

**ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS LINEAS NOTABLES DEL
TRIÁNGULO Y SUS PUNTOS DE INTERSECCIÓN**

LYDA HERNÁNDEZ MENESES

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA**

2004

**ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS LINEAS NOTABLES DEL
TRIÁNGULO Y SUS PUNTOS DE INTERSECCIÓN.**

LYDA HERNÁNDEZ MENESES

**Trabajo de Grado para optar el título de:
Especialista en Educación Matemática.**

Director :

Dr. GABRIEL YÁÑEZ CANAL

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA**

2004

DEDICATORIA

A Dios por su presencia, iluminación y fortaleza
constante.

A mi madre LAURA VICTORIA MENESES DE
HERNÁNDEZ, quien me colaboró y apoyó para
alcanzar este logro personal y profesional.

LYDA HERNÁNDEZ MENESES

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa sus agradecimientos a:

Dr. GABRIEL YÁNEZ CANAL, Director y Asesor de este trabajo, por su valiosa orientación y colaboración.

Lic. AMANDA CARDOZO DE RODRIGUEZ, Directora Instituto Gabriel García Márquez, por su colaboración en el desarrollo de la propuesta en su Institución.

A VÍCTOR mi esposo y mis hijos JUAN CAMILO, PABLO Y VÍCTOR, por regalarme parte del tiempo que les corresponde para dedicarlo a mis estudios.

OLGA LUCIA FIGUEROA, amiga y compañera, por su valiosa amistad, colaboración y ánimo brindado para culminar esta meta.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	1
1. MARCO TEÓRICO	4
1.1. EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA.	4
1.2. LA UTILIZACIÓN DE MATERIALES COMO HERRAMIENTA FUNDAMENTAL PARA EL APRENDIZAJE EN EL AULA	6
2. LOS PRESABERES Y LAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS	8
2.1. DIAGNÓSTICO DE LOS PRESABERES	8
2.2. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES DE AULA	10
2.2.1. Fundamento Matemático	11
2.2.2. Logros esperados con las actividades	16
3. IMPLEMENTACIÓN DE TALLERES	18
3.1. TALLER No 1. ALTURAS EN EL TRIÁNGULO	18
3.2. TALLER No 2. MEDIANAS EN EL TRIÁNGULO	39

3.3. TALLER No 3. MEDIATRICES EN EL TRIÁNGULO	53
3.4. TALLER No 4. BISECTRICES EN EL TRIÁNGULO	63
4. EVALUACIÓN DE LOS TALLERES	73
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76
ANEXOS	77

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Triángulos	11
Figura 2. Alturas del triángulo ABC y el Ortocentro.	13
Figura 3. Medianas del triángulo ABC y el baricentro.	13
Figura 4. Bisectrices del triángulo ADC.	14
Figura 5. Incentro y Circunferencia Inscrita en el triángulo ABC.	15
Figura 6. Mediatrices del triángulo MNS.	15
Figura 7. Circuncentro y Circunferencia circunscrita en el triángulo MNS	16
Figura 8. Estudiantes tomando la altura del tablero	21
Figura 9. Estudiantes tomando diferentes alturas	22
Figura 10. Utilización del metro para tomar alturas	23
Figura 11. Estudiantes utilizando las escuadras para medir alturas en las figuras de las guías	30
Figura 12. Triángulos que debían elaborar con diferentes materiales.	31
Figura 13. Desarrollo de la actividad 1.1 utilizando diferentes materiales.	32
Figura 14. Actividad práctica del taller 1.	33
Figura 15. Estudiantes realizando las actividades con triángulos de diferentes materiales.	46
Figura 16. Estudiantes desarrollando el taller 3.	55
Figura 17. Niñas realizando los puntos relacionados con hallar el centro de la circunferencia.	60

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Guía de Observación	78
Anexo B. Talleres diseñados para organizar las actividades de aula	81

RESUMEN

TITULO

ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS LINEAS NOTABLES DEL TRIÁNGULO Y SUS PUNTOS DE INTERSECCIÓN*

AUTOR

LYDA HERNANDEZ MENESES**

PALABRAS CLAVES

Altura, Mediana, Mediatriz, Bisectriz, Baricentro, Ortocentro, Circuncentro, Incentro .

DESCRIPCION O CONTENIDO

La propuesta didáctica desea aportar en el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría en particular en el tema de los triángulos.

A través de ella se busca que el estudiante explore más acerca de los triángulos e identifique las líneas notables (altura, mediana, bisectriz, mediatriz, bisectriz) y a su vez adjudiquen un significado a los puntos de corte, (Ortocentro, Baricentro, Circuncentro, Incentro) dándoles una aplicabilidad a cada uno de ellos.

El Marco Teórico se fundamenta en la investigación en el aula de los presaberes que los estudiantes traen con respecto al triángulo y la forma como los asocian con nuevos conocimientos, requeridos para iniciarse en la resolución de problemas.

La teoría presenta un fundamento matemático y habla sobre la importancia de los materiales como herramienta para el aprendizaje en el aula y como medio facilitador para que el estudiante procese más fácilmente algunos conceptos; según lo planteado por autores como Piaget, Labinowics, Miguel Guzmán y Bautista.

Las actividades planteadas se distribuyen en cuatro talleres didácticos.

Queda abierta la propuesta para que los docentes apliquen y exploren en sus aulas y verifiquen el enriquecimiento que se obtiene del trabajo con los estudiantes.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Especialización en Educación Matemática. Dr. Gabriel Yáñez Canal

SUMMARY

TITLE

ACTIVITIES FOR THE TEACHING OF THE REMARKABLE LINES OF THE TRIANGLE AND THEIR POINTS OF INTERSECTION*.

AUTHOR

LYDA HERNÁNDEZ MENESES**.

KEY WORDS

Height, Medium, Mediatriz, Bisector, Ortocentro, Baricentro, Circuncentro, Incentro.

DESCRIPTION OR CONTENT

The didactic proposal wants to contribute in particular in the process teaching-learning of the geometry in the topic of the triangles.

Through this proposal is looked for that the student explore more about the triangles and identify the remarkable lines (height, medium, mediatriz, bisector) and the same time to give a meaning to the points of intersection (ortocentro, baricentro, circuncentro, incentro) giving them an applicability to each on of them.

The theoretical frame is based on the research in the classroom of the pre-knowledges that the students bring referred to the triangle and the way as they associate them with new knowledges required to introduce in the solving of problems.

The theory present a mathematical bases and talks about the importance of materials as tool for the learning in the classroom and as the easier way to the student processes some concepts, according to authors like Piaget, Labinowics, Miguel Guzmán and Bautista.

The proposed activities are disributed in four didactic workshops.

This proposal is open in order to the teachers apply and explore in their classroom and check the improvement obtained of the work with the students.

* Work of Degree

** Faculty of Sciences. Specialization in Mathematical Education..

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación Nacional en la ley 115, en el decreto 1860 y en la resolución 2343, plantea autonomía para organizar el PEI y el plan de estudios, lo cual implica que los docentes realicen reformas e innovaciones curriculares, especialmente en el campo de las matemáticas, partiendo de contenidos que sean significativos para el estudiante, y se desarrollen con un enfoque y una metodología renovada, que es lo que puede mejorar la calidad de la educación.

En este trabajo se presentan una serie de actividades organizadas en talleres escritos, que facilitan la enseñanza de las líneas notables de los triángulos y de sus puntos de intersección. Los talleres parten de los presaberes que traen consigo los estudiantes y los asocian al conocimiento de las líneas notables del triángulo.

El marco teórico y el trabajo de aula realizado con la metodología de talleres se apoyan en los objetivos curriculares que según la resolución 2343, los lineamientos curriculares y el plan de estudios del Instituto Gabriel García Márquez, se deben alcanzar con los estudiantes de grado sexto, como por ejemplo: aprender a valorar las matemáticas, adquirir confianza en su propia capacidad, ser capaces de resolver problemas, aprender a comunicarse y aprender a razonar matemáticamente.

El tema escogido se justifica por cuanto el área de matemáticas incorpora 1 ó 2 unidades de geometría que en la realidad educativa, por factores de tiempo, es imposible cumplir. Por tanto, es importante rescatar el espacio que merece la geometría como elemento indispensable para el desarrollo de otras áreas.

Se tuvo como propósito principal, en este trabajo implementar unos talleres prácticos que permitieran a los estudiantes del grado sexto, adjudicar un significado a las líneas notables del triángulo (Altura, Mediana, Bisectriz, Mediatriz) y a sus puntos de corte (Ortocentro, Baricentro, Circuncentro, Incentro).

En ésta experiencia de aula, se realizó un estudio previo de los presaberes geométricos de los estudiantes, con base en los cuales se diseñaron los talleres, que organizan actividades secuenciales relacionadas con el tema seleccionado para el trabajo de aula.

En este sentido, el presente trabajo permite orientar al docente, con el fin de crear o diseñar estrategias que cambien la rutina o monotonía de la clase y motive a los estudiantes a interesarse por aprender a explorar alternativas a partir de las cuales sean partícipes activos del proceso de aprender y pensar sobre diversas situaciones geométricas.

El orden seguido en este trabajo presenta en el primer capítulo un marco teórico o de referencia, donde se habla del campo matemático, la importancia de la geometría, y la utilización de materiales que favorecen la enseñanza.

En el segundo capítulo se hace un diagnóstico de necesidades donde se sacan conclusiones sobre lo que han sido las clases de geometría en el Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca.

En el tercer capítulo se desarrollan las actividades diseñadas y organizadas en talleres para la enseñanza de las líneas notables en el grado sexto de educación básica secundaria partiendo del fundamento matemático, de los presaberes de los estudiantes y de 4 guías estructuradas para desarrollar

con base en trabajo individual y grupal. En este mismo capítulo se describen los talleres realizados como innovación en el aula, indicando como se desarrollaron cada una de las actividades que se fueron orientando para que el estudiante, con base en un conocimiento, buscara una aplicabilidad en su entorno y adquiriera alguna habilidad en la construcción del concepto matemático, al plantearse preguntas y ofrecer algunas soluciones.

Por tanto, cada taller se va analizando presentando las respuestas dadas por los estudiantes y al final de cada uno de los talleres aplicados y descritos se sacan conclusiones con respecto a los conceptos construidos por los estudiantes, los logros, dificultades, estrategias utilizadas por el docente y los alumnos.

En un último capítulo se hace una evaluación de las actividades, destacando que aunque el tiempo del proyecto es muy reducido y no se obtienen resultados extraordinarios, sí se pudo orientar a los alumnos en la realización de actividades que los preparen para participar en actividades tendientes a la resolución de problemas, la utilización de materiales y guías de trabajo. Se atendieron las dificultades particulares de los niños tratando de motivarlos y hacerlos partícipes del desarrollo de los temas escogidos, relacionados con las líneas notables de los triángulos.

Finalmente se presentan unas conclusiones generales y los talleres anexos.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

“El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de los procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas”. (Bautista, p. 78, 2002).

Las observaciones realizadas en el contexto institucional permiten visualizar que tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia estos problemas de aplicación se dejan para el final de la unidad o para el final del programa, razón por la cual suelen omitirse por falta de tiempo. Las aplicaciones no se deben reservar para ser consideradas solamente después de que se haya dado a conocer la teoría sino que ellas deben utilizarse como contexto dentro del cual tienen lugar el aprendizaje.

Actualmente, las tendencias en el aprendizaje buscan que la enseñanza sea integradora y tenga en cuenta los presaberes del estudiante y dentro de ellos el contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje de las matemáticas incluyendo la geometría. Es decir, el aprendizaje debe ser global, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, y en la de iniciación. Ya que la integración o

generalización del conocimiento es un elemento propicio para la observación, el análisis y la participación activa del estudiante.

El docente debe ofrecer elementos de asociación para la producción de conocimientos ya que actualmente se busca que los alumnos descubran o reinventen las matemáticas. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en la que los alumnos puedan explorar situaciones, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

Miguel Guzmán (et al 1.998 p. 12) plantea que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los problemas de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse en forma de pensamiento eficaces”.

Este enfoque es propuesto en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (Guzmán, 1998 p. 46), recomendando que en el campo del aprendizaje el docente tenga en cuenta: “...que el alumno: manipule objetos matemáticos, active su propia capacidad mental; reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlos conscientemente”.


En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, por el contrario, deberá adaptarse a su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

Las investigaciones que han reconocido la iniciación en la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes:

Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas. Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.

Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.

 Socialización de resolución de estrategias para nuevas situaciones y problemas.

1.2 LA UTILIZACIÓN DE MATERIALES COMO HERRAMIENTA FUNDAMENTAL PARA EL APRENDIZAJE EN EL AULA

Los teóricos constructivistas consideran de gran importancia la manipulación de materiales concretos, como medio de aprendizaje. Ya que desde los hallazgos de Piaget se ha hablado de la forma como un niño llega al conocimiento, y de como "...dan respuestas típicas a las tareas intelectuales propuestas por materiales de experimentación; y que son respuestas que se interpretan como niveles de razonamiento" (Labinowics, 1.995, p. 38).

Es decir que según Labinowics, un niño puede razonar y construir conocimiento cuando identifica propiedades directamente a partir de la percepción, manipulación o comparación de los objetos. Aunque “el conocimiento y la construcción de conceptos lógicos, no se deriva de los objetos mismos, sino de su manipulación y de la estructuración interna de su acción”.

A partir de materiales de apoyo pedagógico el niño aprende a realizar clasificaciones, ordenamientos, correspondencias, comparaciones, asociaciones, lo cual le permite razonar y emitir juicios lógicos que va asimilando intelectualmente facilitando el contacto con operaciones matemáticas y conocimientos de otras áreas.

Los materiales son muy recomendables para facilitar el aprendizaje ya que lo concreto “permite trascender a un pensamiento formal que va más allá de la realidad es decir de lo que se puede ver y palpar” (Piaget 1956 p. 17). Es decir, que le permite evolucionar hacia ideas y pensamientos abstractos a partir de razonar y deducir representaciones ayudado por objetos presentes.

2. LOS PRESABERES Y LAS ACTIVIDADES MATEMATICAS

El trabajo se realizó con un grupo de trabajo de 10 estudiantes de grado sexto del Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca, a los cuales se les informó que se estaba desarrollando una práctica aceptando con agrado participar de la misma y además estuvieron de acuerdo en que se utilizaran sus nombres cuando se requiriera citarlos. Las fases de la investigación fueron: diagnóstico de presaberes, análisis de necesidades, diseño e implementación de la propuesta, evaluación de resultados.

2.1 DIAGNÓSTICO DE PRESABERES

El diagnóstico se hizo a través de charlas con los profesores de primaria que dictan todas las áreas y los de matemáticas de sexto grado, haciendo en un cuaderno de notas las respectivas anotaciones o registro de frases o datos dados por ellos que pudieran resultar importantes como parte del diagnóstico. También se involucró a los estudiantes de los 2 grupos de quinto y los dos de sexto; aplicando una guía de observación que se llenó con los diálogos realizados y las observaciones realizadas en los cuadernos de los estudiantes. (Ver formato de la guía utilizada en Anexo 1.)

La observación se complementó con charlas informales con los estudiantes interrogándolos con preguntas muy sencillas como:

- * ¿Ustedes en los años anteriores tenían horario especial para geometría?
- * ¿Han trabajado este año conceptos geométricos?
- * ¿Qué recuerda haber aprendido alguna vez en clases de geometría?
- * ¿Sabe dibujar triángulos de diferentes clases?
- * ¿Utilizan materiales en las clases de geometría?

Igualmente se les preguntó a los profesores:

- * ¿Los niños manejan en la práctica conceptos geométricos?
- * ¿Ustedes creen que en todos los grados se planean y desarrollan temas de geometría?
- * ¿Se les facilita los estudiantes resolver situaciones matemáticas?

La guía y la observación realizada a los cuadernos, permitió encontrar que:

- * En muy pocos cuadernos de los estudiantes aparecen conceptos geométricos.
- * No aparecen en los cuadernos actividades de construcción de figuras geométricas (cuadrados, triángulos, círculos, rombos, paralelogramos, entre otras).
- * En algunos cuadernos las figuras están muy mal trazadas, incluso en algunos casos sin regla. No hacen uso adecuado de los elementos geométricos.

Con respecto a las preguntas formuladas a los estudiantes se pudo detectar que:

- * No existen horas específicas dentro del horario para la clase de geometría.
- * No se había trabajado durante el año conceptos Geométricos porque eso se hace al final del año. Los temas tratados son escasos y tienen que ver con el concepto de líneas, clases de líneas y figuras geométricas como cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo.
- * Los niños recuerdan especialmente líneas curvas y rectas, nombre de las figuras geométricas fundamentales: cuadrado, círculo, triángulo, rectángulo.
- * Los estudiantes no saben que son hexágonos o paralelogramos y muy pocos recordaron cómo se construyen.

- * Sólo algunos estudiantes dijeron que sí hicieron, pero en clases de artística, figuras como triángulos y hexágonos dentro de circunferencias utilizando el compás.
- * Algunos estudiantes no recuerdan las clases de triángulos, otros confunden los nombres.
- * Recuerdan haber utilizado en primaria bloques lógicos para aprender acerca de figuras como el triángulo, el cuadrado, y el círculo.

Con respecto a los diálogos y preguntas con los profesores se concretó que:

- * La mayoría están de acuerdo en que los estudiantes no manejan en la práctica conceptos geométricos.
- * La profesora de artística se queja de manera permanente, de que los estudiantes no cuentan con bases mínimas para el dibujo técnico porque presentan muchas fallas en el trazo de líneas y figuras, y se les dificulta realizar composiciones y trabajos artísticos combinando figuras geométricas.
- * Expresan que algunas sí planean y desarrollan la clase de geometría porque les parece muy importante, pero la mayoría dijeron que casi siempre se deja para el final de año y a veces no se alcanzan a desarrollar los temas porque se utilizan horas de matemáticas para actividades generales del Colegio.
- * Lo que más se les dificulta en matemáticas es la solución de problemas y no muestran mucho interés por este tipo de actividad, donde tengan que pensar y dar opiniones o conceptos.

2.2 DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES DE AULA

Con base en lo observado y analizado de los diálogos realizados con personal del colegio, y ante la necesidad de que los estudiantes entiendan de

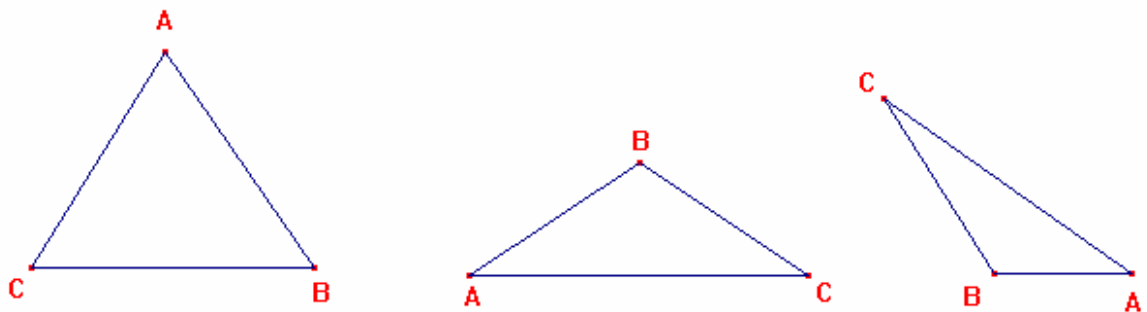
una manera clara conceptos geométricos básicos, se procedió a organizar el trabajo de aula con base en actividades que les permitieran diferenciar líneas notables viendo su importancia y aplicabilidad en algunos casos.

2.2.1 Fundamento Matemático de las Actividades

A. DEFINICIÓN DE TRIÁNGULO

EL TRIÁNGULO es un polígono de tres lados, es decir, una figura limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan un triángulo se denominan *lados* y los extremos de los lados *vértices*. (Ver figura 1).

Figura 1. Triángulos



Fuente. El autor

B. CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

Los triángulos se clasifican de acuerdo a la **longitud** de sus lados en isósceles, equilátero y escaleno:

EQUILÁTERO: cuando sus tres lados son congruentes

ISÓSCELES: si sus dos lados son congruentes

ESCALENO: cuando sus tres lados tienen diferente longitud.

Los triángulos también se clasifican de acuerdo a sus **ángulos** interiores en:

RECTÁNGULO: cuando uno de sus ángulos es recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros lados se llaman catetos.

OBTUSÁNGULO: si uno de sus ángulos es obtuso (su amplitud es mayor de 90°).

ACUTÁNGULO: un triángulo es acutángulo cuando todos sus ángulos son agudos. (Si su amplitud es menor de 90°)

C. LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO

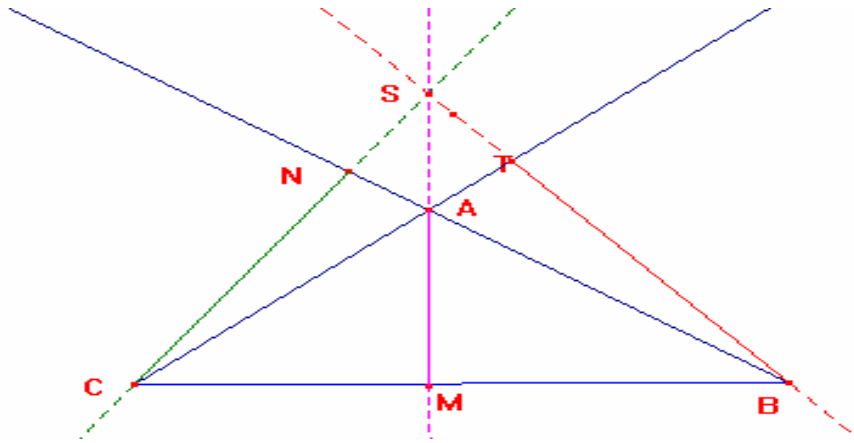
En todo triángulo podemos trazar las siguientes líneas y puntos notables:

ALTURAS: La altura de un triángulo es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo al lado opuesto. En todo triángulo podemos trazar tres alturas.

Los segmentos CN, AM, BT, son las alturas del triángulo ABC. (Ver figura 2).

El punto S es el punto de corte de las tres alturas y es llamado **ORTOCENTRO**.

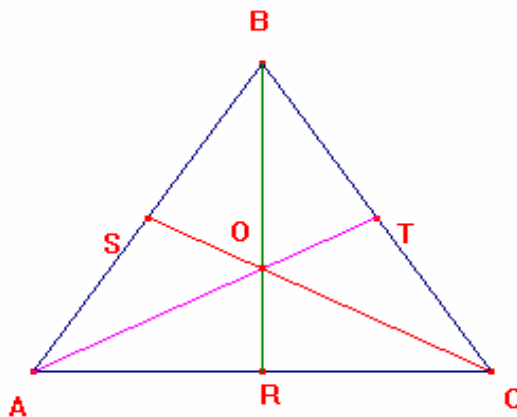
Figura 2. Alturas del triángulo ABC y el Ortocentro.



Fuente. El Autor

MEDIANAS: La mediana de un triángulo es el segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto. Todo triángulo tiene tres medianas. Los segmentos SC, AT, y BR, son las medianas del triángulo ABC. (Ver figura 3).

Figura 3. Medianas del triángulo ABC y el baricentro.

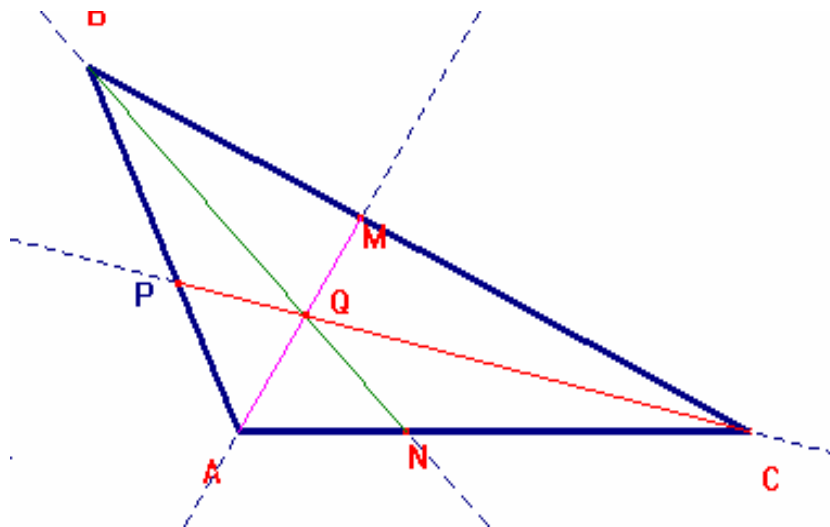


Fuente. El Autor

El punto de corte o intersección de las medianas O , es el punto de equilibrio del triángulo y es llamado **baricentro**.

BISECTRICES: La bisectriz de un ángulo de un triángulo es el segmento de recta que biseca el ángulo. Las bisectrices en el triángulo ABC son CP , AM , y DN (Ver figura 4).

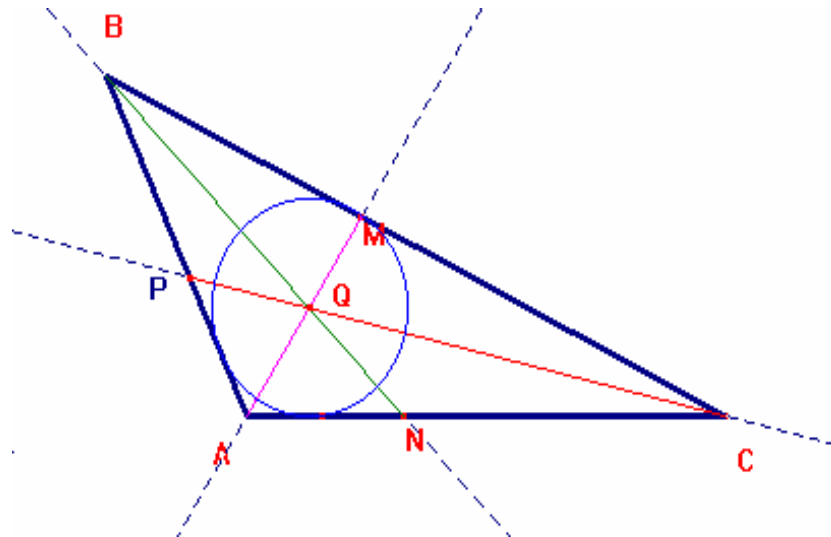
Figura 4. Bisectrices del triángulo ADC .



Fuente. El Autor

El punto Q de corte o intersección de las bisectrices es el centro de una circunferencia inscrita en el triángulo, y se le da el nombre de **INCENTRO**. (Ver figura 5).

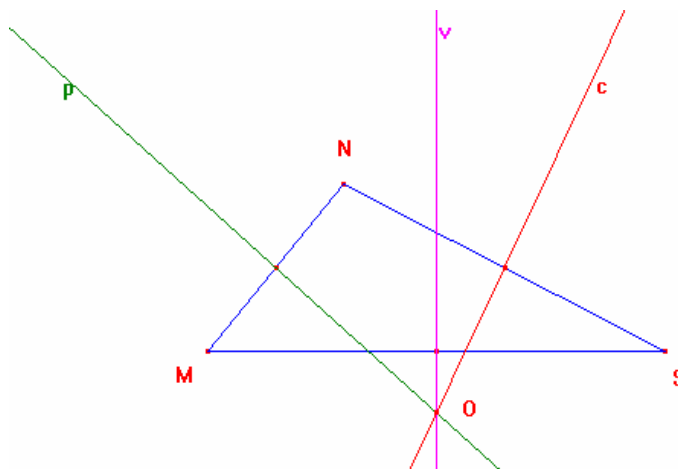
Figura 5. Incentro y Circunferencia Inscrita en el triángulo ABC.



Fuente. El Autor

MEDIATRIZ: La mediatriz en un triángulo es una recta perpendicular a uno de sus lados trazada por su punto medio. (Ver figura 6).

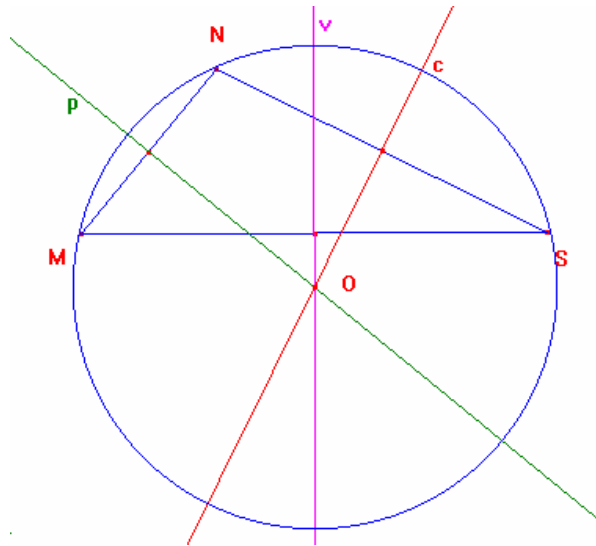
Figura 6. Mediatrices del triángulo MNS.



Fuente. El Autor

Las rectas p , v , c son las mediatrices del triángulo MNS . Su punto de corte, o intersección O , nos permite trazar una circunferencia circunscrita que pasa por los vértices del triángulo MNS y se llama circuncentro. (Ver figura 7).

Figura 7. Circuncentro y Circunferencia circunscrita en el triángulo MNS



Fuente. El Autor

2.2. 2 Logros esperados con las actividades. A lo largo del desarrollo de las actividades, y con respecto a la fundamentación sobre triángulos y líneas notables, se planearon 4 talleres teniendo en cuenta el marco teórico, el análisis hecho de la realidad de la enseñanza de la geometría en el colegio seleccionado y la edad y grado que cursan los estudiantes de sexto grado.

Con los talleres se pretendió que los estudiantes adquirieran un significado de las líneas notables del triángulo y de sus puntos de intersección. Más específicamente se pretendía que los estudiantes estuvieran en capacidad de:

Identificar el triángulo como figura geométrica.

Identificar las partes de un triángulo

Identificar los triángulos según sus lados y según sus ángulos.

Dibujar las diferentes clases de triángulos

Trazar en un triángulo las diferentes líneas notables, altura, mediana, bisectriz y mediatriz.

🗨️ Identificar los puntos de Intersección de cada una de las líneas y su aplicabilidad (ortocentro, baricentro, incentro, circuncentro).

Con este fundamento se planearon cuatro talleres conformados por actividades donde el estudiante pudiera observar, analizar, explorar y derivar conclusiones, haciendo uso de los implementos geométricos y de sus preconcepciones para llegar a un conocimiento formal en cada uno de los temas tratados. Los temas explorados en estos talleres fueron:

TALLER 1: Las alturas en el triángulo y su punto de corte.

TALLER 2: Las medianas en el triángulo y su punto de corte.

TALLER 3: Las mediatrices en el triángulo y su punto de corte.

TALLER 4: Las bisectrices en el triángulo y su punto de corte.

3. IMPLEMENTACION DE TALLERES

La implementación de los talleres se hizo con base en guías de trabajo diseñadas para trabajar en el aula sobre el tema del triángulo y los subtemas relacionados con líneas notables. Cada guía propone de manera ordenada actividades que los estudiantes debían leer, comprender y desarrollar complementando con los compañeros cada uno de los puntos de manera que todos tuvieran participación activa en la construcción de los conceptos seleccionados. Algunas guías se acompañaron de gráficos explicativos. (Ver formatos de las guías para el taller 1 – 2- 3 y 4 en anexo A).

Cada guía fue trabajada con los estudiantes seleccionados, atendiendo las diferencias individuales. Al terminar cada actividad del taller se hizo una retroalimentación o socialización, aclarando dudas o conceptualizaciones erróneas en los estudiantes; para evaluar finalmente en forma general, qué tanto aprendieron los participantes por taller o tema desarrollado, sin estar condicionados a una nota.

A la vez que se aplicaron las guías escritas, se organizó con cada taller un informe donde se describe el proceso seguido, se analizan respuestas de los estudiantes, y se exponen las estrategias utilizadas en algunos casos por el docente o por los estudiantes para realizar una actividad, los resultados con respecto a conceptos, logros de los estudiantes o dificultades encontradas durante el desarrollo de las actividades.

3.1. ANÁLISIS TALLER No 1: LAS ALTURAS EN EL TRIÁNGULO.

Las actividades para este taller se entregaron de manera individual distribuyendo formatos del taller 1 a cada uno de los estudiantes previamente citados. (Ver anexo A).

Antes de iniciar con los pasos de la guía se trató de verificar el concepto de altura que tienen los estudiantes en la vida corriente, o lo que representa para ellos la altura. Por eso se inició tomando la altura de varios objetos reales como: una ventana, la altura del tablero, la altura de la mesa y la altura de su compañero. Para esto los alumnos tenían un metro que se solicitó con anterioridad para que pudieran desarrollar la actividad. Antes de iniciar, se les explicó que era necesario leer con atención, y reunirse por parejas antes de desarrollar los ejercicios prácticos indicados. Una vez organizados, los estudiantes tomaron la altura de los objetos reales.

Cuando estaban realizando la actividad observé que algunos niños colocaron el metro torcido y no lo llevaban en forma completa al otro extremo de los objetos medidos, y cuando estaban midiendo iban dando respuestas incorrectas con respecto a las diferentes medidas solicitadas. Por lo tanto en éste momento entendí que tienen el concepto de altura pero la respuesta no era correcta, pues al utilizar el metro no lo hacían algunos en forma completamente perpendicular, obteniendo mal la medida. Esto debido quizá al escaso manejo que han tenido de elementos geométricos.

A la mayoría de los estudiantes se les dificultó dar la medida cuando no eran centímetros exactos. La actividad se socializó analizando estas dificultades y midieron algunas alturas nuevamente, guiándolos con preguntas:

¿Está bien tomada la altura?,

¿El metro está bien colocado?,

¿Qué pasa cuando colocamos bien el metro de extremo a extremo?,

¿Da la misma medida si se coloca torcido el metro?

Se hizo la demostración por parte de un niño que estaba ubicando el metro en forma recta o perpendicular a la base o al piso, para que todos lo observaran.

Los estudiantes se inquietaron ante las preguntas y la forma de tomar la medida su compañero. Empezaron a mirarse unos a otros y opinaban:

Leydi Lorena: ¡Me quedó mal!,

Pedro Julian: iyo corrí el metro!

Claudia Lisbeth: ¡uy, cambia la medida!

Erika Juliana: ¡No lo puse bien en la orilla!,

Charlaban unos con otros y nuevamente tomaron la altura de su compañero. Casi todos repitieron de manera correcta el ejercicio, aunque se presentó otra vez dificultad al dar las respuestas con milímetros, preguntando por ejemplo: cómo se dice aquí? Si no alcanza a dar el centímetro completo entonces es uno con qué? A mí me dá 1 con 10 y 3 rayitas.

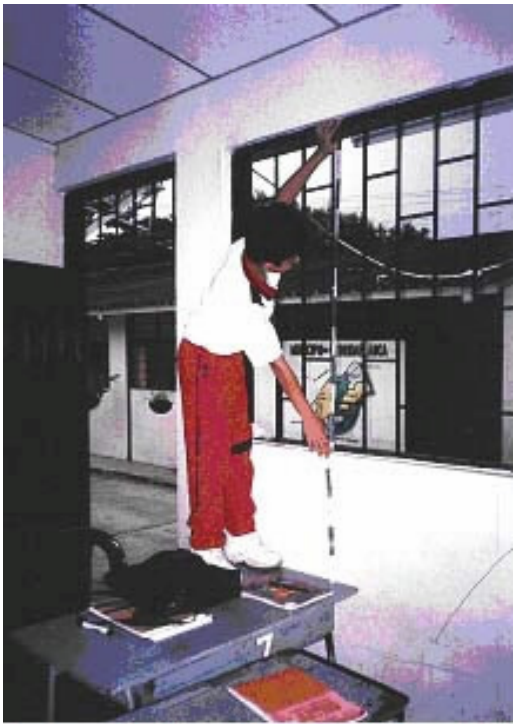
Se hicieron correcciones y volvieron a tomar algunas medidas. (Ver fotos en figuras 8 - 9 - 10).

Figura 8. Estudiantes tomando la altura del tablero



Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Figura 9. Estudiantes tomando diferentes alturas.



Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Figura 10. Utilización del metro para tomar alturas.



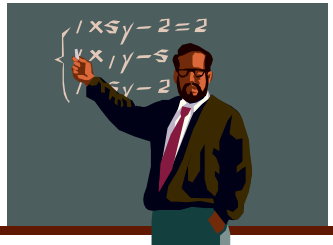
Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

A pesar de ser una actividad sencilla fue notorio que pocas veces los estudiantes han realizado la actividad y que no hay claridad sobre conceptos asociados al tema de altura, tales como noción de metro, centímetros y milímetros.

Luego pasaron a trabajar en el taller iniciando con el punto 1: halle la altura de las siguientes figuras. (Ver anexo A). En este paso, se encontraban los

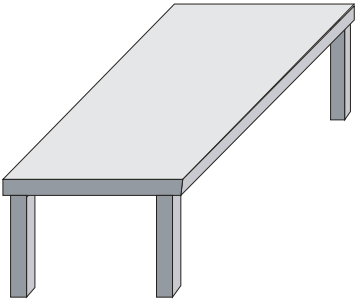
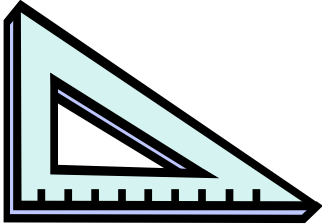
gráficos para ubicar las respuestas de las alturas indicadas, de manera que hicieran la relación entre los objetos reales y los graficados.

Mi altura es:



La altura del tablero

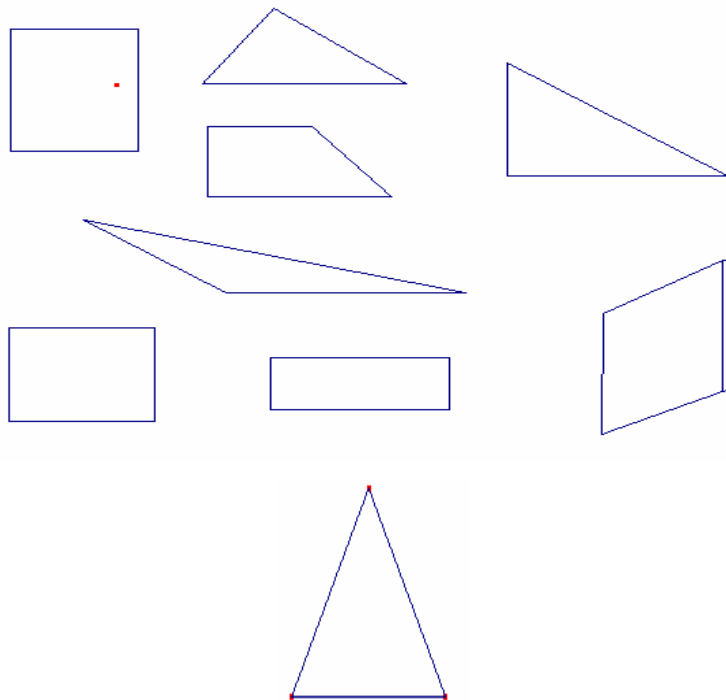
La altura de la escuadra _____



La altura de la mesa _____

En este paso, colocaron como alturas de cada uno diferentes respuestas como: 1,5 – 1,6 – 1,8 – 1,7 – 1,9 – 1,1 – 1,5 – entre otros. Como altura de el tablero graficado: algunos 2,9: otros 3 cm o 3,30cm. Como altura de la escuadra $3,1/2$ - 3,5 - 3,3 o 3,2; lo que demuestra que no son hábiles en el manejo de números decimales, ya que los márgenes de error están dados porque no saben el número que corresponde exactamente. En el caso de la mesa también variaron las respuestas 2 cm – 2,3 – 3,02 – 2,2 cm. Las diferencias de medida radican en que no toman exactamente la recta de un extremo a otro, sino que calculan la medida antes o después de cada vértice o encuentro de dos rectas.

La indicación siguiente era: Dibuje el segmento de recta cuya longitud corresponde a cada una de las alturas de cada una de las siguientes figuras, utilizando diferentes colores y teniendo como punto de referencia el lado que corresponde a la base de cada forma geométrica.



Con base en las figuras, una vez medidas los estudiantes debían realizar los siguientes pasos:

- * Compara las alturas halladas. ¿Cuál figura es más alta?
- * ¿Cómo lo puedes decir?
- * ¿Será que la medida que se obtuvo, corresponde con el segmento de la longitud?
- * ¿Que entiendes por altura?
- * ¿Cuándo hablamos de altura de una figura geométrica la relacionamos con el punto más alto de la figura?

Al realizar la actividad se debía dibujar en los cuadrados, triángulos y paralelogramos el segmento de recta cuya longitud corresponde a la medida de la altura tomada.

Cuando tomaron la altura al triángulo, observé que varios se equivocaron y tomaron la medida de un lado como si fuera la altura del triángulo, lo cual corroboró una vez más, que el concepto de altura de las figuras no era claro para algunos de los estudiantes, porque se les dificultó trabajar más sobre gráficos que sobre material real. Debido a esta situación, tomé un triángulo en acrílico y lo puse en el escritorio y pregunté: *¿Cuál es la altura?*, ellos pasaban y la indicaban bien. Pues el continuar con un error de conceptos previos que no están claras impedía el desarrollo de los siguientes pasos.

Cambie la posición del triángulo, y les pregunté: *¿la altura es la misma de la posición anterior?* Sara contestó: *no, porque usted lo cambió de lado,* e indicaron nuevamente la altura.

Volví y cambié la posición del triángulo y pregunté, *¿Esta altura será igual a alguna de las posiciones anteriores?* Contestaron: *No profe,* y Pedro Julián dijo: *todas son diferentes, porque usted rotó los tres lados.*

Una niña preguntó: *¿Entonces como tiene tres lados, tiene 3 alturas?* Le aclaré nuevamente *si está segura de lo que observó porque lo duda*. Claro que sí, por que rotamos los tres lados y el triángulo sólo tiene tres lados. Esto fue fácil descubrirlo porque con el triángulo en acrílico se dio la explicación con el fin que ellos dedujeran y corrigieran un error de concepto con el cual era imposible seguir adelante porque no se previó al planear la actividad que en sexto grado no se tengan bases geométricas indispensables. Aunque hay momentos en que los estudiantes dudan de lo que hacen, son inseguros, les da miedo responder, algunos toman la iniciativa de ayudar a otros o darse entre ellos mismos explicaciones.

Aunque el propósito era que ellos por sí mismos desarrollaran la actividad, al revisar lo que hacían fue necesario guiarlos para que recordaran cual es la altura de cada una de las figuras propuestas, ya que no tenían claro este concepto y con el triángulo en acrílico lo entendieron mientras en los gráficos hubo dificultad, quizá porque las figuras representadas son lineales y asocian cualquier lado con la altura. Algunos niños no trabajaban, porque no identificaban la base o la altura, otros empezaron a levantarse y a preguntar una vez más *¿profe donde hay que trazar?*

Pedro Julián, que realizó primero la actividad, indicó a otros compañeros como lo hizo y una vez trazaron otros los segmentos tomaron las alturas de cada figura geométrica. Algunos reconocían la altura, y empezaban a decir la medida, o a escribirla coincidiendo en algunos casos; en otros hubo diferencias de uno hasta 6 milímetros por no tomar la recta completa.

Mientras les observaba comprobé que persistía la dificultad para contar milímetros. Esto debe ser porque el tema de decimales no quedó muy claro,

o no hicieron en el momento de procesar esa información, representaciones en segmentos de recta.

Las alturas fueron halladas poco a poco por los estudiantes que trabajaron de manera más lenta, dando respuestas diferentes en uno dos y hasta tres milímetros porque algunos niños ubicaban la regla o la escuadra no desde cero, sino midiendo desde el orillo de los implementos. Observándose que casi todos terminaron ubicando las alturas, pero no sabiendo medirlas, ni expresar la medida en decimales.

Algunos no tienen la noción de milímetro. Porque por ejemplo, *Leidy Lorena decía: profe como escribo si me da 2 centímetros y tres rayitas. Edna Viviana decía no dá es 2 centímetros y unas rayitas.* Manifesté, vamos a recordar: *las medidas se dán en metros y este se divide en partes más pequeñas, o en centímetros que a su vez se dividen en otras partes que reciben un nombre también.* Algunos recordaron qué son milímetros y que se escriben con coma, pero no se acordaron del nombre que reciben estos números. Es decir, que no saben concretamente que son números decimales.

Sara preguntaba: ¿profesora se pueden escribir centímetros completos, sin lo que sobra?, o Claudia Lisbeth ¿profesora no sé como se escribe lo que da después de 4 centímetros? Se les indicó que como un número decimal, aunque algunos no recordaban que son decimales, ni que son milímetros.

Al continuar trabajando en las hojas, era más complicado por el manejo de las reglas y escuadras, y la mayoría fueron lentos al hacerlo. Sin embargo todos escribieron las respuestas aunque en algunos casos la respuesta no fue exacta. (Ver figura 11).

En cuanto a las preguntas formuladas casi todos respondieron que la figura más alta era el triángulo, algunos no dijeron porqué. Otros expresaron:

Claudia Lisbeth: porque el triángulo tiene la altura más superior.

Sara: porque tiene más altura que las demás figuras.

Edna Viviana: Porque su medida es más grande que las otras.

A la pregunta, ¿la medida que se obtuvo corresponde con el segmento de longitud?, dieron entre otras respuestas, las siguientes:

Mayra Alejandra: Sí porque corresponde porque de ahí la tomamos.

Erika Juliana: Sí porque corresponde a una medida.

Edna Viviana: Sí porque es una medida y un segmento.

Sara: Sí la puedo representar con un segmento de longitud. Porque si no correspondiera como la hubiera medido.

Claudia Lisbeth: Sí porque corresponde a una medida y la puedo representar en varios segmentos.

Leidy Lorena: Sí la puedo representar con un segmento de longitud.

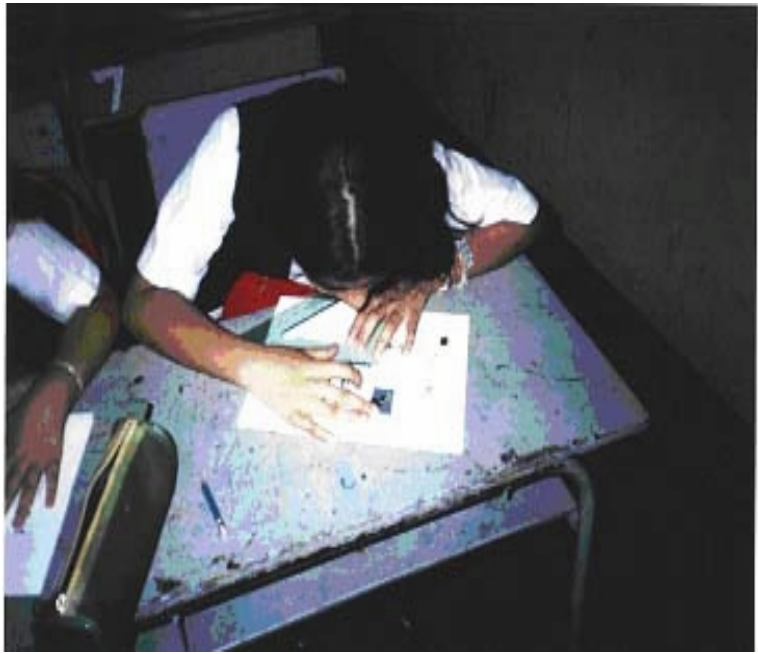
A la pregunta: ¿Qué se entiende por altura? Respondieron:

Claudia Lisbeth: “Es tomar la medida de lo alto de un objeto”

Leidy Lorena: “Es lo que se toma teniendo en cuenta la base a su punto más alto”.

Sara: “Es tomar la medida de arriba a abajo de un objeto”. Otros no expresaron ningún concepto, o copiaron lo que escribieron sus compañeros.

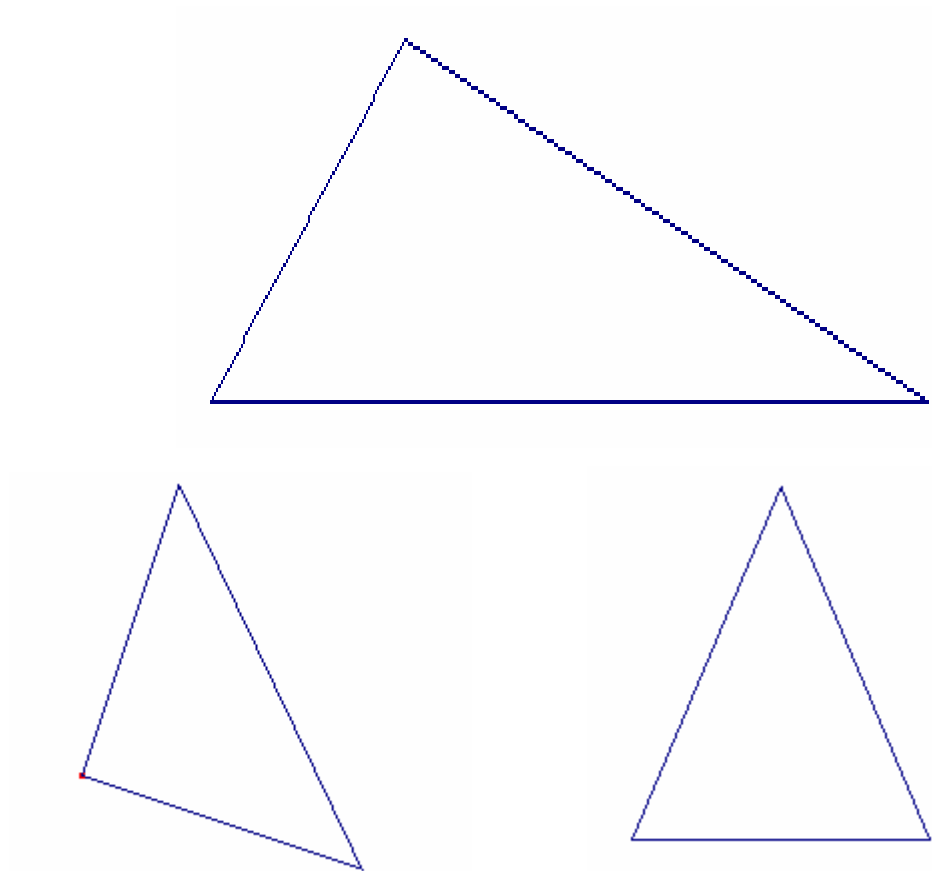
Figura 11. Estudiantes utilizando las escuadras para medir alturas en las figuras de las guías



Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Después de realizar la anterior actividad, continuaron con el siguiente punto 1.1. Con los pitillos, plastilina y cartulina elabore diferentes tipos de triángulos.

Figura 12. Triángulos que debían elaborar con diferentes materiales.



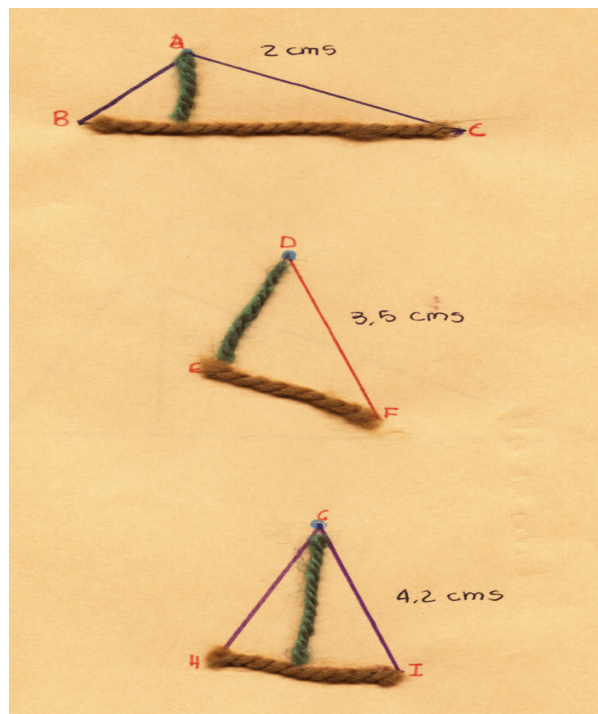
Para esta actividad, se daban 3 triángulos. A partir de ellos se debía ejecutar los pasos siguientes:

* Hallar la altura de cada triángulo teniendo en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Identificar las partes del triángulo.
2. A la base del triángulo pegarle lana.
3. Identificar el vértice opuesto a la base.
4. Con un pedazo de la lana; pegarlo en el vértice del triángulo y llevarlo hasta la base del triángulo de tal manera que sea perpendicular a la base.
5. Medir esa longitud del vértice a la base.

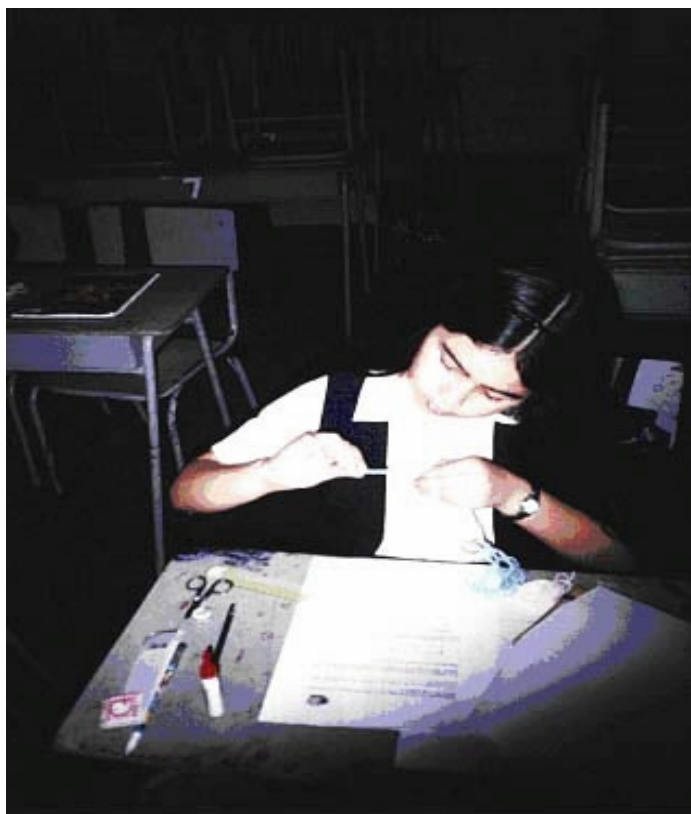
Se hizo la primera parte del trabajo con pitillos, plastilina y cartulina, se elaboraron varios triángulos de diferentes formas, y al pasar por los puestos se hacían las respectivas correcciones y/o aclaraciones. La mayoría desarrollaron el ejercicio con los trozos de lana según lo indicado en la guía de trabajo, haciéndolo de manera muy similar. (Ver figura 13).

Figura 13. Desarrollo de la actividad 1.1 utilizando diferentes materiales.



Para resolver las situaciones propuestas, algunos estudiantes calcularon los triángulos dibujándolos con las reglas, después identificaron la base y le pegaron un trozo de lana, después indicaron la altura, tomaron su medida y le pegaron un trozo de lana. (Ver figura 14).

Figura 14. Actividad práctica del taller 1.



Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Aunque la actividad se desarrolló de acuerdo con las indicaciones dadas, una vez más variaron las respuestas numéricas colocando al primer triángulo algunos 2 cms, otros 2,3 – 2,30 – 2,1/2 y algunos no colocaron ninguna medida. Se encontró que la principal dificultad radica en tomar medidas exactas y en expresar la altura en decimales. Pues tampoco coincidieron las respuestas del segundo triángulos que fueron 3,5 – 4cm – 4,4 - . Y para el tercero del mismo punto: 4,2 – 4,3 – 4 cm – 3 cm, es decir que variaron las respuestas cuando debería ser igual pues los triángulos medidos por los estudiantes eran todos iguales.

En el siguiente punto había un triángulo mayor con la indicación: trazar las tres alturas correspondientes a cada lado del triángulo, de acuerdo a la experiencia anterior. Y con base en este ejercicio, con la ayuda de la profesora se debía responder el punto 6.



6. Elaborar un concepto de altura del triángulo, a raíz de la experiencia?

Escríballo: _____

Luego: En grupo, comparta con sus compañeros la experiencia, para contestar:

* En conclusión: ¿Qué concepto de altura se puede dar?

* ¿Al punto de corte de las alturas, que nombre se le puede asignar?

La actividad de trazar estuvo bien desarrollada por casi todos los participantes del taller. Los estudiantes dibujaron el triángulo en una hoja aparte y teniendo en cuenta lo desarrollado a lo largo del taller, debían trazar las tres alturas del triángulo. Cuando ya tenían el triángulo colocaron la escuadra en forma perpendicular a la base y con facilidad trazaron la primera altura. Continuaron con los otros lados y se quedaban pensando y preguntándose unos con otros *¿Cómo lo hacían?* Trataban de indicar los lados como si fueran las mismas alturas *¿Esta bien, Profe?* Les contesté *si están seguros de lo que han hecho hagan lo mismo que hicieron. ¿Pero, cómo Profe?* Piensen un poco. Dijo un estudiante *¿puedo voltear la hoja?* Sí contesté. Profe *¿cómo hago en la parte de abajo, no alcanzó la línea?* *¿Puedo trazar la línea recta más larga?* Sí, eso se llama prolongar los lados o las líneas. *¡Ah! Ahora sí. ¿Y así hago lo mismo con el otro lado, Profe?* *Si le respondí.* Otros estudiantes estaban pendientes, que uno o dos desarrollaran las actividades para ellos poder hacerlos después.

Fallaron un poco en el manejo de las escuadras ya que les quedaban corridas las alturas, en algunos coincidió el punto de corte en otros no. Otros estudiantes rompían las hojas y volvían a hacer las figuras. Por último trazaron el triángulo con las alturas y observaron que al trazar las tres alturas, estas se cortan en un mismo punto. Indicándoles que ese punto recibe el nombre de ortocentro. Lo cual les permitió desarrollar los demás puntos.

Donde se preguntaba que si podían elaborar un concepto de altura a partir de la experiencia haciéndolo de manera individual y luego reuniéndose en grupo para comparar las diferentes respuestas dadas. Algunos comentaron: *“La altura es la medida que se toma teniendo en cuenta la base y el punto más alto”.*

"Es medir de arriba abajo un objeto".

" Es trazar una línea de la base al vértice".

"Es unir el vértice opuesto con la base".

"Es la medida que da de la base al punto opuesto".

Y les pedí que estas respuestas las dejaran consignadas en la guía escrito.

Algunos de estos conceptos fueron:

a. En conclusión que concepto de altura se puede dar?

trazar una perpendicular de la base hasta el vértice opuesto

a. En conclusión que concepto de altura se puede dar?

Es tomar la medida que se toma a lo largo trazando una perpendicular de la base al vértice opuesto.

Estas actividades fueron largas o dispendiosas para algunos pero manifestaron que fueron agradables, se sentían satisfechos del resultado final, ya que según dijeron habían aprendido cosas nuevas e interesantes:

Esto se pudo ver en las respuestas de algunos como: *“La experiencia fue bacana porque aprendí cosas nuevas”*.

Se observó que en general los alumnos esperan que el profesor siempre les de explicaciones de todo, talvez están acostumbrados a un profesor magistral, quizá por eso no hacen esfuerzo para pensar, opinar, piden pistas, otras veces responden como si se estuviera adivinando, les falta más fluidez verbal para expresar que o lo que piensan.

ANÁLISIS Y CONCLUSIONES DEL TALLER 1:

CONCEPTOS: * Los alumnos trataron de expresar en sus propias palabras el concepto de altura, aunque se les dificulta expresarlo exactamente. Sin embargo aprendieron a representarlo en los triángulos.

* Los estudiantes asistentes a los talleres comprendieron que al trazar las tres alturas, estas se cortan o interceptan en un punto y tienen un nombre particular, aunque no fue posible encontrar que aplicabilidad tiene el punto de corte de las alturas. Este no se obtuvo ni en libros, ni a través de consultas personales hechas a algunos docentes e ingenieros de la UIS.

* El concepto de altura no lo tenían bien definido, como se pudo observar en la experiencia por las fallas presentadas, porque no tienen claros otros conceptos que se correlacionan con la altura como: medir y expresar medidas en números decimales.

ESTRATEGIAS: * Los niños en algunos casos buscaron la forma de responder, voltear las hojas y realizar las actividades aunque encontraran dificultad.

* En muchas ocasiones el docente tiene que recurrir a explicaciones y a dar nombres exactos que no pueden deducir los estudiantes, porque no hay unos presaberes fundamentales para manejar nuevos conceptos.

* La estrategia educativa fue generar más confianza considerando que lo importante es que participen de los procesos de clase para irlos preparando poco a poco para la resolución de situaciones y problemas. Porque por otra parte no están acostumbrados a esta metodología.

* Gracias a la secuencia de las actividades propuestas trazaron la altura de un triángulo, lo que indica que desde que se oriente el trabajo de aula en secuencias el estudiante puede aplicar conocimientos importantes.

DIFICULTADES: * A la mayoría de niños se les dificultó tomar las medidas, y dar respuesta numérica y manejar especialmente los milímetros, es decir no expresan medidas en decimales, lo cual fué un obstáculo al comienzo para ellos, porque no habían realizado prácticas en este sentido. Se hace necesario verificar como aprendieron a trabajar los decimales, o reforzar bien con ejemplos prácticos.

* Los estudiantes tienen preconceptos pero aún en sexto grado no habían manejado el concepto de altura, y no tienen otras nociones sin las cuales no es posible expresar la altura en términos numéricos.

* Es importante indicar a los estudiantes el correcto uso de los implementos geométricos y su aplicabilidad, para que aprendan a manejarlos en diversas situaciones. Siendo importante este aspecto para facilitar la construcción de algún concepto geométrico.

* A los estudiantes se les debe permitir expresar y tratar de construir conceptos con sentido lógico del proceso que ejecutan y a la vez facilitarles que adquieran seguridad en el trabajo de clase, con el fin que ellos no duden tanto de lo que hacen.

LOGROS: * A pesar de las dificultades los alumnos participaron y se interesaron en desarrollar el taller.

* Mostraron entusiasmo sobre todo cuando descubren por sí mismos o con ayuda de la profesora, algo nuevo.

* Aunque el tiempo no fue el suficiente trataron de aprender a manejar los elementos geométricos y a su vez la importancia de cuidarlos y hacer buen uso de ellos.

3.2 TALLER No 2: LAS MEDIANAS.

Los alumnos recibieron una charla de motivación hacía el desarrollo de una nueva guía, indicándoles que en ella se manejaban conceptos muy sencillos y, por tanto, debían tener la disposición para leer, desarrollando las diferentes actividades porque así llegamos a nuevos conceptos. Lo que indica que deben pensar un poco, opinar, porque no siempre se debe esperar a que el profesor les tenga que dar detalladamente las explicaciones de todo.

Entregué la guía para que primero observaran que en el primer punto estaban dibujadas tres cajas de leche y lo que debían hacer con ellas, indicando que las debían clasificar de acuerdo a su tamaño, llenando los espacios en blanco.

1. Dadas las siguientes figuras clasificalas según su tamaño

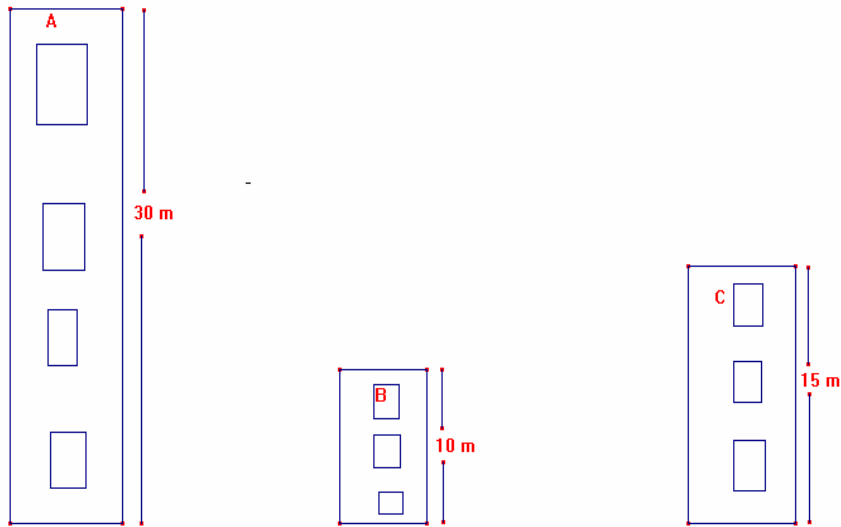


La leche la encontramos en tres tamaños: _____,
_____, _____.

Esto lo hicieron rápidamente, respondiendo que eran: una grande, una mediana, una pequeña.

La leche la encontramos en tres tamaños: grande,
mediana, y pequeña.

Por tanto, se pasó al punto dos, donde estaban dibujados tres edificios. Y a continuación decía: Observamos tres edificios ubicados en Floridablanca.



Sin hacer preguntas manifestaron: *“Hay uno grande, uno mediano y uno pequeño”*. Y por tanto se les pidió relacionarlos o compararlos para responder por escrito lo que se solicitaba en el taller en el punto dos: ¿qué puedes decir de la medida de la altura del Edificio C comparada con la altura del edificio A?

¿Si la distancia que separa al edificio A del edificio C es 40 ms, y el edificio B se encuentra en el medio ¿A que distancia está B de A? También se pedía: representar esta situación en un segmento.

Algunas niñas, como Erika Juliana, empezaron a comparar rápidamente expresando:

“El edificio A, es el doble del edificio C”.

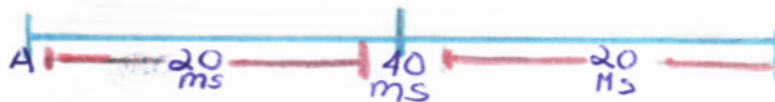
“Al edificio C le falta la mitad de la altura del edificio A”.

“El edificio C corresponde a la mitad del edificio A “.

Que el edificio C corresponde a la mitad del edificio A.

Que el edificio C le falta la mitad de la medida del edificio A para ser igual.

En cuanto a la pregunta ¿A que distancia esta B de A? ellos lo iban leyendo y graficando y después daban la respuesta que fue similar en la mayoría de los estudiantes. Por ejemplo: Erika Juliana respondió: la distancia es de 20 mts del edificio A al C; Claudia Lisbeth: 20 mts. Otros alumnos, tan pronto leyeron, dieron la respuesta. ¡20 Profe! Y graficaron:

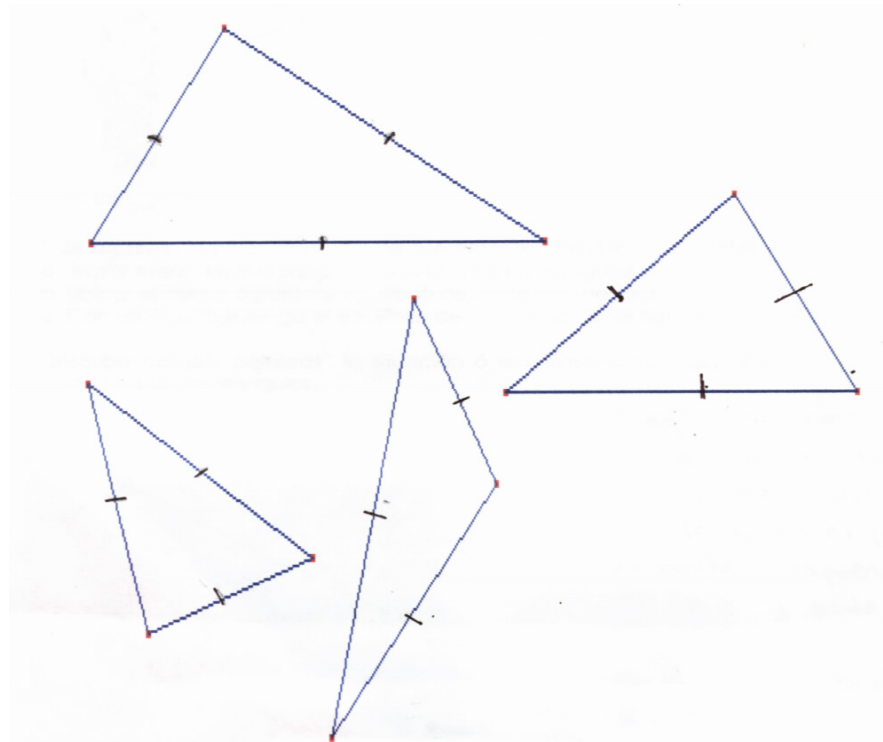


Luego pasaron al punto tres, y para desarrollarlo recortaron varios trozos de la lana para ubicar la mitad o punto medio en cada uno de ellos; ellos cogían cada pedacito, unían las puntas y en la mitad le colocaban un punto con el marcador. Y pegaron los respectivos hilos o lanas en las hojas ordenándolos según la longitud.



Además debían responder: describa la forma como lo realizó. Algunas respuestas fueron: *“Cogí lana de varios colores, con un marcador rayé en la mitad”, “primero corté en trozos la lana, en grande mediano pequeño para ubicar el punto medio, con un marcador marcando la lana en el punto medio”, “Yo cogí un cordón y lo partí en tres cordones de diferentes medidas, los doble para que me quedara la mitad”.*

En la siguiente hoja se encontraba el punto 4. Este punto decía: ahora, en los siguientes triángulos hallar el punto medio de cada uno de sus lados, utilizando regla, para que la medida sea exacta.



Los alumnos debían, en cada uno de los triángulos dibujados, ubicar el punto medio en cada uno de los lados. Aparentemente era fácil, pero no tenían todavía buen manejo de las reglas y escuadras y no trabajaban medidas exactas; pero se les explicó que podían ayudarse entre sí y los más rápidos, especialmente uno, les indicó cómo colocar las escuadras uniendo el punto señalado con el vértice opuesto para trazar las respectivas rectas y así terminaron la actividad. Indicando que los segmentos trazados reciben el nombre de medianas. Observé que aunque se les facilitó un poco el trabajo, continuaba el problema de tomar la medida utilizando milímetros y más aún cuando debían dividir en dos partes iguales.

Les pedí observar el gráfico y lo escrito, para que lo relacionaran con lo que acababan de hacer.



La mediana en un triángulo son el segmento comprendido entre un vértice y el punto medio del lado opuesto.

Con esto se les habló acerca del objetivo del taller que era aprender a trazar las medianas en el triángulo, lo cual se logra trazando un segmento desde el punto medio del lado al vértice opuesto del triángulo. Para que relacionaran mejor este concepto, se repartieron algunos triángulos en acrílico, de acuerdo con lo que decía la guía en el quinto punto.

5. Se reparten algunos triángulos de diferentes formas a los estudiantes.
 - a. Trazar todas las medianas a cada uno de los triángulos.
 - b. Ubicar el centro o punto de equilibrio de cada uno de ellos.
 - c. Con un lápiz mantenga el equilibrio de cada una de las figuras.

Los estudiantes observaron y decían: *Mayra: hay unos grandes, unos pequeños y unos medianos. Claudia: son de diferentes colores.* Los dejé que se familiarizaran con el material y les dije, ahora con un lápiz, van a tratar de mantener el equilibrio en cada uno de ellos. Empezaron a realizar la actividad. Los triángulos se les caían al suelo, duraron 10 minutos haciendo intentos, *Erika: ¡No, Profe esto es difícil! Luz Adriana: ¡Profe se caen rápido!* (Ver figura 15).

Figura 15. Estudiantes realizando las actividades con triángulos de diferentes materiales.



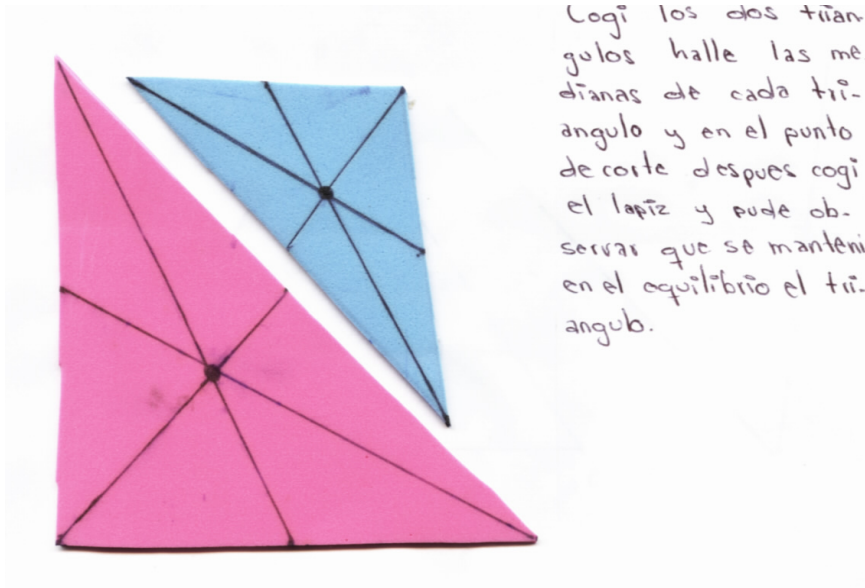
Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Para algunos niños descubrir como hacían para mantener las figuras en equilibrio sobre un lápiz, fue imposible; tenían en sus manos los triángulos de diferentes medidas y tamaños, los volteaban, observaban, los colocaban sobre la punta del lápiz, los dejaban caer al suelo. Y unos pocos buscaban el centro del triángulo para que se estuviera quieto, un niño cogió un marcador y como era más grueso que un lápiz logró sostener el triángulo. Después de un rato y de observar al compañero algunos trataban de hacerlo mejor, y se les escuchaba. Pedro Julián: *¡lo hice, profe, mire!, ¡fui capaz!, Edna: ¡se me cae rápido, profe!*

Se les dijo que todos lo podían hacer fácilmente y para eso se les pidió que tomaran nuevamente los triángulos en acrílico e hicieran lo mismo que ya habían hecho en la guía, es decir, trazaran las medianas, porque con ellas podían ubicar el punto medio de cada lado y después trazar un segmento del punto medio al vértice opuesto con los otros lados del triángulo. Cuando los estudiantes trazaron las tres medianas del triángulo en acrílico, manifestó Erika: *¡Estas también se unen en un punto!*

Les respondí: *Si.* Ahora en ese punto de corte o intersección cojan el lápiz y mantengan el equilibrio y observen lo que sucede. Claudia Lisbeth: *¡Huy! Profe, ahí si se está quieto el triángulo!, Pedro Julián: ¡Es más fácil así que adivinando! EriKa: ¡Que chévere!*

Continuando la guía decía: describa con sus palabras la situación ó experimento realizado con cada uno de los triángulos. Esta actividad la hicieron en fomi para poder pegar en las hojas de la guía el ejercicio desarrollado, así:



Al realizar el ejercicio de ubicar el punto medio de los segmentos representados con diferentes materiales lo hicieron con relativa facilidad; porque los estudiantes se devolvieron al punto cuatro del taller y hallaron las medianas a cada uno de sus triángulos y ya les parecía más fácil. Aunque describir con palabras la situación les costó un poco de trabajo y orientándolos algunos lograron explicar lo que habían acabado de hacer.

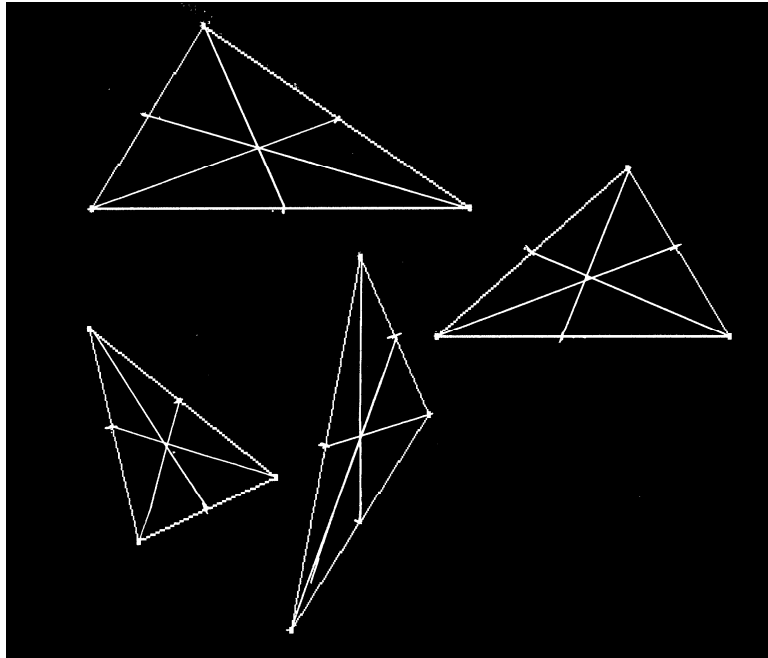
Algunos respondieron: *“Cogí los dos triángulos, hallé las medianas de cada triángulo y en el punto de corte después cogí el lápiz y se mantenía el equilibrio del triángulo”,*

“Cogí los triángulos, tomé la medida para ver si tomé bien el equilibrio y después los pegué en las hojas”,

“Cogí el triángulo le tomé las medidas a sus lados luego los uní y les hice un punto”.

Pasaron al punto siguiente:

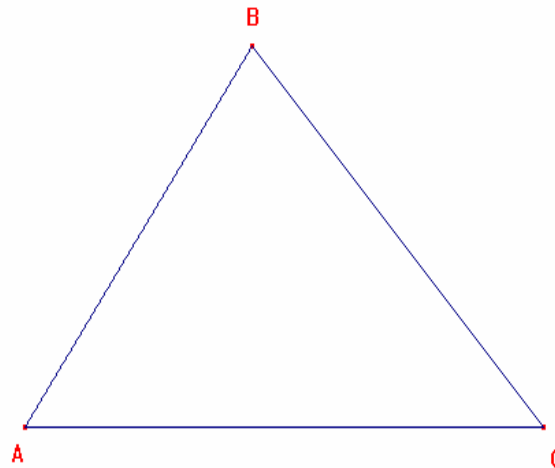
d. Hallar todas las medianas de los triángulos del punto 4. Según el punto anterior. Y se les llevó a relacionar con el gráfico:



Al realizar de nuevo el ejercicio ya expresaron, con ayuda de la profesora, “*el punto de equilibrio es el centro donde se encuentran las medianas*”. Llamado también *Baricentro*.

Pasando al punto siguiente:

6. Dibuja y recorta este triángulo en una hoja, y sin reglas, ni escuadras ni lápices halle el punto medio de equilibrio.



Se realizó este punto donde debían cortar un triángulo, trazar las medianas sin utilizar ningún instrumento, algunos no sabían como hacerlo, otros intentaron trazar con la uña y otros pocos unieron los puntos doblando el triángulo a partir del vértice en dos partes iguales para encontrar el punto medio. Y lo hicieron con los tres lados del triángulo, mientras otros los imitaron para poder hallar el punto medio de cada lado.

Algunos niños lo hicieron con un doblés y los otros midiendo con regla o escuadra. Igualmente sucedió al buscar el punto medio de los triángulos graficados. Cuando veían que un compañero terminaba observaban y se ayudaban y así todos empezaron hacer dobleces al papel.

Para algunos fue un poco difícil pero lo lograron. Este paso permitió observar que a muchos niños les falta un poco más de manejo de dobleces con papel, por lo cual en algunos casos el punto medio no era exacto. Quienes hicieron bien el ejercicio comprobaron que en el punto de corte de las tres medianas colocaron el lápiz y el papel mantuvo el equilibrio.

Se pudo, con la ayuda de los más rápidos, colaborar a otros para que hallaran el punto medio a cada uno de sus lados y unieron el punto con el vértice opuesto trazando rectas suaves en lápiz. Cuando trazaron los segmentos o medianas decían por ejemplo: Claudia: *“acá también tienen un punto de corte, profe”*, cogieron el lápiz y lo pusieron ahí, observaron que era más fácil mantener el equilibrio en el triángulo hallando las medianas. Erika: *¡Profe, así si va uno a la fija!*, Pedro: *¡se ahorra tiempo profe!* Se guió con preguntas a los estudiantes: *Porque lograron Hacerlo?Cuál es la clave para que se mantenga el triángulo en equilibrio?* Concluyendo que el punto de corte de las medianas es el que permite mantener el equilibrio en los triángulos.

Los alumnos mostraron agrado diciendo que les gusta que les enseñen cosas curiosas. En éste momento les dije que eso es lo que estamos haciendo y lo importante es que realmente aprendan que el punto de equilibrio que se forma cuando trazamos las medianas en el triángulo se llama baricentro.

CONCLUSIONES:

CONCEPTOS: * Los alumnos identifican fácilmente los conceptos grande, mediano y pequeño.

* Se les facilitó hallar el punto medio en los segmentos y comprendiendo a su vez que significa la mitad de una medida.

* Se les facilitó un poco desarrollar actividades con base en el concepto de mediana en el triángulo, sobre todo después de observar y practicar que es el segmento unido del punto medio de uno de los lados del triángulo al vértice opuesto.

ESTRATEGIAS: * Se buscó utilizar diferentes materiales para facilitar el desarrollo de las actividades, esto hace mantenerlos más motivados.

* Los estudiantes en algunos casos se valieron de medios para realizar la actividad.

* La utilización de diferentes materiales facilita el desarrollo de actividades y motiva a los estudiantes.

DIFICULTADES: * Se les sigue dificultando un poco el manejo de los implementos geométricos.

* Algunos estudiantes son zurdos y presentan mayor dificultad para realizar trazos.

* La metodología a la cual están acostumbrados y que influye en que los estudiantes creen que se ahorra tiempo y esfuerzo cuando el profesor les explica todas las cosas.

LOGROS: * Les pareció interesante la actividad de mantener el equilibrio en el triángulo aunque se presentó al comienzo mucha dificultad porque no tratan inmediatamente de buscar soluciones.

* Los estudiantes quisieran seguir con su método tradicional, donde el docente les debe dar todas las herramientas y evitarles pensar, analizar y coordinar ideas, pero cuando se les lleva material de agrado cambian un poco de actitud.

* Al trazar las tres medianas en el triángulo observaron que estas también se interceptan en un punto y sobre este se logra mantener el equilibrio en el triángulo.

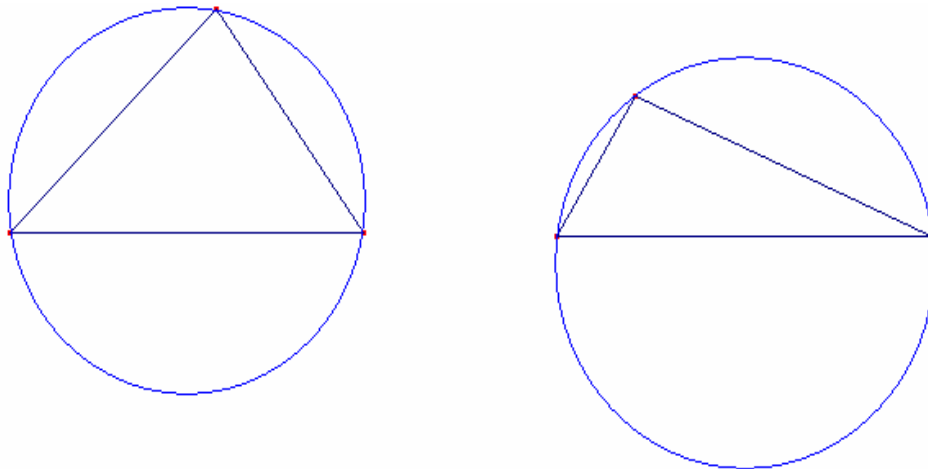
* Les llamó la atención trabajar con diferentes materiales especialmente con los triángulos en fomi por la facilidad del material para cortar, trazar y pegar y por la variedad de colores en que viene.

3.3 TALLER 3: LAS MEDIATRICES DEL TRIÁNGULO.

Se distribuyó la guía cuyo primer punto era: dada la siguiente circunferencia circunscrita que toca los vértices del triángulo, obsérvela y constrúyala.

¿Cómo ubicamos el punto y con cuál radio?

A la vez aparecían los gráficos:



Después de recibir el taller, en el primer punto, los estudiantes al leer que es circunferencia circunscrita se quedaron callados, y se miraban unos con otros, por lo cual se motivó a los alumnos para que pensarán en el problema planteado en el primer punto de la guía y se concentraran en la posibilidad de resolverlo.

Algunos empezaron a calcular, con la punta del compás, el centro en esa circunferencia y trazaban varias líneas borrraban y borrraban. Otros trataron de construir o dibujar una circunferencia que pasara por los tres vértices del triángulo, haciéndolo al tanteo. Se les dificultó mucho el ejercicio, lo hacían y borrraban continuamente, era difícil encontrar el centro de la circunferencia.

Y solo uno Pedro, preguntó *¿Profe, cómo así que circunferencia circunscrita? Les dije que era circunscrita porque tocaba los vértices del triángulo, por tal motivo se debía tratar de ubicar el centro y radio para poder dibujarla.* Mientras trataban de hacerlo manifestaban: Luz Adriana *“¡No profe, esos es difícil, nos queda corrida!”*, Leidy Lorena: *“¡No somos capaces!”*.

Se les explicó que para desarrollar actividades de aprendizaje es necesario seguir unos pasos previos; invitándolos a que en la segunda parte donde estaban dibujados unos segmentos, buscaron el punto medio. Y esto ya la hacían un poco mejor. Después colocaron la escuadra y levantaron una perpendicular a éste punto, a algunos se les seguía dificultando el manejo de las escuadras. En cuanto a hallar el punto medio lo hicieron rápido y con más seguridad aunque siguen fallando un poco en las medidas inexactas porque no tenían buen dominio del instrumento de trabajo, es decir, corren con gran facilidad la escuadra o el transportador. (Ver figura 16).

Figura 16. Estudiantes desarrollando el taller 3.

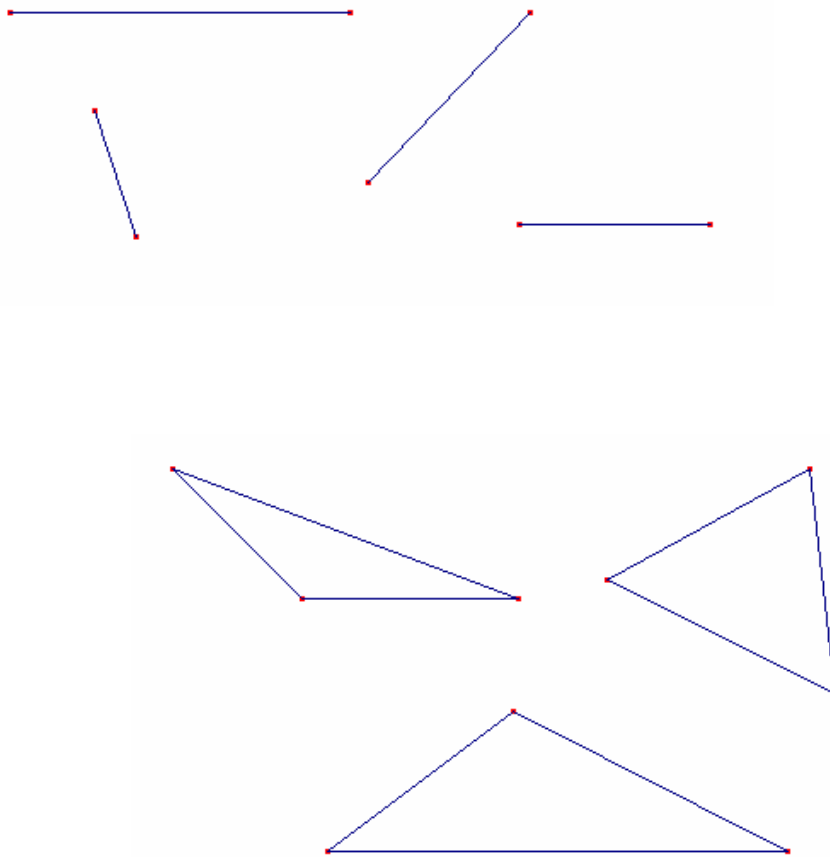


Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Se les pidió continuar con el siguiente punto:

2. Dado los siguientes segmentos y triángulos:

- a. ubica el punto medio.
- b. levanta una perpendicular a cada uno de los segmentos.
- c. ubica el punto medio a cada uno de los lados del triángulo.
- d. Levanta una perpendicular a cada uno de los lados que pase por el punto medio.



¿Qué se observa en particular?

A continuación de medir y trazar perpendiculares sobre las líneas, hicieron el mismo ejercicio con los triángulos buscando el punto medio y levantando una perpendicular a éste. Cuando lo hicieron con el primer triángulo dijeron:

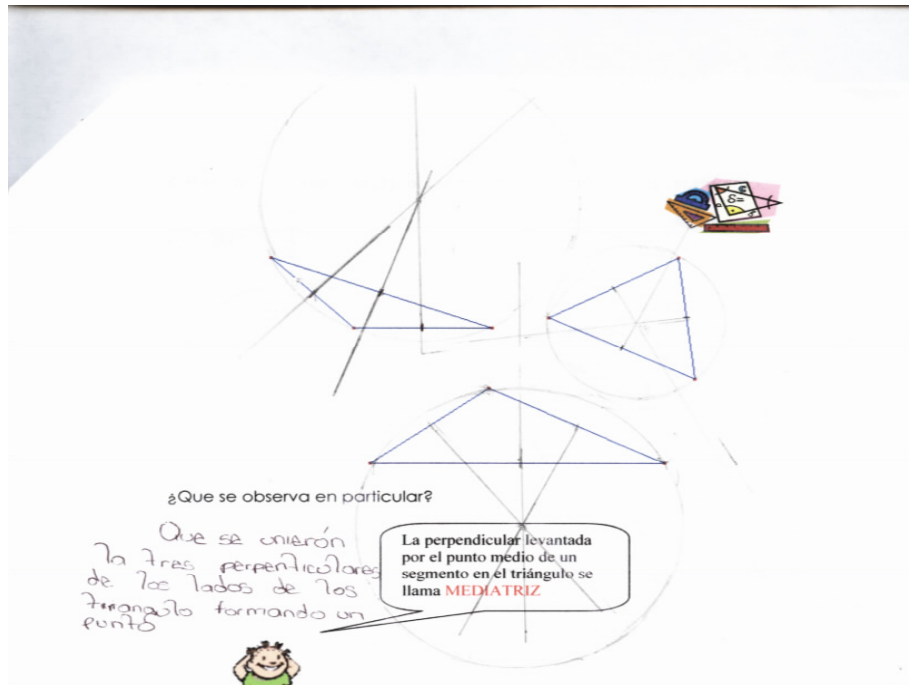
Erika: Otra vez lo mismo. Mayra: “Estas tres perpendiculares que trazamos también se cortan en un punto”.

Se les pidió observar y sacar una conclusión que no fue suficientemente expresada, ya que algunos dijeron: *Leidy Lorena: “se unieron las tres perpendiculares de los lados de los triángulos, formando un punto”.*

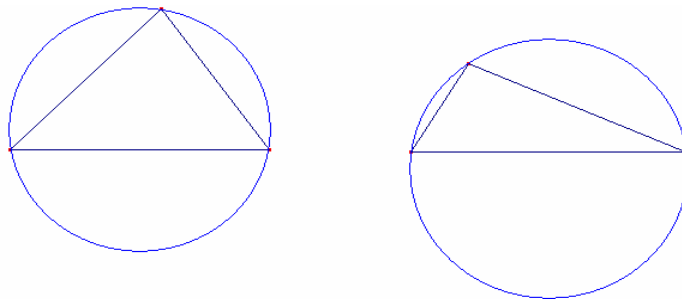
Pedro Julián:” las perpendiculares al trazarlas se unieron en un punto”.

Con esto dieron a entender de una u otra manera que las perpendiculares se unen en un punto común.

Por lo cual se les explicó y dijo en términos más concretos el concepto de mediatriz demostrándolo con otros ejemplos en el tablero. Y repetidamente les aclaré que el proceso de levantar una perpendicular en el punto medio de un triángulo se llamaba MEDIATRIZ, en conclusión iban a trazar las tres mediatrices del triángulo. Los alumnos continuaron con la actividad, desarrollando el punto tres: En los triángulos del punto (2) Haga centro en el punto de corte de las mediatrices y construya una circunferencia que pase por los tres (3) vértices del triángulo. A continuación se trata de observar un poco el trabajo realizado por un estudiante.

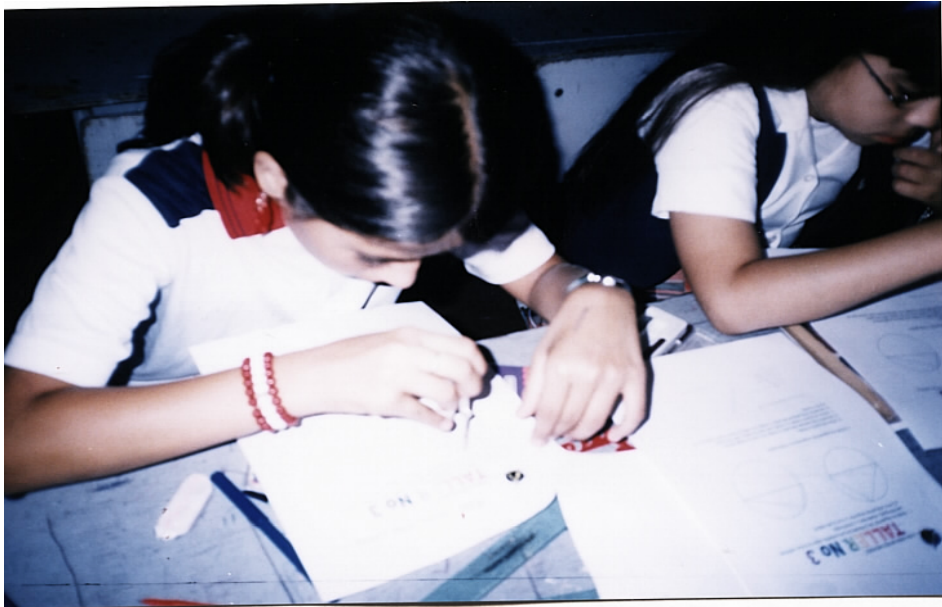


En el punto cuatro se debía hallar en el punto uno (1), el centro de la circunferencia circunscrita.



En estos pasos, se les seguía dificultando el manejo de las escuadras, pero aún así terminaban. Después de trazar las tres mediatrices. Leidy manifestó: *¡Profe, al trazarlas las tres el punto de unión quedó por fuera!* (Ver figura 17).

Figura 17. Niñas realizando los puntos relacionados con hallar el centro de la circunferencia.



Fuente. Estudiantes Instituto Gabriel García Márquez de Floridablanca

Siguieron haciendo el mismo ejercicio con los otros triángulos cuando Claudia dice: *A mi el punto de unión de las tres mediatrices me quedó por dentro.*

Les dije *ahora cojan el compás y hagan centro en ese punto y hagan una circunferencia circunscrita (que toque los tres vértices del triángulo).* Empezaron hacerlo, se les corría el compás, pero terminaron pasándolo por los tres vértices. Lorena: *¡Así, sí es fácil!* Así, la mayoría comprendieron que la perpendicular levantada en el punto medio de un segmento en el triángulo se llama Mediatriz.

Con los mismos ejemplos anteriores se les llevó a deducir que el punto de corte de las tres mediatrices se constituye en el centro de una circunferencia circunscrita. Lo cual fue comprobado por ellos haciendo en la guía los respectivos gráficos. Algunos niños no trazaron en sus hojas las tres Mediatrices, y se les guió para que en el punto de corte colocaran la punta del compás y empezaran a trazar la circunferencia que pasara por los tres vértices. Y aunque algunos tienen dificultad para el trazo de rectas de todas maneras trataron de hacerlo bien. Algunos expresaban:

Claudia: *“¿Por qué no nos dijo eso al comienzo cuanto tiempo nos habríamos ahorrado, profe?”.*

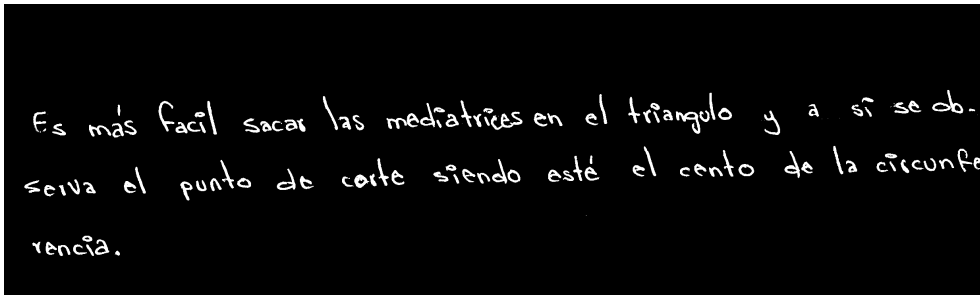
Se les explicó la importancia que tiene para el desarrollo del pensamiento el tratar de observar, deducir, relacionar, deducir, encontrar soluciones incluso plantearnos problemas y tratar de resolverlos. Algunos estuvieron de acuerdo, otros decían que es más fácil que les expliquen los profesores. Sin embargo todos terminaron trazando la circunferencia circunscrita en los otros triángulos y haciendo de manera correcta el ejercicio en el tablero con escuadras más grandes.

Algunos de los estudiantes, trataron con sus palabras de escribir una conclusión con respecto a la actividad realizada, logrando hacerlo. Otros necesitaron orientación para poder expresar por ejemplo:

Leidy: “Es más fácil sacar las mediatrices de los triángulos y así se observa el punto de corte siendo este el centro de la circunferencia circunscrita”.

Lorena: “Es más fácil sacar las circunferencias trazando las mediatrices”.

Pedro: “Si se sacan las mediatrices en el triángulo y así se observa el punto de corte siendo este el centro de la circunferencia”.



Es más fácil sacar las mediatrices en el triángulo y a si se observa el punto de corte siendo esté el centro de la circunferencia.

CONCLUSIONES:

CONCEPTOS: * Únicamente cuando aplicaron el concepto de mediatriz en el desarrollo de la guía, dijeron que habían entendido, tal vez por la secuencia de las actividades porque este tema no lo habían trabajado anteriormente. Sin embargo al finalizar las actividades entendieron que es la perpendicular levantada del punto medio de un segmento.

* Los estudiantes participantes del taller participaron activamente para desarrollar actividades basadas en el concepto de mediatriz.

DIFICULTADES: * Sigue predominando la importancia de hacer un uso y manejo adecuado de los materiales, ya que esto facilita los conceptos que se enseñan en geometría.

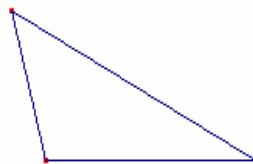
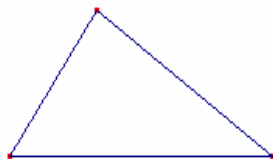
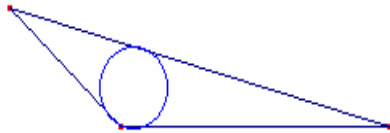
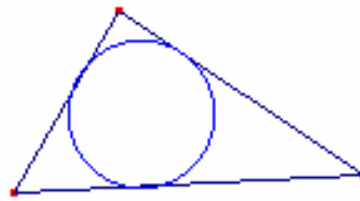
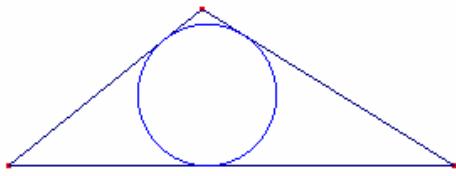
LOGROS: * Al trazar las tres mediatrices también observaron que se cortaron en un punto, el cual facilitó trazar una circunferencia circunscrita en el triángulo, lo cual por otra parte les motivó y causó curiosidad. Quizá porque pocas veces se ha trabajado de manera que vayan paso por paso construyendo un conocimiento a partir de experiencias prácticas y porque el tema era nuevo para ellos.

* Si no se manejan los conceptos a partir de la utilización de los elementos geométricos, varían los resultados que se desea obtener, ya que en la construcción de figuras las medidas exactas son determinantes. Siendo entonces vital realizar una mayor práctica en el uso de las escuadras, reglas, compás y transportador.

3.4 TALLER 4: LAS BICECTRICES.

Se entregó el taller, en el primer punto los estudiantes encontraron unos triángulos con una circunferencia inscrita, y en un lado otros triángulos. Ellos debían hacer lo mismo, dibujar una circunferencia inscrita en el triángulo, así:

1. Dada la siguiente circunferencia inscrita en el triángulo trata de construirla.
En los triángulos dados:



Además se preguntaba: ¿dónde ubicamos el centro de la circunferencia inscrita?

Cuando se les entregó el taller, se observó que todos leyeron el primer punto y preguntó *Lisbeth*: *¿qué quiere decir la palabra inscrita?* ; Les manifesté, *piensen un poco en éste ejemplo, qué pasa cuando uno dice, el alumno está inscrito en la lista del Colegio, ellos contestaron: pues que está matriculado en el Colegio.*

Es lo mismo que en este caso porque se trata de dibujar una circunferencia que esté dentro del triángulo, que esté inserta dentro de él, que ocupe parte de su área. Así como se observa en los otros dos ejemplos.

Se les explicó que la actividad que ellos debían realizar entonces era dibujar en los triángulos de la parte interior una circunferencia inscrita. Algunos inmediatamente empezaron a trabajar. Otros decían, Pedro: *no tengo compás*. Claudia: *no tengo borrador*. Y se paraban permanentemente del puesto a prestar los diferentes implementos o útiles escolares y realizaban de manera muy lenta el trabajo.

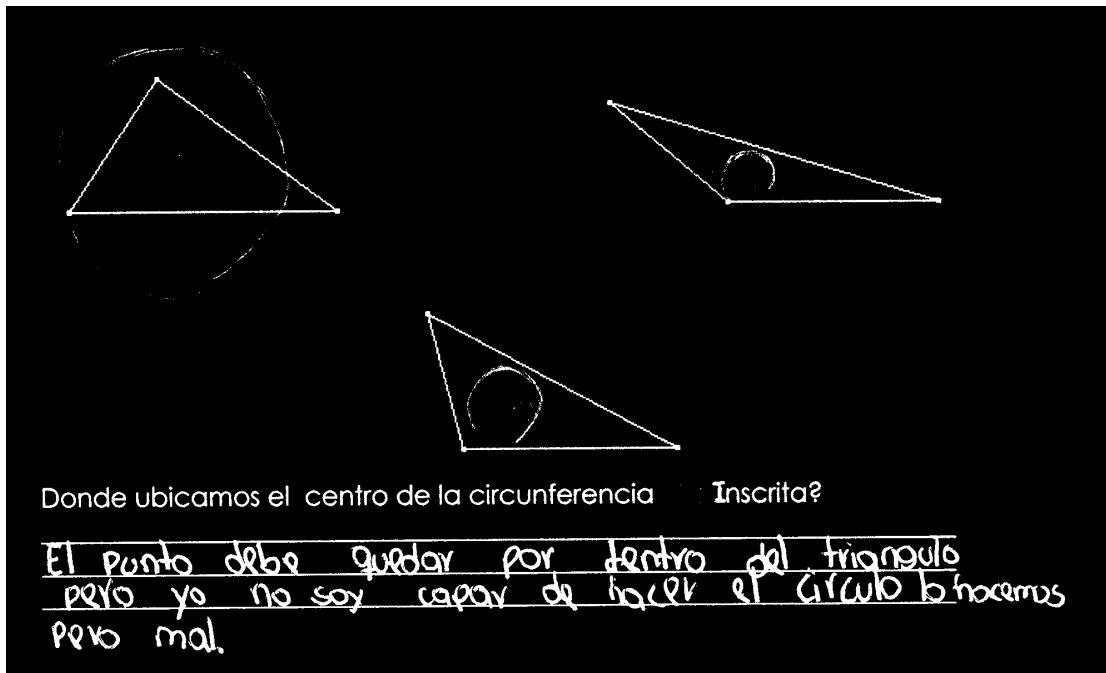
A los estudiantes que empezaron a trabajar, se les dificultó mucho trazar las circunferencias solicitadas porque los triángulos eran relativamente pequeños, calculaban y calculaban y no eran capaces. Por esta razón unos empezaron a hacerlas por fuera del triángulo; otra niña Leidy, cogió una reglita de círculos y al tanteo empezó a dibujar la que mejor le quedara, sin usar el compás. Claudia decía: *El punto queda por dentro pero no somos capaces de hacerlo que quede igual, falta o sobra espacio del triángulo*.

Lo intentaron varias veces, tratando de buscar el centro para poder con el compás trazar la circunferencia. Pero el compás se les corría, si tocaban un borde del triángulo el otro no lo tocaban; ellos decían que el centro de la circunferencia quedaba por dentro, algunas expresiones fueron:

Lorena: "El punto siempre queda por dentro del triángulo pero se nos hace difícil que nos quede en el centro".

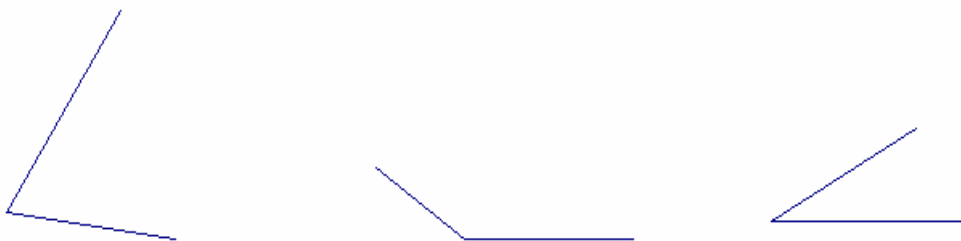
Pedro: "El punto queda por dentro pero no soy capaz, profe".

Erika: "El punto queda por dentro del triángulo, pero no soy capaz de hacerlo igual, me queda mal".



Algunos estudiantes no trazaron bien la circunferencia. Y no respondieron nada a la pregunta: qué radio se tomaría para construir la circunferencia inscrita. Por lo cual se les pidió continuar para entender.

El punto 2, decía: dados los siguientes ángulos y con ayuda del transportador, halle una recta que divida el ángulo en dos partes iguales



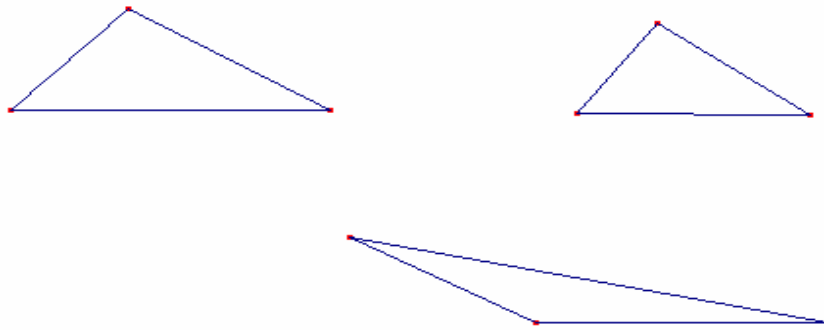
Para realizar este paso, debían dividir cada uno de los ángulos en dos partes iguales. No eran capaces de hacerlo no sabían cómo colocar ahí el transportador.

Se dibujó un ángulo en el tablero pidiendo que un alumno pasara a tratar de hacer la demostración de cómo debían hacer el trazo solicitado, para lo cual se recalcó la importancia de colocar bien el transportador sobre el lado que sirve de base al ángulo y el punto o centro en el vértice. Ayudado por un compañero el niño ubicó bien el transportador, tomó la medida en grados del ángulo pero no sacó la mitad a la medida tomada.

Por tanto indiqué en el tablero el ejercicio con ángulos trazados con marcadores borrables de diferentes colores, de manera que ellos trataran de hacerlos en las hojas de la guía, trabajando de manera individual. La mayoría trataron de hacerlo pero se les dificultaba dar la medida en grados, algunos lo hacían bien, pero cuando debían dividir la medida en dos partes para trazar la recta se les dificultaba el cálculo mental, y hacían la división en el tablero.

Después de observar a quienes habían hecho el ejercicio, los otros trazaban la recta que pasara por el vértice. Se aprovechó la necesidad de pasar por los puestos revisando el ejercicio para recalcarles que la recta que divide el ángulo en dos partes iguales se llama *Bisectriz*. Y así los alumnos continuaron con el taller y trazaron mejor las bisectrices de los siguientes ángulos.

Posteriormente en el punto 3: En el siguiente triángulo, halla la bisectriz de cada uno de los ángulos formados ya trabajaron con más facilidad, para luego responder: ¿Qué pudo observar al trazar las tres bisectrices del triángulo ABC?



¿Las tres bisectrices tienen un punto en común?

Al pasar al tercer punto se encontraban en el taller estos triángulos, donde los alumnos debían hacer lo mismo: trazarle las bisectrices a los ángulos de cada uno de los triángulos dibujados, que de hecho están formados cada uno por tres ángulos, es decir que en cada uno de ellos debían trazar las tres bisectrices.

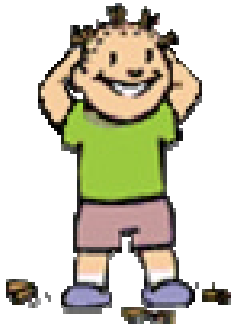
Al trazar las bisectrices en los triángulos no fue tan fácil, se demoraron mucho haciendo el ejercicio tanto por los cálculos que tenían que hacer como por el manejo del transportador en los tres ángulos. Cuando terminaron el primer triángulo dijeron, estas también se unen, entonces ese es el centro de la circunferencia.

Los estudiantes creen que el compás y las figuras deben estar en el mismo sentido siempre, se confunden cuando se les varía la posición de las figuras geométricas. Sin embargo guiándolos y orientando la actividad, cogieron el compás y trazaron las circunferencias inscritas en los triángulos dibujados y terminaron el ejercicio compitiendo entre ellos mismos; esto sirvió para lograr que todos encontraran la misma medida y corrigieran los datos donde habían quedado errores al medir o calcular la mitad.

Ya después hacían conjeturas sencillas, *Erika: el punto de unión o corte de las bisectrices, es el centro de la circunferencia inscrita.* Y se repitió un ejemplo más en el tablero para que aprendieran que la línea que divide al ángulo en dos partes iguales se llama bisectriz. Lo cual debían comprobar y aplicaren el siguiente paso:

En el punto dos (2) Halle en los triángulos el centro de la circunferencia inscrita. Teniendo como centro el punto de corte de las 3 bisectrices del triángulo.

El punto de intersección de las tres bisectrices del triángulo, describen el centro de una circunferencia inscrita.



Los alumnos manifestaron:

Leidy: “¿Porque no nos hacen ejercicios seguidos para tener facilidad de manejar la regla, el compás, el transportador?”. Ya que concluyeron que todo es un proceso para aprender las cosas. Pedro expresó que “lo más chévere” era que habían aprendido cosas nuevas, que la geometría “era bonita”.

Sin embargo les cuesta trabajo verbalizar, explicar lo que hacen, escribir con sus propias palabras lo que observaron, lo que concluyeron, aunque algunos como Lorena en la siguiente hoja expresaron claramente “ en los triángulos

las bisectrices también se unen en un solo punto". El cual todos colorearon con rojo como se solicitaba en la guía.

Nuevamente se les explicó que el punto de intersección de las tres bisectrices del triángulo son siempre el centro de una circunferencia inscrita y se comprobó con otros dos ejemplos hechos en el tablero con triángulos de mayor tamaño.

Se les pidió leer la conclusión de la guía y que finalmente escribieran las observaciones o comentarios que quisieran hacer sobre los talleres realizados, escribiendo algunos que tuvieron dificultades porque no se les había enseñado a manejar los instrumentos necesarios en geometría, que los conocimientos de geometría son nombres de líneas o de figuras pero no habían aprendido mucho en los años anteriores donde además dijeron que las clases de esta asignatura eran muy pocas.

observación
A Mi se me dificulta casi los ejercicios de geometria
Por casi nunca los vemos solo vimos lo indispensable triangulos
cuadrados eso. y le doy gracias a Lida por que me enseño
varias cosas que yo ni siquiera sabia.

En conclusión: me gustaron los talleres, aunque se me dificulto
por que no sabia el uso de la escuadra, regla, compas, y
transportador. y tomar medidas.

CONCLUSIONES:

CONCEPTOS:

* Los niños y niñas comprendieron con la práctica el concepto de bisectriz, a pesar de todas las dificultades presentadas con el manejo del transportador al dividir el ángulo en dos partes iguales. Por lo cual se recomendó a las profesoras realizar un mayor número de actividades que permitan superar esta falla.

DIFICULTADES:

* Los estudiantes están muy acostumbrados al profesor que explica, indica, orienta, desarrolla ejemplos y les dicta conceptos para copiarlos y estudiarlos. Por lo tanto no se esfuerzan esperando respuestas rápidas de otros. Esto limitó el enfoque de los talleres que inicialmente se planearon para que se participara activamente en la resolución de problemas.

* A medida que el trabajo es más complejo los estudiantes encuentran dificultades que generalmente los desmotivan, porque por una parte no están acostumbrados a esta metodología y el hecho de que todo se les explique sin hacer ellos esfuerzos para descubrir, les parece más fácil, al tratar de implementar una nueva metodología fuera de lo tradicional se les dificulta, muestran interés un rato y ya al momento se cansan.

* Cuando los estudiantes realizan actividades al tanteo o tratando de encontrar respuestas, su concentración es mínima, porque generalmente son inseguros y creen que van a dar respuestas incorrectas.

* Cuando no saben las respuestas de manera rápida, empiezan a inquietarse, quieren terminar rápido el trabajo o algunas veces optar por no realizar las actividades propuestas. Por lo cual es necesario introducir cambios en los procesos de clase de manera que el estudiante no se limite a que su profesor “es dueño y trasmisor del conocimiento”, y a que todo se les tiene que dar, con el fin de ahorrarles a ellos esfuerzo en pensar y concentrarse.

* Con unas pocas clases no es posible cambiar la mentalidad del estudiante para que piense, deduzca y genere soluciones propias a una situación planteada. Esto incide en que el profesor se vea obligado a guiar y orientar el proceso de clase.

LOGROS:

* Se logró comprobar que es necesario construir la bisectriz en el triángulo para que facilite trazar la circunferencia inscrita en el triángulo.

* Los alumnos se mostraron más espontáneos y expresan con facilidad lo que creen de la clase o del profesor.

* Mostraron interés por el trabajo práctico.

4. EVALUACIÓN DE LOS TALLERES

Esta se hizo controlando el trabajo individual de manera que en cada taller se fueran determinando a través de la observación del docente los logros o dificultades de cada uno de los estudiantes participantes de las actividades.

La propuesta fue considerada como innovadora por parte de las docentes del Colegio que reconocieron que se ha descuidado el campo de la geometría y que a veces se desconoce todo lo que puede enseñarse a través de ella por falta de no tener una especialidad en áreas fundamentales del conocimiento.

También los estudiantes hicieron sus apreciaciones sobre el trabajo realizado tratando de escribir con sus palabras qué aprendieron, qué les pareció importante o lo que ellos consideraron logros importantes del trabajo realizado. También se pidió qué se escribiera que dificultades encontraron de manera que se pudiera valorar la validez de los talleres. Algunos conceptos dados por ellos fueron:

Observación:

A mi todo me gusto, pero se me dificultaba hacer los ejercicios porque no sabia utilizar los implementos de Geometria porque nunca los habia utilizado.

observación

A Mi se me dificulta casi los ejercicios de geometría por casi nunca los vemos solo vimos lo indispensable triángulos cuadrados eso. y le doy gracias a Lida por que me enseño varias cosas que yo ni siquiera sabia.

conclusion: me gustaron los talleres, aunque se me dificulto que no sabia el uso de la escuadra, regla, compas, y transportador. y tomar medidas.

De los conceptos escuchados y escritos por los diferentes miembros de la comunidad educativa se concluyó al evaluar, que:

* Las actividades fueron agradables para los estudiantes, porque les pareció importante contar con material individual no solo representado en las guías de trabajo sino en los demás implementos. También por las cosas nuevas que aprendieron.

* Es importante enseñar a los estudiantes la importancia y uso de los implementos geométricos y su aplicabilidad, pues en el desarrollo de la propuesta el mayor problema presentado a lo largo del desarrollo de los talleres fue el manejo de estos. Y hay varias áreas o momentos en que esto se puede reforzar.

* Es importante mantener en el horario de clase de los estudiantes la hora de geometría, siendo esta de vital importancia y eje central en el desarrollo de otras asignaturas, y en el desarrollo de su aprendizaje.

* Hay que innovar en el aula de clase creando o diseñando nuevas estrategias e iniciando a los estudiantes en la resolución de problemas, y proponiendo actividades que varíen la rutina y monotonía de las clases, motivando más a los estudiantes, pues a ellos les agrada el aprendizaje siempre y cuando vaya acompañado de una buena estrategia o metodología. Esto con el fin que se sigan acostumbrando a una rutina en las clases. Esto con el fin de lograr que la clase sea activa y dinámica.

* El trabajo inicialmente se planteó para que los estudiantes se ejercitaran en la solución de problemas y a partir de actividades, preguntas, cuestionamientos, generaran soluciones y conocimientos. Sin embargo fue muy difícil porque no han desarrollado esta metodología y con mucha frecuencia solicitan al profesor que “les enseñe” “les indique” “les de las respuestas” “les oriente” “les explique bien, lo que deben hacer”. Esto se convierte en una limitante para llevar a cabo actividades relacionadas con solución de problemas, por lo cual se considera que solo se inició en este campo a los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AUSUBEL, D. Perspectiva de AUSUBEL. Tomado de conferencia sobre investigación y evaluación de estrategias del pensamiento de aula, centro de Documentación de educación. Universidad Autónoma de Barcelona. 1999.

BAUTISTA, y otros. Álgebra y Geometría. Editorial Santillana. Bogotá. 2002.

BAUTISTA BALLEEN, Mauricio y otros. Álgebra y Geometría. Guía para el educador. Editorial Santillana. Bogotá. 2002.

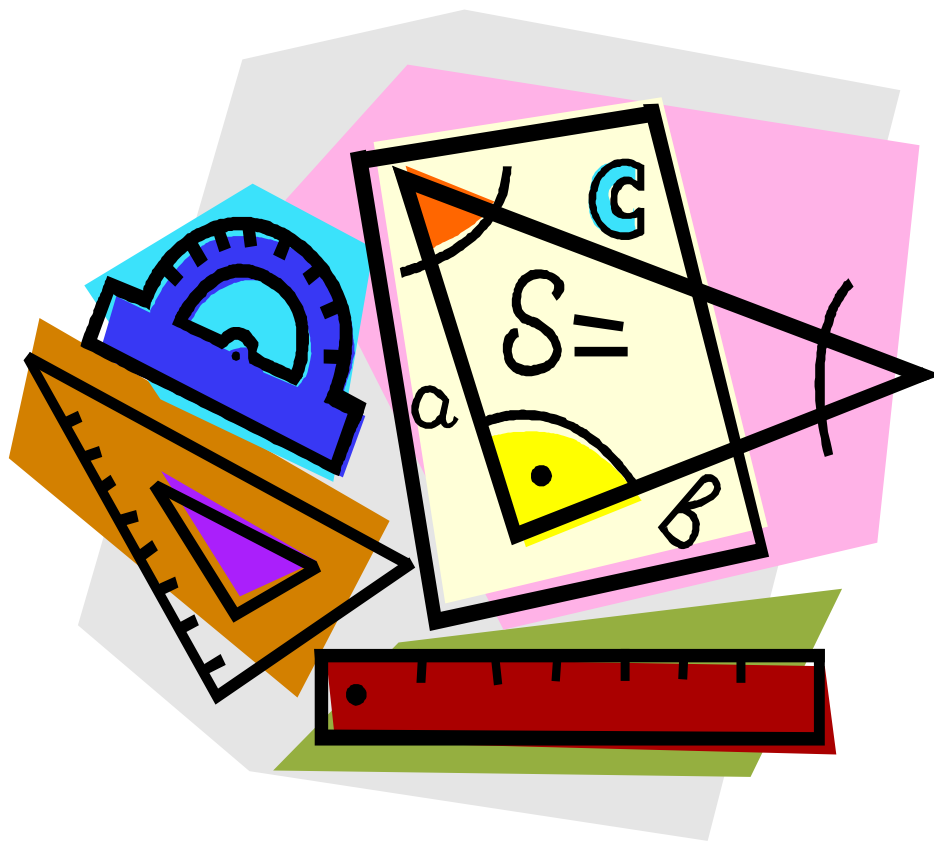
EDITORIAL POPULAR. Enseñanza de las Ciencias y de las Matemáticas. Madrid. 1993.

GUZMÁN, Miguel y otros. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMATICAS. M.E.N. 1998.

LABINOWICS, E. Introducción a Piaget: Pensamiento, enseñanza y aprendizaje. Interamericana México. 1.995.

PINTO MANRIQUE, Helena. Guía de problemas de aprendizaje. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá. 1999.

ANEXOS
RELACIONADOS CON
IMPLEMENTACIÓN DE LA
PROPUESTA



Anexo A. Guía de observación para determinar los presaberes de los estudiantes en el área de geometría.

Aspectos observados: cuadernos de los años anteriores. – clases de matemáticas y Geometría.

ASPECTOS OBSERVADOS EN RELACIÓN CON LOS CUADERNOS DE LOS ESTUDIANTES:

* ¿En los cuadernos de matemáticas, aparecen consignados temas de geometría?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUE? _____

* ¿Los temas consignados son todos lo que corresponden a los contenidos de geometría para cada grado?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Se observan actividades y ejercicios para desarrollar cada tema?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Hay ejercicios basados en la resolución de problemas?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUE? _____

* ¿Hay gráficas y ejercicios donde los estudiantes deben utilizar elementos geométricos para trazar y medir?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

ASPECTOS RELACIONADOS CON LAS CLASES DE GEOMETRÍA:

* ¿Las profesoras realizan la planeación de los temas que corresponden a conceptos geométricos?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Existe dentro del horario tiempo asignado para la clase de geometría?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Las profesoras dicen que se desarrollan los diferentes temas que corresponden al conocimiento geométrico?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Se relacionan los temas de geometría con otras áreas?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Se enseña a utilizar la regla, el compás y el transportador en las clases de geometría?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* Los estudiantes han aprendido y aplican conceptos geométricos básicos?

SÍ _____ NO _____

¿PORQUÉ? _____

* ¿Los niños han desarrollado habilidades para resolver problemas como eje del área? SI _____ NO _____

¿PORQUE? _____

Anexo B. Talleres diseñados para organizar las actividades de aula.

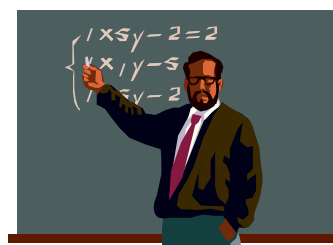
TALLER No 1

Nombre del estudiante _____

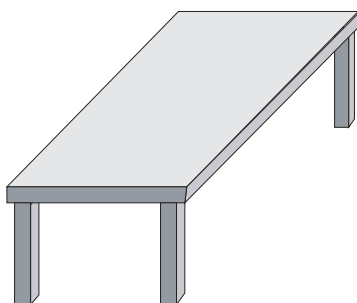
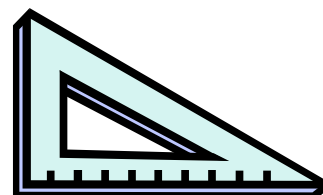
1. Hallar la altura del compañero:



La altura del tablero



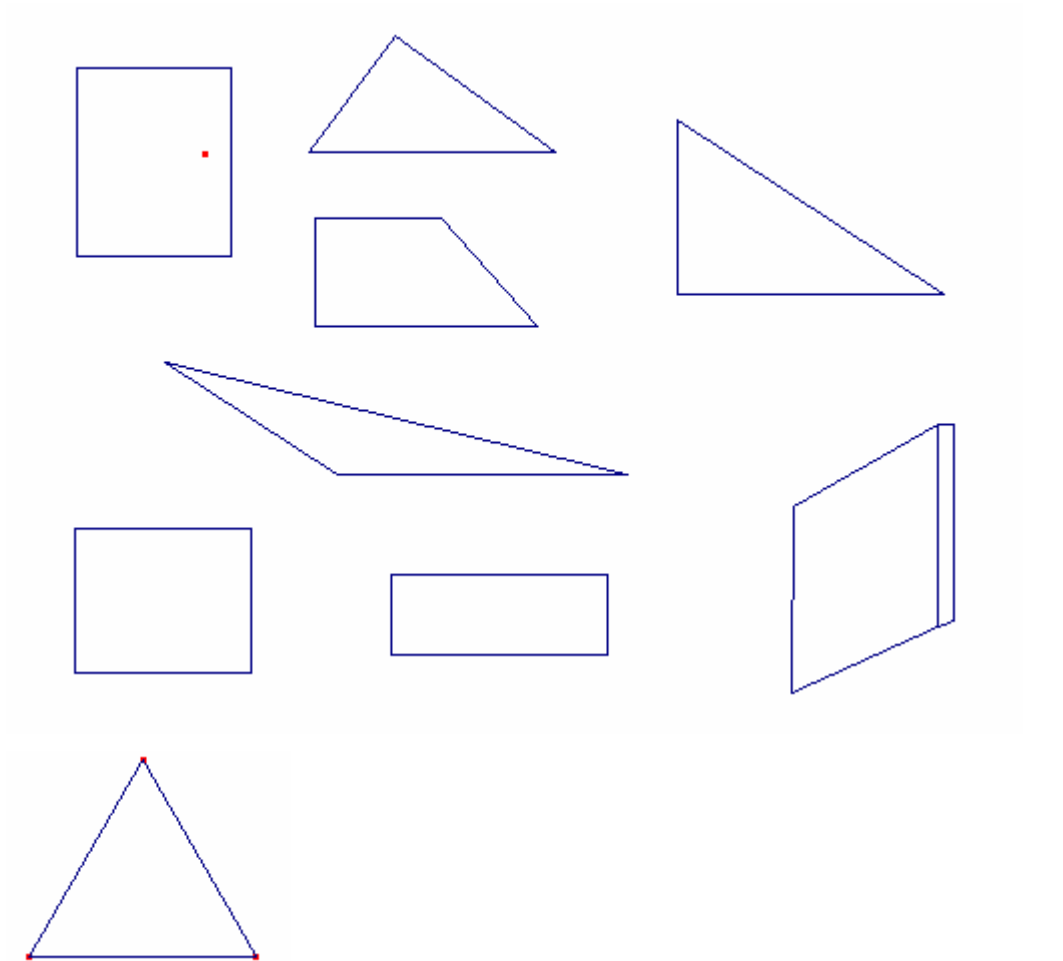
La altura de la escuadra _____



La altura de la mesa _____



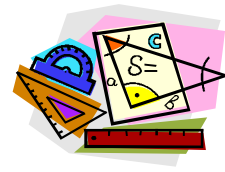
Hallar la altura de las siguientes figuras:



Comparar las alturas halladas. ¿Quién es más alto?

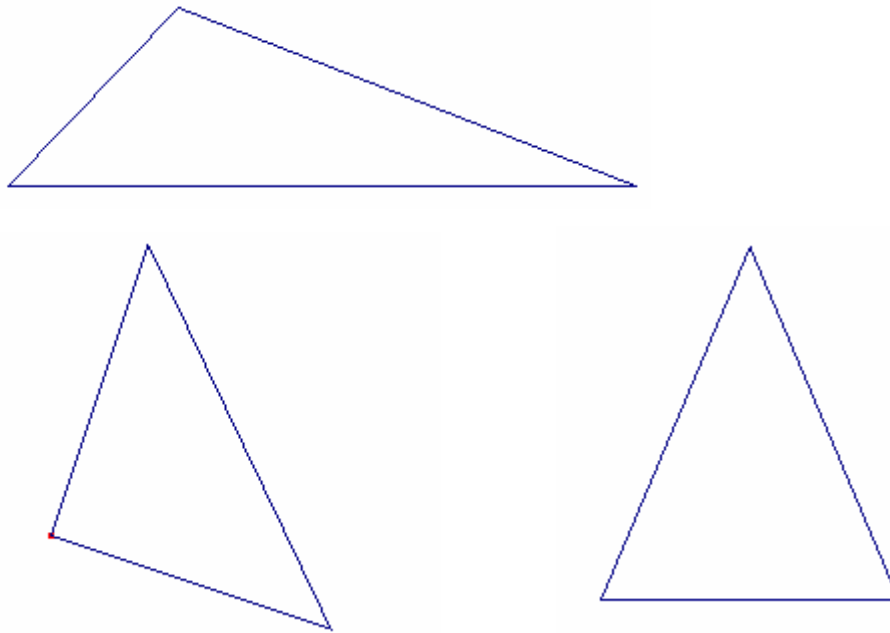
Será que la medida que se obtuvo, corresponde con el segmento de la longitud?

🧩 ¿Qué entiende por altura?



✚ ¿Cuando hablamos de altura de una figura geométrica la relacionamos con el punto más alto de la figura?

Con los pitillos, plastilina y cartulina elaborar diferentes tipos de triángulos.

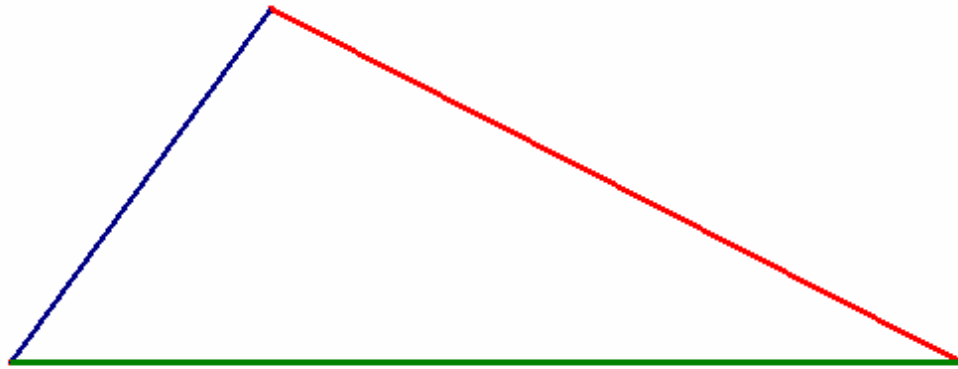


✚ Hallar la altura de cada triángulo teniendo en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Identificar las partes del triángulo
2. A la base del triángulo pegarle lana
3. Identificar el vértice opuesto a la base

4. Con un pedazo de la lana; pegarlo en el vértice del triángulo y llevarlo hasta la base del triángulo de tal manera que sea perpendicular a la base.
5. Medir esa longitud del vértice a la base.

En el siguiente triángulo trazar las tres alturas correspondientes a cada lado, de acuerdo a la experiencia anterior.



6. Elaborar un concepto de altura de un triángulo, a raíz de la experiencia?
Escríbalo.

Reúnanse en grupo y comparta con sus compañeros la experiencia:



a. ¿En conclusión que concepto de altura se puede dar?



TALLER No 2

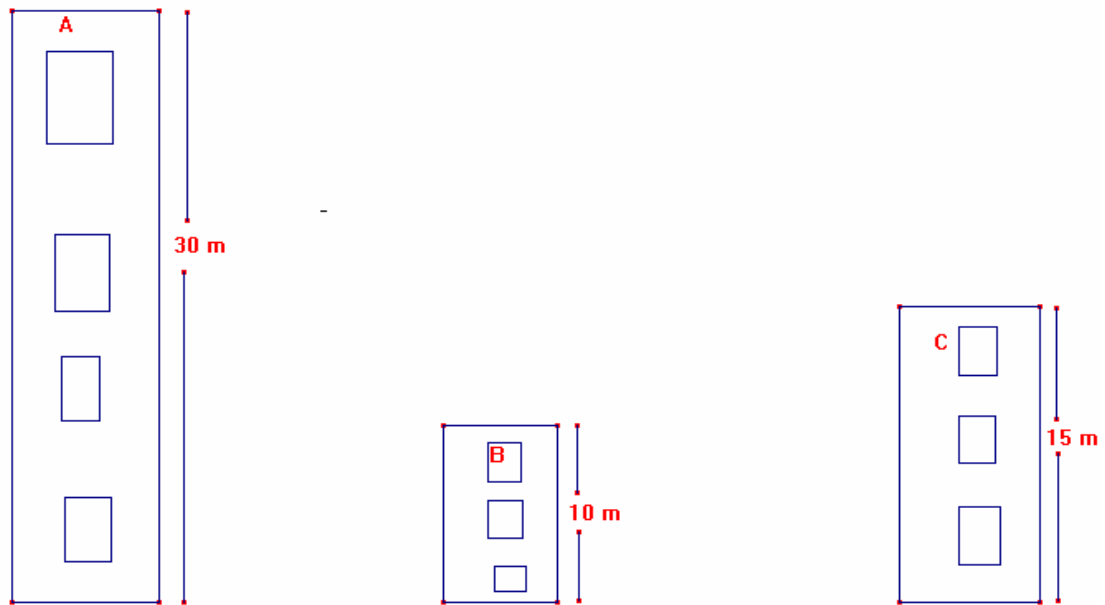
Alumno: _____

1. Dadas las siguientes figuras clasificalas según su tamaño



La leche la encontramos en tres tamaños: _____,
_____, y _____.

2. Observamos tres edificios ubicados en Floridablanca.



Qué se puede decir de la medida de la altura del Edificio C comparada con la altura del edificio A

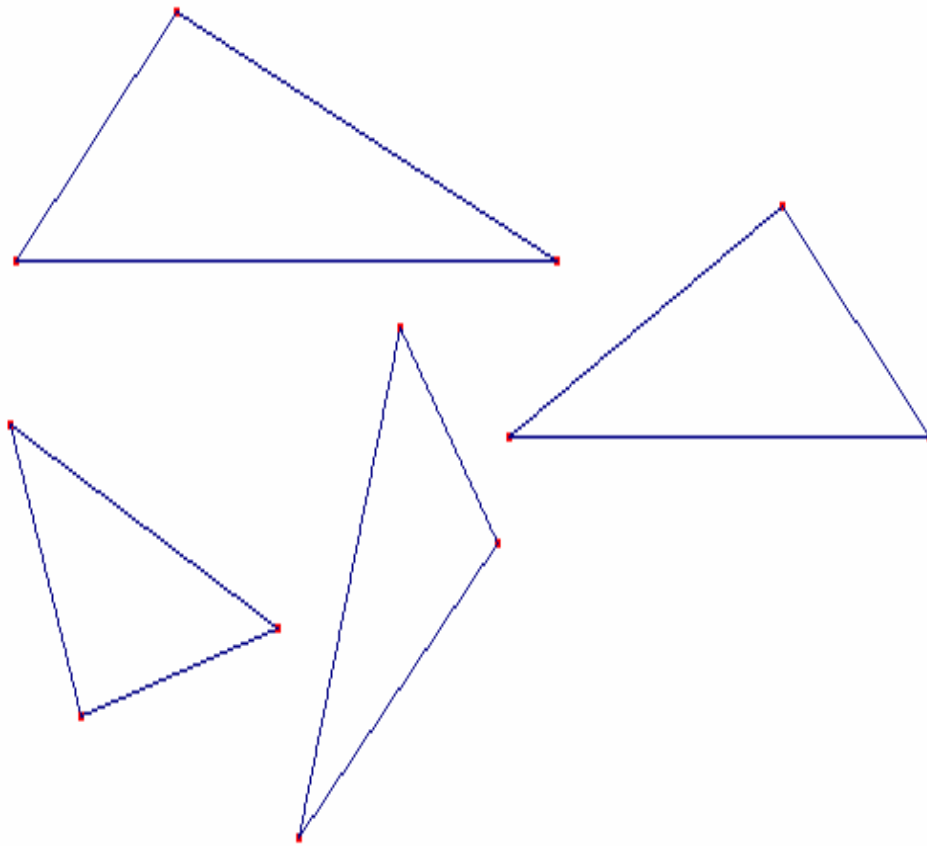
Si el espacio que separa al edificio A del edificio C es 40 ms, y el edificio B se encuentra en el medio ¿A que distancia está B de A?

Representar esta situación en un segmento.

3. Recortar diferentes trozos de lana de diferentes magnitudes y ubica el punto medio en cada uno de ellos.

a. Describa la forma como lo realizó.

4. Ahora, en los siguientes triángulos hallar el punto medio de cada uno de sus lados, utilizando regla, para que la medida sea exacta.



La mediana en un triángulo es un segmento comprendido entre un vértice y el punto medio del lado opuesto.



5. Se reparten algunos triángulos de diferentes formas a los estudiantes.
 - a. trazar todas las medianas a cada uno de los triángulos.
 - b. Ubicar el centro o punto de equilibrio de cada uno de ellos.

c. Con un lápiz mantener el equilibrio de cada una de las figuras.

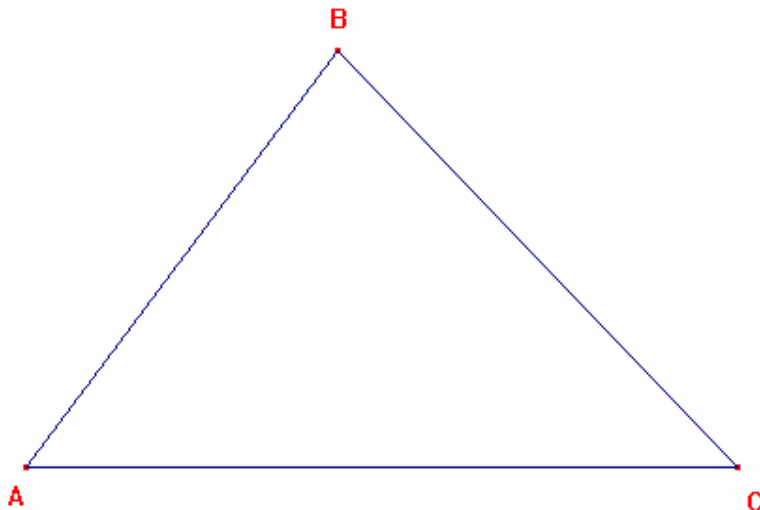
Describe con sus palabras la situación ó experimento realizado con cada uno de los triángulos.

d. Hallar todas las medianas de los triángulos del punto 4



Asombroso, verdad? Nos podemos dar cuenta que la geometría tiene muchas cosas interesantes, y desconocidas para nosotros. Ese es el **centro** de las medianas que nos permite mantener el equilibrio en los triángulos.

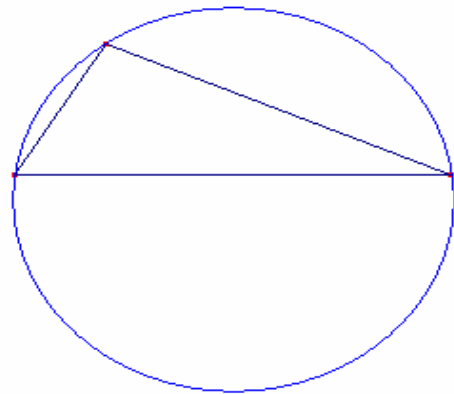
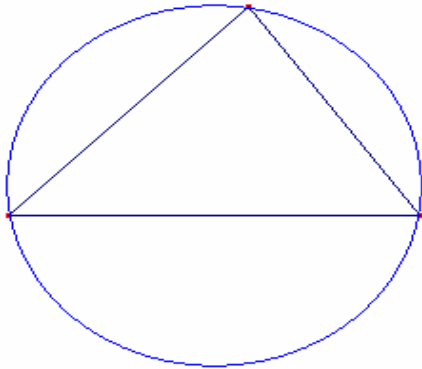
6. Dibuja y recorta este triángulo en una hoja, y sin reglas, ni escuadras ni lápices halle el punto medio de equilibrio.



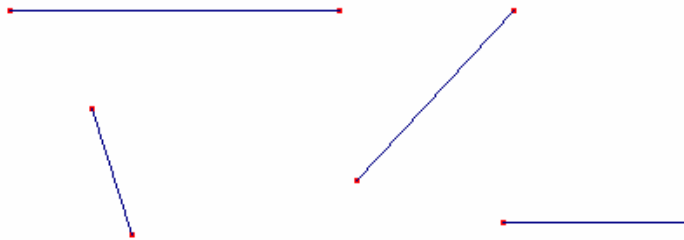
LYDA HERNANDEZ MENESES

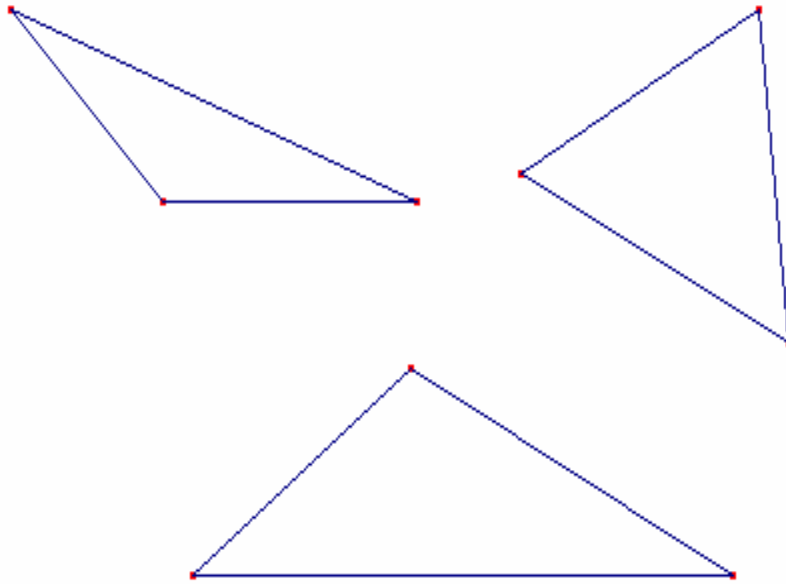
TALLER No 3

1. Dada la siguiente circunferencia circunscrita que toca los vértices del triángulo, obsérvela y constrúyala.
¿Cómo ubicamos el punto y con cuál radio?



2. Dado los siguientes segmentos y triángulos
 - a. ubicar el punto medio.
 - b. levantar una perpendicular a cada uno de los segmentos.
 - c. ubicar el punto medio a cada uno de los lados del triángulo.
 - d. levantar una perpendicular a cada uno de los lados que pase por el punto medio.





¿Qué se observa en particular?

La perpendicular levantada por el punto medio de un segmento en el triángulo se llama **MEDIATRIZ**

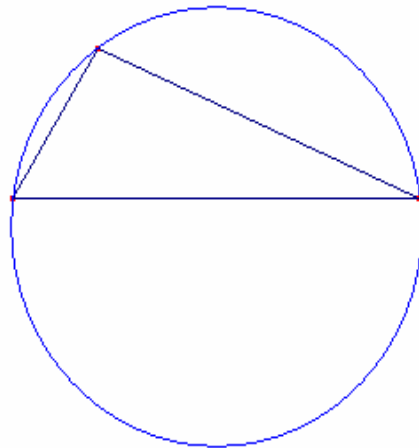
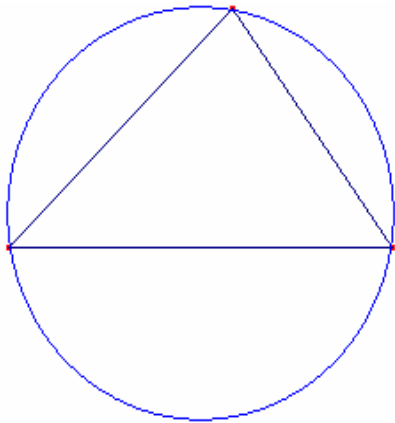


3. En los triángulos del punto (2) haga centro en el punto de corte de las mediatrices y construya una circunferencia que pase por los tres (3) vértices del triángulo.

Ah...El punto de corte de las tres mediatrices **es el centro de la circunferencia circunscrita**



4. Hallar en el punto uno (1), el centro de la circunferencia circunscrita.

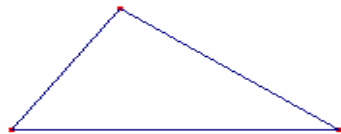
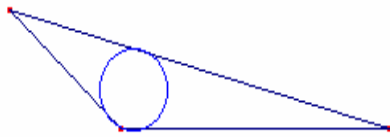
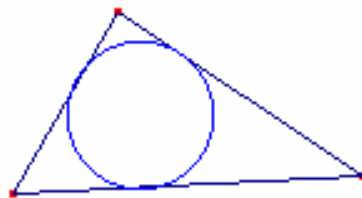
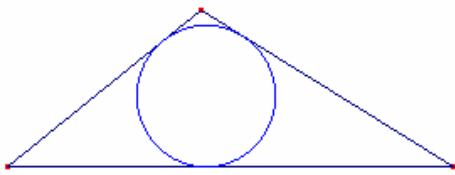


LYDA HERNANDEZ MENESES

TALLER No 4

1. Dada la siguiente circunferencia inscrita en el triángulo trata de construirla.

En los triángulos dados:

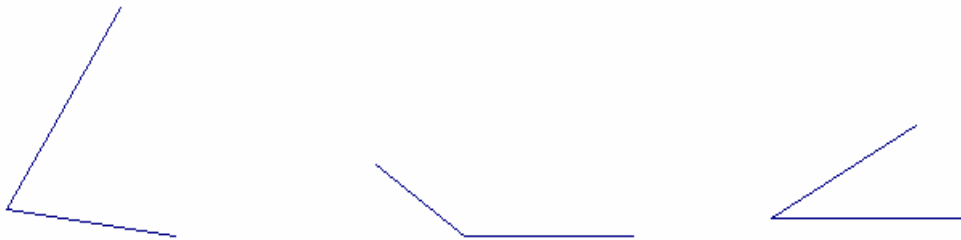


Donde ubicamos el centro de la circunferencia circunscrita?



Qué radio se tomaría para construir la circunferencia inscrita.

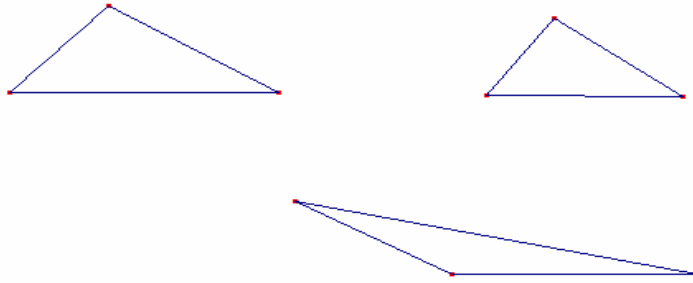
2. Dado los siguientes ángulos y con ayuda del transportador, halle una recta que divida el ángulo en dos partes iguales



La recta que divide el ángulo en dos partes iguales se llama bisectriz



3. En el siguiente triángulo, halla la bisectriz de cada uno lo ángulos formados



¿Qué pudo observar al trazar las tres bisectrices del triángulo ABC?

¿Las tres bisectrices tienen un punto en común? Coloréalo con un punto rojo.
En el punto dos (2) Halle en los triángulos el centro de la circunferencia circunscrita. Teniendo como centro el punto de corte de las 3 bisectrices del triángulo.

El punto de intersección de las tres bisectrices del triángulo, describen el centro de una circunferencia inscrita

