



---

***Flexible A.C. Transmission Systems (FACTS):  
Modelos para el análisis de flujos de carga***

***Lisdney Andrea Alvarez Martinez  
Cindy Paola Niño Parra***

***Universidad Industrial de Santander  
Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas  
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de  
Telecomunicaciones  
Bucaramanga  
2011***

***Flexible A.C. Transmission Systems (FACTS):  
Modelos para el análisis de flujos de carga***

***Lisdney Andrea Alvarez Martinez  
Cindy Paola Niño Parra***

***Trabajo de Grado presentado para obtener el título de  
Ingeniero Electricista***

***Director:***

***Dr. Johann Farith Petit Suárez***

***Codirector:***

***Dr. Gilberto Carrillo Caicedo  
Ing. Iván David Serna Suárez  
Ing. Maria Alejandra Mantilla Villalobos***

***Universidad Industrial de Santander  
Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas  
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de  
Telecomunicaciones  
Bucaramanga  
2011***

## ***Dedicatoria***

*A Dios, mis padres, mi hermana  
y mis abuelitos Juan y Zoraida, que son  
lo más importante y valioso en mi vida.*

*Lisdney Andrea*

## ***Dedicatoria***

*A Dios fuente suprema de toda sabiduría y a la Santísima Virgen María,  
Mis padres,  
Hermanos  
Y a la vida*

**CINDY**

## **Agradecimientos**

*En primer lugar agradezco a Dios por darme la oportunidad de vivir y contar con una familia maravillosa, quienes con su amor incondicional son mi soporte en momentos difíciles.*

*A mis padres que son la luz que guía mi sendero y el pilar que me sostiene en todo momento, a mi hermanita quien siempre tiene la forma de transmitirme seguridad mediante la objetividad de sus argumentos, a ustedes le debo todo lo que soy y lo que he logrado, son las personas a quienes admiro y amo demasiado.*

*Al Dr. Johann Farith Petit por su gran ayuda y orientación en el desarrollo y presentación de este trabajo de grado. Al Dr. Gilberto Carrillo Caicedo por los consejos, instrucción, apoyo y ayuda brindada. A los ingenieros Iván David Serna Suárez y María Alejandra Mantilla Villalobos, por su disposición y guía en la solución de dudas e inquietudes que se me presentaron en este proceso.*

*A la Universidad Industrial de Santander y su Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones por su formación en ésta hermosa profesión.*

*A todos los profesores que hicieron parte de mi formación como ingeniera ya que de cada uno guardo valiosas enseñanzas.*

*A mis compañeros y amigos por su comprensión, ayuda y consejos especialmente en momentos difíciles, muchas gracias por estar pendientes y dispuestos a escucharme y ayudarme... Adrián, Diana Castillo, Diana Jaimes, Camila, Liliana, Dora, Evelin, Claudia, Edgar.*

**Lisdney Andrea Alvarez Martinez**

## ***Agradecimientos***

*Quiero agradecer en primer lugar a Dios, quien me dio esa fuerza, sabiduría e inteligencia a lo largo de mi vida, especialmente para culminar esta hermosa carrera.*

*A mis padres que han sido pilares fundamentales en mi vida y de gran apoyo en todos estos años de estudio.*

*A mis hermanos que siempre estuvieron de forma incondicional, al resto de mi familia que siempre se preocupaban por mi bienestar y felicidad.*

*Quisiera agradecer a mi director Dr. Johann Petit, por su colaboración para terminar este proyecto, al Dr. Gilberto Carrillo, Iván Serna y María Alejandra Mantilla por su buena disposición para atender mis consultas.*

*A Andrea mi compañera de proyecto por su apoyo y paciencia cuando las cosas parecían no salir bien.*

*A Alder pues me acompañó con una voz de aliento, necesaria en muchos momentos donde tal vez la soledad entra en nuestra vida.*

*A mis amigos de la Escuela que fueron muchos. Pues a ellos les llevo los mejores momentos vividos en la universidad, en especial a Magaly y Martin quienes me ofrecieron su apoyo, amistad y tiempo cuando más lo necesite y de quiénes aprendí muchas cosas.*

*Finalmente, como no agradecer a mis profesores de clase por los conocimientos adquiridos, a la Universidad Industrial de Santander por permitirme ser una gran profesional.*

***Cindy Paola Niño Parra***

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	21
1. MARCO CONCEPTUAL .....	23
1.1 FACTS.....	23
1.2 FLUJOS DE CARGA .....	25
1.2.1 Introducción.....	25
1.2.2 Representación de un sistema de potencia.....	26
1.2.3 Balance de potencias en una barra .....	27
1.2.4 Transferencia de potencia entre dos barras .....	28
1.2.5 Balance de potencias en la barra k, considerando cargas, generadores y dispositivos especiales .....	30
1.2.6 Clasificación de las barras.....	31
1.2.7 Método de Newton Raphson .....	33
1.2.8 Newton Raphson aplicado a flujos de carga .....	35
2. MODELOS EN ESTADO ESTABLE DE LOS DIPOSITIVOS FACTS TIPO TCSC, STATCOM Y UPFC.....	41
2.1 COMPENSADOR SERIE CONTROLADO POR TIRISTORES ( <i>TCSC,</i> <i>Thyristor Controlled Series Compensator</i> ).....	41
2.1.1 Introducción.....	41
2.1.2 Funcionamiento del TCSC .....	42
2.1.3 Curva característica de la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo.....	50
2.1.4 Rangos de operación de la impedancia del TCSC .....	51
2.2 COMPENSADOR ESTÁTICO SÍNCRONO (STATCOM, STATic Synchronous COMpensator) .....	53

2.2.1	Introducción.....	53
2.2.2	Funcionamiento del STATCOM.....	54
2.3	CONTROLADOR UNIFICADO DE FLUJOS DE POTENCIA ( <i>UPFC: Unified Power Flow Controller</i> ).....	62
2.3.1	Estructura del UPFC.....	62
2.3.2	<i>Static Synchronous Series Compensator - SSSC</i> .....	64
2.3.3	Representación del UPFC en estado estable.....	69
2.4	RESUMEN.....	72
3.	FLUJO DE CARGA CONSIDERANDO DISPOSITIVOS FACTS.....	73
3.1	MODELADO DEL TCSC PARA FLUJOS DE CARGA .....	73
3.1.1	Modelo basado en la reactancia del TCSC .....	73
3.1.2	Modelo del TCSC de reactancia variable dependiente del ángulo de disparo.....	81
3.2	MODELADO DEL STATCOM PARA FLUJOS DE CARGA.....	86
3.3	MODELADO DE DISPOSITIVOS UPFC PARA FLUJOS DE POTENCIA .....	94
3.3.1	Inclusión del UPFC en el Jacobiano.....	94
3.3.2	Ecuaciones de potencia y derivadas parciales para el UPFC .....	101
3.4	RESUMEN.....	115
4.	ESTUDIO DE CASOS .....	117
4.1	INTRODUCCIÓN.....	117
4.2	SISTEMA DE PRUEBA .....	117
4.3	FLUJO DE CARGA CONVENCIONAL .....	121
4.3.1	Descripción del algoritmo .....	121
4.3.2	Solución de flujos de carga .....	123
4.4	FLUJOS DE CARGA INCLUYENDO DISPOSITIVOS FACTS.....	125

4.4.1 Flujos de carga incluyendo el TCSC .....	125
4.4.2 Inclusión del STATCOM al sistema IEEE de 14 barras.....	146
4.4.3 Flujos de carga incluyendo el UPFC .....	154
4.5 RESUMEN.....	165
5. CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES .....	169
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	174
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA .....	178
ANEXOS .....	180

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de Barras .....	33
Tabla 2. Modos de operación del TCSC .....	51
Tabla 3. Puntos críticos de funcionamiento en el TCSC .....	52
Tabla 4. Dispositivos FACTS .....	72
Tabla 5. Modelos de dispositivos FACTS .....	115
Tabla 6. Características de las líneas de transmisión.....	119
Tabla 7. Características de los elementos en paralelo .....	119
Tabla 8. Características de las barras .....	120
Tabla 9. Límites de Potencia Reactiva en los generadores .....	121
Tabla 10. Magnitudes y ángulos de fase de las tensiones en las barras .....	123
Tabla 11. Flujos de potencia en las líneas y/o ramas del sistema .....	124
Tabla 12. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema..	129
Tabla 13. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema .....	130
Tabla 14. Flujos de potencia en el sistema - comparación .....	131
Tabla 15. Verificación de resultados obtenidos para el sistema .....	132
Tabla 16. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema..	134
Tabla 17. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema .....	135
Tabla 18. Flujos de potencia en el sistema - comparación .....	136
Tabla 19. Verificación de resultados obtenidos para el sistema .....	137
Tabla 20. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema..	142
Tabla 21. Flujos de potencia y pérdidas del sistema .....	143
Tabla 22. Flujos de potencia en el sistema - comparación .....	144
Tabla 23. Solución de las variables de las barras del sistema con la inclusión del STATCOM (capacitivo) .....	149
Tabla 24. Potencia en las barras del sistema - comparación.....	150
Tabla 25. Solución de las variables de las barras del sistema sin inclusión del STATCOM. ....	151
Tabla 26. Solución de las variables de las barras del sistema con la inclusión del STATCOM (inductivo) .....	153

Tabla 27. Potencia en las barras del sistema - comparación.....	154
Tabla 28. Características del UPFC.....	156
Tabla 29. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema..	158
Tabla 30. Porcentaje de cambio en magnitudes y ángulos de la tensión en la barra de alimentación .....	158
Tabla 31. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema .....	159
Tabla 32. Flujos de potencia en el sistema - comparación .....	160
Tabla 33. Características del UPFC.....	160
Tabla 34. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema..	162
Tabla 35. Porcentaje de cambio en magnitudes y ángulos de la tensión en la barra de alimentación .....	162
Tabla 36. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema .....	163
Tabla 37. Flujos de potencia en el sistema - comparación .....	164
Tabla 38. Resumen simulaciones TCSC modo capacitivo .....	165
Tabla 39. Resumen simulaciones TCSC modo inductivo .....	165
Tabla 40. Resumen simulaciones STATCOM modo capacitivo.....	166
Tabla 41. Resumen simulaciones STATCOM modo inductivo .....	166
Tabla 42. Resumen simulaciones UPFC tres controles activados.....	167
Tabla 43. Resumen simulaciones UPFC dos controles activados .....	168

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Sistema de Potencia de dos Barras.....	29
Figura 2. Potencias Relacionadas a una barra k .....	30
Figura 3. Esquema básico del TCSC.....	42
Figura 4. Circuito equivalente del TCSC.....	42
Figura 5. Respuesta de estado estable de la corriente y tensión del TCR .....	44
Figura 6. Característica de la Reactancia del TCSC vs el ángulo de disparo del TCR .....	51
Figura 7. Esquema básico del STATCOM .....	53
Figura 8. Topología de un VSC de tres fases y dos niveles, construido a partir de IGBT's.....	55
Figura 9. Modulación por ancho de pulso para inversores monofásicos. ....	56
Figura 10. Modulación bipolar monofásica de puente completo. ....	57
Figura 11. Espectro de la señal de tensión de salida como la de la Figura 10 <sup>3</sup> .....	57
Figura 12. Diagrama simplificado de dos fuentes de tensión.....	59
Figura 13. Esquema básico del UPFC.....	62
Figura 14. Arquitectura básica del SSSC.....	64
Figura 15. Circuito equivalente del SSSC en una línea .....	64
Figura 16. Diagrama fasorial de las tensiones de las barras k y p.....	65
Figura 17. Aumento en la potencia transferida en una línea compensada con un SSSC .....	67
Figura 18. Cambio en la potencia transferida en una línea compensada con un SSSC .....	68
Figura 19. Circuito equivalente del UPFC a frecuencia fundamental.....	69
Figura 20. Modelo de reactancia variable del TCSC.....	74
Figura 21. Conexión del TCSC en la línea de transmisión .....	75
Figura 22. Estructura básica del TCSC.....	82
Figura 23. Conexión del TCSC en la línea de transmisión .....	83
Figura 24. Circuito equivalente del STATCOM en un sistema de potencia .....	86
Figura 25. Sistema IEEE de 14 barras.....	118

Figura 26. Proceso a seguir por el algoritmo general .....	122
Figura 27. Proceso iterativo de solución del sistema .....	122
Figura 28. Solución iterativa del sistema con la adición del TCSC .....	126
Figura 29. Sistema de potencia IEEE 14 incluyendo el TCSC.....	128
Figura 30. Sistema IEEE 14 con el TCSC modelo dependiente del ángulo de disparo .....	140
Figura 31. Comportamiento de la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo .....	141
Figura 32. Reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo del TCR..	144
Figura 33. Sistema de 14 barras con la inclusión del STATCOM .....	146

## RESUMEN

### TÍTULO:

Flexible A.C. Transmission Systems (*FACTS*): Modelos para el análisis de flujos de carga<sup>1</sup>

**AUTORES:** LISDNEY ANDREA ALVAREZ MARTINEZ<sup>2</sup>  
CINDY PAOLA NIÑO PARRA<sup>2</sup>

**PALABRAS CLAVE:** Sistemas de potencia, flujos de carga, *FACTS*, TCSC, STATCOM, UPFC, control de flujos de potencia, compensación de flujos de potencia.

**DESCRIPCIÓN:** En los sistemas eléctricos de potencia se presentan eventos que ocasionan la redistribución de los flujos de potencia que circulan por las líneas de transmisión, lo cual puede generar que el sistema opere en condiciones extremas, desgastando de forma acelerada la infraestructura existente y afectando negativamente la confiabilidad de la red. Lo anterior genera un aumento en los costos operativos, los cuales se reflejan en la tarifa aplicada al consumidor. Por medio de los Sistemas Flexibles de Transmisión de Corriente Alterna (*FACTS*) se otorga flexibilidad a los sistemas y se obtiene el control sobre los parámetros que gobiernan la transferencia de potencia.

Por medio de los dispositivos *FACTS* tipo serie como el TCSC y el SSSC (bloque constructivo del UPFC) se pueden controlar los flujos de potencia en las líneas de transmisión. Los dispositivos de conexión paralelo como el STATCOM permiten el control de la magnitud de la tensión de barra.

En el presente trabajo se estudia el comportamiento de los dispositivos *FACTS* tipo TCSC (*Thyristor Controlled Series Compensator*), STATCOM (*STATIC Synchronous COMPensator*) y UPFC (*Unified Power Flow Controller*) y en base a éste estudio se obtienen los modelos en estado estable de cada uno de los dispositivos, mediante los cuales se incluyen en el cálculo de flujos de carga a partir del método de Newton Raphson.

Luego de contar con los modelos en estado estable de los tres dispositivos se desarrollan algunos casos de estudio en los cuales se incluyen los *FACTS* tipo TCSC, STATCOM y UPFC en el cálculo de flujos de carga, y por medio de estos ejemplos se visualiza el efecto de la implementación de esta tecnología en los sistemas de potencia.

---

<sup>1</sup> Proyecto de Grado

<sup>2</sup> Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones. Director Dr. Johann Farith Petit Suárez. Codirector Dr. Gilberto Carrillo Caicedo, Ing. Iván David Serna Suárez, Ing. María Alejandra Mantilla Villalobos.

## SUMMARY

**TITLE:**

Flexible A.C. Transmission Systems (*FACTS*): Models for power flow analysis<sup>3</sup>

**AUTHORS:** LISDNEY ANDREA ALVAREZ MARTINEZ<sup>4</sup>  
CINDY PAOLA NIÑO PARRA<sup>4</sup>

**KEYWORDS:** Power Systems, Power flows, FACTS, TCSC, STATCOM, UPFC, Power flow control, Power flow compensation.

**DESCRIPTION:** In the power system events occur that cause the redistribution of power flows that circulate through the transmission lines, which can lead the system to operate in extreme conditions rapidly eroding the existing infrastructure and adversely affecting the reliability network. This generates an increase in operating costs, which are reflected in the tariff charged to consumers. The Flexible AC Transmission Systems (*FACTS*) give flexibility to the systems and obtains control over the parameters that govern the transfer of power.

Through the *FACTS* series devices like TCSC and SSSC (building block of the UPFC) can control power flows on transmission lines. Devices such as STATCOM with parallel connection allows control of the magnitude of the voltage bus.

This paper studies the behavior of the type *FACTS* devices TCSC (Thyristor Controlled Series Compensator), STATCOM (Static Synchronous Compensator) and UPFC (Unified Power Flow Controller) and based on this study are obtained the steady state models of each one of the devices by which are included in the calculation of load flows from Newton Raphson method.

Then that we have the steady-state models of the three devices, we develop some case studies which include the type *FACTS* TCSC, STATCOM and UPFC in load flow calculation, and through these examples will show the effect of the implementation of this technology in power systems.

---

<sup>3</sup> Degree project

<sup>4</sup> Physics Mechanical Engineering Faculty. Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering School. Advisor Dr. Johann Farith Petit Suárez. Subdirector Dr. Gilberto Carrillo Caicedo, Ing. Iván David Serna Suárez, Ing. María Alejandra Mantilla Villalobos.

## **OBJETIVO GENERAL**

Analizar y comparar modelos de dispositivos FACTS tipo TCSC (*Thyristor Controlled Series Compensator*), STATCOM (*STATIC Synchronous COMpensator*) y UPFC (*Unified Power Flow Controller*) para el estudio de flujos de carga en sistemas de potencia.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Describir modelos obtenidos mediante métodos de modelamiento en estado estable para los FACTS tipo TCSC (*Thyristor Controlled Series Compensator*), STATCOM (*STATIC Synchronous COMpensator*) y UPFC (*Unified Power Flow Controller*).
- Seleccionar un sistema de potencia de prueba simplificado, adecuado para realizar estudios eléctricos con los modelos estudiados para cada uno de los tipos de dispositivos FACTS seleccionados.
- Realizar estudios de flujos de carga incluyendo los dispositivos FACTS seleccionados.
- Realizar un análisis comparativo de ventajas y desventajas presentadas por los modelos descritos en el transcurso del proyecto.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad los sistemas eléctricos de potencia se encuentran extendiéndose constantemente debido al crecimiento en la demanda del servicio de energía eléctrica y al surgimiento de interconexiones de sistemas eléctricos de potencia entre compañías prestadoras de servicio eléctrico a nivel nacional e internacional. El cubrimiento de la demanda y la creación de nuevas interconexiones requieren flexibilidad y control en los parámetros de las líneas de transmisión ante cambios y contingencias.

Con el fin de aumentar la flexibilidad y el control en las líneas de transmisión y gracias a los avances tecnológicos en la electrónica de potencia se desarrolla el concepto FACTS (*Flexible A.C Transmission Systems*) buscando aprovechar al máximo la infraestructura existente de transmisión de energía eléctrica. Por medio de los dispositivos FACTS se pueden incrementar los flujos de potencia, y desarrollar un mejor control de los parámetros que gobiernan la operación del sistema modificándolos de manera flexible [1], lo cual representa una ventaja frente a métodos convencionales de compensación (transformadores con tomas, bancos de condensadores, entre otros) ya que gracias a sus características de construcción<sup>5</sup>brindan mayor controlabilidad de los parámetros del sistema [1].

En el entorno de la implementación de los dispositivos FACTS para la compensación y control de flujos de potencia, las aplicaciones básicas de estos dispositivos son: control de flujo de potencia activa y reactiva, control de tensión de barra, compensación de potencia activa y reactiva.

---

<sup>5</sup>Están compuestos por tiristores o dispositivos semiconductores con rápida capacidad de conmutación.

Por medio del presente trabajo, se seleccionan tres dispositivos FACTS para los cuales se obtienen los modelos en estado estable, y luego a partir de éstos, implementar dichos dispositivos en el cálculo de flujos de carga convencional por medio del método de Newton Raphson. La selección de los dispositivos a estudiar se realiza con el fin de considerar los tres tipos de configuraciones según su conexión a la red eléctrica que son: serie, paralelo y serie-paralelo o unificado. Los dispositivos seleccionados son: TCSC (*Thyristor Controlled Series Compensator*), STATCOM (*STATIC Synchronous COMPensator*) y UPFC (*Unified Power Flow Controller*).

Ya que con los dispositivos de conexión serie se logra la compensación y control de los flujos de potencia en líneas de transmisión, y los de conexión paralelo permiten el control de la tensión en una barra, con los dispositivos seleccionados se cubre el estudio de todas las habilidades de compensación y control en estado estable, la cuales se pueden manejar de forma simultánea o selectivamente de acuerdo al dispositivo empleado.

Luego de contar con los modelos en estado estable e incluirlos en el algoritmo de Newton Raphson, se selecciona un sistema de prueba para cálculo de flujos de carga, en el cual se instalan los dispositivos y se presentan unos casos de estudio por medio de los cuales se pueda evaluar los efectos de introducir la tecnología FACTS en un sistema de potencia.

Finalmente, se resalta que para este trabajo se ha tomado como documento base de referencia, el libro del Dr. Enrique Acha, titulado "FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks" [3]; se realizaron pruebas con los algoritmos propuestos y posteriormente se implementaron las respectivas adecuaciones a cada uno de los códigos a fin de adaptarlos a las necesidades del presente trabajo.

# 1. MARCO CONCEPTUAL

## 1.1 FACTS

Los FACTS son el avance tecnológico en electrónica de potencia desarrollado para aumentar la flexibilidad y control en las líneas de transmisión. Por medio de esta tecnología se busca aprovechar al máximo la infraestructura existente de transmisión de energía eléctrica con el fin de permitir el incremento de la potencia transmitida y una rápida respuesta frente a expansiones y aumento de la carga sin necesidad de transformar físicamente el sistema de potencia (instalación de nuevas estructuras y líneas de transmisión).

Los sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna (FACTS) hacen parte de los recientes desarrollos tecnológicos en sistemas de potencia eléctrica. El concepto de FACTS fue propuesto por primera vez por el Dr. Narain G. Hingorani en 1985. Dispositivos como el STATCOM, el TCSC y el UPFC los cuales serán analizados en este proyecto, son empleados en el control de la tensión de barra y el flujo de potencia a través de las líneas de transmisión.

Algunas de las aplicaciones de los dispositivos FACTS son:

- Control del flujo de potencia
- Aumento de la capacidad de transmisión
- Control de tensión
- Compensación de potencia reactiva
- Mejora de la estabilidad
- Mejora en la calidad de energía

La tecnología FACTS presenta ventajas frente a métodos convencionales de compensación (transformadores con tomas, bancos de condensadores, entre otros), en términos de versatilidad y controlabilidad de los parámetros del sistema [1].

Estos dispositivos se instalan con el fin de corregir problemas de operación en sistemas de transmisión, por medio de acciones correctivas, como se presenta a continuación:

- *TCSC (Thyristor Controlled Series Compensator)*: son controladores en serie que corrigen problemas de límites de tensión, límites térmicos, estabilidad transitoria, amortiguación de oscilaciones y limitación de corrientes de falla.
- *STATCOM (STATic Synchronous COMPensator)*: son controladores en paralelo (shunt) los cuales corrigen problemas de límites de tensión, estabilidad de tensión en régimen permanente y control de tensión pos-contingencia por medio del suministro y soporte de potencia reactiva y control de tensión.
- *UPFC (Unified power flow controller)*: es un controlador unificado o serie-paralelo que resuelve problemas de límites térmicos, bucles de flujo, estabilidad transitoria, estabilidad permanente, control de tensión pos-contingencia, niveles de cortocircuito, control de tensión, compensación de reactivos, amortiguamiento de oscilaciones transitorias y limitación de corrientes de falla [2].

## 1.2 FLUJOS DE CARGA

### 1.2.1 Introducción

La solución eléctrica de una red balanceada y en estado estable para un conjunto particular de cargas y potencias generadas se desarrolla con el fin de obtener los flujos de carga en el sistema. El cálculo de los flujos de carga se realiza empleando ecuaciones no lineales debido al uso de potencias como datos de entrada y/o salida.

La obtención de los flujos de carga es de gran importancia en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas de potencia así como en la planificación y diseño de la expansión futura de los mismos a fin de suplir las necesidades de suministro del sector.

Mediante los flujos de carga se obtiene principalmente la siguiente información:

- Magnitud y ángulo de fase de las tensiones en cada barra.
- Potencias real (MW) y reactiva (MVA<sub>r</sub>) que fluyen en cada una de las ramas del sistema.

Adicionalmente, de un flujo de carga se puede obtener información acerca de:

- Posición óptima y rango de las tomas de los transformadores.
- Efectos de los cambios de las tensiones en las barras y/o de la inyección de corrientes al sistema.
- Efectos debido a los cambios de tamaño de los conductores o a los cambios de los circuitos.
- Efecto de la entrada o salida de cargas y/o generadores.
- Pérdidas del sistema [3].

### 1.2.2 Representación de un sistema de potencia

Un sistema de potencia puede ser representado por un sistema de ecuaciones nodales de la forma indicada en **(1)**.

$$[I] = [Y] * [V] \quad (1)$$

Donde,  $Y$  es la matriz de admitancias del sistema y suele representar la parte pasiva de la red la cual está compuesta por transformadores y líneas de transmisión. Con respecto a la parte activa, como los generadores o fuentes, éstos se incluyen en la ecuación **(1)** en la parte de la corriente neta inyectada en los nodos.

Una vez conocidas las corrientes y las admitancias, la ecuación **(1)** tiene la siguiente solución para las funciones del sistema.

$$[V] = [Y]^{-1} [I] \quad (2)$$

Si las corrientes son inversamente proporcional a las tensiones (Modelo de carga de potencia constante), la ecuación **(2)** pasa a ser no lineal y su solución requiere de métodos especiales como lo es el método de Newton Raphson, justamente éste es el caso que se da en los sistemas de potencia y a continuación se introducen los conceptos para resolver dicha ecuación.

### 1.2.3 Balance de potencias en una barra

#### **Potencias Calculadas en las Barras**

De la ecuación (1), se puede establecer la corriente neta que es inyectada a un nodo  $k$ .

$$I_k = V_k Y_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_m Y_{km} \quad (3)$$

Generalizando la ecuación anterior, la potencia compleja para una barra  $k$  se puede obtener mediante la siguiente expresión,

$$S_k = V_k I_k^* = P_k + jQ_k = |V_k|^2 Y_{kk}^* + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_k V_m^* Y_{km}^* \quad (4)$$

Para,  $n$ =número de barras conectadas a la barra  $k$ .

Por lo tanto, las potencias activa y reactiva entregadas a la barra  $k$  se definen como,

$$\begin{aligned} P_k &= \text{Re}\{S_k\} = \text{Re}\left\{ |V_k|^2 Y_{kk}^* + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_k V_m^* Y_{km}^* \right\} \\ &= |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k V_m Y_{km}| \text{Cos}(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q_k &= \text{Im}\{S_k\} = \text{Im}\left\{ |V_k|^2 Y_{kk}^* + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_k V_m^* Y_{km}^* \right\} \\ &= -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k V_m Y_{km}| \text{Sin}(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \end{aligned} \quad (6)$$

Donde,

$$V_k = |V_k| \angle \theta_k \quad (7)$$

$$V_m = |V_m| \angle \theta_m \quad (8)$$

$$Y = G + jB = |Y| \angle \delta \quad (9)$$

Por medio de las ecuaciones (5) y (6) se obtienen las potencias activa y reactiva netas inyectadas a la barra k.

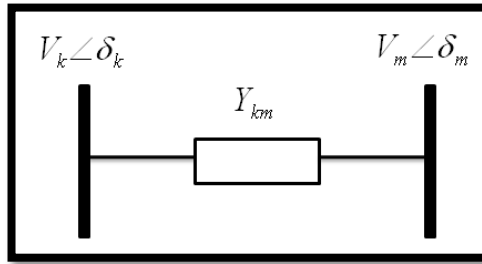
A continuación, se obtienen las expresiones para las potencias calculadas entre un par de barras. Estas expresiones juegan un papel importante más adelante en el desarrollo de las ecuaciones para el análisis de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson.

#### 1.2.4 Transferencia de potencia entre dos barras

Para calcular las potencias activa y reactiva transferida entre las barras  $k$  y  $m$  como las mostradas en la **Figura 1**, se recurre a la ecuación (4) fijando el valor de  $n$  a 1, esto es:

$$S_k = |V_k|^2 Y_{kk}^* + V_k V_m^* Y_{km}^* = S_{k-m} \quad (10)$$

**Figura 1. Sistema de Potencia de dos Barras**



A partir de (7), (8), (9) y (10) se tiene que,

$$S_{k-m} = |V_k|^2 (G_{kk} - jB_{kk}) + (|V_k| \angle \theta_k) (|V_m| \angle -\theta_m) (G_{km} - jB_{km}) \quad (11)$$

$$P_{k-m} = |V_k|^2 G_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (12)$$

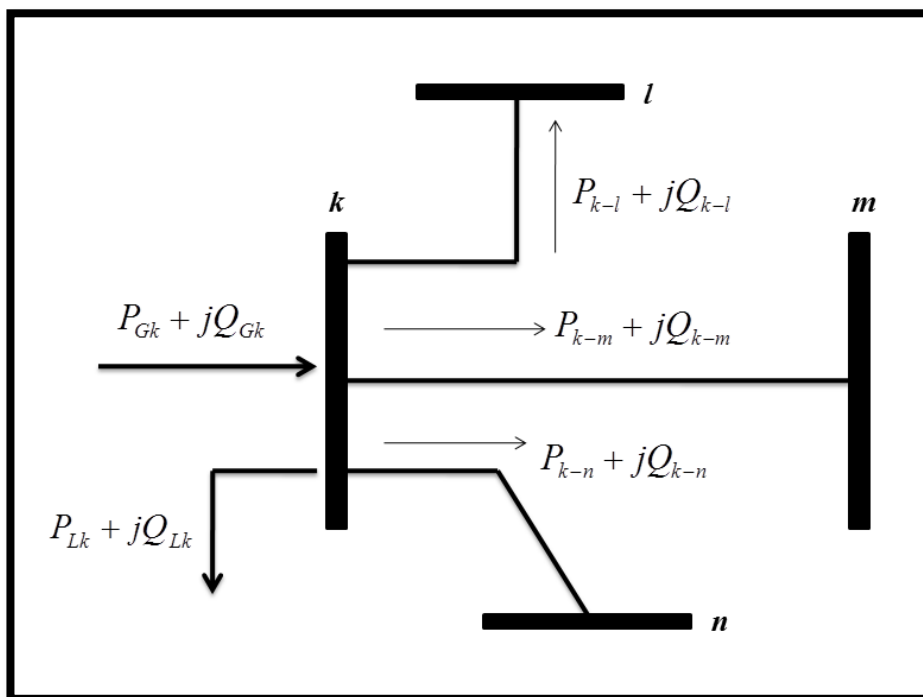
$$Q_{k-m} = -|V_k|^2 B_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (13)$$

Donde,  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$

### 1.2.5 Balance de potencias en la barra k, considerando cargas, generadores y dispositivos especiales

Tomando como ejemplo una barra k de un sistema de potencia eléctrico cualquiera, las potencias que se inyectan, extraen y se transfieren de la barra se pueden representar como se observa en la **Figura 2**,

**Figura 2. Potencias Relacionadas a una barra k**



En este caso, tal como se muestra en la **Figura 2**, la potencia neta inyectada al nodo k es afectada por la potencia generada y consumida en dicha barra modificando las ecuaciones obtenidas anteriormente de la siguiente manera:

$$S_k = S_{Gk} - S_{Lk} = |V_k|^2 Y_{kk}^* + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_k V_m^* Y_{km}^* \quad (14)$$

Donde,

$P_{Gk} + jQ_{Gk}$ , corresponden a las potencias activa y reactiva generadas en la barra, y generalmente su valor es conocido, pero no siempre.

$P_{Lk} + jQ_{Lk}$ , corresponden a las potencias activa y reactiva de carga en la barra, y por lo general su valor es conocido.

Dado que las tensiones suelen ser desconocidas y las potencias generadas y las cargas suelen tener valores conocidos, el término izquierdo de la ecuación (14) suele llamarse potencia programada ( $S_{prog}$ ) y el de la parte derecha potencia calculada ( $S_{calc}$ ), es decir:

$$S_{prog} = S_{Gk} - S_{Lk} \quad (15)$$

$$S_{calc} = |V_k|^2 Y_{kk}^* + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n V_k V_m^* Y_{km}^* \quad (16)$$

En ese sentido, la resta de  $S_{prog}$  con  $S_{calc}$  debe ser igual a cero para los valores de tensiones que dan solución al sistema eléctrico de potencia [3].

### 1.2.6 Clasificación de las barras

Las barras en un sistema de potencia se clasifican de acuerdo con las variables especificadas:

- **Barra de Carga PQ:** No hay generadores conectados a la barra, por lo tanto  $P_G$  y  $Q_G$  son cero. Además, las potencias activa y reactiva requeridas por la carga se conocen a partir de mediciones disponibles.

En este tipo de barras las potencias activa y reactiva netas son especificadas o conocidas, y la magnitud  $|V|$  y  $\theta$  el ángulo de fase de la tensión de barra deben ser calculados.

- **Barra Generadora PV:** Una fuente generadora está conectada a la barra. La magnitud  $|V|$  de la tensión de la barra es mantenida como un valor constante<sup>6</sup>. Por otra parte, la potencia activa generada  $P_G$  también se establece a un valor específico. Las otras cantidades  $\theta$  y  $Q_G$  deben ser calculadas. La operación a tensión constante es posible únicamente si no se sobrepasan los límites designados para la potencia reactiva del generador, esto es,  $Q_{Gmin} < Q_G < Q_{Gmax}$ .
- **Barra Generadora PQ:** Si el generador no puede proporcionar la potencia reactiva de apoyo necesaria para restringir la magnitud de la tensión a un valor específico, la potencia reactiva se fija en el límite violado y la magnitud de la tensión se libera. En este caso, las potencias activa  $P_G$  y reactiva  $Q_G$  generadas son especificadas, y la magnitud  $|V|$  y  $\theta$  el ángulo de fase de la tensión de barra deben ser calculados.
- **Barra Slack o Referencia:** Una de las barras generadoras es seleccionada para ser la barra Slack donde la magnitud de la tensión  $|V_{slack}|$  y el ángulo de fase  $\theta_{slack}$  son especificados. Sólo hay una barra slack en el sistema de potencia y la función del generador slack es producir la suficiente potencia para proveer a cualquier carga del sistema no satisfecha y para las pérdidas del sistema, que no se conocen de antemano. El ángulo de fase de la tensión de la barra slack  $\theta_{slack}$  es seleccionado como referencia contra el cual todos los demás ángulos de fase de las tensiones en el sistema son medidos. Es normal fijar este valor a cero [3] [4].

---

<sup>6</sup>Por ejemplo en el caso de generadores síncronos por medio del ajuste de la corriente de campo.

A continuación se ilustra una tabla donde se exponen las variables conocidas y desconocidas en cada uno de los tipos de barras expuestas anteriormente.

**Tabla 1. Clasificación de Barras**

<b>Tipo de Barra</b>	<b>Variables Conocidas</b>	<b>Variables Desconocidas</b>
Slack ó Compensación	<b> V  y <math>\theta</math></b>	<b>P y Q</b>
Carga	<b>P y Q</b>	<b> V  y <math>\theta</math></b>
Generadora PQ	<b>P y Q</b>	<b> V  y <math>\theta</math></b>
Generadora PV	<b>P y  V </b>	<b><math>\theta</math> y Q</b>

### 1.2.7 Método de Newton Raphson

En estudios de flujos de carga a gran escala, el método de Newton Raphson ha demostrado ser más exitoso debido a sus fuertes características de convergencia en la solución de ecuaciones no lineales y por tal razón será utilizado en esta tesis.

La esencia del método consiste en determinar el vector de variables de estado **X**, por medio de una expansión en series de Taylor de **F(X)** con respecto a un valor inicial **X<sup>(0)</sup>**, y encontrar el valor de **X** que hace que la función **F(X)=0**.

En términos generales una función F(X) puede expresarse según la serie de Taylor como sigue:

$$F(X) = F(X^{(0)}) + J(X^{(0)})(X^{(1)} - X^{(0)}) + \text{términos de orden superior} \quad (17)$$

Donde,

$J(X^{(0)})$  es la matriz de derivadas parciales de primer orden de **F(X)** con respecto a **X**, denominada Jacobiano, evaluado para  $X = X^{(0)}$ .

Esta expansión puede acotarse despreciando los términos de orden superior cuando  $\mathbf{X}^{(1)}$ , que es el valor calculado por el algoritmo en la iteración 1 está lo suficientemente cerca de la estimación inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$ . Por lo tanto, a partir de (17) se tiene:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}^{(1)}) \\ f_2(\mathbf{X}^{(1)}) \\ \dots \\ f_n(\mathbf{X}^{(1)}) \end{bmatrix}}_{F(\mathbf{X}^{(1)})} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}^{(0)}) \\ f_2(\mathbf{X}^{(0)}) \\ \dots \\ f_n(\mathbf{X}^{(0)}) \end{bmatrix}}_{F(\mathbf{X}^{(0)})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_n} \end{bmatrix}}_{J(\mathbf{X}^{(0)})} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^{(0)}} \underbrace{\begin{bmatrix} X_1^{(1)} - X_1^{(0)} \\ X_2^{(1)} - X_2^{(0)} \\ \dots \\ X_n^{(1)} - X_n^{(0)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}^{(1)} - \mathbf{X}^{(0)}} \quad (18)$$

En forma compacta, y generalizando la expresión anterior para el caso de la iteración ( $i$ ), se tiene:

$$F(\mathbf{X}^{(i)}) \approx F(\mathbf{X}^{(i-1)}) + J(\mathbf{X}^{(i-1)}) (\mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i-1)}) \quad (19)$$

Donde  $i=1, 2, 3, \dots$

Por otra parte, si se asume que  $\mathbf{X}^{(i)}$  está lo suficientemente cerca de la solución  $\mathbf{X}^{(*)}$  que hace que  $\mathbf{F}(\mathbf{X})=\mathbf{0}$  se tiene que:

$$F(\mathbf{X}^{(i-1)}) + J(\mathbf{X}^{(i-1)}) (\mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i-1)}) = 0 \quad (20)$$

Y resolviendo para  $\mathbf{X}^{(i)}$  se llega a la expresión (21),

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i-1)} - J^{-1}(\mathbf{X}^{(i-1)}) F(\mathbf{X}^{(i-1)}) \quad (21)$$

La solución iterativa puede ser expresada en función del vector de correcciones, o dicho de otra manera, un vector de diferencias de los valores de las variables de estado como se indica en la siguiente expresión,

$$\Delta X^{(i)} = -J^{-1}(X^{(i-1)})F(X^{(i-1)}) \quad (22)$$

Los cálculos se repiten las veces que sea necesario utilizando el último valor actualizado de  $\mathbf{X}$  en la ecuación (21). Esto se hace hasta que los errores en ( $\Delta\mathbf{X}$ ) se encuentren dentro de una pequeña tolerancia prescrita [3].

### 1.2.8 Newton Raphson aplicado a flujos de carga

Con el fin de aplicar el método de Newton Raphson al problema de flujos de carga, las ecuaciones pertinentes deben expresarse en la forma de la ecuación (22). En este caso la función  $\mathbf{F}(\mathbf{X})=0$  representa a la diferencia entre  $\mathbf{S}_{prog}$  y  $\mathbf{S}_{calc}$  que de ahora en adelante se llamará  $\Delta\mathbf{S}$ , que a su vez es igual a  $\Delta\mathbf{S}=\Delta\mathbf{P}+j\Delta\mathbf{Q}$ . Las ecuaciones de diferencias o deltas de potencia  $\Delta\mathbf{P}$  y  $\Delta\mathbf{Q}$  se expanden alrededor de un punto base  $(\theta^{(0)}, V^{(0)})$  y, por lo tanto, el algoritmo de flujo de potencia de Newton Raphson se expresa por medio de la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}_{F(X^{(i-1)})} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial |V|} |V| \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial |V|} |V| \end{bmatrix}}_{J(X^{(i-1)})} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix}}_{\Delta X^{(i)}} \quad (23)$$

Debe señalarse que los términos de corrección  $\Delta \mathbf{V}$  son divididos por  $|\mathbf{V}|$  para compensar el hecho de que los términos del Jacobiano  $\frac{\partial P}{\partial |\mathbf{V}|}|\mathbf{V}|$  y  $\frac{\partial Q}{\partial |\mathbf{V}|}|\mathbf{V}|$  están multiplicados por  $|\mathbf{V}|$ . Este artificio produce simplificaciones en la representación del Jacobiano.

A continuación se muestran las ecuaciones que conforman el Jacobiano de un sistema de potencia.

Para  $k \neq m$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial P_{k-m}}{\partial \theta_m} \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \right] \quad (24) \\ &= |V_k| |V_m| [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| &= \frac{\partial P_{k-m}}{\partial |V_m|} |V_m| \\ &= \frac{\partial}{\partial |V_m|} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \right] * |V_m| \quad (25) \\ &= |V_k| |V_m| [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial Q_{k-m}}{\partial \theta_m} \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + |V_k| \|V_m\| [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \right] \\
&= |V_k| \|V_m\| [-G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\
&= -\frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m|
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| &= \frac{\partial Q_{k-m}}{\partial |V_m|} |V_m| \\
&= \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + |V_k| \|V_m\| [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \right] * |V_m| \\
&= |V_k| \|V_m\| [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\
&= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m}
\end{aligned} \tag{27}$$

Para  $k=m$ ,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \theta_k} \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| \|V_m\| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \right] \\
&= -\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| \|V_m\| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\
&= -Q_k^{cal} - |V_k|^2 B_{kk}
\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial |V_k|} |V_k| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_k|} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \right] * |V_k| \\
&= 2|V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\
&= P_k^{cal} + V_k^2 G_{kk}
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \theta_k} \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \right] \\
&= \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\
&= P_k^{cal} - |V_k|^2 G_{kk}
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial |V_k|} |V_k| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_k|} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \right] * |V_k| \\
&= -2|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\
&= Q_k^{cal} - |V_k|^2 B_{kk}
\end{aligned} \tag{31}$$

Luego de que las magnitudes y los ángulos de fase de las tensiones han sido calculadas por medio de iteraciones, los flujos de potencia activa y reactiva a través del sistema de transmisión se determinan por medio de las ecuaciones (12) y (13).

Un punto importante para tener en cuenta es que las ecuaciones de diferencias o deltas de potencia  $\Delta P$  y  $\Delta Q$  de la barra “slack” no se incluyen en la ecuación (23) y las variables desconocidas  $P_{slack}$  y  $Q_{slack}$  son calculadas luego de que los flujos de potencia y las pérdidas del sistema hayan sido determinados. También,  $Q_G$  en las barras PV es calculada en cada iteración con el fin de revisar si los generadores están dentro de los límites de potencia reactiva. Sin embargo, las ecuaciones de los desequilibrios de potencia reactiva  $\Delta Q$  de estas barras no se incluyen en la ecuación (23).

### ***Revisión de Límites en las Barras de Tensión Controlada o Barras PV***

A pesar de que la ecuación de diferencias de potencia reactiva  $\Delta Q$  de la barra PV no se requiere en la ecuación (23), la solución de la ecuación (13) para la barra PV se lleva a cabo en cada iteración con el fin de evaluar si la potencia reactiva  $Q^{kcal}$  está o no entre los límites de potencia reactiva del generador:

$$Q_{Gmin} < Q_G < Q_{Gmax}$$

Si se presenta alguna de las siguientes condiciones durante el proceso iterativo:

$$\left. \begin{array}{l} Q_k^{cal} \geq Q_{Gmax\ k} , \\ Q_k^{cal} \leq Q_{Gmin\ k} , \end{array} \right\}$$

La barra  $k$  se convierte en una barra PQ generadora con cualquiera de las siguientes ecuaciones de desequilibrios de potencia incorporadas en la ecuación (23).

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_k &= Q_{G \max k} - Q_{Lk} - Q_k^{cal} \\ \Delta Q_k &= Q_{G \min k} - Q_{Lk} - Q_k^{cal} \end{aligned} \right\}$$

Dependiendo del límite violado, la magnitud del voltaje nodal en la barra  $k$  empezará a variar y  $\mathbf{V}_k$  se convertirá en una variable de estado [3].

## 2. MODELOS EN ESTADO ESTABLE DE LOS DIPOSITIVOS FACTS TIPO TCSC, STATCOM Y UPFC

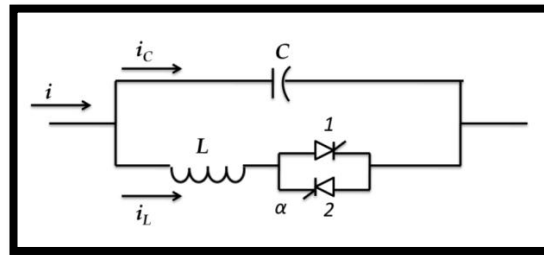
En el presente capítulo se analiza el comportamiento de los dispositivos FACTS tipo TCSC, STATCOM y UPFC en estado estable, con el fin de hallar los modelos mediante los cuales se representan estos dispositivos para incluirlos en el desarrollo de flujos de carga.

### 2.1 COMPENSADOR SERIE CONTROLADO POR TIRISTORES (*TCSC, Thyristor Controlled Series Compensator*)

#### 2.1.1 Introducción

El TCSC es un dispositivo de compensación y control para sistemas eléctricos de potencia, cuya construcción se basa en la electrónica de potencia y es de conexión en serie. Este dispositivo permite obtener un ajuste rápido y continuo de la impedancia en una línea de transmisión y su estructura básica consta de un banco de condensadores el cual se encuentra conectado en paralelo a un reactor controlado por tiristores (*TCR, Thyristor Controlled Reactor*). La reactancia del banco de condensadores es fija, su valor se puede ajustar conectando varios bancos de condensadores en serie y/o paralelo, sin embargo el valor de la reactancia capacitiva del TCSC obtenida se mantendrá fija. El esquema básico del TCSC se ilustra en la **Figura 3** [5].

**Figura 3. Esquema básico del TCSC**



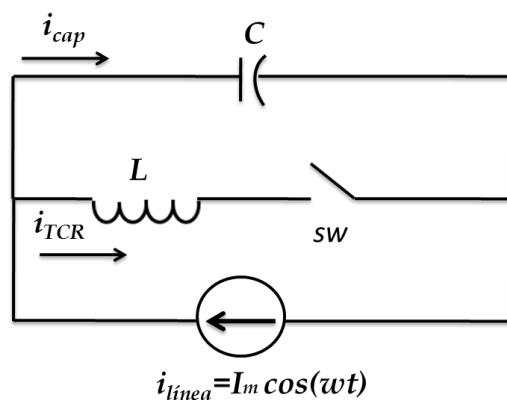
### 2.1.2 Funcionamiento del TCSC

La idea básica detrás de la configuración del TCSC consiste en ajustar el valor de la capacitancia efectiva del banco de condensadores por medio del TCR. Operando a la frecuencia fundamental del sistema, el TCR se comporta como una reactancia variable controlada por el ángulo de disparo de los tiristores, por lo tanto, la reactancia del TCSC en estado estable es la de un circuito LC, compuesto por una reactancia capacitiva fija  $X_C$  y una reactancia inductiva variable  $X_L(\alpha)$ .

### Reactancia del TCSC dependiente del ángulo de disparo [6], [7]

Para este análisis se tiene en cuenta el circuito equivalente del TCSC en la **Figura 4**,

**Figura 4. Circuito equivalente del TCSC**



Para el circuito de la **Figura 4**, la reactancia equivalente a frecuencia fundamental del TCSC está dada por:

$$X_{TCSC(1)} = \frac{-jX_C (I_{line(1)} - I_{TCR(1)})}{I_{line(1)}} \quad (32)$$

Donde,  $I_{line(1)}$  e  $I_{TCR(1)}$  son la corriente de línea y del TCR a frecuencia fundamental, respectivamente.

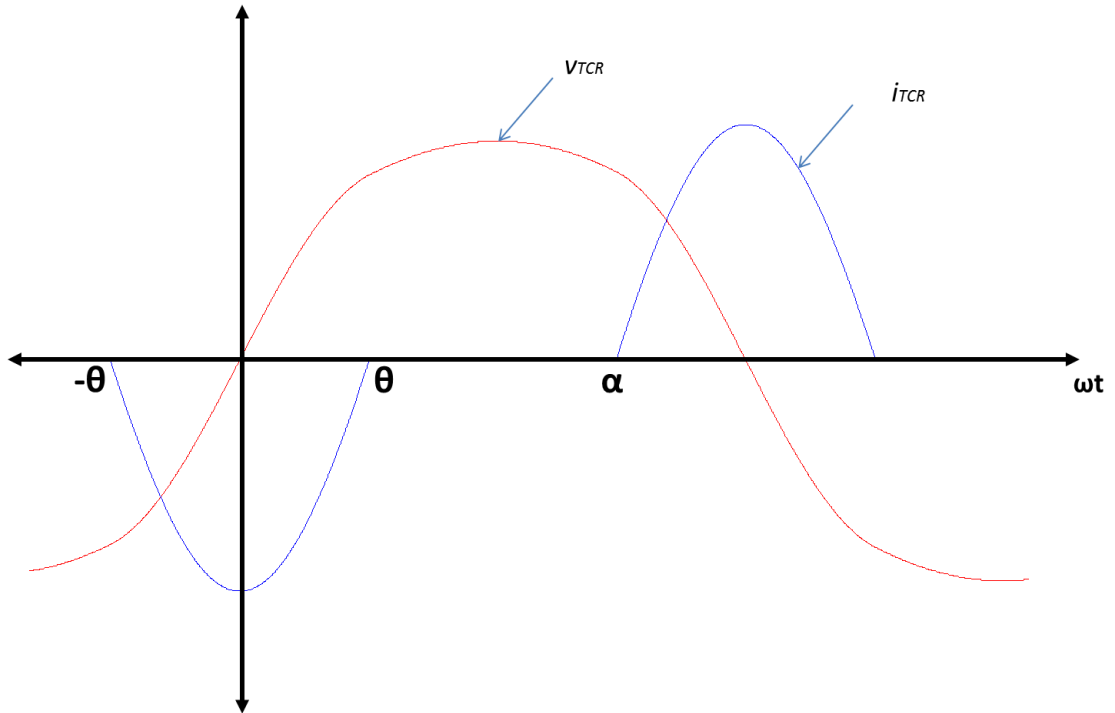
Para resolver la ecuación (32), se debe obtener la expresión en el dominio del tiempo, tanto de la corriente de línea como la del TCR para luego por medio de las series de Fourier obtener las componentes a frecuencia fundamental, dicho análisis se realiza a continuación.

Estudios previos [6], han mostrado que la corriente de línea, una vez insertado el TCSC, sigue una forma de onda que se aproxima a una sinusoidal pura. Por lo anterior se puede suponer que la red externa se comporta como una fuente de corriente ideal dada por la siguiente ecuación:

$$i_{línea} = I_m \cos(\omega t) \quad (33)$$

Considerando lo anterior y resolviendo el circuito de la **Figura 4** se tiene que la corriente por el TCR debe ser calculada por intervalos que son establecidos por el instante de disparo de los tiristores. Dichos intervalos de conducción pueden ser observados en la **Figura 5**, y han sido obtenidos por medio de simulaciones con el programa PSIM (versión demo).

**Figura 5. Respuesta de estado estable de la corriente y tensión del TCR**



En la **Figura 5**, se observa que la corriente por el TCR es simétrica y sus intervalos de conducción pueden ser definidos tomando como referencia el cruce por cero con flanco positivo de la tensión del TCR (que es la misma referencia de la corriente de línea), es decir la corriente por el TCR toma valores distintos de cero en el intervalo  $-\theta \leq \omega t \leq \theta$  y vale cero desde  $\theta$  al ángulo de disparo  $\alpha$ , (siendo  $\theta = \pi - \alpha$ ).

Dado que para la serie de Fourier es de interés solo el intervalo de valores no nulos, se establece la siguiente ecuación que es válida sólo para el intervalo de conducción, es decir, cuando la bobina queda en paralelo con el condensador:

$$L \frac{di_{TCR}}{dt} = \frac{1}{C} \int_{-\theta/\omega}^t (i_{línea} - i_{TCR}) dt + v_{cap} \left( t = \frac{-\theta}{\omega} \right) \quad (34)$$

Ahora, si se considera que  $t'=t+\theta/\omega$ , la ecuación(34) se transforma en:

$$L \frac{di_{TCR}}{dt'} = \frac{1}{C} \int_0^{t'} (i_{línea} - i_{TCR}) dt' + v_{cap}(t' = 0^+) \quad (35)$$

Y la corriente de línea en:

$$i_{línea}(t') = I_m \cos(\omega t' - \theta) \quad (36)$$

A fin de encontrar una solución se utiliza la transformada de Laplace en las ecuaciones (35) y (36).

$$I_{línea}(s) = I_m \cos(\theta) \frac{s}{s^2 + \omega^2} + I_m \sin(\theta) \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (37)$$

$$I_{TCR}(s) = I_m \omega_0^2 \cos(\theta) \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)(s^2 + \omega^2)} + I_m \omega_0^2 \omega \sin(\theta) \frac{1}{(s^2 + \omega_0^2)(s^2 + \omega^2)} + \frac{\omega_0^2 C V_{cap}^+}{s^2 + \omega_0^2} \quad (38)$$

Donde,

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad y \quad V_{cap}^+ = v_{cap}(t' = 0^+)$$

La expresión **(38)** representa la corriente del TCR en el dominio de la frecuencia, aplicando la transformada inversa de Laplace se obtiene la corriente del TCR en el dominio del tiempo, como se indica en **(39)**.

$$i_{TCR}(t') = K_1 I_m \cos(\omega t' - \theta) - K_1 I_m \cos(\theta) \cos(\omega_0 t') - K_2 I_m \sin(\theta) \sin(\omega_0 t') + K_3 v_{cap}(t' = 0^+) \sin(\omega_0 t') \quad (39)$$

$$\text{Donde, } K_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad K_2 = \frac{\omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad K_3 = \omega_0 C$$

Por medio de la expresión **(39)** se obtiene la corriente del TCR en el dominio del tiempo  $t'$ . Para obtener la corriente del TCR al origen de coordenadas originales se reemplaza  $t'$  por  $t + \theta/\omega$ , obteniendo la expresión **(40)**:

$$i_{TCR}(t) = K_1 I_m \cos(\omega t) + \left( -K_1 I_m \cos(\theta) \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) - K_2 I_m \sin(\theta) \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) + K_3 V_{cap}^+ \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) \right) \cos(\omega_0 t) + \left( K_1 I_m \cos(\theta) \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) - K_2 I_m \sin(\theta) \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) + K_3 V_{cap}^+ \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) \right) \sin(\omega_0 t) \quad (40)$$

Para hallar la tensión  $V_{cap}^+$ , cuando el TCSC ha alcanzado el estado estable (ver **Figura 5**), se calcula la expresión para la tensión del condensador en el intervalo de conducción. Como en este intervalo la bobina queda en paralelo con el condensador, la tensión del condensador es igual a la derivada de las ecuaciones **(39)** o **(40)** multiplicada por el valor de  $L$ . Para el caso de  $t'$ , la expresión corresponde a:

$$v_{cap}(t') = -LK_1 I_m \omega \text{sen}(\omega t' - \theta) + K_1 L I_m \omega_0 \cos(\theta) \text{sen}(\omega_0 t') - K_2 \omega_0 I_m L \sin(\theta) \cos(\omega_0 t') + K_3 \omega_0 L v_{cap}(t' = 0^+) \cos(\omega_0 t') \quad (41)$$

Para calcular  $v_{cap}(t' = 0^+)$ , en estado estable usando la ecuación (41), se debe evaluar la ecuación en otro instante de tiempo que garantice la periodicidad. Según la **Figura 5**, este instante puede ser  $t' = \theta/\omega$ , en donde la tensión del condensador tiene un valor nulo. De acuerdo a esto, se tiene la siguiente ecuación de igualdad:

$$v_{cap}(t' = \frac{\theta}{\omega}) = 0 = K_1 L I_m \omega_0 \cos(\theta) \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) - K_2 \omega_0 I_m L \sin(\theta) \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) + K_3 \omega_0 L v_{cap}(t' = 0^+) \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) \quad (42)$$

De la ecuación (42) se despeja  $v_{cap}(t' = 0^+)$ , dando como resultado la siguiente expresión:

$$v_{cap}(t' = 0) = \frac{K_2 I_m}{K_3} \sin(\theta) - \frac{K_1 I_m}{K_3} \cos(\theta) \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) \quad (43)$$

Finalmente al reemplazar la ecuación (43) en (40) se obtiene la expresión final para la corriente en el TCR que corresponde a:

$$i_{TCR}(t) = K_1 I_m \cos(\omega t) - K_1 I_m \frac{\cos(\theta)}{\cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right)} \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \omega t\right) \quad (44)$$

La ecuación (44) es simétrica y es válida en el intervalo

$$\omega t \in [-\theta, \theta] \quad \text{y} \quad \omega t \in [2\pi - \theta, 2\pi + \theta]$$

Ya que la corriente del tiristor, dada por la ecuación (44) tiene simetría par, su componente de frecuencia fundamental se puede obtener aplicando análisis de Fourier a partir del cálculo de  $a_1$ , como se indica en la expresión (45), y obteniendo como resultado la componente fundamental de la corriente del TCR en la expresión (46).

$$I_{TCR(1)} = \frac{4I_m}{\pi} \int_0^\theta \left( K_1 \cos(\omega t) - K_1 \frac{\cos(\theta)}{\cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right)} \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \omega t\right) \right) d(\omega t) \quad (45)$$

Por lo tanto, la corriente del tiristor a la frecuencia fundamental es,

$$I_{TCR(1)} = K_1 I_m \left( \frac{2\theta + \sin(2\theta)}{\pi} \right) - \frac{4K_1 I_m \cos^2(\theta)}{\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1} \left( \frac{\frac{\omega_0}{\omega} \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \theta\right) - \tan(\theta)}{\pi} \right) \quad (46)$$

Ahora, reemplazando (46) en (32) se tiene la expresión buscada para la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo de los tiristores.

$$X_{TCSC(1)} = -X_c + A_1 \left( 2(\pi - \alpha) + \sin(2(\pi - \alpha)) \right) - A_2 \cos^2(\pi - \alpha) \left( \varpi \tan(\varpi(\pi - \alpha)) - \tan(\pi - \alpha) \right) \quad (47)$$

Donde:

$$X_{LC} = \frac{X_C X_L}{X_C - X_L}$$

$$A_1 = \frac{X_C + X_{LC}}{\pi}$$

$$A_2 = \frac{4X_{LC}^2}{X_L \pi}$$

$$\varpi = \sqrt{\frac{X_C}{X_L}}$$

Resulta de gran importancia conocer el comportamiento de la reactancia del TCSC con el fin de no operar en las cercanías de un punto de resonancia. El polo o punto de resonancia del TCSC define la frontera de transición entre las regiones de operación inductiva y capacitiva del TCSC. Cuando se trabaja en esta región, pequeñas variaciones en el ángulo de disparo ocasionan grandes

cambios en  $X_{TCSC(\alpha)}$  y en  $\frac{\partial X_{TCSC(\alpha)}}{\partial \alpha}$ .

### 2.1.3 Curva característica de la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo

Como se ha indicado anteriormente, la reactancia del TCSC varía en función al ángulo de disparo de los tiristores del TCR, dicha dependencia se define por medio de la expresión (47) obteniendo la curva característica que se observa en la **Figura 6**.

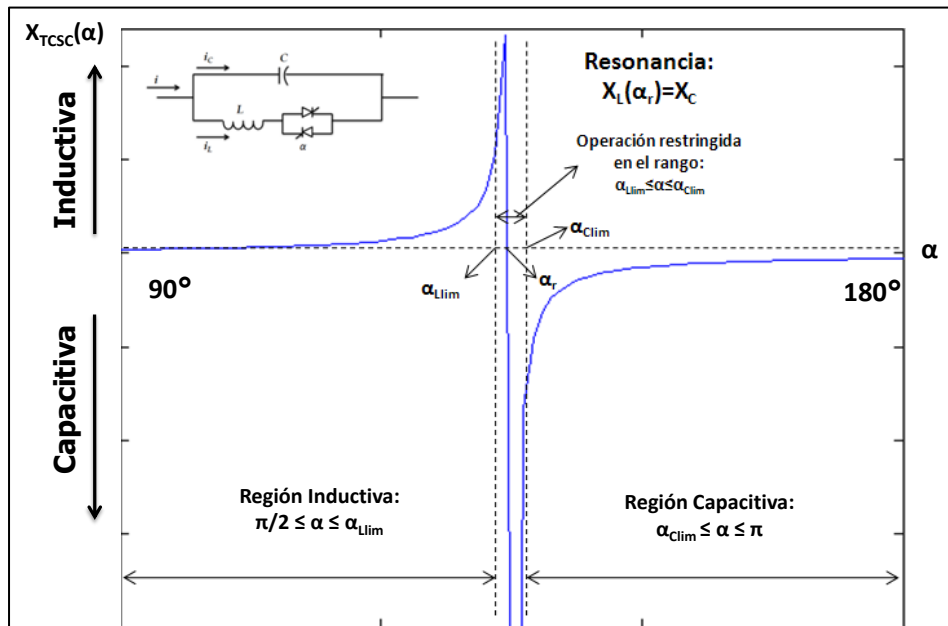
Donde:

- $\alpha_{L\lim}$  es el límite máximo de operación del TCSC en su región inductiva, y es el punto en el cual a pequeñas variaciones en el ángulo de disparo el valor de la reactancia inductiva del TCSC aumenta en grandes proporciones.
- $\alpha_{C\lim}$  es el límite mínimo de operación del TCSC en su región capacitiva, y es el punto en el cual a pequeñas variaciones en el ángulo de disparo el valor de la reactancia capacitiva del TCSC aumenta en grandes proporciones.
- $\alpha_r$  es el punto de resonancia del TCSC para el cual  $X_C = X_L$  y por lo tanto su reactancia es teóricamente infinita.

La reactancia del TCSC tiene dos rangos de operación alrededor de su punto de resonancia y son:

- **Región Capacitiva:** Definida por el intervalo  $\alpha_{C\lim} \leq \alpha \leq \pi$ , donde  $X_{TCSC}(\alpha)$  total es predominantemente capacitiva.
- **Región Inductiva:** Definida por el intervalo  $\pi/2 \leq \alpha \leq \alpha_{L\lim}$ , donde  $X_{TCSC}(\alpha)$  es predominantemente inductiva.

Figura 6. Característica de la Reactancia del TCSC vs el ángulo de disparo del TCR



### 2.1.4 Rangos de operación de la impedancia del TCSC

Como se dijo anteriormente, la reactancia del TCSC consta de un componente controlable,  $X_L(\alpha)$ , y un componente fijo,  $X_C$ , de modo que sus límites de operación dependen del rango de variación de  $X_L(\alpha)$ , o de forma más exacta, de  $\alpha$  (ángulo de disparo de los tiristores) como se indica en las **Tablas 2 y 3** [5], [8].

A continuación, en la **Tabla 2**, se resumen los modos de operación del TCSC.

Tabla 2. Modos de operación del TCSC

Modo de operación TCSC	Condición por Reactancia	Condición por ángulo ( $\alpha$ )	$X_{TCSC}$	Observación
<b>Operación capacitiva</b>	$X_C < X_L(\alpha)$	$\alpha_{Clim} \leq \alpha \leq 180^\circ$	Capacitiva	El TCSC se comporta como una reactancia capacitiva variable.
<b>Operación Inductiva</b>	$X_C > X_L(\alpha)$	$90^\circ \leq \alpha \leq \alpha_{Lim}$	Inductiva	El TCSC se comporta como una reactancia inductiva variable.

Resulta de gran importancia tener en cuenta las siguientes consideraciones respecto a las **Tablas 2 y 3**.

- Según estudios realizados para obtener las mejores condiciones de operación del TCSC, como parámetro de diseño del mismo, se requiere que  $X_C \gg X_L$ . Por lo tanto, los modos de operación del TCSC descritos en la **Tabla 2** se basan en esta condición.
- $X_L(\alpha)$  varía desde su máximo valor (infinito), hasta su mínimo valor ( $\omega L$ ).

En la **Tabla 3** se exponen los puntos críticos en la operación del TCSC.

**Tabla 3. Puntos críticos de funcionamiento en el TCSC**

Estado TCSC	Condición por Reactancia	Condición por ángulo ( $\alpha$ )	$X_L(\alpha)$	$X_{TCSC}$	Observación
<b>Bloqueo</b>	$X_C < X_L$	Apagado	Infinito	$X_C$	El TCSC se comporta como una reactancia capacitiva fija conectada entre las dos barras
<b>Zona de Resonancia</b>	$X_C = X_L$	$\alpha = \alpha_{resonancia}$	$X_L(\alpha) = X_C$	Infinito	En circuito en resonancia
<b>Bloqueo del banco de condensadores</b>	$X_C > X_L$	$\alpha = 0^\circ$	$\omega L$	$\frac{X_C X_L}{X_L - X_C}$	El TCSC se comporta como una reactancia inductiva fija conectada entre las dos barras

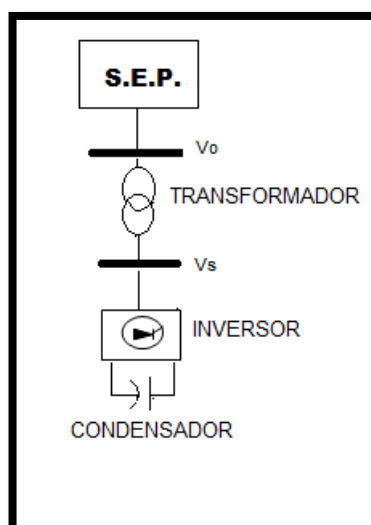
## 2.2 COMPENSADOR ESTÁTICO SÍNCRONO (STATCOM, STATic Synchronous COMPensator)

### 2.2.1 Introducción

El *STATCOM* es un dispositivo de compensación y control de potencia activa y reactiva en sistemas eléctricos de potencia, cuya construcción se basa en la electrónica de potencia y es de conexión en paralelo. Este dispositivo permite obtener un ajuste rápido y continuo de la tensión en el nodo de conexión.

La estructura básica del *STATCOM* consta de un inversor tipo fuente de tensión (*VSI*, *voltaje-source inverter*), el cual conectado en paralelo a la red por medio de un transformador de acople. El *VSI* contiene en el lado de corriente continua un condensador que representa una fuente de tensión; los transformadores de acople son los encargados de compatibilizar los niveles de impedancia del condensador y el sistema de potencia AC. Estos transformadores también son utilizados para amortiguar el contenido de armónicos de tensión en el inversor. El esquema básico del *STATCOM* se ilustra en la **Figura 7**.

**Figura 7. Esquema básico del STATCOM**



## **2.2.2 Funcionamiento del STATCOM**

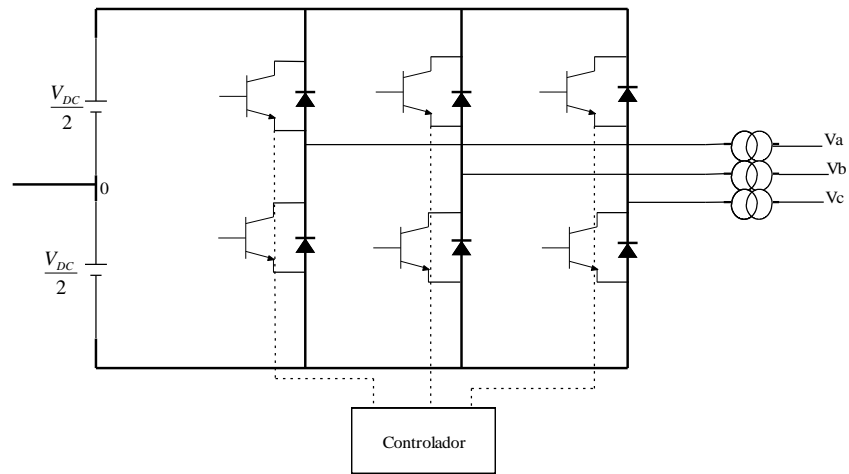
La idea básica de la configuración del STATCOM consiste en mantener un valor de magnitud de tensión en el nodo de conexión por medio del inversor de potencia a la frecuencia fundamental del sistema, el inversor cuenta con 4 componentes principales que son: alimentación en CD, transformador de acoplamiento al sistema, el inversor y su sistema de control el cual es parte integral de éste y se encarga de controlar la secuencia de conmutación de los dispositivos semiconductores con el fin de obtener a la salida una forma de onda que sea lo más cercana posible a una onda sinusoidal y además asegurar que las pérdidas por conmutación sean mínimas.

A continuación se muestra la estructura del inversor y la estrategia de control basada en PWM o ancho de pulso modulado.

### **Estructura del VSI**

Las fuentes convertidoras de tensión son empleadas en el diseño de dispositivos HVDC y FACTS como el STATCOM, el UPFC entre otros. En la actualidad existen varias topologías para los dispositivos VSC's empleados en instalaciones eléctricas reales, tales como: configuraciones de puente completo monofásicas y trifásicas, de un nivel o multiniveles. El objetivo principal de estas configuraciones es lograr disminuir la frecuencia de operación de los semiconductores al interior del VSI con el fin de obtener a la salida una forma de onda de tensión sinusoidal de alta calidad y con requerimientos mínimos o nulos, de filtrado. A continuación se presenta una de las configuraciones para el VSI comúnmente utilizada [3]:

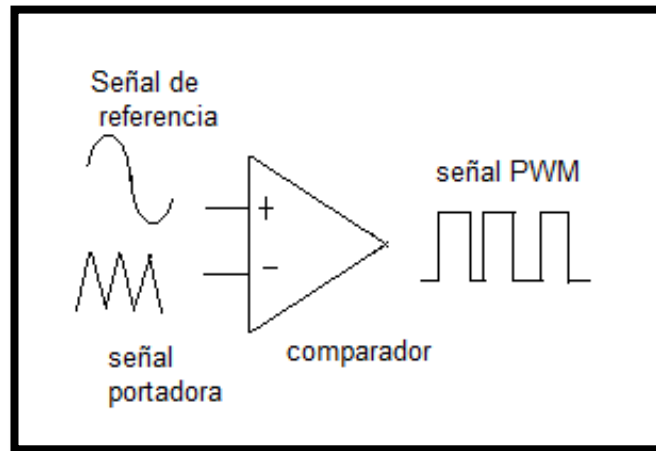
**Figura 8. Topología de un VSC de tres fases y dos niveles, construido a partir de IGBT's**



### **Control del inversor usando la técnica de la modulación por ancho de pulso (PWM)**

Una de las técnicas de control que más se utilizan para controlar la magnitud de tensión de salida de los inversores es la modulación por ancho de pulso (PWM) [9] [10]. Su funcionamiento es controlar el ancho de un pulso único por ciclo de trabajo de cada interruptor de potencia. Este intervalo de tiempo es fijado por medio de la frecuencia de conmutación ( $f_{com}$ ). Por medio de esta técnica se puede conseguir que el valor medio de la señal generada en cada periodo de conmutación corresponda con la señal de referencia. Este método calcula el ancho del pulso comparando la señal de referencia con una señal portadora triangular [11].

**Figura 9. Modulación por ancho de pulso para inversores monofásicos.**



Cuando la señal de referencia es una onda sinusoidal y la onda portadora es una señal triangular, se conoce como modulación por ancho de pulso sinusoidal (SPWM).

La relación dada en la ecuación (48), entre la amplitud de la señal de referencia sinusoidal  $V_{sen}$ , y la amplitud de la señal triangular,  $V_{tri}$ , se conoce como el índice de modulación ( $m_a$ ). En SPWM, el inversor trabajara en su zona lineal cuando  $m_a \leq 1$ [11].

$$m_a = \frac{V_{sen}}{V_{tri}} \quad (48)$$

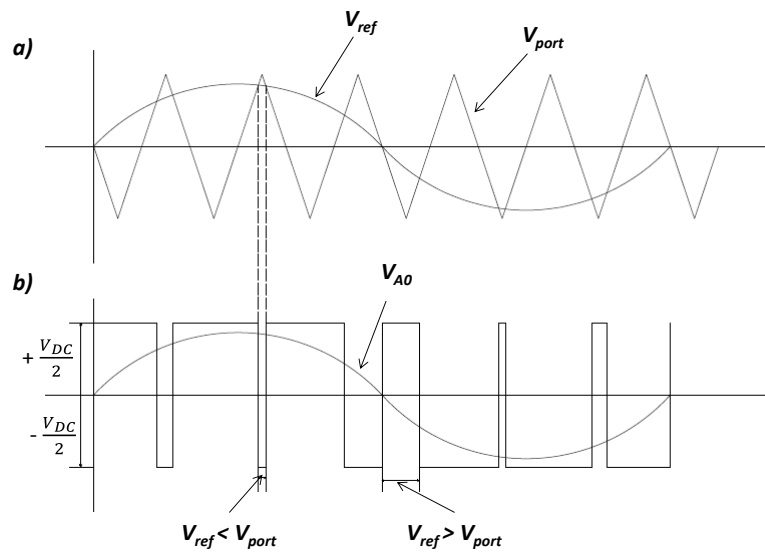
Cuando la señal de referencia tiene un valor mayor que la señal portadora se activa la señal de control (estado=on) y se desactiva (estado =off), cuando la señal de referencia tiene un valor menor. Para el circuito mostrado en la figura 8, la señal de control toma un estado on, cuando los interruptores S1, S2 deben cerrarse y los interruptores S3 y S4 deben abrirse. Por otra parte, cuando la señal de control toma un estado de off, los interruptores S3, S4 deben cerrarse y S, S2 abrirse.

Donde [9] [10]:

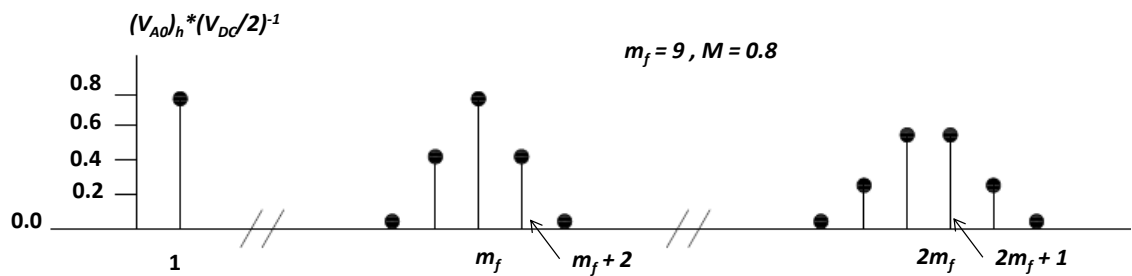
$$V_{sen}(V_{ref}) > V_{tri}(V_{port}) \rightarrow estado(on) \rightarrow V_{A0} = \frac{V_{DC}}{2} \quad (49)$$

$$V_{sen}(V_{ref}) < V_{tri}(V_{port}) \rightarrow estado(off) \rightarrow V_{A0} = -\frac{V_{DC}}{2} \quad (50)$$

**Figura 10. Modulación bipolar monofásica de puente completo<sup>7</sup>.**



**Figura 11. Espectro de la señal de tensión de salida como la de la Figura 10<sup>3</sup>**



<sup>7</sup> Adaptada de la referencia [3].

En la **Figura 10** se muestra una señal de referencia sinusoidal, usando como señal portadora una señal triangular. Se observa que la componente fundamental de la señal de salida coincide con la señal de referencia, por lo tanto la amplitud del armónico fundamental de la tensión de salida es:

$$V_s = m_a \frac{V_d}{2} \quad (51)$$

Se observa la aparición de componentes armónicas según la expresión matemática de la ecuación (52).

$$f_h = k * f_t \pm m * f_{ref} \quad (52)$$

Donde  $f_h$  son las frecuencias generadas y k, m corresponden a:

$$k \begin{cases} m = 0,2,4,6, \dots \text{ si } k \text{ es impar} \\ m = 1,3,5,7, \dots \text{ si } k \text{ es par} \end{cases}$$

### **Modulación por ancho de pulso para inversores trifásicos**

Considerando el inversor de la **Figura 8**, La señal de referencia será trifásica equilibrada y sinusoidal pura, esta se compara con la señal portadora para generar señales de control en las tres ramas.

Los interruptores de la rama de la fase A se activa comparando la señal de referencia de esta fase, con la señal portadora, de tal forma que si la señal de referencia es mayor que la señal portadora el interruptor S1 está cerrado, de lo contrario el interruptor S4 está cerrado.

En este caso la señal de control para S1 debe ser la misma señal pero negada para S4, garantizando así que no se cortocircuite el bus de continua [11].

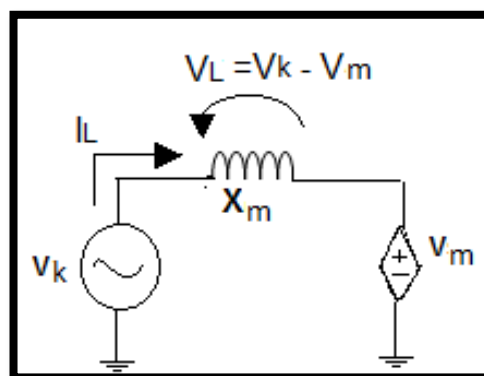
Lo importante de esta modulación PWM trifásica es que las formas de onda de las tensiones de línea presentan tres niveles  $\frac{V_{DC}}{2}$ ,  $0$ ,  $-\frac{V_{DC}}{2}$ , eliminando así ciertas frecuencias de origen bipolar[11].

### 2.2.3 Control de potencia reactiva usando el STATCOM

El intercambio de potencia reactiva entre el compensador y el sistema AC de estudio se logra a través de la variación de la amplitud de la tensión del compensador. La potencia activa también podría ser compensada solo en intervalos cortos de tiempo, los cuales están determinados por la capacidad de almacenamiento de energía del condensador.

El funcionamiento del STATCOM puede ser deducido a partir del análisis del circuito que representa el equivalente monofásico a frecuencia fundamental del STATCOM, y el del sistema eléctrico al que se va a conectar, el cual es mostrado en la **Figura 12**.

**Figura 12. Diagrama simplificado de dos fuentes de tensión**



En la **Figura 12**, las tensiones del sistema eléctrico en estudio y el STATCOM, se representan por las variables  $V_m$  y  $V_k$  respectivamente,  $X_m$  representa la reactancia del transformador de acople.

Teniendo en cuenta lo anterior, el intercambio de potencia entre las dos fuentes de tensión, estudiado por las ecuaciones **(53)** y **(54)**, las cuales fueron deducidas en el **Capítulo 1**.

$$P_{k-m} = |V_k|^2 G_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (53)$$

$$Q_{k-m} = -|V_k|^2 B_{kk} + |V_k| |V_m| [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (54)$$

Despreciando el efecto resistivo en el transformador y considerando solo la inductancia de conexión a la red, la ecuaciones **(55)** y **(56)** se simplifican en:

$$P = \frac{|V_k| * |V_m|}{X_m} * \sin(\theta_{km}) \quad (55)$$

$$Q = -\frac{|V_k|^2}{X_m} + \frac{|V_k| * |V_m|}{X_m} * \cos(\theta_{km}) \quad (56)$$

De las ecuaciones anteriores se puede concluir que el intercambio de potencia activa depende esencialmente de la diferencia angular de las tensiones entre los nodos k y m, mientras que la transferencia de potencia reactiva entre el compensador y sistema de estudio dependerá fundamentalmente del módulo de las tensiones.

## Modos de operación del STATCOM

Dependiendo de los comportamientos que tengan las variables tales como las tensiones y ángulos de fases, ya sean del compensador o del sistema de estudio. El STATCOM puede comportarse como un inductor o capacitor dependiendo de las siguientes situaciones [12]:

- Si la magnitud de la tensión del compensador es mayor a la tensión del sistema de prueba  $|V_k| > |V_m|$ , el sistema ve al STATCOM como si fuera un capacitor, es decir el STATCOM suministra potencia reactiva.
- Si la magnitud de tensión del compensador es menor a la tensión del sistema de prueba  $|V_k| < |V_m|$ , el sistema ve al STATCOM como si fuera un inductor, es decir el STATCOM absorbe potencia reactiva.
- Si las magnitudes de tensión entre el compensador y el sistema son iguales no existe intercambio de potencia reactiva.
- Si  $\theta_{km} > 0$ , el STATCOM consume potencia activa.
- Si  $\theta_{km} < 0$ , el STATCOM entrega potencia activa.
- Cuando  $V_k$  está en fase con  $V_m$ , no existe intercambio de potencia activa entre el STATCOM y el sistema eléctrico.

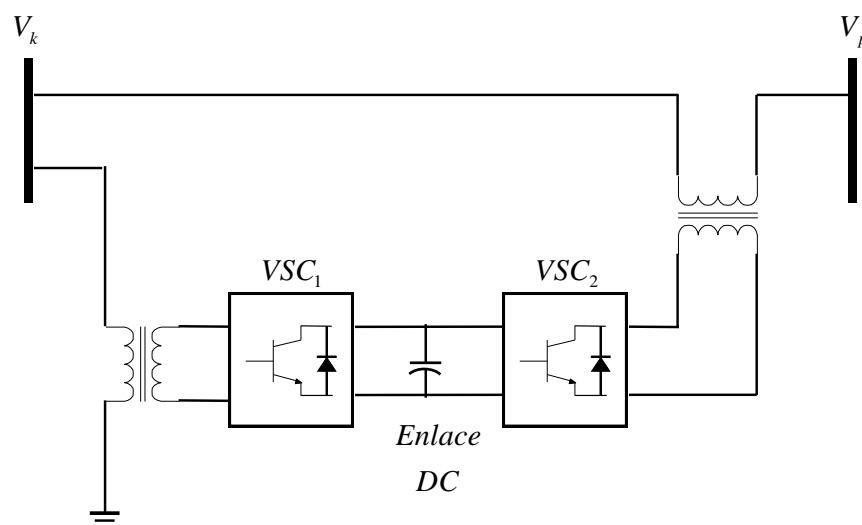
## 2.3 CONTROLADOR UNIFICADO DE FLUJOS DE POTENCIA (UPFC: *Unified Power Flow Controller*)

De los dispositivos FACTS presentados en este trabajo, el UPFC es el dispositivo más completo y con mayor cantidad de habilidades de compensación y control, ya que por medio de éste, se puede: regular la tensión de una barra y controlar el flujo de potencia activa y reactiva entre barras. Estas soluciones se pueden implementar simultáneamente o por combinaciones de algunas de ellas.

### 2.3.1 Estructura del UPFC

El esquema de construcción básico del UPFC se ilustra en la **Figura 13**, el cual comprende dos inversores de potencia en conexión *back-to-back* [14]. Los inversores son de tipo fuente de tensión (VSC- *Voltage Source Converter*) y están acoplados a través de un enlace de continua por medio de un condensador y unidos a la línea de transmisión mediante transformadores de acoplamiento, uno en paralelo y otro en serie con la línea de transmisión.

**Figura 13. Esquema básico del UPFC**



De acuerdo a la configuración presentada en la **Figura 13**, y recordando lo visto en la **sección 2.2**, se tiene que el *UPFC* es la combinación de dos dispositivos compensadores de las mismas características constructivas, esto es, un dispositivo de conexión en paralelo (*STATCOM*) y uno de conexión serie (*SSSC –Static Synchronous Series Compensator*). El *STATCOM* está compuesto por el *VSC<sub>1</sub>*, el cual se encuentra conectado en paralelo a la barra *k* por medio de un transformador de acople, y el *SSSC* está compuesto por el *VSC<sub>2</sub>* y conectado en serie con la línea de transmisión por medio de otro transformador de acople.

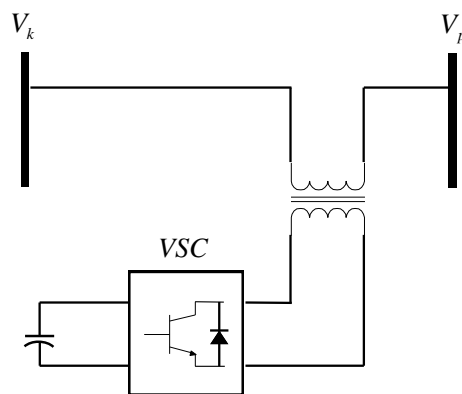
Como se observa en la **Figura 13**, el bloque de construcción básico del *UPFC* es el *VSC*. La operación y representación en estado estable del *VSC* se presentó en la **sección 2.2** en la cual se estudia al *STATCOM*, de modo que para efectos prácticos se retoma en esta sección este modelo, el cual se compone de una fuente de tensión conectada en serie con una reactancia inductiva.

Dado que el *STATCOM* ya fue tratado en la sección anterior, a continuación se presenta el dispositivo *SSSC*.

### 2.3.2 Static Synchronous Series Compensator - SSSC

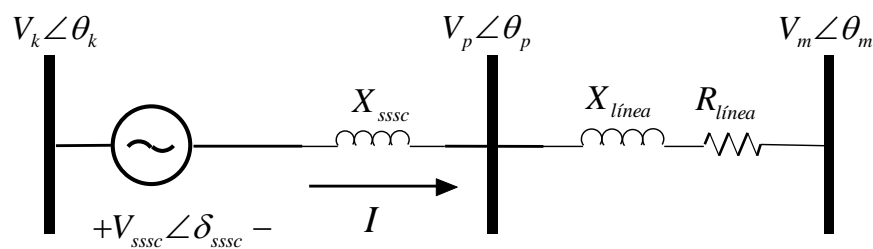
El SSSC es un dispositivo FACTS de conexión serie (ver **Figura 14**) y es considerado como de tipo avanzado, pues con éste, no sólo se puede controlar el flujo de potencia activa por la línea, sino que además permite el control de flujo de potencia reactiva [15].

**Figura 14. Arquitectura básica del SSSC**



Por otra parte, en la **Figura 15** se muestra el equivalente monofásico del SSSC, en donde se ha despreciado la componente resistiva y sólo se incluye la parte de la reactancia de conexión.

**Figura 15. Circuito equivalente del SSSC en una línea**

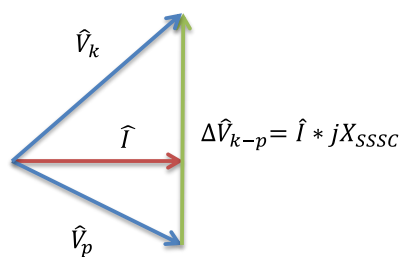


El control de flujo de potencia en la línea de transmisión se realiza a partir de la modificación de la corriente en ésta, debido a la inyección de una tensión en serie con la línea de transmisión a fin de aumentar o disminuir la caída de tensión en la misma. El análisis se va a realizar introduciendo un nodo entre la línea y el SSSC (Ver **Figura 15**) ya que la corriente que fluye a través de ellos es la misma y por lo tanto también el flujo de potencia. De modo que, el control de flujo de potencia se realizará analizando el circuito entre las barras  $k$  y  $p$ .

Para esto, se considera como punto de partida para el análisis, el caso en donde la tensión inyectada por el SSSC es nula (Tensión cero) y flujo de potencia activa y reactiva va desde la barra  $k$  hasta la barra  $p$ , de modo que, la caída de tensión entre las barras  $k$  y  $p$  se define por la ecuación (57) y el diagrama fasorial para dichas condiciones de trabajo se establece en la **Figura 16**.

$$\Delta \hat{V}_{k-p} = \hat{I} * jX_{SSSC} \quad (57)$$

**Figura 16. Diagrama fasorial de las tensiones de las barras  $k$  y  $p$**



De modo que, a continuación se realiza el análisis en la rama del SSSC a fin de conocer la forma en que éste dispositivo afecta el flujo de potencia en una línea de transmisión.

## Control de potencia activa y reactiva

Las ecuaciones que rigen el circuito de la **Figura 15** corresponden a:

$$-\hat{V}_k + \hat{V}_p + \hat{V}_{SSSC} + \hat{I}^* jX_{SSSC} = 0 \quad (58)$$

De modo que, la tensión del SSSC que modifica la corriente de línea a un valor especificado se puede expresar como:

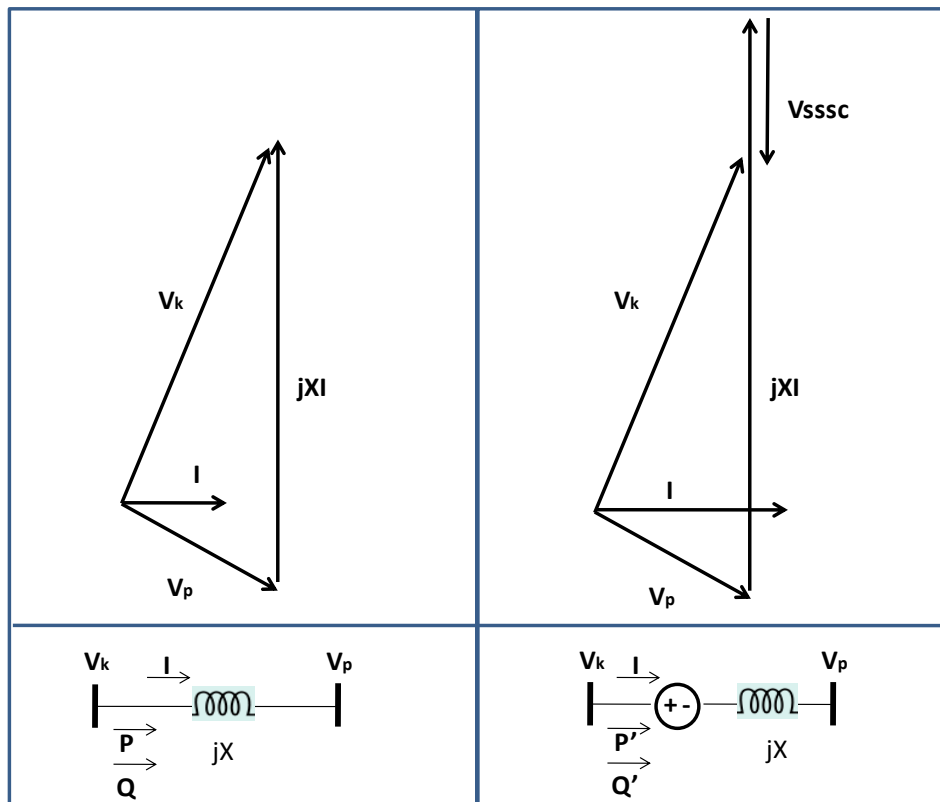
$$\hat{V}_{SSSC} = \hat{I}^* jX_{SSSC} - \Delta\hat{V}_{k-p} \quad (59)$$

Con el fin de controlar los flujos de potencia activa y reactiva por la línea de transmisión, se debe establecer como corriente deseada por la línea una que varíe tanto en magnitud como en ángulo con respecto a la establecida en la ecuación (57) y **Figura 16**, que ocurre cuando  $V_{SSSC}$  tiene un valor nulo. En ese sentido el control de P y Q puede ser posible si se mantiene la diferencia de potencial entre los barras  $k$  y  $p$  y se varía la corriente entre dichas barras.

Lo anterior implica que se pueden presentar diferentes puntos de operación que influirán en el consumo o entrega de potencia activa y/o reactiva del SSSC. En las **Figuras 17** y **18** se presentan dos puntos de operación distintos.

En la **Figura 17** se presenta el caso en donde el SSSC sólo entrega potencia reactiva ( $Q_{SSSC} < 0$  y  $P_{SSSC} = 0$ ). Para este caso la tensión  $V_{SSSC}$  debe estar atrasada  $90^\circ$  con respecto a la corriente e implica que la corriente aumente en su valor y mantenga su fase con respecto al caso en donde  $V_{SSSC} = 0$ . Tal como muestra, bajo estas condiciones, al variar la corriente manteniendo la diferencia de potencial entre los nodos  $k$  y  $p$  se modifica el flujo de potencia activa y de reactiva por la línea, siendo para este caso en particular  $P' > P$  y  $Q' > Q$ .

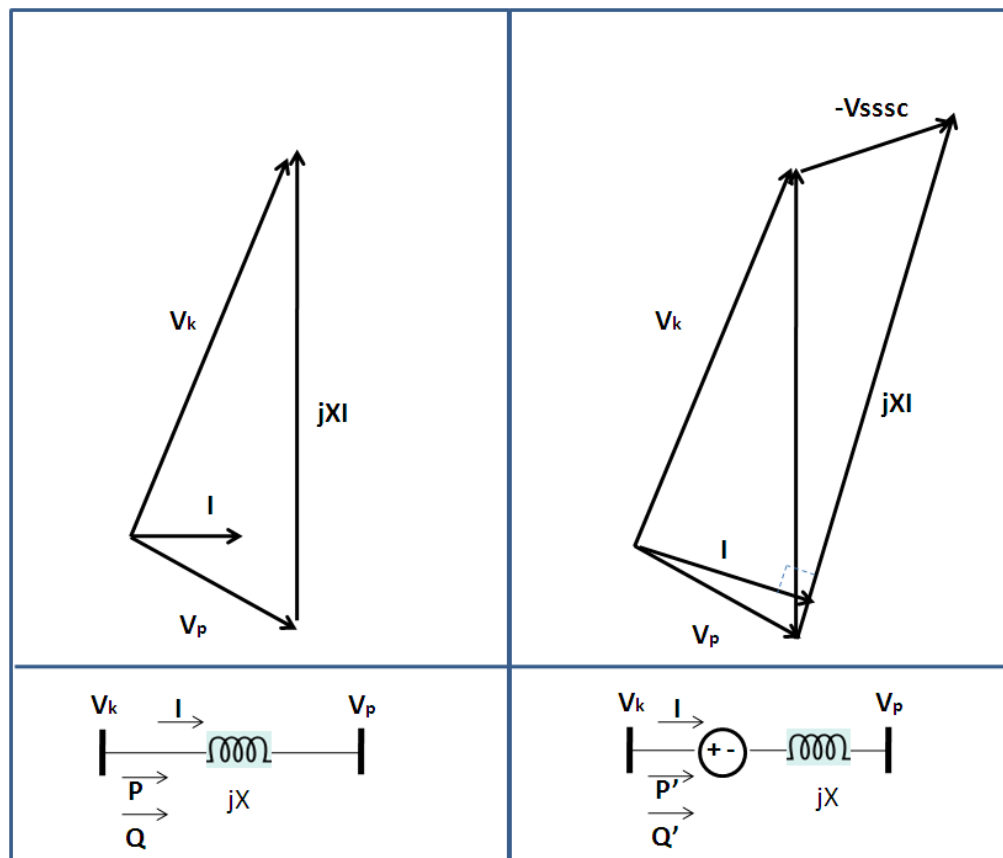
**Figura 17. Aumento en la potencia transferida en una línea compensada con un SSSC**



Por otro lado, en la **Figura 18**, se presenta el caso en donde el SSSC entrega potencia reactiva y activa simultáneamente ( $Q_{SSSC} < 0$  y  $P_{SSSC} < 0$ ). Para este caso la tensión  $V_{SSSC}$  puede tomar diferentes valores en su magnitud y ángulo de fase e implica que la corriente aumente en su valor y cambie su fase con respecto al caso en donde  $V_{SSSC} = 0$ . Tal como muestra en la **Figura 18**, bajo estas condiciones al variar la corriente manteniendo la diferencia de potencial entre los nodos  $k$  y  $p$ , se modifica el flujo de potencia activa y de reactiva por la línea, desde  $k$  hasta  $p$ .

Si bien en los dos casos expuestos la transferencia de potencia activa y reactiva es modificada, en el primero sólo es posible controlar a un valor específico la  $P$  o la  $Q$ , ya que un valor de  $P$  conlleva a un único valor de  $Q$  o viceversa. La anterior limitación es resuelta al dejar libre el ángulo de la tensión  $V_{SSSC}$ , permitiendo especificar diferentes valores de  $P$  y de  $Q$ .

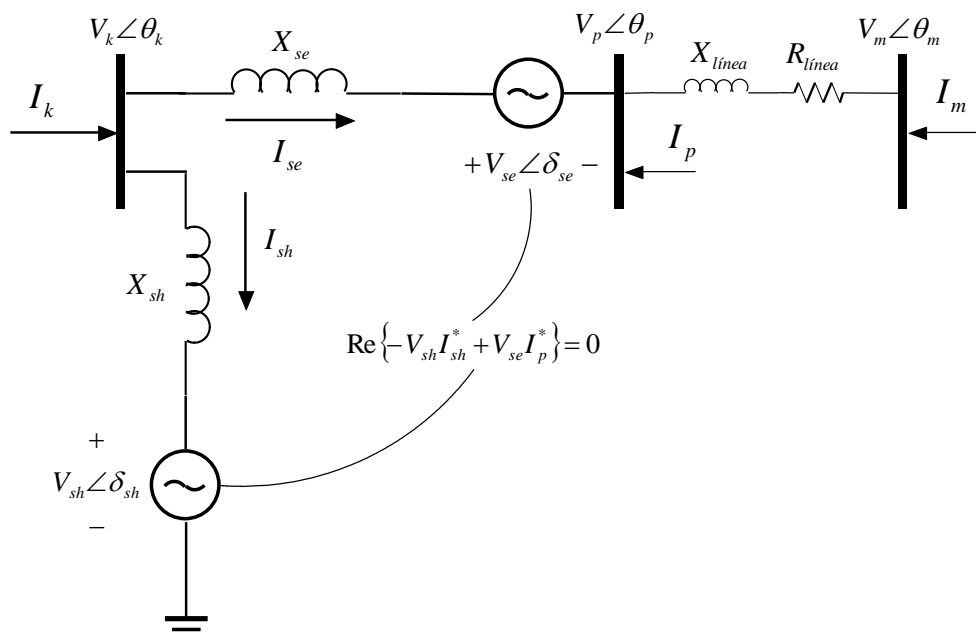
**Figura 18. Cambio en la potencia transferida en una línea compensada con un SSSC**



### 2.3.3 Representación del UPFC en estado estable

De acuerdo a la representación en estado estable del STACOM y el SSSC, y a la topología del UPFC presentada en la **Figura 13**, el circuito equivalente para este dispositivo es como se indica en la siguiente figura.

**Figura 19. Circuito equivalente del UPFC a frecuencia fundamental**



Donde:

$V_{sh}$  : Es la tensión inyectada en paralelo a la línea representada mediante una fuente de tensión.

$V_{se}$  : Es la tensión inyectada en serie a la línea representada mediante una fuente de tensión.

$X_{sh}$  : Es la reactancia del transformador de acoplamiento en serie del UPFC.

$X_{se}$  : Es la reactancia del transformador de acoplamiento en paralelo de UPFC.

$V_k, V_m$  : Son las tensiones en las barras  $k$  y  $m$  respectivamente.

$V_p$  : Es la tensión de la barra de enlace.

$I_{sh}$  : Es la corriente a través de convertidor en paralelo.

$I_{se}$  : Es la corriente a través del convertidor serie.

### 2.3.4 Características de la inclusión del UPFC en el sistema de potencia

De acuerdo a la configuración para el UPFC presentada en las **Figuras 13 y 19**, el comportamiento del UPFC corresponde al desempeño de dos dispositivos FACTS, uno de conexión serie (SSSC) y otro de conexión en paralelo (STATCOM), que operan simultáneamente, generando de esta manera un dispositivo robusto, de alta fiabilidad y con grandes habilidades de compensación de potencia y regulación de tensión. Resulta necesario considerar los siguientes aspectos en torno a la operación de éste dispositivo [14]:

- La tensión en dc para los dos convertidores es proporcionada y sostenida por un banco de condensadores (*enlace dc*) común a los dos.
- El convertidor serie es controlado para inyectar una tensión,  $V_{se}$ , en serie con la línea, el cual puede variar desde 0 hasta  $V_{se-max}$ . Por otra parte, y de forma independiente, el ángulo de fase de  $V_{se}$  se puede variar desde  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$ .
- En este proceso, el convertidor serie intercambia potencia activa y reactiva con la línea de transmisión.
- La potencia reactiva es internamente generada/absorbida por el convertidor serie, la potencia activa fluye libremente, en ambas direcciones, gracias al dispositivo de almacenamiento de energía en dc (condensador).

- La conexión en paralelo del VSC<sub>1</sub> se utiliza principalmente para proporcionar la demanda de potencia activa del VSC<sub>2</sub>, la cual se deriva de la línea de transmisión.
- Además, el VSC<sub>1</sub> mantiene constante la tensión de la barra en *dc*. De modo que, la potencia activa neta obtenida del sistema de *ac* es igual a las pérdidas de los dos convertidores y sus transformadores de acoplamiento.
- Adicionalmente, el convertidor en paralelo funciona como un STATCOM e independientemente regula la tensión en los terminales de la barra de interconexión absorbiendo o generando una cantidad necesaria de potencia reactiva [14, 15].

## 2.4 RESUMEN

Tabla 4. Dispositivos FACTS

DISPOSITIVO		DESCRIPCIÓN
NOMBRE	TOPOLOGÍA BÁSICA	
TCSC		<p>El TCSC es un dispositivo de conexión serie con el cual se puede realizar compensación de potencia activa en la línea de transmisión en la cual se encuentra instalado por medio de la inserción de una tensión en serie a la misma. El bloque de construcción base de este dispositivo es el TCR, el cual se encuentra conectado en paralelo a un banco de condensadores. Su operación y control se concentra en el disparo de los tiristores que constituyen el TCR.</p>
STATCOM		<p>El STATCOM es un dispositivo de conexión en paralelo con el cual se puede obtener compensación de potencia reactiva en la barra para la cual se instala, por medio de la inyección de corrientes a la misma. A su vez, con este dispositivo se logra controlar o mantener el nivel de tensión en la barra de alimentación a un valor especificado. Su bloque de construcción base es el VSC, el cual generalmente se controla por medio de la modulación por ancho de pulso (PWM).</p>
UPFC		<p>El UPFC es un dispositivo de compensación unificado, es decir, de conexión serie y paralelo. Se considera como el dispositivo más completo en la actualidad ya que posee todas las características de compensación y control en sistemas de potencia eléctrica. Con el UPFC se pueden controlar los flujos de potencia activa y reactiva de la línea de transmisión en la cual se encuentra instalado y además permite controlar la magnitud de la tensión en la barra de alimentación. Al igual que en el STATCOM, el bloque de construcción base es el VSC, el cual generalmente se controla por medio de la modulación por ancho de pulso (PWM).</p>

### **3. FLUJO DE CARGA CONSIDERANDO DISPOSITIVOS FACTS**

En la obtención de flujos de carga considerando los FACTS, se realiza el modelado de los dispositivos en estado estable por medio de modelos que capturan la respuesta correcta del controlador a las frecuencias de interés. En este tipo de modelado se asume que los sistemas de control de los convertidores operan en condiciones adecuadas según el modo de operación en que se requiere que trabaje el dispositivo.

#### **3.1 MODELADO DEL TCSC PARA FLUJOS DE CARGA**

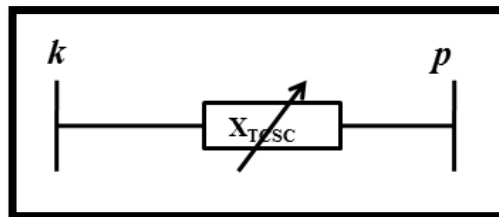
Retomando lo expuesto en el **capítulo 2** del presente trabajo, el TCSC es un dispositivo compensador de conexión en serie, el cual se comporta como una reactancia variable desde el punto de vista de la línea de transmisión. Asimismo, esta reactancia varía de acuerdo a la selección del ángulo de disparo de los tiristores del TCR que componen al TCSC. Por este motivo, el TCSC ha sido representado mediante dos modelos en estado estable para el desarrollo de flujos de carga, los cuales consideran como variable de estado: 1) la reactancia para el primer modelo y 2) el ángulo de disparo de los tiristores para el segundo modelo. A continuación se describen los modelos para flujos de carga del TCSC [15], [5].

##### **3.1.1 Modelo basado en la reactancia del TCSC**

El TCSC, desde el punto de vista de la línea de transmisión se comporta como una reactancia variable que puede llegar a ser capacitiva o inductiva, según el arreglo de sus componentes internos.

El modelo de reactancia variable del TCSC es muy simple (Ver **Figura 20**). Consiste en una reactancia que va variando su valor con el fin de ajustar el flujo de potencia de la línea a un valor específico. De este modo, la reactancia del TCSC se convierte en una variable de estado del sistema de potencia, cuyo valor se determina por medio del análisis iterativo mediante la solución de las ecuaciones del flujo de carga usando el método de Newton Raphson.

**Figura 20. Modelo de reactancia variable del TCSC**



Además del valor de la reactancia del TCSC, aparece una variable de control, que es el flujo de potencia en el TCSC, es decir, el flujo de potencia de la línea de transmisión que se desea una vez esté instalado el dispositivo.

Estas nuevas variables de estado y control del sistema de potencia generan modificaciones en el Jacobiano construido para el análisis de flujos de potencia. En donde las ecuaciones que rigen la transferencia de potencia activa y reactiva están dadas por **(60)** y **(61)**, las cuales se obtienen al considerar que la conductancia del TCSC es nula en las ecuaciones **(12)** y **(13)**.

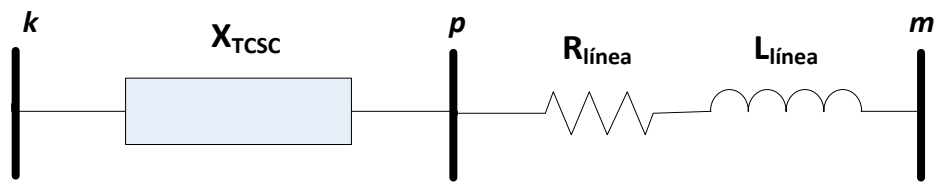
$$P_{k-p} = \frac{|V_k||V_p|\text{Sin}(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \quad (60)$$

$$Q_{k-p} = \frac{|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k||V_p|\text{Cos}(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \quad (61)$$

Donde  $X_{TCSC}$  es la reactancia del TCSC.

Por otra parte, la inclusión del TCSC genera la aparición de una nueva barra (Ver **Figura 21**) en el sistema de potencia, esta característica es de gran importancia en la definición de las modificaciones en el Jacobiano que resultan de la inclusión de este dispositivo en el sistema de potencia [15], [5], [3].

**Figura 21. Conexión del TCSC en la línea de transmisión**



### **Modificaciones del Jacobiano**

La inclusión del dispositivo junto con la aparición de una “nueva barra” producen una fila y una columna adicional en el Jacobiano, que a su vez genera la presencia de nuevas variables de estado y de control, esto es: la reactancia y el flujo de potencia por la línea respectivamente.

Lo anterior puede aclararse visualizando las modificaciones en el Jacobiano producto de la inserción del TCSC en el sistema, las cuales están dadas en el arreglo matricial expuesto a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_p \\ \Delta Q_p \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{k-p}^{XTCSC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_k}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_k}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_p}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_p}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_m}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_m}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\ \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta |V_k| \\ |V_k| \\ \Delta \theta_p \\ |V_p| \\ \Delta \theta_m \\ |V_m| \\ \Delta X_{TCSC} \\ X_{TCSC} \end{bmatrix} \quad (62)$$

En este caso se tiene que:

$$\Delta P_{k-p}^{XTCSC} = P_{k-p}^{req} - P_{k-p}^{XTCSC.cal} \quad (63)$$

Donde,

$P_{k-p}^{req}$ , es el flujo de potencia deseado o flujo de potencia a controlar, es decir, es el valor al cual se desea mantener la potencia activa que fluye del nodo  $k$  al nodo  $p$ .

$P_{k-p}^{XTCSC.cal} = P_{k-p}^{XTCSC}$ , es la potencia calculada por medio de la ecuación (60).

La ecuación correspondiente al cambio incremental (delta) de la reactancia en serie, está dada por,

$$\Delta X_{TCSC} = X_{TCSC}^{(i)} - X_{TCSC}^{(i-1)} \quad (64)$$

La variable de estado  $X_{TCSC}$  del controlador en serie es actualizada al final de cada proceso iterativo de acuerdo con,

$$X_{TCSC}^{(i)} = X_{TCSC}^{(i-1)} + \left( \frac{\Delta X_{TCSC}}{X_{TCSC}} \right)^i X_{TCSC}^{(i-1)} \quad (65)$$

Por otra parte, las derivadas parciales que conforman el Jacobiano corresponden a:

- Para nodos en donde se encuentra conectado el TCSC [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial (P_k^{cal} + P_{k-p})}{\partial \theta_k} \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\ &= - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \\ &= -Q_k^{cal} - |V_k|^2 B_{kk} + \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \end{aligned} \quad (66)$$

En la ecuación (66) y en las siguientes se ha separado el término correspondiente al TCSC, en las fórmulas para el cálculo de las potencias, con el fin de mantener el resto de cálculos con las mismas fórmulas que se utilizan en el flujo de carga convencional.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial (P_k^{cal} + P_{k-p})}{\partial |V_k|} |V_k| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_k|} \left[ |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| \|V_p\| Sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] * |V_k| \\
&= 2|V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| \|V_p\| Sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \\
&= P_k^{cal} + V_k^2 G_{kk} + \frac{|V_k| \|V_p\| Sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial (Q_k^{cal} + Q_{k-p})}{\partial \theta_k} \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k| \|V_p\| Cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\
&= \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| \|V_p\| Sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \\
&= P_k^{cal} - |V_k|^2 G_{kk} + \frac{|V_k| \|V_p\| Sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{68}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial (Q_k^{cal} + Q_{k-p})}{\partial |V_k|} |V_k| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_k|} \left[ -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k| \|V_p\| Cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] * |V_k| \\
&= -2|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k \neq p}}^n |V_k| \|V_m\| Y_{km} |Sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{2|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k| \|V_p\| Cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \\
&= Q_k^{cal} - |V_k|^2 B_{kk} + \frac{2|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k| \|V_p\| Cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{69}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} (P_{k-p}) \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_p} \left[ \frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\
&= -\frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{70}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial (P_{k-p})}{\partial |V_p|} |V_p| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_p|} \left[ \frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] * |V_p| \\
&= \frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{71}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial (Q_{k-p})}{\partial \theta_p} \\
&= \frac{\partial}{\partial \theta_p} \left[ \frac{|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\
&= -\frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{72}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial(Q_{k-p})}{\partial |V_p|} |V_p| \\
&= \frac{\partial}{\partial |V_p|} \left[ \frac{|V_k|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] * |V_p| \\
&= -\frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{73}$$

Para el cálculo de las derivadas correspondientes al nodo  $p$ , se intercambian los subíndices  $k$  por  $p$ .

Las derivadas de la forma:

$$\frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial \theta_m} \quad \frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial |V_m|} |V_m|$$

Se desarrollan de la forma indicada en las ecuaciones (70) y (71) respectivamente.

Las derivadas parciales que aparecen al implementar el modelo de impedancia variable en serie, que se generan para la nueva fila y la nueva columna del Jacobiano, son [3]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} &= \frac{\partial P_{k-p}}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\
&= \frac{\partial}{\partial X_{TCSC}} \left[ \frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] * X_{TCSC} \\
&= \frac{-|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}}
\end{aligned} \tag{74}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} &= \frac{\partial Q_{k-p}}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \\
&= \frac{\partial}{\partial X_{TCSC}} \left[ \frac{|V_K|^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] X_{TCSC} \\
&= -\frac{|V_K|^2}{X_{TCSC}^2} + \frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}^2}
\end{aligned} \tag{75}$$

$$\frac{\partial P_{k-p}^{XTCSC}}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} = \frac{\partial P_{k-p}}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} = \frac{\partial P_k}{\partial X_{TCSC}} X_{TCSC} \tag{76}$$

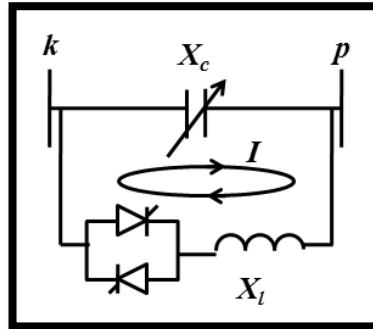
- Para nodos en donde no se encuentra conectado el TCSC las ecuaciones son las mismas que se presentaron en el **capítulo 1**.

### 3.1.2 Modelo del TCSC de reactancia variable dependiente del ángulo de disparo

En el modelo del TCSC dependiente del ángulo de disparo de los tiristores del TCR, el dispositivo sigue representándose por medio de una reactancia variable, añadiéndole el hecho de que ésta varía según la determinación del ángulo de disparo de operación del TCR. Tal como se estudió en el **capítulo 2**, la arquitectura o composición básica de un módulo TCSC consta de un TCR (Reactor Controlado por Tiristores) conectado en paralelo a un banco de condensadores. Además, se dio a conocer el comportamiento de este dispositivo, donde se puede notar claramente la dependencia en la variación de la impedancia del TCSC respecto al ángulo de disparo. Por este motivo, incluir el ángulo de disparo en el modelo del TCSC en estado estable da como resultado un modelo más exacto, o dicho de otra manera, más apegado a la operación real del dispositivo.

A continuación, se puede observar la estructura básica de un TCSC insertado entre las barras  $k$  y  $m$ , de un sistema de potencia eléctrico de dos barras.

**Figura 22. Estructura básica del TCSC**



Como se indicó en la sección anterior, la inclusión de este dispositivo añade una barra al sistema de potencia, las ecuaciones para las potencias activa y reactiva son como se indican en **(60)** y **(61)**.

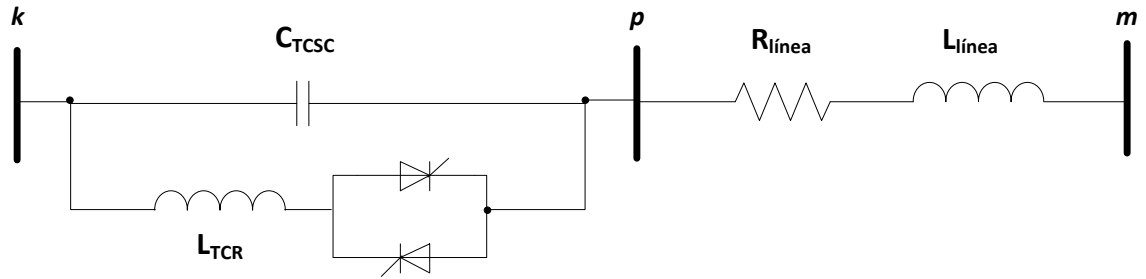
Hasta este momento, el procedimiento es similar al descrito en la sección anterior, la diferencia radica en la definición de la variable de estado que introduce el TCSC en el análisis, ya que, en el modelo anterior se asume la reactancia del TCSC como una magnitud que varía independientemente. Para el presente modelo del TCSC, se emplea la definición de la reactancia del TCSC en base a su funcionamiento, la cual se define en el **capítulo 2** por medio de la expresión **(47)**.

A partir de la expresión **(47)** se define la reactancia del TCSC a partir del ángulo de disparo de los tiristores, por lo tanto, ésta será la nueva variable de estado del sistema de potencia, y la nueva variable de control seguirá siendo la potencia del TCSC. De modo que, el ángulo de disparo se calcula y se actualiza en cada iteración del mismo modo que las magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras, y a partir de éste se calcula la reactancia del TCSC mediante la expresión **(47)**.

A continuación se presenta el cálculo de las derivadas parciales para conformar el nuevo Jacobiano del sistema de potencia [15], [5].

## Modificaciones del Jacobiano

**Figura 23. Conexión del TCSC en la línea de transmisión**



Las modificaciones en el Jacobiano producto de la inserción del TCSC en el sistema, considerando el modelo de reactancia dependiente del ángulo de disparo, están dadas en el arreglo matricial expuesto a continuación, considerando el sistema de la **Figura 23**.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_p \\ \Delta Q_p \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{k-p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_k}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_k}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_p}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_m}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_m}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{k-p}^\alpha}{\partial \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta |V_k|}{|V_k|} \\ \Delta \theta_p \\ \frac{\Delta |V_p|}{|V_p|} \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \quad (77)$$

$\Delta P_{k-p}^{\alpha} = P_{k-p}^{\alpha, req} - P_{k-p}^{\alpha}$ , es la diferencia (deltas) del flujo de potencia activa para el módulo TCSC,

$\Delta\alpha = \alpha^i - \alpha^{i-1}$ , es el cambio incremental en el ángulo de disparo del TCSC, y la actualización de la variable de estado  $\alpha$  se realiza por medio de la siguiente expresión:

$$\alpha^i = \alpha^{i-1} + (\Delta\alpha)^i \quad (78)$$

$P_{k-p}^{\alpha} = P_k$  es la potencia calculada por medio de la ecuación (60),

$P_{k-p}^{\alpha, req}$ , es el flujo de potencia deseado o flujo de potencia a controlar, es decir, es el valor al cual se desea mantener la potencia activa que fluye del nodo  $k$  al nodo  $p$ , y por lo tanto también será el flujo de potencia en la línea de transmisión en la cual está instalado el TCSC [3].

### Derivadas Parciales

Las ecuaciones de potencia activa y reactiva por medio de las cuales se calculan las derivadas parciales del Jacobiano incluyendo el TCSC son: (5), (6), (12), (13), (60) y (61). Y además se considera el hecho de que el valor de  $X_{TCSC}$  será calculado a partir de la expresión (47) para el valor actualizado de la variable de estado  $\alpha$  en la iteración actual.

Las derivadas parciales correspondientes a las barras entre las cuales se encuentra conectado el TCSC, son las obtenidas en la sección anterior, para un  $X_{TCSC}$  calculado a partir de la expresión (47).

Las nuevas derivadas parciales del modelo de reactancia del TCSC con respecto al ángulo de disparo son [3]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_k}{\partial \alpha} &= \frac{\partial P_{k-p}}{\partial \alpha} \\
 &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[ \frac{|V_k||V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\
 &= P_{k-p} B_{TCSC} \frac{\partial X_{TCSC}}{\partial \alpha}
 \end{aligned} \tag{79}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_k}{\partial \alpha} &= \frac{\partial Q_{k-p}}{\partial \alpha} \\
 &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[ \frac{V_k^2}{X_{TCSC}} - \frac{|V_k||V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{TCSC}} \right] \\
 &= Q_{k-p} B_{TCSC} \frac{\partial X_{TCSC}}{\partial \alpha}
 \end{aligned} \tag{80}$$

$$\frac{\partial B_{TCSC}}{\partial \alpha} = B_{TCSC}^2 \frac{\partial X_{TCSC}}{\partial \alpha} \tag{81}$$

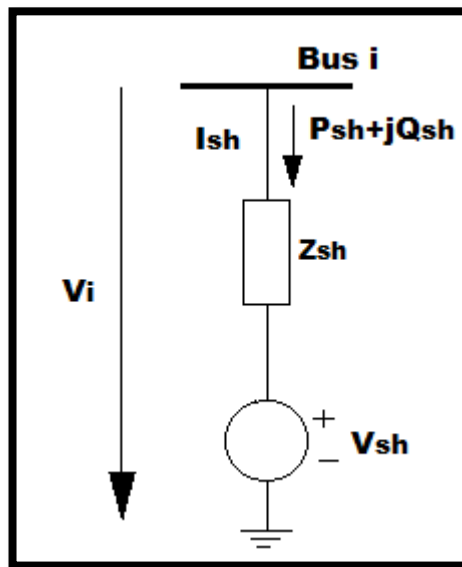
$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_{TCSC}}{\partial \alpha} &= -2C_1(1 + \cos(2\alpha)) \\
 &\quad + C_2 \sin(2\alpha)(\bar{w} \tan(\bar{w}(\pi - \alpha)) - \tan \alpha) \\
 &\quad + C_2 \left( \bar{w}^2 \frac{\cos^2(\pi - \alpha)}{\cos^2(\bar{w}(\pi - \alpha))} - 1 \right)
 \end{aligned} \tag{82}$$

### 3.2 MODELADO DEL STATCOM PARA FLUJOS DE CARGA

Como se mencionó en el capítulo anterior, el *STATCOM* es un dispositivo compensador de conexión paralelo, el cual se comporta como una fuente de tensión controlable a frecuencia fundamental y secuencia positiva ( $V_{sh}$ ), en serie con una impedancia ( $Z_{sh}$ ), la cual representa el transformador de acople. En la **Figura 24**, se muestra el modelo del *STATCOM*, donde:

$$V_{sh} = |V_{sh}| \angle \theta_{sh} \quad (83)$$

**Figura 24.** Circuito equivalente del *STATCOM* en un sistema de potencia



La inclusión del *STATCOM* en el sistema de potencia, ajusta la magnitud de tensión del nodo de conexión a un valor específico, para así ajustar el flujo de potencia activa y/o reactiva. Por lo tanto la magnitud y el ángulo de fase del *STATCOM* se convierten en variables de estado del sistema de potencia, cuyo valor se determina por medio del análisis iterativo mediante la solución de las ecuaciones del flujo de carga usando el método de Newton Raphson.

### 3.2.1 INCLUSIÓN DEL STATCOM EN EL JACOBIANO

El *STATCOM* principalmente está diseñado para generar potencia reactiva, permitiendo así el control de la tensión del nodo donde es conectado, a un valor de tensión de referencia. La magnitud de la tensión de esta barra se fija gracias a la tensión que se introduce por medio del dispositivo [3][4], y la potencia activa se suele considerar nula.

Por las razones expuestas anteriormente el *STATCOM*, el dispositivo adiciona 2 variables de estado al sistema  $V_m, \theta_m$  y por lo tanto deben ser incluidas 2 ecuaciones más en el flujo de carga.

Las ecuaciones correspondientes a la potencia activa y reactiva inyectadas por el dispositivo al nodo m, son:

$$S_m = V_m I_m^* = V_m Y_m^* (V_m^* - V_k^*) \quad (84)$$

Realizando algunas operaciones matemáticas en la ecuación (84), se puede descomponer la potencia compleja en sus componentes real e imaginario (P y Q respectivamente):

$$P_m = V_m^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \quad (85)$$

$$Q_m = -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \cos(\theta_m - \theta_k)] \quad (86)$$

Donde  $G_m + jB_m = 1/Z_m$

### **Variables de estado**

De acuerdo a las características del STATCOM, para controlar la magnitud de tensión en el nodo de conexión, los parámetros requeridos para este fin son los que se indican a continuación:

- Magnitud de la fuente de tensión:  $V_m$
- Angulo de la fuente de tensión:  $\theta_m$

Donde, el valor de estas variables se encuentra restringido dentro de unos límites que son impuestos por el dimensionamiento del convertidor electrónico de potencia, esto es:

- $V_{m-min} \leq V_m \leq V_{m-max}$
- $0 \leq \theta_m \leq 2\pi$

### **Variables de control**

Ya que el *STATCOM* permite el control de potencia activa y reactiva en la barra de conexión, las variables de control del dispositivo son:

- Potencia activa del *STATCOM*:  $P_m$
- Potencia reactiva del *STATCOM*:  $Q_m$
- Magnitud de la tensión en la barra de conexión:  $V_k$

De acuerdo a lo anterior, el jacobiano del sistema se modifica gracias a la inclusión de las nuevas variables de estado y de control.

Si se desactiva el control de tensión, pero se mantienen activados el control de potencia activa y reactiva, el jacobiano del sistema es de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta |V_k|}{|V_k|} \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \end{bmatrix} \quad (87)$$

Donde:

- $V_k, \theta_k$  : Son la magnitud y ángulo de tensión del nodo de conexión del *STATCOM*
- $V_m, \theta_m$  : Son la magnitud y ángulo de tensión del *STATCOM*
- $P_k, Q_k$  : Son la potencia activa y reactiva del nodo donde se conecta el *STATCOM*
- $P_m, Q_m$  : Son la potencia activa y reactiva del *STATCOM*

Ahora, en el caso de activar todos los modos de control del *STATCOM* el jacobiano resultante es como se indica a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \end{bmatrix} \quad (88)$$

De acuerdo a la ecuación **(88)**, al activarse el control de tensión del *STATCOM*, la magnitud de la tensión en la barra de conexión se fija a un valor especificado, de modo que se toma la tensión del *STATCOM* como la variable de estado de la barra y de este modo se mantiene como barra PQ, evitando así la adición de una barra más al sistema de potencia. Y ya que se encuentra activado el control de la potencia reactiva del *STATCOM*, se mantiene la última fila correspondiente a  $\Delta Q_m$ , sin embargo, la magnitud de la tensión del *STATCOM* se actualiza por medio de la fila correspondiente a la potencia reactiva de la barra de conexión,  $\Delta Q_k$ .

Generalmente el control de potencia activa se mantiene activado a fin de fijar su valor a cero, esto debido a las condiciones internas de operación del dispositivo. Al desactivar el control de la potencia reactiva del *STATCOM*, el  $\Delta Q_m$  se fija a cero.

### 3.2.3 ECUACIONES DE POTENCIA Y DERIVADAS PARCIALES PARA EL STATCOM

Dado que la inclusión del dispositivo afecta únicamente a las barras en las cuales se encuentra conectado, las siguientes derivadas parciales para la formación del jacobiano son aquellas que resultan afectadas por las variables del dispositivo. En ese sentido, las derivadas parciales que conforman el Jacobiano son:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ V_k^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] \right] \\ &= V_k^2 B_m - V_m V_k \left[ G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m) \right] - V_k^2 G_m; \\ &= -Q_k - V_k^2 G_m;\end{aligned}\tag{89}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ V_k^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] \right] \\ &= V_k V_m \left[ G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m) \right];\end{aligned}\tag{90}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ V_m^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] \right] \\ &= V_m^2 B_m - V_m V_k \left[ G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \cos(\theta_m - \theta_k) \right] - V_m^2 G_m; \\ &= -Q_m - V_m^2 B_m;\end{aligned}\tag{91}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ V_m^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] \right] \\ &= V_k V_m \left[ G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \cos(\theta_m - \theta_k) \right];\end{aligned}\tag{92}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ V_k^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] \right] * V_k \\ &= V_k^2 G_m + V_m V_k \left[ G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k) \right] + V_k^2 G_m; \\ &= P_k + V_k^2 G_m;\end{aligned}\tag{93}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m &= \frac{\partial}{\partial V_m} \left[ V_k^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] * V_m \\ &= V_k V_m [G_m \cos(\theta_k - \theta_m) + B_m \sin(\theta_k - \theta_m)];\end{aligned}\quad (94)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m &= \frac{\partial}{\partial V_m} \left[ V_m^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] * V_m \\ &= V_m^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] + V_m^2 G_k; \\ &= P_m + V_m^2 G_k;\end{aligned}\quad (95)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m}{\partial V_k} V_k &= \frac{\partial}{\partial V_k} \left[ V_m^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] * V_k \\ &= V_k V_m [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)];\end{aligned}\quad (96)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ -V_k^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)] \right] \\ &= V_k^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] - V_k^2 G_m \\ &= P_k - V_k^2 G_m\end{aligned}\quad (97)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ -V_k^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)] \right] \\ &= -V_k V_m [G_m \cos(\theta_k - \theta_m) + B_m \sin(\theta_k - \theta_m)]\end{aligned}\quad (98)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} &= \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left[ -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] \\ &= V_m^2 G_m + V_m V_k [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] - V_m^2 G_m \\ &= P_m - V_m^2 G_m\end{aligned}\quad (99)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] \\ &= -V_k V_m [G_m \cos(\theta_m - \theta_k) + B_m \sin(\theta_k - \theta_m)];\end{aligned}\quad (100)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k &= \frac{\partial}{\partial V_k} \left[ -V_k^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)] \right]^* V_k \\
&= \left[ -V_k^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)] \right] - V_k^2 G_m; \quad (101) \\
&= Q_k - V_k^2 G_m;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m &= \frac{\partial}{\partial V_m} V_m \left[ -V_k^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)] \right]^* V_m \quad (102) \\
&= V_k V_m [G_m \sin(\theta_k - \theta_m) - B_m \cos(\theta_k - \theta_m)];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m &= \frac{\partial}{\partial V_m} \left[ -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right]^* V_m \\
&= \left[ -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right] - V_m^2 B_m; \quad (103) \\
&= Q_m - V_m^2 B_m;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_m}{\partial V_k} V_k &= \frac{\partial}{\partial V_k} \left[ -V_m^2 B_m + V_m V_k [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \sin(\theta_m - \theta_k)] \right]^* V_k \quad (104) \\
&= -V_k V_m [G_m \sin(\theta_m - \theta_k) - B_m \cos(\theta_m - \theta_k)];
\end{aligned}$$

Para nodos en donde no se encuentra conectado el STATCOM las ecuaciones son las mismas que se presentaron en el **capítulo 1**.

### 3.3 MODELADO DE DISPOSITIVOS UPFC PARA FLUJOS DE POTENCIA

Retomando lo visto en el **capítulo 2** acerca del *UPFC*, la estructura básica de este dispositivo consta de dos *VSCs* los cuales se encuentran unidos mediante un enlace dc común. El convertidor serie se encuentra acoplado a la línea de transmisión mediante un transformador conectado en serie, y el convertidor en paralelo se encuentra acoplado a la línea de transmisión mediante un transformador de conectado en paralelo con ésta. El circuito equivalente del dispositivo se presenta en la **Figura (19)**.

Como se puede observar en la **Figura 19**, la inclusión del *UPFC* en la línea de transmisión requiere la adición de una nueva barra en el sistema de potencia debido a los requerimientos para la conexión de su rama serie. Esta característica sumada a las habilidades de compensación y control del dispositivo se presentan a continuación.

#### 3.3.1 Inclusión del UPFC en el Jacobiano

El modelo del *UPFC* con impedancias para el cálculo de flujos de carga, está diseñado para operar bajo un modo de control completo, es decir, se cuenta con el control automático de tensión y el control automático del flujo de potencia simultáneamente. El *UPFC* controla la tensión que inyecta en serie con la línea de transmisión a fin de mantener los valores de  $P$  y  $Q$  deseados. Por otro lado, el *UPFC* regula automáticamente la corriente reactiva de la rama en paralelo, para mantener la tensión de la barra a la cual se encuentra conectada, a un punto de referencia.

Por lo tanto para incluir el *UPFC* al sistema de potencia es necesario que este dispositivo se considere como una rama separada de la red, provocando así la aparición de un nuevo nodo que corresponde a una barra de acople, la cual, para el cálculo de flujos de carga será considerada como una barra PQ.

La inclusión de este dispositivo al sistema de potencia requiere que para dicha implementación se fijen las condiciones de operación deseadas en el sistema, considerando el impacto de la introducción del *UPFC* al mismo, y luego proceder a realizar el flujo de carga. Asignar las condiciones de operación deseadas hace referencia a los valores deseados de tensión en la barra de alimentación<sup>8</sup>, potencia activa absorbida de la red hacia el *UPFC* por medio de la rama en paralelo, y los valores de flujos de potencia activa y reactiva que se desean por la línea en la cual se introdujo el *UPFC*.

Luego de tener en cuenta las consideraciones anteriores, se procede a desarrollar un análisis de flujo de carga normal, obteniéndose como resultado unos valores para las tensiones de barra con sus respectivos ángulos, y los flujos de potencia activa y reactiva en todas las barras del sistema y además las características de la nueva barra y las nuevas variables de estado y de control que se introducen con el *UPFC*.

### **Características y variables del UPFC en estado estable**

Por medio del *UPFC* se logra un control constante de tensión y flujos de potencia en la línea de transmisión en la cual se instala el dispositivo. Las características de compensación y control del dispositivo, de acuerdo a la conexión presentada en la **Figura 19**, se listan a continuación:

---

<sup>8</sup> Barra a la cual está conectado el VSC en paralelo

- La magnitud de la tensión en la barra  $k$  es controlada.
- Los flujos de potencia activa y reactiva  $P_{km}$  y  $Q_{km}$  de la línea de transmisión en la cual se encuentra conectado el dispositivo son controlados.

De modo que, en base a estas habilidades del *UPFC* y teniendo en cuenta su configuración, se pueden definir las variables de estado y control por medio de las cuales el dispositivo realiza sus funciones de compensación y control aplicados al cálculo de flujos de carga.

Como se presentó para los dispositivos *TCSC* y *STATCOM*, la inclusión en el sistema de un dispositivo *FACTS* para el cálculo de flujos de carga, genera cambios en la estructura del método y la aparición de nuevas variables de estado y control por medio de las cuales se controlan los parámetros del dispositivo.

Debido a que el *UPFC* es un dispositivo unificado, es decir, posee las características de los dispositivos de conexión serie y paralelo, entonces la inclusión de su modelo en estado estable de acuerdo a sus características de compensación y control genera las siguientes variables de estado y control para el cálculo de flujos de carga:

### **Variables de estado:**

De acuerdo a las características del *UPFC* para controlar los flujos de potencia en la línea de transmisión, y la tensión en la barra de alimentación, los parámetros requeridos para este fin son los que se indican a continuación:

- Magnitud de la fuente de la rama serie :  $V_{se}$
- Magnitud de la fuente de la rama paralelo:  $V_{sh}$
- Angulo de la fuente de la rama serie:  $\delta_{se}$
- Angulo de la fuente de la rama paralelo :  $\delta_{sh}$

Donde, las variables se encuentran controladas dentro de unos límites definidos por:

- $V_{se\min} \leq V_{se} \leq V_{se\max}$  **(105)**

- $V_{sh\min} \leq V_{sh} \leq V_{sh\max}$  **(106)**

- $0 \leq \delta_{se} \leq 2\pi$  **(107)**

- $0 \leq \delta_{sh} \leq 2\pi$  **(108)**

Por medio de la magnitud y ángulo de la tensión inyectada en serie se modifica la corriente que fluye por la línea y de forma directa se afecta el flujo de potencia activa y reactiva, dependiendo de las características de ésta tensión.

El control de la tensión de la fuente en la rama de conexión en paralelo del dispositivo, permite el control de potencia reactiva generada/absorbida por el mismo, controlando a su vez la magnitud de la tensión en la barra de alimentación.

### Variables de control:

Ya que el UPFC permite el control de potencia activa y reactiva en la línea de transmisión en la cual se instala, las variables de control del dispositivo son las siguientes:

- Potencia Activa de la línea de transmisión :  $P_{km}$
- Potencia Reactiva de la línea de transmisión:  $Q_{km}$
- Tensión de la barra de conexión del STATCOM:  $|V_k|$

Por otra parte, dado que el dispositivo serie puede en algunos casos consumir o entregar potencia activa, ésta debe ser compensada por el dispositivo paralelo. Lo anterior sumado a las pérdidas innatas a la operación de los dos dispositivos (VSC) establece la siguiente condición:

$$P_{sh} - P_{se} = 0 \quad (109)$$

Donde  $P_{se}$  y  $P_{sh}$  corresponden a la potencia activa de la fuente de tensión de la rama serie y paralelo del UPFC respectivamente

La anterior restricción modifica las ecuaciones del flujo de carga, adicionado una fila más en la matriz de ecuaciones, debido al término:

$$\Delta P_{UPFC} = \Delta P_{esp} - (P_{sh} - P_{se}). \text{ Como } \Delta P_{esp} = 0, \text{ la ecuación queda: } \Delta P_{UPFC} = -P_{sh} + P_{se}$$

En **capítulo 2**, se presentó la operación del UPFC donde se dio a conocer el hecho de que el UPFC puede controlar los parámetros que influyen en el control del flujo de potencia de forma unificada o individual, es decir, se puede controlar la tensión en la barra de alimentación, y la potencia activa y reactiva en la línea de transmisión simultáneamente o por separado. Esto se logra activando o desactivando la opción de control de cada una de estas tres

variables según las necesidades de compensación y control del sistema de potencia. De acuerdo a lo anterior, el Jacobiano del sistema luego de incluir el UPFC se modifica debido a la inclusión de las nuevas variables de estado y de control, y según los modos de control seleccionados. En caso de activar todos los modos de control, el Jacobiano resultante tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_p \\ \Delta Q_p \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{pk} \\ \Delta Q_{pk} \\ \Delta P_{UPFC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_k} & 0 & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{sh}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta |V_{sh}|}{|V_{sh}|} \\ \Delta \theta_p \\ \frac{\Delta |V_p|}{|V_p|} \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \\ \Delta \delta_{se} \\ \frac{\Delta |V_{se}|}{|V_{se}|} \\ \Delta \delta_{sh} \end{bmatrix} \quad (110)$$

Nótese que en la ecuación (110), se le ha dado a la barra k (barra de conexión del STATCOM), el tratamiento de una barra PQ, pero considerando como variable de estado la tensión de la fuente del STATCOM ( $V_{sh}$ ) y no la tensión de la barra k, ya que ésta, está especificada. Lo anterior ayuda a mantener el número de barras aún cuando se incluya un STATCOM, disminuyendo así la carga computacional que demanda la solución de las ecuaciones del flujo de carga.

Al desactivar el modo de control de tensión, el Jacobiano se forma con la magnitud de la tensión de la barra de alimentación,  $k$ , como en el caso de flujos de carga convencional, y la magnitud de la tensión de la fuente  $|V_{sh}|$ , se fija a un valor dentro de los límites descritos en **(106)**. El Jacobiano total se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_p \\ \Delta Q_p \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{pk} \\ \Delta Q_{pk} \\ \Delta P_{UPFC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_m}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_m}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{sh}} \\ \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_k|} |V_k| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_p|} |V_p| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_m|} |V_m| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{se}} & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| & \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{sh}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta |V_k|}{|V_k|} \\ \Delta \theta_p \\ \frac{\Delta |V_p|}{|V_p|} \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta |V_m|}{|V_m|} \\ \Delta \delta_{se} \\ \frac{\Delta |V_{se}|}{|V_{se}|} \\ \Delta \delta_{sh} \end{bmatrix} \quad (111)$$

En caso de desactivar los modos de control de potencia activa y reactiva, las correspondientes filas y columnas en el Jacobiano y en el vector de errores se fijan a cero.

### 3.3.2 Ecuaciones de potencia y derivadas parciales para el UPFC

En base al circuito de la **Figura 19**, y empleando las ecuaciones de transferencia de potencia entre barras y potencias calculadas en las barras, presentadas en el **capítulo 1<sup>9</sup>**, se determinan a continuación las ecuaciones para las potencias en las ramas del UPFC.

Dado que la inclusión del dispositivo afecta únicamente a las barras en las cuales se encuentra conectado, las siguientes ecuaciones de potencia y derivadas parciales para formación del Jacobiano son aquellas que resultan afectadas por las variables del dispositivo. Las ecuaciones correspondientes a las demás barras del sistema permanecen con la misma forma presentada en el **capítulo 1**, para flujos de carga convencional.

**Barra k:** Es la barra de alimentación del UPFC, en la cual se encuentra conectada la rama de conexión en paralelo.

- Potencias calculadas:

$$P_k^{cal} = |V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \quad (112)$$

$$Q_k^{cal} = -|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \quad (113)$$

---

<sup>9</sup> Ecuaciones (5), (6), (12) y (13).

- Potencia transferida de la barra  $k$  a la barra  $p$ :

$$P_{k-p} = \frac{|V_k||V_p|\sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} + \frac{|V_k||V_{se}|\sin(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} \quad (114)$$

$$Q_{k-p} = -\frac{|V_k|^2}{X_{se}} - \frac{|V_k||V_p|\cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} - \frac{|V_k||V_{se}|\cos(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} \quad (115)$$

- Potencia del convertidor en paralelo:

$$P_{sh} = P_{k-sh} = \frac{|V_k||V_{sh}|\sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} \quad (116)$$

$$Q_{sh} = Q_{k-sh} = \frac{|V_k|^2}{X_{sh}} - \frac{|V_k||V_{sh}|\cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} \quad (117)$$

### **Derivadas parciales**

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} [P_k^{cal} + P_{k-p} + P_{sh}] \\ &= -\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k||V_m||Y_{km}|\sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k||V_p|\cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} \\ &\quad + \frac{|V_k||V_{se}|\cos(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} + \frac{|V_k||V_{sh}|\cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} \end{aligned} \quad (118)$$

En la ecuación (118) y en las siguientes se ha separado los términos correspondientes al UPFC, en las fórmulas para el cálculo de las potencias, con el fin de mantener el resto de cálculos con las mismas fórmulas que se utilizan en el flujo de carga convencional.

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [P_{k-p}] \\ &= -\frac{|V_k||V_p|\cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}}\end{aligned}\quad (119)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \delta_{se}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [P_{k-p}] \\ &= -\frac{|V_k||V_{se}|\cos(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}}\end{aligned}\quad (120)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial \delta_{sh}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{sh}} [P_{sh}] \\ &= -\frac{|V_k||V_{sh}|\cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}\end{aligned}\quad (121)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial}{\partial V_k} [P_k^{cal} + P_{k-p} + P_{sh}] |V_k| \\ &= 2|V_k|^2 G_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k||V_m||Y_{km}|\cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\ &\quad + \frac{|V_k||V_p|\sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} + \frac{|V_k||V_{se}|\sin(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} \\ &\quad + \frac{|V_k||V_{sh}|\sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}\end{aligned}\quad (122)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [P_{k-p}] |V_p| \\
&= \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{123}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| &= \frac{\partial}{\partial V_{se}} [P_{k-p}] |V_{se}| \\
&= \frac{|V_k| |V_{se}| \sin(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{124}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| &= \frac{\partial}{\partial V_{sh}} [P_{sh}] |V_{sh}| \\
&= \frac{|V_k| |V_{sh}| \sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}
\end{aligned} \tag{125}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} [Q_k^{cal} + Q_{k-p} + Q_{sh}] \\
&= \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k| |V_m| |Y_{km}| \cos(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) + \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} \\
&\quad + \frac{|V_k| |V_{se}| \sin(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} + \frac{|V_k| |V_{sh}| \sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}
\end{aligned} \tag{126}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [Q_{k-p}] \\
&= -\frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{127}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{se}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [Q_{k-p}] \\
&= -\frac{|V_k| |V_{se}| \sin(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{128}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_{sh}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{sh}} [Q_{sh}] \\
&= -\frac{|V_k| |V_{sh}| \sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}
\end{aligned} \tag{129}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial}{\partial V_k} [Q_k^{cal} + Q_{k-p} + Q_{sh}] |V_k| \\
&= -2|V_k|^2 B_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_k| |V_m| |Y_{km}| \sin(\theta_k - \theta_m - \delta_{km}) \\
&\quad + \frac{2|V_k|^2}{X_{se}} - \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}} \\
&\quad - \frac{|V_k| |V_{se}| \cos(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}} + \frac{2|V_k|^2}{X_{sh}} - \frac{|V_k| |V_{sh}| \cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}
\end{aligned} \tag{130}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [Q_{k-p}] |V_p| \\
&= -\frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_k - \theta_p)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{131}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| &= \frac{\partial}{\partial V_{se}} [Q_{k-p}] |V_{se}| \\
&= -\frac{|V_k| |V_{se}| \cos(\theta_k - \delta_{se})}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{132}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_k}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| &= \frac{\partial}{\partial |V_{sh}|} [Q_{sh}] |V_{sh}| \\ &= -\frac{|V_k| |V_{sh}| \cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}\end{aligned}\quad (133)$$

**Barra p:** Es la barra de enlace serie con la línea de transmisión, barra nueva que se adiciona al sistema para conectar la rama serie del dispositivo UPFC.

- Potencias calculadas:

$$P_p^{cal} = |V_p|^2 G_{pp} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \cos(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) \quad (134)$$

$$Q_p^{cal} = -|V_p|^2 B_{pp} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \sin(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) \quad (135)$$

- Potencia transferida de la barra p a la barra k:

$$P_{p-k} = \frac{|V_p| |V_k| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} \quad (136)$$

$$Q_{p-k} = \frac{|V_p|^2}{X_{se}} - \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} \quad (137)$$

- Potencia del convertidor en serie:

$$P_{se} = P_{se-k} = \frac{|V_{se}| |V_k| \sin(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \quad (138)$$

$$Q_{se} = Q_{se-k} = \frac{|V_{se}|^2}{X_{se}} - \frac{|V_{se}| |V_k| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \quad (139)$$

### **Derivadas parciales**

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} [P_{p-k} + P_{se}] \\ &= -\frac{|V_p| |V_k| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} - \frac{|V_{se}| |V_k| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (140)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [P_p^{cal} + P_{p-k}] \\ &= -\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \sin(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) + \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (141)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{se}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [P_{p-k} + P_{se}] \\ &= \frac{|V_{se}| |V_k| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (142)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_p}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial}{\partial V_k} [P_{p-k} + P_{se}] |V_k| \\
&= \frac{|V_p| |V_k| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} + \frac{|V_{se}| |V_k| \sin(\delta_{se} - \delta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{143}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_p}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [P_p^{cal} + P_{p-k}] |V_p| \\
&= 2|V_p|^2 G_{pp} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \cos(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) + \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{144}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| &= \frac{\partial}{\partial |V_{se}|} [P_{p-k} + P_{se}] |V_{se}| \\
&= \frac{|V_{se}| |V_k| \sin(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{145}$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| = \frac{\partial P_p}{\partial \theta_{sh}} = 0 \tag{146}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} [Q_{p-k} + Q_{se}] \\
&= -\frac{|V_p| |V_k| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} - \frac{|V_{se}| |V_k| \sin(\delta_{se} - \delta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{147}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [Q_p^{cal} + Q_{p-k}] \\
&= \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \cos(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) + \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{148}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{se}} &= \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [Q_{p-k} + Q_{se}] \\
&= \frac{|V_{se}| |V_k| \sin(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{149}$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{sh}} = 0 \tag{150}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial}{\partial V_k} [Q_{p-k} + Q_{se}] |V_k| \\
&= -\frac{|V_p| |V_k| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} - \frac{|V_{se}| |V_k| \cos(\delta_{se} - \delta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{151}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [Q_p^{cal} + Q_{p-k}] |V_p| \\
&= -2|V_p|^2 B_{pp} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq p \neq k}}^l |V_p| |V_m| |Y_{pm}| \sin(\theta_p - \theta_m - \delta_{pm}) - \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{152}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| &= \frac{\partial}{\partial |V_{se}|} [Q_{p-k} + Q_{se}] |V_{se}| \\
&= -\frac{|V_{se}| |V_k| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} - \frac{2|V_{se}|^2}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{153}$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| = 0 \tag{154}$$

**Variables de control:** Estas son las derivadas correspondientes a las nuevas variables de control que se ingresan al sistema por la inclusión del UPFC.

- Flujo de potencia activa por la línea de transmisión (de la barra  $p$  a la barra  $k$ ):

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial}{\partial \theta_k} [P_{p-k} + P_{se}] = \frac{\partial P_p}{\partial \theta_k} \quad (155)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{pk}}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [P_{p-k} + P_{se}] \\ &= \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (156)$$

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{se}} = \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [P_{p-k} + P_{se}] = \frac{\partial P_p}{\partial \delta_{se}} \quad (157)$$

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial \delta_{sh}} = 0 \quad (158)$$

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_k|} |V_k| = \frac{\partial}{\partial V_k} [P_{p-k} + P_{se}] V_k = \frac{\partial P_p}{\partial |V_k|} |V_k| \quad (159)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [P_{p-k} + P_{se}] |V_p| \\ &= \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}}\end{aligned}\quad (160)$$

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| = \frac{\partial}{\partial |V_{se}|} [P_{p-k} + P_{se}] |V_{se}| = \frac{\partial P_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| \quad (161)$$

$$\frac{\partial P_{pk}}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| = 0 \quad (162)$$

- Flujo de potencia reactiva por la línea de transmisión (de la barra  $p$  a la barra  $k$ ):

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial}{\partial \theta_k} [Q_{p-k} + Q_{se}] = \frac{\partial Q_p}{\partial \theta_k} \quad (163)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_{pk}}{\partial \theta_p} &= \frac{\partial}{\partial \theta_p} [Q_{p-k} + Q_{se}] \\ &= \frac{|V_k| |V_p| \sin(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}}\end{aligned}\quad (164)$$

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{se}} = \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [Q_{p-k} + Q_{se}] = \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_{se}} \quad (165)$$

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial \delta_{sh}} = 0 \quad (166)$$

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_k|} |V_k| = \frac{\partial}{\partial V_k} [Q_{p-k} + Q_{se}] |V_k| = \frac{\partial Q_p}{\partial |V_k|} |V_k| \quad (167)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_p|} |V_p| &= \frac{\partial}{\partial V_p} [Q_{p-k} + Q_{se}] |V_p| \\ &= - \frac{|V_k| |V_p| \cos(\theta_p - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (168)$$

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| = \frac{\partial}{\partial |V_{se}|} [Q_{p-k} + Q_{se}] |V_{se}| = \frac{\partial Q_p}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| \quad (169)$$

$$\frac{\partial Q_{pk}}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| = 0 \quad (170)$$

- Delta de Potencia activa entre las ramas de conexión serie y paralelo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial}{\partial \theta_k} [-P_{sh} + P_{se}] \\ &= - \frac{|V_k| |V_{sh}| \cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} - \frac{|V_k| |V_{se}| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (171)$$

$$\frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \theta_p} = \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial \theta_p} = \frac{\partial}{\partial \theta_p} [-P_{sh} + P_{se}] = 0 \quad (172)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{se}} &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial \delta_{se}} = \frac{\partial}{\partial \delta_{se}} [-P_{sh} + P_{se}] \\ &= \frac{|V_k| |V_{se}| \cos(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (173)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial \delta_{sh}} &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial \delta_{sh}} = \frac{\partial}{\partial \delta_{sh}} [-P_{sh} + P_{se}] \\ &= \frac{|V_k| |V_{sh}| \cos(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} \end{aligned} \quad (174)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_k|} |V_k| &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial |V_k|} |V_k| = \frac{\partial}{\partial |V_k|} [-P_{sh} + P_{se}] |V_k| \\ &= -\frac{|V_k| |V_{sh}| \sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}} + \frac{|V_k| |V_{se}| \sin(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}} \end{aligned} \quad (175)$$

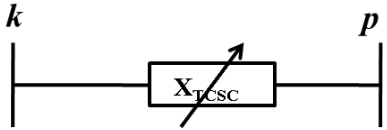
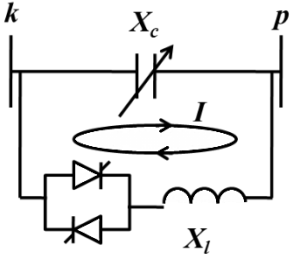
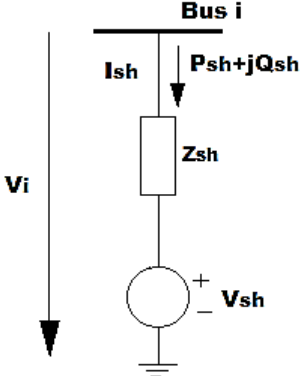
$$\frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_p|} |V_p| = \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial |V_p|} |V_p| = \frac{\partial}{\partial |V_p|} [-P_{sh} + P_{se}] |V_p| = 0 \quad (176)$$

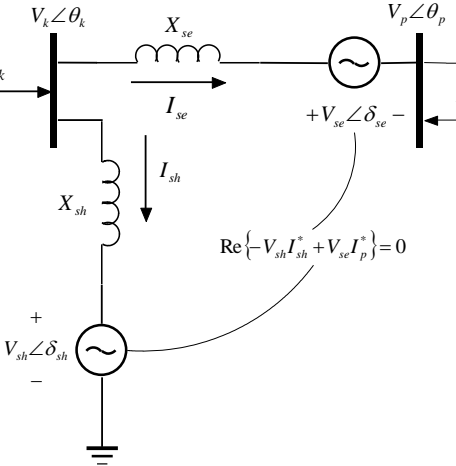
$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial |V_{se}|} |V_{se}| = \frac{\partial}{\partial |V_{se}|} [-P_{sh} + P_{se}] |V_{se}| \\
&= \frac{|V_k| |V_{se}| \sin(\delta_{se} - \theta_k)}{X_{se}}
\end{aligned} \tag{177}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{UPFC}}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| &= \frac{\partial \Delta P_{UPFC}}{\partial |V_{sh}|} |V_{sh}| = \frac{\partial}{\partial |V_{sh}|} [-P_{sh} + P_{se}] |V_{sh}| \\
&= \frac{|V_k| |V_{sh}| \sin(\theta_k - \delta_{sh})}{X_{sh}}
\end{aligned} \tag{178}$$

### 3.4 RESUMEN

Tabla 5. Modelos de dispositivos FACTS

DISPOSITIVO NOMBRE	MODELO EN ESTADO ESTABLE	OBSERVACIONES Y CARACTERÍSTICAS
TCSC		<p>Este modelo contempla al TCSC como una reactancia de magnitud variable la cual puede ser de tipo capacitiva o inductiva según los requerimientos de potencia activa en la línea donde se encuentre instalado. Debido a que el TCSC es un dispositivo de conexión serie, su instalación en la línea de transmisión requiere de la aparición de una nueva barra en el sistema de potencia (Ver <b>capítulo 3</b>). Para efectos de su inclusión en el cálculo de flujos de carga empleando el método de Newton Raphson, se incluye como nueva variable de estado el valor de la reactancia del TCSC y como nueva variable de control la potencia activa en la línea de transmisión.</p>
		<p>Por medio de este modelo se consideran los parámetros de construcción del TCSC, ya que se incluyen las reactancias del banco de condensadores y el reactor del TCR, y el ángulo de disparo de los tiristores. En la inclusión del modelo para el cálculo de flujos de carga empleando el método de Newton Raphson, se incluyen como nuevas variables de estado y de control, el ángulo de disparo de los tiristores y la potencia activa por la línea de transmisión.</p>
STATCOM		<p>El modelo para el STATCOM consiste en una rama de conexión en paralelo con la barra a la cual se desea realizar el control. Esta rama consta de una fuente de tensión que representa al VSC, en serie con una reactancia inductiva que representa al transformador de acoplamiento al sistema. Para la inclusión del modelo en el cálculo de flujos de carga empleando el método de Newton Raphson, las nuevas variables de estado que se ingresan por el dispositivo son: la magnitud y el ángulo de fase de la tensión de la fuente del STATCOM, por medio de las cuales se controla la magnitud de la tensión en la barra de alimentación a un valor especificado. Y las nuevas variables de control son: las potencias activa y reactiva del STATCOM.</p>

DISPOSITIVO NOMBRE	MODELO EN ESTADO ESTABLE	OBSERVACIONES Y CARACTERÍSTICAS
<b>UPFC</b>	 <p style="text-align: center;"><math>\text{Re}\{-V_{sh} I_{sh}^* + V_{se} I_p^*\} = 0</math></p>	<p>El modelo del UPFC consta de la conexión de dos ramas, una en serie con la línea de transmisión y otra en paralelo con la barra de envío o alimentación. Las ramas serie y paralelo del UPFC están constituidas por una fuente de tensión que representa al VSC, en serie con una reactancia inductiva que representa al transformador de acoplamiento al sistema. Al igual que en el caso del TCSC, debido a que el UPFC posee una rama de conexión serie, su instalación en la línea de transmisión requiere de la aparición de una nueva barra en el sistema de potencia (Ver <b>capítulo 3</b>). Al incluir el modelo del UPFC en el cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson, las nuevas variables de estado que se ingresan por el dispositivo son: las magnitudes y ángulos de fase de las fuentes convertidoras serie y paralelo. Y las nuevas variables de control son: las potencias activa y reactiva en la línea de transmisión, y la potencia activa de la rama en paralelo.</p>

## **4. ESTUDIO DE CASOS**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

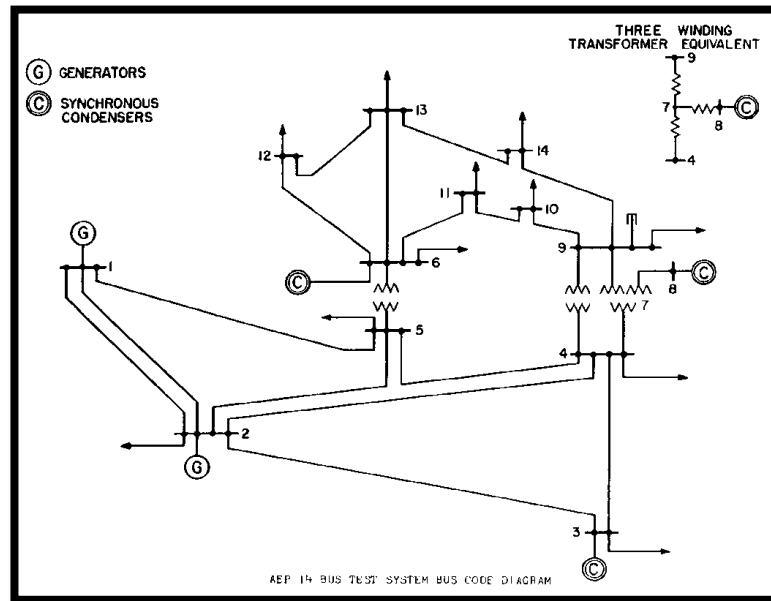
Por medio de éste capítulo se presentan los códigos, procedimientos y resultados obtenidos en el desarrollo de los flujos de carga realizados mediante el método de Newton Raphson convencional e incluyendo los dispositivos FACTS, utilizando la herramienta Matlab. La selección de realizar los análisis por medio de Newton Raphson, se debe a sus fuertes características de convergencia y versatilidad en los resultados arrojados por el método. Además, se escoge un sistema de prueba para el desarrollo de flujos de carga por medio del cual se puedan observar los efectos de la inclusión de los dispositivos FACTS a un sistema de potencia cualquiera.

### **4.2 SISTEMA DE PRUEBA**

Para el cálculo de flujos de carga incluyendo dispositivos FACTS, se selecciona un sistema de potencia de prueba para el cual se obtienen los flujos de carga convencional e incluyendo los dispositivos estudiados en el presente trabajo.

La configuración del sistema IEEE de 14 barras se ilustra a continuación. Este sistema cuenta con 2 generadores, 1 condensador de compensación, 3 condensadores síncronos y 20 líneas de transmisión. El sistema opera en correctas condiciones [18].

Figura 25. Sistema IEEE de 14 barras<sup>10</sup>



A continuación se listan las propiedades de los elementos constitutivos del sistema de potencia seleccionado.

El listado de parámetros característicos de las líneas de transmisión del sistema IEEE de 14 barras, se presenta a continuación [18], [19]. Estos parámetros son la resistencia, la reactancia y la susceptancia equivalente, además, se incluye la posición de 3 taps presentes en dos de los transformadores instalados en el sistema.

---

<sup>10</sup>Imagen tomada de [18]

**Tabla 6. Características de las líneas de transmisión**

No Línea	Barra de envío	Barra de recepción	Resistencia (pu)	Reactancia (pu)	Susceptancia (pu)	Tap
1	1	2	0,01938	0,05917	0,0580	0,000
2	1	5	0,05403	0,22304	0,0492	0,000
3	2	3	0,04699	0,19797	0,0438	0,000
4	2	4	0,05811	0,17632	0,0340	0,000
5	2	5	0,05695	0,17388	0,0346	0,000
6	3	4	0,06701	0,17103	0,0128	0,000
7	4	5	0,01335	0,04211	0,0000	0,000
8	4	7	0,00000	0,20912	0,0000	0,978
9	6	11	0,09498	0,19890	0,0000	0,000
10	6	12	0,12291	0,25581	0,0000	0,000
11	6	13	0,06615	0,13027	0,0000	0,000
12	9	10	0,03181	0,08450	0,0000	0,000
13	9	14	0,12711	0,27038	0,0000	0,000
14	10	11	0,08205	0,19207	0,0000	0,000
15	12	13	0,22092	0,19988	0,0000	0,000
16	13	14	0,17093	0,34802	0,0000	0,000
17	4	9	0,00000	0,55618	0,0000	0,969
18	5	6	0,00000	0,25202	0,0000	0,932
19	7	8	0,00000	0,17615	0,0000	0,000
20	7	9	0,00000	0,11001	0,0000	0,000

En cuanto a elementos de compensación, se representan mediante su reactancia equivalente. Para el sistema en estudio se tiene un condensador compensador instalado en la barra 9 del sistema, cuyas características se expresan como sigue [18], [19].

**Tabla 7. Características de los elementos en paralelo**

Barra No	Resistencia	Reactancia
9	0	-5,86

Como se observa en la **Figura 25**, el sistema IEEE de 14 barras contiene tres condensadores síncronos. Los datos extraídos de la referencia [1] representan a los condensadores síncronos mediante la potencia reactiva ingresada al sistema (generación de potencia reactiva) como se observa en la **Tabla 8** para la columna Qgen, los valores correspondientes a las barras en las cuales se encuentran los condensadores síncronos (barras 3, 6 y 8).

La clasificación y características de las barras del sistema se presentan a continuación [18], [19].

**Tabla 8. Características de las barras**

Barra No	Tipo*	Tensión (pu)	Angulo (pu)	Pgen (pu)**	Qgen (pu)**	Pload (pu)**	Qload (pu)**
1	1	1,060	0	2,324	-0,169	0,000	0,000
2	2	1,045	0	0,400	0,424	0,217	0,127
3	2	1,010	0	0,000	0,234	0,942	0,190
4	3	1,000	0	0,000	0,000	0,478	-0,039
5	3	1,000	0	0,000	0,000	0,076	0,016
6	2	1,070	0	0,000	0,122	0,112	0,075
7	3	1,000	0	0,000	0,000	0,000	0,000
8	2	1,090	0	0,000	0,174	0,000	0,000
9	3	1,000	0	0,000	0,000	0,295	0,166
10	3	1,000	0	0,000	0,000	0,090	0,058
11	3	1,000	0	0,000	0,000	0,035	0,018
12	3	1,000	0	0,000	0,000	0,061	0,016
13	3	1,000	0	0,000	0,000	0,135	0,058
14	3	1,000	0	0,000	0,000	0,149	0,050

\* (1) Barra Slack, (2) Barra Generadora PV, (3) Barra de Carga PQ, (4) Barra Generadora PQ

La inicialización de las variables de estado (Magnitud y ángulo de fase de las tensiones de barra) y de control (Potencias activa y reactiva generadas y consumidas en cada barra del sistema) se realiza con los datos indicados en la **Tabla 8**.

Los límites de potencia reactiva son presentados en la **Tabla 9**, se asignan con el fin de vigilar el progreso de generación de potencia reactiva en los generadores del sistema, ya que en caso de violar dichos límites la barra cambia de tipo generadora a barra tipo carga.

**Tabla 9. Límites de Potencia Reactiva en los generadores**

Barra No	Qgenmáx (pu)**	Qgenmin (pu)**
2	0,50	-0,40
3	0,40	0,00
6	0,24	-0,06
8	0,24	-0,06

\*\* Potencia base: 100 MVA

## 4.3 FLUJO DE CARGA CONVENCIONAL

### 4.3.1 Descripción del algoritmo

Se inicia realizando el análisis de flujo de carga por medio del método de Newton Raphson convencional, inicializando las variables como se indica en las **tablas 6, 7, 8 y 9**. El procedimiento a seguir para la solución del sistema<sup>11</sup> y posterior cálculo de los flujos de potencia se describe mediante los siguientes diagramas.

---

<sup>11</sup> Tomado y adaptado de la referencia [3].

Figura 26. Proceso a seguir por el algoritmo general

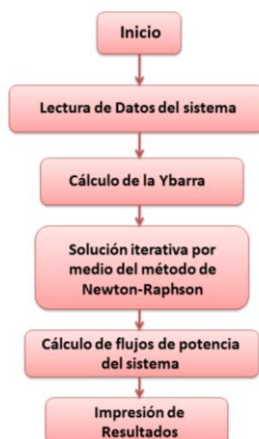
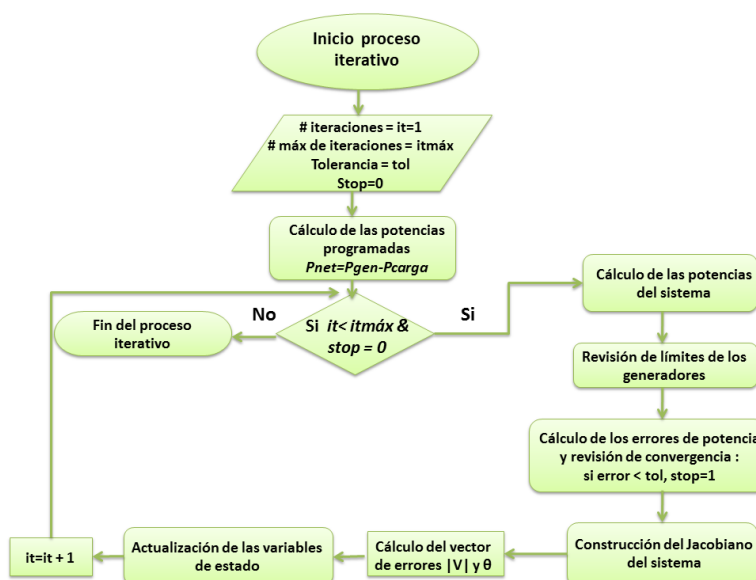


Figura 27. Proceso iterativo de solución del sistema



Los algoritmos empleados para la obtención de los flujos de carga convencional e incluyendo los dispositivos FACTS, han sido extraídos de la referencia [3], y se realizaron a éstos adaptaciones y cambios de acuerdo a las condiciones y requerimientos específicos de este trabajo.

### 4.3.2 Solución de flujos de carga

Para el sistema IEEE de 14 barras, con los datos dados anteriormente, la solución del sistema obtenida mediante el método de Newton Raphson, se resume por medio de las **Tablas 10 y 11**.

Las magnitudes y los ángulos de las tensiones en las barras del sistema se encuentran resumidos en la **Tabla 10**.

**Tabla 10. Magnitudes y ángulos de fase de las tensiones en las barras**

Barra No	Magnitud de la tensión[p.u.]	Ángulo de fase de la tensión[Grados]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9769
3	1.0100	-12.7070
4	1.0193	-10.3230
5	1.0220	-8.8039
6	1.0700	-14.2677
7	1.0610	-13.3663
8	1.0900	-13.3663
9	1.0542	-14.9477
10	1.0496	-15.1128
11	1.0562	-14.8206
12	1.0551	-15.1211
13	1.0501	-15.1975
14	1.0344	-16.0586

Los flujos de potencia activa y reactiva, y las pérdidas en las líneas de transmisión se encuentran consignados en la **Tabla 11**.

**Tabla 11. Flujos de potencia en las líneas y/o ramas del sistema**

Newton Raphson convencional		
N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send} [p.u.]$	$P_{loss} + iQ_{loss} [p.u.]$
1	1.5671 - 0.2066i	0.0429 + 0.0667i
2	0.7566 + 0.0267i	0.0277 + 0.0609i
3	0.7313 + 0.0357i	0.0232 + 0.0513i
4	0.5608 - 0.0247i	0.0167 + 0.0146i
5	0.4151 - 0.0032i	0.0090 - 0.0095i
6	-0.2339 + 0.0356i	0.0037 - 0.0037i
7	-0.6127 + 0.1359i	0.0051 + 0.0160i
8	0.2746 - 0.1960i	0.0000 + 0.0229i
9	0.0737 + 0.0395i	0.0006 + 0.0012i
10	0.0780 + 0.0255i	0.0007 + 0.0015i
11	0.1776 + 0.0742i	0.0021 + 0.0042i
12	0.0522 + 0.0384i	0.0001 + 0.0003i
13	0.0940 + 0.0337i	0.0011 + 0.0024i
14	-0.0379 - 0.0199i	0.0001 + 0.0003i
15	0.0163 + 0.0080i	0.0001 + 0.0001i
16	0.0567 + 0.0199i	0.0006 + 0.0011i
17	0.1558 - 0.0577i	0.0000 + 0.0148i
18	0.4132 - 0.1748i	0.0000 + 0.0486i
19	-0.0000 - 0.1747i	-0.0000 + 0.0048i
20	0.2806 + 0.0694i	0.0000 + 0.0082i

El número de iteraciones para alcanzar la convergencia es de 4 iteraciones.

## **4.4 FLUJOS DE CARGA INCLUYENDO DISPOSITIVOS FACTS**

Mediante la obtención de los flujos de carga en esta sección, se pueden apreciar las características de compensación y control de los dispositivos FACTS al integrarlos en los sistemas de potencia. Esto con el fin de conocer los beneficios obtenidos mediante el uso de esta tecnología.

### **4.4.1 Flujos de carga incluyendo el TCSC**

En el **capítulo 2** del presente trabajo, se analizó la composición y el funcionamiento del TCSC, y en base a estos fundamentos se describen en el **capítulo 3** los modelos de este dispositivo en estado estable, utilizados para la obtención de flujos de carga.

Para el TCSC se describen dos modelos mediante los cuales se representan este dispositivo en el desarrollo de flujos de carga, que son: Modelo de reactancia variable y Modelo de reactancia variable dependiente del ángulo de disparo de los tiristores. A continuación, se obtienen los flujos de carga incluyendo el TCSC para sus dos modelos en estado estable.

#### ***Algoritmo basado en el modelo de reactancia variable del TCSC***

Como se indicó en el **capítulo 4**, el modelo de reactancia variable del TCSC consiste en una reactancia autoajutable, con el fin de modificar el flujo de potencia en la línea a un valor específico, convirtiéndose ésta en la nueva variable de estado que se ingresa en el análisis iterativo mediante Newton Raphson.

El algoritmo empleado cuenta con la misma estructura indicada en la **Figura 26**, adicionándole la lectura de datos y el cálculo de los flujos del TCSC, el proceso iterativo de solución del sistema es como se indica a continuación:

**Figura 28. Solución iterativa del sistema con la adición del TCSC**



El proceso iterativo cuenta con la misma estructura y metodología al empleado para realizar análisis de flujos de carga convencional, sin embargo, al incluir el TCSC cada uno de los pasos se ve afectado por la inclusión de los parámetros del dispositivo, lo que genera modificaciones en el sistema y por lo tanto en el proceso iterativo, tal como se vio en el **capítulo 3** donde se exponen los cambios generados en el Jacobiano por la inserción del TCSC en el sistema.

Con el fin de observar los beneficios obtenidos por la inclusión del TCSC en un sistema de potencia, a continuación se expondrán dos casos de estudio de la aplicación de este dispositivo al sistema de potencia IEEE de 14 barras.

## Casos de estudio

El TCSC es un dispositivo que le otorga flexibilidad a las líneas de transmisión ante cambios y contingencias de potencia activa en los sistemas de transmisión. Por medio del TCSC se puede controlar el flujo de potencia activa que circula por la línea de transmisión en donde se encuentre instalado, fijándolo a un valor específico.

### **Caso de estudio: Aumento de capacidad de transferencia de potencia activa de una línea de transmisión (Modo capacitivo)**

En este caso de estudio se analizará el sistema de potencia incluyendo el TCSC modelo reactancia variable para aumentar la capacidad de transferencia de potencia activa de la línea N° 16 (entre barras 13 y 14).

Las características del TCSC que se requieren para la obtención de los flujos de carga son:

- **Barra de envío:** 13
- **Barra de recepción:** 15
- **Reactancia inicial (p.u.):** -0.035 p.u. (capacitiva)
- **Límite inferior de la reactancia (p.u.):** -0.2 p.u.
- **Límite superior de la reactancia (p.u.):** 0.2 p.u.
- **Flujo de potencia activa controlado (p.u.):** 0.063 p.u.

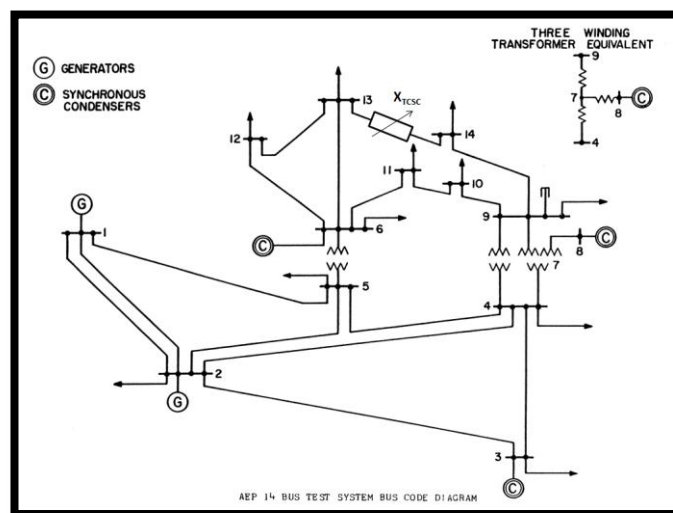
Estas características se ingresan en la función que contiene los datos del TCSC en el algoritmo en desarrollado Matlab.

De este modo, la barra N° 15 es la que se adiciona al sistema para la conexión del TCSC al mismo, y se encuentra ubicada entre las barras 13 y 14.

Por lo tanto, la línea N° 16 la cual se encontraba inicialmente entre barras 13 y 14, ahora se encuentra conectada entre las barras 15 y 14, en serie con el TCSC. Esta es una característica importante que se repite en todos los casos de estudio presentados en esta sección para el TCSC.

La reactancia inicial del TCSC se fija como el 10% de la reactancia inductiva de la línea de transmisión donde se encuentra instalado. El esquema del sistema de potencia incluyendo el TCSC se ilustra en la siguiente figura.

**Figura 29. Sistema de potencia IEEE 14 incluyendo el TCSC**



El límite superior e inferior para la reactancia del TCSC se fija según las características internas del dispositivo las cuales se rigen por el ángulo de disparo del TCR. Estas características se encuentran explícitas en el **capítulo 2**, y se tendrán en cuenta en el estudio para flujos de carga incluyendo el modelo del TCSC dependiente del ángulo de disparo en la siguiente sección. De modo que, para la presente simulación se toman los límites para la reactancia del TCSC en referencia a la reactancia total de la línea de transmisión en la cual se encuentra instalado, en este caso se tomarán como límites  $\pm 60\%$  de la reactancia de línea.

Luego de ingresar estos datos al código en Matlab, se obtienen los siguientes resultados del análisis.

- **Nº de iteraciones:** 4
- **Reactancia del TCSC:** -0.1015 p.u.(capacitiva)
- **Potencia Activa del TCSC:** 0.0631 p.u.
- **Potencia Reactiva del TCSC:** 0.0189 p.u.

Los resultados para las tensiones en las barras se listan mediante las siguientes tablas.

**Tabla 12. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema**

Barra	VM [p.u.]	VA [p.u.]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9762
3	1.0100	-12.7043
4	1.0193	-10.3193
5	1.0220	-8.8067
6	1.0700	-14.3128
7	1.0611	-13.3393
8	1.0900	-13.3393
9	1.0544	-14.9084
10	1.0497	-15.0882
11	1.0563	-14.8303
12	1.0550	-15.1847
13	1.0499	-15.2783
14	1.0352	-15.9253
15	1.0517	-14.9459

Los flujos de potencia y las pérdidas por transmisión de potencia en las líneas de transmisión se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 13. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema**

SIMULACIONES TCSC					
Modelo Reactancia					
Modo Capacitivo					
N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]	N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]
1	1.5669 - 0.2065i	0.0429 + 0.0666i	11	0.1828 + 0.0738i	0.0022 + 0.0044i
2	0.7568 + 0.0267i	0.0277 + 0.0609i	12	0.0552 + 0.0374i	0.0001 + 0.0003i
3	0.7311 + 0.0357i	0.0232 + 0.0513i	13	0.0877 + 0.0341i	0.0010 + 0.0022i
4	0.5605 - 0.0248i	0.0167 + 0.0145i	14	-0.0349 - 0.0209i	0.0001 + 0.0003i
5	0.4155 - 0.0032i	0.0090 - 0.0094i	15	0.0175 + 0.0077i	0.0001 + 0.0001i
6	-0.2341 + 0.0354i	0.0037 - 0.0037i	16	0.0630 + 0.0194i	0.0007 + 0.0014i
7	-0.6099 + 0.1362i	0.0050 + 0.0158i	17	0.1546 - 0.0580i	0.0000 + 0.0146i
8	0.2725 - 0.1964i	0.0000 + 0.0227i	18	0.4164 - 0.1745i	0.0000 + 0.0492i
9	0.0706 + 0.0404i	0.0005 + 0.0011i	19	-0.0000 - 0.1742i	0.0000 + 0.0047i
10	0.0793 + 0.0252i	0.0007 + 0.0015i	20	0.2785 + 0.0687i	0.0000 + 0.0080i

Se verifica que el flujo de potencia activa en la línea N° 16 está controlado a un valor de 0.063 p.u, y como consecuencia de esto, el flujo de potencia activa en las líneas de transmisión cercanas a ésta se ven afectados como se indica mediante la siguiente tabla.

**Tabla 14. Flujos de potencia en el sistema - comparación**

Línea	NR convenc.	TCSC reactancia	Porcentaje de aumento De potencia Activa	Porcentaje de aumento De potencia Reactiva
	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	%	%
<b>11</b>	0,1776 + 0,0742i	0,1828 + 0,0738i	2,84	-0,54
<b>13</b>	0,0940 + 0,0337i	0,0877 + 0,0341i	-7,18	1,17
<b>15</b>	0,0163 + 0,0080i	0,0175 + 0,0077i	6,8	-3,9
<b>16</b>	0,0567 + 0,0199i	0,0630 + 0,0194i	10	-2,6

El valor final de la reactancia del TCSC es de tipo capacitivo, en este caso se disminuye la longitud eléctrica de la línea, es decir, se disminuye la reactancia inductiva de la línea con el fin de aumentar la capacidad de conducción de flujo de potencia activa de la misma. de acuerdo a la siguiente expresión para la transferencia de potencia entre dos barras *k* y *m*.

$$P_{k-m} = |V_k|^2 G_{kk} + (|V_k||V_m|\angle\theta_{km})^* Y_{km} \quad (179)$$

Por lo tanto, ya que la reactancia inductiva de la línea de transmisión es de 0.34802 p.u, y la reactancia capacitiva total del TCSC requerida para las condiciones de operación indicadas es de -0.1015 p.u, se obtiene una compensación de 30% de la reactancia inductiva total de la línea de transmisión. Esta disminución en la reactancia de la línea de transmisión genera un aumento en el valor del término derecho en la expresión (179), aumentando de esta forma la potencia transferida entre las barras *k* y *m*.

## Verificación del comportamiento del sistema con la adición de la reactancia del TCSC

A modo de verificar el comportamiento del sistema de potencia luego de la adición del TCSC, se calculan los flujos de carga por medio del algoritmo de Newton Raphson convencional presentado en la **sección 4.3**, adicionando la reactancia final del TCSC, obtenida mediante el algoritmo anterior, a la reactancia total de la línea N° 16 en la función que contiene los datos del sistema de potencia.

Los resultados obtenidos para las líneas cercanas a la número 16 se indican a continuación:

**Tabla 15. Verificación de resultados obtenidos para el sistema**

Línea	NR convenc. Adicionando la Reactancia del TCSC	NR modificado con el TCSC
	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>
<b>11</b>	0,1828 + 0,0738i	0,1828 + 0,0738i
<b>13</b>	0,0877 + 0,0341i	0,0877 + 0,0341i
<b>15</b>	0,0175 + 0,0077i	0,0175 + 0,0077i
<b>16</b>	0,0630 + 0,0190i	0,0630 + 0,0190i

De acuerdo a los resultados presentados en la **Tabla 15**, se verifica el comportamiento del sistema con la adición de la reactancia del TCSC, al obtener los mismos resultados mediante los dos algoritmos.

**Caso de estudio: Disminución de capacidad de transferencia de potencia activa de una línea de transmisión (Modo inductivo)**

En este caso de estudio se analizará el sistema de potencia incluyendo el TCSC modelo reactancia variable para disminuir la capacidad de transferencia de potencia activa de la línea N° 16, generalmente el TCSC se emplea en modo capacitivo, sin embargo, con el fin de estudiar los dos modos posibles de operación del dispositivo se presenta este caso.

Las características del TCSC para realizar el análisis son:

- **Barra de envío:** 13
- **Barra de recepción:** 15
- **Reactancia inicial (p.u.):** 0.035 p.u. (inductiva)
- **Límite inferior de la reactancia (p.u.):** -0.2 p.u.
- **Límite superior de la reactancia (p.u.):** 0.2 p.u.
- **Flujo de potencia activa controlado (p.u.):** 0.050 p.u.

El límite superior e inferior para la reactancia del TCSC se toman bajo el mismo criterio presentado para el caso anterior, y el valor inicial de la reactancia del TCSC se toma también como el 10% de la reactancia de la línea pero en este caso es inductiva, ya que se desea obtener el efecto contrario sobre la potencia de la línea.

Después de resolver las ecuaciones del flujo de carga, se obtienen los siguientes resultados:

- **Nº de iteraciones:** 5
- **Reactancia del TCSC:** 0.1305 p.u.(inductiva)
- **Potencia Activa del TCSC:** 0.0500 p.u.
- **Potencia Reactiva del TCSC:** 0.0201 p.u.

Los resultados para las tensiones en las barras se listan a continuación.

**Tabla 16. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema**

Barra	VM [p.u.]	VA [p.u.]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9776
3	1.0100	-12.7101
4	1.0192	-10.3267
5	1.0220	-8.8011
6	1.0700	-14.2208
7	1.0609	-13.3948
8	1.0900	-13.3948
9	1.0540	-14.9894
10	1.0493	-15.1389
11	1.0560	-14.8107
12	1.0552	-15.0551
13	1.0505	-15.1149
14	1.0333	-16.1961
15	1.0480	-15.4545

Los flujos de potencia activa y reactiva, y las pérdidas por transmisión de potencia en las líneas de transmisión del sistema son:

Tabla 17. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema

SIMULACIONES TCSC					
Modelo Reactancia					
Modo Inductivo					
N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]	N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]
1	1.5673 - 0.2066i	0.0429 + 0.0667i	11	0.1722 + 0.0739i	0.0020 + 0.0040i
2	0.7564 + 0.0267i	0.0277 + 0.0608i	12	0.0489 + 0.0393i	0.0001 + 0.0003i
3	0.7315 + 0.0357i	0.0232 + 0.0514i	13	0.1007 + 0.0339i	0.0013 + 0.0027i
4	0.5612 - 0.0244i	0.0168 + 0.0146i	14	-0.0412 - 0.0190i	0.0002 + 0.0004i
5	0.4148 - 0.0031i	0.0090 - 0.0095i	15	0.0149 + 0.0083i	0.0001 + 0.0001i
6	-0.2337 + 0.0358i	0.0037 - 0.0037i	16	0.0500 + 0.0198i	0.0005 + 0.0009i
7	-0.6157 + 0.1354i	0.0051 + 0.0161i	17	0.1570 - 0.0573i	0.0000 + 0.0150i
8	0.2767 - 0.1955i	0.0000 + 0.0231i	18	0.4099 - 0.1751i	0.0000 + 0.0479i
9	0.0769 + 0.0386i	0.0006 + 0.0013i	19	-0.0000 - 0.1755i	0.0000 + 0.0048i
10	0.0766 + 0.0257i	0.0007 + 0.0015i	20	0.2828 + 0.0705i	0.0000 + 0.0083i

La reactancia final obtenida para el TCSC es inductiva, en este caso se aumenta la reactancia total inductiva de la línea ocasionando una reducción en la capacidad de conducción de flujo de potencia activa de la misma de acuerdo a la expresión (179).

Por lo tanto, ya que la reactancia inductiva de la línea de transmisión es de 0.34802 p.u, y la reactancia inductiva total del TCSC requerida para las condiciones de operación indicadas en este caso es de 0.1305 p.u, se obtiene un aumento del 37% en la reactancia inductiva de la línea de transmisión. Este aumento en la reactancia de la línea de transmisión genera una disminución en la potencia transferida entre las barras  $k$  y  $m$ .

Se verifica que el flujo de potencia en la línea N° 16 está controlado a un valor de 0.050 p.u, generando cambios en el flujo de potencia activa de las líneas de transmisión cercanas como se indica mediante la siguiente tabla.

**Tabla 18. Flujos de potencia en el sistema - comparación**

Línea	NR convenc.	TCSC reactancia	Porcentaje de aumento De potencia Activa	Porcentaje de aumento De potencia Reactiva
	<i>Psend+Qsend [p.u.]</i>	<i>Psend+Qsend [p.u.]</i>	%	%
<b>11</b>	0.1776 + 0.0742i	0.1722 + 0.0739i	-3.1	-0.4
<b>13</b>	0.0940 + 0.0337i	0.1007 + 0.0339i	6.7	0.6
<b>15</b>	0.0163 + 0.0080i	0.0149 + 0.0083i	-9.4	3.6
<b>16</b>	0.0567 + 0.0199i	0.0500 + 0.0198i	-13.4	-0.5

### **Verificación del comportamiento del sistema con la adición de la reactancia del TCSC**

A modo de verificar el comportamiento del sistema de potencia luego de la adición del TCSC, se calculan los flujos de carga por medio del algoritmo de Newton Raphson convencional presentado en la **sección 4.3**, adicionando la reactancia final del TCSC, obtenida mediante el algoritmo anterior, a la reactancia total de la línea N° 16.

Los resultados obtenidos se indican a continuación:

**Tabla 19. Verificación de resultados obtenidos para el sistema**

Línea	NR convenc. Adicionando la Reactancia del TCSC	NR modificado con el TCSC
	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>
<b>11</b>	0.1722 + 0.0739i	0.1722 + 0.0739i
<b>13</b>	0.1007 + 0.0339i	0.1007 + 0.0339i
<b>15</b>	0.0149 + 0.0083i	0.0149 + 0.0083i
<b>16</b>	0.0500 + 0.0202i	0.0500 + 0.0202i

De acuerdo a los resultados presentados en la **Tabla 19**, se verifica el comportamiento del sistema con la adición de la reactancia del TCSC, al obtener los mismos resultados mediante los dos algoritmos.

En el modelo empleado para los siguientes casos de estudio se consideran las características de construcción del dispositivo y por lo tanto aquellos elementos y variables por medio de las cuales el TCSC realiza el control de potencia.

#### ***Algoritmo basado en el modelo de reactancia variable dependiente del ángulo de disparo***

El modelo de reactancia variable dependiente del ángulo de disparo tiene en cuenta la composición física del TCSC, esto es, ya que éste dispositivo está compuesto por un banco de condensadores conectado en paralelo a un TCR, los parámetros internos del dispositivo se tienen en cuenta en el modelo en estado estable.

El modelo en estado estable del TCSC es básicamente una reactancia variable, sin embargo, este modelo condiciona el valor de dicha reactancia a la variación del ángulo de disparo de los tiristores que componen el TCSC.

La expresión por medio de la cual se relaciona la reactancia del TCSC a frecuencia fundamental en función del ángulo de disparo se presenta en el **capítulo 2**, ecuación (47). De este modo, la nueva variable de estado es el ángulo de disparo y la de control es la potencia activa a través de la línea en la cual se instala el dispositivo, tal como se mencionó en el **capítulo 3**.

La herramienta en Matlab mediante la cual se realiza este estudio sigue los mismos estándares presentados anteriormente, y además se incluyen los cambios que se presentan con la inclusión del nuevo modelo del dispositivo. El algoritmo principal y el de solución del sistema están estructurados como se indica en las **Figuras 26 y 28**.

El proceso iterativo de solución del sistema y cálculo de los flujos de potencia sigue los mismos lineamientos presentados anteriormente para flujos de carga convencional y flujos de carga con el TCSC modelo reactancia variable. Sin embargo, tal como se presentó en el **capítulo 3**, el Jacobiano del sistema se ve afectado por los parámetros constitutivos del modelo del TCSC que se está implementando, en este caso las reactancias inductiva y capacitiva, el ángulo de disparo y la reactancia total del TCSC.

En la sección anterior se confirmó el efecto del TCSC sobre el sistema de potencia, y la operación del dispositivo se concentró en la magnitud de su reactancia. A continuación se retoman uno de los dos casos analizados en la sección anterior pero representando el TCSC mediante el modelo de reactancia dependiente del ángulo de disparo.

**Caso de estudio: Aumento de capacidad de transferencia de potencia activa de la línea de transmisión.**

En este caso de estudio se analizará el sistema de potencia incluyendo el TCSC modelo reactancia variable dependiente del ángulo de disparo para aumentar la capacidad de transferencia de potencia activa de la línea N° 16 (Entre barras 13 y 14).

Las características del TCSC para realizar el análisis son:

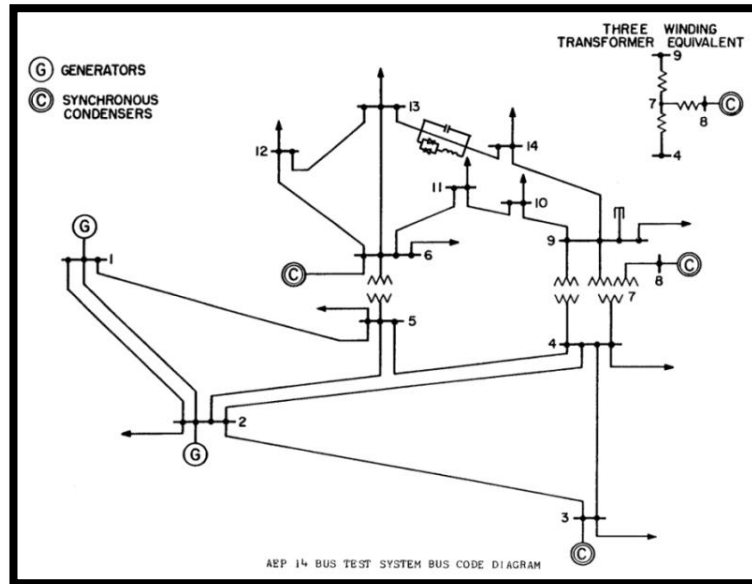
- **Barra de envío:** 13
- **Barra de recepción:** 15
- **Reactancia capacitiva (p.u.):** 9.375e-3 p.u.
- **Reactancia inductiva (p.u.):** 1.625e-3 p.u.
- **Límite inferior del ángulo de disparo (grados):** 90°
- **Límite superior del ángulo de disparo (grados):** 180°
- **Angulo de disparo inicial (grados):** 145°
- **Flujo de potencia activa controlado:** 0.063 p.u.

Estas características e ingresan en la función que contiene los datos del TCSC en el algoritmo en Matlab.

Las reactancias inductiva y capacitiva del TCSC se fijan según las condiciones constructivas del dispositivo a implementar, en este caso se emplearán las impedancias consignadas en el listado anterior tomadas de [3]. Estos valores son tomados de valores típicos de dispositivos TCSC instalados en la actualidad [3].

El esquema del sistema de potencia incluyendo el TCSC se ilustra en la siguiente figura.

**Figura 30. Sistema IEEE 14 con el TCSC modelo dependiente del ángulo de disparo**

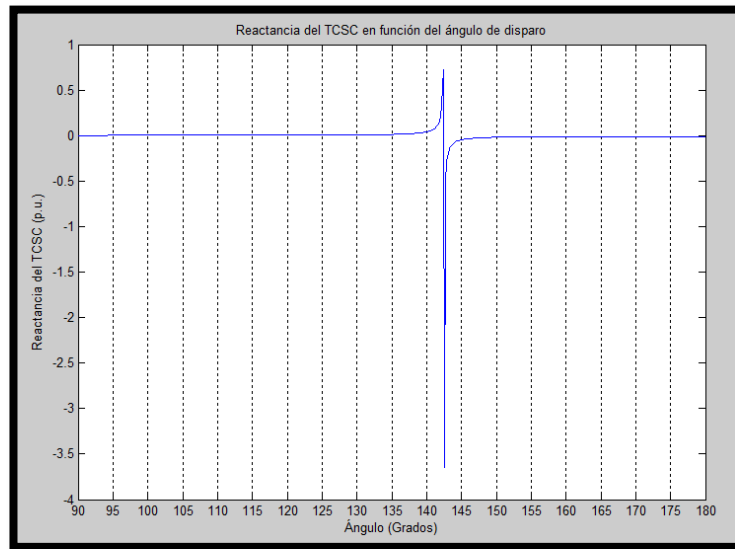


Los límites de operación del ángulo de disparo se establecen con el fin de mantener el dispositivo dentro del rango de operación:  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ , de acuerdo a las características internas de operación del dispositivo<sup>12</sup>.

Conociendo el valor de las reactancias capacitiva e inductiva del TCSC, y la frecuencia de la red, se puede esbozar el comportamiento de la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo a partir de la ecuación (47), obteniendo la forma de onda ilustrada en la siguiente figura:

<sup>12</sup>Ver capítulo 2

**Figura 31. Comportamiento de la reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo**



Observando la **Figura 31**, el punto de resonancia del dispositivo se ubica a un valor de **142.5 °** aproximadamente.

Ya que la zona de operación capacitiva, en la curva característica de la reactancia del TCSC en función de ángulo de disparo, se encuentra a la derecha del punto de resonancia, se toma un valor un poco mayor al ángulo de resonancia como valor inicial para el proceso iterativo, en este caso se toma 145° como ángulo inicial.

Los resultados obtenidos del análisis se exponen a continuación.

- **Nº de iteraciones:** 5
- **Reactancia del TCSC:** -0.1015 p.u.(capacitiva)
- **Potencia Activa del TCSC:** 0.0626 p.u.
- **Potencia Reactiva del TCSC:** 0.0199 p.u.
- **Angulo de disparo del TCSC:** 143.6365°

Las magnitudes y ángulos de las tensiones de las barras se indican en la siguiente tabla.

**Tabla 20. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema.**

Barra	VM [p.u.]	VA [p.u.]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9762
3	1.0100	-12.7042
4	1.0193	-10.3194
5	1.0220	-8.8067
6	1.0700	-14.3127
7	1.0611	-13.3393
8	1.0900	-13.3393
9	1.0544	-14.9084
10	1.0497	-15.0883
11	1.0563	-14.8303
12	1.0550	-15.1845
13	1.0498	-15.2778
14	1.0352	-15.9261
15	1.0518	-14.9479

Los flujos de potencia activa y reactiva, y las pérdidas por transmisión de potencia del sistema se indican a continuación.

**Tabla 21. Flujos de potencia y pérdidas del sistema**

SIMULACIONES TCSC					
Modelo Angulo					
Modo Capacitivo					
N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]	N° Línea	$P_{sen} + iQ_{send}$ [p.u.]	$P_{loss} + iQ_{loss}$ [p.u.]
1	1.5669 - 0.2065i	0.0429 + 0.0666i	11	0.1828 + 0.0739i	0.0022 + 0.0044i
2	0.7568 + 0.0267i	0.0277 + 0.0609i	12	0.0552 + 0.0374i	0.0001 + 0.0003i
3	0.7311 + 0.0357i	0.0232 + 0.0513i	13	0.0877 + 0.0340i	0.0010 + 0.0022i
4	0.5605 - 0.0249i	0.0167 + 0.0145i	14	-0.0349 - 0.0209i	0.0001 + 0.0003i
5	0.4155 - 0.0033i	0.0090 - 0.0094i	15	0.0175 + 0.0077i	0.0001 + 0.0001i
6	-0.2341 + 0.0353i	0.0037 - 0.0037i	16	0.0630 + 0.0195i	0.0007 + 0.0014i
7	-0.6099 + 0.1362i	0.0050 + 0.0158i	17	0.1546 - 0.0580i	0.0000 + 0.0146i
8	0.2725 - 0.1964i	0.0000 + 0.0227i	18	0.4164 - 0.1745i	0.0000 + 0.0492i
9	0.0706 + 0.0404i	0.0005 + 0.0011i	19	-0.0000 - 0.1741i	0.0000 + 0.0047i
10	0.0793 + 0.0253i	0.0007 + 0.0015i	20	0.2785 + 0.0687i	0.0000 + 0.0080i

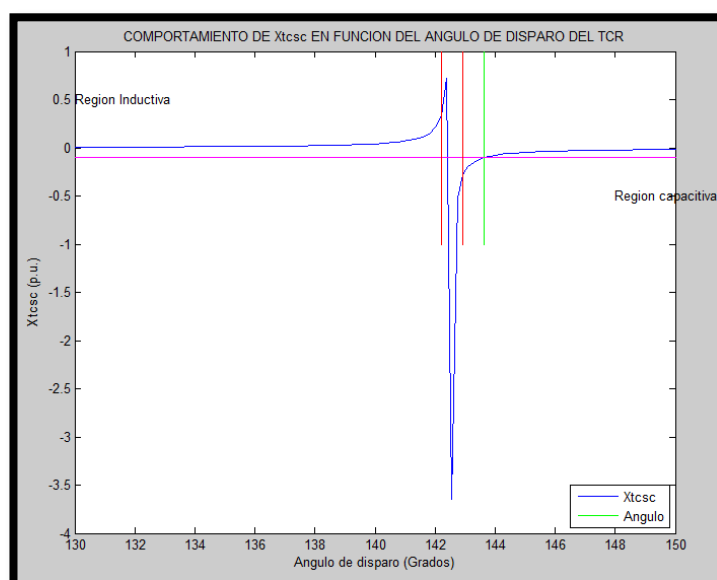
Se verifica que el flujo de potencia en la línea N° 16 está controlado a un valor de 0.063 p.u, y como consecuencia de esto, el flujo de potencia activa en las líneas de transmisión cercanas se ve afectado como se indica mediante la siguiente tabla.

**Tabla 22. Flujos de potencia en el sistema - comparación**

Línea	NR convenc.	TCSC ángulo	Porcentaje de aumento De potencia activa	Porcentaje de aumento De potencia reactiva
	$P_{send}+Q_{send}$ [p.u.]	$P_{send}+Q_{send}$ [p.u.]	%	%
<b>11</b>	0.1776 + 0.0742i	0.1828 + 0.0739i	2.8	-0.40
<b>13</b>	0.0940 + 0.0337i	0.0877 + 0.0340i	-7.18	0.88
<b>15</b>	0.0163 + 0.0080i	0.0175 + 0.0077i	6.9	-3.9
<b>16</b>	0.0567 + 0.0199i	0.0630 + 0.0195i	10	-2.05

Las características del comportamiento del TCSC se describen a continuación.

**Figura 32. Reactancia del TCSC en función del ángulo de disparo del TCR**



En la **figura 32**, se observan 4 líneas cuya representación en el gráfico es como se indica a continuación:

- **Líneas Rojas:** Representan los límites de las regiones de operación (Límite mínimo capacitivo y Límite máximo inductivo).

- **Línea Magenta:** Representa el valor final de la reactancia del TCSC requerida cubrir las exigencias de control de potencia activa en la línea de transmisión.
- **Línea Verde:** Representa el valor final del ángulo de disparo del TCSC requerido para cubrir las exigencias de control de potencia activa en la línea de transmisión.

Los límites de las regiones inductiva y capacitiva de la reactancia del TCSC referidos al ángulo de resonancia, se fijaron de la siguiente manera:

- **Límite capacitivo:** Es el máximo valor del ángulo de disparo, mayor al ángulo de resonancia (de acuerdo a la curva característica del dispositivo), en el cual la variación de la impedancia del TCSC entre un punto y el inmediatamente siguiente excede el 10%.
- **Límite inductivo:** Es el mínimo valor del ángulo de disparo menor al ángulo de resonancia (de acuerdo a la curva característica del dispositivo), en el cual la variación de la impedancia del TCSC entre un punto y el inmediatamente siguiente exceda el 10%.

El punto de intersección entre las líneas magenta y verde señala el punto de operación del TCSC bajo las condiciones de operación requeridas en el presente caso de estudio para el sistema de potencia.

En resumen, las características de la curva en la **figura 32**, para el presente caso de estudio, se indican a continuación.

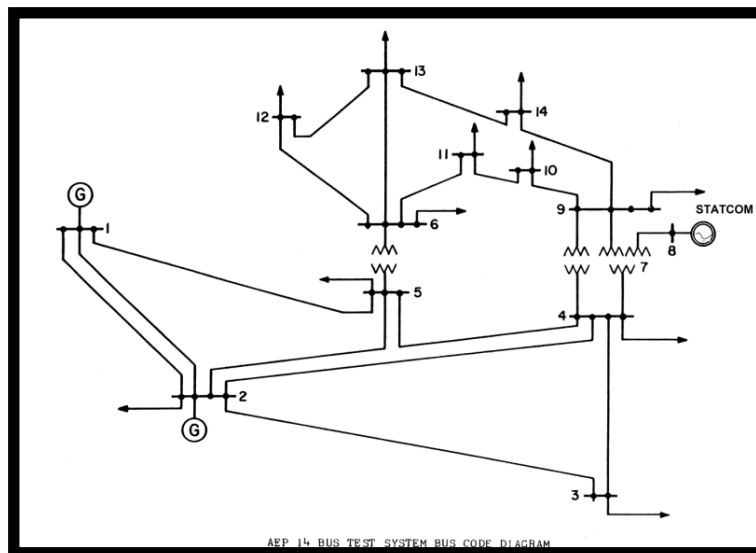
- **Límite mínimo capacitivo:** 142.92° (Línea roja a la derecha)
- **Límite máximo inductivo:** 142.2° (Línea roja a la izquierda)
- **Reactancia del TCSC:** -0.1015 p.u. (Línea magenta)
- **Angulo de disparo del TCSC:** 143.6365° (Línea verde)

Por medio de la curva y los datos obtenidos se describe el comportamiento del TCSC con su respectivo punto de operación actual, además de conocer el funcionamiento del sistema de potencia a las condiciones de operación definidas.

#### 4.4.2 Inclusión del STATCOM al sistema IEEE de 14 barras

Para incluir el *STATCOM* en el sistema de 14 barras, es necesario tener en cuenta el modelo del dispositivo para estudios de flujo de carga como se estudió en el capítulo anterior. El *STATCOM* es utilizado para compensar potencia activa o reactiva variando la magnitud de la tensión donde se conecta el dispositivo, por lo tanto se representa como una fuente de tensión con componente fundamental para así mantener la tensión en dicho nodo. En la **Figura 33**, se muestra el sistema donde se va a incluir el *STATCOM*.

**Figura 33. Sistema de 14 barras con la inclusión del STATCOM**



## **Inclusión del STATCOM en los códigos de Matlab para estudios de flujo de carga**

Al conectar el *STATCOM*, aun nodo del sistema de potencia, hace que dicho sistema cambie algunos parámetros de la red, influyendo estos para un estudio de flujo de carga. Por lo tanto se hizo un análisis del código de Matlab, ingresando el *STATCOM*, y así observar como el compensador influye en las ecuaciones del Newton Raphson.

El proceso iterativo de solución del sistema y cálculo de flujos incluyendo el *STATCOM* contiene la misma estructura de los algoritmos anteriores.

El proceso iterativo cuenta con la misma estructura y metodología al empleado para realizar el análisis de flujo de carga convencional, sin embargo, al incluir el *STATCOM* cada uno de los pasos se ve afectado por la inclusión de los parámetros del dispositivo, lo que genera modificaciones en el sistema y por lo tanto en el proceso iterativo, tal como se vio en el **capítulo 3** donde se exponen los cambios generados en el Jacobiano por la inserción del *STATCOM* en el sistema.

Con el fin de mostrar los beneficios obtenidos en la inclusión del *STATCOM* en el sistema de potencia, se exponen los diferentes casos de estudio de la aplicación de dicho dispositivo al sistema de potencia de 14 barras.

### ***Casos de estudio***

Por medio del *STATCOM* se puede controlar el flujo de potencia reactiva e la barra donde se encuentra instalado, fijándolo a un valor específico.

### **Caso de estudio 1: STATCOM operando en modo capacitivo**

En este caso de estudio se analizará el sistema de potencia incluyendo el *STATCOM* para aumentar la capacidad de transferencia de potencia reactiva de la barra 8, generalmente el *STATCOM* se emplea en modo capacitivo.

Las características del *STATCOM* para realizar el análisis son:

- **Barra donde se conecta el STATCOM:** 8
- **Reactancia del convertidor(p.u):** 10
- **Magnitud de tensión controlado(p.u):** 1.1
- **Tensión inicial del STATCOM(p.u):** 0.9
- **Angulo de fase inicial del STATCOM:** 0°
- **Límite inferior de la tensión del STATCOM (p.u)** 0.6 p.u.
- **Límite superior de la tensión del STATCOM (p.u.):** 1.3 p.u.

Estas características se ingresan en la función que contiene los datos del algoritmo del *STATCOM* en Matlab. El límite superior e inferior para la magnitud de la tensión del *STATCOM* se fija según las características del dispositivo las cuales se rigen por la capacidad del condensador del inversor.

Luego de ingresar estos datos al código de Matlab, se obtienen los siguientes resultados:

- **Nº de iteraciones:** 5
- **Tensión de la barra de conexión:** 1.1p.u
- **Angulo de la barra de conexión:** -13.38°
- **Tensión del STATCOM:** 1.2 p.u.
- **Angulo del STATCOM:** -13.38°
- **Potencia Activa del STATCOM:** 0 p.u.
- **Potencia Reactiva del STATCOM:** 0.011 p.u.

Los resultados de los nuevos valores de magnitud, ángulo y potencias activa y reactiva de los nodos que conforman el sistema de estudio son:

**Tabla 23. Solución de las variables de las barras del sistema con la inclusión del STATCOM (capacitivo)**

Barra No	Magnitud de la tensión(p.u)	Ángulo de fase de la tensión	Potencia activa(p.u)	Potencia reactiva(p.u)
1	1,06	0	2.327	-0.1829
2	1,045	-4,976	0.183	0.2710
3	1.01	-12,70	-0.9420	0.045
4	1,0203	-10,34	-0.489	-0.1177
5	1,0227	-8,81	-0.1039	-0.2673
6	1,07	-14,24	-0.0841	0.3482
7	1,0657	-13,38	0.0061	0.114
8	1,1	-13,38	0	0.2144
9	1,0574	-14,96	-0.2902	0.0848
10	1,0522	-15,12	-0.09	-0.058
11	1,0576	-14,81	0.14	0.0720
12	1,0553	-15,094	-0.0610	-0.0160
13	1,0506	-15,177	-0.1350	-0.0580
14	1,0365	-16,05	-0.1490	-0.05

El funcionamiento del STATCOM en este estudio de caso es capacitivo, ya que la magnitud de tensión de la barra 8 es menor que la tensión del STATCOM, por lo tanto hay una corriente que fluye del compensador al sistema, generando así potencia reactiva a la barra donde se conecta la variación de la potencia reactiva se muestra a continuación:

**Tabla 24. Potencia en las barras del sistema - comparación**

Barra	sin STATCOM	con STATCOM	Porcentaje de aumento De potencia Reactiva
	<i>P-Q barra(p.u)</i>	<i>P-Q barra(p.u)</i>	%
7	0.0060+0.1136i	0.0061+0.114i	0.35
8	0+0.1795i	0+0.2144i	16.28
9	-0.2903+0.0833i	-0.2902+0.0848i	1.77

**Caso de estudio 2: STATCOM operando en modo inductivo**

Ahora se analizará el sistema de potencia incluyendo el STATCOM para disminuir la capacidad de transferencia de potencia reactiva de la barra 8, generalmente el STATCOM se emplea en modo inductivo. Sin embargo, con el fin de estudiar los dos modos posibles de operación del dispositivo se presenta este caso.

En este caso de estudio se analizara el sistema de potencia incluyendo el STATCOM para disminuir la potencia reactiva en la barra de conexión.

Las características de STATCOM que se agregan a la función que contiene estos datos en el algoritmo y que se requieren para la obtención de los flujos de carga son:

- **Barra donde se conecta el STATCOM:** 8
- **Reactancia del convertidor(p.u):** 10
- **Magnitud de tensión controlado(p.u):** 1.0
- **Tensión inicial del STATCOM(p.u):** 0.9
- **Angulo de fase inicial del STATCOM:** 0
- **Límite inferior de la tensión del STATCOM (p.u)** 0.6 p.u.
- **Límite superior de la tensión del STATCOM (p.u.):** 1.1 p.u.

El límite superior e inferior para la tensión del *STATCOM* se toma bajo el mismo criterio presentado para el caso anterior.

A continuación en la **Tabla 25** se muestra la solución del flujo de carga, sin la inclusión del *STATCOM*, valores de magnitud, ángulos de los nodos y la potencia activa y reactiva que entran a los nodos que conforman este sistema:

**Tabla 25. Solución de las variables de las barras del sistema sin inclusión del *STATCOM*.**

Barra No	Magnitud de la tensión(p.u)	Ángulo de fase de la tensión	Potencia activa(p.u)	Potencia reactiva(p.u)
1	1,06	0	2.32	-0.179
2	1,045	-4,9808	0.4	0.408
3	1.01	-12,71	0	0.2412
4	1,02	-10,32	-0.4889	-0.1179
5	1,02	-8,8	-0.1041	-0.2668
6	1,07	-14,27	0.028	0.437
7	1,06	-13,37	0.006	0.1136
8	1,09	-13,37	0	0.1795
9	1,05	-14,95	-0.2902	0.083
10	1,05	-15,11	-0.09	-0.058
11	1,06	-14,82	-0.0350	-0.018
12	1,06	-15,12	-0.0610	-0.016
13	1,05	-15,2	-0.1350	-0.058
14	1,03	-16,06	-0.149	-0.05

Como se observa este sistema de estudio, no presentan problemas de bajo niveles de tensión, por lo tanto se puede conectar el *STATCOM* en un nodo donde el nivel de tensión este muy alto, y así hacer que este nodo disminuya su magnitud de tensión y a la vez variar la potencia reactiva.

Luego de ingresar estos datos al código de Matlab, se obtienen los siguientes resultados:

- **Nº de iteraciones:** 5
- **Tensión de la barra de conexión:** 1.0 p.u
- **Angulo de la barra de conexión:** -13.37°
- **Tensión del STATCOM:** 0.9 p.u.
- **Angulo del STATCOM:** -13.37°
- **Potencia Activa del STATCOM:** 0 p.u.
- **Potencia Reactiva del STATCOM:** -0.010 p.u.

Los resultados aplicando los códigos de Matlab con la inclusión del dispositivo, los nuevos valores de magnitud, ángulo y potencias activa y reactiva de los nodos que conforman el sistema de estudio son:

**Tabla 26. Solución de las variables de las barras del sistema con la inclusión del STATCOM (inductivo)**

Barra No	Magnitud de la tensión(p.u)	Ángulo de fase de la tensión	Potencia activa(p.u)	Potencia reactiva(p.u)
1	1,06	0	2.327	-0.1528
2	1,045	-4,99	0.183	0.3724
3	1.01	-12,77	-0.020	0.1077
4	1,0098	-10,19	-0.4884	-0.1195
5	1,0160	-8,76	-0.1055	-0.2623
6	1,07	-14,53	0.0825	0.04906
7	1,0189	-13,22	0.0057	0.1081
8	1,000	-13,22	0	0.1074
9	1,025	-14,83	-0.2903	0.0708
10	1,0253	-15,06	-0.09	-0.058
11	1,0438	-14,91	0.14	0.0720
12	1,0528	-15,38	-0.0610	-0.0160
13	1,0458	-15,40	-0.1350	-0.0580
14	1,0157	-16,12	-0.1490	-0.05

Como se explicó en el capítulo anterior. Si la tensión del *STATCOM* es menor que la tensión del nodo donde se conecta el dispositivo, va a existir una corriente que sale del sistema de potencia hacia el compensador, por lo tanto el *STATCOM* se estará comportando como un inductor (consumiendo reactivos). En este caso en particular necesitamos disminuir la magnitud de la tensión, por lo tanto es lógico que en las simulaciones muestren que la tensión del *STATCOM* sea igual a 0.9 en p.u, menor que la tensión del nodo donde se conectó el dispositivo.

Ya que este está consumiendo potencia reactiva, que como nos muestra las simulaciones es de 1 MVAR para mantener una tensión de 1 p.u en el nodo 8. También se demostró que al disminuir la tensión en el nodo de conexión, la potencia reactiva en el nodo también disminuye, como nos muestra la **Tabla 27**:

**Tabla 27. Potencia en las barras del sistema - comparación**

Barra	Sin STATCOM	Con STATCOM	Porcentaje de disminución De potencia Reactiva
	<i>P-Q barra(p.u)</i>	<i>P-Q barra(p.u)</i>	%
7	0.0060+0.1136i	0.0057+0.1081i	5.08
8	0+0.1795i	0+0.1074i	67.13
9	-0.2903+0.0833i	-0.2903+0.0708i	17.6

Por lo tanto se puede concluir que el *STATCOM* tiene dos comportamientos ya sea de inductivo o capacitivo, dependiendo de la forma como se comporte con respecto al sistema, y su control de potencia reactiva se puede variar ya sea aumentándola o en caso contrario disminuyéndola, dependiendo del caso en particular.

#### 4.4.3 Flujos de carga incluyendo el UPFC

En esta sección se obtienen los flujos de carga incluyendo el UPFC, empleando el modelo en estado estable presentado en el **capítulo 3** del presente trabajo. El modelo empleado para el UPFC representa a los transformadores de acople a la línea de transmisión por medio de impedancias (serie y paralelo), y los convertidores (VSC) serie y paralelo se representan por medio de fuentes de tensión (Véase **Figura 19**).

Para ingresar el UPFC en el cálculo de flujos de carga, se requiere la adición de una barra al sistema de potencia, como se observa en la **Figura 19**, donde el UPFC se encuentra conectado entre las barras  $k$  y  $p$  del sistema de potencia, donde  $p$  es la nueva barra de acople. Como se observa, el modelo consta de dos fuentes de tensión relacionados a los convertidores, y dos reactancias correspondientes a los transformadores de acople, por lo tanto los parámetros del UPFC necesarios para el análisis iterativo mediante Newton Raphson son: Magnitudes y ángulos de fase de las tensiones de las fuentes, y reactancias serie y paralelo.

La herramienta en Matlab para la solución del sistema de potencia y el cálculo de flujos de carga incluyendo el UPFC está organizada como se indicó para el caso del TCSC y flujos de carga convencional.

El proceso iterativo cuenta con la misma estructura y metodología a los empleados en los dispositivos anteriores, sin embargo, al incluir el UPFC se presentan alteraciones en algunas de las funciones que componen el proceso iterativo, de acuerdo a lo visto en el **capítulo 3** donde se exponen los cambios generados en el Jacobiano por la inserción del UPFC en el sistema.

Con el fin de observar los efectos de la inclusión del UPFC en un sistema de potencia, a continuación se expondrán unos casos de estudio, en los cuales se incluye este dispositivo al sistema de potencia en estudio IEEE de 14 barras.

## **ESTUDIO DE CASOS**

Ya que el UPFC permite controlar la tensión en la barra de alimentación y las potencias activa y reactiva en la línea de conexión, a continuación se presentará un caso tipo en el cual se efectúe el control de estas tres variables.

**Caso de estudio N° 1: Control de potencia activa, reactiva y de magnitud de la tensión, manteniendo la magnitud de la tensión en la barra de alimentación.**

El caso de estudio se describe mediante las siguientes condiciones:

- Se desea instalar un dispositivo UPFC en la línea N° 15 del sistema de potencia IEEE de 14 barras a fin de controlar el flujo de potencia activa a un valor de 0.02 p.u., y el flujo de potencia reactiva a un valor de 0.01 p.u. Lo anterior sin afectar la tensión de la barra de alimentación, barra N° 12, es decir, que la tensión en la barra se mantenga a un valor de 1.055 p.u., que es el valor obtenido en el cálculo de flujos de carga convencional<sup>13</sup>.

Las modificaciones al sistema y la inclusión de las características del UPFC para el cálculo de flujos de carga se presentan a continuación:

**Tabla 28. Características del UPFC**

<b>Características del UPFC</b>	<b>Valor</b>
<i>Barra de envío</i>	12
<i>Barra de recepción</i>	15
<i>Control de magnitud de la tensión de barra</i>	Activado
<i>Control de flujo de potencia activa</i>	Activado
<i>Control de flujo de potencia reactiva</i>	Activado
<i>Reactancia inductiva de la rama serie (p.u.)</i>	0.1 p.u.
<i>Reactancia inductiva de la rama paralelo (p.u.)</i>	0.1 p.u.
<i>Flujo de potencia activa controlado (p.u.)</i>	0.02 p.u.
<i>Flujo de potencia reactiva controlado (p.u.)</i>	0.01 p.u.
<i>Magnitud de la tensión de barra controlada (p.u.)</i>	1.055 p.u.
<i>Condición inicial de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.04 p.u.
<i>Condición inicial de la magnitud de la tensión de la fuente paralelo (p.u.)</i>	1.0 p.u.
<i>Condición inicial del ángulo de la tensión de la fuente en serie (rad)</i>	-1.52 rad
<i>Condición inicial del ángulo de la tensión de la fuente en paralelo (rad)</i>	0 rad

<sup>13</sup> Ver Tabla 10

<b>Características del UPFC</b>	<b>Valor</b>
<i>Límite superior de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.2 p.u.
<i>Límite inferior de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.001 p.u.
<i>Límite superior de la magnitud de la tensión de la fuente en paralelo (p.u.)</i>	1.1 p.u.
<i>Límite inferior de la magnitud de la tensión de la fuente en paralelo (p.u.)</i>	0.9 p.u.

Estas características se ingresan en la función que contiene los datos del UPFC en el algoritmo en Matlab.

De este modo, la barra N° 15 es la que se adiciona al sistema para la conexión del UPFC al mismo, y se encuentra ubicada entre las barras 12 y 13 del sistema. Por lo tanto, la línea N° 15 la cual se encontraba inicialmente entre barras 12 y 13, ahora se encuentra conectada entre las barras 15 y 13, en serie con el UPFC. Esta es una característica importante que se repite en todos los casos de estudio presentados en esta sección para el UPFC.

Los límites y condiciones iniciales del dispositivo se fijan de acuerdo a las características físicas del UPFC que se vaya a instalar, para el presente cálculo se toman los límites y características para el UPFC señalados en la referencia [3] sección 5.6.3.

Luego de ingresar estos datos se procede a calcular la solución del sistema y los flujos de carga obteniendo los siguientes resultados:

- **N° de iteraciones:** 6
- **Magnitud de tensión de la fuente de la rama serie:** 0.0010p.u.
- **Angulo de tensión de la fuente de la rama serie:** -117.4125grados
- **Magnitud de tensión de la fuente de la rama paralelo:** 1.0553p.u.
- **Angulo de tensión de la fuente de la rama paralelo:** -15.3448grados
- **Potencia Activa en la barra de envío del UPFC:** 0.0201p.u.
- **Potencia Reactiva en la barra de envío del UPFC:** 0.0065p.u.
- **Potencia Activa en la barra de recepción del UPFC:** -0.0201p.u.
- **Potencia Reactiva en la barra de recepción del UPFC:** -0.0101p.u.

Los resultados para las tensiones en las barras se listan a continuación.

**Tabla 29. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema**

Barra	VM [p.u.]	VA [p.u.]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9730
3	1.0100	-12.6935
4	1.0197	-10.3098
5	1.0222	-8.8137
6	1.0700	-14.4327
7	1.0620	-13.2610
8	1.0900	-13.2610
9	1.0561	-14.7924
10	1.0512	-15.0138
11	1.0571	-14.8522
12	1.0550	-15.3448
13	1.0482	-15.4880
14	1.0415	-15.5945
15	1.0542	-15.3953

El control en la magnitud de la tensión en la barra 12 se realiza efectivamente como se puede observar en la **Tabla 30**, el ángulo de fase de la tensión en esta barra presenta una pequeña variación a fin de cubrir las exigencias de flujo de potencia activa y reactiva de la línea N° 15, como se observa en la siguiente tabla.

**Tabla 30. Porcentaje de cambio en magnitudes y ángulos de la tensión en la barra de alimentación**

Barra	NR convenc.		NR + UPFC		% de cambio De VM	% de cambio De VA
	VM [p.u.]	VA [grados]	VM [p.u.]	VA [grados]	%	%
12	1.0551	-15.1211	1.0550	-15.3448	0	-1.46

Los flujos de potencia activa y reactiva, las pérdidas por transmisión de potencia en las líneas de transmisión son:

**Tabla 31. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema**

<b>SIMULACIONES UPFC</b>		
<b>Control Potencia Activa – Reactiva – Magnitud de la tensión</b>		
<i>Aumento de la capacidad de transmisión manteniendo la tensión en la barra de envío</i>		
<b>Nº Línea</b>	<b><math>P_{sen} + iQ_{send}</math> [p.u.]</b>	<b><math>P_{loss} + iQ_{loss}</math> [p.u.]</b>
1	1.5659 - 0.2063i	0.0428 + 0.0665i
2	0.7573 + 0.0261i	0.0277 + 0.0611i
3	0.7304 + 0.0358i	0.0231 + 0.0511i
4	0.5594 - 0.0266i	0.0167 + 0.0143i
5	0.4163 - 0.0041i	0.0090 - 0.0093i
6	-0.2347 + 0.0336i	0.0037 - 0.0037i
7	-0.6022 + 0.1390i	0.0049 + 0.0155i
8	0.2666 - 0.1996i	-0.0000 + 0.0223i
9	0.0610 + 0.0405i	0.0004 + 0.0009i
10	0.0818 + 0.0240i	0.0008 + 0.0016i
11	0.1991 + 0.0797i	0.0027 + 0.0052i
12	0.0647 + 0.0370i	0.0002 + 0.0004i
13	0.0688 + 0.0252i	0.0006 + 0.0013i
14	-0.0255 - 0.0214i	0.0001 + 0.0002i
15	0.0200 + 0.0100i	0.0001 + 0.0001i
16	0.0813 + 0.0264i	0.0005 + 0.0003i
17	0.1513 - 0.0609i	-0.0000 + 0.0142i
18	0.4249 - 0.1732i	0.0000 + 0.0508i
19	0.0000 - 0.1688i	0.0000 + 0.0045i
20	0.2725 + 0.0607i	0.0000 + 0.0076i

Al observar los resultados consignados en la tabla anterior se verifica que los flujos de potencia activa y reactiva en la línea Nº 15 se encuentran controlados a los valores 0.002 p.u. y 0.001 p.u. respectivamente. Como consecuencia de esto, los flujos de potencia en las líneas de transmisión cercanas a ésta se ven afectados como se observa en la siguiente tabla.

**Tabla 32. Flujos de potencia en el sistema - comparación**

Línea	NR convenc.	NR + UPFC	Porcentaje de aumento De potencia Activa	Porcentaje de aumento De potencia Reactiva
	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	<i>P<sub>send</sub>+Q<sub>send</sub> [p.u.]</i>	%	%
11	0.1776 + 0.0742i	0.1991 + 0.0797i	10.8	7
10	0.0940 + 0.0337i	0.0818 + 0.0240i	-14.9	-40.4
16	0.0567 + 0.0199i	0.0813 + 0.0264i	30.3	25
15	0.0163 + 0.0080i	0.0200 + 0.0100i	18.5	20

**Caso de estudio N° 2: Control de potencia activa y reactiva**

El caso de estudio se describe mediante las siguientes condiciones:

- Se desea aumentar el flujo de potencia activa por la línea de transmisión N° 15 en un 20% y el flujo de potencia reactiva en un 10%, es decir, las nuevas potencias activa y reactiva por la línea de transmisión son 0.02 p.u. y 0.009 p.u. respectivamente. En este caso se suprime el control de magnitud de la tensión.

Las modificaciones al sistema y la inclusión de las características del UPFC para el cálculo de flujos de carga se presentan a continuación:

**Tabla 33. Características del UPFC**

Características del UPFC	Valor
<i>Barra de envío</i>	12
<i>Barra de recepción</i>	15
<i>Control de magnitud de la tensión de barra</i>	Desactivado
<i>Control de flujo de potencia activa</i>	Activado
<i>Control de flujo de potencia reactiva</i>	Activado

<b>Características del UPFC</b>	<b>Valor</b>
<i>Reactancia inductiva de la rama serie (p.u.)</i>	0.1 p.u.
<i>Reactancia inductiva de la rama paralelo (p.u.)</i>	0.1 p.u.
<i>Flujo de potencia activa controlado (p.u.)</i>	0.02 p.u.
<i>Flujo de potencia reactiva controlado (p.u.)</i>	0.009 p.u.
<i>Condición inicial de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.04 p.u.
<i>Condición inicial de la magnitud de la tensión de la fuente paralelo (p.u.)</i>	1.0 p.u.
<i>Condición inicial del ángulo de la tensión de la fuente en serie (rad)</i>	-1.52 rad
<i>Condición inicial del ángulo de la tensión de la fuente en paralelo (rad)</i>	0 rad
<i>Límite superior de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.2 p.u.
<i>Límite inferior de la magnitud de la tensión de la fuente en serie (p.u.)</i>	0.001 p.u.
<i>Límite superior de la magnitud de la tensión de la fuente en paralelo (p.u.)</i>	1.1 p.u.
<i>Límite inferior de la magnitud de la tensión de la fuente en paralelo (p.u.)</i>	0.9 p.u.

Luego de ingresar estos datos se procede a calcular la solución del sistema y los flujos de carga obteniendo los siguientes resultados:

- **Nº de iteraciones:** 11
- **Magnitud de tensión de la fuente de la rama serie:** 0.0429 p.u.
- **Angulo de tensión de la fuente de la rama serie:** -217.2925 grados
- **Magnitud de tensión de la fuente de la rama paralelo:** 1.0 p.u.
- **Angulo de tensión de la fuente de la rama paralelo:** -14.4220 grados
- **Potencia Activa en la barra de envío del UPFC:** 0.0200 p.u.
- **Potencia Reactiva en la barra de envío del UPFC:** 0.1628 p.u.
- **Potencia Activa en la barra de recepción del UPFC:** -0.0200 p.u.
- **Potencia Reactiva en la barra de recepción del UPFC:** -0.0090 p.u.

Los resultados para las tensiones en las barras se listan a continuación.

**Tabla 34. Magnitudes y ángulos de las tensiones en las barras del sistema**

Barra	VM [p.u.]	VA [p.u.]
1	1.0600	0.0000
2	1.0450	-4.9818
3	1.0100	-12.7078
4	1.0196	-10.3280
5	1.0221	-8.8319
6	1.0700	-14.4830
7	1.0620	-13.2881
8	1.0900	-13.2881
9	1.0561	-14.8241
10	1.0512	-15.0487
11	1.0571	-14.8947
12	1.0151	-14.4170
13	1.0481	-15.5306
14	1.0414	-15.6353
15	1.0540	-15.4264

Ya que en este caso la tensión en la barra N° 12 se deja libre, su magnitud y ángulo de fase se modifican a fin de cubrir las exigencias de potencia impuestas para la línea de transmisión N° 15, presentando las tasas de cambio expuestas en la siguiente tabla.

**Tabla 35. Porcentaje de cambio en magnitudes y ángulos de la tensión en la barra de alimentación**

Barra	NR convenc.		NR + UPFC		Porcentaje de cambio De VM	Porcentaje de cambio De VA
	VM [p.u]	VA [grados]	VM [p.u.]	VA [grados]	%	%
12	1.0551	-15.1211	1.0151	-14.4170	-3.9	4.9

Los flujos de potencia activa y reactiva, y las pérdidas por transmisión de potencia en las líneas de transmisión son:

**Tabla 36. Flujos de potencia y pérdidas en el sistema**

<b>SIMULACIONES UPFC</b>		
<b>Control Potencia Activa – Reactiva – Magnitud de la tensión</b>		
<i>Aumento de la capacidad de transmisión Sin control sobre la tensión en la barra de envío</i>		
<b>N° Línea</b>	<b><math>P_{sen} + iQ_{send}</math> [p.u.]</b>	<b><math>P_{loss} + iQ_{loss}</math> [p.u.]</b>
1	1.5686 - 0.2069i	0.0430 + 0.0669i
2	0.7589 + 0.0263i	0.0278 + 0.0616i
3	0.7309 + 0.0357i	0.0231 + 0.0512i
4	0.5604 - 0.0265i	0.0167 + 0.0145i
5	0.4173 - 0.0040i	0.0091 - 0.0092i
6	-0.2343 + 0.0337i	0.0037 - 0.0037i
7	-0.6020 + 0.1392i	0.0049 + 0.0155i
8	0.2674 - 0.1997i	0.0000 + 0.0224i
9	0.0603 + 0.0408i	0.0004 + 0.0009i
10	0.0856 + 0.1883i	0.0046 + 0.0096i
11	0.1984 + 0.0808i	0.0027 + 0.0052i
12	0.0653 + 0.0367i	0.0002 + 0.0004i
13	0.0694 + 0.0251i	0.0006 + 0.0013i
14	-0.0248 - 0.0217i	0.0001 + 0.0002i
15	0.0200 + 0.0090i	0.0001 + 0.0001i
16	0.0807 + 0.0265i	0.0005 + 0.0003i
17	0.1518 - 0.0609i	-0.0000 + 0.0143i
18	0.4273 - 0.1732i	-0.0000 + 0.0513i
19	0.0000 - 0.1689i	0.0000 + 0.0045i
20	0.2733 + 0.0606i	0.0000 + 0.0076i

Al observar los resultados consignados en la tabla anterior se verifica que los flujos de potencia activa y reactiva en la línea N° 15 se encuentran controlados a los valores 0.02 p.u. y 0.009 p.u. respectivamente. Las tasas de cambio en los flujos de potencia de las líneas de transmisión afluentes a la N° 15 se presentan a continuación:

**Tabla 37. Flujos de potencia en el sistema - comparación**

Línea	NR convenc.	NR + UPFC	Porcentaje de aumento De potencia Activa	Porcentaje de aumento De potencia Reactiva
	<i>Psend+Qsend [p.u.]</i>	<i>Psend+Qsend [p.u.]</i>	%	%
<b>11</b>	0.1776 + 0.0742i	0.1984 + 0.0808i	10.5	8.2
<b>10</b>	0.0940 + 0.0337i	0.0856 + 0.1883i	-9.8	82
<b>16</b>	0.0567 + 0.0199i	0.0807 + 0.0265i	29.7	24.9
<b>15</b>	0.0163 + 0.0080i	0.0200 + 0.0090i	18.5	11

## 4.5 RESUMEN

### TCSC

**Tabla 38. Resumen simulaciones TCSC modo capacitivo**

Resumen simulaciones		
Dispositivo	TCSC	
Modelo	Modelo Reactancia variable	Modelo ángulo de disparo
Modo de operación	Capacitivo	
Valor final de las variables de control	$P_{\text{activa}} = 0.0631 \text{ p.u.}$	$P_{\text{activa}} = 0.0626 \text{ p.u.}$
Valor final de las variables de estado	$X_{\text{TCSC}} = -0.1015 \text{ p.u.}$	$\alpha = 143.6365^\circ$
Porcentaje de Error (Valor final de las variables de control)	0 %	0 %
Observaciones	Los aumentos de flujo de potencia reactiva en las líneas de transmisión producto de la inserción del TCSC son de bajos porcentajes, y estos se encuentran directamente relacionados con el aumento de potencia activa.	

**Tabla 39. Resumen simulaciones TCSC modo inductivo**

Resumen simulaciones		
Dispositivo	TCSC	
Modelo	Modelo Reactancia variable	Modelo ángulo de disparo
Modo de operación	Inductivo	
Valor final de las variables de control	$P_{\text{activa}} = 0.05 \text{ p.u.}$	$P_{\text{activa}} = 0.05 \text{ p.u.}$
Valor final de las variables de estado	$X_{\text{TCSC}} = 0.1305 \text{ p.u.}$	$\alpha = 141.7090^\circ$
Porcentaje de Error (Valor final de las variables de control)	0 %	0 %
Observaciones	Los aumentos de flujo de potencia reactiva en las líneas de transmisión producto de la inserción del TCSC son de bajos porcentajes, y estos se encuentran directamente relacionados con el aumento de potencia activa.	

## STATCOM

Tabla 40. Resumen simulaciones STATCOM modo capacitivo

Resumen simulaciones	
<b>Dispositivo</b>	STATCOM
<b>Modelo</b>	Fuente de corriente y reactancia
<b>Modo de operación</b>	Capacitivo
<b>Valor final de las variables de control</b>	$P_{\text{reactiva}} = -0.010$ p.u. $P_{\text{activa}} = 0.000$ p.u. $V_{\text{BARRA}} = 1.0$ p.u.
<b>Valor final de las variables de estado</b>	$V_{\text{STATCOM}} = 0.9$ p.u. $\alpha_{\text{STATCOM}} = -13.38^\circ$
<b>Porcentaje de Error (Valor final de las variables de control)</b>	0 %
<b>Observaciones</b>	La inclusión del STATCOM genera un cambio en la potencia reactiva de la barra en la cual se instala el dispositivo cuyas características dependen del tipo de control en la tensión de barra que se ha implementado.

Tabla 41. Resumen simulaciones STATCOM modo inductivo

Resumen simulaciones	
<b>Dispositivo</b>	STATCOM
<b>Modelo</b>	Fuente de corriente y reactancia
<b>Modo de operación</b>	Inductivo
<b>Valor final de las variables de control</b>	$P_{\text{reactiva}} = 0.011$ p.u. $P_{\text{activa}} = 0.000$ p.u. $V_{\text{BARRA}} = 1.1$ p.u.
<b>Valor final de las variables de estado</b>	$V_{\text{STATCOM}} = 1.2$ p.u. $\alpha_{\text{STATCOM}} = -13.37^\circ$
<b>Porcentaje de Error (Valor final de las variables de control)</b>	0 %
<b>Observaciones</b>	La inclusión del STATCOM genera un cambio en la potencia reactiva de la barra en la cual se instala el dispositivo cuyas características dependen del tipo de control en la tensión de barra que se ha implementado.

## UPFC

Tabla 42. Resumen simulaciones UPFC tres controles activados

Resumen simulaciones	
<b>Dispositivo</b>	UPFC
<b>Modelo</b>	Fuente de corriente y reactancia en las ramas serie y paralelo
<b>Modo de operación</b>	Aumento potencia activa Aumento potencia reactiva Control para mantener la tensión de barra
<b>Valor final de las variables controladas</b>	$P_{\text{reactiva}} = 0.0101$ p.u. $P_{\text{activa}} = 0.0201$ p.u. $V_{\text{barra}} = 1.055$ p.u.
<b>Valor final de las variables características del dispositivo</b>	$V_{\text{STATCOM}} = 1.0553$ p.u. $V_{\text{SSSC}} = 0.0010$ p.u. $\alpha_{\text{STATCOM}} = -15.3448^\circ$ $\alpha_{\text{SSSC}} = -117.4125^\circ$
<b>Porcentaje de Error (Valor final de variables controladas)</b>	0 %
<b>Observaciones</b>	Se presenta un cambio brusco de potencia reactiva en una de las líneas cercanas al dispositivo.

**Tabla 43. Resumen simulaciones UPFC dos controles activados**

<b>Resumen simulaciones</b>	
<b>Dispositivo</b>	UPFC
<b>Modelo</b>	Fuente de corriente y reactancia en las ramas serie y paralelo
<b>Modo de operación</b>	Aumento potencia activa Aumento potencia reactiva Sin control en la tensión de barra
<b>Valor final de las variables controladas</b>	$P_{\text{reactiva}} = 0.0090$ p.u. $P_{\text{activa}} = 0.0200$ p.u. $V_{\text{barra}} = 1.0151$ p.u.
<b>Valor final de las variables características del dispositivo</b>	$V_{\text{STATCOM}} = 1.0$ p.u. $V_{\text{SSSC}} = 0.0429$ p.u. $\alpha_{\text{STATCOM}} = -14.9869^\circ$ $\alpha_{\text{SSSC}} = -217.2925^\circ$
<b>Porcentaje de Error (Valor final de variables controladas)</b>	0 %
<b>Observaciones</b>	Se mantiene el cambio brusco de potencia reactiva, en la misma línea del caso anterior.

## 5. CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES

Mediante el desarrollo de este trabajo de grado se estudió el funcionamiento de tres tipos de dispositivos FACTS con el objetivo de establecer sus modelos en estado estable por medio de los cuales se implementan en los algoritmos de flujos de carga convencional empleando el método de Newton Raphson, y de este modo evaluar varios casos de estudio por medio de los cuales se visualicen los efectos de la inclusión de esta tecnología en los sistemas de potencia.

Como observaciones y conclusiones finales del trabajo presentado se tienen:

- Como resultado de la obtención de los modelos en estado estable para los FACTS tipo TCSC, STACOM y UPFC, de la mano con la posibilidad de incluir éstos dispositivos en el análisis de flujos de carga está el hecho de que mediante estos modelos se logra un mejor entendimiento de su operación y permite la visualización de los cambios y la redistribución de las tensiones y corrientes al interior del dispositivo y en las barras o líneas del sistema en las cuales se encuentra conectado, lo que resulta de gran utilidad para evaluar las características del dispositivo que se va a utilizar de acuerdo a las condiciones de operación deseadas para el sistema.
- En el desarrollo de esta investigación los estudios realizados sobre los dispositivos consideran el hecho de que éstos se van a implementar en sistemas de potencia equilibrados y balanceados, por lo tanto, en la obtención de los modelos de los mismos se recurre al equivalente monofásico de éstos asegurando que se tiene el mismo efecto en las tres fases del sistema. Sin embargo, en estudios de flujos de carga

trifásicos con dispositivos FACTS para sistemas desbalanceados se pueden utilizar como base de la investigación los resultados obtenidos en el presente trabajo ya que los principios de funcionamiento y conexión al sistema de los FACTS se mantienen.

- En la definición de las ecuaciones mediante las cuales se definen los modelos de los dispositivos FACTS para introducirlos al algoritmo de Newton Raphson resulta de gran importancia definir de forma correcta las variables de estado y de control que se introducen al algoritmo por la adición del dispositivo. Se debe tener claridad de las variables del dispositivo que afectan las características del sistema (Tensiones, corrientes, ángulos y potencias) y además fijar aquellas que se desean controlar.
- De acuerdo a los resultados obtenidos mediante las simulaciones, se concluye que las capacidades y limitaciones de compensación y control que se pueden aplicar a un sistema de potencia están definidas por los límites de operación de los dispositivos FACTS que se van a instalar, los cuales están relacionados a las condiciones impuestas por sus componentes internos. De modo que, el equipo con el cual se van a realizar los cálculos debe contar con las características de construcción que le permitan cumplir con las exigencias impuestas de control y/o compensación en el lugar de instalación.
- En los dispositivos FACTS de conexión serie se presenta un efecto auto regulante de la caída de tensión en la línea, es decir, se ingresa una tensión serie por medio de la cual se reduce la caída de tensión en la línea provocando a su vez un aumento en la corriente. Al aumentar la corriente de línea aumenta proporcionalmente la caída de tensión en la

misma, y además, siendo ésta la referencia en la operación del dispositivo serie, se aumenta el efecto de compensación, esto es, aumenta el  $\Delta V_{serie}$  ingresado a la línea por el dispositivo, generando de este modo un efecto auto regulante en la misma.

- A partir de la presente investigación se pueden relacionar las variables de los dispositivos con sus habilidades de control, esto es, en el TCSC la reactancia total del dispositivo por medio de la inyección de una tensión en serie<sup>14</sup> controla la corriente de línea y a su vez la potencia activa del dispositivo, en el caso del SSSC el control se realiza de la misma forma que en el TCSC pero la tensión en este caso posee un desfase diferente a  $\pm 90^\circ$  lo que permite el control sobre las potencias activa y reactiva simultáneamente, para el control mediante los dispositivos en paralelo como el STATCOM en el cual por medio de una inyección de tensión en paralelo a una barra se logra modificar la potencia reactiva de la misma a fin de controlar la magnitud de la tensión en la barra. De este modo se tiene claridad dispositivo que se puede utilizar según las necesidades.
- Ya que el TCSC controla el flujo de potencia activa por medio de la inyección de una tensión en serie con la línea, la cual se controla variando una reactancia, dicha tensión mantendrá un desfase del  $\pm 90^\circ$  con la corriente de línea. Lo anterior trae como consecuencia que se puedan controlar las potencias activa y reactiva pero de forma independiente. Sin embargo, las modificaciones realizadas sobre la potencia activa generan cambios en el flujo de potencia reactiva y viceversa, lo cual indica que si se programa el TCSC para el control de potencia reactiva, como consecuencia de esto se altera el flujo de potencia activa lo que puede dar lugar a una redistribución no deseada

---

<sup>14</sup> Esta tensión se encuentra en cuadratura con la corriente de línea,  $\pm 90^\circ$ .

en el flujo de potencia activa del sistema y dado que es ésta la potencia con la cual se alimentan las cargas, se concluye que el uso del TCSC en el control de potencia reactiva no es viable, motivo por el cual en la literatura acerca de los FACTS nunca se menciona ésta como una opción de control del TCSC.

## **RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

- En el presente trabajo se utilizó el análisis de Fourier a fin de encontrar los modelos a frecuencia fundamental de los dispositivos TCSC, STATCOM y UPFC, de modo que sólo se hallaron las componentes a frecuencia fundamental de la corriente y tensión en los dispositivos, despreciando los armónicos que evidentemente ingresan a la red aunque en pocas proporciones comparándolos con la magnitud de la corriente de línea. Generalmente estos dispositivos ingresan armónicos de orden impar con una fuerte presencia del tercer armónico, el cálculo de éstos se propone como un objetivo para la continuidad de esta investigación.
- El método de solución del sistema de potencia empleado en este trabajo es el de Newton Raphson convencional, sin embargo se invita como opción a trabajos futuros implementar métodos de solución como el Gauss Seidel o el Newton Raphson acelerado.
- Para la determinación de las características de funcionamiento de los FACTS estudiados, se asume que éstos cuentan con los bloques de control de sus parámetros, protecciones y medios de acople al sistema, los cuales operan correctamente. Sin embargo, el control de estos dispositivos juega un papel fundamental en la operación de los mismos por lo tanto se convierte en un tema de suma importancia para ser abordado.

- Las características de los FACTS empleados en los casos de estudio son tomadas de la referencia [3], donde se presentan dispositivos que han sido instalados exitosamente en sistemas de potencia. De este modo, para la selección adecuada de los equipos a instalar se debe realizar un estudio por medio del cual se determinen las dimensiones y características de los componentes internos de acuerdo a las capacidades generales con las que se requiere que cuente el dispositivo<sup>15</sup>.
- Resulta de suma importancia establecer la ubicación más adecuada de los dispositivos FACTS en un sistema de potencia, ya que éstos afectan los flujos de potencia en las líneas generando de este modo cambios en los despachos de potencia a los consumidores, y además se debe tener claridad de los parámetros a controlar para que el dispositivo cuente con un adecuado dimensionamiento y de este modo no incurrir en costos innecesarios de capital durante y después de su instalación.

---

<sup>15</sup> Diseño de dispositivos FACTS.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Ixtláhuatl Coronado, Pável Zuñiga, Juan M. Ramírez, “FACTS: soluciones modernas para la industria eléctrica”, Unidad Guadalajara del Civistav, Avance y perspectiva vol.20, pp.238-243, julio-agosto de 2001, ISSN:0185-1411.

[2] Eduardo Antonio Cano Plata, Hernán Emilio Tacca, “Modelado y simulación en electrónica de potencia con ATP”, Colombia 2008. Ed: Editorial Unibiblos ISBN: 978-958-719-008-3 v. 1 págs. 325.

[3] Enrique Acha, Claudio Fuerte – Esquivel, Hugo Ambriz Pérez, César Angeles Camacho, “FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks”, John Wiley & Sons LTD, ISBN 0-470-85271-2.

[4] John J. Grainger, William D. Stevenson Jr., “Análisis de sistemas de potencia”, Mc Graw Hill, ISBN 970-10-0908-8.

[5] N.G Hingorani, L. Gyugyi, 'Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems', IEEE Press, New York, 2000.

[6]C.R. Fuerte-Esquivel, E. Acha, and H. Ambriz-Pérez;“A Thyristor Controlled Series Compensator Model for the Power Flow Solution of Practical Power Networks”; IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS,VOL. 15, N° 1, FEBRUARY 2000

[7] R. Mohan Mathur, Rajiv K. Varma, 'THYRISTOR-BASED FACTS CONTROLLERS FOR ELECTRICAL TRANSMISSION SYSTEMS', IEEE Press, JOHN WILEY & SONS, INC. PUBLICATION, United States of America, 2002.

[8] Grigsby, L.L., "*The Electric Power Engineering Handbook*", IEEE Press, CRC Press, United States of America, 2000.

[9] Jose Manuel Benavent Garcia, Antonio Abellan Garcia, Emilio Figueres Amorós, "Electronica de potencia: Teoria y aplicaciones", Alfaomega John Wiley & Sons LTD, ISBN 0-470-85271-2.

[10] M. J. Case, J.F.J. van Rensburg, D.V. Nicolae, "Alternating Current Source to Voltage Source Converter, International Conference on Power Systems Transients, Montreal – Canada, June 19-23/2005, Paper No. IPST05 – 081.

[11] Johann Farith Petit Suarez, "Control de filtros activos de potencia para la mitigación de armonicos y mejora del factor de potencia en sistemas desequilibrados", Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, Leganés – España, Noviembre del 2007.

[12] Edgar Enrique Sierra Rodriguez, "Compensador Estatico Sincrono (STATCOM), Modelado y Simulacion", Proyecto de grado para optar el título de ingeniero electricista, Universidad Industrial de Santander, 2006.

[13]. Murillo, J. L. “Análisis del STATCOM trifásico en estado estacionario y dinámico para la estabilidad de voltaje”. CINVESTAV. Guadalajara. 2005.

[14] Juan Pablo Rivera Barrera, ‘MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE DISPOSITIVOS FACTS PARA ESTUDIOS ELÉCTRICOS DE ESTADO ESTABLE’, Tesis de Maestría, Universidad de Antioquia, Medellin-Colombia, Agosto de 2008.

[15] K. R. Padiyar. “FACTS Controllers in Power Transmission and Distribution”, New Age International (P) Limited Publishers, ISBN (13): 978-81-224-2541-3, 2007.

[16] CR Fuerte-Esquivel, E Acha; “A NEWTON-TYPE ALGORITHM FOR THE CONTROL OF POWER FLOW IN ELECTRICAL POWER NETWORKS”; Department of Electronics & Electrical Engineering; The University of Glasgow, Scotland, UK; IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 4, November 1997.

[17] Xiao-Ping Zhang, Christian Rehtanz, Bikash Pal; “Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control”; ISBN-10 3-540-30606-4 Springer Berlin Heidelberg New York; ISBN-13 978-3-540-30606-1 Springer Berlin Heidelberg New York.

[18] [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm)

[19]SamehKamel Mena Kodsí, Claudio A. Cañizares; “MODELING AND SIMULATION OF IEEE 14 BUS SYSTEM WITH FACTS CONTROLLERS”; Technical Report # 2003 – 3.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ABB Review. FACTS: Soluciones y casos de estudio. Reprint of 5/99, 3/2002, 2/2003. Disponible en: <http://www.abb.com.ec/abblibrary/DownloadCenter/>

ÁLVAREZ ESCOBAR, Hernán Darío. EFECTOS DE ALGUNOS COMPENSADORES DE VOLTAJE EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA. Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Ingeniería – Automatización Industrial. Universidad Nacional de Colombia sede Manizales. Facultad de Ingeniería y Arquitectura. Departamento de Eléctrica, Electrónica y Computación. Manizales. 2009.

Amirnaser Yazdani; Resa Iravani. Voltage-Sourced Converters in Power Systems : Modelling, Control and Applications. IEEE Press. Wiley. ISBN 978-0-470-52156-4. United States of America. 2010.

C. R. Fuerte - Esquivel; E. Acha; H. Ambriz – Pérez. A Comprehensive Newton – Raphson UPFC Model for the Quadratic Power Flow Solution of Practical Power Networks. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 1, February 2000.

G. Helbing Scott; G. G. Karady. Investigations of an Advanced Form of Series Compensation. . IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 2, April 1994.

H. Rashid Muhammad. "Electronica de potencia: Circuitos, dispositivos y aplicaciones", Segunda edición, Prentice Hall, ISBN 968-880-586-6.

H. Rashid Muhammad. Power Electronics Handbook. Second Edition. ISBN 13:978-0-12-088479-7. United States of America. 2007.

IEEE Power & Energy Society. Substations Committee and the Transmissions and Distribution Committee. IEEE Recommended Practice for Specifying Thyristor – Controlled Series Capacitors. ISBN 978-0-7381-6060-3 STD95968. United States of America. 20 November 2009.

J. Arrillaga; Y. H. Liu; N. R. Watson. Flexible Power Transmission: The HVDC options. John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 978-0-470-05688-2. England. 2007.

Marin Avalos, Giovanni de Jesus; "Manejo de la Congestión de Sistemas Eléctricos de Potencia en Esquemas Desregulados"; Tesis de Maestría para optar al Título de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con Especialidad en Potencia; Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, División de Estudios de Postgrado; Noviembre de 2003.

S. Meikandasivam, Rajesh Kumar Nema, Shailendra Kumar Jain. Behavioral Study of TCSC Device –A Matlab/Simulink Implementation. World Academy of Science, Engineering and Technology. 2008.

## **ANEXOS**

Los siguientes anexos se encuentran en formato digital:

1. Algoritmo para cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson.
2. Algoritmo para cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson incluyendo el dispositivo TCSC modelo reactancia variable.
3. Algoritmo para cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson incluyendo el dispositivo TCSC modelo ángulo de disparo.
4. Algoritmo para cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson incluyendo el STATCOM.
5. Algoritmo para cálculo de flujos de carga mediante el método de Newton Raphson incluyendo el UPFC.