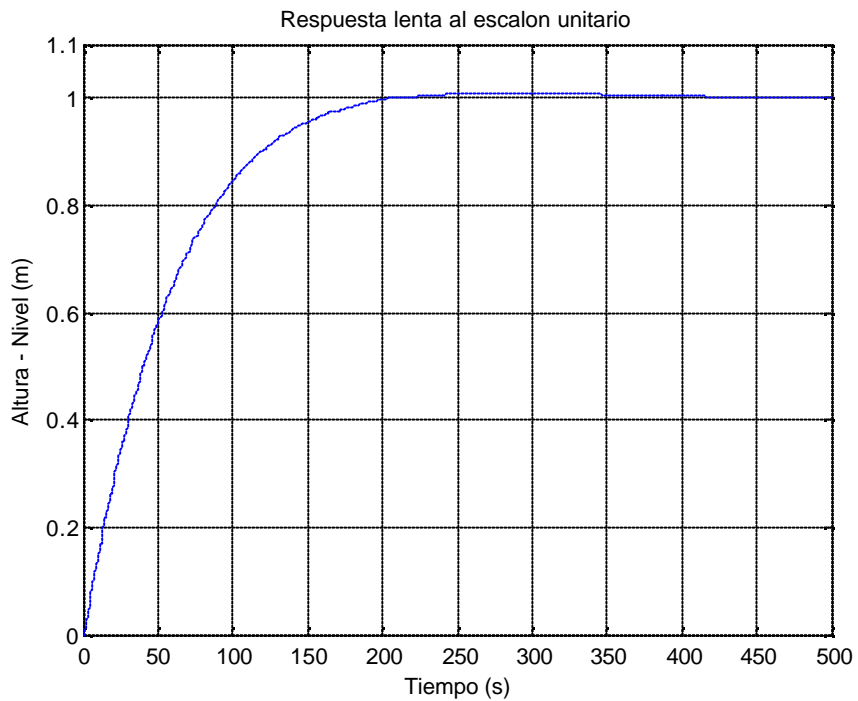
Con estos valores la respuesta al escalón de magnitud 2.3 presenta un sobrepaso máximo de aproximadamente el 5 %, sin embargo para valores menores esta sintonización ocasiona un aumento en los tiempos de respuesta en relación con los valores obtenidos cuando el controlador se sintonizó para el escalón unitario.

Figura 46. Respuesta a un escalón de magnitud 2.3 con sintonización mediante un escalón de magnitud 2.3



Autor del Proyecto

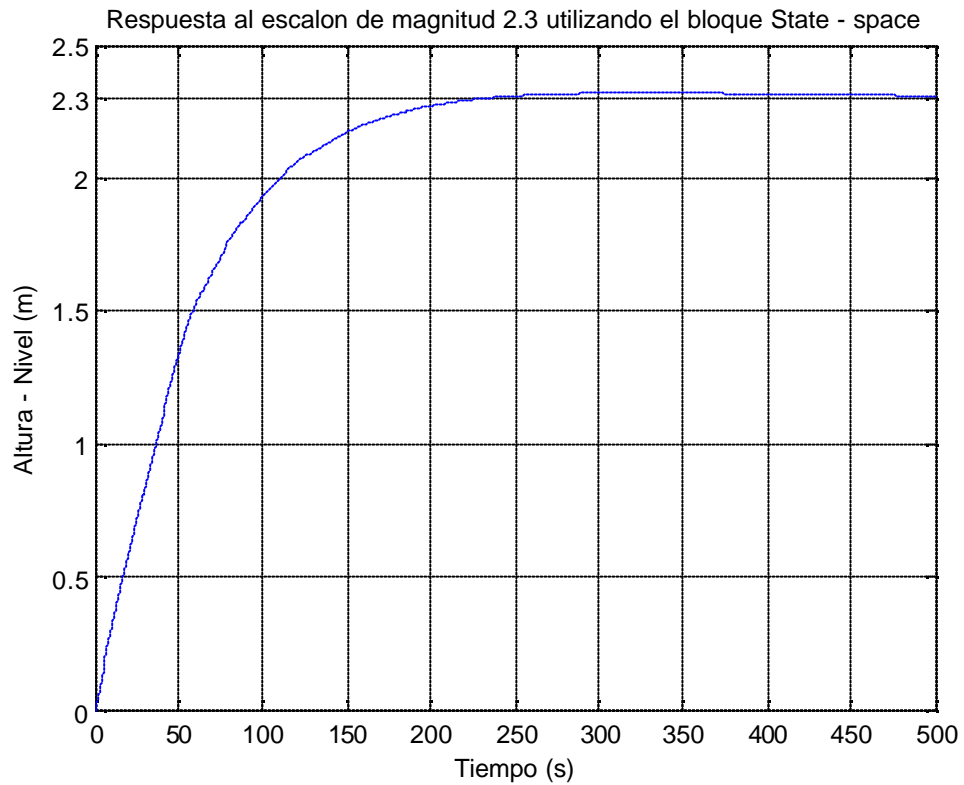
Figura 47. Respuesta Lenta al escalón unitario con sintonización para el escalón de magnitud 2.3



Fuente Autor del Proyecto

En la figura 46 se puede apreciar la respuesta al escalón de magnitud 2.3, en la figura 47 se muestra la respuesta de esta nueva sintonización para el escalón unitario donde se puede observar claramente el aumento en el tiempo de respuesta con respecto a la sintonización anterior. Finalmente en la figura 48 se presenta la respuesta de esta nueva sintonización utilizando el bloque State – space.

Figura 48. Respuesta al escalón de magnitud 2.3 utilizando el bloque State – space



Fuente Autor del Proyecto

3.3.2 Control de nivel para el tanque No.2

La función de transferencia que relaciona al nivel en el tanque No.2 con el flujo de entrada viene dada por la ecuación 3.4. Nuevamente debido a que el sistema no presenta un integrador, el primer paso es insertar uno en el camino directo entre el comparador y la planta. El modelo del sistema controlado se presenta en la figura 49. El modelo del controlador se presenta en la figura 50.

Figura 49. Control de nivel por realimentación de estados Tanque No.2

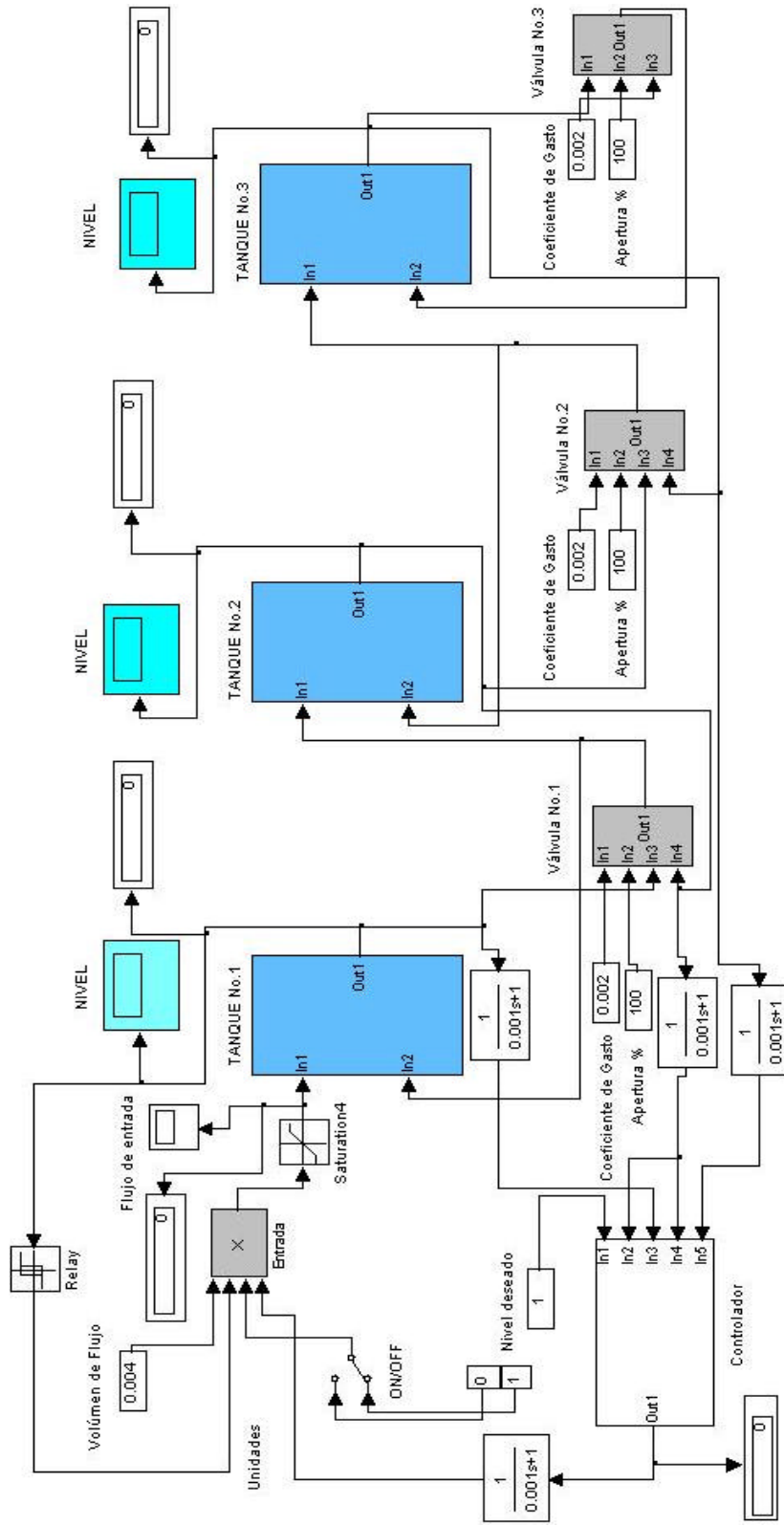
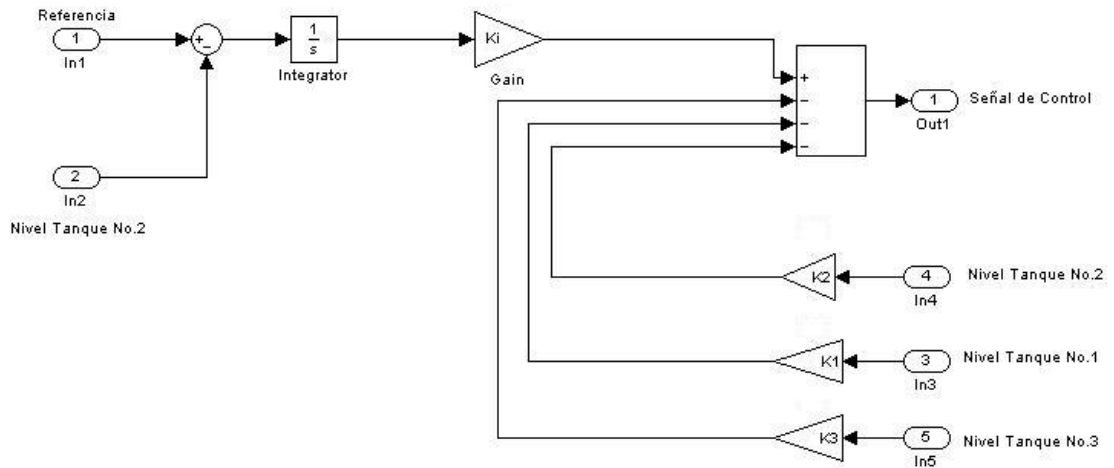


Figura 50. Controlador por realimentación de estados Tanque No.2



Fuente Autor del Proyecto

3.3.2.1 Sintonización para el escalón unitario

Dado

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.9}$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} -7.265 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} & 0 \\ 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} & 7.265 \times 10^{-3} \\ 0 & 7.265 \times 10^{-3} & -14.53 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7.8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1 \ 0]$$

El rango de la matriz P es $n=4$, por lo tanto el sistema es de estado completamente controlable.

Algunos de los valores evaluados para la matriz K se encuentran en la tabla A1.6. Los valores finalmente seleccionados para la matriz de realimentación de estado fueron los siguientes

$$K = [170 \quad 175 \quad 400]$$

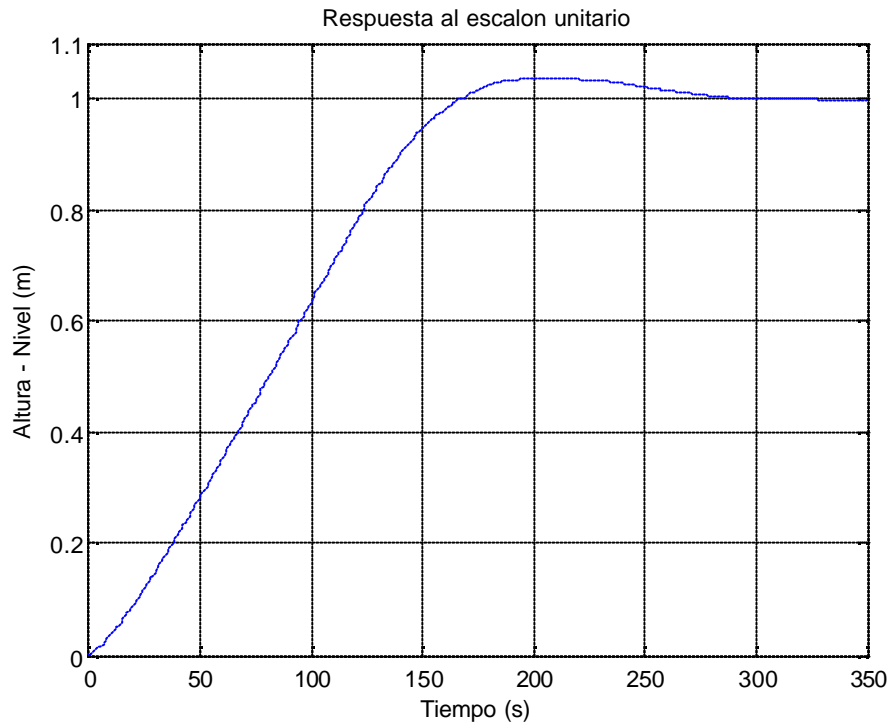
$$K_i = 8$$

Los valores para tiempo de levantamiento, tiempo de asentamiento y sobrepaso máximo son los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=118.50 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=151.66 s
- Sobrepaso máximo=3.9 %

La respuesta al escalón unitario del sistema se presenta en la figura 51.

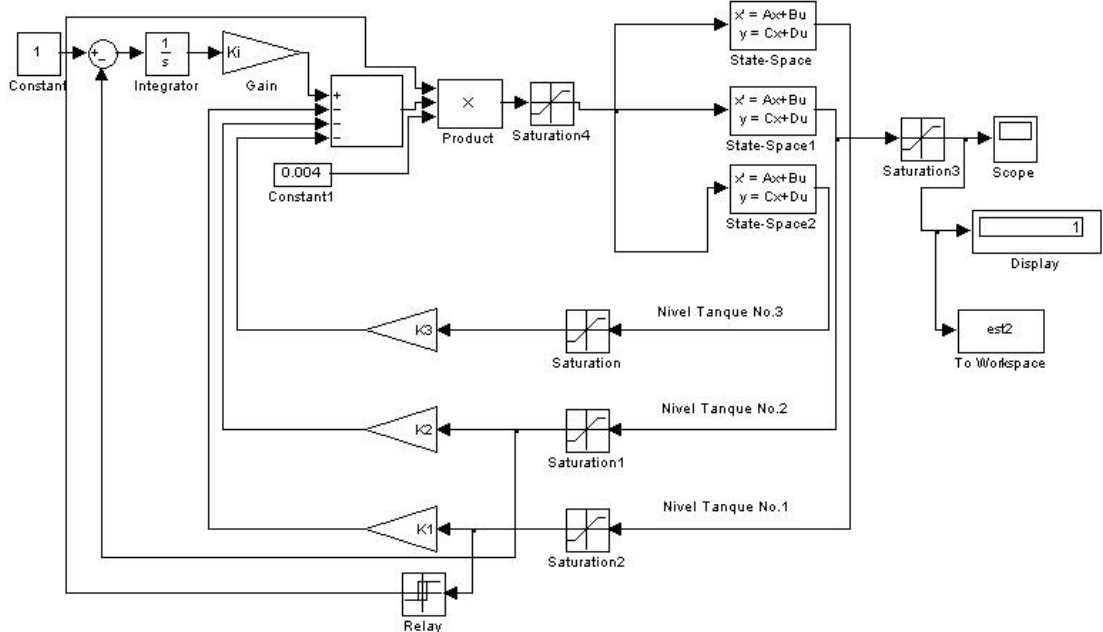
Figura 51. Respuesta al escalón unitario, modelo sintonizado para el escalón unitario



Fuente Autor del Proyecto

Para comparar los resultados obtenidos en el modelo anterior con el modelo en espacio de estados del sistema, nuevamente se implementó un modelo utilizando el bloque State – space de Simulink. El modelo del sistema utilizando este bloque se puede apreciar en la figura 52. La figura 53 presenta la respuesta al escalón unitario de este sistema. Como podemos observar, la respuesta al escalón unitario presenta un sobrepaso máximo demasiado alto de aproximadamente 13.4%, este inconveniente se puede solucionar disminuyendo el valor de la constante de ganancia integral K_I de 8 a 7.3, de esta manera el sobrepaso máximo se reduce aproximadamente al 4.5%. La respuesta del sistema al escalón unitario con este nuevo valor para la constante de ganancia integral se puede apreciar en la figura 54.

Figura 52. Modelo del sistema utilizando el bloque State – space

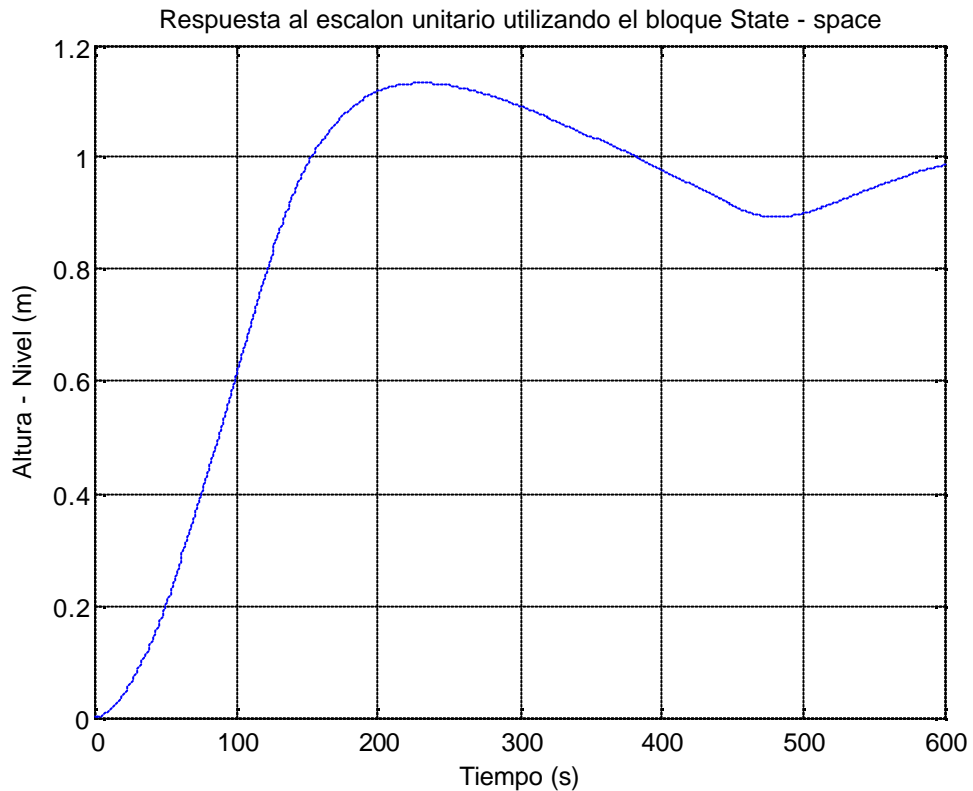


Autor del Proyecto

Los valores para tiempo de asentamiento y tiempo de levantamiento de este sistema fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento (t_r)=108.55 s
- Tiempo de asentamiento (t_s)=154.45 s

Figura 53. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space



Fuente Autor del Proyecto

También para este sistema se evaluó la respuesta para entradas escalón de magnitudes diferentes a uno, y nuevamente la presencia de no linealidades produce sobrepasos máximos muy elevados para los valores superiores. Por ejemplo en la figura 55 se muestra la respuesta para una entrada escalón de magnitud 1.2, en este caso el sobrepaso máximo es de aproximadamente el 15.42%. Por lo tanto nuevamente se sintonizó el controlador para una entrada de magnitud mayor a uno y se evaluó el comportamiento para el escalón unitario.

3.3.2.2 Sintonización para una entrada escalón de magnitud 1.5

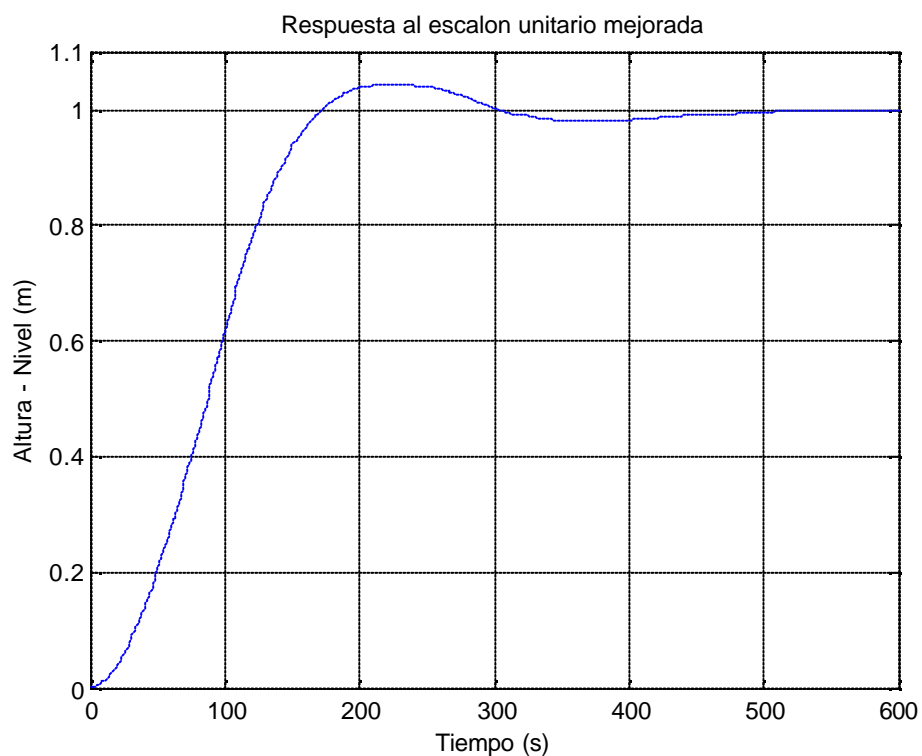
Para sintonizar el controlador a una entrada escalón de magnitud 1.5 y evaluar el comportamiento del sistema para una entrada escalón unitario, los valores escogidos para la matriz de realimentación de estados fueron los siguientes

$$K = [200 \quad 175 \quad 400]$$

$$K_i = 5.83$$

Con estos valores el sobrepaso máximo se reduce aproximadamente al 4.93%, sin embargo nuevamente esto implica un aumento en el tiempo de respuesta para escalones de menor magnitud.

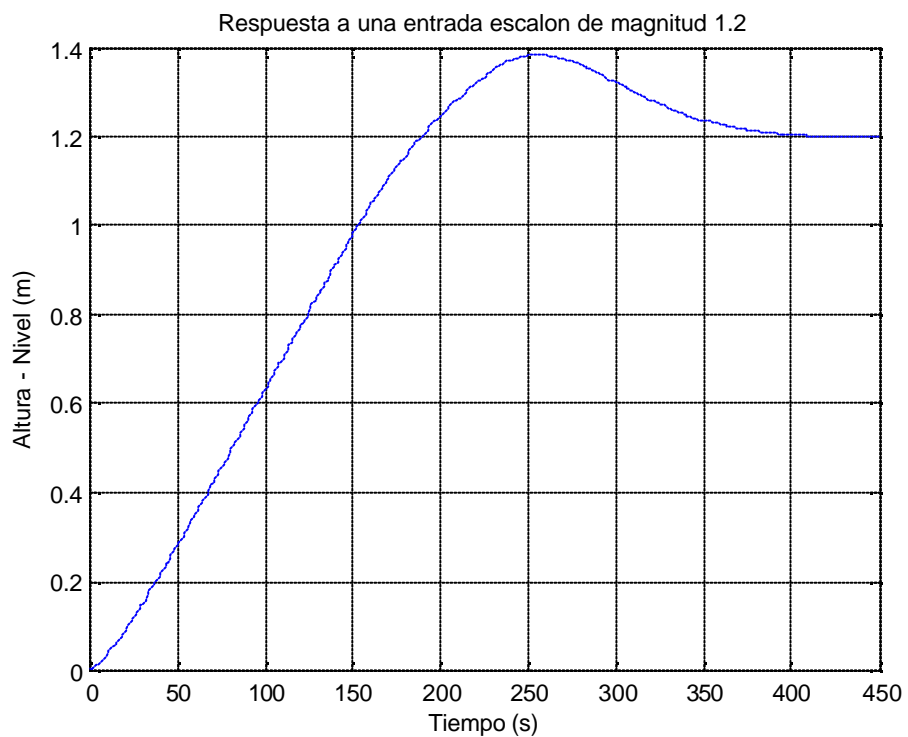
Figura 54. Respuesta al escalón unitario utilizando el bloque State – space (Controlador mejorado)



Autor del Proyecto

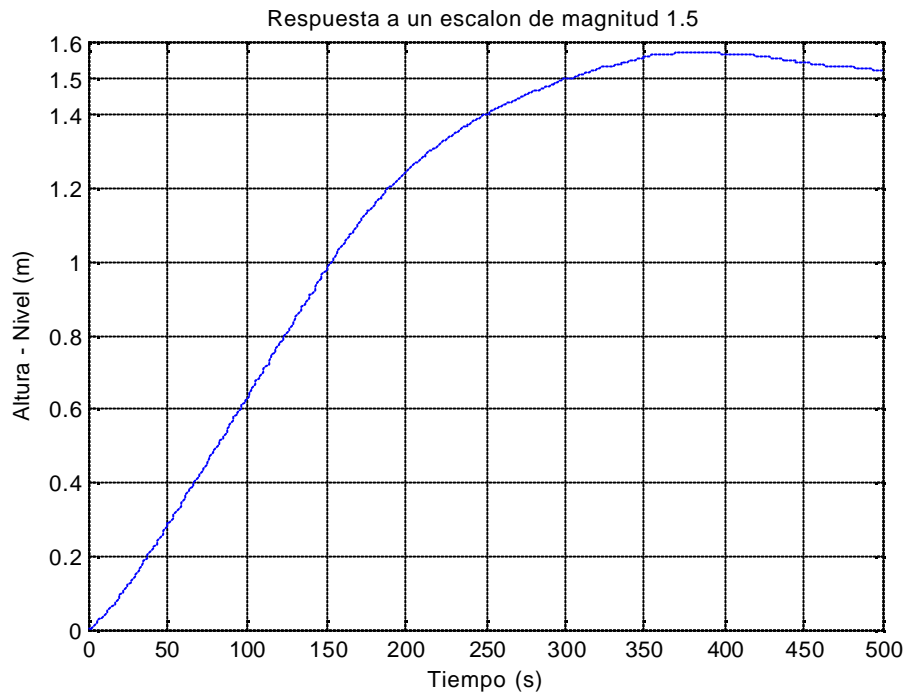
La figura 56 presenta la respuesta del sistema a una entrada escalón de magnitud 1.5, la figura 57 presenta la respuesta del sistema a una entrada escalón unitario donde nuevamente se puede ver con claridad un aumento significativo en los tiempos de respuesta. Finalmente la figura 58 nos presenta la respuesta del sistema modelado mediante el bloque State – space utilizando los nuevos valores para la matriz de realimentación de estados.

Figura 55. Respuesta a una entrada escalón de magnitud 1.2 con un controlador sintonizado para el escalón unitario



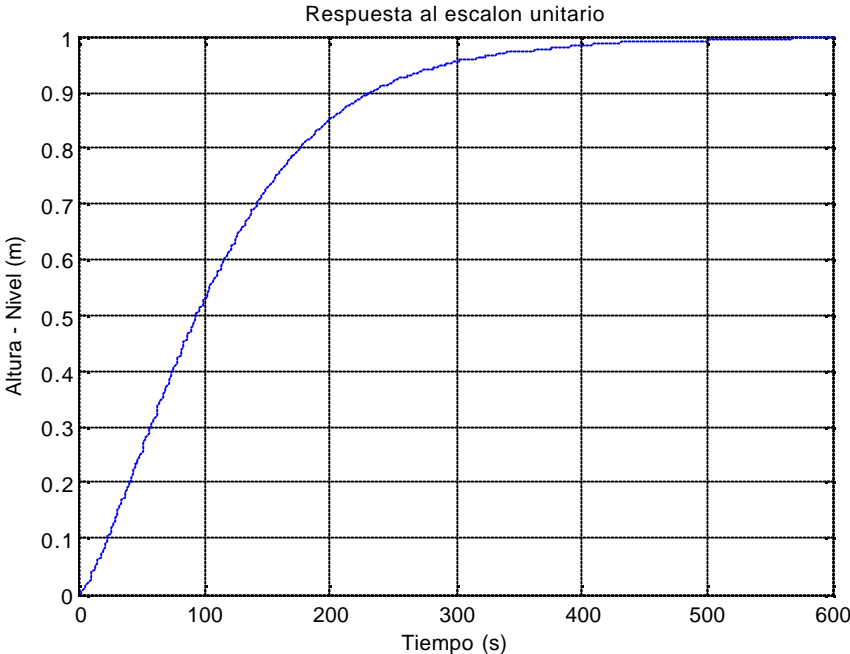
Fuente Autor del Proyecto

Figura 56. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 sintonizada para el escalón de magnitud 1.5



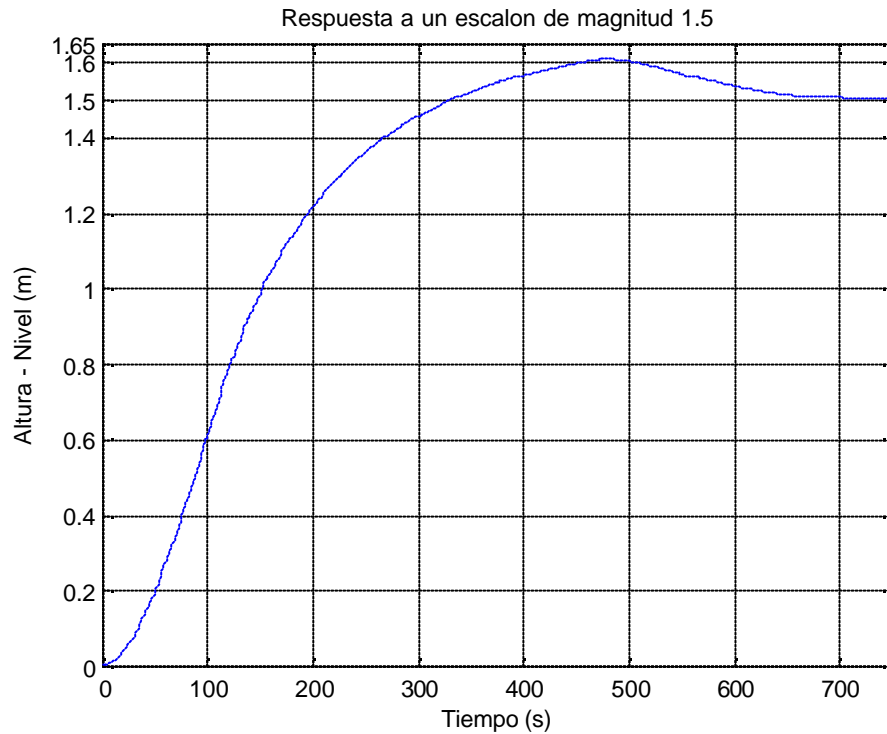
Fuente Autor del Proyecto

Figura 57. Respuesta al escalón unitario con un controlador sintonizado para un escalón de magnitud 1.5



Fuente Autor del Proyecto

Figura 58. Respuesta a un escalón de magnitud 1.5 utilizando el bloque State – space



Fuente Autor del Proyecto

El camino recorrido hasta aquí nos presenta un proceso dividido en tres grandes etapas, el desarrollo teórico de los sistemas de nivel de líquidos, el modelado matemático del sistema y el desarrollo de los sistemas de control. Con base en los resultados obtenidos hasta este punto se dio inicio al proceso de evaluación comparativa tanto de estrategias de control como de plataformas de desarrollo utilizadas. En el capítulo 4 por lo tanto se plasman los resultados de este proceso, tomando como punto de partida la experiencia resultante de la culminación de las etapas anteriores.

4. EVALUACIÓN DE ESTRATEGIAS

4.1 INTRODUCCIÓN

El proceso de evaluación tanto de estrategias como de plataformas de control se hizo de una manera comparativa, cotejando las ventajas y desventajas que cada una presenta. Las ventajas son comparativas, esto es, la ventaja de una alternativa constituye una desventaja para la otra y viceversa, por lo tanto la exposición de una ventaja no se hizo también para la desventaja de su contraparte con el fin de no ser redundantes.

Cabe anotar también que la evaluación está basada única y exclusivamente en la experiencia que se tuvo durante el proceso de culminación de los objetivos propuestos y en los resultados que se obtuvieron. Pueden existir tanto ventajas como desventajas para ambas alternativas, que no se hayan incluido aquí simplemente por que no se llegó a hacer uso de ellas.

4.2 COMPARACIÓN DE PLATAFORMAS (Simulink vs. Simple Control)

4.2.1 Ventajas de Simple Control

4.2.1.1 Bloques Controladores

Los bloques de Simple Control destinados para el controlador vienen dotados con la operación completa para el lazo de control, es decir dentro de un mismo bloque se realiza la operación de comparación con la señal de referencia y generación de la señal de control. Posee además salidas para la señal de error, la señal de

salida del integrador, la señal de salida del derivador y dos señales lógicas de límites superior e inferior alcanzados.

4.2.1.2 Edición del panel de control

La generación del panel de control para el usuario es totalmente gráfica, es decir, los elementos contenidos en el editor (indicadores, deslizadores (*Sliders*), botones) pueden ser asociados directamente a las variables del diagrama de bloques sin necesidad de programación externa alguna.

4.2.2 Desventajas de Simple Control

4.2.2.1 Limitación en el número de bloques

Desafortunadamente la licencia con que cuenta la Universidad Industrial de Santander en relación a Simple Control (Licencia Educativa) se encuentra limitada a un número máximo de 20 bloques, 19 en realidad si se tiene en cuenta que al utilizar el bloque número 20 el programa queda bloqueado por completo.

Por esta razón hubo necesidad de dejar algunos elementos implícitos, es decir, a diferencia de Simulink donde los elementos pueden ser observados uno a uno (Válvulas, Tanques), algunos elementos del modelo en Simple Control están enmascarados en un bloque más robusto con el fin de minimizar el número de bloques utilizados.

4.2.2.2 Proceso de instalación

El proceso de creación del modelo del sistema en Simple Control se vio seriamente obstaculizado por el proceso previo de instalación de la nueva versión de Simple Control (Simple_Control 3.1).

Inicialmente con la versión 3.0, el Editor del Panel de Instrumentos y Controles no funcionaba correctamente. Posteriormente la versión 3.1 ya instalada presentaba ciertos conflictos con la configuración del sistema operativo y no reconocía algunos comandos. Para solucionar este problema se utilizaron nuevos instaladores. Al instalar nuevamente el programa y evaluar el modelo de control de nivel sobre el sistema de tres tanques este no funcionó correctamente. Se hizo un estudio del problema por parte de los diseñadores del software y se concluyó que definitivamente el problema se presentaba en la versión instalada. En vista de esto se generaron nuevos instaladores, con los cuales se logró instalar una versión que hasta el momento y de acuerdo con los alcances del proyecto ha funcionado a la perfección.

4.2.2.3 Minimización del Panel de Control durante la simulación en Tiempo Real

A pesar de que desde el Editor del Panel de Instrumentos y Controles el tamaño del panel se percibe limitado únicamente por el tamaño del mímico¹³, en el momento utilizar la herramienta de Control en Tiempo Real el panel se minimiza al tamaño de la pantalla sin posibilidad de ser desplazado. Por lo tanto si existen elementos editados fuera de este perímetro, estos quedan fuera del alcance del usuario durante la simulación.

¹³ El mímico es una imagen preeditada que contiene un esquema gráfico del proceso. Esta imagen puede generarse en cualquiera de los formatos típicos de imagen (*.gif, *.jpg, *.bmp). (Nota del Autor).

Una manera de solucionar este inconveniente es deteniendo la simulación, ubicando la posición del panel desde el editor de forma tal que los elementos que vayamos a utilizar queden a la vista y una vez ubicado el panel en la posición adecuada proceder con la simulación en tiempo real. Esto por supuesto implica una reiniciación completa del proceso.

Otra posible solución es simplemente generar un mímico de menor tamaño y ubicar todos los elementos dentro de este perímetro de manera que queden visibles todo el tiempo. El inconveniente de esta solución es el hecho de tener que limitar la representación gráfica de todo el proceso a un tamaño determinado.

4.2.2.4 Problemas durante la Simulación en tiempo real debido a un valor muy pequeño para la constante de ganancia derivativa

En el modelo final no se presenta este inconveniente gracias a los valores que se utilizaron. Sin embargo, durante el proceso de modelado del sistema se llegaron a utilizar valores muy pequeños para la constante de ganancia derivativa, esto ocasionaba que durante la simulación en tiempo real el funcionamiento fuese defectuoso. Durante un corto lapso de tiempo se modelaba fielmente el comportamiento del sistema, sin embargo después de esto el modelo se desestabilizaba por completo.

Una solución a este problema es la utilización de un valor más alto para la constante de ganancia derivativa, esto desafortunadamente implica una limitación de entrada en el diseño del sistema de control. Otra solución es llevar a cabo la simulación en un equipo de cómputo avanzado¹⁴ en capacidad de soportar una simulación con este tipo de valores.

¹⁴ En este caso el recurso que más rápidamente se agota es la memoria principal. Un equipo de cómputo avanzado lo constituiría aquel con una capacidad mayor para la memoria principal, o con posibilidad de destinar mayor espacio del disco duro para la memoria virtual. (Nota del Autor).

4.2.3 Ventajas de Simulink

4.2.3.1 Posibilidad de recurrir al Espacio de Trabajo

Una gran ventaja de Simulink es que es solo una parte de una plataforma virtualmente ilimitada como lo es MATLAB, por lo tanto desde Simulink se tiene la posibilidad de recurrir no solo al espacio de trabajo sino a un gran número de herramientas que ofrece la plataforma. Esto aumenta de manera importante el número de posibilidades de manipulación de procesos.

4.2.3.2 Mayor número de herramientas

Simulink posee un mayor número de herramientas para la creación de modelos, lo que amplía el número de posibilidades de observación de los procesos. Solo por nombrar algunas, la posibilidad de visualizar directamente las variables sobre el diagrama de bloques durante la simulación mediante osciloscopios o displays, la posibilidad de enmascarar los diagramas de bloques en subsistemas para su organización, la posibilidad de manipular los tiempos de inicio y parada de simulación, etc.

4.2.4 Desventajas de Simulink

4.2.4.1 Control en tiempo real

La plataforma de Simple Control cuenta con una herramienta de simulación permanente y en tiempo real que puede ser manipulada de manera directa desde

el Panel de Instrumentos y Controles, y permite observar el comportamiento del sistema previamente modelado mediante bloques.

A pesar de que el problema de simulación permanente puede ser resuelto en Simulink simplemente utilizando un tiempo de parada de simulación infinito (inf), para resolver el problema del control en tiempo real se tendría que recurrir a alguna herramienta externa como el Real - Time Workshop.

4.2.4.2 Disminución de la velocidad de simulación al utilizar visualizadores

La velocidad de simulación se ve disminuida a medida que aumenta el número de visualizadores (osciloscopios, displays) para las variables del sistema.

Esta desventaja de Simulink sería la única desventaja que no se ve directamente relacionada con su contraparte, es decir, no constituye una ventaja para la otra plataforma, ya que en Simple control no se tiene la posibilidad de visualizar las variables directamente sobre el diagrama de bloques.

Para concluir se puede decir que el proceso de modelado del sistema culminó sin mayor dificultad para ambas plataformas. Nuevamente cabe mencionar que los resultados obtenidos en Simulink sirvieron de base para desarrollar el modelo en Simple Control y que el tiempo se extendió más de lo previsto debido únicamente al proceso de instalación del programa.

Por otra parte, ambas plataformas cuentan con las herramientas necesarias y suficientes para el análisis y reporte de resultados. La simulación no presenta mayores dificultades y ambas plataformas cuentan con la posibilidad de llevar los modelos a un lenguaje de más alto nivel (Interfaz Gráfica) para su manipulación por parte del usuario.

4.3 COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DE CONTROL (Control clásico vs. Control por realimentación de estados)

4.3.1 Ventajas del Control Clásico

4.3.1.1 Sintonización de un menor número de valores

Una de las ventajas del tipo de controlador clásico utilizado fue el hecho de solo tener que sintonizar a lo sumo tres valores para las constantes de ganancia proporcional, integral y derivativa (K_P , K_D , K_I). Por el contrario, en el diseño del controlador por realimentación de estados, por tratarse de un sistema de tercer orden, se tiene que lograr la sintonización de cuatro valores correspondientes a los tres elementos de la matriz de realimentación de estados (K_1 , K_2 , K_3), y a la constante de ganancia integral K_I .

4.3.1.2 Implementación del controlador más sencilla

Al utilizar el bloque controlador PID, predeterminado en Simulink, y una vez creado el lazo de control, solo queda ajustar los parámetros P, D e I en la misma ventana de ajuste de parámetros del bloque. Por el contrario en el control por realimentación de estados se presenta la necesidad de implementar por completo el controlador elemento a elemento.

Por otra parte, se deben insertar tres filtros pasa – bajas de primer orden que modelan los transductores de nivel que en este caso corresponden a las variables de estado. Además debido a la naturaleza del sistema (Planta de tipo 0) se dio la necesidad de insertar un integrador en el camino directo entre el comparador y la planta. En este sentido, si la planta hubiese tenido un integrador (Planta de tipo 1) el número de valores a sintonizar se hubiese reducido a tres.

4.3.2 Desventajas del control clásico

4.3.2.1 Procesos de diseño completamente independientes

Una vez culmina el proceso de diseño del controlador para una variable, el proceso de diseño para la segunda variable se inicia de cero, es decir, los procesos son completamente independientes tanto en el sentido práctico como en el teórico.

4.3.3 Ventajas del control por realimentación de estados

4.3.3.1 Procesos de diseños teórico complementarios

En el sentido teórico – matemático es posible aprovechar la complementariedad de los procesos de diseño de los sistemas de control para cada variable ya que el desarrollo del modelo del sistema en el espacio de estados para una variable permite contar de antemano con un modelo para las demás variables de estado con solo alterar el vector de salida. Es decir que a diferencia del control clásico, al menos en el sentido teórico, al cambiar de variable a controlar, en el proceso de diseño del controlador por realimentación de estados se cuenta con una base teórica para iniciar el nuevo proceso.

4.3.4 Desventajas del control por realimentación de estados

4.3.4.1 De acuerdo con la selección de las variables de estado puede haber necesidad de utilizar un observador de estado

Existiendo un número ilimitado de posibilidades de selección para las variables de estado, existe la posibilidad de que la selección que se haga tenga como resultado un conjunto de variables de estado que no son físicamente observables. Como

consecuencia, se tendría que recurrir a un observador de estado que estime el valor de cada variable de acuerdo con las señales de salida y de control.

Inicialmente se tendría que sintonizar el observador, es decir, encontrar los valores de la matriz de ganancia de observador K_e con los cuales se obtiene una respuesta adecuada, acto seguido se tendría que sintonizar el controlador. Por lo tanto, con la selección de ciertos conjuntos de variables de estado para modelar el sistema se corre el riesgo de incrementar el grado de dificultad en el proceso de diseño del sistema de control.

4.3.4.2 Sobrepasos máximos negativos

Aunque en el modelo final del sistema no quedaron presentes, durante el proceso de sintonización del controlador se presentaron casos en los cuales cierta selección para los valores de la matriz de realimentación de estados generaban sobrepasos máximos negativos en el segundo pico, lo que quiere decir que el controlador además de asignar los polos de la función de transferencia en lazo cerrado estaba agregando al sistema un número impar de ceros en el semiplano derecho. Esto por supuesto repercute de manera importante en los tiempos de respuesta del sistema e incrementa la dificultad en el proceso de sintonización.

4.3.4.3 No linealidades

Las no linealidades ocasionadas por la presencia de tres transductores de nivel condujeron a la necesidad de sintonizar los controladores para dos valores, esto con el fin de evaluar el comportamiento del sistema para un valor diferente al que fue sintonizado. De esta manera el tiempo invertido en el diseño y la evaluación de los controladores para cada variable se duplicó.

4.3.4.4 Función de transferencia

Con el fin de corroborar la correspondencia entre el modelo en el espacio de estados del sistema y el modelo mediante función de transferencia utilizando el programa A2.2 de MATLAB se hizo necesario hallar la función de transferencia correspondiente a cada variable de estado. En control clásico por el contrario, solo se presenta la necesidad de hallar la función de transferencia de la variable que se está controlando.

4.3.5 Análisis numérico

En este punto vamos a recordar los resultados obtenidos de cada una de las estrategias de control utilizadas. Los sistemas de control convencional están sintonizados para el escalón unitario.

1. Control convencional sobre el Tanque No.1 (Respuesta al escalón unitario)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=37.5 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=43.755 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 0%

2. Control por realimentación de estados Sintonizado para el escalón unitario Tanque No.1 (Respuesta al escalón unitario)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=37.32 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=44.10 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 4.91 %

3. Control convencional sobre el Tanque No.1 (Respuesta al escalón de magnitud 1.5)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=63.75 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=72.01 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 0 %

4. Control por realimentación de estados Sintonizado para el escalón unitario Tanque No.1 (Respuesta al escalón de magnitud 1.5)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=63.74 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=142.6 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 33.33 %

5. Control convencional sobre el Tanque No.2 (Respuesta al escalón unitario)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=116.36 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=147.28 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 3.8%

6. Control por realimentación de estados Sintonizado para el escalón unitario Tanque No.2 (Respuesta al escalón unitario)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=118.08 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=151.66 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 3.9%

7. Control convencional sobre el Tanque No.2 (Respuesta al escalón de magnitud 1.2)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=140.48 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=176.80 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 0.85%

8. Control por realimentación de estados Sintonizado para el escalón unitario Tanque No.2 (Respuesta al escalón de magnitud 1.2)

- ❑ Tiempo de levantamiento (t_r)=140.54 s
- ❑ Tiempo de asentamiento (t_s)=333.15 s
- ❑ Sobrepasso máximo = 15.42%

Como podemos ver las no linealidades presentes en los sistemas de control por realimentación de estados ocasionan un incremento significativo en el sobrepasso máximo sobre las respuestas a escalones de magnitud superior a uno. Esto a su vez repercute en un incremento en los tiempos de respuesta. En el capítulo 3 vimos que la solución para este inconveniente era hacer la sintonización del controlador utilizando escalones de magnitud superior a uno, pero también vimos que esto implica nuevamente sacrificar la viabilidad de los tiempos de respuesta.

Es posible que al final de este proceso las ventajas más sobresalientes del control por realimentación de estados no sean tangibles debido a que se trata de un sistema SISO, pero es importante resaltar que el grado de robustez de los sistemas de control basados en la realimentación de estados es mucho mayor que el de los sistemas de control convencional. La formulación de los sistemas de control por realimentación de estado es aplicable a sistemas MIMO, que pueden ser lineales o no lineales, invariantes o variantes en el tiempo, mientras que la

teoría de control clásico solo es aplicable a sistemas de una entrada – una salida e invariantes en el tiempo¹⁵.

La razón para haber utilizado controladores tipo PI o PID en una configuración de compensación en serie o cascada para el diseño de los sistemas de control convencional es simplemente el hecho de que estos tipos de controlador y esta configuración son los más ampliamente utilizados. En palabras de Benjamín Kuo: *“Los tipos de controladores disponibles para el diseño de sistemas de control están limitados solo por la imaginación. Los ingenieros prácticos normalmente establecen que uno escoge el controlador más simple que cumpla con todas las especificaciones del diseño. En la mayoría de los casos mientras más complejo sea un controlador, es más costoso, menos confiable y más difícil de diseñar.”*¹⁶

Una vez culmina el proceso de evaluación de las estrategias utilizadas para modelar y controlar el sistema de tres tanques, se debe contar con una herramienta que permita la manipulación y visualización de las variables del sistema en un lenguaje de más alto nivel. Es por eso que en capítulo 5 se presenta el proceso de desarrollo de la interfaz gráfica para las dos plataformas, empleando las herramientas con que cada cual cuenta.

¹⁵ Ogata, *Op.cit.*, pág. 70.

¹⁶ Kuo, Benjamín C., *Sistemas de Control Automático*, Mexico, Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, 1996, pág.670.

5. INTERFAZ GRÁFICA

5.1 INTRODUCCIÓN

Una vez alcanzados los objetivos de diseño y evaluación de estrategias de modelado y control, y con el fin de presentar los modelos en un lenguaje de más alto nivel para facilitar su manipulación por parte del usuario en este capítulo se presenta el desarrollo de la interfaz gráfica para ambas plataformas de acuerdo con las herramientas que cada una proporciona.

5.2 INTERFAZ GRÁFICA EN MATLAB – GUI

El panel de presentación para la interfaz gráfica se muestra en la figura 59.

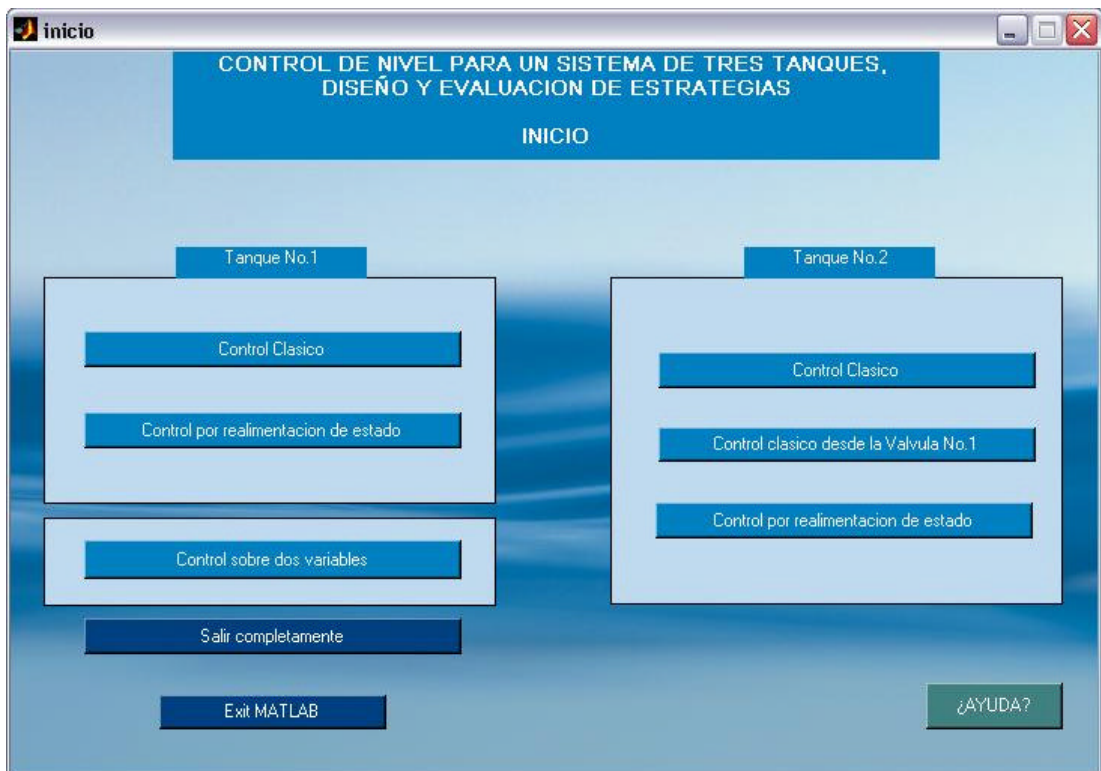
Figura 59. Panel de Presentación en MATLAB – GUI



Autor del Proyecto

Al pulsar “**INGRESAR**” se ingresa al panel de inicio que se muestra en la figura 60. Como podemos observar el panel de inicio contiene acceso a las diferentes estrategias de control implementadas para cada variable. Tanto para el tanque No. 1 como para el No.2 se tiene la opción de acceder a las estrategias de control clásico y a las estrategias de control por realimentación de estados. Además para el tanque No. 2 se tiene la opción de acceder a una estrategia de control clásico cuyo elemento final de control es la válvula No.1, es decir la válvula que interconecta los tanques 1 y 2¹⁷.

Figura 60. Panel de inicio en MATLAB – GUI



Autor del Proyecto

Por otra parte, se puede acceder a la opción de control sobre dos variables, una estrategia desarrollada de una manera meramente empírica en el anexo 4.

¹⁷ El desarrollo de este sistema de control se encuentra en el anexo 3 al final del libro.

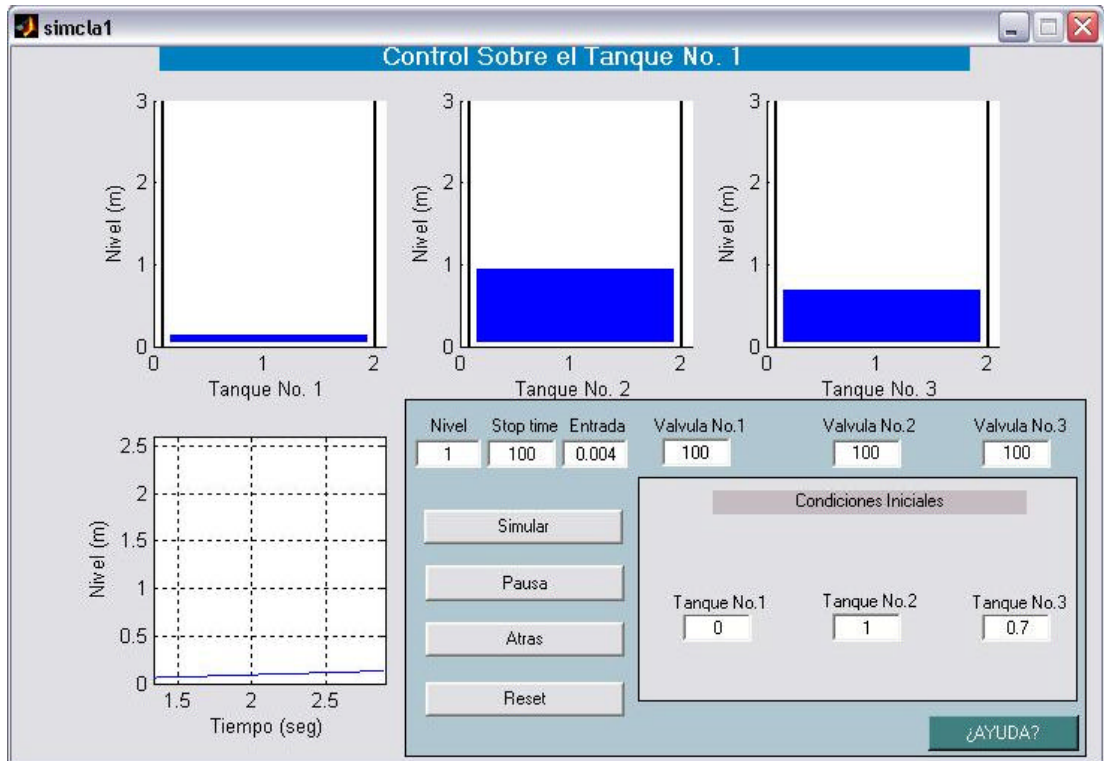
Cuando se pulsa en cualquiera de las opciones mencionadas anteriormente inmediatamente se abren el modelo en Simulink de la estrategia de control seleccionada quedando en la parte posterior y una interfaz como la que se muestra en la figura 61 que queda en la parte frontal.

El usuario tiene la opción de definir el nivel de referencia, el tiempo de parada de simulación, el valor del flujo de entrada, los porcentajes de apertura de las válvulas y las condiciones iniciales para el nivel de los tres tanques.

Cuando se pulsa **‘Simular’** se corre el modelo en Simulink. Cada vez que el usuario desee ver en que estado se encuentra el proceso debe pulsar **‘Pausa’**, de esta manera en los visualizadores de nivel en la parte superior quedará graficado el nivel actual de cada uno de los tanques y en el visualizador de la parte inferior quedará graficado el transitorio del proceso desde el momento en que se pulsó **‘Simular’** hasta el momento en que se pulsó **‘Pausa’**.

El proceso de simulación se hace de manera continua, es decir, una vez definido el tiempo de parada de simulación el sistema seguirá simulando hasta alcanzar este tiempo; una vez alcanzado el tiempo de parada, este queda definido como el tiempo de inicio de la próxima simulación; por lo tanto el usuario debe redefinir el tiempo de parada de simulación, si no lo hace, se presentará el mensaje de error que aparece en la figura 60 debido a que los tiempo de inicio y parada de simulación son iguales.

Figura 61. Panel de Control del Proceso



Autor del Proyecto

Figura 62. Mensaje de error presentado cuando los tiempos de inicio y parada de simulación son iguales



Fuente Autor del Proyecto

Si se desea iniciar una nueva simulación desde cero, se debe pulsar **“Reset”**, de esta manera se establecen en el modelo los valores por defecto con que esta inicia y el panel se reinicia permitiendo al usuario correr una nueva simulación.

Para regresar al panel de inicio se debe pulsar **“Atrás”**. Una vez pulsado se establecen en el modelo en Simulink sus valores por defecto cerrando posteriormente el tanto el modelo como el panel de control y abriendo nuevamente el panel de inicio.

Los botones de **“Ayuda”** presentes en cada uno de los paneles, al ser pulsados abren un documento *.html desde la ventana de ayuda de MATLAB. El panel de inicio de la ayuda se muestra en la figura 63. En este documento se puede encontrar información referente al todo el desarrollo del proyecto y a la utilización de la interfaz gráfica.

Figura 63. Página de inicio de la ayuda



Fuente Autor del Proyecto

5.3 INTERFAZ GRÁFICA EN SIMPLE CONTROL

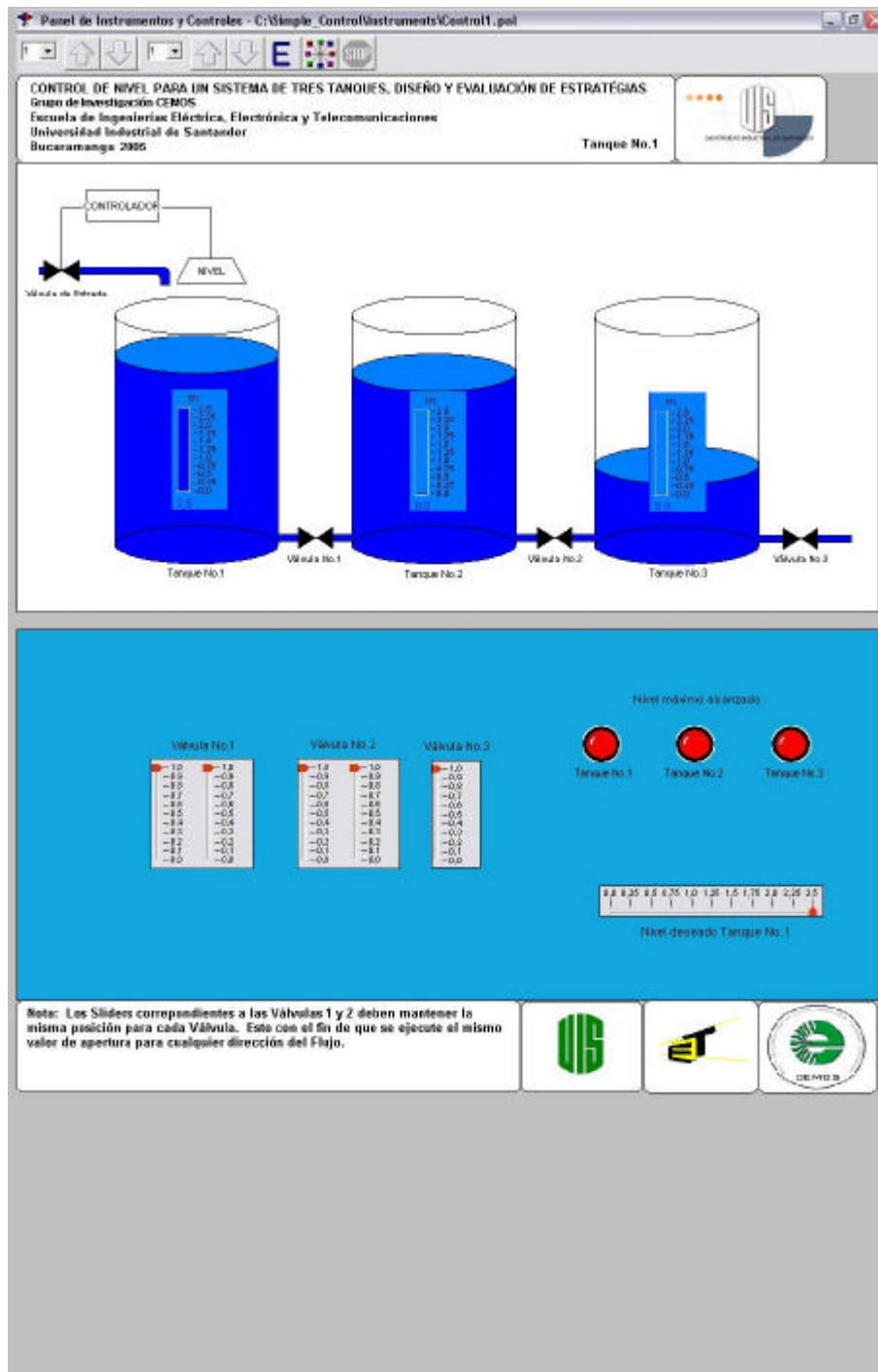
El desarrollo de la interfaz gráfica en Simple Control se hace desde el editor del panel de instrumentos y controles. El proceso es el mismo para el control de nivel sobre ambos tanques, primero se diseña el mímico y sobre este se ubican los diferentes elementos de visualización y control. El panel de instrumentos y controles se puede observar en la figura 64.

La manipulación de las variables se hace a través de los *Sliders* que se encuentran en la parte inferior. De esta manera se pueden adecuar los valores del nivel de referencia y la apertura de las válvulas. También en la parte inferior se encuentran tres indicadores digitales que se encienden cuando se alcanza el nivel máximo en el tanque respectivo.

Es importante tener en cuenta la nota de advertencia que se encuentra en la parte más inferior del panel. Esta se debe a que no es posible asignar dos variables a un solo *Slider*, y como se han utilizado dos bloques diferentes para el modelado del flujo en las dos direcciones se deben utilizar dos *Slider*, uno para cada dirección.

Sobre el mímico del sistema ubicado en la parte superior del panel se puede visualizar el nivel en cada tanque mediante los indicadores de nivel correspondientes.

Figura 64. Panel de Control en Simple Control



Fuente Autor del Proyecto

CONCLUSIONES

- Los sistemas de fluidos involucran valores difíciles de determinar de manera directa (Por ejemplo el grado de contracción del chorro) necesarios para desarrollar el modelo matemático del sistema de tres tanques, para acceder a estos valores se recurrió a una serie de aproximaciones tabuladas que en la medida de su precisión produjeron unos resultados que pueden llegar a ser tanto impugnados como corroborados tras una futura implementación física del sistema.
- El grado de versatilidad del sistema de tres tanques permite llevar a cabo un gran número de experimentos mediante la manipulación de las variables del sistema. Ya sea alterando la apertura de las válvulas, modificando el flujo de entrada o permutando las condiciones iniciales se pueden llevar a cabo toda clase de pruebas sobre el sistema.
- Para que el sistema de tres tanques sea controlable bajo un amplio rango de condiciones debe existir circulación del agua, es decir, permanentemente el agua que entra debe seguir un camino que la conduzca hacia algún tipo de desagüe. De lo contrario el sistema podría hacerse incontrolable. Un ejemplo sencillo sería cerrar por completo cualquiera de las válvulas de interconexión y pedirle al sistema que pase por ejemplo de una altura 1 a una altura menor por ejemplo 0.5, bajo estas condiciones el sistema jamás podría cumplir con la petición.
- Gracias al desarrollo del modelo en la plataforma de Simple Control para su evaluación se ejercieron los elementos correctivos a la licencia con la cual

cuenta la Escuela, de manera tal que en este momento se puede contar con una plataforma en correcto funcionamiento, de acuerdo al menos a los alcances que este proyecto propuso llevar a cabo. Ha quedado claro que para la culminación exitosa y oportuna de un proyecto se deben tener en cuenta todo tipo de elementos periféricos que pueden llegar a incidir de forma importante en el proceso de desarrollo de los objetivos propuestos.

- El principal resultado arrojado de la evaluación comparativa de las estrategias de control fue que de acuerdo a la naturaleza del sistema que se desee controlar un sistema de control puede llegar a volverse demasiado aparatoso hasta el punto de llegar a perder sus principales cualidades genéricas y no cumplir con los requerimientos predeterminados. En este sentido la estrategia de control basada en el esquema de realimentación de estados se puede estar subutilizando y siendo un sistema de control más complejo se puede decir que el sistema de control basado en una estrategia de control convencional sería el sistema más adecuado. Queda claro que mientras más parámetros se deban ajustar y mientras más especificaciones se deban cumplir el diseño se hace más complejo y difícil de implementar.

- Se desarrolló una interfaz gráfica para cada plataforma de acuerdo con las herramientas que cada cual ofrece. De esta manera es posible presentar los modelos en un lenguaje de más alto nivel y permitir al usuario manipular los modelos sin que tenga que tener un conocimiento amplio de la plataforma en la cual fueron desarrollados. La interfaz es de carácter más abierto lo que quiere decir que el usuario puede operar las variables del modelo con un mayor grado de libertad en comparación con los modelos originales.

OBSERVACIONES

- Se debe tener en cuenta que los modelos basados en la función de transferencia y en el espacio de estados parten de ecuaciones diferenciales lineales. Se puede decir que ningún proceso físico es lineal a menos que los cambios que se manejen en este sean mínimos. Por eso y a pesar de que los modelos lineales son bastante aproximados a los sistemas que representan, para tener una mayor aproximación al sistema real hay que tener en cuenta las no linealidades generadas ya sea por agentes externos o por la naturaleza del sistema.

- La órdenes *acker* y *place* de MATLAB pueden no siempre brindar una configuración adecuada para los elementos de la matriz de realimentación de estados. Esto se debe a que estas órdenes despliegan una representación única de la matriz de realimentación de estados, y si existen algunos elementos de esta matriz que no ocasionan cambios significativos en la localización de los polos de lazo cerrado dentro de un amplio rango de variación como sucede para el caso del sistema de tres tanques, esta particularidad puede que no se vea reflejada en la matriz de realimentación de estados desplegada por las órdenes *acker* y *place*.

- Para llevar a cabo el control sobre las dos variables (Nivel Tanque No.1 y Nivel Tanque No.2) **al mismo tiempo y sin ningún tipo de limitación**, se tendría que contar con otra fuente de entrada ya sea en el tanque No.2 o en el tanque No.3. En este caso inevitablemente el sistema pasaría a ser MIMO y el análisis teórico mediante una estrategia de control clásico sería insuficiente. La solución en este caso sería utilizar una estrategia de control multivariable.

- El sistema de tres tanques es un sistema abierto, es decir, existe un sin número de posibilidades de expansión del sistema, agregando por ejemplo válvulas de interconexión a diferentes alturas, añadiendo flujos de entrada, desagües en los tanques, etc. Esto por supuesto ampliaría el número de posibilidades de experimentación sobre el sistema.

- El modelado computacional del sistema de tres tanques es solo un primer paso en un proceso que pretende culminar con la implementación física del sistema como un equipo de pruebas complementario para el laboratorio de sistemas de control. La Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones cuenta con un cuerpo de profesores y estudiantes de excelente calidad humana y académica. Por lo tanto, en la medida en que se cuente con las herramientas económicas el objetivo de llevar a cabo el montaje físico del sistema de tres tanques podrá ser alcanzado.

RECOMENDACIONES

- Implementar para el modelo un sistema de control basado en una estrategia de control multivariable. De esta manera se puede hacer todo el desarrollo teórico, matemático y práctico del sistema de control utilizando para el modelo del sistema de tres tanques dos fuentes de entrada, teniendo la posibilidad de llevar a cabo el control sobre dos variables a la vez.

- Llevar a cabo la programación para el desarrollo del modelo desde el editor de MATLAB, de esta forma se puede tener acceso a las variables de manera permanente para su visualización desde la interfaz gráfica. Esto es debido a que las variables de los modelos en Simulink no se encuentran permanentemente disponibles en el espacio de trabajo de MATLAB.

- Llevar a cabo el montaje físico del sistema de tres tanques para de esta forma contar con un equipo de pruebas de control suplementario a los que actualmente posee la Escuela. Esto permitiría ampliar el alcance de las experiencias de laboratorio y acercar a los estudiantes a las situaciones de la práctica profesional. Es importante señalar también que el proceso de modelado y simulación de un sistema involucra suposiciones no válidas para el sistema físico. Por lo tanto, el montaje físico del sistema, muy posiblemente involucrará un afinado del modelo y una nueva sintonización del sistema.

BIBLIOGRAFÍA

- CRANE. FLOW OF FLUIDS; TROUGH VALVES, FITTING AND PIPE. Editorial Mc Graw Hill. Nueva York, 1969.
- FRIEDLAND, Bernard. CONTROL SYSTEM DESIGN *AN INTRODUCTION TO STATE - SPACE METHODS*. Editorial Mc Graw Hill. USA, 1996.
- KUO, Benjamín C. MATLAB TOOL FOR CONTROL SYSTEM ANÁLISIS AND DESIGN. Editorial Prentice Hall. USA, 1994.
- KUO, Benjamín C. SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO. Editorial Prentice hall hispanoamericana. México, 1996.
- NEKRASOV, B. HIDRÁULICA. Editorial MIR. Moscú, 1968.
- OGATA, Katsuhiko. INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA. Editorial Prentice hall hispanoamericana. México, 2003.
- TRUEBA CORONEL, Samuel. HIDRÁULICA. Compañía editorial Continental. México, 1970.

ANEXO 1 – TABLAS

Altura (cm)	Tiempo muestra No.1 (seg)	Tiempo muestra No.2 (seg)	Tiempo muestra No.3 (seg)	Tiempo muestra No.4 (seg)	Tiempo Promedio (seg)
70	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
65	12.5300	12.4400	12.5300	12.6200	12.5300
60	25.4600	25.6800	25.6800	25.5800	25.6000
55	38.9400	39.2200	39.1500	38.9200	39.0575
50	52.9100	53.2300	54.0000	52.8700	53.2525
45	67.9300	68.4300	69.6000	68.2100	68.5425
40	83.1400	84.0800	84.9500	84.4400	84.1525
35	100.8700	101.4000	102.3700	102.9600	101.9000
30	118.9900	120.2300	121.7100	121.5900	120.6300
25	139.9500	141.6900	143.0600	141.6100	141.5775
20	163.4800	164.3100	166.0500	165.2500	164.7725
15	189.9400	191.4600	192.8400	191.8400	191.5200
10	224.7100	226.3700	227.4500	226.9500	226.3700
5	279.0700	277.5200	278.9700	279.1100	278.6675

Tabla A1.1 Toma de datos de Vaciado del Tanque – Referenciada en el Capítulo 1

DATOS DEL SISTEMA			
Datos del Tanque		Datos de la válvula	
Perímetro	127 cm	Orificio	25 mm
Altura Total		Tamaño tubo	1 "
Altura llenado	70 cm	Modelo	UW - 25 NPT
Material	Acrilico	Voltaje	220 V
		Frecuencia	50 - 60 Hz
Datos del tubo de vaciado		Presiones de	Mín Máx
Perímetro	10.5 cm	Operación	0 Kg/cm ² 5 Kg/cm ²
Material	Metal	Tipo	Valvula Solenoide, Normalmente Cerrada
		Material	Latón forjado o Bronce moldeado

Tabla A1.2 Datos del sistema Tanque – Válvula – Referenciada en el Capítulo 1

K_i/K_p	K_i	K_p	t_r (s)	t_s (s)	Error en estado estable %	Raíces de la ecuación característica de acuerdo con $G(s)$ y $G_c(s)$
0.0005	0.05	100	37.438	43.757	0.6	(-779.40, -0.0225, -0.0070, -0.0005)
0.00025	0.05	200	37.436	43.756	0.4	(-1558.8, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.0002	0.1	500	37.434	43.755	0.4	(-3897.0, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.00028	0.2	700	37.426	43.755	0.6	(-5455.8, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.00031	0.25	800	37.426	43.754	0.6	(-6235.2, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.00044	0.4	900	37.431	43.754	0.9	(-7014.6, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.0005	0.5	1000	37.426	43.753	1	(-7794.0, -0.0100, -0.0100, -0.0100)
0.00004	0.02	500	37.500	43.755	0	(-3897.0, -0.0100, -0.0100, -0.0100)

Tabla A1.3 Atributos de la respuesta al escalón unitario. Control sobre el Tanque No.1 en Simulink – Referenciada en el capítulo 3

K_i/K_p	K_i	K_p	K_D	t_r (s)	t_s (s)	Error en estado estable %	Raíces de la ecuación característica de acuerdo con $G(s)$ y $G_c(s)$
0	0	30	500	116.4146	148	0.4	(0, -28.2748, -0.0601, -0.0145)
0	0	35	600	116.2	147.28	0.3	(0, -33.9391, -0.0584, -0.0145)
0	0	40	700	116.608	148.443	0.835	(0, -39.6030, -0.0572, -0.0145)
0	0	41	700	116.375	148	0.835	(0, -39.6015, -0.0586, -0.0145)
0.000024	0.001	41	700	116	148	0.62	(-39.6015, -0.0580, -0.0145, -0.00001)
0.000073	0.003	41	700	116	147.57	0.22	(-39.6015, -0.0580, -0.0145, -0.0001)
0.00012	0.005	41	700	116	147.29	0.16	(-39.6015, -0.0585, -0.0145, -0.0001)

Tabla A1.4 Atributos de la respuesta al escalón unitario. Control sobre el Tanque No.2 en Simulink – Referenciada en el capítulo 3

K_1	K_2	K_3	K_i	Raíces de la ecuación característica	t_r (s)	t_s (s)	Sobrepaso Máximo %
10	9	11	4	(-311.9536, -0.0537, -0.0218, -0.0071)	37.43	140.75	69.26
20	8.5	11	3.5	(-77.5986, -0.4087, -0.0219, -0.007)	37.43	185.34	58.14
30	8	10.5	3	(-155.8290, -0.1784, -0.0219, -0.0071)	37.43	135.77	42.58
30	8	10.3	2.5	(-233.9219, -0.0854, -0.0218, -0.0071)	37.43	104.62	34.31
35	7.5	10.2	2.2	(-272.9428, -0.0645, -0.0220, -0.007)	37.43	74.21	18.63
40	7.5	10.2	2.1	(-311.9534, -0.054, -0.0219, -0.007)	37.40	52.04	5.33
40	7.5	10.2	2.09	(-311.9536, -0.0537, -0.0218, -0.0071)	37.32	44.1	4.91

Tabla A1.5 Determinación de la matriz de ganancias de realimentación de estado. Control sobre el Tanque No.1 – Referenciada en el capítulo 3

K_1	K_2	K_3	K_I	t_r (s)	t_s (s)	Raíces de la ecuación característica	Sobrepaso Máximo %
100	120	200	10	116.23	627.80	$(-780, -0.01 \pm j0.03, -0.01)$	43.95
150	125	300	9.5	116.25	436.05	$(-1170, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	32.06
150	140	350	9.5	116.24	403.87	$(-1170, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	28.58
165	150	350	9	116.24	276.4	$(-1287, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	19.37
170	170	370	9	116.24	267.00	$(-1326, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	14.47
170	175	400	8.5	116.28	241.50	$(-1326, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	8.08
170	175	400	8	118.50	151.66	$(-1326, -0.01 \pm j0.01, -0.01)$	3.90

Tabla A1.6 Determinación de la matriz de ganancias de realimentación de estado.

Control sobre el tanque No.2 - Referenciada en el capítulo 3

ANEXO 2 – PROGRAMAS MATLAB

MATLAB Programa A2.1 *Referenciado en el Capítulo 2*

```
%Programa para determinar el valor de la constante de tiempo ''Tau'',
%para el vaciado del tanque, utilizando cuatro tipos de interpolacion

H=[70:-5:5]; %Variacion de la altura
t=[0.0000 12.5300 25.6000 39.0575 53.2525 68.5425 84.1525 ...
 101.9000 120.6300 141.5775 164.7725 191.5200 226.3700 ...
 278.6675]; %Tiempo promedio medido
Ht=0.37*H(1,1); %Altura al 37% de la altura inicial
T1=interp1(H,t,Ht); %Interpolacion lineal
T2=interp1(H,t,Ht,'cubic'); %Interpolacion Cubica
T3=interp1(H,t,Ht,'spline'); %Interpolacion Tira Cubica
prom=(T1+T2+T3+T4)/4; %Constante de tiempo promedio
Tprom=(T1+T2+T3)/3 %Constante de tiempo final
plot(t,H)
AXIS([0 278.6675 0 80])
grid on
xlabel('Tiempo (seg)')
ylabel('Altura - Nivel (m)')
title('Vaciado de Tanque')
```

MATLAB Programa A2.2 *Referenciado en el Capítulo 2*

```
*****Programa para corroborar la correspondencia*****
*****de la representacion en el espacio de estados*****
*****y las funciones de transferencia del sistema*****

%Matriz de estado
A=[-7.265e-3 7.265e-3 0;7.265e-3 -14.53e-3 7.265e-3;0 7.265e-3 ...
    -14.53e-3];
%Matriz de entrada
B=[7.8;0;0];
%Matriz de salida - salida h1
C0=[1 0 0];
%Matriz de salida - salida h2
C1=[0 1 0];
%Matriz de salida - salida h3
C2=[0 0 1];
%Matriz de trasmision directa
D=0;
[num1,den1]=ss2tf(A,B,C0,D,1);
[num2,den2]=ss2tf(A,B,C1,D,1);
[num3,den3]=ss2tf(A,B,C2,D,1);
disp('Funcion de trasferencia H1(s)/Q(s)')
ft1=tf(num1,den1)
disp('Funcion de transferencia H2(s)/Q(s)')
ft2=tf(num2,den2)
disp('Funcion de transferencia H3(s)/Q(s)')
ft3=tf(num3,den3)
```

MATLAB Programa A2.3 *Referenciado en el Capítulo 3*

```
%---Programa para determinar la ecuacion---
%-----caracteristica (Tanque No.1)--
%-Matriz de estado-
A=[-7.265e-3 7.265e-3 0;7.265e-3 -14.53e-3 7.265e-3;0 7.265e-3 ...
    -14.53e-3];
%-Matriz de salida-
C=[1 0 0];
%-Matriz de control-
B=[7.8;0;0];
Ahat=[A zeros(3,1); -C 0];
Bhat=[B;0];
syms s;
Khat=[k1 k2 k3 -ki];
f1=s*eye(4);
f2=f1-Ahat;
f3=Bhat*Khat;
f4=f2+f3;
f5=det(f4)

%-Este programa realiza la operacion |sI-Ahat+Bhat*Khat|-
%-Retornando asi la ecuacion caracteristica en-
%-terminos de s-
```

MATLAB Programa A2.4 *Referenciado en el Capítulo 3*

```
%---Programa para determinar la ecuacion---
%-----caracteristica (Tanque No.2)--
%-Matriz de estado-
A=[-7.265e-3 7.265e-3 0;7.265e-3 -14.53e-3 7.265e-3;0 7.265e-3 ...
    -14.53e-3];
%-Matriz de salida-
C=[0 1 0];
%-Matriz de control-
B=[7.8;0;0];
Ahat=[A zeros(3,1); -C 0];
Bhat=[B;0];
syms s;
Khat=[k1 k2 k3 -ki];
f1=s*eye(4);
f2=f1-Ahat;
f3=Bhat*Khat;
f4=f2+f3;
f5=det(f4)

%-Este programa realiza la operacion |sI-Ahat+Bhat*Khat|-
%-Retornando asi la ecuacion caracteristica en-
%-terminos de s-
```

ANEXO 3 – Control de nivel para el tanque No.2 desde la válvula No.1

Una forma alternativa para llevar a cabo el control sobre el nivel del tanque No.2 es hacerlo desde la válvula No.1, es decir, la válvula que interconecta los tanques 1 y 2.

En este caso el sistema de control se hace básicamente proporcional debido a que la válvula No.1 es una entrada directa al tanque No.2 y en comparación con el control desde la válvula de entrada, los tiempos de respuesta son un poco menores debido a que el flujo de entrada al tanque No.1 se encuentra al máximo todo el tiempo, lo que permite un llenado más rápido del tanque No.1 y por consiguiente un llenado más rápido del tanque No.2.

En la figura A3.2 se puede apreciar el modelo del sistema de control . Los valores escogidos para las constantes de ganancia fueron los siguientes:

- $K_P = 500$
- $K_I = 0.01$
- $K_D = 1$

Los tiempos de respuesta y sobrepasos máximo alcanzados fueron los siguientes:

- Tiempo de levantamiento = 116.2 s
- Tiempo de asentamiento = 145.33 s
- Sobrepaso máximo = 0 %

La figura A3.1 muestra la respuesta del sistema al escalón unitario.

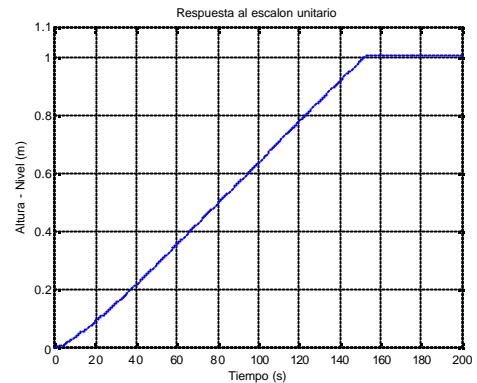


Figura A3.1 Respuesta al escalón unitario.
Control desde la válvula No.1

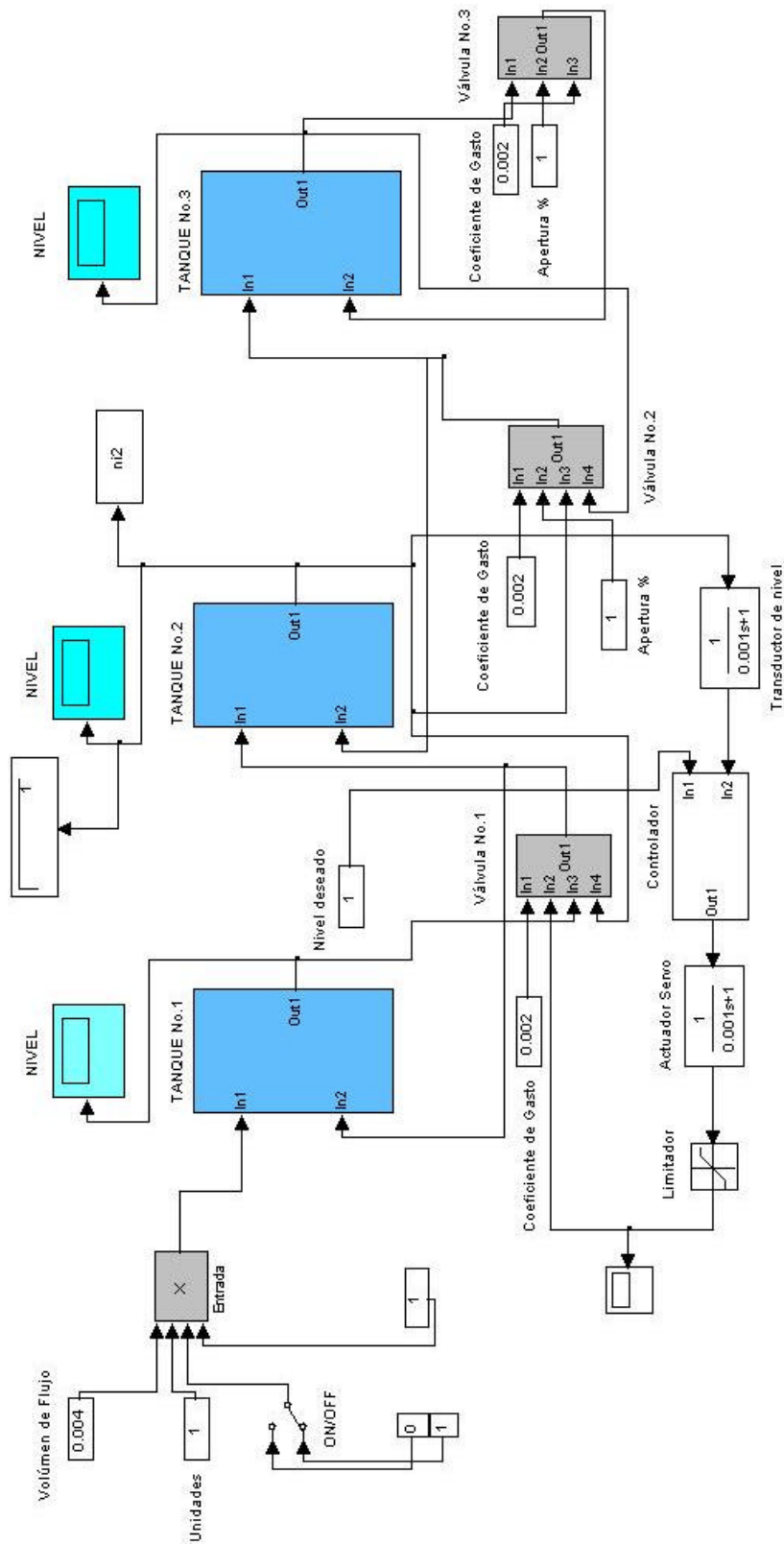


Figura A3.2 Control de nivel para el Tanque No.2 desde la Válvula No.1 – Fuente Autor del Proyecto

ANEXO 4 – Control sobre dos variables

Como ya se ha mencionado para llevar a cabo el control sobre dos variables sin ningún tipo de limitación se debe agregar al sistema un flujo de entrada extra, sin embargo esta no es la única condición extra que se debe satisfacer.

En la figura A4.3 se presenta el modelo del control de nivel sobre dos variables en Simulink. Como podemos ver, no solo es necesario agregar un flujo de entrada sobre el tanque No.3 sino que se debe ya sea agregar un controlador extra para cada variable a controlar o hacer que la señal de control de un mismo controlador actúe sobre dos elementos finales de control a la vez. En este caso los elementos finales de control serían las válvulas que ocasionan ingreso de agua a cada tanque. También es necesario agregar un flujo de desagüe para cada tanque en el que se desee controlar el nivel, esto con el fin de que se pueda pasar de un nivel determinado a un nivel más bajo. En este caso no se puede esperar por ejemplo que el tanque 1 se vacíe hacia el tanque 2 por que es posible que en el momento del vaciado el tanque 2 se encuentre a un nivel mayor que el tanque 1, lo que ocasionaría no solo que no se vaciara el tanque 1 - que es lo que se desea - sino que por el contrario empezara a llenarse.

Los valores seleccionados para los controladores en el tanque No.1 fueron los siguientes:

- $K_P = 500$
- $K_I = 0.02$

Los valores seleccionados para el controlador en el tanque No.2 fueron los siguientes:

- $K_P = 500$
- $K_I = 0.01$
- $K_D = 1$

Los tiempos de respuesta al escalón unitario (al mismo tiempo) y sobrepaso máximo fueron los siguientes:

Tanque No.1:

- Tiempo de levantamiento = 39.1172 s
- Tiempo de asentamiento = 45.62 s
- Sobrepaso máximo = 0.1 %

Tanque No.2:

- Tiempo de levantamiento = 92.062 s
- Tiempo de asentamiento = 113.15 s
- Sobrepaso máximo = 0 %

En las figura A4.1 y A4.2 se puede apreciar la respuesta del sistema al escalón unitario para las dos variables.

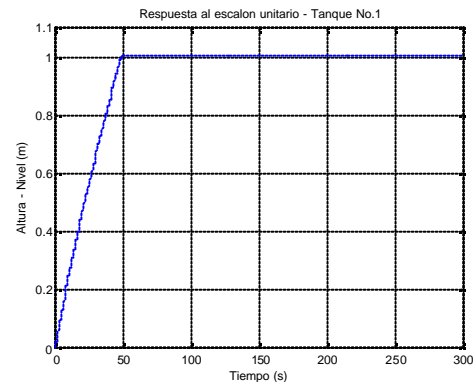


Figura A4.1 Respuesta al escalón unitario –
Tanque No.1

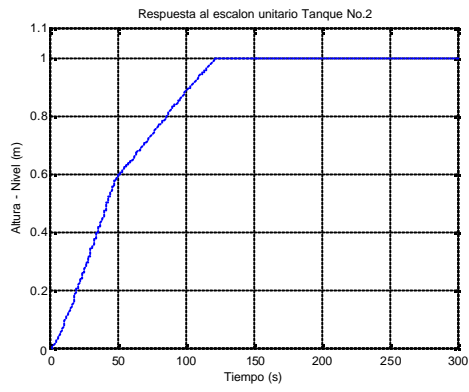


Figura A4.2 Respuesta al escalón unitario -
Tanque No.2

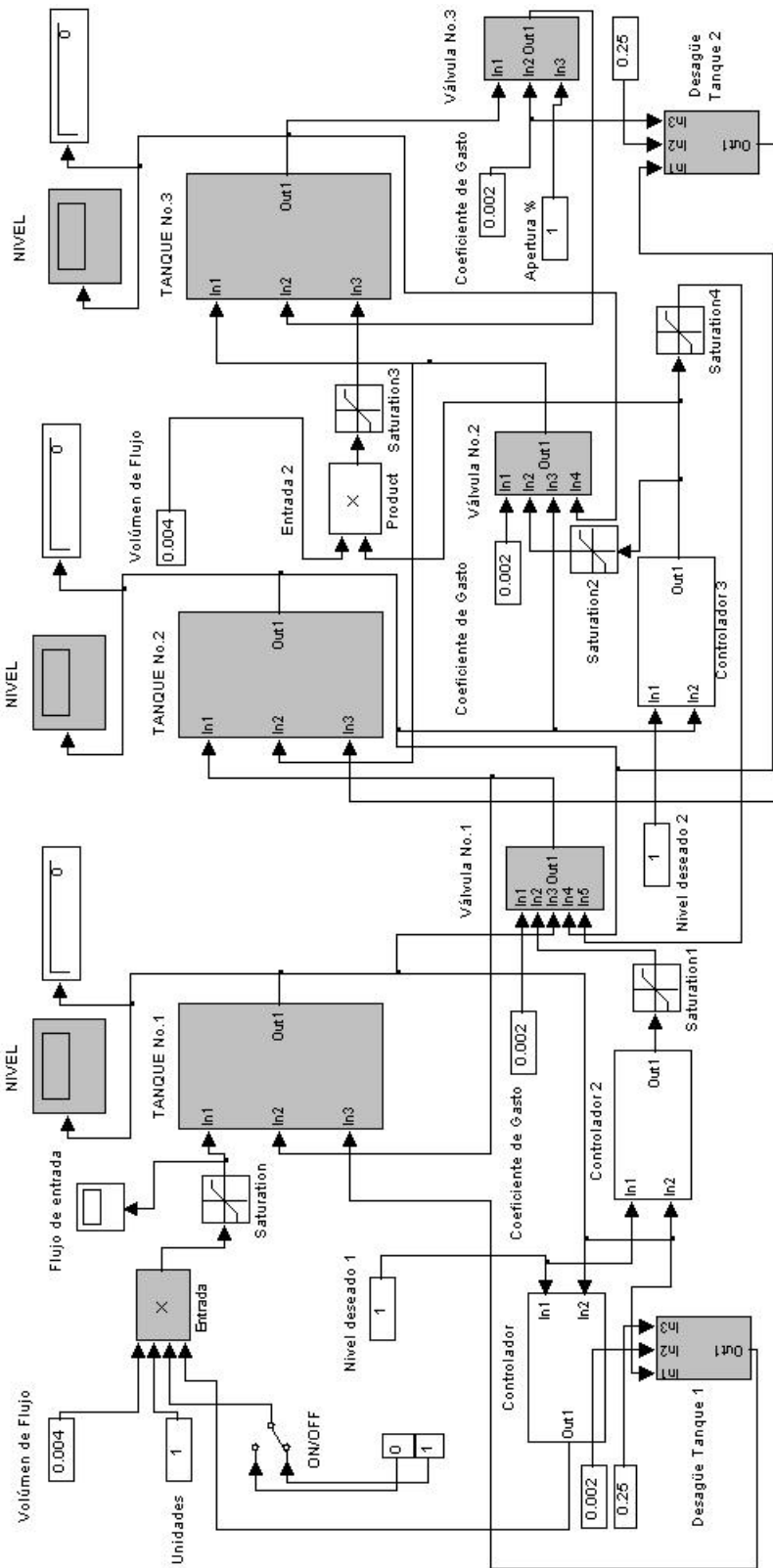


Figura A4.3 Control sobre dos Variables – Fuente Autor del Proyecto

