

**EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA POTENCIAR LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

**EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA POTENCIAR LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD
EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Pedagogía

Directora

OLGA LUCÍA DUARTE BOLIVAR

Magister en Pedagogía

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

BUCARAMANGA

2018

DEDICATORIA

*A Dios, por darme la fortaleza y sabiduría para
terminar con éxito este trabajo de grado.*

*A mi esposo, compañero de vida, de alegrías y
de momentos difíciles, que con su amor, paciencia y
sacrificio logró apoyarme en cada etapa de este
maravilloso proceso.*

*A mis hijas, Silvia y Gaby que me apoyaron
incansablemente, fueron mi gran motivación para
alcanzar la meta y mejorar mi nivel educativo y
profesional.*

*A mi madre y hermana que son mi ejemplo de
trabajo, dedicación y perseverancia. Son una mano
amiga y una voz de aliento para salir de las
adversidades en cada momento importante de mi vida.*

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia al Ministerio de Educación Nacional por el programa de Becas para la Excelencia Docente, en convenio con la Universidad Industrial de Santander, en el marco de la Maestría en Pedagogía, en la búsqueda del progreso y la calidad educativa de la población colombiana.

A las directivas del Colegio de Santander, por apoyar este trabajo de investigación y aportar a mi formación académica y profesional; también quiero agradecer a mis estudiantes, quienes cada día se convierten en la motivación para seguir enalteciendo esta labor tan sublime de “ser maestro”; además por su gran contribución en la intervención en el aula, con su disposición, expectativa y entusiasmo al realizar las actividades planteadas lo cual facilitó el logro de los objetivos trazados.

A la magister, Olga Lucia Duarte Bolívar, mi directora de tesis, por sus enseñanzas, su excelente direccionamiento y acompañamiento en cada fase de la investigación, su disposición, motivación y aliento en esta tarea tan ardua y exigente para la culminación del trabajo de grado.

A mis compañeros de la Maestría en Pedagogía, con quienes disfrutamos y luchamos cada fin de semana, para superar con éxito cada seminario y muy especialmente a mi compañera y amiga Liliana Marcela Caballero, quien estuvo siempre atenta y colaboradora a mis incesantes inquietudes y dudas.

Para finalizar, a mi familia, a los amigos y compañeros por su paciencia, apoyo y diferentes contribuciones, hicieron posible la intervención, culminación y sustentación de la Maestría en pedagogía en la Universidad Industrial de Santander.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	18
1. EL PROBLEMA.....	22
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	22
1.2. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	29
1.3. JUSTIFICACION.....	42
1.4. OBJETIVOS.....	45
1.4.1. Objetivo general.....	45
1.4.2. Objetivos específicos.....	45
2. MARCO TEÓRICO	46
2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN	46
2.1.1. Antecedentes Internacionales.....	46
2.1.2. Antecedentes Nacionales.....	48
2.1.2. Antecedentes Locales.....	49
2.2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	51
2.2.1. Referentes Teóricos Disciplinarios:	52
2.2.1.1. Estándares Básicos de Competencias Matemáticas	52
2.2.1.2. Tipos de Pensamiento Matemático	53
2.2.1.3. Matriz de referencia	54
2.2.1.4. Derechos Básicos de Aprendizaje	57
2.2.1.5. Principios y Estándares Internacionales para Matemáticas de la NCTM. .	58
2.2.2. Referentes Teóricos Didácticos:	59
2.2.2.1. Secuencia Didáctica.....	60
2.2.2.2. Estrategia didáctica - El juego.....	61
2.2.3. Referentes teóricos Conceptuales	63
2.2.3.1. Enfoque de Resolución de Problemas.....	63

2.2.3.2. Razonamiento Proporcional.....	67
3. DISEÑO METODOLÓGICO.....	69
3.1. MÉTODO DE INVESTIGACION	69
3.2. POBLACION PARTICIPANTE	72
3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN.....	72
3.4. PROCESO METODOLÓGICO	75
3.4.1. Diagnóstico y problematización	75
3.4.2. Intervención en el aula	75
3.5.3. Reflexión.....	75
3.6. CRITERIOS ÉTICOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	76
4. DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN – SECUENCIA DIDACTICA.....	77
5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	84
5.1. ANALISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA	84
5.1.1. Criterios para análisis de la prueba diagnóstica.....	85
5.1.2. Resultados primera parte del diagnóstico.....	86
5.1.3 Resultados segunda parte del diagnóstico	90
5.1.3.1. Presentación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver problemas matemáticos a, b y c sobre proporcionalidad.	90
5.1.3.2. Análisis fase 1: Comprensión del problema	91
5.1.3.3. Análisis Fase 2: Concepción del Plan	103
5.1.3.4. Análisis prueba diagnóstica. Fase 3: Ejecución del Plan	110
5.1.3.5. Análisis Fase 4: Verificación de la solución	125
5.1.3.6. Presentación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema D (abierto) sobre proporcionalidad.	133
5.2. INTERVENCION EN EL AULA	136
5.2.1. Actividades de Apertura.....	137
5.2.1.1. Primera sesión	137
5.2.2. Actividades de Desarrollo	143
5.2.2.1. Análisis de la segunda sesión.....	143
5.2.2.2. Análisis de la tercera sesión	148

5.2.3. Actividad de Cierre.....	154
5.2.3.1. Cuarta sesión.....	154
5.3. ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL.....	159
5.3.1. Descripción y análisis de la prueba final	159
5.3.2. Resultados primera parte de la prueba final	160
5.3.3. Resultados segunda parte de la prueba final	165
5.3.3.1. Criterios para el análisis de la prueba final	166
5.3.3.2. Presentación, Análisis e Interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema matemático A sobre Proporcionalidad.....	167
5.3.3.3. Presentación, Análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema C Y D (abierto) sobre proporcionalidad	186
5.4. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS PRUEBA DIAGNÓSTICA Y PRUEBA FINAL.....	199
5.5. HALLAZGOS	205
6. CONCLUSIONES	207
8. RECOMENDACIONES.....	210
9. CONTRIBUCIÓN ACADÉMICA	212
BIBLIOGRAFIA.....	213
ANEXOS.....	219

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Competencias y componentes en matemáticas.....	23
Tabla 2. Número de estudiantes que presentan la prueba. Institución Educativa. Grado 5.....	30
Tabla 3. Puntajes Institución Educativa	31
Tabla 4. Comparación del Análisis de la competencia de resolución de problemas año 2015 y 2016.	35
Tabla 5. Puntajes Institución Educativa.	37
Tabla 6. Puntaje ISCE Nacional e Institucional 2015, 2016 y 2017	40
Tabla 7. Matriz de referencia grado 5°.....	55
Tabla 8. Matriz de referencia grado 9°.....	56
Tabla 9. Rejilla de evaluación criterios. prueba diagnostica	85
Tabla 10. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. Pregunta No.1. Después de leer un problema y no entenderlo, ¿qué es lo que hace?.....	87
Tabla 11. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. Pregunta No.2.....	88
Tabla 12. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. conocimiento de la terminología necesaria para estudiar la proporcionalidad.....	89
Tabla 13. Resultados Fase 1: Comprensión del problema	92
Tabla 14. Resultados fase 2: concepción del plan.....	105
Tabla 15. Uso de estrategias de los estudiantes	109
Tabla 16. Resultados fase 3: ejecución del plan.....	111
Tabla 17. Resultados fase 4: verificación de la solución.....	126
Tabla 18. Resultados resolución del problema d de la prueba diagnóstica	134
Tabla 19. Resultados primera parte de la prueba final. pregunta no.1	162
Tabla 20. Resultados primera parte de la prueba final. Pregunta No.2	163
Tabla 21. Indagación de la terminología necesaria para la proporcionalidad.	164

Tabla 22. Criterios para el análisis de la prueba final	166
Tabla 23. Resultados fase 1: comprensión del problema	169
Tabla 24. Resultados fase 2: concepción del plan.....	174
Tabla 25. Resultados fase 3: ejecución del plan.....	177
Tabla 26. Resultados fase 4: verificación de la solución.....	183
Tabla 27. Resultados problema abierto C.....	187
Tabla 28. Resumen fases de resolución de problemas. problema C.....	191
Tabla 29. Resultados problema abierto D.....	192
Tabla 30. Resumen fases de resolución de problemas. problema D.....	198
Tabla 31. Comparación de los resultados del diagnóstico con la prueba final.....	200

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Competencias evaluadas.....	32
Figura 2. Competencias evaluadas.....	32
Figura 3. Componentes evaluados	33
Figura 4. Componentes evaluados.	33
Figura 5. Modelo del proceso de investigación-acción de Elliott	71

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Resultados Nacionales 2009-2014. ICFES	24
Gráfica 2. Resultados históricos Colombia.	26
Gráfica 3. Resultados de Colombia en TIMSS 2007.....	28
Gráfica 4. Resultados de Colombia en TIMSS 2007.....	28
Gráfica 5. Comportamiento de la Institución Educativa área de matemáticas 2013-2015.....	29
Gráfica 6. Análisis de la competencia de resolución de problemas	34
Gráfica 7. Análisis de la competencia de resolución de problemas.	34
Gráfica 8. Comparación de los porcentajes de estudiantes según niveles de desempeño.	36
Gráfica 9. Análisis de la competencia resolución de problemas.	38
Gráfica 10. Resultados Indagación de Presaberes.....	90
Gráfica 11. Resultados Indagación de terminología. Prueba Final	165

LISTA DE ILUSTRACIONES

	Pág.
Ilustración 1 Elaboración de tablas de proporcionalidad. Uso de la razón matemática.	144
Ilustración 2. Rectángulo de lado movible.	150
Ilustración 3. El juego de los aplausos.	150
Ilustración 4. Cuaderno de ES32 con el proceso para resolver problemas matemáticos.	153

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. CONSENTIMIENTOS INFORMADOS	219
ANEXO B. PRUEBA DIAGNOSTICA.....	230
ANEXO C. CUADRO RESUMEN PRUEBA DIAGNÓSTICA	238
ANEXO D. PLANEACIÓN PRIMERA SESION	240
ANEXO E. PLANEACIÓN SEGUNDA SESION.....	252
ANEXO F. PLANEACIÓN TERCERA SESION.....	260
ANEXO G. PRUEBA FINAL.....	265
ANEXO H. CUADRO RESUMEN PRUEBA FINAL.....	272
ANEXO I. DIARIO DE CAMPO SESIÓN No.2.....	274

RESUMEN

TITULO: EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA POTENCIAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO*

AUTOR: Adriana Paola Quiroga Centeno**

PALABRAS CLAVE: proporcionalidad, Método de resolución de problemas, Investigación acción, juego como estrategia didáctica

DESCRIPCIÓN;

La presente investigación surge como respuesta a la necesidad de los estudiantes de séptimo grado de una Institución Educativa del Municipio de Bucaramanga, de fortalecer la competencia de resolución de problemas. Se desarrolla desde la investigación cualitativa según Sampieri y el diseño de la Investigación-Acción, en el cual se identificó la situación problema y permitió determinar la pregunta de investigación: ¿Cómo potenciar la competencia de resolución de problemas en la comprensión de proporcionalidad a partir del juego como estrategia didáctica en los estudiantes de séptimo grado de básica secundaria de una Institución Pública de Bucaramanga? En consecuencia, se referenciaron autores como George Polya, Allan Shoenfeld y Manuel Santos Trigo que han propuesto y trabajado el método de resolución de problemas respectivamente, y a Caneo, quien indaga en el juego como estrategia pedagógica.

Se plantearon criterios de investigación que guiaron los análisis realizados, tanto prueba diagnóstica como para la prueba final, y que sirvieron para evaluar las fases del método de resolución de problemas: concepción del plan, ejecución del plan y verificación de la solución. La secuencia didáctica se organizó en cuatro sesiones de intervención así: la primera corresponde al afianzamiento del método; la segunda, al manejo de la terminología usada en la proporcionalidad; la tercera, la resolución de problemas a través del método propuesto a partir del pensamiento variacional; y la última, le apuesta al gran juego de la proporcionalidad en donde se vivencian los aprendizajes desarrollados a lo largo de la investigación. Los resultados obtenidos reflejan el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas de los estudiantes frente a situaciones relacionadas con la proporcionalidad.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en Pedagogía Director: Mg. Olga Lucía Duarte Bolívar

ABSTRACT

TITLE: THE GAME AS A TEACHING STRATEGY TO ENHANCE THE PROBLEM'S RESOLUTION RELATED TO PROPORTIONALITY IN SEVENTH GRADE STUDENTS*

AUTHOR: Adriana Paola Quiroga Centeno**

KEYWORDS: Proportionality, problem solving method, action research, game as a didactic strategy

DESCRIPTION:

The current research arises as a response to the need of seventh grade students of a public high school in Bucaramanga, to strengthen the competence of solving problems. It is developed from the qualitative research according to Sampieri and the Action-Research design, in which the problem situation was identified and allowed to determine the research question: How to enhance the competence of problem solving in the understanding of direct proportionality from the game as a didactic strategy with seventh grade students of a Public high school of Bucaramanga? As a result, authors such as George Polya, Allan Schoenfeld and Manuel Santos Trigo who have proposed and worked on the problem-solving method respectively, and Caneo, who researches the game as a pedagogical strategy, were referenced.

Research criteria were established to guide the carried out analysis, both diagnostic test and final test, and they worked to assess the phases of the problem solving method: plan's design, plan's execution and solution's verification. The didactic sequence was organized in four intervention sessions as follows: the first one related to the consolidation of the method; the second one, to the handling of the terminology used in proportionality; the third, the resolution of problems through the proposed method based on variation thinking; and the last one which bets on the great game of proportionality where the developed learning throughout the research is experienced. The results obtained reflect the strengthening of students' problem-solving skills in regard to situations related to proportionality.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en Pedagogía Director: Mg. Olga Lucía Duarte Bolívar

INTRODUCCIÓN

El mejoramiento de la calidad de la educación ha sido el propósito esencial de la política educativa colombiana en los últimos años. El Ministerio de Educación reconoce que la educación como el medio para el desarrollo del país; por lo tanto, se ha empeñado en hacer la medición de los saberes de los estudiantes por medio de pruebas nacionales e internacionales, a la vez que destaca la importancia de que los estudiantes cuenten con recursos, desarrollen liderazgo a través del saber de los docentes para guiarlos en el desarrollo del conocimiento¹. Así mismo la educación colombiana y su marco legislativo “La Ley General de Educación” apuntan a hacer de ésta una educación de calidad.

Aunque la Ley General de Educación proporciona autonomía a las instituciones en la redacción de su currículo:

“el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral, a la construcción de la identidad nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional”.

El MEN fija lineamientos a través de los cuales brinda orientaciones a las instituciones y estándares con los cuales puede medir el saber de los estudiantes. Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas fijan cinco procesos²: Formulación, tratamiento y resolución de problemas; Modelación de procesos y fenómenos de la realidad; Comunicación; Razonamiento; Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

¹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. 9p.

² *Ibíd.*, 51p

La presente investigación se propuso fortalecer la competencia de resolución de problemas debido a que la misma está siendo evaluada por las pruebas nacionales e internacionales y es el eje organizador del currículo del área, ya que a través de ella el estudiante “*desarrolla una actitud mental perseverante e inquisitiva, resolver una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar nuevos problemas*”³. Así mismo, en el ámbito internacional la NCTM⁴ fija los estándares del área de matemática e incluye esta competencia.

La competencia se desarrolló en la propuesta mediante el fortalecimiento del pensamiento variacional. Al respecto Obando, Vasco, Arboleda⁵ en su obra señalan que a partir de los años ochenta se da un giro importante en la enseñanza de las proporciones, surgiendo el gran interrogante de cómo poder enseñarlas, fortalecerlas para llegar al razonamiento, al parecer las dificultades encontradas en las relaciones de docente-estudiante mejoraban a través de los avances en la comprensión de los procesos cognitivos y al estudio del contexto. Para los años 90 se logra la profundización en los procesos de pensamiento y se hacen aportes importantes en los procesos cognitivos, razonamiento proporcional en los procesos de aprendizaje en los niños en edad escolar, aritmética de las cantidades, estructura cognitiva y didáctica del pensamiento multiplicativo y el campo conceptual de las estructuras multiplicativas y en relación al razonamiento proporcional: el razonamiento por analogías, solución de problemas rutinarios de proporcionalidad y conciencia metacognitiva de la linealidad.

³ *Ibíd.*, 52p

⁴ NCTM. Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales C/Tarfia (Facultad de Matemáticas) 41012. Sevilla. Proyecto Sur Industrias Gráficas. 55P

⁵ VASCO U., Carlos Eduardo, ARBOLEDA A., Luis Carlos, OBANDO Z, Gilberto, Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [en línea] 2014, 17 (Marzo-) : [Fecha de consulta: 10 de noviembre de 2016] Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33530083004>> ISSN 1665-2436

Es por esto que en el ámbito escolar se debe cambiar el paradigma educativo en donde el profesor es el protagonista del conocimiento, para convertirse en guía del estudiante, él debe ser el autor de su saber buscando aprendizajes significativos contextualizados.

Es necesario continuar con investigaciones como la que a continuación se presenta, con el ánimo de descubrir las causas reales que inciden en los bajos rendimientos académicos de los estudiantes, aplicar estrategias pedagógicas para desarrollar y fortalecer competencias matemáticas. La Investigación se desarrolló bajo el enfoque cualitativo con diseño de Investigación Acción, estuvo dirigida a un grupo de séptimo grado con 38 estudiantes de una Institución Educativa de Bucaramanga. El trabajo siguió la siguiente estructura:

En la primera parte se planteó el problema de investigación en donde se analizó el contexto de la institución, su participación y resultados en las pruebas nacionales e internacionales para plantear los objetivos generales y específicos de la investigación

En la segunda parte se construyó el Marco Teórico que sustentaba y exponía las características de la competencia de Resolución de Problemas propuesta por George Polya y los demás autores que respaldaban la competencia, el pensamiento variacional y el juego como estrategia didáctica. También se buscaron antecedentes y tesis que fueron analizadas como ejemplos del fortalecimiento de la competencia y del manejo pedagógico del objeto matemático.

En la tercera parte, a través del Diseño Metodológico se planteó el método de investigación, la población participante, las técnicas e instrumentos de investigación, así como también el proceso metodológico que se llevaría a cabo en la intervención con los estudiantes en el aula.

En la cuarta parte, se hizo el Análisis e Interpretación de Resultados. Se contrastaron los resultados obtenidos en la prueba final como en la prueba inicial y se evaluó la pertinencia de la secuencia didáctica. La estrategia implementada fue el juego como recurso pedagógico. Por último se plantearon los hallazgos más relevantes de esta investigación, las conclusiones, la bibliografía y los anexos.

1. EL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación es el medio por el cual un país aumenta sus posibilidades de progreso y puede ampliar sus oportunidades para competir con otras naciones. Por tanto, el sistema educativo colombiano tiene una política de desarrollo basada en la cobertura, la calidad y la eficiencia mediante un proceso de formación permanente, personal, cultural y social, que quiere ciudadanos íntegros con deberes y derechos.

Para el Ministerio de Educación Nacional- MEN, la educación "es por definición un factor primordial, estratégico, prioritario y condición esencial para el desarrollo social y económico de cualquier sociedad humana. Asimismo, es un derecho universal, un deber del estado y de la sociedad, y un instrumento esencial en la construcción de sociedades autónomas, justas y democráticas"⁶.

Ahora bien, en Colombia la entidad encargada de la evaluación constante de los estudiantes es el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior- ICFES fundado en 1968. El ICFES evalúa la calidad de la educación básica y secundaria a través de las pruebas Saber, aplicadas periódicamente a estudiantes de tercero, quinto, noveno y undécimo grado. También, ofrece la oportunidad para que personas mayores de 18 años validen su bachillerato y para que estudiantes de secundaria y otras personas interesadas se familiaricen con el examen de Estado a través de la prueba Pre Saber 11°. Asimismo, el ICFES coordina a nivel internacional la participación de Colombia en evaluaciones donde se puede medir

⁶ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Invitación al Público en General para la participación en el Desarrollo y Ejecución del Programa Plan Computadores Maestros Siglo XXI. {En línea}. Agosto de 2008. Bogotá DC. p2. Fecha de consulta: Septiembre 16 de 2016. Disponible en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-91736_archivo_pdf4.pdf

el nivel de educación de los países inscritos. Mediante la realización de estos exámenes periódicos (censales y muestrales) en los que se valoran las competencias básicas de los estudiantes y se analizan los factores que inciden en sus logros, se contribuye al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana.

El criterio de evaluación de las Pruebas Saber para 3°, 5° y 9° está sujeto a los Estándares Básicos de Competencias (EBC) establecidos por el Ministerio de Educación Nacional - MEN, cuyos objetivos son los de definir qué es lo que deben saber y saber hacer los estudiantes con lo que aprenden en las áreas de lenguaje, matemáticas y ciencias. Las competencias y componentes evaluados para el área de matemáticas son:

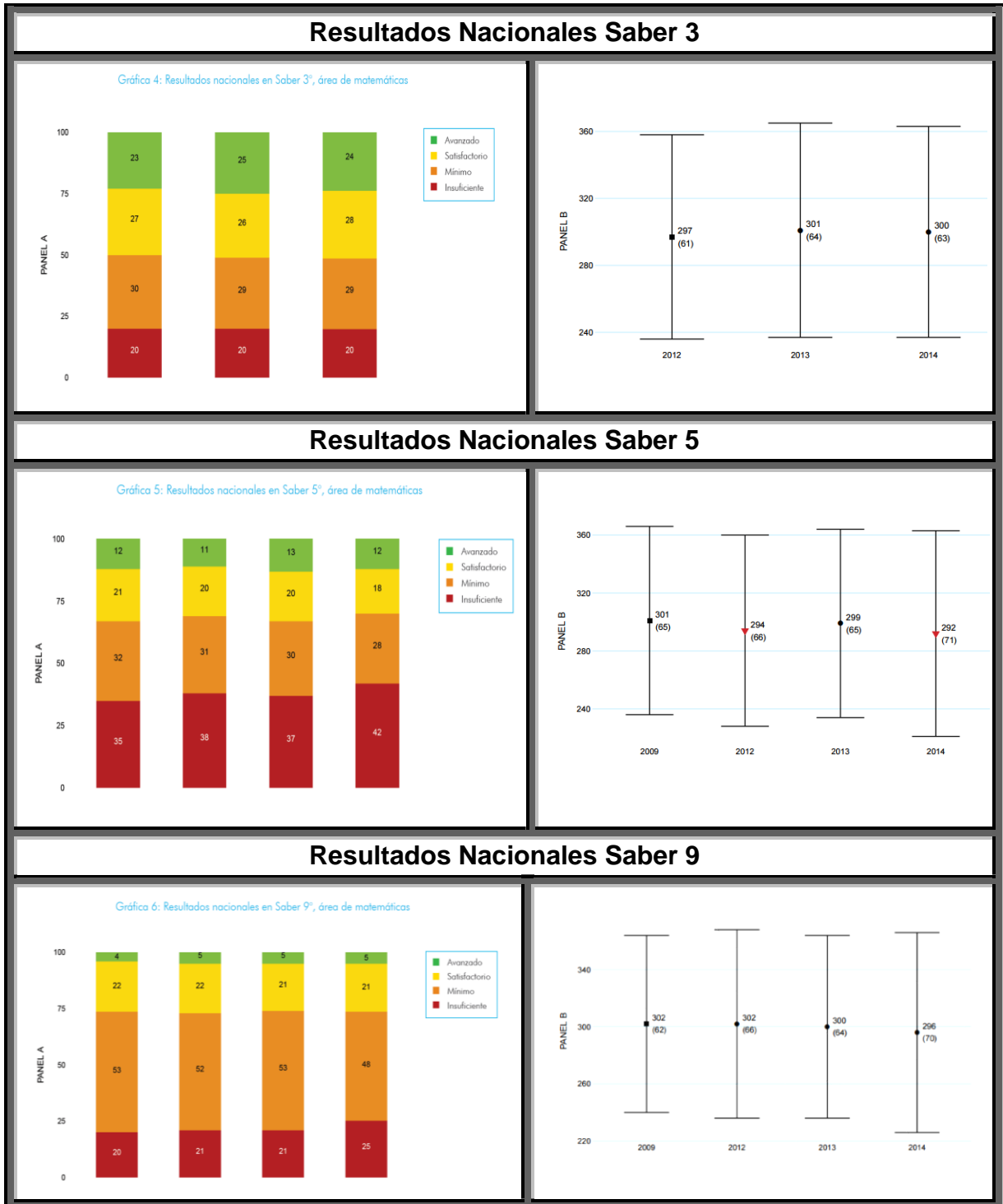
Tabla 1. Competencias y componentes en matemáticas

Competencias	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas
Componentes	Numérico-Variacional	Geométrico-Métrico	Aleatorio

En el consolidado de todas las áreas, los resultados nacionales de las pruebas Saber de los estudiantes de 3°, 5° y 9° de 2009 al 2014⁷ se halla que:

⁷ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Resultados Nacionales Saber 3,5 9 de 2009 al 2014 (En línea). Bogotá D.C.2016. p. 22. Fecha de consulta: Octubre 18 de 2016.

Gráfica 1. Resultados Nacionales 2009-2014. ICFES



No se presentaron cambios considerables en los años 2012 y 2014, siendo importante resaltar tres situaciones: la primera, el leve aumento de los estudiantes de tercero en el nivel avanzado y satisfactorio; la segunda, el paso negativo de estudiantes del nivel mínimo a insuficiente en el grado noveno para el 2014; y la tercera, que al igual que en lenguaje, el desempeño general de los estudiantes en matemáticas es menor a medida que aumenta el nivel de escolaridad. En cuanto al rendimiento obtenido entre niñas y niños en este tipo de pruebas en el año 2013 y 2014, se puede apreciar que en el grado tercero no existe diferencia considerable entre el rendimiento de los dos grupos, mientras que en el grado noveno son los niños los que tienen el desempeño más alto. Pero se debe resaltar que para el año 2014 el nivel de los niños de grado quinto cae a nivel insuficiente.

Pasando al ámbito internacional, la calidad educativa de Colombia se evalúa con diferentes pruebas en las que se encuentran: el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes – PISA y el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias - TIMSS.

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes-PISA se interesa principalmente por establecer en qué medida los estudiantes de 15 años han adquirido los conocimientos y competencias en lectura, matemáticas y ciencias para aplicar en diversos contextos. En esta prueba Colombia ha participado en los años 2006 (énfasis en ciencias), 2009 (énfasis en lectura), 2012 (énfasis en matemática) y 2015 (énfasis en ciencias)⁸. Los resultados de Colombia obtenidos en PISA durante los años 2006 al 2015 se presentan en la siguiente gráfica.

⁸ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ponte a Prueba con Pisa 2015(En línea). Bogotá 2015. Disponible en: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-347967_doc_orientador.pdf. Fecha de consulta: Octubre 18 de 2016.

Gráfica 2. Resultados históricos Colombia.



Fuente: Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015

El gráfico muestra los resultados de Colombia en lectura, matemáticas y ciencias desde el año 2006 hasta el año 2015. En los resultados obtenidos por Colombia en el 2015 se puede evidenciar que su desempeño mejoró notablemente en esta prueba, en comparación con años anteriores. El informe PISA 2015⁹. También reportó un movimiento favorable para las instituciones educativas colombianas, ya que Colombia consiguió posicionarse en el puesto 61 de 72 países participantes y se destacó por ser uno de los países que logró aumentar su rendimiento en 14 puntos. De otro lado, la prueba PISA demuestra que los estudiantes de los colegios privados tienen un mejor desempeño que los estudiantes de colegios oficiales, y que aquellos que están ubicados en zonas urbanas presentan una ventaja frente a los que están en zonas rurales. Sin embargo, en el informe se afirma que estas diferencias se explican en gran medida por las brechas socioeconómicas de los

⁹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015. (En línea). Bogotá DC. Noviembre de 2016. Fecha de Consulta Febrero 14 de 2017.

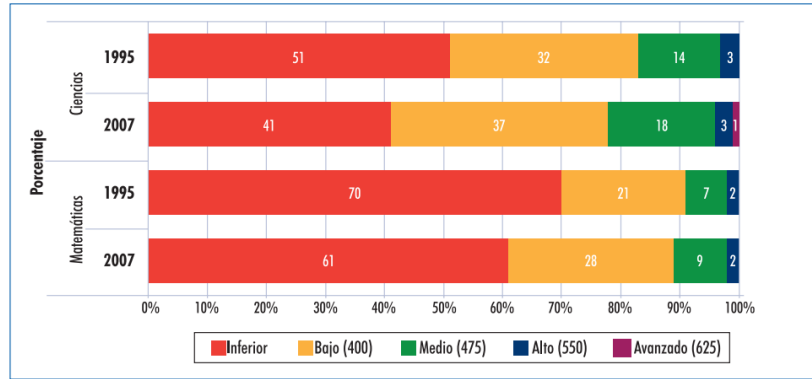
establecimientos; es decir, al considerar el nivel socioeconómico, la relación entre el tipo de establecimiento y el rendimiento escolar pierde impulso.

Otra prueba internacional es el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias – TIMSS¹⁰, que suministra información para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias. Esta prueba se realiza cada cuatro años para medir el rendimiento de estudiantes de cuarto y octavo en las áreas de interés. Colombia ha participado en esta prueba en dos ocasiones, en el año 1995 y en el año 2007. En el 2007, Colombia participó junto a 59 países y 8 entidades subnacionales, evaluando cerca de 425.000 estudiantes de los cinco continentes. El ICFES fue el encargado de llevarla a cabo en Colombia mediante la evaluación de una muestra representativa de 4.801 estudiantes de cuarto grado de 142 planteles y 4.873 alumnos de octavo grado pertenecientes a 148 colegios. En esta prueba, Colombia registró avances entre 1995 y 2007, específicamente en el octavo grado donde el promedio del país subió 20 puntos en matemáticas y 24 en ciencias, destacándose junto a Lituania. Los incrementos obtenidos por Colombia son estadísticamente significativos y muestran que el país mejora en los resultados de sus estudiantes internacionalmente. Se anexan algunas gráficas representativas de los anteriores resultados:

¹⁰ AGENCIA DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN. Estudio Internacional de Tendencias en matemáticas y ciencias TIMSS. (En línea). 2011 CHILE. 2011 TIMSS. Fecha de Consulta: Diciembre 14 de 2016. Disponible en: <http://sb606fc55865cc76e.jimcontent.com/download/version/1285554002/module/4102412857/name/timss.pdf>

Gráfica 3. Resultados de Colombia en TIMSS 2007

Gráfico 5. Porcentaje de estudiantes colombianos de octavo grado según niveles de desempeño en matemáticas y ciencias, 1995 y 2007

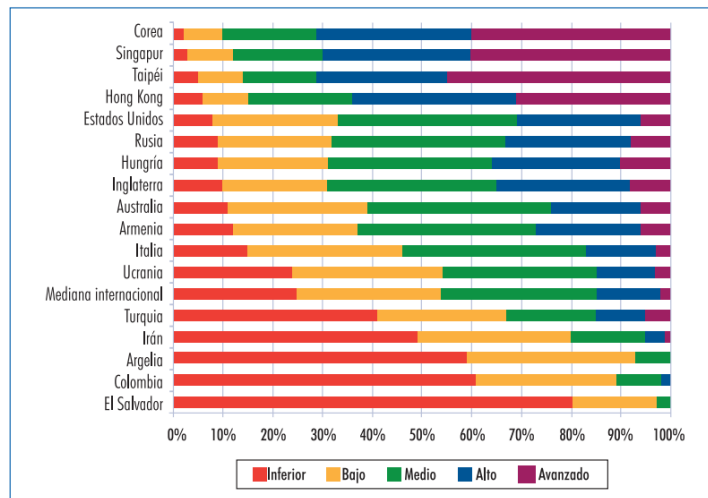


Fuente: Base de datos TIMSS 2007. Cálculos de la Dirección de Evaluación del ICFCES.

Fuente: Resumen Ejecutivo. ICFCES. P. 18.

Gráfica 4. Resultados de Colombia en TIMSS 2007

Gráfico 2. Porcentajes de estudiantes de octavo grado según niveles de desempeño en matemáticas de un conjunto de países



Fuente: Base de datos TIMSS 2007. Cálculos de la Dirección de Evaluación del ICFCES.

Fuente: Resumen Ejecutivo. ICFCES. P. 13.

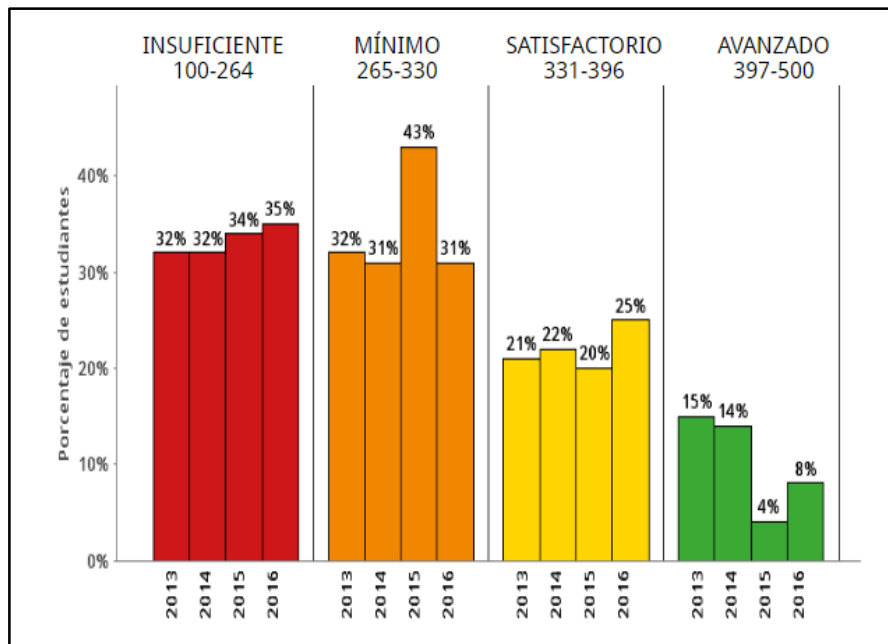
Los proyectos internacionales han confirmado que los estudiantes colombianos alcanzan niveles medios de desempeño, comparados con los de América Latina y el Caribe, y niveles bajos en relación con estudiantes del primer mundo.

1.2. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La problemática existente en el contexto internacional y nacional con relación a los resultados de desempeños de los estudiantes en el campo educativo, permite identificar un panorama de necesidad latente. Ahora bien, en el ámbito escolar, la situación se puntualiza al analizar los resultados en la institución objeto de estudio. Debido a que se evidencia la importancia de realizar una intervención del aula para contribuir al fortalecimiento de las competencias matemáticas en los estudiantes, para mejorar a futuro próximo, los resultados obtenidos en dichas pruebas.

Históricamente, la institución educativa objeto de estudio en las pruebas ICFES entre los años 2013 y 2016 en el área de matemáticas para el grado 5°, obtuvo los promedios que se pueden observar en la siguiente gráfica:

Gráfica 5. Comportamiento de la Institución Educativa área de matemáticas 2013-2015



Fuente: ICFES, 2016. Elaborado por Maestra Investigadora

De la gráfica anterior se puede interpretar que:

- Comportamiento constante en el nivel insuficiente y con un leve aumento negativo en el año 2015 y 2016.
- En el nivel mínimo tiene un comportamiento descendente en los años 2013 al 2014 del 32% desciende al 31%, en el año 2015 aumenta al 43% y para el año 2016 se disminuye al 31%, lo cual es favorable para la institución porque aumento el porcentaje de estudiantes en los niveles satisfactorio y avanzado.
- En el nivel satisfactorio durante los años 2013 al 2015 no se presentan cambios significativos. Para el 2016 se aumenta a 25%.
- En el nivel avanzado, se presentan cambios bruscos durante el periodo comprendido entre el año 2013 al año 2015. En la gráfica se puede observar que en el 2013 se ubica en el 15% de los estudiantes, para el año 2015 desciende hasta el 4% y para el año 2016 se incrementa al 8%.
- La mayoría de los estudiantes de la institución se ubica en los niveles insuficiente y mínimo. Para el año 2016 aumenta favorablemente la participación en los niveles satisfactorio y avanzado.
- Se debe resaltar que el número de estudiantes que han participado en la prueba no ha presentado mayor variación pues se mantiene aproximadamente en 108 estudiantes desde el 2012 al 2016.

Tabla 2. Número de estudiantes que presentan la prueba. Institución Educativa. Grado 5.

Año	Número de estudiantes evaluados
2013	102
2014	105
2015	97
2016	108

Fuente: Resultados Nacionales Saber 3,5 y 9. 2013-2015. ICFES

Frente al puntaje nacional promedio en la prueba Saber 5°, los estudiantes del grado quinto de la institución presentan un puntaje, que va desde 301 al 298 para los años 2012 al 2016. Se resalta el paso del año 2013 al 2014 que presenta un leve ascenso, pero en general la institución ha tendido a disminuir su puntaje como se muestra en el siguiente consolidado:

Tabla 3. Puntajes Institución Educativa

AÑO	PUNTAJE NACIONAL (PROMEDIO)¹¹	PUNTAJE INSTITUCION
2012	294	301
2013	299	307
2014	292	310
2015	301 ¹²	289
2016	305 ¹³	298

Fuente: Resultados Nacionales Saber Grado 5. ICFES

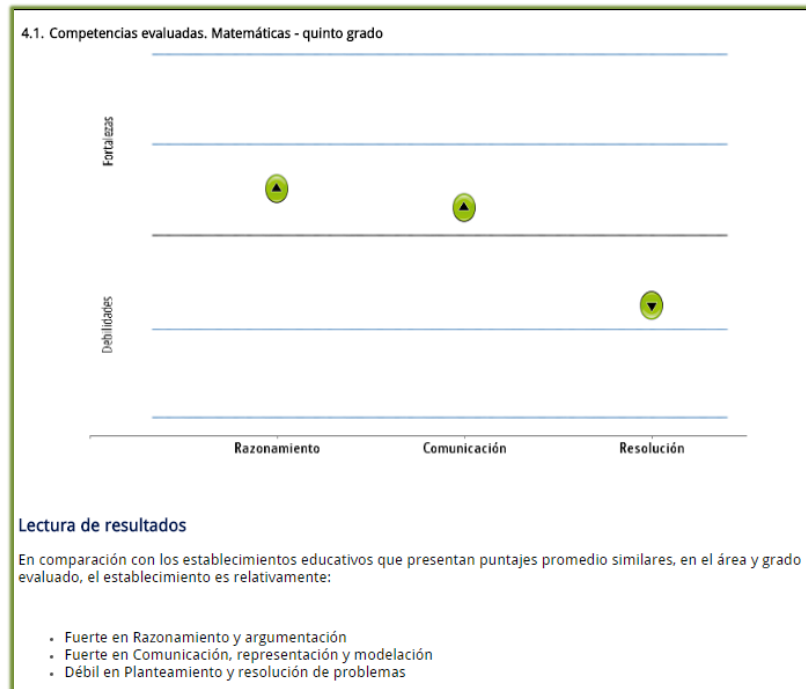
A continuación, se presentan algunas gráficas que muestran el comportamiento de la institución educativa objeto de estudio en cuanto a las competencias y componentes evaluados para los años 2015 y 2016:

¹¹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Resultados Nacionales Saber 3,5 9 de 2009 al 2014. (En línea). Bogotá D.C.2016. p. 22. Fecha de consulta: Septiembre 21 de 2016.

¹² EL TIEMPO. Resultados de las pruebas escolares Saber, los más altos desde 2009. Marzo 4 de 2017 Bogotá 2016. Fecha de consulta: Abril 23 de 2017. Disponible en: <http://www.eltiempo.com/vida/educacion/resultados-de-pruebas-saber-2016-64214>

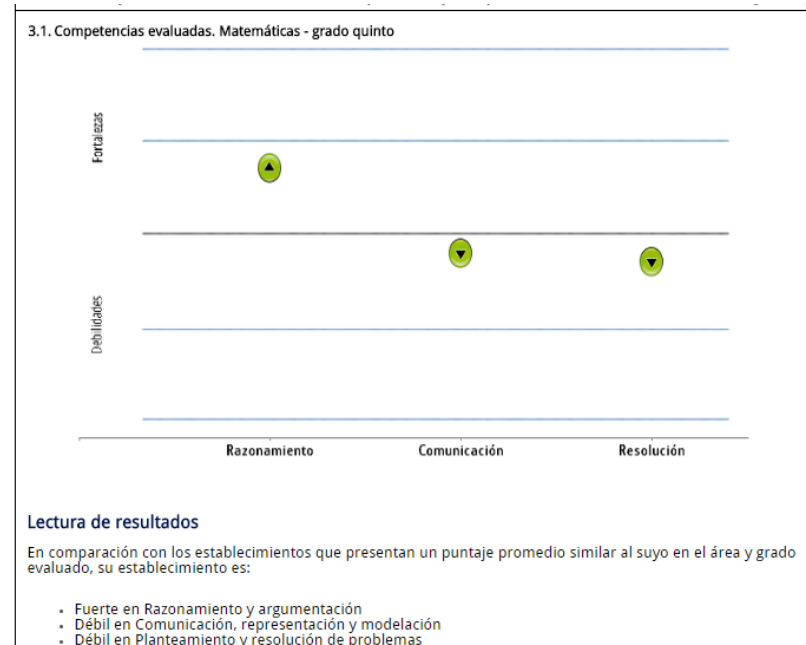
¹³ Ibid., p. 1.

Figura 1. Competencias evaluadas



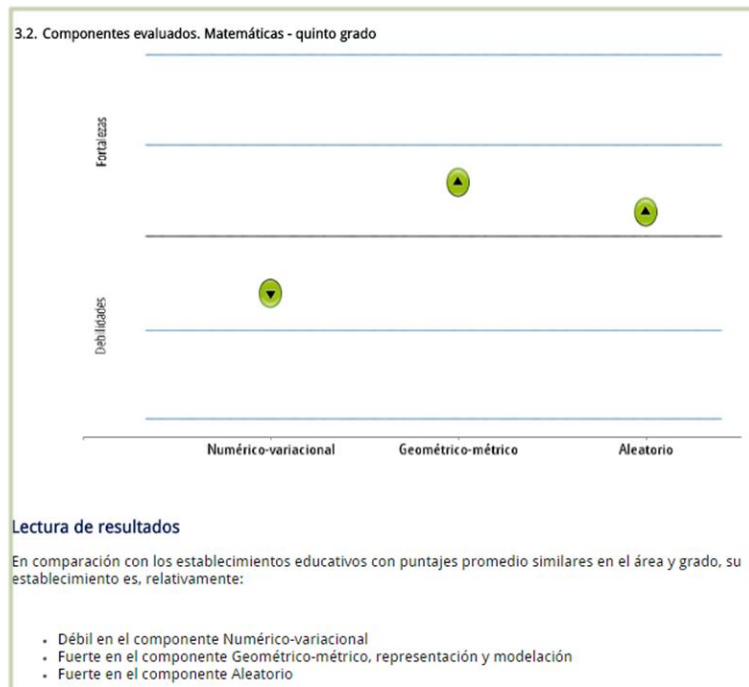
Fuente: Prueba Saber 5° en Matemáticas. ICFES 2015

Figura 2. Competencias evaluadas.



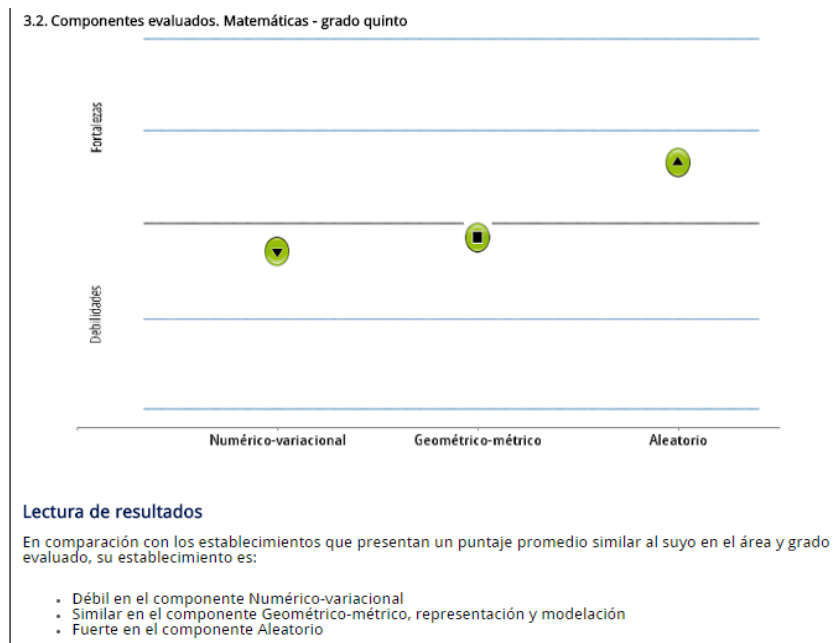
Fuente: Prueba Saber 5° en Matemáticas. ICFES 2016

Figura 3. Componentes evaluados



Fuente: Prueba Saber 5° en Matemáticas. ICFES 2015

Figura 4. Componentes evaluados.

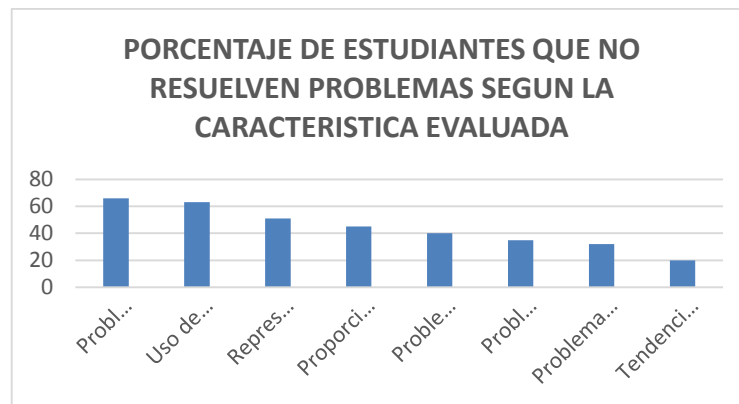


Fuente: Prueba Saber 5° en Matemáticas. ICFES 2016

A través de las gráficas se observa que en los años 2015 al 2016 el colegio pasa de tener una sola competencia en debilidad a tener dos: la resolución y comunicación, viendo así la importancia de abordar la competencia de resolución de problemas. Similarmente ocurre con el componente en donde para el año 2016 quedan dos en debilidad: numérico variacional y geométrico – métrico.

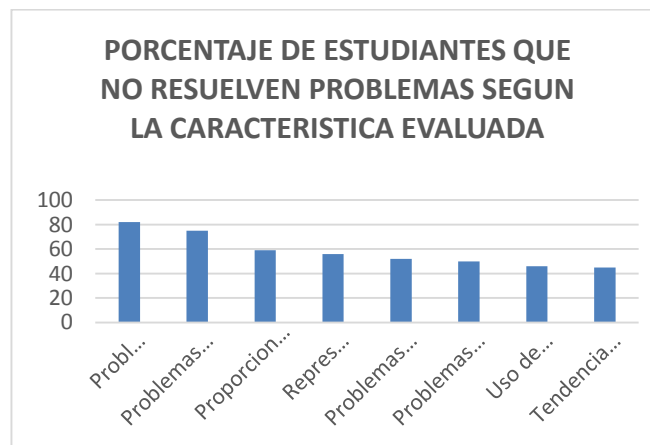
La siguiente gráfica muestra el número de estudiantes del grado 5º de la institución que no resuelve problemas:

Gráfica 6. Análisis de la competencia de resolución de problemas



Fuente: Informe por Colegio de prueba Saber 5º en Matemáticas. ICFES 2015

Gráfica 7. Análisis de la competencia de resolución de problemas.



Fuente: Informe por Colegio de la prueba Saber 5º. ICFES 2016.

En la siguiente tabla se hará el comparativo del comportamiento de los estudiantes en la competencia de resolución de problemas perteneciente a los años 2015 y 2016 según el informe por Colegio de las Pruebas Saber 3, 5 y 9:

Tabla 4. Comparación del Análisis de la competencia de resolución de problemas año 2015 y 2016.

Aprendizajes	Porcentaje de estudiantes que NO evidencian el aprendizaje 2015	Porcentaje de estudiantes que NO evidencian el aprendizaje 2016
Resolución de problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones.	40	82
Utilización de relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.	66	75
Resolución y formulación de problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.	45	59
Uso de representaciones geométricas y establecimiento de relaciones entre ellas para solucionar problemas.	51	56
Resolución de problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación, e interpretación de condiciones necesarias para su solución.	32	52
Resolución y formulación de problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.	35	50
Resolución y formulación de problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.	63	46

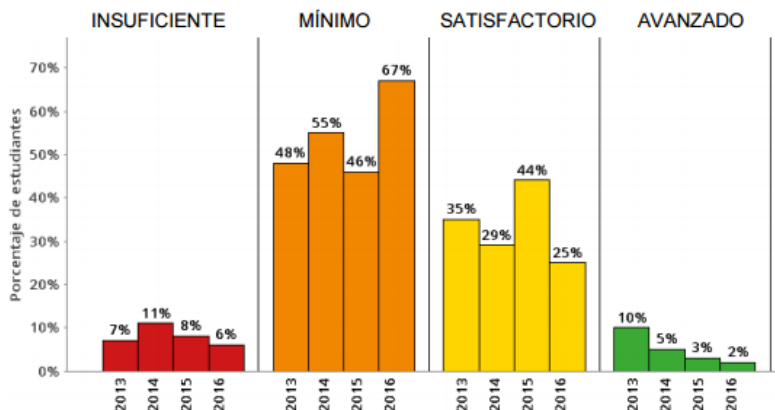
Aprendizajes	Porcentaje de estudiantes que NO evidencian el aprendizaje 2015	Porcentaje de estudiantes que NO evidencian el aprendizaje 2016
Resolución de problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos.	20	45

Fuente: Informe por Colegio de las Pruebas Saber 3°,5° y 9°

Por lo anteriormente mencionado, se deduce que los estudiantes tienen dificultades importantes en el análisis de la competencia de Resolución pues se ha demostrado que de un año a otro, el nivel de desempeño descendió significativamente.

Ahora bien, en los resultados de 9° en el área de matemáticas en los años 2013 al 2016 de la institución educativa, los estudiantes no resuelven problemas matemáticos de diversa naturaleza, como se evidenció también esta problemática en la primaria. Así lo ilustra el ICFES en la siguiente gráfica:

Gráfica 8. Comparación de los porcentajes de estudiantes según niveles de desempeño.



Fuente: Resultados Institución Educativa. Histórico prueba Saber 9° en Matemáticas. ICFES 2013 – 2016

A partir de la información, el ICFES¹⁴ señala que:

- El número de estudiantes en el nivel insuficiente aumenta durante los años 2013 y 2014 pero disminuye en el 2015 y en el 2016.
- En la gráfica se observa que el nivel mínimo va desde el 48% al 46%, pero en el año 2014 aumenta al 55% y para el año 2016 se aumenta considerablemente al 67%.
- Para el nivel satisfactorio se comporta descendentemente desde el 35% al 25% para los años analizados, pero se resalta en el 2015 que aumentó al 44%.
- En el nivel avanzado los estudiantes de la institución tienen muy poca participación ya que el porcentaje decrece del 10% al 2% en el nivel avanzado

A continuación, se presenta los puntajes de las pruebas Saber del grado 9 de la Institución estudiada para los años 2012 a 2016:

Tabla 5. Puntajes Institución Educativa.

AÑO	PUNTAJE NACIONAL (PROMEDIO)¹⁵	PUNTAJE INSTITUCIÓN
2012	302	347
2013	300	342
2014	296	323
2015	296 ¹⁶	333
2016	313 ¹⁷	322

Fuente: Resultados Nacionales Saber Grado 9. ICFES

¹⁴ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Guía de interpretación y uso de resultados de establecimientos educativos. Prueba saber 3°, 5° y 9°. (En línea). Colombia 2015. p. 96. Fecha de consulta: Septiembre de 2016.

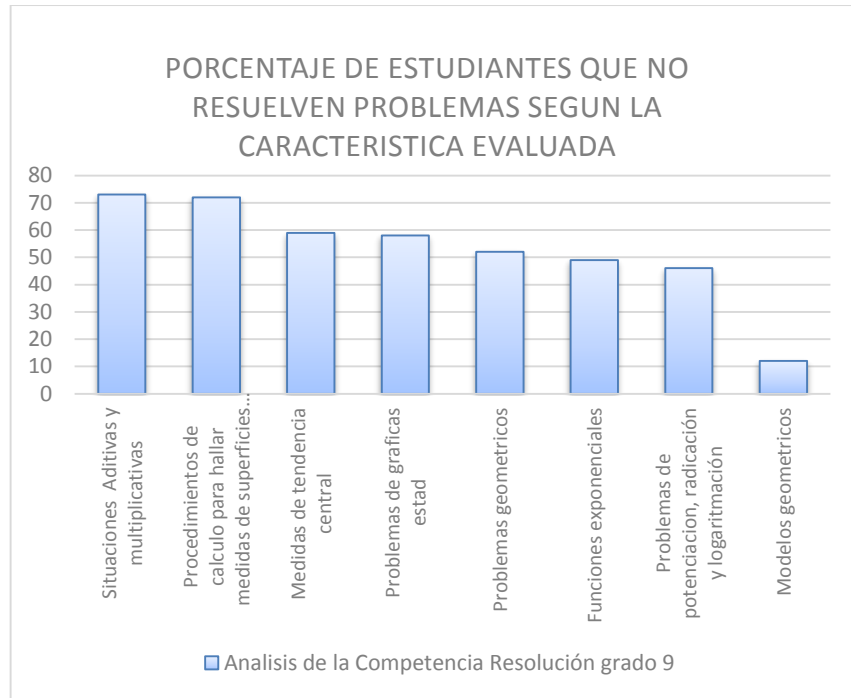
¹⁵ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Resultados Nacionales Saber 3,5 9 de 2009 al 2014. (En línea). Colombia 2016. Fecha de Consulta: Octubre 5 de 2016.

¹⁶ EL TIEMPO. Resultados de las pruebas escolares Saber, los más altos desde 2009. (En línea). Marzo 4 de 2017 Bogotá 2016. Fecha de Consulta: Abril 23 de 2017. Disponible en: <http://www.eltiempo.com/vida/educacion/resultados-de-pruebas-saber-2016-64214>.

¹⁷ Ibíd., p. 1.

En el informe por colegio de las pruebas Saber se analizan los resultados de los estudiantes de noveno grado de la institución en cuanto a la competencia de resolución de problemas y a continuación se encuentra una gráfica con los resultados evidenciados para el año 2015:

Gráfica 9. Análisis de la competencia resolución de problemas.



Fuente: Informe por Colegio de la prueba Saber 9° en Matemática. ICFES 2015

A partir de las gráficas del comportamiento del grado 9° en la competencia de planteamiento y resolución de problemas se concluye que:

- El 73% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales
- El 72% de los estudiantes no establece y utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes
- El 59% de los estudiantes no resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos

- El 58% de los estudiantes no resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular
- El 52% de los estudiantes no resuelve y formula problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación
- El 49% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos
- El 46% de los estudiantes no resuelve problemas que involucren potenciación, radicación y logaritmicación
- El 12% de los estudiantes no resuelve y formula problemas usando modelos geométricos

En conclusión, el 73% de los estudiantes de noveno grado no contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia de resolución de problemas. Un resultado que evidencia el bajo desempeño en el área de matemáticas de los estudiantes de la institución objeto de estudio.

Por otra parte, el Índice Sintético de Calidad- ISCE entre 2015 al 2017¹⁸ muestra que la institución en la Básica primaria tiene un índice de 4,08 menor que el puntaje nacional para el año 2015 en el área de matemáticas, se observa que para el año 2016 logra un crecimiento tanto para el registrado en el año anterior como para el de la media nacional y para el año 2017 registró un bajo desempeño igual que para el promedio nacional disminuyendo en 1.61 puntos.

Así también, el ISCE para la básica secundaria de la institución sigue siendo muy bajo al igual que el rendimiento de los estudiantes en la básica primaria. Para el año 2015, los estudiantes de básica secundaria se ubican en el nivel mínimo con 3,79

¹⁸ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Reporte a la excelencia 2016. (En línea). Bogotá D.C. 2015 y 2016. Fecha de consulta: Septiembre 21 de 2016 y Mayo 12 de 2017.

siendo incluso inferior al promedio nacional. Para el año 2016 es ampliamente superior al puntaje de la media nacional logrando un 7 para ubicarse en el nivel satisfactorio y para el año 2017 aumenta moderadamente 0.08 puntos.

Así muestra el ICFES el consolidado del ISCE de la institución:

Tabla 6. Puntaje ISCE Nacional e Institucional 2015, 2016 y 2017

Nivel	Puntaje Nacional (media) ISCE 2015	Puntaje Institución ISCE 2015	Puntaje Nacional (media) ISCE 2016	Puntaje Institución ISCE 2016	Puntaje Nacional (media) ISCE 2017	Puntaje Institución ISCE 2017
Básica primaria	5,07	4.08	5.42	5.74	4.32	4.14
Básica secundaria	4.93	3.79	5.27	7	4.11	7.08
Media	5.57	6.71	5.89	7.07	6.84	7.25

Análisis del plan de mejoramiento institucional En el plan de mejoramiento institucional realizado para el 2017 se propone como un objetivo “Mejorar los resultados académicos en las evaluaciones internas que posibiliten un incremento en los resultados de las pruebas externas garantizando el cumplimiento de nuestra Misión Institucional”¹⁹, con este planteamiento se espera que con el desarrollo de ésta propuesta redunde en el logro no solo del objetivo, sino que también en los resultados nacionales (pruebas SABER e ISCE), igualmente que contribuya para el mejoramiento del ambiente escolar y la motivación de los estudiantes hacia el área de matemáticas.

¹⁹ Plan de mejoramiento Institucional. Institución Educativa. 2015. p.5.

En este análisis la institución evalúa su desempeño en el ICFES y en las diferentes gestiones; por áreas se establecen planes de mejoramiento, el departamento de matemáticas se ha propuesto las siguientes actividades:

1. Identificación y uso de estrategias y procedimientos en situaciones problema
2. Conformación de un programa de Geometría para el primer periodo de 6º a 9º.
3. Calendario de matemáticas "Solución de Problemas cotidianos"

El área preocupada por el desempeño que ha tenido la institución en la competencia de resolución de problemas se ha propuesto desarrollar las anteriores actividades, las cuales han tenido respaldo de la institución. En la actualidad se ha tenido como recurso didáctico la implementación de un libro de matemáticas "Taller matemático", en el cual la mayoría de los estudiantes realizan talleres lúdicos del área, a partir de la motivación, compromiso, colaboración de los padres de familia. No obstante estudiantes con mayores dificultades no poseen recursos para comprarlos, realizando otros ejercicios pero no son tan significativos como los planteados en los talleres. Este grado demostró buen desempeño en el año 2016 para el área de matemáticas, el 85% de los estudiantes pasaron en definitiva el área, contando con 27 estudiantes, para el primer periodo del año 2017, lo que corresponde al 60% del total de los estudiantes del grado 7-2 de la institución educativa, esto se presenta por que la población nueva matriculada ha aumentado (en la actualidad se cuentan con 38 estudiantes) y se ha dedicado mayor parte del tiempo a la respectiva nivelación y refuerzo de conocimientos.

Del panorama expuesto anteriormente se evidencia que desde la primaria hasta la básica secundaria los estudiantes presentaban debilidades en la competencia de Planteamiento y Resolución de Problemas. Afirma Schoenfeld "para lograr desarrollar esta competencia es necesario buscar problemas que sean educativamente enriquecedores"²⁰, de esta forma los estudiantes ven la

²⁰ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas S.A. México D.F. 2007. p 51.

aplicabilidad del área de matemáticas a su vida cotidiana. Por tanto, para intentar dar solución a ésta debilidad de los estudiantes en esta área del currículo, surgen las siguientes preguntas directrices:

¿De qué manera los estudiantes de séptimo grado resuelven problemas relacionados con proporcionalidad?

¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de séptimo grado al plantear y resolver problemas matemáticos relacionados con proporcionalidad?

¿Qué estrategias y procedimientos de enseñanza deben ser los adecuados para diseñar una secuencia didáctica que posibilite en los estudiantes de séptimo grado, la solución de problemas de proporcionalidad?

¿Cuáles son los efectos de la aplicación de una secuencia didáctica relacionada con proporcionalidad en el fortalecimiento de la competencia de planteamiento y resolución de problemas?

Por lo anterior, se plantea la siguiente pregunta de investigación: **¿Cómo potenciar la competencia de resolución de problemas en la comprensión de proporcionalidad a partir del juego como estrategia didáctica en los estudiantes de séptimo grado de básica secundaria de una institución pública de Bucaramanga?**

1.3. JUSTIFICACION

En la presente investigación se busca fortalecer la competencia de resolución de problemas que anualmente el ICFES evalúa a los estudiantes de los grados 3°, 5° y 9° de las instituciones públicas y privadas, no solo en el área de matemáticas, sino

también puede afirmarse que la resolución de problemas es una estrategia globalizadora en sí misma, debido a que permite ser trabajada en todas las asignaturas, y además el tópico que se plantea en cada problema puede referirse a cualquier contenido o disciplina. Es fundamental para el desarrollo del proceso escolar, “ya que al resolver problemas no solo se desarrolla el objetivo del aprendizaje de las matemáticas, sino también, es una de las principales herramientas para el desarrollo de todas las asignaturas del PEI en las instituciones”²¹.

El estudio de la matemática no es complejo. Sin embargo, para muchos de los educandos, es un saber difícil y esto ha generado desmotivación y poco interés por el área. Lo que hace necesario formular nuevas e innovadoras formas de acercar al estudiante a este conocimiento a partir de la solución de problemas, tema que despierta inquietud en las generaciones actuales. Apoyados en uno de los padres del estudio de la competencia de resolución de problemas **Polya, quien afirma:** “*Sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento*»; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, «este género de experiencia, a una determinada edad, puede determinar el gusto del trabajo intelectual y dejar, tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durará toda una vida»²². Con ello se da fundamento a la rama de las matemáticas que aterriza y le da sentido al aprendizaje en el aula relacionándolo con la vida particular de los estudiantes.

Ahora bien, las instituciones educativas requieren de la implementación de estrategias que beneficien la adquisición de conocimientos y así cumplir el propósito de la escuela. Por tanto, con el desarrollo de esta investigación se espera

²¹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. p. 52.

²² Apoyo técnico pedagógico. Pasos a considerar en la resolución de problemas. Disponible en: <http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=181701>

proporcionar una estrategia usando el juego didáctico, cuya finalidad fue el de desarrollar habilidades entre los estudiantes, desde el gusto por el aprender en el campo de las matemáticas, en referencia afirma Caneo, “los juegos fomentan la observación, la atención, las capacidades lógicas, la fantasía, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos, el potencial creador, entre otros²³, con las anteriores características, se fundamenta el uso del juego, ya que el área de matemáticas para algunos estudiantes es una de las más tediosas debido a la rigurosidad de las clases.

De igual forma, se pretendió, mejorar el desempeño social, vinculando al estudiante con habilidades para crear, inventar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas, no solo en aspectos individuales sino colectivos.

Otro factor por el cual es importante la realización de esta investigación, se fundamenta en la formación integral que indirectamente se genera en el estudiante, dado que, al lograr el fortalecimiento de esta competencia, se puede mejorar la confianza del alumno en su propio pensamiento, potenciar las habilidades y capacidades para aprender, comprender y aplicar los conocimientos adquiridos favoreciendo su autonomía intelectual. Porque, le permitirá desarrollar los retos de la cotidianidad, tal y como lo describe el MEN, en ejercicios tan sencillos pero tan comunes como el de establecer relaciones entre la edad y altura de un niño, edad y masa o peso corporal, entre la temperatura a lo largo de un día y la hora que marca un reloj²⁴. Situaciones que el estudiante enfrenta en variados escenarios y a veces sin darse cuenta y usa el pensamiento variacional.

²³ NORMALISTAS. Juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. Publicado: 22 de enero de 2012. Consultado: 28 de Marzo de 2018. Disponible en Internet: <http://normalistas-lasmaticasyeljuego.blogspot.com.co/>

²⁴ Apoyo técnico pedagógico. Pasos a considerar en la resolución de problemas. Disponible en: <http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=181701>

Un valor agregado a la propuesta se fundamenta en el aporte que proporciona a las prácticas pedagógicas de los docentes de matemáticas y de otras áreas. Al respecto, si una estrategia al implementarse, permite visualizar resultados positivos, motiva a su aplicación, puesto que todo docente está en permanente preocupación por mejorar los aprendizajes de sus estudiantes.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo general. Fortalecer la competencia de resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado de básica secundaria mediante el juego al abordar situaciones de proporcionalidad que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional.

1.4.2. Objetivos específicos.

- Identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes de séptimo grado al resolver problemas relacionados con proporcionalidad.
- Diseñar e implementar una secuencia didáctica empleando juegos que posibiliten en los estudiantes de séptimo grado el uso de estrategias y procedimientos adecuados en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad.
- Analizar el efecto de la implementación de una secuencia didáctica a través del juego relacionado con proporcionalidad en el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describen algunas investigaciones internacionales, nacionales y regionales que fueron seleccionadas teniendo en cuenta el objeto matemático de estudio y el enfoque teórico de la investigación. Además, se presentan los elementos teóricos en la parte disciplinaria y didáctica relevantes para el desarrollo de esta investigación.

2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN

Se han tomado referentes que han profundizado en la investigación que direccionan las prácticas docentes al uso de nuevas didácticas basadas en la lúdica para el aprendizaje significativo.

2.1.1. Antecedentes Internacionales. La investigación de Cano²⁵ titulada “*Análisis del uso de conceptos y procedimientos de proporcionalidad en la resolución de problemas de física, y propuestas didácticas con tecnología*” tuvo como objetivo general diseñar una propuesta didáctica centrada en el aprendizaje de conocimientos de proporcionalidad para favorecer el aprendizaje de conocimientos de física, mediante el uso de herramientas computacionales abiertas. Los participantes fueron estudiantes con dificultades al abordar la resolución de problemas en el área de física. En el proceso metodológico los autores utilizaron secuencias didácticas para la movilización de conocimientos y procedimientos de proporcionalidad, incorporando la tecnología como una herramienta para el

²⁵ CANO, M. Análisis del uso de conceptos y procedimientos de proporcionalidad en la resolución de problemas de física, y propuestas didácticas con tecnología. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México D.F. 2011. p. 18. Fecha de consulta Octubre de 22 de 2017.

aprendizaje. Los resultados obtenidos muestran que un esquema didáctico de contenidos usando la tecnología permite identificar una vía de tratamiento didáctico para el aprendizaje.

La investigación de Bahamonde y Vicuña²⁶ titulada “*Resolución de problemas matemáticos*” plantea como objetivo general incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo. Este proyecto de innovación pedagógica busca responder a la cotidianidad de los estudiantes de una forma estratégica a través de soluciones exitosas. Los participantes fueron estudiantes de primero y tercero básico del Liceo Nobeliuss, siguiendo el enfoque de Investigación Cualitativa. El proyecto se desarrolló en 3 etapas: en la primera se puede evidenciar la motivación y entusiasmo que despertó el proyecto, al igual que la importancia que le dieron los estudiantes a la resolución de problemas; en la segunda etapa, se aplican variadas estrategias y técnicas, tales como técnicas artísticas, de producción de textos, de ejercitación e interrogación; en la tercera etapa, los estudiantes resolvieron ejercicios, y se apreció el desarrollo y avance en los niveles de aprendizaje.

La investigación de Vargas²⁷ titulada “*Estrategia didáctica a través del juego para la resolución de problemas aritméticos aditivos en los niños del segundo grado*”, tuvo como objetivo general diseñar una estrategia didáctica a través del juego para mejorar la resolución de problemas aritméticos aditivos en los estudiantes del segundo grado de educación primaria. Esta investigación se fundamentó teóricamente en la Investigación cualitativa educacional proponiendo una estrategia didáctica mediante el método de la modelación, unificándose diversas teorías científicas diseñándose con ello diversos juegos y a partir de esta situación generar

²⁶ BAHAMONTE, Sebastián, y VICUÑA, Judith. Resolución de problemas matemáticos. Universidad de Magallanes de Chile. 2011. p. 80. Fecha de consulta octubre 23 del 2016.

²⁷ VARGAS, Mercedes. Estrategia didáctica a través del juego para la resolución de problemas aritméticos aditivos en los niños del segundo grado. Universidad San Ignacio de Loyola. Escuela de Postgrado. Perú. 2015. Fecha de consulta: Junio 28 de 2017.

aprendizajes significativos sustentados en los enfoques constructivistas. Se concluye que la mayoría de los niños pueden valorar el resultado de manera errada ya que sus cálculos fueron erróneos, de igual forma la mayoría de los niños no logra verificar el proceso de una manera adecuada por la misma causa, pero busca otras alternativas de solución, gracias a la motivación que produce la estrategia utilizada para la resolución de problemas.

2.1.2. Antecedentes Nacionales. La investigación de Jaramillo²⁸ titulada “La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático” tuvo como objetivo general proponer y realizar algunas actividades usando estrategias metodológicas que permitan consolidar el significado del concepto de proporcionalidad en un grupo de 40 estudiantes del grado 11° del CEFA (Institución educativa Centro Formativo de Antioquia). La metodología de la investigación fue Aula-Taller, caracterizada por el uso y diseño de guías de trabajo conjuntamente con material concreto y didáctico para la exploración de situaciones de la vida diaria, que permitieran el desarrollo del pensamiento matemático y científico en los estudiantes. Al finalizar la investigación los estudiantes elaboraron conjeturas sobre conceptos involucrados con proporcionalidad, semejanza de triángulos, solución de problemas de aplicación y formulación de situaciones relacionadas.

En la investigación de Lopera²⁹, titulada “Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín”, el objetivo general fue diseñar una unidad de enseñanza potencialmente significativa apoyada en las TIC que movilizara el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa en

²⁸ JARAMILLO, Lina. La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2012. p 28. Fecha de consulta Octubre 20 del 2016. 68P.

²⁹ LOPERA, Cesar. Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2014. p 15. Fecha de Consulta Octubre 16 de 2016.

estudiantes de grado séptimo de la educación básica de la Institución Educativa el Pedregal. La metodología de la investigación fue un estudio de casos, en el cual se abordaron las teorías del constructivismo y el aprendizaje significativo. La autora señala que las situaciones problema, la teoría del aprendizaje significativo, las UEPS y todos los medios que se utilizaron sirvieron para dinamizar las clases permitiendo pasar de una enseñanza tradicional a una enseñanza constructivista. En la etapa de intervención en el aula los estudiantes trabajaron a su propio ritmo, de acuerdo a la capacidad cognitiva, motivados y con autonomía. Los fundamentos teóricos utilizados permitieron transversalizar los contenidos y privilegiaron el trabajo colaborativo.

La investigación de Ceballos³⁰ titulada “*Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja*” tuvo como objetivo general desarrollar el pensamiento proporcional utilizando como principio la multiplicación y con ello mejorar los niveles de competencia en el área de matemáticas de las estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda. Este trabajo de investigación diseñó una unidad de enseñanza potencialmente significativa apoyada en las TIC para movilizar el aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa. Además, éste estudio siguió la línea de Investigación Acción con la Monografía de análisis de experiencias o estudio de casos en la cual se abordaron las teorías del constructivismo y el aprendizaje significativo.

2.1.3. Antecedentes Locales. La investigación de Prieto³¹ titulada “*Proporcionalidad simple: Estrategias utilizadas por estudiantes de octavo grado*”

³⁰ CEBALLOS, Edgar. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja. Universidad Nacional de Colombia, Medellín: 2012. p3. Fecha de Consulta Febrero 17 de 2017.

³¹ PRIETO, Luz. Proporcionalidad simple: Estrategias utilizadas por estudiantes de octavo grado. Trabajo de grado para obtener el título de Licenciatura en matemáticas, Universidad Industrial de Santander, 2009. p. 92. Fecha de Consulta Febrero 17 de 2017.

tuvo como objetivo realizar aportes en la enseñanza de la proporcionalidad. Se identificaron las dificultades que se presentan los estudiantes cuando se encaminan a utilizar estrategias que sólo conllevan a la mecanización y que no permiten encontrar las relaciones entre magnitudes. Este estudio muestra que las estrategias de solución utilizadas por los estudiantes están dadas por el uso de operadores escalares, la regla de tres simple, los repartos proporcionales, la regla de tres compuesta y el método de reducción a la unidad. Los participantes en la investigación fueron estudiantes de grado octavo de tres colegios oficiales mixtos y de tres colegios privados, para un total de 400 estudiantes. La autora señala que la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad requiere cambios en el enfoque metodológico que posibiliten al estudiante el análisis de las variables que están incluidas en la problemática abordada.

La investigación de Carreño³² titulada “*Pensamiento Variacional: De la proporcionalidad directa simple a la noción de función lineal de la forma $f(x) = kx$* ” tuvo como objetivo general explorar acerca de la utilización de la proporcionalidad directa simple como un camino hacia la construcción de una idea intuitiva de función lineal en estudiantes de séptimo grado. El enfoque metodológico de la investigación fue de tipo cualitativo, bajo la investigación de aula y un abordaje de tipo fenomenológico – hermenéutico. El autor señala que la organización de datos por medio de tablas, y a través de éstas, permitió a los estudiantes empezar a determinar esos primeros niveles de observación de variación entre variables, y se convirtió en una herramienta fundamental para establecer una modelación matemática, el modelo matemático de la función lineal de la forma $f(x) = kx$.

³² CARREÑO, José. *Pensamiento Variacional: De la proporcionalidad directa simple a la noción de función lineal de la forma $f(x) = kx$* . Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2007. p3. Fecha de Consulta Febrero 17 de 2017.

La investigación de Vega y Florez³³ titulada *“El juego como facilitador de la aplicación de conceptos y resolución de problemas de proporción directa e inversa en quinto primaria”* tuvo como objetivo general evaluar el juego como facilitador de la aplicación de conceptos como proporción directa e inversa y el reforzamiento de estos conceptos, la formulación de problemas que involucren los mismos y la motivación de los estudiantes a trabajar en matemáticas de quinto de primaria. La investigación consistió en el diseño de 7 juegos, con los cuales se buscaba fortalecer conceptos y la competencia de resolución de problemas de proporción directa e indirecta. Los juegos diseñados estuvieron inmersos en las teorías del aprendizaje del constructivismo y el cooperativismo, se implementaron en un espacio físico que varió entre el aula de clase y los exteriores de la institución, buscando así mejorar o crear un ambiente más agradable para los estudiantes. La metodología que se empleó para llevar a cabo el proyecto fue la investigación cualitativa, a través del estudio de casos. Al terminar el proyecto se concluyó que la resolución de problemas mediante el juego puede generar discusiones enriquecedoras que llevan a los estudiantes a proponer diferentes soluciones generalizando métodos y conceptos.

2.2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Esta investigación posibilitó a los estudiantes de séptimo grado la superación de las dificultades identificadas al resolver problemas relacionados con proporcionalidad directa y fortalecer la competencia de planteamiento y resolución de problemas, que conllevó a potenciar el desarrollo del pensamiento variacional. En este sentido, se considera pertinente para el desarrollo de esta investigación utilizar algunos aportes

³³ VEGA, Jaime y FLOREZ, Jhon. El juego como facilitador de la aplicación de conceptos y resolución de problemas de proporción directa e inversa en quinto primaria. Universidad Industrial de Santander, 2012. p30. Fecha de Consulta Marzo 13 de 2017.

teóricos de Schoenfeld en el Enfoque en Resolución de Problemas y las directrices propuestas por MEN.

En esta sección se presentaron algunos aspectos clave para esta investigación: los Estándares básicos de Competencias orientados al área de matemáticas, los tipos de pensamiento matemático, el estudio de la competencia de Resolución de Problemas, la pertinencia y aplicación del juego como estrategia para el aprendizaje y, para terminar, se presentó una revisión de los Estándares Internacionales.

2.2.1. Referentes Teóricos Disciplinarios: Esta investigación se apoya en la normatividad colombiana en donde se encuentran los estándares, los tipos de pensamiento matemático, la matriz de referencia y los DBA que la población educativa del país está constantemente evaluada en las pruebas internas y para las pruebas externas se orientara por medio de la NCTM.

2.2.1.1. Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. El sistema educativo colombiano esta direccionado por los Estándares Básicos de Competencias emitido por el Ministerio de Educación Colombiano, donde se unifica lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden en cada grado que están cursando en las diferentes instituciones educativas. A continuación, se nombran los cinco procesos generales de la actividad matemática³⁴:

- Formular y resolver problemas
- Modelar procesos y fenómenos de la realidad
- Comunicar
- Razonar
- Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos

³⁴ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. p. 51.

Se profundizó en el primer proceso, ya que es pertinente para esta investigación. La resolución de problemas, como se había mencionado anteriormente, es uno de los “ejes organizadores del currículo de matemáticas, proporcionando en el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y significativas para los estudiantes”³⁵.

La resolución de problemas permite desarrollar actitudes mentales de perseverancia, estrategias y habilidades propias del quehacer matemático. El proceso de resolución de problemas demanda del estudiante formularse estrategias de solución, encontrar resultados para luego ser verificados e identificados, incluso, suscitar nuevos problemas.

2.2.1.2. Tipos de Pensamiento Matemático. El pensamiento matemático³⁶, según los Lineamientos Curriculares, está subdividido en los siguientes tipos de pensamiento:

- El pensamiento numérico y los sistemas numéricos
- El pensamiento espacial y los sistemas geométricos
- El pensamiento métrico y los sistemas métrico o de medidas
- El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos
- El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Esta investigación se enfocó en el pensamiento variacional, que tiene como propósito fundamental “construir desde la educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo diferencial e integral”³⁷.

³⁵ *Ibíd.*, p. 52.

³⁶ *Ibíd.*, p. 58.

³⁷ *Ibíd.*, p. 66.

Este pensamiento es aplicado en la mayoría de las áreas del conocimiento, cumpliendo un papel significativo en la cotidianidad de los estudiantes. Es también, uno de los que más tiene directa relación con los otros tipos de pensamiento, pues “la variación y el cambio, aunque se representen por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos, geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional”³⁸.

En los estudiantes el pensamiento variacional inicia su desarrollo mediante la identificación de la variación para ir determinando el tipo de patrón que se forma, sin dejar de establecer las variables que afectan la situación presentada. El desarrollo del pensamiento variacional es progresivo por sus características, pero es indispensable para entender los aspectos de variación, por tal motivo es necesario que los estudiantes hagan uso de representaciones matemáticas como tablas, gráficas, ecuaciones, etc. La incorporación de las nociones de variación desde las primeras etapas de escolaridad fomenta el crecimiento y la solidez del pensamiento variacional que puede incidir en un buen desempeño de los estudiantes al enfrentarse al cálculo diferencial e integral en los grados superiores y/o universidad.

2.2.1.3. Matriz de referencia El ICFES junto con el MEN ha elaborado una Matriz de Referencia, la cual es un instrumento de consulta basado en los EBC para la identificación de los “resultados de aprendizaje esperados para los estudiantes, permite establecer la relación entre las competencias y los componentes de las áreas de lenguaje y matemáticas”³⁹. Cuenta con los siguientes componentes:

³⁸ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. p. 66.

³⁹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Matriz de referencia Matemáticas. Adaptado Estándares básicos de competencias. Imprenta Nacional de Colombia. Bogotá D.C.2006. p. 2.

competencia, componente, aprendizaje y evidencia. A continuación se muestran las tablas de los grados 5° y 9° que reúnen estos conceptos:

Tabla 7. Matriz de referencia grado 5°.

Siempre Dia-e Matemáticas 5°	
COMPETENCIA	RESOLUCIÓN
COMPONENTE	APRENDIZAJE
NUMÉRICO VARIACIONAL	EVIDENCIA
	Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución.
	Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.
	Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.	
Resolver situaciones aditivas rutinarias de comparación, combinación, transformación e igualación.	
Interpretar y utilizar condiciones necesarias para solucionar un problema aditivo.	
Resolver situaciones aditivas que tienen más de una solución.	
Resolver situaciones multiplicativas de adición repetida, factor multiplicante y razón.	
Interpretar y utilizar condiciones suficientes para solucionar un problema multiplicativo.	
Resolver situaciones multiplicativas que tienen más de una solución.	
Resolver problemas que requieran identificar relaciones multiplicativas en situaciones de proporcionalidad directa, sin necesidad de determinar directamente la constante.	
Resolver problemas de proporcionalidad directa que requieran identificar la constante de proporcionalidad.	
Reconocer y usar relaciones de cambio (proporcionalidad directa e inversa) para construir tablas de variación en situaciones problema.	
Resolver problemas sencillos de proporcionalidad inversa.	
Dar significado y utilizar la fracción como parte-todo, razón o cociente en contextos continuos y discretos para resolver problemas.	
Resolver situaciones problema sencillas con fracciones de uso común que requieran de la adición o sustracción para su solución.	

COMPETENCIA	RESOLUCIÓN
COMPONENTE	APRENDIZAJE
NUMÉRICO VARIACIONAL	EVIDENCIA
	Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución.
	Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.
	Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.	
Resolver situaciones aditivas rutinarias de comparación, combinación, transformación e igualación.	
Interpretar y utilizar condiciones necesarias para solucionar un problema aditivo.	
Resolver situaciones aditivas que tienen más de una solución.	
Resolver situaciones multiplicativas de adición repetida, factor multiplicante y razón.	
Interpretar y utilizar condiciones suficientes para solucionar un problema multiplicativo.	
Resolver situaciones multiplicativas que tienen más de una solución.	
Resolver problemas que requieran identificar relaciones multiplicativas en situaciones de proporcionalidad directa, sin necesidad de determinar directamente la constante.	
Resolver problemas de proporcionalidad directa que requieran identificar la constante de proporcionalidad.	
Reconocer y usar relaciones de cambio (proporcionalidad directa e inversa) para construir tablas de variación en situaciones problema.	
Resolver problemas sencillos de proporcionalidad inversa.	
Dar significado y utilizar la fracción como parte-todo, razón o cociente en contextos continuos y discretos para resolver problemas.	
Resolver situaciones problema sencillas con fracciones de uso común que requieran de la adición o sustracción para su solución.	

Fuente: ICFES - MEN. p. 5 y 6

Tabla 8. Matriz de referencia grado 9°.

<div style="text-align: right;">  </div> Matemáticas 9°		
COMPETENCIA COMPONENTE	RESOLUCIÓN	
	APRENDIZAJE	EVIDENCIA
ALEATORIO	Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos.	Resolver problemas que requieran el cálculo e interpretación de medidas de tendencia central de un conjunto de datos.
	Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular.	Usar informaciones presentadas en tablas y gráficas para solucionar problemas en contextos cotidianos o de otras áreas. Proponer preguntas o problemas (que tienen solución) a partir de la interpretación de la gráfica o la tabla que representa un conjunto de datos.
	Resolver y formular problemas en diferentes contextos, que requieren hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.	Hacer inferencias simples a partir de información estadística de distintas fuentes (prensa, revistas, bancos de datos, etc.). Resolver problemas de las ciencias sociales o naturales a partir del análisis de información estadística.
	Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad.	Resolver problemas de las ciencias sociales o naturales usando conceptos básicos de probabilidad. Formular y comprobar conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos científicos aleatorios sencillos. Utilizar técnicas de conteo adecuadas para resolver problemas de probabilidad en contextos de las ciencias naturales o sociales.
ESPACIAL MÉTRICO	Resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida.	Usar de manera pertinente instrumentos y unidades para determinar medidas de superficies y volúmenes. Reconocer que no existe un único procedimiento para resolver problemas de medición. Utilizar teoremas básicos (Tales y Pitágoras) para solucionar problemas.
	Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.	Utilizar criterios de congruencia y semejanza para dar solución a situaciones problema. Determinar el patrón de regularidad en una secuencia geométrica.
	Establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.	Usar diferentes estrategias para determinar medidas de superficies y volúmenes. Reconocer que el procedimiento para determinar el volumen y la superficie no siempre es único. Explicar la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de áreas o volumen de acuerdo con las condiciones de la situación.
	Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.	Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. Utilizar diferentes técnicas de estimación o aproximación en la solución de problemas geométricos o métricos. Seleccionar y utilizar la técnica de estimación o aproximación adecuada para solucionar problemas geométricos o métricos.
NUMÉRICO VARIACIONAL	Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.	Aplicar propiedades para solucionar un problema que involucre adición y/o multiplicación en el conjunto de los números reales. Reconocer que diferentes estrategias permiten determinar la solución de unos problemas aditivos y/o multiplicativos en el conjunto de los números reales.
	Resolver problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmicación.	Interpretar las operaciones: potenciación, radicación y logaritmicación en una situación problema. Utilizar las propiedades de la potenciación radicación o logaritmicación para solucionar un problema.
	Resolver problemas en situaciones de variación con funciones lineales y afines.	Plantear y resolver problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones lineales o afines. Identificar en una situación de variación: variables (discretas o continuas), su universo numérico y el significado de cada una de ellas.
	Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.	Plantear y resolver problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones polinómicas (de grado mayor que 1) y exponenciales. Resolver problemas que requieran para su solución ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Dar significado, en un contexto, a la solución de una ecuación o un sistema de ecuaciones.

Fuente: ICFES - MEN. p. 7 y 8

2.2.1.4. Derechos Básicos de Aprendizaje Continuando con las herramientas del MEN para el mejoramiento de la calidad educativa colombiana se encuentran los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) representados por el “conjunto de saberes y habilidades fundamentales que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, de primero a once, y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas”⁴⁰. Se analizaron los DBA correspondientes al grado 7:

1. Resuelve problemas que involucran números racionales positivos y negativos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Realiza cálculos a mano, con calculadoras o dispositivos electrónicos
2. Identifica si en una situación dada las variables son directamente proporcionales o inversamente proporcionales o ninguna de las dos.
3. Descompone cualquier número entero en factores primos. Identifica el MCD y MCM de dos o más números y los usa para simplificar cálculos.
4. Comprende y calcula incrementos y reducciones porcentuales en diversos contextos.
5. Usa las relaciones entre velocidad, distancia y tiempo para solucionar problemas
6. Hace dos copias iguales de 2 rectas paralelas cortadas por una secante y por medio de suposiciones, descubre la relación entre los ángulos formados. Soluciona problemas en contextos geométricos que involucran calcular ángulos faltantes en un triángulo o cuadrilátero
7. Manipula expresiones lineales (del tipo $ax+bm$ donde a y b son números dados), las representa usando gráficas o tablas y las usa para modelar situaciones. Soluciona ecuaciones lineales (del tipo $ax+b=c$, donde a, b y c son números dados)

⁴⁰ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Derechos básicos de Aprendizaje (En línea). Bogotá D.C.2006. p. 3.

8. Dada una expresión de la forma ax^2+bx+c (donde a,b y c son números dados), calcula el valor de la expresión para distintos valores de x (positivos y negativos) y presenta sus resultados en forma de tabla o gráfica de puntos.
9. Predice el resultado de rotar, reflejar, trasladar, ampliar o reducir una figura.
10. Comprende que algunos conjuntos de datos pueden representarse con histogramas y que distintos intervalos producen distintas representaciones.
11. A partir de una gráfica de puntos o de línea, identifica e interpreta los puntos máximos y mínimos y el cambio entre dos puntos de la gráfica.
12. Comprende cómo la distribución de los datos afecta la media (promedio), la mediana y la moda.
13. Entiende la diferencia entre la probabilidad teórica y el resultado de un experimento.
14. Imagina y describe la figura que resultaría al sacarle tajadas a un objeto.
15. En una serie sencilla identifica el patrón y expresa la n -ésima posición en términos de n .

El objetivo de los DBA es estandarizar más puntualmente el saber específico de los estudiantes de acuerdo a su nivel, ya que en los EBC se plantean de manera más general los aprendizajes esperados, desarrollándose en un largo periodo de tiempo (dos o tres años). Para la presente investigación se ve cómo los dos primeros ítems están directamente relacionados con el presente estudio, pero si se realiza un sondeo más riguroso se puede observar que en la mayoría de ítems está intrínseco la competencia de resolución de problemas.

2.2.1.5. Principios y Estándares Internacionales para Matemáticas de la NCTM.

Las propuestas curriculares internacionales, como los Principios y Estándares para la Educación Matemática de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), identifican la resolución de problemas como una de las metas más importantes en el aprendizaje de las matemáticas, así como, la necesidad de comunicarse matemáticamente y la búsqueda de las conexiones de las

matemáticas con otras disciplinas. Por esta razón propone organizar el estudio de las matemáticas alrededor de dos aspectos fundamentales:

1. Líneas de contenidos: números, operaciones, patrones, funciones, álgebra, geometría, desarrollo del sentido espacial, mediciones, análisis de datos, estadística y la probabilidad. Desde la educación preescolar hasta el nivel medio superior.
2. Actividades o procesos propios del quehacer matemático: resolución de problemas, razonamiento y la demostración, la comunicación, las conexiones y sus representaciones⁴¹.

Además, presenta los estándares de contenidos y de procesos que contienen el programa de todas las etapas o grados de aprendizaje para capacitar a los estudiantes en la resolución de problemas, la cual se desarrolla desde pre-kindergarden hasta el nivel 12. NCTM enuncia que los programas de enseñanza deberían capacitar a todos los estudiantes para:

- Construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas
- Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos
- Aplicar y adaptar diversas estrategias para resolver problemas
- Controlar el proceso de resolución de problemas matemáticos y reflexionar sobre él⁴².

2.2.2. Referentes Teóricos Didácticos: La intervención en el aula se enmarca dentro de la secuencia didáctica adaptada de Pérez Abril y Tobón en donde se aportarán elementos para la estructura de las actividades a realizar con los

⁴¹ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas S.A. México D.F. 2007. p. 38.

⁴² NCTM. Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales C/Tarfia (Facultad de Matemáticas) 41012. Sevilla. Proyecto Sur Industrias Gráficas. p. 55.

estudiantes en el salón de clases teniendo en cuenta la estrategia utilizada en la investigación.

2.2.2.1. Secuencia Didáctica: Para el desarrollo de esta investigación se organizará el trabajo por medio de una secuencia didáctica caracterizada por su flexibilidad y alcance. El modelo que expone Pérez Abril se adaptará al área de matemáticas. Para su estudio este autor tiene en cuenta a Litwin que define las configuraciones didácticas como las maneras particulares que el docente propone para favorecer los procesos de aprendizaje, en la línea de una clara intención de enseñar, de aportar a la comprensión y a la construcción de conocimiento. Es una práctica social, histórica y contextualmente situada⁴³.

Pérez expone los elementos mínimos que todas las modalidades (unidades de organización didáctica) deben cumplir para ser consideradas de carácter didáctico:

1. Intencionalidad: Debe tener una intención clara de aprendizaje, es decir que lo que se espera que logren los estudiantes.
2. Sistemática: debe ser estructurada de acuerdo a la intencionalidad.
3. Complejidad: las acciones deben estar distribuidas en el tiempo e ir aumentando el nivel de profundidad del concepto.
4. Producto académico: No debe ser obligatoriamente tangible, el cual se genera como el resultado del desarrollo de la secuencia.

Desde las competencias, las secuencias didácticas ya no se proponen que los estudiantes aprendan determinados contenidos, sino que desarrollen competencias para desenvolverse en la vida⁴⁴, según Tobón y Pimiento es el mayor reto para los

⁴³ PÉREZ, A. Mini Curso- Taller: *Fundamentación, Diseño y Análisis de Situaciones Didácticas para el Trabajo en Aula en el Campo del Lenguaje*. Bucaramanga, primer semestre académico. 2012. P. 10.

⁴⁴ TOBÓN y otros. *Secuencias didácticas, Aprendizaje y evaluación de competencias*, primera edición México 2010. Editorial Pearson. p.21.

docentes cambiar la tradicionalidad de las prácticas, enfatizando en matemáticas, para direccionar el aprendizaje hacia el fortalecimiento de las competencias.

Con lo anterior se estableció cómo la secuencia didáctica es más adaptable a las situaciones particulares de las instituciones educativas y tuvo en cuenta para la presente propuesta de investigación organizando situaciones de aprendizaje que se desarrollaron en el trabajo con los estudiantes.

2.2.2.2. Estrategia didáctica - El juego El concepto de juego por parte de Huizinga en Homo ludens “es una acción u ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, acción que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentimiento de tensión y alegría y de la conciencia de ser de otro modo que en la vida corriente”⁴⁵, ésta definición se relaciona con los objetivos de la presente investigación para incluirlas en las actividades de la etapa de intervención en el aula para obtener que los estudiantes resuelvan problemas de forma lúdica y se convierta en aprendizaje significativo; según la competencia que se fortaleció se encuentra pertinente utilizar los juegos de estrategia ya que “permiten poner en marcha procedimientos típicos para la resolución de problemas y del pensamiento matemático de alto nivel. También favorecen la actitud para abordar e intentar resolver problemas”⁴⁶

Ventajas de los juegos: Se ha consultado en publicaciones y en muchas de ellas toman al autor Caneo para resaltar las ventajas obtenidas del uso de los juegos, él plantea:

⁴⁵ HUIZINGA, Johan. Homo ludens. Alianza Editorial. España. 2007. p 45.

⁴⁶ REVISTA INTEGRAL No.5. Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. Universidad de Viña del Mar. Departamento de Matemática. Chile. 2001. p 3.

“que la utilización de estas técnicas dentro del aula de clases, desarrolla ciertas ventajas en los niños y niñas, no tan solo concernientes al proceso de cognición de ellos, sino en muchos aspectos más que pueden ser expresados de la siguiente forma:

- Permite romper con la rutina, dejando de lado la enseñanza tradicional, la cual es monótona.
- Desarrollan capacidades en los niños y niñas: ya que mediante los juegos se puede aumentar la disposición al aprendizaje.
- Permiten la socialización; uno de los procesos que los niños y niñas deben trabajar desde el inicio de su educación.
- En lo intelectual - cognitivo fomentan la observación, la atención, las capacidades lógicas, la fantasía, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos, el potencial creador, entre otros.

Todas estas ventajas hacen que los juegos sean herramientas fundamentales para la educación, ya que gracias a su utilización se puede enriquecer el proceso de enseñanza – aprendizaje”⁴⁷.

Miguel de Guzmán afirma que la matemática es un grande y sofisticado juego que, además, resulta ser al mismo tiempo una obra de arte intelectual, que el valor de los juegos es despertar el interés de los estudiantes, además en su obra Juegos matemáticos en la enseñanza escribe:

La matemática así concebida es un verdadero juego que presenta el mismo tipo de estímulos y de la actividad que se da en el resto de los juegos intelectuales. Uno aprende las reglas, estudia las jugadas fundamentales, experimentado en partidas sencillas, observa a fondo

⁴⁷ NORMALISTAS. Juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. Publicado: 22 de enero de 2012. Consultado: 28 de Marzo de 2018. Disponible en Internet: <http://normalistas-lasmaticasyeljuego.blogspot.com.co/>

las partidas de los grandes jugadores, sus mejores teoremas, tratando de asimilar sus procedimientos para usarlos en condiciones parecidas, trata finalmente de participar más activamente enfrentándose a los problemas nuevos que surgen constantemente debido a la riqueza del juego, o a los problemas viejos aún abiertos esperando que alguna idea feliz le lleve a ensamblar de modo original y útil herramientas ya existentes o a crear alguna herramienta nueva que conduzca a la solución del problema⁴⁸

En la obra profundiza el impacto y consecuencias de los juegos en la enseñanza de la matemática, además de la formulación de las directrices heurísticas basadas en juegos y las directrices temáticas para el uso de los juegos.

2.2.3. Referentes teóricos Conceptuales: En la investigación se fortaleció la competencia de resolución de problemas a partir de la proporcionalidad, esta temática es una de las trabajadas en el grado séptimo de la básica secundaria.

2.2.3.1. Enfoque de Resolución de Problemas. En el enfoque de Resolución y Planteamiento de problemas se debe analizar el concepto de problema para poder estudiarlo, ya que el término problema en el aula de clase de matemáticas está ligado a la relatividad del esfuerzo que implica para el sujeto resolver el problema. En este aspecto la Real Académica Española define un problema como:

- *“Una cuestión que se trata de aclarar*
- *Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin.*
- *Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos⁴⁹.*

⁴⁸ GUZMAN, Miguel. JUEGOS MATEMATICOS EN LA ENSEÑANZA. Archivo descargado de El paraíso de las matemáticas. Publicado en Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre 1984.

⁴⁹ DICCIONARIO DE LA LENGUA ESPAÑOLA. Real Academia Española. (En línea). 2017. Disponible en: <http://dle.rae.es/?id=UELp1NP>

Sin embargo, en educación matemática un problema se interpreta de otra forma, por ejemplo, según Schoenfeld⁵⁰, el término problema se usa para referirse a una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla. Las características que debe tener un problema⁵¹ son:

1. Contexto.
2. Uso adecuado del tiempo durante la clase.
3. Desarrollo de estrategias formuladas por los estudiantes.
4. Evaluación.

Schoenfeld, quien era un estudiante de matemática pura cuando se encuentra el trabajo de Polya, se cuestionó “el por qué” no se tenía en cuenta en la escuela de matemáticas. Schoenfeld inicia el estudio de los planteamientos de Polya y encuentra que es una teoría enriquecedora para la resolución de problemas, pero nadie la aplicaba, justificándose con argumentos como el desconocimiento de los alcances y que en la práctica no funcionaba. En la resolución de problemas Polya identificó varias etapas en el proceso: entendimiento del problema, concepción de un plan y su ejecución, finalmente, evaluación de las soluciones. Entonces, Schoenfeld se dio a la tarea de transformar dicha teoría en conceptos aplicables a cualquier situación que se planteara.

Santos⁵² expone del trabajo de Schoenfeld las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de solución de problemas:

⁵⁰ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas S.A. México D.F. 2007. p. 48.

⁵¹ REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN. OEI. La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional del Mar del Plata, Argentina. Disponible en: <https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiQ5PrQ3JzUAhWDWSYKHRC8CUAQFgggMAA&url=http%3A%2F%2Frieoei.org%2Fdeloslectores%2F203Vilanova.PDF&usg=AFQjCNFhgP7vtLdcHrYzPKCb9i6crEyp1g>

⁵² SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas S.A. México D.F. 2007. p. 53.

A. *Dominio del conocimiento o recursos*: es la revisión de los presaberes de los individuos que tienen al momento de solucionar un problema y las formas de alcanzar los nuevos conocimientos. Schoenfeld reconoce cinco tipos de conocimiento que intervienen en la forma en que el sujeto usa sus recursos:

1. Conocimiento informal e intuitivo acerca del dominio (la disciplina) o del problema por resolver: hace referencia a las ideas que tiene el sujeto acerca del uso de conceptos matemáticos en su contexto.

2. Hechos y definiciones: la revisión de los presaberes no solo incluye los conceptos formales de matemáticas, sino también la manera que los recuerda y los utiliza para resolver los problemas.

3. Procedimientos rutinarios: Es la forma en que los estudiantes utilizan técnicas para la solución de problemas. Cuando la solución de un problema requiere procedimientos rutinarios “Schoenfeld (1985) ubica este tipo de procedimientos en un nivel táctico y lo separa de las habilidades de nivel estratégico”⁵³. El autor hace esta diferenciación, porque en las de nivel estratégico se debe haber establecido un plan para la solución del problema y el análisis de su evolución.

4. Conocimiento acerca del discurso del dominio: es la comprensión que un estudiante tiene acerca de las reglas para solucionar un problema, esto le permite determinar los recursos y la dirección para su solución.

5. Errores consistentes o recursos débiles: Se refiere a concepciones equivocadas que tienen los estudiantes sobre conceptos matemáticos.

⁵³ *Ibíd.*, p. 55.

B. *Los métodos heurísticos*: Se relaciona con las estrategias que desarrollan los individuos para la solución de problemas, por ejemplo: analogías, problemas auxiliares, descomponer los elementos de un problema, hacer figuras y usar estrategias que se hayan trabajado anteriormente con éxito en el proceso de resolución de problemas.

C. *Las estrategias metacognitivas*: Hace referencia al monitoreo o autoevaluación del proceso de resolución de problemas matemáticos. Algunas de las actividades que Schoenfeld sugiere para ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades metacognitivas son:

1. El uso de Videograbaciones: Observar otras personas resolviendo problemas facilita identificar errores cometidos en el proceso.
2. El instructor como modelo del comportamiento metacognitivo: Es común que los profesores solo expongan los métodos correctos para encontrar la solución del problema, para que se tenga la idea de que la solución es fácil de encontrar, impidiendo al estudiante aprender del proceso de solución.
3. Discusión de Problemas con todo el grupo: Al plantear los problemas a resolver se sugiere escuchar las posibles soluciones que tengan los estudiantes, seguirlas y analizarlas para determinar la diversidad de los métodos de resolución y encontrar la respuesta correcta. “Schoenfeld asegura que este tipo de discusiones con todo el grupo ayudan a que los estudiantes desarrollen estrategias de autorregulación al resolver los problemas”⁵⁴.
4. Resolución de problemas en grupos pequeños de estudiantes: Es más fácil el trabajo de retroalimentación con los jóvenes cuando se tienen grupos pequeños de estudio, se miden los avances logrados y los errores que se obtienen. Al igual que se tienen en cuenta las ideas de cada integrante.

⁵⁴ *Ibíd.*, p. 61.

D. *Los sistemas de creencias*: Se relacionan con las concepciones que tienen los estudiantes sobre las matemáticas. Schoenfeld considera que las creencias de los estudiantes provienen de la instrucción que se les da en el salón de clases, es decir, hace referencia al tipo de problemas usados en clase, la forma cómo se les evaluó, metodología usada (dinámicas) y trabajo individual realizado en casa.

De igual manera Santos⁵⁵ sugiere algunos elementos importantes a tener en cuenta en el proceso de resolución de un problema:

- a. Análisis: incluyen las etapas de dibujar un diagrama siempre que sea posible, examinar casos especiales y tratar de simplificar el problema haciendo uso de la simetría o por medio de argumentos en los que no haya pérdida de generalidad
- b. Exploración: Considerar problemas equivalentes, problemas modificados ligeramente o sustancialmente modificados
- c. Verificar la solución: preguntarse si la solución cumple con los datos, si tiene relación con las predicciones originales, si resiste pruebas de simetría, dimensión o escalas, existe otra solución, se puede contrastar con otros casos especiales o reducirse a resultados conocidos y si puede ser generada a partir de algún conocimiento previo.

2.2.3.2. Razonamiento Proporcional: La competencia se desarrolló en la temática de proporcionalidad directa, en la obra Obando, Vasco y Arboleda⁵⁶, señala que a partir de los años ochenta se da un giro importante en la enseñanza de las proporciones, surgiendo el gran interrogante de cómo poder enseñarlas, fortalecerlas para llegar al razonamiento, al parecer las dificultades encontradas en las relaciones de docente-estudiante mejoraban a través de los avances en la comprensión de los procesos cognitivos y al estudio del contexto.

⁵⁵ Ibid., p. 88.

⁵⁶ Vasco U., Carlos Eduardo, Arboleda A., Luis Carlos, Obando Z, Gilberto, ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RAZÓN, LA PROPORCIÓN Y LA PROPORCIONALIDAD: UN ESTADO DEL ARTE. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [en línea] 2014, 17 (Marzo-) : [Fecha de consulta: 10 de noviembre de 2016] Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33530083004>> ISSN 1665-2436

Para los años 90 se logra la profundización en los procesos de pensamiento y se hacen aportes importantes en los procesos cognitivos, razonamiento proporcional en los procesos de aprendizaje en los niños en edad escolar, aritmética de las cantidades, estructura cognitiva y didáctica del pensamiento multiplicativo y el campo conceptual de las estructuras multiplicativas y en relación al razonamiento proporcional: el razonamiento por analogías, solución de problemas rutinarios de proporcionalidad y conciencia metacognitiva de la linealidad. Godino afirma

“el razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importantes del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y covariación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplina que van desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química”⁵⁷

Con los aportes mencionados adquiere relevancia la competencia que se abordó y se constituye como herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, permite al educando enfrentarse a situaciones problema que deberá resolver.

⁵⁷ GODINO, Juan. Didáctica de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. España. 2004. p. 274.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. MÉTODO DE INVESTIGACION

La investigación se realizó desde del enfoque cualitativo, con diseño de investigación-acción (IA). El enfoque cualitativo se implementó en la investigación ya que posee las siguientes características según Sampieri⁵⁸:

1. La naturaleza de la realidad si cambia por las observaciones y la recolección de datos
2. Las metas de la investigación son describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes
3. La relación entre el investigados y el fenómeno estudiado son interdependientes, se influyen y no se separan
4. La teoría es un marco de referencia no se ajusta a lo encontrado
5. Diseño de la investigación es abierto, flexible, construido durante el trabajo de campo o realización del estudio
6. La recolección de los datos está orientada a proveer de un mayor entendimiento de los significados y experiencias de las personas. El investigador es el instrumento de recolección de los datos, se auxilia de diversas técnicas que van desarrollándose durante el estudio, es decir, el investigador inicia a aprender por observación y descripciones de los participantes y concibe formas de registrar los datos que van refinándose conforme avanza la investigación.

Por estas razones esta investigación es cualitativa. En el estudio, se describen, comprenden e interpretan actuaciones de los estudiantes al resolver problemas

⁵⁸ SAMPIERI, Roberto; FERNANDEZ, Carlos; BAPTISTA, Pilar. Metodología de la investigación, cuarta edición. Mc Graw Hill. México. 2006. p 12.

matemáticos relativos a la proporcionalidad antes, durante y después de la intervención con la estrategia del juego. A su vez, percepciones y significados producidos por las experiencias de los estudiantes participantes y de la docente investigadora.

El diseño investigativo corresponde al de investigación-acción. Elliott afirma que "*consiste en mejorar la práctica en vez de generar conocimientos*"⁵⁹, lo cual es fundamental en el proceso educativo. La investigación- acción brinda elementos al docente para la comprensión de diversas situaciones y problemas que emergen al interior del aula de clase, para que a partir del análisis y la reflexión pueda tomar acciones para transformar su práctica educativa. Para mejorar la práctica educativa, Elliott⁶⁰ manifiesta que es necesario considerar simultáneamente los procesos y los productos, ya que los procesos deben tenerse en cuenta a la luz de la calidad de los resultados del aprendizaje y viceversa.

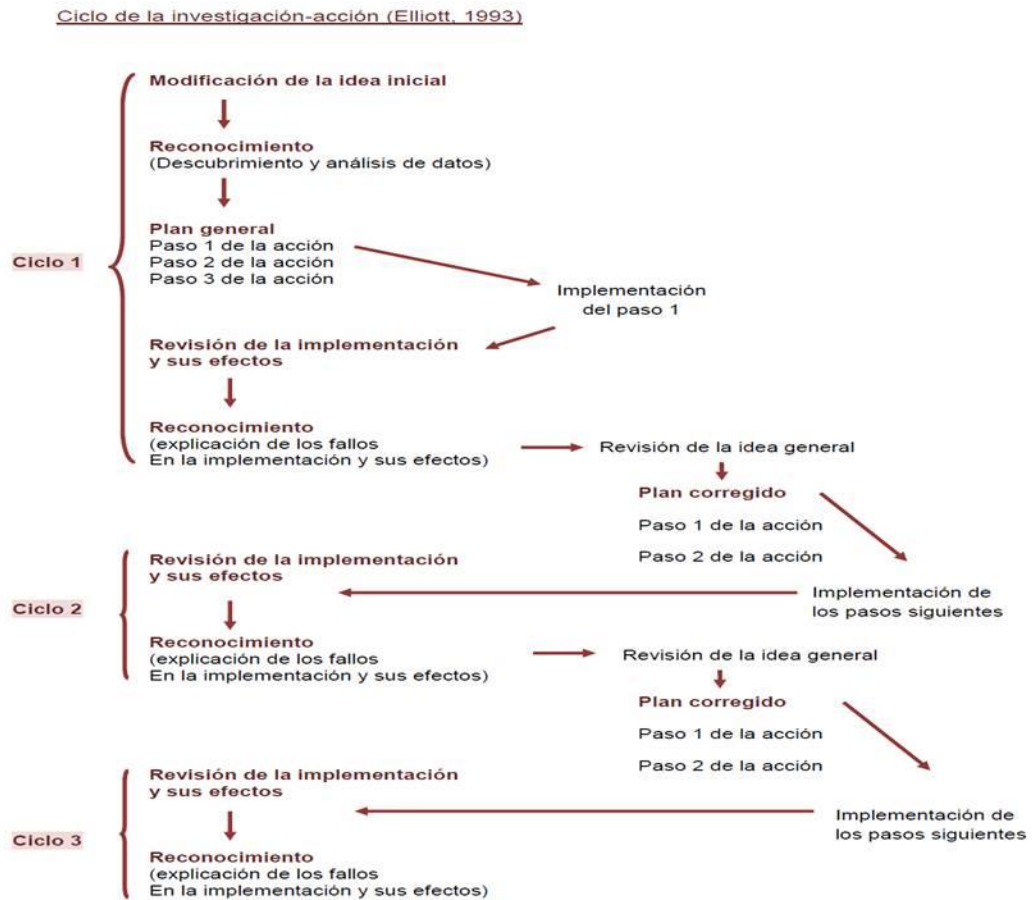
El modelo de *investigación- acción* que se tuvo en cuenta en esta investigación es el planteado por Elliott, que requiere para su análisis "la idea de que el investigador de la acción desarrolla una comprensión interpretativa personal a partir del trabajo sobre los problemas prácticos, y que la comprensión teórica es constitutiva de la acción y el discurso práctico"⁶¹. El modelo del proceso de IA definido por Elliott está estructurado en tres ciclos como se puede observar en la siguiente figura.

⁵⁹ ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación – acción. Madrid: Morata, 1991. p. 67.

⁶⁰ *Ibíd.*, p.68.

⁶¹ MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996. p. 43.

Figura 5. Modelo del proceso de investigación-acción de Elliott .



Fuente: Desafío del cambio organizacional Presentación [en línea] Disponible en: <http://desafiodelcambiorganizacional.pbworks.com/f/1429497728/Presentaci%C3%B3n3%281%29.jpg>

Este modelo se utilizó en esta investigación con el fin de identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad. Con base en las necesidades de aprendizaje de los estudiantes se planeó e implementó estrategia pedagógica y didáctica del juego para posibilitar el desarrollo de sus competencias matemáticas, especialmente la resolución de problemas.

3.2. POBLACION PARTICIPANTE

La investigación se desarrolló con todos los estudiantes que conforman el grupo de séptimo grado de básica secundaria, correspondiente a la sede principal de la institución objeto de estudio, durante el segundo semestre del año 2017. La institución educativa objeto de estudio es oficial, de carácter mixto con modalidad académica, calendario A; y está conformada por seis sedes. Esta institución presta el servicio educativo formal a aproximadamente 2.500 estudiantes en los niveles de preescolar, básica y media académica en tres jornadas: mañana, tarde y noche, ubicado en el estrato 3 de la ciudad de Bucaramanga, Santander.

El núcleo familiar de los educandos según fichas del observador del estudiante de la institución está conformado en su mayoría por padres con títulos de bachiller y las actividades económicas desempeñadas son: trabajadoras de servicio doméstico o que realizan oficios varios en oficinas, mensajeros, distribuidores, conductores, ventas T a T, aunque también se cuenta con algunos estudiantes con padres profesionales y que poseen microempresas.

La investigación se desarrolló con todos los estudiantes que conforman el grupo de 7 – 2, para el tiempo de la investigación contaba 38 estudiantes de los cuales de sexo femenino son 19 y de sexo masculino son 19, con edades promedio de 12 y 15 años.

3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Las técnicas que se utilizaron en esta investigación se describen a continuación:

Cuestionario: El cuestionario según McKernan⁶² es una forma de entrevista por poderes, donde se suprime el contacto cara a cara con el entrevistador. La persona que desarrolla el cuestionario debe responder una lista preestablecida de preguntas abiertas o cerradas. Existen tres tipos de cuestionarios que McKernan⁶³ denomina de la siguiente manera: primero, *el cuestionario por correo*; segundo, *el cuestionario administrado en grupo*; y por último, *el cuestionario con contacto personal*. El tipo de cuestionario que se usará en esta investigación es el *cuestionario administrado en grupo*, el cual requiere para su aplicación que todos los miembros del grupo se encuentren reunidos en un mismo lugar. El cuestionario se utilizó en dos ocasiones en esta investigación, en la *etapa de diagnóstico* y en la *etapa intervención en el aula*.

Observación: La observación permite según Bonilla⁶⁴ acceder al conocimiento cultural de los grupos a partir del registro de las acciones de las personas en su ambiente cotidiano. Hay dos estilos de observación que describe McKernan⁶⁵: la *observación participante*, en la que el investigador es un miembro normal del grupo; y la *observación no participante*, en la cual el investigador es poco visible y no asume ningún rol dentro del grupo. El estilo de observación que se utilizó en la etapa de intervención en esta investigación es la *observación participante*.

Análisis de documentos: Los documentos para Elliott⁶⁶ pueden facilitar información sobre la situación o problema que se desee investigar. Algunos documentos que se analizaron en esta investigación son: hojas de exámenes, pruebas utilizadas, fichas de trabajo y hojas de tareas de los estudiantes.

⁶² MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p. 145.

⁶³ *Ibíd.*, p. 146.

⁶⁴ BONILLA, E y RODRÍGUEZ, P. La investigación en ciencias sociales. Más allá del dilema de los métodos. Segunda edición. Bogotá: Uniandes, 1977. p.118.

⁶⁵ MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p. 81.

⁶⁶ *Ibíd.*, 97

Los instrumentos que se utilizaron en esta investigación se describen a continuación:

El diario: El diario para Elliott debe “contener narraciones sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones personales”⁶⁷. El diario es un registro personal y privado, cuyo contenido debe estar bajo el control de su autor. Durante todas las etapas de esta investigación se utilizó el diario para llevar un registro de lo ocurrido. Ejemplo: Anexo I.

Grabaciones: La cámara de video para McKernan⁶⁸ es una herramienta que permite al docente registrar y acoplar imágenes auditivas y visuales de la clase, de manera parcial o total. La cámara de video se utilizó durante toda la intervención en el aula. Registro videográfico entregado.

Protocolo de cuestionario: Se elaboró para la etapa de diagnóstico, intervención y prueba final; proporcionaron la información necesaria para realizar los análisis de los criterios en función de evaluar las categorías del método de resolución de problemas.

Secuencias didácticas: Para Tobón, “las secuencias didácticas ya no se proponen que los estudiantes aprendan determinados contenidos, sino que desarrollen competencias para desenvolverse en la vida, para lo que será necesaria la apropiación de los contenidos de las diversas asignaturas”⁶⁹. La secuencia didáctica organizó la intervención en el aula, se conformó por cuatro sesiones de acuerdo a las actividades de apertura, desarrollo y cierre, para la aplicación del juego como estrategia pedagógica.

⁶⁷ ELLIOTT, J. El cambio educativo desde la investigación – acción. Madrid: Morata, 1991. p. 96.

⁶⁸ MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p. 124.

⁶⁹ TOBÓN y otros. Secuencias didácticas, Aprendizaje y evaluación de competencias, primera edición México 2010. Editorial Pearson. p.21.

3.4. PROCESO METODOLÓGICO

La estructura del proceso metodológico de esta investigación estuvo conformada por tres etapas: *Diagnóstico y problematización, Intervención en el aula, y Reflexión.*

3.4.1. Diagnóstico y problematización: En esta etapa se aplicó una prueba diagnóstica (Anexo B) con el fin de determinar las principales dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad, a partir del análisis de cada una de sus respuestas, para éste proceso se destinó un tiempo de 2 a 3 horas. Con base en la información obtenida de los resultados de la prueba, se orientó el diseño de la secuencia didáctica. En esta etapa inició el proceso de observación.

3.4.2. Intervención en el aula: En esta etapa continuó el proceso de observación. Se diseñó e implementó una secuencia didáctica, para contribuir en la superación de las dificultades encontradas en la etapa anterior, la cual tuvo una duración de 34 horas de trabajo con los estudiantes. Se reflexionó constantemente sobre la implementación de cada una de las actividades que conforman la SD para replantear acciones, si era necesario, que conllevaran al desarrollo de la competencia de resolución de problemas en los estudiantes. Antes de finalizar esta etapa se aplicó una prueba final (Anexo G).

3.5.3. Reflexión: En esta etapa se reflexionó sobre todo el proceso investigativo. A partir del análisis de los resultados obtenidos, se determinó si se logró el objetivo de investigación, analizando en qué medida el proceso de intervención había contribuido en la superación de las dificultades identificadas en los estudiantes.

3.6. CRITERIOS ÉTICOS DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación se guio por los principios éticos señalados por McKernan⁷⁰, quien considera que el investigador se debe caracterizar por ser honesto, equitativo y veraz en todo momento. A continuación, se mencionan los principios éticos⁷¹ que se adoptaron en el proceso investigativo:

1. Todos los afectados por un estudio de investigación-acción tienen derecho a ser informados, consultados y aconsejados acerca del objeto de la investigación.
2. La investigación-acción no debe seguir adelante a menos que se haya obtenido permiso de los padres y directivos de la institución.
3. Ningún participante individual tiene derecho unilateral a vetar el contenido del informe de este proyecto.
4. Los investigadores están obligados a llevar registros eficientes del proyecto y a ponerlos a disposición de los participantes y autoridades cuando así los soliciten.
5. El investigador será responsable ante la comunidad escolar que tomó contacto con el proyecto, es decir otros investigadores, padres y alumnos.
6. El investigador es responsable de comunicar el progreso del proyecto a intervalos periódicos y cuando se termine por completo.
7. La investigadora tiene derecho a que su nombre figure en cualquier publicación que resulte del proyecto.

⁷⁰ MCKERNAN, J. Investigación – acción y currículum. Madrid: Morata, 1996, p. 261.

⁷¹ *Ibíd.*, p. 262.

4. DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN – SECUENCIA DIDACTICA

Para la estructura de la secuencia se adaptó el trabajo y orientaciones de los autores Díaz Barriga, Tobón y Pérez Abril.

		SECUENCIA DIDÁCTICA INSTITUCIÓN EDUCATIVA GRADO 7	
FECHA: Septiembre 22 – Noviembre 27 de 2017 MAESTRIA DE PEDAGOGIA - UNIVERSIDAD DE SANTANDER			
IDENTIFICACION DE LA SECUENCIA DIDACTICA			
Nombre de la secuencia:	Jugando resuelvo problemas del pensamiento variacional		
Nivel de Estudio:	Educación Básica Secundaria		
Asignatura:	Matemáticas 7 grado		
Tiempo:	34 horas		
Número de Sesiones:	4		
PROBLEMA SIGNIFICATIVO DEL CONTEXTO			
¿Cómo potenciar la competencia de resolución de problemas en la comprensión de proporcionalidad a partir del juego como estrategia didáctica en los estudiantes de séptimo grado de básica secundaria de una institución pública de Bucaramanga?			
ESTANDAR: PENSAMIENTO NUMERICO: Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa PENSAMIENTO VARIACIONAL: Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.			

ACTIVIDADES DE APERTURA: PRIMERA SESIÓN (9 horas)		
TITULO:	DESCUBRIENDO QUE ES UN PROBLEMA Y CÓMO LO RESUELVO	
COMPETENCIA:	Resolución de problemas	
ESTÁNDAR:	<p>Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas expresiones verbales generalizadas y tablas)</p> <p>Utilizo métodos informales (ensayo y error) en la solución</p>	
SABER CONOCER	SABER HACER	SABER SER
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Concepto de Problema ▪ Alimentación balanceada ▪ Grupos de alimentos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Diagramas ▪ Diseño de plan de acción ▪ Análisis y lógica ▪ Comprobar resultados 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Disposición para el aprendizaje ▪ Trabajo colaborativo ▪ Actitud expectante ▪ Estudio de casos
RECURSOS	Videobeam, Computador, Internet, Tablero, Cuadernos, cámara filmadora, videos, tarjetas de colores, cinta	

ACTIVIDADES		
Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
<p>Se observarán videos de un problema que afecte en la actualidad a los niños y jóvenes en edad escolar.</p> <p>Se organizarán por grupos para analizar noticias de periódicos acerca de la cantidad de muertes ocasionadas por una inadecuada dieta</p> <p>Juegos: "Concéntrese y resuelva un problema" "Llegando a 15"</p>	<p>Llenar tarjetas de preguntas que conllevan a la identificación de los pasos de resolución de problemas:</p> <p>Comprender un problema.</p> <p>Comprender los elementos y las variables que intervienen en un problema.</p> <p>Desarrollar análisis de las situaciones.</p> <p>Crear planes de resolución</p> <p>Comprobar la solución</p>	<p>Identificación de la situación problema.</p> <p>Identificación de variables.</p> <p>Elaboración de diagramas que reflejen la situación problema.</p> <p>Guía de aprendizaje</p> <p>Juego concéntrese diseñado en power point</p> <p>Juego llegando a 15</p>

ACTIVIDADES		
Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
	<p>Ejecutar del plan seleccionado</p> <p>Juegos didácticos direccionados</p> <p>Tipos de estrategias para la resolución con ejemplos resueltos</p>	<p>Material didáctico archivado en carpeta de estudiantes</p> <p>Revisar Anexo D</p>
ACTIVIDADES DE DESARROLLO: SEGUNDA SESIÓN (9horas)		
TITULO	EL CAMINO PARA LLEGAR A LA PROPORCIONALIDAD	
COMPETENCIA	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
ESTANDAR	<p>Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas)</p> <p>Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos</p> <p>Utilizo métodos informales (ensayo-error, complementación) en la solución de ecuaciones</p>	

SABER CONOCER	SABER HACER	SABER SER
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lenguaje de proporcionalidad ▪ Fracciones 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Operaciones básicas con los números reales ▪ Hacer proporciones ▪ Destrezas en los juegos de mesa ▪ Uso de la estrategia ganadora 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Disposición para el aprendizaje ▪ Trabajo colaborativo ▪ Actitud expectante
RECURSOS	Cartón paja, velcro, cartulinas de colores, computador, impresiones, colbón, tijeras, silicona, cinta de enmascarar, balones de baloncesto	

ACTIVIDADES		
Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
<p>Se iniciará con un juego en la cancha en donde los estudiantes contarán el número de cestas hechas en 10 lanzamientos</p> <p>Con la información recolectada por los estudiantes se les indicará como determinar la razón, el concepto de variación, de cambio, razón, proporción, etc, términos desconocidos por ellos e importantes para el desarrollo de la proporcionalidad</p> <p>Desarrollo del lenguaje matemático</p> <p>Juegos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Rompecabezas de magnitudes ▪ Rompecabezas de razones ▪ Encontrando proporciones, deberán encontrar una imagen coloreando las proporciones ▪ Dominó de proporciones 	<p>Los estudiantes entenderán el concepto de magnitudes, cambio, variación, dependencia e independencia.</p> <p>Preguntarán en diferentes lugares del colegio como: cafetería, papelería, perímetro, horas de estudio al día, número de estudiantes para que los atienda un docente, cantidad de calorías quemadas en un ejercicio y cantidad de calorías ingeridas por tamaño ingerido.</p> <p>Por grupos realizarán las actividades programadas y se irán en el cartón paja resueltos</p>	<p>En el cuaderno pegarán las tablas con la información recolectada y encontrarán el valor de la razón, así mismo, hallarán el doble, triple, etc.</p> <p>Tarjetas de memoria para recordar el concepto de razón y proporción.</p> <p>Proceso de resolución de Problemas formado en un cartón paja, al realizar las 4 actividades con los estudiantes</p> <p>Revisar Anexo E</p>
<p>Tiempo: 9 horas de clase</p>		

ACTIVIDAD DE DESARROLLO: TERCERA SESION (14 horas)		
TITULO	MI PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA PROPORCIONALIDAD	
COMPETENCIA	Resolución de problemas	
ESTANDAR	<p>Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa</p> <p>Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos</p> <p>Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas</p>	
SABER CONOCER	SABER HACER	SABER SER
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Magnitudes ▪ Variables ▪ Variación ▪ Razones ▪ Proporciones ▪ Dependencia ▪ Independencia ▪ Perímetro ▪ Área ▪ Onces saludables 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hallar las proporciones ▪ Uso de correlacionalidad directa e inversa ▪ Operaciones básicas con los números reales 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Disposición para el aprendizaje ▪ Trabajo colaborativo ▪ Actitud expectante
RECURSOS:	Crispetera, maíz, bolsas, sal Tablero Tablas de datos Computador Video beam	
ACTIVIDADES		
Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
Elaboración de crispeta y limonada con los estudiantes.	Los estudiantes medirán las cantidades de los ingredientes necesarios	Alimentos preparados Tablas en el cuaderno de los estudiantes con las

<p>Se proyectará en el tablero un rectángulo de lado variable</p> <p>Juego “aplausos y algo más”</p> <p>Estructuración del aprendizaje: se proyectarán unos carteles de pensamiento variacional ⁷²</p> <p>Taller de aplicación⁷³</p>	<p>para la elaboración de los alimentos</p> <p>Los estudiantes hallarán el perímetro y el área según aumenta o disminuya el lado</p> <p>Encontrar las proporciones del número de aplausos dirigido por la docente</p> <p>Se indagará a los estudiantes sobre proporcionalidad y lo verán aplicado a su cotidianidad, analizando la relación de las variables</p> <p>Resolver el taller aplicando lo visto en la sesión, determinando la propiedad fundamental de las proporciones, magnitudes directamente e inversamente proporcionales.</p>	<p>longitudes del lado variable, el perímetro y área.</p> <p>Tabla de información recolectada.</p> <p>Taller solucionado en hojas de examen en el portafolio de cada estudiante</p> <p>Revisar Anexo F</p>
--	---	--

⁷² CIFUENTES, Virginia y CASASBUENAS, Cecilia. Pensamiento matemático. FUNDACIÓN TERPEL Y PROMIGAS Fundación. 2013

⁷³ CIFUENTES, Virginia y CASASBUENAS, Cecilia. Pensamiento matemático. FUNDACIÓN TERPEL Y PROMIGAS Fundación. 2013 p.149,150.

CUARTA SESIÓN: ACTIVIDADES DE CIERRE (2 horas)		
Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
Juego: “Resolución de problemas con proporcionalidad en la comida saludable”	Se organizará por grupos la elaboración del juego, trabajarán en casa la elaboración y se cerrará la cuarta sesión.	Se propone un juego por grupo

5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

A continuación, se presentan los resultados de las dos pruebas aplicadas a los estudiantes, es decir, para la etapa diagnóstica y para la final. Igualmente, se analizan los resultados de toda la intervención en el aula.

5.1. ANALISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

El objetivo de la prueba diagnóstica fue identificar las dificultades que tenían los estudiantes de séptimo grado en la competencia de resolución de problemas, relacionados con proporcionalidad.

La prueba estuvo conformada de dos partes: una primera parte en donde se indagó al estudiante mediante dos preguntas sobre sus pensamientos, actitudes y motivaciones que experimenta a la hora de solucionar problemas. Los interrogantes fueron tomados de un artículo de la Revista Educación Matemática⁷⁴ escrito por Manuel Santos Trigo. A su vez, se realizó un sondeo sobre el conocimiento de la terminología necesaria para estudiar la proporcionalidad.

La segunda parte constó de tres problemas, tomadas de los cuadernillos de las pruebas Saber 5 Matemáticas del Ministerio de educación y el ICFES aplicadas en los años 2012 al 2015.

Ver la prueba en el Anexo B

⁷⁴ SANTOS, Luz. Revista Educación Matemática. ¿Qué significa el aprender matemáticas? Una experiencia con estudiantes de cálculo. Vol.7-No.1. México D.F. Abril 1995. p. 58

5.1.1. Criterios para análisis de la prueba diagnóstica A partir del procesamiento de la información, se han determinado fortalezas y dificultades, las cuales se obtuvieron a partir de criterios establecidos para: Fortalecer la competencia de resolución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de séptimo grado de básica secundaria mediante el juego, relacionados con: Comprender un problema, concepción de un plan, ejecutar un plan a través de estrategias de resolución, así como verificar soluciones.

La siguiente rejilla se organizó con el propósito de definir cada nivel de desempeño en cada uno de los aspectos mencionados anteriormente:

Tabla 9. Rejilla de evaluación criterios. prueba diagnostica

CATEGORIA	BAJO – MINIMO (0 – 3)	MEDIO - SATISFACTORIO (4-7)	ALTO – AVANZADO (8-9)
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Confunde las variables Las relaciones de dependencia e independencia son erróneas Se le dificulta encontrar la pregunta La comprensión de la situación problema es insuficiente	Reconoce las variables y magnitudes Las relaciones de dependencia e independencia que establece no son definidas Se le dificulta encontrar la pregunta pero no lo hace con claridad	Reconoce las variables y magnitudes Establece relaciones de dependencia e independencia entre las variables Identifica la pregunta
CONCEPCIÓN DEL PLAN	Su plan o estrategia trazada no es clara Es insuficiente la estructura del	Presenta algunas dificultades para determinar la estrategia En ocasiones presenta dificultad	Propone posibles estrategias de resolución

CATEGORIA	BAJO – MINIMO (0 – 3)	MEDIO - SATISFACTORIO (4-7)	ALTO – AVANZADO (8-9)
	proceso de resolución	para mostrar procesos de resolución de problemas	Tiene procesos definidos de solución
EJECUCION DEL PLAN	<p>Su plan trazado para la resolución de la situación problema es insuficiente</p> <p>Desconoce el término correlación y su estrategia de resolución es insuficiente.</p> <p>Desconoce la razón y realiza procesos, cálculos sin alguna lógica</p>	<p>Aplicó el plan trazado, pero de manera incompleta, sin embargo utiliza una estrategia</p> <p>La determinación de la correlación existente entre las variables es errónea</p> <p>Desconoce la razón y presentó errores en el procedimiento ocasionando respuestas incompletas o incorrectas</p>	<p>Ejecuta el plan de manera clara y apropiada utilizando una estrategia definida</p> <p>Determina la correlación existente entre las variables</p> <p>Escribe la razón existente entre las variables que lo llevó a solucionar correctamente la situación</p>
VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	Le falta comprobar su solución	Prueba su solución, acomodando su respuesta Presenta dificultad para plantear otra estrategia de solución	Valida correctamente su proceso y su respuesta Propone otra forma de solución

5.1.2. Resultados primera parte del diagnóstico En la siguiente tabla se presentan los resultados de la primera parte de la prueba diagnóstica (Ver anexo B), analizando la actitud del estudiante a la hora de leer el problema y no entenderlo, y lo que hace para comprobar si su respuesta es correcta, cuando obtiene la respuesta de su proceso de solución; también se analizan los presaberes de los estudiantes en cuanto al objeto matemático de la investigación. Los estudiantes

han sido identificados mediante el código de la lista y acompañado de las letra en mayúsculas E (estudiante) y la letra inicial del primer apellido.

Tabla 10. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. Pregunta No.1. Después de leer un problema y no entenderlo, ¿qué es lo que hace?

RESPUESTA 1 Lo vuelve a leer hasta que logra entenderlo	RESPUESTA 2 Le pregunta al docente	RESPUESTA 3 No lo resuelve	RESPUESTA 4 Escribe las respuestas 1 y 2
8 Estudiantes. 21% EA01, EB02, EF08, ER27, ER27, ES30, ES32, EZ38	19 Estudiantes. 50% EC04, ED06, EG09, EG10, EG11, EH14, EL16, EM18, EM19, EM20, EP23, EP24, ER28, ES29, ES31, ET34, ET35, EV36, EV37	3 Estudiantes. 8% EF07, EH13, EM21	8 Estudiantes 21% EC03, EC05, EH12, EJ15, EL17, EP22, ER25, ES33
Ejemplo de respuesta. EA01: “Lo leo muchas veces y lo analizo todas las veces que sea necesarias hasta poder entenderlo y así poder desarrollarlo y enterlo para sacar las condiciones y los defectos del problema”	Ejemplo de respuesta. EC04: “Debo preguntar a la profesora o a otra persona que sepa y debemos pedirle el favor de que nos explique para poder desarrollar todos los ejercicios”	Ejemplo de respuesta. EF07: “Pues nada por que no entendí no puce atención el la clase por eso es bueno poner atención o cuando uno no entiende decirle a mi compañero o por estar ablando con mi compañero no puce atención”	Ejemplo de respuesta. EC05: “Volver a leerlo y si no lo sigo entendiendo preguntar al profesor”

En la tabla No.1 se evidencia la dependencia que los estudiantes tienen de las indicaciones de los docentes para el desarrollo exitoso de los problemas o ejercicios

que se les proponen, ellos le temen a equivocarse y si esto pasa no buscan otra estrategia de solución, diciendo que no han entendido. Al respecto, Polya se pronuncia en cuanto al papel del docente en la educación “el maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una gran parte razonable del trabajo”⁷⁵; relacionando las afirmaciones del autor con los resultados de la tabla se visualiza que sólo el 21% de los estudiantes asume la responsabilidad de la búsqueda individual de un camino correcto para entender el problema y que el porcentaje mayoritario, es decir el 50% del grupo se encuentra esperando que la docente no solamente les ayude a entender el problema sino que lo resuelva y así evitar la equivocación propia.

Tabla 11. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. Pregunta No.2. Después de que obtiene la solución de un problema, ¿qué es lo que hace?

RESPUESTA 1 No lo verifica	RESPUESTA 2 Lo verifica
21 estudiantes 55%	17 estudiantes 45%
EA01, EC03, EC04, EF07, EF08, EG09, EG10, EG11, EH13, EH14, EJ15, EL16, EM18, EM19, EM20, EM21, EP23, ER26, ES32 ES33, ET34	EB02, EC05, ED06, EH12, EL17, EP22, EP24, ER25, ER27, ER28, ES29, ES30, ES31, ET35, EV36, EV37, EZ38
Ejemplo de respuesta. EC03: “Pues ya puedo seguir con lo que sigue en otro problema. Y terminar de anotar la solución”	Ejemplo de respuesta. ED06: “Yo cuando obtengo la solución de un problema la rectifico para ver si esta todo bien o quedo mal”

Según los resultados de la tabla No.2, se observa que el 55% de los estudiantes no comprueban la solución obtenida en la resolución de un problema matemático, o su forma de verificarlo es preguntarle a la docente si queda bien o no. En relación a la verificación de la solución Santos afirma que es en la etapa que “el estudiante construye un marco de referencia que le ayude a entender y resolver problemas

⁷⁵ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 25.

matemáticos⁷⁶". Es decir, que el estudiante debe tener claro su proceso para que a través de él logre desarrollar una experiencia de resolución efectiva, que le sirva para solucionar problemas similares, según Santos "es importante que el estudiante hable del proceso que utilizan al usar las matemáticas y desarrollarlas de manera que puedan construir un vocabulario para pensar y aprender esta disciplina"⁷⁷, de esta forma se reduce la apatía del estudiante por el área y entra a percibir su importancia para el desarrollo de problemas de su cotidianidad.

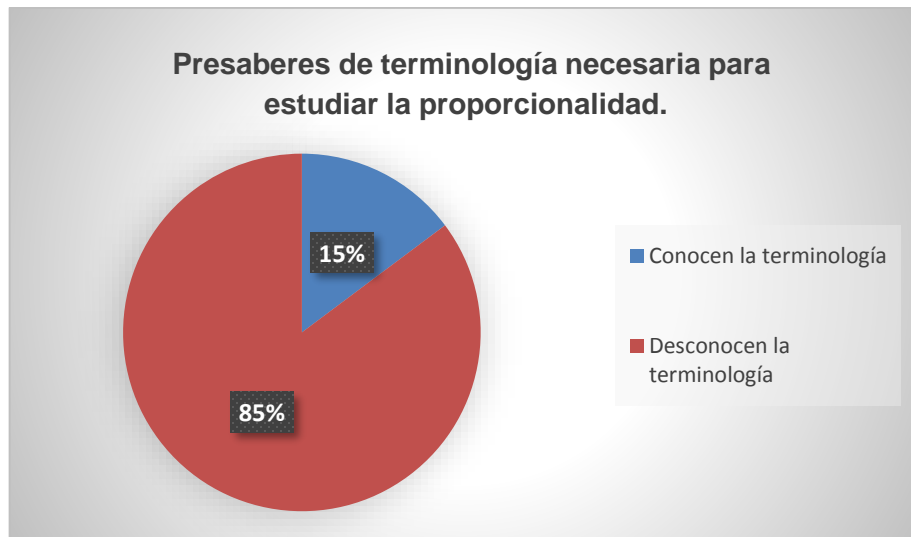
Tabla 12. Resultados primera parte de la prueba diagnóstica. Conocimiento de la terminología necesaria para estudiar la proporcionalidad.

PRE-SABERES	No. de estudiantes que conocen la definición	No. de estudiantes que desconocen la definición	Total
Problema	17	21	38
Variación	4	34	38
Cambio	3	35	38
Magnitud	3	35	38
Variables	2	36	38
Dependencia	13	25	38
Independencia	12	26	38
Relación	13	25	38
Razón	0	38	38
Patrón	6	32	38
Proporción	0	38	38
Directamente proporcional	0	38	38
Inversamente proporcional	0	38	38

⁷⁶ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas. México D.F. Reimpresión 2007. p. 90.

⁷⁷ *Ibíd.*, pag 93

Gráfica 10. Resultados Indagación de Presaberes



Como lo ilustra la gráfica No.1, el 85% de los estudiantes desconoce la terminología clave en el estudio de la proporcionalidad, conocimiento disciplinar del presente estudio investigativo; los presaberes que Santos Trigo los denomina “Los recursos, los cuales representan lo que un individuo sabe y de las formas en que adquiere ese conocimiento⁷⁸”.

5.1.3 Resultados segunda parte del diagnóstico A continuación se presenta el análisis de los resultados de la resolución de los cuatro problemas planteados a los estudiantes en la prueba diagnóstica, el cual se realiza teniendo en cuenta las fases planteadas por Polya⁷⁹: “Comprender el problema, Concebir un plan, Ejecución del plan y examinar la solución obtenida”

5.1.3.1. Presentación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver problemas matemáticos A, B y C sobre proporcionalidad. Atendiendo a las disposiciones del MEN y del ICFES para la evaluación del saber de los

⁷⁸ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas. México D.F. Reimpresión 2007. p. 53.

⁷⁹ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 17.

estudiantes, que se enuncian a continuación, en el siguiente análisis de resultados del diagnóstico se han establecido tres niveles de desempeño que están detallados en la tabla de acuerdo a la competencia de formulación y resolución de problemas.

La Escala de Valoración Nacional que determina los desempeños de los estudiantes en cada asignatura de Superior, Alto, Básico y Bajo de acuerdo con los “estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el MEN y lo establecido en el PEI”⁸⁰, que se encuentra en el artículo N o.5 del decreto 1290 de 2009 que rige la Educación Nacional de Colombia.

Niveles de desempeño de los estudiantes de acuerdo con el decreto 1290, clasificados en Insuficiente, Mínimo, Satisfactorio y Avanzado, establecidos en la Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las Pruebas SABER 3°, 5° y 9°, emitidas por el ICFES y el Ministerio de Educación Nacional en el 2015⁸¹


Los problemas A, B y C presentados a los estudiantes están clasificados por el ICFES según el desempeño en mínimo, satisfactorio y avanzado respectivamente. Según los resultados obtenidos los estudiantes han presentado similar desempeño en los tres ejercicios.

5.1.3.2. Análisis fase 1: Comprensión del problema Se presentan los resultados de la prueba diagnóstica, teniendo en cuenta las preguntas 1, 2 y 3 de la prueba (Anexo B), cada una de las cuales se direccionan al análisis de las variables, las relaciones de dependencia e independencia y la identificación de la pregunta, respectivamente.

⁸⁰ DECRETO 1290 DE 2009 ARTICULO 5 Hoja No.2

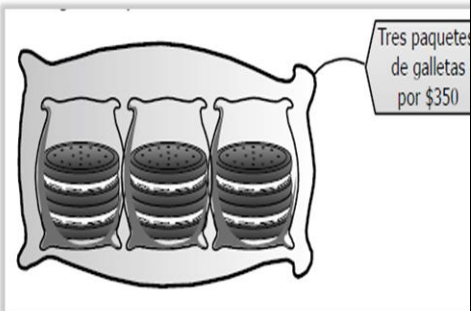
⁸¹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Guía de interpretación y uso de resultados de establecimientos educativos. Prueba saber 3°, 5° y 9°. Colombia 2015. 96P

Tabla 13. Resultados Fase 1: Comprensión del problema

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño															
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta												
<p>PROBLEMA A A. La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en una juguetería, 3 y 7 pelotas:</p>  <table border="1" data-bbox="241 760 695 1026"> <thead> <tr> <th>Número de pelotas</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$3.600</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>\$8.400</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Número de pelotas	Costo	1		3	\$3.600	5		7	\$8.400	9		<p>1. Análisis de las variables</p> <p>Pregunta: 1. ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema?</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC04 ED06 EF07 EF08 EG09 EG11 EL16 EP22 EP23 EP24 ER25 ES31 ET33 ET34 ET35 EV36 EV37 Total: 18 estudiantes 48%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes EF07: “la matemáticas los numeros y el costo”</p>	<p>Estudiantes: EC05 EG10 EH13 EH14 EJ15 EL17 EM18 EM19 EM20 EM21 ER25 ER27 ER28 ES30 ES32 Total: 15 estudiantes 39%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG10: “ HAY QUE HALLAR EL VALOR DE CAUNTO CUESTAN 1,5, 9 PELOTAS”</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC03 EH12 ES29 EZ38 Total: 5 estudiantes 13%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH12: “el valor del costo en el juguete y su cantidad”</p>	<p>Estudiantes: s: Total: 0 estudiantes 0%</p>
Número de pelotas	Costo																
1																	
3	\$3.600																
5																	
7	\$8.400																
9																	

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	<p>2. Relaciones de dependencia e independencia</p> <p>Pregunta: ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC03 EC05 ED06 EG10 EG11 EH12 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM18 EM19 EP22 EP24 ER26 ES29 ES30 ES34 ET35 EV36 EZ38</p> <p>Total: 22 estudiantes 58%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL17: “la relación es que el costo es lo mas importante”</p>	<p>Estudiantes: EC04 EG09 EM20 ER27 ET33</p> <p>Total: 5 estudiantes 13%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER27: “Que pelota por pelota sube de precio” ES33: “Que la suma es de 1200”</p>	<p>Estudiantes: EA01 ER28</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER28: “todos los números de costo son multiples de 12”</p>	<p>Estudiantes: EF07 EF08 EH13 EM21 EP23 ER25 ES31 ES32 EV37</p> <p>Total: 9 estudiantes 24%</p>
	<p>3. Identificación de la pregunta</p> <p>Explique con sus palabras qué debe encontrar</p>	<p>Estudiantes: EH14 EP23 ES32 ET34 ET35</p> <p>Total: 5 estudiantes 13%</p>	<p>Estudiantes: EC05 EG11 EH16 EM20 ES31 EV36</p> <p>Total: 6 estudiantes</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC03 EC04 ED06 EF07 EF08 EG09 EG10 EH12 EJ15 EL17</p>	<p>Estudiantes: EH13</p> <p>Total: 1 estudiantes 3%</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		<p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH14: “Devemos encontrar el porcentaje de que vale una o dos etc”</p> <p>ES32: “el patrón de cifras”</p>	<p>16%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG11: “los precios de las demas pelotas”.</p> <p>EL16: “lo que debo encontrar el resultado del costo del balon”</p>	<p>EM18 EM19 EM21 EP22 EP24 ER25 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ET33 EV37 EZ38</p> <p>Total: 26 estudiantes 68%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG09: “Se debe encontrar el costo de la pelota 1,5 y 9 ER28: “El resultado de los precios multiplicando con la tabla de 12”.</p>	
PROBLEMA B. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:	1. Análisis de las variables	Estudiantes:	Estudiantes:	Estudiantes: EZ38	Estudiante s:

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
 <p>¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de estas galletas?</p>	<p>Pregunta: 1. ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema?</p>	<p>EB02 EC04 EC05 EF07 EG09 EG11 EJ16 EL17 EP24 ER25 ET34 ET35 EV37 EP24</p> <p>Total: 13 estudiantes 34%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG09: “la cantidad de los tres paquetes es de 350”</p>	<p>EA01 ED06 EF08 EG10 EH12 H13 EH14 EJ15 EM18 EM19 EM20 M21 EP22 EP23 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES32 ES33 EV36</p> <p>Total: 22 estudiantes 58%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ED06: “los aspectos o cantidades son los mas importantes las galletas y los precios”</p>	<p>Total: 1 estudiante 3%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EZ38: “Las cantidades de galletas y el precio”</p>	<p>EC03 ES31</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p>
	<p>2. Relaciones de</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EC05 EF07 EF08</p>	<p>Estudiantes: ED06 EG10 EM18 EM19</p>	<p>Estudiantes: ER28</p>	<p>Estudiante s:</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	dependencia e independencia Pregunta: ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?	EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM20 EM21 EP22 EP24 ER25 ER26 ER27 ES29 ES30 ES31 ES32 ES33 ET34 ET35 EV35 EZ38 Total: 29 estudiantes 76% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	Total: 4 estudiantes 11% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC06: “Pues la relación entre los aspectos es que sumando uno encuentra el resultado”. EG10: “QUE VAN DE 3 EN 3”	Total: 1 estudiantes 3% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER28: “los costos de los paquetes de las galletas son multiples de 350”	EC03 EG09 EP23 EV37 Total: 4 estudiantes 11 %
	3. Identificación de la pregunta	Estudiantes:	Estudiantes: EA01 EC04 EG09 EG11	Estudiantes: EB02 EC05 EG10 EH12	Estudiantes: s: EC03

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	Explique con sus palabras qué debe encontrar	ED06 EF07 EF08 EH13 EL16 EP22 EP23 ET34 ET35 Total: 9 estudiantes 25% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL16: “no se es lo que debo encontrar”	EH14 EL17 EM20 ER25 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 EV36 Total: 14 estudiantes 37% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH14: “Devo encontrar el precio que me pide hoy por ejemplo que precio tiene el paquete de 6” ES31: “Primero se debe sumar las 3 veces para hacerlo fácil se suma por 350”	EJ15 EM18 EL19 EM21 EP24 ER26 ES32 ET33 EV37 EZ38 Total: 14 estudiantes 37% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC05: “debe encontrar el presio de las galletas 6 y 9”	Total: 1 estudiantes 3% Ejemplo de respuesta de los estudiantes :
	1. Análisis de las variables	Estudiantes: EC04 EC05 ED06 EF08 EG11 EH13	Estudiantes: EA01 EB02 EF07 EG09	Estudiantes: ES29 ES33 EZ38	Estudiante s:

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño																	
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta														
<p>C. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Números de vasos</th> <th>Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm³)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>750</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?</p>	Números de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)	2	500	3	750	4	1000	<p>Pregunta: ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema?</p>	EH14 EJ16 EL17 EP22 EP23 EP24 ER25 ET34 ET35 EV37 EV36 Total: 17 estudiantes 45% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC05: “Que sirven siempre en basos de la misma forma y tamaño	EG10 H12 EJ15 EM18 M20 EM21 ER26 ER27 ER28 ES30 ES32 Total: 15 estudiantes 38% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EF07: “son los sienten los numeros de los vasos cantidad de gaseosa en centimetros cúbicos (cm ³)	Total: 3 estudiantes 8% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES29: “Encontrar los centímetros cúbicos de la gaseosa de cada vaso faltante”	EC03 EM19 ES31 Total: 3 estudiantes 8%
	Números de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)																	
2	500																		
3	750																		
4	1000																		
.	.																		
.	.																		
.	.																		
2. Relaciones de dependencia e independencia Pregunta:	Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EC05 ED06 EF07 EF08 EG09 EG10 EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15	Estudiantes: ET34 Total: 1 estudiantes 3%	Estudiantes: ER28 Total: 1 estudiantes 3%	Estudiante s: EC03 EM19 EV37															

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?	EL16 EL17 EM18 EM20 EM21 EP22 EP23 EP24 ER25 ER26 ER27 ES29 ES30 ES31 ES32 ES33 ET35 EV36 EZ38 Total: 33 estudiantes 86% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EZ38: “Que son cantidades”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ET34: “Que se le sube cada gaseosa por sumar 250”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER28: “todos son los multiplos de la tabla de multiplicar del 25 y después agregándole un 0”	Total: 3 estudiantes 9%
	3. Identificación de la pregunta Explique con sus palabras qué debe encontrar	Estudiantes: EA01 ED06 EC05 EF07 EG11 EL16 EP22 EP23 ER25 ER27 ES31 ET34 ET35 Total: 13 estudiantes 34% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	Estudiantes: EB02 EF08 EG09 EG10 EH13 EH14 EL17 EM18 EM20 EP24 ER26 ER28 ES30 EV36 EZ38 Total: 15 estudiantes 40%	Estudiantes: EC04 EH12 EJ15 EM21 ES29 ES32 ET33 EV37 Total: 8 estudiantes 21% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	Estudiante s: EC03 EM19 Total: 2 estudiantes 5%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		EL16: “el resultado de los vasos y los centímetros” ER25: “Lo que debo encontrar son los centímetros cúbicos de cada vaso”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL17: “la cantidad necesaria para llenar 7 vasos de gaseosa”	EJ15: “El valor de la cantidad necesaria de gaseosa de 5-6 y 7 vasos ES32: “Cuanta cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos”	

Los resultados presentados anteriormente, permitieron realizar el siguiente análisis, teniendo en cuenta: el análisis de las variables, el establecimiento de las relaciones de dependencia e independencia y la identificación de la pregunta.

ANÁLISIS DE LAS VARIABLES

Autores como Polya muestran la importancia del reconocimiento de las variables en la etapa de comprensión, convirtiéndose en la base para la correcta solución del problema. Polya presenta una lista de preguntas que se deben formular para concentrar al estudiante sobre la incógnita y tienen el propósito de esclarecer el problema.⁸² Es importante que el estudiante reconozca las variables “ya que su finalidad es descubrir la existencia y magnitud de las mismas así como también demostrar las relaciones que las unen.”⁸³

En los resultados obtenidos por los estudiantes en la pregunta No.1 ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema?, se evidencia: para el problema A que a la mayoría de los estudiantes se les dificulta la identificación de las variables, pero en los problemas B y C la mayoría de los estudiantes logra su identificación a partir de la escritura de 1 o las 2 variables y como se relacionaban entre sí, algunos escribían la relación que existían entre las dos, otros escribían el proceso que debían hacer para encontrar la respuesta, otros descubrieron el patrón seguido en el ejercicio e incluso escribían la respuesta del problema. Para la ubicación en el nivel avanzado debían escribir claramente las dos variables y esto lo lograron para los problemas A, B y C el 13%, 3% y 8% de los estudiantes respectivamente, es decir que fue necesario para la intervención en el aula el fortalecimiento de este criterio. Un caso a resaltar está relacionado con el estudiante ET33 quien a medida que pasaba de un problema a otro mejoraba su identificación, es decir en el

⁸² POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 26.

⁸³ LOPEZ, Lenny. Metodología de la investigación. Las variables. Blogspot. Publicado el 10 de agosto de 2013.

problema A se encontró en el nivel mínimo en identificación de las variables, en el B logró identificar por lo menos una variable y en el problema C escribió claramente las variables.

RELACIONES DE DEPENDENCIA E INDEPENDENCIA

Después del análisis de las variables es necesario evaluar cómo es la relación que surge entre ellas. Para el presente estudio la identificación de la relación entre las variables que intervienen en el problema es fundamental. Al respecto, fue necesario que los estudiantes interpretaran que una variable dependía de la otra o que una aumentaba siguiendo una regla, algunos escribían que no sabían qué era relación, otros escribían nuevamente las variables o encontraban la operación por medio de la cual se encontraba la solución, otros desarrollaban en este punto el ejercicio y por último, algunos conocían el concepto pero no sabían cómo expresarlo y hacían observaciones como “que se le sube cada gaseosa por sumar 250”. Por consiguiente, fue necesario en la intervención el fortalecimiento de estos temas sumamente importantes para el manejo de la proporcionalidad.

IDENTIFICACIÓN DE LA PREGUNTA

En este criterio los estudiantes demostraron un mejor desempeño, ya que los porcentajes en los niveles satisfactorios y avanzados fueron más altos que en las anteriores categorías. Según lo evaluado en la prueba diagnóstica se observó que los estudiantes buscaban la pregunta para solucionar los problemas, algunos se clasificaron en el nivel mínimo porque presentaban errores en la redacción y en la interpretación de la pregunta, por ejemplo hablaban de una sola de las variables y otros confundían las palabras entre vasos y litros de gaseosa. Algunos escribían el proceso que iban a seguir al igual que la operación que les proporcionaría la respuesta del problema, pero en general, los estudiantes buscan en donde se encuentra la pregunta y se centran en tratar de contestarla; esta categoría es la de

mejor desempeño de los estudiantes, ya que el porcentaje que se encuentra en mínimo es insignificante comparado con el de las otras categorías.

Con los anteriores resultados de la etapa de comprensión del problema y observando el cuadro resumen (Anexo C) se concluye de esta parte diagnóstica, que la categoría con mayor dificultad es la No.2: ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?, los estudiantes desconocen el término relación y aquellos que lograron una puntuación en satisfactorio y avanzado fue porque escribieron la razón o el patrón en este punto y con esto se determina que saben cómo se relacionan las variables. Valorando esta etapa, los estudiantes no logran la comprensión del problema, solo se hace la excepción de la estudiante ER28, que está ubicada en los niveles de desempeño de satisfactorio y avanzado en las categorías estudiadas. Analizando los porcentajes que arroja esta tabla se concluye que los estudiantes no se esforzaron por comprender el problema, intentan obtener su solución únicamente relacionando los datos que apenas leen en el problema mediante las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).


Por consiguiente, debido a las falencias presentadas en esta fase los estudiantes no logran comprender completamente los problemas, aspecto que obstaculiza la correspondiente solución. Al respecto, Santos afirma que en esta etapa “se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender las condiciones del problema⁸⁴” para garantizar que los estudiantes seleccionen la estrategia que los llevará a la correcta solución del problema.

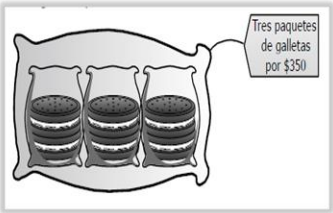
5.1.3.3. Análisis Fase 2: Concepción del Plan En esta fase de la prueba los estudiantes idean la estrategia que van a utilizar, en donde analizan las relaciones entre los datos y la incógnita y trazan un plan que lo desarrollarán en la siguiente

⁸⁴ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas. México D.F. Reimpresión 2007. p. 31.

etapa. En esta parte se analizó el proceso que los estudiantes plantearon para obtener una estrategia exitosa de resolución.

Tabla 14. Resultados fase 2: concepción del plan

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño															
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta												
<p>PROBLEMA A A. La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en una juguetería, 3 y 7 pelotas:</p>  <table border="1" data-bbox="241 760 695 1026"> <thead> <tr> <th>Número de pelotas</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$3.600</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>\$8.400</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Número de pelotas	Costo	1		3	\$3.600	5		7	\$8.400	9		<p>Determina la estrategia y Estructura del proceso de resolución Enunciado: 4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación.</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC04 EF07 EF08 EG09 G11 EH12 EH13 EL16 EM20 EP22 EP24 ER27 ES30 ET34 EV36 Total: 16 Estudiantes 42%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EB02: “Hacer el problema a ver si me quedo bien o mal rectificar con operaciones o razones restas, sumas, divisiones o más”</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC03 EC05 ED06 EL17 EM18 EM19 EM21 EP23 ER25 ER26 ER28 ES29 ES32 ES33 ET35 EV37 EZ38 Total: 18 estudiantes 47%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM21: “* Primero debo ver la cantidad de pelotas y sus precios * Miro cuales pelotas no tienen precio * Hago la solución para allar los</p>	<p>Estudiantes: EG10 EH14 ES31 EJ15 Total: 4 estudiantes 11%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH14: “Primero debemos tener en cuenta la pregunta que nos hacen segundo devo tener en cuenta de lo que devo hacer, tercero devo saber que cuesta la pelota 1, y así tube el precio de la pelota de 3 tanto que hacer</p>	<p>Estudiantes: s: Total: 0 estudiantes 0%</p>
Número de pelotas	Costo																
1																	
3	\$3.600																
5																	
7	\$8.400																
9																	

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		EC03: “Primero lo que yo hice es restar el de las tres pelotas como se que 3 pelotas valen \$3.600 y ahí hay un tres coloco uno para el precio de cada pelota y los \$600 los reparto de a doscientos por eso es que cada pelota vale \$1.200”	precios de las pelotas”	cada una de las operaciones” EG10: “1= PIMERO DIVIDO 3.600 EN 3. 2=SUMO 1.200 DOS VECES Y LE SUMO 3.600. Y HACI OBTENGO E VALOR DE CADA NÚMERO DE PELOTAS DADAS”	
<p>PROBLEMA B. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:</p>  <p>¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de estas galletas?</p>	<p>Determina la estrategia y Estructura del proceso de resolución</p> <p>Enunciado: 4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC04 EF07 EG11 EH13 EL16 EL17 EM20 EP22 EP23 ER25 ER27 ET34 ET35 EV36 EZ38 Total: 16 estudiantes</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC05 ED06 EF08 EG09 EM18 EM19 EM21 EP24 ER28 ES29 ES30 ES32 ES33 EV37 Total: 15 estudiantes</p>	<p>Estudiantes: EG10 EH12 EH14 EJ15 ER26 ES31 Total: 6 estudiantes 16%</p>	<p>Estudiante s: EC03 Total: 1 estudiantes 3%</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño							
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta				
	resolver la situación.	42% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL16: “Se debe hacer las operaciones de suma resta etc. y apenas de el resultado hay esta la operaciones”	39% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC05: “Primero leeria bien el problema y seguiria desarrollando una multiplicacion para saber el presio de 6 paquetes y despues el de 9 paquetes”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15: “Primero para hallar el valor de 6 sumaria 350 mas 350 que da como resultado 700 y despues suma 700 + 350 da como resultado 1050 entonces ya podemos saber cual tabla es”.					
<p>C. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos:</p> <table border="1" data-bbox="247 1328 688 1406"> <thead> <tr> <th>Números de vasos</th> <th>Cantidad de gaseosa en</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Números de vasos	Cantidad de gaseosa en			<p>Determina la estrategia y Estructura del proceso de resolución</p> <p>Enunciado: 4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC04 EF07 EF08 EG11 EH13 EL16 EM18 EM20 EP22 EP23 ER25 ER27 ES30 EV36 Total: 15 estudiantes</p>	<p>Estudiantes: EP24 EA01 EC05 ED06 EG10 EH12 EH14 EL17 EM21 ER26 ER28 ES29 ES31 ES33 ET34 ET35 EV37 EZ38 Total: 18 estudiantes 47%</p>	<p>Estudiantes: EJ15 ES32 Total: 2 estudiantes 5% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:</p>	<p>Estudiante s: EC03 EG09 EM19 Total: 3 estudiantes 8%</p>
Números de vasos	Cantidad de gaseosa en								

Enunciados de los problemas		Categorías	Resultados por niveles de desempeño																	
			Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta														
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>centímetros cúbicos (cm³)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>750</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?</p>			centímetros cúbicos (cm ³)	2	500	3	750	4	1000	resolver la situación.	39% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM20: “sumo el número de vasos con los precios encontrados en la tabla”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES29: “ 1 Una división segundo 3 multiplicaciones a cada vaso de gaseosa para saber su centímetro cubico”	EJ15: “primero va 250 luego 500 luego 750 luego 1000 luego 1250 luego 1500 y por último 1750.” ES32: “1. encontrar la secuencia 2. encontrar el resultado 3. resolver el problema”	
	centímetros cúbicos (cm ³)																			
2	500																			
3	750																			
4	1000																			
.	.																			
.	.																			
.	.																			

Los resultados presentados anteriormente, permitieron realizar el siguiente análisis, teniendo en cuenta la determinación de la estrategia y estructura del proceso de resolución.

DETERMINA LA ESTRATEGIA Y ESTRUCTURA DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN

Se observa que los estudiantes en su mayoría se ubican en el nivel mínimo y satisfactorio, porque resuelven los problemas de la misma forma, buscando por medio de cual operación básica se relacionan las variables. En cuanto al criterio de la estructura del proceso de resolución, un alto porcentaje de los estudiantes se ubican en el nivel satisfactorio porque tienen un plan muy básico para solucionar los problemas, en teoría conocen cuales deben ser los pasos para solucionarlos, pero como no son fuertes en la etapa de comprensión, el problema queda mal elaborado. Los estudiantes que se ubican en el nivel mínimo no presentan ningún plan para solucionar un problema; los que se ubican en el nivel satisfactorio trazan un plan, pero utilizando únicamente las operaciones básicas; y los que se ubican en el nivel avanzado dan a conocer su plan de solución que viene desde la etapa de comprensión tal como: reconocer las variables, pensar qué operación realizar y luego verificar la solución.

Los estudiantes en este punto coincidieron sin saberlo, en la selección de tres estrategias descritas en la siguiente tabla:

Tabla 15. Uso de estrategias de los estudiantes


Estrategia	Problema A	Problema B	Problema C
Búsqueda de regularidades	EA01 EC03 EC05 EG09 EG10 EH12 EH14 EJ15 EM21 EP22 EP24 ER26 ER27 ER28 ES29	EC05 EG09 EG10 EH12 EH14 EJ15 EL17 EM18 EM19 ER26 ER27 ES29 ES31 ES32 ES33 EZ38	EC04 EC05 ED06 EF07 EG10 EH12 EJ15 EL17 EM18 EM21 EP22 ER26 ES29 ES31 ES32 ES33 ET34 ET35

Estrategia	Problema A	Problema B	Problema C
	ES31 ES33 EV36 EV37 EZ38		EV36 EV37
Ensayo y error	EC04 EF07 EL17 EM18 ES32	EA01 ED06 EV36	EA01 EP23 ER28
Experimentación con la posible solución		EC04 EM21 EP22 EP23 EP24 ER28 EV37	EP24
No lo resuelve	EB02 ED06 EH13 EM19 EM20	EB02 EC03 EF07 EH13 EM20	EB02 EC03 EM19
Respuesta incorrecta sin estrategia	ES30 ET35 EF08 EG11 EL16	ES30 ET34 ET35 EG11 EL16	ES30 EG11 EH14 EL16
Respuesta correcta sin estrategia	EP23 ER25 ET34	EF08 ER25	EF08 EG09 EH13 EM20 ER25 ER27 EZ38

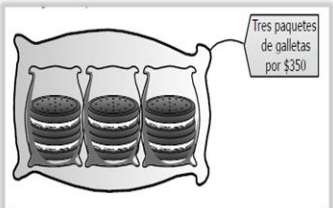
5.1.3.4. Análisis prueba diagnóstica. Fase 3: Ejecución del Plan En esta fase el estudiante pone a prueba toda la creatividad para solucionar el problema, revisa los pasos que ha hecho y demuestra que las operaciones que ha realizado según la estrategia planteada son correctas⁸⁵.

⁸⁵ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 18.

Tabla 16. Resultados fase 3: ejecución del plan

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño															
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta												
<p>PROBLEMA A A. La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en una juguetería, 3 y 7 pelotas:</p>  <table border="1" data-bbox="241 760 695 1026"> <thead> <tr> <th>Número de pelotas</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$3.600</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>\$8.400</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Número de pelotas	Costo	1		3	\$3.600	5		7	\$8.400	9		<p>Resuelve el problema mediante un plan utilizando una estrategia Enunciado: 5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior</p>	<p>Estudiantes: EB02 ED06 EF08 EG11 EH13 EL16 EM20 EP23 ER25 ER27 ES30 ET34 ET35</p> <p>Total: 13 estudiantes 34%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ED06: “Yo lo primero que hice resolviendo los pasos que escribi fue haciendo una división para que me diera el resultado</p>	<p>Estudiantes: EH14 EM19 ES31 ES32 EV37</p> <p>Total: 5 estudiantes 13%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM19: “dividir 3.600 en 3 y sacar el resultado del costo de una sola pelota y despues sumar con ese costo para sacar el costo de 5 pelotas y 9 pelotas”</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC03 EC04 EC05 EF07 EG09 EG10 EH12 EJ15 EL17 EM18 M21 EP22 EP24 ER26 ER28 ES29 ES33 EV36 EZ38</p> <p>Total: 20 estudiantes 53%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM18: “dividi el valor de 3 pelotas en 3 y el valor que resulto, lo que equivalía a una pelota pues haci le segui sumando a las</p>	<p>Estudiantes:</p> <p>Total: 0 estudiantes 0%</p>
Número de pelotas	Costo																
1																	
3	\$3.600																
5																	
7	\$8.400																
9																	

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		ES31 ES32 ES33 ET34 ET35 EV36 EV37 EZ38 Total: 34 Estudiantes 89% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC05: “no entiendo correlacion de los aspectos variables del problema”.			
	Determina la razón y la solución del problema es correcta, Enunciado: 7. Complete la tabla, explicando la forma como	Estudiantes: EB02 ED06 EF08 EG11 EH13 EH14 EL16 EM20 ER27 ES30 ET35 Total: 11 Estudiantes 29%	Estudiantes: EC04 EH12 EM19 EP22 ER25 ER28 ES32 ET34 EV36 EV37 EZ38 Total: 11 Estudiantes 29%	Estudiantes: EA01 EC05 EF07 EG10 EJ15 EL17 EM18 EM21 EP23 EP24 ER26 ES29 ES31 ES33 Total: 14 Estudiantes	Estudiantes: EC03 EG09 Total: 2 Estudiantes 5%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	encontró los datos faltantes.	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EB02: “Pues yo encontré la forma fue que sumando y porque daba así, después lo reste para ver cuánto daba y medio los precios restantes”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EV36: “Encontre el costo y lo multiplique por el numero de pelotas hasta finalizar”	37% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15: “Yo encontré los datos faltantes sumando 1.200 que fue el valor de una pelota Ejemplo sume 5 veces 1.200 y me dio 6.000 y sume 9 veces 1.200 y me dio 10.800”	
<p>PROBLEMA B. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:</p>  <p>¿En cuál de las tablas se muestra</p>	<p>Resuelve el problema mediante un plan utilizando una estrategia</p> <p>Enunciado: 5. Resuelva la situación empleando los pasos que</p>	<p>Estudiantes: EB02 EG11 EH13 EL16 EM20 ER25 ES30 ET34 ET35</p> <p>Total: 9 estudiantes 24%</p>	<p>Estudiantes: EA01 EF07 EG09</p> <p>Total: 3 estudiantes 8%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes:</p>	<p>Estudiantes: EC04 EC05 D06 EG10 EH12 H14 EJ15 EL17 EM18 EM19 EM21 P22 EP23 EP24 ER26 ER27 ER28 R29 ES31 ES32 ES33 EV36 EV37 EZ38</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p>	<p>Estudiantes: EC03 EF08</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de estas galletas?	escribió en el punto anterior	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH13: “sumo los precios de 350, 3,6,9 y media el paquete correcto”	EF07: “Pues sumado las calleta y el número de paques y de costo por ejemplo 3 valen 350”	Total: 24 estudiantes 63% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES33: “como sabemos el 1 vale \$1.200 sumariamos \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 + \$1.200 = 10.800 y ay tendríamos el valor de 9.	
	Determinación de Correlación	Estudiantes:	Estudiantes: Total:	Estudiantes: Total:	Estudiantes: EC03

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	entre las variables. Pregunta: 6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?	EA01 EB02 EC04 EC05 ED06 EF07 EF08 EG09 EG10 EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM18 EM19 EM20 EM21 EP22 EP23 EP24 ER25 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 ES32 ES33 ET34 ET35 EV36 EV37 EZ38 Total: 37 Estudiantes 97% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	0 Estudiantes	0 Estudiantes	Total: 1 Estudiante 3%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		EH13: “sume todos los numeros de la tabla que decía”			
	Determina la razón y la solución del problema es correcta, Enunciado: 7. Complete la tabla, explicando la forma como encontró los datos faltantes.	Estudiantes: EA01 EB02 EG11 EL16 ET34 ET35 EZ38 Total: 7 Estudiantes 18% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EA01: “Tuve que dividir y multiplicar y asi pude sacar la respuesta correcta de la	Estudiantes: EC04 EF07 EG09 EJ15 EM18 EM19 EM20 EP23 ER25 EV37 Total: 10 Estudiantes 26% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15: “Es la que tuviera los resultados que encontré y que estuviera en orden”	Estudiantes: EC05 ED06 EF08 EG10 EH12 EH13 EH14 EL17 EM21 EP22 EP24 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 ES32 ES33 EV36 Total: 20 Estudiantes 53% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER28: “Sumando 350 en 1, 2 y 3 se dio el resultado de	Estudiantes: EC03 Total: 1 Estudiantes 3%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	<p>Determinación de Correlación entre las variables.</p> <p>Pregunta: 6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EC05 ED06 EF07 EG10 EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM18 EM19 EM20 EM21 EP22 EP23 EP24 ER25 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 ES32 ES33 ET34 ET35 EV36 EV37 EZ38</p> <p>Total: 35 Estudiantes 92%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes:</p>	<p>Estudiantes: Total: 0 Estudiantes</p>	<p>Estudiantes: Total: 0 Estudiantes</p>	<p>Estudiantes: EC03 EF08 EG09</p> <p>Total: 3 Estudiantes 8%</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		ER28: “Que los resultados de la cantidad de gaseosa son los multiplos de 25 que solo agregándole un cero seria 250”			
	Determina la razón y la solución del problema es correcta, Enunciado: 7. Complete la tabla, explicando la forma como encontró los datos faltantes.	Estudiantes: EB02 EG11 EH14 EL16 ES30 ET34 ET35 Total: 7 Estudiantes 18% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES30: “pues sume de a 500 mililitros de gaseosa para saber cuanto	Estudiantes: EC04 ED06 EF07 EH13 EM20 EP23 ER25 ES31 EV37 EZ38 Total: 10 Estudiantes 26% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES31: “primero tenemos que ver el resultado de 2 gaseosas le sacamos la mitad y ya”	Estudiantes: EA01 EC05 EG10 EH12 EJ15 EL17 EM18 EM21 EP22 EP24 ER26 ER27 ER28 ES29 ES32 ES33 EV36 Total: 17 Estudiantes 45% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES32: “sumando 250 al	Estudiantes: EC03 EF08 EG09 EM19 Total: 4 Estudiantes 11%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – minimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		se come cada litro de gaseosa”		resultado que me daba”	

En cuanto a la etapa 3 de resolución de problemas: ejecución de un plan, los resultados presentados, permitieron realizar el siguiente análisis teniendo en cuenta: la utilización de una estrategia, determinación de correlación entre las variables y finalmente, la determinación de la razón y la solución correcta del problema.

RESUELVE EL PROBLEMA MEDIANTE UN PLAN UTILIZANDO UNA ESTRATEGIA

Teniendo en cuenta las estrategias propuestas por los estudiantes, o la no determinación de alguna de ellas, en la ejecución de dicho plan se obtuvieron los resultados que se analizan en este apartado.

Los criterios para clasificar las respuestas en el desempeño mínimo son: no resuelve el problema y no utiliza estrategia; para el desempeño satisfactorio: resuelve el ejercicio correcto o incorrecto, pero utiliza estrategia; y en el desempeño avanzado, si desarrolla el ejercicio correctamente y utiliza estrategia.

Para el Problema A, 20 de los 38 estudiantes aplicaron la primera estrategia: búsqueda de regularidades, porque para ellos era más sencillo buscar cuanto valía una pelota y sumar o multiplicar para encontrar los datos faltantes en la tabla; 6 de los 38 utilizaron ensayo y error; ninguno de los jóvenes del grupo tuvo en cuenta la experimentación con la posible solución para este problema, 5 dijeron que debían hacer operaciones, pero no las hicieron ni resolvieron el ejercicio; y para terminar 8 estudiantes realizaron el ejercicio sin ninguna estrategia y a 5 les quedó bien y 3 les quedó mal. Para este problema 25 de los 38 estudiantes obtuvieron la respuesta correcta.

Para el Problema B, 16 de los 38, utilizaron la estrategia: búsqueda de regularidades, ya que seleccionan la cantidad que se repetía y seleccionaron la

respuesta correcta; 3 de los 38 seleccionaron la estrategia: ensayo y error, de los cuales a 2 les quedó correctamente solucionado y 7 de la totalidad de los estudiantes utilizaron la estrategia: experimentación con la posible solución, porque era más sencillo para ellos probar las soluciones sugeridas y encontraron la respuesta correcta; 5 de los estudiantes escribieron cómo la solucionarían, pero no realizaron operaciones, y en menor proporción es decir 7 no utilizaron estrategias logrando la selección de la respuesta correcta o incorrecta en dos situaciones. En este problema 28 de los 38 estudiantes obtuvieron la respuesta correcta.

Para el problema C, 20 de los 38 estudiantes utilizaron la estrategia: la búsqueda de regularidades y 3 seleccionaron la de ensayo y en su mayoría encontraron la respuesta correcta utilizando las dos estrategias. Este fue el problema en el cual se evidenció el menor empleo de estrategias de solución; 3 estudiantes escribieron como lo resolverían (EB02, EC03 y EM19) o simplemente lo resolvieron sin utilizar estrategia en el caso de 11 estudiantes y para 7 estudiantes la respuesta es correcta y los demás la respuesta fue errónea. En este problema 28 de los estudiantes hallan la respuesta correcta.

Finalmente, con respecto al desarrollo de los problemas mediante un plan, solo se presentan dos casos de estudiantes que cumplen con este aspecto: EG09 para el ejercicio A y EH12 para el ejercicio B, este es un punto importante para fortalecer en la intervención.

DETERMINACIÓN DE CORRELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES.

En el segundo criterio que corresponde a la determinación de la correlación, se presenta que el 100% de los estudiantes desconoce el término “correlación”, escribiendo en unas ocasiones aspectos que no tienen relación con el significado como el ejemplo citado en la tabla o lo dejan en blanco escriben: EC04: “no entiendo correlacion de los aspectos variables del problema”. Para el criterio: Determina la

razón y la solución del problema es correcta y el segundo criterio hacen referencia al pensamiento variacional, el MEN lo destaca en cuanto “que este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas”⁸⁶ en este sentido la investigación va en línea paralela con las directrices del MEN en cuanto se quiere que el estudiante interiorice el proceso para que solucione correctamente los problemas de su contexto.

DETERMINA LA RAZÓN Y LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA ES CORRECTA

Se realizó la asignación del desempeño mínimo para los estudiantes que no determinaban la razón y la respuesta era incorrecta; para el desempeño satisfactorio, cuando el estudiante determinaba o no la razón y la respuesta era o no correcta, en cualquiera de las combinaciones se ubicaron en este nivel; y para el nivel avanzado, debían determinar la razón y obtener la respuesta correcta.

En esta etapa el 45% de los estudiantes resuelve el problema al encontrar un término que se llama razón. Se observa que ellos buscan la solución correcta de los problemas mediante la suma de los números que están descritos en él, aunque no sea ésta la operación que se debe realizar.

En esta etapa, afirma Polya: “en la ejecución del plan asegúrese de que tiene la plena comprensión del problema y efectúe en detalle todas las operaciones algebraicas o geométricas que previamente ha reconocido como factibles”⁸⁷; es decir, que el estudiante debe mostrar todo su trabajo utilizando diversas estrategias hasta llegar a la respuesta correcta, situación que no se evidenció en el diagnóstico.


⁸⁶ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. p. 21.

⁸⁷ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 52.

El término razón no era conocido por los estudiantes, pero al resolver el problema ellos hallaban algunos patrones y razones que les ayudaban en la solución.

5.1.3.5. Análisis Fase 4: Verificación de la solución En esta fase los estudiantes evalúan su proceso de resolución para los problemas planteados, los resultados de las acciones realizadas por los estudiantes se presentan en las siguientes tablas:

Tabla 17. Resultados fase 4: verificación de la solución

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño															
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta												
<p>PROBLEMA A A. La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en una juguetería, 3 y 7 pelotas:</p>  <table border="1" data-bbox="241 760 695 1027"> <thead> <tr> <th>Número de pelotas</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$3.600</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>\$8.400</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Número de pelotas	Costo	1		3	\$3.600	5		7	\$8.400	9		<p>Comprueba su solución</p> <p>8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EC05 ED06 EF07 EF08 EG11 EH12 EH13 EH14 EL16 EM19 EM20 EP22 EP23 EP24 ER25 ER26 ER27 ES29 ES30 ET34 ET35 EV36 EZ38</p> <p>Total: 26 estudiantes 68%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EF07: "Pues en mi consencia es que debía un sumar y dar las respuesta correctas de las pelotas"</p>	<p>Estudiantes: EG10 EJ15 EM21 ES32</p> <p>Total: 4 estudiantes 11%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15: "Pues yo rectifique la primera operación que fue la división de 3.600 entre 3 y me dio 1.200 luego rectifique las sumas"</p>	<p>Estudiantes: EL17 EM18 ER28 ES31 ES33 EV37</p> <p>Total: 6 estudiantes 16%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER28: "Divido primero 3.600 en 3, la cual dio 1.200 significa que multiplicando por el número de las pelotas dara el resultado"</p>	<p>Estudiantes: EC03 EG09</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p>
Número de pelotas	Costo																
1																	
3	\$3.600																
5																	
7	\$8.400																
9																	

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	Plantea otra estrategia de solución 9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para completar la tabla	Estudiantes: EA01 EB02 ED06 EF07 EF08 EG10 EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL16 EM20 EP22 EP23 ER26 ES29 ET35 EV36 EV37 Total: 20 estudiantes 53% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EF08: “Utilice primero lo dividi luego lo reste luego lo sume y medio un resultado que era verdad y entonces lo escribi”	Estudiantes: EC04 EL17 EM18 EM19 EM21 EP24 ER25 ER27 ER28 ES31 ES33 ET34 EZ38 Total: 13 estudiantes 34% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC04: “tuve que usar multiplicación y division era más fácil hacer el problema de las pelotas aunque tambien creo que se podia restar para hacer la 1 y la 9”	Estudiantes: EC05 ES30 Total: 2 estudiantes 5% Ejemplo de los estudiantes: ES30; “Pues haría un diagrama de barras para asi me fuera mas fácil para poder hacerlo de una forma distinta. Pero seria más fácil con una multiplicacion para poder	Estudiantes: EC03 EG09 ES32 Total: 3 estudiantes 8%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		están los resultados que me dio”			
	Plantea otra estrategia de solución 9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para completar la tabla	Estudiantes: EA01 EB02 EC04 ED06 EF07 EG11 EH12 EH13 EH14 EL16 EM18 EM20 ER25 ER28 ES29 ES31 ES33 ET34 ET35 EV36 EZ38 Total: 21 estudiantes 56% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER25: “Dividiendo 700 en 2 y eso me da el valor de 350 cada 3 paquetes”	Estudiantes: EG10 EJ15 EL17 EM21 EP22 EP24 ER26 ER27 ES32 EV37 Total: 10 estudiantes 26% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES32: “Sumando $350 + 350 = 700 + 350 = 1050$	Estudiantes: EC05 ES30 Total: 2 estudiantes 5% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES30: “Pues utilizaria en forma de un diagrama de barras pero quedaria mas fácil con una tabla que con el diagrama de barras es un	Estudiantes: EC03 EF08 EG09 EM19 EP23 Total: 5 estudiantes 13%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño																	
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta														
				poco complicado".															
<p>C. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Números de vasos</th> <th>Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm³)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>750</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?</p>	Números de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)	2	500	3	750	4	1000	<p>Comprueba su solución</p> <p>8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EC05 ED06 EF07 EG10 EG11 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM20 EM21 EP22 EP23 EP24 ER25 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 ES32 ET34 ET35 EV37 EZ38 Total: 30 estudiantes 79%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG10: "Dividiendo los resultados en el N° de vasos"</p>	<p>Estudiantes: ES33 EV36</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES33: "porque sume 250 + 250 = 500 entonces supe que ese era el correcto y me salieron todas bien"</p>	<p>Estudiantes: ER26</p> <p>Total: 1 estudiantes 3%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER26: "por que si una vale 250 multiplicandolo por 5 6 y 7 me da 1250, 1500 1700"</p>	<p>Estudiantes: EC03 EF08 EG09 EM18 EM19</p> <p>Total: 5 estudiantes 13%</p>
Números de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)																		
2	500																		
3	750																		
4	1000																		
.	.																		
.	.																		
.	.																		
	Plantea otra estrategia de solución	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC04 ED06 EF07</p>	<p>Estudiantes: EC05 EG10 EJ15 EL17 EM21 EP22</p>	<p>Estudiantes: ES30</p>	<p>Estudiantes: s:</p>														

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – minimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para completar la tabla	EG11 EH12 EH13 EH14 EL16 EM20 EP23 ER28 ET34 EV36 EZ38 Total: 16 estudiantes 42% EP23: “multiplicando”	EP24 ER25 ER26 ER27 ES29 ES31 ES33 ET35 EV37 Total: 15 estudiantes 39% ER26: “sumando 250 el numero de veces que hay de vasos por ejemplo 3 vasos $250+250+250=750$	Total: 1 estudiantes 3% ES30: “Pues yo haria un diagrama de barra escribo la cantidad de numero de vasos y la cantidad de gaseosa que necesito y sumaria todo”	EC03 EF08 EG09 EM18 EM19 ES32 Total: 6 estudiantes 16%

Los resultados anteriores correspondientes a la Fase 4: Verificación de la solución, permiten la realización del siguiente análisis, teniendo en cuenta: la comprobación de la solución y el planteamiento de otra estrategia de solución.

COMPRUEBA SU SOLUCIÓN

Los estudiantes se ubicaron en el nivel mínimo si no comprobaron la solución o sugirieron como hacerlo, pero no lo desarrollaron; se clasificaron en el nivel satisfactorio si comprobaron su solución mediante la revisión de las operaciones realizadas; y se ubicaron en el nivel avanzado si revisaron las operaciones que realizaron y ejecutaron el proceso que mencionaron.

Los resultados de esta categoría se encuentran en su mayoría en el nivel mínimo, porque los estudiantes no acostumbran a comprobar su proceso de resolución de los problemas; en la práctica docente se observa que los estudiantes cuando obtienen una solución revisan con el docente y con otros compañeros si les da igual la respuesta, si ésta es diferente no revisan el por qué, sino simplemente argumentan que no han entendido y llaman al docente para que les indique como solucionar el problema, demostrando su reducido trabajo para tratar de verificar si la respuesta fue correcta o no; los estudiantes no hacen revisión de los procesos utilizados y mucho menos intentan hacerlo de forma diferente, estos resultados concuerdan con los presentados en la primera parte de la prueba en la pregunta que les cuestionaba sobre lo que hacían cuando habían resuelto un problema, a la que contestaban de forma similar a lo expuesto.

PLANTEA OTRA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN

En este criterio se evaluó si los estudiantes sugerían una estrategia de solución diferente a la desarrollada por ellos en la pregunta No.5, al respecto se pudo evidenciar que únicamente dos estudiantes (EC05 Y ES30) lograron sugerir una

estrategia diferente a la utilizada y por eso se ubicaron en el nivel avanzado, el primer estudiante sugirió la estrategia ensayo y error para solucionar los problemas A y B; y la segunda estudiante propuso la estrategia de solución gráfica con el diagrama de barras. Para el nivel satisfactorio se clasificaron a los estudiantes que plantearon otra solución, aspecto que no es considerado estrategia; al respecto, proponían en vez de sumas utilizar multiplicaciones. En el nivel mínimo, se ubicaron aquellos estudiantes que no plantearon otra estrategia, escribieron la misma utilizada anteriormente, algunos sugirieron otra pregunta a partir del mismo problema y otros mencionaron que se podía utilizar las fracciones.

5.1.3.6. Presentación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema D (abierto) sobre proporcionalidad. Para la solución del problema D no se presentaron interrogantes referentes a cada fase de resolución; fue un problema de carácter abierto.

El problema fue el siguiente:

Un equipo de béisbol ganó 48 de sus 80 primeros juegos. ¿Cuántos de sus próximos 50 juegos tiene que ganar para mantener la razón entre victorias y derrotas?

El desempeño de los estudiantes en la resolución del problema D se presenta a continuación.

Tabla 18. Resultados resolución del problema d de la prueba diagnóstica

TIPO DE RESPUESTA		DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES	
RESPUESTA CORRECTA	0%	Ningún estudiante logró resolver correctamente el problema	
RESPUESTA INCORRECTA	100 %	NO PRESENTA PROCEDIMIENTO	EB02 EC03 EC05 ED06 EF07 EG09 EG11 EH12 EH13 EL16 EL17 EM18 EM19 EM20 EP22 EP23 ER25 ER26 ES30 ES32 ET34 EV36 EV37 EZ38 Total: 24 estudiantes Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH12: "Puede ganar 35 partidos para mantener la razón entre victorias y derrotas. Es como en 80 juegos gano masimo como la mitad y 50 juegos puedo ganar 35 es de lógica en como ver el problemas haci sea la misma cantidad o desigual cantidad se guía por lo que nos dise en la primera Es como un guía para hacer ese problema. Y hacer la relación entre las victorias y derrotas en sus juegos."
		FALTA CLARIDAD EN EL PROCESO	EA01 EC04 EF08 EH14 EJ15 EM21 EP24 ER27 ER28 ES29 ES31 ES33 ET35 Total: 13 estudiantes Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER27: "lo más importante de este problema es que toco que encontrar la respuesta, los pasos que me toco hacer en este problema son: primeo tuve que leer el problema 3 veces porque no lo entendia luego tuve que ver si era suma resta multiplicacion o division para ver si me quedo bien lo rectifique y me toco que ver si mantenía las victorias y las derrotas del partido de beisbol 
		PROCESO DEFINIDO, PERO LA RESPUESTA ES INCORRECTA	EG10 Total: 1 estudiantes Ejemplo de respuesta del estudiante: EG10: "SI EL EQUIPO LLEVA GANANDO 48 DE 80 PARTIDOS DEBEN GANAR 16 PARA QUE QUEDEN 66 PERDIDAS Y 66 VICTORIAS"

TIPO DE RESPUESTA		DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES	

Se propuso en la prueba diagnóstica a los estudiantes este problema D (abierto) con el fin de analizar cómo resolvían los problemas, sin algún tipo de cuestionamiento, si seguían un método, si realmente hacían operaciones que los llevaran a buscar la respuesta correcta. Al respecto, como lo afirma Santos Trigo la resolución de problemas es una idea para que los estudiantes desarrollen recursos, estrategias que les permita representar problemas de maneras distintas, explorar varios caminos de solución y siempre buscar formas de extender y generalizar resultados⁸⁸.

Se encontró que ninguno de los estudiantes logró solucionarlo asertivamente y sólo uno de ellos EG10, presentó un proceso definido, los demás estudiantes sumaron o restaron las cantidades presentadas en el problema y no se detuvieron a analizar si lo que estaban haciendo respondía a la incógnita planteada o relacionaba los datos del problema o que lo encontrado realmente respondía a las condiciones del problema.

Finalmente, los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica por los estudiantes que participaron en el estudio, permiten clasificarlos, en general, en un nivel de desempeño mínimo. En el análisis de la prueba predominan las dificultades en las fases de comprensión, ejecución y verificación.

⁸⁸ SANTOS, Luz. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas. México D.F. Reimpresión 2007. p. 89.

Se muestra bajo desempeño en la etapa de comprensión, en donde 1 solo estudiante logró superarla; para las fases No.2: Concepción del plan y No.3: Ejecución del plan trazado (preguntas No.5 y 7), se presenta un desempeño satisfactorio pues en estas fases los estudiantes idean o crean una estrategia, en algunos casos ésta es eficiente y la respuesta que obtienen es correcta; sin embargo para la fase No.4: Verificación de la solución, el desempeño baja considerablemente pues el proceso de verificación y la evaluación del proceso propio realizado por los alumnos para buscar otra alternativa de solución es pobre. Se presenta un cuadro resumen ver Anexo C del desempeño de los estudiantes en la prueba diagnóstica.

5.2. INTERVENCION EN EL AULA

Esta etapa de intervención en el aula respondió al objetivo específico No.2 que correspondió a: Diseñar e implementar una secuencia didáctica empleando juegos, que posibilitaran en los estudiantes de séptimo grado el uso de estrategias y procedimientos adecuados en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad.

Las actividades planteadas en la estructura de la secuencia surgieron como respuesta a las debilidades encontradas en la etapa diagnóstica. La intervención estuvo direccionada por la secuencia didáctica expuesta en el capítulo No.4., de la cual se obtuvieron los resultados que se exponen a continuación, teniendo en cuenta los tres tipos de actividades de la secuencia: Actividades de apertura, de desarrollo y de cierre.

La intervención en el aula dentro del marco del proceso metodológico estuvo encaminada al cumplimiento del objetivo general en el cual se perseguía el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas mediante el método

trazado por Polya que involucraba cuatro fases: Comprensión del problema, Concepción del plan, Ejecución del plan y Verificación de la solución. Las sesiones se elaboraron teniendo en cuenta el método planteado para resolver problemas que involucraron la proporcionalidad, para luego en la sesión de cierre evidenciar destreza en el método a partir de la estrategia del juego incluyendo el pensamiento variacional. La intervención tuvo un tiempo total 34 horas, la duración y número de sesiones por actividad fue:

Actividades de apertura: 1 sesión de 9 horas, ver Anexo D.

Actividades de desarrollo: 2 sesiones con una duración de 23 horas, ver Anexo E y F.

Actividades de cierre: 1 sesión de 2 horas, ver registro videográfico.

5.2.1. Actividades de Apertura Estas actividades se desarrollaron en 1 sesión de clase con las estudiantes, comprendidas entre Septiembre 20 y Octubre 11 de 2017; y su duración fue de 9 horas. Los objetivos de esta actividad fueron: promover la motivación para la resolución de problemas a partir de problemas de su entorno a partir de situaciones, comprender el concepto de problema e identificar los pasos para su resolución y construir el concepto del método de resolución de problemas: “comprensión de un problema, concepción del plan, ejecución del plan y verificación de la solución y aplicarlo en diferentes situaciones problemáticas

Las actividades se realizaron en diferentes lugares de la institución educativa: el aula de clase, la sala de conferencias y el aula de audiovisuales. La muestra total de estudiantes del estudio, 38 estudiantes, participó en esta etapa inicial.

5.2.1.1. Primera sesión El propósito de esta sesión fue el manejo y apropiación del método propuesto para aplicarlo en diversos contextos matemáticos. Esta sesión inició el 20 de Septiembre de 2017 y duró 9 horas y comprendió las acciones que se encontraban en las actividades de apertura. El proceso estuvo planeado para

seis sesiones de clases, pero fueron insuficientes y se necesitó de más tiempo (tres horas más), para la corrección de cada una de las preguntas iniciales a partir de los videos, y con ello se fue construyendo visualmente el método de resolución. Terminando la tercera clase, se hizo una plenaria sobre lo que significaba comprender un problema, mediante la pregunta: ¿Qué es comprender un problema?, los alumnos EM20, EH12, hicieron comentarios como: “entenderlo”, “analizarlo”, “buscar la manera para resolverlo”, “buscar los elementos importantes”, evidenciando que habían comprendido el concepto.

La primera actividad propuesta rompió con la cotidianidad de las clases, los estudiantes empezaron muy motivados por el cambio de salón, por el trabajo en grupo y la libertad para organizar su trabajo. Con la proyección de los videos y el análisis del problema por medio de las tarjetas se buscó que los jóvenes formularan preguntas de la temática que se trataba en los videos y que las resolvieran. Se hizo uso del trabajo colaborativo para que se presentara una mayor participación en el aula y en las actividades, debido a que la cámara los desconcentraba un poco. Cuando se terminó la cuarta clase, a partir de las preguntas resueltas una estudiante (EG10) dijo “ahora se elabora un plan”, esto evidenció que los estudiantes estaban muy concentrados en la actividad que se estaba realizando. Para el tercer paso, es decir la concepción, las preguntas estuvieron encaminadas a que cada uno escribiera lo que debía hacer para solucionar el problema y una estudiante (EG09) determinó otra variable que no se había tenido en cuenta; dijo: “además debemos estudiar”.

Para terminar, las preguntas faltantes evaluaban el proceso desarrollado e invitaban a pensar en otra forma de solucionar la situación. A la pregunta ¿Qué se debe hacer cuando ya termine el problema?, EH18 dijo “probándolo”, se observó con esta apreciación que los estudiantes poco a poco habían construido los pasos del método de resolución. Ahora bien, se hizo el paralelo con ellos, de la pregunta que se les formuló en el diagnóstico que hizo referencia a las acciones que se realizaban

cuando se terminaba un problema y la mayoría no sabía qué hacer, se enfatizó sobre los pasos que debían realizar antes de hacer operaciones matemáticas. Es así como quedó conformado el cuadro del método y se formó con los estudiantes cada una de las etapas, a partir de un problema de su contexto, de su cotidianidad. Con esta actividad no solamente se construyó el método de resolución, sino también con la última pregunta se cuestionó a los estudiantes sobre el concepto de problema.

Las siguientes imágenes ilustran la participación de los estudiantes en la primera actividad:



Imagen de los estudiantes en la sala de conferencias en la proyección de los videos



Imagen de los estudiantes en la sala de conferencias en la proyección de los videos, contestando las preguntas



Imagen de los estudiantes en la construcción del método de resolución de problemas en el tablero del salón de clases



Imagen de la construcción del método en el tablero del salón, por medio de la respuesta de las preguntas formuladas de los videos proyectados

Para continuar con la consolidación del concepto del método, se hizo un trabajo en grupos que ellos organizaron, en donde a partir del diagrama de las cuatro fases⁸⁹, analizaron un problema y construyeron la solución de una situación presentada de un problema de la cotidianidad tomado de un diario internacional (Anexo D), con base en este análisis se les propuso el juego “concéntrese”: En las siguientes imágenes se observan varios momentos del juego:

1	COMPROBACIÓN O VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	3	
4	5	6	
7	8	9	
<p>Imagen de la proyección del juego “Concéntrese”</p>			<p>Imagen de la participación estudiantes en el juego de “concéntrese”</p>
			
<p>Foto de los estudiantes resolviendo diversos ejercicios matemáticos con el método aprendido.</p>			

A partir de la estrategia del juego se presentó la solución al problema analizado. En este momento los estudiantes mostraron mayor interés en la clase, se hizo la introducción a la parte matemática con la resolución de problemas matemáticos sencillos a partir del método visto, para luego cerrar esta sesión con el juego

⁸⁹ MEN, Matemáticas El valor de educar. Proyecto Sé. Colombia. Ediciones SM, S.A. 2012, p. 38.

“llegando a 15”, finalmente EJ15 expuso su estrategia, se le felicitó porque encontró la estrategia ganadora es decir, ubicó el 5 en el centro.

Esta actividad se realizó como preámbulo para abordar el tema de los tipos de estrategias a utilizar en la etapa de ejecución del problema. En las siguientes imágenes se observan varios momentos del juego:



Imagen Estudiantes resolviendo un problema de su cotidianidad a partir del método de resolución de problemas



Imagen Estudiantes resolviendo un problema de su cotidianidad a partir del método de resolución de problemas

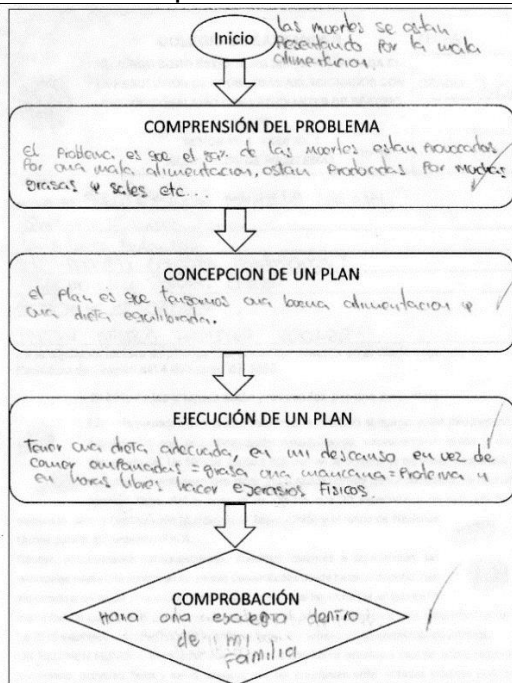


Imagen trabajo de los estudiantes en la clase

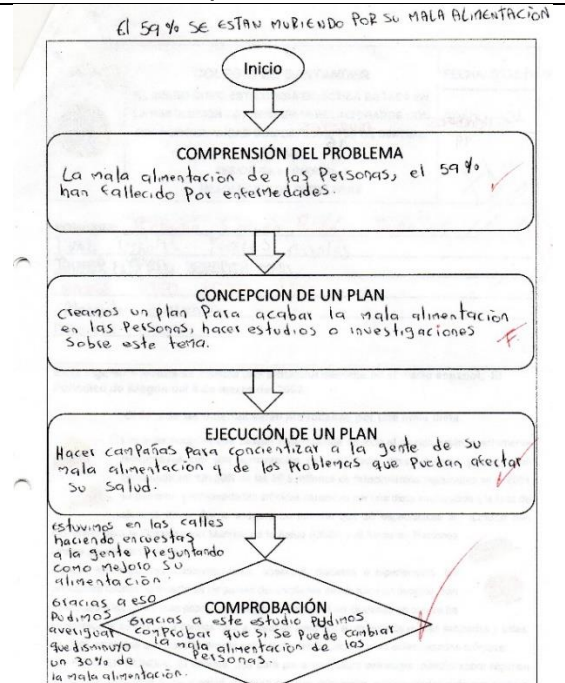


Imagen trabajo de los estudiantes en la clase

La siguiente tabla permite observar la construcción de los estudiantes, de la solución del problema mediante el método propuesto; se logró que lo asimilaran y lo aplicaran correctamente.

El portafolio recogido al finalizar la sesión con el propósito de evaluar el progreso de los estudiantes al resolver problemas se sintetizó en la siguiente tabla:

ETAPA	RESPUESTAS ENCONTRADAS	METODO PLANTEADO
Comprensión del problema	Omitían la fase No escribían las variables Escribían nuevamente el problema Escribían cómo entendían el problema	En los cuadernos y en las hojas recogidas se observó que los estudiantes planteaban un método de resolución con las fases construidas en las clases pasadas. Fue una actividad que permitió enriquecer el conocimiento de los estudiantes, porque tal como lo afirmaba Polya: “adquiere usted una serie de conocimientos correctamente ordenados, utilizables en cualquier momento, a la vez que desarrolla su aptitud en la resolución de problemas” ⁹⁰
Concepción del plan	Escribían las operaciones básicas con las que resolvían la situación Planteaban situaciones	
Ejecución del plan	Ensayo y error Según el plan trazado, no lo seguía Errores en la escritura de números Errores en la suma de fraccionarios Empleaban soluciones gráficas Hallaban datos y no sabían a qué variable correspondía, se hizo necesario repasar la primera etapa.	
Verificación de la solución	Omitían la fase Realizaban la misma operación Analizaban si la respuesta encontrada respondía a la incógnita	

A partir de los resultados de la anterior tabla, se programó para las etapas de desarrollo, el fortalecimiento de las dificultades encontradas, porque se requería de mayor tiempo para que los estudiantes superaran sus errores al desarrollar los ejercicios, con las operaciones básicas lo cual se evidenció en la prueba final.

⁹⁰ POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 53

El propósito de esta sesión fue lograr que los estudiantes al enfrentarse a una situación matemática problémica, plantearan el método de resolución construido por Polya. Con los resultados anteriormente descritos y a través del portafolio de ejercicios de los estudiantes se encontró que 28 de los 38 estudiantes es decir el 74% del grupo planteó el método para solucionar los problemas. Los 10 restantes no presentaron el portafolio, por lo tanto no fue posible evaluar el proceso, en consecuencia se deduce que con el desarrollo de las actividades se dio cumplimiento al propósito de la sesión.

5.2.2. Actividades de Desarrollo Estas actividades comprendieron las sesiones dos y tres de la etapa de intervención en el aula, organizadas en la secuencia didáctica. Se iniciaron el 13 de Octubre para finalizar el 22 de Noviembre de 2017 y tuvieron una duración de 23 horas. El objetivo de estas sesiones fue enseñar a los estudiantes para que resolvieran situaciones matemáticas propias del pensamiento variacional a través del método de resolución de problemas abordado en la sesión número uno, utilizando la estrategia del juego. Estas actividades se organizaron en dos partes: en la primera parte (sesión 2) se trabajó en la aprehensión de los conceptos del pensamiento variacional: magnitudes, variables, variación, cambio, relaciones de dependencia e independencia, razones, correlaciones positiva y negativa, relaciones directa e inversamente proporcional, entre otras y en la segunda parte (sesión 3) se desarrolló la competencia de resolución de problemas a partir del empleo de la proporcionalidad directa e inversa.

5.2.2.1. Análisis de la segunda sesión La sesión se inició el 13 de Octubre y finalizó el 1 de Noviembre, tuvo como propósito el fortalecimiento de los conceptos que eran necesarios para el estudio de la proporcionalidad, los cuales fueron evaluados en la prueba diagnóstica, obteniendo muy bajos resultados en cuanto a su comprensión e interpretación. Esta sesión tuvo un producto final y su elaboración comprendió diferentes juegos. Comprendió 9 sesiones de clase.

Ilustración 1 Elaboración de tablas de proporcionalidad. Uso de la razón matemática.

The image shows two handwritten tables on lined paper. The first table is titled 'Proporción' and the second is titled 'FRUTICAS'.

ESTUDIANTE	10	20	30	40	50	60	70
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS	5	10	15	20	25	30	35
NÚMERO DE CESTAS	2	2	2	2	2	2	2
RAZÓN							

DINERO	100	200	300	400	500	600	700
CANTIDAD DE DULCES	50	100	150	200	250	300	350
RAZÓN	2	2	2	2	2	2	2

La primera actividad fue en la cancha del colegio, lugar en el que los estudiantes, organizados en equipos, lanzaron 10 veces al arco de baloncesto. Mientras todos los integrantes de los equipos pasaban a lanzar, los demás grupos que no realizaban dicho ejercicio, desarrollaban la segunda actividad que consistía en la consulta en diferentes sitios del colegio tales como: papelería, cafeterías, etc., sobre los precios de algunos productos, la cantidad de fotocopias requeridas en un día de acumulativos. A algunos grupos les correspondió establecer el número de tabletas por salón y consultar a algunos docentes, sobre el número de estudiantes, que debían tener los salones, para el desarrollo normal de una clase. Fue una tarea que los estudiantes realizaron muy motivados, pero algunos siguieron demostrando inseguridad y temor frente la cámara. En el salón se les pidió que con los números de cestas exitosas logradas en los 10 lanzamientos, llenaran una tabla, en las que calcularon la razón entre número de lanzamientos y cestas exitosas y se les realizaron preguntas relacionadas con los resultados tales como: “si se realizan 20 lanzamientos, es decir “el doble” de 10, ¿qué significa? A lo que EM19 respondió que: “era como la mitad de los lanzamientos”, haciendo referencia a la razón. EV37 intervino diciendo: “siempre es la misma razón”; lo que se evidenció que había comprendido dicho concepto. Haciendo referencia a la tabla elaborada se preguntó a los estudiantes ¿Qué problema se podría formar a partir de la tabla? EM17 y EM19 respondieron formulando correctamente los siguientes problemas: “Encontrar

cuantos lanzamientos dio para saber cuántas cestas tiene?”, “¿Cantidad de cestas que se fallaron?”, “Hallar la razón de la tabla”. Con las apreciaciones de los estudiantes se dedujo que estaban concentrados en la actividad y que habían comprendido el concepto de razón.

Se continuó con el planteamiento de más problemas, haciendo la siguiente pregunta: “Si tenemos un dulce para dos personas, que es igual a decir que tenemos 5 dulces para 10 personas, la razón es?”, “ EJ15 halló que la razón entre la proporción que se planteaba era de 0.5. Aprovechando la intervención se preguntó por el concepto de proporción; EM19 respondió demostrando comprender dicho concepto: “cuando las razones son iguales”. Finalmente, se elaboró una tarjeta de recuerdo y se pegó en el tablero del salón para que sirviera de afianzamiento del concepto, a lo largo de la intervención en el aula.

Los conceptos vistos en las sesiones a partir de la actividad de los lanzamientos fueron:

- Razón
- Proporción
- Magnitudes
- Relación
- Variación
- Variables
- Dependencia e independencia

A continuación se desarrollaron actividades con algunos juegos didácticos: rompecabezas, dominós y coloreado, en las que los estudiantes debían realizar las proporciones de los ejercicios planteados, para fortalecer los conceptos vistos.

Las siguientes imágenes siguientes presentan varios de los juegos en los que participaron los estudiantes:



Imagen de formación de fracciones al analizar las variables planteadas a través de rompecabezas

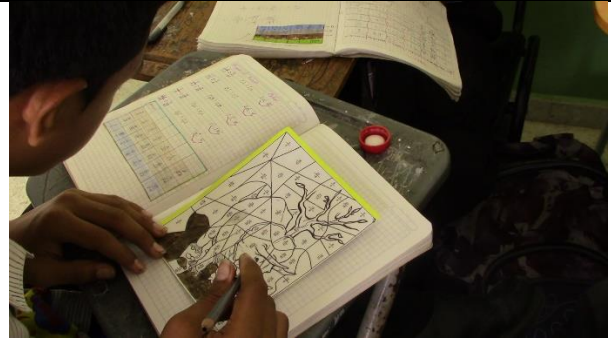


Imagen de la formación de proporciones en la tabla del cuaderno para luego colorearlas

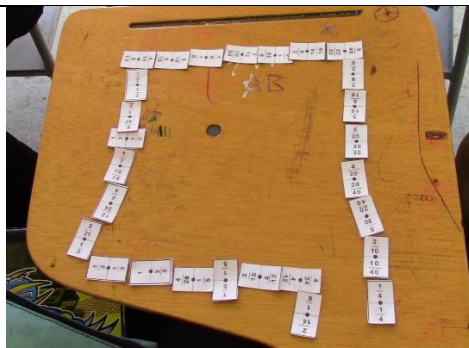
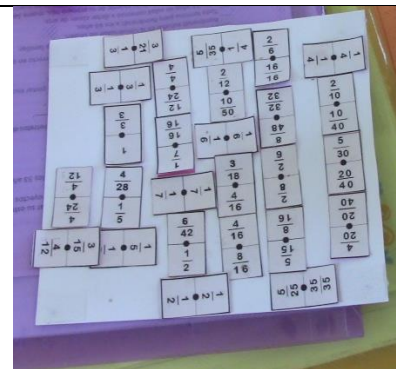


Imagen de elaboración de dominó por medio de las relaciones entre los números



El dominó se pega en una parte que forma la imagen final



Imagen final del método de resolución de problemas, formada por la realización de los juegos didácticos en su interior.

A medida que se desarrollaban las actividades, una parte de la imagen final de los ejercicios se pegaba en un cuadro, donde se conceptualizaba sobre el método de resolución de problemas, para la retroalimentación del concepto. En cada clase se explicaba el juego y los estudiantes hallaban las fracciones, para luego formar

proporciones, relaciones y las respectivas razones. En una de las clases, EL17 se dio cuenta que algunas de las fracciones de la imagen tenían números muy altos que ellos no habían encontrado, entonces preguntó a la docente diciendo: “¿profesora puedo simplificar?”, esto evidenció que habían aprendido a examinar muy bien las cantidades y también a analizar las relaciones que existían entre ellas.

Las actividades se desarrollaron de manera lúdica, por ejemplo para el dominó, se les preguntó a los estudiantes, si conocían las reglas del juego para que todos participaran bajo los mismos criterios de juego: se observó que la mayoría de los estudiantes conocían el juego. El estudiante EJ15 intervino diciendo: “que no solo haga una proporción con el número, sino pensar que puede tener el otro para que no le ayude al otro y pueda ganar él”, con esto se observó que este estudiante poseía una estrategia para ganar.

Al comienzo fue muy difícil lograr hablarles a todos porque estaban entretenidos con el material y como a los estudiantes se les habían asignado ciertos roles, desde el inicio de estas actividades, fue necesario llamar a los líderes para que sirvieran de multiplicadores de la de la información que se deseaba dar a conocer. Posteriormente, se les orientó sobre aspectos tales como simplificar o hallar el doble, triple, etc., de una cifra, para que las fichas coincidieran. En el grupo de EC05 se presentaron dificultades en la parte de la simplificación puesto que ellos solo simplificaban un solo número (en el fondo de la grabación se escucha cómo los estudiantes se preguntaban: ¿Cuánto es la quinta de?), se observó que entre ellos mismos se presentaban conflictos al existir vacíos en las operaciones básicas, entonces se hizo necesario despejar dudas sobre el proceso de división y simplificación, al interior de los grupos, porque en dichos conceptos los estudiantes presentaban falencias, aspecto que se evidenció en la prueba final, en donde los errores, al solucionar los problemas, se debían a dificultades para realizar las operaciones básicas. Se les hizo énfasis en la razón que debían hallar para encontrar las coincidencias.

Con el análisis de las acciones desarrolladas en la segunda sesión se hizo evidente el cumplimiento del propósito planeado, se observó cómo los estudiantes poco a poco se apropiaban del lenguaje matemático para establecer relaciones entre las magnitudes y además cómo utilizaban los conceptos del pensamiento variacional aprendidos en las clases. Esta sesión estuvo caracterizada por la alta participación y motivación de los estudiantes, quienes se involucraron en el desarrollo de las actividades para poder jugar.

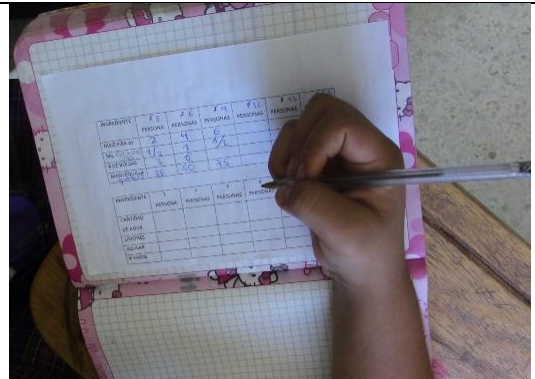
5.2.2.2. Análisis de la tercera sesión La tercera sesión se inició el 3 de Noviembre y terminó el 22 de Noviembre de 2017. Se emplearon 14 horas de clase. Esta sesión permitió articular los diferentes conceptos contemplados en la investigación, por este motivo a esta sesión se dedicó una mayor cantidad de horas con la docente investigadora, por lo tanto el propósito de la sesión fue el análisis de situaciones matemáticas por medio de la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad.

La tercera sesión comenzó con una actividad de elaboración de unas onces saludables, y donde utilizando el concepto de la proporcionalidad se emplearon los ingredientes que fueron utilizados en dicha preparación. Para tal fin fue necesario medir las cantidades empleadas para cada ingrediente y se elaboró la primera muestra. Los resultados permitieron establecer que las cantidades utilizadas eran suficientes para 3 personas y como en ese momento habían 36 personas, los estudiantes hicieron las cuentas para establecer cuanto, de cada ingrediente, se necesitaba para la totalidad de los estudiantes presentes. Esta actividad generó gran motivación y permitió introducir el concepto de la proporcionalidad en la resolución de problemas.

En las siguientes imágenes se observa la elaboración de las onces por parte de los estudiantes y el uso de la proporcionalidad directa para calcular la cantidad a emplear en sus ingredientes:



Elaboración de la once saludable a partir del uso de la proporcionalidad directa.

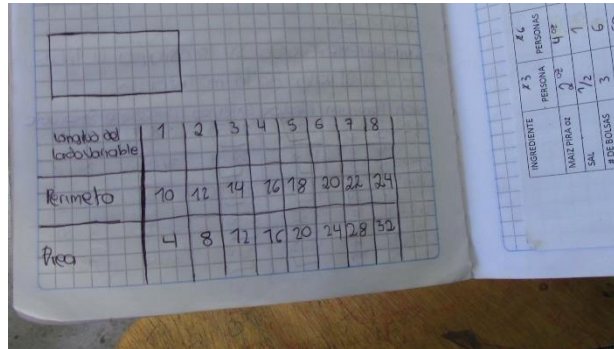


Elaboración de la once saludable a partir del uso de la proporcionalidad directa.

Culminada dicha actividad, se procedió a realizar la plenaria de los resultados de la tabla, en la que se establecieron relaciones del doble, triple y así sucesivamente de un ingrediente, con los demás, que hicieron parte de las onces, y se formaron las relaciones de proporcionalidad. Se pasó al tablero a ET33, EG10 y EM21, quienes expresaron que habían encontrado el doble, el triple y así sucesivamente. Se evidenció que los estudiantes estaban muy motivados, participaron activamente y se esforzaron por pasar al tablero. Se observó que al calcular la cantidad de sal, que estaba expresada en decimales, los estudiantes presentaron un poco de dificultad, por lo tanto se deben realizar refuerzos en esta temática.

En la segunda actividad que se planteó, se dibujó el rectángulo de lado móvil en el tablero, para ir determinando perímetro y área. Se trazó en el tablero una tabla para establecer los valores y poderlos comparar más fácilmente. Se analizó si una magnitud al aumentar, aumentaba la otra y si una disminuía la otra también lo hacía. Se explicó que a estas magnitudes se les denomina magnitudes directamente proporcionales y que su correlación es positiva.

Ilustración 2. Rectángulo de lado movable.



longitud del lado variable	1	2	3	4	5	6	7	8
Perímetro	10	12	14	16	18	20	22	24
Área	4	8	12	16	20	24	28	32

Handwritten table on grid paper showing the relationship between the length of a movable side and perimeter/area. The table has 9 columns labeled 1 to 8 and 3 rows. The first row is labeled 'longitud del lado variable', the second 'Perímetro', and the third 'Área'. The values are: (1, 10), (2, 12), (3, 14), (4, 16), (5, 18), (6, 20), (7, 22), (8, 24) for perimeter; and (1, 4), (2, 8), (3, 12), (4, 16), (5, 20), (6, 24), (7, 28), (8, 32) for area.

Esta actividad reforzó los conceptos de perímetro, área, variables, variación, correlación positiva y negativa. Al pasar al tablero EM20, colocó los resultados en forma correcta.

Ilustración 3. El juego de los aplausos.



Se presentó un juego para establecer relaciones entre números por medio de aplausos. La primera actividad consistió en dar 3 aplausos por cada 2 aplausos que daba la profesora. La siguiente actividad consistió en dar 5 aplausos por parte de los estudiantes, por cada tres que la profesora daba. Luego se procedió a dividir a los estudiantes del salón en dos grupos, cada uno correspondiente a la mitad de los estudiantes. Un grupo debía dar un número determinado de aplausos y el otro grupo debía responderle y posteriormente trabajar en parejas quienes habían entendido el juego, con aquellos que no, porque se detectó que algunos estudiantes no habían comprendido su mecánica y las operaciones realizadas. Con la ayuda de los

compañeros se logró que estos estudiantes entendieran dichas operaciones. La docente apoyó y reforzó dicho concepto.

El juego de los aplausos, fue utilizado para que en forma didáctica los estudiantes establecieran relaciones y utilizará lenguaje matemático. El estudiante EP23 presentó dificultades en la comprensión de las reglas del juego, pero con la ayuda de los compañeros logró comprenderlas. Por esta razón se decidió reforzar el concepto de proporción y se les proyectó el video: guía de Escuelas que aprenden, de la empresa Terpel para el desarrollo del pensamiento variacional.

La tercera actividad consistió en la proyección de los carteles del pensamiento variacional y en preguntarles, según las imágenes, si se mantenía o no la relación. EH12 respondió: “una proporción se forma realizando una multiplicación”, lo que evidenció que sabía cómo sacar la razón y la formación de proporciones. EC05 entendió muy bien la actividad y quiso ser el primero en responder. Los estudiantes estuvieron muy atentos en la actividad y en la explicación sobre el hecho de que con la suma no se podía formar proporciones, ya que este proceso solo se podía realizar con la multiplicación.

Una vez culminada la tercera actividad, se propuso el desarrollo de guías para la práctica de lo aprendido. Se observó que EL17 explicaba muy bien a sus compañeras y que en general todos los estudiantes trabajaban dedicados a desarrollar las guías. EL28 no hallaba razones, pero identificaba la relación que se presentaba en los ejercicios (el triple, el doble). A través de los talleres se abordaron los conceptos de correlación positiva y negativa, con sus respectivas gráficas de las relaciones directa e inversamente proporcional a través de diversos ejercicios. Se revisó en qué etapa del método de resolución de problemas se iba a utilizar dicha temática y los estudiantes dedujeron que en la etapa de concepción, es decir cuando se analizaban las variables y como se relacionaban. Se hizo retroalimentación del concepto de fracciones equivalentes para desarrollar la regla

de tres. EJ15 expresó que formó las proporciones en forma inversa y que el valor de las razones era igual.

Los estudiantes leyeron y analizaron las diferentes opciones que debían contemplar y aplicar para responder correctamente. ET33 continuamente encontró la solución a los problemas planteados, se caracterizaba por ser muy analítico y respondía rápida y acertadamente.

Se procedió a unificar los conceptos vistos en la segunda y tercera sesión con el método de resolución visto en la primera sesión, y a repasar los conceptos de divisiones, multiplicaciones utilizadas en la regla de tres.

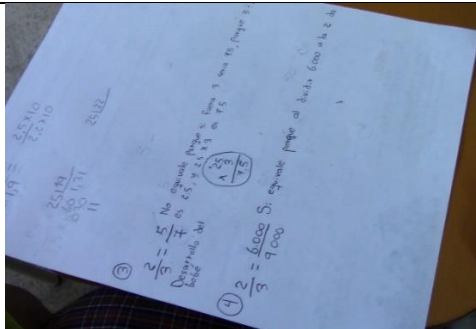


Imagen de los estudiantes resolviendo problemas de proporcionalidad

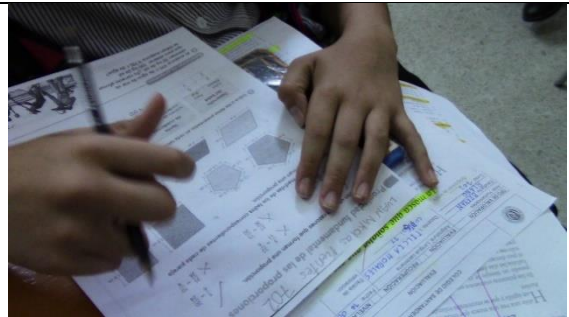
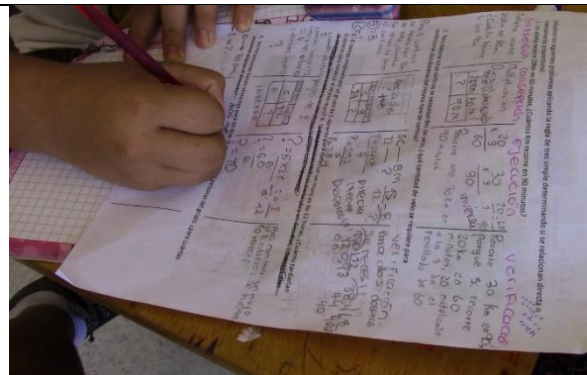


Imagen de los estudiantes resolviendo problemas de proporcionalidad



Imagen de problemas de correlación directa e inversa

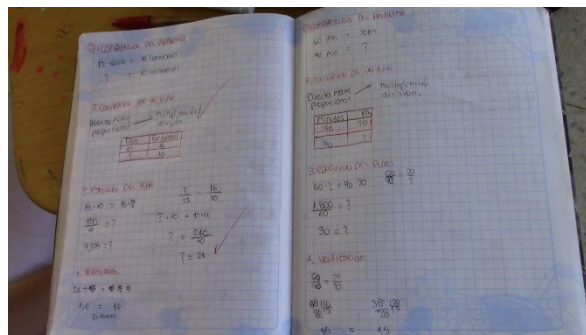


Taller de aplicación

Para terminar la etapa de desarrollo se procedió a instruir a los estudiantes para que se organizaran en grupos, de acuerdo con sus preferencias, para resolver un taller que permitía aplicar lo visto en el proyecto.

Algunos estudiantes compararon sus trabajos con los realizados por los estudiantes de otros grupos y resolvieron algunas dudas, en su lenguaje común. Uno de los grupos en donde se encontraba EM18, cuestionó a la docente sobre el proceso de verificación y se pactó con todos los estudiantes durante esa fase se realizaría el hallazgo de las razones para determinar si la respuesta encontrada por cada grupo era la correcta y si cumplía con las condiciones del problema. Se revisó el trabajo en todos los grupos y se resolvieron las dudas que se presentaban sobre el proceso de desarrollo y la presentación del trabajo. ES32 realizó, en forma rápida, un trabajo que demostraba su comprensión del método de resolución de problemas y la docente investigadora mostró su trabajo a los otros grupos en que se habían dividido los estudiantes.

Ilustración 4. Cuaderno de ES32 con el proceso para resolver problemas matemáticos.



La última actividad desarrollada en la sesión fue el juego de ritmo matemático, que consistió en que los estudiantes enumeraran y conceptualizaran sobre los términos aprendidos. En medio de risas y equivocaciones se repasaron los conceptos de proporción, correlación, magnitudes, concepción, variable, etc.

El análisis de la fase de desarrollo y de las diferentes actividades que la constituyeron, permitió establecer que se cumplió el propósito de las sesiones tres y cuatro, en las que paulatinamente se fueron abordando los conceptos abordados, para que los estudiantes tuvieran herramientas para la correcta solución de los problemas. Se observó que existían falencias y debilidades, en varios estudiantes al realizar las operaciones básicas que se requerían para el manejo de la etapa de ejecución. Los estudiantes cometieron errores por sus deficiencias en tablas de multiplicar, divisiones, etc., pero se resalta que la gran mayoría de los estudiantes, mejoró significativamente, en la resolución de problemas matemáticos, ya que al finalizar la fase desarrollo manejaban los 4 pasos, que debían ejecutar según el método planteado y que poco a poco, a veces cometiendo errores, y en otras ocasiones no, utilizaron el método y lograron resolver problemas en forma correcta, situación que se observó en los resultados obtenidos por dichos estudiante en la prueba final.

5.2.3. Actividad de Cierre Esta actividad se realiza el 24 de Noviembre de 2017, en el aula de Tecnología de la institución y tuvo una duración de dos horas, comprendió la sesión número 4 en el marco de la secuencia didáctica planeada en la presente investigación.

5.2.3.1. Cuarta sesión Esta sesión fue diseñada para evaluar el proceso de resolución de problemas de los estudiantes mediante la estrategia del juego y como cierre de la etapa de intervención en el aula propuesta en el diseño metodológico de la investigación. Ver registro videográfico de la sesión.

Se organizó el aula decorándola con carteleras de contenido matemático que hacían alusión a la actividad de comida saludable llevada a cabo en la primera sesión. El juego consistió en colocar estaciones en el piso y, en cada peldaño de las mismas, la imagen de una fruta o verdura que contenía una actividad diferente: tales como: resolver un problema, hacer penitencia, desarrollar actividades grupales.

Igualmente, se colocaron palabras que indicaban una acción por ejemplo la palabra cangrejo indicaba que se debía: retroceder dos espacios, la palabra sombrilla: perder el turno, etc. Para avanzar de un paso a otro se tiraban dardos al blanco y según el lugar donde caía el dardo, se establecía el número que se debía adelantar. El objetivo del juego fue llegar a la meta solucionando las acciones que se planteaban en cada uno de los peldaños. En el interior de los equipos se distribuyeron los roles que debían desempeñar cada estudiante: los dos estudiantes que debían a resolver los ejercicios, el que lanzaba al blanco, el que se situaba en las estaciones, el que llevaba los resultados a los jueces, el que hacía las penitencias. Cuando salía la palabra “mariposa” en el juego, todos los integrantes de los equipos, debían cambiar de rol. Para el desarrollo del juego se designaron tres jueces y dos utileros que fueron los encargados de recoger los dardos y colaborar en el desarrollo de la actividad.

A continuación se presentan imágenes de la actividad:

Ilustración 5. Imágenes del Juego Final



Imágenes decoración del juego final

Imágenes decoración del juego final



Imágenes EM18 en tiro al blanco



Imágenes decoración del juego final

La actividad se inició con la lectura del nombre del juego, que fue leído por EC05 (utilero): “Bienvenidos al juego de resolución de problemas con la comida saludable”. Los estudiantes estaban muy ansiosos y se percibía conformidad por iniciar el juego, aceptando rápidamente los roles que les fueron asignados.

En esta etapa se presentó la primera fase del proceso de resolución de problemas, a través de la comprensión de la mecánica del juego y se asignaron roles y se analizó cada etapa, cada instrucción, del juego.

El juego se inició con la práctica del tiro al blanco con dardos, para continuar con los lanzamientos. Se percibió dificultad en el lanzamiento, debido a que la distancia de tiro era larga y era difícil lanzar los dardos y lograr que se incrustaran en el tablero. Fue necesario disminuir la distancia de tiro para lograr una mayor efectividad de tiro. Los estudiantes se mostraron muy motivados e hicieron respetar las reglas del juego. Las penitencias consistían en la resolución de problemas de la cotidianidad.

En las siguientes imágenes se observan diversas tomas de la actividad desarrollada.



Imagen grupo de estudiantes: EM19, EL16 y EM21 resolviendo un problema con las cuatro fases trabajadas

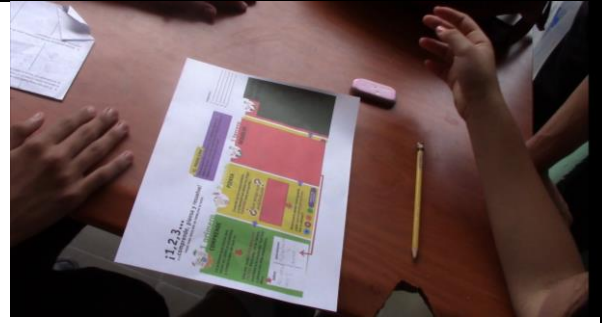


Imagen grupo de estudiantes: EM19, EL16 y EM21 resolviendo un problema con las cuatro fases trabajadas



Imagen grupo de la estudiante ES29 resolviendo un problema con las cuatro fases trabajadas



Imagen grupo de estudiantes: EV37, ED06, ER27 y EM21 resolviendo un problema con las cuatro fases trabajadas



Imagen de actividad medir el grupo que menos tiempo gastara en recorrer una distancia amarrados en los pies en parejas



Imagen de la proporción que simbolizaron los estudiantes EF08, EH13, ER26, EP23 y ES31



Imagen del grupo deletreando palabras de proporcionalidad (variable)



Premiación grupo No.4 ganador (juegos didácticos)

Se desarrollaron diferentes actividades una de las penitencias era el deletreo de una palabra de la proporcionalidad y el grupo de EJ15, ES32, EG09, EC04 y ET33 expresó que quería deletrear la palabra variable, mostrando la comprensión del término.

Algunos grupos desarrollaron ejercicios utilizando las 4 fases estudiadas y trataron de ser exitosos para ganarse los puntos, ejercicio en el que resultó como grupo ganador el conformado por ED06, EZ38, ER27, EC03 y EV37.

Una de las penitencias consistía en formar con plastilina una proporción. Como resultado de esta actividad se estableció que 1 vaca producía 2 botellas de leche y que 2 vacas producían 4 botellas de leche. Con plastilina los estudiantes hicieron los animales y las botellas de leche. Esta actividad demostró que los estudiantes habían comprendido el concepto de la formación de las proporciones, en la plenaria cada grupo recordó lo que había realizado en la actividad y se les preguntó: ¿Los estudiantes del grupo formaron una proporción?, los estudiantes contestaron a una sola voz: "SI".

Se continuó con las diferentes actividades propuestas, pero debido al corto tiempo fue necesario terminar el juego. Se observó gran expectativa y emoción, por el siguiente encuentro en el que se iba a jugar con las matemáticas.

Para finalizar esta sesión se repartió una paleta de frutas y se les pidió a los jueces que establecieran la puntuación de cada grupo para la premiación del grupo ganador. Se resalta el trabajo colaborativo que se dio entre los grupos y el trabajo de la plastilina, en la que los estudiantes fueron muy creativos. A los estudiantes se les pregunta por la actividad y se mostraron muy contentos por el trabajo desarrollado durante ese día. EL17 expresó que: “El juego fue lo mejor, profesora”. Se indagó por las demás actividades y varios estudiantes se refirieron a las que se habían realizado: EC04: rompecabezas, EM21: cestas, EJ15: juego de la memoria, EV37: cafetería, etc., EL17 y EC03: los videos. Se evidencia que el trabajo realizado fue muy significativo porque los estudiantes recordaban con precisión las actividades desarrolladas y se generó un ambiente de aprendizaje, desde la iniciación del proceso al observar los videos del problema cotidiano.

De esta forma, se cumplió con el propósito de la sesión: utilizar el juego como estrategia para que los estudiantes solucionar situaciones problemáticas relacionadas con proporcionalidad directa e inversa.

5.3. ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL

5.3.1. Descripción y análisis de la prueba final El objetivo de esta prueba fue determinar fortalezas y dificultades de los estudiantes al resolver problemas matemáticos relacionados con proporcionalidad. A su vez, analizar el efecto de la estrategia de intervención a partir de las dificultades que presentaron los estudiantes en la prueba diagnóstica.

La prueba estuvo conformada de dos partes: una primera parte en donde se indagó al estudiante mediante dos preguntas sobre sus pensamientos, actitudes y motivaciones que experimenta a la hora de solucionar problemas, se les propuso las mismas preguntas del diagnóstico para evaluar su progreso. Los interrogantes fueron tomados de un artículo de la Revista Educación Matemática⁹¹ escrito por Manuel Santos Trigo. A su vez, se realizó un sondeo sobre el conocimiento de la terminología necesaria para estudiar la proporcionalidad después de haber intervenido en el aula.

La segunda parte constó de: dos problemas tomados de los cuadernillos de las Pruebas Saber 5 Matemáticas del Ministerio de Educación y el ICFES aplicadas en los años 2012 al 2015 y dos problemas abiertos para evaluar el proceso de resolución seguido por los estudiantes cuando deben solucionar una situación matemática.

La prueba final se realizó durante los días 24 y 27 de Noviembre de 2017 (ver anexo G).

En este capítulo se comprueban los resultados obtenidos en la presente prueba con los registrados en la prueba diagnóstica para evaluar si hubo avances. 37 estudiantes presentaron la prueba; el número disminuyó con respecto a la prueba inicial ya que la estudiante EG11 no volvió a clases a partir de los primeros días del mes de Noviembre. Inicialmente la prueba constaba de cuatro problemas, pero debido al tiempo que se disponía para la presentación de la misma, hubo la necesidad de suprimir uno de ellos y se seleccionó el problema B.

5.3.2. Resultados primera parte de la prueba final En la siguiente tabla se presentan los resultados de la primera parte de la prueba final y se analizan las

⁹¹ SANTOS, Luz. Revista Educación Matemática. ¿Qué significa el aprender matemáticas? Una experiencia con estudiantes de cálculo. Vol.7-No.1. México D.F. Abril 1995. p. 58

actitudes presentadas por los estudiantes a la hora de solucionar un problema después de haber realizado la intervención en el aula.

Tabla 19. Resultados primera parte de la prueba final. pregunta no.1

Pregunta No.1	Respuesta 1 Lo vuelve a leer hasta que logra entenderlo	Respuesta 2 Le pregunta al docente	Respuesta 3 No lo resuelve	Respuesta 4 Escribe las respuestas 1 y 2	Respuesta 5 Escribe otras respuestas
Después de leer un problema y no entenderlo, ¿qué es lo que hace?	EA01 EB02 EF08 EH12 EM20 EP22 EP24 ER25 EP26 ES30 EV38	EC04 EC05 EH13 EM18 ER28 ET35 ES33	EM21	EC03 ED06 EF07 EG09 EG10 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM19 EP23 ER27 ES29 ES31 ET36 EV37	ES32 ET34
Evidencias	EF08: “Volver a leerlo asta comprenderlo y realizarlo y Buscar la solución”	Et33: “Decirle a la profesora que me explique o si no hacer un ejemplo que la profesora haga en el tablero y ver como le dio ese resultado para ay si entenderlo”	EM21: “Paso al siguiente y si no lo entiendo paso al otro y al final los intento desarrollar”	EF07: “Pues lo que yo ago es preguntarle ala profesora o si no lo buelbo a leer y asi poder contestar el problema”	ET34: “hacer los 4 problemas básicos comprensión del plan Concepción del plan Verificación del plan Ejecución del problema”
No. de estudiantes y porcentaje	11 30%	7 19%	1 3%	16 43%	2 5%

A partir de los resultados de la tabla anterior se observa todavía que los participantes del estudio dependen de la aprobación de la docente para saber si están interpretando correctamente los datos del problema, esto se expone en el porcentaje que abarca la respuesta 2 y 4 que equivale al 62% del grupo analizado. Se evidencia una nueva categoría que surge al preguntarles a algunos estudiantes qué se debía hacer, ellos inmediatamente recordaban los 4 pasos vistos en el proceso y lo decían tal como se observa en la última columna. Al respecto Polya nos orienta al afirmar que “el enunciado verbal del problema debe ser comprendido. El maestro puede comprobarlo, hasta cierto punto, pidiéndole al alumno que repita el enunciado, lo cual deberá poder hacer sin titubeos⁹²”, se cita al autor porque se debe resaltar que los estudiantes participantes del estudio se preocupan por comprender el problema, ya sea por sí mismos o por sus compañeros o le preguntan a la docente, es una gran ganancia para la investigación porque se ha logrado concientizar esta parte del proceso en los estudiantes, garantizando tengan un buen desarrollo en la resolución del problema al haberlo comprendido realmente.

Tabla 20. Resultados primera parte de la prueba final. Pregunta No.2

PREGUNTA No.2	RESPUESTA 1 No lo verifica	RESPUESTA 2 Lo verifica
Después de que obtiene la solución de un problema, ¿qué es lo que hace?	EB02 EC04 EF07 EF08 EH13 EL16 EM20 EM21 EP24 ES31 ET34 ET36	EA01 EC03 EC05 ED06 EG09 EG10 EH12 EH14 EJ15 EL17 EM18 EM19 EP22 EP23 ER25 EP26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES32 ES33 ET35 EV37 EV38
Evidencias	ET34: “pues responder bien las pregunta pero lo más importante es desarrollarlo y entenderlo muy bien”	ES33: “verificar el problema para ver si me quedo bien o mal, para saber si los datos del problema si coinsiden”
No. de estudiantes:	12 32%	25 68%

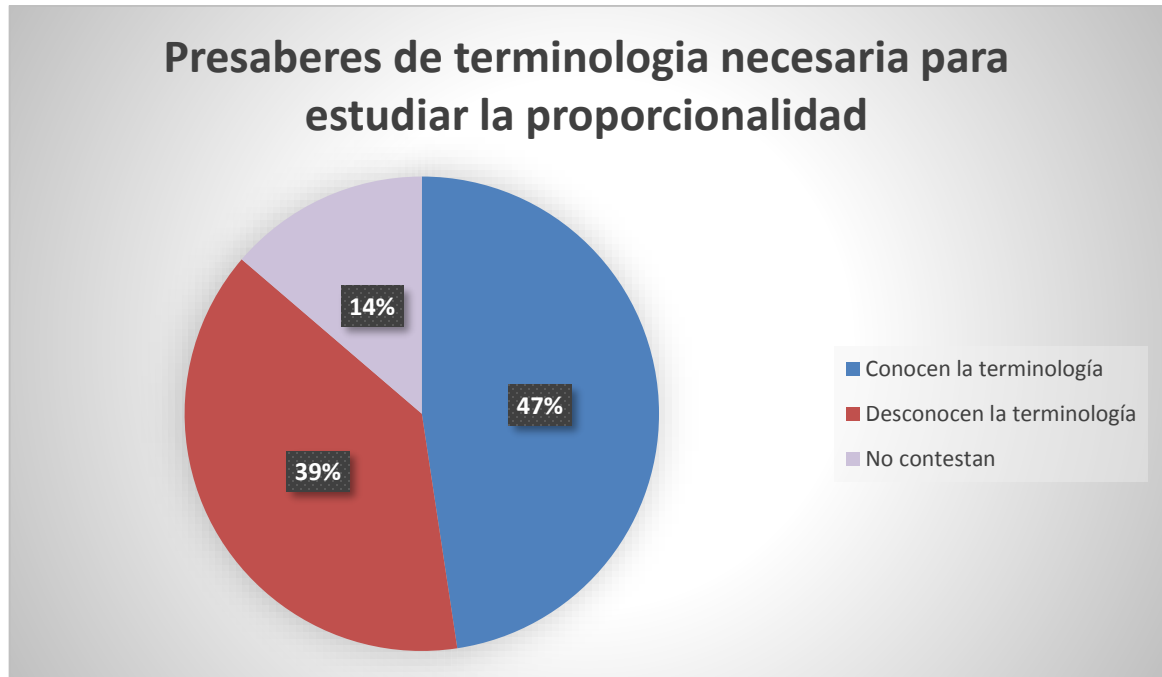
⁹² POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México D.F. 15 reimpresión Febrero 1989. p. 29

Con los resultados logrados para esta pregunta, se demuestra que los estudiantes ahora comprueban su desempeño individual, el cual hace parte del método de solución y lo afirman con propiedad a la hora de escribir la respuesta tal como se evidencia en el ejemplo escrito en la tabla. A través de lo vivido en la intervención en el aula se observó la falta de decisión y seguridad a la hora de evaluar su trabajo, muy pocos son los que defienden con argumentos sus procesos, porque algunos tienen todavía dificultades en las operaciones básicas y carecen de creatividad para usar otra estrategia.

Tabla 21. Indagación de la terminología necesaria para la proporcionalidad.

PRE-SABERES	No. de estudiantes que conocen la definición	No. de estudiantes que desconocen la definición	No. de estudiantes que no responden	Total
Problema	34	3	0	37
Variación	14	17	6	37
Cambio	15	16	6	37
Magnitud	9	18	10	37
Variables	11	18	8	37
Dependencia	20	11	6	37
Independencia	21	11	5	37
Relación	14	18	5	37
Razón	6	23	8	37
Patrón	19	16	2	37
Proporción	10	19	8	37
Directamente proporcional	27	9	1	37
Inversamente proporcional	29	7	1	37

Gráfica 11. Resultados Indagación de terminología. Prueba Final



Los resultados de este ítem permiten mostrar que los estudiantes ahora conocen los conceptos que se requieren en el pensamiento variacional, según el transcurrir de las clases se considera que es mayor, lo que ocurre es que en algunos casos los estudiantes tienen dificultad para expresar sus saberes. Aunque el porcentaje del criterio de conocimiento de la terminología es significativo (46%), es necesario seguir implementando estrategias para subir este porcentaje y mejorar el desempeño de los estudiantes en el pensamiento estudiado.

5.3.3. Resultados segunda parte de la prueba final Inicialmente se habían planeado proponerles 2 problemas (A y B) para que los estudiantes los solucionaran de la misma forma que se aplicó el diagnóstico, pero debido a organización interna de la institución los estudiantes terminaron antes su año escolar y la mayoría no debía regresar a clases, por lo tanto hubo la necesidad de omitir el problema B, que aunque algunos trataron de resolverlo con éxito, no alcanzaron a contestar las 9 preguntas solicitadas. Ahora bien, se encontrará el análisis del primer problema y

a continuación el análisis de los dos problemas abiertos relacionados con proporcionalidad directa e inversa.

A continuación se presenta la rejilla de evaluación mediante la cual se hará el análisis de los problemas A, C y D de la presente prueba:

5.3.3.1. Criterios para el análisis de la prueba final

Tabla 22. Criterios para el análisis de la prueba final

	BAJO – MINIMO (0 – 3)	MEDIO - SATISFACTORIO (4-7)	ALTO – AVANZADO (8-9)
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	<p>Confunde las variables</p> <p>No establece relaciones de dependencia e independencia</p> <p>Se le dificulta encontrar la pregunta</p> <p>No logra entender la situación problema</p>	<p>Reconoce las variables y magnitudes</p> <p>Las relaciones de dependencia e independencia que no son definidas</p> <p>No diferencia la pregunta</p>	<p>Reconoce las variables y magnitudes</p> <p>Establece relaciones de dependencia e independencia entre las variables</p> <p>Identifica la pregunta</p>
CONCEPCIÓN DEL PLAN	<p>No traza ningún plan O estrategia clara</p> <p>No presenta un proceso estructurado de resolución</p>	<p>Presenta algunas dificultades para determinar la estrategia</p> <p>En ocasiones presenta dificultad para mostrar procesos de resolución de problemas</p>	<p>Propone posibles estrategias de resolución</p> <p>Tiene procesos definidos de solución</p>
EJECUCIÓN DEL PLAN	<p>No utiliza un plan para la resolución</p>	<p>Aplicó el plan trazado, pero de</p>	<p>Ejecuta el plan de manera clara y</p>

	BAJO – MINIMO (0 – 3)	MEDIO - SATISFACTORIO (4-7)	ALTO – AVANZADO (8-9)
	de la situación problema No determina la correlación y no representa una estrategia clara de resolución No reconoce la razón y realiza procesos y cálculos sin alguna lógica	manera incompleta, sin embargo utiliza una estrategia No determina la correlación existente entre las variables. No escribe la razón y presentó errores en el procedimiento ocasionando respuestas incompletas o incorrectas	apropiada utilizando una estrategia definida Determina la correlación existente entre las variables Escribe la razón existente entre las variables que lo llevó a solucionar correctamente la situación
VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	No comprueba su solución	Prueba su solución, acomodando su respuesta Presenta dificultad para plantear otra estrategia de solución	Valida correctamente su proceso y su respuesta Propone otra forma de solución

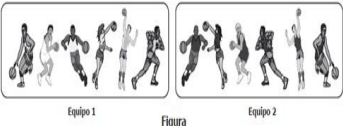
5.3.3.2. Presentación, Análisis e Interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema matemático A sobre Proporcionalidad. Se presentan los resultados de la prueba final haciendo uso de la rejilla de la tabla No.3, para clasificar a los estudiantes según los niveles mínimo, satisfactorio y avanzado. El ejercicio planteado a los estudiantes está clasificado en el nivel satisfactorio como lo establece la Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las Pruebas SABER 3°, 5° y 9°, emitidas por el ICFES y el Ministerio de Educación Nacional en el 2015⁹³. Con el problema se va a evaluar el desempeño de cada estudiante del grado objeto de estudio de la Institución Educativa en cada una de las fases propuestas por Polya para la resolución de un problema y al mismo tiempo se contrastarán los resultados

⁹³ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Guía de interpretación y uso de resultados de establecimientos educativos. Prueba saber 3°, 5° y 9°. Colombia 2015. 96P

obtenidos con los resultados de la prueba diagnóstica, para evaluar la intervención en el aula, como parte del proyecto de grado de la Maestría en Pedagogía de la Universidad Industrial de Santander. Para la realización de las siguientes tablas se tuvo en cuenta el resumen de resultados (Anexo H)

A. Análisis Prueba Final Fase 1: Comprensión del problema

Tabla 23. Resultados fase 1: Comprensión del problema

Enunciados del problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
<p>A. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos:</p>  <p>Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?</p>	<p>1. Análisis de las variables Pregunta: 1. Cuáles son las magnitudes del problema:</p>	<p>Estudiantes: EB02 EP24 ES31</p> <p>Total: 3 estudiantes 8%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EB02: “interviene la figura de cada equipo”</p>	<p>Estudiantes: EA01 EG10 EH14 EM19 ES33 ET34 EV36</p> <p>Total: 7 estudiantes 19%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG10: “12 JUGADORES DE BASQUETBOLL”</p>	<p>Estudiantes: EC03 EC04 EC05 ED06 EF07 EG09 EH12 EJ15 EL16 EL17 EM18 EM20 EM21 EP22 EP23 ER25 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES32 ET35 EV37</p> <p>Total: 24 estudiantes 65%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER26: “12 jugadores 2 equipos”</p>	<p>Estudiante s: EF08 EH13 EZ38</p> <p>Total: 3 estudiantes 8%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes :</p>
	<p>2. Relaciones de dependencia e independencia</p>	<p>Estudiantes: EA01 EF07 EM19 EP24 ER25 ER27</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC03 EC04 EC05 ED06 EG09</p>	<p>Estudiantes: EJ15 EM21 EP22 ER26 ES32 ES33</p>	<p>Estudiante s: EF08 EM18</p>

Enunciados del problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	<p>Pregunta: 2.Cuál es la relación entre las magnitudes mencionadas en la pregunta anterior?</p>	<p>ES30 ES31 EV37 Total: 9 estudiantes 24% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES31: “Ninguna ya que en la pregunta anterior no había magnitudes”</p>	<p>EG10 EH12 EH13 EH14 EL16 EL17 ER28 ES29 ET34 ET35 EV36 Total: 17 estudiantes 51% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL17: “la relación es que si no sabemos el número de personas no podremos dar el número de equipos”</p>	<p>Total: 6 estudiantes 16% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER26: “inversamente proporcional negativa”</p>	<p>EM20 EP23 EZ38 Total: 5 estudiantes 13% Ejemplo de respuesta de los estudiantes :</p>
	<p>3. Identificación de la pregunta 3. Explique con sus palabras qué debe encontrar</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EL16 EP24 ES30 ES32 ET34 ET35 Total: 8 estudiantes 21%</p>	<p>Estudiantes: EP23 ER25 ER26 Total: 3 estudiantes 8%</p>	<p>Estudiantes: EC03 EC04 EC05 ED06 EF07 EG09 EG10 EH12 EH13 EH14 EJ15 EL17 EM18 EM19 EM20 EM21 EP22 ES33 ER27 ER28 ES29</p>	<p>Estudiante: EF08 Total:</p>

Enunciados del problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EL16: “la diferencia entre los dos equipos que juegan un partido”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER23: “la manera de armar los equipos para estar en la igualdad”	ES31 EV36 EV37 EZ38 Total: 25 estudiantes 68% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH12: “saca 3 grupos con los mismos integrantes requeridos”	1 estudiantes 3%

Para el primer criterio: Análisis de las variables, muestra que el 84% de estudiantes se encuentra en el nivel satisfactorio y avanzado y en el nivel mínimo se encuentra en 8%, lo que permite concluir que los estudiantes se preocupan por la comprensión del problema seleccionando las variables o magnitudes que se estudian, otro aspecto que hace referencia esta etapa es al uso del lenguaje matemático, es común en este momento hablarle a los estudiantes de variables, cambios, relaciones entre las magnitudes, etc., es decir el vocabulario matemático se ha enriquecido en el aula de clases.

Para el segundo criterio: Relaciones de dependencia e independencia, es el de mejores resultados pues el nivel mínimo está en 24%, es decir únicamente 9 de los 37 estudiantes no establece las relaciones que existen entre las variables estudiadas en el ejercicio planteado. Para los niveles satisfactorio y avanzado el porcentaje es de 66% demostrando que los estudiantes logran establecer las relaciones entre las magnitudes, no siempre del todo correctas pero es de resaltar que analizan los comportamientos de cada una y son capaces de construir la dependencia y la independencia entre ellas, por ejemplo escriben: “a más equipos menos jugadores”, “a menos equipos más jugadores”, “inversamente proporcionales”, “directamente proporcionales”.


En el tercer criterio: Identificación de la pregunta, es importante resaltar que el comportamiento de los estudiantes se encuentra en su mayoría en los niveles avanzado y satisfactorio para esta prueba con un 75% de los estudiantes. En el nivel mínimo el porcentaje es 21%, es decir a los estudiantes se les facilita buscar la incógnita del problema a partir de la identificación de la pregunta. Para esta prueba se ha ubicado en el nivel más bajo a aquellos estudiantes⁷ que escriben que lo que deben encontrar es la incógnita, pero no la señalan, con esto se evidencia que la dificultad se encuentra en que desarrollaran el problema y ellos lo que hicieron fue escribir lo que iban a hacer.

En conclusión para la primera etapa del método de resolución de problemas: “Comprensión del Problema” se afirma que el 57% es decir 21 estudiantes de los 37 que finalizaron el año escolar, realmente demuestran que logran superar esta etapa con éxito, ubicándose en dos de los tres criterios en los niveles satisfactorio y avanzado, con esto se evidencia el trabajo de los jóvenes por entender el problema después de la intervención en el aula.

B. Análisis prueba diagnóstica. Fase 2: Concepción del Plan

En esta fase a través de la intervención en el aula se les indicó que debían establecer una estrategia, realizar un cuadro para relacionar las variables y escribir el tipo de correlación que existía, de esta forma se evaluó el proceso de elaboración del plan, acompañados de la rejilla antes seleccionada. Los resultados encontrados fueron los siguientes:

Tabla 24. Resultados fase 2: concepción del plan

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
<p>A. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos:</p>  <p>Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?</p>	<p>Determina la estrategia y Estructura del proceso de resolución</p> <p>Pregunta: 4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación.</p>	<p>Estudiantes: EC03 EH13 EH14 EL17 EM19 EP23 EP24 ER26 ER28 ES31 ET34 EV36 EV37 EZ38 Total: 14 Estudiantes 39%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ET34: “pues debería sumar despues restar para poder desarrollar la solución y ejecución del problema y hacer todos los pasos bien para poder dar unos</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC04 EG09 EL16 EM20 ER27 ES29 ET35 Total: 8 Estudiantes 21%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES29: “Así lo resuelvo YO= 12 jugadores = 2 equipos de 6 jugadores despues cambia a 3 equipos conformado con ? Directamente = proporcional = multiplicación y división”</p>	<p>Estudiantes: EB02 EC05 ED06 EF07 EG10 EH12 EJ15 EM18 EM21 EP22 ER25 ES30 ES32 ES33 Total: 14 Estudiantes 39%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM18: “primero entender el problema después empezar a pensar en un plan para realizarlo el problema y despues el plan para resolverlo y enseguida la</p>	<p>Estudiante s: EF08 Total: 1 Estudiante s 3%</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		buenos resultados”		ratificación o sea verificarlos si quedo correcto”	

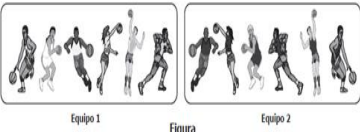
Después de la revisión de las pruebas de los estudiantes se puede determinar que el comportamiento de este criterio se presenta en su mayoría para los niveles satisfactorio y avanzado con un 60% en la prueba final, aunque el nivel mínimo está en un 39%, es decir muy alto, lo que hace necesario el refuerzo en el proceso de construcción del proceso. Lo importante para resaltar es que los estudiantes continúan seleccionando estrategias para solucionar el problema: esta selección también depende del problema planteado, por ejemplo en este criterio han seleccionado en su mayoría la prueba y error: EA01, EC03, EC04, EC05, EG09, EG10, EH12, EJ15, EH13, EH14, EM18, ER26, ER27, ER28, ES29, ES31, ES33, ET35 y EV36; Búsqueda de regularidades lo han seleccionado EF07, ER25 y ES32; experimentación con la posible solución: EP24 EM20 y EP22, algunos estudiantes no utilizaron estrategia pues el ejercicio se podía solucionar también mentalmente a partir de hacer operaciones básicas: EB02, EL17, EM19, EP23, ES30, ET34, EV37 y EZ38 y otros finalmente no lo resuelven: ED06, EF08, EL16, EM21 solo escriben que deberían hacer.

C. Análisis prueba diagnóstica. Fase 3: Ejecución del Plan

En esta etapa del proceso la mayoría de los estudiantes han utilizado para resolver los problemas la estrategia de ensayo y error sin ellos determinarla de esta forma, los estudiantes por su cuenta la utilizan y comparan sus resultados con los otros compañeros y se dan cuenta que han utilizado el mismo proceso⁹⁴. A continuación se muestran los resultados del problema A resuelto por los estudiantes:

⁹⁴ GUZMAN, Miguel. Resolución de problemas. Capítulo 5. Servicioseducarm.es.

Tabla 25. Resultados fase 3: ejecución del plan

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
<p>A. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos:</p>  <p>Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?</p>	<p>Resuelve el problema mediante un plan utilizando una estrategia</p> <p>5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior</p>	<p>Estudiantes: EB02 ED06 EH13 EL16 EL17 EM19 EM21 EP23 ER25 EV37 EZ38</p> <p>Total: 11 estudiantes 30%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM19: "3 ÷ 12 = 4 en cada grupo debe de haber 4 jugadores"</p>	<p>Estudiantes: EA01 EC04 EF07 EG09 EG10 EH14 EJ15 EM18 EM20 EP22 EP24 ER27 ER28 ES29 ES30 ES31 ET34 ET35 EV36</p> <p>Total: 19 estudiantes 51%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15: "Comprensión 6 jugadores por equipo hay 2 equipos si hubiera 3 equipos cuantos jugadores. Concepción: la tabla y la relación. Ejecución la regla</p>	<p>Estudiantes: EC03 EC05 EH12 ES32 ES33</p> <p>Total: 5 estudiantes 13%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES32: "Comprensión: 6 jugadores = 2 equipos ? jugadores = 3 equipos Concepción: directamente proporcional – multiplicación, división EJECUCIÓN:</p>	<p>Estudiantes: EF08 ER26</p> <p>Total: 2 estudiantes 5%</p>

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
			de tres y luego en verificación las razones.”	$6 \times 3 = 18 \div 2 = ?$ $9 = ?$ VERIFICACION: $N: \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = 1,5$ $= 1,5$ Es correcto el resultado	
	Determinación de Correlación entre las variables. 6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?	Estudiantes: EA01 EB02 EC04 EL16 ER25 ES31 ET35 Total: 7 Estudiantes 19% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ER25: “Que se deben variar los jugadores si no se varian	Estudiantes: ED06 EF07 EG09 EH14 EM19 EM20 EP24 ER27 ER28 ES29 ES33 ET34 EV36 Total: 13 Estudiantes 35% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EH14: “Pues que había un equipo De 12 Jugadores y Despues Dos	Estudiantes: EC03 EC05 EG10 EH12 EJ15 EL17 EP22 ER26 ES32 Total: 9 Estudiantes 24% Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EG10: “QUE ES NEGATIVA,	Estudiantes: EF08 EH13 EM18 EM21 EP23 ES30 EV37 EZ38 Total: 8 Estudiantes 21%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		quedarían desparejos”	De 6 porque habían Dos equipos De 6 Para lograr tres equipos toca de 4”	INVERSAMENTE PROPORCIONAL. PORQUE AUMENTA EL NUMERO DE EQUIPOS PERO DISMINUYE EL NUMERO DE JUGADORES”	
	Determina la razón y la solución del problema es correcta, 7. Complete la tabla, explicando la forma como encontró los datos faltantes.	Estudiantes: EB02 ED06 EF07 EL16 EP23 Total: 5 Estudiantes 13% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	Estudiantes: EA01 EC03 EC04 EC05 EG09 EH14 EJ15 EM19 EM20 EM21 EP22 EP24 ER25 ER26 ER27 ER28 ES29 ES30 ES33 ET34 ET35 EV36 EV37 Total: 23 Estudiantes 62%	Estudiantes: EG10 EH12 EL17 EM18 ES32 Total: 5 Estudiantes 13% Ejemplo de respuesta de los estudiantes:	Estudiantes: EF08 EH13 ES31 EZ38 Total: 4 Estudiantes 11%

Enunciados de los problemas	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
		EB02: “Pues yo encontré la forma fue que sumando y porque daba así, después lo reste para ver cuánto daba y medio los precios restantes”	Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EV36: “Encontre el costo y lo multiplique por el numero de pelotas hasta finalizar”	EJ15: “Yo encontré los datos faltantes sumando 1.200 que fue el valor de una pelota Ejemplo sume 5 veces 1.200 y me dio 6.000 y sume 9 veces 1.200 y me dio 10.800”	

Los resultados de esta tabla permiten observar que los estudiantes para el primer criterio muestran mayor participación en los niveles satisfactorio y avanzado (64%). Los estudiantes usan la estrategia de prueba y error, realizan las operaciones que les ayudan a encontrar la respuesta, por eso lo significativo es que a través de haber mejorado la fase de comprensión del problema, las estrategias que ellos utilizan para encontrar la respuesta correcta, les garantiza que el ejercicio quede bien realizado. Algunos estudiantes después de seleccionar la estrategia emplean la regla de tres y resuelven el ejercicio con solidez.

Para el criterio de la correlación es muy importante el porcentaje mayoritario pues se encuentra en los niveles satisfactorio y avanzado con un 59%, el nivel mínimo está en el 19%, que equivale a afirmar que los estudiantes usan con propiedad el término y la mayor parte de las veces lo hacen correctamente. Se han clasificado en satisfactorio algunas respuestas de los estudiantes que hacen referencia a la relación de las variables como por ejemplo EF07: “se deben hacer equipos de 3 o 4 jugadores”, o “tenemos que variar el número de jugadores para hacer 3 equipos de 4”, evidencian que el estudiante relaciona las dos magnitudes estudiadas en el problema.

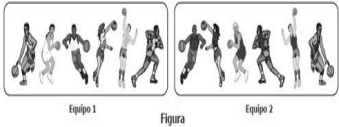
Para finalizar el análisis de esta etapa se evalúa el tercer criterio: Determina la razón y la solución del problema es correcta, para este criterio la mayoría de estudiantes realiza las razones en la verificación de la solución, pues era más sencillo hallar la respuesta correcta para luego hacer la comprobación hallando la razón. De la totalidad de los estudiantes a 30 les ha quedado bien realizado el ejercicio es decir cerca del 81% de respuestas exitosas, los estudiantes que obtuvieron la respuesta incorrecta fueron: EB02, EC04, ED06, EG09, EL16, EP22 Y ER28. De igual manera el porcentaje de estudiantes que se encuentran en nivel satisfactorio y avanzado es 75%, el nivel mínimo se presenta para este ejercicio en algunos estudiantes no hallan la razón para la solución del problema, establecían las proporciones y

hallaban la respuesta correcta para después en la etapa de verificación a través de las razones comprobaban que la respuesta estaba correcta.

D. Análisis Prueba Final. Fase 4: Verificación de la solución

En esta fase los estudiantes ponen a prueba su estrategia y evalúan su proceso de resolución. La mayor parte de las veces como se menciona en la anterior fase, los estudiantes en estos criterios hallan la razón para su proceso de verificación.

Tabla 26. Resultados fase 4: verificación de la solución

	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
<p>A. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos:</p>  <p>Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?</p>	<p>Comprueba su solución</p> <p>8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC05 ED06 EL16 ER25 ES30</p> <p>Total: 7 estudiantes 19%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC05: “Porque ya analicé el resultado e ise las operaciones en una hoja de papel”</p>	<p>Estudiantes: EC04 EF07 EG09 EH14 EJ15 EM18 EM20 EM21 EP22 EP23 ER28 ES29 ET34 ET35</p> <p>Total: 14 estudiantes 39%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EM18: “porque al dividir el número de jugadores en tota por los 3 equipos el resultado es 4”</p>	<p>Estudiantes: EC03 EG10 EH12 EL17 EM19 EP24 ER26 ER27 ES32 ES33 EV36 EV37</p> <p>Total: 12 estudiantes 32%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC04: “divido doce jugadores en 3 equipos y como resultado me da 4 Juga 12 3 equipos <u> </u> 0 4</p>	<p>Estudiantes: EF08 EH13 ES31 EZ38</p> <p>Total: 4 estudiantes 11%</p>

	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – mínimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
	<p>Plantea otra estrategia de solución</p> <p>9. Escriba una estrategia diferente a la utilizada para encontrar la solución del problema</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 ED06 EH12 ET34 EV36</p> <p>Total: 6 estudiantes 16%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ”</p>	<p>Estudiantes: EC03 EC04 EC05 EF07 EG09 EG10 EH14 EJ15 EL16 EL17 EM18 EM19 EM20 EM21 EP23 EP24 ER25 ER27 ER28 ES29 ES30 ES32 ET35</p> <p>Total: 23 estudiantes 62%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EC04: ”multiplico los 4 jugadores para formar el equipo de a 3 y el equipo de 3 y me da como</p>	<p>Estudiantes: EP22</p> <p>Total: 1 estudiantes 3%</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EP22: ”también puede ser la regla de 3”</p>	<p>Estudiantes: EF08 EH13 ER26 ES31 ES33 EV37 EZ38</p> <p>Total: 7 estudiantes 19%</p>


	Categorías	Resultados por niveles de desempeño			
		Bajo – minimo (0 – 3)	Medio - satisfactorio (4-7)	Alto – avanzado (8-9)	No contesta
			resultado 12 los jugadores. 4 jugadores x <u>3 equipos</u> 12 jugadores total”		

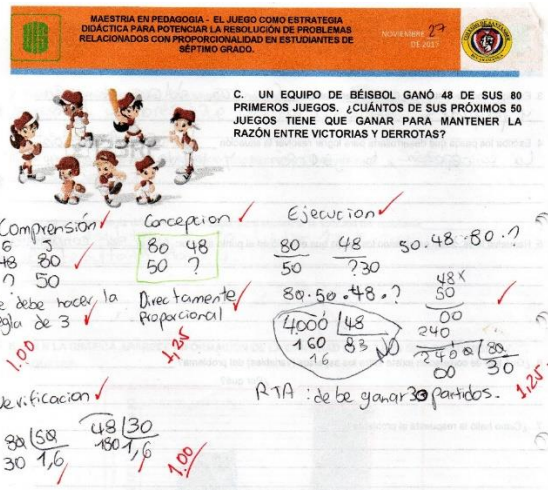
De los resultados encontrados en el criterio: Comprueba su solución, se observa que la mayoría de los estudiantes lo establecen, es decir, tratan de evaluar su proceso, es por esto que se ubican en los niveles avanzado y satisfactorio con un 71% en la presente prueba, gracias a que el método les sugiere una forma de comprobar si lo que han hecho ha sido correcto o no. Se ubican en el nivel satisfactorio si revisan las operaciones, si escribe que debe sacar razones pero lo hace en otro punto, todos dicen que deben hacer en este paso pero algunos no lo desarrollan por eso se ubican en el nivel mínimo. Para ser clasificada la respuesta debe hacer las razones y verificar si existe igualdad, si esto ocurre el ejercicio está correcto.

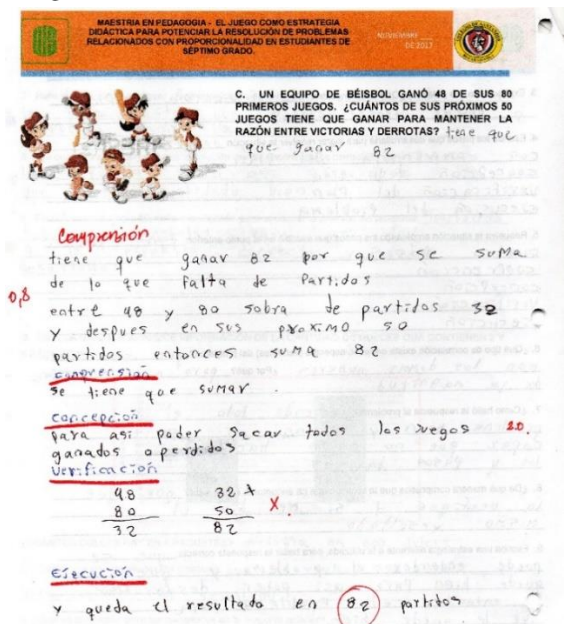
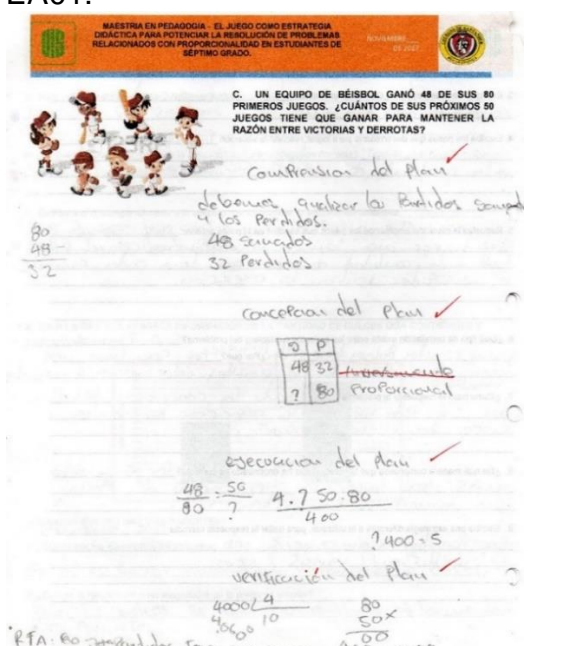
Para el planteamiento de una nueva estrategia de solución sobresale el nivel mínimo con apenas un 16% en la prueba final, pero aún se presentan dificultades en los estudiantes en este criterio, pues solo un estudiante plantea una forma diferente a la utilizada, los demás hacen referencia en utilizar una operación básica diferente, es decir si utilizaron suma entonces la reemplazan por multiplicación.

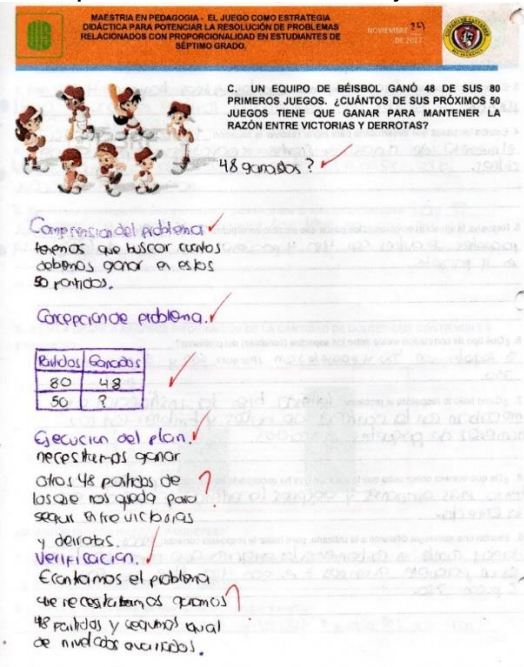
5.3.3.3. Presentación, Análisis e interpretación de los resultados obtenidos al resolver el problema C Y D (abierto) sobre proporcionalidad. Para los problemas C y D no se establecieron preguntas para revisar el proceso, se les propuso los ejercicios y ellos debían resolverlos y con ello se evalúa el proceso de resolución que ahora llevan los estudiantes después de haber realizado la intervención en el aula. Los problemas son de carácter abierto. Se analizan en primera instancia por la respuesta correcta e incorrecta y luego se revisan 3 categorías que hacen referencia al procedimiento realizado por los estudiantes.

Tabla 27. Resultados problema abierto c

PROBLEMA C	
	<p>Un equipo de béisbol ganó 48 de sus 80 primeros juegos. ¿Cuántos de sus próximos 50 juegos tiene que ganar para mantener la razón entre victorias y derrotas?</p>

Tipo de respuesta		Desempeño de los estudiantes	
Respuesta correcta	28%	No presenta procedimiento	Vacío
		Falta claridad en el proceso	Vacío
		Proceso definido 28%	<p>Estudiantes EC03 ED06 EH12 EJ15 EL17 EP22 ER26 ES29 ES32 EZ38 Total: 10 estudiantes</p> <p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EJ15:</p> 
Respuesta incorrecta	59%	No presenta procedimiento	Vacío
		Falta claridad en el proceso 27%	<p>Estudiantes EC04 EF07 EG09 EG10 EH13 EH14 EM21 EP23 ER25 ET34 Total:10 estudiantes</p>

Tipo de respuesta	Desempeño de los estudiantes
	<p>Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ET34</p> 
<p>Proceso definido, pero la respuesta es incorrecta 32%</p>	<p>Estudiantes: EA01 EB02 EC05 EL16 EM18 EM19 EP24 ER27 ER28 ES30 ES31 ES33 Total: 12 estudiantes</p> <p>Ejemplo de respuesta del estudiante: EA01:</p> 

Tipo de respuesta		Desempeño de los estudiantes							
No lo resuelve	13%		<p>EF08 ET35 EV36 EV37 EM20 Total: 5 estudiantes EM20: Este estudiante escribe los 4 pasos pero no desarrolla el ejercicio</p>  <p>MAESTRIA EN PEDAGOGIA. EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDACTICA PARA POTENCIAR LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE SEPTIMO GRADO.</p> <p>C. UN EQUIPO DE BÉISBOL GANÓ 48 DE SUS 80 PRIMEROS JUEGOS. ¿CUANTOS DE SUS PRÓXIMOS 50 JUEGOS TIENE QUE GANAR PARA MANTENER LA RAZÓN ENTRE VICTORIAS Y DERROTAS?</p> <p>48 ganados?</p> <p>Comprehension del problema. ✓ tenemos que buscar cuantos debimos ganar en estos 50 partidos.</p> <p>Concepción problema. ✓</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Victorias</th> <th>Derrotas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>80</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ejecucion del plan. ✓ necesitamos ganar otros 48 partidos de los que nos queda para seguir en victorias y derrotas.</p> <p>Verificación. ✓ Entendimos el problema que nos planteamos que nos 48 partidos y seguimos igual de nivel que empezamos.</p>	Victorias	Derrotas	80	48	50	?
Victorias	Derrotas								
80	48								
50	?								

Con los datos encontrados cuando se revisan todas las pruebas, se analiza el problema C, este problema les fue también propuesto en la prueba inicial y ninguno de los estudiantes fue entonces capaz de resolverlo, se observa que el 28% de los estudiantes lo ha podido resolver correctamente con un proceso definido, claro y cumpliendo las 4 fases propuestas por Polya. En el estudio de las pruebas se observa que solo 3 estudiantes: EF08, EV36 y EV37 no escribieron el método de resolución; los estudiantes EM20 y EV35, escribieron las 4 fases pero no desarrollaron el ejercicio, escribieron lo que iba en cada una de ellas pero no resuelven el ejercicio, parece ser que fue un problema de deducir lo que debían hacer realmente en la prueba final.

Para la respuesta incorrecta, para el criterio de Falta de claridad en el proceso se encuentran aquellos estudiantes que escriben todo el método pero cuando escriben

lo que corresponde a cada fase presentan confusiones pues combinan las fases, es decir lo que debe ir en comprensión lo escriben en concepción y lo que va en ejecución lo escriben en la verificación y por este motivo cometen errores y también tratan de realizar la verificación justificando su proceso y no realmente evaluando su trabajo. La estudiante EG10 no sigue el método sino quiere combinar lo visto en clase con su desarrollo particular pero se confunde en la parte de la correlación, siempre ha demostrado muy buen rendimiento académico en el área de matemáticas.

Para el tercer criterio, en donde se encuentra la mayoría de estudiantes que ha tenido error en la respuesta, es decir 12 de 22 estudiantes, muestra en su trabajo con un proceso definido de resolución, pero comete errores en la parte del manejo de la proporcionalidad inversa y directa, algunas operaciones básicas y en la parte de escribir el tipo de correlación, es decir que el estudiante analiza la situación y considera equivocadamente que la correlación es positiva o negativa.


También se hizo un análisis del problema C en cuanto a las 4 etapas del método de resolución enseñado y los resultados se resumen en el Anexo H.

Tabla 28. Resumen fases de resolución de problemas. Problema C

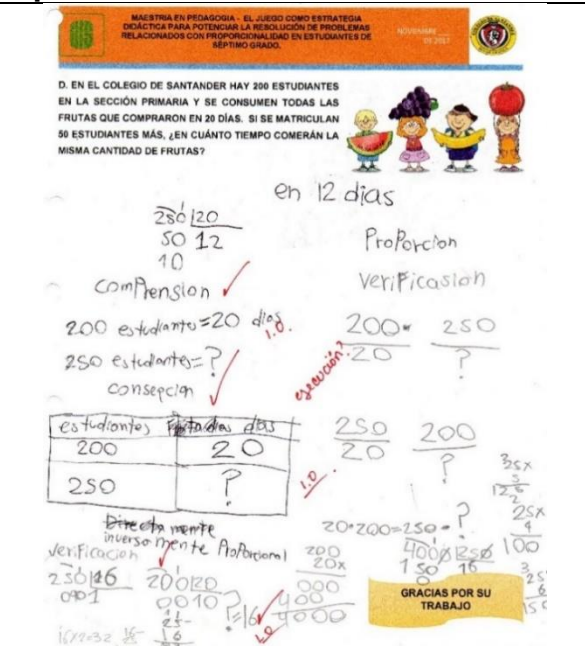
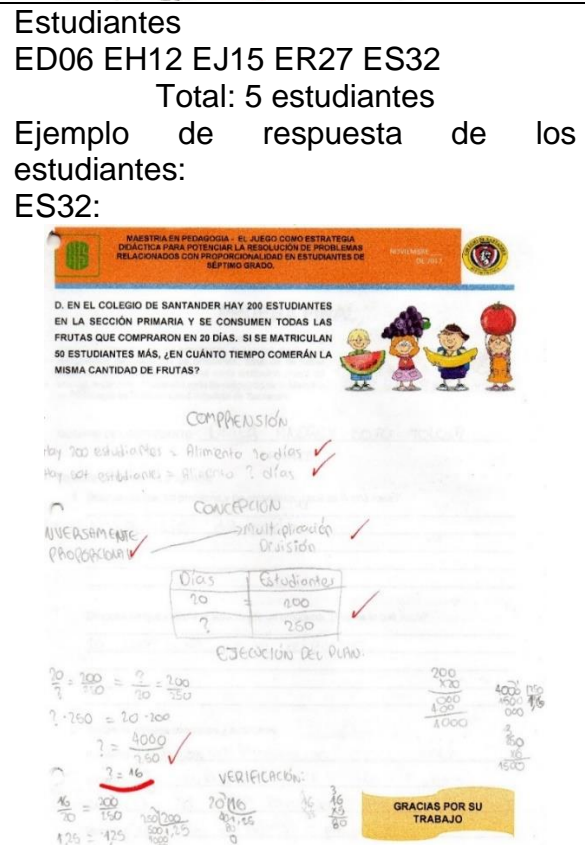
CATEGORIA	CRITERIOS	Mínimo	Satisfactorio	Avanzado	No contesta
COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	1. Análisis de las variables	0 Estudiantes	6 Estudiantes 16%	26 Estudiantes 70%	5 Estudiantes 14%
	2. Relaciones de dependencia e independencia	11 Estudiantes 30%	2 Estudiantes 5%	19 Estudiantes 51%	5 Estudiantes 14%
	3. Identificación de la pregunta	0 Estudiantes	4 Estudiantes 11%	28 Estudiantes 76%	5 Estudiantes 14%
CONCEPCIÓN DEL PLAN	4. Traza el plan	3 Estudiantes 8%	9 Estudiantes 24%	20 Estudiantes 54%	5 Estudiantes 13%
EJECUCIÓN DEL PLAN	5. Resuelve la situación empleando los pasos trazados	1 Estudiante 3%	16 Estudiantes 43%	13 Estudiantes 35%	7 Estudiantes 19%
	6. Determina la correlación	10 Estudiantes 27%	2 Estudiantes 6%	19 Estudiantes 51%	6 Estudiantes 16%
	7. Determina la razón y la solución del problema es correcta	16 Estudiantes 43%	2 Estudiantes 6%	12 Estudiantes 32%	7 Estudiantes 19%
VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	8. Comprueba su solución	15 Estudiantes 41%	3 Estudiantes 8%	12 Estudiantes 32%	7 Estudiantes 19%

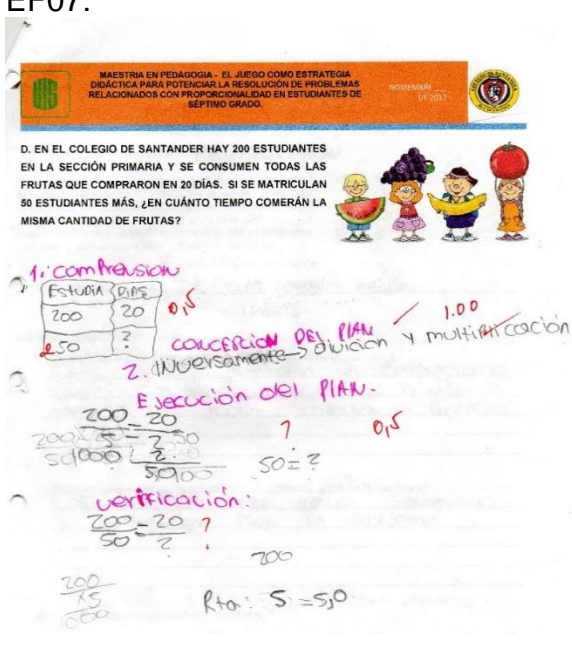
En la tabla se observa que en la etapa de Comprensión y Concepción, la mayoría de los estudiantes se encuentran en los niveles satisfactorio y avanzado siendo coherente con lo demostrado en el anterior problema pues los estudiantes se esforzaron por entender los problemas a través de la identificación de variables, al igual la relación que las une y el reconocimiento de la incógnita, para la categoría No.5 los estudiantes todavía muestran destreza para resolver la situación mediante el plan trazado y establecen las correlaciones entre las variables. Para las dos últimas categorías se evidencia que el nivel mínimo aumenta ya que en ellas fueron las que algunos estudiantes cometieron los errores que hicieron que se lograra una respuesta incorrecta.

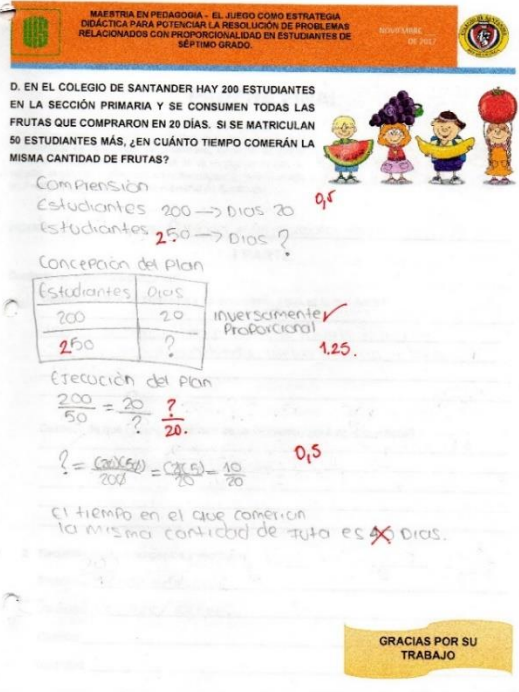
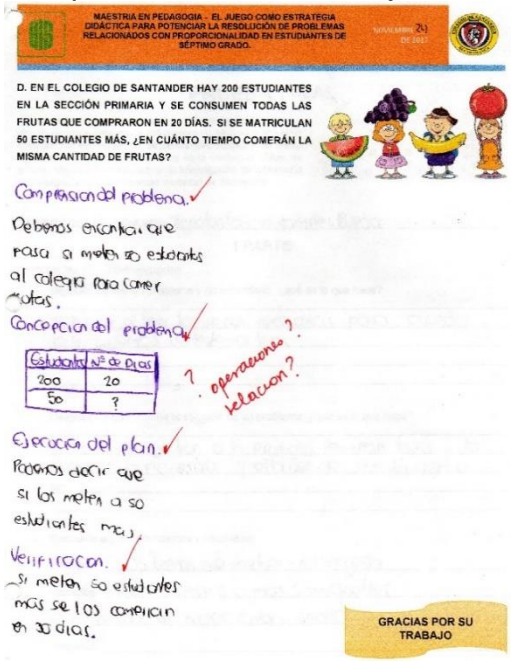
Tabla 29. Resultados problema abierto d

PROBLEMA D	
	<p>En el Colegio de Santander hay 200 estudiantes en la sección primaria y se consumen todas las frutas que compraron en 20 días. Si se matriculan 50 estudiantes más, ¿en cuánto tiempo comerán la misma cantidad de frutas?</p>

Tipo de respuesta		Desempeño de los estudiantes	
Respuesta correcta	20%	No presenta procedimiento	Vacío
		Falta claridad en el proceso 6%	Estudiantes EF08 ER25 Total: 2 estudiantes Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EF08:

Tipo de respuesta	Desempeño de los estudiantes		
			
	<p>Proceso Definido 14%</p>	<p>Estudiantes ED06 EH12 EJ15 ER27 ES32 Total: 5 estudiantes Ejemplo de respuesta de los estudiantes: ES32:</p>	
	67%	No presenta procedimiento	Vacío

Tipo de respuesta		Desempeño de los estudiantes							
Respuesta Incorrecta	Falta claridad en el proceso 21%	Estudiantes EC04 EF07 EG09 EG10 EH13 EM21 EP23 ET34 Total: 8 estudiantes Ejemplo de respuesta de los estudiantes: EF07:	 <p>MAESTRIA EN PEDAGOGIA - EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDACTICA PARA POTENCIAR LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE SEPTIMO GRADO.</p> <p>D. EN EL COLEGIO DE SANTANDER HAY 200 ESTUDIANTES EN LA SECCIÓN PRIMARIA Y SE CONSUMEN TODAS LAS FRUTAS QUE COMPRARON EN 20 DÍAS. SI SE MATRICULAN 50 ESTUDIANTES MÁS, ¿EN CUÁNTO TIEMPO COMERÁN LA MISMA CANTIDAD DE FRUTAS?</p> <p>1. comprensión <table border="1"> <tr><td>Estudia (Días)</td><td>20</td></tr> <tr><td>200</td><td>?</td></tr> <tr><td>50</td><td>?</td></tr> </table> 0,5 concepción del PLAN / 1,00 2. Inversamente → división y multiplicación</p> <p>Ejecución del PLAN. $\frac{200}{20} = \frac{200}{?}$ $\frac{200}{50} = \frac{200}{?}$ $\frac{200}{50} = 4$ $\frac{200}{4} = 50$ 0,5</p> <p>verificación: $\frac{200}{50} = \frac{200}{?}$ $\frac{200}{50} = 4$ $\frac{200}{4} = 50$ 200</p> <p>Rta: 5 = 5,0</p>	Estudia (Días)	20	200	?	50	?
	Estudia (Días)	20							
200	?								
50	?								
Proceso definido, pero la respuesta es incorrecta 46%	Estudiantes: EA01 EB02 EC03 EC05 EL16 EL17 EM18 EM19 EP22 EP24 ER26 ER28 ES29 ES30 ES31 ES33 EZ38 Total: 17 estudiantes Ejemplo de respuesta del estudiante: EZ38:								

Tipo de respuesta		Desempeño de los estudiantes						
		 <p>MAESTRIA EN PEDAGOGIA - EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDACTICA PARA POTENCIAR LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE SEPTIMO GRADO. 2017</p> <p>D. EN EL COLEGIO DE SANTANDER HAY 200 ESTUDIANTES EN LA SECCIÓN PRIMARIA Y SE CONSUMEN TODAS LAS FRUTAS QUE COMPRARON EN 20 DÍAS. SI SE MATRICULAN 50 ESTUDIANTES MÁS, ¿EN CUÁNTO TIEMPO COMERÁN LA MISMA CANTIDAD DE FRUTAS?</p> <p>Comprensión Estudiantes 200 → DÍAS 20 Estudiantes 250 → DÍAS ?</p> <p>Concepción del Plan</p> <table border="1" data-bbox="950 535 1128 640"> <thead> <tr> <th>Estudiantes</th> <th>Días</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>200</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>250</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table> <p>inversamente Proporcional 1.25</p> <p>Ejecución del Plan</p> $\frac{200}{50} = \frac{20}{?}$ $? = \frac{20 \times 50}{200} = \frac{1000}{200} = 5$ <p>El tiempo en el que comieron la misma cantidad de fruta es 5 Días.</p> <p>GRACIAS POR SU TRABAJO</p>	Estudiantes	Días	200	20	250	?
Estudiantes	Días							
200	20							
250	?							
NO LO RESUELVE	13%	<p>EH14 ET35 EV36 EV37 Total: 5 estudiantes</p> <p>EM20: Este estudiante escribe los 4 pasos pero no desarrolla el ejercicio</p>  <p>MAESTRIA EN PEDAGOGIA - EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDACTICA PARA POTENCIAR LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE SEPTIMO GRADO. 2017</p> <p>D. EN EL COLEGIO DE SANTANDER HAY 200 ESTUDIANTES EN LA SECCIÓN PRIMARIA Y SE CONSUMEN TODAS LAS FRUTAS QUE COMPRARON EN 20 DÍAS. SI SE MATRICULAN 50 ESTUDIANTES MÁS, ¿EN CUÁNTO TIEMPO COMERÁN LA MISMA CANTIDAD DE FRUTAS?</p> <p>Comprensión del problema. ✓ Debemos encontrar que pasa si meten 50 estudiantes al colegio para comer frutas.</p> <p>Concepción del problema. ✓</p> <table border="1" data-bbox="941 1459 1079 1522"> <thead> <tr> <th>Estudiantes</th> <th>Nº de días</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>200</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table> <p>? ¿aparecerá relación? ✓</p> <p>Ejecución del plan. ✓ Podemos decir que si los meten a 50 estudiantes más.</p> <p>Verificación. ✓ Si meten 50 estudiantes más se los comen en 20 días.</p> <p>GRACIAS POR SU TRABAJO</p>	Estudiantes	Nº de días	200	20	50	?
Estudiantes	Nº de días							
200	20							
50	?							

Con los resultados obtenidos para el problema abierto D se evidencia que a los estudiantes se les dificultó un poco más su correcta realización debido a que el porcentaje de respuestas correctas es del 20%, pero se observó en la mayor parte de dos los ejercicios que los estudiantes presentan proceso definido y se esfuerzan significativamente en la fase de comprensión del problema.

Según los estudiantes que presentaron la respuesta correcta para el criterio de Falta claridad en el proceso: EF08 y ER25, es porque no presentaron completamente el método, en el caso de ER25 por ejemplo no realizó la etapa de verificación. Los demás de acertaron si presentan el proceso claro y completo.

Para la respuesta incorrecta y el criterio de falta claridad en el proceso se presenta un error común en varios de los estudiantes:

2)
 Suma

Estudiante	Días
200	20 ✓
250	?

Se le anula el cero de estudiantes para tener el resultado de días que se consumen las frutas.

3)
 $20 \cancel{0} = 20^{\text{Días}}$
 $25 \cancel{0} = 25^{\text{Días}}$
 El resultado es (25) días

4)
 la tabla correcta quedaría

Estudiante	Días
200	20
250	(25)

Si: 250 estudiantes Consumen las frutas en (25)

GRACIAS POR SU TRABAJO

Se observa que los estudiantes en la etapa de ejecución cuando iban a desarrollar la regla de tres, simplificaron la tabla, es decir cancelaron los dos ceros y es algo que no es erróneo para los ejercicios de proporcionalidad directa, pero lo es en este problema de proporcionalidad inversa, correlación negativa, que se debe establecer primero la proporción para poder realizar las operaciones.

También se presenta la confusión entre las fases, en donde los estudiantes escriben en las cuatro fases lo que corresponde a otra, es decir en concepción hacen la ejecución y así sucesivamente.

Para el criterio del proceso definido, el error más común se presentó en la fase de ejecución en donde los estudiantes olvidaron plantear correctamente la proporción y desarrollaron el ejercicio como si fuese de proporcionalidad directa. Otro de los errores presentados es que cuando el ejercicio decía que se matriculaban 50 estudiantes más ellos no aumentaron la cantidad de estudiantes de 200 a 250 sino que colocaron 50 estudiantes en la tabla que realizaban y eso ocasionaba el mal desarrollo.

Tabla 30. Resumen fases de resolución de problemas. problema D

Categoría		Mínimo	Satisfactorio	Avanzado	No contesta
COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	1. Análisis de las variables	0 Estudiantes	4 Estudiantes 11%	29 Estudiantes 78%	4 Estudiantes 11%
	2. Relaciones de dependencia e independencia	8 Estudiantes 21 %	2 Estudiantes 6%	22 Estudiantes 59%	5 Estudiantes 14%
	3. Identificación de la pregunta	0 Estudiantes	5 Estudiantes 13%	28 Estudiantes 76%	4 Estudiantes 11%
CONCEPCIÓN DEL PLAN	4. Traza el plan	2 Estudiantes 5%	9 Estudiantes 24%	21 Estudiantes 57%	5 Estudiantes 14%
EJECUCIÓN DEL PLAN	5. Resuelve la situación empleando los pasos trazados	2 Estudiante 5%	18 Estudiantes 49%	11 Estudiantes 30%	6 Estudiantes 16%
	6. Determina la correlación	8 Estudiantes 21%	5 Estudiantes 14%	19 Estudiantes 51%	5 Estudiantes 14%
	7. Determina la razón y la solución del problema es correcta	19 Estudiantes 51%	2 Estudiantes 6%	10 Estudiantes 27%	6 Estudiantes 16%
VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	8. Comprueba su solución	15 Estudiantes 41%	5 Estudiantes 13%	11 Estudiantes 30%	6 Estudiantes 16%

Con el anterior cuadro de resultados del problema D, se presentan resultados muy similares entre los dos problemas, sobresaliendo los resultados de los cuatro primeros criterios en donde la mayoría de los estudiantes se sitúan en el nivel avanzado para las fases de comprensión y concepción, pero a diferencia con el anterior problema en este se presenta confusión en la parte de la ejecución en el 5 punto, en donde es errada la respuesta, porque les falta mayor dominio del proceso de la proporcionalidad inversa. Se debe resaltar que la gran mayoría de estudiantes presenta un proceso definido de resolución que era el objetivo general de la presente propuesta de investigación y que los estudiantes han presentado muy alto rendimiento en la etapa de comprensión que es el factor importante para evaluar problemas de cualquier tipo.

5.4. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS PRUEBA DIAGNÓSTICA Y PRUEBA FINAL

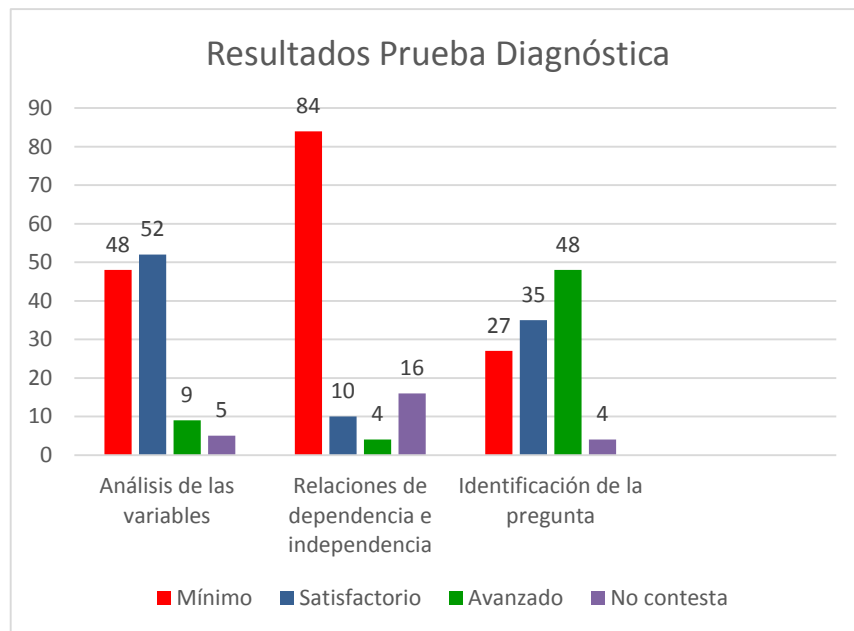
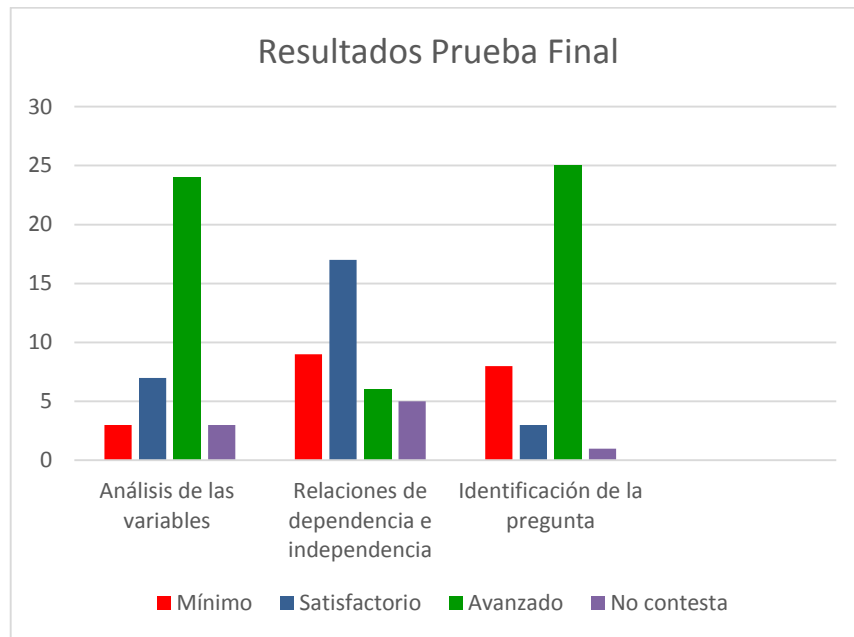
En la siguiente tabla se realiza un contraste entre los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica y la prueba final, a partir del análisis de las categorías planteadas en las dos pruebas realizadas

Tabla 31. Comparación de los resultados del diagnóstico con la prueba final

FASES DEL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		CATEGORIAS	ANALISIS PRUEBA DIAGNÓSTICA	ANÁLISIS PRUEBA FINAL
COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	PRIMERA PARTE DE LA PRUEBA	Primera Parte Identificación de variables	La cantidad de estudiantes que vuelven a leerlo hasta lograr entenderlo es el 21%.	El porcentaje de estudiantes que vuelven a leerlo hasta lograr entenderlo es del 30%.
	SEGUNDA PARTE DE LA PRUEBA	Segunda Parte Identificación de variables	El número de estudiantes en los niveles satisfactorio y avanzado es de 54%.	Los estudiantes que se encuentran en los niveles avanzado y satisfactorio es el 84%.
		Relaciones de dependencia e independencia	Los estudiantes se encontraban en el nivel mínimo con un 76%.	El 24% de los estudiantes continúa ubicado en el nivel mínimo.
		Identificación de la pregunta	El 75% de los estudiantes se encuentran en los niveles avanzado y satisfactorio.	Permanece similar el porcentaje en 76% de los estudiantes ubicados en los dos niveles
CONCEPCIÓN DEL PLAN	SEGUNDA PARTE DE LA PRUEBA	Estrategia y Proceso de resolución	El nivel avanzado se encontraban en un 11%	Los estudiantes en el nivel avanzado aumentan a 39%
EJECUCIÓN DE LA ESTRATEGIA	SEGUNDA PARTE DE LA PRUEBA	Resuelve el problema mediante un plan utilizando una estrategia	El 32% de los estudiantes está en el nivel mínimo	La cantidad de estudiantes en el nivel mínimo es 30%, ligera disminución del 2%, para aumentar en los niveles avanzado y satisfactorio
		Determinación de Correlación entre las variables.	El 97% de los estudiantes se encontraban en el nivel mínimo.	El nivel mínimo se encuentra en el 19% de los estudiantes

FASES DEL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		CATEGORIAS	ANÁLISIS PRUEBA DIAGNÓSTICA	ANÁLISIS PRUEBA FINAL
		Determina la razón y la solución del problema es correcta	Los estudiantes se encuentran en un 72% en el nivel avanzado y satisfactorio	Permanece muy similar con un 75% de los estudiantes en los niveles avanzado y satisfactorio
VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN	PRIMERA PARTE DE LA PRUEBA	Verifica su solución	Los estudiantes que decían que debían comprobar su solución correspondía al 45% del total de la muestra	Los estudiantes que afirman que deben verificar su solución corresponde al 68% del total de alumnos
	SEGUNDA PARTE DE LA PRUEBA	Verifica su solución	Un 74% de los estudiantes se encontraba en el nivel mínimo.	El 19% de los estudiantes permanece en el nivel mínimo
Terminología De Proporcionalidad			Solo un 15% de los estudiantes conocían los términos planteados	El 47% de los estudiantes conocen el significado de los términos

Se ha elaborado gráficos estadísticos para encontrar el comparativo del comportamiento presentado por los estudiantes objeto de estudio en la Prueba diagnóstica y en la Prueba Final, para la parte de Comprensión del problema, con los tres criterios de evaluación:



Se observa un crecimiento positivo de la parte de comprensión del problema que aunque no deja de ser preocupante aquellos estudiantes que continúan en el nivel mínimo. En forma global el desempeño de los estudiantes después de la intervención mejoró significativamente, es decir que ellos reconocen las variables, las magnitudes; identifican la relación existente entre las variables y la identificación de la pregunta es ahora más fácil de determinar en un problema, se resalta como los niveles mínimos han bajado considerablemente y han subido los niveles avanzado y satisfactorio.

Para la fase de Concepción del problema, después de la revisión de las pruebas de los estudiantes se puede determinar que el comportamiento de este criterio se mantiene constante pues presentó buen desempeño en la prueba diagnóstica, se debe resaltar que el nivel avanzado se encontraba en un 11% en la prueba diagnóstica pasa ahora a un 39% en la prueba final, esto significa que los estudiantes que trazaban un plan moderadamente correcto ahora lo planean con propiedad.

Para la fase de Ejecución del Plan trazado, es importante resaltar el progreso positivo del segundo criterio, porque los estudiantes mostraron un gran avance ya que casi el 100% de los estudiantes no tenían el conocimiento del término ni de su uso. Para la parte de resolver el problema usando el plan, en la parte diagnóstica era necesario para dar respuesta al problema encontrar un patrón, pero para el problema propuesto para la parte final no era necesario, en consecuencia el comportamiento los estudiantes permanece estable. Es importante resaltar que los estudiantes se esfuerzan en la etapa de comprensión del problema, ocasionando que el ejercicio quede bien resuelto.

Para la etapa de verificación, además que ellos saben que deben comprobar su solución como lo evidencian en la primera parte de la prueba diagnóstica también lo han aprendido, pues en el transcurrir la investigación, la última etapa del método

visto es la “verificación del problema” en donde usan la razón para apoyar este proceso. Para la propuesta de una nueva estrategia para resolver los problemas se perciben dificultades que es necesario seguir fortaleciendo, pues la forma alterna que los alumnos plantean es el cambio de operación básica, es decir, si se usa una suma se reemplaza por una multiplicación.

Es pertinente señalar el avance en aprendizaje de los saberes necesarios en el pensamiento variacional, que como se puede comprobar en la etapa diagnóstica los estudiantes desconocían sus significados. Todo lo anterior se ha logrado gracias a la estrategia del juego como recurso pedagógico, en donde a través de la motivación inicial al participar de las actividades, los estudiantes deben esforzarse por aprehender los conceptos para el buen desempeño en los juegos planteados.

Para el ejercicio abierto es donde se presentan mayores progresos, debido a que los estudiantes en la parte diagnóstica presentaban operaciones sin establecer método alguno y ninguno de ellos obtiene la respuesta correcta, en la prueba final se obtiene un 28% de estudiantes que además de plantear un método de solución, logran la respuesta correcta; del porcentaje restante se presenta que únicamente 2 estudiantes no plantearon ningún método, demostrando el avance del aprendizaje del método para su trabajo individual. Para el segundo problema las dificultades se presentan en dos partes, para la primera en el desarrollo del problema para la parte del proceso de la correlación negativa, lo cual es el punto de partida para la búsqueda de acciones que promuevan su correcto aprendizaje, y la segunda es en la parte de las operaciones básicas más específicamente en la parte de división, se les fortalece mediante la propuesta de trabajo para los hogares, pero aún se continúa presentando. Se debe tener en cuenta que solo 4 estudiantes de los 37 que presentan la prueba final, no plantea un método de resolución.

5.5. HALLAZGOS

La aplicación de la secuencia didáctica diseñada en este estudio, influyó de manera positiva en la competencia de resolución de problemas relacionados con proporcionalidad, al ser orientada desde la parte vivencial de los estudiantes, es decir, comenzando desde la primera sesión con juegos elaborados y adaptados al contexto que se vivía en ese momento, según el contenido matemático que se quería enseñar.

El utilizar diversos tipos de juegos: De estrategia, juegos diseñados en computador, juegos tradicionales (dominós, rompecabezas, baloncesto, coloreado, etc.) y para terminar con la creación del gran juego final, en donde a partir del avance en ciertas estaciones, se realizaban diferentes tipos de actividades lúdicas relacionadas con proporcionalidad a través del método de resolución de problemas, permitió orientar a los estudiantes en los pasos necesarios para resolver un problema y especialmente en la elaboración y ejecución de un plan de solución, determinando diferentes tipos de estrategias propuestas por Polya, Shoenfeld y Santos, entre otros autores. A su vez, el trabajo con los distintos juegos facilitó la apropiación del concepto de proporcionalidad, aspecto evidenciado en la resolución de problemas que requerían de este concepto.

A través del juego se lograron cambios en la actitud del estudiante en la cotidianidad de las clases, despertando en ellos el interés por el aprendizaje y favoreciendo el desarrollo de las actividades planteadas a través de las diferentes estrategias propuestas en las sesiones de la intervención en el aula. El estudiante fue el creador de su propio conocimiento al resolver problemas relacionados con proporcionalidad usando el método que le permitió encontrar la solución teniendo en cuenta todos los factores claves necesarios para comprenderlo, planear su estrategia, solucionarlo, corregirlo y comprobarlo.

Para finalizar, se destaca que la competencia de resolución de problemas es transversal en las diferentes áreas del saber, su fortalecimiento busca que el progreso académico no sólo se demuestre en el área de matemáticas sino en el rendimiento general de los estudiantes a través de las diferentes disciplinas que comprenden el plan de estudios de la Institución Educativa, la cual pretende la formación integral de los estudiantes, desde la construcción de aprendizajes significativos⁹⁵, indicador que se logró con la intervención pedagógica al potenciar en los participantes de la investigación, el pensamiento variacional.

⁹⁵ COLEGIO DE SANTANDER Proyecto Educativo Institucional Bucaramanga 2016 p. 14

6. CONCLUSIONES

La presente investigación desarrollada con estudiantes de grado séptimo, bajo el enfoque cualitativo, dentro del marco de la investigación acción, permitió examinar el quehacer pedagógico para fortalecer competencias en la resolución de problemas. A partir del estudio realizado se concluye:

- El abordaje de esta investigación inició por identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes de séptimo grado al resolver problemas relacionados con proporcionalidad. Al respecto, se concluye que existe una constante primero, en relación con el campo disciplinar ya que la matemática, para la mayoría de los estudiantes, es un conocimiento complejo que genera predisposiciones de apatía y desinterés, pero que, al ser asumido desde estrategias lúdicas, despierta expectativas en su aprendizaje. En segundo lugar, se comprobó por revisión de resultados de pruebas nacionales e internacionales, que la falta de motivación hacia el aprendizaje de la matemática afectaba dichos resultados, pero al hacer intervención mediante la estrategia propuesta, académicamente no solo mejoran estos niveles, sino también, otros aspectos anexos como la participación, la generación de planteamientos para la solución de problemas e incluso la calidad de la lectura e interpretación de problemas. Lo más significativo como proceso investigativo está referido al aporte que el presente estudio brinda al campo de la matemática y de los procesos que en edades tempranas, como es el caso de estudiantes de séptimo grado, pueden generar un acercamiento satisfactorio del educando a esta disciplina.
- Dinamizar el aula de clase es un ejercicio permanente que todo docente debe asumir como estrategia para crear ambientes de aprendizaje motivantes, donde el aprender sea una realidad y no un propósito solo de planeación académica.

Diseñar e implementar una secuencia didáctica empleando juegos, permitió que los estudiantes de séptimo grado, resolvieran problemas relacionados con proporcionalidad. Pero más allá de la solución de problemas matemáticos, se evidencia, por el proceso metodológico de esta investigación, que una secuencia didáctica contextualizada, que surja de un diagnóstico y que reconozca el destinatario del aprendizaje, tiene mayores posibilidades de desarrollar las competencias planteadas. Adicional a ello, el docente puede generar una reflexión pedagógica que involucre la flexibilidad de la programación académica desde la evaluación permanente de los objetivos, la metodología y la consecución de aprendizajes.

- Los entornos escolares son escenarios que en la mayoría de los casos se desaprovechan y, sin embargo, son el mejor recurso didáctico y estratégico con el que puede contar el docente. La matemática, para algunos estudiantes, informantes de la presente investigación, es trabajada en las aulas de clase como un conocimiento de repetición, aislado de metodologías participativas o activas, cuyos recursos de aprendizaje se limitan al tablero y el pizarrón. De allí que la implementación de una secuencia didáctica a través del juego relacionado con proporcionalidad en el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas arroja un resultado positivo. Primero, porque se construyó a partir de problemas reales; segundo, se empleó como metodología estratégica los juegos tradicionales como el dominó, el rompecabezas, el baloncesto, entre otros. Tercero, se tuvo en cuenta el pensamiento variacional, lo que permitió el aumento del vocabulario propio de este pensamiento y la contextualización del mismo, al relacionarlo con la cotidianidad de sus vivencias.
- Finalmente, este estudio fortalece el Estado del Arte sobre: el pensamiento variacional, el juego como estrategia de aprendizaje, estrategias lúdicas de aprendizaje, entre otros. De igual forma, es un aporte significativo como respuesta a inquietudes pedagógicas de los docentes del área de matemáticas,

aunque la calidad de los hallazgos permite aplicabilidad en otros campos disciplinares. En el ámbito pedagógico, presenta una estrategia que favorece las relaciones maestro-estudiante, porque se pudo percibir la motivación para recibir las clases de una forma más lúdica en beneficio del aprendizaje significativo a partir de la implementación de la estrategia.

8. RECOMENDACIONES

Es necesario para estas investigaciones, ampliar el tiempo de intervención en el aula, debido a que el desarrollo de los pensamientos matemáticos en los estudiantes no es tarea simple, ni sencilla; en el caso particular de esta investigación se debe dedicar un poco más de tiempo al trabajo de la correlación negativa, identificándose dificultades en el manejo del proceso necesario para la correcta solución de los problemas.

Una invitación a docentes de las diversas áreas del conocimiento, para implementen la estrategia del juego didáctico en sus clases con el fin de fortalecer competencias mediante un trabajo significativo y enriquecedor no solo para los estudiantes sino para la comunidad educativa.

Teniendo en cuenta el aporte de la estrategia del juego en cuanto al fortalecimiento de la competencia resolución de problemas con miras al mejoramiento del desempeño de los estudiantes en las pruebas nacionales e internacionales, el proceso académico debe estar cimentado en la Investigación-Acción pues permite la continua reflexión y reelaboración de actividades, estrategias, recursos, didáctica, etc., a través de sus fases autoreflexivas en beneficio del aprendizaje significativo

Se sugiere continuar con la apropiación de la Investigación Acción al interior de las Instituciones, la cual permite la reflexión individual del gran papel que como maestros se tiene en la educación, recordando con ello a George Polya en referencia a la importancia del papel del docente, el cual no es simplemente para la transmisión de conocimientos, sino es el acompañamiento y guía en el proceso de sus estudiantes en el encuentro con el saber garantizando aprendizajes que

permitan la formación de seres integrales y competentes necesarios en la sociedad actual colombiana.

9. CONTRIBUCIÓN ACADÉMICA

A partir del análisis de los resultados se determinan las siguientes contribuciones académicas:

La presente investigación logra ser un ejemplo de una serie de actividades llenas de motivación, aprendizaje significativo, interacción con los estudiantes, trabajo colaborativo con la comunidad educativa pues no solo en el salón el docente y el estudiante se encuentran inmersos en el proceso, sino es importante involucrar a la parte administrativa, padres de familia, compañeros, entre otros.

El estudio aporta el diseño de una estrategia didáctica basada en el juego que puede ser aprovechada por los maestros, de cualquier área, en beneficio del enriquecimiento de sus prácticas educativas, para la creación de acciones hacia un aprendizaje significativo a partir de elementos como la motivación y el aprendizaje colaborativo. Como lo afirma Caneo, los juegos “desarrollan capacidades en los niños y niñas ya que mediante los juegos se aumenta la disposición del aprendizaje; permiten la socialización; fomentan la observación, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos, el potencial creador”⁹⁶, a su vez, favorecen el clima en aula, buscando con ello que las instituciones cuenten con maestro más competentes, en función de la generación de saberes significativos de los estudiantes en la construcción de su propio saber.

⁹⁶ NORMALISTAS. Juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. Publicado: 22 de enero de 2012. Consultado: 28 de Marzo de 2018. Disponible en Internet: <http://normalistas-lasmatematicasyeljuego.blogspot.com.co>

BIBLIOGRAFIA

AGENCIA DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN. Estudio Internacional de Tendencias en matemáticas y ciencias TIMSS. 2011 CHILE. 2011 TIMSS. (En línea). Disponible en:

<http://sb606fc55865cc76e.jimcontent.com/download/version/1285554002/module/4102412857/name/timss.pdf>

BAHAMONTE VILLAROEL, Sebastián, y VICUÑA VERDUGO, Judith. Resolución de problemas matemáticos. Universidad de Magallanes de Chile. Licenciatura en Educación. Tesis para obtener el título de Profesor Básico. Punta Arenas, Región de Magallanes y Antártica Chilena 2011. 120P.

CANO PINEDA, Mauricio Héctor. Análisis del uso de conceptos y procedimientos de proporcionalidad en la resolución de problemas de física, y propuestas didácticas con tecnología. Tesis para Maestro en Ciencias especialidad Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México D.F. Departamento de matemática Educativa. 205P 2011.

CARREÑO ZAMBRANO, José Julian. Pensamiento Variacional: De la proporcionalidad directa simple a la noción de función lineal de la forma $f(x) = kx$. Trabajo de grado para optar por el título de Especialista en Educación Matemática. Universidad Industrial de Santander. Escuela de Matemáticas. Bucaramanga. 2007. 131P

CEBALLOS ESPINOSA, Edgar. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja. Informe de práctica presentado como requisito

parcial para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias. Medellín. 2012. p.120.

CENTRO VIRTUAL DE NOTICIAS DE LA EDUCACION. MEN. Pisa 2012: retos y avances para Colombia. La calidad continúa siendo la principal prioridad. (En línea) Bogotá D.C. 2013. Disponible en <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-336001.html>

COLEGIO DE SANTANDER Proyecto Educativo Institucional Bucaramanga 2016 p. 14

DICCIONARIO DE LA LENGUA ESPAÑOLA. Real Academia Española. (En línea). 2017. Disponible en: <http://dle.rae.es/?id=UELp1NP>

EL TIEMPO. Estudiantes de tercero y sexto deberán presentar nuevas pruebas. (En línea). Bogotá D.C. 2013. Disponible en: <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-12523702>

ELLIOTT, John. El cambio educativo desde la investigación-acción. Madrid.: Ediciones Morata, 1993. 191P

GODINO, Juan. Didáctica de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. España. 2004. p. 274.

HUIZINGA, Johan. Homo ludens. Alianza Editorial. España. 2007. p 45.

JARAMILLO VELEZ, Lina M. La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático. Tesis de Maestría presentada como requisito parcial para optar al título

de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Medellín. 2012. 68P

LATORRE BELTRAN, Antonio. La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona, 2013.

LOPERA ZAPATA, Cesar Augusto. Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín. Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias. Medellín. 2014. 120P

MACKERNAN, James. Investigación Acción y Curriculum. Madrid. Ediciones Morata.2008. 85P

MEN, Matemáticas El valor de educar. Proyecto Sé. Colombia. Ediciones SM, S.A. 2012, p. 38

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Guía de interpretación y uso de resultados de establecimientos educativos. Prueba saber 3°, 5° y 9° (En línea). Colombia 2015. 96P

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Reporte a la excelencia 2016. (En línea). Bogotá D.C. 2015.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, ICFES. Resultados Nacionales saber 3,5 y 9 de 2009 al 2014. (En línea). Bogotá D.C. 2016.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Estándares básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Imprenta nacional de Colombia. Bogotá. 2006. 184P.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Examen de Estado Para el Ingreso a la Educación Superior ICFES. (En línea) Disponible en <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-156080.html>

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Invitación al Público en General para la participación en el Desarrollo y Ejecución del Programa Plan Computadores Maestros Siglo XXI. (En línea). Agosto de 2008. Bogotá D.C. 2p Disponible en internet http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-91736_archivo_pdf4.pdf

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. PERIODICO AL TABLERO. Colombia: qué y cómo mejorar a partir de la prueba PISA. (En línea). Bogotá D.C. 2008. Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-162392.html>

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ponte a Prueba con Pisa 2015. (En línea) Bogotá 2015. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-347967_doc_orientador.pdf

MURILLO, Francisco. Investigación Acción. Métodos de investigación en Educación Especial. 3º Educación Especial. 2010-2011. p. 6.

NCTM. Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales C/Tarfia (Facultad de Matemáticas) 41012. Sevilla. Proyecto Sur Industrias Gráficas. 411P.

NORMALISTAS. Juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. Publicado: 22 de enero de 2012. Consultado: 28 de Marzo de 2018. Disponible en Internet: <http://normalistas-lasmatematicasyeljuego.blogspot.com.co/>

PÉREZ, A. Mini Curso - Taller: Fundamentación, Diseño y Análisis de Situaciones Didácticas para el Trabajo en Aula en el Campo del Lenguaje. Bucaramanga, primer semestre académico. 2012. P. 10.

PRIETO MARTINEZ, Luz JHOANNA. Proporcionalidad simple: Estrategias utilizadas por estudiantes de octavo grado. Trabajo de grado para obtener el título de Licenciatura en matemáticas. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Bucaramanga. 2009. p. 92.

REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN. OEI. La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional del Mar del Plata, Argentina. Disponible en: <https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiQ5PrQ3JzUAhWDWSYKHRC8CUAQFgggMAA&url=http%3A%2F%2Frieoei.org%2Fdeloslectores%2F203Vilanova.PDF&usg=AFQjCNFhgP7vtLdcHrYzPKCb9i6crEyp1g>

REVISTA INTEGRAL No.5. Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. Universidad de Viña del Mar. Departamento de Matemática. Chile. 2001. p 3.

SAMPIERI, Roberto; FERNANDEZ, Carlos; BAPTISTA, Pilar. Metodología de la investigación, cuarta edición. Mc Graw Hill. México. 2006. 882.

SANTOS TRIGO, Luz Manuel. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos. Editorial Trillas S.A. México D.F. 2007. 254P

VARGAS, Mercedes. Estrategia didáctica a través del juego para la resolución de problemas aritméticos aditivos en los niños del segundo grado. Universidad San Ignacio de Loyola. Escuela de Postgrado. Perú. 2015. 184 P.

VASCO, Carlos; ARBOLEDA, Luis; OBANDO, Gilberto. Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [En línea]. 2014. Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33530083004>> .

VEGA BECERRA, Jaime Andrés y FLOREZ QUINTERO, Jhon William. El juego como facilitador de la aplicación de conceptos y resolución de problemas de proporción directa e inversa en quinto primaria. Trabajo de grado para obtener el título de Licenciado en Matemáticas. Universidad de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. 2012. 127P

ANEXOS

ANEXO A. CONSENTIMIENTOS INFORMADOS

Bucaramanga, Mayo 3 de 2017

PBRO. GERMÁN ROMERO CIFUENTES

Rector I.E. Colegio de Santander

Reciba un cordial saludo.

Atentamente solicito su consentimiento para desarrollar en la institución educativa, durante el año 2017, la investigación que yo, Adriana Paola Quiroga Centeno, docente de Matemáticas, adelanto en el marco de la Maestría en Pedagogía en la Universidad Industrial de Santander y que tiene como título **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**. Con este proceso se espera Fortalecer la competencia de planteamiento y resolución de problemas en los estudiantes de básica secundaria al abordar situaciones de proporcionalidad directa que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional.

La intervención con los estudiantes se desarrollará de la siguiente manera:

1. Una prueba diagnóstica para identificar los niveles en que se encuentran los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad directa.
2. En horas de clase del área de Matemáticas se desarrollara y fortalecerá la competencia de resolución de problemas, estas clases serán grabadas para permitir la observación participante en el aula y tendrán como evidencia algunas tomas fotográficas.
3. Se desarrollará una Propuesta Pedagógica y se aplicarán técnicas de recolección de información como diarios de campo, taller investigativo y cuestionarios. Al finalizar se aplicará una prueba para evidenciar los avances en el proceso. Lo anterior permitirá evidenciar el trabajo de campo y enriquecer los procesos formativos de los estudiantes en el área de Matemáticas, a la par de contribuir con la investigación educativa en el departamento de Santander.

Se aclara que la identidad de los participantes, estudiantes, será protegida al no revelar su nombre en la investigación, ni su rostro grabado; esta información será solo conocida por la maestra investigadora para dar precisión al análisis de la información sin pérdida de esta, lo que solo se logra con grabaciones. Toda información o datos que pueda identificar al participante serán manejados confidencialmente. Todo asunto que se relacione con la protección de informantes y de la Institución Educativa en la investigación será estrictamente vigilado por la investigadora, el director del proyecto y el Comité Asesor de Programas de Posgrados de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander.

La investigación no implica ningún juicio *Ad Hominem* sobre los informantes ni de la institución participante.

Si tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, por favor comuníquese con la docente - estudiante Adriana Paola Quiroga Centeno, al correo adrianaquirog28@hotmail.com

Se anexa formato de asentimiento para ser diligenciado.

Reciba mi agradecimiento por su atención y valioso apoyo,

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

Estudiante Maestría en Pedagogía

Universidad Industrial de Santander

FAVOR DILIGENCIAR Y ENTREGAR

Yo _____ con C.C _____

y Representante legal de la Institución Educativa Colegio de Santander

Autorizo _____ No autorizo _____ el desarrollo del proyecto de investigación:

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES
DE SÉPTIMO GRADO.**

Desarrollado por la docente ADRIANA PAOLA QUIROGA
CENTENO, Identificada con la C.c.No.37.726.898 de Bucaramanga.

Lugar y fecha _____

Firma _____

Bucaramanga, Mayo 3 de 2017

PBRO. GERMÁN ROMERO CIFUENTES

Rector I.E. Colegio de Santander

Reciba un cordial saludo.

Atentamente solicito su consentimiento para desarrollar en la institución educativa, durante el año 2017, la investigación que yo, Adriana Paola Quiroga Centeno, docente de Matemáticas, adelanto en el marco de la Maestría en Pedagogía en la Universidad Industrial de Santander y que tiene como título **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**. Con este proceso se espera Fortalecer la competencia de planteamiento y resolución de problemas en los estudiantes de básica secundaria al abordar situaciones de proporcionalidad directa que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional.

La intervención con los estudiantes se desarrollará de la siguiente manera:

1. Una prueba diagnóstica para identificar los niveles en que se encuentran los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad directa.
2. En horas de clase del área de Matemáticas se desarrollara y fortalecerá la competencia de resolución de problemas, estas clases serán grabadas para permitir la observación participante en el aula y tendrán como evidencia algunas tomas fotográficas.
3. Se desarrollará una Propuesta Pedagógica y se aplicarán técnicas de recolección de información como diarios de campo, taller investigativo y cuestionarios. Al finalizar se aplicará una prueba para evidenciar los avances en el proceso. Lo anterior permitirá evidenciar el trabajo de campo y enriquecer los procesos formativos de los estudiantes en el área de Matemáticas, a la par de contribuir con la investigación educativa en el departamento de Santander.

Se aclara que la identidad de los participantes, estudiantes, será protegida al no revelar su nombre en la investigación, ni su rostro grabado; esta información será solo conocida por la maestra investigadora para dar precisión al análisis de la información sin pérdida de esta,

lo que solo se logra con grabaciones. Toda información o datos que pueda identificar al participante serán manejados confidencialmente. Todo asunto que se relacione con la protección de informantes y de la Institución Educativa en la investigación será estrictamente vigilado por la investigadora, el director del proyecto y el Comité Asesor de Programas de Posgrados de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander.

La investigación no implica ningún juicio *Ad Hominem* sobre los informantes ni de la institución participante.

Si tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, por favor comuníquese con la docente - estudiante Adriana Paola Quiroga Centeno, al correo adrianaquirog28@hotmail.com

Se anexa formato de asentimiento para ser diligenciado.

Reciba mi agradecimiento por su atención y valioso apoyo,

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

Estudiante Maestría en Pedagogía
Universidad Industrial de Santander

FAVOR DILIGENCIAR Y ENTREGAR

Yo Terrelli Romero con C.C. 5378173 y
Representante legal de la Institución Educativa Colegio de Santander

Autorizo SI No autorizo el desarrollo del proyecto de investigación: **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO.**
Desarrollado por la docente ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO, Identificada con la C.c.No.37.726.898 de Bucaramanga.

Lugar y fecha Maya 3 / 2017
Firma [Firma manuscrita]



Bucaramanga, Mayo 12 de 2017

ESTIMADO PADRE DE FAMILIA:

Reciba un cordial saludo.

Atentamente solicito su consentimiento para que su hijo (a) del grado séptimo dos participe de las actividades que se organizarán durante el año en curso, 2017, para apoyar la investigación que realiza la docente Adriana Paola Quiroga Centeno, docente de Matemáticas, adelanto en el marco de la Maestría en Pedagogía en la Universidad Industrial de Santander y que tiene como título **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**. Con este proceso se espera Fortalecer la competencia de planteamiento y resolución de problemas en su hijo(a) de básica secundaria al abordar situaciones de proporcionalidad directa que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional.

La intervención en que participará su hijo(a) se desarrollará de la siguiente manera:

1. Una prueba diagnóstica para identificar los niveles en que se encuentran los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad directa.
2. En horas de clase del área de Matemáticas se desarrollara y fortalecerá la competencia de resolución de problemas, estas clases serán grabadas para permitir la observación participante en el aula y tendrán como evidencia algunas tomas fotográficas.
3. Se desarrollará una Propuesta Pedagógica y se aplicarán técnicas de recolección de información como diarios de campo, taller investigativo y cuestionarios. Al finalizar se aplicará una prueba para evidenciar los avances en el proceso. Lo anterior permitirá evidenciar el trabajo de campo y enriquecer los

procesos formativos de los estudiantes en el área de Matemáticas, a la par de contribuir con la investigación educativa en el departamento de Santander.

Se aclara que la identidad de su hijo(a), será protegida al no revelar su nombre en la investigación, ni su rostro grabado; esta información será solo conocida por la maestra investigadora para dar precisión al análisis de la información sin pérdida de esta, lo que solo se logra con grabaciones. Toda información o datos que pueda identificar al participante serán manejados confidencialmente. Todo asunto que se relacione con la protección de informantes y de la Institución Educativa en la investigación será estrictamente vigilado por la investigadora, el director del proyecto y el Comité Asesor de Programas de Posgrados de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander.

La investigación no implica ningún juicio *Ad Hominem* sobre los informantes ni de la institución participante.

Si tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, por favor comuníquese con la docente - estudiante Adriana Paola Quiroga Centeno, al correo adrianaquirog28@hotmail.com

Se anexa formato de asentimiento para ser diligenciado.

Reciba mi agradecimiento por su atención y valioso apoyo,

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

Estudiante Maestría en Pedagogía

Universidad Industrial de Santander

FAVOR DILIGENCIAR Y ENTREGAR

Yo _____ con C.C _____
y responsable directo del _____ o la estudiante
_____ del grado 7-02, Autorizo _____

No autorizo _____ el desarrollo del proyecto de investigación: **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**. Desarrollado por la docente ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO, Identificada con la C.c.No.37.726.898 de Bucaramanga.

Lugar y fecha _____

Parentesco o relación con el participante _____

Firma _____

Bucaramanga, Mayo 12 de 2017

ESTIMADO PADRE DE FAMILIA:

Reciba un cordial saludo.

Atentamente solicito su consentimiento para que su hijo (a) del grado séptimo dos participe de las actividades que se organizarán durante el año en curso, 2017, para apoyar la investigación que realiza la docente Adriana Paola Quiroga Centeno, docente de Matemáticas, adelanto en el marco de la Maestría en Pedagogía en la Universidad Industrial de Santander y que tiene como título **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**. Con este proceso se espera Fortalecer la competencia de planteamiento y resolución de problemas en su hijo(a) de básica secundaria al abordar situaciones de proporcionalidad directa que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional.

La intervención en que participará su hijo(a) se desarrollará de la siguiente manera:

1. Una prueba diagnóstica para identificar los niveles en que se encuentran los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad directa.
2. En horas de clase del área de Matemáticas se desarrollara y fortalecerá la competencia de resolución de problemas, estas clases serán grabadas para permitir la observación participante en el aula y tendrán como evidencia algunas tomas fotográficas.
3. Se desarrollará una Propuesta Pedagógica y se aplicarán técnicas de recolección de información como diarios de campo, taller investigativo y cuestionarios. Al finalizar se aplicará una prueba para evidenciar los avances en el proceso. Lo anterior permitirá evidenciar el trabajo de campo y enriquecer los procesos formativos de los estudiantes en el área de Matemáticas, a la par de contribuir con la investigación educativa en el departamento de Santander.

Se aclara que la identidad de su hijo(a), será protegida al no revelar su nombre en la investigación, ni su rostro grabado; esta información será solo conocida por la maestra investigadora para dar precisión al análisis de la información sin pérdida de esta, lo que

solo se logra con grabaciones. Toda información o datos que pueda identificar al participante serán manejados confidencialmente. Todo asunto que se relacione con la protección de informantes y de la Institución Educativa en la investigación será estrictamente vigilado por la investigadora, el director del proyecto y el Comité Asesor de Programas de Posgrados de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander.

La investigación no implica ningún juicio *Ad Hominem* sobre los informantes ni de la institución participante.

Si tiene alguna pregunta o desea más información sobre esta investigación, por favor comuníquese con la docente - estudiante Adriana Paola Quiroga Centeno, al correo adrianaquirog28@hotmail.com

Se anexa formato de asentimiento para ser diligenciado.

Reciba mi agradecimiento por su atención y valioso apoyo,

ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO

Estudiante Maestría en Pedagogía

Universidad Industrial de Santander

FAVOR DILIGENCIAR Y ENTREGAR

Yo Leonor Fuentes Godoy con C.C. 28338397 y responsable directo del o la estudiante Brayan Steven Riaño F del grado 7-02, Autorizo No autorizo el desarrollo del proyecto de investigación: **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO.** Desarrollado por la docente ADRIANA PAOLA QUIROGA CENTENO, Identificada con la C.c.No.37.726.898 de Bucaramanga.

Lugar y fecha 18 septiembre del 2017

Parentesco o relación con el participante mamá

Firma Leonor Fuentes Godoy

ANEXO B. PRUEBA DIAGNOSTICA

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

SEPTIEMBRE
___ DE 2017



1

PRUEBA DIAGNOSTICA INICIAL



Conteste las siguientes preguntas antes de empezar a desarrollar los problemas,

1. Después de leer un problema y no entenderlo, ¿qué es lo que hace?

Después de que obtiene la solución de un problema, ¿qué es lo que hace?

2. Recuerde algunos conceptos y escriba su significado.

Problema: _____

Variación: _____

Cambio: _____

Magnitud: _____

Variables: _____

Dependencia: _____

Independencia: _____

Relación: _____

Razón: _____

Patrón: _____

Proporción: _____

Directamente proporcional: _____

Inversamente proporcional: _____

¹ <http://previews.123rf.com/images/iimages/iimages1206/iimages120600639/14049226-ilustraci-n-de-un-joven-pensando-en-un-fondo-blanco-Foto-de-archivo.jpg>

Recomendaciones para solucionar los problemas que va a encontrar a continuación:

1. Resuelva todos los problemas que encontrará, si no está muy seguro de la forma adecuada o correcta de encontrar la solución, escriba los argumentos que utilizó para trabajarlos.
2. Consigne con claridad sus procesos, explique ordenadamente sus ideas, no borre los procesos, ni las operaciones utilizadas y escriba la oración que representa la solución.
3. Lea muy bien la información de los problemas, entienda la situación, identifique datos relevantes, si es necesario realice una gráfica o un esquema que facilite la comprensión y el desarrollo. Evidencie el proceso que ha utilizado en el proceso de solución. Según lo solicitado en las preguntas.²



MUESTRE AHORA TODO SU TRABAJO



A. La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en una juguetería, 3 y 7 pelotas:

Número de pelotas	Costo
1	
3	\$3.600
5	
7	\$8.400
9	



1. ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema? _____

² <https://www.emaze.com/@AORORQTFR/C%C3%A9lestine-Freinet>

2. ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?

3. Explique con sus palabras qué debe encontrar. _____

4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación. _____

5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior. _____

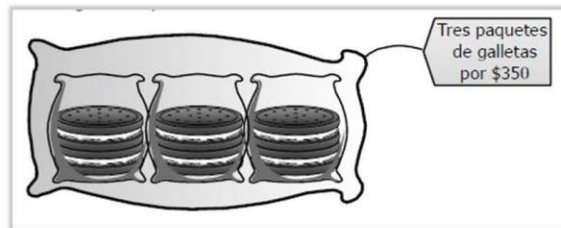
6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?

7. Complete la tabla, explicando la forma como encontró los datos faltantes.

8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?

9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para completar la tabla.

B. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:



¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de estas galletas?

A

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	350
9	350

B

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1050

C

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1400

D

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	650
9	900

1. ¿Cuáles son los aspectos o cantidades importantes en el problema?

2. ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?

3. Explique con sus palabras qué debe encontrar. _____

4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación _____

5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior. _____

6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?

7. ¿Cómo encontró la tabla que tenía la respuesta correcta? _____

8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?

9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para hallar la tabla correcta. _____

C. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos:



Números de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)
2	500
3	750
4	1000
.	.
.	.
.	.

¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

1. ¿Cuáles son los aspectos importantes en el problema?

2. ¿Cuál es la relación entre los aspectos mencionados en la pregunta anterior?

3. Explique con sus palabras qué debe encontrar. _____

4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación _____

5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior: _____

6. ¿Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema?

7. Complete la tabla, explicando la forma como encontró los datos faltantes _____

8. ¿De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta?

9. Escriba una forma, distinta a la utilizada, para completar la tabla.

ANEXO C. CUADRO RESUMEN PRUEBA DIAGNÓSTICA

CUADRO RESUMEN ANALISIS DEL DIAGNOSTICO																											
	1			2			3			4			5			6			7			8			9		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	Green	Blue	Blue	Green	Red	Red	Green	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Red	Blue	Red	Red	Red	
2	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	
3	Green	Red	Grey	Red	Grey	Grey	Green	Grey	Grey	Blue	Grey	Grey	Green	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	Grey	
4	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Blue	Red	Red
5	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Green	Red	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Blue
6	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red
7	Red	Red	Blue	Grey	Red	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Blue	Green	Grey	Red	Red	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	Red	Red	
8	Red	Blue	Red	Grey	Red	Red	Green	Red	Blue	Red	Blue	Red	Red	Grey	Grey	Grey	Red	Red	Red	Green	Grey	Red	Red	Red	Red	Red	
9	Red	Red	Blue	Blue	Grey	Red	Green	Blue	Blue	Red	Blue	Grey	Green	Blue	Grey	Red	Red	Red	Blue	Grey	Red	Red	Red	Red	Red	Red	
10	Blue	Blue	Blue	Red	Blue	Red	Green	Green	Blue	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Blue	Blue
11	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red
12	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red
13	Blue	Blue	Red	Grey	Red	Red	Grey	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red
14	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue	Green	Green	Blue	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red
15	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Green	Blue	Green	Blue	Red	Red	Red	Blue	Blue
16	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red
17	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue
18	Blue	Blue	Blue	Red	Blue	Red	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Blue	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Red
19	Blue	Blue	Grey	Red	Blue	Grey	Green	Green	Grey	Blue	Blue	Grey	Blue	Green	Grey	Red	Red	Red	Blue	Blue	Grey	Red	Grey	Blue	Grey	Blue	Grey
20	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	Red
21	Blue	Blue	Blue	Grey	Red	Red	Green	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Blue	Blue
22	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue
23	Red	Blue	Red	Grey	Grey	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Blue	Blue	Red	Grey	Red	Grey	Red	Red
24	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Red	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue
25	Red	Red	Red	Grey	Red	Red	Green	Blue	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Blue	Blue	Red

CUADRO RESUMEN ANALISIS DEL DIAGNOSTICO																											
	1			2			3			4			5			6			7			8			9		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
26	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Blue	Green	Red	Blue	Blue
27	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue
28	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Red
29	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	Green	Blue	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Blue	Red	Red	Blue
30	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Blue	Blue	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Green
31	Red	Grey	Grey	Red	Red	Red	Blue	Blue	Red	Green	Green	Blue	Blue	Green	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Green	Blue	Red	Blue	Red	Blue
32	Blue	Blue	Blue	Grey	Red	Red	Red	Green	Blue	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Blue	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Blue	Blue	Red	Grey	Blue	Grey
33	Red	Blue	Green	Blue	Red	Red	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Blue	Blue	Red	Red	Red
34	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Red
35	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Blue
36	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Red	Red	Blue	Red	Red	Red
37	Red	Red	Red	Grey	Grey	Grey	Green	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue	Blue	Green	Red	Red	Red	Blue	Blue
38	Green	Green	Green	Red	Red	Red	Green	Green	Blue	Blue	Red	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	Blue	Red	Blue	Red	Red	Red	Blue	Red	Red

Color	Significado
Red	Desempeño mínimo
Blue	Desempeño satisfactorio
Green	Desempeño avanzado
Grey	No responde

ANEXO D. PLANEACIÓN PRIMERA SESION

ACTIVIDADES DE APERTURA

PRIMERA SESION: LA ALIMENTACIÓN DEFICIENTE DISMINUYE EL RENDIMIENTO ACADEMICO

(6 horas)

OBJETIVOS:

Motivación para la resolución de problemas a partir de problemas de su entorno a partir de situaciones
Comprender el concepto de problema e identificar los pasos para su resolución

SENSIBILIZACIÓN: (1 hora)

Se observarán videos de dificultades en la nutrición humana, resaltando la importancia de la correcta alimentación para que los estudiantes tengan un mejor rendimiento escolar.

Según la información del video se plantearán situaciones para que los niños se formulen preguntas y posibles soluciones a la dificultad de la adecuada nutrición de los jóvenes y su incidencia en el rendimiento escolar.

Se observará los siguientes videos y se les repartirá a los estudiantes unas tarjetas de preguntas en donde responderán algunas preguntas relacionadas con los videos, para luego hacer una plenaria con las respuestas.

- La mala nutrición en los jóvenes afecta su salud
- Buena alimentación: mejor aprendizaje
- ¿Por qué es importante tener una alimentación correcta?

TRATAMIENTO DEL PROBLEMA

A. Se les pedirá a los estudiantes que se organicen en grupos de 5 o 6 personas, en el aula estará organizada de esta forma y se repartirán las tarjetas de preguntas a cada grupo, con relación a los videos vistos:

1. ¿De qué tratan los videos? (1)
2. ¿En qué lugar se hizo el estudio? (1)
3. ¿En jóvenes de qué edades se realizó el estudio estadístico del primer video? (1)
4. Según el primer video, ¿Qué porcentaje de estos estudiantes no come frutas? (1)
5. Según el primer video, ¿Qué porcentaje de estos estudiantes no comen verduras? (1)
6. Según el primer video, ¿Cuáles son las causas de estas deficiencias alimentarias? (1)
7. ¿Cuáles son las enfermedades que se están presentando en los jóvenes a causa de la deficiencia de la alimentación? (1)
8. ¿Qué vitamina es preferible que se consuma en la mañana? (2)

9. ¿Cuál es la comida más importante del día? (2)
10. ¿Con qué actividad debemos acompañar una dieta balanceada? (2)
11. ¿Cuáles son los beneficios de realizar deporte? (3)
12. ¿Cuál es el porcentaje de jóvenes que no realiza ninguna actividad física? (2)
13. Según el segundo video, ¿Qué alimentos son los que debo consumir diariamente? (2)
14. Según el segundo video, además de los 5 puntos claves, ¿Qué debo hacer? (2)
15. ¿Por qué mejorará el rendimiento académico según el video número 2? (3)
16. ¿Sabía que existía este problema planteado en el primer video? (2)
17. ¿Cuáles serían las posibles soluciones para que el problema se terminara? (2)
18. ¿Cómo se podría llevar a cabo las soluciones que se presentaron? (3)
19. ¿Qué otras soluciones se presentarán? (4)
20. ¿Cómo se obtiene la mejor solución? (4)
21. ¿En mi familia se come saludable? (1)
22. ¿Qué se consigue al cambiar los hábitos de alimentación? (4)
24. ¿Qué debo hacer para mejorar mi rendimiento académico? (3)
23. Según lo anteriormente mencionado ¿Qué es un problema?

1. ¿De qué tratan los videos? (1)

2. ¿En qué lugar se hizo el estudio? (1)

3. ¿En jóvenes de qué edades se realizó el estudio estadístico del primer video? (1)

4. Según el primer video, ¿Qué porcentaje de estos estudiantes no come frutas? (1)

5. Según el primer video, ¿Qué porcentaje de estos estudiantes no comen verduras? (1)

6. ¿Cuáles son las enfermedades que se están presentando en los jóvenes a causa de la deficiencia de la alimentación? (1)

7. ¿Qué vitamina es preferible que se consuma en la mañana? (2)

8. ¿Cuál es la comida más importante del día? (2)

9. ¿Con qué actividad debemos acompañar una dieta balanceada? (2)

10. ¿Cuáles son los beneficios de realizar deporte? (3)

11. ¿Cuál es el porcentaje de jóvenes que no realiza ninguna actividad física? (2)

12. Según el segundo video, ¿Qué alimentos son los que debo consumir diariamente? (2)

13. Según el segundo video, además de los 5 puntos claves, ¿Qué debo hacer? (2)

23. Según lo anteriormente mencionado ¿Qué es un problema?

B. METODO PARA SOLUCIONAR LOS PROBLEMAS (1hora)

Se recogerán las tarjetas y serán revisadas para verificar que estén correctas y pegarlas en el tablero, en una tabla que se hará previamente, identificando si pertenecen a las etapas del proceso de resolución de problemas, así:

COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	CONCEPCION DE UN PLAN	EJECUCIÓN DEL PLAN	COMPROBACION

Se les dará puntos para los grupos que hayan tenido las respuestas correctas y al final se determinará el grupo que haya tenido la mayor puntuación y ganará 10 puntos.

De acuerdo al resultado de la actividad se establecerá la ruta que se deberá seguir para la solución de problemas, a continuación por grupos se realizará un análisis de un problema y se evaluarán los pasos que se utilizaron para llegar a la solución. Se les pedirá que consignen en el cuaderno los pasos del método y se escribirá que preguntas deben ir en cada uno de ellos.

Para finalizar la sesión se les repartirá por grupos la siguiente guía de trabajo, en donde se expondrá una noticia relacionada con la nutrición. (1 hora)

	<p>COLEGIO DE SANTANDER</p> <p>EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROPORCIONALIDAD CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO</p> <p><i>SESION No.1 - GUIA No. 1</i></p> <p>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</p>	<p>FECHA: _____</p> <p>GRADO: _____</p>
<p>NOMBRES: _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>		
<p>En la siguiente lectura se plantea una situación descrita en el diario español: El Periódico de Aragón del 4 de marzo del 2003:</p> <p style="text-align: center;">El 59% de las muertes están provocadas por una mala dieta</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="margin-right: 20px;">   </div> <div> <p>Las enfermedades que causan más muertes en todo el mundo están directamente relacionadas con una alimentación desequilibrada, excesivamente grasa y con demasiada sal. Un 59% de los 56,5 millones de fallecimientos registrados en el 2001 se debieron a enfermedades crónicas causadas por una dieta inadecuada y la falta de ejercicio físico. Así lo asegura un informe que 30 especialistas en nutrición han elaborado para la Organización Mundial de la Salud (OMS) y el fondo de Naciones Unidas para la alimentación (FAO).</p> </div> </div>		

Cáncer, enfermedades cardiovasculares, obesidad, diabetes e hipertensión, las principales causas de muerte en los países desarrollados desde hace un decenio, han alcanzado a las zonas más pobres del planeta, en especial las ciudades en que se ha implantado la cultura de la comida rápida, caracterizada por su exceso de grasas saturadas y sales. La OMS establece una relación directa entre el desarrollo urbano y las enfermedades crónicas.



UN REGIMEN MUNDIAL El informe, que dará pie a una futura estrategia mundial sobre régimen alimentario, actividad física y salud, asegura que las principales enfermedades crónicas podrían prevenirse "fácilmente", y cita entre éstas a la hipertensión, los altos niveles de colesterol en sangre, la obesidad y el sedentarismo.



El doctor chileno Ricardo Uauy, coordinador del informe, reitera un consejo tan conocido como olvidado: "La gente debería comer menos alimentos hipercalóricos (fritos, pizzas, hamburguesas y platos preparados), excesivamente ricos en grasa, sal y azúcar. Debería hacer alguna actividad física, tomar frutas y dar preferencia a los alimentos de origen vegetal y marino".

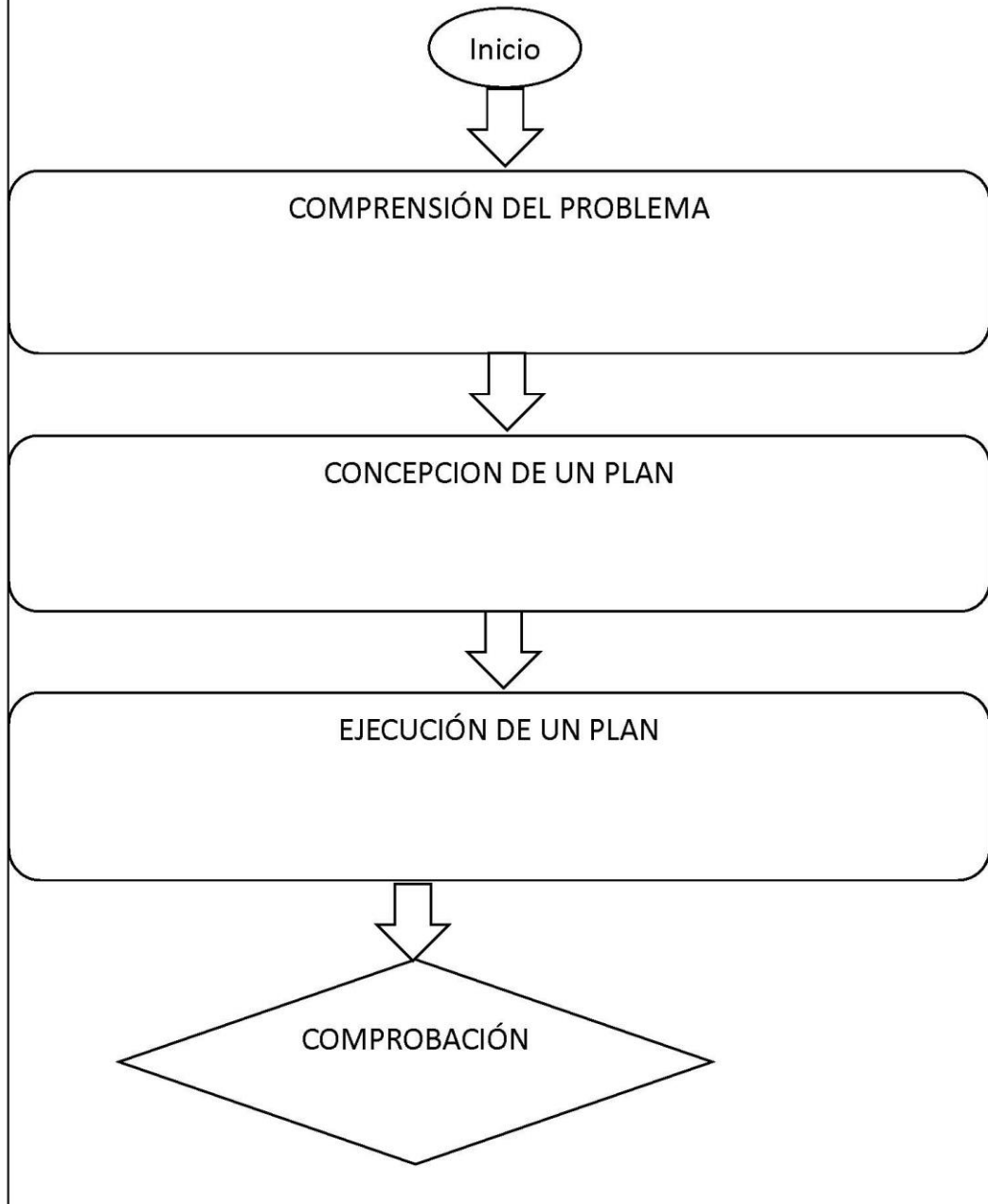
UNA HORA DIARIA DE EJERCICIO El sedentarismo es uno de los principales causantes de esta situación, ya que determina el desgaste diario de la energía proporcionada por la dieta. "Para mantener un peso corporal sano --mantiene el informe de los especialistas-- especialmente en las personas que pasan la mayor parte de su tiempo sentadas, es necesario dedicar una hora diaria, casi todos los días de la semana, a alguna actividad física, por ejemplo, caminar".

Las grasas de la dieta cotidiana, afirman los especialistas, deberían ser preferiblemente poliinsaturadas (las que poseen los frutos secos o la leche, por ejemplo) y no superar el 30% de la dieta total. El sostén principal de la alimentación, apuntan los expertos, deben aportarlo los carbohidratos: hasta un 75% de la dieta debería estar compuesta por cereales y legumbres o sus derivados. Las proteínas, más pescado que carne, no han de superar el 15% de la energía recibida, en tanto que las frutas y hortalizas deben alcanzar los 400 gramos diarios.

Por otra parte, la sal y los azúcares refinados intervienen directamente en la hipertensión, la diabetes y las enfermedades de los dientes, recuerda el documento de la OMS, y son causa indirecta de las complicaciones cardiovasculares.



Se indica a los estudiantes que de forma individual llenen el siguiente esquema pero trabajando en grupo:



(2 hora) Después que hayan llenado el diagrama individualmente, se inicia el juego "[Concéntrese y resuelva un problema](#)", el cual consiste en el diseño del juego mediante power point de tarjetas numeradas del 1 al 9: según el diagrama anterior buscar las parejas de tarjetas numeradas del 1 al 15 haciendo click en la que crean que responderá los pasos para solucionar un problema, es decir, por ejemplo una tarjeta tiene el nombre de **Comprensión de un problema** deberá coincidir con la tarjeta que responda a ese paso. El grupo ganador de la actividad de los videos iniciará jugando y seleccionará un estudiante representante de otro grupo, se irán retando y el ganador será aquel grupo que logre relacionar correctamente la mayor cantidad de tarjetas y ganará 10 puntos, para los demás se analizará su desempeño y su participación.

Ahora se les reparte los siguientes problemas para trabajo individual:

1. María Isabel quiere comprarse un computador de \$1.987.000. Si paga una cuota inicial de \$500.000 y el resto lo pagará en 36 meses, ¿Cuánto pagará cada mes?
2. En un vivero vendieron 60 bultos de abono a \$79.600 y 48 galones de fertilizante a \$73.190. ¿Cuánto dinero recibieron por la venta?
3. Durante cada una de las cuatro semanas del mes de enero, Rubén ahorro \$7.650. En las semanas de febrero, ahorró \$8.190. Cuánto más ahorró en febrero que en enero?

Un depósito contenía 112 litros de agua. Con ella se llenaron tres cantinas iguales y dos garrafas de 15 litros cada una. En el depósito quedaron todavía 7 litros de agua. ¿Cuál era la capacidad de cada cantina?

Se dará vuelta a las tarjetas y se verá en la pantalla las tarjetas numeradas del 1 al 9. Se propondrá que trabajen por binas el juego de estrategia llamado llegando a quince:

JUGUEMOS:

En el siguiente cuadro se va colocando por turnos un número, lo podrá colocar donde quiera y el primer jugador que logre sumar 15 ya sea de manera vertical, horizontal y diagonal gana el juego



1	2	3
4	5	6
7	8	9

Ahora se les reparte los siguientes problemas para trabajo individual:

4. María Isabel quiere comprarse un computador de \$1.987.000. Si paga una cuota inicial de \$500.000 y el resto lo pagará en 36 meses, ¿Cuánto pagará cada mes?
5. En un vivero vendieron 60 bultos de abono a \$79.600 y 48 galones de fertilizante a \$73.190. ¿Cuánto dinero recibieron por la venta?
6. Durante cada una de las cuatro semanas del mes de enero, Rubén ahorró \$7.650. En las semanas de febrero, ahorró \$8.190. Cuánto más ahorró en febrero que en enero?
7. Un depósito contenía 112 litros de agua. Con ella se llenaron tres cantinas iguales y dos garrafas de 15 litros cada una. En el depósito quedaron todavía 7 litros de agua. ¿Cuál era la capacidad de cada cantina?

file:///C:/Users/Adriana%20Quiroga/Documents/ESPECIALIZACION%20Y%20MAESTRIA/1%20SEMESTRE/MATERIAL%20COMPARTIDO%20SEMINARIO%20DIDÁCTICA%20I/Investigacion_sobre_procesos_de_rp_en_un_entorno_de_juegos_de_estrategia_M_Edo.compressed.pdf

Después de jugar en binas, los estudiantes compartirán y discutirán con sus compañeros cual es la estrategia ganadora y la expondrán al grupo, los demás revisarán si de esa forma se logra ganar siempre.

A continuación se darán a conocer las estrategias que se deben seleccionar en la fase de Elaboración de un plan para implementar en la fase de ejecución:

Tipos de estrategias¹	Resolución gráfica	Ensayo - Error	Razonamiento inverso	Organización de la información
Descomposición del problema	Simplificación y búsqueda de regularidades	Experimentación con la posible solución	Búsqueda de un contraejemplo	Reducción al absurdo

1. Resolución gráfica: La construcción de un gráfico refleja las condiciones y los datos del enunciado conduce directamente a la solución del problema
2. Ensayo-Error: Consiste en experimentar con posibles soluciones hasta dar con la correcta. Siguiendo los siguientes pasos:
 - Escogemos la posible solución
 - Probamos si esta solución satisface las condiciones del problema
 - Modificamos la solución escogida en función del resultado obtenido y repetimos el proceso hasta obtener la solución correcta
3. Razonamiento inverso: Se conoce el resultado final y queremos determinar el valor inicial o una serie de operaciones que nos conduzcan hasta él. Se debe tomar el resultado como punto de partida e ir retrocediendo hasta llegar a la posición inicial.

¹ <http://servicios.educarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/124/esomate8.pdf>

4. Organización de la información: Realización de un esquema o tabla sobre los que se dispone las condiciones y los datos del enunciado para encontrar la solución:
5. Descomposición del problema: Consiste en descomponer el problema en problemas más sencillos
6. Simplificación y búsqueda de regularidades: la simplificación de datos o de las condiciones del problema proporciona un nuevo punto de vista para su resolución. Este nuevo punto de vista surge de la existencia de regularidades que permanecían ocultas antes de proceder a la simplificación
7. Experimentación con la posible solución: Consiste en suponer una posible solución del problema planteado y verificar que ésta satisface las condiciones del enunciado. Si no es la solución puede que direcciona a la solución, se utiliza generalmente en problemas de geometría
8. Búsqueda de un contraejemplo: Se utiliza para demostrar la falsedad de un enunciado matemático.
9. Reducción al absurdo: Se utiliza para demostrar afirmaciones. Consiste en suponer la falsedad de lo que se quiere demostrar y llegar así a una contradicción

Se diseñará en power point una actividad llamada **"TIPOS DE ESTRATEGIAS"** para que cada vez que se vea el nombre de la estrategia se evidencie un ejemplo para que los estudiantes observen la aplicabilidad de la estrategia. Con esta actividad se cierra la Sesión No. 1

3

Dos coches parten simultáneamente de dos ciudades A y B, distantes 160 km, al encuentro uno del otro. Sus velocidades son $v_A = 30 \text{ km/h}$ y $v_B = 75 \text{ km/h}$. Halla en qué punto se cruzarán y el tiempo invertido en ello.

Identificación del dato: A : Ciudad, B : Ciudad, v_A : Velocidad, v_B : Velocidad, S : Distancia.

Identificación del dato: A : Ciudad, B : Ciudad, v_A : Velocidad, v_B : Velocidad, S : Distancia.

Se comienza a resolver desde aquí.

4

Hallar el área de un hexágono regular de lado l .

En lugar de trabajar con un hexágono lo descomponemos en seis triángulos equiláteros, y hallar el área de estos es más sencillo.

5

Cuando resolvió este ejercicio con solo 5 años, se percató de que si escribíamos la serie $1+2+3+\dots+98+99+100$ escribiendo por parejas $(1+100)$, $(2+99)$, $(3+98)$ todas las parejas sumadas da siempre 101, y que había 50 parejas, por lo tanto $1+2+3+\dots+98+99+100=101 \cdot 50=5050$.

Calcula la suma de los 100 primeros números naturales.

6

De todos los rectángulos, cuyos lados son múltiplos de 10, de área 100 m^2 , determina cual es el de menor perímetro.

Un rectángulo de lados x y y tiene de área $x \cdot y = 100$ y de perímetro $2(x+y)$. Despejamos y en función de x y sustituimos en la expresión del perímetro: $100 = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{100}{x}$. En una tabla damos valores a x y calculamos el perímetro y el área total y con la fórmula de Gauss el final del ejemplo. Se ve que el $10 \cdot 10$ no es la solución porque x es ≥ 10 , y es ≤ 10 .

7

¿Es cierta la propiedad? Los números $2n+3$, $n \in \mathbb{N}$ son primos.

Si n es el menor valores 1, 2, 3, 4, 5, ... encontramos que para $n=4$ es $2 \cdot 4 + 3 = 11 = 5 \cdot 7$ que no es primo.

8

¿Es cierta la propiedad? Los números $2n+3$, $n \in \mathbb{N}$ son primos.

Supongamos que es racional, $\sqrt{2} = a/b$, donde a, b primos entre sí.

Elevarlo al cuadrado $2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2$ es decir a^2 es par y entonces la raíz a es $2m$ y sustituyendo $(2m)^2 = 2b^2 \Rightarrow 4m^2 = 2b^2$ y pasando el número dos veces dentro de b antes cambiada b es $2n$. Se repite en cualquier momento con a . No hay primer número a . Esta contradicción surge de suponer que $\sqrt{2}$ es racional.

9

10

ANEXO E. PLANEACIÓN SEGUNDA SESION

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

SEGUNDA SESION: EL CAMINO PARA LLEGAR A LA PROPORCIONALIDAD (9) HORAS

OBJETIVOS¹:

Involucrar a los participantes en situaciones de variación y cambio que les permitan identificar magnitudes, variables, razones y relaciones de dependencia, entre las cantidades de las magnitudes que intervienen.

Reconocer cuando una variación es de proporcionalidad directa o de proporcionalidad inversa y resolver y formular problemas que den cuenta de los niveles alcanzados por los participantes.

Apertura de la sesión

Por grupos se les pedirá que traigan un cartón paja.

Cada una de las siguientes etapas se desarrollará de la siguiente manera: Magnitudes, Variables y Razón: Se determinarán varias actividades

- A. Cancha: se distribuirán los grupos de estudiantes y saldrán a la cancha a lanzar al arco y un estudiante de cada grupo irá escribiendo el número de cestas logradas en 10 lanzamientos, para establecer conceptos como variación, magnitudes y razón
$$\frac{\text{Cantidad de tiros encestandos}}{\text{Cantidad de tiros lanzados}}$$
- B. Un equipo se dirigirá a una de las cafeterías y preguntará cuantos dulces pueden comprar con cierto dinero
- C. Un grupo se dirigirá a algunos profesores y se les preguntará el número de estudiantes que se requieren para un mejor aprendizaje
- D. Un grupo hallará el área de un salón y el número de baldosas que lo cubren
- E. Un grupo se dirigirá a la fotocopidora y preguntará el número de fotocopias aproximadas que sacan en un día de acumulativas
- F. Un grupo revisará la cantidad de calorías ingeridas en una comida según los alimentos seleccionados
- G. Un grupo analizará el número de calorías quemadas en 30 minutos de la realización de un deporte

¹¹ Libro de terpel página 139

ESTUDIANTE							
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS	10	20	30	40	50		
NUMERO DE CESTAS	5	10	15	20	25		
RAZON	2	2	2	2	2		

ESTUDIANTE							
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS							
NUMERO DE CESTAS							
RAZON							

ESTUDIANTE							
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS							
NUMERO DE CESTAS							
RAZON							

ESTUDIANTE							
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS							
NUMERO DE CESTAS							
RAZON							

ESTUDIANTE							
CANTIDAD DE LANZAMIENTOS							
NUMERO DE CESTAS							
RAZON							

DINERO							
CANTIDAD DE DULCES							
RAZON							

NUMERO DE PROFESORES							
NUMERO DE ESTUDIANTES							
RAZON							

PERIMETRO DEL SALON							
CANTIDAD BALDOSAS							
RAZON							

DIA DE TRABAJO							
CANTIDAD DE FOTOCOPIAS							
RAZON							

HORAS DE ESTUDIO AL DIA							
DIAS							
RAZON							

CANTIDAD INGERIDA DE ALIMENTO							
CALORIAS							
RAZON							

Deporte: _____

TIEMPO							
CALORIAS GASTADAS							

Los estudiantes regresarán al salón, se devolverán los balones al profesor de educación física y se hablará sobre los compromisos para la próxima clase.

Desarrollo de la sesión

En el salón se hará la plenaria de las informaciones obtenidas a partir de los recorridos realizados por los estudiantes, y se les indicará que realicen la división entre las dos magnitudes para determinar la razón.

En ese momento se hará la explicación de lo que significa: magnitud, variación, cambio, variables, dependencia e independencia, relación y razón. Estos conceptos fueron abordados en el diagnóstico y los estudiantes no los reconocían, ni los tenían presentes. Para facilitar el aprendizaje se diseñarán unas tarjetas con los nombres de los conceptos vistos, junto a su respectivo símbolo y se pegará en el salón. Se irá consignando en el cuaderno. Y se programarán los compromisos para la siguiente clase.

Se les pedirá a los estudiantes medio pliego de cartón paja por grupo. Duración de la actividad: (1 hora)

A continuación se repartirá por equipos el "[rompecabezas de razones](#)", en donde practicarán la escritura y la formación de las mismas. Y por detrás de éste primer cuarto se formará una parte de la imagen final en la cual se verá el proceso del método de resolución de problemas. Se hará el anterior diagrama en medio pliego de cartón paja dividido en 4 partes y cada una de ellas se irá trabajando a lo largo de esta sesión.

PRIMERA PARTE: COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA

Se les repartirá a los estudiantes organizados en grupos, el rompecabezas para que elaboren razones a partir de ejercicios prácticos el rompecabezas estará completo cuando hallen las magnitudes que componen la fracción. Duración de la actividad: (1 hora). Cuando terminen la actividad la pegarán en la primera parte del cartón paja

Oscar y Paola preparan limonada para lo cual usan una mezcla de 2 limones y 3 cucharadas de azúcar por cuarto de limonada	Cantidad de limones y cucharadas de azúcar en un cuarto de limonada	Para hacer dos cuartos de limonada cuantos limones se usan?	Para hacer dos cuartos de limonada cuantas cucharadas de azúcar se usa?
---	---	---	---

$\frac{120}{1000}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{600}{400}$	INFORMACIÓN	INFORMACIÓN	$\frac{52}{264}$
$\frac{121}{264}$	$\frac{38}{46}$	$\frac{121}{143}$	$\frac{60}{35}$
INFORMACIÓN	$\frac{2}{3}$	4	6

TERCERA PARTE: EJECUCIÓN DEL PLAN

En esta etapa jugaran con un dominó para buscar fracciones que formen proporciones y cuando terminen pegarán la tercera parte del cartón paja. Duración de la actividad: (1 hora)



Ilustración 4. Imagen fracciones equivalentes, blog de Ana Maria Azcarate. <https://anagarciaazcarate.wordpress.com>

Deben colorear de marrón las fracciones con razones iguales a $\frac{1}{4}$

Deben colorear de azul las fracciones con razones iguales a $\frac{3}{2}$

Deben colorear de gris las fracciones con razones iguales a $\frac{3}{5}$

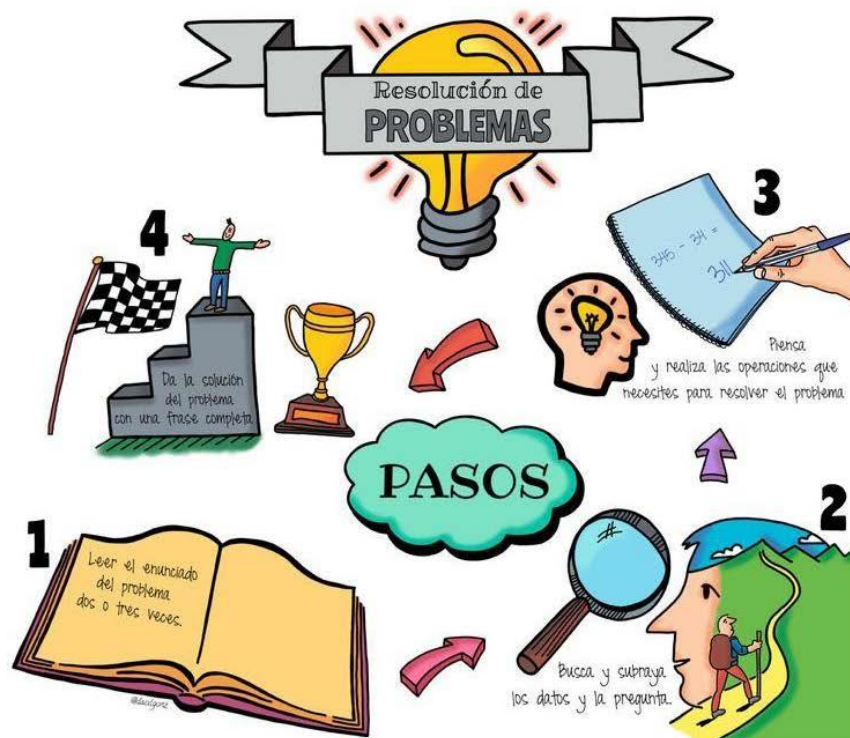
Duración de la actividad: (1hora)

Finalización de la sesión

Se evidenciará la imagen del cartón paja que muestra las actividades desarrolladas con los estudiantes a lo largo del desarrollo de esta sesión. Se hará una retroalimentación de los conceptos aprendidos a lo largo de las clases y se reforzará en aquellos que se demuestre que existen algunas debilidades en la comprensión, así mismo se volverá a repasar el método para la resolución de problemas y se les

preguntará que es lo que se debe tener en cuenta en cada una de las etapas. Se terminará la sesión No.2 y se acordarán los compromisos para la siguiente clase.

Duración de la actividad: (1hora)



ANEXO F. PLANEACIÓN TERCERA SESION

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

TERCERA SESION: EL CAMINO PARA LLEGAR A LA PROPORCIONALIDAD (14) HORAS

Objetivos:

- Identificar el tipo de variación: correlación directa, correlación inversa, proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa, en situaciones cotidianas y advertir los patrones de variación.
- Importancia del análisis de situaciones de la vida cotidiana que permitan captar la covariación
- Identificar el tipo de correlación entre cantidades de magnitud
- Reconocer que el pensamiento variacional requiere de otros tipos de pensamiento¹

Apertura de la sesión

La tercera sesión comenzó con una actividad motivadora de elaboración de unas onces saludables, y donde utilizando el concepto de la proporcionalidad se emplearon los ingredientes que fueron utilizados en dicha preparación. Para tal fin fue necesario medir las cantidades empleadas para cada ingrediente y se elaboró la primera muestra determinando según los asistentes cuando se debería usar, para luego llenar la siguiente tabla en sus cuadernos:

PARTICIPANTES	3 PERSONAS	6 PERSONAS	9 PERSONAS	12 PERSONAS	36 P
MAIZ PIRA OZ					
SAL					
No. BOLSAS					
MANTEQUILLA					

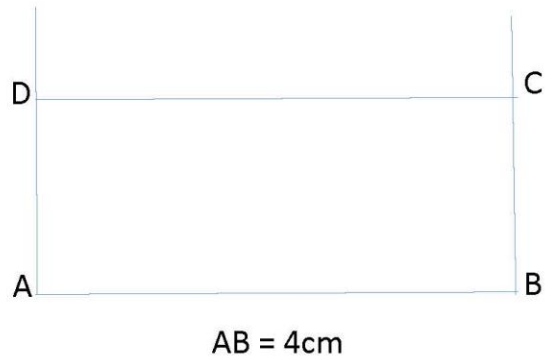
PARTICIPANTES	3 PERSONAS	6 PERSONAS	9 PERSONAS	12 PERSONAS	36 P
CANTIDAD DE AGUA					
LIMONES					
AZUCAR					
CANTIDAD DE VASOS					

¹ CIFUENTES, Virginia y CASASBUENAS, Cecilia. Pensamiento matemático. FUNDACIÓN TERPEL Y PROMIGAS Fundación. 2013 p. 148.

Logrando con ello que los estudiantes de una forma mas vivencial, formen proporciones de acuerdo a una receta

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

2.) Se iniciará hallando el perímetro de un rectángulo de lado variable:



LONGITUD DEL LADO VARIABLE	1	2	3	4	5	6	7	8
PERIMETRO DE ABCD								
AREA DE ABCD EN CM ²								

Se desarrollará el ejercicio con los estudiantes y se les dirá que el lado CD es variable y por lo tanto el valor del perímetro y del área también lo serán, se les harán las siguientes preguntas y se hará con ellos el respectivo análisis:

- a. Qué ocurre con el perímetro del rectángulo ABCD cuando el lado AD crece?
- b. Qué ocurre con el área?

Con las respuestas se hará el estudio de las situaciones en las cuales intervienen dos cantidades de magnitud, en las que si una de ellas varía la otra aumenta o disminuye.

Se derivan los conceptos de correlación, la positiva será cuando en la variación, una aumenta y la otra también; y la negativa será cuando en la situación de variación una magnitud aumenta la otra disminuye.

3) Se proyecta unas imágenes que desde el proyecto Escuelas que Aprenden de Terpel, se ha proporcionado

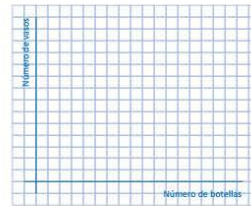
¿DONDE SE MANTIENE LA RELACION?

The image displays six cards arranged in a 2x3 grid. Each card has a header 'Cartel muestra' and a sub-header with letters A through F. The top-left card shows 2 cows and 2 milk cans. The top-middle card shows 4 cows and 4 milk cans. The top-right card shows two recipes: '2 porciones DE hojuelas por cada 3 tazas de leche' and '10 porciones DE hojuelas por cada 15 tazas de leche'. The bottom-left card shows 4 carrots and 2 rabbits. The bottom-middle card shows 8 carrots and 4 rabbits. The bottom-right card shows two orange boxes with numbers: 4 and 5 on the left, and 8 and 10 on the right.

Se deberá observar con atención los carteles que presenta el profesor y a continuación escribe para cada cartel SI o NO teniendo en cuenta la instrucción dada por el profesor. Reflexión: En cada una de las diapositivas se hará el respectivo análisis y la relación que se establece:

RELACION	A	B	C	D	E	F
Vacas – Cantinas de leche						
Zanahorias – Conejos						
Porciones – Tazas de leche						
Números						

- 4) Juego de aplausos
5) Taller de aplicación:



•¿Cuáles son las cantidades de magnitud que covarían?¿Cómo es la correlación?

•¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál la dependiente?

•¿Cuál es el factor de proporcionalidad?

•¿Cuál es la expresión general que captura la relación entre las dos variables?

Complete la tabla y hagamos la representación gráfica de la variación:

No de botellas	1	2	2,5			
No de vasos		7,5		15		

- ¿Pertenece el punto (0,0) a la gráfica? ¿Qué significado tiene?
- Si se unen los puntos que resultaron, ¿qué tipo de gráfica se obtiene? ¿Qué significado tiene esta gráfica?
- ¿Es útil esta gráfica para predecir valores de la variable dependiente cuando se asignen valores a la variable independiente? ¡Ensayemos algunos!

Escribimos razones que nos permiten encontrar el factor de proporcionalidad:

$$\frac{\text{No de vasos}}{\text{No de botellas}} = \frac{\quad}{\quad}$$

- ¿Cómo son, entre sí, las fracciones que representan la razón entre el número de vasos y el número de botellas?
- ¿Cómo utilizar este hecho en la resolución de problemas?
- Si de dos botellas de limonada podemos obtener 10 vasos, ¿cuántas botellas se necesitan para obtener 35 vasos?

$$\frac{10}{2} = \frac{35}{x} \quad 10x = 2 \cdot 35$$

$$x = \frac{2 \cdot 35}{10}$$

$$x = 7 \text{ Botellas}$$

Ilustración 1. Taller No. 1 Encontremos la variación. Pensamiento Matemático. Fundación Terpel enseña y Fundación Promigas. Pag 150.

- 6) Explicación de Correlación
7) Explicación de Correlación positiva – Proporcionalidad directa
8) Explicación de Correlación negativa – Proporcionalidad inversa
9) Talleres de aplicación

Imagen Taller de aplicación No.2

Jhonatan Martínez 7-02
Propiedades fundamentales de las proporciones

1. Marca con un ✓ las razones que forman una proporción.

$\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$ ✓
 $\frac{3}{11} = \frac{22}{6}$ ✗
 $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ ✗
 $\frac{37}{36} = \frac{15}{20}$ ✗
 $\frac{35}{32} = \frac{7}{8}$ ✗

2. Determina si las medidas de los lados correspondientes de cada par de figuras forman una proporción.

- Paralelogramo 1: 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 → **SI**
 - Paralelogramo 2: 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 → **SI**
 - Triángulo 1: 1.5, 2.5, 3.5 → **NO**
 - Triángulo 2: 1.5, 2.5, 3.5 → **NO**

3. Indica si los datos presentados en cada tabla forman una proporción o no. Explica tu respuesta.

Desarrollo del bebé		Venta de cuadernos		Crecimiento del pie		Recorrido de un vehículo	
Edad (Meses)	Peso (Kg)	Numero de cuadernos	Precio (\$)	Edad (Años)	Talla	Tiempo (horas)	Distancia
2	3	2	6000	2	28	2	40
3	7	3	9000	3	35	3	60

Desarrollo del bebé: **no hay**
 Venta de cuadernos: $2 \times 3000 = 6000$, $3 \times 3000 = 9000$
 Crecimiento del pie: **No hay**
 Recorrido de un vehículo: $2 \times 20 = 40$, $3 \times 20 = 60$

Al evaporar 970 l de agua de mar se obtienen 32 kg de sal. ¿Es correcto afirmar que para obtener 320 kg de sal se deben evaporar 9700 l de agua?
 $\frac{32}{970} = \frac{320}{9700}$ **si proporcional**

Imagen Taller de aplicación No.2

Problemas

$\frac{3}{13} = \frac{9}{26}$ si se cumple
 $\frac{2}{7} = \frac{25}{22}$ no se cumple
 $\frac{8}{15} = \frac{8}{2}$ no se cumple
 $\frac{4}{4} = \frac{2}{2}$ no se cumple

Resolución del problema

$\frac{32}{970} = \frac{320}{9700}$
 si se cumple

Desarrollo del bebé

$\frac{2}{3} = \frac{5}{7}$ no se cumple
 $\frac{2}{3} = \frac{600}{900}$ si se cumple
 $2 \times 3000 = 6000$
 $3 \times 3000 = 9000$

Recorrido de un vehículo

$\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$ si se cumple
 $2 \times 20 = 40$
 $3 \times 20 = 60$

Imagen Taller de aplicación No.3

1,2,3... comprende, piensa y resuelve!

PROBLEMA
 ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 20 km un ciclista que recorre 30 km en 60 minutos?
 ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 40 km un ciclista que recorre 30 km en 60 minutos?
 ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 60 km un ciclista que recorre 30 km en 60 minutos?

COMPRENDE
 ¿Qué datos tengo?
 ¿Qué necesito encontrar?
 ¿Qué necesito hacer?

PIENSA
 ¿Qué estrategia voy a utilizar?
 ¿Cómo voy a resolverlo?

RESUELVE
 $\frac{30}{60} = \frac{20}{x}$
 $30x = 1200$
 $x = 40$ minutos

VERIFICA
 ¿Mi resultado tiene sentido?
 ¿He usado todos los datos?

Imagen Taller de aplicación No.3

Solución los siguientes problemas aplicando la regla de tres simple determinando si se relacionan directa o inversamente proporcional.

1. Un atleta recorre 20km en 60 minutos. ¿Cuántos km recorre en 90 minutos?

COMPRENDE
 ¿Qué datos tengo?
 ¿Qué necesito encontrar?
 ¿Qué necesito hacer?

PIENSA
 ¿Qué estrategia voy a utilizar?
 ¿Cómo voy a resolverlo?

RESUELVE
 $\frac{20}{60} = \frac{x}{90}$
 $20 \times 90 = 60x$
 $1800 = 60x$
 $x = 30$ km

2. Para elaborar cinco cortinas se necesitan 8m de tela. ¿qué cantidad de tela se requiere para confeccionar diez cortinas del mismo tipo de cortina?

COMPRENDE
 ¿Qué datos tengo?
 ¿Qué necesito encontrar?
 ¿Qué necesito hacer?

PIENSA
 ¿Qué estrategia voy a utilizar?
 ¿Cómo voy a resolverlo?

RESUELVE
 $\frac{5}{8} = \frac{10}{x}$
 $5x = 80$
 $x = 16$ m

3. El tiempo empleado por un grupo de 5 obreros para construir un muro es de 12 horas. ¿Cuánto tardarían 6 obreros para construir el mismo muro?
 ¿Cuánto tardarían 8 obreros para construir el mismo muro?
 ¿Cuánto tardarían 10 obreros para construir el mismo muro?

COMPRENDE
 ¿Qué datos tengo?
 ¿Qué necesito encontrar?
 ¿Qué necesito hacer?

PIENSA
 ¿Qué estrategia voy a utilizar?
 ¿Cómo voy a resolverlo?

RESUELVE
 $\frac{5}{12} = \frac{6}{x}$
 $5x = 72$
 $x = 14.4$ horas

4. Veinte personas tienen alimentos para 30 días. Si se retiran cinco personas del grupo, ¿para cuántas personas alcanza el alimento?

COMPRENDE
 ¿Qué datos tengo?
 ¿Qué necesito encontrar?
 ¿Qué necesito hacer?

PIENSA
 ¿Qué estrategia voy a utilizar?
 ¿Cómo voy a resolverlo?

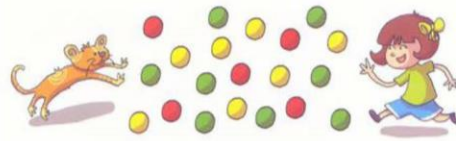
RESUELVE
 $\frac{20}{30} = \frac{15}{x}$
 $20x = 450$
 $x = 22.5$ días

ANEXO G. PRUEBA FINAL

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON
PROPORCIONALIDAD CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO

NOVIEMBRE
___ DE 2017

PRUEBA FINAL



NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

Conteste las siguientes preguntas antes de empezar a desarrollar los problemas,

1. Después de leer un problema y no entenderlo, ¿qué es lo que hace?

Después de que obtiene la solución de un problema, ¿qué es lo que hace?

2. Recuerde algunos conceptos y escriba su definición:

Problema: _____

Variación: _____

Cambio: _____

Magnitud: _____

Variables: _____

Dependencia: _____

Independencia: _____

Relación: _____

Razón: _____

Patrón: _____

Proporción: _____

Directamente proporcional: _____

Inversamente proporcional: _____

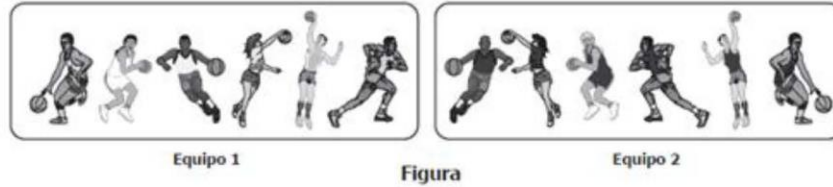
Recomendaciones para solucionar los problemas que va a encontrar a continuación:

1. Resuelva todos los problemas que encontrará, si no esta muy seguro de la forma adecuada o correcta de encontrar la solución, escriba los argumentos que utilizó para trabajarlos.
2. Consigne con claridad sus procesos, explique ordenadamente sus ideas, no borre los procesos, ni las operaciones utilizadas y escriba la oración que representa la solución.
3. Lea muy bien la información de los problemas, entienda la situación, identifique datos relevantes, si es necesario realice una gráfica o un esquema que facilite la comprensión y el desarrollo. Evidencie el proceso que ha utilizado en el proceso de solución. Según lo solicitado en las preguntas.

MUESTRE AHORA TODO SU TRABAJO



A. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos:



Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?

1. Cuáles son las magnitudes del problema: _____

2.Cuál es la relación entre las magnitudes mencionadas en la pregunta anterior?

3. Explique con sus palabras que debe encontrar? _____

4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación? _____

5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior: _____

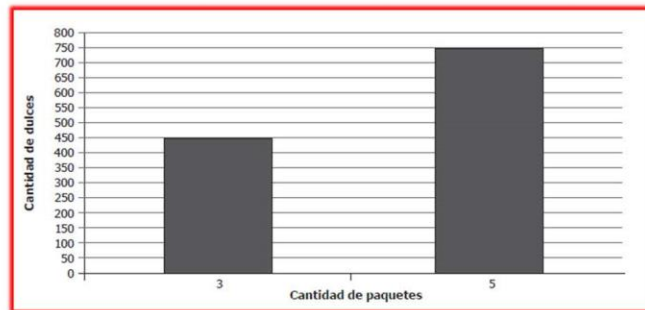
6. Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema? _____

7. Halle la respuesta, explicando la forma como encontró los datos faltantes _____

8. De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta? _____

9. Escriba una forma distinta a la utilizada, para completar la tabla: _____

B. En la gráfica aparece información de la cantidad de dulces que contienen 3 y 5 paquetes:



Si cada paquete contiene la misma cantidad de dulces, ¿cuántos dulces hay en 4 paquetes?

1. Cuáles son las magnitudes del problema: _____

2.Cuál es la relación entre las magnitudes en la pregunta anterior?

3. Explique con sus palabras que debe encontrar? _____

4. Escriba los pasos que desarrollaría para lograr resolver la situación? _____

5. Resuelva la situación empleando los pasos que escribió en el punto anterior: _____

6. Qué tipo de correlación existe entre los aspectos (variables) del problema? _____

7. Como halló la respuesta correcta? _____

8. De qué manera comprueba que la solución que ha encontrado es correcta? _____

9. Escriba una forma distinta a la utilizada, para hallar la respuesta correcta: _____



C. Un equipo de béisbol ganó 48 de sus 80 primeros juegos. ¿Cuántos de sus próximos 50 juegos tiene que ganar para mantener la razón entre victorias y derrotas?

D. En el Colegio de Santander hay 200 estudiantes en la sección primaria y se consumen todas las frutas que compraron en 20 días. Si se matriculan 50 estudiantes más, ¿en cuánto tiempo comerán la misma cantidad de frutas?



**GRACIAS POR SU
TRABAJO**

ANEXO H. CUADRO RESUMEN PRUEBA FINAL

ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL																											
	PROBLEMA A									PROBLEMA C								PROBLEMA D									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	Blue	Red	Red	Green	Blue	Red	Blue	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	
2	Red	Blue	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Blue	Green	Green	Blue	Blue	Green	Red	Red	Blue	Green	Green	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	
3	Green	Blue	Green	Green	Red	Green	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Red	Red	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	
4	Green	Blue	Green	Green	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	Green	Red	Blue	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	
5	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Blue	Red	Blue	Green	Red	Green	Green	Green	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Red	Red	Red	
6	Green	Blue	Green	Red	Red	Blue	Red	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
7	Green	Red	Green	Green	Blue	Blue	Red	Blue	Blue	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Green	Red	Red	Green	Green	Blue	Green	Blue	Green	Red	Blue	Blue	
8	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	Green	Green	Green	Blue	Blue	Green	Red	Green	Green	
9	Green	Blue	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Red	Green	Red	Blue	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Red	Blue	Red	Red	Red	Red	
10	Blue	Blue	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Red	Red	Red	Red	
11	Green	Blue	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	
12	White	Blue	Green	Green	Red	Red	White	White	White	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Blue	Blue	
13	Blue	Blue	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	White	Green	White	White	White	White	White	White	
14	Green	Green	Green	White	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
15	Green	Blue	Red	White	Blue	Red	Red	Red	Blue	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	
16	Green	Blue	Green	White	Red	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	
17	Green	White	Green	Green	Blue	White	Green	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Red	Red	Green	Green	Blue	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	
18	Blue	Red	Green	White	Red	Red	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Red	Blue	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Red	Blue	Blue	Blue	
19	Green	Red	Green	White	Red	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	White	Green	Red	Blue	Green	Green	Green	Green	White	Green	Red	Blue	Blue	Blue	
20	Green	White	Green	White	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	
21	Green	Green	Green	Green	Red	White	Blue	Blue	Blue	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	

ANALISIS DE LA PRUEBA FINAL																											
	PROBLEMA A									PROBLEMA C								PROBLEMA D									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8		
22	Green	Green	Green	White	Green	Blue	Green	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
23	Green	White	Blue	White	Red	Red	White	Red	Blue	Blue	Blue	Blue	White	White	White	White	White	Blue	Green	Blue	Blue	White	Green	White	White	White	
24	Red	Red	Red	White	Blue	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Blue	Red	Red	Red	Red	Red	
25	Green	Red	Blue	White	Green	Red	Red	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	White	Green	White	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Red	Red	Red	
26	Green	Green	Green	White	Red	White	Green	Blue	Green	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
27	Green	Red	Green	White	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
28	Green	Blue	Green	White	Red	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Red	Green	Blue	Blue	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Blue	Blue	Blue	Red	Red	
29	Green	Blue	Green	White	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
30	Green	Red	Red	White	Green	Blue	White	Blue	Red	Blue	Green	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Green	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	
31	Red	Red	Blue	White	Red	Blue	Red	White	White	White	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Blue	Blue	Green	Green	Green	Blue	Green	Blue	Blue	Blue	
32	Green	Green	Red	White	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	
33	Blue	Green	Green	White	Green	Blue	Blue	Green	White	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Red	Red	Red	
34	Blue	Blue	Red	White	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Blue	Red	Red	Blue	Blue	Red	Red	Red	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	Red	Red	Red	Red	
35	Green	Blue	Red	White	Blue	Red	Blue	Blue	Blue	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	
36	Blue	Blue	Green	White	Red	Blue	Blue	Blue	Green	Red	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	
37	Green	Red	Green	White	Red	Red	White	Blue	Green	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	White	
38	White	White	Green	White	Red	Red	White	White	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Blue	Green	Green	Green	

Color	Significado
Red	Desempeño mínimo
Blue	Desempeño satisfactorio
Green	Desempeño avanzado
White	No responde

ANEXO I. DIARIO DE CAMPO SESIÓN No.2

DIARIO DE CAMPO

FECHA: Octubre 13, 17 de 2017

LUGAR: Aula de clase

Hora:

Octubre 13: 9:30 a.m. a 10:25 a.m. **No. de participantes:** 36 estudiantes M = 18 H = 18

Octubre 17: 9:30 a.m. a 10:25 a.m. **No. de participantes:** 37 estudiantes M = 18 H = 19

Octubre 18: 8:00 a.m. a 9:00 a.m. **No. de participantes:** 38 estudiantes M = 19 H = 19

Octubre 20: 9:30 a.m. a 10:25 a.m. **No. de participantes:** 37 estudiantes M = 18 H = 19

Octubre 23: 7:00 a.m. a 8:00 a.m. **No. de participantes:** 34 estudiantes M = 15 H = 19

Octubre 24: 9:30 a.m. a 10:25 a.m. **No. de participantes:** 38 estudiantes M = 19 H = 19

Octubre 27: 9:30 a.m. a 10:25 a.m. **No. de participantes:** 36 estudiantes M = 18 H = 18

Octubre 30: 7:00 a.m. a 8:00 a.m. **No. de participantes:** 36 estudiantes M = 17 H = 19

Noviembre 1: 8:00 a.m. a 9:00 a.m. **No. de participantes:** 38 estudiantes M = 19 H = 19

OBJETIVO:

Diseñar e implementar una secuencia didáctica empleando juegos que posibiliten en los estudiantes de séptimo grado el uso de estrategias y procedimientos adecuados en la resolución de problemas relacionados con proporcionalidad directa.

PROPOSITO:

Identificar conceptos y lenguaje matemático propio del pensamiento variacional

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>INICIO</p> <p>Se espera a los estudiantes organizado el salón por grupos. Se les informa que al finalizar la clase se les recogerá la carpeta con los ejercicios realizados</p> <p>Se informa las actividades por grupos y se les reparte un papel para pegar en el cuaderno para que registren el número de cestas realizadas en 10 lanzamientos, se les reparte otra actividad diferente a cada grupo: profesores, cafetería, papelería, etc.,</p> <p>Se pasa por los grupos para ver si existen dudas y aclararlas, ellos pegan los papeles de registro en los cuadernos. Salen del salón.</p> <p>Cada grupo se ubica en cada una de las 4 canchas de baloncesto del colegio y empiezan a lanzar.</p> <p>Algunos grupos que no alcanzan a lanzar se les dice que realicen la actividad 2 para el aprovechamiento del tiempo, los señores de las cafeterías, papelerías y los profesores les suministran la información requerida para la actividad.</p> <p>Algunos deben entrar a contar las baldosas de un salón.</p> <p>Se dirigen al salón para escribir en los cuadernos la información recolectada y dejan las carpetas con los trabajos realizados para revisión.</p> <p>DESARROLLO</p> <p>Empieza la clase del 17 de octubre, se espera a los estudiantes y se les indica que llenen la tabla aumentando la cantidad del número de lanzamientos multiplicándolos por el doble, el triple, etc.</p>	<p>Se demoran un poco en llegar, ya que es después del descanso.</p> <p>Ellos están muy habladores, inquietos por salir a realizar la actividad.</p> <p>Se les distribuyen las diferentes actividades y algunos se quedan en el salón a hacer actividades planteadas</p> <p>Muy contentos están por la actividad, se emocionan cuando encestan y llevan mentalmente el registro de sus canastas para luego consignar el dato en el cuaderno.</p> <p>Los estudiantes que terminan se sientan muy juiciosos a esperar que todos los grupos terminen.</p> <p>ER28 cuando ve la cámara se siente muy nerviosa y casi no es capaz de lanzar.</p> <p>Hacen toda la actividad y están muy tranquilos.</p> <p>Hace referencia al concepto de relación y a la formación de proporciones y razones. Análisis de variables y magnitudes.</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>Se formulan problemas de acuerdo con los datos de la tabla. EL17 y EM19 formulan correctamente problemas.</p> <p>Se analiza que en la etapa de comprensión se debe estudiar las variables, magnitudes. Se consignan en el cuaderno las definiciones de la temática vista.</p> <p>Se forma una tarjeta de memoria para las expresiones: razón y proporción para que ellos identifiquen y no olviden los conceptos.</p> <p>EJ15 halla la razón entre la proporción que se plantea.</p> <p>Se hace un recuento de los términos vistos en la clase.</p> <p>EM19 deduce el concepto de la proporción.</p> <p>Se plantea la siguiente actividad, el ejercicio no. 2 en los cuales ellos preguntaron los datos a los profesores, cafeterías y papelerías y los grupos que no consultaron se les trae ejercicios con el número de calorías por cantidad por porción de alimentos consumidos.</p> <p>Ellos hacen las tablas con los datos recolectados y encuentran la razón.</p> <p>En la clase del 18 de Octubre no se filma, se reúne a los estudiantes y se desarrolla con ellos los ejercicios planteados para trabajar individualmente.</p> <p>Para la clase del 20 de Octubre, se esperan a los estudiantes en los grupos de trabajo. Se abordan los conceptos que no se han visto y son necesarios e importantes para la proporcionalidad como: magnitud, variación, cambio, variables, dependencia e independencia.</p> <p>Se inicia la actividad de la construcción de una imagen final después de haber desarrollado varias actividades:</p>	<p>EM19 dice que es como la mitad de los lanzamientos haciendo referencia a la razón.</p> <p>Práctica de la formulación de problemas.</p> <p>Se refuerza los conceptos que fue un punto muy débil en el diagnóstico.</p> <p>Se establece que la razón no cambia en las proporciones.</p> <p>EM19 es un estudiante que en ocasiones se distrae pero se ve el compromiso con la clase, ya que su participación es muy valiosa.</p> <p>Se enlaza esta actividad con la sesión No.1 en la identificación del concepto de problema.</p> <p>Trabajan individualmente o en grupo para hallar la razón.</p> <p>Se recoge la carpeta y se les revisa, se observa que han cometido muchos errores y es necesario reforzar el proceso de resolución.</p> <p>Los estudiantes participan en la creación de los conceptos.</p> <p>El estudiante que está grabando distrae a los estudiantes con la cámara.</p> <p>Se promueve el trabajo colaborativo del grupo, que se distribuyan el trabajo para que todos participen.</p> <p>Esta actividad está planeada para: Análisis de variables y magnitudes</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>rompecabezas y dominós. Ellos marcan cada cartón paja con los integrantes del grupo.</p> <p>Las actividades son:</p> <p>1. Rompecabezas a partir del análisis de variables y magnitudes que se presentan en situaciones cotidianas. Ellos analizan cada situación y van relacionándolos con los cuadros respectivos. Cuando han terminado de armar las fichas, se les pasa el tablero para que los peguen en orden. Detrás del tablero se encuentra la primera parte del método de resolución de problemas “Comprensión del problema”.</p> <p>Los estudiantes por medio del velcro, ubican la primera imagen en el cartón paja y luego pegan el cartón paja en la pared. Se cierra la sesión y se les encomienda la actividad para la casa, para la identificación de los elementos de cada proporción.</p> <p>Se inicia la clase de Octubre 23 de 2017, al inicio de la jornada se han recogido los cuadernos para revisar la tarea.</p> <p>Los estudiantes están organizados en grupos de trabajo y se corrige la actividad que se ha dejado para la casa. Pasan al tablero, ET33, EM19 pasan al tablero para completar la tabla, EJ15, ES32 EL17 hacen las divisiones para encontrar el valor de la razón, los demás completan la tabla y están pendientes de las operaciones que se realizan en el tablero, se corrigen los datos del tablero, se les reparte la parte No.2 para seguir completando la imagen final (rompecabezas de fracciones ahora con</p>	<p>La práctica en la elaboración de proporciones.</p> <p>Ellos discuten, quieren hacerlos todos al tiempo, se organizan para poder trabajar. Algunos grupos trabajan muy organizados.</p> <p>El grupo de EJ15 y de ER28 terminan más rápido que los demás.</p> <p>Hace referencia a la primera parte del método, en la cual los estudiantes deben estudiar e identificar las variables y plantear las proporciones.</p> <p>Se percibe la emoción por la actividad y es difícil que se concentren en la conclusión de la clase, pero se les llama y se logra captar su atención.</p> <p>Se les reforzará los antecedentes, consecuentes, extremos, medios, razón, igualdad y proporción.</p> <p>El haber realizado la actividad en casa da cuenta que se ha entendido el concepto de proporción, sus elementos y el de razón. “Una proporción es la igualdad de dos razones”.</p> <p>Todos los integrantes del grupo participan activamente en la elaboración del rompecabezas, ellos leen los problemas y van armando el rompecabezas con las fichas que corresponden. Algunos grupos</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>números). Se organizan para empezar a trabajar</p> <p>2. Rompecabezas con proporciones ahora con números para que los vayan haciendo proporciones hallando las razones en el cuaderno. Hacen el rompecabezas vacío y luego forman el orden de las fichas pequeñas (que contienen las fracciones que corresponden a las proporciones) y las pegan con carbón, para la trasladarlas por medio del velcro a la segunda parte de la imagen final. "Concepción del plan". Se recogen los trabajos hasta ahora terminados y se proyecta la actividad para la próxima clase en donde terminarán, porque el tiempo fue insuficiente.</p> <p>En la clase de Octubre 24 los estudiantes están organizados en grupos de trabajo para terminar la actividad que se inició en la anterior clase, se contextualiza lo que se debe terminar con la numeración de actividades para que sea más fácil terminar la actividad. Se les reparte la imagen que va formando la imagen final, se les revisa que esté completo y correcto. Los estudiantes terminan la actividad y pegan la imagen formando la segunda parte de la imagen final y se observa que lleva la segunda parte del método de resolución de problemas "Concepción del plan".</p> <p>Llega el viernes 27 de Octubre para continuar con la tercera etapa de la construcción de la imagen final.</p>	<p>requieren de la anterior actividad para la organización del nuevo rompecabezas. Se observa trabajando a EH13 el cual presenta apatía la mayor parte de las veces por cualquier actividad. En algunos grupos se reparten las dos actividades y se presenta el trabajo colaborativo. Se presentan algunas discusiones sobre cual ficha va en primer lugar, en toda la actividad se acompaña a los grupos para aclarar dudas y ayudar a resolver pequeños conflictos que se presentan.</p> <p>Los estudiantes en cada uno de los grupos se reparten las actividades como la organización de rompecabezas, hacer las proporciones y luego hallar la razón. Se pasa por los grupos despejando dudas. Trabajan todos los integrantes del grupo, motivados por la actividad. Llega la coordinadora a revisar la actividad.</p> <p>Se presentan algunas dudas EL17 es dedicada con su trabajo y sus cuestionamientos hace que sus compañeros se interesen más por la actividad.</p> <p>Trabajan muy concentrados en grupos, se trabaja con las relaciones que se establecen con los números y se les pregunta por cual es la relación entre los números de la tabla, EJ15 Y EH12, participan diciendo: "se le saca el doble, el triple" con esta participación se evidencia que el concepto de relación y proporción ha quedado claro. El grupo de EG09 no ha terminado de hacer la anterior etapa y es necesario darles las dos actividades para que terminen. Se</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>Se retroalimenta lo que se hizo en la clase anterior y se empieza a dar las indicaciones para llenar la actividad tres: Formando relaciones y proporciones. Se realiza la tabla en el tablero y ellos sacan el doble, el triple, etc., para poder llenarla, es decir que establezcan relaciones entre los números.</p> <p>3. La actividad consiste en establecer las proporciones de los números hallando el doble, el triple de una tabla que copiaron en el cuaderno y luego reciben la imagen en donde se encuentran las fracciones equivalentes y se deben colorear de un color específico para formar una figura en la que por detrás de la misma se encuentra la tercera etapa del método de resolución de problemas: "Ejecución del plan". Se reparte a los que faltan la imagen para que vayan terminando la actividad y los ya la tienen lista la van pegando en el cartón paja.</p> <p>4. Llega la clase del 30 de Octubre. Para terminar la sesión No.2, se espera nuevamente a los estudiantes en grupos de trabajo, se hace un repaso de lo visto hasta ahora en el método de resolución de problemas y se revisa la imagen que se va formando. Se dan las instrucciones para el cuarto juego que es el dominó y se establecen las reglas del juego. Se</p>	<p>pasa por los demás grupos y se revisa el trabajo.</p> <p>EL17 se da cuenta que algunas de las fracciones de la imagen tienen números muy altos que ellos no habían encontrado, entonces me dice: "¿profesora puedo simplificar?", esto evidencia que ella ha aprendido a examinar muy bien los números y analizar las relaciones que existen entre ellos. Y se les direcciona a los demás grupos como también pueden encontrar éstas fracciones, por ejemplo a EA01 que no encontraba las fracciones equivalentes.</p> <p>EP24 le pregunta a la profesora por una fracción en la cual no han encontrado en la tabla las fracciones que forman la relación y es porque presentaron algunos errores en donde ellos para encontrar las relaciones, solo multiplicaban el denominador o el numerador, por lo tanto no encontraban la fracción para completar la relación, por eso es tan importante la revisión por todos los grupos.</p> <p>Se les comenta que es un dominó y se les pregunta si conocen las reglas del juego para que todos tengan los mismos principios, la mayoría de los estudiantes conocen el juego y EJ15 dice: "que no solo haga una proporción con el número, sino pensar que puede tener el otro para que no le ayude al otro y pueda ganar él", con esto se observa que está presente el concepto de estrategia para ganar. Es muy difícil lograr hablarles a todos porque están entretenidos con el material, para explicarles como simplificar o hallar el doble, triple, etc., para que las fichas coincidan, pero se</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
<p>reparte el material. Ellos deben simplificar o hallar el doble, triple, etc., para encontrar la ficha que forma la proporción es decir encontrar la relación correspondiente.</p> <p>En el grupo de EC05 se presentan dificultades en la parte de la simplificación puesto que ellos solo simplifican un solo número, en el fondo de la grabación se escucha cómo los estudiantes se preguntan: Cuanto es la quinta de, entre ellos mismos se presentan conflictos porque existen vacíos en las operaciones básicas y se les hace énfasis en la razón que deben hallar para encontrar las coincidencias. Se revisan los dominós hasta ahora organizados.</p> <p>En la clase el tiempo es insuficiente y es necesario emplear la clase del 1 de Noviembre para poder terminar la imagen final, nuevamente espera a los estudiantes para que trabajen en grupos y se les reparte el material (fichas), se las distribuyen en el grupo cada uno tiene tres y las van colocando por turnos y deben simplificar o hallar la relación correspondiente para poder jugar. Los grupos que van terminando se les pasa la última parte para que peguen el dominó terminado y con esto se forma la imagen final del método de resolución de problemas</p>	<p>logra con llamar a los líderes de cada grupo. Se pasa por cada grupo solucionando problemas e interrogantes de la actividad. EF07, se observa distraído en varias actividades, se cambia de puesto y de grupo, pero los demás trabajan activamente en la actividad, ellos requieren continuamente el apoyo de la docente. Para resaltar que la actividad los tiene motivados para trabajar pero es necesario llamar continuamente la atención para evitar la indisciplina</p> <p>Se va revisando el trabajo por grupos, la docente les corrige y les orienta para que quede correctamente.</p> <p>Se ve que a los estudiantes les gusta trabajar con material concreto del área, es una herramienta a la que se adaptan ágil y fácilmente, al mismo tiempo usan el lenguaje y conocimiento matemático. Poco a poco van terminando cada grupo y se toman fotos de las evidencias</p>
<p>FINALIZACIÓN</p> <p>Se finaliza esta sesión con la imagen terminada de la competencia que se está reforzando en el proyecto y haciendo énfasis en las actividades que se hacen en cada una de las etapas y que se fue construyendo a lo largo de la</p>	<p>Se revisa cada una de las acciones que se hacen en cada etapa para seguir reforzando la forma de solucionar los problemas y también a lo largo de esta sesión se fueron reforzando los conceptos que no conocían en el diagnóstico.</p>

OBSERVACIONES	REFLEXIONES
segunda sesión con la estrategia del juego didáctico.	