

Herramienta Computacional Interactiva Para La Construcción De Curvas De Permeabilidad
Relativa De Pruebas De Desplazamiento En Estado No-Estacionario Mediante Modelos
Analíticos Programados En Python

Ian Carlos Bastos Cuadros

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero de Petróleos

Director

Samuel Fernando Muñoz Navarro

Magister En Ingeniería De Petróleos

Co-directores

María Isabel Sandoval Martínez

Magister Ingeniería De Hidrocarburos

Luis Miguel Salas Chía

Magister Ingeniería De Hidrocarburos

Universidad Industrial De Santander
Facultad De Ingeniería Físicoquímicas
Escuela De Ingeniería De Petróleos
Ingeniería De Petróleos
Bucaramanga

2025

Dedicatoria

A Dios, quien me ha dado la sabiduría, constancia, paciencia y dedicación para culminar esta etapa como estudiante. Gracias por mostrarme la luz al final del camino a pesar de tantas adversidades y poder seguir adelante.

A mi madre, María Delia Cuadros, quien nunca dejó de creer en mí y me ha apoyado en este camino, gracias por darme esta segunda oportunidad para conseguir el título de ingeniero. Eres la mejor madre del mundo, y estoy infinitamente agradecido de que seas mi madre y mi ejemplo a seguir, sin ti esto no hubiera sido posible.

A mis abuelos, María Emilia, María Genny, José Antonio y Cosme que, aunque ya no se encuentran presentes, siempre recordaré sus enseñanzas y alegrías, este logro es también para ustedes, gracias por haberme hecho sentir tan especial cuando estuvieron en vida.

A mis hermanos, Jair, Joseph y Felipe, que, aunque sean pocas palabras las que intercambiamos durante el día, han estado para aportar su granito de arena en todo momento.

A mis amigos de universidad Simón, Cristian, Laura y Danna, muchas gracias por abrirme un espacio en su corazón, por las risas, por aguantarme tanto tiempo y permitirme ser como soy con ustedes, los llevo en el corazón, espero poder seguir haciendo parte de sus vidas y aquí estaré para ellos, siempre los estaré apreciando y recordando los buenos momentos que pasamos, les deseo lo mejor en sus vidas y que nos volvamos a encontrar.

Al Grupo de Recobro Mejorado GRM, por la oportunidad de crecer no sólo como investigador sino también inculcándome valores tanto éticos como profesionales, por haberme formado desde la auxiliatura hasta mi proyecto de tesis. A mi director el profesor Samuel y a mis codirectores María Isabel y Luis Miguel, también a Ana Paula y Néstor quienes me recibieron en el grupo, a todos ustedes muchas gracias por su apoyo, acompañamiento y paciencia durante esta etapa en universidad.

Agradecimientos

A la Universidad Industrial de Santander por no sólo haberme formado como profesional competente, sino también por inculcarme los valores éticos que guiarán mis decisiones a lo largo de mi carrera. Su dedicación a mi formación integral ha dejado una huella imborrable en mi vida.

Al Grupo de Recobro Mejorado GRM, especialmente al profesor Samuel Muñoz, por su apoyo, guía y fe en este proceso.

A mis codirectores María Isabel Sandoval y Luis Miguel Salas, por su disposición, ayuda y atención prestada para el desarrollo de este proyecto.

A la Escuela de Ingeniería de Petróleos y a los profesores con quien tuve el gusto de compartir aula de clase, gracias por además de enseñarme la teoría también haber contado sus experiencias en la industria que me ayudaron a seguir motivado en el proceso.

Tabla de Contenido

		Pág.
Introducción		12
1. Objetivos		14
1.1 Objetivo General		14
1.2 Objetivos Específicos.....		14
2. Permeabilidad		15
2.1 Permeabilidad Absoluta		15
2.2 Permeabilidad Efectiva		16
2.3 Permeabilidad Relativa		16
2.3.1 End points.		16
2.4 Métodos experimentales para medir curvas de permeabilidad relativa		18
2.5 Técnicas de estado estacionario		19
2.6 Técnicas de estado no estacionario		19
2.7 Métodos analíticos para sistemas líquido-líquido.....		21
2.7.1 Método de Johnson- Bossler-Naumann (JBN)		21
2.7.2 Método de Jones Roszelle (JR).....		22
2.7.3 Método de Toth et al.		24
2.8 Resumen de los métodos.....		27
3. Desarrollo de la herramienta interactiva		28
3.1 Diagrama de flujo de la herramienta computacional.		28
3.2 Librerías utilizadas.....		30
3.2.1 Tkinter.....		30

3.2.2	PIL (Pillow)	30
3.2.3	Pandas	30
3.2.4	Openpyxl.....	31
3.2.5	OS	31
3.2.6	matplotlib.pyplot.....	31
3.2.7	io	31
3.2.8	numpy	32
3.2.9	math.....	32
3.2.10	scipy.stats	32
4.	Validación de la herramienta	33
5.	Guía del usuario	38
6.	Conclusiones	45
7.	Recomendaciones	46
	Referencias Bibliográficas	47

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Reglas empíricas para inferir mojabilidad de Craig modificadas.....	18
Tabla 2. Cuadro comparativo pruebas de estado estacionario y no estacionario.....	20
Tabla 3. Resumen de métodos para determinar permeabilidades relativas.	27
Tabla 4. Propiedades petrofísicas del núcleo en Jones y Roszelle (1978).....	33
Tabla 5. Propiedades del núcleo de Ding et al. (2020).	34
Tabla 6. Permeabilidad relativa del núcleo por simulación.	34
Tabla 7. End-points obtenidos por simulación y métodos analíticos.....	37

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. End-points de curva permeabilidad relativa sistema agua-petróleo.0	17
Figura 2. Comportamiento de W_i/N_p respecto a Q_i	25
Figura 3. Comportamiento logarítmico de ΔP vs Q_i	26
Figura 4. Diagrama de flujo de la herramienta computacional.....	29
Figura 5. Curvas de permeabilidad relativa calculada usando métodos analíticos.....	33
Figura 6, Diferencial de presión de la prueba de simulación en CMG.....	35
Figura 7. Curva de producción de crudo y agua de la simulación en CMG.....	36
Figura 8. Curvas de permeabilidad relativa obtenidas por simulación y por PermForge.....	37
Figura 9. Vista inicial de la herramienta.....	38
Figura 10. Selección del método de carga de los datos.	39
Figura 11. Pestaña de búsqueda para cargar el Excel de datos.	40
Figura 12. Plantilla necesaria para almacenar los datos.	40
Figura 13. Pestaña para cargar datos de forma manual.	41
Figura 14. Opciones generadas al cargar los datos de forma automática.	42
Figura 15. Grafica preliminar de las curvas de permeabilidad relativa.	43
Figura 16. Visualización de resultados exportados a Excel.....	44

Nomenclatura

A	área del núcleo
$f_{o(SL)}$	flujo fraccional de crudo a la salida del núcleo
$f_{w(SL)}$	flujo fraccional de agua a la salida del núcleo
I_r	flujo fraccional de agua a la salida del núcleo
k	permeabilidad absoluta
$K_{ro(SL)}$	permeabilidad relativa del crudo a la salida del núcleo
$K_{rw(SL)}$	permeabilidad relativa del agua a la salida del núcleo
L	longitud del núcleo
N_p	aceite producido
ΔP	saturación de agua a la salida del núcleo
q_i	caudal de inyección
Q_i	volumen poroso inyectado
S_{avg}	saturación de agua promedio
S_{wirr}	saturación de agua irreducible
S_L	saturación de agua a la salida del núcleo
μ_o	viscosidad del aceite
μ_w	viscosidad del crudo
V_p	volumen poroso
W_i	agua inyectada
$Y(S_L)$	función de movilidad total a la salida del núcleo
λ^{-1}	relación de movilidad

Resumen

Título: Herramienta computacional interactiva para la construcción de curvas de permeabilidad relativa de pruebas de desplazamiento en estado no-estacionario mediante modelos analíticos programados en Python *

Autor: Ian Carlos Bastos Cuadros **

Palabras Clave: Permeabilidad relativa, Python, herramienta computacional, modelos analíticos.

Descripción: Las curvas de permeabilidad relativa permiten estudiar el comportamiento del flujo de fluidos a través del medio poroso. Estas curvas se pueden obtener realizando pruebas de desplazamiento; sin embargo, estas pruebas no proporcionan directamente los valores de permeabilidad, sino que se debe procesar los resultados mediante simuladores o mediante métodos analíticos, estos últimos se fundamentan en ecuaciones derivadas de la Ley de Darcy, que con los datos de petrofísica y los efluentes obtenidos de la prueba permiten calcular permeabilidades relativas; sin embargos, aplicar estas ecuaciones al principio puede ser tedioso y en caso de tener un amplio banco de pruebas quien los use puede incurrir en errores en su aplicación, es por ello que se ve la oportunidad de automatizar los cálculos para estos métodos, con el fin de agilizar y facilitar la visualización de las curvas de permeabilidad relativa, esto a través de una aplicación desarrollada en lenguaje de programación Python.

El presente trabajo de investigación proporciona una herramienta computacional que permite el cálculo de curvas de permeabilidad relativas para sistema de fases líquido-líquido en procesos de imbibición mediante modelos analíticos programados en Python, donde el usuario podrá cargar los efluentes obtenidos de la prueba y propiedades petrofísicas para que la aplicación procesar los datos por 3 diferentes métodos (JBN, JR y Toth et al.) y así obtener los valores de permeabilidad relativa que se podrán ver de forma gráfica o en una hoja de cálculo que genera la herramienta.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingeniería de Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos.

Director: M. Sc. Samuel Fernando Muñoz Navarro.

Codirector: M. Sc. María Isabel Sandoval Martínez.

Codirector: M. Sc. Luis Miguel Salas Chía. Magister.

Abstract

Title: Interactive computational tool for the construction of relative permeability curves for non-steady-state displacement tests using analytical models programmed in Python *

Author(s): Ian Carlos Bastos Cuadros **

Key Words: Relative permeability, Python, computational tool, analytical models.

Description: Relative permeability curves allow studying the behavior of fluid flow through the porous medium. These curves can be obtained by performing displacement tests; however, these tests do not directly provide permeability values, but the results must be processed by simulators or by analytical methods, the latter are based on equations derived from Darcy's Law, which with the petrophysics data and the effluents obtained from the test allow the calculation of relative permeabilities; however, applying these equations at the beginning can be tedious and in case of having a large test bench, whoever uses them can incur errors in their application, which is why there is an opportunity to automate the calculations for these methods, in order to speed up and facilitate the visualization of the relative permeability curves, this through an application developed in Python programming language.

This research work provides a computational tool that allows the calculation of relative permeability curves for liquid-liquid phase systems in imbibition processes through analytical models programmed in Python, where the user can load the effluents obtained from the test and petrophysical properties so that the application processes the data by 3 different methods (JBN, JR and Toth et al.) and thus obtain the relative permeability values that can be viewed graphically or in a spreadsheet generated by the tool.

* Graduate Project thesis.

** Faculty of Physicochemical Engineering. School of Petroleum Engineering.

Director: M. Sc. Samuel Fernando Muñoz Navarro.

Co-director: M. Sc. María Isabel Sandoval Martínez.

Co-director: M. Sc. Luis Miguel Salas Chia.

Introducción

Dentro de la caracterización de yacimientos se encuentra la construcción de curvas de permeabilidad relativa las cuales dan una medida de la forma como un fluido se desplaza en el medio poroso en presencia de al menos otro fluido (Damiano, 2018). La determinación de estas curvas permite caracterizar las propiedades de flujo de una formación para proyectar un campo petrolífero, tanto en etapas de producción por flujo natural como en procesos de recuperación mejorada de aceite residual (Bocanegra, 2021).

Una de las formas de obtener datos de permeabilidad relativa es por medición directa en laboratorio mediante procesos flujo de fluido en estado no estacionario (Bryan, Kantzas & Taheri, s.f.). A partir de estas pruebas se obtiene información sobre los efluentes, deltas de presión, volúmenes porosos inyectados, sin embargo, los valores de permeabilidad relativa no se obtienen de manera directa. Es por ello que para conseguirlas es necesario realizar el procesamiento de los resultados anteriormente mencionados de las pruebas utilizando simuladores o métodos analíticos desarrollados en literatura. No obstante, el uso de simuladores puede ser un proceso tedioso para personas que no se encuentren familiarizados con estas herramientas para determinar curvas de permeabilidad relativa debido a la cantidad de información requerida y pasos necesarios a realizar para obtener los resultados. En cambio, al aplicar los métodos analíticos, el procesamiento de los datos es más sencillo debido a que solo dependen de la aplicación de ecuaciones matemáticas que permiten determinar los valores de permeabilidad relativa.

Teniendo en cuenta lo anterior, el uso de métodos analíticos se puede realizar de forma fácil y sencillas debido a que sus ecuaciones matemáticas son fijas y siempre dependen de los mismos datos de entrada, es por esto, que en caso de automatizar el procedimiento usado por los

métodos analíticos para determinar permeabilidades relativas, haría fácil su obtención con tan solo tener los datos de la prueba de desplazamiento.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Desarrollar una herramienta computacional para la construcción de curvas de permeabilidad relativa en pruebas de laboratorio en estado no-estacionario mediante modelos analíticos programados en Python.

1.2 Objetivos Específicos

- Seleccionar los modelos analíticos más aplicados para la construcción de curvas de permeabilidad relativa en sistema de fases líquido-líquido a través de revisión bibliográfica.
- Desarrollar una herramienta computacional para construcción de curvas de permeabilidad relativa en sistemas líquido-líquido en pruebas de estado no estacionario mediante la programación de los modelos analíticos en Python.
- Validar la herramienta computacional para la verificación de su consistencia y rendimiento desarrollando curvas de permeabilidad relativa mediante comparación con información registrada en previas investigaciones.

2. Permeabilidad

La permeabilidad es la capacidad de una roca para permitir el flujo de un fluido, lo que depende tanto de su porosidad efectiva como del tamaño predominante de sus poros individuales. Esta propiedad determina el movimiento de los fluidos a través de la red de poros interconectados y juega un papel crucial en la dinámica de los fluidos dentro de un yacimiento. Sin embargo, no existe una relación proporcional directa entre porosidad y permeabilidad (Rivera, 2004).

El primer enfoque matemático para caracterizar la permeabilidad fue desarrollado por Henry Darcy en 1856 (Ahmed, 2001). La ecuación que la define en términos de variables medibles es conocida como la ley de Darcy. Este principio, ampliamente utilizado en ingeniería de petróleos, describe el flujo de fluidos en el medio poroso, estableciendo que la velocidad de un fluido homogéneo es proporcional al diferencial de presión e inversamente proporcional a su viscosidad.

$$v = -\frac{k}{\mu} * \frac{dp}{dL}$$

Donde:

v = velocidad aparente del fluido, cm/seg.

k = constante de proporcionalidad o permeabilidad, Darcys.

μ = viscosidad del fluido, cp.

dp/dL = diferencial de presión por unidad de longitud, atm/cm.

2.1 Permeabilidad Absoluta

La permeabilidad absoluta (K_{abs}) representa la capacidad de un medio poroso para permitir el flujo de un único fluido cuando está completamente saturado con él. Para su medición, generalmente se emplean líquidos o gases; en el caso de los líquidos, es fundamental que sean químicamente inertes para evitar cualquier reacción con los minerales de la roca. Si ocurre una

interacción entre el fluido y los minerales, pueden formarse depósitos que alteren la estructura del medio, modificando su permeabilidad en comparación con su estado original (Ahmed, 2001).

2.2 Permeabilidad Efectiva

La permeabilidad efectiva (K_{eff}) mide la capacidad de un medio poroso para permitir el flujo de un fluido cuando en sus poros coexisten dos o más fluidos. Debido a la inmiscibilidad entre ellos, la permeabilidad efectiva de cada fluido siempre será menor que la permeabilidad absoluta. Esta propiedad depende de la saturación del fluido en el yacimiento y de las características mojantes de la formación. Se representa como K_o , K_g y K_w para la permeabilidad efectiva del aceite, gas y agua, respectivamente (Duque & Garzón, 2019).

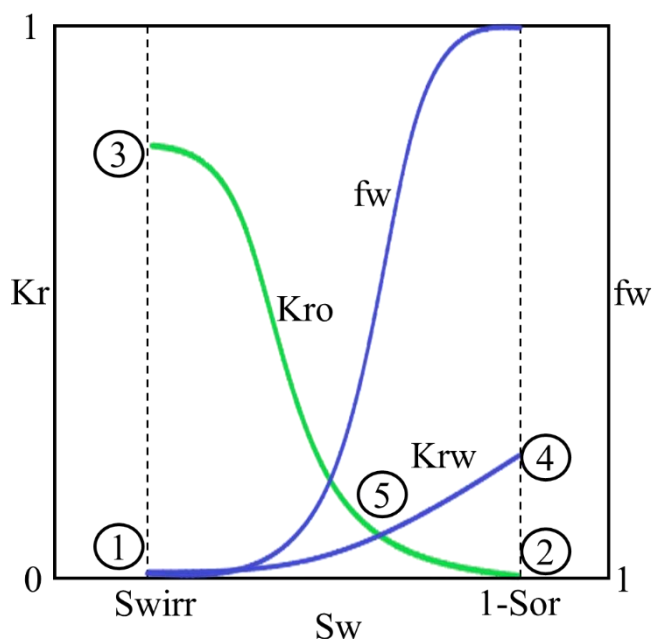
2.3 Permeabilidad Relativa

La permeabilidad relativa (K_{rK_rKr}) cuantifica la capacidad de un medio poroso para transportar un fluido cuando coexisten dos o más fluidos en movimiento dentro de sus poros. Se define como la razón entre la permeabilidad efectiva del fluido en cuestión y una permeabilidad de referencia, conocida como permeabilidad base (Duque & Garzón, 2019).

2.3.1 End-points.

Los experimentos son relevantes únicamente dentro del rango de saturación en el que ambos fluidos pueden moverse. Estos límites están definidos por la saturación de agua irreducible (S_{wirr}) y la saturación de petróleo residual (S_{or}). Los puntos extremos de la curva de permeabilidad relativa corresponden a estos estados de saturación y a las permeabilidades relativas asociadas, $K_{ro@Swirr}$ y $K_{rw@Sor}$, (Duque & Garzón, 2019). En la **Figura 1** se muestran los end-points de las gráficas de permeabilidad relativa, que como su nombre lo indica, son los puntos finales que se encuentran en ellas.

Figura 1. End-points de curva permeabilidad relativa sistema agua-petróleo.0



Donde en el punto 1 hace referencia a la mínima saturación necesaria de agua requerida para que este empiece a fluir, y a esa misma saturación en el punto 3 se puede evidenciar la máxima permeabilidad relativa del aceite. En el punto 2 se puede observar la saturación de agua máxima a la cual el aceite puede fluir, a esa misma saturación en el punto 4 se observa la permeabilidad relativa a esta saturación. Y por último el corte entre las curvas de permeabilidad de agua y aceite (punto 5), se usa como indicativo para inferir las características de mojabilidad de la muestra. (Duque & Garzón, 2019).

En la **Tabla 1** se muestran las reglas originadas por Craig y luego modificadas por Ibrahim y Koederitz (2000) para inferir características de mojabilidad de un núcleo.

Tabla 1. Reglas empíricas para inferir mojabilidad de Craig modificadas.

Mojabilidad	Swirr	Intersección	Krw(Sor)
Fuertemente agua	>15%	>45%	<0.07
Agua	>10%	>45%	0.07 - 0.3
Petróleo	<15%	<55%	>0.5
Mixta	>10%	45 - 55 %	>0.3
Mixta	<15%	45 - 55 %	<0.5

2.4 Métodos experimentales para medir curvas de permeabilidad relativa

Hay esencialmente cinco medios por los cuales se pueden obtener datos de permeabilidad relativa (Kantzas et al. 2018):

- Medición directa en el laboratorio mediante un proceso de flujo de fluido en estado estacionario
- Medición directa en el laboratorio mediante un proceso de flujo de fluidos en estado no estacionario
- Cálculo de datos de permeabilidad relativa a partir de datos de presión capilar
- Cálculo a partir de datos de rendimiento de campo
- Correlaciones teóricas/empíricas

Los valores obtenidos mediante mediciones de laboratorio suelen preferirse para los cálculos de ingeniería, ya que se miden directamente en lugar de estimarse. El estado estacionario implica precisamente eso, los valores no se miden hasta que la muestra analizada ha alcanzado un nivel acordado de comportamiento de estado estacionario. Posteriormente, se toman medidas en estado no estacionario mientras el sistema sigue cambiando con el tiempo. (Kantzas et al. 2018)

En la mayoría de los casos, estas curvas se estiman a partir de pruebas de desplazamiento, lo que significa que no se miden directamente, sino que se infieren a partir de los datos de presión y flujo registrados durante dichas pruebas. Los métodos para determinar la permeabilidad relativa se dividen en dos categorías: explícitos e implícitos. Los métodos explícitos pueden aplicarse tanto en condiciones de desplazamiento en estado estacionario como en estado no estacionario (Calderón & Torres, 2006).

2.5 Técnicas de estado estacionario

Implica la inyección de una proporción fija de aceite y agua (o cualquiera de las dos fases inmiscibles) en la muestra del medio poroso a una velocidad constante para generar un flujo unidimensional hasta que la caída de presión a través de la muestra y el flujo fraccional que sale de la muestra se vuelven estable. Aunque el perfil de saturación dentro de la muestra y la caída de presión a lo largo de su longitud cambian en la etapa inicial de la prueba, se espera que eventualmente el perfil de saturación y la presión se estabilicen y el flujo fraccional producido sea idéntico al inyectado. Para obtener la curva de permeabilidad relativa completa, generalmente se emplean entre 5 y 10 relaciones diferentes de caudales de agua/aceite. La ley de Darcy se aplica para estimar la permeabilidad efectiva de cada fase utilizando la caída de presión medida en el núcleo y las tasas de flujo impuestas. (Esmaeili et al. 2019)

2.6 Técnicas de estado no estacionario

El enfoque de estado no estacionario es un método de desplazamiento en el que se inyecta un fluido de desplazamiento inmisible a una velocidad constante en una muestra de núcleo, que contiene inicialmente la mayor saturación posible del fluido desplazado (en condiciones de dos fases), en el cual se registran periódicamente el comportamiento transitorio de la caída de presión a lo largo del núcleo y los volúmenes de las fases producidas. La principal ventaja de este método

es que requiere menos tiempo. Las características de permeabilidad relativa se deducen de la producción registrada y del historial de caída de presión de la prueba de desplazamiento. Esto requiere un procedimiento de cálculo más complejo que el método de estado estacionario. (Esmaeili et al. 2019)

En la **Tabla 2** se incluyen más comentarios sobre las ventajas y desventajas de las técnicas de estado no estacionario y estacionario.

Tabla 2. Cuadro comparativo pruebas de estado estacionario y no estacionario.

	Estacionario	No Estacionario
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Generación de datos de permeabilidad para todo rango de saturación. • Procesamiento de datos más fácil. 	<ul style="list-style-type: none"> • Su desarrollo es más rápido (cuestión de horas). • Los datos representan mejor el desarrollo del frente de agua en la muestra.
Desventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Método muy demorado, tomando días o semanas. • Realización de la prueba es más costosa 	<ul style="list-style-type: none"> • Mediciones limitadas a un escaso rango de saturaciones. • Problemas operacionales como efectos capilares, digitación viscosa y canalizaciones

Los métodos en estado no-estacionario se pueden aplicar para sistemas de fases líquido-líquido y gas-líquido. Entre los cuales se encuentran los siguientes métodos analíticos.

2.7 Métodos analíticos para sistemas líquido-líquido.

2.7.1 Método de Johnson- Bossler-Naumann (JBN)

Este método explícito se aplica a desplazamientos en estado no estacionario y se fundamenta en la solución de avance frontal de Buckley-Leverett, permitiendo obtener la permeabilidad relativa en función de la saturación de agua (Barroeta & Thompson, 2006).

Antes de su aplicación, deben cumplirse dos condiciones esenciales. Primero, la velocidad de flujo debe ser lo suficientemente alta para garantizar un desplazamiento estabilizado y mantenerse constante en toda la sección transversal del medio poroso lineal. Un desplazamiento estabilizado asegura un gradiente de presión elevado en comparación con la diferencia de presión capilar entre las fases. Un diferencial de presión alto minimiza los efectos capilares, reduciéndolos a un valor insignificante en relación con el espacio poroso total del núcleo (Ardila & Arenas, 2010).

Las ecuaciones utilizadas para calcular permeabilidades relativas por este método son las siguientes:

- Calcular la saturación promedio (S_{avg}):

$$S_{avg} = S_{wirr} + \frac{N_p}{V_p} \quad (1)$$

- Calcular los volúmenes porosos inyectados (Q_i):

$$Q_i = \frac{W_i}{V_p} \quad (2)$$

- Calcular la inyectividad relativa (I_r):

$$I_r = \frac{q * \mu_o * L}{\Delta P * k} \quad (3)$$

- Estimar la derivada de $\frac{dS_{avg}}{dQ_i}$ y $\frac{d\left[\frac{1}{Q_i * I_r}\right]}{d\left[\frac{1}{Q_i}\right]}$
- El flujo fraccional de aceite sería igual a $\frac{dS_{avg}}{dQ_i}$
- Calcular la permeabilidad relativa del aceite ($K_{ro(SL)}$):

$$K_{ro(SL)} = \frac{f_{o(SL)}}{\frac{d\left[\frac{1}{Q_i * I_r}\right]}{d\left[\frac{1}{Q_i}\right]}} \quad (4)$$

- Calcular la permeabilidad relativa del agua ($K_{rw(SL)}$):

$$K_{rw(SL)} = \frac{1 - f_{o(SL)}}{f_{o(SL)}} * \frac{\mu_w}{\mu_o} * K_{ro(SL)} \quad (5)$$

- Calcular la saturación de agua a la salida (S_L):

$$S_L = S_{avg} - Q_i * f_{o(SL)} \quad (6)$$

2.7.2 Método de Jones Roszelle (JR).

Desarrollada en 1978, esta técnica se basa en la construcción de diversas gráficas que facilitan el cálculo de la permeabilidad relativa a partir de datos obtenidos en pruebas de desplazamiento.

El método consiste en establecer una relación entre las condiciones promedio de saturación de agua (S_w) y la inyectividad relativa promedio con la saturación de agua en el extremo de salida (S_L) y la inyectividad relativa en ese mismo punto.

Durante años, las ecuaciones de Welge fueron utilizadas con éxito, pero implicaban cálculos laboriosos y propensos a errores debido a la evaluación de derivadas. En contraste, las técnicas gráficas desarrolladas por Jones-Roszelle son equivalentes a estas ecuaciones, pero resultan más sencillas de aplicar y permiten obtener estimaciones más precisas de la permeabilidad relativa (Calderón & Torres, 2006).

A continuación, se muestra el proceso a seguir para aplicar el método de JR.

- Calcular la saturación promedio (S_{avg}):

$$S_{avg} = S_{wirr} + \frac{N_p}{V_p} \quad (7)$$

- Calcular los volúmenes porosos inyectados (Q_i):

$$Q_i = \frac{W_i}{V_p} \quad (8)$$

- Calcular la viscosidad efectiva (λ^{-1}), donde $\Delta P_b/q_b$ está dado por la presión y caudal registrado al medir la permeabilidad absoluta del núcleo:

$$\lambda^{-1} = \frac{\Delta P/q}{\Delta P_b/q_b} \quad (9)$$

- Estimar la derivada de $\frac{dS_{avg}}{dQ_i}$ y $\frac{d\left[\frac{\lambda^{-1}}{Q_i}\right]}{d\left[\frac{1}{Q_i}\right]}$
- Calcular la saturación de agua a la salida del núcleo S_L

$$S_L = S_{avg} - Q_i * \frac{dS_{avg}}{dQ_i} \quad (10)$$

- Calcular el flujo fraccional de aceite a la salida del núcleo ($f_{o(SL)}$):

$$f_{oSL} = \frac{(S_{avg} - S_{w(SL)})}{Q_i} \quad (11)$$

- Calcular la viscosidad efectiva a la salida del núcleo (λ_2^{-1}):

$$\lambda_2^{-1} = \lambda^{-1} - Q_i * \frac{d \left[\frac{\lambda^{-1}}{Q_i} \right]}{d \left[\frac{1}{Q_i} \right]} \quad (12)$$

- Calcular la permeabilidad relativa del aceite ($K_{ro(SL)}$):

$$K_{ro(SL)} = \mu_o \frac{f_o(SL)}{\lambda_2^{-1}} \quad (13)$$

- Calcular la permeabilidad relativa del agua ($K_{rw(SL)}$):

$$K_{rw(SL)} = \mu_w \frac{f_w(SL)}{\lambda_2^{-1}} \quad (14)$$

2.7.3 Método de Toth et al.

Presentaron e ilustraron formularios prácticos para la interpretación de datos de desplazamiento de fluidos en estado inestable y el cálculo analítico directo de la permeabilidad relativa a partir de ensayos de desplazamiento a velocidad y presión constantes realizados a velocidades de flujo suficientemente altas para minimizar la velocidad de los efectos finales capilares.

Las ecuaciones necesarias para el procesamiento de los datos de las pruebas de desplazamiento después de la ruptura y la determinación de la permeabilidad relativa a partir de desplazamientos unidimensionales horizontales de fluidos bifásicos inmiscibles en tapones de laboratorio se derivan despreciando el efecto de la gravedad y el gradiente de presión capilar, y suponiendo que las propiedades del núcleo y del fluido son constantes y homogéneas (Toth et al., 2002).

El procedimiento para aplicar el método de Toth et al. es el siguiente:

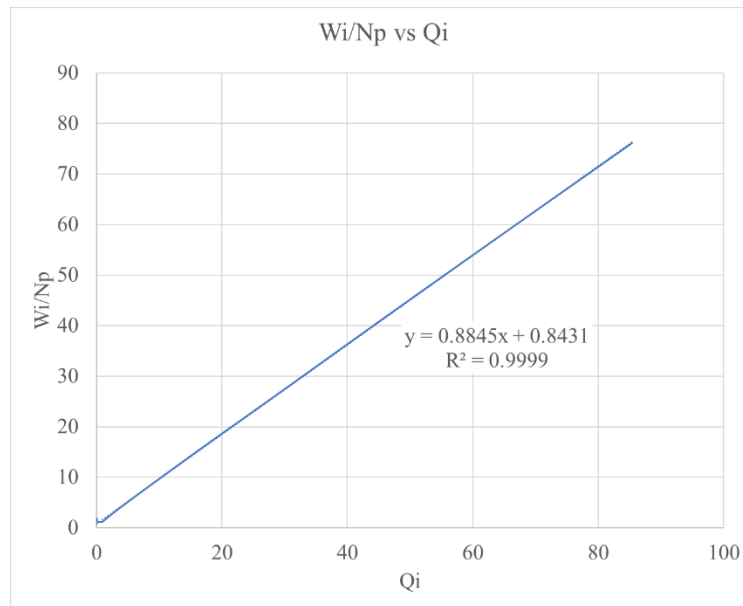
- Calcular el cociente entre el volumen inyectado y el volumen producido (W_i/N_p)

- Calcular los volúmenes porosos inyectados (Q_i):

$$Q_i = \frac{W_i}{V_p} \quad (15)$$

- Grafica W_i/N_p vs Q_i y determina la pendiente “a” y el corte con el eje y “b” según la tendencia como se observa en la **Figura 2**.

Figura 2. Comportamiento de W_i/N_p respecto a Q_i



- Calcular la saturación promedio (S_{avg}):

$$S_{avg} = S_{wirr} + \frac{Q_i}{a + b * Q_i} \quad (16)$$

- Calcular la saturación de agua a la salida del núcleo $S_{w(SL)}$

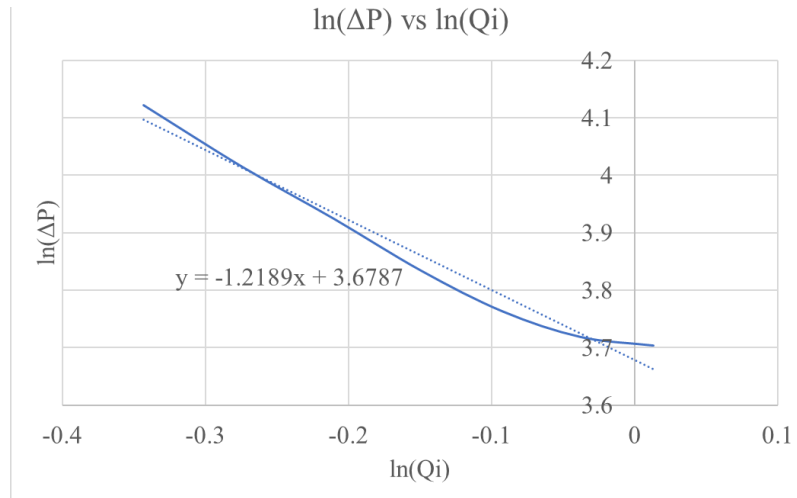
$$S_L = S_{wirr} - b(S_{avg} - S_{wirr})^2 \quad (17)$$

- Grafica $\ln(\Delta P)$ vs $\ln(Q_i)$ y determina la pendiente “ a_1 ” y el corte con el eje y “ b_1 ” como se observa en la tendencia de la **Figura 3**, esto debido a que Toth et al (2002)

expusieron que estas dos variables tienen un comportamiento exponencial tal como se muestra en la ecuación 18.

$$\Delta P = a_1 Q_i^{b_1} \quad (18)$$

Figura 3. Comportamiento logarítmico de ΔP vs Q_i



- Calcular la función de movilidad total a la salida del núcleo $Y(S_L)$:

$$Y(S_L) = \frac{q_i * L}{k * A * a_1 (1 - b_1) (Q_i)^{b_1}} \quad (19)$$

- Calcular el flujo fraccional de aceite a la salida del núcleo ($f_{o(SL)}$):

$$f_{oSL} = \frac{a}{(a + b * Q_i)^2} \quad (20)$$

- Calcular el flujo fraccional de agua a la salida del núcleo ($f_{w(SL)}$):

$$f_{wSL} = 1 - f_{oSL} \quad (21)$$

- Calcular la permeabilidad relativa del aceite ($K_{ro(SL)}$):

$$K_{ro(SL)} = \mu_o * f_{o(SL)} * Y(S_L) \quad (22)$$

- Calcular la permeabilidad relativa del agua ($K_{rw(SL)}$):

$$K_{rw(S_L)} = \mu_w * f_w(S_L) * Y(S_L) \quad (23)$$

2.8 Resumen de los métodos

En la **Tabla 3** se resume cada uno de los métodos descritos anteriormente:

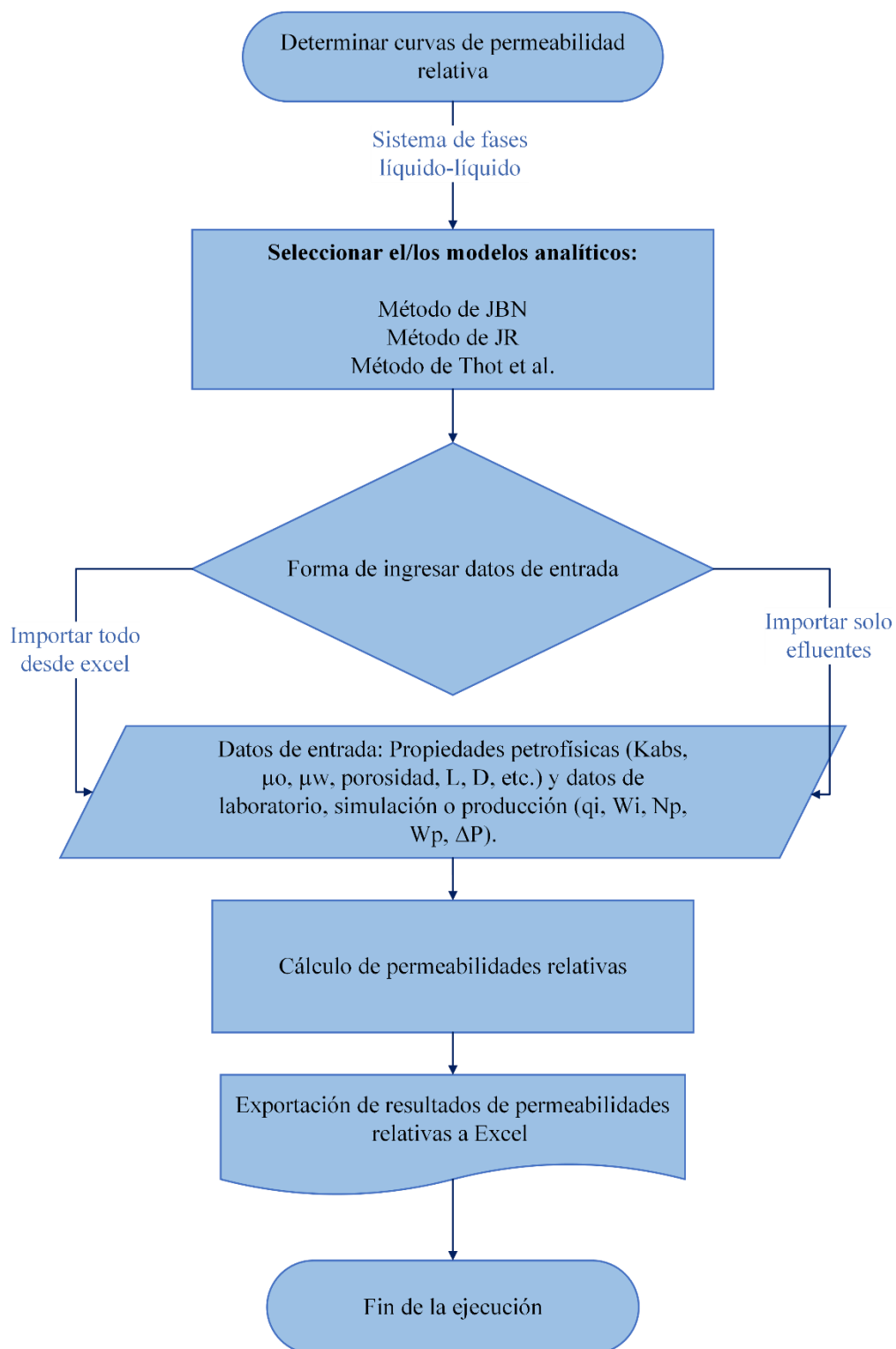
Tabla 3. Resumen de métodos para determinar permeabilidades relativas.

Método	Año	Autor(es)	Sistema de fases	Datos de entrada
JBN	1959	Johnson, Bossler y Naumann	Agua-aceite	Propiedades petrofísicas generales: ϕ , K_{abs} , L , D , μ_o , μ_w , S_{wirr} . Resultados de la prueba: q_i , W_i , N_p , ΔP .
JR	1978	Jones & Roszelle	Agua-aceite	Propiedades petrofísicas generales: ϕ , K_{abs} , L , D , μ_o , μ_w , S_{wirr} , $\Delta P_b/q_b$. Resultados de la prueba: q_i , W_i , N_p , ΔP .
Toth et al.	2002	Toth, Bodi, Szucs y Civan	Agua-aceite	Propiedades petrofísicas generales: ϕ , K_{abs} , L , D , μ_o , μ_w , S_{wirr} . Resultados de la prueba: q_i , W_i , N_p , ΔP .

3. Desarrollo de la herramienta interactiva

3.1 Diagrama de flujo de la herramienta computacional.

En la **Figura 4** se muestra el diagrama de flujo utilizado para el desarrollo de la herramienta computacional interactiva. Donde el usuario primero selecciona los métodos a usar para calcular las curvas de permeabilidad relativa. Después de seleccionar el o los métodos a emplear, la herramienta le solicitará que administre los datos de entrada, esto se podrá de hacer de 2 formas, cargando tanto efluentes como propiedades petrofísicas desde un Excel o solo cargando efluentes desde Excel y las propiedades petrofísicas forma manual. Habiendo suministrado esta información correctamente, el programa realizará los cálculos de las curvas de permeabilidad relativa, se mostrará un gráfico de las curvas y se realizará la exportación de los resultados a un Excel para tener una mejor visualización donde podrá observar los resultados de cada método organizado por tablas y el gráfico previamente mostrado.

Figura 4. Diagrama de flujo de la herramienta computacional.

3.2 Librerías utilizadas

Para el desarrollo del código se hizo uso de las siguientes librerías que permitieron que la herramienta computacional “PermForge” realizara todo el trabajo como importar el Excel de datos, generar gráficos, realizar regresiones lineales, generar la interfaz gráfica, entre otros:

3.2.1 Tkinter.

Es una biblioteca estándar de Python para crear interfaces gráficas de usuario (GUIs). Proporciona herramientas para construir ventanas, botones, cuadros de texto, menús, y otros elementos interactivos (Python Software Foundation, 2023).

- messagebox: Se usa para mostrar cuadros de diálogo emergentes con mensajes, como advertencias o errores.
- filedialog: Permite al usuario seleccionar y cargar archivos desde el sistema de archivos.

3.2.2 PIL (Pillow).

Python Imaging Library (PIL) es una librería abierta que permite la edición de imágenes directamente desde Python. Soportando una gran variedad de formatos, incluidos los más utilizados como GIF, JPEG y PNG. (Recursos Python, 2014).

3.2.3 Pandas.

Es un paquete de Python que proporciona estructuras de datos rápidas, flexibles y expresivas diseñadas para hacer que el trabajo con datos "relacionales" o "etiquetados" sea tanto fácil e intuitivo. Cuenta con herramientas de E/S robustas para cargar datos de archivos planos (CSV y delimitados), archivos de Excel, bases de datos, y guardar/cargar datos desde el formato HDF5 ultrarrápido (PyPA, 2024)

3.2.4 Openpyxl.

Es una biblioteca de Python para leer/escribir archivos `xlsx/xlsm/xltx/xltn` de Excel 2010 (Gazoni & Clark, 2024).

- **load_workbook:** Permite cargar libros de trabajo de Excel.
- **openpyxlImage:** Maneja imágenes dentro de archivos Excel.
- **Font, Border, Side, Alignment, PatternFill:** Sirven para aplicar estilos y formato a celdas.
- **LineChart, Reference:** Se usan para generar gráficos en Excel.

3.2.5 OS.

Proporciona una forma de interactuar con el sistema operativo. Incluye funciones para manejar operaciones de archivos, administración de directorios y otras tareas relacionadas con el sistema operativo (Geeks for Geeks, 2024).

3.2.6 matplotlib.pyplot.

Es una biblioteca completa para crear archivos estáticos, animados, y visualizaciones interactivas en Python. Permite crear gráficos, figuras interactivas, así como personalizar el estilo visual y el diseño (Hunter J. et al., 2024).

3.2.7 io.

Proporciona las principales facilidades de Python para tratar con varios tipos de E/S. Hay tres tipos principales de E/S: *E/S de texto*, *E/S binarias* y *E/S sin procesar*. Estas son categorías genéricas, y varias tiendas de respaldo pueden para cada uno de ellos (Python Software Foundation, 2024).

3.2.8 numpy.

Es una biblioteca de que proporciona un objeto de matriz multidimensional, varios objetos derivados (como matrices y matrices enmascaradas) y una variedad de rutinas para operaciones rápidas en matrices, incluyendo operaciones matemáticas, lógicas, manipulación de formas, clasificación, selección, E/S, transformadas de Fourier discretas, álgebra lineal básica, operaciones estadísticas básicas, simulación aleatoria y mucho más (NumPy Developers, 2024).

3.2.9 math.

Este módulo proporciona acceso a las funciones matemáticas definidas por el C estándar, entre ellas se encuentran las funciones potencia, exponenciales y logarítmicas, así como constantes como el número pi o Euler (Python Software Foundation, 2025).

3.2.10 scipy.stats

Se utiliza principalmente para distribuciones probabilísticas y operaciones estadísticas. Existe una amplia gama de funciones de probabilidad (Geeks for Geeks, 2023).

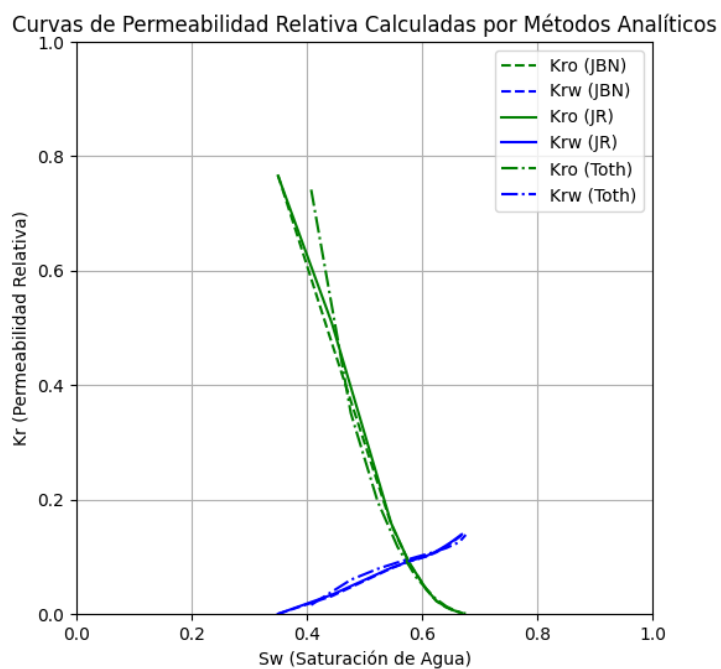
4. Validación de la herramienta

Para la realizar un primer acercamiento a los métodos analíticos se trabajaron con los datos obtenidos por Jones y Rozselle (1978), **Tabla 4**, donde se obtuvieron las siguientes curvas que se muestran en la **Figura 5**.

Tabla 4. Propiedades petrofísicas del núcleo en Jones y Roszelle (1978).

Propiedades Petrofísicas		
Diámetro	1.5	in
Longitud	5.002	in
Porosidad	0.215	
Swirr	0.35	
uo	10.45	cP
uw	0.97	cP
K	35.4	mD
qi	0.022	cc/seg

Figura 5. Curvas de permeabilidad relativa calculada usando métodos analíticos.



Donde se puede observar que las curvas generadas por JBN y JR cuentan end points muy similares, y la tendencia de las curvas es muy similar, sin embargo, el método de Toth et al. muestra valor de Swirr mayor y un Kro más alto a bajas saturaciones de agua que los calculados por los otros métodos sin observar desplazamiento de la curva hacia la derecha porque el corte de la curva de Kro y de K_{rw} se encuentra muy cercano al intercepto que se evidencia por JBN y JR.

Para validar los modelos utilizados se hizo una comparación con datos de simulación de un core-flooding realizado por Ding et al. (2020) de un núcleo que presenta las propiedades que se muestran en las tablas **Tabla 5** y **Tabla 6**.

Tabla 5. Propiedades del núcleo de Ding et al. (2020).

Propiedades Petrofísicas		
Diámetro	1.512	in
Longitud	6	in
Porosidad	0.312	
Swirr	0.186	
u_o	4.9	cP
u_w	0.53	cP
K	150	mD
q_i	0.25	cc/seg

Tabla 6. Permeabilidad relativa del núcleo por simulación.

Sw	K_{rw} Simu	K_{ro} Simu
0.186	0	0.81
0.224	0	0.696
0.262	0.001	0.592
0.3	0.003	0.497
0.338	0.007	0.412
0.376	0.012	0.336
0.414	0.019	0.268
0.452	0.028	0.21
0.49	0.04	0.159

0.527	0.054	0.116
0.565	0.071	0.081
0.603	0.091	0.053
0.641	0.114	0.031
0.679	0.14	0.016
0.717	0.17	0.006
0.755	0.203	0.001
0.793	0.24	0

En las figuras **Figura 6** y **Figura 7** se observan los resultados de la simulación en CMG donde se puede observar que el pico de presión (**Figura 6**) se alcanza lo más rápido posible, esto indica la ruptura del agua la cual es necesaria para poder aplicar los métodos analíticos.

Figura 6, Diferencial de presión de la prueba de simulación en CMG.

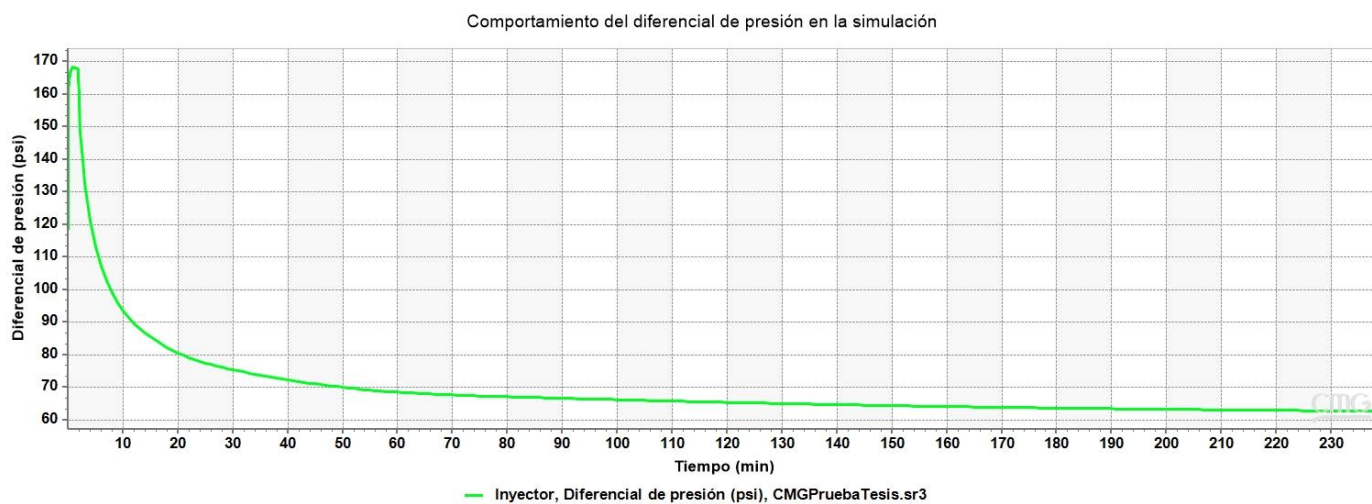
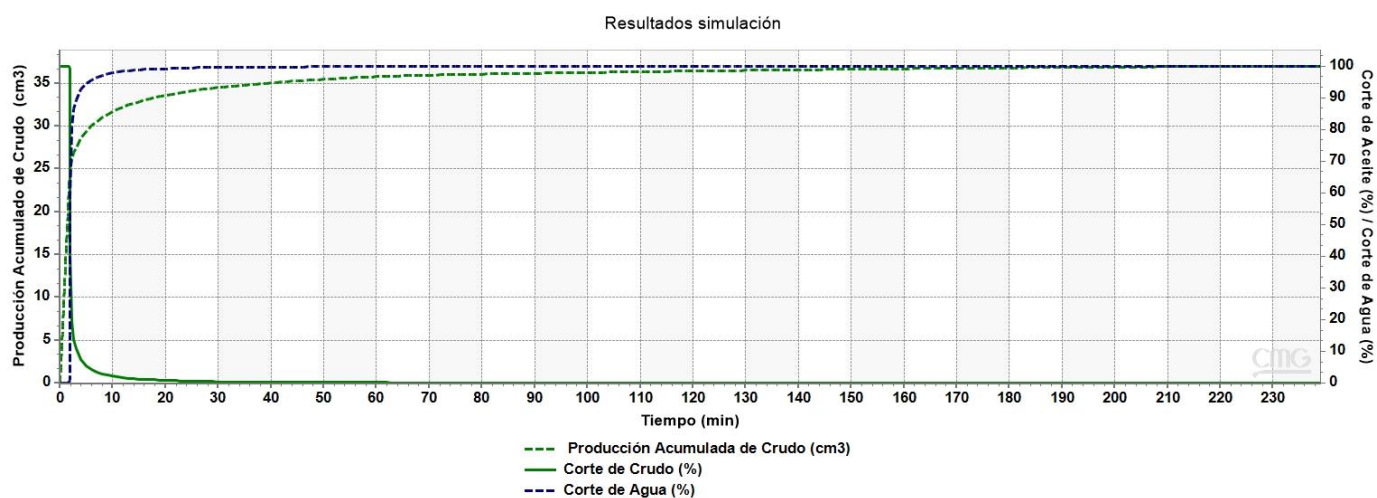
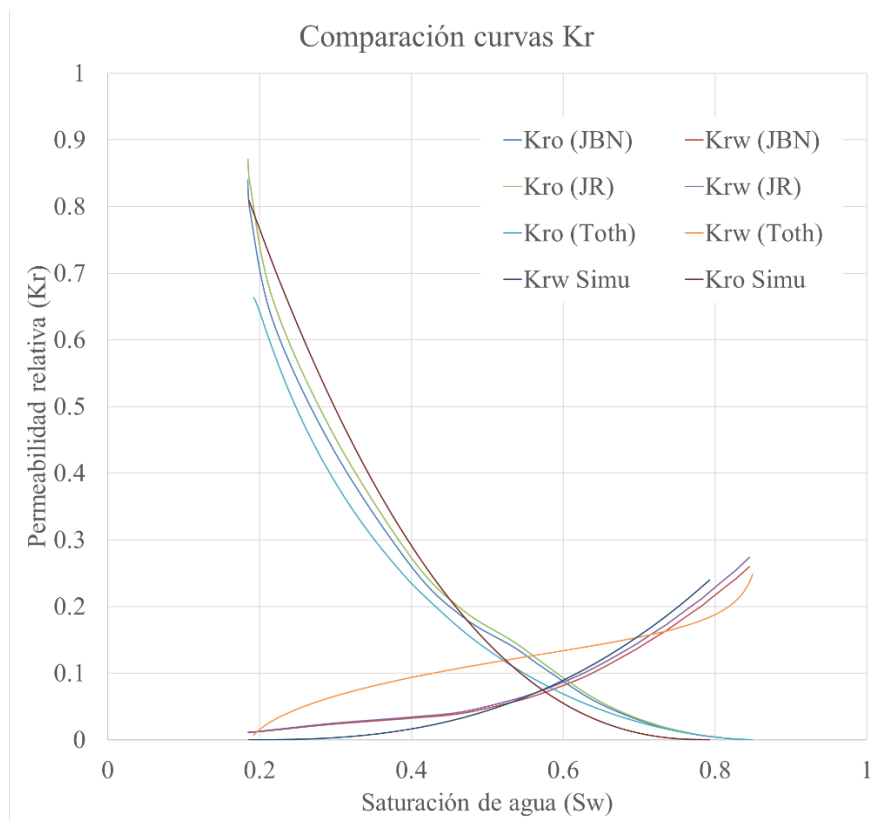


Figura 7. Curva de producción de crudo y agua de la simulación en CMG.



Al exportar los efluentes de la simulación y utilizarlos en la herramienta computacional se obtiene una curva, que como se observa al principio de ella, esta tiene un pequeño ruido tal como se muestra en la **Figura 8**, esto debido a que los métodos analíticos, como se mencionó al principio, se deben aplicar posterior a la ruptura de agua, sin embargo, al comparar con la curva generada en la simulación se logra evidenciar un buen acercamiento de los resultados obtenidos en cada uno de los métodos. Adicional a como se observa en la curva, los cortes en las curvas de permeabilidad al agua y al aceite se encuentran muy cercas, permitiendo tener un indicio confiable sobre la mojabilidad de la roca.

Figura 8. Curvas de permeabilidad relativa obtenidas por simulación y por PermForge.



En la **Tabla 7** se muestran los end-points obtenidos por cada uno de los métodos analíticos, donde se puede observar, para este caso de simulación, un buen acercamiento en estos puntos para los métodos de JBN y JR.

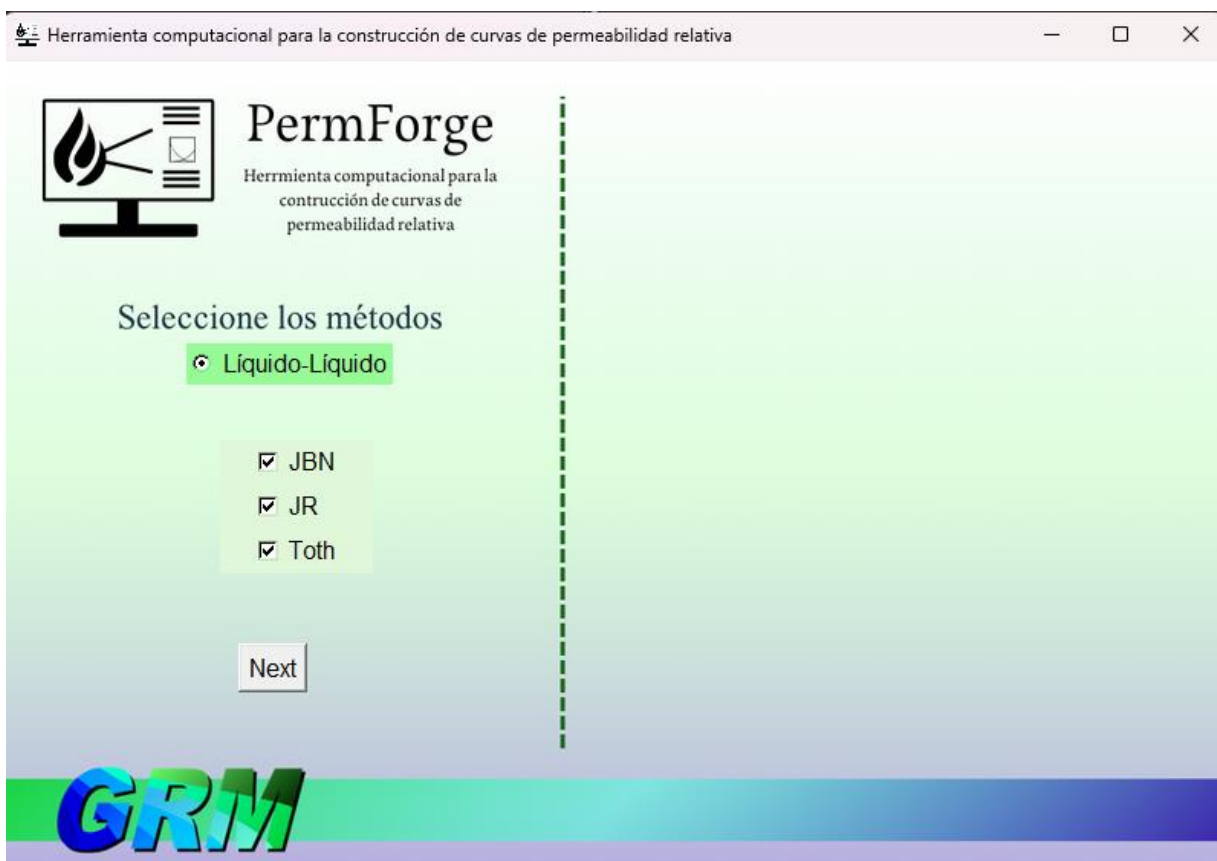
Tabla 7. End-points obtenidos por simulación y métodos analíticos.

End-Point	Simulación	JBN	JR	Toth
Kro@Swirr	0.81	0.79	0.84	0.66
Krw@Sor	0.24	0.26	0.27	0.24
Swirr	0.186	0.184	0.184	0.188
Swmax	0.793	0.84	0.84	0.85
Sw (intersección)	0.573	0.60	0.61	0.53

5. Guía del usuario

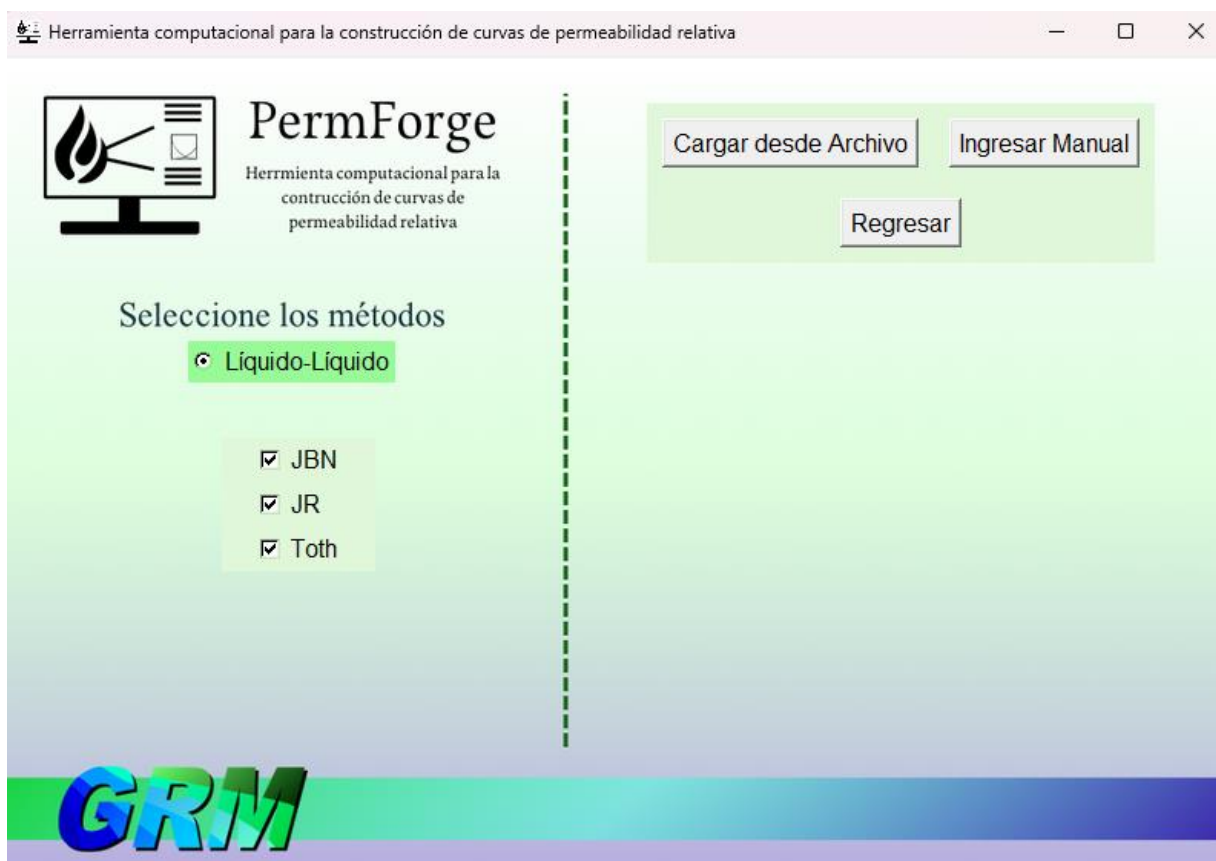
Al iniciar la herramienta se permite al usuario elegir los métodos que quiera usar, tal como se evidencia en la **Figura 9**.

Figura 9. Vista inicial de la herramienta.



Luego de dar a "Next" el usuario podrá elegir entre si cargar toda la información mediante un Excel (Cargar desde Archivo), o si solo serán los efluentes por este medio y las demás propiedades petrofísicas de forma manual (Ingresar Manual) tal como se muestra en la **Figura 10**.

Figura 10. Selección del método de carga de los datos.



En la **Figura 11** se muestra la ventana de búsqueda del Excel que se abre al seleccionar la opción de “Cargar desde Archivo”. La forma de cómo deben estar almacenados los datos en este Excel se muestran en la **Figura 12**. En caso de seleccionar la opción “Ingresar Manual”, se mostrará una pestaña para ingresar los datos de forma manual (**Figura 13**), a su vez se añaden otros botones para que se almacenen estos datos y también otra carga de archivo de Excel donde se encontrarán los efluentes y estará disponible la opción de “Resolver y graficar” donde se aplicarán los modelos analíticos y se generaran las curvas de permeabilidad relativa.

Figura 11. Pestaña de búsqueda para cargar el Excel de datos.

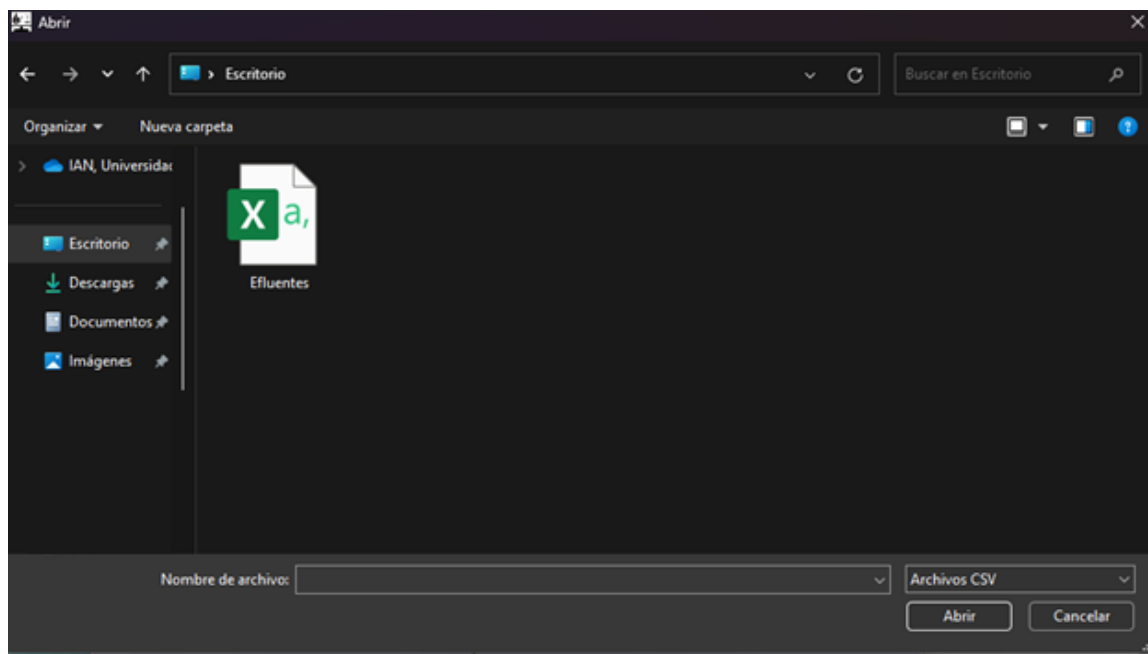


Figura 12. Plantilla necesaria para almacenar los datos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Propiedades Petrofísicas						Wi [mL]	Np [mL]	dP [psi]
2	Diámetro	1.512	in				0.189	0.105	118.066
3	Longitud	6	in				0.340	0.222	145.602
4	Porosidad	0.312					0.520	0.376	155.944
5	Swirr	0.186					0.779	0.605	159.887
6	uo	4.9	cP				1.066	0.861	161.542
7	uw	0.53	cP				1.360	1.124	162.236
8	K	150	mD				1.759	1.480	162.988
9	qi	0.25	cc/seg				2.130	1.812	163.600
10	$\Delta P/q$	0.02	psi/cc/hr				2.537	2.175	163.886
11							2.985	2.576	164.523
12							3.492	3.028	165.090
13							3.987	3.471	165.595
14							4.481	3.913	165.720
15							4.983	4.360	166.037
16							5.493	4.816	166.374

Figura 13. Pestaña para cargar datos de forma manual.

Herramienta computacional para la construcción de curvas de permeabilidad relativa

PermForge
Herramienta computacional para la construcción de curvas de permeabilidad relativa

Seleccione los métodos

Líquido-Líquido

JBN
 JR
 Toth

Diámetro [in]

Longitud [in]

Porosidad

Swirr

Viscosidad del crudo [cP]

Viscosidad del agua [cP]

Permeabilidad absoluta [mD]

Caudal de inyección [cc/seg]

$\Delta P/q$ [psi/cc/hr]

Guardar Cargar Efluentes

Regresar Resolver y Graficar

GRM

En la **Figura 14** se muestran las opciones generadas al cargar los datos de forma automática. Al presionar sobre “Resolver y Graficar” se abre una gráfica como se observa en la **Figura 15** donde se muestra de forma preliminar las curvas de permeabilidad relativa obtenidas (estas no se encontrarán normalizadas en ese momento), al cerrar la gráfica se generará un excel llamado “Resultados_Curvas_Permeabilidad.xlsx” en la carpeta del usuario del sistema operativo, donde se mostrarán tanto los resultados obtenidos de los métodos analíticos a su vez como la gráfica para cada uno de ellos así como se observa en la **Figura 16**.

Figura 14. Opciones generadas al cargar los datos de forma automática.

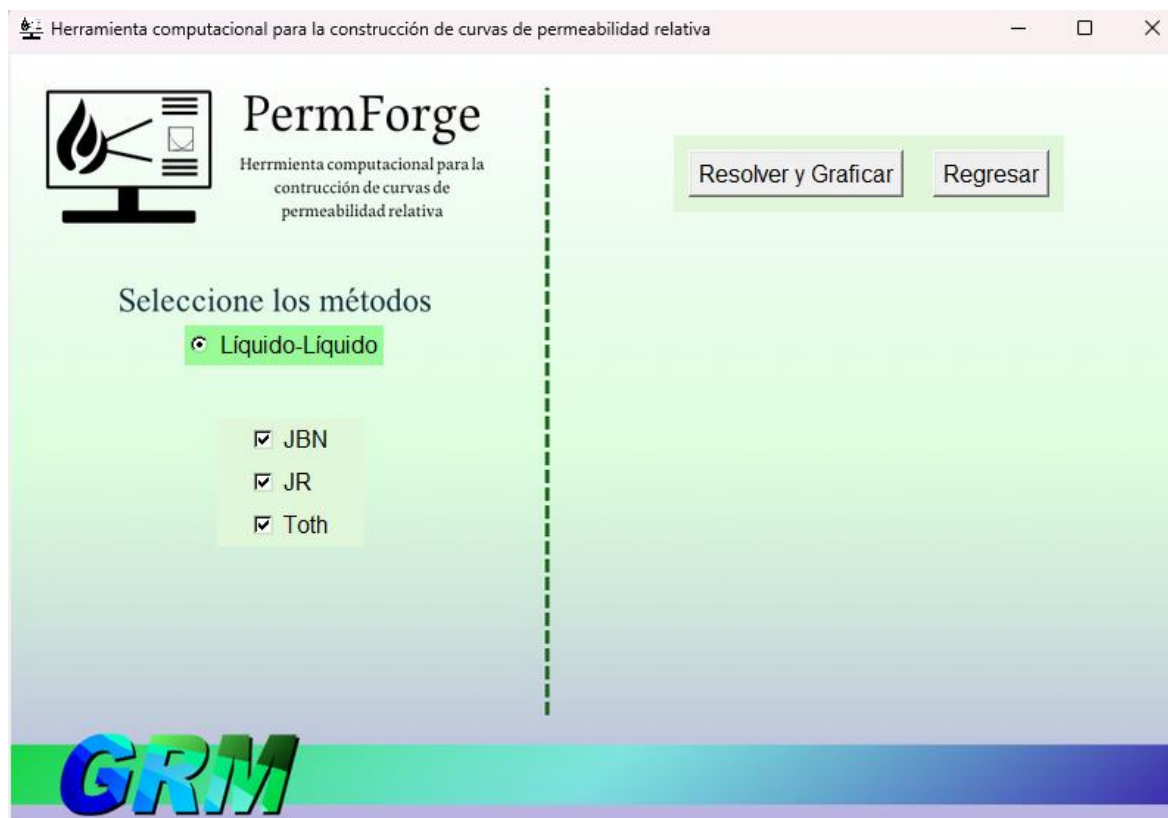


Figura 15. Grafica preliminar de las curvas de permeabilidad relativa.

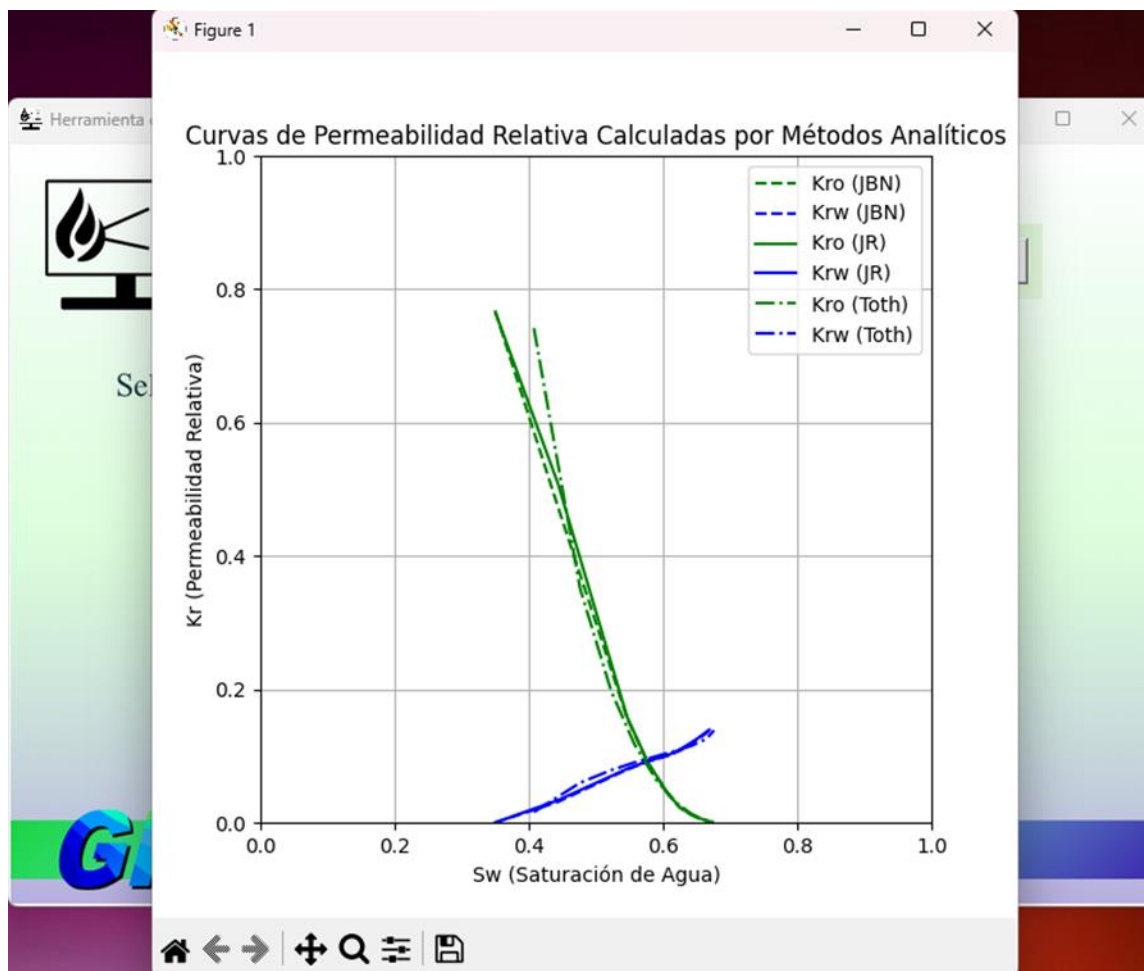
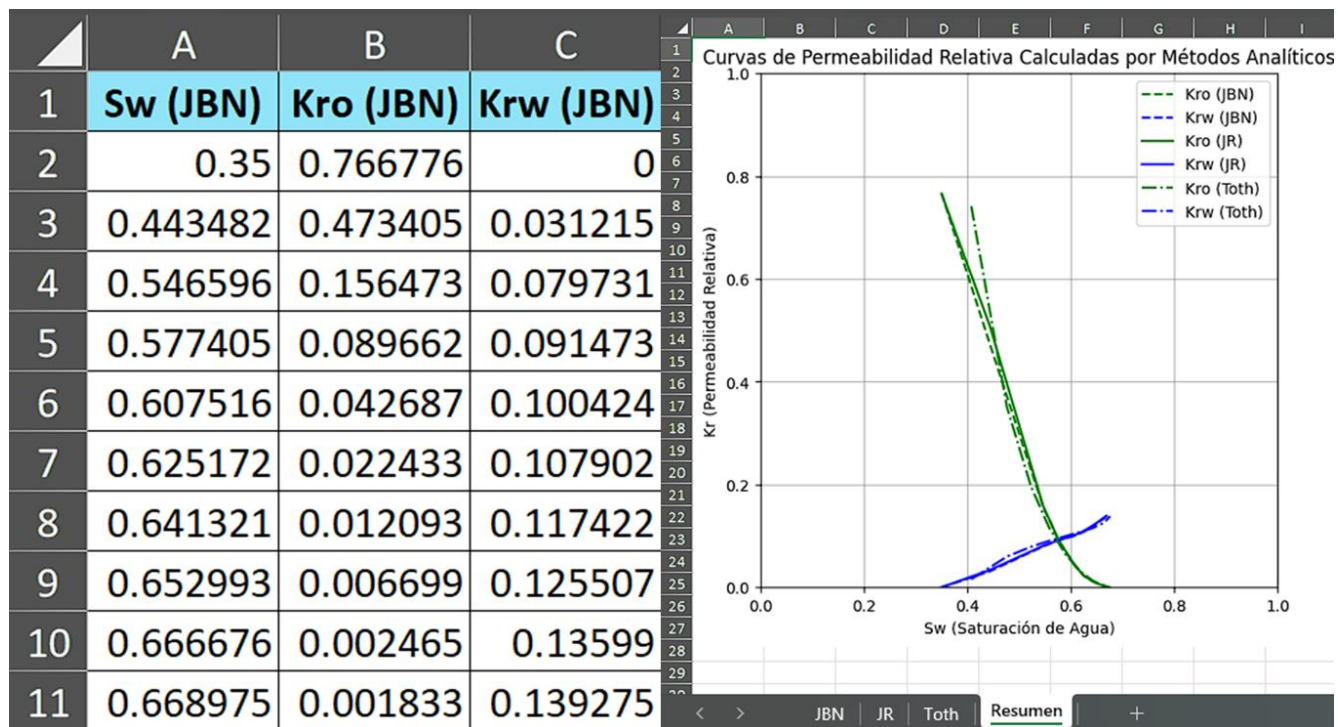


Figura 16. Visualización de resultados exportados a Excel.



6. Conclusiones

La automatización de los cálculos realizados por métodos analíticos permite realizar un análisis ágil de datos obtenidos de laboratorio, evidenciando tiempo de cálculo menores a un minuto si se cuenta con la información organizada, a diferencia del procesamiento en Excel, esta herramienta permite ajustar sistemáticamente al tamaño de los datos, optimizando el análisis.

Los métodos analíticos presentaron un buen ajuste en los end-points de las curvas generadas, al compararlas con las obtenidas mediante simulación. En particular, se observó un porcentaje de error relativo del 4,5 %, 5,9 % y 6,9 % para los métodos de JBN, JR y Toth, respectivamente. Esto se debe a que el simulador proporciona efluentes con pequeños cambios en el tiempo, lo que además permitió obtener curvas más suaves.

Los resultados obtenidos por métodos analíticos no buscan reemplazar a los calculados por simulación numérica, sino que permitiría analizar cómo se ven afectadas las permeabilidades relativas si se modifican ciertas variables como tasas de inyección, diferenciales de presión, viscosidades entre otras.

7. Recomendaciones

Analizar cada uno de los métodos en procesos de drenaje para su inclusión en la herramienta.

Realizar un screening detallado para cada método observando su ajuste en ciertos tipos de crudos según su calidad.

Añadir una opción donde se pueda modificar una variable luego de haber ejecutado el programa con la finalidad de realizar análisis de sensibilidad de ciertos parámetros de interés.

Referencias Bibliográficas

- Ardila & Arenas. (2010). Metodología para el análisis e interpretación de resultados del laboratorio de análisis petrofísicos de la escuela de ingeniería de petróleos. Universidad Industrial de Santander.
- Ahmed et al. 2018. Cost-effective improvement of core analysis foy heavy oil development in Northern Kuwait. SPE-193738-MS.
- Ahmed, T. (2010). Reservoir Engineering Handbook. Elsevier Science (4ta edición).
- Barroeta & Thopmson. (2006). Estimation of relative permeability from displacement pressure data. SPE 99734.
- Bocanegra N. (2021). El efecto de una emulsión inversa sobre las curvas de permeabilidad relativa. Universidad Nacional de Colombia.
- Bryan, Kantzas & Taheri, (s.f.). Fundamentals of fluid flow in porous media. PERM inc.
- Calderón J. & Torres, D. (2006). Normatización y estandarización de procedimientos para la determinación de la permeabilidad a partir de pruebas de desplazamiento de fluidos a través de núcleos. Universidad Surcolombiana.
- Calderón & Torres. (2006). Normatización y estandarización de procedimientos para la determinación de la permeabilidad relativa a partir de pruebas de desplazamiento de fluidos a través de núcleos. Universidad Surcolombiana.
- Damiano B. (2018). Evaluación del efecto de crudos extrapesados bajo la condición de recombinado, muerto y diluido asociados a arenas no consolidadas de la Faja Petrolífera del Orinoco sobre las curvas de permeabilidad relativa. Universidad Central de Venezuela.

- Ding L. et al. (2020). Estimation of local equilibrium model parameters for simulation of the laboratory foam-enhanced oil recovery process using a commercial reservoir simulator. ACS Omega, volumen (5), pp. 23437-23449.
- Duque & Garzón. (2019). Metodología de curvas tipo de permeabilidad relativa del laboratorio al simulador con aplicación en tres campos de la cuenca del Valle Medio del Magdalena. Universidad de América.
- Esmaeili et al. (2019). Review of the effect of temperature on oil-water relative permeability in porous rocks of oil reservoirs. Fuel 237, pp. 91–116.
- Gazoni E. & Clark C. (2024). openpyxl - A Python library to read/write Excel 2010 xlsx/xlsm files. Recuperado de: <https://openpyxl.readthedocs.io/en/stable/>
- Geeks for Geeks. (2024). OS Module in Python with Examples. Recuperado de: <https://www.geeksforgeeks.org/os-module-python-examples/>.
- Geeks for Geeks. (2023). SciPy – Stats. Recuperado de: <https://www.geeksforgeeks.org/scipy-stats/>
- Hosseini E., et al. (2023). Wettability modification effects on relative permeability end-points: Comparative analysis of surfactant agents for enhanced oil recovery. Petroleum Research, volumen (9), pp. 206-218.
- Hunter J. et al. (2024). Matplotlib: Visualization with Python. Recuperado de: <https://matplotlib.org/>
- Ibrahim M. & Koederitz L. (2000). Two-Phase Relative Permeability Prediction Using a Linear Regression Model. SPE Eastern Regional Meeting,
- Johnson et al. (1959). Calculation of Relative Permeability from Displacement Experiments. Petroleum Transactions, AIME 216, pp. 370-372.

- Jones & Roszelle. (1978). Graphical techniques for determining relative permeability from displacement experiments. JPT, pp. 807 – 817.
- Kantzas et al. (2018). Fundamentals of fluid Flow in porous media. PERM inc.
- Liang H. et al. (2015). Acquisition and analysis of transient data through unsteady-state core flooding experiments. J. Petrol. Explor. Prod. Technol. Volumen (7), pp. 55–68.
- NumPy Developers. (2024). NumPy documentation. Recuperado de: <https://numpy.org/doc/stable/>.
- PyPA. (2024). pandas: powerful Python data analysis toolkit. Recuperado de: <https://pypi.org/project/pandas/#description>.
- Python Software Foundation. (2023). The Tkinter Module. Recuperado de: <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html>
- Python Software Foundation. (2025). io — Core tools for working with streams. Recuperado de: <https://docs.python.org/3/library/io.html>.
- Python Software Foundation. (2025). math — Mathematical functions. Recuperado de: <https://docs.python.org/3/library/math.html>.
- Recursos Python. (2014). Instalar PIL / Pillow y aplicar efectos visuales. Recuperado de: <https://recursospython.com/guias-y-manuales/instalar-pil-pillow-efectos/>
- Rivera, J. (2004). Prácticas de Ingeniería de yacimientos petrolíferos. Puerto la Cruz: Geopeca.
- Sarem A. (1966). Three-phase relative permeability measurements by unsteady-state method. SPE Journal, volumen (6), pp. 199-205.
- Toth et al. (2002). Convenient formulae for determination of relative permeability from unsteady-state fluid displacements in core plugs. Journal of Petroleum Science and Engineering, volumen (36), pp. 33 – 44.

