Sesgos en el razonamiento probabilístico de estudiantes universitarios frente a situaciones de toma de decisiones bajo incertidumbre

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Presentado por:

Sergio Andrés Ardila Herrera

Director de grado:

Tulia Esther Rivera Flórez

Universidad Industrial de Santander

Escuela de Matemáticas

Bucaramanga, Santander

Resumen

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo identificar sesgos en el razonamiento probabilístico frente a situaciones de toma de decisiones bajo incertidumbre, en estudiantes de la Universidad Industrial de Santander que se encuentran cursando la asignatura de Estadística I en dos mediciones, antes y después de que estudien el tema de probabilidad. Para llevar a cabo el objetivo se eligió un enfoque de metodología cualitativo que involucró el diseño de dos instrumentos de recolección de datos los cuales tuvieron como propósito, indagar alrededor del uso de las Heurísticas de representatividad y disponibilidad, además de algunos sesgos que no se relacionan con estas. Los resultados de la investigación permiten observar una alta presencia de sesgos asociados a las Heurísticas mencionadas, además de la persistencia de estos ante la formación en probabilidad. Se sugiere desde los resultados de la investigación, primero, diseñar actividades que promuevan una mejor formación en probabilidad, mediante la formulación de problemas en donde se reflexione sobre los sesgos cognitivos en el razonamiento probabilístico, y segundo, continuar el estudio de los sesgos desde otro marco teórico que involucre otras Heurísticas.

Palabras clave: razonamiento probabilístico, heurística, sesgos cognitivos, toma de decisiones.

Abstract

The objective of this research work is to identify biases in probabilistic reasoning in the decision-making in situations that involve uncertainty in students of the "Universidad Industrial de Santander" who are studying the subject of Statistics I in two key moments, before and after they study the topic of probability. To reach the objective, a mixed methodology approach was chosen that involved the design of two data collection instruments whose got the purpose to investigate

the use of representativeness and availability heuristics, in addition to some biases that are not related with these. The results of the investigation afford us to observe a high presence of biases associated with the Heuristics mentioned, in addition to their persistence in the presence of probability training. It is suggested from the results of the research, first, to design activities that promote better training in probability, through the formulation of problems where cognitive biases in probabilistic reasoning are reflected on, and second, to continue the study of biases from another framework that involves other heuristics.

Keywords: probabilistic reasoning, heuristics, cognitive biases, decision making.

Tabla de Contenido

Introducción 8
1. Descripción del problema 11
2. Justificación 16
3. Antecedentes 17
4. Objetivos 23
4.1. Objetivo general 23
4.2. Objetivos específicos 23
5. Marco teórico 24
5.1. Razonamiento probabilístico 24
5.2. Heurística 24
5.3. Sesgo cognitivo o Falacia 25
5.4. Heurística de representatividad 26
5.4.1. Ley de los pequeños números 26
5.4.2. Sesgo de concepciones erróneas sobre el azar 27
5.4.3. Falacia de las tasas base 29
5.4.4. Falacia de la conjunción 29
5.5. Heurística de la disponibilidad 30
5.5.1 Sesgo del recuerdo de instancias 31
5.5.2 Sesgo de correlación ilusoria 31
5.5.3 Sesgo debido a la efectividad de un conjunto de búsqueda 32
5.5.4 Sesgo debido a la imaginación 32
5.5.5 Sesgo del pensamiento mágico 33
5.6. Sesgos no asociados a una Heurística 33
5.6.1. Sesgo de equiprobabilidad 34
5.6.4. Sesgo de la confianza de hábitos 34
5.6.5 Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos 35
6. Metodología 37
6.1. Descripción general 37
6.2. Selección de la muestra de estudio 37
6.3. Diseño de los instrumentos de recolección de datos 38

7. Análisis de resultados 40
7.1 Análisis primer instrumento de recolección de datos 40
7.1.1. Análisis de las preguntas de la Sección 1 40
7.1.2. Análisis de las preguntas de la sección 2 70
7.1.3. Análisis de la pregunta de la Sección 3 82
7.1.4. Síntesis del análisis del primer instrumento 87
7.2 Análisis del segundo instrumento de recolección de datos 88
7.2.1. Análisis de las preguntas de la sección 1 89
7.2.2. Análisis de las preguntas de la Sección 2 111
7.2.3 Síntesis del análisis del segundo instrumento 117
8. Discusión 119
Conclusiones 126
Referencias 129
Anexos 132
Anexo 1: Tabla soporte a preguntas del primer instrumento 132
Anexo 2: Tabla soporte a preguntas del segundo instrumento 136
Anexo 3: Primer instrumento de recolección de datos 139
Anexo 4: Segundo instrumento de recolección de datos 146

Agradecimientos

En primer lugar, deseo expresar mi agradecimiento a Dios por haberme bendecido y llenado de inteligencia durante mis estudios de pregrado y permitirme finalizar este proyecto.

A la Universidad Industrial de Santander y a la escuela de Matemáticas por haberme ofrecido los conocimientos suficientes para mi formación como Licenciado en Matemáticas y la finalización de este trabajo.

A mi directora de tesis, Tulia Esther Rivera, por los conocimientos brindados durante la realización de este proyecto, quien con su experiencia, paciencia y motivación me ayudó a finalizar este trabajo.

A todos los profesores que aportaron durante mi carrera a mi formación académica, por medio de sus experiencias, conocimientos y consejos a nivel educativo.

A todos mis amigos quienes me ayudaron en este largo periodo de tiempo aportando en mí nuevos conocimientos, nuevas experiencias e ideas para finalización de mi carrera profesional.

Gracias a todos.

Dedicatoria

A Dios en primer lugar por haberme permitido finalizar este proyecto en mi vida.

A mis padres por haberme forjado con una correcta disciplina, por su apoyo económico y moral durante mi periodo de formación.

A mis hermanos por su apoyo incondicional en los momentos difíciles.

A mis compañeros y amigos quienes compartieron conmigo durante estos últimos 5 años sus conocimientos, alegrías y tristezas que motivaron la realización de este trabajo.

Introducción

La estadística es hoy día una de las ramas de la matemática más importantes, considerada por algunos como una ciencia independiente dado que se reconoce la existencia de un campo de problemas propio y una teoría para abordarlos. Su objeto de análisis central es el estudio de fenómenos aleatorios caracterizados por la variación, para lo cual, tanto en su descripción como tratamiento son indispensables la organización, manejo de la aleatoriedad y presentación de datos. Desde hace unas décadas, esta disciplina viene aumentando su popularidad vertiginosamente gracias a su capacidad para resolver problemas en diferentes áreas del mundo moderno y al avance en métodos estadísticos especializados gracias al desarrollo computacional, no en vano, Gómez y Vergel (2015) comentan que: "La estadística puede ser aplicada a la realidad tan directamente como la aritmética elemental puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas" (p.99). En ese sentido, esta área se estima de un carácter indispensable para la formación académica de todo profesional y como un elemento básico de la cultura de todo ciudadano.

De otro lado, el sentido práctico de la Estadística es una de las oportunidades que la mayoría de los currículos están sabiendo aprovechar, las nuevas tendencias sugieren enfocarnos en la posibilidad que tiene esta área para resolver problemas que provengan del contexto real. En particular, como lo menciona Batanero (2001), la enseñanza de la probabilidad debe llevarse a cabo bajo un modelo heurístico y activo en donde se promueva la aplicación de los conceptos dentro del contexto del estudiante. Así, desde la Didáctica de la Estadística y la probabilidad, un aspecto a destacar es que los estudiantes puedan observar que lo que se aprende en el aula tiene un sentido lógico fuera de ella.

No obstante, cuando se resuelven problemas de probabilidad, se genera un conflicto entre la intuición (primer acercamiento por parte del estudiante) y la teoría, debido a que para analizar situaciones de manera general, el primer recurso del que disponen los alumnos es su experiencia y muchos de los fenómenos no determinísticos son contraintuitivos por citar una de las particularidades que genera más desconcierto en el estudiante; en consecuencia, la mayoría de los casos de razonamientos probabilísticos se dan alejados del marco teórico de referencia apropiado lo que conduce a la presencia de diversos errores o sesgos cognitivos.

Desde una perspectiva psicológica, este tipo de errores relacionados con pensamiento probabilístico han sido estudiados en el ámbito de toma de decisiones, los primeros en abordar una caracterización de lo que denominaron sesgos en el razonamiento probabilístico fueron Tversky y Kanheman hacia los años 70, ellos presentaron una especie de tipología de sesgos denominada Programa de Heurísticas y sesgos, dicho trabajo puede catalogarse como uno de los principales referentes en Educación Estadística pues es referencia obligada en diversas investigaciones que han tenido como objetivo identificar los sesgos más comunes en estudiantes de diferentes niveles escolares incluso llegando hasta el universitario.

Los resultados en la mayoría de estas investigaciones permiten obtener una perspectiva global de lo que está sucediendo, así estudiantes en educación básica primaria, secundaria y media evidencian diferentes sesgos en el razonamiento probabilístico, incluso gran parte de ellos se siguen evidenciando aún en programas de pregrado como lo hemos podido constatar por experiencia propia a nivel de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS). El estudio de la problemática descrita es el eje principal que orienta el presente trabajo de investigación y que da paso a un obligado interrogante, ¿Qué sesgos en el razonamiento probabilístico evidencian nuestros estudiantes de pregrado?

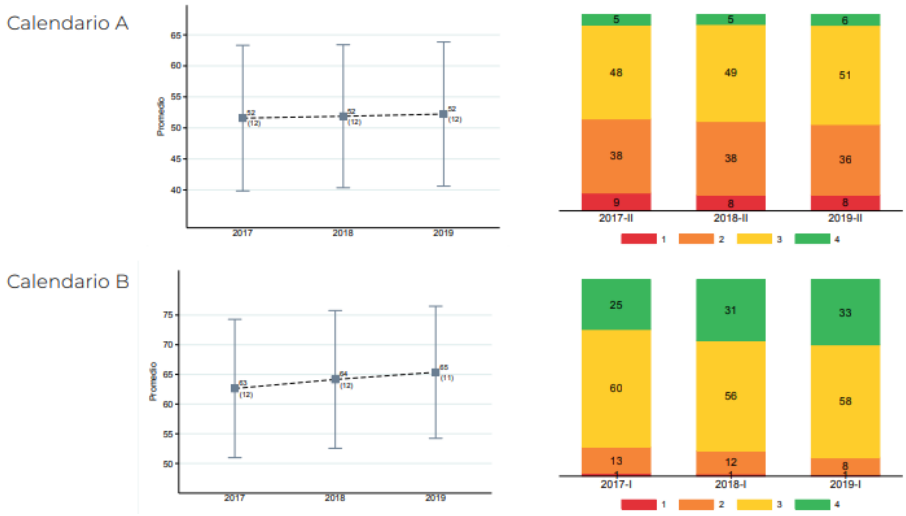
En ese orden de ideas, este trabajo tiene como objetivo identificar los sesgos en el razonamiento probabilístico de un grupo de estudiantes de la Universidad Industrial de Santander (UIS) basados en la aplicación de dos instrumentos de medición, uno al inicio del curso de Estadística I cuyo contenido programático prioriza temas en probabilidad y un segundo instrumento aplicado al mismo grupo de estudiantes tras finalizar la parte de formación en elementos teóricos en probabilidad, de esta manera podremos identificar errores a la luz del marco teórico correspondiente a la tipología de sesgos en el razonamiento probabilístico que evidencia una muestra de estudiantes y finalmente analizar si la intervención en el aula genera algún tipo de cambio.

1. Descripción del problema

La educación se postula como uno de los pilares fundamentales para el desarrollo de un país, sin embargo, en Colombia este reconocimiento es muy débil a juzgar por las políticas de estado relacionadas con el tema, en esta dirección son limitados los avances en lo corrido de este siglo, entre ellos destacamos la reforma al sistema educativo que generó la ley 115 y la formulación de los estándares de competencia como guía para la construcción curricular en la Educación Básica. Más adelante y con el propósito de tener evidencias objetivas para evaluar la calidad educativa, el ICFES ha impulsado la medición estandarizada y longitudinal del desempeño de los estudiantes en las áreas fundamentales del currículo como son: Lenguaje, Inglés, Ciencias sociales, Ciencias naturales y Matemáticas; para cada aplicación anual, se han reportado durante los últimos 10 años además de los puntajes numéricos una clasificación por niveles de desempeño para cada individuo. A partir del análisis de los consolidados nacionales se ha observado como constante un bajo rendimiento en las Pruebas Saber, a manera de ilustración a continuación se muestra una gráfica construida a partir de los puntajes de la prueba Saber 11 que incluye a todos los estudiantes próximos a graduarse de la educación media en el período 2017-2019.

Figura 1

Puntaje promedio en matemáticas (2017-2019)



Nota. La gráfica resume los puntajes promedio en el área de matemáticas desde el año 2017 a 2019 discriminados por tipo de calendario. Recuperado de: https://acortar.link/vtnkyB.

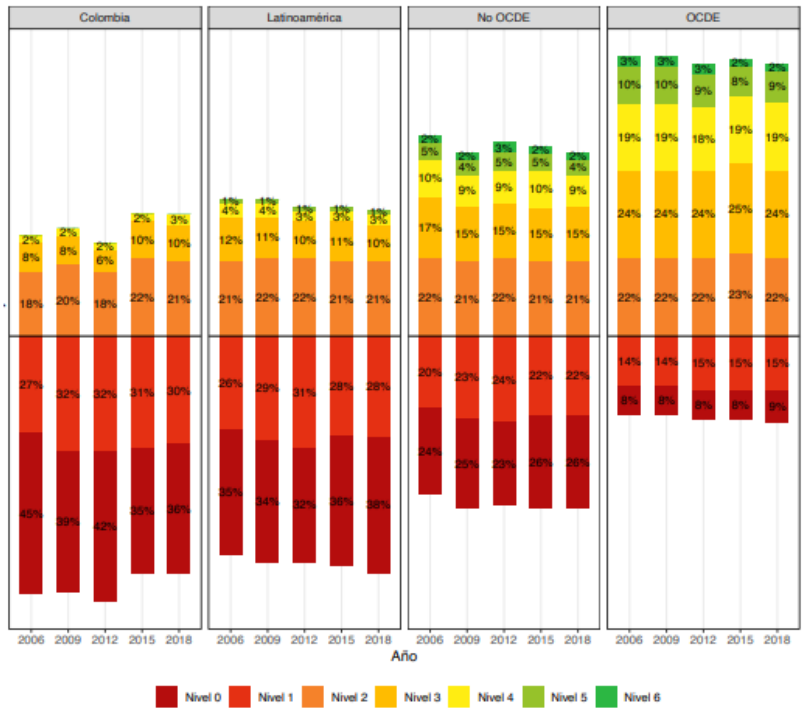
Como se puede observar en la Figura 1, la distribución por niveles de desempeño en el calendario A no presenta cambios significativos a lo largo del período en consideración, la mayor parte de los individuos se ubican en los niveles 2 y 3, a diferencia de la distribución de los colegios con calendario B, mayoritariamente privados, estos logran ubicar cerca de la tercera parte de sus estudiantes en el nivel más alto de desempeño y cerca del 80% entre los niveles 3 y 4.

A continuación, en la Figura 2 se describe el comportamiento histórico de Colombia en la Prueba PISA, prueba internacional que evalúa tres áreas: Lectura, Matemáticas y Ciencias. En el componente de Matemáticas se evalúan cuatro contenidos uno de los cuales es la incertidumbre, desafortunadamente no se desagregan los resultados por cada uno de ellos, sin embargo, consideramos que el comportamiento del rendimiento promedio es un indicador válido que nos debe llamar la atención a todos quienes estamos comprometidos con la formación en matemáticas. Aunque el ICFES en su análisis resalta que a nivel promedio el país viene aumentando y ha habido una reducción en el porcentaje de estudiantes en los niveles bajos (barras

rojas ubicadas por debajo de la recta en negro en la gráfica) los cambios no son significativos y describimos un rendimiento incluso inferior a los países latinoamericanos.

Figura 2

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño (2006-2018).



Nota. La gráfica representa el porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas discriminando por año. Fuente: recuperado de Informe Nacional de Resultados para Colombia-PISA (2018).

Parte de la problemática que evidencian las Pruebas Saber y las pruebas internacionales en las que ha participado Colombia tiene que ver con la idoneidad en la formación en matemáticas que se recibe en la educación básica; infortunadamente, la enseñanza de la Estadística que se imparte en la mayoría de los colegios del país es incipiente en cuanto al tiempo destinado y enfoque metodológico, las prácticas de aula suelen desconocer las particularidades propias de esta

disciplina en relación con la didáctica de la matemática; por lo anterior, es necesario cuestionarse acerca de si en la educación básica y media se ha dado sentido pleno a lo expuesto en los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

En este sentido, Carranza y Guerrero (2016) afirman que el pensamiento aleatorio es uno de los pensamientos que la educación colombiana tiene más descuidado y al cual se le da menos participación en el currículo en matemáticas durante la educación básica y media, dado que los pensamientos en los cuales se hace énfasis durante esta formación inicial son el pensamiento numérico y geométrico. A este respecto, la limitada formación en probabilidad y estadística en educación media trasciende al nivel superior, así de acuerdo con Estrada y Díaz (2006), los estudiantes universitarios razonan de manera errada ante situaciones con presencia de incertidumbre y que involucran la idea de aleatoriedad haciendo uso de heurísticas o concepciones equivocadas al manejar la incertidumbre propia de los fenómenos aleatorios.

Igualmente, como lo menciona Díaz et al. (2012), los estudiantes de nivel superior presentan dificultades al abordar el tema de probabilidad, debido a dos factores claves consecuentes, el primero que corresponde a la baja formación en estadística que los estudiantes reciben durante la educación básica y media, y como segundo factor, que está en relación directa con el primero,los maestros de matemáticas al no obtener una educación profesional en enseñanza de probabilidad provocan que sesgos que ellos presentan sean transmitidos a los estudiantes durante el proceso de enseñanza.

Lo anterior corresponde a la génesis del problema de investigación del presente trabajo debido a que investigaciones realizadas como la de Díaz et al. (2012) dejan en evidencia que aún estudiantes de nivel superior próximos a laborar como docentes, luego de aprobar

satisfactoriamente la asignatura de Estadística y Probabilidad, presentan sesgos alrededor del razonamiento probabilístico. Esta consideración nos permite plantear que dentro de la metodología de trabajo en el aula no se logra corregir el razonamiento probabilístico errado por parte de los estudiantes, al respecto, Batanero et al (2013) mencionan que dicha metodología debería estar enfocada en la manipulación de situaciones de incertidumbre que involucren un análisis desde la teoría de la probabilidad, sin embargo, es claro que no es una tarea fácil diseñar tal metodología debido a que no se tiene de manera consolidada una caracterización de sesgos cognitivos que oriente el diseño de un plan de aprendizaje cuyo objetivo sea corregir las falacias que evidencien los estudiantes de nivel superior.

2. Justificación

Sin lugar a duda, cualquier trabajo que aborde la problemática de la enseñanza y el aprendizaje en la Matemática es importante para una sociedad, adicional a esto en nuestro contexto nacional, la formación de talento en materia de investigación en esta área es valioso para la región y el país dado que son escasos los grupos de investigación y los programas que permitan la cualificación en Educación Matemática y más aún en el área de Educación Estocástica.

En particular, la presente investigación pretende identificar sesgos en el razonamiento probabilístico en un grupo de estudiantes que cursan por primera vez la asignatura de Estadística I en la Escuela de matemáticas a través de dos evaluaciones, una antes y otra después de que estudien el tema de probabilidad; de esta manera, los aportes de la investigación serán de tipo práctico y metodológico, ya que la caracterización de sesgos identificados permitirá tener un marco de referencia que hará posible profundizar sobre aspectos relevantes entre los estudiantes que presentan dificultades y poder hacer sugerencias en el rediseño de los cursos a nivel básico y universitario, lo anterior seguramente redundará en beneficio de la educación regional ya que nuestra muestra de estudio incluirá los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, futuros profesores para la región y el país.

De acuerdo con lo anterior, los resultados de esta investigación permitirán profundizar en el tema explorando nuevas direcciones de trabajo donde, por ejemplo, se pueda incorporar aspectos psicológicos y didácticos para estudiar la manera en cómo razonan los estudiantes en situaciones bajo incertidumbre y formular estrategias metodológicas que prevengan la formación de sesgos, además del uso de heurísticas incorrectas en procesos de toma de decisiones.

3. Antecedentes

La investigación alrededor de los sesgos presentes en el razonamiento probabilístico es un tema con bastante protagonismo en educación estadística pues como lo menciona Batanero et al (2013), permite caracterizar los errores frecuentes que se presentan no solo en estudiantes sino en las personas en general al momento de tomar decisiones en situaciones mediadas por la incertidumbre para las cuales se requiere del uso de elementos de probabilidad. Desde otra perspectiva, los resultados en esta línea de investigación son sin duda una fuerte herramienta didáctica para el docente, pues permite tomar conciencia de la existencia de los sesgos más frecuentes y así diseñar situaciones de aprendizaje enfocadas en prevenir estos errores.

La revisión bibliográfica sobre sesgos en probabilidad ubica como primera referencia a los autores Tversky y Kanheman en calidad de pioneros en el estudio de este tópico, ellos propusieron en 1973 una caracterización de sesgos y heurísticas alrededor del razonamiento probabilístico en su investigación "Judgment under uncertainty: heuristics and biases". El estudio contempla una investigación teórica alrededor de documentos que relacionan el análisis y caracterización de sesgos en el razonamiento probabilístico. Tversky y Kanheman, definieron principalmente los conceptos de sesgos y heurística desde el contexto del razonamiento probabilístico como una asociación a las creencias que una persona tiene al tomar decisiones en situaciones en donde interviene explicita e implícitamente el concepto de probabilidad.

Siguiendo esta idea, los autores dejan en evidencia un total de 10 sesgos registrados, esta tipología está enfocada en diversos conceptos de probabilidad, algunos de ellos serán retomados en el apartado del marco teórico pues constituyen la base fundamental de análisis para el presente trabajo.

La anterior investigación no tiene un contexto específicamente didáctico debido a que los sesgos que estudiaron no se basaron en el análisis de participantes en un ámbito educativo, sin embargo, lo allí planteado da paso para relacionar este tipo de resultados con la formación académica de una sociedad.

En sintonía con lo anteriormente expresado, Batanero et al. (2013) postulan que conocer los errores frecuentes de los estudiantes en la comprensión de un concepto permitirá al docente centrar sus actividades didácticas en evitarlos; este precisamente es uno de los aspectos en los cuales Batanero ha priorizado, de este referente podemos destacar las siguientes investigaciones desarrolladas en conjunto con otros autores como lo son la investigación titulada "Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria" elaborada por Serrano, Batanero, Ortiz y Cañizares en el año 1998, la cual se basa en una investigación de tipo cualitativo alrededor de este tema pero enfocado en un grupo de estudiantes en formación de media en España cuyas edades oscilan entre los 14 y los 18 años.

El objetivo de la citada investigación fue analizar la respuesta de 277 estudiantes de secundaria, estos alumnos estuvieron distribuidos en dos grupos, un primer grupo que no recibió formación en estadística y uno segundo que sí la recibió para así poder establecer diferencias entre las heurísticas y sesgos que evidencian los estudiantes en cada uno de los grupos. Los resultados dejan expuesto un marco teórico basado en la caracterización de heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico desarrollado por Kanheman et al. (1982) que corresponde a una tipología más documentada.

En el marco conceptual, Serrano *et al.* (1998) conciben el sesgo cognitivo y la heurística de la misma manera como Kanheman et al. (1982), enfatizan en que estos errores son evidenciados en situaciones de incertidumbre, por lo que los problemas seleccionados para la investigación

deben corresponder a problemas del contexto real en donde intervengan conceptos de probabilidad. Como principal conclusión, se afirma que los sesgos identificados en el primer grupo (sin formación estadística) y el segundo grupo (con formación estadística) son casi los mismos por lo cual enfatizan en que la formación en estadística no es suficiente para superar los razonamientos errados en este tipo de situaciones, al respecto, este hecho puede deberse a que la muestra de problemas abordados durante un curso de formación estadística no es representativa de los problemas que realmente deberían ser abordados.

Posterior a esta investigación, Díaz, Contreras, Batanero y Roa publican una investigación en el año 2012 que está enfocada en el estudio de sesgos en el razonamiento probabilístico a nivel superior titulada "Evaluación de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en futuros profesores de educación secundaria". El estudio presenta una investigación de tipo cualitativa en donde se analiza la respuesta de 196 alumnos del programa de matemáticas de España, el objetivo de la investigación fue identificar los sesgos que evidencian maestros en formación en un último curso de su formación académica.

Para el análisis y discusión de resultados, Díaz *et al.* (2012) proponen un marco teórico que definen como "investigación sobre sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional", en este trabajo los autores aportan un referente teórico para abordar diferentes definiciones de sesgos desde la perspectiva de diferentes autores alrededor del concepto de probabilidad condicional, sin embargo, la mayoría de los sesgos que describen son basados en las ideas de Tversky y Kanheman (1973).

Como resultado de la anterior investigación, se dejó explicito que los futuros docentes presentan sesgos cognitivos alrededor de la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Esta conclusión fue comparada con la investigación mencionada anteriormente sobre sesgos en

estudiantes de secundaria, en donde se dedujo que tanto los futuros docentes como los estudiantes de secundaria evidenciaban casi los mismos sesgos.

Como conclusión de esta investigación, Díaz *et al.* (2012) destacan la seriedad de estos problemas, debido a que los sesgos presentes en los futuros docentes pueden terminar transmitiéndose a los estudiantes receptores del conocimiento impartido en los futuros procesos de enseñanza, por lo que indican la necesidad de una mejor formación en probabilidad a nivel universitario de los maestros en formación.

Desde otra perspectiva, autores como Ortiz y Segura en el año 2013 se atreven a proponer una alternativa de solución en su trabajo de grado a nivel de especialización: "Una propuesta para la superación de sesgos en el razonamiento probabilístico". En este documento, los autores proponen un modelo de experimentación de inmersión en el aula al presentar 3 tipos de secuencias didácticas basadas en los siguientes enfoques de probabilidad: clásica, experimental y clásico-experimental. Durante la investigación, Ortiz y Segura (2013) presentan un enfoque de resolución de problemas basado en lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (M.E.N) en los lineamientos curriculares de Colombia.

> Se plantea como metodología la exploración y la investigación por parte de estudiantes y de docentes, la construcción de modelos físicos y el desarrollo de estrategias como las de simulación de experimentos y de conteos, la comparación y evaluación de diferentes formas de aproximación a los problemas con el objeto de monitorear posibles concepciones y representaciones erradas. (MEN, 1997, p.69) citado en (Ortiz y Segura, 2013, p.2)

Esto tiene relación directa con lo expuesto por Diaz *et al.* (2012) acerca de la enseñanza de la probabilidad con un enfoque experimental para presencia de sesgos en los estudiantes. La

investigación concluye que el enfoque de probabilidad clásica genera los mismos sesgos en el razonamiento probabilístico que el enfoque de probabilidad experimental, pues como lo menciona Ortiz y Segura (2013), la resolución de problemas basada en experimentación sin condiciones adecuados fomenta el uso de heurísticas como la representatividad y la equiprobabilidad que terminan asociadas a la evidencia de sesgos. Sin embargo, cuando se trabaja un enfoque tanto experimental como clásico se logran avances significativos en la elaboración de secuencias didácticas para la superación de sesgos en el razonamiento probabilístico.

Siguiendo este mismo principio, Doris Margoth Barragan y Leidy Paola Rivera en el año 2015 elaboraron una investigación titulada "Razonamiento probabilístico desde el desarrollo de la intuición del azar en estudiantes de quinto primaria. Secuencia de actividades basada en juegos de azar", en ella se priorizó fortalecer la intuición de los estudiantes desde una temprana edad con el diseño de actividades lúdicas en situaciones de incertidumbre. Pese a que la investigación no tiene como enfoque la caracterización de sesgos, reconoce las dificultades y errores que evidencian los alumnos a través de la formación básica y media, por lo que pretende superar este tipo de sesgos enriqueciendo el conocimiento probabilístico y analítico de los estudiantes. El trabajo es abordado con base en un marco teórico que propone dos tipos de intuiciones que permiten transitar por el razonamiento probabilístico:

- Intuiciones primarias: Intuiciones debidas a la interacción del sujeto con el mundo.
- Intuiciones secundarias: Son elaboradas a partir de un conocimiento construido.

La conclusión principal de la investigación sugiere que las intuiciones primarias pueden fortalecerse y llegar a concebir intuiciones secundarias para la toma de decisiones de manera

adecuada. Este resultado tiene un valor muy importante, pues en términos generales si los docentes adoptaran el anterior enfoque, los estudiantes podrían concebir otros tipos de juicios.

Este mismo marco de investigación es abordado a nivel local por la Universidad Industrial de Santander en el trabajo elaborado por Galeano, Agredo y Rivera, quienes en el 2018 presentan la propuesta titulada "Una carrera de autos para detectar sesgos en el razonamiento probabilístico de niños de cuarto grado" que tuvo como objetivo caracterizar los sesgos presentes en estudiantes de educación primaria en la toma de decisiones usando como mediador un juego. La principal conclusión de este trabajo es que los estudiantes presentan gran dificultad en reconocer la naturaleza aleatoria del juego, y por ello sus juicios son basados en una gran parte por la intuición y su experiencia, evidenciando varios sesgos en sus respuestas.

Finalmente citamos a Contreras, Arteaga, Cañadas de la Fuente y Molina, quienes en 2015 hacen explícita una problemática a la que denominan "Un problema irresoluble", el título no pretende un ataque directo a la estrategia metodológica con la que se enseña Estadística y Probabilidad, al contrario, tiene como finalidad mostrar la realidad y la magnitud de la situación con base en los resultados de las investigaciones, esto debido a que una gran parte de los estudiantes de los diferentes tipos de nivel formativo evidencian casi los mismos tipos de sesgos, incluyendo a los maestros en formación, lo que genera un ciclo que aparentemente no tiene fin sobre la transmisión de sesgos.

De acuerdo con la revisión anterior, la investigación de sesgos en el razonamiento probabilístico ha tenido una evolución interesante, dado que se fundamentó en un inicio desde la psicología con los trabajos presentados por Tversky y Kanheman y posteriormente fue asociada a la educación, en donde se ha profundizado en estudiar con más énfasis en los diferentes sesgos cognitivos presentes en los estudiantes de diferentes niveles de formación y sus causas.

4. Objetivos

A continuación, se especifican los objetivos con el fin de delimitar el desarrollo del presente trabajo y marcar la ruta de investigación:

4.1. Objetivo general

Identificar sesgos en el razonamiento probabilístico en situaciones de toma de decisiones en estudiantes de la Universidad Industrial de Santander que se encuentran cursando la asignatura de Estadística I.

4.2. Objetivos específicos

4.2.1 Realizar una revisión bibliográfica sobre el tema de sesgos en el razonamiento probabilístico.

4.2.2 Diseñar dos instrumentos que permitan indagar sesgos en el razonamiento probabilístico, uno para medir antes y otro para medir después de revisar los elementos teóricos de probabilidad del curso de Estadística I.

4.2.3 Analizar los resultados provenientes de la muestra en estudio a la luz del marco teórico sobre sesgos en el razonamiento probabilístico.

5. Marco teórico

A continuación se presentarán los principales elementos conceptuales que dan sustento a este trabajo, principalmente se presentará una tipología de sesgos estructurada a partir de heurísticas en concordancia con lo presentado por Tversky y Kahneman (1973) y los aportes posteriores que se han dado, no obstante, conviene iniciar por puntualizar algunas definiciones que se constituyen en el lenguaje técnico reservado para las secciones posteriores.

5.1. Razonamiento probabilístico

El razonamiento probabilístico de acuerdo con Fischbein (1975) se puede caracterizar como una estructura en la que interactúan intuiciones primarias y secundarias para interactuar con experimentos aleatorios. Más aún, este autor clasifica las intuiciones como:

- Intuiciones primarias: Son intuiciones producto de la experiencia del sujeto con el mundo.
- Intuiciones secundarias: Son intuiciones producto de conocimientos instruidos.

Se puede señalar de esta manera que el razonamiento probabilístico se ve afectado por ciertos procesos cognitivos los cuales emergen en la mente de las personas en situaciones que involucran el azar, estos no hacen uso de elementos teóricos de probabilidad, al contrario, se admite el uso de ciertos recursos o herramientas que den simplicidad al tratar con un experimento aleatorio.

5.2. Heurística

Según la Real Academia Española, el término "Heurística" tiene su raíz etimológica en el griego *εὑρίσκειν* (*heurískein*) que significa "inventar, hallar". De esta forma, la heurística es la contraparte del pensamiento algorítmico rígido y formal; es por ello por lo que dicha palabra ha sido ampliamente utilizada en distintas áreas del conocimiento, llegando incluso a constituirse como un arte, una metodología científica o un modelo didáctico.

Desde una perspectiva histórica y epistemológica general, el concepto de heurística se remonta desde la antigua Grecia, en donde hacía referencia a la estructura de pensamiento del ser humano, esta concepción que si bien desde un enfoque moderno no está alejada de la actual evolucionó a medida que lo hizo el pensamiento matemático, logrando estructurar un concepto más asociado a la psicología, en relación con esto, Urbieta et al. (2011) mencionan al respecto una definición concisa del significado de heurísticas como "normas simplificadoras de selección y procesamiento de la información que, en situaciones de riesgo e incertidumbre, conducen a determinados sesgos de valoración y predicción" (p.393) . Es importante resaltar el contraste entre este tipo de concepciones, pues la actual logra encapsular no solamente el estudio del razonamiento del ser humano, sino que, además, integra las diferentes variables del contexto que inciden sobre él, obteniendo de esta forma una definición formal asociada a la psicología.

En el contexto científico, las heurísticas vendrían a introducirse junto a una serie de innovaciones didácticas fruto de las investigaciones en psicología sobre la racionalidad humana y en contextos o situaciones no deterministas. En ese sentido, se inscriben los estudios de Daniel Kahneman y Amos Tversky en la década de los años setenta quienes postularon su *enfoque sobre heurísticas y sesgos* que según Batanero (2001) cambió la forma de concebir el razonamiento no determinístico. Existen varios estudios en el ámbito educativo que han producido diversas conceptualizaciones de lo que son las heurísticas, en el presente estudio adoptamos lo que propone Batanero (2001) que dice "Una heurística es una estrategia inconsciente que reduce la complejidad de un problema probabilístico, suprimiendo parte de la información" (p.12).

5.3. Sesgo cognitivo o Falacia

De la mano del concepto de Heurística, surge la noción de sesgo cognitivo o falacia, término que introdujeron Kahneman y Tversky cuando descubrieron ciertos patrones del juicio

humano que no son estrictamente racionales. Aunque inicialmente el término se concibió para categorizar la imposibilidad de las personas de razonar intuitivamente con órdenes de magnitud muy grandes, con el avance de sus investigaciones los autores lo ampliaron para describir aquellos efectos psicológicos que producen las desviaciones en el juicio.

Hay una relación entre heurísticas y sesgos cognitivos, de acuerdo con Díaz (2003) desde la psicología, los juicios realizados por los estudiantes bajo situaciones de incertidumbre indican la elección de una regla o heurística que a menudo conlleva a la presencia de sesgos, por ello es común encontrar una clasificación que agrupa algunos sesgos dentro una categoría de heurísticas.

5.4. Heurística de representatividad

La heurística de la representatividad corresponde a la elección de una regla que en palabras de Serrano et al. (1998) corresponde a evaluar un suceso teniendo como base la representatividad de este en un determinado contexto. De la misma forma, Tversky y Kahneman (1974) definen esta heurística como "Evaluación del grado de correspondencia entre una muestra y una población, un ejemplar y una categoría, un acto y un actor o, más generalmente, un resultado y un modelo" (p.15). Lo anterior da cuenta de la principal característica de esta heurística, ya que cuando un sujeto elige este tipo de regla, de manera directa está sometiendo sus juicios con cierto grado de significancia basada en su contexto.

Para particularizar los errores que tienen como origen el uso de esta heurística se listan los siguientes sesgos:

5.4.1. Ley de los pequeños números

Reportado por algunos investigadores como el sesgo de insensibilidad al tamaño de la muestra, se define a partir del valor esperado de un estadístico muestral con el que se estima el estadístico poblacional, no obstante, como lo afirma Serrano et al. (1998), aunque el valor esperado

no dependa del tamaño de la muestra, la varianza del estadístico es una variable aleatoria que es inversamente proporcional al tamaño de muestra. Por ello, para hacer estimaciones razonables es necesario disponer de una muestra de tamaño *suficientemente* grande según la población.

Este sesgo es evidenciado cuando se realizan "estimaciones apresuradas", como lo menciona Tversky y Kanheman (1973), una característica principal de este error es hacer muy representativas las muestras pequeñas, ya que las personas suelen predecir resultados a partir de los sucesos iniciales de un evento, lo cual se establece como una conjetura equivocada dentro del razonamiento probabilístico.

5.4.2. Sesgo de concepciones erróneas sobre el azar

Este tipo de sesgo está estrictamente asociado a la representatividad de una secuencia aleatoria, como lo expone Serrano et al. (1998), "En un proceso aleatorio, se espera que una parte de la trayectoria represente fielmente el proceso. Por ello, las secuencias de resultados que parecen relativamente ordenadas no se consideran aleatorias" (p.3).

De acuerdo con lo anterior, un ejemplo de este sesgo sería considerar que dadas las siguientes secuencias al lanzar un dado balanceado de 6 caras, es más probable observar una secuencia del tipo a) que la descrita en b):

a) 2-3-1-4-5-3

b) 1-2-3-4-5-1

Consecuentemente, este tipo de razonamientos permiten deducir que una secuencia del tipo b) no ha sido producto del azar, justificando este juicio por la presencia de un patrón. A continuación, se presentan dos sesgos cognitivos que se deducen de este tipo de razonamiento.

5.4.2.1 Falacia del jugador

La falacia del jugador es un razonamiento que se enmarca dentro del sesgo concepciones erróneas sobre el azar; en palabras de Serrano et al. (1998), tiene que ver con la creencia de que los eventos del pasado condicionan los siguientes. En ese sentido, un ejemplo que describe este tipo de razonamiento es cuando al lanzar una moneda 5 veces y obtener la siguiente secuencia: CSCCC, se creerá que es más probable que en el próximo lanzamiento la moneda caiga en sello pues en los tres últimos lanzamientos se ha observado cara. En conclusión, se puede caracterizar la presencia de la falacia del jugador diciendo que un resultado tiene más probabilidad de ocurrir si no ha ocurrido en un cierto período.

5.4.2.2 Sesgo de la mano caliente

El sesgo de la mano caliente nace a partir del comportamiento que suelen tener los jugadores de basketball ya que la mayoría de las veces optan por pasar la pelota al jugador que ha conseguido encestar la pelota en las últimas jugadas, teniendo la creencia de que encestará en la próxima oportunidad. Según lo anterior, se puede afirmar que el sesgo consiste en atribuir con una mayor probabilidad la ocurrencia de un suceso dado que ha ocurrido con regularidad antes, un claro ejemplo corresponde a considerar el lanzamiento de una moneda, si se observa que los últimos 5 resultados son C+CCC, se cree que es más probable que en el próximo lanzamiento salga C, pues dado que se realiza una atribución de "racha" o que en un ámbito numérico como el de las loterías suelen llamar " números calientes".

Labrador (2015) en su investigación *Relevancia de los factores cognitivos en los juegos de azar*, señala un apartado de trabajos sobre distorsiones cognitivas en los juegos de azar, en donde señala que autores como Bar-Eli, Avugosa y Raa (2006) y Croson y Sundaili (2005) dan cuenta de la existencia de este sesgo en los juegos de azar, estimando su relevancia como limitada, debido al

tipo de juicio basado en la *Heurística de la representatividad*. La *Falacia del jugador* y el *Sesgo de la mano caliente* no suelen presentarse conjuntamente en término de referencias, pero al hacer un juicio sólo uno de ellos ocurre por su carácter complementario.

5.4.3. Falacia de las tasas base

La falacia de las tasas base fue uno de los sesgos cognitivos estudiados por Daniel Kahneman y Amos Tversky en 1982, en palabras de Fantino et al. (2013) citado por Pico, Gil y Clavijo (2017): "La falacia de las tasas de base es una situación en la que las personas ignoran información importante y se concentran en información específica que resulta menos confiable". (p.321), en otras palabras, es hacer más representativa la información que no es relevante al objeto de análisis.

5.4.4. Falacia de la conjunción

Para Kahneman et al. (1982), la base de este sesgo es suponer que la probabilidad de que dos o más eventos ocurran simultáneamente es mayor que la probabilidad de que sólo uno de ellos ocurra, simbólicamente sería:

$$P(A \cap B) > P(A)$$

Ahora bien, en la práctica esto es algo que las personas suelen ignorar, incluso aquellas que tienen estudios en estadística. Todo esto es debido al heurístico de representatividad, pues el error es creer que entre más características tenga un elemento de un conjunto, mayor será su probabilidad de ocurrir. Un ejemplo es el problema planteado por los dos investigadores, como se expone:

> Linda tiene 31 años, es soltera, extrovertida y muy brillante. Se especializó en Filosofía en la Universidad. Como estudiante le preocuparon mucho la discriminación y otros temas

sociales, y participó en demostraciones antinucleares. ¿Cuál de estas definiciones tiene más probabilidad de ser cierta?

a. Linda es cajera de un Banco

b. Linda es cajera de un Banco y activa militante del movimiento feminista. (Tversky y Kahneman, 1982, p. 34)

Con esta situación, que puede resultar sencilla de responder, se demuestra que la mayoría de las personas responden incorrectamente la opción b. Pues están considerando que, a mayor número de características el resultado es más representativo y por ende más probable de ocurrir.

5.5. Heurística de la disponibilidad

Se refiere a la facilidad en la que una persona recuerda ejemplos alrededor de una categoría, Díaz (2003) menciona al respecto que esta cualidad puede convertirse en un error al momento de realizar estimaciones probabilísticas, debido a que se considera más importante (y por lo tanto más probable) aquello que se recuerde con más facilidad.

Un ejemplo de el sesgo que se puede tener con esta heurística lo presentan Tversky y Kahneman (1972) como se cita en Salcedo y Mosquera, (2008):

> Si una persona visita por primera vez un restaurante y recibe un mal servicio, puede pensar que ese establecimiento es malo o muy malo. Sin embargo, para un cliente que frecuenta el mismo restaurante, a quien siempre han atendido bien, si en una oportunidad recibe un mal servicio no pensará lo mismo. (p.64)

De esta manera, queda en evidencia que, al momento de realizar algún tipo de juicio para un suceso en particular, se considera entonces más probable lo que se recuerde primero, ignorando la muestra total de ocurrencias asociadas a un suceso.

Los siguientes son sesgos que guardan relación con la categoría de errores asociados con el razonamiento basado en criterios de disponibilidad:

5.5.1 Sesgo del recuerdo de instancias

Este sesgo cognitivo deja en evidencia lo expuesto por la heurística de disponibilidad, ya que como lo menciona Salcedo y Mosquera (2008), al considerar un evento A cualquiera con una probabilidad determinada, una persona que obtenga recientemente la experiencia de este evento señalará que tiene una alta probabilidad de ocurrir. Un ejemplo clásico es considerar el evento A como un accidente de tránsito, la tendencia común es pensar que la probabilidad de que ocurra un accidente de tránsito es realmente alta (si recientemente ha tenido un accidente), pero estadísticamente no es correcto.

Tversky y Kanheman (1973) definen esta falacia como un juicio de la probabilidad de acuerdo con la instancia del sujeto. Para llegar a esta consideración propusieron una lista con igual cantidad de hombres y mujeres, teniendo como criterio de diseño que los hombres eran más famosos que las mujeres; la pregunta puntual que realizaban a un conjunto de sujetos era la siguiente, ¿Hay más hombres que mujeres en esta lista? La respuesta obtenida por excelencia era que la mayoría de los sujetos afirmaba que la cantidad de hombres era mayor que la cantidad de mujeres. Para las personas que respondieron la pregunta era mucho más fácil reconocer a los hombres que eran más famosos e ignorar el número de las mujeres bajo el hecho de que no las conocían.

5.5.2 Sesgo de correlación ilusoria

Tversky y Kanheman (1973) describen este sesgo a partir de los resultados ofrecidos por Chapman y Chapman (1967), en donde presentaron a un grupo de sujetos dos eventos, un primero que correspondía a que una persona presentara paranoia y un segundo evento definido como la

particularidad de dibujo de ojos realizado por una persona, el objetivo de presentar estos dos eventos fue que el evento B es considerado como uno de los síntomas particulares de una persona que evidencia paranoia; de esta forma, los resultados obtenidos al preguntar acerca de la probabilidad de ocurrencia de los dos eventos, fueron la sobreestimación de la probabilidad de ocurrencia de los dos eventos simultáneamente; a esto deja en evidencia cierto tipo de correlación entre los dos eventos anteriormente, de ahí su nombre. Salcedo y Mosquera (2008) hacen énfasis en que esta falacia crea una existencia de relación de causa y efecto entre los eventos, promoviendo un razonamiento errado.

5.5.3 Sesgo debido a la efectividad de un conjunto de búsqueda

Este sesgo fue definido por Tversky y Kanheman (1973) a partir de considerar una palabra al azar de (de 3 letras o más), se entrevistó a un conjunto de sujeto y se les preguntó si era más probable que se obtuviera una palabra que empezara con la letra r o era más probable obtener una palabra que finalizara con la letra r, la respuesta ofrecida por la mayoría de los sujetos de estudio estuvo enfocada hacia la facilidad para recordar palabras que empezaran con la letra r (ejemplo: rio), y la dificultad de recordar palabras que terminaran en r(ejemplo: sur) en este sentido, mencionaban que era más probable obtener una palabra que comenzara con la letra r, lo cual teóricamente no es correcto, ya que en efecto, hay más palabras que terminan con la letra r. Consecuentemente se identificó que la estrategia de la mayoría de personas es intentar buscar palabras que cumplan alguna de las condiciones anteriores, lo cual se define como la búsqueda de elementos de un conjunto.

5.5.4 Sesgo debido a la imaginación

Este sesgo está muy asociado con el número de instancias que se pueden considerar al momento de evaluar la probabilidad de ocurrencia de un evento, como se explica a continuación:

> Si un grupo de personas está planeando una excursión y les interesa evaluar los riesgos que podrían correr durante ese viaje, lo primero que pueden hacer es imaginar las posibles contingencias con las cuales se podrían enfrentar durante la excursión. Mientras más vivamente se planteen los posibles riesgos, más peligrosa les parecerá la excursión. Sin embargo, la probabilidad real de ocurrencia de todos esos eventos podría ser muy baja. (Salcedo y Mosquera, 2008, párr. 19)

De esta manera, se observa como la imaginación desempeña un valor clave en la evidencia de este sesgo, de ahí proviene su nombre y la relación con la heurística, pues la mayoría de las instancias propuestas surgen a partir de la misma disponibilidad de ideas que se puedan obtener alrededor de la ocurrencia de un evento.

5.5.5 Sesgo del pensamiento mágico

El sesgo del pensamiento mágico consiste en, como lo afirma Labrador (2016), "considerar que algunos eventos pueden actuar sobre el resultado y ayudar al jugador a ganar" (p.91). En donde el significado de estos eventos se atribuye a fechas especiales, días de suerte, etc. Un ejemplo de la presencia de este sesgo corresponde a los juegos de lotería, en donde las personas eligen los números basándose en números de la suerte, de cumpleaños, etc. Atribuyendo una mayor probabilidad a este tipo de elección.

5.6. Sesgos no asociados a una Heurística

A partir de los estudios realizados por Tversky y Kanheman (1972), diversas investigaciones han dado cuenta de diferentes sesgos cognitivos que no necesariamente se basan en el uso de la Heurística de la disponibilidad o Representatividad, por lo que son enunciados particularmente como independientes.

Con base en lo anterior, en la presente investigación se tomó la decisión de estructurar algunos de estos sesgos cognitivos, los cuales se muestran a continuación:

5.6.1. Sesgo de equiprobabilidad

El sesgo de equiprobabilidad fue reportado a partir de los experimentos desarrollados por Lecoutre y Durand (1988), los cuales consistían en considerar el lanzamiento de dos dados como experimento aleatorio y preguntar si era más probable, por ejemplo, obtener un 5 y 6 al lanzar los dados, o era más probable obtener dos veces el 5. Desde una perspectiva teórica, de lo anterior es posible afirmar que la probabilidad de obtener un 5 y 6 es exactamente $\frac{2}{36}$ y, por otro lado, la probabilidad de obtener 5 y 5 es $\frac{1}{36}$.

Los resultados del experimento permitieron evidenciar que gran mayoría de las personas que respondieron esta pregunta afirman que son igualmente probables los sucesos mencionados anteriormente, sin embargo, como lo menciona Serrano et al. (1997), el razonamiento que suelen usar las personas no está centrado en el razonamiento combinatorio, sino en la dependencia del experimento por el azar, de ahí que consideren como lo afirma Serrano et al. (1997) "Una extensión indebida de la regla de Laplace y la no discriminación de las situaciones en la que es o no es aplicable el principio de indiferencia" (p.10).

5.6.4. Sesgo de la confianza de hábitos

El sesgo de la confianza de hábitos corresponde a la toma de decisiones o juicios basados en la regularidad de elecciones *habituales* de sucesos correspondientes a un experimento aleatorio, por lo que se atribuye una mayor probabilidad de ocurrencia si se considera este tipo de información.

El ejemplo más cercano desde el marco de los juegos de azar concierne a la ruleta, en donde se realizan apuestas como, por ejemplo:

- Números cercanos vecinos del 0: {32,15,19,4,21,2,23,35,3,26,28,29,7,22}
- Números huérfanos: {1,20,14,31,9}
- Números pares e impares

De acá que se pueda deducir que la elección en el juego afecta directamente la probabilidad de ocurrencia de un suceso, dada la significancia que se le está dando.

5.6.5 Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos

Explícitamente en la literatura no se encuentra reportado este sesgo cognitivo, no obstante, para efectos del análisis de resultados se considerará esta categoría de error para asociar los tipos de juicios que involucran la idea de una concepción errada del azar en resultados numéricos dado que no se ajustan a ningún tipo de razonamiento anteriormente descrito:

5.6.5.1 Por variabilidad de números.

Este sesgo consiste en atribuir una mayor probabilidad de ocurrencia a elecciones de números con características variadas, por ejemplo, creer que en el lanzamiento de un dado es más probable observar números como 2, 4 y 6 porque son pares o considerar que para hacer una buena elección de números en el contexto de una rifa o lotería debería elegirse números cuyas cifras varíen.

5.6.5.2 Por ubicación espacial.

Este error se relaciona a aquellos razonamientos que involucran la asignación de una mayor probabilidad a elecciones de números por la ubicación espacial de estos en un espacio físico, por ejemplo, creer que la elección de los números 10, 35 y 67 en una rifa solidaria es

mayormente probable porque se encuentran distribuidos por el cartón, al contrario de una elección como los números 55, 56 y 45.

6. Metodología

6.1. Descripción general

La presente investigación se encuentra fundamentada a partir de las diversas dificultades que ha reportado la literatura en la enseñanza de la Estadística a nivel universitario, por tanto, el trabajo tiene como objetivo identificar sesgos en el razonamiento probabilístico en estudiantes de Estadística I de la Universidad Industrial de Santander en dos momentos, al inicio del curso (primer día de clase) y después de revisar el tema de Elementos de Probabilidad con la intención de contrastar los sesgos en el razonamiento que se pueden identificar y que persisten aún después de la intervención del profesor.

Para lograr el objetivo, el presente estudio adopta un enfoque cualitativo, el cual incluye herramientas estadísticas descriptivas para el análisis y resumen de información, por su parte la identificación y caracterización de sesgos observados se hizo a partir del análisis de las respuestas dadas.

6.2. Selección de la muestra de estudio

En el presente trabajo de investigación los participantes fueron seleccionados a partir de un muestreo no probabilístico de tipo intencional, con el motivo de escoger un grupo de estudiantes que estuvieran iniciando el curso de Estadística I para realizar las mediciones respectivas. La muestra seleccionada fue de 23 estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas y 22 estudiantes del programa de Matemáticas, para un total de 45 estudiantes de nivel superior que se encuentran entre cuarto y sexto semestre, sus edades se distribuyen en un rango de 6 años de amplitud siendo 18 el mínimo y 22 la máxima edad. Todos los estudiantes recibieron la clase de Estadística I con el mismo profesor durante el primer semestre académico de 2022.

6.3. Diseño de los instrumentos de recolección de datos

En ese sentido, se diseñaron dos instrumentos de recolección de datos que fueron diligenciados por los estudiantes durante una sesión de clase de manera electrónica (formulario de Google), a continuación, se describen las etapas que siguieron los dos diseños requeridos:

1. Diseño de la primera versión del instrumento.
2. Revisión por un grupo de expertos de la primera versión del instrumento.
3. Ajuste del instrumento acorde a las observaciones del grupo de expertos.
4. Pilotaje del instrumento ajustado: diligenciamiento del instrumento por dos voluntarios.

El primer día de clase se aplicó el primer instrumento a los estudiantes, el test que se les presentó a los estudiantes se construyó alrededor del tema de las rifas solidarias (Ver Anexo 3), luego una vez el profesor del curso terminó la parte referente a Elementos de Probabilidad se aplicó el segundo instrumento que tenía como tema central el juego del bingo (Ver Anexo 4), la estructura de los dos instrumentos se resume a continuación:

Instrumento 1		**Instrumento 2**	
Contexto:	Las rifas solidarias	**Contexto:**	El juego de bingo
Preguntas introductorias	3	**Preguntas introductorias**	0
Sección 1	7	**Sección 1**	9
Sección 2	4	**Sección 2**	3
Sección 3	3	**Sección 3**	0
Total preguntas	17	**Total preguntas**	12

Las preguntas fueron construidas proponiendo escenarios de toma de decisiones, adicionalmente cada una de ellas obedecía a un objetivo específico en relación con el tema central del trabajo que es identificar sesgos cognitivos o intuiciones (primarias o secundarias) acorde a nuestra revisión bibliográfica. A continuación, se muestra un ejemplo del diseño que se hizo para cada una de las preguntas:

Tabla 1

Pregunta 7 del primer instrumento de recolección de datos junto al objetivo y respuesta correcta.

Pregunta 7	**Objetivo**	**Respuesta correcta**
¿Cuál de estas estrategias de juego considera es más efectiva al comprar un número en una rifa? 1. Elegir un número pequeño (parte superior del cartón) 2. Elegir un número $\leq$ que 50 y par. 3. Elegir un número par.	Identificar el sesgo de la Falacia de la conjunción que consiste en creer que la probabilidad de la intersección es mayor que la probabilidad de los eventos individuales. Podrían emerger otros sesgos.	La probabilidad de que salga un número menor o igual a 50 es: $\frac{50}{100}$ La probabilidad de que el número ganador sea menor o igual que 50 y par es: $\frac{25}{100}$ La probabilidad de que el número ganador sea par es: $\frac{50}{100}$ Respuesta correcta: 1 o 3

El diseño de las demás preguntas pueden ser consultadas en el apartado de Anexos (ver Anexo 1 y Anexo 2).

Finalmente, para el análisis de los resultados obtenidos tras la implementación de los instrumentos se creó una base de datos en el software de Microsoft Excel, en donde se estudió cada una de las respuestas obtenidas por cada participante, analizando la respuesta y el argumento observado para luego asignar el sesgo identificado.

7. Análisis de resultados

En el presente apartado se expondrán los diferentes resultados obtenidos luego de la implementación de los dos instrumentos de recolección de datos a la luz del marco teórico. En ese sentido, se propone el análisis de los resultados por pregunta. Se aclara que en dado caso que se desee hacer referencia a una producción realizada por alguno de los participantes, esta se realizará según el orden en el que finalizaron la prueba, por ejemplo, el primer estudiante que terminó de contestar el primer instrumento será etiquetado como **E1** y así cuando sea necesario.

7.1 Análisis primer instrumento de recolección de datos

El primer instrumento de recolección de datos estuvo enmarcado por el diseño de 3 secciones diferentes con un total de 19 preguntas. A continuación, se presentan los resultados emergentes por cada sección.

7.1.1. Análisis de las preguntas de la Sección 1

La sección 1 del primer instrumento de recolección de datos tuvo como objetivo identificar sesgos cognitivos en el razonamiento probabilístico asociados a la **Heurística de representatividad** y **disponibilidad**, de esta manera el juego de azar seleccionado para este apartado fue el de la rifa solidaria. Es importante mencionar que el formato de juego presentado en este apartado fue el clásico, a continuación, se muestra el cartón de juego al cual se hace referencia.

Figura 3

Cartón de juego de una rifa solidaria propuesto para la sección 1

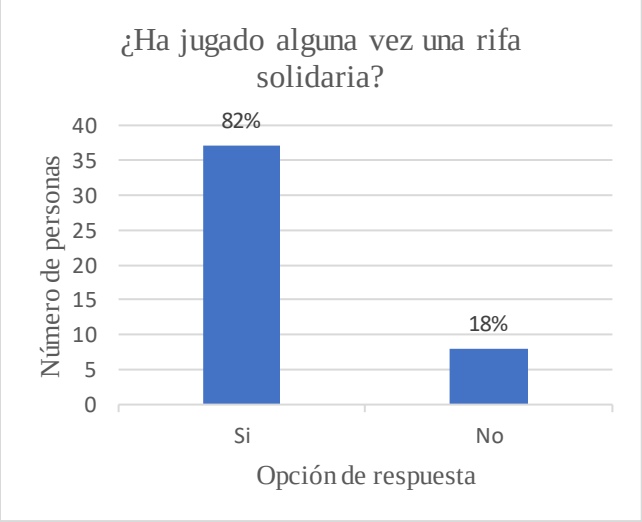
00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

A partir de la información anterior se analizarán las siguientes preguntas:

Resultados pregunta Introductoria 1 (Pi1)

Figura 4

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta introductoria 1



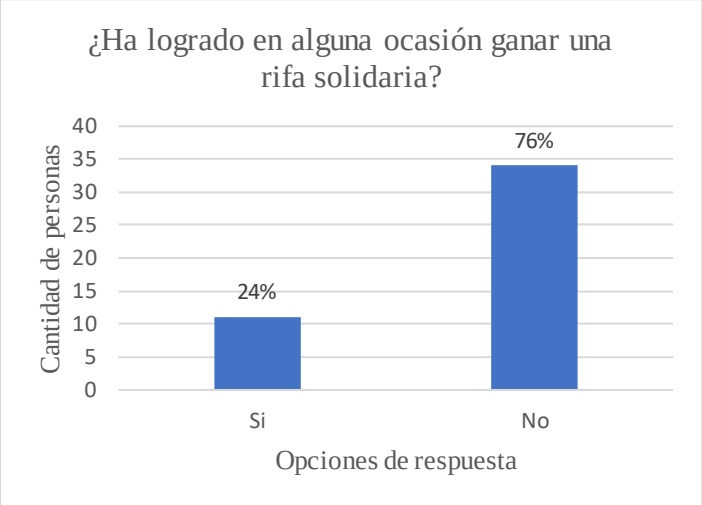
La anterior Figura permite observar que 37 de los participantes (82% de la muestra) han estado relacionados con el juego y, por tanto, poseen experiencias alrededor de este escenario,

mientras que el resto de los participantes (18%) manifiestan que no han participado en ninguna rifa solidaria.

Resultados pregunta introductoria 2 (Pi2)

Figura 5

Frecuencia y porcentaje de las opciones de respuesta en la pregunta introductoria 2



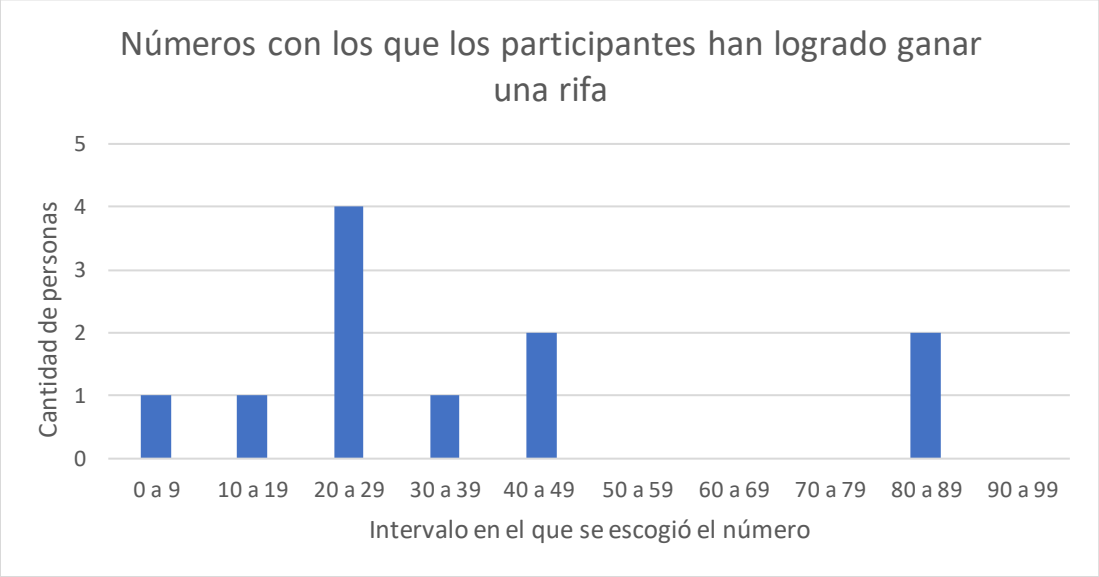
Cabe resaltar que el 18% que afirmó no haber jugado en ninguna ocasión, hacen parte del 76% que aquí responden que no han ganado en ningún momento de sus vidas una rifa solidaria, por lo cual, de las personas que, si han jugado, realmente el 58% no ha logrado ganar en ninguna ocasión. Por tanto, se puede afirmar que los estudiantes no han tenido una muy buena experiencia alrededor de las apuestas en rifas solidarias.

Resultados pregunta introductoria 3 (Pi3)

De acuerdo con la anterior pregunta sólo el 24% de la muestra ha logrado ganar una rifa solidaria, las opciones de números con las que han logrado ganar se presentan a continuación a través de dos tipos de representaciones gráfica:

Figura 6

Frecuencia y porcentaje de los números con los que los participantes han logrado ganar una rifa organizados por intervalos.



Nota. El gráfico de barras representa la frecuencia de los participantes que eligieron el número ganador ubicados por intervalos.

Figura 7

Distribución de los números con los que los participantes han logrado ganar una rifa solidaria.

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26 (2)	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

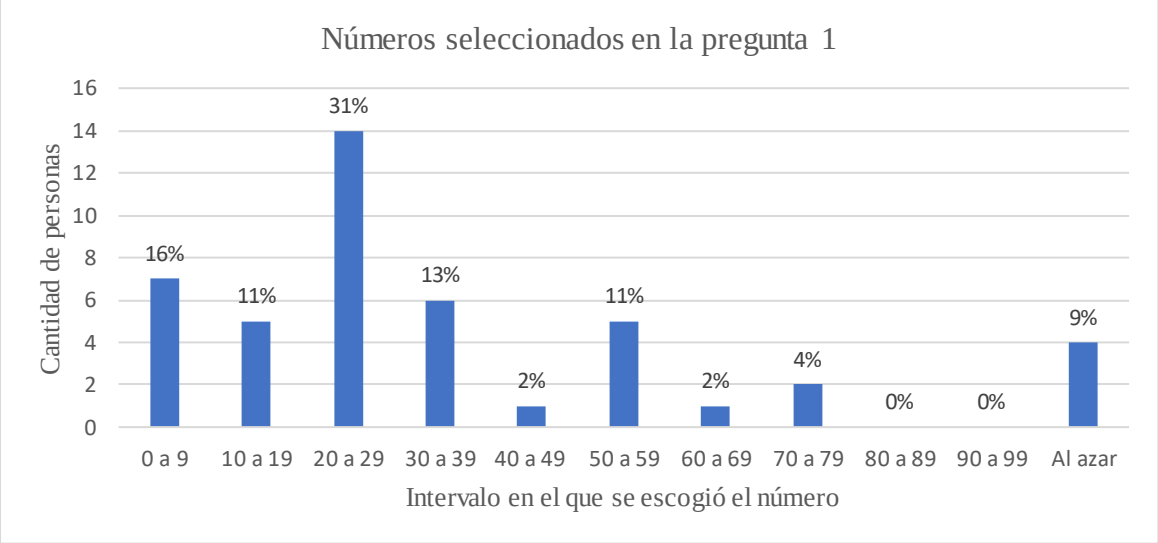
Aunque es una muestra pequeña, se puede notar que 9 de los 11 números reportados como ganadores se ubican en la parte superior del cartón (intervalo [0,50]).

7.1.1.1 Análisis de la pregunta 1 (P1S1).

La primera pregunta supone el inicio de la venta de una rifa solidaria y al participante como el primer cliente, esto ubica al estudiante en un escenario real de toma de decisiones donde debe considerar 100 posibilidades. A continuación, se presentarán los números escogidos por los participantes organizados por intervalo:

Figura 8

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 1



En la anterior Figura se puede evidenciar que el 73.3% de los estudiantes seleccionaron un número menor que 50, lo cual visto en el formato del cartón de la rifa da cuenta de una gran acumulación en la parte superior como se ilustra a continuación:

Figura 9

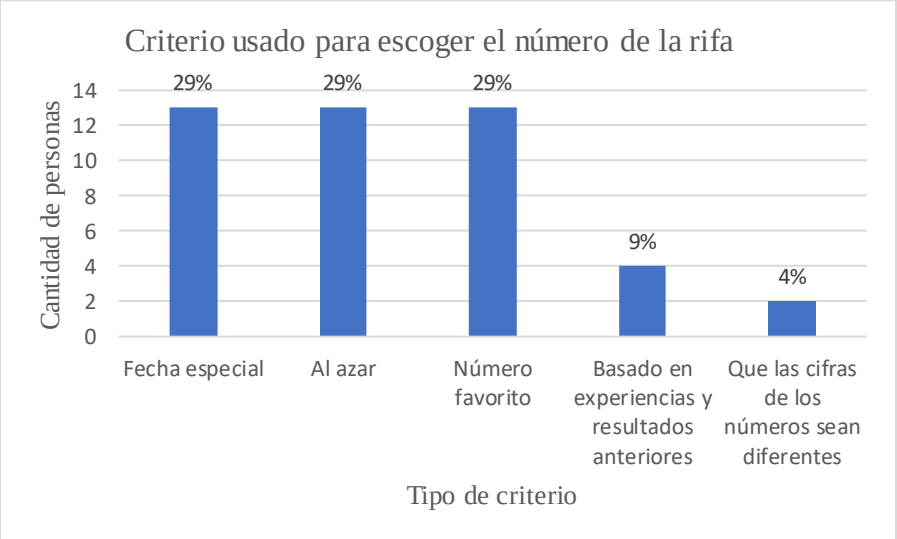
Distribución de los números seleccionados por los participantes en el cartón de juego.

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

La información observada anteriormente junto con lo presentado en la Figura 6 y la Figura 7, permite identificar una tendencia a elegir números pequeños, particularmente menores que 50. A continuación, se mostrará una clasificación de los tipos de argumentos usados por los estudiantes para la elección del número.

Figura 10

Frecuencia y porcentaje de los participantes en los tipos de argumentos observados en la pregunta 1



Como se puede notar en la Figura 10, el 58% de la muestra de participantes eligió el número basado en un número significativo (favorito o fecha especial), esto refiere según Labrador (2016) al ***sesgo del pensamiento mágico***. De manera análoga, se puede destacar que cerca del 29% de los estudiantes justificaron de manera acertada, dado que su elección estuvo basada en considerar la naturaleza aleatoria del juego, por lo cual cualquier número tiene la misma probabilidad de ocurrir.

Retomando la **Heurística de la disponibilidad**, esta sólo se evidenció en 4 estudiantes (9%), ya que justifican la elección del número con base en resultados anteriores, por ejemplo, esta es una respuesta que ilustra este razonamiento:

E30: "Observando la cantidad de veces en que dicho número ha caído anteriormente".

De otro lado, acorde con la Figura 10, se evidencia que 2 estudiantes justifican su elección basándose en que un número tiene mayor probabilidad de ocurrir si sus cifras son diferentes, por ejemplo, es más probable que el número ganador sea el 36 que el 55. Este resultado será de vital importancia para contrastarlo con resultados posteriores.

7.1.1.2. Análisis de pregunta 2 (P2S1).

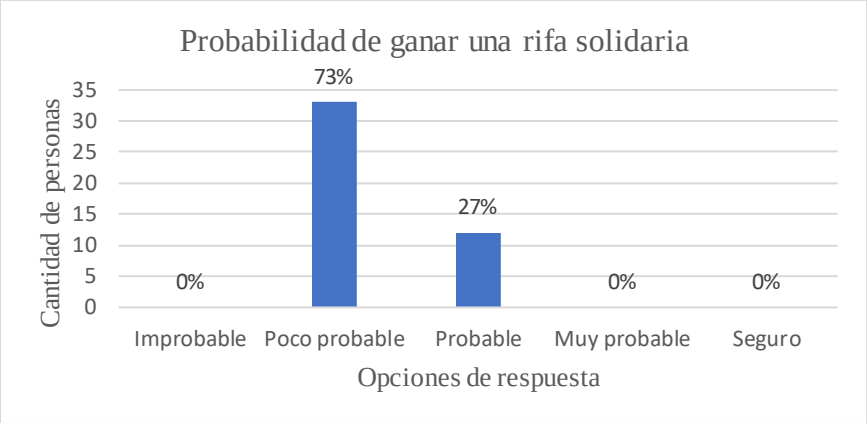
La pregunta 2 estuvo orientada en la asignación de probabilidad de ganar una rifa solidaria, planteándose la pregunta: *¿Qué tan probable cree que es ganar una rifa solidaria?* Las opciones de respuesta corresponden a una escala cualitativa de medición de probabilidades:

a) Improbable
b) Poco probable
c) Probable
d) Muy probable
e) Seguro

A continuación, los resultados obtenidos frente a este cuestionamiento:

Figura 11

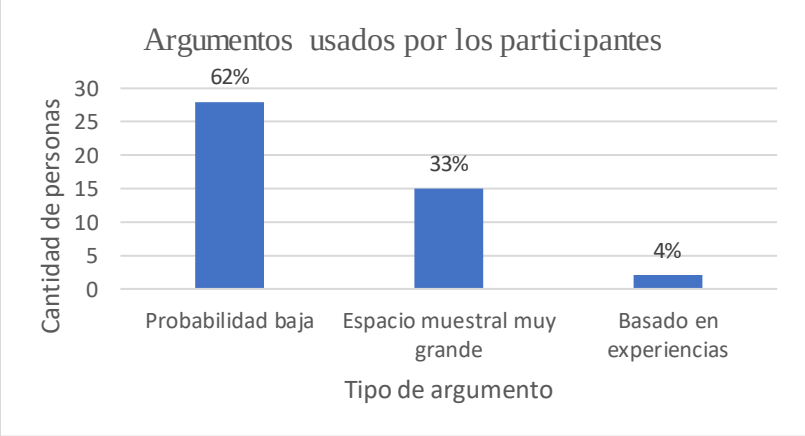
Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 2



Como se puede observar en la anterior Figura sólo hubo dos tipos de respuesta, el 73% de los participantes se ubicó en Poco probable y el 27% en la opción Probable, no se evidenció ninguna opción de improbable o muy seguro. Las justificaciones dadas por los participantes se resumen a continuación:

Figura 12

Frecuencia y porcentaje de los participantes en los tipos de argumentos observados en la pregunta 2.



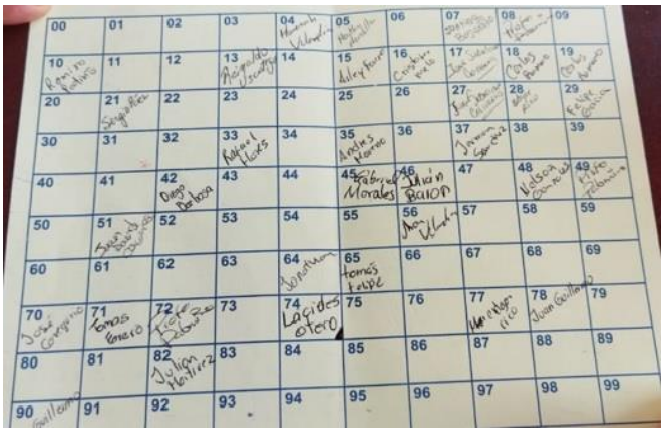
Se observa claramente que sólo el 4% de la muestra basó el argumento en experiencias, evidenciando nuevamente el uso de la **Heurística de la disponibilidad** y el sesgo del recuerdo de instancias en un nivel bajo, 2 estudiantes menos que lo que se pudo identificar en el análisis de la pregunta **P1S1.** En efecto, el 95.5% justificó la elección haciendo uso de elementos teóricos, lo cual, en contraste con los resultados de la pregunta anterior, aumentó en un 66%.

7.1.1.3. Análisis de la pregunta 3 (P3S1).

Retomando la Pregunta 1 **P1S1** del apartado de preguntas introductorias, los estudiantes tenían total libertad sobre la elección del número, lo más probable es que si se les presentara de nuevo otro tipo de cartón, la elección y justificación serían la misma, por lo que, con el interés de que los estudiantes cambiaran su elección, se presentó el siguiente cartón que corresponde a la venta real de una rifa:

Figura 13

Cartón de una venta solidaria utilizado en la pregunta 3.

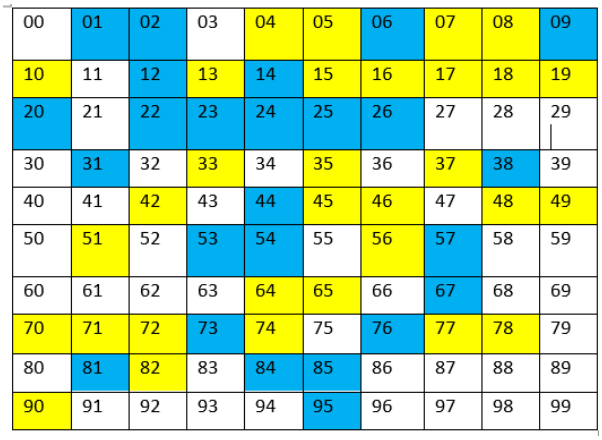


De acuerdo con la anterior Figura, es fácil deducir que algunos estudiantes deberán realizar un cambio en su primera elección de número ya que éste puede estar ocupado y dentro de las reglas del juego, es imposible que dos personas elijan un mismo número. A continuación, se presenta una

Figura que representa las dos elecciones de números en el cartón, en donde los números marcados en color amarillo representan los que ya habían sido seleccionados, y los de color azul los que los estudiantes escogieron.

Figura 14

Resultado del cartón al visualizar las respuestas de los estudiantes.



Nota. Los números que se encuentran en color amarillo representan los números seleccionados por los estudiantes, mientras que, los azules representan los números que estaban ocupados (previamente comprados) como se observa en la Figura 13.

Se observa una concentración menor en los números ubicados en la parte superior del cartón (menores o iguales que 50), esto se puede apreciar mejor a partir de la siguiente Tabla:

Tabla 2

*Tabla de contigencia Elección del tipo de cartón * Intervalos*

	0-9	**10-19**	**20-29**	**30-39**	**40-49**	**50-59**	**60-69**	**70-79**	**80-89**	**90-99**	**Al azar**
Cartón: Pregunta 1	7 16%	5 11%	14 31%	6 13%	1 2%	5 11%	1 2%	2 4%	0 0%	0 0%	4 9%

Cartón: Pregunta 3	8 18%	5 11%	10 22%	3 7%	1 2%	7 16%	2 4%	2 4%	4 9%	0 0%	1 2%

De esta manera, se puede observar que la concentración de estudiantes que eligieron números menores que 50 bajó (pasó de un 73% a 60%), se evidencia entonces un 40% de la muestra que elige números ubicados en la parte inferior del cartón (números mayores que 50), 9% más que cuando el cartón se encontraba vacío. Con el objetivo de analizar la razón que fundamentó el cambio en la elección de los números se presentarán los siguientes gráficos de barras en las siguientes Figuras:

Figura 15

Frecuencia y porcentaje de la acción observada en la elección del número realizada por los participantes

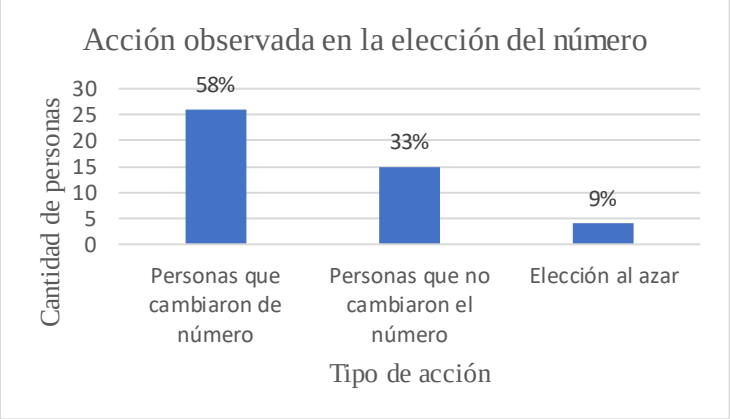
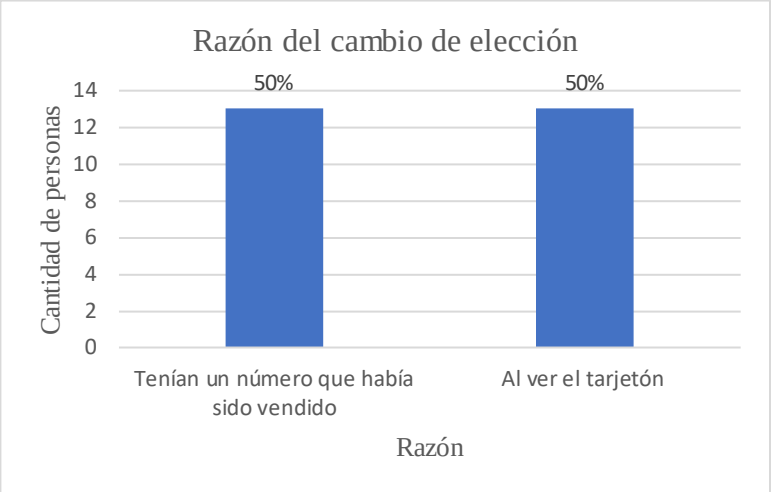


Figura 16

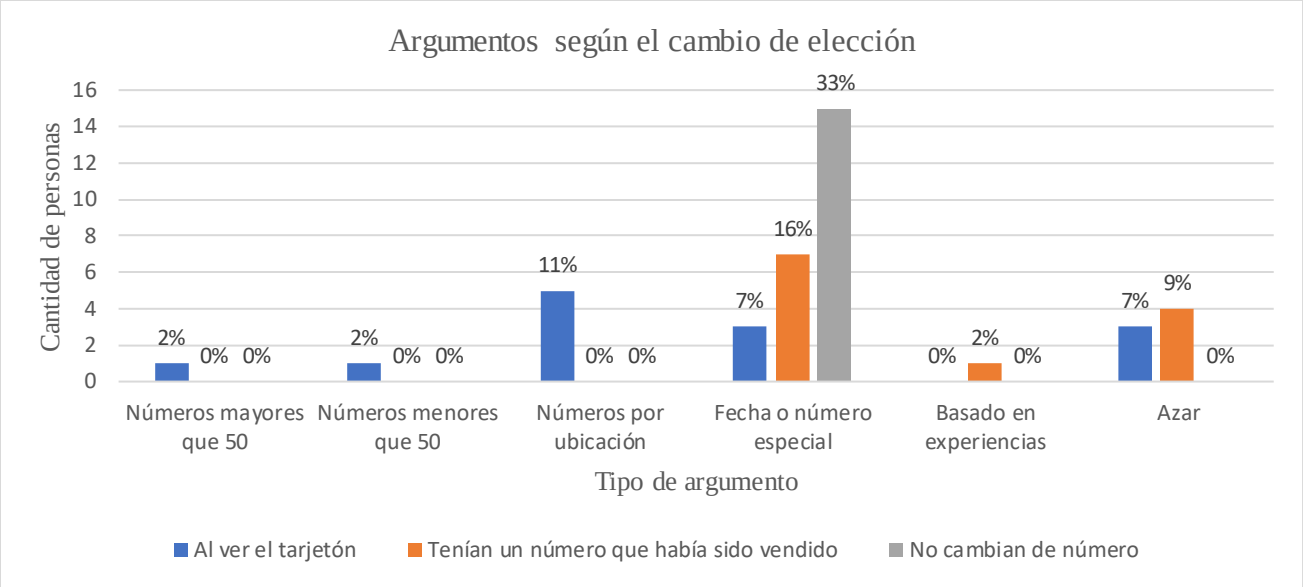
Frecuencia y porcentaje de razón del cambio del número con relación a la elección observada en ***P1S1***



De la Figura 15, se puede evidenciar que exactamente 26 participantes (58% de la muestra) realizó un cambio en su elección, de aquellos que cambiaron, según la Figura 16 la mitad lo hizo al ver que tenían un número que en la rifa ya había sido vendido, por lo que el cambio era obligatorio, mientras que el otro 50% cambió el número al ver el progreso del tarjetón. Los resultados de los argumentos se muestran a continuación:

Figura 17

Frecuencia y porcentaje de los argumentos observados en la pregunta 3 y discriminado por quienes cambiaron de número y los que no.



Nota. El gráfico representa la cantidad de personas que justificaron la elección del número por algún tipo de argumento discriminado por quienes no cambiaron de número, quienes lo hicieron, pero fue al ver el tarjetón o por tener un número que había sido comprado.

El primer sesgo que puede identificarse es ***el sesgo del pensamiento mágico*** en los estudiantes que fundamentaron la elección del número en una fecha o número especial, lo cual representa un 56% del total de la muestra. De igual manera se observa que un único participante basó su elección en experiencias anteriores, dando cuenta de la ***Heurística de la disponibilidad***.

Por otro lado, los argumentos de los estudiantes que cambiaron la elección una vez que visualizaron el tarjetón evidencian cerca del 42% (11% del total de la muestra) el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar: por ubicación espacial***, dado que asignan mayor probabilidad a lugares específicos del cartón, a continuación, se presentarán algunos ejemplos con este tipo de argumento:

Tabla 3

Tabla que representa el número del estudiante, el número escogido y su justificación correspondiente.

Estudiante	Número escogido	Justificación
E15	54	"Está centrado"
E21	54	"Creo que es más probable que el número de dos cifras que salga sea entre los números de la mitad"
E24	85	"Los espacios más vacíos del cartón"

Desde el análisis de toda la muestra (ver Figura 17) se puede concluir que se identificaron los siguientes sesgos:

Tabla 4

Sesgos identificados en la pregunta 3 con el respectivo porcentaje,

Heurística	Tipo de sesgo	Porcentaje
Disponibilidad	Sesgo de recuerdo de instancias	2%
	Sesgo del pensamiento mágico	56%
No definida	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial	11%

7.1.1.4. Análisis de la pregunta 4 (P4S1).

Con el interés de indagar a fondo la evidencia del sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial***, se presentó una situación entre dos personas: Carlos y Tania, las cuáles decidieron comprar 3 números en una rifa solidaria, las

elecciones se presentan en la Figura 18, la pregunta textualmente realizada y los resultados observados se presentan a continuación en la Figura 19:

Figura 18

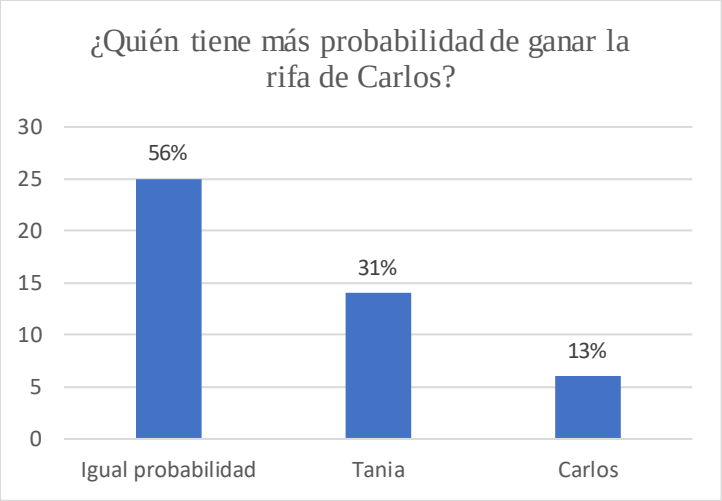
Compra de números de dos personas en una rifa solidaria.

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Nota. Los números que se encuentran en color azul representan la elección hecha por Tania y los que se encuentran color negro la elección hecha por Carlos.

Figura 19

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 4



Al analizar el anterior gráfico de barras (ver Figura 19) se evidencia que el 56% de los participantes seleccionaron que las dos personas tenían exactamente la misma probabilidad. En particular, el argumento utilizado por estas 25 personas fue el correcto: "Misma cantidad números comprados". El anterior resultado deja en contraste el tipo de razonamiento que usaron los estudiantes en esta etapa de la prueba, que desde una perspectiva general se aleja del razonamiento intuitivo y empírico.

De acuerdo con la Figura 19, queda explícito que exactamente 20 alumnos (44%) afirmaron que las elecciones de estas dos personas constituían diferentes probabilidades de ganar, los argumentos usados para fundamentar esta respuesta se resumen en la siguiente Tabla:

Tabla 5

Tabla que representa la frecuencia de los argumentos utilizados según la opción de respuesta.

	Ubicación espacial	**Variabilidad de los números**	**Misma cantidad de números**	**Total**
Tania	7	8	0	15
Carlos	1	4	0	5

Igual probabilidad	0	0	25	25
Total	8	12	25	45

Observando la anterior Tabla se puede establecer que en total 8 estudiantes basan su argumento en la ubicación espacial. A continuación, se presentan 3 argumentos asociados a este sesgo cognitivo.

Tabla 6

Ejemplos de justificaciones realizadas alrededor de la ubicación espacial de los números.

Opción seleccionada	Justificación del estudiante
Carlos tiene mayor probabilidad	**E19:** "Sus datos están más juntos y creo que a diferencia de las elecciones de Tania, tiene cierta mayor probabilidad".
Tania tiene mayor probabilidad	**E10:** "Según la imagen presentada, la probabilidad de que Tania gane es mayor ya que hay una mayor distribución de los números que ella escogió".
	E28: "porque sus números están dispersos".

De la Tabla anterior se deja en evidencia el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** en un 18% de la muestra aproximadamente.

Además de los argumentos anteriormente descritos, se logró identificar en los participantes que basaron su argumento en la variabilidad de los números (27% de la muestra) el sesgo llamado

concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números, esto debido a que los estudiantes creen que es más probable que el número ganador sea alguno de estos: 26, 38 y 47 a que sea alguno de estos: 22, 23 o 24 o viceversa. A continuación, se presentan algunos de los argumentos realizados:

Tabla 7

Ejemplos de justificaciones realizadas por los estudiantes alrededor del sesgo de concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números.

Opción seleccionada	Justificación del estudiante
Tania tiene mayor probabilidad	**E3:** "Al tener diferentes opciones de números tiene más opciones de ganar".
	E4: "Ya que es más probable sacar números aleatoriamente que números consecutivos"

Lo observado en la Tabla 7 lleva a afirmar que, quienes justificaron su respuesta según la variabilidad de los números reconocen un patrón en las elecciones hechas por Carlos, por tanto, los participantes que eligieron la opción Tania creen que el orden no está relacionado con el azar.

Con el objetivo de sintetizar la información recolectada se presentará la siguiente Tabla con los porcentajes de evidencia de los sesgos mencionados anteriormente:

Tabla 8

Sesgos identificados en la pregunta 4 con el porcentaje de evidencia correspondiente.

Heurística	Tipo de sesgo	Porcentaje

No definida	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números	27%
	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial	18%

7.1.1.5. Análisis de la Pregunta 5 (P5S1).

Los resultados de la anterior pregunta permitieron identificar que un gran porcentaje de estudiantes asignó a una de las personas una probabilidad mayor según su elección, de acuerdo con la Figura 19 se observó que alrededor del 31% del total de la muestra seleccionó que Tania tenía mayor probabilidad de ganar por la variabilidad de los números o por su dispersión, este era un resultado que se esperaba a la luz del marco teórico, por esa razón, la pregunta 5 pretende un cambio en la elección de los números de la siguiente manera:

Figura 20

Cartón de la pregunta 5 con la elección de Carlos dispersa (color negro)

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Nota. La elección de los números de Carlos ahora es más dispersa (color negro)

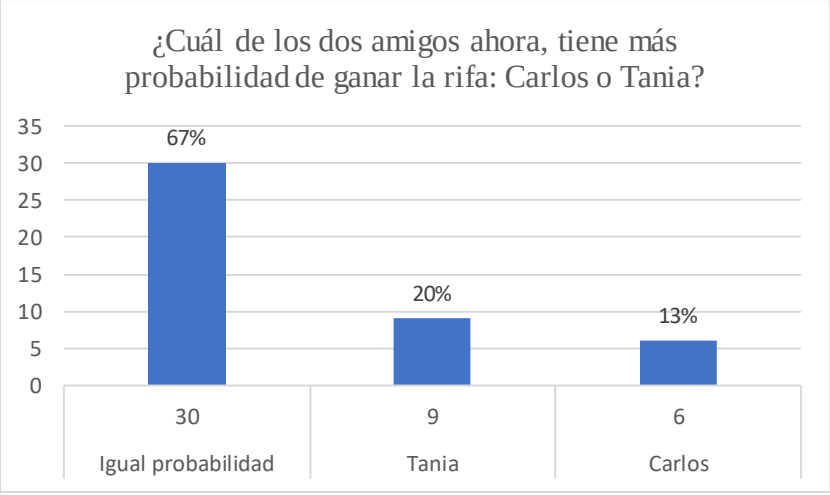
De acuerdo con la Figura anterior, la elección de los números de Tania es la misma, en cambio la elección de los números de Carlos es diferente y responde a las siguientes características:

- Las cifras de los números son diferentes.
- Los números no son consecutivos.
- Son menos dispersos que los números seleccionados por Tania.

La situación y la pregunta planteada en este apartado fue la siguiente: *Carlos decide cambiar su elección inicial y ahora escoge los números que aparecen en color negro en la siguiente imagen. ¿Cuál de los dos amigos ahora, tiene más probabilidad de ganar la rifa: Carlos o Tania?* Los resultados se presentan a continuación.

Figura 21

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 5



Se puede observar que cerca del 67% que corresponde a un total de 30 personas del total de la muestra, seleccionaron la opción Igual probabilidad, haciendo referencia a que, tanto Carlos como Tania tienen la misma probabilidad de ganar la rifa, al respecto se debe mencionar que, alrededor del 84% del total de participantes mantuvieron su elección de la **P4S1** con respecto a la **P5S1**: 25 de la opción Igual probabilidad, 8 de la opción Tania y 5 de la opción Carlos.

Realizando un contraste entre la Figura 19 y 21, se puede observar que 5 personas más (que corresponde al 11% de la muestra) eligieron en esta situación que tanto Tania como Carlos tenían Igual probabilidad de ganar, particularmente estos 5 participantes habían seleccionado en la pregunta 4 que Tania tenía mayor probabilidad de ganar, a continuación, se muestran los argumentos expuestos por 2 de estos 5 estudiantes:

E9: "Pues ambos tienen la misma cantidad de opciones (tres), y están repartidas por todo el tablero."

E12: "Creería que ambos pues los dos han escogieron números al rededor del tarjetón, dándoles la posibilidad de que ganen por igual."

Una vez que los estudiantes observaron que los números seleccionados por Carlos ya no eran consecutivos dedujeron que las probabilidades de ganar eran las mismas, basando su argumento en que los dos conjuntos de elecciones estaban ahora, dispersos por el cartón.

Lo anterior da cuenta de cómo la ubicación espacial afecta el tipo de razonamiento probabilístico en la toma de decisiones, lo cual deja en evidencia la existencia de este sesgo en una muestra de 45 estudiantes.

La siguiente Tabla representa los argumentos de los estudiantes en este apartado con la frecuencia correspondiente:

Tabla 9

Tabla que representa la frecuencia del uso de argumentos según la opción seleccionada.

	Ubicación espacial	**Variabilidad de los números**	**Igual cantidad de números**	**Total**
Tania	5	4	0	9
Carlos	1	5	0	6
Igual probabilidad	5	0	25	30
Total	11	9	25	45

Se debe resaltar que los participantes que seleccionaron que la opción Tania como la que tenía mayor probabilidad lo hicieron mayoritariamente porque los números se encontraban mucho más dispersos por el cartón que los de Carlos, considerando la muestra total refiere a un 11% que aún con el tipo de cambio sigue dando cuenta del sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial,*** el cual a nivel general se identificó en 11 alumnos que corresponden al 24% del total de la muestra aproximadamente, 6% más que en la pregunta anterior.

A continuación, se presenta una síntesis de los sesgos identificados con el respectivo porcentaje en esta pregunta.

Tabla 10

Tabla que representa los sesgos identificados en la pregunta 5.

Tipo de heurística	**Sesgo**	**Porcentaje**

No definida	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial	24%
	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números	20%

Se puede concluir que, al realizar un cambio en la elección de Carlos con base en las características de la situación expuesta en este caso, generó un cambio en el razonamiento probabilístico, confirmando la idea de un sesgo que considera la ubicación espacial como condición adicional a la variabilidad en los números.

7.1.1.6. Análisis de la pregunta 6 (P6S1).

La sección 1 tenía como propósito identificar sesgos enfocados en los dos tipos de **Heurísticas: representatividad** y **disponibilidad**, en este caso, la pregunta 6 está enfocada en la heurística de la disponibilidad y un sesgo reportado por Tversky y Kanheman (1972), llamado el ***sesgo debido a la efectividad de un conjunto búsqueda***, el cual como se mencionó consiste en atribuir una mayor probabilidad a un conjunto de posibilidades que sean más fáciles de recordar. De esta manera, se le presentó a los estudiantes un conjunto de números marcados en color azul como se muestra a continuación:

Figura 22

Cartón presentado en la pregunta 6

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Nota. Los números marcados en color azul corresponden a números elegidos previamente.

En concordancia con la información anterior, la pregunta realizada fue la siguiente: *¿Es más probable que el número ganador en una próxima rifa solidaria sea alguno de los que se encuentran marcados en color azul o es más probable que el número ganador sea primo?* Una vez que los estudiantes analizaron la situación, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 11

Tabla que presenta el porcentaje de las opciones seleccionadas en la pregunta 6.

Opción de respuesta	**Porcentaje**
Más probable que sea primo	36%
Más probable que sea un número de color azul	24%
Igualmente, probables	22%
No se puede saber	20%

Tabla 12

Justificaciones dadas en la pregunta 6 según el tipo de opción seleccionada

Opción seleccionada	**Ejemplos justificaciones**
Más probable que sea primo	**E15:** "Porqué hay 25 números primos del 00 al 99 mientras en los azules son 24, entonces al haber más números primos este tiene más probabilidades de ganar"
Más probable que sea un número de color azul	**E35:** "Porqué hay menos números primos de 1 a 100, que casillas azules marcadas".
Igualmente probables	**E9:** "Las dos posibilidades son válidas ya que una persona que escogió el azul puede ganar de igual forma hay números primos que no están en azul y le podría quedar la rifa a la persona que la está vendiendo". **E33:** "Al ser aleatorio tiene la posibilidad de tomar el azul o el rosado".
No se puede saber	**E1:** "No hay ninguna condición". **E2:** "No sabemos por qué se escogieron esos números". **E12:** "no se puede predecir ya que es un juego de azar y todos los números tienen la misma probabilidad"

El análisis procedente de la Tabla 11 da cuenta de que sólo el 36% aproximadamente de los estudiantes contestó de manera correcta la pregunta y como resultado fundamental, el 100% de estos participantes basó su argumento análogo a la justificación expuesta por **E15** (ver Tabla 12), enunciando que al haber mayor cantidad de números primos que números en color azul, la probabilidad de que el ganador sea primo es mayor, lo cual indica que este porcentaje de estudiantes dedicó tiempo a calcular el número total de números primos que se encontraban en el intervalo de 0 a 100, y no tomar una decisión apresurada basada en la heurística de la disponibilidad.

Por otro lado, quienes seleccionaron la opción *No se puede saber* se debe mencionar que los argumentos dados son semejantes a los expuestos por **E1 y E2** en un 78% (16% del total de la muestra), es claro que los sujetos que eligieron esta opción como respuesta no lo hicieron porque desconocían la cantidad de números primos que se encontraban entre el 0 y el 100 sino que al comparar desconocen el criterio usado para seleccionar los números de color azul, esto lleva a pensar que para algunos estudiantes la elección de números debe estar fundamentada en algún criterio o patrón, lo cual lo hemos relacionado con el sesgo correspondiente a ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números.***

Siguiendo la idea anterior, dos de los participantes que eligieron la opción *No se puede saber y* 10 de quienes eligieron *Igualmente probables* todos justifican su elección como lo expuesto por **E12, E9 y E33** (ver Tabla 12), donde se identifica el ***sesgo de equiprobabilidad*** en un 27% aproximadamente del total de la muestra.

Retomando la Tabla 11, se observa que los participantes que eligieron la opción *Más probable que sea un número de color azul,* todos evidencian el ***sesgo debido a la efectividad de un conjunto búsqueda***, debido a que los estudiantes ignoraron la cantidad total de números primos entre 0 y 100 y se concentraron en que la cantidad que fue dada (números azules) y que fue más fácil de recordar era, por tanto, más probable.

Como síntesis de lo expuesto en el análisis de esta pregunta se evidenciaron los siguientes sesgos:

Tabla 13

Sesgos identificados con el respectivo porcentaje en la pregunta 6.

Heurística	Tipo de sesgo	Porcentaje
Representatividad	Concepciones erróneas sobre el azar	16%
Disponibilidad	Sesgo debido a la efectividad de un conjunto búsqueda	27%
No definida	Equiprobabilidad	24%

7.1.1.7. Análisis de la Pregunta 7 (P7S1).

Desde la teoría de la probabilidad es evidente que dados dos sucesos A y B, $P(A) \geq P(A \cap B)$ y $P(B) \geq P(A \cap B)$, sin embargo, la literatura muestra que el ser humano atribuye mayor probabilidad siempre que a un suceso se le sumen mayores características. Este error es conocido como ***la falacia de la conjunción***, la cual fue reportado por Tversky y Kanheman en el año 1971. Con el propósito de indagar alrededor de este error frecuente se planteó la siguiente pregunta: *¿Cuál de las siguientes estrategias de selección considera es más efectiva al comprar un número en una rifa?*

Opciones de respuesta:

a) *Elegir un número pequeño.*

b) *Elegir un número menor o igual que 50 y que sea par.*

c) *Elegir un número par.*

Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Figura 23

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 7

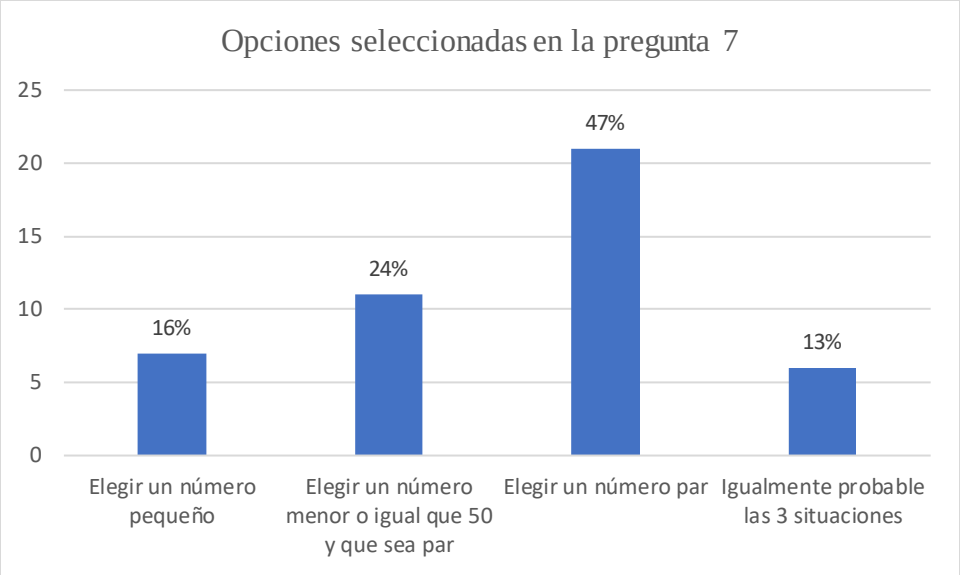


Tabla 14

Tabla que representa la frecuencia de tipos de argumentos según el tipo de opción.

	Anteriores experiencias	**Uso de probabilidad (Más casos favorables)**	**Ubicación espacial**	**Ningún criterio**	**Por azar**	
Elegir un número pequeño (parte superior del cartón)	6	0	0	1	0	7
Elegir un número menor o igual que 50	5	2	2	2	0	11
Elegir un número par	1	14	2	4	0	21
Equiprobabilidad de los 3 sucesos	0	0	0	0	6	6
	12	16	4	8	6	45

Tabla 15

Justificaciones dadas en la pregunta 7.

Opción seleccionada	Ejemplos justificaciones
Elegir un número pequeño	**E3:** "La mayoría de las veces que he jugado una rifa caen números pequeños". **E42:** "Los números pequeños tienden a salir más que los grandes".
Elegir un número menor o igual que 50 y que sea par	**E38:** "Tener dos filtros creo que ayudaría a enfocarse en una parte del cartón" **E21:** "Tiene más posibilidad de que el numero este en el medio del cartón a que en su principio ya que no es tan probable que la primera cifra sea un cero sino es más probable que la primera cifra sea cualquier número del 1- 9". **E44:** "Elegir un número menor o igual a 50 y que sea par es mejor para ganar la rifa porque hay más números con esta característica y por lo tanto hay mayores probabilidades de ganar".
Elegir un número par	**E31:** "Es la opción que más te permite escoger números de todo el tarjetón".
Igualmente, probable las 3 situaciones	**E24:** "Si el sorteo es totalmente aleatorio, da igual...".

Observando la Figura 23, se evidencia que alrededor del 24% del total de la muestra presenta el sesgo de la ***falacia de la conjunción*** asociado a la ***Heurística de la representatividad***, debido a que el argumento con el que los alumnos fundamentaron que la opción b) era la correcta estuvo basado en que la asignación de más condiciones garantiza una mayor probabilidad, como se observa en las respuestas de **E44 y E38 (ver Tabla 15).**

Con base en la Tabla 14, se puede identificar que hay otros tipos de errores inmersos en las opciones de respuesta como es el caso del ***sesgo del recuerdo de instancias*** asociado a la

Heurística de la disponibilidad identificado en un 27% que representa a los participantes que basan su elección en experiencias anteriores de juego como se aprecia en la respuesta de **E3 y E42** (ver Tabla 15).

En ese mismo sentido, una nueva vista a la Tabla 14 permite evidenciar el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** alrededor de un 9% en los participantes que tienen como criterio de juicio la ubicación de los números en el espacio del cartón, como lo manifiesta por ejemplo **E21** (ver Tabla 15).

Finalmente, se identifica el **sesgo de equiprobabilidad** en un 13% en los participantes que seleccionaron que los 3 sucesos (opción a), b) y c)) tenían la misma probabilidad de ocurrencia (ver Tabla 14), la mayoría de quienes eligieron esta opción presentan un razonamiento como el que expone **E24**, asumiendo que por azar se puede presentar igualmente cualquiera de las 3 opciones.

Con el objetivo de sintetizar la información anterior se presentará a continuación los sesgos identificados y los respectivos porcentajes:

Tabla 16

Sesgos evidenciados en la pregunta 7 con el porcentaje de evidencia correspondiente.

Heurística	**Sesgo**	**Porcentaje**
Representatividad	Falacia de la conjunción	24%
Disponibilidad	Sesgo del recuerdo de instancias	9%
No definida	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números	9%

Equiprobabilidad	13%

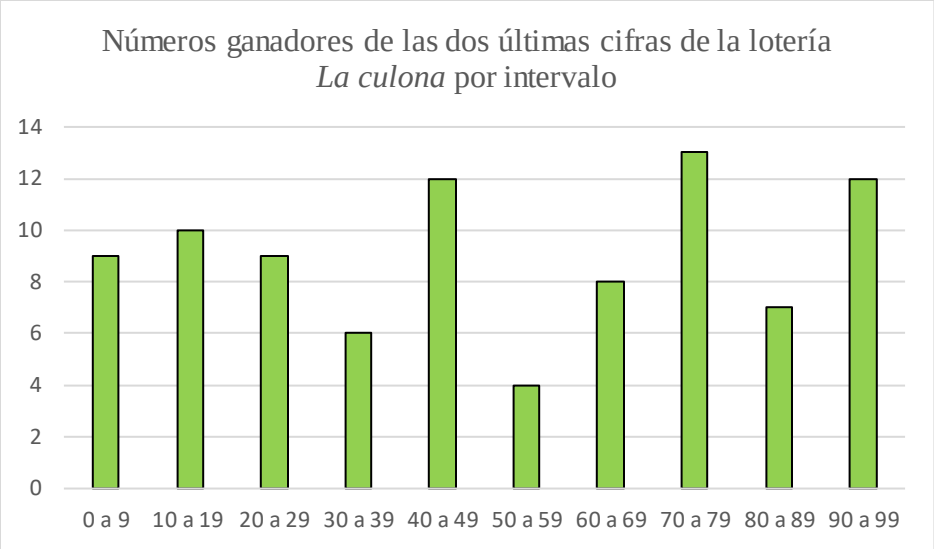
7.1.2. Análisis de las preguntas de la sección 2.

La sección 2 del primer instrumento de recolección de datos tenía como objetivo indagar alrededor del uso de la información basado en pequeñas muestras, particularmente en cómo afecta este tipo de características el razonamiento probabilístico en la toma de decisiones, además de los diferentes tipos de sesgos que pueden presentarse asociados a las **Heurística de la representatividad** y **disponibilidad,** sin exceptuar la posibilidad de que otro tipo de sesgos puedan evidenciarse.

En relación con la idea anterior, la muestra que se le presentó a los estudiantes corresponde a los últimos 90 números (de dos dígitos) que han ganado con la lotería *La culona*, esto para tomar un referente real pues las rifas solidarias determinan el número ganador según las dos últimas cifras del número ganador de una lotería local.

Figura 24

Gráfico de barras correspondiente a los dígitos de los últimos 90 números ganadores de la lotería La culona organizados por intervalo.



Nota. Datos recuperados de: https://loteriasdehoy.co/culona-noche

Además de que se facilitaron los siguientes datos estadísticos:

- Número que más veces han salido: 72 y 75
- Número que menos veces han salido: 51 y 59

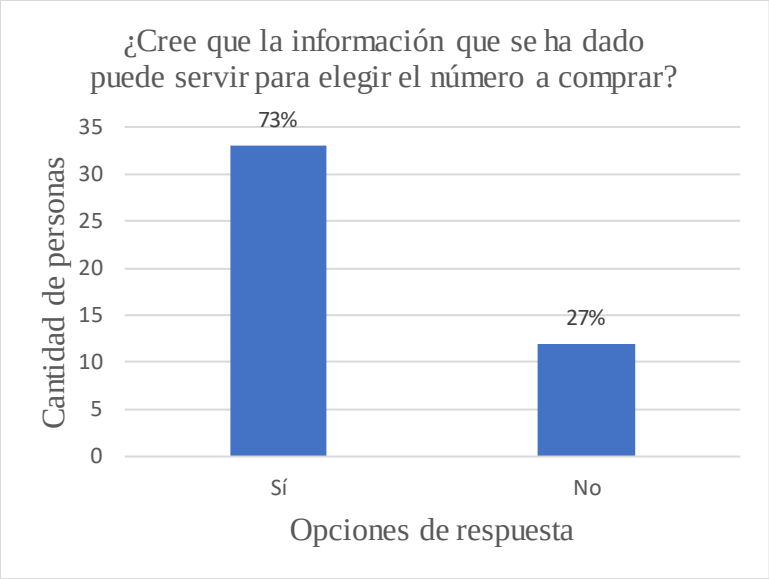
Con el propósito de establecer una relación entre los resultados mostrados anteriormente y las rifas solidarias se estableció la situación de las rifas de Juan (ver Anexos). Con base en esta información se establecieron 4 preguntas, cada una con el propósito de identificar un sesgo en particular, las cuales se presentarán a continuación.

7.1.2.1. Análisis pregunta 1 (P1S2).

La pregunta 1 tenía como objetivo indagar alrededor de la postura de los estudiantes frente al uso o no de la información mostrada en la Figura 24, para la cual se planteó explícitamente de la siguiente manera: *¿Cree que la información que se ha dado puede servir para elegir el número a comprar? ¿Cómo la usaría?* Los sujetos evidenciaron los siguientes resultados:

Figura 25

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 1



De la anterior Figura, hay un 26.7% de participantes que eligieron no usar la información dada justifican esta elección porque tienen claro la naturaleza equiprobable en el espacio muestral asociado a este juego. No obstante, es evidente que la gran mayoría de participantes seleccionó la opción "Sí" respecto a que usarían la información suministrada para elegir el próximo número en una rifa solidaria como la presentada, además todos ellos indican que darían el mismo uso a esa información, a continuación, se presentan algunos ejemplos:

E4: "Estadísticamente es más probable que gane un número entre 70 a 79, con lo que me podría guiar".

E5: "Escogiendo el numero en el rango de números que más veces han salido".

E42: "Trataría de comprar los 70-79 y evitaría comprar el 51 y el 59".

Sin duda estas argumentaciones indican la presencia de un razonamiento errado que puede enmarcarse en el sesgo conocido como ***insensibilidad al tamaño de muestra*** que a su vez se enmarca en la categoría **Heurística de la representatividad** y en particular ejemplifica la creencia en una ley de los pequeños números.

De forma inesperada para nosotros aquí se observa un retroceso en el razonamiento logrado con el instrumento debido a que, finalizando la Sección 1 se destacaba que varios estudiantes ya estaban razonando probabilísticamente con base en elementos básicos de probabilidad y considerando la equiprobabilidad que subyace al juego (ver análisis de la **P2S1**) llegando a un 95.5% de respuestas acertadas.

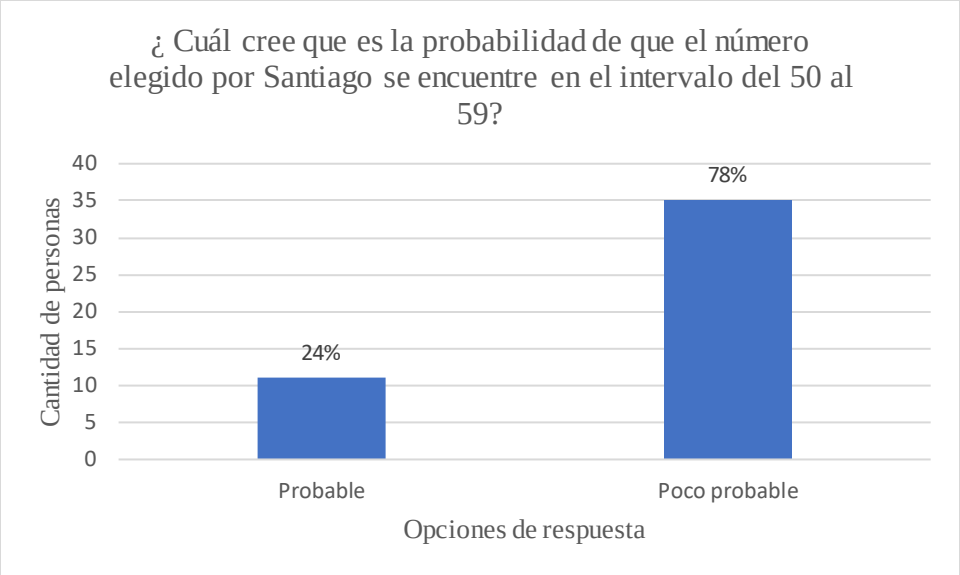
7.1.2.2. Análisis de pregunta 2 (P2S2).

La pregunta 2 de la sección 2 propone una situación que hace parte de la venta de rifa solidarias organizada por el personaje ficticio "Juan", la presente situación tiene como característica principal dejar en evidencia un tipo de correlación ilusoria que se ajuste a la heurística de la disponibilidad y la representatividad: *Acorde al sorteo 91 de la lotería La culona, la rifa de Juan se la ganó alguien llamado Santiago, ¿Cuál cree que es la probabilidad de que el número elegido por Santiago se encuentre en el intervalo del 50 al 59?*

Los resultados que emergieron de acuerdo con lo anterior se presentan a continuación:

Figura 26

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 2



Al observar el anterior gráfico es claro que un gran porcentaje eligió la opción de que la probabilidad es "Poca", con un total de 35 participantes que corresponde al 78% del total de la muestra, a continuación, se muestra la Tabla que relaciona las opciones de respuesta presentadas y el tipo de argumento expuesto:

Tabla 17

Tabla que representa la frecuencia del uso de argumentos según el tipo de opción seleccionada.

	Uso de la información	**Concepto de azar**	**Uso de probabilidad**	**Sin ningún criterio**	
Probable	3	4	4	0	11
Poco probable	32	0	1	1	34
Total	35	4	5	1	45

Se asegura de esta manera la presencia del sesgo de ***insensibilidad al tamaño de muestr***a ya que 35 estudiantes (78%) hicieron uso directo de la información suministrada en la Figura 24,

en comparación con los resultados a la pregunta anterior el sesgo persistió e incluso apareció en dos participantes más.

En conclusión, en la presente pregunta del pretest se identificaron los siguientes sesgos:

Tabla 18

Sesgos evidenciados en la pregunta 2 del apartado 2.

Heurística	Sesgo	Porcentaje
Representatividad	Insensibilidad al tamaño de la muestra	78%

7.1.2.3. Análisis de la pregunta 3 (P3S2).

La pregunta 3 tenía como finalidad identificar dos sesgos correspondientes a la heurística de la representatividad y que mantienen una relación alrededor del concepto de azar los cuales son la ***falacia del jugador*** y ***el sesgo de la mano caliente.*** En ese sentido, se presentó una situación que involucrara una serie de resultados alrededor del juego de rifa solidaria de Juan: *Ángel es un cliente fiel de Juan, cada quincena le compra un puesto, los 10 últimos puestos que ha comprado se muestran a continuación en la siguiente Figura:*

Figura 27

Tabla presentada en la situación de la pregunta 3 del apartado 2.

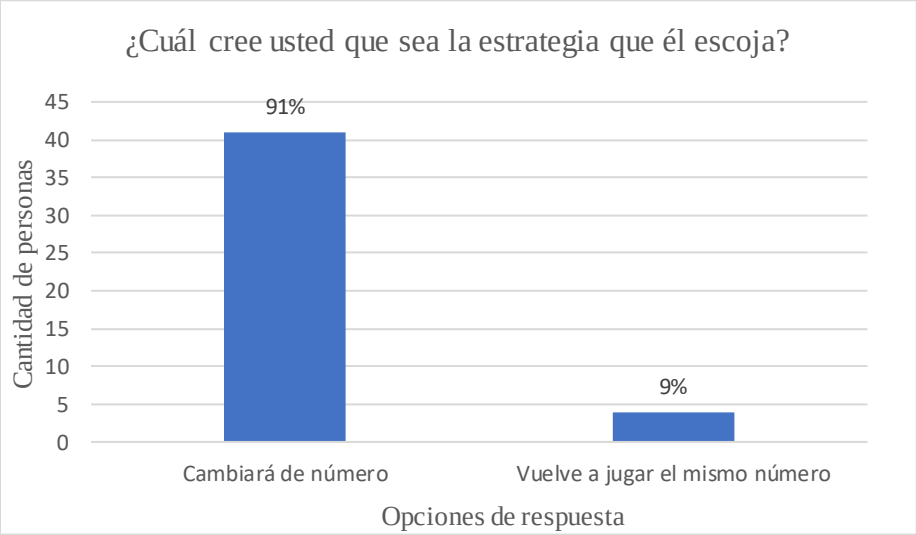
Número comprado por Ángel	Resultado ganador
25	81
35	65
28	54

52	94
25	3
36	82
83	91
54	35
13	34
39	39

La pregunta planteada fue la siguiente: *¿Cuál cree usted que sea la estrategia que él escoja?* Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Figura 28

Frecuencia y porcentaje de las opciones de respuesta en la pregunta 3



Se puede evidenciar en la anterior Figura que alrededor del 91% eligió la opción Cambiará de número y el 9% del total de la muestra seleccionó la opción Vuelve a jugar el mismo número; de esta manera, los argumentos para la primera opción fueron justificados de la siguiente manera:

Tabla 19

Frecuencia del uso de argumentos según la opción: Cambiará de número

Justificación	**Frecuencia**	**%**
Es más probable que salga otro número porqué ya salió el 39	27	60%
Juan está seleccionado números al azar	11	24%
No importa la elección que se tome	3	7%
Total	41	91%

Se puede observar en la Tabla anterior que tanto los estudiantes que argumentan la elección de que Cambiara el número desde los criterios: *Es más probable que salga otro porqué ya salió el* 39 y *Juan está seleccionando números al* azar dejan en evidencia ***la falacia del jugador*** en un 84%, debido a que creen que es más probable que en el próximo resultado de la rifa solidaria el número ganador sea distinto de 39 porqué éste ya ganó, y por el azar saldrá otro número, es decir, están considerando que los resultados anteriores de un experimento afectan a los posteriores. En ese sentido, apropian el concepto del azar como un proceso "auto corrector" como lo menciona Díaz (2003), ya que creen que es más probable que si un resultado sale más de una vez, el azar lo corregirá y se obtendrá un resultado diferente la próxima vez.

Sólo 4 estudiantes seleccionaron la opción Vuelve a jugar con el mismo número, 9% del total de participantes, todos justificaron su elección basándose en que como ya había salido el 39 y en los 10 sorteos anteriores no se había observado que el número ganador se repitiera, entonces el número tenía más probabilidad de salir como si se encontrara en "racha" lo cual ilustra claramente el ***sesgo de la mano caliente***.

Retomando los resultados anteriormente expuestos, es claro que el 84% que presentó la ***falacia del jugador*** y el 9% que presentaron el ***sesgo de la mano caliente*** dejan en vista el uso de la **Heurística de la representatividad** al hacer uso explícito de la información de la Figura 27.

Como síntesis del análisis de esta pregunta se presenta los sesgos identificados con su respectivo porcentaje de presencia.

Tabla 20

Sesgos identificados en la pregunta 3 del apartado 2.

Heurística	**Sesgo**	**Porcentaje**
Representatividad	Falacia del jugador	84%
	Sesgo de la mano caliente	9%

7.1.2.4. Análisis de la pregunta 4 (P4S2)

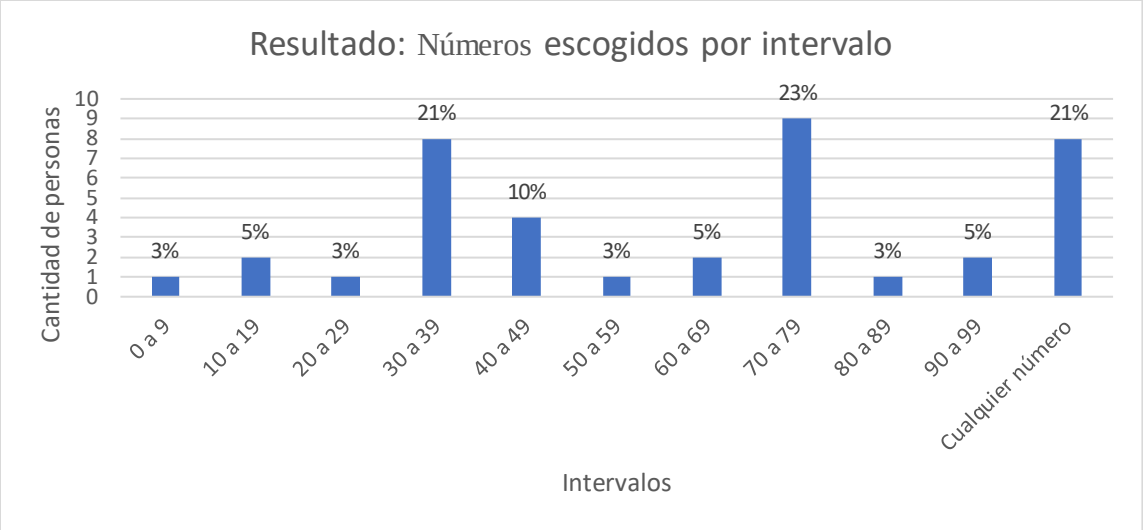
La pregunta 4 tenía como objetivo profundizar más al respecto de la pregunta 3, debido a que, si bien los estudiantes en un gran porcentaje evidenciaron el sesgo de la falacia del jugador, quedó en incertidumbre el número o más concretamente el intervalo que seleccionarían para garantizar una mayor probabilidad de ganar. En ese sentido, la pregunta planteada fue la siguiente:

¿Qué número le sugiere a Ángel que compre en la siguiente venta de esta rifa?

Con base en esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 29

Gráfica de barras que presenta los resultados de los números seleccionados en la pregunta 4 organizados por intervalo.

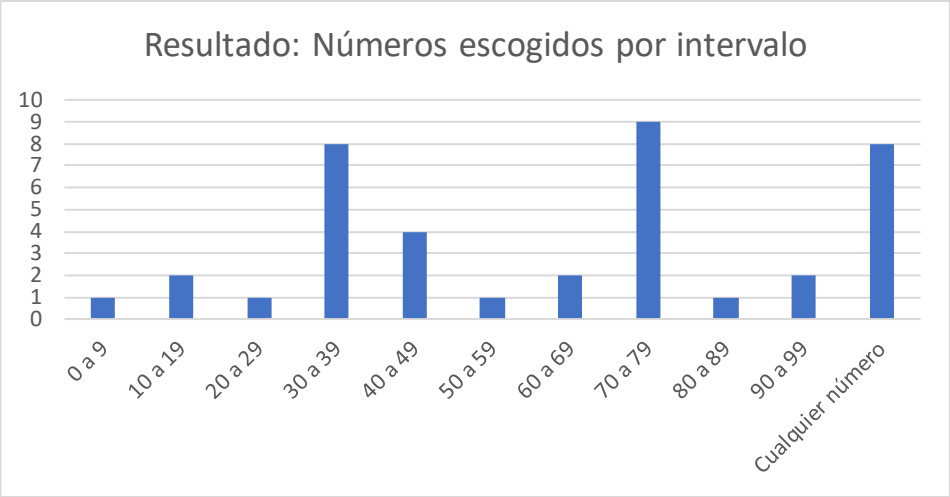


Se deben resaltar dos aspectos importantes para el análisis del presente apartado, el primero concierne a que no todos los estudiantes seleccionaron un número en particular, sino que escogieron un intervalo en virtud de que la información que se ha presentado en esta sección ha sido de ese tipo, y segundo, en el registro de la Figura 29 se encuentra la elección realizada por 39 participantes (87% del total de la muestra), debido a que los demás respondieron con intervalos diferentes a los presentados (muy grandes o demasiados), razón por la que no fueron incluidos en el análisis.

Realizando un análisis general se puede evidenciar que el intervalo que más fue seleccionado fue el de (70,79), ellos a su vez justificaron la elección a partir de la información suministrada en la Figura 24, razón por la cual las gráficas de las frecuencias presentan similitud en esa zona.

Figura 30

Contraste en la Figura 24 y la Figura 29 alrededor de los números seleccionados por intervalo.



Es claro que, en concordancia con lo presentado en la Figura 30, se observa que el intervalo correspondiente al (30,39) tiene diferentes frecuencias con relación a lo observado en la Figura 24, lo cual lleva a la conclusión de que la elección de este intervalo no se realizó con base en la primera información dada. Con el objetivo de indagar acerca del tipo de información que están usando los estudiantes para justificar sus elecciones se elaboró la siguiente Tabla en donde se relaciona el tipo de base del argumento con su respectiva frecuencia.

Tabla 21

Argumentos usados por los participantes para la elección del número o intervalo de la pregunta 4.

Base del argumento	Frecuencia
1. Elección basada en la información de la tabla (Figura 27)	27
2. Elección basada en la información presentada en el gráfico de barras (Figura 24)	4
3. Elección basada tanto en la información de la tabla como del gráfico de barras presentado (Figura 24 y 27)	7

4. Al azar	5
5. Elección por gusto	4

De esta manera se puede señalar que 38 participantes correspondiente al 84% del total de la muestra evidencian el sesgo de ***insensibilidad al tamaño de la muestra,*** 11% más que lo identificado en la **P1S2**, en donde los estudiantes están razonando con base en la información basada en pequeñas muestras (*criterio 1, 2 y 3)*.

Para finalizar el análisis de esta pregunta, y en general el apartado 2, se debe reflexionar acerca del cambio de razonamiento que tuvieron los participantes, debido a que en la pregunta **P7S1**, se observa que el razonamiento estaba orientado en el uso de elementos básicos de probabilidad, sin embargo, cuando se aportó información sobre resultados en los juegos anteriores el razonamiento cambió y emergió el razonamiento descrito como ***Heurística de la representatividad*** que los llevó a hacer asignaciones de probabilidad diferenciadas en un espacio muestral equiprobable.

A continuación, se presenta de manera explícita y sintetizada la información anterior alrededor de los sesgos identificados:

Tabla 22

Sesgos identificados en la pregunta 4 del apartado 2 con el respectivo porcentaje.

Heurística	**Sesgo**	**Porcentaje**
Representatividad	Insensibilidad al tamaño de la muestra	84%

7.1.3. Análisis de la pregunta de la Sección 3

La última sección del primer instrumento de recolección de datos tuvo como objetivo indagar en el tipo de razonamiento probabilístico usado por los sujetos de estudio en la toma de decisiones en rifas solidarias bajo un nuevo diseño del cartón de juego (ver Figura 31).

Figura 31

Nuevo diseño del cartón de juego para rifas solidarias.

37	69	56	38	20	70	40	80	41	72
79	93	12	57	58	29	05	30	81	65
55	92	64	19	94	25	59	71	86	85
68	64	28	01	10	39	95	60	04	42
36	08	11	21	09	24	13	31	61	73
67	91	26	27	99	02	43	14	62	63
53	52	98	00	22	17	49	96	48	84
54	35	44	18	23	97	15	32	82	88
78	07	51	45	90	33	16	06	89	74
77	66	76	34	46	50	75	47	83	87

Nota. Este nuevo cartón posee la misma cantidad de números que el cartón de juego clásico.

Teniendo en cuenta la información anterior, se presentarán los resultados organizados por pregunta:

7.1.3.1. Análisis de pregunta 1 (P1S3).

En similitud con **P1S1**, la pregunta planteada fue la siguiente: *Ante este nuevo diseño* **(**Refiriéndose al cartón mostrado en la Figura 31**),** *¿Qué número elegiría?* Para efectos del análisis se presentarán los resultados del presente apartado en contraste con los observados en **P1S1.**

Tabla 23

*Tabla de contingencia Tipo de cartón * Elección del número en Intervalo*

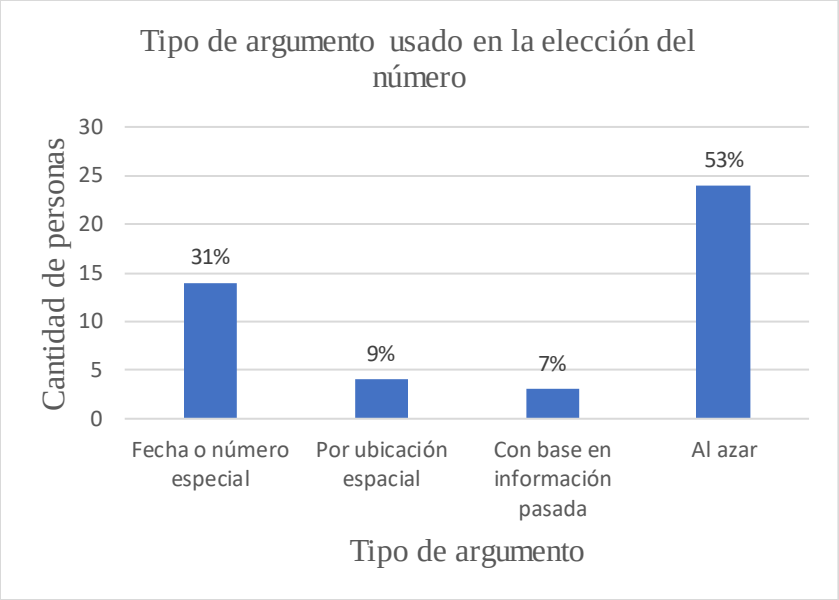
	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	Cualquier número
Cartón **P1S1**	7 16%	5 11%	14 31%	6 13%	1 2%	5 11%	1 2%	2 4%	0 0%	0 0%	4 9%
Cartón **P1S3**	4 9%	5 11%	9 20%	4 9%	1 2%	2 4%	0 0%	7 16%	3 7%	2 4%	18%

*Nota. La Tabla representa un contraste entre los resultados obtenidos en **P1S1 y P1S3.***

De acuerdo con la Tabla anterior, se puede observar que ante este nuevo formato (ver Figura 31) un 31% del total de la muestra seleccionó números mayores o iguales que 50, 16% más en comparación con lo observado en **P1S1,** de manera consecuente, se aprecia que alrededor de un 51% escogió números menores o iguales a 50, 23% menos con relación al análisis en **P1S1.** Dada la observación anterior, es pertinente presentar los tipos de argumentos que direccionaron el tipo de elección.

Figura 32

Frecuencia y porcentaje de los participantes en los tipos de argumentos observados en las respuestas de la pregunta 1



La anterior Figura permite observar que el 31% de la muestra presenta el ***sesgo del pensamiento mágico***, un porcentaje muy similar a lo observado en la sección 1, sin embargo, se debe resaltar que el 53% de la muestra basó su elección en el concepto de azar, 24% más con relación a lo obtenido en **P1S1**, lo que permite comprobar la hipótesis realizada en la sección 1, pues el instrumento en efecto produce un cambio directo sobre el tipo de juicio del estudiante.

Relacionado con lo anterior, se puede identificar además el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** en quienes basaron su argumento mencionando que el número se encontraba "más centrado", "más hacia arriba", "más hacia abajo", etc.

De la misma forma 3 estudiantes siguieron haciendo representativa información suministrada en la sección 2 como los resultados de la rifa la culona en la Figura 24 y Figura 27, dando cuenta de la **Heurística de la representatividad** y el sesgo de ***insensibilidad al tamaño de la muestra***.

Como síntesis se presentan los sesgos identificados a partir de las anteriores observaciones:

Tabla 24

Sesgos identificados en la pregunta 1 de la sección 3

Tipo de Heurística	Tipo de sesgo	Porcentaje de evidencia
Representatividad	Insensibilidad al tamaño de la muestra	7%
Disponibilidad	Pensamiento mágico	31%
No definido	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial	9%

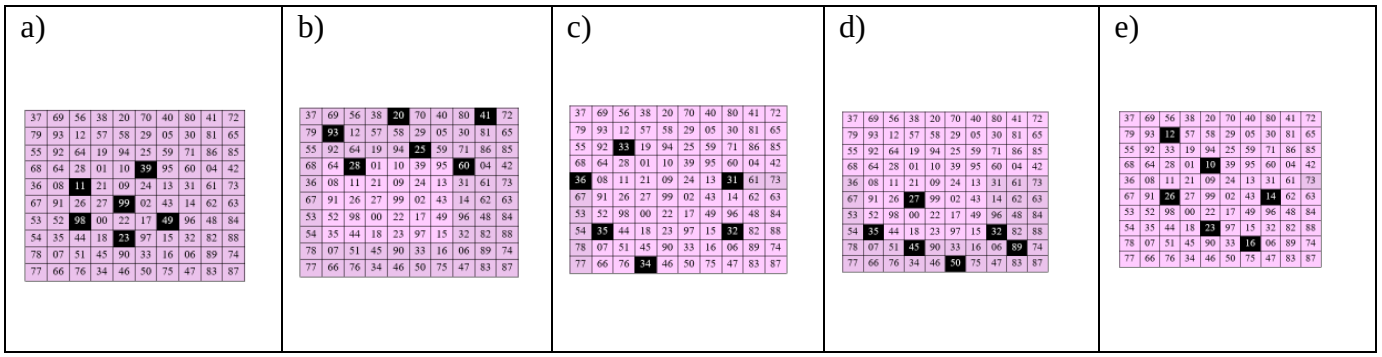
7.1.3.3. Análisis de la pregunta 2 (P2S3).

Las preguntas 2 y 3 proponen un escenario de elección entre diferentes formas de apostar por 6 números en el nuevo cartón de juego (Ver Figura 31). En ese sentido, se realizará solo el análisis de la pregunta 2, dado que la pregunta 3 deja en evidencia los mismos tipos de razonamiento.

Las opciones de apuesta se muestran a continuación:

Figura 33

Opciones de apuestas con el nuevo diseño del cartón de juego



Con base en esta información se planteó la siguiente situación (pregunta 2): *Lina desea comprar 6 números en esta rifa solidaria, para ello ha pensado en cuatro posibles elecciones de números, pero no sabe cuál estrategia usar, ¿Con cuál de las siguientes opciones cree que tendrá más probabilidad de ganar?*

Tabla 25

*Tabla de contingencia Opción seleccionada en **P2S3** * Tipo de justificación*

	ubicación espacial	**Variabilidad de números**	**Al azar**	**Total**
Opción 1	6	12	6	24
Opción 2	0	4	0	4
Opción 3	2	0	0	2
Opción 4	2	5	1	8
Opción 5	1	5	1	7
Total	11	26	8	45

Se puede observar en la Tabla 25 que la opción más seleccionada fue la Opción1 (números más dispersos) que corresponde a un 53% del total de la muestra, y la que menos fue elegida corresponde a la Opción 2 (números dispersos pero secuenciales) con una frecuencia de dos participantes.

Conocemos por los resultados anteriores que los sujetos de estudio asignan menor probabilidad de ocurrencia a un suceso cuando se evidencia algún tipo de patrón, por esta misma razón, la opción 2 es la que posee menos frecuencia. Por otro lado, es evidente que no se puede establecer un criterio que determine la razón de elección para las demás opciones debido a los diferentes tipos de argumento.

En ese sentido, se identifica en 11 participantes (un 24% del total de la muestra), el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial***, dado que atribuyen mayor probabilidad a opciones de juego por la dispersión o ubicación de los números en el cartón de juego.

De la misma forma se observa que 24 estudiantes (alrededor del 53% de la muestra) presentan el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números***, debido a que asocian el proceso aleatorio como un patrón especifico y consideran, por tanto, que a mayor variabilidad de números mejor será la elección.

7.1.4. Síntesis del análisis del primer instrumento

La implementación del primer instrumento permitió observar la presencia de diferentes errores asociados a las Heurísticas contempladas en el marco teórico, siendo la ***Heurística de la representatividad*** la más utilizada en la toma de decisiones realizadas por los participantes, y consecuentemente los sesgos de ***insensibilidad al tamaño de la muestra*** y la ***falacia del jugador*** los más evidenciados a lo largo del análisis del presente apartado.

Aunado a lo anterior, se presenta una lista de los sesgos cognitivos que poseen los estudiantes al iniciar el curso de Estadística I con el respectivo porcentaje de evidencia.

Tabla 26

Sesgos cognitivos observados luego de la implementación del primer instrumento de recolección de datos con el máximo porcentaje de evidencia.

Tipo de Heurística	Tipo de sesgo cognitivo	Frecuencia de participantes	Porcentaje de evidencia

Representatividad	Insensibilidad al tamaño de la muestra.	38	84%
	Falacia del jugador.	38	84%
	Sesgo de la mano caliente.	4	9%
	Falacia de la conjunción.	10	22%
Disponibilidad	Sesgo del recuerdo de instancias.	4	9%
	Sesgo debido a la efectividad de un conjunto de búsqueda.	12	27%
	Sesgo del pensamiento mágico.	26	58%
No definida	Sesgo de equiprobabilidad.	11	24%
	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial	11	24%
	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números	24	53%

7.2 Análisis del segundo instrumento de recolección de datos

A continuación, se expondrán los resultados de las preguntas realizadas en el segundo instrumento de recolección de datos (ver anexo 4) y un breve contraste con los resultados obtenidos en la primera prueba.

7.2.1. Análisis de las preguntas de la sección 1

La sección 1 del segundo instrumento de recolección de datos tuvo como motivo identificar sesgos alrededor de la **Heurística de la disponibilidad**, la **Heurística de la representatividad** y sesgos evidenciados fuertemente en el instrumento anterior como el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial***, mediante la toma de decisiones en el Juego de Bingo**.**

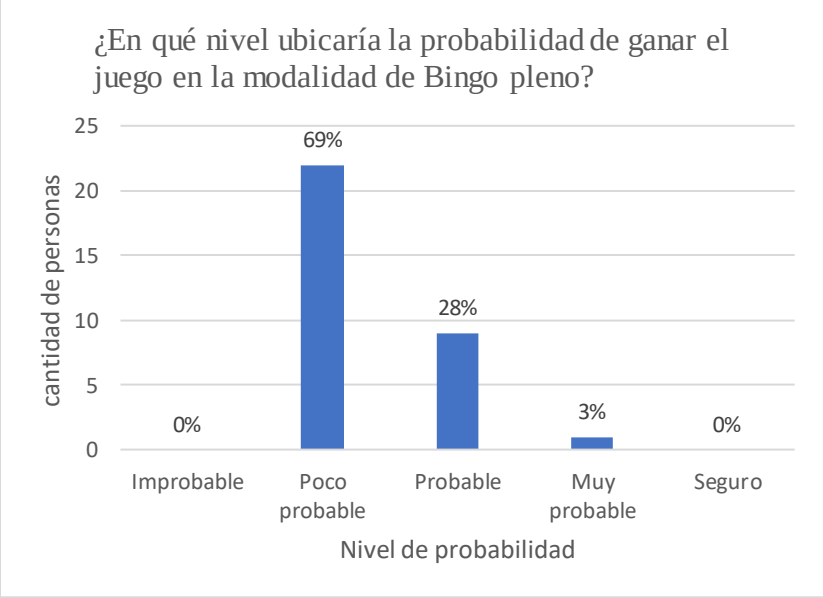
A continuación, se presenta el análisis por pregunta de este apartado.

7.2.1.1. Análisis pregunta 1 (P1S1).

De acuerdo con la Tabla 1, la pregunta 1 de la sección 1 tenía como objetivo indagar acerca de las intuiciones primarias y secundarias de los participantes alrededor de las rifas solidarias, en ese sentido, las intuiciones asociadas a ganar el juego del Bingo se exponen a continuación:

Figura 34

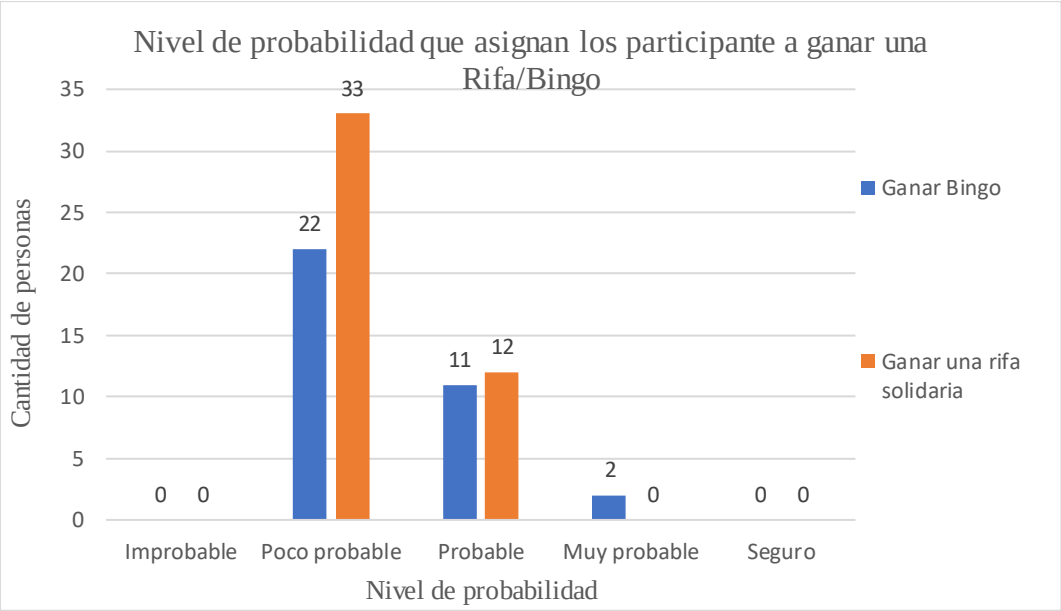
Frecuencia y porcentaje del nivel de probabilidad según las respuestas de los participantes en la pregunta 1



La anterior Figura permite observar que cerca del 69% del total de la muestra considera que ganar un Bingo es Poco probable, este resultado está muy ligada a creer en que la probabilidad de ganar el juego será de 1 entre todos los posibles cartones que se puedan formar de un tamaño 5x5, por ello, descartan que la mecánica del juego consiste en que se selecciona un ganador de un número pequeño de participantes.

Figura 35

Contraste entre el Nivel de probabilidad que asignan los participantes a ganar una Rifa o Bingo



Nota. El gráfico de barras presenta la frecuencia de los participantes que asignaron un nivel de probabilidad discriminado por tipo de juego.

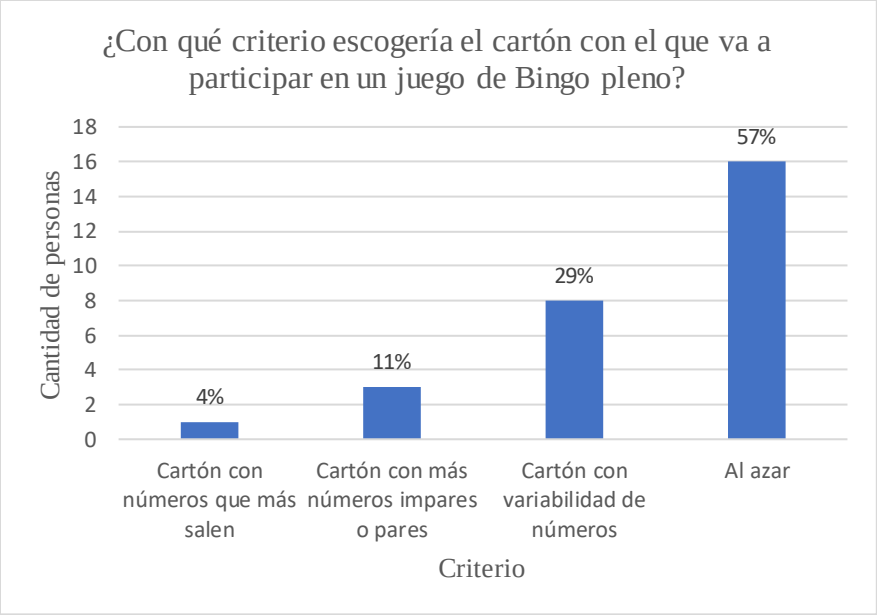
Se puede observar en la ilustración anterior, que la intuición para los estudiantes en la participación de un juego de Bingo es más probable de ganar que la participación en una rifa solidaria. Estos resultados serán contrastados con la información que resulte de las posteriores preguntas.

7.2.1.2. Análisis pregunta 2 (P2S1).

La pregunta 2 de la sección 1 tiene como propósito identificar el tipo de razonamiento usado por los participantes para elegir un cartón de Bingo, de esta manera se realizó la siguiente pregunta: *De acuerdo con su experiencia y la descripción del juego, ¿Con qué criterio escogería el cartón con el que va a participar en un juego del Bingo pleno?* Se obtuvieron un total de 30 preguntas del total de participantes, debido a que 5 interpretaron de manera errada la pregunta, por ello, no serán tenidos en cuenta durante este análisis. Así pues, se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 36

Frecuencia y porcentaje de los participantes alrededor de los tipos de argumentos identificados en las respuestas de la pregunta 2



De acuerdo con la Figura 36, el 57% de la muestra estudiada, consideran que la elección del cartón para jugar al Bingo no afectará en nada la probabilidad de ganar, por ello, consideran como criterio la elección del cartón al azar. En comparación con lo expuesto en la Figura 10, se

puede identificar igualmente que, el 29% de la muestra analizada en el instrumento 1 que responde a 12 estudiantes, consideraban que la elección de un número en una rifa solidaria no importaba, por lo que podría darse al azar, lo cual da cuenta de una mejora en al menos 3 participantes en cuanto al uso de elementos teóricos de probabilidad luego del desarrollo del curso de Estadística I.

Como se pudo observar en la Tabla 5, el 27% del total de la muestra del primer instrumento que refiere a 12 personas, basó una elección de números a los cuales atribuyó mayor probabilidad debido a la variabilidad de sus números, en este caso, analizando la Figura anterior, 11 personas han basado la elección por la variabilidad de los números en una muestra menor.

En ese sentido, se observa que las personas que seleccionaron las opciones: Cartón con más números impares o pares y Cartón con variabilidad de números, que son exactamente 11 participantes, evidencian el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números,*** dando cuenta de la persistencia de este tipo de razonamiento al asignar una mayor probabilidad a números que cumplen condiciones particulares.

7.2.1.3. Análisis de la pregunta 3 (P3S1).

No se evidenciaron resultados significativos en cuento a la presencia de sesgos cognitivos, se consideró desde el diseño del instrumento que hubo mala interpretación del enunciado.

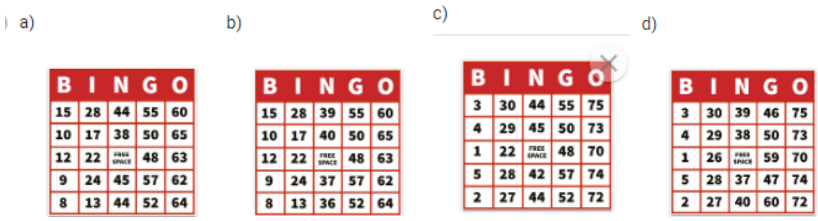
7.2.1.4. Análisis de la pregunta 4 y 5 (P4-5S1).

Dado que la ***Heurística de la representatividad,*** en el primer instrumento de recolección de datos se evidenció en alrededor del 84% de la primera muestra, las preguntas 4 y 5 pretenden indagar acerca de la presencia de esta heurística usando como información la *Teoría de Tippet* (ver Anexo 2 y 4).

De esta manera se planteó la pregunta 4: *¿Cuál de los siguientes cartones considera usted tiene mayor probabilidad de ganar si el formato de juegos es "Bingo pleno"?* Donde las opciones de respuesta eran las siguientes:

Figura 37

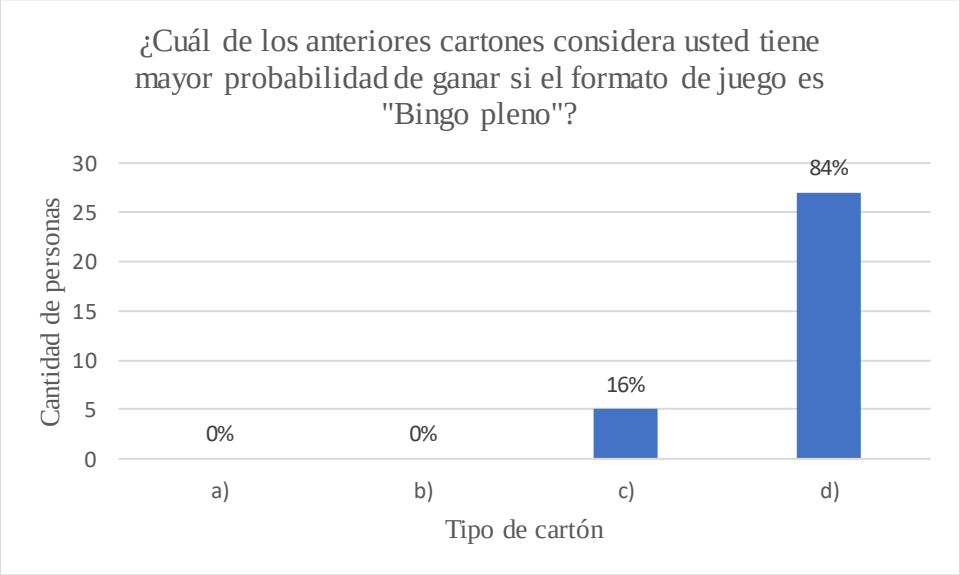
Opciones de respuesta de la pregunta 4



Para lo cual se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 38

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 4.



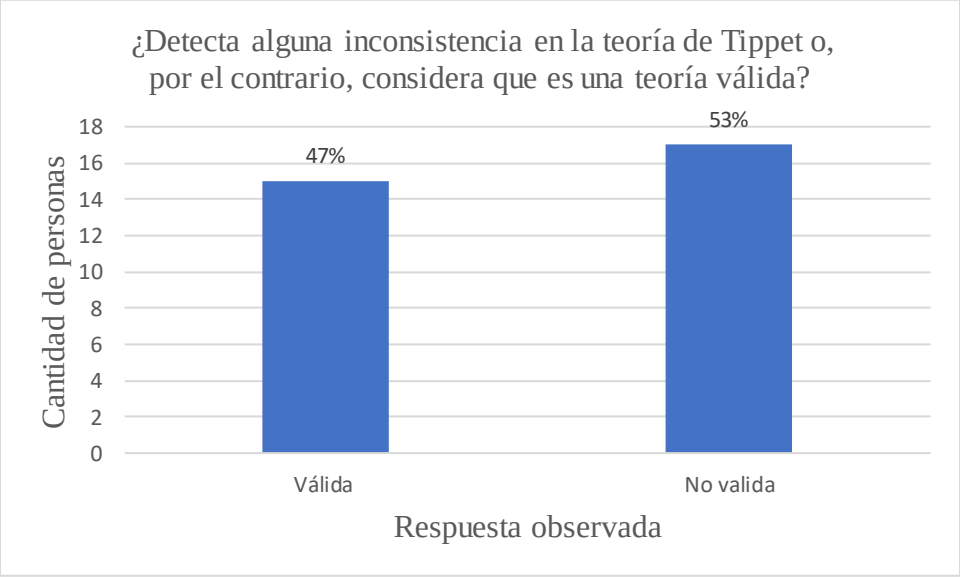
Nota. El gráfico de barras representa la frecuencia de los participantes por tipo de opción de respuesta seleccionada a la pregunta 4

De acuerdo con la Figura 38, es evidente que un gran porcentaje del total de la muestra seleccionó la opción d) como la más probable, y como resultado importante, todos ellos argumentaron su elección del cartón basándose en la *Teoría de* Tippet, lo cual da cuenta de la **Heurística de la representatividad** en 27 participantes.

Es posible que al comprender el enunciado propuesto en la pregunta 4, algunos estudiantes tuvieran dudas sobre la veracidad de la teoría, para ello, se planteó la siguiente pregunta: *¿Detecta alguna inconsistencia en la teoría de Tippet o, por el contrario, considera que es una teoría válida?* De esta manera se presentan los resultados en el siguiente gráfico de barras:

Figura 39

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 5.



En concordancia con la Figura anterior, se expone de manera clara que alrededor del 53% de los participantes afirman que encuentran algún tipo de inconsistencia en la teoría, en donde se presentan justificaciones como las siguientes:

E6: "Todas las balotas deben pesar igual, por ello todas tendrían la misma probabilidad de ser sacadas. Así pues, teniendo una información básica de la teoría, pues consideraría que tendría ese fallo".

E12: "La teoría es invalida ya que creería que todos los números tiene la misma probabilidad de ser seleccionados".

Sin embargo, aunque hacen alusión al concepto de azar y al concepto de probabilidad y en efecto, manifiestan que la teoría no puede ser cierta, al final no realizaron ningún cambio en la elección del tipo del cartón.

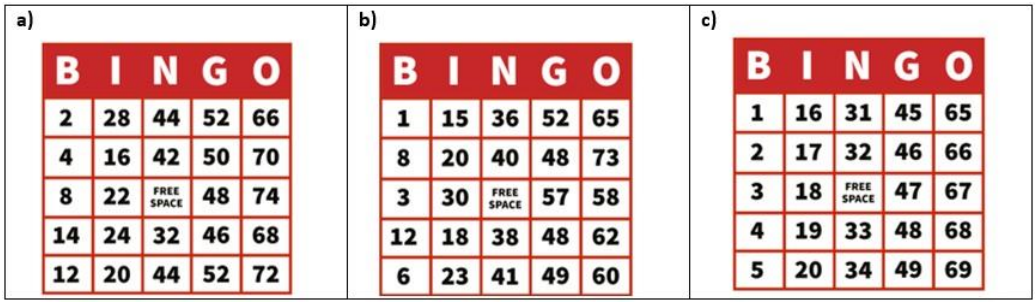
Un resultado emergente del análisis de los razonamientos de los participantes en esta pregunta se encuentra asociado a la creencia de que todas las balotas tienen siempre la misma probabilidad de ser seleccionadas, lo que no es incorrecto ya que cada extracción de balotas es sin reemplazo. En ese sentido 9 participantes (27% de la muestra) presenta argumentos como los presentados por **E6** y **E12**, evidenciado así el sesgo de ***equiprobabilidad***.

7.2.1.5. Análisis de las preguntas 6 y 7 (P6-7S1).

De acuerdo con los resultados obtenidos en el primer instrumento de recolección de datos, el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** se identificó en un 24% de la muestra considerada en la primera prueba, por lo que la pregunta 7 del segundo instrumento tiene como objetivo indagar alrededor de este sesgo mediante la presentación de los siguientes cartones de juego:

Figura 40

Cartones de juego en la pregunta 6 y 7



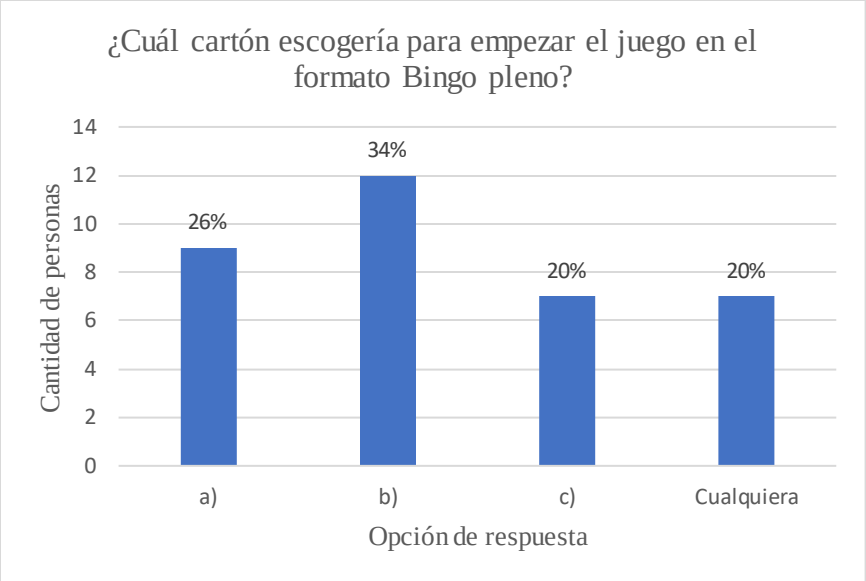
En donde se realizó la pregunta: *¿Cuál cartón escogería para empezar el juego en el formato Bingo pleno?* Los cartones presentan las siguientes características:

- Cartón a): Números pares ubicados de manera secuencial.
- Cartón b): Números no secuenciales distribuidos y variabilidad de números.
- Cartón c): Números ubicados secuencialmente.

Los participantes tenían libertad para elegir entre estas 3 opciones como respuesta o, una adicional que corresponde a *cualquier cartón*. Los resultados se presentan en el siguiente gráfico de barras:

Figura 41

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 6.



Se evidencia entonces que alrededor de un 80% de los participantes seleccionó alguno de los cartones presentados en la Figura 41. A continuación, se resaltan las justificaciones de esa elección por parte de los participantes:

Tabla 27

Ejemplos de justificaciones en la pregunta 6

Tipo de opción	**Justificación**
a)	Se evidencia una variabilidad en los números del cartón y una alta presencia de números pares.
b)	Los números están distribuidos de una mejor manera por el cartón.
c)	La distribución de los números se asocia con la teoría de Tippet.
Cualquiera	Dado que es un juego de azar, la elección de cualquier cartón tendrá la misma probabilidad de ganar.

De acuerdo con la Tabla anterior, se puede identificar el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** en los estudiantes que seleccionaron la opción a), debido a que están basando su razonamiento en la variabilidad de los números, lo cual representa exactamente 21 estudiantes, cerca de un 60% del total de la muestra.

En ese mismo sentido, se identifica el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** en los participantes que seleccionaron la opción b), debido a que creen que el cartón tiene mayor probabilidad de ganar si sus números se encuentran dispersos.

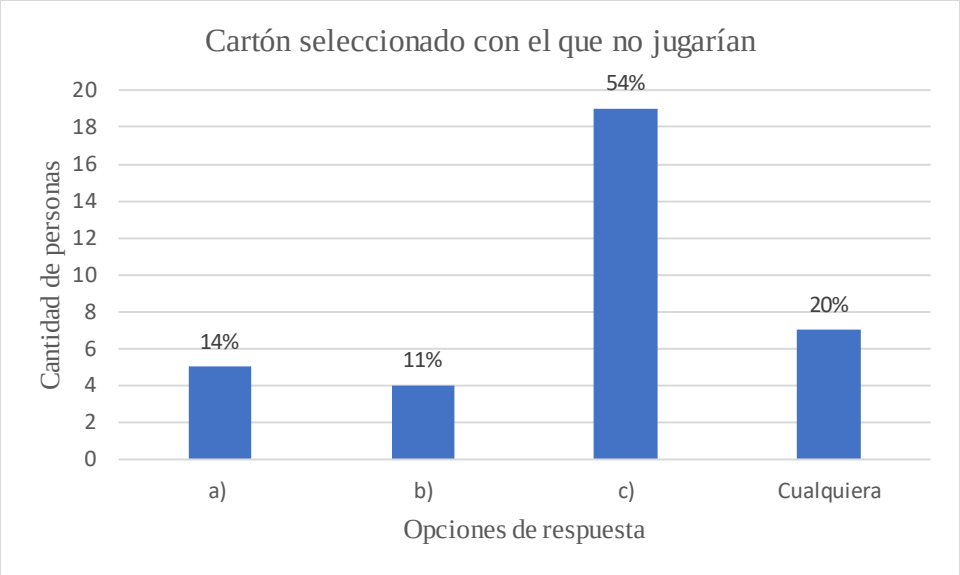
Por otro lado, quienes seleccionaron la opción c), dan cuenta de la **Heurística de la representatividad,** pues siguen justificando sus elecciones con base en la teoría de Tippet mencionada en la anterior pregunta.

Con la finalidad de complementar este tipo de resultados se planteó la pregunta 8 en similitud con lo presentando en la Figura 40: *¿Cuál cartón no escogería para empezar el juego en el formato "Bingo pleno"?*

Los participantes presentaron entonces las siguientes elecciones:

Figura 42

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 7.



Se debe resaltar que todos los participantes que en la anterior pregunta seleccionaron como opción "cualquiera", en esta pregunta mantuvieron su elección, sin embargo, se identifica una concentración en la selección del cartón c) como el que no utilizarían para participar en el Bingo, en consecuencia, quienes eligieron esta opción argumentan que la secuencia de números que saldrán del bombo no serán secuenciales, dejando en evidencia el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** y ***el sesgo de concepciones erróneas sobre el azar***, debido a que consideran que el azar está asociado al desorden.

Por otro lado, de los estudiantes que en la anterior pregunta seleccionaron la opción b) como el cartón que menos jugarían, en la pregunta 7 habían seleccionado la opción c) como la más probable, basando el argumento en la representatividad de la Teoría de Tippet, por lo cual, el argumento también fue usado en esta ocasión para describir que la distribución de los números del cartón no correspondía a la estrategia enunciada por Tippet. Se evidencia nuevamente ***la* Heurística de la representatividad** en estos 4 sujetos.

Así mismo, las personas que seleccionaron la opción a) justifican su elección con base en que, al haber tantos números pares, no se considera la posibilidad de que se obtengan números impares, presentando así el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** nuevamente.

Como síntesis, la gran mayoría de participantes basan sus razonamientos haciendo uso de terminología asociada a la probabilidad, sin embargo, las anteriores preguntas dejaron en evidencia la persistencia de los sesgos de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por la ubicación espacial*** (34% de la muestra) **y** el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** (26% de la muestra), además del uso de la **Heurística de la representatividad** (20% de la muestra) sobre información anteriormente dada.

7.2.1.6. Análisis de la pregunta 8 (P8S1).

Con el interés de profundizar en el concepto de azar que tienen los estudiantes luego de haber estudiado los elementos básicos de probabilidad en el curso de Estadística I, se presentó la siguiente situación: *En el juego del Bingo que ofrecen los casinos, los cartones son generados por una máquina que los selecciona al azar, ¿cuál de las siguientes opciones parece haber sido generada por una máquina de esas?*

Figura 43

Cartones de juego en la pregunta 8

a)

B	I	N	G	O
2	28	44	52	66
4	16	42	50	70
8	22	FREE SPACE	48	74
14	24	32	46	68
12	20	44	52	72

b)

B	I	N	G	O
1	15	36	52	65
8	20	40	48	73
3	30	FREE SPACE	57	58
12	18	38	48	62
6	23	41	49	60

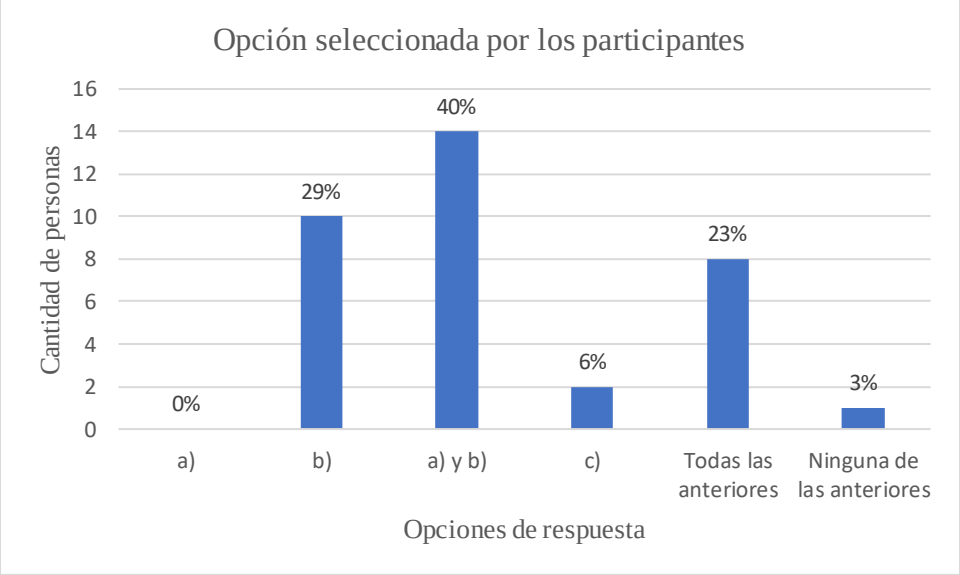
c)

B	I	N	G	O
1	16	31	45	65
2	17	32	46	66
3	18	FREE SPACE	47	67
4	19	33	48	68
5	20	34	49	69

Es evidente que cada uno de los cartones pudo haber sido generado por una máquina, debido a que el experimento se rige por el azar, por lo cual todas las opciones consideradas anteriormente son válidas, no obstante, se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 44

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 8.



De acuerdo con la imagen anterior, es claro que solo 8 personas (23% de la muestra) respondieron de manera correcta la pregunta afirmando que cualquiera de los cartones en la Figura 43 pueden ser generados por la aleatoriedad de una máquina, sin embargo, cerca del 77% (quienes seleccionaron una opción diferente a Todas las anteriores) de la muestra deja en evidencia un error

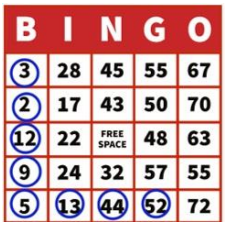
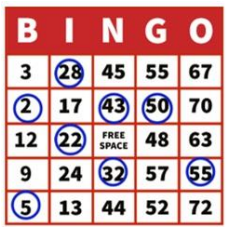
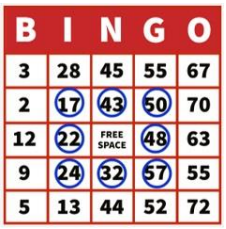
conceptual asociado al azar, pues tienen la creencia en que alguno (o ninguno) de los cartones expuestos no pueden ser generados por el azar, basando así su razonamiento en considerar que las secuencias aleatorias que produce la máquina (dado que produce los números al azar) no podrá representar ningún tipo de patrón, dejando en evidencia ***el sesgo de concepciones erróneas sobre el azar***.

7.2.1.7. Análisis de la pregunta 9 (P9S1).

La pregunta 9 propone una situación diferente para el participante, en donde se intenta indagar nuevamente alrededor del sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números,*** pero, además, la relación que subyace con el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial.*** La situación propuesta fue la siguiente: *Después de 8 extracciones de balotas en un juego de Bingo en la modalidad de completar la L, ¿Cuál de las tres configuraciones es más probable que se haya dado en ese momento del juego?* Las opciones de respuesta para los participantes fueron las siguientes:

Figura 45

Opciones de respuesta en la pregunta 9

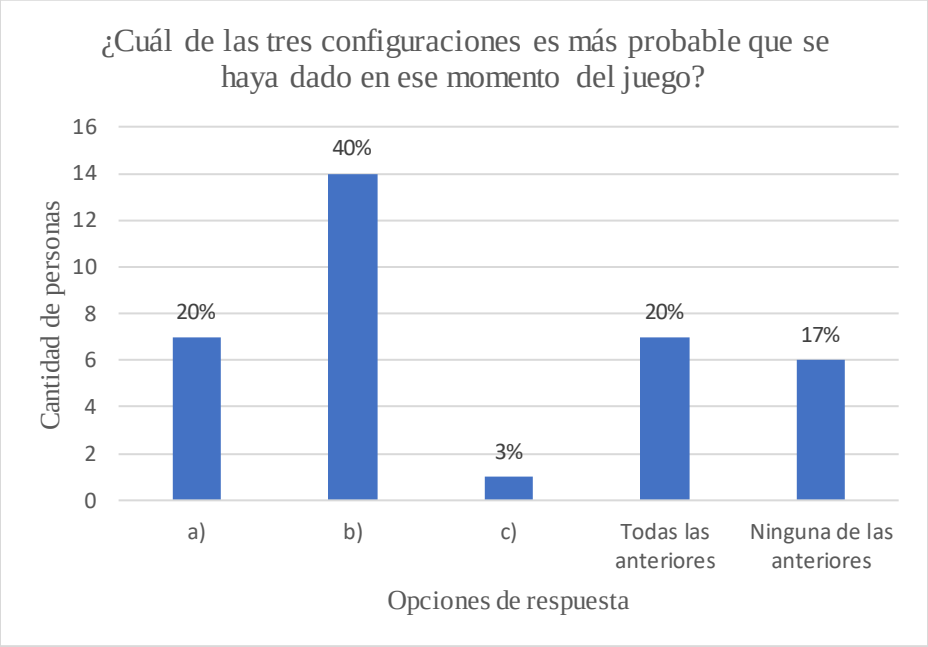
a)	b)	c)	d)	e)
			Todos los anteriores escenarios son posibles	Ninguno de los anteriores escenarios es posible

Nota. Los números del cartón que han salido son los que aparecen encerrados en círculos azules.

Los resultados se presentan a continuación:

Figura 46

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 9.



A partir de la Figura anterior, se pueden observar los siguientes aspectos:

Tabla 28

Tipo de sesgo evidenciado según la opción seleccionada por los participantes.

Tipo de opción	Tipo de justificación	Porcentaje de evidencia	Tipo de sesgo
a)	Variabilidad de los números	20%	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números
b)	Los números tienen mayor probabilidad de ocurrir si están más dispersos por el espacio del cartón	40%	Concepciones erróneas sobre el azar en

			resultados numéricos: por ubicación espacial
c)	Los números se ubican hacía el centro del cartón	3%	Concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial
d)	Tienen la misma probabilidad de ocurrir	20%	Ningún sesgo cognitivo
e)	No se considera ninguno de los 3 tipos de situaciones validas, debido a que de las 8 extracciones realizadas del bombo no es posible que esas 8 aparezcan en el cartón.	17%	Sesgo de concepciones erróneas sobre el azar

De esta manera, se aprecia que alrededor del 20% de la muestra evidencia el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** nuevamente en los participantes que atribuyen mayor probabilidad en números por su variabilidad, además, se observa en la Tabla 28 que el 17% de los participantes identificaron un patrón en la secuencia de extracciones de balotas, el cual refiere a la nula posibilidad de que al obtener 8 números del bombo estos se encuentren en el cartón, dejando así en evidencia el ***sesgo de concepciones erróneas sobre el azar***.

Por último, el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** se observó en un 43% de la muestra, debido a que ellos creen que es más probable que el cartón que se haya dado en el escenario (contexto de la pregunta 9) es el que tiene una mayor dispersión por el cartón de juego, lo que indica una mayor frecuencia con relación a las preguntas 7 y 8.

7.2.1.8. Análisis de la pregunta 10(P10S1).

El ***sesgo de insensibilidad al tamaño de la muestra*** asociado a la **Heurística de la representatividad** fue uno de los sesgos identificados en el análisis del primer instrumento, de esta manera, la pregunta 11 tiene como finalidad indagar alrededor de la presencia de este error a partir de la siguiente situación: *BPG (Bingo Para Ganar) es una empresa que se dedica al juego del Bingo. Como novedad, cada semana analizan los cartones ganadores y publican "los números calientes" (Números que más han salido en los juegos de Bingo), para esta semana son los resaltados en rojo en la imagen. Suponga que usted va a jugar el próximo Bingo con BPG, ¿Cómo aprovecharía la información dada?*

Figura 47

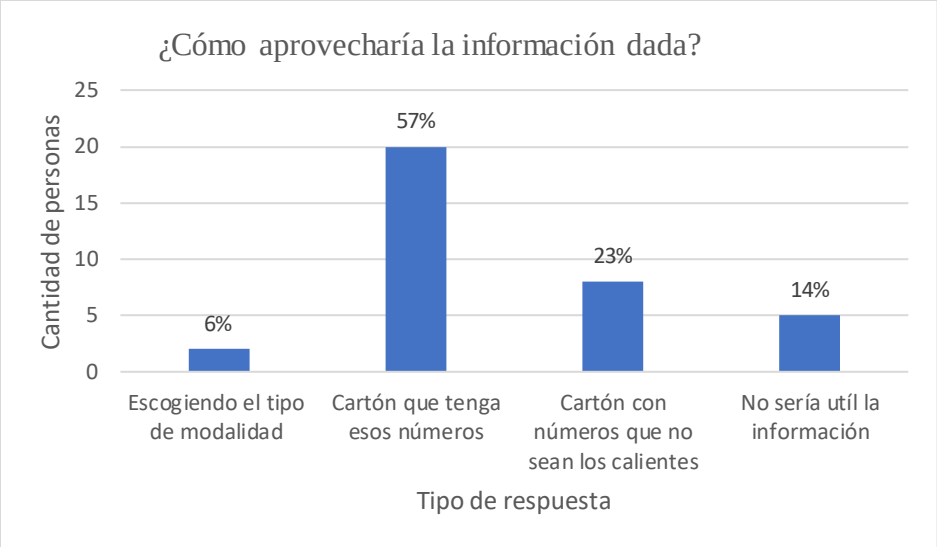
Imagen de los números calientes mencionada en la pregunta 10

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
G	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
O	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75

Es claro que la ***ley de los pequeños números*** puede evidenciarse si se hace uso de esta información, sin embargo, también podría identificarse la ***falacia del jugador***, en caso de que elijan cartones que no posean estos números (como se presentó en el primer instrumento) o el ***sesgo de la mano caliente***, que correspondería a elegir cartones que tengan los números "calientes". Con base en la pregunta realizada, se obtuvieron los siguientes tipos de respuesta:

Figura 48

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 10.



La anterior Figura permite visualizar clasificar los tipos de respuestas observados en esta pregunta, con el propósito de identificar sesgos cognitivos se presentará la siguiente Tabla que complementa la información mostrada en la Figura anterior:

Tabla 29

Tipo de justificación según las respuestas observadas en la pregunta 10

Tipo de respuesta	Tipo de justificación
1. Escogiendo el tipo de modalidad	Dado que esos números son los "calientes", podría escogerse una modalidad de Bingo donde esos números puedan usarse
2. Cartón que tenga los números calientes	Seleccionar un cartón que tenga los números "calientes", porqué se encuentran en "racha"
3. Cartón con números que no sean los calientes	Seleccionar números que no tengan los números calientes, dados que estos ya han salido anteriormente, será poco probable que salgan en el siguiente juego.
No sería útil la información	El próximo cartón ganador del Bingo no dependerá de los anteriores resultados.

Analizando las respuestas dadas por los sujetos de estudio, hemos considerado que el *Tipo 1 y 2 de respuesta* (63% de la muestra) deja en convicción el ***sesgo de la mano caliente*** (poco porcentaje de evidencia en el primer instrumento) debido a que se cree que es más probable que el cartón ganador tenga estos números, pues como lo describe la información, se encuentran en racha.

Por otro lado, el *Tipo 3(23% de la muestra) de respuesta* refiere a la ***falacia del jugador,*** debido a que los participantes creen que es muy probable que el cartón ganador en el próximo juego no contenga ninguno de estos números.

De los dos tipos de respuesta mencionados anteriormente, es claro que los participantes están considerando que los eventos del pasado afectan directamente los próximos eventos al hacer uso de la información suministrada, por lo que, dejan certeza de la **Heurística de la representatividad,** y en particular el ***sesgo de concepciones erróneas sobre el azar*** *y* ***el sesgo de insensibilidad al tamaño de la muestra,*** en un 86% del total de la muestra total que corresponde a exactamente 30 personas.

Se debe resaltar además que 2 estudiantes (6% de la muestra) de quienes mostraron un concepto de azar correcto en las anteriores preguntas eligieron una opción incorrecta en este apartado, presentando una desmejora y sesgando sus respuestas por el uso de algún tipo de Heurística.

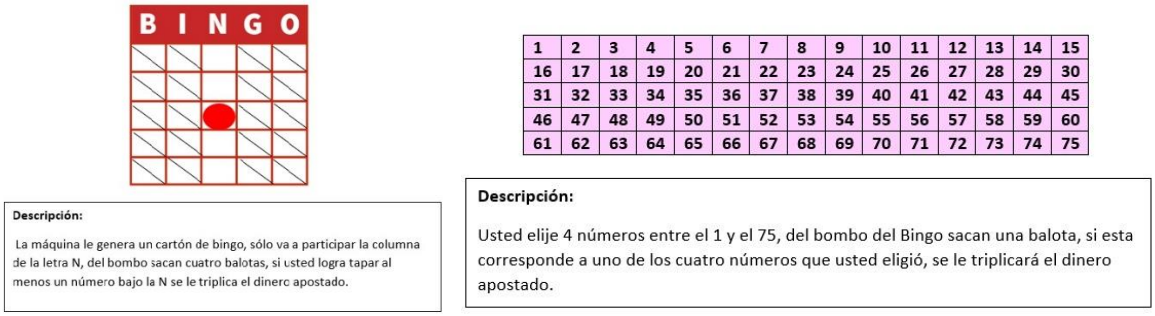
Finalmente, en este apartado se debe resaltar que la ***falacia del jugador*** es un sesgo que se sigue evidenciando, como se puede observar, además, se identificó la presencia del ***sesgo de la mano caliente***, con una mayor frecuencia en comparación con los resultados analizados en el primer instrumento, dejando claramente expuesto la ***Heurística de la representatividad***.

7.2.1.9. Análisis de la pregunta 11 (P11S1)

Para finalizar la sección 1 del segundo instrumento, se diseñaron dos tipos de juegos que se presentan a continuación:

Figura 49

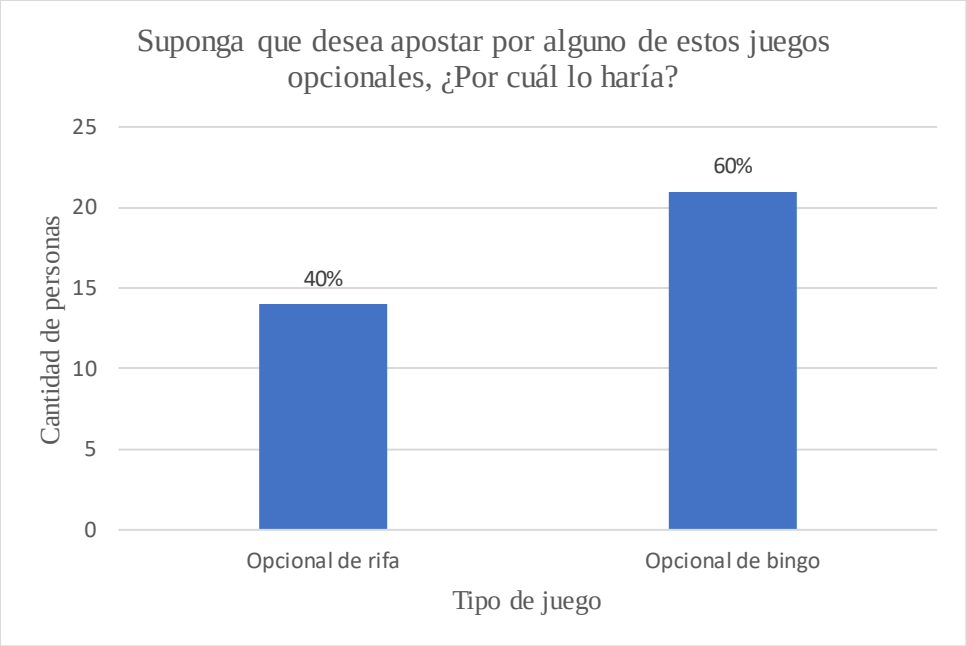
Opciones de modo de juego mencionadas en la pregunta 11



Como se puede observar en la anterior Figura, el juego del Bingo condiciona al jugador a que no podrá elegir los números, además de que estos deben estar en el intervalo de 31 a 45, lo que no sucede con el juego opcional de la rifa solidaria, en donde el jugador tiene libertad al seleccionar sus números. De acuerdo con lo anterior se planteó la pregunta**:** *Suponga que desea apostar por alguno de estos juegos opcionales, ¿Por cuál lo haría?* En la siguiente Figura se presentarán los resultados:

Figura 50

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 11.



En consideración de la Figura anterior, se identifica que el 40% del total de la muestra, que representa a 14 de los 35 participantes, consideró que la mejor opción era el juego "Opcional de rifa solidaria". Con base en esta decisión se registraron los siguientes tipos de argumentos:

Tabla 30

Frecuencia de los tipos de justificación los participantes que eligieron el modo de juego Opcional de rifa

	Espacio muestral más pequeño	Se pueden seleccionar los números
Opcional de rifa solidaria	2	12

Según la anterior Tabla, 12 estudiantes, que corresponden a cerca del 34% de toda la muestra manifestó que el hecho de que el jugador pueda elegir los números con libertad (debido a

que no lo podían hacer en el juego del Bingo), garantizaba mayor seguridad y, por ende, mayor probabilidad de ganar, a continuación se presenta una de las justificaciones realizadas alrededor de este argumento:

E1: "En la rifa solidaria se permiten escoger los números, lo que me haría creer que tengo control sobre mi probabilidad de ganar".

Lo que en términos del marco teórico da cuenta del ***sesgo de confianza de hábitos***, ya que consideran que pueden manipular la probabilidad si eligen números que acostumbran a apostar.

Por otro lado, el 60% de los alumnos que seleccionaron la opción de "Opcional de Bingo" presentaron los siguientes tipos de argumentos:

Tabla 31

Frecuencia de los tipos de justificación los participantes que eligieron el modo de juego Opcional de Bingo

	Al mencionar la condición "Al menos 1 de 4" ya garantiza que la probabilidad será mayor que 0,05	Uso de cálculos de probabilidad errados	Espacio muestral más pequeño
Opcional de Bingo	10	7	4

Aunque la elección de este grupo de participantes fue correcta, se puede evidenciar que el 33% realizó un uso de cálculos de probabilidad errados, debido a que no consideraron todas las condiciones del problema y en ese sentido, se aprecia que alrededor del 19% obtuvieron a partir de técnicas de conteo que el espacio muestral que describía este experimento era más pequeño con

relación al espacio muestral de la rifa solidaria, lo cual es incorrecto, teniendo así, que sólo 10 personas razonaron de manera adecuada al tomar una decisión.

El anterior análisis da cuenta de errores de cálculos usados por los alumnos, sin embargo, no dejan evidencia de un sesgo en particular, por lo cual únicamente se reporta en esta pregunta ***el sesgo de confianza de hábitos***.

7.2.2. Análisis de las preguntas de la Sección 2

La sección 2 tuvo como finalidad proponer una nueva situación de azar la cual se encuentra muy relacionada con los juegos típicos del casino, esta corresponde a la ruleta clásica, la cual está conformada por un total de 37 números incluyendo el 00, como se muestra a continuación:

Figura 51

Ruleta de un casino para el desarrollo de la sección 2

El juego consiste en girar la ruleta en el sentido de las manecillas del reloj y justo después, dejar caer una bola de marfil que girará en dirección contraria al sentido de la ruleta, posicionándose al final en alguno de los números. Con base en la información anterior se presentará un análisis por pregunta.

7.2.2.1. Análisis de la pregunta 1 (P1S2).

Debido a que en el anterior instrumento de recolección de datos se logró identificar la ***Falacia de la conjunción***, en un 24% de la anterior muestra (11 de 45 personas), en este apartado se pretende indagar acerca de la presencia de este sesgo, para lo cual, se propuso la siguiente situación: *Carlos es una persona que se está iniciando en el juego de la ruleta, está diseñando su propia estrategia de juego y por ahora ha definido que cada vez que juegue sólo va a apostarle a 4 números, acaba de leer sobre estrategias de juego en la ruleta y encontró dos que le llamaron la atención, una se llama la de los números cercanos al 0 (vecinos) y otra es apostarle a pares. ¿Cuál de los siguientes eventos considera se constituirá en la mejor apuesta para Carlos?*

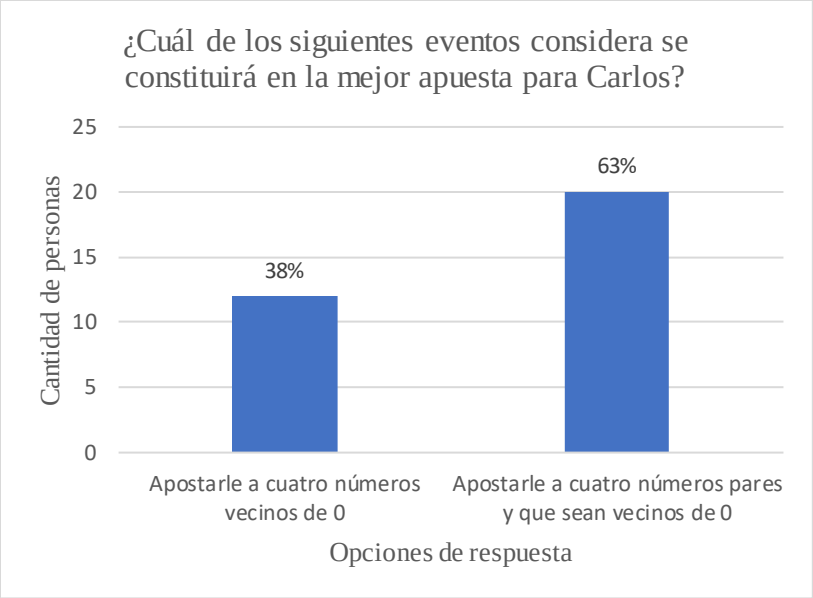
Las opciones de respuesta para las personas que contestaron la prueba fueron las siguientes:

a) Apostarle a cuatro números vecinos de 0
b) Apostarle a cuatro números pares y que sean vecinos de 0

A continuación, se presentan los resultados obtenidos:

Figura 52

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 1.



A partir de la ilustración anterior, se puede distinguir que el 38% del total de la muestra respondió de manera acertada eligiendo la opción a) como la apuesta más favorable para Carlos, sin embargo, es evidente que cerca del 63% de la muestra, que representa 20 de los 35 participantes hicieron representativa la información dada alrededor de las estrategias de Carlos, lo que llevo a que su juicio involucrara la presencia la ***falacia de la conjunción*** admitiendo como más probable la opción que involucraba más condiciones.

En contraste con los resultados obtenidos en el primer instrumento de recolección de datos, se puede clarificar que, en efecto el sesgo persiste, e incluso se logró identificar en un mayor grado.

7.2.2.2. Análisis de la pregunta 2 (P2S2)

La pregunta 2 está asociada en identificar el ***sesgo de efectividad de un conjunto búsqueda***, el cual corresponde a la **Heurística de la disponibilidad**, que ha sido identificado en un bajo porcentaje durante el análisis del segundo instrumento de recolección de datos. Por lo tanto, se propone el siguiente problema: *¿Cuál de las siguientes personas tiene mayor probabilidad de ganar en la ruleta?*

a) *Juan, quien ha apostado a que la bola de marfil se ubique en un número primo.*

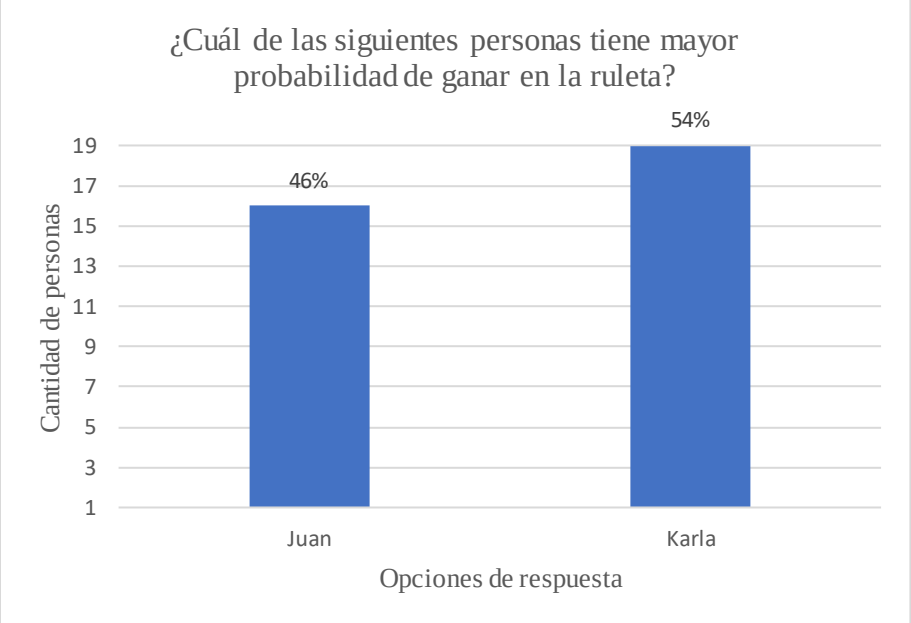
b) *Karla, quien ha seleccionado los siguientes números: 32, 15, 18, 21, 26, 34, 36, 10, 4 y 35.*

Se debe resaltar que en comparación con **P7S1** del primer instrumento, en este caso es más oportuno realizar una observación e identificar el número total de números primos.

En ese sentido, se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 53

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 2.



Lo que se puede afirmar al ver la Figura 53 es la evidencia del ***sesgo de efectividad de un conjunto búsqueda*** en un 54% de la muestra, debido a que, al seleccionar la opción b) de Karla como la más probable, lo que asumieron fue un juicio basado en la **Heurística de la disponibilidad**, pues consideraron más probable que fuera ganador algún elemento del conjunto que ya conocían, el cual era el de los números {32,15,18, 21, 26, 34, 36, 10, 4 y 35}.

El anterior juicio involucró la toma de una decisión basado en el conjunto que fue más fácil recordar, caso que no se presentó con quienes seleccionaron la opción de que Juan tendría más probabilidad de ganar.

En contraste con la anterior prueba, en donde se evidenció este sesgo en 20 de las 15 personas, en este caso se presenció en 19 de 35 participantes, lo cual deja en evidencia la persistencia de este error, al igual que la **Heurística de la disponibilidad.**

7.2.2.3. Análisis de la pregunta 3 (P3S2).

La pregunta 3 tenía como objetivo identificar el ***sesgo de correlación ilusoria***, para ello se presentó la siguiente Tabla en la prueba:

Figura 54

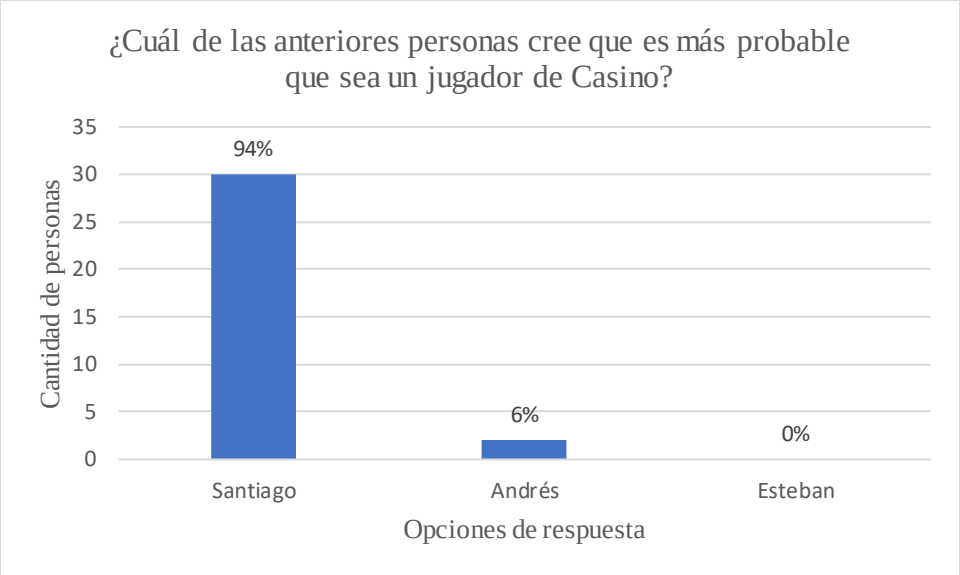
Opciones presentadas en la Pregunta 2

Nombre: Santiago Edad: 55 años. Ocupación: Pensionado. 	Nombre: Andrés. Edad: 18 años. Ocupación: Estudiante de Ciencias. 	Nombre: Esteban. Edad: 35 años. Ocupación: Profesor de ciencias sociales.

La pregunta que se planteó fue la siguiente: *¿Cuál de las anteriores personas cree que es más probable que sea un jugador de Casino?* Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Figura 55

Frecuencia y porcentaje de los participantes en las opciones de respuesta de la pregunta 3.



En relación con la Figura 55 se puede concluir que cerca del 94% de los estudiantes seleccionaron la opción "Santiago" como la más probable. Una posible explicación del razonamiento que emergió en este apartado se debe a la relación de causa y efecto entre los siguientes aspectos:

A: La persona tiene características como las de Santiago.

B: La persona es un jugador de casino-

Sucede entonces que la probabilidad de A dado B desde la perspectiva empírica parece ser alta, debido a que usualmente vemos o escuchamos en los casinos que los jugadores tienen características similares a las de Santiago, sin embargo, no se podría estimar con seguridad que esa misma probabilidad sea la de B dado A puesto que son escenarios completamente distintos. En esta ocasión, el razonamiento del 94% de los participantes fue asegurar que la probabilidad de B dado A era igualmente alta que la probabilidad de A dado B, lo cual da cuenta del ***sesgo de correlación ilusoria***, pues establecen una fuerte relación debido a la experiencia entre los eventos A y B.

Este resultado complementa el observado anteriormente con relación al uso de la **Heurística de la disponibilidad** y en general, a los resultados observados en el primer instrumento, pues se observa como los juicios realizados están orientados en la facilidad para recordar ejemplos y establecer relaciones mentales falsas en la toma de decisiones, lo que se deduce en razonamientos alejados de los elementos teóricos.

7.2.3 Síntesis del análisis del segundo instrumento

Los resultados observados en este apartado dan cuenta de la persistencia de los diferentes sesgos cognitivos expuestos en la Tabla 26, y, además, la aparición de otros errores reportados en la literatura como es el **sesgo de correlación ilusoria** y el **sesgo de la confianza de hábitos** que no habían sido considerados en el diseño del primer instrumento.

En cuanto al uso de heurísticas se puede afirmar que el uso de este tipo de recursos persiste aun cuando los participantes están tomando un curso formal de elementos de probabilidad en el marco de la asignatura de Estadística I, el razonamiento se basa en juicios carentes de lógica y formalidad. A continuación, se presentan los sesgos observados en este apartado con el respectivo porcentaje de evidencia.

Tabla 32

Sesgos cognitivos observados detectados con el segundo instrumento de recolección de datos

Tipo de Heurística	Tipo de sesgo cognitivo	Frecuencia de participantes	Porcentaje de evidencia
Representatividad	Falacia del jugador	7	23%
	Sesgo de la mano caliente	18	63%
	Falacia de la conjunción	20	60%

	Sesgo de concepciones erróneas sobre el azar	25	86%
Disponibilidad	Sesgo de correlación ilusoria	30	94%
	Sesgo debido a la efectividad de un conjunto de búsqueda	19	54%
No definida	Sesgo de equiprobabilidad	9	20%
	Sesgo de la confianza de hábitos	12	36%
	Concepciones erróneas sobre el azar: por ubicación espacial	14	43%
	Concepciones erróneas sobre el azar: por variabilidad de números	8	26%

8. Discusión

Los resultados observados en la sección anterior nos permitieron evidenciar que gran parte de los estudiantes cuando se encuentran frente a situaciones de toma de decisiones tienden a alejarse del uso del razonamiento teórico o adecuado, incluso después de que los participantes hubieran estudiado el tema de probabilidad. Lo anterior indica el uso de otros tipos de razonamientos, y en ese sentido se pretende en este apartado discutir los resultados más relevantes desde las categorías propuestas en el marco teórico.

Representatividad: En cuanto al uso de esta Heurística al considerar los resultados luego de la implementación de los dos instrumentos de recolección de datos, se puede afirmar que se evidenció en los participantes antes de que estudiaran el tema de probabilidad y después de haberlo hecho.

En términos cuantitativos, la Tabla 26 da cuenta de la presencia de la Heurística en un 84% en el primer instrumento, lo cual permite identificar consecuentemente los siguientes sesgos cognitivos***: insensibilidad al tamaño de la muestra***, ***falacia del jugador***, ***sesgo de la mano caliente***, ***falacia de la conjunción*** y el sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: variabilidad de números***.

Por otro lado, la Tabla 32 permite observar la presencia de esta Heurística en un 77% en el segundo instrumento, identificando así los mismos sesgos observados en el primer instrumento.

De acuerdo con lo anterior, es importante mencionar que todos los sesgos cognitivos siguieron observándose (algunos con mayor frecuencia) luego de la inmersión en el aula por parte de los estudiantes, lo cual muestra concordancia con lo que presenta la investigación elaborada por

Estrada et al. (2006), debido a la evidencia de errores cognitivos en estudiantes con formación en probabilidad.

Consecuentemente un tipo de argumento muy recurrente en los razonamientos asociados a esta Heurística y corresponde específicamente al considerar que las situaciones que involucran la aleatoriedad están en constante dependencia de su ocurrencia en muestras pequeñas:

- Basar la elección de un número en una rifa solidaria a partir de los últimos 5 resultados.
- Basar la elección del cartón de Bingo en los números calientes.

Haciendo representativo de esta manera incluso información basada en pequeñas muestras alrededor de un experimento aleatorio; lo cual en contraste con los resultados reportados por Serrano et al. (1998) se observa coincidencia en este tipo de razonamiento ante la toma de decisiones.

Un resultado relevante que vale la pena mencionar se presentó alrededor de ***la falacia del jugador*** y el ***sesgo de la mano caliente***, ya que la Tabla 26 permite observar una mayor presencia de la ***falacia del jugador*** y una menor frecuencia el ***sesgo de la mano caliente***, caso contrario en lo que presenta la Tabla 32, de allí que este hecho esté asociado a la estructura de la pregunta realizada en cada instrumento que pretendía identificar estos sesgos:

*Pregunta **P3S2** del primer instrumento:* Se presenta una tabla (ver Figura 27) que presenta los números comprados por el personaje ficticio Ángel y los resultados de la rifa durante los últimos 10 sorteos en una rifa solidaria con la característica de que en el último sorteo Ángel ha sido el ganador con el número 39, y se pregunta por la estrategia que él use en la próxima elección del número.

*Pregunta **P10S1** del segundo instrumento:* Se presenta un cartón de Bingo con los números que han salido durante los últimos sorteos, y se pregunta por cómo haría la elección del cartón en un próximo juego.

Sin duda son escenarios completamente diferentes, en el primero se presenta una secuencia de los números ganadores, por lo que los estudiantes optan por concebir una secuencia que sea más apropiada al comportamiento del azar, mencionando que es más probable que el próximo número ganador no sea el 39 (***falacia del jugador***), mientras que en la segunda no se propone una secuencia de manera explícita sino que menciona los números que han salido con regularidad y consecuentemente de esta manera consideraran que los números son altamente probables de ocurrir en el siguiente juego (***sesgo de la mano caliente***).

Lo anteriormente mencionado se encuentra en coincidencia con la investigación de Vargas (2013) en donde "se considera que la redacción de los problemas influye en la calidad de las respuestas" (p. 431). En consecuencia, la manera en cómo se presenta la información afecta también el tipo de razonamiento que usen los estudiantes, lo cual se dejó en evidencia anteriormente.

Disponibilidad: Este tipo de Heurística fue observada de manera análoga a la Heurística de la representatividad antes y después de que los estudiantes vieran el tema de probabilidad.

Se puede señalar de acuerdo con la Tabla 26 que los sesgos cognitivos identificados fueron: ***sesgo del recuerdo de instancias y sesgo de efectividad de un conjunto búsqueda,*** demostrando el uso de razonamientos basados en la facilidad de recordar eventos similares en el pasado.

Así mismo, la Tabla 32 permite observar que los sesgos evidenciados fueron el ***sesgo debido a la efectividad de un conjunto búsqueda*** y el ***sesgo de correlación ilusoria.***

De este modo, se evidencia primero la persistencia del ***sesgo debido a la efectividad de un conjunto búsqueda*** en los dos escenarios concebidos, segundo la nula presencia del ***sesgo del recuerdo de instancias*** y tercera la evidencia ***del sesgo de correlación ilusoria*** que no se observó en el primer análisis.

Lo primero se debe a los juicios apresurados que realizaron los estudiantes expuestos en **P6S1 y P2S2,** en ese sentido los participantes al responder estas dos preguntas, coinciden con lo que presenta la investigación de Tversky y Kahneman (1973), ya que juzgaron la probabilidad de ocurrencia según una asociación en particular, la cual consistió en este caso en evocar con facilidad los números que se les había suministrado y no los números primos, lo cual se encuentra en relación con lo que aporta Salcedo y Mosquera (2008) y corresponde a que las personas recuerdan con mayor facilidad categorías grandes que categorías menos frecuentes.

Lo segundo tiene una explicación desde el mismo formato de diseño del segundo instrumento de recolección de datos, y sucede que, si bien el Bingo y la Ruleta son juegos de azar conocidos, la mayoría de los participantes no habían tenido una experiencia propia, por lo que no realizaron ningún tipo de juicio basado en la experiencia de juego, por tal motivo se observó una frecuencia nula de este sesgo en la segunda prueba.

Lo tercero se encuentra asociado a que, en el diseño del primer instrumento, la pregunta 2 de la sección 2 tenía como fin indagar alrededor de este sesgo sin embargo debido a la manera en cómo se planteó solo permitió identificar el sesgo de ***insensibilidad al tamaño de la muestra***.

En cuanto al uso de la Heurística de la disponibilidad en general, se debe mencionar al respecto que los resultados se encuentran en relación con la investigación realizada por Salcedo y

Mosquera (2018) en donde los sesgos son evidenciados aún en estudiantes que cuentan con una formación en estadística.

Heurística no definida: Desde esta categoría se pudo evidenciar que diferentes sesgos cognitivos se pueden manifestar en el razonamiento probabilístico sin estar sujetos de manera estricta al uso de las Heurísticas propuestas anteriormente.

Observando la Tabla 26, se puede observar que se identificaron los siguientes sesgos: ***sesgo de equiprobabilidad, sesgo del pensamiento mágico y concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial***.

A partir de la Tabla 32 se evidencia la persistencia del ***sesgo de equiprobabilidad*** y ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por variabilidad de números*** y la presencia de un sesgo que no fue observado en el análisis del primer instrumento llamado el ***sesgo de la confianza de hábitos.***

Un resultado importante que se destaca en esta categoría se encuentra asociado al sesgo de ***concepciones erróneas sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial***, dado que son muy pocas las investigaciones que han dado cuenta de la presencia de este sesgo, el cual fue observado en los argumentos utilizados por los estudiantes en donde atribuían una mayor probabilidad a zonas muy específicas del cartón de las rifas solidarias o del Bingo. Así mismo no se descarta la posibilidad de que en futuras investigaciones se pueda profundizar mucho más en este tipo de razonamiento.

En cuanto a la nula presencia del ***sesgo del pensamiento mágico*** en el segundo instrumento de recolección de datos, se debe mencionar que fue inesperado, debido a que ningún participante seleccionó un cartón de Bingo basándose en el criterio de números especiales (fechas especiales,

números favoritos, etc.). Una posible causa de este hecho puede deberse a la misma estructura del juego, debido a que el cartón del Bingo exige la elección de una cantidad de 24 números, por lo que quizás ninguno de los participantes tenga en su mente 24 números diferentes entre 1 y el 75 en una categoría de números especiales por lo cual no se manifestó este tipo de razonamiento.

El sesgo de equiprobabilidad por su parte se esperaba evidenciarse durante los dos tipos de escenarios, ya que según la investigación realizada por Cardeñoso, Moreno, González y Fontana (2017), las situaciones de incertidumbre regidas por el azar llevan a las personas usualmente a creer que siempre describen un espacio muestral equiprobable, lo cual fue el eje del razonamiento observado por los participantes que presentaron este sesgo cognitivo, dando una concepción errada de la aleatoriedad y alejado de las herramientas teóricas.

Los datos anteriormente descritos indican una persistencia de los sesgos cognitivos aún después de que los participantes profundizaran en el tema de probabilidad en el curso de Estadística I, esto se encuentra en relación con los resultados expuestos por Flores (2018) y Díaz et al. (2012), los cuales presentan un panorama de razonamientos errados en un grupo de estudiantes con una formación tanto matemática como estadística. En ese sentido, Díaz et al. (2012) reflexionan en el modelo de formación en probabilidad que los docentes promueven, el cual no está enfocado en el estudio de problemas que involucren el uso descuidado de Heurísticas en el razonamiento, sin embargo, así como lo expone Serrano et al. (1998) los sesgos pueden seguir observándose aún después de la enseñanza sino se propone un diseño didáctico desde el estudio de la variabilidad en el proceso estocástico.

En cuanto a las limitaciones de la investigación, se debe considerar que el desarrollo de la misma no se realizó en las condiciones ideales, ya que se tenía contemplado luego de la implementación del primer instrumento de recolección de datos en 4 semanas aproximadamente

aplicar el segundo instrumento para observar posibles cambios en el tipo de razonamiento probabilístico, sin embargo, surgió un inesperado receso de actividades académicas en la universidad por un tiempo de 4 semanas, lo cual pudo haber traído consigo el descuido académico por parte de los estudiantes y con ello la presencia y persistencia de sesgos cognitivos.

Conclusiones

La presente investigación tuvo como objetivo identificar sesgos cognitivos en el razonamiento probabilístico en un grupo de estudiantes universitarios en el curso de Estadística I de la Universidad Industrial de Santander, antes y después de que estudiaran el tema de probabilidad mediante la toma de decisiones en situaciones que involucran la incertidumbre. En particular, se indagó alrededor de la presencia de diferentes errores desde el uso de Heurísticas reportadas por la literatura, tales como la Representatividad y la Disponibilidad, incluyendo además una categoría que involucrara sesgos que no se encuentran asociadas a una construcción mental específica sobre el razonamiento, la cual llamamos Heurística no definida.

En ese sentido, el objetivo propuesto fue alcanzado gracias al diseño e implementación de los instrumentos de recolección de datos, permitiendo así reportar los sesgos cognitivos que evidenciaron los estudiantes durante el desarrollo de la investigación.

De acuerdo con lo anterior, los hallazgos de la investigación mencionados en el apartado de **Discusión** permiten dar cuenta de la baja formación en probabilidad que tienen los estudiantes de los programas de Licenciatura en Matemáticas y Matemáticas, entre cuarto y quinto semestre de la Universidad Industrial de Santander debido a la cantidad de sesgos evidenciados que en su mayoría persistieron aún después de haber profundizado en el tema de probabilidad. Al respecto, Kahneman et al. (1982) explican que el razonamiento esperado por una persona cuando no cuenta con un conocimiento adecuado de probabilidad, consiste en la simplificación de los problemas y la estimación de ocurrencias mediante el uso de heurísticas, en ese sentido como lo afirma Godino y Batanero (1994), la presencia de este tipo de concepciones no pueden ser explicadas desde los modelos que describen procesos mentales sino desde la complejidad de los objetos matemáticos y su mismo proceso de enseñanza.

Lo anterior permite dar cuenta de las implicaciones que esto tiene en el contexto educativo, y es que no es suficiente la metodología de enseñanza tradicional para abordar los diferentes vacíos conceptuales que generan la presencia de sesgos en el razonamiento probabilístico, así como lo menciona Díaz et al. (2012) las intervenciones en el aula deben estar enfocadas en la simulación, la resolución de problemas y reflexión en situaciones contextualizadas que aborden escenarios en donde sea posible la presencia de sesgos.

En ese sentido, los resultados emergentes de la investigación tienen dos principales aportes a la literatura.

El primero se encuentra orientado a los docentes de la línea de Estadística y probabilidad a nivel tanto universitario como de educación básica secundaria. Se sugiere que los diferentes sesgos cognitivos identificados en el trabajo de campo (incluyendo aquellos que persistieron luego de la formación en probabilidad) sirvan para el diseño didáctico de actividades orientadas a la corrección de estos errores en el aula a partir de la reflexión y resolución de problemas que involucren la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

El segundo aporte se encuentra enfocado en futuras investigaciones, debido a que el presente trabajo deja expuesta una caracterización de sesgos cognitivos en estudiantes antes y después de obtener una formación en probabilidad que puede profundizarse en estudios posteriores, para ello, desde la experiencia adquirida a lo largo de este proyecto se sugieren los aspectos a continuación.

En el caso en que se desee contemplar más de un instrumento de recolección de datos, en lo posible debe mantenerse la misma muestra, debido a que en el presente trabajo la muestra

tomada para implementar el segundo instrumento de recolección de datos fue menor, lo que deja datos faltantes para una correcta comparación entre la presencia de sesgos.

Se propone para futuros estudios profundizar en sesgos cognitivos que no han sido tan investigados en la literatura, tal como las concepciones erróneas ***sobre el azar en resultados numéricos: por ubicación espacial*** y ***por variabilidad de números,*** los cuales se definieron en este trabajo. Al igual, se sugiere en un futuro contemplar un análisis discriminando algunas variables como lo son género, programa académico, experiencia del curso (dado que en la muestra seleccionada algunos estudiantes se encontraban cursando la asignatura por segunda vez) o edad, lo cual puede enriquecer la investigación en sesgos cognitivos a nivel universitario.

Finalmente, desde la reflexión personal es importante mencionar que el presente trabajo de investigación permitió articular los diferentes conocimientos y saberes obtenidos a lo largo de la línea de estudio en Estadística en el programa de Licenciatura en Matemáticas: Estadística I, Estadística II y Didáctica de la probabilidad y la Estadística, facilitando de esta manera el diseño de los instrumentos de recolección datos, los cuales estuvieron orientados en problemas del contexto real que involucraron la toma de decisiones, la estructuración del marco teórico el cual corresponde a sesgos cognitivos que han sido reportados a lo largo de los últimos 45 años y el análisis de los diferentes razonamientos observados durante el desarrollo del presente trabajo; obteniendo así una primer experiencia en el rol como investigador.

Referencias

Barragán, D. M., & Rivera, L. P. (2015). Razonamiento probabilístico desde el desarrollo de la intuición del azar en estudiantes de quinto de primaria. Secuencia de actividades basada en juegos de azar.

Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. *Granada: Universidad de Granada*.

Batanero, C., Contreras, J. M., & Díaz, C. (2013). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. *Revista Digital Matemática*, *12*(2), 1-13.

Carranza, S. M., & Guerrero, M. A. (2016). El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes.

Contreras, J., Arteaga, P., Cañadas de la Fuente, G., Portillo, E. (2008). Evaluación de sesgos probabilísticos en futuros profesores: Tratamiento de un problema irresoluble.

Cortada de Kohan, N., & Macbeth, G. (2006). Los sesgos cognitivos en la toma de decisiones.

Díaz, C. (2003). Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico y sus implicaciones en la enseñanza de la estadística.

Díaz, C., Contreras, J. M., Batanero, C., & Roa, R. (2012). Evaluación de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en futuros profesores de educación secundaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *26*, 1207-1226.

Domingo, J. M. C., Moreno, A., González, E. G., & Fontana, R. J. (2017). El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (11), 145-166.

Estrada, A., Díaz, C., & de la Fuente, I. (2006). Un estudio inicial de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en alumnos universitarios.

Fantino, E.; S. Stolarz-Fantino y A. Navarro, "Logical fallacies: A behavioral approach to reasoning," The Behavior Analyst Today 4, 1, 2003, pp. 109-117.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.Dordrecht: Reidel*.

Flores, C. R. O. (2019). Sesgos en el razonamiento intuitivo sobre probabilidades presentes en estudiantes. *Horizontes Pedagógicos*, *21*(1), 73-82.

Galeano, A., Agredo, N., & Rivera, T. E. (2018). Una carrera de autos para detectar sesgos en el razonamiento probabilístico de niños de cuarto grado.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Gómez, S. E. V., & Vergel, J. A. R. (2015). La ingeniería didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Omnia*, *21*(2), 96-104.

Kahneman, D., Slovic, S. P., Slovic, P., & Tversky, A. (Eds.). (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge university press.

Labrador Méndez, M. (2015). Relevancia de los factores cognitivos en los juegos de azar, 2015.

Lecoutre, M. P., & Durand, J. L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aléatoire. Educational studies in mathematics, 19(3), 357-368.

Ortiz, F., & Segura, S. (2013). Una propuesta para la superación de sesgos en el razonamiento probabilístico.

Pico Bonilla, CM, Gil Mateus, EO y Clavijo Álvarezz, Á. R. (2017). Cognición y conducta en la falacia de las tasas de base. *Revista de Economía Institucional* , *19* (36), 313-332.

Salcedo, A., & Mosquera, J. (2008). Sesgo de la disponibilidad en estudiantes universitarios. *Investigación y postgrado*, *23*(2), 411-432.

Serrano, L., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1998). Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, *10*(01), 7-25.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: heuristics and biases. *Science,* 185, 1124-1131.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1973). Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases: Biases in judgments reveal some heuristics of thinking under uncertainty. *science*, *185*(4157), 1124-1131.

Urbieta, J. A. U., Lorza, A. M., & Naranjo, A. A. (2011). Heurísticos y sesgos cognitivos en la dirección de empresas: un meta-análisis. *Revista Venezolana de Gerencia*, *16*(55), 390-419.

Vargas, P. R. L. (2013). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato sobre problemas binomiales. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, (2), 425-431.

Anexos

Anexo 1: Tabla soporte a preguntas del primer instrumento

Sección 1		
Preguntas introductorias		
Pregunta	**Objetivo**	**Respuesta correcta**
¿Ha jugado alguna vez una rifa solidaria? ¿En alguna ocasión ha logrado ganar una rifa solidaria?	- Identificar el acercamiento del estudiante con el contexto de las rifas solidarias	No aplica, la respuesta depende de la experiencia de cada participante
¿Si ha ganado alguna vez, recuerda con qué número lo hizo?	- Contrastar esta información con la respuesta dada en la segunda pregunta y eventualmente en otras respuestas posteriores.	No aplica, la respuesta depende de la experiencia de cada participante
Pregunta 1		
Suponga que inicia la venta de la rifa y usted es el primer comprador, ¿cuál número escogería? ¿Por qué?	- Identificar intuiciones primarias o secundarias sobre el juego.	Este juego describe un espacio muestral equiprobable con lo cual cualquier elección es válida.
Pregunta 2		
Situación: Se le presenta el formato clásico de una rifa solidaria (cartón con 100 casillas numeradas en orden ascendente) (ver anexos) ¿Qué tan probable es ganar una rifa solidaria como la presentada en la Figura 3?	- Identificar intuiciones primarias. - Identificar sesgos como el de disponibilidad o debido al recuerdo de instancias.	Todos los números tienen la misma probabilidad de ocurrir así que la única forma de aumentar la probabilidad de ganar es comprar varios puestos.
Pregunta 3		
Pregunta	**Objetivo**	**Respuesta correcta**

Situación: Se aporta la imagen de una venta real con números ya vendidos. (ver anexos) Si tuviera la oportunidad de participar en esta rifa, ¿Qué número escogería? Justifique la anterior elección	- Identificar la presencia de intuiciones primarias. - Identificar sesgos como el de disponibilidad, recuerdo de instancias, si se cruza con las respuestas anteriores se cree que podría permitir identificar el sesgo del anclaje (la estimación inicial se ajusta a medida que hay información adicional)	No aplica, todos los números tienen igual probabilidad de ocurrir.
Pregunta 4		
Situación; Se presentan la imagen de la pregunta 4 (ver Anexos) Examinando estas dos elecciones, ¿Quién cree que tiene más probabilidad de ganar: Carlos o Tania? Justifique su respuesta	- Indagar acerca de un posible sesgo que consiste en asignar probabilidades diferentes acorde a la ubicación espacial en el cartón.	Las dos personas tienen la misma probabilidad de ganar la rifa dado que el juego describe un espacio muestral equiprobable y los dos compraron la misma cantidad de puestos.
Pregunta 5		
Situación: Se hacen los siguientes cambios en la elección de los números con respecto a la pregunta anterior: Carlos: Cambia la elección a 3 números que están un poco más dispersos por el cartón. Tania: Sigue con la misma elección. ¿Cuál de los dos amigos, tiene ahora más posibilidad de ganar la rifa?	- Indagar y contrastar acerca de la asignación de probabilidades acorde a la ubicación espacial, se contrastará con la respuesta dada a la pregunta 4.	Las dos personas tienen la misma probabilidad de ganar la rifa dado que el juego describe un espacio muestral equiprobable y los dos compraron la misma cantidad de puestos.
Pregunta 6		
Situación: Se suministra la imagen de un cartón con 26 números marcados en azul. (ver anexos) ¿Qué es más probable? **a)** Que el número ganador sea uno de los que aparecen en azul.	- Identificar el sesgo de la efectividad de un conjunto búsqueda.	La probabilidad de que el número ganador sea primo es: $\frac{25}{100}$ La probabilidad de que el número ganador sea uno de los que se encuentra en color azul es: $\frac{24}{100}$

b) Que el número ganador sea primo. **c)** Es igualmente probable la opción a) y b). **d)** No se puede saber.		Por lo cual es levemente mayor la probabilidad de el número ganador sea primo.

Pregunta 7

¿Cuál de estas estrategias de juego considera es más efectiva al comprar un número en una rifa? 4. Elegir un número pequeño (parte superior del cartón) 5. Elegir un número $\leq$ que 50 y par. 6. Elegir un número par. Justifique su respuesta.	- Identificar el sesgo de la Falacia de la conjunción que consiste en creer que la probabilidad de la intersección es mayor que la probabilidad de los eventos individuales. Podrían emerger otros sesgos.	La probabilidad de que salga un número menor o igual a 50 es: $\frac{50}{100}$ La probabilidad de que el número ganador sea menor o igual que 50 y par es: $\frac{25}{100}$ La probabilidad de que el número ganador sea par es: $\frac{50}{100}$

Sección 2

Pregunta 1

Adicional a la información de la Figura 5, la página de la lotería ofrece los siguientes datos: - Números que más veces han salido: 72 y 75 - Números que menos veces han salido: 51 y 59 ¿Crees que la información que se ha dado puede servir para elegir el número a comprar? ¿Cómo la usarías?	Identificar sesgos como: - Ley de los pequeños números (decidir con base en pequeñas muestras). - Falacia de las tasas base. - Falacia del jugador o mano caliente (posiblemente) -	90 sorteos parecen ser muchos, pero claramente el gráfico aún no alcanza la forma teórica para la distribución de probabilidad que rige este experimento que es una distribución uniforme.

Pregunta 2

Acorde al sorteo 91 de la lotería *La culona*, la rifa de Juan se la ganó alguien llamado Santiago, ¿ Cuál cree que es la probabilidad de que el número elegido por Santiago se encuentre en el intervalo del 50 al 59? a) Improbable b) Poco probable c) Probable d) Muy probable e) Altamente probable Justificación.	Identificar los sesgos: -Ley de los pequeños números. -Falacia del jugador	No aplica, la probabilidad de ocurrencia de cada subintervalo mostrado es de 10/100, con lo cual el número ganador puede salir de cualquier intervalo aún entre 50 y 59 que según el registro histórico poco ha salido.

Pregunta 3		
Ángel es un cliente fiel de Carlos, cada quincena le compra un puesto, los 10 últimos puestos que ha comprado se muestran a continuación en la Tabla 1. ¿De los siguientes escenarios cuál cree usted que es más probable si Ángel participa de nuevo en la rifa? a. Ángel vuelva a jugar el mismo número b. Ángel cambiará de número Justificación.	Identificar los sesgos: -Falacia del jugador (optar por un resultado que no haya salido) -Sesgo de la mano caliente (contextualizado a la rifa sería que si un número viene saliendo en la lotería hay que comprarlo).	No aplica.
Pregunta 4		
Se presenta una Tabla que representa el número comprado por Ángel y el resultado que ha sido el ganador, en donde en el último registro se evidencia que ha ganado con el número 39. Se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué número le sugiere a Ángel que compre en la siguiente venta de esta rifa? Justifica esta respuesta.	Identificar los sesgos: -Ley de los pequeños números. -Falacia del jugador -Sesgo de la mano caliente	No se sugiere ningún número en particular dado que el espacio muestral del juego sigue siendo equiprobable. Se espera respuestas en función de la representatividad de la información que se le ha suministrado.

Sección 3

Pregunta 1		
Ante este nuevo diseño, ¿qué número elegirías? Justificación.	Contrastar con la información con las respuestas dadas a las **Preguntas 2 y 3** de la **Actividad 1**.	Todos los números tienen igual probabilidad de ocurrir, el cambio de puesto no genera diferencias.
Preguntas 2 y 3		
Pregunta	**Objetivo**	**Respuesta correcta**
Con base en la imagen de la pregunta 2 y 3 (ver anexos) ¿es más probable que el número ganador de la rifa sea uno de los señalados en color azul o uno de los que se encuentran en color negro? Acorde a la imagen, ¿es más probable que el número ganador de la rifa solidaria sea uno de los señalados en color azul o uno de los que se encuentran en color negro?	Contrastar con los resultados obtenidos en la **Actividad 1**, **Preguntas 5** y **6** que exploran la presencia de posibles sesgos relacionados con la ubicación espacial dentro del cartón.	Es igualmente probable que el número ganador sea de los que se encuentre marcados en color azul o negro, esta afirmación se da gracias a que este experimento aleatorio describe un espacio muestral equiprobable y cada color tiene igual cantidad de puestos.

Anexo 2: Tabla soporte a preguntas del segundo instrumento

Sección 1		
Pregunta	**Objetivo**	**Respuesta correcta**
Pregunta 1		
Según la siguiente escala, ¿En qué nivel ubicaría la probabilidad de ganar el juego del Bingo en la modalidad bingo pleno? a) Imposible b) Poco probable c) Probable d) Muy probable e) Seguro Justifique su respuesta.	- Identificar las intuiciones primarias y secundarias (derivadas de la formación recibida en el curso de Estadística I) alrededor del juego Bingo.	Depende del número de cartones en juego, por ser un juego de azar, en el inicio todos los cartones tienen exactamente la misma probabilidad de ganar 1/# de cartones participando Nota: durante el juego las probabilidades de ganar para los diferentes cartones en juego van cambiando acorde a las balotas extraídas (muestreo sin remplazo).
Pregunta 2		
De acuerdo con su experiencia y la descripción del juego, ¿Cuál estrategia usaría para escoger el cartón con el que va a participar en un juego del Bingo en la modalidad Bingo pleno?	- Identificar las intuiciones primarias y secundarias (derivadas de la formación recibida en el curso de Estadística I) alrededor del juego Bingo. - Identificar sesgos como el de **disponibilidad** o **sesgo debido al recuerdo de instancias**) podrían emerger algunas creencias en relación a las características de los números que debe tener un cartón para considerarse "bueno".	No aplica, la respuesta depende de la experiencia de cada participante. La única estrategia viable para aumentar la probabilidad de ganar es participar con más de un cartón.
Pregunta 3		
Situación: Se presentan los posibles formatos de juego de Bingo. . ¿Con cuál de las anteriores modalidades considera que hay más probabilidad de ganar? Justifique su respuesta.	- Confirmar si hay presencia de sesgos relacionados con la ubicación de los números en el cartón. - Puede permitir identificar la presencia del **sesgo de equiprobabilidad** y otros sesgos relacionados con patrones en la	Para un jugador, la probabilidad de ganar no depende de la modalidad en que se juegue, al iniciar un juego, todos los participantes adoptan la misma modalidad por cuanto no hay nada que otorgue más probabilidad de ganar a unos más que a otros, será el azar

	forma como van a saliendo los números.	quien determine el cartón ganador.
Pregunta 4		
Situación: Se explica la teoría de Tippet. Según esta teoría, ¿qué cartón se debería escoger si el formato de juego es "Bingo pleno"?	- Identificar la presencia de sesgos debidos a la ubicación espacial en el cartón o creencia en la existencia de patrones en el orden de sálida de los números. - **Falacia de la tasas base** (ignorar información importante y concentrarse en información específica que es menos confiable, ignorar la información poblacional).	La teoría expuesta supone un patrón en la extracción de las balotas que en general no se cumple por ser un juego de azar (los primeros números en salir son los más pequeños o los más grandes y luego salen los números de la mitad).
Pregunta 5		
¿Detecta alguna inconsistencia en la teoría de Tippet o, por el contrario, considera que es una teoría válida?	- Confirmar la presencia de la Falacia de las tasas base al contrastar con la respuesta a la pregunta anterior. - Identificar qué patrones creen que se dan en el orden en que salen los números.	La probabilidad de que un número salga en la primera extracción es $\frac{1}{75}$, para la segunda extracción será $\frac{1}{74}$ y así para las siguientes extracciones, con lo cual no hay subconjuntos de números ni regiones en el cartón en el cartón que acumulen mayor probabilidad de ocurrir.
Pregunta 6		
Situación: Se presentan cartones de juegos y una máquina que genera cartones aleatorios. ¿Cuál de las siguientes opciones parece haber sido generada por una máquina de esas?	- Evaluar intuiciones primarias sobre el azar, usualmente se cree que el azar genera secuencias con gran variación, debe haber alternancia entre los resultados posibles (rachas cortas) e incluso una característica asociada al azar es el desorden. - Podría permitir identificar concepciones erróneas en las secuencias aleatorias como las reportadas (falacia del jugador, mano caliente) u otras diferentes. .	Todos los cartones dados pueden haber sido generados por un mecanismo aleatorio.
Pregunta 7		
Situación: Se presentan 3 tipos de cartones que muestran el proceso de un juego de Bingo luego de 8 extracciones. (ver anexos)	- Indagar y contrastar acerca del sesgo que consiste en asignar probabilidades diferentes a ciertas regiones del cartón.	Todas las anteriores, dado que el mecanismo que selecciona las balotas es mediado por el azar.

¿Cuál de los cartones considera tiene mayor probabilidad de haber ocurrido luego de realizar 8 extracciones?	Identificar sesgos relacionados con secuencias aleatorias: falacia del jugador, mano caliente principalmente.	

Pregunta 8		
Situación: Una empresa de juegos de Bingo presenta los números que más han salido las últimas semanas. (ver anexos) Suponga que usted va a jugar el próximo Bingo con BPG, ¿Cómo aprovecharía la información dada?	- Identificar el sesgo de la mano caliente. - Identificar el sesgo de la falacia del jugador.	No hay ninguna respuesta correcta, dado que los resultados de un próximo juego no dependen de los anteriores.

Pregunta 9		
Situación: Se presentan dos juegos opcionales de rifa solidaria y bingo *rápidos*. (ver anexos) ¿Cuál opción elegiría usted? Justifique su respuesta.	- Evidenciar si se hace uso de probabilidades para apoyar una toma de decisiones, al tiempo que se observa la asignación de probabilidades en espacios muestrales equiprobables, tema que ha sido desarrollado en el curso y que implica el dominio de técnicas de conteo y Ley de Laplace.	Probabilidad de ganar en cada opción: • Probabilidad de ganar en el opcional de Bingo es $\frac{258}{1387}$ =0.25 • Probabilidad de ganar con el opcional de rifa es $\frac{4}{75}$ = 0,053

Sección 2

Pregunta 1		
Situación: Carlos lee sobre estrategias de juego en el Bingo encontrando dos que le llamaron la atención: Apostarle a 4 números vecinos del 0 y apostarle a números pares. (ver anexos) ¿Cuál de las siguientes apuestas cree que favorecerá la elección de Carlos? a) Apostarle a cuatro números vecinos de 0 b) Apostarle a cuatro números pares y que sean vecinos de 0	- Identificar el sesgo de la **falacia de la conjunción** (creer que es más probable la intersección de dos eventos que cada uno de ellos por separado)	El experimento conduce a un espacio muestral equiprobable, como en los dos casos está participando con 4 números entonces tiene la misma cantidad de casos favorables en cada opción de apuesta.

Pregunta 2		
¿Cuál de las siguientes personas tiene mayor probabilidad de ganar en la ruleta mágica?	- Identificar el sesgo de la **efectividad de un**	Los dos eventos tienen la misma probabilidad, para Juan será la probabilidad de 11 entre 37 (11

	a) Juan, quien ha apostado a que la bola de marfil se ubique en un número primo. **b)** Karla, quien ha seleccionado los siguientes números: 0, 32, 15, 18, 21, 26, 34, 36, 10, 4 y 35.	**conjunto búsqueda** (Asociar menor probabilidad a un conjunto de casos posibles que es difícil imaginar mentalmente)	números primos del 1 al 36) y para Karla de 11 entre 37, pues eligió 11 números.

Pregunta 3		
Situación: Se exponen 3 tipos de personas con características diferentes como la edad y ocupación. (ver anexos) ¿Cuál de las anteriores personas cree usted que es más probable que sea un jugador de casino? a) Santiago b) Andrés c) Esteban	- Explorar el sesgo de correlación ilusoria (Hay una fuerte asociación entre causa y efecto entre dos eventos)	Esteban, si hay presencia del sesgo previsto podrían asociar el ser jugador con el fumar y por ello inclinarse más por Santiago que por los otros dos.

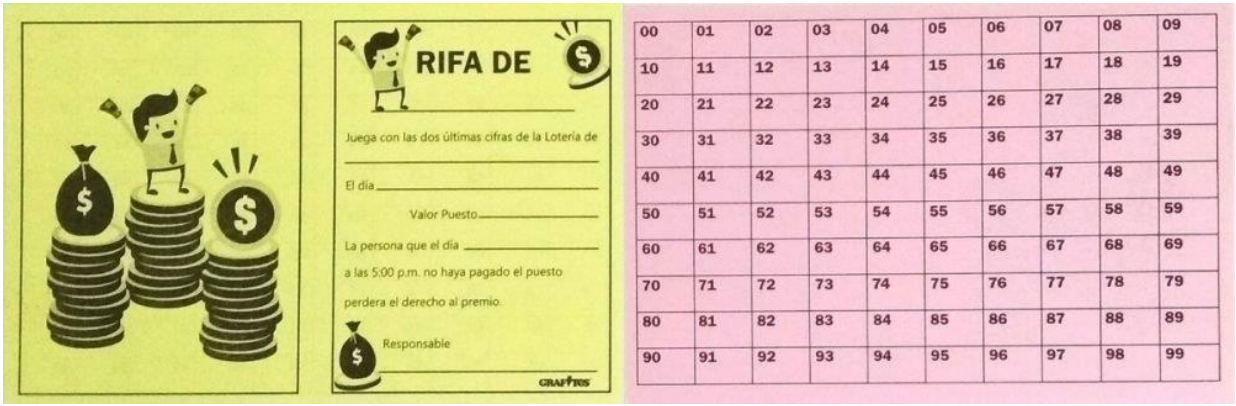
Anexo 3: Primer instrumento de recolección de datos

Sección 1: Rifas solidarias clásicas

Las rifas solidarias son un juego de azar que reciben su nombre debido a que son usadas usualmente para recaudar dinero para financiar una noble causa, el juego en sí mismo puede verse como una micro-lotería, no obstante, se ha observado el uso de este tipo de rifas de manera consistente convirtiéndose así en una fuente de ingresos.

La estructura de este tipo de juego consiste de un tarjetón numerado del 00 al 100, el participante puede adquirir un número o puesto pagando un precio establecido, este valor es constante para todos los compradores y se pueden comprar los puestos que se desee; llegada la fecha establecida para que juegue la rifa, el ganador usualmente lo determinan los dos últimas cifras del resultado de una lotería oficial, a continuación se encuentra una imagen que ilustra la apariencia usual de este tipo de rifas:

Ejemplo rifa solidaria



00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Pregunta 1.

¿Ha jugado alguna vez una rifa solidaria?

¿En alguna ocasión ha logrado ganar una rifa solidaria?, si la respuesta es afirmativa, recuerda con qué número lo hizó?

Pregunta 2.

Inicia la venta de la rifa y usted es el primer comprador, ¿cuál número seleccionaría?

¿Por qué hace esa elección?

Pregunta 3.

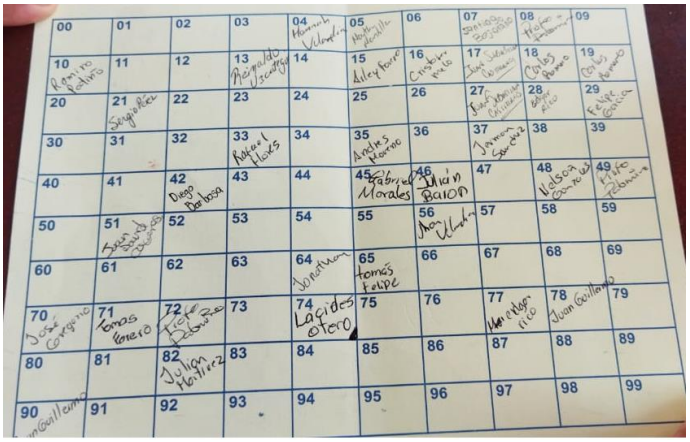
¿Qué tan probable es ganar una rifa solidaria como la presentada en la **primer imagen**?

a) Improbable
b) Poco probable
c) Probable
d) Muy probable
e) Altamente probable

Justifique su respuesta:

Pregunta 4.

A continuación, se presenta una imagen de la venta real de una rifa solidaria:



¿Qué número elegiría si tuviera la oportunidad de participar en esta rifa?

Justifique la anterior elección:

Pregunta 5.

Juan es un estudiante de ingeniería, él ha decidido organizar una rifa para lograr pagar el semestre 2022-1, Carlos y Tania, dos amigos de la Universidad le van a colaborar comprando 3 puestos

cada uno, sus elecciones se presentan a continuación en la imagen que muestra en color negro los números comprados por Carlos y en color azul los números comprados por Tania:

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Examinando las elecciones hechas, ¿Cuál de los dos amigos considera tiene más probabilidad de ganar la rifa de Juan?

Justifica la anterior respuesta:

Pregunta 6.

Carlos luego de discutir con Tania alrededor de quién tenía más posibilidades de ganar cambió la elección de sus números y ahora decide comprar los puestos coloreados en negro:

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Ante esta nueva elección, ¿Cuál de los dos amigos tiene más posibilidad de ganar la rifa?

Justifica la anterior respuesta:

Pregunta 7.

¿Es más probable que el número ganador sea uno de los que aparecen coloreados en azul en la siguiente imagen o es más probable que el número ganador sea primo?

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Indique su respuesta y una explicación del porqué de esta:

Pregunta 8.

Linda es una persona que cree que los números que terminan en 2 son de buena suerte, ¿Cuál cree que va a ser la elección del número de Linda si participa en una rifa solidaria?

a) El número elegido por Linda será menor que 50.
b) El número elegido por Linda será menor que 50 y par.

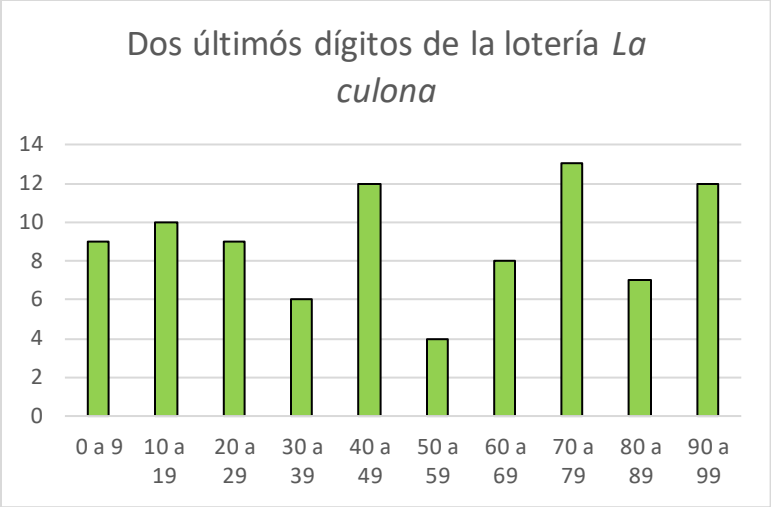
Justifica tu respuesta:

Sección 2: Las ventas de Juan

Juan es una persona con discapacidad y por esta razón su medio de subsistencia es vender una rifa solidaria**,** esto lo ha hecho cada quince días durante los últimos 5 años. La rifa en mención siempre juega con las dos últimas cifras de la lotería *La culona*.

Por otro lado, la página oficial de *La culona* nos ofrece el historial de los últimos 90 sorteos, con esa información construimos el siguiente gráfico de barras:

Figura 1.



Pregunta 1.

Adicional a la anterior información del gráfico de barras, la página de la lotería ofrece los siguientes datos:

- Número que más veces han salido: 72 y 75
- Número que menos veces han salido: 51 y 59

¿Crees que la información que se ha dado puede servir para elegir el número a comprar? ¿Cómo la usarías?

Pregunta 2.

Acorde al sorteo 91 de la lotería *La culona*, la rifa de Juan se la ganó alguien llamado Santiago, ¿ Cuál crees que es la probabilidad de que el número elegido por Santiago se encuentre en el intervalo del 40 al 59?

a) Improbable
b) Poco probable
c) Probable
d) Muy probable
e) Altamente probable

Justifica la anterior respuesta

Pregunta 3.

Ángel es un cliente fiel de Juan, cada quincena le compra un puesto, los 10 últimos puestos que ha comprado se muestran a continuación en la Tabla 1.

Tabla 1.

Número comprado por Ángel	Resultado ganador
25	81
35	65
28	54
52	94
25	3
36	82
83	91
54	35
39	39
39	39

¿De los siguientes escenarios cuál cree usted que es más probable si Ángel participa de nuevo en la rifa?

c. Ángel vuelva a jugar el mismo número
d. Ángel cambiará de número

Justifica la anterior elección.

Pregunta 4.

¿Qué número le sugerirías a Ángel que compre en la siguiente venta de esta rifa? Justifica esta respuesta.

Sección 3: Nuevo modelo de rifa solidaria

El cartón de rifas solidarias que se puede observar en la siguiente imagen corresponde a un nuevo diseño que tiene como finalidad aplicar una idea de marketing que promueve la innovación como medio para llamar el interés de las personas.

Figura 3

37	69	56	38	20	70	40	80	41	72
79	93	12	57	58	29	05	30	81	65
55	92	64	19	94	25	59	71	86	85
68	65	28	01	10	39	95	60	04	42
36	08	11	21	09	24	13	31	61	73
67	91	26	27	99	02	43	14	62	63
53	52	98	00	22	17	49	96	48	84
54	35	44	18	23	97	15	32	82	88
78	07	51	45	90	33	16	06	89	74
77	66	76	34	46	50	75	47	83	87

Pregunta 1.

Ante este nuevo diseño, ¿qué número elegirías?

Justifica esta elección:

Pregunta 2.

Según la siguiente imagen, ¿es más probable que el número ganador de la rifa sea uno de los señalados en color azul o uno de los que se encuentran en color negro?

37	69	56	38	20	70	40	80	41	72
79	93	12	57	58	29	05	30	81	65
55	92	64	19	94	25	59	71	86	85
68	65	28	01	10	39	95	60	04	42
36	08	11	21	09	24	13	31	61	73
67	91	26	27	99	02	43	14	62	63
53	52	98	00	22	17	49	96	48	84
54	35	44	18	23	97	15	32	82	88
78	07	51	45	90	33	16	06	89	74
77	66	76	34	46	50	75	47	83	87

Justifique su respuesta:

Pregunta 3:

Acorde a la imagen, ¿es más probable que el número ganador de la rifa solidaria sea uno de los señalados en color azul o uno de los que se encuentran en color negro?

Anexo 4: Segundo instrumento de recolección de datos

37	69	56	38	20	70	40	80	41	72
79	93	12	57	58	29	05	30	81	65
55	92	64	19	94	25	59	71	86	85
68	65	28	01	10	39	95	60	04	42
36	08	11	21	09	24	13	31	61	73
67	91	26	27	99	02	43	14	62	63
53	52	98	00	22	17	49	96	48	84
54	35	44	18	23	97	15	32	82	88
78	07	51	45	90	33	16	06	89	74
77	66	76	34	46	50	75	47	83	87

Sección 1 : El Bingo

}El Bingo 75 es un juego de azar llamado comúnmente Bingo, consiste en la elección de un cartón 5x5 distribuido de la siguiente forma:

Para la elección del cartón se considerará lo siguiente:

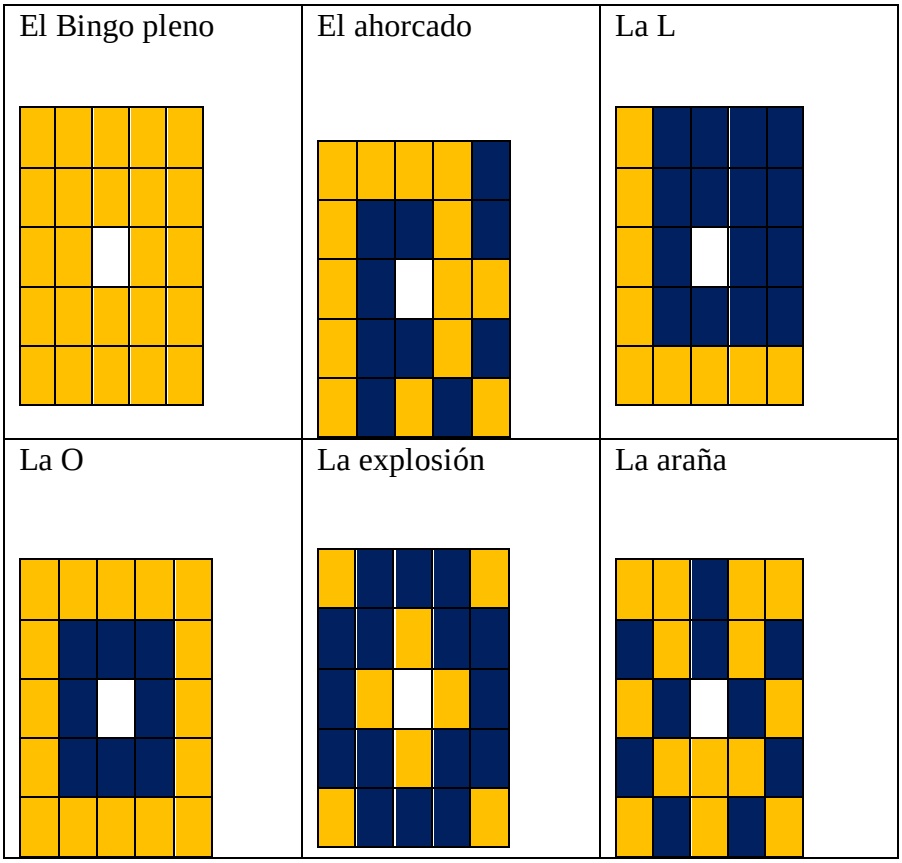
- Columna B: 5 números del 1 al 15.
- Columna I: 5 números del 16 al 30.
- Columna N: 4 números del 31 al 45. (Espacio vacío en la mitad del cartón)
- Columna G: 5 números del 46 al 60.
- Columna O: 5 números del 61 al 75.

Posterior a la elección del cartón, se iniciará la extracción de balotas, estas balotas se encuentran depositadas en un recipiente llamado *"Bombo"* y están enumeradas del 1 al 75 con su respectiva letra, por ejemplo:

- N35: indica que es el número 35 de la columna N.
- B15: Indica que es el número 15 de la columna B.

Cada vez que el número de la balota extraída coincida con un número del cartón, el jugador deberá marcar o tapar este para ir viendo su avance.

En ese sentido, para ganar, el jugador deberá haber completado (al marcar) el tipo de patrón o modalidad que se decida al inicio del juego, a continuación, se destacan algunos ejemplos:



El juego del Bingo finalizará hasta que haya uno o más ganadores, y solo participan las personas que tengan comprado al menos un cartón.

Pregunta 1:

Según la siguiente escala, ¿En qué nivel ubicaría la probabilidad de ganar el juego en la modalidad de Bingo pleno?

a) Imposible

b) Poco probable

c) Probable

d) Muy probable

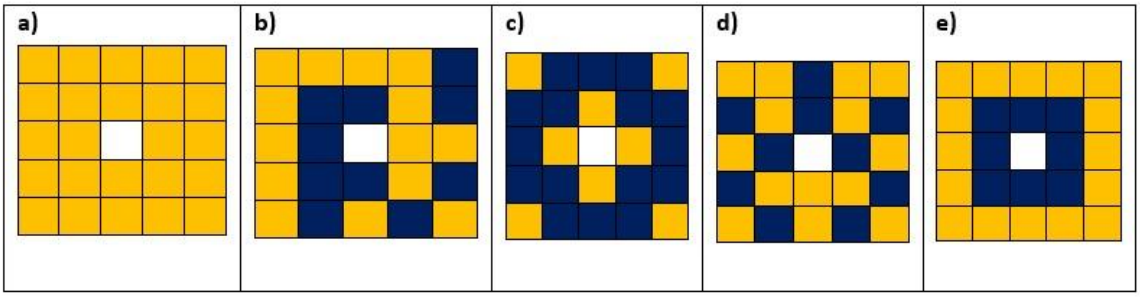
e) Seguro

Pregunta 2:

De acuerdo con su experiencia y la descripción del juego, ¿Con qué criterio escogería el cartón con el que va a participar en un juego del Bingo pleno?

Pregunta 3:

Las imágenes corresponden a posibles formatos en el juego del Bingo, tenga en cuenta que el color amarillo representa la configuración que el jugador debe completar para ser el ganador, el azul representa las zonas que no interesan.



¿Con cuál de las anteriores modalidades considera que hay más probabilidad de ganar?

a)
b)
c)
d)
e)

Justifique su respuesta

Pregunta 4:

La teoría de Tippet formula una estrategia para jugar el Bingo, no obstante su baja difusión, algunas personas la usan para incrementar sus posibilidades de ganar en este juego. Fue creada por L.H.C. Tippet, un matemático y estadístico del Reino Unido que se dedicaba al análisis y estudio de la probabilidad en juegos de azar. Su teoría fue desarrollada para incrementar las posibilidades de los jugadores de ganar al Bingo de 75 Balotas. La teoría sugiere que, los primeros números que se obtienen serán cercanos al 1 y al 75, mientras que los números que se obtendrán después de un tiempo serán cercanos a la mitad, es decir cercanos al 37 o 38. Luego de la lectura, ¿Cuál de los siguientes cartones considera usted tiene mayor probabilidad de ganar si el formato de juegos es "Bingo pleno"?

a)

B	I	N	G	O
15	28	44	55	60
10	17	38	50	65
12	22	FREE SPACE	48	63
9	24	45	57	62
8	13	44	52	64

b)
c)

d)

B	I	N	G	O
3	30	44	55	75
4	29	45	50	73
1	22	FREE SPACE	48	70
5	28	42	57	74
2	27	44	52	72

B	I	N	G	O
3	30	44	55	75
4	29	45	50	73
1	22	FREE SPACE	48	70
5	28	42	57	74
2	27	44	52	72

Pregunta 5:

¿Detecta alguna inconsistencia en la teoría de Tippet o por el contrario, considera que es una teoría válida? Justifique su respuesta

Pregunta 6:

Observe los siguientes cartones de Bingo:

a)

B	I	N	G	O
2	28	44	52	66
4	16	42	50	70
8	22	FREE SPACE	48	74
14	24	32	46	68
12	20	44	52	72

b)

B	I	N	G	O
1	15	36	52	65
8	20	40	48	73
3	30	FREE SPACE	57	58
12	18	38	48	62
6	23	41	49	60

c)

B	I	N	G	O
1	16	31	45	65
2	17	32	46	66
3	18	FREE SPACE	47	67
4	19	33	48	68
5	20	34	49	69

¿Cuál cartón escogería para empezar el juego en el formato “Bingo pleno”?

a)
b)
c)

Cualquiera

Pregunta 7:

¿Cuál cartón no escogería para empezar el juego en el formato "Bingo pleno"?

a)
b)

c)

Cualquiera

Pregunta 8:

En el juego del Bingo que ofrecen los casinos, los cartones son generados por una máquina que los selecciona al azar, ¿cuál de las siguientes opciones parece haber sido generada por una máquina de esas?

a)
b)
c)
a) y b)

Cualquiera

Todas las anteriores

Pregunta 9:

Después de 8 extracciones de balotas en un juego de Bingo en la modalidad de completar la L, ¿Cuál de las tres configuraciones es más probable que se haya dado en ese momento del juego? (Los números del cartón que han salido son los que aparecen encerrados en círculos azules)

a)

B	I	N	G	O
3	28	45	55	67
2	17	43	50	70
12	22	FREE SPACE	48	63
9	24	32	57	55
5	13	44	52	72

b)

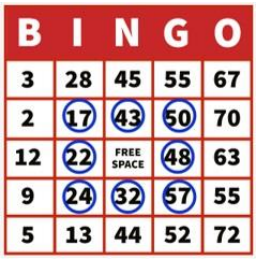
B	I	N	G	O
3	28	45	55	67
2	17	43	50	70
12	22	FREE SPACE	48	63
9	24	32	57	55
5	13	44	52	72

c)

d) Ninguna de las anteriores
e) Todas las anteriores

Pregunta 10

BPG (Bingo Para Ganar) es una empresa que se dedica al juego del Bingo. Como novedad, cada



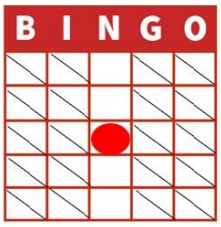
B	I	N	G	O
3	28	45	55	67
2	17	43	50	70
12	22	FREE SPACE	48	63
9	24	32	57	55
5	13	44	52	72

semana analizan los cartones ganadores y publican "los números calientes" (Números que más han salido en los juegos de Bingo), para esta semana son los resaltados en rojo en la imagen. Suponga que usted va a jugar el próximo Bingo con BPG, ¿Cómo aprovecharía la información dada?

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
G	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
O	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75

Pregunta 11:

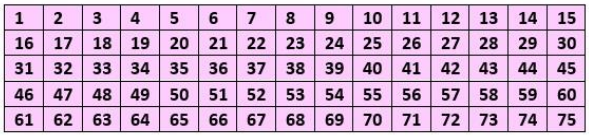
En la sede principal de bingos BPG al momento de salir le permiten apostar la cantidad de dinero que quiera en alguno de estos dos juegos rápidos.



B	I	N	G	O

Descripción:

La máquina le genera un cartón de bingo, sólo va a participar la columna de la letra N, del bombo sacan cuatro balotas, si usted logra tapar al menos un número bajo la N se le triplica el dinero apostado.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75

Descripción:

Usted elije 4 números entre el 1 y el 75, del bombo del Bingo sacan una balota, si esta corresponde a uno de los cuatro números que usted eligió, se le triplicará el dinero apostado.

Suponga que desea apostar por alguno de estos juegos opcionales, ¿Por cuál lo haría?

Sección 2: La ruleta del casino

El juego consiste en girar la ruleta en el sentido de las manecillas del reloj y justo después de un momento dejar caer una bola de marfil que se desplazará en dirección contraria al sentido de la ruleta, posicionándose de esta manera en algunos de los números como se muestra a continuación:

La ruleta está conformada por 37 números incluyendo al 0 que se encuentran organizados no de manera secuencial como se puede observar en la imagen anterior. Las personas pueden apostar por diferentes modalidades en la posición final de la bola como por ejemplo:

- Cae en un número de color rojo.
- Cae en un número de color negro.
- Cae en un número par.
- Cae en un número impar.
- Cae en 16 números seleccionados previamente por la persona.
- Cae en 12 números seleccionados previamente por las personas.
- Cae en 1 número previamente seleccionado por la persona.

Pregunta 1:

Carlos es una persona que se está iniciando en el juego de la ruleta, está diseñando su propia estrategia de juego y por ahora ha definido que cada vez que juegue sólo va a apostarle a 4 números, acaba de leer sobre estrategias de juego en la ruleta y encontró dos que le llamaron la atención, una se llama la de los números cercanos al 0 (vecinos) y otra es apostarle a pares. ¿Cuál de los siguientes eventos considera se constituirá en la mejor apuesta para Carlos?

a) Apostarle a cuatro números vecinos de 0
b) Apostarle a cuatro números pares y que sean vecinos de 0

Pregunta 2:

¿Cuál de las siguientes personas tiene mayor probabilidad de ganar en la ruleta mágica?

a) Juan, quien ha apostado a que la bola de marfil se ubique en un número primo
b) Karla, quien ha seleccionado los siguiente números: 0, 32, 15, 18, 21, 26, 34, 10, 4 y 35
c) Son igualmente probables

Pregunta 3:

Observe la siguiente Tabla:

Nombre: Santiago Edad: 55 años. Ocupación: Pensionado. 	Nombre: Andrés. Edad: 18 años. Ocupación: Estudiante de Ciencias. 	Nombre: Esteban. Edad: 35 años. Ocupación: Profesor de ciencias sociales.

¿Cuál de las anteriores personas cree usted que es más probable que sea un jugador del casino?

a) Santiago
b) Andrés
c) Esteban