

Diseño y simulación de un sistema de control predictivo tipo DMC (Dynamic Matrix Control)

Diego Andrés Alcalá Hernández y Claudia Marcela Suárez Arenas

Trabajo de Grado para optar el título de Ingeniero Químico

Modalidad: investigación

Director

Omar Andrés Benavides Prada

M.Sc. en Ingeniería Química.

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingeniería Físicoquímicas

Escuela de Ingeniería Química

Bucaramanga

2023

Dedicatoria

Dedicada a mi madre María Arenas, por todo su confianza, amor y apoyo en todo mi proceso profesional, por toda la paciencia que me ha tenido. A mi abuelo Ramiro, por todas sus enseñanzas, su franqueza y la calma que siempre me brindó. A mi familia y mis amigos, que han compartido y me han acompañado en este largo proceso.

Marcela Suárez.

Dedicatoria

La presente tesis está dedicada a mi familia, especialmente a mi madre, Ayarim Hernández, y a mi padre, Williams Carrillo. Ellos han sido pilares fundamentales en mi formación como profesional, brindándome confianza, consejos, oportunidades y recursos para alcanzar este logro. Quiero expresar mi sincero agradecimiento a Alejandra Ramírez, quien ha estado a mi lado en los momentos más difíciles, brindándome su amor, paciencia y comprensión. Por último, quiero dedicar este trabajo a mis amigos, con quienes he compartido todos estos años de esfuerzo y aprendizaje.

Diego Alcalá.

Tabla de contenido

Introducción	12
1. Objetivos	13
1.1 Objetivo general	13
1.2 Objetivos específicos	13
2. Marco teórico	14
3. Estado del arte	19
4. Metodología	21
5. Resultados	24
5.1 Simulación y caracterización del proceso	24
5.2 Diseño del controlador de matriz dinámica	26
5.3 Implementación del controlador de matriz dinámica	28
5.4 Sintonización del controlador de matriz dinámica	30
5.5 Control predictivo vs control <i>feedback</i>	38
6. Conclusiones	46
7. Recomendaciones	47
Referencias bibliográficas	48
Apéndices	50

Lista de figuras

Figura 1. Estructura básica del MPC.....	14
Figura 2. Ejemplo de un lazo de control.....	15
Figura 3. Respuesta de lazo abierto ante un incremento de la señal de control.....	16
Figura 4. Diagrama metodológico.....	21
Figura 5. Diagrama de control de temperatura para un tanque calentador con agitación continua.....	22
Figura 6. Simulación del proceso: tanque de calentamiento con agitación continua...24	
Figura 7. Respuesta de la variable controlada ante un cambio escalón.....	25
Figura 8. Simulación del proceso en lazo cerrado.....	26
Figura 9. Algoritmo para la implementación de un controlador de matriz dinámica.....	27
Figura 10. Señales de salida de controlador y sensor ante un cambio en el set point.....	28
Figura 11. Señales de salida del controlador ante un cambio en el set point, con (CH = 6)	29
Figura 12. Señales de salida del controlador y sensor ante un cambio en el set point (T=0,25 min)	30
Figura 13. Respuesta del sistema empleando el Método 1 de sintonización (CH=3).....	32

Figura 14. Respuesta del sistema empleando el Método 1 de sintonización (CH=6).....	33
Figura 15. Respuesta del sistema empleando el Método 2 de sintonización (CH=3) ...	34
Figura 16. Respuesta del sistema empleando el Método 2 de sintonización (CH=6) ...	34
Figura 17. Relación entre el factor de supresión y el primer movimiento de válvula...	35
Figura 18. Respuesta del sistema empleando el Método 3 de sintonización (CH=3) ...	36
Figura 19. Respuesta del sistema empleando el Método 3 de sintonización (CH=6) ...	36
Figura 20. Respuesta del DMC ante cambios en el set point y la temperatura de entrada.....	38
Figura 21. Simulación del lazo de control feedback.....	39
Figura 22. Diagrama de bloques para síntesis del controlador.....	40
Figura 23. Respuesta del controlador PI ante un cambio en el <i>set point</i>	43
Figura 24. Respuesta de la variable controlada ante un cambio en el <i>set point</i>	43
Figura 25. Comparación entre PI y DMC: variable de respuesta y señal del controlador.....	44

Lista de tablas

Tabla 1. Modelo matemático en estado transitorio.....	22
Tabla 2. Condiciones de operación para el caso de estudio.	22
Tabla 3. Diseños para el controlador de matriz dinámica usando el Método 1.....	32
Tabla 4. Parámetros de sintonización para un controlador proporcional- integral.....	42

Lista de apéndices

Apéndice A. Simulación del proceso: sensor/transmisor y elemento final de control.....	50
Apéndice B. Vector de respuesta unitario Av. con T=0,8 y PH=60.....	51
Apéndice C. Matriz dinámica con PH=60 y CH=2.....	52
Apéndice D. Matriz de ganancia inversa del proceso no suprimida (kip) con PH=60 y CH=2.....	53
Apéndice E. Matriz de ganancia inversa del proceso suprimida (kips) con CH = 3 , PH = 86 , T = 0,5 min y $\lambda^2 = 1,31$	54

Glosario

Set point (c^{set}): valor de referencia con el cual se compara constantemente la variable a controlar; si hay desviación respecto a dicha referencia, el controlador busca la forma de compensar esta variación (C. A. Smith & Corripio, 2015).

Variable manipulada (m): variable del proceso que se ajusta para mantener la variable controlada en su valor de *set point* (C. A. Smith & Corripio, 2015).

Variable controlada (c): variable que se desea mantener en el valor de *set point* (C. A. Smith & Corripio, 2015).

Periodo de muestreo (T): determina la frecuencia con la que se actualizan las señales de control y se recolectan datos para la caracterización del proceso (Sanjuán Mejía, 1998).

Horizonte de predicción (PH): intervalo de tiempo futuro sobre el cual se realiza la predicción de la salida del sistema (Cedeño R, 2011; Sanjuán Mejía, 1998).

Horizonte de control (CH): acciones de control que se realizarán en un intervalo de tiempo futuro; es decir, los movimientos de válvula que ejecutará el controlador (Shridhar & Cooper, 1997).

Factor de supresión (λ): constante positiva que penaliza la señal de control en los tamaños de movimiento de salida del controlador, evitando una respuesta agresiva (Cooper, 2005; Manzanera Reverter, 2017).

Resumen

Título: Diseño y simulación de un sistema de control predictivo tipo DMC (Dynamic Matrix Control).*

Autores: Diego Andrés Alcalá Hernández, Claudia Marcela Suárez Arenas.**

Palabras Clave: control de procesos, control predictivo, controlador de matriz dinámica, sintonización.

Descripción: la implementación de sistemas de control predictivo como el control dinámico matricial (DMC), ha demostrado ser esencial en la mejora del rendimiento de procesos industriales complejos. A diferencia de los sistemas de control convencionales, el DMC ofrece ventajas como la mejora en tiempo real del rendimiento, eficiencia y una respuesta rápida a las perturbaciones del proceso, ya que es capaz de anticipar los efectos en el sistema.

Dado a su importancia industrial y a la cantidad limitada de trabajos en su área, este trabajo tiene como objetivo presentar un diseño detallado de un controlador de matriz dinámica tipo SISO (*Single Input, Single Output*). Inicialmente, se muestra el diseño teórico del controlador de matriz dinámica y su implementación computacional, encontrando los mejores parámetros de ajuste para obtener la respuesta deseada frente a los cambios en el valor de referencia. Posteriormente, se realiza una comparación con un sistema de control convencional tipo *feedback*, resaltando la importancia y eficacia del control predictivo.

*Trabajo de grado. Modalidad Investigación.

**Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería Química. Director Ingeniero Químico Omar Andrés Benavides Prada.

Abstract

Title: Design and simulation of a DMC (Dynamic Matrix Control) predictive control system.*

Authors: Diego Andres Alcala Hernandez, Claudia Marcela Suarez Arenas.**

Key Words: process control, predictive control, Dynamic Matrix Control, tuning.

Description: the implementation of predictive control systems such as dynamic matrix control (DMC), has proven to be essential in improving the performance of complex industrial processes. Unlike conventional control systems, DMC offers advantages such as real-time improvement, efficiency, and a quick answer from the perturbations in the process, because DMC can anticipate the effects in the system.

Given its industrial importance and the limited number of documents in the subject, this paper aims to present a detailed design of a dynamic matrix controller and its computational implementation are shown, finding the best adjustment parameters to obtain the desired response to changes in the reference value. Subsequently, a comparison is made with a conventional feedback control system, highlighting the importance and effectiveness of predictive control.

*Trabajo de grado. Modalidad Investigación.

**Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería Química. Director Ingeniero Químico Omar Andrés Benavides Prada.

Introducción

La implementación de sistemas de control predictivo se ha convertido en una herramienta esencial para mejorar el rendimiento de procesos industriales como la destilación de crudo en refinerías, el procesado de alimentos o la obtención de gas, los cuales tienden a mostrar características dinámicas complejas y lentas (Camacho & Bordons, 2004). En este orden de ideas, el control dinámico matricial, DMC por sus siglas en inglés, presenta varias ventajas frente a los sistemas de control convencional tipo *feedback*, como la mejora en tiempo real de su rendimiento y un manejo eficaz frente a las perturbaciones que experimente el proceso, debido a que puede anticipar cómo se verá afectado el sistema (Cedeño R, 2011).

Expuesto lo anterior, es importante que el ingeniero químico esté familiarizado con los sistemas de control predictivo que en la actualidad se implementan industrialmente, y en vista de que, a la fecha, se ha desarrollado solo una investigación sobre control predictivo en la escuela de Ingeniería Química de la Universidad Industrial de Santander (Castillo & Guerrero, 2017), este trabajo tiene como objetivo mostrar un diseño detallado de un controlador de matriz dinámica tipo SISO (*Single Input, Single Output*), exponiendo una fundamentación matemática de fácil comprensión en términos de álgebra matricial, debido a que en la literatura se muestra su desarrollo expresado en ecuaciones complejas que dificultan su entendimiento.

Inicialmente, como marco teórico se presenta el diseño de un controlador de matriz dinámica. Luego, una vez seleccionado un caso de estudio, se muestra la caracterización del proceso y la implementación computacional del sistema de control avanzado, analizando sus parámetros de diseño y buscando el método de sintonización que brinde la mejor respuesta de la variable controlada ante cambios en el valor de referencia. Finalmente, se realiza una comparación entre el DMC y un lazo de control convencional tipo *feedback*, demostrando la pertinencia del control predictivo.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Implementar, mediante simulación computacional, un sistema de control predictivo de matriz dinámica.

1.2 Objetivos específicos

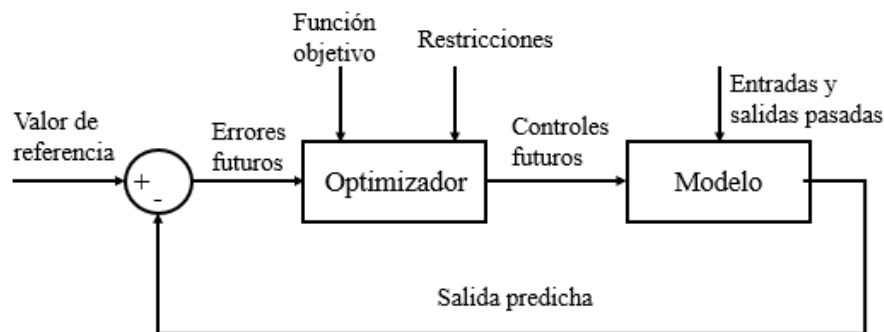
- Diseñar un controlador de matriz dinámica tipo SISO para un caso de estudio tomado de la literatura.
- Evaluar diferentes estrategias de sintonización para un controlador predictivo.
- Valorar el desempeño del DMC respecto a estrategias convencionales de control *feedback*.

2. Marco teórico

De manera general, el control predictivo por modelo (MPC) estima, sobre un horizonte de predicción, los valores futuros de la variable controlada, basado en acciones pasadas y el comportamiento actual del proceso; con esto, se genera una señal de control futuro que minimice el error a la salida del sistema (Manzanera Reverter, 2017). Dicho control se define mediante una ecuación matemática que relaciona el error del controlador y su respuesta a las perturbaciones, para la cual se debe hallar un valor mínimo que lleve el error a cero. La Figura 1 muestra estructura básica de un MPC: el modelo predice las salidas de la planta, tomando como base los valores pasados, actuales y las acciones del controlador calculadas en el optimizador, el cual considera la función objetivo y las posibles restricciones (Cooper, 2005; Manzanera Reverter, 2017).

Figura 1.

Estructura básica del MPC.



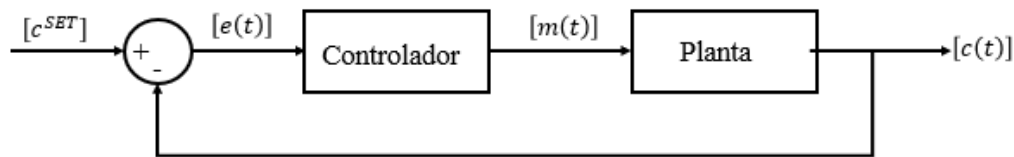
Adaptado de: (Manzanera Reverter, 2017, p. 15).

El DMC se basa en el principio de superposición: como se conoce la respuesta del sistema ante el cambio de la variable manipulada, se puede encontrar la señal del controlador necesaria para generar un cambio deseado; de igual manera, al saber cómo afecta una perturbación a la variable de proceso, es viable calcular una señal en el controlador que anule dicho efecto. La técnica emplea una matriz dinámica, que almacena los valores obtenidos a partir del modelo de respuesta del sistema a un cambio tipo escalón (Cooper, 2005; Sanjuán

Mejía, 1998). La Figura 2 representa las acciones llevadas a cabo por un lazo de control: el controlador genera una acción en la planta que, a su vez, ocasiona una respuesta que se compara con un valor de referencia en la entrada del lazo; este cotejo da como resultado un error, el cual es retroalimentado al controlador hasta que $e(t)$ tienda a cero (Camacho & Bordons, 2004).

Figura 2.

Ejemplo de un lazo de control.



Adaptado de: (Camacho & Bordons, 2004, p. 10).

Al aplicar un escalón unitario en la señal de salida del controlador $-m(t)-$, la gráfica resultante evidencia el comportamiento del proceso hasta alcanzar un nuevo estado estacionario, como se muestra en la Figura 3. Según la teoría de sistemas dinámicos, la variable de respuesta puede expresarse de la siguiente forma (Camacho & Bordons, 2004):

$$c(t) = c_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \Delta m(t - i) \quad (\text{Ec.1})$$

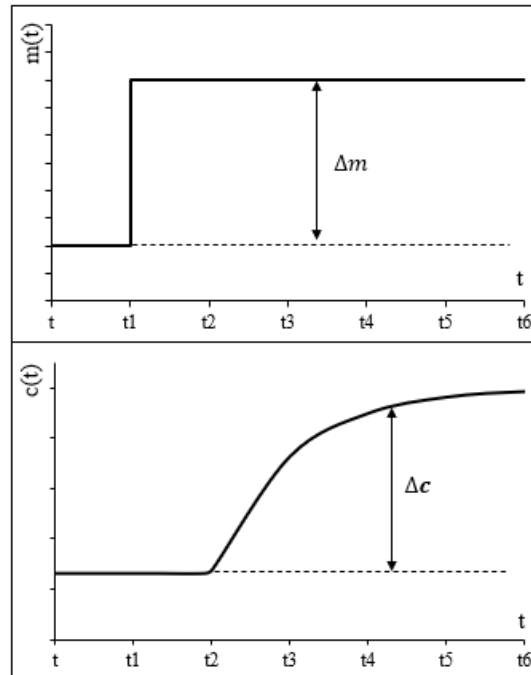
Donde A_i es la respuesta a un escalón unitario, Δm son las variaciones que experimenta la señal que entrega el controlador, y c_0 el valor en estado estable de la variable controlada ($t = 0$). Para calcular predicciones es necesario definir un número de pasos (k) hacia el futuro; por ende, la variable de respuesta se redefine como se muestra a continuación, donde \hat{c} es la predicción, $(t+k)$ el tiempo futuro y t el tiempo actual.

$$c(t) = \hat{c}(t + k/t) \quad (\text{Ec.2})$$

$$\hat{c}(t + k/t) = c_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \Delta m(t + k - i) \quad (\text{Ec.3})$$

Figura 3.

Respuesta de lazo abierto ante un incremento de la señal de control.



Adaptado de: (C. A. Smith & Corripio, 2015, p. 15,46).

Sin embargo, $c(t)$ se puede escribir como un vector al emplear notación de álgebra matricial:

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

Así mismo, la variación que experimenta la variable controlada ante el cambio escalón es la diferencia entre la respuesta registrada y el valor de referencia c^{set} :

$$\Delta c = c(t) - c^{set} \quad (\text{Ec.4})$$

Si el cambio que experimenta la variable de respuesta se divide entre el escalón efectuado en la señal de salida del controlador, se obtiene el vector de respuesta unitario (A_v), el cual, como su nombre lo indica, brinda la respuesta del sistema por unidad de señal del controlador.

$$A_v = \frac{1}{\Delta m} \begin{bmatrix} c_1 - c^{set} \\ c_2 - c^{set} \\ \vdots \\ c_n - c^{set} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.5})$$

A partir de A_v se genera la matriz dinámica del proceso (A), con la cual se predice el comportamiento de la variable controlada ante cambios en la señal de salida del controlador (movimientos de válvula).

$$A = \begin{bmatrix} A_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{v2} & A_{v1} & 0 & 0 \\ A_{v3} & A_{v2} & A_{v1} & 0 \\ \vdots & \vdots & A_{v3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & A_{vn-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & A_{vn-1} \\ A_{vn} & A_{vn} & A_{vn} & A_{vn} \end{bmatrix}$$

El número de columnas representa el horizonte de control (CH), definido por la cantidad de movimientos de válvula que realizará el controlador; típicamente, el CH se fija entre 6 y 10 (Manzanera Reverter, 2017). Por otra parte, el número de filas es el horizonte de predicción (PH), siendo este el intervalo de tiempo futuro sobre el cual se pronostica la salida del sistema, tomando, típicamente, entre 40 y 60 datos (Cedeño R, 2011). Para k movimientos de válvula, la respuesta de la variable controlada se define:

$$\begin{bmatrix} A_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{v2} & A_{v1} & 0 & 0 \\ A_{v3} & A_{v2} & A_{v1} & 0 \\ \vdots & \vdots & A_{v3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & A_{vn-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & A_{vn-1} \\ A_{vn} & A_{vn} & A_{vn} & A_{vn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m_0 \\ \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \Delta m_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \vdots \\ \Delta c_n \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.6})$$

$$A\Delta m = \Delta c \quad (\text{Ec.7})$$

La Ec.7 es la representación matricial de la ecuación Ec.3 y sus términos indican la identificación del proceso (A), la acción de control (Δm) y la predicción a realizar (Δc). Cuando ocurre una variación en la variable de controlada, el controlador debe calcular los movimientos de válvula necesarios para compensar la desviación experimentada; por lo tanto, el cambio deseado en la señal del sensor (Δc^{des}) es el error registrado (ε), donde c_{pred} es la predicción para el tiempo cero:

$$\varepsilon = c^{set} - c_{pred} = \Delta c^{des} \quad (\text{Ec.8})$$

Para un PH igual a n y k movimientos de válvula, se tendrá el siguiente sistema de ecuaciones sobreespecificado:

$$\begin{aligned}
 A_{v1}\Delta m_0 + 0\Delta m_1 + 0\Delta m_2 \dots + 0\Delta m_k &= \Delta c^{des} \\
 A_{v2}\Delta m_0 + A_{v1}\Delta m_1 + 0\Delta m_2 \dots + 0\Delta m_k &= \Delta c^{des} \\
 A_{v3}\Delta m_0 + A_{v2}\Delta m_1 + A_{v1}\Delta m_2 \dots + 0\Delta m_k &= \Delta c^{des} \\
 &\vdots \\
 A_{vn}\Delta m_0 + A_{vn}\Delta m_1 + A_{vn}\Delta m_2 \dots + A_{vn}\Delta m_k &= \Delta c^{des}
 \end{aligned}$$

Debido a que el número de ecuaciones supera la cantidad de variables a determinar, no hay un conjunto de valores para Δm que satisfaga el sistema algebraico ($A * \Delta m \neq \Delta c^{des}$); por ende, se busca la solución que produzca el menor error respecto al set point: problema de regresión (Sanjuán Mejía, 1998).

$$A\Delta m = \Delta c^{des} + R \quad (\text{Ec.9})$$

La Ec.9 es nuestra función objetivo, donde R es el vector de residuales. Esto indica que no es posible hallar un movimiento de válvula que anule completamente la desviación, pero sí es viable minimizar el residuo. La solución se obtiene aplicando el método de mínimos cuadrados (Cedeño R, 2011):

$$\Delta m = (A^T A)^{-1} A^T \Delta c^{des} \quad (\text{Ec. 10})$$

La Ec.10 define la ley de control para el controlador predictivo (ecuación de diseño). Además, el término $(A^T A)^{-1} A^T$ se conoce como la matriz de ganancia inversa del proceso - K_{ip} - (Sanjuán Mejía, 1998); por ende:

$$\Delta m = K_{ip} \Delta c^{des} \quad (\text{Ec.11})$$

3. Estado del arte

El primer trabajo sobre MPC fue publicado en 1978 por Richalet et al., (1978), donde se expone un controlador denominado *Model Predictive Heuristic Controller* y se formulan los tres principios básicos con los que se rige dicho método de control avanzado: representación de la planta mediante sus respuestas a perturbaciones, comportamiento del sistema en lazo cerrado, y cálculo heurístico de las variables de control. Un par de años después, Cutler et al., (1980) publican un artículo donde proponen una nueva técnica definida como DMC (*Dynamic Matrix Control*), la cual permite resolver problemas complejos de control mediante la identificación dinámica de proceso y una solución numérica de mínimos cuadrados.

Por otra parte, Sanjuán Mejía, (1998) explicó los principios del control DMC, presentando los fundamentos y estrategias matemáticas por medio de matrices para un lazo de control simple, así como la posibilidad de escalamiento a un controlador multivariable. El autor comprueba la viabilidad de la simulación de modelos no lineales para realizar pruebas confiables sobre el comportamiento del sistema; además, menciona que es necesario utilizar un factor de supresión para obtener una respuesta no agresiva del controlador.

López Becerra M. E & Cantero Vergara K. M, (2006) implementaron un sistema de control predictivo para el proceso continuo de producción de biodiesel. Su trabajo se enfocó, principalmente, en controlar la temperatura y la concentración en el reactor. Los autores recomiendan que, al proponer un diseño en estado dinámico, se tenga un modelo sencillo en estado estable debido a la dificultad de estabilizar funciones de transferencia complejas, pues es posible una respuesta inestable por el número de operaciones a realizar.

Gómez & Correa, (2009) mostraron un sistema de control predictivo multivariable para un horno con serpentín de calentamiento de crudo; sin embargo, no especificaron el diseño del controlador. En este trabajo se utilizó el control predictivo como una estrategia para mejorar la

eficiencia del proceso, conservar la estabilización de la operación y ampliar el tiempo de operación. Los autores concluyeron que el MPC garantiza mantener las variables en los objetivos establecidos, permitiendo funcionar a máxima capacidad de diseño y operar de la forma más económica posible.

Manzanera Reverter, (2017) se enfocó en abordar diferentes estrategias de sintonización para un DMC, exponiendo la influencia del horizonte de control, horizonte de predicción y factor de supresión. El autor propone reglas de diseño y sintonización para controladores predictivos de lazo simple sin restricciones, comprobando la importancia que tiene la ganancia del sistema en el uso del factor de supresión. Así mismo, su trabajo se fundamentó en otros métodos de sintonización, los cuales fueron valorados en el presente trabajo.

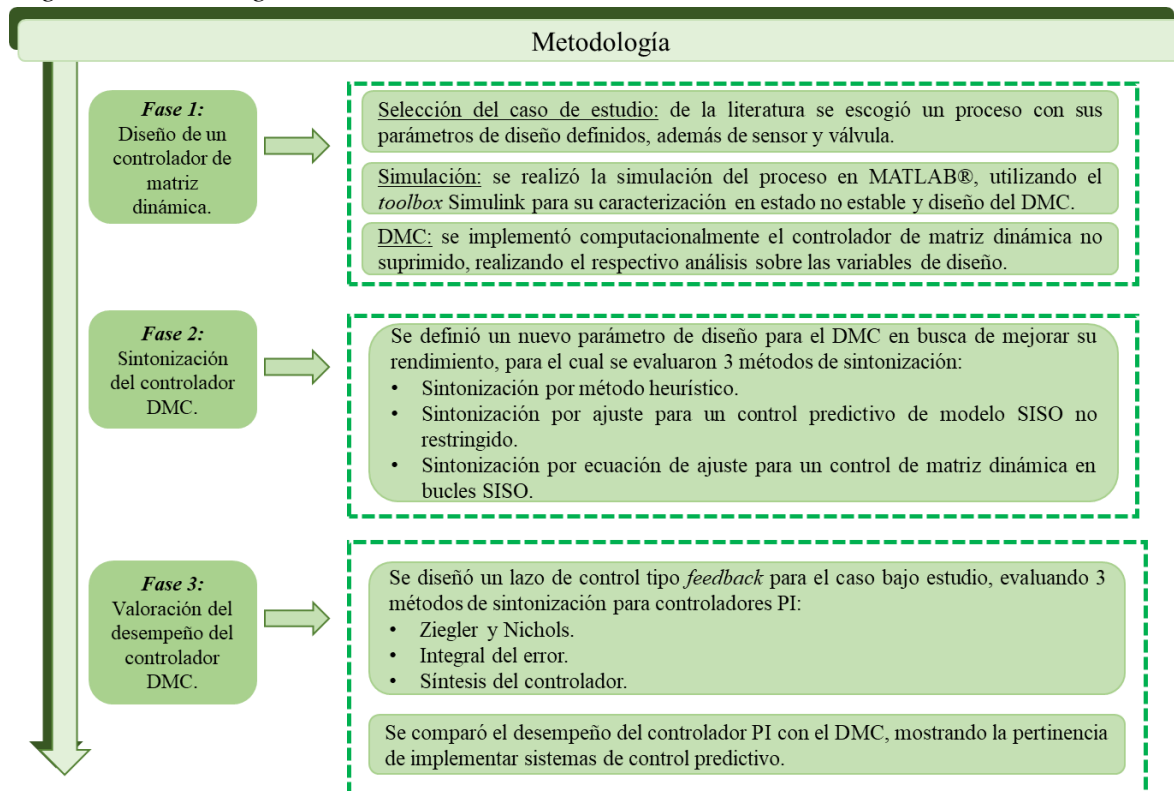
Por último, el trabajo de Castillo & Guerrero, (2017) es, según registra la base de datos de la biblioteca, el único realizado hasta el momento en la escuela de Ingeniería Química de la Universidad Industrial de Santander sobre control predictivo. Los autores presentan el desempeño de distintos sistemas de control para una torre de destilación atmosférica de crudos industriales, donde el proceso seleccionado cuenta con limitaciones por los datos reportados; es decir, una incertidumbre en los valores de composición del flujo, equipos y sensores. Se proponen diferentes estrategias de control: manual, donde se necesita de la presencia de un operador para la maniobra del elemento final de control, en cascada y DMC; sin embargo, para este último no se especifica el modelo matemático del proceso ni el diseño del controlador.

4. Metodología

En la Figura 4 se muestra el diagrama metodológico utilizado, donde se evidencian las 3 fases en las cuales se dividió el trabajo.

Figura 4.

Diagrama metodológico.



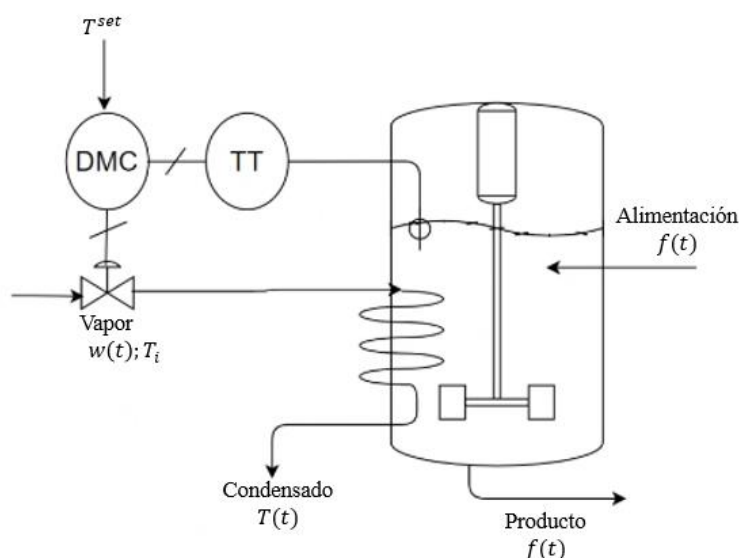
Fase 1

En esta primera etapa se eligió un caso de estudio tomado de la literatura, (C. A. Smith & Corripio, 2015), el cual se muestra en la Figura 5. Se escogió debido a que el proceso no tiene restricciones y sus parámetros de operación están definidos, además de precisar las características para el sensor/transmisor y el elemento final de control (válvula). El sistema consiste en un tanque de calentamiento con agitación, donde el control de temperatura es importante debido a que un valor elevado puede descomponer el producto, mientras que una temperatura baja implicaría un mezclado incompleto. El fluido es calentado por condensación

de vapor mediante un serpentín y el controlador a implementar será de matriz dinámica, cuyo diseño y desempeño se muestra en la sección de resultados.

Figura 5.

Diagrama de control de temperatura para un tanque calentador con agitación continua.



Adaptado de: C. A. Smith & Corripio, (2015).

La Tabla 1 muestra las ecuaciones que modelan el sistema en estado transitorio, y la Tabla 2 resume las condiciones de operación que se emplearon para la simulación del proceso.

Tabla 1.

Modelo matemático en estado transitorio.

Tipo	Ecuación	
Líquido en el tanque	$\rho C_p V (dT/dt) = \rho C_p f (T_i - T) + UA(T_s - T)$	(Ec.12)
Serpentín de calentamiento	$C_s (dT_s/dt) = w\lambda - UA(T_s - T)$	(Ec.13)
Válvula isoporcentual	$\tau_v (dw/dt) + w = K_v (m - m_{min})$	(Ec.14)
Sensor	$\tau_T (dc/dt) + c = K_T (T - T_{min})$	(Ec.15)
Set Point	$c^{set} = K_T (T^{set} - T_{min})$	(Ec.16)

Tabla 2.

Condiciones de operación para el caso de estudio.

Sistema	Variable	Valor en estado estable	Unidades
Tanque	T_i	100	$^{\circ}F$
	T^{set}	150	$^{\circ}F$

	T_s	230,4	$^{\circ}F$
	f	15	ft^3/min
	V	120	ft^3
Vapor	P_s	30	$psia$
	hfg	966	BTU/lbm
Serpentín	L	200	ft
	$D_{nominal}$	4	in
	Espesor	SCH 40	
	C_p	0.12	$BTU/(lbm * ^{\circ}F)$
	S_L	10.8	lb/ft
	U_0	2.1	$BTU/(min * ft^2 * ^{\circ}F)$
Compuesto	ρ	68	lbm/ft^3
	C_p	0.80	$BTU/(lbm * ^{\circ}F)$
Sensor	τ_t	0.75	min
Válvula	α	50	
	τ_v	0.20	min

Fase 2

En la segunda etapa se realizó un análisis para la sintonización del DMC, con el objetivo de obtener respuestas menos agresivas en la señal de salida del controlador, lo que se traduce en movimientos suaves de válvula. Para lograr esto, se definió un nuevo parámetro de diseño que limita $m(t)$, conocido como factor de supresión (λ). Se evaluaron tres métodos de sintonización, propuestos por Shridhar & Cooper, (1997), Iglesias et al. (2006) y Manzanera Reverter (2017).

Fase 3

El caso de estudio es propuesto en la literatura como un problema de control *feedback*; por lo tanto, se quiso demostrar que el desempeño del DMC es superior a un PID. Para ello, se evaluaron 3 diseños para el controlador convencional, siguiendo métodos de sintonización ampliamente reportados en la literatura: Ziegler y Nichols (C. L. Smith, 2009), Integral del Error (Pillajo et al., 2016) y Síntesis del Controlador (García & Lobo, 2009). En este sentido, se llevaron las respectivas simulaciones para los controladores PI (más adelante se explica porque no un PID) y sus respuestas fueron comparadas con las registradas por el controlador de matriz dinámica diseñado en la Fase 2.

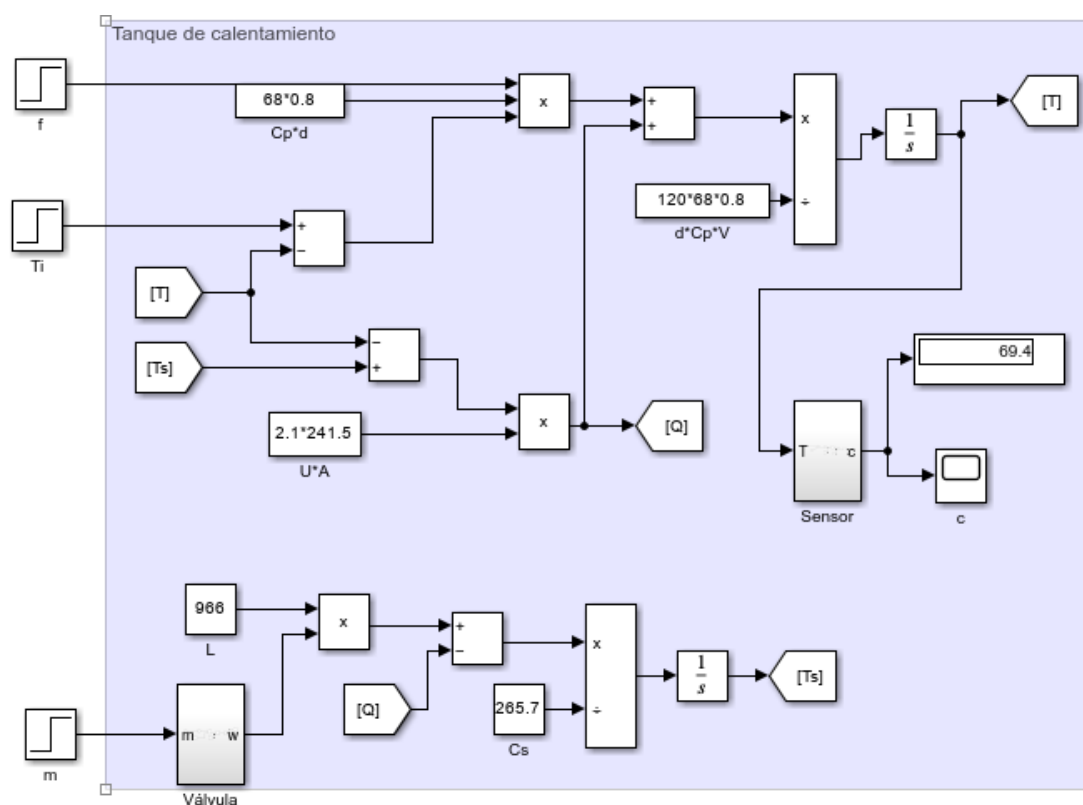
5. Resultados

5.1 Simulación y caracterización del proceso

El diseño y la implementación del DMC se realizó computacionalmente utilizando Simulink, un *toolbox* de MATLAB® útil para el análisis de sistemas dinámicos. La Figura 6 muestra la simulación del proceso (lazo abierto), la cual se complementa con el Apéndice A, donde se muestra la ejecución del sensor y la válvula.

Figura 6.

Simulación del proceso: tanque de calentamiento con agitación continua.

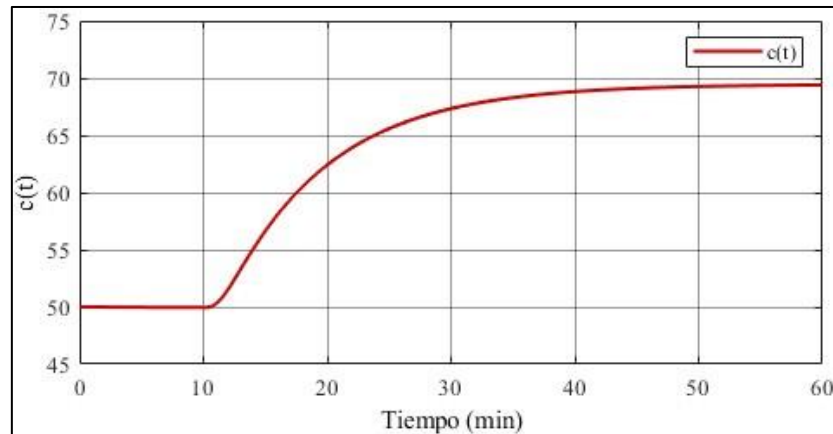


Una vez realizado el montaje del modelo en Simulink, se procedió con la caracterización del proceso. La Figura 7 muestra el comportamiento de la variable a controlar (en términos de señal porcentual) ante un cambio escalón del 10 % en la señal que entrega el controlador; este cambio debe ser lo bastante significativo para provocar una alteración en la señal del sensor, pero no tan grande como para causar distorsiones debido a las no linealidades del proceso (C. A. Smith & Corripio, 2015). De acuerdo con los resultados obtenidos, se

determinó el tiempo de muestreo y, por ende, se definió el horizonte de control para el diseño del DMC.

Figura 7.

Respuesta de la variable controlada ante un cambio escalón.



Teniendo en cuenta su valor en estado estacionario (50 %), se obtuvo un cambio del 19,4 % en la variable de respuesta. Así mismo, la dinámica del proceso se puede aproximar mediante una función de transferencia de primer orden más tiempo muerto (C. A. Smith & Corripio, 2015):

$$\frac{C(s)}{M(s)} = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (\text{Ec.17})$$

Donde, $C(s)$ y $M(s)$ son las señales que entregan sensor y controlador, respectivamente, en el dominio de Laplace y como variables de desviación; K es la ganancia del proceso, definida como el cambio de la variable de respuesta (Δc) dividido por el escalón (Δm); τ es la constante de tiempo y t_0 el tiempo muerto. Estos dos últimos parámetros se calculan como lo indican las ecuaciones (18) y (19).

$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1) \quad (\text{Ec.18})$$

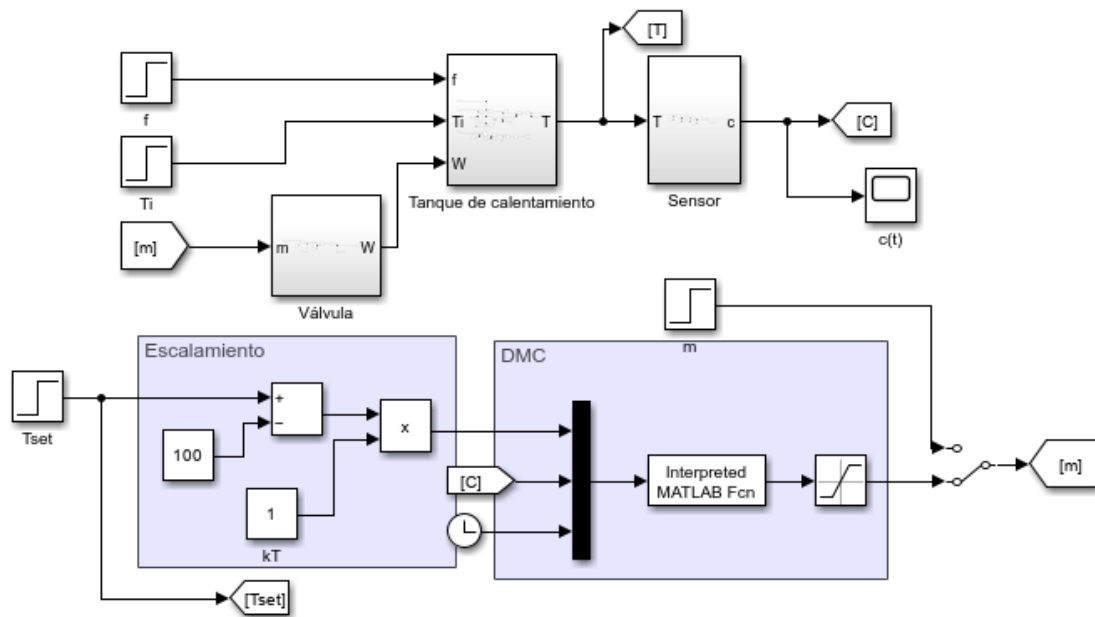
$$t_0 = t_2 - \tau \quad (\text{Ec.19})$$

Los valores de t_1 y t_2 corresponden al tiempo transcurrido una vez la variable de respuesta alcanza el 28,3 y el 63,2 % del cambio total (Δc), respectivamente. Para el caso de estudio se encontró una constante de tiempo de 8,16 min, aproximadamente, con un tiempo muerto de 1,47 min y una ganancia de 1,94 %/%. De acuerdo con (Cooper, 2005), para el diseño del DMC se recomienda un periodo de muestreo igual a una décima parte de la constante de tiempo, fijando así un horizonte de predicción de 50 (el tiempo de estabilización es, prácticamente, 5 veces la constante de tiempo del proceso). Con base en esto, el periodo de muestreo utilizado fue de 0,80 min con un PH de 60. En el Apéndice B se muestra el vector de respuesta unitaria obtenido.

5.2 Diseño del controlador de matriz dinámica

Figura 8.

Simulación del proceso en lazo cerrado.



La Figura 8 expone la simulación del lazo de control, donde el bloque denominado *Interpreted MATLAB fcn* representa el DMC. Este bloque interpreta el código fuente con el cual se realiza la predicción de movimientos de válvula y la posterior acción de control, escrito como una función de Matlab®. En los apéndices se presenta una de las matrices dinámicas

utilizadas para el diseño del controlador (Apéndice C), así como uno de los K_{ip} calculados (Apéndice D). La Figura 9 muestra el algoritmo de predicción del controlador, cuyos datos de entrada son el valor de referencia ($Cset$), la señal que entrega el sensor (c) y el tiempo transcurrido (t).

Figura 9.

Algoritmo para la implementación de un controlador de matriz dinámica.

```
function [m] = DMC_prog(Cset, c, t)
global PH CH Cpred kip A m tprev ts
if t==0
    load DMCdata.mat;
    [PH,CH]=size(A);
    Cpred=c*ones(PH,1);
    m=25.56;
    ts=0.8;
    tprev=0;
end
if t>=tprev+ts
    em=c-Cpred(1);%Actualización de la predicción
    Cpred_uc=[Cpred(2:PH);Cpred(PH)]+em %vector de predicción actualizado y corregido
    E=Cset-Cpred_uc;%Error que voy a observar en el lazo de control
    Dm=kip*E;%Utilizar el error para calcular los movimientos de la válvula
    m=m+Dm(1);
    Cpred=Cpred_uc+A*[Dm(1);zeros(CH-1,1)];%Nueva predicción
    tprev=t;
end
```

El código se divide en dos partes: inicialmente ($t = 0$), es necesario definir CH y PH de acuerdo con la dimensión de la matriz dinámica (A), con el fin de comenzar la predicción a partir del valor obtenido en la variable controlada antes de que ocurra la perturbación; este vector resultante ($Cpred$) se utiliza como un pronóstico de la señal del sensor en un futuro cercano. Además, se fija el valor de la señal que entrega el controlador en estado estable (m) y el paso de tiempo (t_s) para el periodo de simulación (60 min). Se debe resaltar que la matriz dinámica (A) y la ganancia inversa del proceso (K_{ip}) permanecen guardadas en un archivo *.mat* llamado *DMCdata*.

La segunda parte del código ($t > 0$) inicia con el cálculo del error de modelado (em), definido como la diferencia entre la señal del sensor y la primera posición del vector de

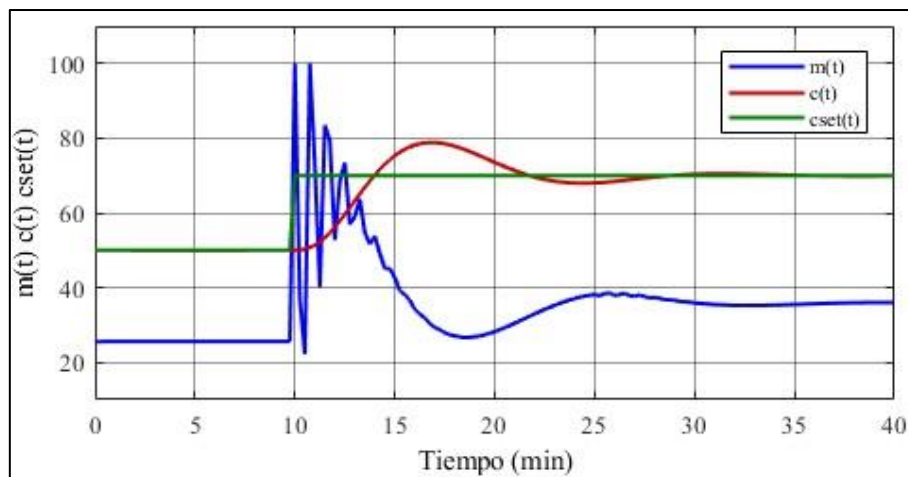
predicción. Para actualizar la predicción es necesario corregir y actualizar (C_{pred}), sumándole el error obtenido; el resultado representa lo que sucederá si no se efectúa ningún cambio en la válvula (C_{pred_uc}). Luego, el error (E) se emplea para calcular los ajustes necesarios en la señal que llega a la válvula, la cual se actualiza y, finalmente, se pronostica el comportamiento de $c(t)$.

5.3 Implementación del controlador de matriz dinámica

Una vez diseñado el controlador, se analizó la dinámica de la variable controlada al cambiar el valor de referencia en un 20 %. La Figura 10 muestra el actuar de las variables manipulada $-m(t)-$ y controlada $-c(t)-$, así como el *set point* $-c^{set}(t)-$ en términos de señal.

Figura 10.

Señales de salida de controlador y sensor ante un cambio en el set point.



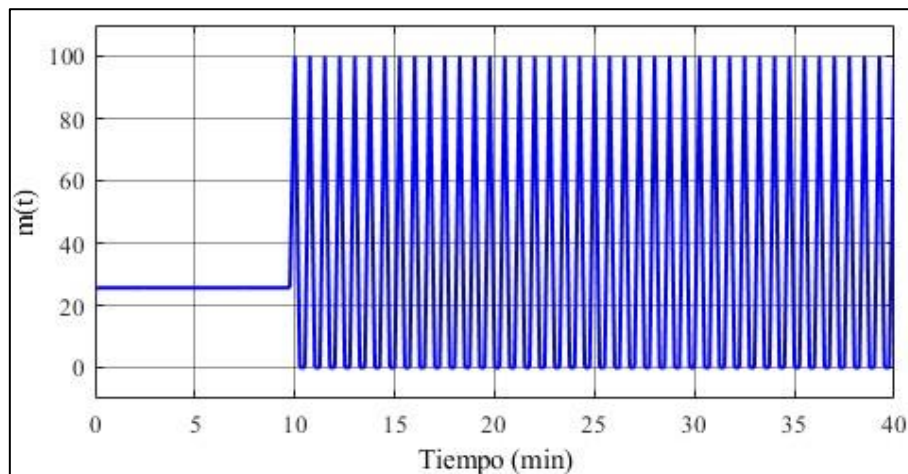
Se evidencia que la variable controlada presenta una lenta respuesta, pues se estabiliza entre 20 y 25 min después de ocurrida la perturbación; además, muestra sobrepaso y oscilación respecto al nuevo punto de referencia. En cuanto a la señal predicha por el controlador para anular el *offset* ($CH = 2$), se ve claramente una respuesta agresiva del DMC; esto se debe a que el método de mínimos cuadrados busca una solución exacta sin tener en cuenta la cantidad de acciones que se deban realizar, llegando a movimientos máximos de válvula y, por lo tanto, generando saturación en el elemento final de control. La saturación consiste en llevar la válvula

a su límite máximo (o mínimo) de ajuste, lo que puede resultar en inestabilidad del proceso, ocasionando oscilaciones y desgaste del elemento final de control (Cooper, 2005).

Con el objetivo de mejorar el desempeño del controlador, se analizaron los parámetros de diseño hasta ahora definidos: horizonte de control y horizonte de predicción. Aumentar el CH a 3 y 6 movimientos de válvula llevó a inestabilidad el lazo de control, tal como se muestra en la Figura 11. Esto se debe a que un incremento en el horizonte de control hace que el determinante de la matriz $A^T A$ tienda a cero y, por ende, sea invertible.

Figura 11.

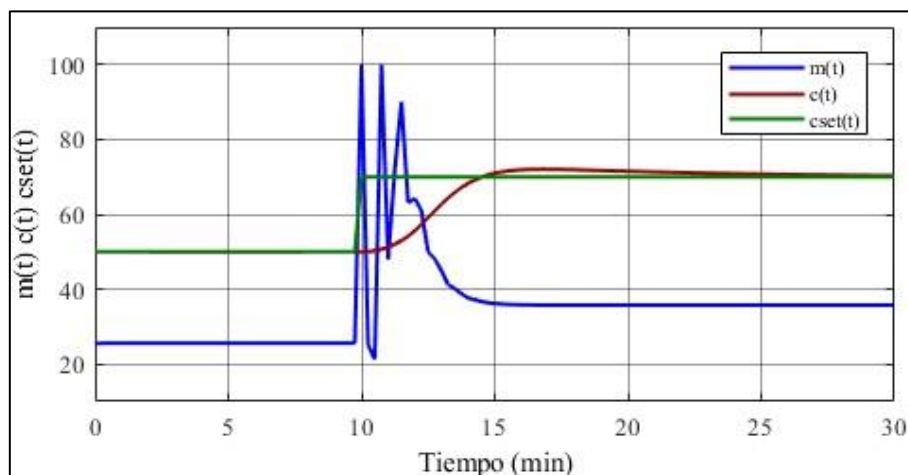
Señales de salida del controlador ante un cambio en el set point con (CH = 6).



Por otra parte, aumentar el PH significó mejorar un poco el comportamiento de la variable controlada (Figura 12). Debido a que el proceso en estudio es de lenta respuesta (estabilización en 40 min, aproximadamente), el periodo de muestreo es alto y, en consecuencia, A_p podría no capturar la dinámica completa del proceso. Para abordar esta limitación, se ajustó el horizonte de predicción reduciendo el tiempo de muestreo a 0,25 min y, de esta manera, ser más riguroso en la identificación del sistema. Se consideró factible ir más allá del valor recomendado para PH porque el diseño corresponde a un lazo simple y el costo computacional no es muy diferente al requerido para $T = 0,80$ min.

Figura 12.

Señales de salida del controlador y sensor ante un cambio en el set point ($T=0,25$ min).



La respuesta de la variable controlada es, aproximadamente, 5 min más rápida con este nuevo PH; además, el sobrepaso disminuye alrededor del 80 % y no hay oscilación. Sin embargo, la respuesta del controlador sigue siendo bastante agresiva y continúa presentando saturación para el primer valor de $m(t)$. Por esta razón, es necesario incluir un nuevo parámetro de diseño que modere la respuesta del controlador: el factor de supresión (λ).

5.4 Sintonización del controlador de matriz dinámica

Considere que la Ec.6 se redefine como se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} A_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{v2} & A_{v1} & 0 & 0 \\ A_{v3} & A_{v2} & A_{v1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & A_{v3} & A_{vn-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & A_{vn-1} \\ A_{vn} & A_{vn} & A_{vn} & \dots & A_{vn} \\ - & - & - & - & - \\ \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m_0 \\ \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \Delta m_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \vdots \\ \Delta c_n \\ - \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.20})$$

El factor de supresión limita la señal de control y, de esta manera, evita una respuesta agresiva. Al ser una constante que se introduce en la matriz dinámica, ocasiona más soluciones

para el sistema de ecuaciones sobreespecificado, lo cual implica obtener un Δm de menor valor en la solución por mínimos cuadrados (Iglesias et al., 2006).

$$\begin{bmatrix} A \\ - \\ \lambda I \end{bmatrix} \Delta m = \begin{bmatrix} \Delta c^{des} \\ - \\ Z \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.21})$$

Donde, I es una matriz idéntica y Z un vector de ceros. Efectuando el procedimiento algebraico correspondiente:

$$\Delta m = \left(\begin{bmatrix} A \\ - \\ \lambda I \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta c^{des} \\ - \\ Z \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.22})$$

$$\Delta m = (A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T \Delta c^{des} \quad (\text{Ec.23})$$

El término $(A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T$ se define como la matriz de ganancia inversa de proceso suprimida (K_{ips}). Por ende, la ecuación de diseño del controlador es:

$$\Delta m = K_{ips} \Delta c^{des} \quad (\text{Ec.24})$$

Para encontrar el valor adecuado de λ , se probaron 3 métodos de sintonización diferentes:

Método 1: Shridhar & Cooper, (1997) definen el tiempo de muestreo considerando:

$$T \leq \tau/10 \quad \text{y} \quad T \leq t_0/2$$

Además, recomiendan calcular el PH con la siguiente ecuación:

$$PH = \frac{5\tau}{T} + \frac{t_0}{T} + 1 \quad (\text{Ec.25})$$

Con un CH entre 1 y 6, y siendo K_p la ganancia del proceso, el factor de supresión se determina con la Ec.26. La Tabla 3 presenta los diseños del DMC que se analizaron.

$$\lambda^2 = \left[\frac{CH}{500} \left(\frac{3.5 \tau}{T} + 2 - \frac{(CH - 1)}{2} \right) \right] K_p^2 \quad (\text{Ec.26})$$

Tabla 3.

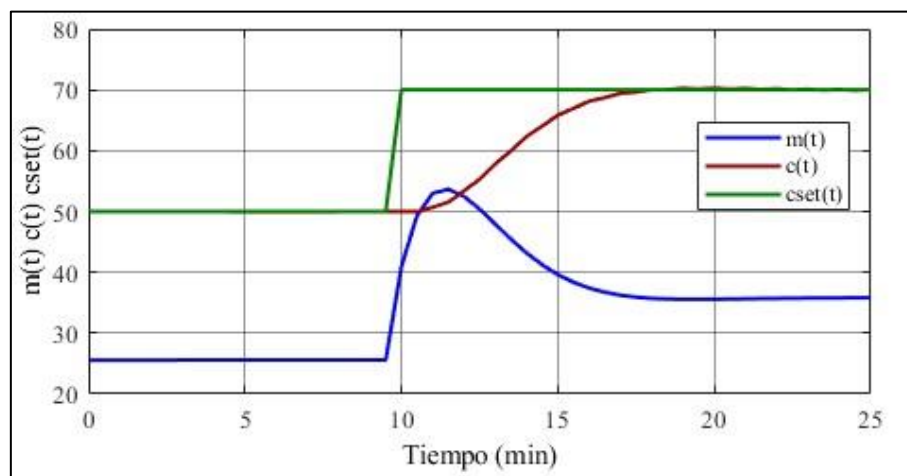
Diseños para el controlador de matriz dinámica usando el Método 1.

Variable	Diseño 1	Diseño 2
T	0,5 min	0,5 min
PH	86	86
CH	3	6
λ^2	1,31	2,55

Las figuras 13 y 14 muestran el desempeño del sistema de control para los diseños propuestos: CH de 3 y 6, respectivamente.

Figura 13.

Respuesta del sistema empleando el Método 1 de sintonización (CH = 3).

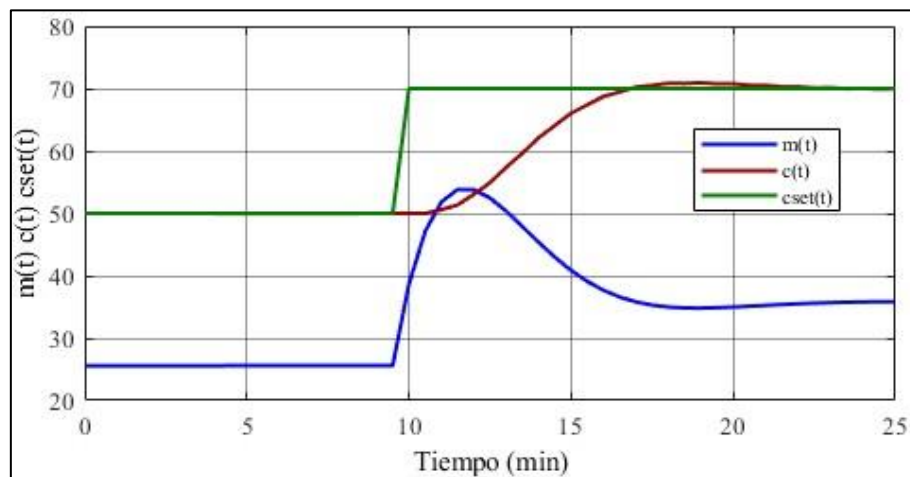


Las simulaciones se realizaron considerando un cambio en el *set point* igual al efectuado para el controlador no suprimido. La variable controlada alcanza el nuevo punto referencia casi al mismo tiempo en los dos escenarios de horizonte de control, pero con una respuesta un poco más lenta respecto al DMC con $\lambda = 0$ y $T = 0,25 \text{ min}$ (Figura 12); para $CH = 6$ la variable controlada muestra un pequeño sobrepaso, aunque llega al valor requerido sin oscilar. Sin embargo, el cambio más significativo se obtiene en la señal entregada por el

controlador, ya que se evidencia claramente el efecto del factor de supresión al no presentarse una respuesta agresiva, lo cual implica un ligero movimiento de válvula. Para ambos diseños, el aumento inicial en $m(t)$ es alrededor del 30 % respecto al estado estable ($t = 0$), estabilizándose en un valor cercano a 35,85 %.

Figura 14.

Respuesta del sistema empleando el Método 1 de sintonización ($CH = 6$).



Método 2: Iglesias et al. (2006) proponen una ecuación para el cálculo del factor de supresión que depende únicamente de la caracterización del proceso, pues se define en función de su ganancia (K_p), tiempo muerto (t_0) y constante de tiempo (τ). Respecto a CH y PH, los autores recomiendan usar un CH de 6 a 10 y un PH entre 40 y 60 datos.

$$\lambda = 1,631K_p \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0,4094} \quad (\text{Ec.27})$$

De acuerdo con los resultados obtenidos en la sección 5.1, el factor de supresión calculado es 1,57. Respecto al CH, se evaluaron los dos escenarios establecidos para el Método 1: 3 y 6 movimientos de válvula, y PH se fijó en 60 con $T = 0,8 \text{ min}$. En las figuras 15 y 16 se observa la respuesta del DMC para un CH de 3 y 6, respectivamente, ante un cambio del 20 % en el *set point*. Para $CH = 3$ la variable controlada demora unos 15 min en llegar al nuevo

punto de referencia, aunque sin sobrepaso ni oscilaciones; además, el incremento inicial en la señal del controlador es alrededor del 18 %, con un valor final de 35,85 %.

Figura 15.

Respuesta del sistema empleando el Método 2 de sintonización ($CH = 3$).

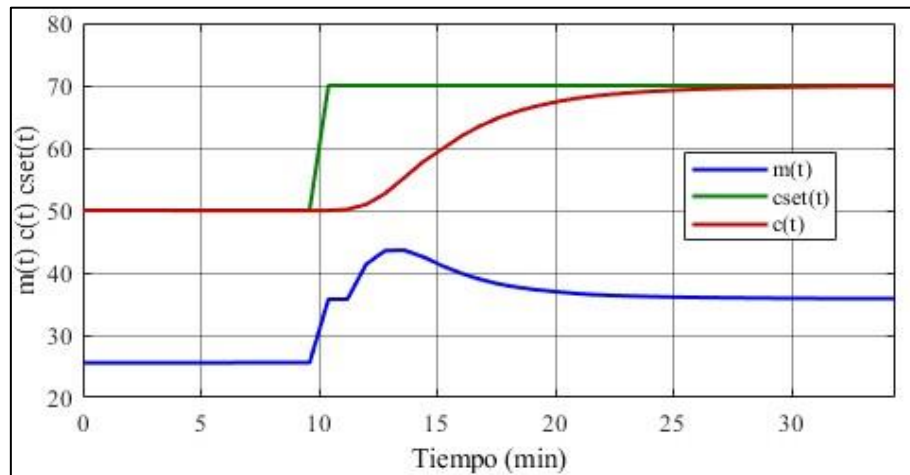
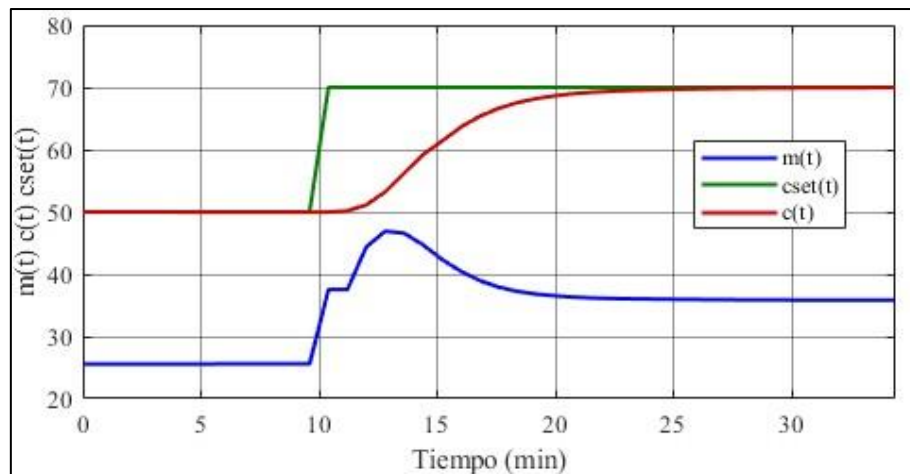


Figura 16.

Respuesta del sistema empleando el Método 2 de sintonización ($CH = 6$).



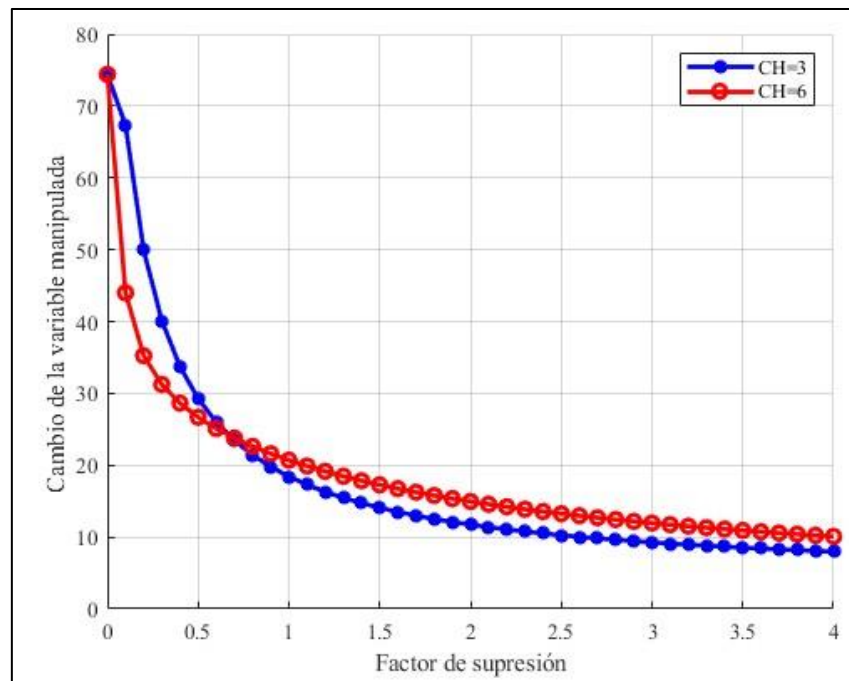
Con $CH = 6$ se obtiene una respuesta un poco más rápida de $c(t)$, alcanzando el nuevo *set point* sobre los 12 min (sin sobrepaso). En lo referente a $m(t)$, el aumento inicial (apertura de la válvula) es del 21 % respecto al estado estable, luego cae y termina estabilizándose en el mismo valor que el mostrado para $CH = 3$. Al igual que lo exhibido para el Método 1 de sintonización, no hay agresividad en el controlador y en ningún caso se está en riesgo de llegar

a saturación. Sin embargo, la dinámica de la variable controlada es más lenta al sintonizar el DMC con el Método 2, lo que podría indicar que un PH mayor brinda más rapidez en la respuesta del sistema.

Método 3: Manzanera Reverter (2017) propone relacionar el factor de supresión con el primer incremento en la señal de control $-m(t)$ -, dejando fijos CH y PH. Así mismo, el autor considera apropiado lo establecido por el Método 1 para la elección del periodo de muestreo. Por lo tanto, se tuvieron en cuenta los escenarios planteados en la Tabla 3 respecto a T , PH y CH, variando λ entre 0 y 4 con intervalos de 0,1 para registrar el primer Δm predicho por el DMC. Los resultados se muestran en la Figura 17.

Figura 17.

Relación entre el factor de supresión y el primer movimiento de válvula.



El método consiste en identificar un rango crítico de valores de λ a partir de los puntos de inflexión en la gráfica, en el cual los ajustes de movimiento de válvula tienen un cambio significativo en el proceso. Teniendo esto en cuenta, se calculó la derivada numérica para los datos conseguidos de las simulaciones. Para un $CH = 3$, a partir de 2,80 la derivada no cambia

apreciablemente (menos del 1 %), lo cual implica que aumentar λ no tendrá un efecto considerable en la primera señal predicha por el controlador. Para $CH = 6$ el factor de supresión obtenido es 1,50.

En las figuras 18 y 19 se observa la respuesta de la variable manipulada y controlada, ante un cambio del 20 % en el *set point*, para un horizonte de control de 3 y 6, respectivamente.

Figura 18.

Respuesta del sistema empleando el Método 3 de sintonización ($CH = 3$).

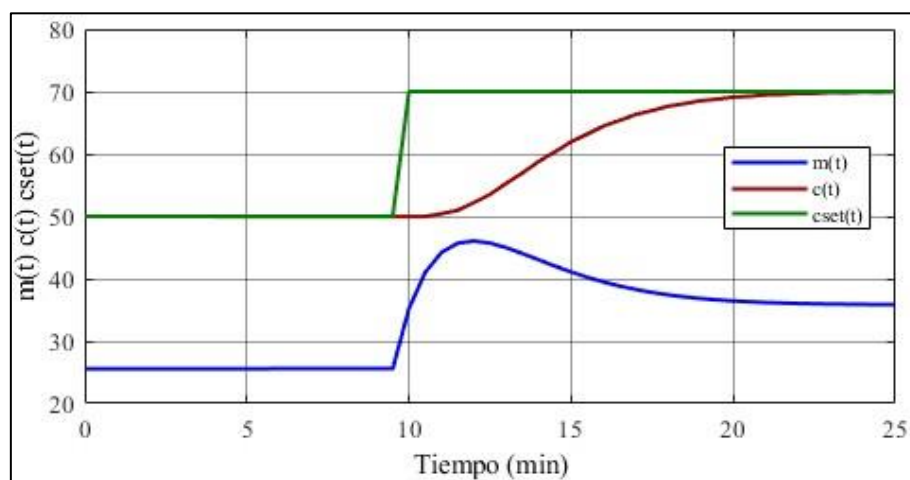
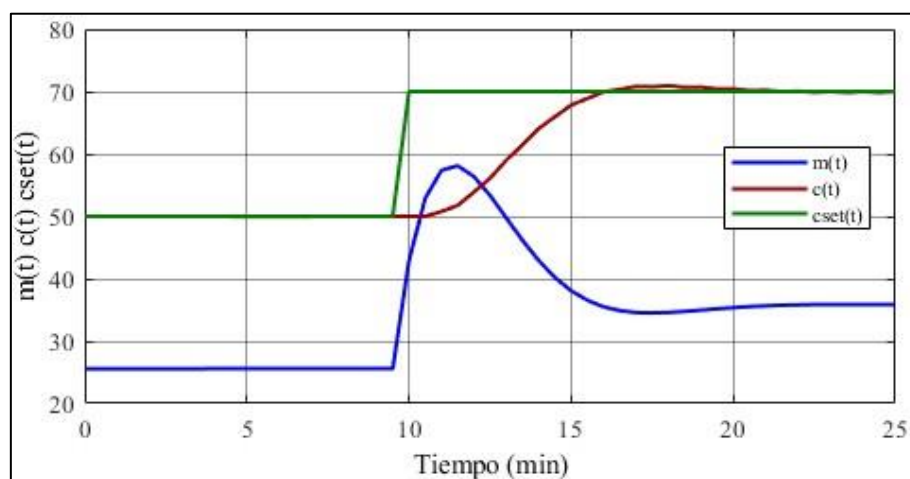


Figura 19.

Respuesta del sistema empleando el Método 3 de sintonización ($CH = 6$).



Para $CH = 3$ la variable controlada tarda unos 10 min en llegar a la nueva referencia, con un movimiento inicial de válvula del 20 % respecto al estado estable y llegando a

estabilizarse en 35,86 %. Por otro lado, la variable controlada alcanza el valor de referencia a los 7 min, aproximadamente, para un $CH = 6$, con un incremento inicial de $m(t)$ mayor al registrado en el primer escenario: 33 % respecto al estado estable. Similar a los resultados obtenidos con los dos métodos de sintonización anteriores, no hay agresividad en el controlador y no existe la posibilidad de llegar a la saturación; además, la señal que entrega el controlador se estabiliza en el mismo valor independiente del método de sintonización.

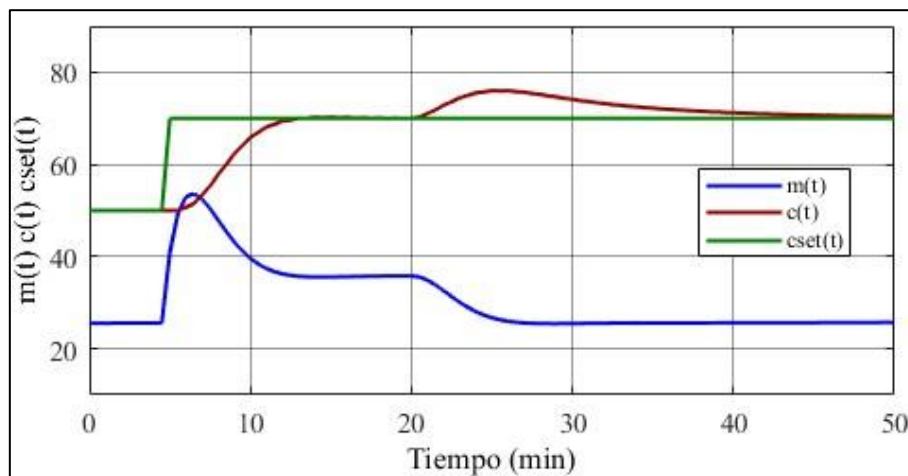
De acuerdo con los resultados obtenidos, el Método 1 brindó la sintonización más adecuada para el controlador de matriz dinámica, pues logra una estabilización en menor tiempo de la variable controlada. Sin embargo, es a precisar que este diseño no brinda el movimiento más suave de válvula, pues el incremento inicial de $m(t)$ para efectuar la acción correctiva es del 30 % respecto al estado estable, un 10 % mayor que el registrado utilizando el Método 3; no obstante, esto no implica una respuesta agresiva del controlador. Es importante recalcar la propuesta de Shridhar & Cooper, (1997) tiene en cuenta las otras variables de diseño para el cálculo del factor de supresión, algo que ignora Iglesias et al, (2006); mientras que la metodología de Manzanera Reverter, (2017) es empírica y no brinda un valor exacto, cambiando según el criterio del ingeniero de control.

Posteriormente, se decidió realizar una simulación para evaluar el desempeño del DMC ante cambios en la referencia y variables de entrada. Los parámetros de diseño establecidos fueron: $CH = 3$, $PH = 86$, $T = 0,5 \text{ min}$ y $\lambda^2 = 1,31$ (en el Apéndice E se muestra la matriz de ganancia inversa). En la Figura 20 se evidencia un cambio en el *set point* a los 5 min y una perturbación en la temperatura de entrada al proceso (de 20 °F) a los 20 min. Efectuada la segunda perturbación, se obtuvo un aumento en la variable controlada del 6 % respecto al nuevo valor de estado estable, con un movimiento de válvula de -10 %, aproximadamente; además, no hay oscilación en $m(t)$, lo que indica una acción correctiva más suave sobre el elemento final de control, en comparación a la señal que entrega el DMC para cambios en la referencia.

Así mismo, se observa que variable controlada se estabiliza completamente unos 25 min después de la perturbación, lo cual indica una lenta respuesta por parte del controlador. Dicha dinámica podría ser más rápida si el factor de supresión es reducido, aunque esto implique algo de agresividad en el controlador.

Figura 20.

Respuesta del DMC ante cambios en el set point y la temperatura de entrada.



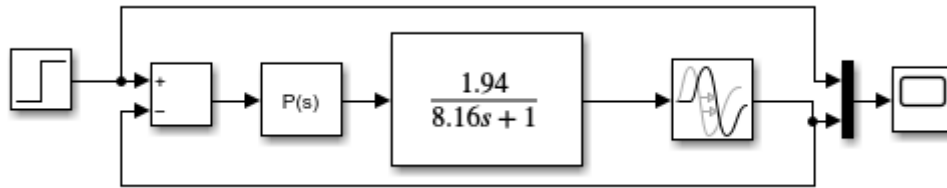
5.5 Control predictivo vs control *feedback*

Como se mencionó en la Metodología, el caso de estudio es propuesto en la literatura para el diseño en un lazo de control por retroalimentación. Debido a que la variable a controlar es la temperatura, lo común es utilizar controladores PID por la lenta respuesta del proceso y, además, compensar el retardo de sensor (C. A. Smith & Corripio, 2015). En la Figura 21 se muestra la ejecución del lazo de control *feedback* en Simulink. Las simulaciones se realizaron en el dominio de Laplace y en variables de desviación, pues las no linealidades del proceso no se tienen en cuenta al aproximar su comportamiento dinámico mediante una función de transferencia de primer orden más tiempo muerto (Ec.17).

$$\frac{C(s)}{M(s)} = \frac{1,94 * e^{-1,48s}}{8,16s + 1}$$

Figura 21.

Simulación del lazo de control feedback.



De acuerdo con lo reportado por la literatura (C. A. Smith & Corripio, 2015), se recomienda utilizar un controlador PID si $t_0 > \tau/4$, lo cual no se cumple para el proceso bajo estudio (tiempo muerto de 1,48 min y constante de tiempo de 8,16 min). Implementar un PID daría una respuesta más oscilatoria en un mayor tiempo que un PI; además, el modo derivativo debe estar en equilibrio con los otros dos modos (proporcional e integral), ocasionando dificultad en la sintonización (Cooper, 2005). Por otra parte, se debe tener en cuenta la relación entre el tiempo muerto y la constante de tiempo para poder aplicar los métodos de sintonización mostrados a continuación; para nuestro caso de estudio se tiene $t_0/\tau = 0,18$.

Método de Ziegler y Nichols: el método propone una serie de ecuaciones que buscan una respuesta con una tasa de asentamiento de un cuarto; es decir, la amplitud de la oscilación actual equivale a 1/4 de la anterior, generando una señal rápida y corta hacia el elemento final de control. Es el método más común y simple de implementar (C. L. Smith, 2009).

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, se decidió utilizar un controlador proporcional integral (PI), para el cual se proponen las siguientes correlaciones en función de las características del proceso, siempre y cuando $t_0/\tau > 0,05$ (C. A. Smith & Corripio, 2015):

$$K_c = \frac{0,9}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1} \quad (\text{Ec.28})$$

$$\tau_I = 3,33t_0 \quad (\text{Ec.29})$$

Método de la integral del error: a diferencia de Ziegler y Nichols, este método se basa en la respuesta en frecuencia del sistema y sintoniza por integral del error; es decir, su respuesta es, en esencia, un error o desviación de la variable controlada respecto al *set point*. Esta función trata de minimizar la suma de estos errores en cada instante del tiempo (Pillajo et al., 2016).

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (\text{Ec.30})$$

El método sugiere las siguientes ecuaciones para el ajuste del controlador ante un cambio en el *set point*, donde la relación entre tiempo muerto y constante de tiempo debe estar entre 0,1 y 1 (C. A. Smith & Corripio, 2015).

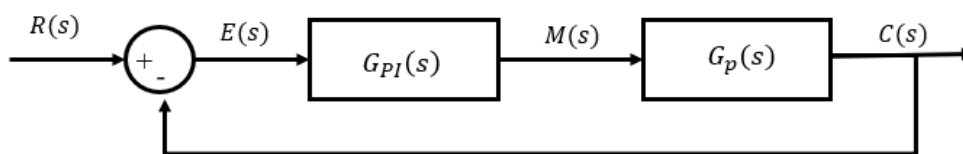
$$K_c = \frac{0.758}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.861} \quad (\text{Ec.31})$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{1.02 - 0.323 \left(\frac{t_0}{\tau} \right)} \quad (\text{Ec.32})$$

Método de síntesis del controlador: el método plantea que, conocida la relación $C(s)/R(s)$, se busca que el lazo cerrado tenga una respuesta específica, obteniendo una función de transferencia para el controlador. La Figura 22 muestra el lazo de control para el cual se busca el diseño del controlador PI, donde $G_{PI}(s)$ es la función de transferencia del controlador y $G_p(s)$ la función de transferencia del proceso.

Figura 22.

Diagrama de bloques para síntesis del controlador.



Adaptado de: (García & Lobo, 2009, p. 31)

La función de transferencia del lazo cerrado se define como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_{PI}(s)G_p(s)}{1 + G_{PI}(s)G_p(s)} \quad (\text{Ec.33})$$

Por lo tanto, $G_{PI}(s)$ sería:

$$G_{PI}(s) = \frac{1}{G_p(s)} * \frac{C(s)/R(s)}{1 - C(s)/R(s)} \quad (\text{Ec.34})$$

Debido a que se tiene que compensar el tiempo muerto del proceso, la relación entre variable de respuesta y referencia se define de la siguiente forma (C. L. Smith, 2009):

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{e^{-t_0s}}{\tau_c s + 1} \quad (\text{Ec.35})$$

Donde es necesario introducir una constante de tiempo para la respuesta en lazo cerrado (τ_c), siendo esta el único parámetro de sintonización (García & Lobo, 2009). Reemplazando la Ec.35 en Ec.34 se tiene:

$$G_{PI}(s) = \frac{\tau}{K\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) e^{t_0s} \quad (\text{Ec.36})$$

Luego de una serie de operaciones matemáticas, utilizando la aproximación de Padé (García & Lobo, 2009) para linealizar el término e^{t_0s} , se obtiene la función de transferencia para el controlador:

$$G_{PI}(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \left(\frac{1 + t_0/2s}{1 + \frac{\tau_c t_0}{2(\tau_c + t_0)}s}\right) \quad (\text{Ec.37})$$

Haciendo cero el modo derivativo, los parámetros de sintonización se definen como se muestran a continuación.

$$K_c = \frac{\tau}{K(t_0 + \tau_c)} \quad (\text{Ec.38})$$

$$\tau_I = \tau \quad (\text{Ec.39})$$

De acuerdo con Dahlin, (1968), para una función derivativa igual a cero la constante de tiempo de respuesta en lazo cerrado se define como $\tau_c = 2/3 t_0$.

Descritos los métodos de sintonización considerados, en la Tabla 4 se presentan los parámetros calculados para el controlador PI.

Tabla 4.

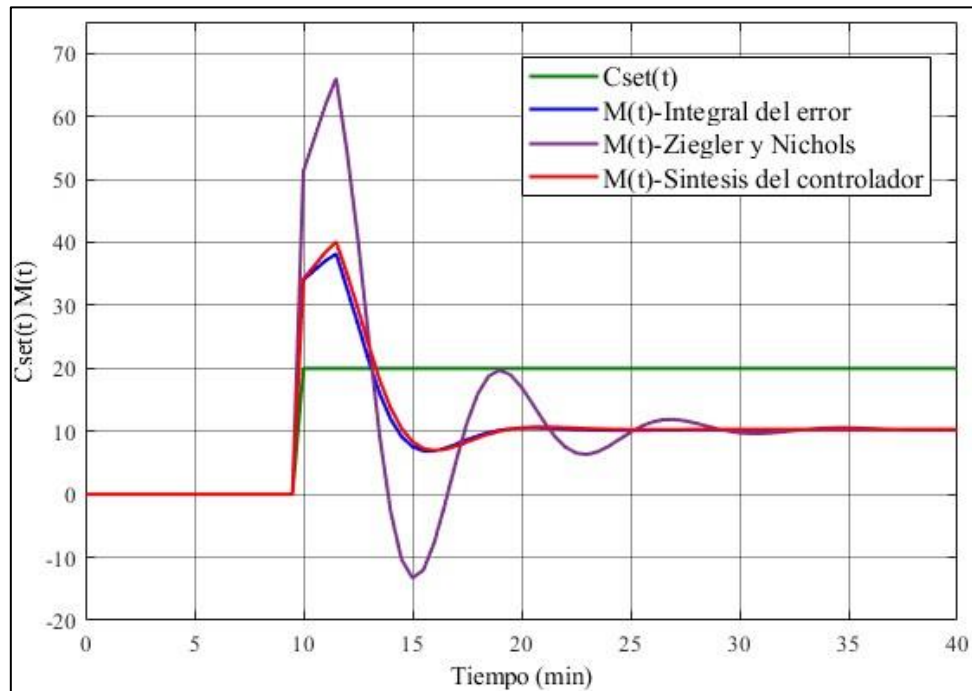
Parámetros de sintonización para un controlador proporcional-integral.

Métodos de sintonización	K_c (%/%)	τ_I (min)
Ziegler y Nichols	2,56	4,93
Integral del error	1,70	8,49
Síntesis del controlador	1,70	8,16

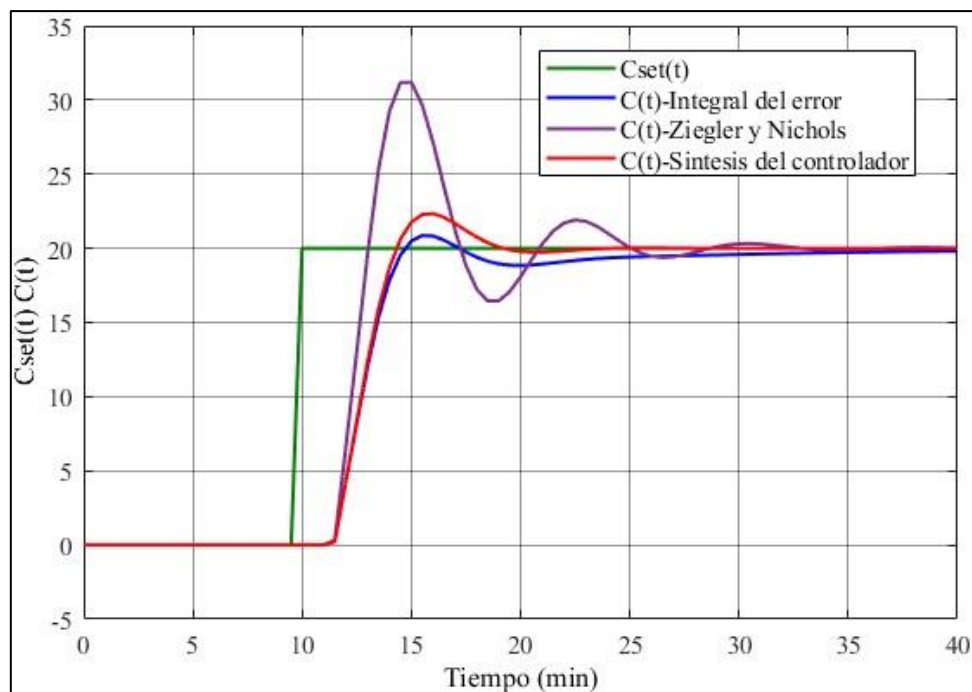
Los 3 sets de parámetros de sintonización fueron probados para un cambio del 20 % en el *set point*, deseando comparar su desempeño con las respuestas obtenidas al implementar el DMC. En la Figura 23 se visualiza que los parámetros arrojados por Ziegler y Nichols ocasionan la respuesta más agresiva del controlador, con un incremento inicial de $M(t)$ de casi 65 % respecto a su estado estable, además de un comportamiento oscilatorio. Los otros dos diseños de controlador *feedback* muestran, prácticamente, la misma dinámica: respuesta menos agresiva con un primer incremento del 40 %, aproximadamente. Es a resaltar que, para los 3 escenarios, la señal que arroja el controlador debe estabilizarse un 10 % arriba de su valor inicial. Por otro lado, en el Figura 24 se expone el comportamiento de la variable controlada.

Figura 23.

Respuesta del controlador PI ante un cambio en el set point.

**Figura 24**

Respuesta de la variable controlada ante un cambio en el set point.



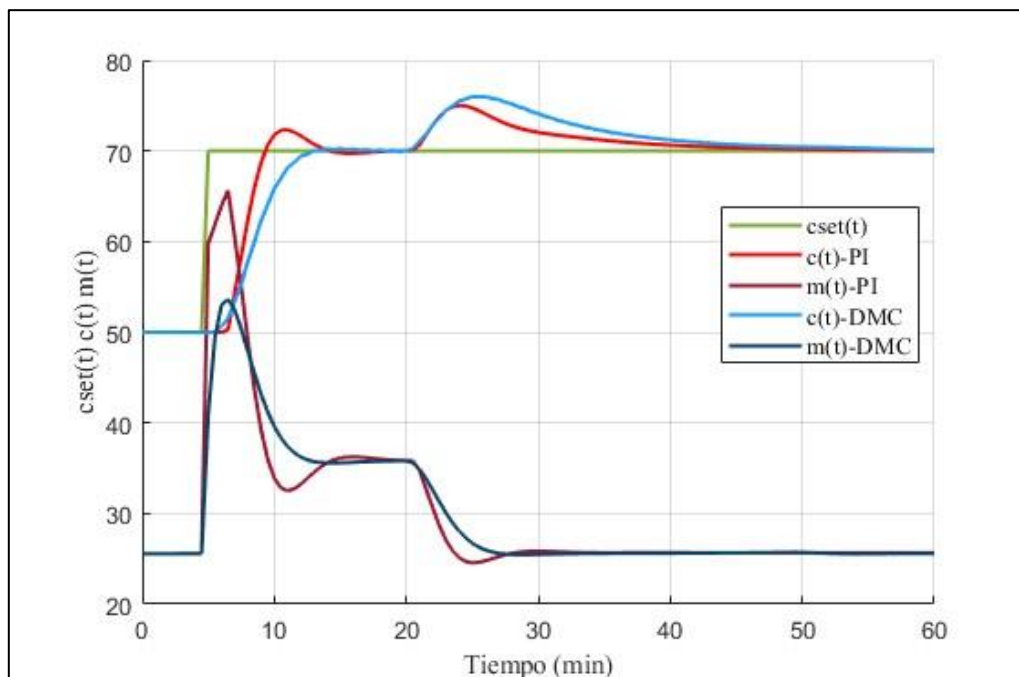
La sintonización realizada mediante Ziegler y Nichols brinda el comportamiento menos adecuado: sobrepaso arriba del 10 % e importantes oscilaciones, además de tardar más de 20

min en llegar a la nueva referencia. El ajuste mediante integral del error y síntesis del controlador muestra una dinámica similar: menor sobrepaso y sin oscilaciones. De acuerdo con los resultados obtenidos, los parámetros de sintonización más adecuados los brinda el método de síntesis del controlador, pues la estabilización es más rápida (demora unos 12 min) y el sobrepaso inicial es solo un 2 % por encima del nuevo *set point*, aproximadamente.

Finalmente, el desempeño del controlador PI, sintonizado mediante el método de síntesis, fue comparado con el DMC diseñado en la sección anterior, considerando cambios en el *set point* y la temperatura de entrada al proceso. Los resultados se muestran en la Figura 25.

Figura 25

Comparación entre PI y DMC: variable de respuesta y señal del controlador.



Para un cambio en el *set point* se observa que los dos sistemas de control llevan a la variable controlada al nuevo valor de referencia, siendo un poco más rápida la acción del controlador de matriz dinámica al estabilizarse en 8 min, aproximadamente, mientras que el PI tarda unos 4 min más; además, el DMC no presenta sobrepaso ni oscilaciones. Respecto a la señal que entrega en controlador, el PI acciona de manera más fuerte el elemento de control y

presenta algo de oscilación, mientras que el DMC genera un movimiento suave de válvula luego del primer incremento; también, como es de esperarse, el valor final de $m(t)$ es igual para los dos controladores.

Por otra parte, la respuesta ante la perturbación ($\Delta T = 20\text{ }^\circ F$) en la variable de entrada es similar para los dos sistemas de control: $c(t)$ tarda unos 25 min en estabilizarse, con 2 % menos de sobrepaso, aproximadamente, para el lazo *feedback*. Es a resaltar que la mayor diferencia entre los dos sistemas es la respuesta de los controladores: un poco más agresiva por parte del PI, mientras que el DMC brinda una señal suave sin sobrepaso ni oscilación, lo cual explica la pequeña diferencia en la desviación inicial de la variable controlada.

Teniendo en cuenta estos los resultados, y tal como se discutió en la sección 5.1 (Figura 20), aún se cuenta con oportunidad de mejora para el control de matriz dinámica, “sacrificando” un poco el movimiento de la válvula debido a la lenta dinámica del proceso. Como no se está en riesgo de llegar a saturación, un menor valor de λ haría que $c(t)$ se establezca más rápidamente si ocurren cambios en las variables de entrada, obteniendo algo de oscilación en $m(t)$. Así mismo, lo obtenido en las distintas simulaciones demuestra uno de los retos actuales en la implementación de sistemas de control predictivo: aún no hay un método de sintonización ampliamente aceptado que brinde las respuestas adecuadas ante los distintos cambios que experimentan las variables de proceso; por ejemplo: Shridhar & Cooper, (1997) brinda un buen diseño para modificaciones en la referencia, pero esto no repercute de la misma forma ante alteraciones en la temperatura del flujo que entra al sistema.

6. Conclusiones

Se describió mediante álgebra matricial el diseño de un DMC, cuya valoración computacional se efectuó para un caso de estudio tomado de la literatura. Inicialmente, un controlador de matriz dinámica no suprimido fue implementado, evaluando diversos escenarios para las variables de diseño (PH y CH). Aunque se obtuvo una rápida respuesta ante cambios en el *set point*, se evidenció agresividad en el controlador y saturación en el elemento final de control. Así mismo, un $CH > 2$ ocasiona inestabilidad en el lazo de control porque la matriz $A^T A$ no es invertible; mientras que aumentar PH incrementa la rapidez de respuesta, pero no evita que la señal entregada por el controlador sea agresiva.

La inclusión de un factor de supresión (λ) en la ecuación de diseño del DMC modera la respuesta del controlador y evita la saturación. Dicho parámetro es sintonizable y, por ello, se probaron 3 métodos para encontrar su valor adecuado. La propuesta de Shridhar & Cooper, (1997) brinda la sintonización más adecuada, pues tiene en cuenta las demás variables de diseño (CH, PH y T) para calcular λ , dando como resultado un controlador robusto (estable frente a las perturbaciones sin verse afectado por las no linealidades del proceso). Se concluye que, para el caso en estudio, el controlador de matriz dinámica adecuado es: $CH = 3$, $PH = 86$, $T = 0,5 \text{ min}$ y $\lambda^2 = 1,31$.

Por último, el DMC brinda un mejor desempeño en comparación con un controlador PI para cambios en el *set point*: estabilización en menor tiempo, sin sobrepaso y con un movimiento de válvula más suave. Sin embargo, el controlador predictivo tiene margen de mejora ante perturbaciones en las entradas del proceso, pues, aunque corrige rápidamente la desviación de la variable controlada (poco sobrepaso), tarda un tiempo considerable en estabilizarse completamente. Así mismo, para lazos de control *feedback* se recomienda sintonizar utilizando el método de síntesis del controlador.

7. Recomendaciones

Extender la descripción mediante álgebra matricial para el diseño de sistemas DMC multivariable, así como evaluar diferentes métodos de sintonización para dicho escenario.

Además del factor de supresión, analizar el efecto de las demás variables de diseño (CH, PH y T) sobre el desempeño de controladores de matriz dinámica, enfocado en la respuesta ante perturbaciones en las variables de entrada del proceso.

Profundizar en el diseño y la implementación de otras técnicas de control predictivo como: control algorítmico por modelo, control predictivo generalizado, control predictivo heurístico por modelo, QDMC y control mediante lógica difusa.

Referencias bibliográficas

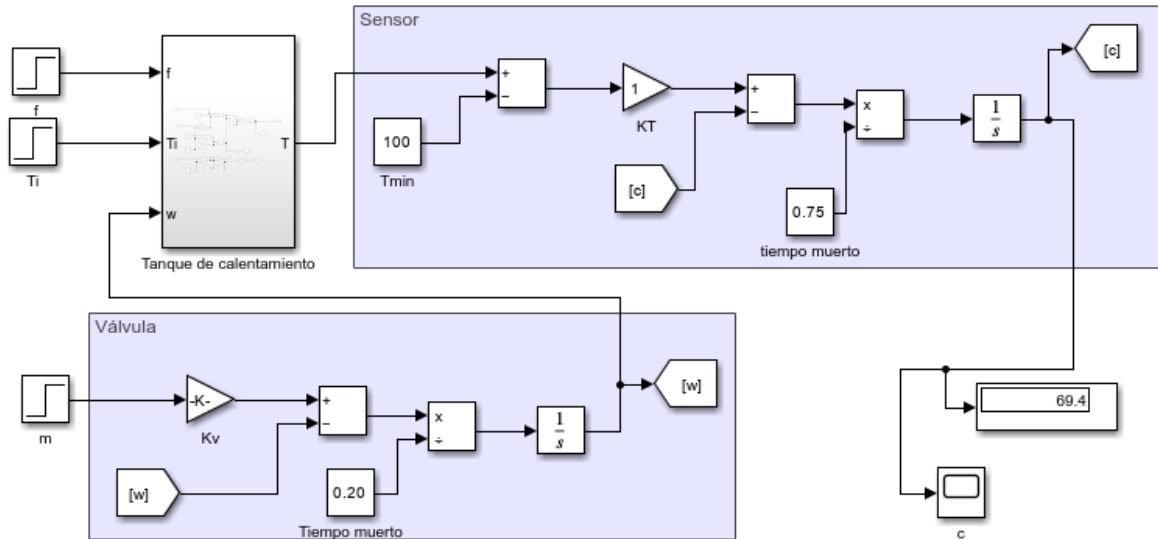
- Camacho, E. F., & Bordons, C. (2004). *Control Predictivo: Pasado, Presente y Futuro*.
- Castillo, L. M., & Guerrero, C. E. (2017). *Proposición y análisis de un esquema de control DMC para una torre de destilación de crudos industrial*. 16–53.
- Cedeño R, C. A. (2011). *Diseño e implementación de controladores DMC con mecanismo de adaptación*.
- Cooper, D. J. (2005). *Practical Process Control using Loop-Pro Software*.
www.controlstation.com
- Cutler, C., & Ramaker, B. (1980). Dynamic Matrix Control - A Computer Algorithm. *Joint Automatic Control Conference*, 1, 4.
https://folk.ntnu.no/skoge/publications_others/1980_Cutler-Ramaker_Dynamic-matrix-control_JACC1980.pdf
- Dahlin, E. (1968). Designing and tuning digital controllers. *Instruments & Control Systems*, 41, 77–89.
- García, Y., & Lobo, I. (2009). Controlador PID integrado por la estructura de control de modelo interno (IMC) y lógica difusa. En *Revista Ciencia e Ingeniería* (Vol. 30, Número 1).
- Gómez, A., & Correa, R. (2009). *Implementación de un sistema de control predictivo multivariable en un horno*. 196–202.
- Iglesias, E. J., Sanjuán, M. E., & Smith, C. A. (2006). Tuning equation for dynamic matrix control in SISO loop. *BS in Mechanical Engineering*, 19, 89–97.

- López Becerra M. E., & Cantero Vergara K. M. (2006). *Diseño y simulación de un control de modelo predictivo tipo DMC (Dynamic Matrix Control) en un proceso continuo de producción de biodiesel.*
- Manzanera Reverter, C. (2017). *Reglas de Diseño para la Sintonía de Controladores Predictivos Dynamic Matrix Control (DMC).*
- Pillajo, C., Bonilla, P., & Hincapié, R. (2016). *Algoritmo genético para sintonización de pid basado en la integral del error absoluto Genetic Algorithm for Tuning PID Integral Based on the absolute error.*
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L., & Papon, J. (1978). *Model predictive heuristic control.* 14(5), 413–428. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(78\)90001-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(78)90001-8)
- Sanjuán Mejía, M. E. (1998). *Control Dinámico Matricial Fundamentación y estrategias de implementación.*
- Shridhar, R., & Cooper, D. J. (1997). A Tuning Strategy for Unconstrained SISO Model Predictive Control. En *Ind. Eng. Chem. Res* (Vol. 36). <https://pubs.acs.org/sharingguidelines>
- Smith, C. A., & Corripio, A. B. (2015). *Control automático de procesos : teoría y práctica* (3a ed.). Limusa.
- Smith, C. L. (2009). *Practical Process Control: Tuning and Troubleshooting.*

Apéndices

Apéndice A.

Simulación del proceso: sensor/transmisor y elemento final de control.



Apéndice B.

Vector de respuesta unitario A_v con $T = 0,8$ y $PH = 60$.

	1		1
1	0.0094	33	1.8426
2	0.0068	34	1.8525
3	0.1051	35	1.8614
4	0.2370	36	1.8696
5	0.3793	37	1.8770
6	0.5176	38	1.8837
7	0.6467	39	1.8898
8	0.7652	40	1.8954
9	0.8733	41	1.9004
10	0.9717	42	1.9050
11	1.0611	43	1.9092
12	1.1424	44	1.9130
13	1.2162	45	1.9164
14	1.2833	46	1.9195
15	1.3443	47	1.9224
16	1.3997	48	1.9250
17	1.4501	49	1.9273
18	1.4958	50	1.9294
19	1.5374	51	1.9314
20	1.5752	52	1.9331
21	1.6095	53	1.9347
22	1.6406	54	1.9362
23	1.6690	55	1.9375
24	1.6947	56	1.9387
25	1.7181	57	1.9398
26	1.7394	58	1.9408
27	1.7587	59	1.9417
28	1.7762	60	1.9425
29	1.7921		
30	1.8066		
31	1.8198		
32	1.8317		

Apéndice C.*Matriz dinámica con PH = 60 y CH = 2.*

	1	2		1	2
1	0.0094	0	33	1.8426	1.8317
2	0.0068	0.0094	34	1.8525	1.8426
3	0.1051	0.0068	35	1.8614	1.8525
4	0.2370	0.1051	36	1.8696	1.8614
5	0.3793	0.2370	37	1.8770	1.8696
6	0.5176	0.3793	38	1.8837	1.8770
7	0.6467	0.5176	39	1.8898	1.8837
8	0.7652	0.6467	40	1.8954	1.8898
9	0.8733	0.7652	41	1.9004	1.8954
10	0.9717	0.8733	42	1.9050	1.9004
11	1.0611	0.9717	43	1.9092	1.9050
12	1.1424	1.0611	44	1.9130	1.9092
13	1.2162	1.1424	45	1.9164	1.9130
14	1.2833	1.2162	46	1.9195	1.9164
15	1.3443	1.2833	47	1.9224	1.9195
16	1.3997	1.3443	48	1.9250	1.9224
17	1.4501	1.3997	49	1.9273	1.9250
18	1.4958	1.4501	50	1.9294	1.9273
19	1.5374	1.4958	51	1.9314	1.9294
20	1.5752	1.5374	52	1.9331	1.9314
21	1.6095	1.5752	53	1.9347	1.9331
22	1.6406	1.6095	54	1.9362	1.9347
23	1.6690	1.6406	55	1.9375	1.9362
24	1.6947	1.6690	56	1.9387	1.9375
25	1.7181	1.6947	57	1.9398	1.9387
26	1.7394	1.7181	58	1.9408	1.9398
27	1.7587	1.7394	59	1.9417	1.9408
28	1.7762	1.7587	60	1.9425	1.9417
29	1.7921	1.7762	61	1.9425	1.9425
30	1.8066	1.7921			
31	1.8198	1.8066			
32	1.8317	1.8198			

Apéndice D.

Matriz de ganancia inversa del proceso no suprimida (kip) con $PH = 60$ y $CH = 2$.

	1	2		1	2
1	0.0651	-0.0659	33	-0.0677	0.0798
2	-0.0187	0.0189	34	-0.0754	0.0877
3	0.6816	-0.6892	35	-0.0824	0.0949
4	0.9064	-0.9160	36	-0.0888	0.1014
5	0.9683	-0.9778	37	-0.0946	0.1073
6	0.9298	-0.9379	38	-0.0999	0.1127
7	0.8549	-0.8613	39	-0.1047	0.1176
8	0.7715	-0.7761	40	-0.1090	0.1220
9	0.6901	-0.6931	41	-0.1130	0.1261
10	0.6142	-0.6157	42	-0.1166	0.1297
11	0.5445	-0.5446	43	-0.1198	0.1331
12	0.4810	-0.4798	44	-0.1228	0.1361
13	0.4231	-0.4208	45	-0.1255	0.1388
14	0.3706	-0.3672	46	-0.1279	0.1413
15	0.3228	-0.3184	47	-0.1302	0.1436
16	0.2794	-0.2741	48	-0.1322	0.1457
17	0.2399	-0.2339	49	-0.1340	0.1475
18	0.2041	-0.1973	50	-0.1357	0.1492
19	0.1715	-0.1641	51	-0.1372	0.1508
20	0.1419	-0.1339	52	-0.1386	0.1522
21	0.1150	-0.1065	53	-0.1398	0.1535
22	0.0906	-0.0816	54	-0.1410	0.1546
23	0.0684	-0.0589	55	-0.1420	0.1557
24	0.0482	-0.0384	56	-0.1430	0.1566
25	0.0299	-0.0197	57	-0.1438	0.1575
26	0.0133	-0.0027	58	-0.1446	0.1583
27	-0.0019	0.0127	59	-0.1453	0.1590
28	-0.0156	0.0268	60	-0.1459	0.1597
29	-0.0281	0.0395	61	-0.1517	0.1655
30	-0.0395	0.0511			
31	-0.0498	0.0616			
32	-0.0591	0.0712			

Apéndice E.

Matriz de ganancia inversa del proceso suprimida (kips) con $CH = 3$, $PH = 86$, $T = 0,5$ min y $\lambda^2 = 1,31$.

1	0	0	0	33	0.0045	0.0083	-0.0061	65	-0.0068	0.0056	0.0095
2	0.0208	-0.0114	-0.0095	34	0.0093	-0.0034	9.2086e-04	66	-0.0041	-3.7252e-04	0.0127
3	0.0229	0.0039	-0.0270	35	0.0029	0.0081	-0.0041	67	-0.0070	0.0055	0.0098
4	0.0494	-0.0165	-0.0331	36	0.0076	-0.0031	0.0025	68	-0.0044	-2.4709e-04	0.0129
5	0.0485	0.0077	-0.0564	37	0.0016	0.0079	-0.0023	69	-0.0072	0.0054	0.0101
6	0.0628	-0.0115	-0.0511	38	0.0061	-0.0029	0.0040	70	-0.0046	-1.2708e-04	0.0130
7	0.0532	0.0104	-0.0631	39	3.3930e-04	0.0077	-7.6425e-04	71	-0.0073	0.0053	0.0104
8	0.0614	-0.0091	-0.0514	40	0.0047	-0.0026	0.0053	72	-0.0049	-1.2239e-05	0.0132
9	0.0493	0.0111	-0.0592	41	-7.3697e-04	0.0075	6.4584e-04	73	-0.0075	0.0052	0.0106
10	0.0557	-0.0081	-0.0460	42	0.0035	-0.0024	0.0064	74	-0.0051	9.7678e-05	0.0133
11	0.0434	0.0111	-0.0525	43	-0.0017	0.0073	0.0019	75	-0.0076	0.0050	0.0108
12	0.0494	-0.0074	-0.0395	44	0.0024	-0.0022	0.0073	76	-0.0053	2.0289e-04	0.0134
13	0.0376	0.0109	-0.0457	45	-0.0025	0.0071	0.0030	77	-0.0077	0.0049	0.0110
14	0.0434	-0.0069	-0.0333	46	0.0015	-0.0020	0.0082	78	-0.0055	3.0361e-04	0.0135
15	0.0322	0.0106	-0.0394	47	-0.0032	0.0069	0.0040	79	-0.0077	0.0049	0.0112
16	0.0380	-0.0065	-0.0278	48	6.0960e-04	-0.0018	0.0090	80	-0.0056	4.0005e-04	0.0136
17	0.0274	0.0103	-0.0338	49	-0.0039	0.0068	0.0049	81	-0.0078	0.0048	0.0114
18	0.0331	-0.0061	-0.0228	50	-1.6548e-04	-0.0016	0.0096	82	-0.0058	4.9239e-04	0.0137
19	0.0232	0.0101	-0.0288	51	-0.0045	0.0066	0.0057	83	-0.0078	0.0047	0.0115
20	0.0288	-0.0057	-0.0184	52	-8.5925e-04	-0.0014	0.0102	84	-0.0059	5.8081e-04	0.0137
21	0.0195	0.0098	-0.0243	53	-0.0050	0.0064	0.0065	85	-0.0079	0.0046	0.0117
22	0.0250	-0.0053	-0.0145	54	-0.0015	-0.0013	0.0107	86	-0.0060	6.6550e-04	0.0138
23	0.0161	0.0095	-0.0203	55	-0.0054	0.0063	0.0071	87	-0.0079	0.0045	0.0118
24	0.0216	-0.0049	-0.0111	56	-0.0020	-0.0011	0.0112	88	-0.0061	7.4661e-04	0.0138
25	0.0132	0.0093	-0.0168	57	-0.0058	0.0061	0.0077	89	-0.0073	0.0041	0.0116
26	0.0185	-0.0046	-0.0081	58	-0.0025	-9.3396e-04	0.0116	90	-0.0078	0.0022	0.0140
27	0.0106	0.0090	-0.0136	59	-0.0061	0.0060	0.0082				
28	0.0158	-0.0043	-0.0054	60	-0.0030	-7.8404e-04	0.0119				
29	0.0083	0.0088	-0.0108	61	-0.0064	0.0059	0.0087				
30	0.0134	-0.0040	-0.0030	62	-0.0034	-6.4071e-04	0.0122				
31	0.0063	0.0086	-0.0083	63	-0.0066	0.0057	0.0091				
32	0.0113	-0.0037	-9.2531e-04	64	-0.0038	-5.0363e-04	0.0125				