

SIMULACIÓN STREAMLINE: ESTADO DEL ARTE Y APLICACIONES
FUNDAMENTALES EN EL MODELAMIENTO Y ESTUDIO DE YACIMIENTOS
ALTAMENTE HETEROGÉNEOS

ADRIANA MARCELA MÉNDEZ BOHÓRQUEZ

HERNANDO ABRIL PÉREZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA

2005

SIMULACIÓN STREAMLINE: ESTADO DEL ARTE Y APLICACIONES
FUNDAMENTALES EN EL MODELAMIENTO Y ESTUDIO DE YACIMIENTOS
ALTAMENTE HETEROGÉNEOS

ADRIANA MARCELA MÉNDEZ BOHÓRQUEZ

HERNANDO ABRIL PÉREZ

Tesis para optar al título de
Ingeniero de Petróleos

Director

ING. OLGA PATRICIA ORTÍZ CANCINO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA

2005

DEDICATORIA

A Dios por concederme la vida, por sus gracias, bendiciones y ser la fuerza que me impulsa a alcanzar mis ideales.

A mi madre, por el don de la vida, por su incansable entrega, amor y esfuerzo, ya que con su ayuda y consejo hoy puedo disfrutar de este logro. Gracias Mami.

A mi hermano Víctor por su compañía y cariño y por enseñarme a su corta edad que lo más importante es tener sueños.

A Evangelista, por su apoyo y ayuda en los duros y gratos momentos y por la plena confianza que ha depositado en mí.

A toda mi familia, por los más cercanos y los más distantes, porque siempre encontraré una mano amiga en cada uno de ellos.

A mis luces celestiales, quienes desde el más allá me aportaron su ayuda especial en todo instante.

A mis amigos, compañeros de estudios y aventuras, a ellos gracias por su amistad.

ADRIANA

DEDICATORIA

A mi madre porque me dio el regalo más preciado que es la vida.

A mis hermanos José Angel, Arnulfo y Henry por su apoyo y ayuda en los momentos más difíciles.

A mis tíos Hector Meléndez y Samuel Gómez por su ayuda y colaboración ya que sin ellos este sueño de estar en una universidad y culminar nunca se hubiese llevado a cabo.

A Dios, que en vez de darme un padre me dio dos. A ellos muchas gracias por sus bendiciones.

A mis tías Hilda y Alcira por su ayuda y enseñanza que cada vez son más útiles para mi vida.

A Marlene por su amor y apoyo incondicional sin esperar nada a cambio.

A mis primos en especial a Joan Sebastián y Eduardo, por aceptarme como un hermano más.

A mi compañera, por su fuerza de voluntad, ya que sin ella este trabajo no se hubiese llevado a cabo. Gracias Marce.

HERNANDO

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

La ingeniera Olga Patricia Ortiz Cancino, por su invaluable aporte, dirección y colaboración en el desarrollo de este proyecto.

Los ingenieros Nicolás Santos y Fernando Calvete, por la atención y orientación brindada.

Los ingenieros Edwin Javier Carrero, William Navarro y Roy Eliécer Sandoval por su aporte intelectual y ayuda incondicional en el manejo de los simuladores empleados.

A la Escuela de Ingeniería de Petróleos, en cabeza de su directora, Dra. Zuly Himelda Calderón, por su amplia colaboración y disposición de los medios necesarios requeridos para el desarrollo del proyecto.

A los ingenieros Jorge Mantilla V. y José Arnobio Vargas Medina, quienes desde la distancia nos aportaron un conocimiento más detallado del progreso de esta nueva tecnología en nuestro país.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCION	22
1. GENERALIDADES	23
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	23
1.2 DESPLAZAMIENTOS DOMINADOS POR CONVECCIÓN	23
1.3 SIMULACIÓN STREAMLINE BASADA EN EL FLUJO	24
1.3.1 Contexto histórico.	24
1.3.2 Formulación general de la simulación streamline.	26
1.3.3 Simulación streamline vs. simulación en diferencias finitas.	26
1.3.4 Ventajas de la simulación streamline.	28
1.3.5 Desventajas de la simulación streamline.	33
2. SIMULACIÓN STREAMTUBES: PRIMEROS PLANTEAMIENTOS HACIA LA SIMULACIÓN STREAMLINE	34
2.1 NO LINEALIDAD	35
2.1.1 La aproximación de Riemann en la formulación streamtubes.	35
2.2 CLASES DE PROBLEMAS	36

2.3 MODELO MATEMÁTICO	36
2.3.1 Condiciones límites.	37
2.3.2 El papel de la streamfunción en simulación streamtubes.	39
2.4 TRAZADO DE SOLUCIONES 1D	42
2.4.1 Método A.	42
2.4.2 Método B.	44
2.4.3 Trazado de las soluciones 1D sobre el grid cartesiano 2D.	44
2.5 SOLUCIONES EN DOS DIMENSIONES	46
3. CONCEPTOS Y MODELO MATEMÁTICO DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE.	47
3.1 DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES	47
3.2 SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE PRESIÓN	50
3.3 CONDICIONES LÍMITES	51
3.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA MATRIZ DE PRESIÓN	52
3.5 DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DEL CAMPO	53
3.6 MÉTODO PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS VÍAS Y EL TRAZADO DE LAS Streamlines	53
3.7 EL TIEMPO DE VUELO	58

3.8 TRANSFORMACIÓN DE LA COORDENADA A LO LARGO DE LAS STREAMLINES	58
3.9 SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD	60
3.9.1 Cálculo de las propiedades en cada bloque del grid de simulación	61
3.9.2 Bloques que no son atravesados por streamlines.	63
3.9.3 Cálculo del tiempo real.	63
3.10 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD	65
3.10.1 Planteamiento de las nuevas soluciones numéricas.	66
3.10.2 Bloques que no son atravesados por streamlines.	70
3.10.3 Errores en el balance de materiales.	71
3.11 ACTUALIZACIÓN DEL MODELO DE LÍNEAS DE FLUJO	71
3.12 PASOS DE TIEMPO	73
3.13 EL CONCEPTO DE GRAVEDAD EN SIMULACIÓN STREAMLINE	74
3.14 FLUJO INCOMPRESIBLE Y COMPRESIBLE	76
3.15 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO STREAMLINE	78
4. APLICACIONES DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN LA EVALUACIÓN DE YACIMIENTOS	81
4.1 CÁLCULOS DEL VOLUMEN DE BARRIDO	81

4.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS GEOESTADÍSTICOS	86
4.3 APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN EL PROCESO DE UPSCALING	89
4.4 TASA DE DISTRIBUCIÓN Y BALANCE DE PATRONES	94
4.4.1 Balance de patrones.	95
4.4.2 Eficiencia del inyector.	99
4.5 MODELAMIENTO DE TRAZADORES DE FLUJO Y PROCESOS DE INYECCIÓN DE AGUA	101
4.6 EL PAPEL DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN EL PROCESO DE AJUSTE HISTÓRICO	102
4.6.1 Aproximaciones streamline para ajuste histórico.	104
5. SIMULADORES COMERCIALES STREAMLINE	123
5.1 SIMULADOR 3DSL STREAMSIM TECHNOLOGIES.INC.	123
5.1.1 Características básicas del simulador 3DSL.	124
5.2 SIMULADOR FRONTSIM. ECLIPSE- SCHLUMBERGER	126
5.2.1 Características básicas de Frontsim.	126
5.2.2 Estructura de una simulación Frontsim.	128
6. ULTIMOS AVANCES EN SIMULACIÓN STREAMLINE	130

6.1 YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	130
6.1.1 Formulación matemática modelo streamline en YNF.	130
6.1.2 Soluciones numéricas a las ecuaciones de saturación.	134
6.2 NUEVOS MÉTODOS DESARROLLADOS PARA MANEJAR FLUJO COMPRESIBLE EN SIMULACIÓN STREAMLINE	139
6.2.1 Método secuencial.	140
6.2.2 Método implícito.	142
6.3 SISTEMAS DE ACEITE NEGRO CON EFECTOS CAPILARES	143
6.3.1 Modificaciones a la ecuación de presión.	143
6.3.2 Modificaciones a la ecuación de saturación.	144
6.4 SISTEMAS COMPOSICIONALES EN SIMULACIÓN STREAMLINE	146
6.4.1 Ecuaciones básicas.	146
6.4.2 Soluciones unidimensionales a las ecuaciones de flujo composicional.	148
7. PLANTEAMIENTO DE DOS CASOS BASE	150
7.1 MODELO MULTIPOZO. PRIMER CASO BASE	150
7.1.1 Condiciones de desarrollo del modelo.	150
7.1.2 Resultados de la simulación.	151

7.1.3 Simulador Frontsim vs. simulador Eclipse 100.	164
7.2 MODELO HETEROGÉNEO. SEGUNDO CASO BASE	169
7.2.1 Resultados de la simulación.	169
8. PERSPECTIVA DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN COLOMBIA	180
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	183
9.1 CONCLUSIONES	183
9.2 RECOMENDACIONES	185
BIBLIOGRAFÍA	186

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Tiempo de cómputo del simulador Frontsim para cada paso de tiempo empleado.	163
Tabla 2. Producción obtenida por FRONTSIM para diversos pasos de tiempo.	164
Tabla 3. Tiempo de simulación empleado en cada simulador.	168

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Áreas de aplicación de la simulación streamline vs. simulación en diferencias finitas.	27
Figura 2. Representación del movimiento de los fluidos en el modelo streamline y en el modelo de diferencias finitas.	29
Figura 3. Visualización de las streamlines en el modelamiento de flujo de fluidos.	32
Figura 4. Descripción gráfica del modelo streamtube.	35
Figura 5. Condiciones límites. Modelo matemático streamtube.	39
Figura 6. Streamlines y la streamfunción.	39
Figura 7. Método de integración simple a lo largo de los streamtube para determinar el volumen poroso acumulativo en el Punto X.	43
Figura 8. Representación del método B.	44
Figura 9. Trazado de la solución unidimensional a lo largo de los streamtubes sobre el grid cartesiano fundamental.	45
Figura 10. Regiones de flujo rápidas y lentas.	46
Figura 11. Método de Pollock para el trazado de las streamlines conociendo el punto de entrada.	54
Figura 12. Trazado de las líneas de flujo.	56
Figura 13. Celdas no ortogonales y el método de Pollock.	57
Figura 14. Forma gráfica del método empleado para calcular la saturación en el grid de simulación en cada celda.	63
Figura 15. Discretización de la ecuación de continuidad en dirección del tiempo de vuelo para nodos centrados.	67
Figura 16. Discretización de la ecuación de continuidad en dirección del tiempo de vuelo para nodos distribuidos.	68

Figura 17. Trazado del frente de saturación para la actualización de las líneas de flujo.	73
Figura 18. Influencia la gravedad sobre los vectores velocidad de las fases.	75
Figura 19. Cambio de las geometrías streamline debido a cambios en la movilidad y en las condiciones de los pozos.	79
Figura 20. Diagrama de flujo para un simulador streamline.	80
Figura 21. Distribución del tiempo de vuelo y áreas de barrido a diferentes tiempos para modelos de cinco puntos.	84
Figura 22. Cálculo del área de barrido basado en el tiempo de vuelo streamline para patrones de cinco puntos homogéneos.	85
Figura 23. Cálculo del área de barrido basado en el tiempo de vuelo streamline para patrones de cinco puntos heterogéneos.	85
Figura 24. Ranking basado en el porcentaje de recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido a la ruptura.	88
Figura 25. Ranking basado en el porcentaje de recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido momentos después de la ruptura.	88
Figura 26. Ranking basado en el porcentaje de recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido momentos después de la ruptura.	89
Figura 27. Resultado de una técnica de escalamiento.	90
Figura 28. Streamlines para dos modelos escalados y el modelo de referencia a fina escala.	93
Figura 29. Comparación del volumen asociado con los pozos entre el modelo a fina escala y modelos robustos mediante streamlines.	94
Figura 30. Diagramas streamlines y factores de distribución de pozos en el yacimiento.	95
Figura 31. Streamlines y el proceso de balance de patrones.	96
Figura 32. Influencia del tiempo de vuelo sobre las zonas barridas.	97
Figura 33. Influencia del área ligada a 7 inyectores.	97

Figura 34. Volumen de influencia cuando existen 6 pozos productores verticales.	98
Figura 35. Volumen de influencia cuando existen 6 pozos horizontales productores.	99
Figura 36. Agua inyectada vs, desplazamiento de aceite producido.	100
Figura 37. Saturación de aceite promedio por pozo vs aceite Producido.	101
Figura 38. Ajuste de la curva de flujo fraccional.	110
Figura 39. Diagrama de flujo para el método propuesto por Mickaele Le Ravalec Dupin y Darryl Fenwick.	117
Figura 40: Ilustración de la técnica de renormalización basada en la caracterización de Dykstra-Parsons.	119
Figura 41. Resultados del ajuste histórico para el corte de agua empleando un método convencional y el método de AHA.	121
Figura 42. Bosquejo del entorno del simulador 3DSL.	124
Figura 43. Representaciones gráficas construidas a partir de los datos arrojados por el simulador 3DSL.	125
Figura 44. Bosquejo del entorno del simulador FRONTSIM.	129
Figura 45. Efecto de la gravedad en un bloque de la matriz rodeado por fracturas parcialmente llenas de agua.	135
Figura 46. Esquema del grid para el primer caso base a simular.	150
Figura 47. Esquemas de distribución de presión para el primer caso base.	151
Figura 48. Gráficas de presión variando el número de pasos de tiempo en Frontsim. Primer caso base.	152
Figura 49. Streamlines determinadas en el primer caso base a las condiciones límites iniciales.	152
Figura 50. Patrón de líneas inicial en el primer caso base.	153
Figura 51. Primer ajuste a las tasas de inyección.	153

Figura 52. Ultimo ajuste conseguido a las tasas de inyección.	154
Figura 53. Factor de recobro ajustando las tasas de inyección.	154
Figura 54. Balance estableciendo un nuevo pozo inyector.	155
Figura 55. Aumento en el factor de recobro con la creación de un nuevo pozo inyector.	155
Figura 56. Distribución de las streamlines después de cambiar las condiciones límites. Primer caso base.	156
Figura 57. Factor de recobro. Primer caso base.	156
Figura 58. Tasa de producción de aceite por pozo para P1, P2, P3, P4 y P5.	157
Figura 59. Corte de agua por pozo para P1, P2, P3, P4 y P5.	157
Figura 60. Tasa de producción de aceite por pozo para P6, P7, P8, P9 y P10.	158
Figura 61. Corte de agua por pozo para P6, P7, P8, P9 y P10.	158
Figura 62. Presión con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.	159
Figura 63. OIP con y sin efectos de gravedad para el primer caso base.	160
Figura 64. Producción total de agua con y sin efectos de gravedad para el caso base uno.	160
Figura 65. Producción total de aceite con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.	160
Figura 66. Distribución de saturaciones halladas por el simulador Frontsim para el primer caso base.	161
Figura 67. Porcentaje de error en el balance de materiales.	162
Figura 68. Análisis del porcentaje de error en el balance de materiales con cambios en las condiciones límites.	163
Figura 69. Gráfica de presión para los simuladores ECLIPSE 100 y FRONTSIM.	164

Figura 70. Comparación de la distribución de presión obtenida por los dos simuladores para el mismo tiempo de simulación.	165
Figura 71. Distribución de la saturación obtenida por los dos simuladores para el mismo tiempo de simulación.	166
Figura 72. Tasa de producción de aceite obtenida para los dos simuladores.	166
Figura 73. Tasa de inyección de agua para los dos simuladores considerados.	167
Figura 74. Producción total de agua obtenida por Eclipse 100 y Frontsim.	167
Figura 75. Producción total de aceite obtenida por Eclipse 100 y Frontsim.	167
Figura 76. Distribución de permeabilidad para el modelo heterogéneo considerado.	169
Figura 77. Distribución de presión en el modelo heterogéneo.	170
Figura 78. Presión para cada uno de los pasos de tiempo empleados. Modelo heterogéneo.	170
Figura 79. Distribución de streamlines para el modelo heterogéneo.	171
Figura 80. Tiempo de vuelo obtenido para el modelo establecido al cabo de los 3650 días de inyección.	172
Figura 81. Distribución de saturación con y sin gravedad. Modelo heterogéneo.	172
Figura 82. Distribución de presiones hallada por el simulador streamline con y sin efectos de gravedad para el caso base dos.	173
Figura 83. FOIP para el caso dos con y sin efectos de gravedad.	173
Figura 84. Tasa de producción de aceite para el caso dos con y sin efectos de gravedad.	174
Figura 85. Producción total de aceite para el caso dos con y sin efectos de gravedad.	174
Figura 86. Inyección total de agua para el caso dos con y sin efectos de gravedad.	174

Figura 87. Producción total de agua para el caso dos con y sin efectos de gravedad.	175
Figura 88. Saturación para un solo paso de tiempo considerado. Caso heterogéneo.	175
Figura 89. Saturación para 4 pasos de tiempo considerados. Caso base dos.	176
Figura 90. Saturación para 8 pasos de tiempo considerados. Caso base dos.	176
Figura 91. Errores en el balance de materiales tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo dos.	177
Figura 92. Corte de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	177
Figura 93. Inyección total de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	178
Figura 94. OIP tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	178
Figura 95. Producción total de aceite tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	178
Figura 96. Tasa de producción de aceite tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	179
Figura 97. Producción total de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.	179

RESUMEN

TITULO: SIMULACIÓN STREAMLINE: ESTADO DEL ARTE Y APLICACIONES FUNDAMENTALES EN EL MODELAMIENTO Y ESTUDIO DE YACIMIENTOS ALTAMENTE HETEROGÉNEOS*

AUTORES:
ADRIANA MARCELA MÉNDEZ BOHÓRQUEZ.
HERNANDO ABRIL PÉREZ.**

PALABRAS CLAVES: *SIMULACIÓN STREAMLINE, UPSCALING, AJUSTE HISTÓRICO, PROCESOS GEOESTADÍSTICOS.*

El objetivo de esta tesis es suministrar una fuente de información para el conocimiento y comprensión de la simulación *streamline*, empleada en los últimos años en el modelamiento y simulación de yacimientos que por sus características de extensión, complejidad y heterogeneidad, requieren de herramientas más fuertes, veloces y sofisticadas en el manejo de fluidos multifásicos. El planteamiento de esta nueva tecnología se inicia con las generalidades referentes al tema, en las que se destacan los tipos de desplazamiento preferidos por el método, un contexto histórico, una comparación entre la simulación *streamline* y las técnicas convencionales, y las ventajas y desventajas del método.

En este trabajo se exponen los argumentos matemáticos y conceptuales que perfilan esta nueva formulación. Seguidamente, se presentan las aplicaciones desarrolladas en esta técnica de simulación en el desarrollo y evaluación de procesos como son el *ajuste histórico*, *upscaling* y *validación de procesos geoestadísticos* entre otros. Se presentan los simuladores comerciales más conocidos y empleados sobre simulación *streamline*, desarrollando mediante uno de ellos un ejemplo práctico de validación y análisis del proceso de simulación. Finalmente se describen los últimos avances desarrollados para el tratamiento de sistemas más complejos como fracturados, composicionales, compresibles y altamente influenciados por presión capilar.

Los simuladores *streamline* han demostrado ser herramientas poderosas en la caracterización de yacimientos, especialmente cuando se trabajan con modelos dominados por desplazamientos convectivos. Sus ventajas son consecuencia del método aplicado y de las suposiciones inherentes a este.

* Tesis.

**Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos.
Director: Ing. Olga Patricia Ortiz Cancino.

ABSTRACT

TITLE: STREAMLINE SIMULATION: STATE OF THE ART AND FUNDAMENTAL APPLICATIONS IN THE MODELLING AND STUDY OF HIGHLY HETEROGENEOUS RESERVOIRS. *

AUTHORS:
ADRIANA MARCELA MÉNDEZ BOHÓRQUEZ.
HERNANDO ABRIL PÉREZ.**

KEYWORDS: *STREAMLINE SIMULATION, UPSCALING, HISTORY MATCH, GEOSTATISTICAL PROCESS.*

The objective of this work is to give a source of information for the knowledge and understanding of the *streamline* simulation, employed in the last years in the modelling and simulation of reservoirs that for its extension characteristics, complexity and heterogeneity, require of more strong, speedy and sophisticated tools in the handling of multiphase fluids. The position of this new technology begins with the relating generalities to the topic, in those that stand out the favorite displacement types for the method, a historical context, a comparison among the *streamline simulation* and the conventional techniques, and the advantages and disadvantages of the method.

In this work the mathematical and conceptual definitions are exposed. Subsequently, are shown the applications developed in this simulation technique in the development and evaluation of process like the *history match, upscaling and validation of geoestatistical process* among others. Next are exposed commercial simulators well known and employed in *streamline simulation*, developing by means of one of them a practical example of validation and analysis of the simulation process. Finally the last advances developed are described for the treatment of more complex systems as having fractured, compositionals, compress and highly influenced by capillary pressure.

The streamline simulators have demonstrated to be powerful tools in the characterization of reservoirs, especially when one works with models dominated by convective displacements. Their advantages are consequence of the applied method and of the inherent suppositions to this.

* Thesis.

** School of Physical-Chemical Engineering. School of Petroleum Engineering.
Director: Ing. Olga Patricia Ortiz Cancino.

INTRODUCCION

Los procesos de caracterización de yacimientos requieren en la actualidad de la comprensión, entendimiento e interpretación de todos los fenómenos estáticos y dinámicos que pueden estar ocurriendo en un yacimiento. En el pasado estos estudios se fundamentaban en la información que podían brindar solo los parámetros geológicos y estáticos y se buscaba a partir de estos dar una explicación a un comportamiento que indudablemente es de carácter dinámico, obteniéndose como resultado modelos con un gran índice de falencias e incertidumbres.

En la actualidad el panorama de la ingeniería de yacimientos se ha encaminado hacia el desarrollo de herramientas de simulación que aparte de brindar las garantías que ofrecen los simuladores convencionales, permitan interactuar aspectos estáticos y dinámicos del yacimiento, logrando avanzar cada día hacia la búsqueda y determinación de modelos de yacimientos más completos y reales que involucran la consideración de aspectos complejos tanto en lo que se refieren al tamaño, geología y composición. La simulación *streamline* es justamente una de estas alternativas. Su fortaleza ha sido demostrada a través de los últimos años mediante estudios y aplicaciones de campo, sin dejar de mencionar los esfuerzos y expectativas que se tienen en el futuro en cuanto a la posibilidad de expansión y profundización en aspectos que hasta el momento no se consideran viables.

Este proyecto contempla a través de sus capítulos los aspectos teóricos, conceptuales, campos de aplicación y presentación de herramientas necesarias para llevar a cabo una simulación *streamline*, esperando como consecuencia dar una iniciativa para el desarrollo de futuras investigaciones.

1. GENERALIDADES

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los métodos de simulación *streamtubes* y *streamlines* han sido usados y aceptados ampliamente en los últimos años, logrando con sus avances un creciente interés por parte de toda la comunidad petrolera a nivel mundial, lo cual se debe principalmente a:

- Con el desarrollo en la caracterización de yacimientos, se han generado modelos de alta resolución constituidos por millones de celdas. Este avance ha ocasionado inconvenientes entre el modelamiento geológico y el proceso de simulación.
- Con el incremento en la resolución de los modelos, así mismo ha aumentado el grado de incertidumbre que rodea éstos modelos. Es por eso que mediante nuevas tecnologías se busca valorar esta incertidumbre y predecir el comportamiento de un yacimiento a partir de modelos más precisos y realistas.

Los simuladores numéricos convencionales son inadecuados para satisfacer estas necesidades y especialmente no son lo suficientemente rápidos y eficaces para manejar éstos modelos.

Los modelos *streamline* han cambiado dramáticamente el trabajo de simulación y se han hecho mejores predicciones.

Existen varias tecnologías que pueden mejorar substancialmente los pronósticos de simulación y reducir los porcentajes de error. Algunas de estas nuevas tecnologías son:

- *Streamline* basada en la simulación del flujo
- Técnicas Asistidas de History Matching (AHM)
- Sísmica 4D
- Cálculo en Paralelo
- Integración de la simulación de flujo con efectos geo-mecánicos.

1.2 DESPLAZAMIENTOS DOMINADOS POR CONVECCIÓN

Los desplazamientos dominados por convección se refieren a desplazamientos que tienen una dependencia de primer orden de la permeabilidad y de la movilidad total, y en un segundo orden o pequeña dependencia de la presión (compresibilidad), difusión, dispersión y presión capilar. Ejemplos de desplazamientos dominados por convección son los mecanismos de recobro secundario y terciario tales como inyección de agua o desplazamientos tipo WAG.

1.3 SIMULACIÓN STREAMLINE BASADA EN EL FLUJO.

1.3.1 *Contexto histórico.* En la actualidad la simulación *streamline* ha sido precedida por varios métodos para el modelamiento del flujo dominado por convección en el yacimiento.

Los métodos de línea fuente han sido ampliamente usados por la industria del petróleo. Estos métodos usan soluciones analíticas a la distribución de presión y velocidad en el yacimiento. La limitación primaria de estos métodos es que se requieren propiedades homogéneas y espesores del yacimiento constantes.

Los métodos de rastreo de partículas también han predominado ya que permiten modelar el comportamiento de trazadores en yacimientos de hidrocarburos. Estos métodos rastrean el movimiento de un grupo significativo de partículas a lo largo de caminos apropiados, trabajando de forma excelente en frentes escarpados, pero no en perfiles uniformes.

Los métodos *streamtubes* son más generales y han sido aplicados exitosamente en modelos escalados de campo principalmente en procesos miscibles y de inyección de agua. Un estudio detallado sobre esta tecnología y sus alcances es presentado por Thiele^{*}. En estos métodos, el dominio de interés es dividido dentro de un número de *streamtubes* y los cálculos de saturación de fluidos son realizados a lo largo de éstos *streamtubes*. Lamentablemente este tipo de simulación ha sido limitada a sistemas de dos dimensiones o a alguna forma de aproximación híbrida para tener en cuenta efectos 3D.

Las tecnologías *streamtube* y *streamline*, en gran magnitud, han sido manejadas por el hecho de que la heterogeneidad controla los factores de recobro de muchos campos. Esta evolución causó la derivación de modelos geológicos más complejos, pero desgraciadamente también ocasionó un gran problema entre el detalle geológico y la capacidad de simulación.

La tecnología *streamtube* fue originalmente desarrollada en los años sesenta. Inicialmente se generaron dos modelos adimensionales *streamtube* para trabajar con patrones de flujo regular de permeabilidad homogénea, como por ejemplo un modelo de cinco puntos. Los modelos *streamtube* fueron más tarde generados para posiciones irregulares de pozo y para yacimientos arealmente heterogéneos. Los viejos modelos *streamtube* solo permitían trabajar con tasas y posiciones constantes (es decir, no se podían incluir ni cerrar pozos y sus tasas tanto de inyección como de producción debían permanecer constantes.). Los efectos de gravedad y por consiguiente la eficiencia de barrido vertical nunca fue considerada.

^{*} THIELE, Marco R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Stanford University, Dic 1994.

Como resultado de estas limitaciones los modelos iniciales *streamtube* solo permitían evaluar la eficiencia de barrido areal de un solo patrón.

Para calcular la eficiencia del barrido vertical, Chevron desarrolló los modelos híbridos *streamtube* que permitían evaluar en forma eficiente el barrido areal y vertical en el yacimiento. En esta técnica la sección transversal vertical era simulada inicialmente y posteriormente combinada con los modelos areales *streamtube* ya desarrollados. Sin embargo, la introducción de nuevos pozos y los grandes cambios en las tasas de producción-inyección significaban que la geometría *streamtube* debía cambiar originándose limitaciones con esta técnica. Es por eso que la tecnología *streamline* es en el momento práctica en muchas aplicaciones de campo debido a que esta incluye:

- Gravedad
- Efectos 3D
- Cambio en las condiciones del pozo.
- Flujo Multifásico

La tecnología *streamline* incluye efectos de gravedad y permite cambios en la tasa de los pozos. Esto les permite a ingenieros realizar un proceso sencillo que evalúa tanto la eficiencia areal como la vertical y permite cambios en los pozos. Desde entonces han surgido una explosión de estudios, resaltándose el trabajo dirigido por Thiele*, quien es uno de los que ha resaltado la utilidad de la simulación *streamline*.

La actual popularidad de la simulación *streamline* se debe más a un resurgimiento oportuno, dado que las *streamlines* y su definición han permanecido en la bibliografía desde la publicación de los artículos técnicos de Muskat** en 1937 y ha recibido continua atención desde entonces.

La simulación *streamline* descansa sobre seis principios fundamentales:

- Trazado de las streamlines tridimensionales (3D) en términos del *tiempo de vuelo*.
- Replanteamiento de las ecuaciones de conservación de masa a lo largo de las *streamlines* en términos del *tiempo de vuelo*.

* THIELE R, Marco. "Streamline Simulation." 6º International Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001.

** MUSKAT, M. "Flow of Homogeneous Fluids". International Human Resources Development Corporation. Boston, MA. 1937.

- Actualización periódica de las *streamlines*.
- Soluciones numéricas de transporte 1D a lo largo de las *streamlines*.
- Cálculo de los efectos de gravedad.
- Extensión a flujo compresible.

1.3.2 *Formulación general de la simulación streamline.* Los simuladores *streamline* aproximan cálculos de flujo de fluidos en sistemas 3D mediante la suma de soluciones 1D a lo largo de las *streamlines*. La selección de las direcciones de las *streamlines* para los cálculos en una dimensión hace de la aproximación extremadamente efectiva para modelar procesos dominados por convección en el yacimiento. Este es el caso en el que la heterogeneidad es el factor predominante que gobierna el comportamiento del flujo.

Según Datta-Gupta^{*}, un concepto fundamental en simulación *streamline* es la independencia de los cálculos del flujo de aspectos como son los efectos de heterogeneidad geológica. Matemáticamente se logra esta independencia por el uso de lo que se conoce como *tiempo de vuelo*. El planteamiento expresa un sistema de coordenadas donde todas las *streamlines* son líneas rectas y la distancia es reemplazada por el *tiempo de vuelo*. El impacto de la heterogeneidad es integrado en el *tiempo de vuelo* y en la trayectoria de las *streamlines*. Los cálculos de los procesos físicos son reducidos a soluciones unidimensionales a lo largo de las cuales son distribuidas en el espacio con una alta resolución areal y transversal.

1.3.3 *Simulación streamline vs. simulación en diferencias finitas.* En ingeniería de yacimientos se dispone de un juego de herramientas para modelar un yacimiento, variando por simple analogía los métodos de simulación. La herramienta depende de la disponibilidad de los datos, la cantidad de tiempo destinada para la simulación y la exactitud de los resultados requeridos. Si en un estudio se desea realizar una simulación, entonces se hace necesario evaluar si es preciso usar simulación *streamline* o simulación en diferencias finitas, entendiendo que no solo una técnica de simulación puede ser aplicada en todos los casos.

La simulación *streamline* basada en el flujo es conveniente para modelar yacimientos extensos que son dominados por procesos de desplazamientos convectivos, es decir procesos de inyección de agua, flujo miscible, WAG, donde el comportamiento PVT no depende demasiado de la presión (sistemas quasi-incompresibles).

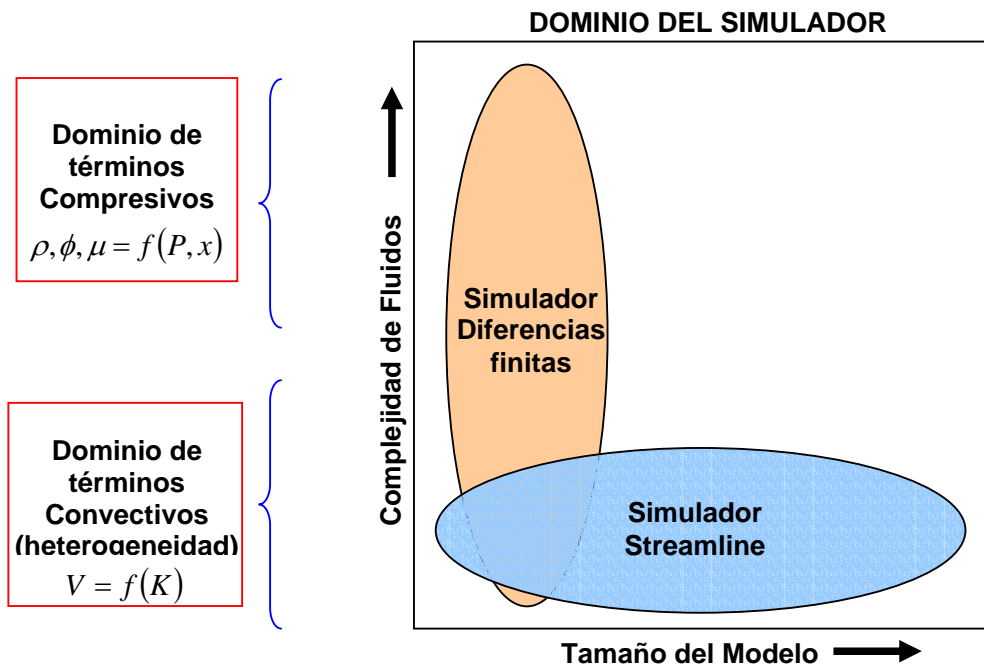
^{*} DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation: A Technology Update". SPE, Texas A&M University. Dic. 2000.

De otra forma, la simulación en diferencias finitas es conveniente en modelos pequeños, donde son importantes los detalles físicos del flujo tales como compresibilidad, efectos capilares y permeabilidades relativas de histéresis. Por estas razones, antes de realizar una simulación Baker^{*} en su artículo técnico sugiere tener en cuenta los siguientes aspectos:

- ¿Cuán importantes son los detalles geológicos en el proceso de simulación y qué tan extenso es el yacimiento a modelar?
- ¿Cuál es el grado de importancia que se le da al comportamiento del flujo en el modelamiento del yacimiento?

En simulación composicional pueden originarse preguntas similares; es decir si es más importante considerar el número de grid-blocks o el número de pseudo componentes.

Figura 1. Áreas de aplicación de la simulación streamline vs. simulación en diferencias finitas.



Tomada de StreamSim Technologies Inc. 1999.

^{*} BAKER, KUPPE, CHUGH, BORA, BATYCKY, STOJANOVIC. "Full-Field Modeling Using Streamline-Based Simulation: 4 Case Studies". Streamsim Technologies Inc. SPE 66405. Texas, Feb. 2001.

En una simulación convencional en diferencias finitas, hay un segmento tanto de presión como de saturaciones a resolver. En diferencias finitas se resuelve para la presión y entonces se calcula el flujo basado en la distribución de presión determinada (Formulación IMPES), pero el transporte de flujo se hace bloque por bloque, mientras que en un modelo de simulación *streamtube* o *streamline*, los fluidos son transportados a lo largo de *streamlines* como se muestra en la figura 2.

Debido a que el problema de transporte tiene un comportamiento altamente no-lineal, el método de solución en diferencias finitas puede ser muy sensible al tamaño y a la orientación de las celdas, afectando la simulación. En una simulación *streamline*, la ecuación de presión es resuelta sobre un grid de simulación, similar al método de una simulación convencional. Después, las *streamlines* son calculadas ortogonalmente a los contornos de presión.

Por lo tanto, una red de transporte natural es construida y el fluido es transportado a lo largo de cada *streamline*, rastreando el movimiento del gas, el aceite y el agua en el yacimiento.

Las *streamlines* tienen por lo tanto una ventaja inherente porque el fluido es transportado en la dirección del gradiente de presión a lo largo de las *streamlines* y no entre grid blocks como sucede en diferencias finitas y se observa en la figura 2. Baker* denota la importancia de este método y brinda una perspectiva de este tipo de simulación.

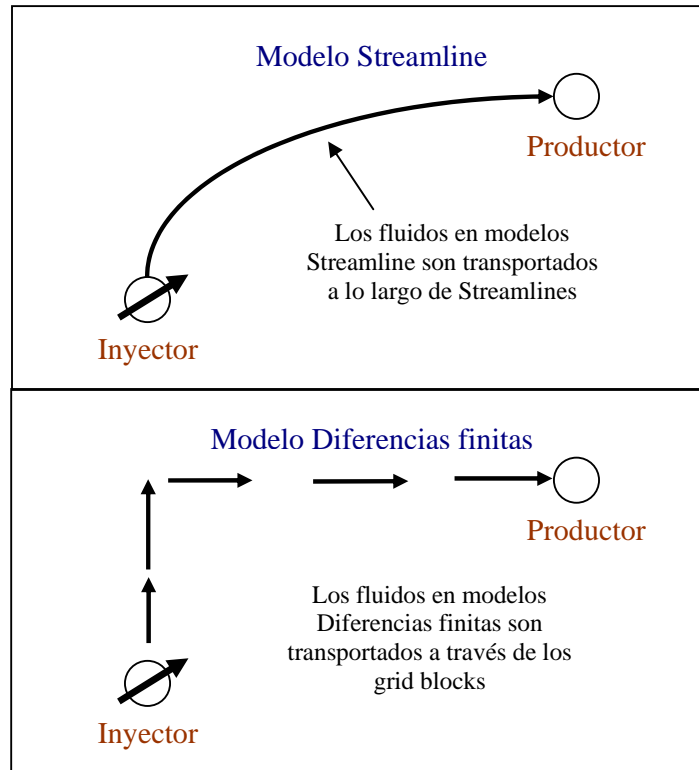
1.3.4 *Ventajas de la simulación streamline.* Los modelos *streamline* poseen algunas aplicaciones importantes sobre las simulaciones convencionales. Entre los múltiples beneficios que trae consigo la simulación *streamline* sobresalen:

o *Velocidad computacional y exactitud mejorada.* Una ventaja de la simulación *streamline* sobre muchas otras aproximaciones tradicionales es su inherente eficiencia computacional. La eficiencia es entendida como: memoria y eficiencia computacional. Según Thiele**, la memoria es el resultado de dos aspectos fundamentales:

* BAKER, Richard. "Streamline Technology: Reservoir History Matching and Forecasting= its Success, Limitations and Future". JCPT. Abril. 2001.

** THIELE R, Marco. "Streamline Simulation." 6º International Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001, Pág. 9-10.

Figura 2. Representación del movimiento de los fluidos en el modelo streamline y en el modelo de diferencias finitas



Tomada de la tesis de postgrado de VARGAS, JOSE A.

- La simulación *streamline* es una formulación tipo IMPES y por lo tanto involucra solo la solución implícita de la presión.
- El trazado de las *streamlines* y la solución del problema de transporte es hecho de una forma secuencial. Sólo se guarda una *streamline* en memoria a un tiempo dado.

La eficiencia computacional se logra porque:

- Las ecuaciones de transporte a lo largo de las *streamlines* a menudo pueden ser resueltas analíticamente.
- El número de *streamlines* incrementa linealmente con el número de celdas activas. Para desplazamientos dominados por heterogeneidades, el tiempo de cálculo a menudo se mide casi linealmente con el número de grid-blocks, haciendo de este el método preferido para simulaciones geológicas a pequeña escala.

- Las soluciones numéricas 1D a lo largo de las *streamlines* no se ven afectadas por los criterios de estabilidad geológica del grid, permitiendo de esta forma largos pasos de tiempo.
- Las *streamlines* no necesitan ser actualizadas frecuentemente.

Una simulación *streamline* puede ser 100 veces más rápida que una simulación convencional.

○ *Visualización cuantitativa del flujo.* La característica más atractiva para muchos ingenieros es el poder visual que tienen las *streamlines* para perfilar los patrones de flujo. En lugar de tener una secuencia de tiempos de los cambios de saturaciones, las *streamlines* ofrecen una visualización del flujo del campo, mostrando claramente como los pozos, la geometría del yacimiento y las heterogeneidades interactúan para representar el movimiento de fluidos de inyectores a productores.

○ *Modelamiento total del campo.* La mejor aproximación que se puede realizar es modelar totalmente el campo permitiendo a los patrones evolucionar los aspectos impuestos por las interacciones de las ubicaciones de los pozos, las tasas, la arquitectura del yacimiento y la heterogeneidad del medio. Pero la habilidad de optar por este tipo de modelamiento requiere de una eficiente aproximación de simulación, ambas en términos de la memoria de almacenamiento así como del tiempo de cómputo.

Los modelos completos para un campo pueden ser notoriamente extensos, incluso cuando se usa un número limitado de celdas entre pozos. Mientras la simulación de flujo *streamline* simplifica las suposiciones para lograr eficiencia, en muchos casos el modelo *streamline* para todo un campo se hace preferible a utilizar que un modelo sectorizado bajo aproximaciones tradicionales. Esto se debe a que pueden originarse errores más significativos en la determinación aproximada de los límites del sector que aquellos introducidos por el amplio modelo *streamline*.

○ *Descripción de la física del flujo.* Existen suposiciones ocultas en la formulación de la simulación *streamline*, particularmente con respecto a la física del flujo. Esto se debe a que la técnica se desarrolló dentro de una estructura incompresible, con el principal objetivo de capturar el comportamiento del flujo producto de la configuración del yacimiento y de las interacciones entre pozos; problemas para los cuales los simuladores tradicionales de diferencias finitas no satisfacen adecuadamente, particularmente cuando los modelos llegan a ser muy extensos y heterogéneos.

Debido a esto, el enfoque que se dio a la simulación *streamline* fue determinar la eficiencia de desplazamiento para los diferentes tiempos de ejecución aumentando progresivamente la complejidad física. Esto se debe a que la complejidad física tiende a incrementar el número de *streamlines* que necesitan ser actualizadas y el tiempo requerido para resolver el problema de transporte a lo largo de cada *streamline*. Esta metodología favorece la investigación de problemas iniciando con el modelo más sencillo y progresivamente agregar la física de flujo requerida, llegándose a considerar la compresibilidad y comportamientos de fase complejos. Contrario a lo que se cree, el hábito en simulación de yacimientos por métodos tradicionales, ha sido incluir tanta complejidad física como el simulador permita, es decir, iniciando con el modelo físico más complejo.

○ *Incompresibilidad y controles de pozo.* En sistemas realmente incompresibles todo lo que se requiere es una diferencia de presión para calcular la velocidad total usando la ley de Darcy. Aunque no hay sistemas realmente incompresibles, la suposición de incompresibilidad es matemáticamente poderosa y puede ser usada cuando sea posible. Para sistemas con fuertes mecanismos de desplazamiento con agua, sistemas que tienen una relación de movilidades cercana a uno, o sistemas que permanecen por encima del punto de burbuja, la suposición de incompresibilidad ha sido usada con gran éxito. Éstos son los sistemas donde se ha probado que las *streamlines* trabajan particularmente bien.

Una consecuencia muy atractiva de los sistemas incompresibles es que las tasas históricas de los pozos pueden ser conservadas, sin tener que asegurar previamente que los modelos de los pozos puedan dar una presión de fondo fluyendo, es decir, $P > 0$. Esto tiene implicaciones muy importantes en la etapa de *ajuste histórico*. Los modelos incompresibles permiten al ingeniero iniciar el ajuste con las tasas de las fases observadas sin considerar la presión.

○ *Generación de nueva información.* Los simuladores *streamline* van más allá de su atractivo visual, debido a la producción de nuevos datos no disponibles con simuladores convencionales. Esta, es posiblemente la contribución más interesante y valiosa de los simuladores *streamline* al área de simulación de yacimientos, aunque la industria no aproveche aún esta información. Ya que las *streamlines* inician en una fuente y terminan en otro punto, es posible determinar qué inyectores o parte de un acuífero están soportando a un productor en particular. Un alto corte de agua en un pozo productor puede por lo tanto ser rastreado brindando información de influencia de nuevos pozos y presencia de nuevos límites. Recíprocamente, es posible determinar exactamente, cuanto volumen de una inyección particular de un pozo está contribuyendo a los productores, información particularmente valiosa cuando se trata de hacer balance de patrones.

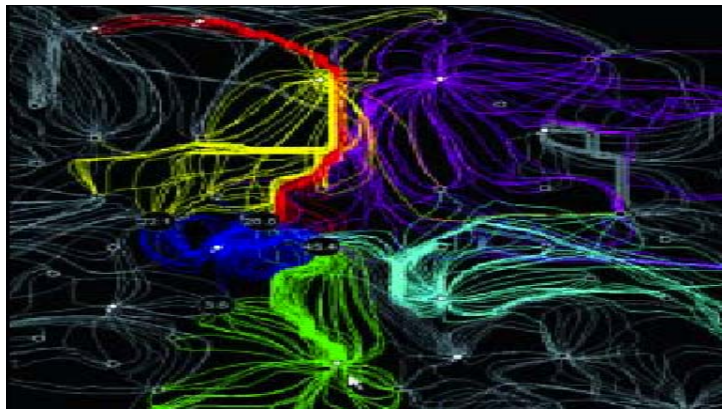
Las *streamlines* también permiten identificar el volumen del yacimiento asociado a cualquier inyector o productor en los sistemas. Por primera vez, es posible dividir el yacimiento dentro de zonas de drenaje dinámicamente definidas atadas a pozos. Todas las propiedades normalmente asociadas con los volúmenes del yacimiento pueden ahora ser expresadas sobre una base por pozo, tales como OIP, WIP, presión promedio, etc.

○ *Ajuste histórico rápido o integración de los datos de producción dentro de modelos de yacimientos de alta resolución.* Para estudios de campo, el periodo de *ajuste histórico* puede ser reducido de dos a cinco veces lo que duraría una simulación tradicional. Considerando que los tiempos de ejecución de una simulación convencional incrementan con el número de grid blocks en una forma exponencial ($n=2$ a 3), la simulación *streamline* aumenta casi linealmente con el número de grid blocks. De esta forma, la tecnología *streamline* permite la simulación rápida de modelos más extensos y complejos.

○ *Mejor identificación de las áreas de drenaje y habilidad para mostrar modelos geológicos detallados.* Una clara ventaja de la simulación *streamline* es que permite una fácil visualización de los factores de ubicación de las áreas de drenaje y las relaciones entre inyectores y productores. Este comportamiento se aprecia en la figura 3. Esta visualización es extremadamente útil en la optimización de desplazamientos con agua o gas debido a que los beneficios de la inyección pueden ser fácilmente cuantificados. También es útil para determinar como sería el comportamiento del yacimiento si se perforaran más pozos o se cerraran algunos de ellos.

En cuanto al modelamiento geológico, la simulación *streamline* es exitosa ya que permite una mejor resolución areal/vertical del yacimiento, debido al gran número de celdas empleadas.

Figura 3. Visualización de las streamlines en el modelamiento de flujo de fluidos.



Tomada del Simulador Frontsim.

1.3.5 *Desventajas de la simulación streamline.* Entre las desventajas que puede tener la simulación *streamline* se encuentran:

- Dificultades para incorporar procesos físicos complejos
- Dificultades en el manejo de mecanismos transversales a las *streamlines*.
- Son menos exactos en el balance de materiales que los simuladores de volúmenes finitos.
- No tienen en cuenta la presión capilar y como consecuencia no pueden ser usados en casos en los cuales domine este aspecto.
- El cálculo del tiempo puede llegar a ser similar a los simuladores convencionales siempre que los fluidos sean altamente compresibles.
- No ofrecen todas las posibilidades y solidez de los simuladores tradicionales para procesamiento de pozos y manejo global de todos los factores de producción.

2. SIMULACIÓN STREAMTUBES: PRIMEROS PLANTEAMIENTOS HACIA LA SIMULACIÓN STREAMLINE.

Los métodos *streamtube* y *streamline* han sido usados en el cálculo de flujo de fluidos por muchos años. Las primeras aplicaciones para simulación de yacimientos petroleros fueron reportadas por Higgins^{*} et al. a principios de los sesenta, LeBlanc^{**} et al. y Martin^{***} et al. en los años setenta. Estos métodos numéricamente resuelven modelos de flujo de fluidos complejos y multifásicos, en medios porosos con un balance razonable entre eficiencia computacional y física modelada. Antes de hablar sobre la simulación *streamline* actualmente desarrollada, se considera lógico dar una mirada a la formulación *streamtubes*, ya que fue sobre esta técnica donde empezaron a trabajarse conceptos como las definiciones de *streamlines*.

El objetivo primario de la simulación *streamtube* es facilitar rápida y exactamente soluciones numéricas a los desplazamientos a través de sistemas fuertemente heterogéneos mientras se conservan los detalles de los modelos físicos. La suposición fundamental en el uso de la aproximación *streamtube* reposa sobre la creencia de que los desplazamientos de escala de campo son dominados por la heterogeneidad del yacimiento.

Las regiones de flujo rápido y lento en el yacimiento pueden ser representadas usando *streamtubes* semi-unidimensionales. Los *streamtubes*, como se aprecia en la figura 4, pueden ser visualizados como un grupo de tuberías, teniendo geometrías variables y conectando los pozos inyectores con los productores.

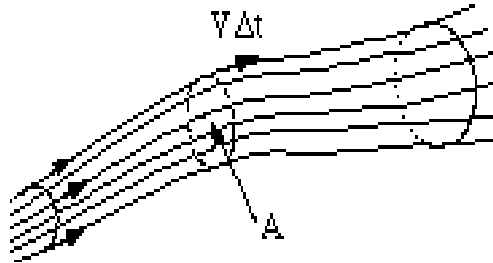
La forma de cada *streamtube* es dictada por la geología del yacimiento y lo más importante es que en cada tubería se asume que existe conservación de masa.

^{*} HIGGINS, R.V., BOLEY, D.W., AND A.J. LEIGHTON. "Aids to Forecasting The Performance of Water Floods," JPT. Sep 1964. Pág 1076-1082.

^{**} LEBLANC, J.L. AND CAUDLE, B.H."A Streamline Model for Secondary Recovery," Society of Petroleum Journal. March 1971. Pág 7-12.

^{***} MARTIN, J.C., WOO, P.T., AND WEGNER, R.E. "Failure of Stream Tube Methods to Predict Waterflood Performance of an Isolated Inverted Five-Spot at Favorable Mobility Ratios,," JPT .Feb 1973. Pág 151-153.

Figura 4. Descripción gráfica del modelo streamtube.



Tomada de Internet.

2.1 NO LINEALIDAD

La dificultad fundamental en resolver las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo a través de medios porosos es su formulación no-lineal. En otras palabras, para explicar la física relevante del flujo de fluidos, los coeficientes que aparecen en las ecuaciones que gobiernan el proceso, se convierten en funciones de las variables independientes del problema, generalmente saturaciones de las fases y/o composiciones totales.

Un caso especial ocurre cuando los coeficientes son asumidos constantes con respecto a las variables independientes, asumiendo una relación de movilidad igual a 1.

En este caso, los *streamtubes* son fijados con el tiempo y el flujo es supuesto como lineal. Para una inherente no-linealidad de otros desplazamientos, la aproximación *streamtube* periódicamente actualiza la información de los *streamtubes* y el trazado de la solución unidimensional, utilizando la aproximación de Riemann.

2.1.1 La Aproximación de Riemann en la formulación streamtubes. El método más usado para modelar algunos mecanismos de desplazamiento (flujo patrón, flujo de dos fases inmiscibles, flujo miscible, flujo composicional), se centra sobre la idea de que un *streamtube* es un objeto quasi-unidimensional. Las soluciones en dos dimensiones son entonces construidas por trazado de soluciones unidimensionales a través de ecuaciones de conservación de masa, a lo largo de cada *streamtube*.

Debido a que los *streamtubes* son tratados como objetos unidimensionales, las ecuaciones de conservación son resueltas usando condiciones límites tipo Riemann, y trazando o rastreando a lo largo de los *streamtubes* dichas soluciones.

La aproximación de Riemann es introducida para manejar las dificultades asociadas con las condiciones iniciales de tipo general que se originan a lo largo de la actualización periódica de los *streamtubes*.

2.2 CLASES DE PROBLEMAS

La aproximación *streamtube* pretende resolver problemas que son dominados por las heterogeneidades del yacimiento y las fuerzas convectivas.

2.3 MODELO MATEMÁTICO

Por definición, una *streamline* es una línea tangente al vector velocidad en un instante de tiempo dado.

Dos *streamlines* adyacentes definen un *streamtube*, el cual tiene un volumen y transporta una tasa de flujo fija. Por definición, un *Streamtube* se puede ver como una tasa de flujo volumétrica, la cuál está dada por la diferencia de la streamfunción asociada con las streamlines limitantes.

Para Thiele*, la aproximación *streamtube* descansa sobre 2 ideas fundamentales:

- Generación de las *streamlines* y *streamtubes* para un dominio particular de interés.
- Trazado o seguimiento de una solución unidimensional a lo largo de cada *streamtube*.

Para problemas 2D es posible resolver para la streamfunción usando directamente la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\lambda_y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\lambda_x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

Y estableciendo el valor de la streamfunción, ψ , a intervalos iguales.

*THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994.

2.3.1 *Condiciones límites.* La ecuación (1) es una ecuación diferencial parcial elíptica, la cual requiere condiciones límite tipo Neumann o Dirichlet. Solo dominios de sección transversal son considerados, y por consiguiente, las condiciones límite a ser consideradas son no flujo en el tope y en el fondo del dominio, y presión constante o tasa uniforme en cualquier extremo.

La tasa de flujo volumétrica en cualquier punto en el dominio puede ser escrita en forma diferencial como:

$$dQ = \vec{u} \cdot d\vec{A} \dots\dots\dots (2)$$

Donde $d\vec{A}$ es un área arbitraria entre dos *streamlines* definida como:

$$d\vec{A} = \vec{e}_z \times d\vec{s} \dots\dots\dots (3)$$

\vec{e}_z es el vector unitario perpendicular al plano "XY", y $d\vec{s}$ es la longitud de $d\vec{A}$.

La tasa de flujo volumétrica total que atraviesa un área arbitraria A, entre dos *streamlines* A y B es simplemente dada por:

$$\int_A^B \vec{u} \cdot d\vec{A} = \Delta Q_{AB} = \int_A^B \vec{u} \cdot \left(\vec{e}_z \times d\vec{s} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$= \int_A^B u_x dy - u_y dx$$

$$= \int_A^B d\psi = \psi_B - \psi_A \dots\dots\dots (5)$$

En otras palabras, la tasa de flujo total entre dos *streamlines* es dada por la diferencia en el valor de la streamfunción asociada con cada *streamline*.

Usando este aspecto, las condiciones límites para el dominio de sección transversal es relativamente sencillo de encontrar. La diferencia entre el valor de la streamfunción entre el límite de tope y fondo debe ser igual a la tasa de flujo total. Una opción obvia es utilizar el límite de fondo a $\Psi=0$, y el límite de tope a $\Psi=Q_{Total}$. Similarmente, una distribución de tasa uniforme a lo largo de la cara de la entrada o de la salida del flujo debe darse por una distribución lineal de Ψ desde 0 a Q_{Total} de la siguiente forma:

$$\psi_{\text{entrada/salida}} = yQ_{Total} \quad 0 \leq y \leq 1 \dots\dots\dots (6)$$

Un límite de presión constante se presenta cuando el gradiente en la dirección Y sea cero, es decir, a partir de la ecuación de Cauchy-Riemann se tiene:

$$\frac{1}{\lambda_y} \frac{\partial \psi}{\partial X} = - \frac{\partial P}{\partial Y} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

Las posibles condiciones límites existentes se resumen en la figura 5.

Retomando el planteamiento matemático propuesto por Thiele*, la solución numérica de la ecuación (1) en un dominio heterogéneo con condiciones límites especificados en la figura (5), discretizada para un arreglo de 5 puntos da como resultado la siguiente formulación en diferencias finitas:

$$A \psi_{i+1,j} + B \psi_{i-1,j} + C \psi_{i,j+1} + D \psi_{i,j-1} - (A+B+C+D) \psi_{i,j} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

Donde los coeficientes A, B, C y D están dados por:

$$A = \frac{1}{\Delta X^2} \left(\frac{1}{\lambda_y} \right)_{\frac{i+1}{2},j} \dots\dots\dots (10)$$

$$B = \frac{1}{\Delta X^2} \left(\frac{1}{\lambda_y} \right)_{\frac{i-1}{2},j} \dots\dots\dots (11)$$

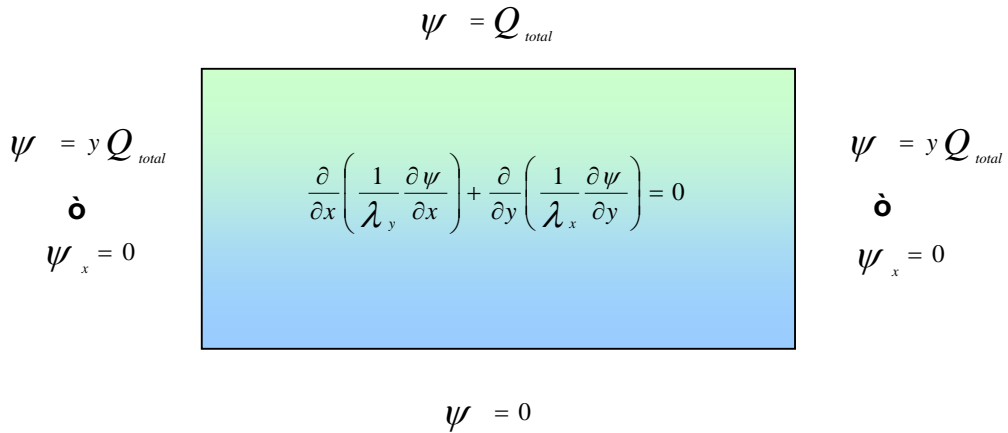
$$C = \frac{1}{\Delta Y^2} \left(\frac{1}{\lambda_x} \right)_{i,\frac{j+1}{2}} \dots\dots\dots (12)$$

$$D = \frac{1}{\Delta Y^2} \left(\frac{1}{\lambda_x} \right)_{i,\frac{j-1}{2}} \dots\dots\dots (13)$$

Estas ecuaciones hacen referencia a la movilidad total y nunca puede ser igual a cero a menos que la permeabilidad absoluta del bloque sea cero. Un promedio armónico es usado si se desea encontrar el valor en los puntos internodales.

* THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994. Pág 19-26.

Figura 5. Condiciones límites. Modelo matemático streamtube

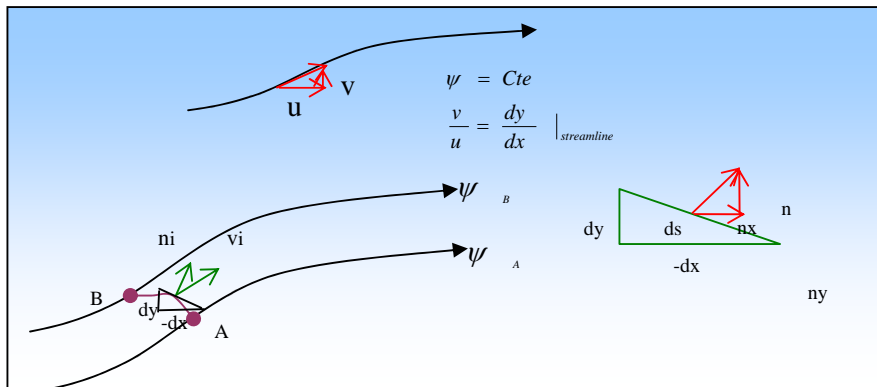


Tomada de THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994

2.3.2 *El papel de la streamfunción en simulación streamtubes.* La streamfunción es un simple escalar desconocido que puede brindar una completa descripción del flujo. Todas las propiedades de flujo (las velocidades, la presión entre otras) pueden estar relacionadas con esta función.

Cuando la streamfunción es constante la relación entre las coordenadas x y y describen una sola *streamline*. Por el contrario, si la streamfunción da un nuevo valor, la relación entre coordenadas x y y describen una *streamline* diferente. Ver figura (6).

Figura 6. Streamlines y las streamfunción.



Tomada de THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994

Una segunda característica de la streamfunción es que la diferencia numérica entre dos *streamlines* es igual a la tasa de flujo volumétrica entre ambas *streamlines*. Para analizar esto, considérense dos *streamlines* con valores Ψ_A y Ψ_B respectivamente. Dos puntos A y B son escogidos arbitrariamente y conectados por cualquier camino como se muestra en la figura 6.

El flujo volumétrico entre las *streamlines* es:

$$Q_{AB} = \int_{A-B} n_i v_i ds = \int_{A-B} n_x u + n_y v ds \dots\dots\dots (14)$$

Donde n es un vector normal al elemento ds.

Por geometría se tienen las siguientes relaciones:

$$n_x ds = dy \dots\dots\dots (15)$$

$$n_y ds = -dx \dots\dots\dots (16)$$

$$Q_{AB} = \int_{A-B} (u dy - v dx) = \int_{A-B} d\psi \dots\dots\dots (17)$$

$$Q_{AB} = \psi_B - \psi_A \dots\dots\dots (18)$$

La tasa de flujo entre dos *streamlines* es la diferencia entre sus valores de streamfunción.

Posteriormente λ_x y λ_y son las movilidades totales dadas por:

$$\lambda_x = \sum_{j=1}^{n_p} \frac{k_x k_{rj}}{\mu_j} \dots\dots\dots (19)$$

$$\lambda_y = \sum_{j=1}^{n_p} \frac{k_y k_{rj}}{\mu_j} \dots\dots\dots (20)$$

Donde k_x y k_y son las permeabilidades absolutas en la dirección X y Y respectivamente, k_{rj} es la permeabilidad relativa de la fase j y μ_j es la viscosidad de la fase j. n_p es el número total de fases presentes.

La ecuación (18) se resuelve para la streamfunción con condiciones límites de no flujo en el tope y en el fondo, flujo total constante en la entrada y presión constante a la salida.

Con la geometría de los *streamtubes* conocida, Thiele* expresa que es posible definir una longitud adimensional a lo largo de cada *streamtube*, i , usando la siguiente ecuación:

$$X_{Di} = \frac{\int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta}{\bar{V}_p} \dots\dots\dots (21)$$

Donde ζ es una coordenada a lo largo del *streamtube*, ϕ es la porosidad, A_i es el área de sección transversal y \bar{V}_p es un volumen poroso arbitrario usado para ajuste. Similarmente el tiempo adimensional puede ser expresado como:

$$t_{Di} = \frac{\int_0^t q_i d\tau}{\bar{V}_p} = \frac{q_i t}{N \bar{V}_p} \dots\dots\dots (22)$$

Donde N es el número de *streamtubes* y $q_i = q_i / N$ porque los *streamtubes* son tomados a incrementos iguales de ψ .

Aunque el \bar{V}_p es arbitrario y es el mismo para todos los *streamtubes*, la mejor elección es hacer $\bar{V}_p = V_{pT} / N$, donde V_{pT} es el volumen poroso total del sistema.

En este caso, un sistema homogéneo puede tener *streamtubes* con una longitud adimensional de $X_D = 1$. Con X_D y t_D definidos por las ecuaciones (21) y (22), es posible trazar cualquier composición de fluido como una función de X_D y t_D a lo largo de un *streamtube*.

Si la velocidad del campo es constante en el tiempo, entonces los *streamtubes* necesitan ser determinados solo una vez, y la solución puede ser construida para cualquier tiempo t_D . De otra parte, si la velocidad del campo cambia con el tiempo, entonces los *streamtubes* deben ser periódicamente actualizados.

* THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994. Pág 30-31.

Para trasladar la solución en el tiempo para cualquier desplazamiento no lineal se plantea el siguiente algoritmo:

1. Resolver para la velocidad inicial del campo. Usar la distribución inicial de movilidad total para resolver la streamfunción, ψ , y determinar los *streamtubes*.
2. Trazar la solución 1D desde 0 hasta t_D . Usar la ecuación (21) para determinar X_D y trazar la solución 1D sobre cada *streamtube* para un tiempo dado t_D .
3. Actualizar la velocidad del campo, determinar la nueva distribución de movilidad y volver a determinar con éstos datos la streamfunción, ψ , y encontrar los nuevos *streamtubes*.
4. Volver a trazar la solución 1D desde 0 hasta $t_D + \Delta t_D$. Se lleva hasta un tiempo $t_D + \Delta t_D$ para generar las verdaderas condiciones iniciales no uniformes y generar pequeños porcentajes de error en la aplicación del método.

Con el tiempo adimensional y la distancia definida a lo largo de cada *streamtube*, también es posible definir una velocidad adimensional como:

$$v_{Di} = \frac{X_{Di}}{t_{Di}} = \frac{\int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta}{\bar{V}_p} \left(\frac{N \bar{V}_p}{q_i t} \right) = \frac{N \int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta}{q_i t} \dots\dots\dots (23)$$

2.4 TRAZADO DE SOLUCIONES 1D

2.4.1 *Método A.* Con la geometría del *streamtube* determinada, encontrando ya sea la distancia adimensional o la velocidad adimensional es sencillo evaluar la siguiente integral (expresión del volumen poroso) a lo largo de cada *streamtube*:

$$\int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta \dots\dots\dots (24)$$

Una primera aproximación se encuentra definiendo el área A como la diferencia en la coordenada “Y” de dos *streamlines* definiendo un *streamtube* para un

valor particular de “X”. Con esta definición, la integral a resolver o el volumen poroso como una función de “X”, puede ser aproximado a:

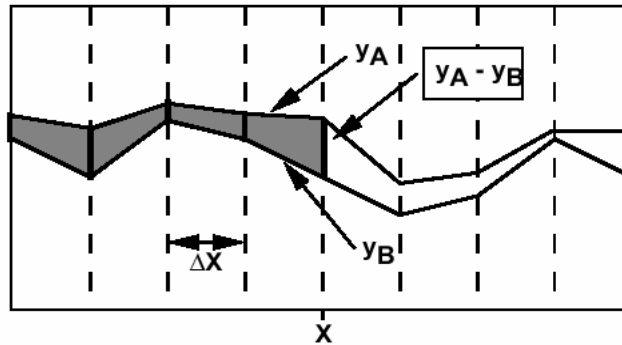
$$\int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta \approx \int_0^X \phi (Y_A - Y_B) dX \approx \frac{\Delta X \phi}{2} \sum_{i=1}^I (Y_{A_i} + Y_{A_{i+1}} - Y_{B_i} - Y_{B_{i+1}}) \dots\dots\dots (25)$$

Donde Y_A y Y_B son las coordenadas “Y” de las *streamlines* lineales, I es un nodo tal que $I \leq (N+1)$, y la porosidad, ϕ , es asumida como constante. La interpretación de esta ecuación se muestra gráficamente en la figura 7.

Idealmente, el área de sección transversal A debe coincidir con el isóbaro del punto particular en el cual se desea la integración.

Por otra parte puede argumentarse que el error es pequeño desde que el flujo esté principalmente en la dirección “X”, y los contornos de presión resultantes sean justamente verticales. Además incrementando el número de *streamtubes* se obtiene una mejor aproximación del área de sección transversal, obteniéndose un error significativamente reducido.

Figura 7. Método de integración simple a lo largo de los streamtube para determinar el volumen poroso acumulativo en el punto X.



Tomada de THIELE, MARCO R. “Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes”. Dic 1994

Lo más importante es que el error ocasionado no es acumulativo. En cambio, este es solo función de la aproximación del área, A, al límite superior de la integral, tal que:

$$\left| \int_0^s \phi A_i(\zeta) d\zeta - \frac{\Delta X \phi}{2} \sum_{i=1}^I (\Delta Y_i + Y_{i+1}) \right| \propto |A(X) - \Delta Y(X)| \dots\dots\dots (26)$$

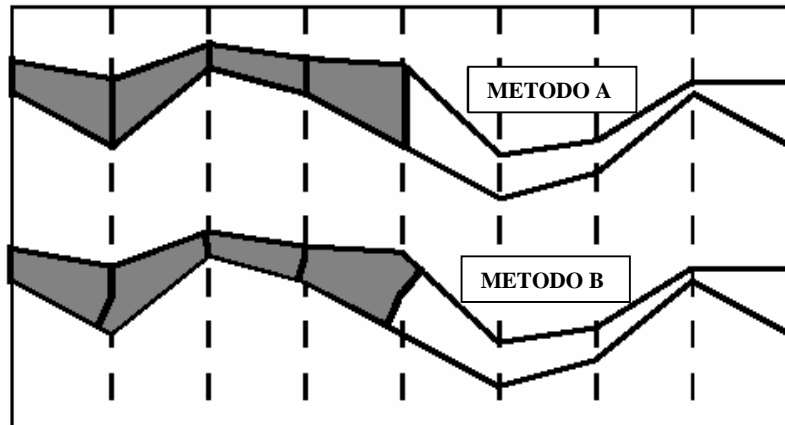
Donde

$$\Delta Y = Y_A - Y_B \dots\dots\dots (27)$$

2.4.2 *Método B.* Aunque el error en la búsqueda del volumen poroso de un *streamtube* en particular usando el método A descrito anteriormente es pequeño, puede tener la desventaja de declarar implícitamente que los frentes pueden ser trazados como líneas verticales a lo largo de los *streamtubes*.

Esto puede resultar en algo similar a “cortes irregulares” de los frentes, especialmente si el flujo en esta zona es fuertemente vertical. Un método que puede evitar esto se muestra en la figura 8. En lugar de usar una sola línea vertical para aproximar el área de sección transversal, A, dos líneas perpendiculares son bajadas desde la *streamline* central hasta las *streamlines* límites. Cuando una línea perpendicular no pueda ser bajada sobre una de las *streamlines*, se asume un segmento vertical como en el método A.

Figura 8. Representación del método B. Este método define de una forma más real los frentes.



Tomada de THIELE, MARCO R. “Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes”. Dic 1994

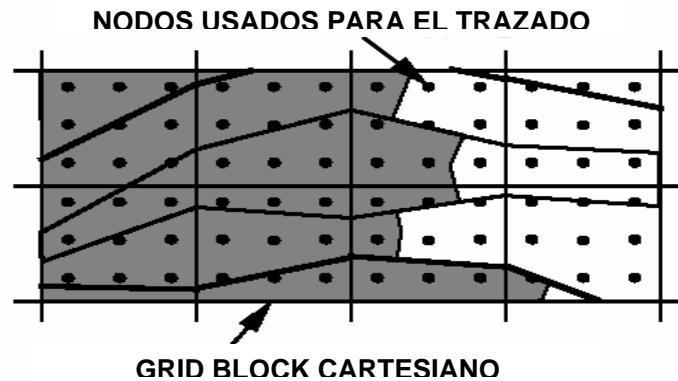
2.4.3 *Trazado de las soluciones 1D sobre el grid cartesiano 2D.* El paso final en la construcción de la solución en dos dimensiones para dominios heterogéneos de interés es trazar la solución unidimensional sobre cada *streamtube*.

La idea es que cada grid block cartesiano posee N*N puntos regularmente distribuidos en su interior, como se puede observar en la figura 9.

Cada punto debe por lo tanto caer dentro de un *streamtube* particular y puede ser asociado con un valor adimensional de volumen poroso X_D de un *streamtube*. Para un tiempo particular t_D , un valor de concentración/saturación es dado por la solución unidimensional.

El valor promedio de cada grid block se calcula a partir de todos los valores de los puntos existentes en el enmallado. Cuando se dan suficientes *streamtubes* y suficientes puntos dentro de cada grid block, los errores causados por el algoritmo de trazado pueden ser menores.

Figura 9. Trazado de la solución unidimensional a lo largo de los streamtubes sobre el grid cartesiano fundamental

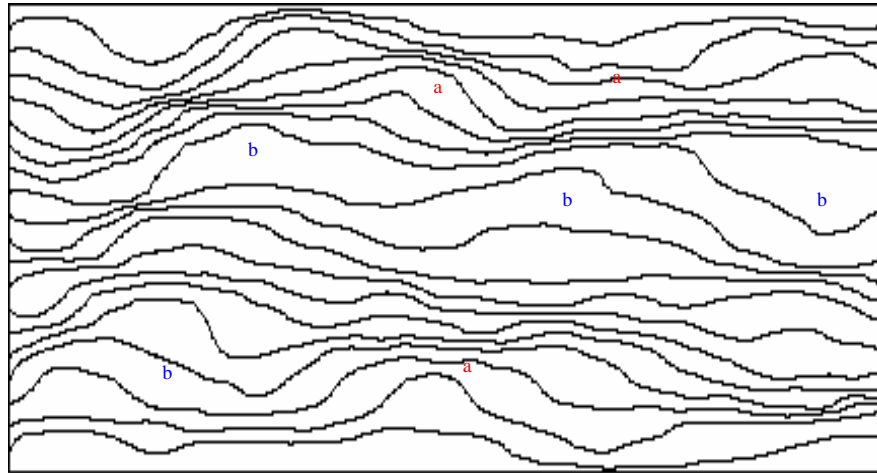


Tomada de THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994

La ventaja de usar *streamtubes* versus *streamlines* radica en que los *streamtubes* ofrecen una interpretación visual de la velocidad de flujo local, mientras que las *streamlines* no lo hacen. Un *streamtube* por otra parte, permite la identificación de regiones de flujo lento y rápido: secciones de gran espesor de un *streamtube* corresponden a regiones de flujo lentas, secciones delgadas a regiones de flujo rápido.

La geometría de los *streamtubes* por lo tanto, captura la distribución de la velocidad de flujo impuesta por la permeabilidad del campo como se muestra en la figura 10.

Figura 10. a: Regiones de flujo rápidas. b: Regiones de flujo lentas.



Tomada de THIELE, MARCO R. "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994

2.5 SOLUCIONES EN DOS DIMENSIONES

La aproximación *streamtube* ya definida gira en torno a la suposición de que un yacimiento heterogéneo en dos dimensiones que es dominado por heterogeneidades a gran escala puede ser descompuesto dentro de unas series de *streamtubes* 1D. Debido a que las soluciones 1D son bien entendidas para una variedad de mecanismos de desplazamiento, combinando éstos con los *streamtubes* permite una extensión de la física detallada representada por aquellas soluciones de dominios 2D y 3D.

Thiele* en varios de sus estudios dedicados a la simulación *streamtubes* expone diversos tipos de desplazamiento a modelar con esta tecnología.

*THIELE, MARCO R, BLUNT, MARTIN J. M. FRANKLIN, JR. ORR "Modeling Flow In heterogeneous Media Using Streamtubes I. Miscible and Immiscible Displacements". Stanford University. March 3, 1995.
— "Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes". Dic 1994.

3. CONCEPTOS Y MODELO MATEMÁTICO DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE.

Los simuladores *streamline* se caracterizan por determinar inicialmente la distribución de presiones en el campo basados en las características del grid de simulación y posteriormente centra su objetivo en el cálculo de la distribución de saturaciones a través del yacimiento a lo largo de líneas de flujo conocidas como *streamlines*.

El método empleado es una formulación tipo IMPES: Implícita en presión y explícita en saturación.

3.1 DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES.

El desarrollo del modelo matemático presentado por Batycky* para simulación *streamline* es el siguiente.

La ecuación que gobierna el flujo de un componente i con n_p fases fluyendo en un medio poroso es definida por Lake como:

$$\sum_{j=1}^{n_p} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\phi w_{ij} \rho_j S_j) + \nabla \cdot \left(w_{ij} \rho_j \vec{u}_j - \phi \rho_j S_j \vec{D}_{ij} \cdot \nabla \omega_{ij} \right) = q_s \rho_j \omega_{ij} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

Donde q_s representa la tasa de flujo de la fuente o el sumidero, \vec{D}_{ij} caracteriza el componente de dispersión, ω_{ij} es la fracción másica del componente i en la fase j.

\vec{u}_j es la velocidad de la fase dada por la Ley de Darcy como:

$$\vec{u}_j = - \frac{\vec{K} k_{rj}}{\mu_j} \cdot (\nabla P_j + \rho_j g \nabla D) \dots \dots \dots (29)$$

Teniendo en cuenta que P_j es la presión de la fase, D es la profundidad y g es la constante gravitacional.

*BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 15-18.

Para simplificar la ecuación (28), se asume que los fluidos son incompresibles ($\rho_j = \text{Constante}$) y que no existe dispersión, dando como resultado:

$$\sum_{j=1}^{n_p} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\phi \omega_{ij} S_j) + \nabla \cdot \omega_{ij} \vec{u}_j = q_s \omega_{ij} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

Ahora se asume que la ecuación (30) se cumple para todos los componentes y además:

$$\sum_{i=1}^{n_c} \omega_{ij} = 1 \dots\dots\dots (31)$$

De tal forma que reemplazando (31) en (30) obtenemos la ecuación de balance para flujo incompresible:

$$\nabla \cdot \vec{u}_t = q_s \dots\dots\dots (32)$$

Asumiendo que la velocidad total es definida para todas las fases presentes.

$$\vec{u}_t = -\vec{K} \cdot (\lambda_t \nabla P_j + \lambda_g \nabla D) \dots\dots\dots (33)$$

La presión capilar es despreciada de tal forma que $P = P_j$. La movilidad total λ_t y la movilidad debido a las fuerzas gravitacionales λ_g son definidas por:

$$\lambda_t = \sum_{j=1}^{n_p} \frac{k_{rj}}{\mu_j} \dots\dots\dots (34)$$

$$\lambda_g = \sum_{j=1}^{n_p} \frac{k_{rj} \rho_j g}{\mu_j} \dots\dots\dots (35)$$

Combinando las ecuaciones (32) y (33) obtenemos la ecuación que permite determinar la distribución de presiones en flujo multifásico incompresible

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{K} \cdot (\lambda_t \nabla P_j + \lambda_g \nabla D) = -q_s} \dots\dots\dots (36)$$

La ecuación que gobierna la distribución de saturación esta regida por el método IMPES y se deriva de la ecuación (30). Para simplificar dicha ecuación se asume que las fases son inmiscibles, de forma que:

$$\omega_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \quad \text{o} \quad \omega_{ij} = 1 \text{ para } i = j$$

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u}_j = q_s f_{j,s} \dots\dots\dots (37)$$

Sustituyendo la ley de Darcy ecuación (29) dentro de la ecuación anterior y eliminando el término ∇P mediante la ecuación (33) se llega a:

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{k_{rj} / \mu_j}{\sum_{m=1}^{n_p} \frac{k_{rm}}{\mu_m}} \vec{u}_j + \vec{K} \cdot g \nabla D \frac{k_{rj} / \mu_j}{\sum_{m=1}^{n_p} \frac{k_{rm}}{\mu_m}} \sum_{m=1}^{n_p} k_{rm} / \mu_m (\rho_m - \rho_j) \right) = q_s f_{j,s} \dots\dots\dots (38)$$

Definiendo el flujo fraccional mediante la ecuación de Buckley-Leverett como:

$$f_j = \frac{k_{rj} / \mu_j}{\sum_{m=1}^{n_p} \frac{k_{rm}}{\mu_m}} \dots\dots\dots (39)$$

Y el término de flujo fraccional para la gravedad como:

$$\left(\vec{K} \cdot g \nabla D \frac{k_{rj} / \mu_j}{\sum_{m=1}^{n_p} \frac{k_{rm}}{\mu_m}} \sum_{m=1}^{n_p} k_{rm} / \mu_m (\rho_m - \rho_j) \right) = \vec{G}_j \dots\dots\dots (40)$$

Empleando las anteriores definiciones, la ecuación (38) puede ser escrita como:

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \nabla \cdot f_j \vec{u}_j + \nabla \cdot \vec{G}_j = q_s f_{j,s} \dots\dots\dots (41)$$

Recordando que para flujo incompresible $\nabla \cdot \vec{u}_t = 0$, la ecuación que gobierna la saturación para flujo incompresible se expresa como:

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \vec{u}_t \cdot \nabla f_j + \nabla \cdot \vec{G}_j = q_{s,j} f_{j,s} \dots \dots \dots (42)$$

Las ecuaciones (36) y (42) son las ecuaciones no lineales para la formulación IMPES empleadas en simulación *streamline*. Estas ecuaciones aparte de ser no lineales, los coeficientes de cada ecuación son dependientes de las variables no conocidas (presiones y saturaciones). En comparación con el método IMPES de la simulación convencional en diferencias finitas, el método *streamline* permite la transformación de la ecuación (42) en un grupo de ecuaciones unidimensionales (1D).

3.2 SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE PRESIÓN

En el método *streamline*, el yacimiento es dividido dentro de un sistema de grid cartesiano como se realiza en un simulador convencional.

La ecuación que gobierna la presión (ecuación 36) es resuelta mediante un método estándar de diferencias finitas sobre el grid cartesiano. La forma discretizada de la ecuación (36) en un sistema 3D usando un patrón de siete puntos sobre un grid cartesiano de coordenadas i,j,k , según Batycky* está dada por:

$$\begin{aligned} & T_{z,k-\frac{1}{2}} P_{i,j,k-1} + T_{y,j-\frac{1}{2}} P_{i,j-1,k} + T_{x,i-\frac{1}{2}} P_{i-1,j,k} \\ & - P_{i,j,k} \left(T_{z,k-\frac{1}{2}} + T_{y,j-\frac{1}{2}} + T_{x,i-\frac{1}{2}} + T_{z,k+\frac{1}{2}} + T_{y,j+\frac{1}{2}} + T_{x,i+\frac{1}{2}} \right) \\ & + T_{z,k+\frac{1}{2}} P_{i,j,k+1} + T_{y,j+\frac{1}{2}} P_{i,j+1,k} + T_{x,i+\frac{1}{2}} P_{i+1,j,k} = \dots \dots \dots (43) \\ & G_{z,k-\frac{1}{2}} D_{i,j,k-1} + G_{y,j-\frac{1}{2}} D_{i,j-1,k} + G_{x,i-\frac{1}{2}} D_{i-1,j,k} \\ & - D_{i,j,k} \left(G_{z,k-\frac{1}{2}} + G_{y,j-\frac{1}{2}} + G_{x,i-\frac{1}{2}} + G_{z,k+\frac{1}{2}} + G_{y,j+\frac{1}{2}} + G_{x,i+\frac{1}{2}} \right) \\ & + G_{z,k+\frac{1}{2}} D_{i,j,k+1} + G_{y,j+\frac{1}{2}} D_{i,j+1,k} + G_{x,i+\frac{1}{2}} D_{i+1,j,k} - q_{s,i,j,k} \end{aligned}$$

*BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 18-20

Esta notación asume que los índices i,j,k son en las coordenadas x,y,z respectivamente. Para un grid de bloque centrado, la transmisibilidad está definida por:

$$T_{z,k+\frac{1}{2}} = \frac{2\Delta x_k \Delta y_k}{\frac{\Delta z_k}{\lambda_{t,k} K_{z,k}} + \frac{\Delta z_{k+1}}{\lambda_{t,k+1} K_{z,k+1}}} \dots\dots\dots (44)$$

Donde Δx , Δy y Δz representan las dimensiones del grid-block. Similarmente, las transmisibilidades interbloque para la gravedad están dadas por:

$$G_{z,k+\frac{1}{2}} = \frac{2\Delta x_k \Delta y_k}{\frac{\Delta z_k}{\lambda_{g,k} K_{z,k}} + \frac{\Delta z_{k+1}}{\lambda_{g,k+1} K_{z,k+1}}} \dots\dots\dots (45)$$

En la ecuación (43), el término $q_{s,i,j,k}$, representa el flujo de la fuente o del sumidero en el bloque i,j,k. La inyección es asumida como positiva, mientras la producción es asumida como negativa.

3.3 CONDICIONES LÍMITES

Las condiciones límites para la solución de la ecuación (43) son definidas en los pozos y en los límites de no flujo de la superficie del modelo del yacimiento.

Para cualquier pozo, la presión o la tasa total pueden ser especificadas. El simulador *streamline* asume que el pozo es modelado con un gradiente de densidad variable en la cara del pozo, pero no hay pérdidas por fricción. La ecuación empleada para un pozo con n_t estratos, está dada por:

$$q_s = \sum_{k=1}^{n_t} T_k^\omega [P_k^\omega - P_k] \dots\dots\dots (46)$$

Donde P_k^ω es la presión en la cara del pozo y P_k es la presión en el grid-block.

La transmisibilidad para el estrato del pozo, T_k^ω está dada por:

$$T_k^\omega = \frac{2\pi\Delta z_k}{Ln\left(\frac{r_{o,k}}{r_{w,k}}\right) + s_k} \lambda_{t,k}^\omega \dots\dots\dots (47)$$

Donde S_k es el factor skin, $r_{o,k}$ es el radio de Peaceman, y $r_{w,k}$ es el radio interno del pozo. La movilidad en la cara del pozo, es asumida como la movilidad del grid-block para pozos de producción, y $\lambda_{k,k}^w$ la movilidad de la fase de inyección para pozos de inyección.

Finalmente, para pozos de múltiples estratos, la presión de cada estrato del pozo es relacionada con la presión del pozo en el tope del completamiento (k^*). Se asume un gradiente de densidad variable en la cara del pozo mediante la siguiente relación:

$$P_k^o = P_k^w + 0.5 \sum_{i=k^*+1}^k (\gamma_{i-1} + \gamma_i)(D_i - D_{i-1}) \dots\dots\dots (48)$$

Donde la gravedad específica en la cara del pozo, γ_i , en el estrato i^{th} puede ser calculado por:

$$\gamma_i = \frac{\lambda_{g,i}}{\lambda_{a,i}} = \rho_j g \dots\dots\dots (49)$$

Combinando las ecuaciones (46) y (48) se obtiene la ecuación para condiciones de pozo:

$$q_s = \sum_{k=1}^{n_t} T_k^w \left[P_k^w - P_k + 0.5 \sum_{i=k^*+1}^k (\gamma_{i-1} + \gamma_i)(D_i - D_{i-1}) \right] \dots\dots\dots (50)$$

Las incógnitas en la ecuación anterior son P_k^w para un pozo específico con una tasa total constante, o q_s para un pozo específico con una presión constante.

3.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA MATRIZ DE PRESIÓN

Agrupando las ecuaciones (43) y (50) y separando las presiones desconocidas del grid-block, se establece el grupo de ecuaciones discretizadas para ser resueltas. En forma matricial el grupo de ecuaciones aparece como:

$$T \vec{P} = \vec{B} \dots\dots\dots (51)$$

Donde T contiene los términos de transmisibilidad del pozo y el grid-block de las ecuaciones (43) y (50). Para el método IMPES, T es una matriz simétrica. El vector P contiene los valores de presión desconocidos de todos los grid-blocks y de los pozos. El vector B contiene los términos debidos a la influencia de la gravedad, las tasas de las fuentes o sumideros y los términos de los pozos donde P_k^w son definidos.

La ecuación (51) forma un grupo de ecuaciones lineales con todas las saturaciones dependientes de los términos evaluados en el paso de tiempo previo, mientras que P es determinada en el actual paso de tiempo.

La solución a la ecuación (51) no requiere información sobre la presión inicial. Sin embargo, para definir la solución, la presión de por lo menos un pozo debe ser definida (Condición Límite tipo Dirichlet). La ecuación (51) representa un gran sistema lineal de ecuaciones, las cuales son resueltas mediante un método iterativo.

3.5 DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DEL CAMPO

Una vez la presión del campo ha sido determinada, los vectores velocidad del campo son definidos para trazar las *streamlines*. La Ley de Darcy aplicada entre dos nodos de presión, define la velocidad total de la interfase del grid-block como:

$$u_{t,k+1/2} = \frac{T_{z,k+1/2}}{A_{k+1/2}}(P_{k+1} - P_k) + \frac{G_{z,k+1/2}}{A_{k+1/2}}(D_{k+1} - D_k) \dots\dots\dots (52)$$

Donde $A_{k+1/2}$ representa el área de sección transversal de la interfase del grid-block. Para definir un vector velocidad en una cara del grid-block, el paso final requiere convertir la velocidad Darcy en velocidades intersticiales v_i , dividiendo por la porosidad del grid-block. La velocidad intersticial es entonces definida en la cara del grid-block en una dirección normal a esta.

3.6 MÉTODO PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS VÍAS Y EL TRAZADO DE LAS STREAMLINES.

Una *streamline* es definida como la curva instantánea en el espacio a lo largo de la cual cada punto es tangente al vector velocidad. El trazado de las *streamlines* desde inyectoras hasta productoras está basado en el método de trazado de Pollock*.

*POLLOCK, D.W. "Semianalytical Computation of Path Lines for Finite-Difference Models". Ground Water. Nov-Dic 1988. 26, N° 6, Pág 743-750.

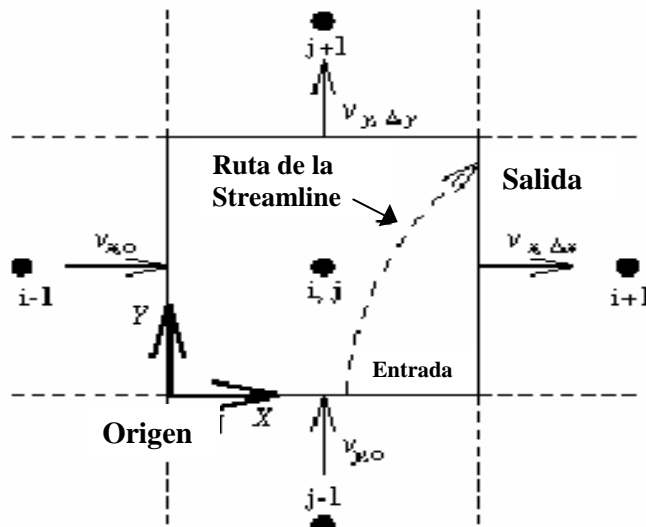
La suposición fundamental es que la velocidad del campo en cada dirección de la coordenada varía linealmente y es independiente de las velocidades en las otras direcciones.

El método de Pollock es atractivo debido a que es analítico y consistente con la ecuación de balance de materiales.

El desarrollo del método es el siguiente:

- Se calcula la distribución de presiones mediante la solución de la ecuación planteada en el modelo matemático, usando un esquema numérico implícito de diferencias finitas, que puede ser resuelto mediante métodos iterativos como gradiente conjugado entre otros.
- A partir de la distribución de presiones hallada, determinar la velocidad total en cada una de las caras de la malla de simulación mediante solución de la ecuación de Darcy (ecuación 52).
- Con el flujo conocido, el algoritmo se centra en determinar el punto de salida de la *streamline* y el tiempo, dada cualquier posición de entrada que asuma una aproximación lineal de la velocidad del campo en cada dirección de la coordenada. Ver figura 11

Figura 11. Método de Pollock para el trazado de las streamlines conociendo el punto de entrada



Tomada de Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

Las ecuaciones que plantea el método de Pollock son las siguientes:

Si v es la velocidad intersticial ($v = u/\phi$), entonces una descripción de velocidad lineal en la dirección x es:

$$v_x = v_{x0} + g_x(x - x_0); \quad \dots\dots\dots (53)$$

$$g_x = \frac{v_{x\Delta x} - v_{x0}}{\Delta x} \quad \dots\dots\dots (54)$$

Donde v_{x0} es la velocidad en x a un $x=x_0$, y g_x es el gradiente de velocidad en la dirección x . Ahora se tiene que:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \dots\dots\dots (55)$$

Se puede integrar la expresión de la velocidad en las direcciones (x,y,z) para obtener el tiempo de salida fuera de cada cara dada por un punto de entrada arbitrario (x_i,y_i,z_i) , y coordenadas de salida (x_e,y_e,z_e) :

$$\Delta t_x = \frac{1}{g_x} \ln \left[\frac{v_{x0} + g_x(x_e - x_0)}{v_{x0} + g_x(x_i - x_0)} \right] \quad \Delta t_y = \frac{1}{g_y} \ln \left[\frac{v_{y0} + g_y(y_e - y_0)}{v_{y0} + g_y(y_i - y_0)} \right] \quad \Delta t_z = \frac{1}{g_z} \ln \left[\frac{v_{z0} + g_z(z_e - z_0)}{v_{z0} + g_z(z_i - z_0)} \right] \quad (56)$$

Si se conocen las coordenadas de entrada de una línea de flujo en el bloque (x_i,y_i,z_i) , se puede calcular las coordenadas de salida (x_e,y_e,z_e) , teniendo en cuenta que la línea de flujo debe salir a través de la cara cuyo tiempo de tránsito sea menor, entonces, el delta de tiempo de tránsito de la línea de flujo en el bloque es dado por:

$$\Delta t_m = \text{MIN}(\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z) \quad \dots\dots\dots (57)$$

Y definiendo el *tiempo de vuelo* como:

$$t_v = \sum_1^{nDt} \Delta t_v = \Delta t_m \quad \dots\dots\dots (58)$$

Donde nDt es el número de bloques que atraviesa la línea de flujo.

Con esta suposición y conociendo el *tiempo de vuelo*, las coordenadas de salida, se determinan fácilmente a partir de las siguientes ecuaciones:

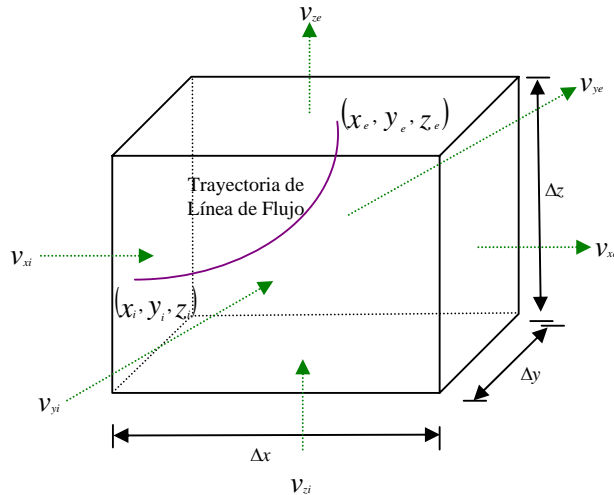
$$x_e = \frac{1}{g_x} \ln [v_{xi} \exp(g_x \Delta t_m) - v_{x0}] + x_0 \quad \dots\dots\dots (59)$$

$$y_e = \frac{1}{g_y} \ln [v_{yi} \exp(g_y \Delta t_m) - v_{y0}] + y_0 \quad \dots\dots\dots (60)$$

$$z_e = \frac{1}{g_z} \ln [v_{zi} \exp(g_z \Delta t_m) - v_{z0}] + z_0 \quad \dots\dots\dots (61)$$

Donde v_{xi} , v_{yi} y v_{zi} son las velocidades en el punto de entrada. Repitiendo el procedimiento a través de todos los bloques del grid, siguiendo las líneas de flujo desde un pozo productor hasta un pozo inyector, se obtiene la trayectoria y los tiempos de vuelo de todas las líneas de flujo. Conociendo las coordenadas de entrada y de salida de la línea de flujo en cada bloque, la trayectoria desde el punto de entrada hasta el punto de salida es trazada en forma parabólica. Ver Figura 12.

Figura 12. Trazado de las líneas de flujo.

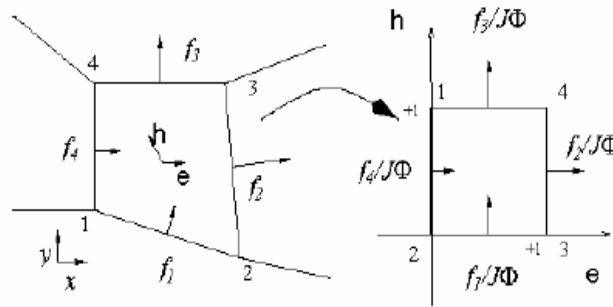


Tomada de la Revista Fuentes. Volumen 3 de 2003.

Las ecuaciones de Pollock son derivadas asumiendo bloques ortogonales, pero muy pocos modelos de yacimientos reales usan tal estructura cartesiana.

Usando una transformación isoparamétrica, es posible transformar los grids de geometría de punto distribuido dentro de unidades de cubos como se observa en la figura 13, aplicar el método de Pollock y entonces transformar la coordenada de salida a un espacio físico.

Figura 13. Celdas no ortogonales y el método de Pollock.



Tomada de Streamline Simulation.” 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation

Usando el método de Pollock y las modificaciones de este es posible trazar los perfiles *streamline* a través de cualquier grid real usado en simulación de yacimientos. Un estudio más amplio y detallado sobre el trazado de las *streamlines* en sistemas no-ortogonales y grids no estructurados fue recientemente desarrollado por Mathieu Prévost et al. en la Universidad de Stanford. En esta tesis se presenta ampliamente las ecuaciones y los procedimientos a seguir en el método de Pollock adaptado para el tratamiento de grids complejos como lo son en este momento las mallas PEBI y los grids triangulares. Por su parte para un mejor entendimiento de este tipo de mallas, la tesis “Estudio Comparativo de las Técnicas de Enmallado Empleadas en simulación de Yacimientos” realizada por los Ingenieros Elquin Santafé^{***} et al. brinda una amplia descripción y explicación de estas estructuras y su forma de simulación.

En otro interesante estudio, Matringe^{***} et al. validaron las posibles fuentes de error ocasionadas por el método de trazado de Pollock y desarrollaron ecuaciones y procedimientos encaminados a reducir estos inconvenientes. En su análisis comparan los resultados obtenidos por el método de Pollock con una solución analítica, que en este caso es la encontrada por Morel –Seytoux para un patrón de cinco puntos.

^{*} MATHIEU, MICHAEL G.EDWARDS, BLUNT, MARTIN J.” Streamline Tracing On Curvilinear Structured And Unstructured Grids”. Imperial College,London .Jun 2002.

^{**}SANTA FÉ, ELKIN, ENELSO, LUIS. “Estudio Comparativo de las Técnicas de Enmallado Empleadas en simulación de Yacimientos”. Universidad Industrial de Santander. Nov 2004.

^{***} MATRINGE, S.F, GERRITSEN, M.G, “On Accurate Tracing Of Streamlines”. SPE Annual Technical Conference. and Exhibition.Texas 26-29 Sept 2004 SPE N° 89920.

3.7 EL TIEMPO DE VUELO

El *tiempo de vuelo* es el tiempo requerido para alcanzar una distancia s a lo largo de una *streamline* basado en la velocidad del campo a lo largo de la *streamline*. En los más recientes estudios, los autores King* y Datta Gupta** han usado el concepto de *tiempo de vuelo* para modelar el flujo en los yacimientos de petróleo. Matemáticamente el *tiempo de vuelo* se define como:

$$\tau(s) = \int_0^s \frac{\phi(\zeta)}{|\mathbf{u}_t(\zeta)|} d\zeta \dots\dots\dots (62)$$

La integral anterior es evaluada de forma que:

$$\tau = \sum_{j=1}^{nblocks} \Delta t_{c,i} \dots\dots\dots (63)$$

Donde $\Delta t_{c,i}$ es el incremento del *tiempo de vuelo* a través de cada bloque i .

3.8 TRANSFORMACIÓN DE LA COORDENADA A LO LARGO DE LAS STREAMLINES.

Otro procedimiento importante en esta etapa es el replanteamiento de las ecuaciones de conservación de masa en términos del *tiempo de vuelo*. La suposición fundamental en esta derivación es que las *streamlines* no pueden cambiar en el tiempo.

Esta derivación presentada por Thiele*** es simple e inicia con el conocimiento de una ecuación de conservación uni-dimensional de una especie i dada por:

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (64)$$

* KING, M.J., MANSFIELD, MARK. "Flow Simulation of Geologic Models". BP Exploration Ltd. Aug 1999.
 ** DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation: A Technology Update". SPE, Texas A&M University. Dic. 2000.
 *** THIELE R, MARCO. "Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001. Pág 4.

La meta es demostrar que por combinación de las soluciones unidimensionales a lo largo de las streamlines es posible reproducir la solución 3D. En otras palabras que existe un vector v tal que:

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \nabla \cdot F_i = 0 = u \frac{\partial M_i}{\partial t} + v \cdot \nabla F_i \dots\dots\dots (65)$$

Definiendo una coordenada ξ que es paralela a v (es decir, una *streamline*) es posible escribir que:

$$v \cdot \nabla = |v| \frac{\partial}{\partial \xi} \dots\dots\dots (66)$$

Ahora considérese la definición de *tiempo de vuelo*, que lleva a la siguiente expresión:

$$\tau = \int \frac{\phi}{|v|} d\xi \rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{\phi}{|v|} \rightarrow |v| \frac{\partial}{\partial \xi} \equiv v \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau} \dots\dots\dots (67)$$

Y permite que la ecuación de conservación tridimensional sea reformulada usando un flujo unidimensional a lo largo de una *streamline* como:

$$\frac{u}{\phi} \frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial \tau} = 0 \dots\dots\dots (68)$$

Varios aspectos deben tenerse en cuenta en esta derivación. Entre éstos se encuentran que el fluido transportado a lo largo de cada *streamline* es incompresible, que las *streamlines* no cambian con el tiempo y que las soluciones 1D deben tener los mismos límites y condiciones iniciales como el problema 3D original. Pero la derivación muestra que un problema de transporte tridimensional puede ser reescrito en términos de múltiples problemas unidimensionales a lo largo de las *streamlines*.

Para el simple caso de una inyección de agua incompresible, es posible definir la ecuación de la siguiente forma:

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \mathbf{u}_t \cdot \nabla f_j = 0 = \sum_{Streamlines}^{todos(SL)} \left(\frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{f_j}{\partial \tau} \right) \dots\dots\dots (69)$$

El detalle más importante acerca de esta ecuación es que la velocidad total en el problema 3D ha desaparecido dentro del *tiempo de vuelo* para cada *streamline*. Esta es la integración de sistemas heterogéneos 3D dentro de una serie de sistemas homogéneos 1D en términos del *tiempo de vuelo* que hacen que el método *streamline* sea atractivo.

3.9 SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Recordando la ecuación 69, cualquier desplazamiento que pueda ser modelado por esta ecuación puede ser trabajado mediante ecuaciones 1D a lo largo de *streamlines*, no obstante, cada tipo de desplazamiento difiere en su determinación de la función de flujo fraccional y de la no linealidad del problema. Para el evento en el que las condiciones iniciales o límites permanecen constantes durante el proceso de desplazamiento, el planteamiento de soluciones analíticas es una vía alternativa para dar solución a las ecuaciones de flujo. Si las condiciones límites son constantes, los cambios en la movilidad total del campo son los que determinan el nivel de cambio en las vías de los *streamlines*.

Considerándose el caso específico para un proceso de inyección de agua, por definición se sabe que f_w es solamente función de S_w , entonces por regla de la cadena, la ecuación (69) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} S_w + \frac{\partial}{\partial S_w} f_w \frac{\partial}{\partial \tau} S_w = \frac{\partial}{\partial t} S_w + f'_w \frac{\partial}{\partial \tau} S_w = 0 \dots\dots\dots (70)$$

Donde

$$f'_w = \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \dots\dots\dots (71)$$

La ecuación (70) es una ecuación diferencial parcial hiperbólica de primer orden, cuya particularidad principal es que la información se propaga a lo largo de líneas características a velocidad finita.

Usando relaciones apropiadas es posible obtener una solución analítica para la ecuación (70).

El sistema de ecuaciones diferenciales que llevan a la solución es el siguiente:

$$\frac{dt}{dw} = 1, \Rightarrow w = t \dots\dots\dots (72)$$

$$\frac{d\tau}{dw} = f'_w, \Rightarrow \tau = f'_w w + cte \Rightarrow \tau = f'_w t + cte \dots\dots\dots (73)$$

Como $\tau(0)=0$ y $t(0)=0$. Entonces, $cte=0$. Por lo tanto, la solución analítica para una línea de flujo definida por los tiempos de vuelo, viene dada por:

$$\tau(x, y, z, t) = f'_w t \dots\dots\dots (74)$$

$$\frac{\tau(x, y, z, t)}{t} = \frac{\partial f}{\partial S} = \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \dots\dots\dots (75)$$

Con la ecuación (75), es posible obtener la distribución de saturación de agua a lo largo de una línea de flujo, conociendo de antemano el *tiempo de vuelo* en el punto de interés y el tiempo de simulación, donde $\frac{\partial f_w}{\partial S_w}$ es la pendiente de la

curva de flujo fraccional que se considera función solamente de S_w . La relación de f_w y S_w es dada por la anterior ecuación, y la distribución de saturación se puede obtener numéricamente usando la gráfica de flujo fraccional. Está relación también es válida para otros tipos de desplazamiento.

3.9.1 *Cálculo de las propiedades en cada bloque del grid de simulación.* Las saturaciones deben ser trazadas desde el grupo de *streamlines* al grid de simulación para completar un paso de tiempo en el método.

De acuerdo con Mallison* et al., la saturación en un bloque del grid de simulación por lo general es calculada como un promedio de las saturaciones de las *streamlines* que atraviesan dicha celda. La figura 14 muestra gráficamente el procedimiento. Matemáticamente se expresa como:

$$S_{celda} = \sum_{i=1}^N w_i S_i \dots\dots\dots (76)$$

Donde S_i es la saturación de un segmento de *streamline* y N es el número de *streamlines* por celda. Por su parte, los pesos o variables w_i se escogen de acuerdo con su *tiempo de vuelo* en la celda:

$$w_i = \frac{\Delta \tau_i}{\sum_{k=1}^N \Delta \tau_k} \dots\dots\dots (77)$$

El trazado sobre el grid de simulación claramente requiere que por lo menos una *streamline* atraviese cada celda del grid de simulación.

De igual forma, Batycky** sostiene que la movilidad total promedio y el *tiempo de vuelo* promedio en cada celda pueden ser calculados a partir de las siguientes fórmulas:

$$\lambda_{celda} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta \tau_i \lambda_{ti}}{\sum_{i=1}^N \Delta \tau_i} \dots\dots\dots (78)$$

$$\tau_{celda} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta \tau_i \tau_i}{\sum_{k=1}^N \Delta \tau_i} \dots\dots\dots (79)$$

* MALLISON, B.T, GERRITSEN, M.G, MATRINGE, S.F. "Improved Mappings for Streamline-Based Simulation". Symposium on Improved Oil Recovery. Oklahoma, april. 2004. SPE N° 89352. Pág 4.
 **BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 33.

Este problema surge debido a que la información sobre la saturación en el grid no se mueve explícitamente en el tiempo, sino que en su lugar está es removida y una nueva solución escalada 1D a un intervalo de tiempo $t + \Delta t$ es trazada a lo largo de las nuevas posiciones de las *streamlines*. La información del registro anterior de saturación solo se tiene en cuenta para los términos de movilidad en la ecuación de presión.

Para determinar el tiempo real se emplea la siguiente expresión:

$$\Delta T^{n+1} = \frac{(W_{inic} - W_r^{n+1} + W_I^n - W_P^n)}{Q^{n+1} \left(\bar{f}^{n+1} - 1 \right)} \dots\dots\dots (81)$$

Donde el flujo fraccional promedio de producción en el campo es definido como:

$$\bar{f}^{n+1} = \frac{(f^n + f^{n+1})}{2} \dots\dots\dots (82)$$

Q^{n+1} es la tasa de inyección total durante el paso de tiempo n+1, W_{inic} es el volumen inicial de agua en el yacimiento, y W_r^{n+1} es el volumen de agua presente después de trazar todas las *streamlines* en el paso de tiempo n+1.

La producción acumulativa de agua en el paso de tiempo anterior es calculada por:

$$W_P^n = \sum_{i=1}^n Q^i \bar{f}^i \Delta T^i \dots\dots\dots (83)$$

Si todos los inyectores inyectan 100% agua, el volumen acumulativo de inyección de agua es dado por la siguiente expresión:

$$W_I^n = \sum_{i=1}^n Q^i \Delta T^i \dots\dots\dots (84)$$

t es considerado un tiempo interno, el cual es requerido para el trazado de la solución 1D en las *streamlines*. T es el tiempo real que es externo y es el tiempo de interés.

El tiempo real es calculado al final, después de que una solución ha sido trazada sobre el grid de simulación, y de nuevo es actualizado desde T hasta un tiempo $T^{n+1}=T^n+\Delta T^{n+1}$.

3.10 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La solución analítica presentada anteriormente es válida bajo condiciones iniciales uniformes. Sin embargo, los procesos de inyección de agua a menudo involucran perforaciones de pozos, reconversión y cierres de otros o cambios en la movilidad de las fases que hacen que las condiciones iniciales no se mantengan uniformes durante toda la vida del proyecto. En estas circunstancias es mejor emplear soluciones de tipo numérico.

Las soluciones numéricas 1D a lo largo de las *streamlines* fueron primero introducidas por Bommer et al. en 1979 para resolver problemas de lixiviación de Uranio.

Irónicamente, en su caso, las *streamlines* fueron asumidas fijas y la solución numérica fue introducida debido a que no existía una solución analítica para el problema de interés. Batycky** combinó esta teoría en 1997 utilizando las *streamlines* tridimensionales con una solución general unidimensional, solución numérica en el espacio *tiempo de vuelo*. Esta fusión de ideas permitió usar la simulación *streamline* en casos reales de campo, donde las *streamlines* no solo cambiarían debido a las diferencias de movilidad, sino también debido a cambios en las condiciones de los pozos.

Con cada nuevo grupo de *streamlines*, las condiciones iniciales correctas podían ser dibujadas sobre las *streamlines*, es decir, las condiciones existentes al final del paso de tiempo anterior, y de esta forma avanzar numéricamente en el tiempo. Esto permitió mover correctamente los componentes en 3D a pesar de cambios radicales y significantes en las geometrías de las *streamlines*, debido a cambios en las condiciones límites, como en el caso de pozos cerrados o la adición de nuevos pozos. Usando una solución numérica también se hizo posible considerar cualquier solución 1D a lo largo de las *streamlines* incluyendo desplazamientos composicionales complejos.

En este estudio, se ha decidido considerar las más recientes soluciones numéricas desarrolladas para este tipo de simulación, que disminuyen las fuentes de error en el método y que ya han sido incluidas en los simuladores comerciales. La razón radica en que las soluciones numéricas convencionales que inicialmente se plantearon para simulación *streamline* llevaban implícitos problemas de difusión numérica, originados por traslado de información entre grids.

*BOMMER, M.P. AND SCHECHTER, R.S. "Mathematical Modeling of In-Situ Uranium Leaching," Society of Petroleum Engineers Journal (December 1979) Pág 393-400.

**BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 77-85.

3.10.1 *Planteamiento de las nuevas soluciones numéricas.* Teniendo en cuenta la ecuación (69) nuevamente para el caso típico de inyección de agua, esta se puede discretizar siguiendo la dirección del *tiempo de vuelo* utilizando un esquema central de diferencias finitas, tomando como nodos los puntos intermedios de la línea de flujo en cada bloque según el esquema de nodo centrado mostrado en la figura 15. Esta ecuación sería expresada como:

$$\frac{S_w^{n+1} - S_w^n}{\Delta t} + \frac{f_{wi+1/2} - f_{wi-1/2}}{\Delta \tau} = 0 \quad \dots\dots\dots (85)$$

Donde, n se refiere al paso en el tiempo, i+1/2 e i-1/2 indican los límites entre los nodos.

La saturación de agua al tiempo n+1 se obtiene por la siguiente ecuación:

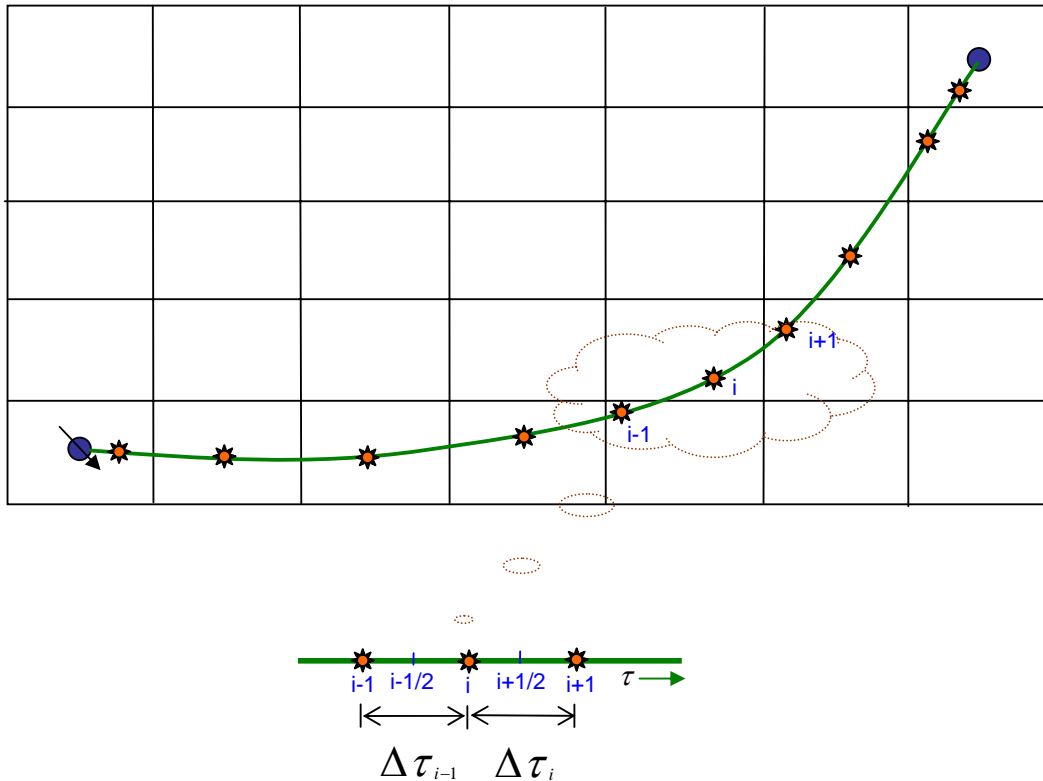
$$S_w^{n+1} = S_w^n - \frac{\Delta t}{\Delta \tau} \left(f_{wi+1/2} - f_{wi-1/2} \right) \quad \dots\dots\dots (86)$$

Esta aproximación presenta dificultad para evaluar los flujos fraccionales en los puntos medios que corresponden con las interfases entre dos bloques adyacentes. Un método práctico consiste en utilizar el promedio ponderado del *tiempo de vuelo* entre los dos bloques, que matemáticamente representaría:

$$f_{wi-1/2} = \frac{2(f_{wi} \tau_i + f_{wi-1} \tau_{i-1})}{\tau_i + \tau_{i-1}} \quad \dots\dots\dots (87)$$

$$f_{wi+1/2} = \frac{2(f_{wi} \tau_i + f_{wi+1} \tau_{i+1})}{\tau_i + \tau_{i+1}} \quad \dots\dots\dots (88)$$

Figura 15. Discretización de la Ecuación de Continuidad en Dirección del Tiempo de Vuelo para Nodos Centrados.



Tomada de la tesis de postgrado de VARGAS, JOSE A.

Peddibhotla* et al. (1997) presentan una solución para nodos distribuidos. Ver Figura 16. En este caso los flujos fraccionales en los puntos medios corresponden con los valores del bloque. En esta solución emplearon un esquema numérico de alta resolución conocido como *Disminución de la Variación total* (DVT) para minimizar los efectos de la difusión numérica y prevenir oscilaciones.

El método se describe a continuación.

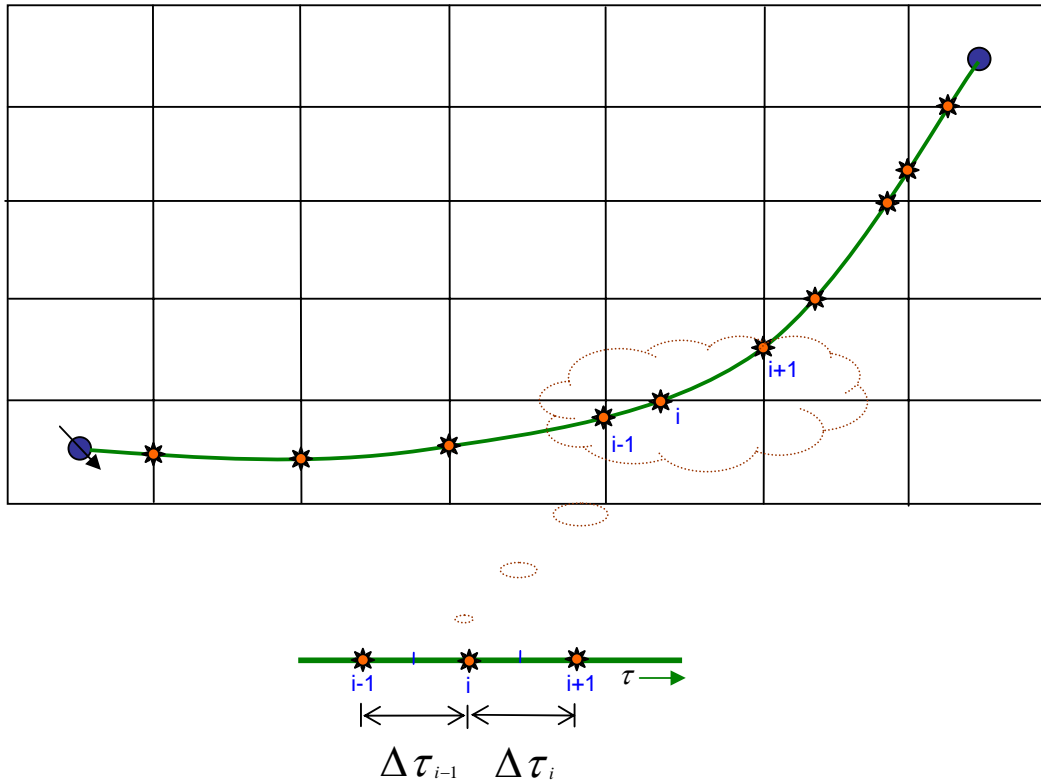
La variación total se define como:

$$VT \left(f_w^{n+1} \right) = \sum_{i=1}^{ND-1} \left| f_{w_{i+1}}^{n+1} - f_{w_i}^{n+1} \right| \dots\dots\dots (89)$$

Donde ND es el número de nodos de la línea de flujo.

* PEDDIBHOTLA, S., SPATH, J., BATYCKY, R. "An Efficient PC Based Streamline Simulator for Immiscible and Miscible Displacements". Petroleum Computing Conference. Texas, 8-11 Jun. 1997. SPE Nº 38129.

Figura 16. Discretización de la Ecuación de Continuidad en Dirección del Tiempo de Vuelo para Nodos Distribuidos.



Tomada de la tesis de postgrado de VARGAS, JOSE A.

Para prevenir oscilaciones se emplea el criterio sugerido por Harten* (1983), que expresa:

$$VT(F_w^{n+1}) \leq VT(F_w^n) \dots\dots\dots (90)$$

Donde F_w es el flujo fraccional corregido por un término antidifusivo.

$$F_{i+\frac{1}{2}} = f_{w_i}^n + \varphi(r) \left[\frac{f_{w_{i+1}}^n + f_{w_i}^n}{2} \right] \dots\dots\dots (91)$$

*HARTEN, A. "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws". J. Comp. Phys. Vol. 49 Pág 357. 1983.

Donde $\varphi(r)$ es una función que define el orden de discretización así:

- $\varphi(r) = 0$ Un solo punto aguas arriba (Primer orden)
- $\varphi(r) = r$ Dos puntos aguas arriba (Segundo orden)
- $\varphi(r) = 1$ Punto Medio (Segundo orden)
- $\varphi(r) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}r$ Esquema de Leonard (Tercer orden)

r es la medida de la suavidad de los datos dada por:

$$r = \left(\frac{f_{w_i}^n - f_{w_{i-1}}^n}{f_{w_{i+1}}^n - f_{w_i}^n} \right) * \left(\frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{\tau_i - \tau_{i-1}} \right) \dots\dots\dots (92)$$

Los esquemas convencionales brindan soluciones estables con acentuada dispersión numérica. El uso de esquemas de alto orden minimiza esta dispersión pero se pueden presentar oscilaciones. La forma de prevenirlas consiste en escoger la función $\varphi(r)$ de tal manera que el término antidifusivo sea maximizado en amplitud pero sujeto a la restricción de DVT. Sweby* (1990) derivó la siguiente condición que garantiza el cumplimiento de lo anterior:

$$0 \leq \frac{\varphi(r)}{r}, \quad \varphi(r) \leq 2 \dots\dots\dots (93)$$

De acuerdo con la condición de Sweby la función $\varphi(r)$ para las formulaciones de alto orden son:

- $\varphi(r) = \max(0, \min(r, 2))$ Dos puntos aguas arriba (Segundo orden)
- $\varphi(r) = \max(0, \min(r, 1))$ Punto medio (Segundo orden)
- $\varphi(r) = \max(0, \min(2, 2r, \varphi(r)))$ Esquema de Leonard (Tercer orden)

*SWEBY, P.K. "High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws. SIAM J. Numerical Analysis Vol 21. Pág 995-1011. 1990.

Datta-Gupta* et al. (1997) mostró que el mejor esquema es el de Leonard y ha sido implementado en su simulador S3D.

La saturación de agua se puede calcular a través de la siguiente ecuación:

$$S_w^{n+1} = S_w^n + \frac{\Delta t}{\Delta \tau} * \left(F_{i+1/2} - F_{i-1/2} \right) \dots\dots\dots (94)$$

Una vez las saturaciones han sido determinadas a lo largo de las *streamlines*, estas pueden ser determinadas sobre el grid de simulación. Tal y como ocurrió en el método de soluciones analíticas, la distribución de saturación en el grid de simulación puede ser determinada mediante la ecuación 67, ya descrita con anterioridad.

Por su parte, Batycky**, define que la movilidad total promedio en cada celda es ahora determinada mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{\lambda}_{t-celda} = \sum_{j=1}^{N_{fases}} \frac{k_{rj} \left(S_{celda}^- \right)}{\mu_j} \dots\dots\dots (95)$$

3.10.2 *Bloques que no son atravesados por streamlines.* Como ya se explicó anteriormente en las soluciones analíticas, existen celdas que no son atravesadas por *streamlines*, pero en las cuales se requiere determinar su valor de saturación. La diferencia con las soluciones numéricas es que se requiere de una condición límite de inyección.

La condición de inyección es definida trazando una *streamline* desde estos bloques hasta un inyector cercano. De esta forma las propiedades a lo largo de la *streamline* son calculadas de la forma ya descrita.

* PEDIDHOPTIA, S., DATTA-GUPTA, A., XUE, GUOPING. "Multiphase Streamline Modeling In Three Dimensions: Further Generalizations and a Field Application" "Reservoir Simulation Symposium. Texas 6-11 Jun 1997. SPE N° 38003
 **BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 82.

3.10.3 *Errores en el balance de materiales.* El método de solución numérica *streamline* por la naturaleza del trazado de las soluciones desde las *streamlines* al grid de simulación y después determinar un promedio de saturación por celda basado en los intervalos de *tiempo de vuelo*, no asegura ciertamente que el volumen sea conservado. Este problema en el balance de volumen ocurre porque las que se mueven a lo largo de las *streamlines* son las saturaciones y no volúmenes explícitos. Para reducir este porcentaje los diversos simuladores *streamline* brindan al usuario la opción de corregir este error en un orden del 0.01-0.1%.

3.11 ACTUALIZACIÓN DEL MODELO DE LÍNEAS DE FLUJO

Cuando se presentan perforaciones de pozos de relleno o reconversión y cierre de pozos, el trazado de las líneas de flujo cambia. La actualización en el trazado se puede realizar de una forma práctica utilizando el método de Pollock ya descrito con anterioridad. El problema consiste en obtener la distribución de la saturación a lo largo de las nuevas líneas de flujo.

Con base en la solución obtenida a través de las líneas de flujo anteriores, Peddibhotla* et al. emplearon un método de interpolación 3D con base en el método cuadrático modificado utilizado para interpolación de datos dispersos.

El método es el siguiente:

Dada una función g con valores g_m en el nodo (x_m, y_m, z_m) para $m=1, \dots, N$.

La función interpolante G se define de la siguiente forma:

$$G(x, y, z) = \sum_{k=1}^N W_k(x, y, z) * l_k(x, y, z) \dots\dots\dots (96)$$

Donde l_k es una función cuadrática que satisface la siguiente condición:

$$l_k(x_k, y_k, z_k) = g_k \dots\dots\dots (97)$$

* PEDIDIHOPTIA, S., DATTA-GUPTA, A., XUE, GUOPING. "Multiphase Streamline Modeling In Three Dimensions: Further Generalizations and a Field Application" Reservoir Simulation Symposium. Texas 6-11 Jun 1997. SPE N° 38003. Pág 3-4.

Fijando los valores de g dentro de un conjunto de nodos vecinos, los pesos $\bar{W}_k(x, y, z)$, deben satisfacer las condiciones siguientes:

$$\bar{W}_k(x_j, y_j, z_j) = \delta_{jk} \quad \begin{cases} 1 \Rightarrow j = k \\ 0 \Rightarrow j \neq k \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^N \bar{W}_k(x_j, y_j, z_j) = 1 \dots\dots\dots (98)$$

$$\frac{\partial \bar{W}_k}{\partial x}(x, y, z) = \frac{\partial \bar{W}_k}{\partial y}(x, y, z) = \frac{\partial \bar{W}_k}{\partial z}(x, y, z) = 0 \dots\dots\dots (99)$$

Estos pesos son definidos con base en la función de distancia inversa:

$$\bar{W}_k(x, y, z) = \frac{W_k(x, y, z)}{\sum_{m=1}^N W_m(x, y, z)} \dots\dots\dots (100)$$

Donde,

$$W_k(x, y, z) = \left[\frac{(R_w - dk)^*}{R_w * dk} \right]^2 \dots\dots\dots (101)$$

Definiendo estas condiciones:

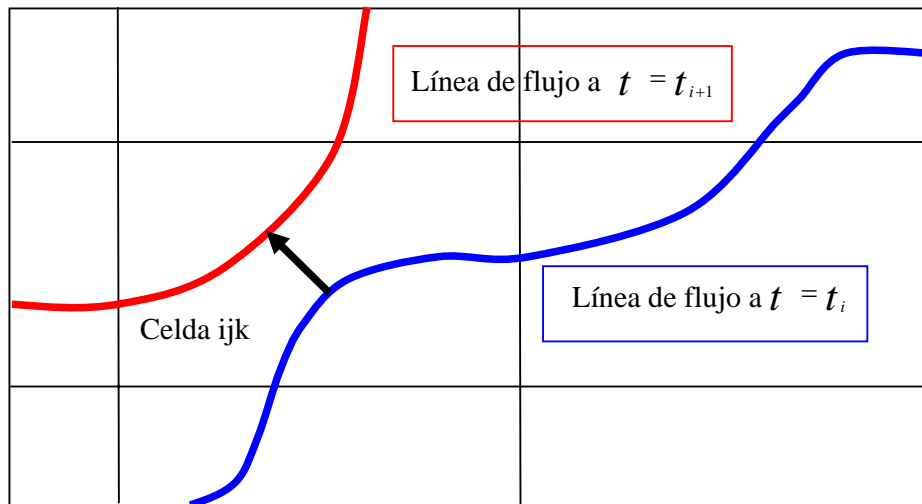
$$(R_w - dk)^* = \begin{cases} R_w - dk \Rightarrow dk < R_w \\ 0 \Rightarrow dk \geq R_w \end{cases}$$

Donde:

dk Es la distancia euclidiana entre los nodos (x, y, z) y (x_k, y_k, z_k) .

R_w Es el radio de influencia alrededor del nodo (x_k, y_k, z_k) .

Figura 17. Trazado del frente de saturación para la actualización de las líneas de flujo.



Tomada de LOLOMARI. "The Use of Streamline Simulation in Reservoir Management: Methodology and Case Studies"

3.12 PASOS DE TIEMPO

La razón principal de por qué los métodos *streamline* son más rápidos que los métodos convencionales de diferencias finitas es que un simulador *streamline* no tiene restricciones sobre el tamaño del paso de tiempo debido a consideraciones de estabilidad en el proceso. Sin embargo, para desplazamientos no lineales, pueden todavía existir consideraciones sobre los límites superiores del tamaño del paso de tiempo, en orden a obtener soluciones con significado físico. Ante esta posibilidad es recomendable realizar varias corridas, variando los pasos de tiempo, en el tiempo de simulación ya establecido y analizar la convergencia de las soluciones obtenidas.

El proceso de paso de tiempos en simulación *streamline* es particularmente diferente de los simuladores convencionales. En algunos simuladores *streamline* como el 3DSL desarrollado por Thiele*, se requiere un tamaño de paso de tiempo para resolver la presión Δt_p , y un tamaño del paso de tiempo para el paso convectivo Δt_{cs} . Éstos pasos de tiempo no tienen que ser del mismo tamaño.

* MANUAL SIMULADOR 3DSL. STREAMSIM TECHNOLOGIES INC. Version 2.20 Agosto 2004.

El tamaño del paso de tiempo de presión para un nuevo nivel de tiempo n+1, es calculado usando un indicador que expresa como es de compresible el sistema. En la mayoría de los simuladores el indicador es el cambio en el volumen total del fluido a condiciones estándar entre dos niveles de tiempo. El tamaño de un paso de tiempo de presión para un nuevo nivel de tiempo está dado por:

$$\Delta t_p^{n+1} = \Delta t_p^n \cdot \frac{DVOLMAX}{\Delta V_f^n} \dots\dots\dots (102)$$

Donde *DVOLMAX* es la fracción máxima de cambio permitida en el volumen del fluido, y ΔV_f^n es el cambio adimensional en el volumen del fluido definido como:

$$\Delta V_f^n = \frac{|(V_{f,s}^n - V_{f,s}^{n-1})|}{V_{f,s}^n} \dots\dots\dots (103)$$

$\Delta V_{f,s}$ es el volumen de fluido a condiciones de superficie.

El tamaño del paso de tiempo convectivo para el nuevo nivel de tiempo n+1 es calculado basado en un indicador de rendimiento del volumen poroso.

El tamaño de un paso de tiempo convectivo para un nuevo nivel de tiempo está dado por:

$$\Delta t_{cs}^{n+1} = PV^{n+1} \cdot \frac{DPVMAX}{MAX(Q_{iny}^{n+1}, Q_{prod}^{n+1})} \dots\dots\dots (104)$$

Donde *DPVMAX* es el máximo volumen poroso adimensional y *PV* es el volumen poroso a la nueva presión y *Q* es la tasa inyectada o producida al final de la solución de presión.

3.13 EL CONCEPTO DE GRAVEDAD EN SIMULACIÓN STREAMLINE

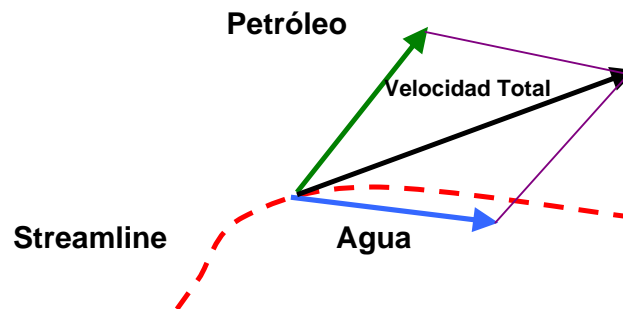
La gravedad fue un problema en el planteamiento de la simulación *streamline*.

Como ya se mencionó, el vector velocidad total (el cual define una *streamline*) es la suma de los vectores velocidad de las fases, pero los vectores de las fases no son paralelos en presencia de la gravedad. Ver figura 18.

Una solución fue presentada por Bratvedt^{*} et al en 1996 usando el concepto de un operador división, una idea que ya había encontrado previa aplicación en frentes de trazadores.

El concepto del operador división en este caso es sencillo y resuelve las ecuaciones de balance de materiales en dos pasos: primero, un paso convectivo, que es tomado a lo largo de las *streamlines*, y segundo, un paso gravitatorio, tomado a lo largo de las líneas de gravedad, es decir, líneas paralelas al vector gravedad, *g*. En el paso gravitatorio, los fluidos son simplemente segregados verticalmente teniendo en cuenta solo la diferencia de las densidades de sus fases.

Figura 18. Influencia la gravedad sobre los vectores velocidad de las fases. Éstos vectores no son alineados con el vector velocidad total.



Tomada de Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation

La formulación matemática es la siguiente:

$$\frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{\partial f_j}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_j(S_j)}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (105)$$

^{*}BRATVEDT, F., GIMSE, T. AND TEGNANDER, C. "Streamline Computations for Porous Media Flow Including Gravity". Transport in Porous Media, Vol. 25, N° 1. Pág. 63-78. Oct 1996.

$$G_j(S_j) = f_j \sum_{i=1}^{n_p} \lambda_i (\rho_i - \rho_j) \rightarrow f_j = \frac{|u_j|}{\sum |u_i|} \dots\dots\dots (106)$$

Dividiendo la ecuación 105 en dos secciones, se pueden expresar los pasos convectivo y gravitatorio como:

Paso Convectivo: $\frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{\partial f_j}{\partial \tau} = 0 \dots\dots\dots (107)$

Paso Gravitatorio: $\frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_j(S_j)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (108)$

Aunque el orden de la solución no tiene importancia, la simulación *streamline* siempre resuelve el paso convectivo primero, seguido por el paso gravitatorio.

3.14 FLUJO INCOMPRESIBLE Y COMPRESIBLE

Muchos líquidos son difíciles de comprimir (es decir, sus volúmenes o densidades no cambian mucho cuando se les aplica cierta presión), de manera que su densidad es esencialmente una constante. Para dichos fluidos incompresibles la ecuación de continuidad se simplifica a:

$$\nabla \cdot v = 0 \dots\dots\dots (109)$$

Todos los trabajos de *streamtube* y *streamline* en el pasado fueron restringidos a la suposición de flujo incompresible. La razón es que el flujo incompresible introduce suposiciones simplificadas que son particularmente convenientes para la simulación *streamline*.

Cabe mencionar dos suposiciones en particular:

- El origen y el final de las *streamlines* corresponden a pozos, significando que todas las *streamlines* deben iniciar en una fuente (inyector) y terminar en un sumidero (productor).
- La tasa de flujo a lo largo de cada *streamline* es constante.

El problema es que no hay sistemas reales que sean incompresibles: todos los casos reales de campo involucran características de flujo compresible. En flujo compresible, las *streamlines* pueden iniciar o terminar en cualquier grid-block que actúe como una fuente o sumidero debido a la naturaleza compresible del sistema, aun si el bloque no tiene ningún pozo.

Determinar y trazar *streamlines* en flujo compresible no es difícil. El algoritmo de trazado de Pollock es válido sin tener en cuenta cómo las velocidades de flujo fueron determinadas. Una aproximación muy conocida ha sido publicada por Ingebrigtsen^{*} (1999).

Otra diferente, pero no muy publicada aproximación ha sido implementada dentro de un código comercialmente disponible conocido como 3DSL^{**} y es usada para modelar sistemas compresibles inmiscibles y miscibles de tres fases (Black oil e Inyección de Gas Miscible).

Pero mientras las *streamlines* pueden modelar sistemas ciertamente compresibles, la inherente ventaja de velocidad sobre métodos de diferencias finitas puede disminuir significativamente, dependiendo del tamaño del modelo y los mecanismos de desplazamiento que gobiernan el sistema.

Esto se debe a que si la presión absoluta del sistema debe ser resuelta para capturar los trascientes, entonces, los límites sobre el tamaño global del paso de tiempo son muy similares entre los métodos *streamlines* y diferencias finitas. Existen sin embargo ejemplos donde soluciones compresibles *streamline* son el único método posible para brindar una respuesta cuando el modelamiento es extenso en procesos de desplazamientos secundarios y terciarios.

Si las propiedades PVT son sólo una débil función de la presión, el trabajo incompresible puede ser usado exitosamente.

^{*} INGEBRIGTSEN, L., BRATVEDT, F., BERGE, J. "A Streamline Based Approach to Solution of Three-Phase Flow". Reservoir Simulation Symposium Held in Houston. Texas 14-17 Feb. 1999. SPE N° 51904.

^{**} MANUAL SIMULADOR 3DSL. STREAMSIM TECHNOLOGIES INC. Version 2.20. Agosto 2004.

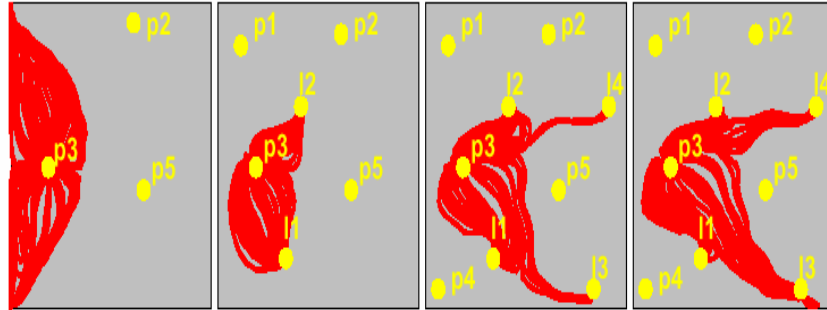
3.15 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO STREAMLINE

Durante una simulación *streamline* se realiza el siguiente procedimiento:

- 1) Dadas unas condiciones iniciales y de frontera convenientes, o determinadas mediante la ecuación 50, se determina la distribución de presión mediante la ecuación 43 a partir del grid de simulación. Posteriormente la velocidad en las caras de las celdas es calculada numéricamente de la ecuación 52.
- 2) Después que la velocidad en las caras de las celdas ha sido determinada, se prosigue a desarrollar el paso convectivo, trazando a partir de la velocidad ya encontrada las *streamlines* mediante el método de Pollock descrito anteriormente.
- 3) Se resuelve ya sea en forma analítica o numérica la ecuación 69 calculando las saturaciones a lo largo de las *streamlines*.
- 4) Posteriormente se trazan las nuevas saturaciones *streamline* en el grid empleando la ecuación 76.
- 5) Después de que se ha desarrollado el paso convectivo se procede al desarrollo del paso gravitatorio, trazando las líneas de gravedad.
- 6) Se resuelve la ecuación 108 calculando la saturación debido a las diferencias de densidad a lo largo de las líneas de gravedad.
- 7) Posteriormente se trazan las nuevas saturaciones debidas a la gravedad en el grid.
- 8) Después de desarrollado el paso convectivo y el gravitatorio para un tiempo dado, se actualiza el tiempo y se vuelve a repetir el procedimiento descrito anteriormente hasta el final de la simulación.

Periódicamente se deben actualizar las *streamlines* para considerar efectos de movilidad o cambios en las condiciones de los pozos. Ver figura 19. Una vez las *streamlines* son nuevamente generadas, se recalcula el *tiempo de vuelo* a lo largo de las nuevas *streamlines*. Finalmente, los cálculos de saturaciones son reasumidos con el *tiempo de vuelo* actualizado. Un paso crítico aquí es el trazado de la información desde las *streamlines* viejas a las *streamlines* nuevas. Esto puede ser una fuente potencial de error durante la simulación *streamline*.

Figura 19. Cambio de las geometrías streamline debido a cambios en la movilidad y en las condiciones de los pozos.



Tomada de Streamline Simulation.” 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation

Finalmente, después de realizada la simulación puede calcularse el tiempo total de la corrida T, mediante la siguiente ecuación:

$$T \propto \sum_1^{n_{ts}} \left(t^{sol} + \sum_1^{n_{sl}} t_j^{sl} \right) \dots\dots\dots (110)$$

Donde:

n_{ts} : Número de pasos de tiempo empleados en la simulación.

t^{sol} : Tiempo requerido para resolver la ecuación de presión a cada paso de tiempo.

n_{sl} : Número de *streamlines* en cada paso de tiempo.

t_j^{sl} : Tiempo requerido para resolver la ecuación de transporte para cada *streamline*.

La figura 20 tomada de Baker* et al, muestra un esquema paso a paso del procedimiento realizado en simulación *streamline*.

*BAKER, R., KUPPE, F., CHUGH, S. BORA, R., STOJANOVIC, S., BATYCKY, R. "Full-Field Modeling Using Streamline-Based Simulation: 4 Case Studies. Streamsim Technologies Inc. Texas. Feb 2001. SPE 66405. Pág 11.

4. APLICACIONES DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN LA EVALUACIÓN DE YACIMIENTOS.

Una vez se ha realizado el proceso de simulación, entran en juego un sin número de procedimientos encaminados a la evaluación de los resultados obtenidos y a la optimización del proceso, con el fin de poder hacer de la simulación una herramienta poderosa en la planificación presente y futura del campo.

La velocidad y la versatilidad de la simulación *streamline* ha llevado a un extenso número de aplicaciones durante los últimos años. Entre estas aplicaciones se encuentran:

4.1 CÁLCULOS DEL VOLUMEN DE BARRIDO

La simulación *streamline* provee una gran ventaja en el cálculo del volumen de barrido y las áreas barridas bajo las condiciones más generales. Esta es una consecuencia directa de la formulación del *tiempo de vuelo*. El *tiempo de vuelo streamline* refleja la propagación del frente de fluido a varios tiempos. Para un tiempo dado, la conectividad en el *tiempo de vuelo streamline* provee una medida directa del barrido volumétrico para una heterogeneidad y configuración de pozo arbitraria. El volumen de barrido es una cantidad fundamental que es esperada para ser correlacionada con el recobro.

Recordando la ecuación (62) correspondiente a la definición de *tiempo de vuelo*, la velocidad del campo para un medio general tridimensional puede ser expresada en términos de streamfunciones de la siguiente forma:

$$\vec{u} = \nabla \psi \times \nabla \chi \dots\dots\dots (111)$$

Una *streamline* es definida por la intersección de un valor constante para ψ con un valor constante para χ . En aplicaciones bidimensionales, se usan las formas funcionales simplificadas, $\psi = \psi(x, y)$, $\chi = z$, llevando de esta forma a las siguientes expresiones conocidas:

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \dots\dots\dots (112)$$

Donde si se recuerda el planteamiento matemático para el modelo *streamtubes* ψ corresponde a la streamfunción.

Las técnicas *streamline* están basadas en la transformación de la coordenada del espacio físico a la coordenada de *tiempo de vuelo*, donde todas las *streamlines* pueden ser tratadas como líneas continuas de longitud variada. Esta transformación de la coordenada es facilitada por el hecho que el Jacobiano empleado asume una forma extraordinariamente sencilla:

$$\left\| \frac{\partial(\tau, \psi, \chi)}{\partial(x, y, z)} \right\| = \nabla \tau \cdot (\nabla \psi \times \nabla \chi) = \nabla \tau \cdot \vec{u} = \phi \dots\dots\dots (113)$$

Además se tienen las siguientes relaciones entre el espacio físico y las coordenadas del *tiempo de vuelo* siguiendo la dirección del flujo:

$$\phi dx dy dz = d\tau d\psi d\chi \dots\dots\dots (114)$$

Es fácil darse cuenta que la transformación de la coordenada también preserva el volumen poroso, una característica esencial para calcular la eficiencia del barrido volumétrico.

Considerando el caso bidimensional para un patrón de cinco puntos con un pozo productor y un inyector ubicado cada uno en un extremo, el contorno del *tiempo de vuelo* brinda las áreas de barrido a diferentes tiempos. Ver figura 21. El planteamiento matemático que permite obtener el área y el volumen de barrido en un patrón determinado, fue desarrollado por Idrobo et al (2000). El planteamiento es el siguiente:

Para cualquier tiempo particular, el área de barrido puede ser calculada mediante la siguiente ecuación:

$$A_{barrido}(t) = \iint \phi dx dy \theta[t - \tau(x, y)] \dots\dots\dots (115)$$

^{*}IDROBO, EDUARDO A., CHOUDHARY, MANOJ K., DATTA-GUPTA, A. "Swept Volume Calculations And Ranking Of Geostatistical Reservoir Models Using Streamline Simulation". Texas A&M University. California, 19–23 June 2000. SPE N° 62557. Pág 2-3.

Cambiando el sistema de coordenadas de (x, y) a (τ, ψ) , la ecuación anterior se reduce a:

$$A_{barrido}(t) = \iint d\tau d\psi \theta[t - \tau(\psi)] \dots\dots\dots (116)$$

La última área de barrido asociada con un pozo productor puede ser obtenida considerando $t \rightarrow \alpha$:

$$A_{Final}(t \rightarrow \alpha) = \int \tau(\psi) d\psi \dots\dots\dots (117)$$

Las ecuaciones (116) y (117) indican que las áreas de barrido a cualquier tiempo dado o la última área de barrido asociada con un productor dado, pueden ser calculadas por simple integración del *tiempo de vuelo* en el productor contra la streamfunción normalizada para patrones de cinco puntos homogéneos y heterogéneos como puede apreciarse en las figuras 21, 22 y 23.

En flujo tridimensional, se puede derivar análogamente las anteriores expresiones para la definición de volúmenes de barrido:

$$V_{barrido}(t) = \iiint \phi dx dy dz \theta(t - \tau(x, y, z))$$

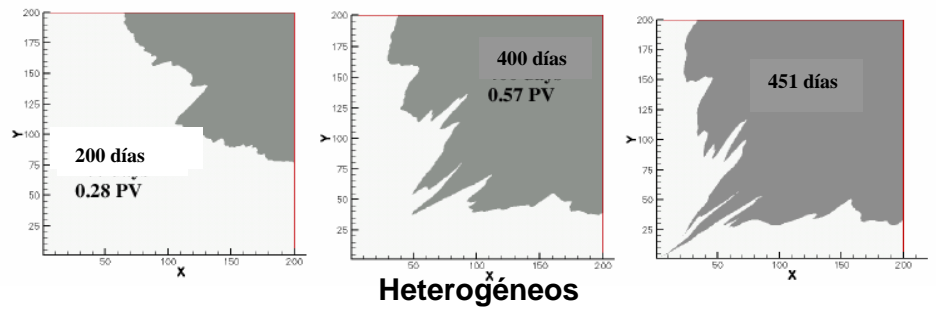
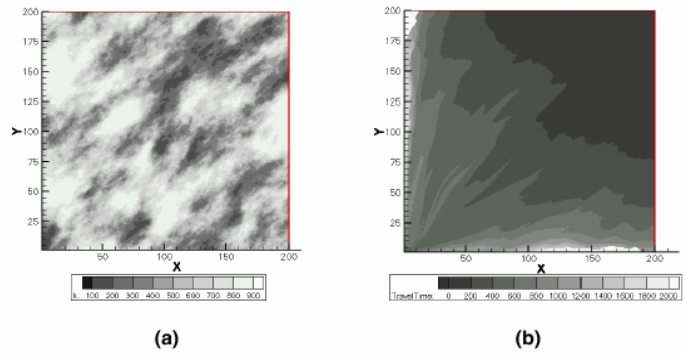
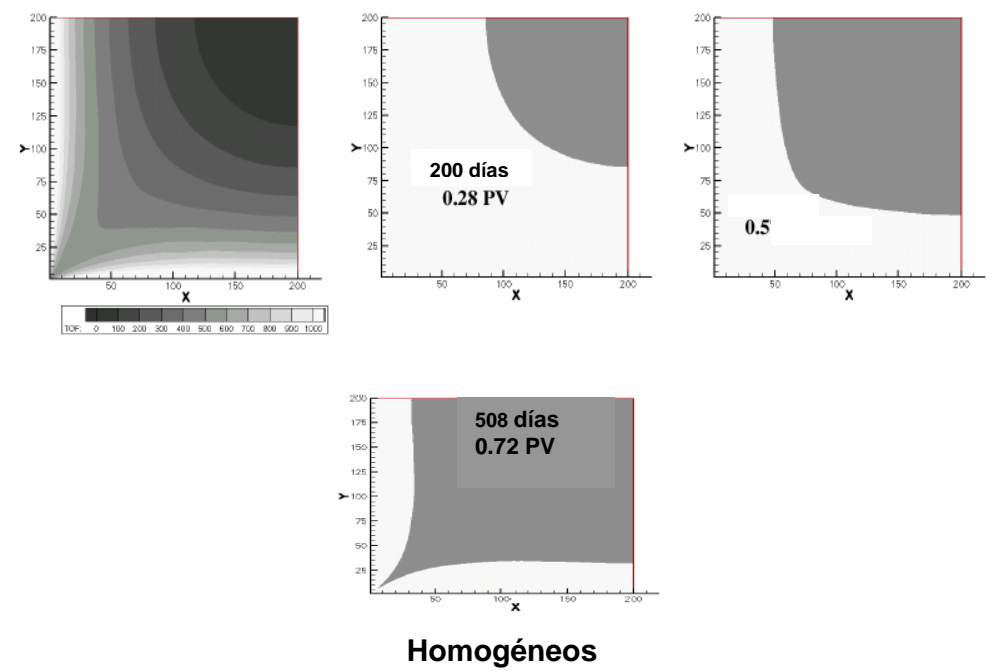
$$V_{barrido}(t) = \iiint d\psi d\chi d\tau \theta(t - \tau(\psi, \chi)) \dots\dots\dots (118)$$

En lugar de evaluar las integrales complejas en 3D, Idrobo et al obtuvieron la siguiente expresión para calcular el volumen de barrido examinando la conectividad en el *tiempo de vuelo streamline*:

$$V_{barrido}(t) = \sum_i \int d\tau(\psi_i) \theta(t - \tau) q(\psi_i) \dots\dots\dots (119)$$

Donde θ es la función Heviside y $q(\Psi_i)$ es la tasa de flujo volumétrica asignada al *streamline* Ψ_i . Por otra parte, la eficiencia volumétrica de barrido puede ser calculada simplemente dividiendo el volumen de barrido obtenido por el volumen poroso total. Los cálculos obtenidos para áreas y volúmenes de barrido, así como eficiencias obtenidas son información que puede ser útil en el desarrollo de estrategias, tales como nuevas perforaciones y conversión de patrones.

Figura 21. Distribución del tiempo de vuelo y áreas de barrido a diferentes tiempos para modelos de cinco puntos homogéneos y heterogéneos



Figuras tomadas del artículo técnico SPE 62557.

Figura 22. Cálculo del área de barrido basado en el tiempo de vuelo streamline para patrones de cinco puntos homogéneos.

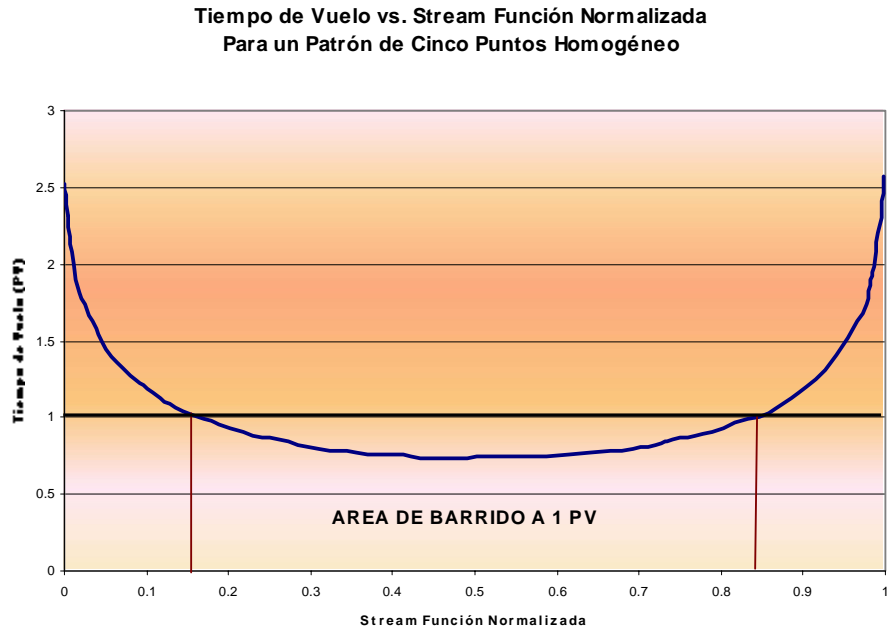
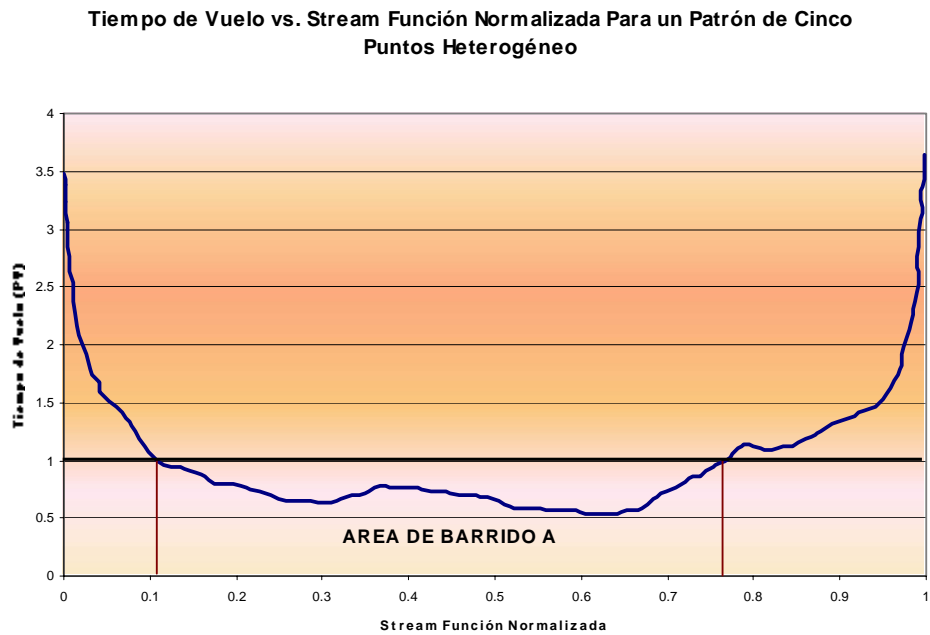


Figura 23. Cálculo del área de barrido basado en el tiempo de vuelo streamline para patrones de cinco puntos heterogéneos.



Figuras tomadas del artículo técnico SPE 62557.

4.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS GEOESTADÍSTICOS (RANKING)

Los simuladores *streamline* tienen la ventaja de ser mucho más rápidos que los simuladores convencionales de diferencias finitas, lo cual hace de éstos una herramienta ideal para clasificar extensos modelos geológicos.

Lolomari* et al (2000) creen que los métodos de simulación *streamline* son herramientas apropiadas para clasificar los modelos geológicos por varias razones importantes.

Una de ellas es la capacidad que tienen los simuladores *streamline* para manejar modelos geológicos sin necesidad de realizar un proceso de *upscaling* previo. Esto preserva las heterogeneidades geológicas a pequeña escala en el modelo, lo cual tiene significativo impacto en el flujo del fluido. Otra razón resulta de la combinación de los desarrollos en los algoritmos *streamlines* y el avance en los computadores. Los algoritmos de simulación *streamline* son más exactos y al mismo tiempo los computadores llegan a ser más poderosos.

Esto significa que extensos modelos geológicos pueden ser simulados en menor tiempo con mayor grado de exactitud.

Gilman** et al. (2002) han usado métodos de simulación *streamline* para clasificar modelos geológicos a gran escala y para dirigir estudios de incertidumbre. Ellos declaran que los métodos de simulación *streamline* son bien reconocidos como componentes importantes de los estudios de caracterización integrada de yacimientos y creen que estos métodos son satisfactorios para resolver problemas a gran escala, ya que un número de suposiciones simplificadas pueden ser tenidas en cuenta en la física del flujo.

En el estudio integrado de yacimientos, la construcción de los modelos no es suficiente, estos modelos deben ser clasificados y su incertidumbre debe ser evaluada basada en métodos estáticos o dinámicos.

*LOLOMARY, T., BRATVEDT, K., CRANE, M., MILLIKEN, J. "The Use of Streamline Simulation in Reservoir Management: Methodology and Case Studies". SPE 63157. Texas. Oct 2000.

**GILMAN, J., MENG, H., ULAND, M., DZURMAN, P., COSIC, S. "Statistical Ranking of Stochastic Geomodels Using Streamline Simulation: A Field Application". Annual Technical Conference and Exhibition. SPE 77374. Texas. 29 Sep-2 Oct 2002.

Uno de los métodos estáticos más comunes es la correlación estadística entre los datos de entrada y de salida. Teóricamente todos los algoritmos de modelamiento estocástico son capaces de reproducir estadísticas de los datos de entrada (Isaaks y Srivastava 1989). Si hay una correlación pobre entre los datos estadísticos de entrada y de salida y esta diferencia no es justificada, entonces significa que existen problemas con el modelo.

Otro método sencillo de clasificación es la visualización 3D del modelo geológico. Durante este proceso, los modelos pueden ser verificados para corregir la geometría, la orientación de los principales cuerpos geológicos y otras características anormales.

La clasificación también puede realizarse sobre los valores de volumen poroso. Aunque todos los modelos estocásticos son generados desde los mismos datos, y tienen las mismas probabilidades de ocurrir, ellos tienen diferentes volúmenes porosos.

Por otra parte la clasificación dinámica puede ser hecha usando un simulador *streamline*. La conectividad en el *tiempo de vuelo* suministra una medida favorable para la clasificación de múltiples modelos geoestadísticos. Debido a que la eficiencia volumétrica de barrido es fundamental en todos los procesos de recobro, una clasificación basada en la conectividad en el *tiempo de vuelo* puede ser válida sin tener en cuenta los procesos de recobro considerados. El primer paso es seleccionar un adecuado número de pasos de tiempo para optimizar el tiempo necesario para ejecutar la simulación. Esto se puede hacer simplificando los perfiles de producción del pozo tomando una movilidad promedio para las tasas de producción e inyección, mientras se capturan los principales eventos de producción. Se deben intentar primero con varios pasos de tiempo para obtener el número óptimo.

Después de esto, diferentes modelos tales como P(10), P(50) y P(90) pueden ser simulados a través de un simulador *streamline*. Los resultados simulados pueden ser analizados de acuerdo con el ajuste de éstos con los datos observados en el campo.

El análisis debe ser dirigido por la generación de gráficas como las observadas en las figuras 24, 25 y 26, entre los datos observados y simulados para los tiempos de ruptura por pozo. También los resultados obtenidos de movilidad del fluido, eficiencia de barrido y producción total en el yacimiento deben ser graficados para todos los modelos simulados. Finalmente, el mejor modelo geológico debe ser seleccionado para el uso en el desarrollo futuro del campo.

Figura 24. Ranking basado en el % recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido a la ruptura.

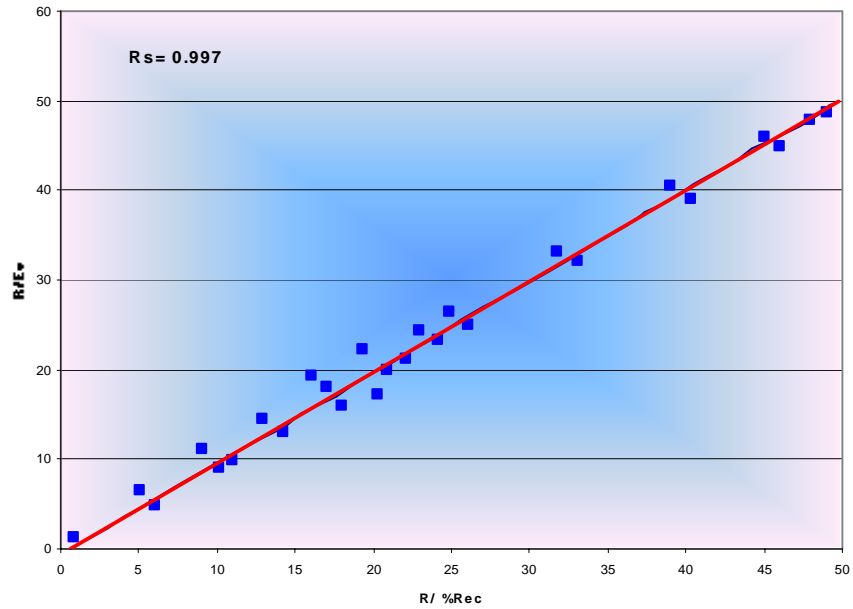
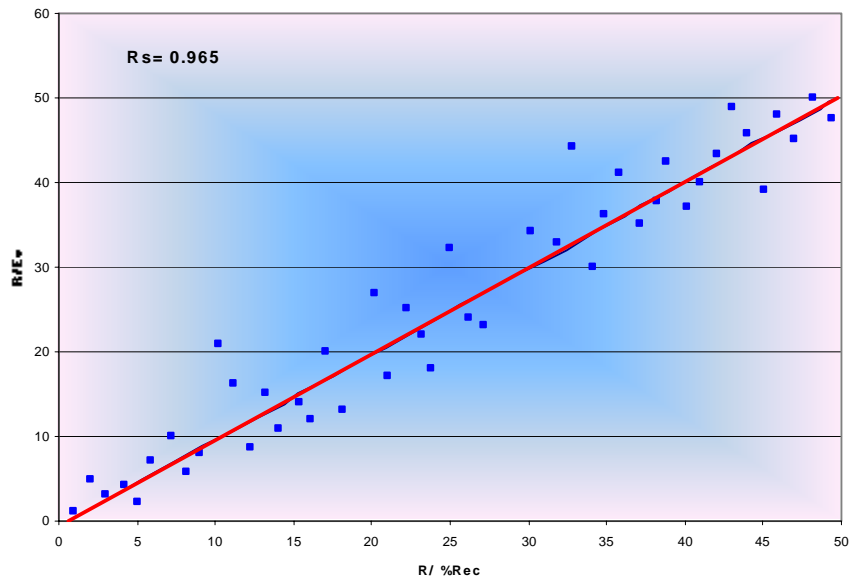
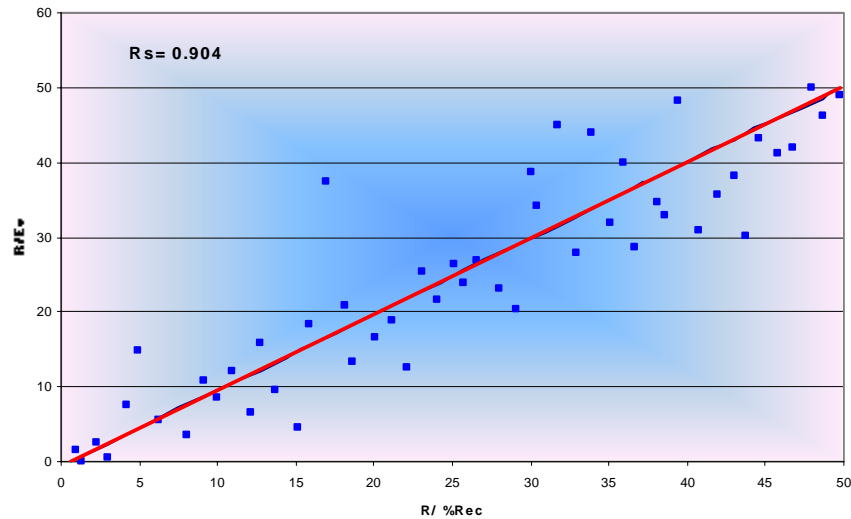


Figura 25. Ranking basado en el % recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido momentos después de la ruptura.



Figuras tomadas del artículo técnico SPE 62557.

Figura 26. Ranking basado en el % recobro vs. ranking basado en la eficiencia volumétrica de barrido momentos después de la ruptura.



Tomada del artículo técnico SPE 62557.

4.3 APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN EL PROCESO DE UPSCALING

Los modelos computacionales de yacimientos de aceite han llegado a ser cada vez más complejos en orden a representar la realidad geológica y su impacto sobre el flujo de fluidos. Las limitaciones de memoria y tiempo de CPU en simuladores de diferencias finitas o volúmenes finitos obligan a la utilización de modelos más robustos (coarse-scale model) a través de procedimientos de *upscaling*.

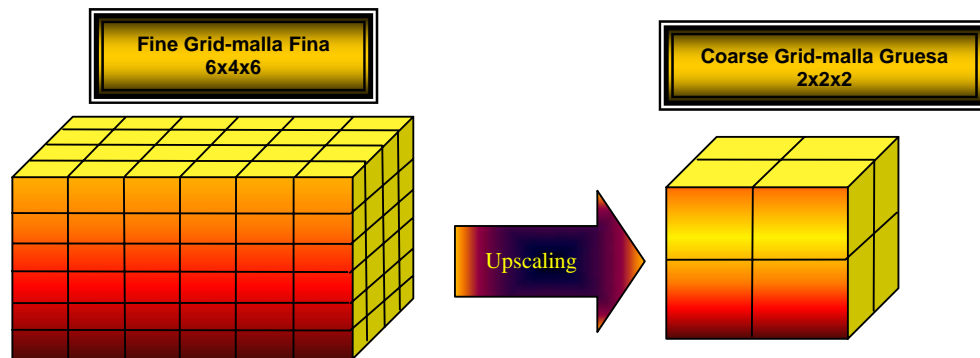
La simulación de flujo de fluidos en un medio poroso sobre una escala de campo requiere simulaciones numéricas a gran escala. Si bien se han desarrollado continuamente computadoras más poderosas y técnicas de simulación más avanzadas, el tamaño de las celdas usadas en las simulaciones de flujo del campo es demasiado grande para tener en cuenta explícitamente el efecto de las heterogeneidades de escala pequeña. Por lo general el número de celdas de un modelo geológico es del orden de 10^6 o 10^7 celdas, mientras que los simuladores comerciales solamente manejan modelos de simulación del orden de 10^5 celdas. Por lo tanto es necesario la aplicación de una técnica de escalamiento (*upscaling*) para reducir (reagrupar) el número de celdas del modelo geológico a una cantidad manejable por un simulador comercial.

El *upscaling* es una técnica cuyo objetivo es reducir el número de celdas de la malla (grid) de simulación, con el fin de ahorrar costos computacionales, reducir el tiempo de simulación y el manejo de datos; el modelo geológico detallado (fine grid) es reagrupado (coarse grid) a un tamaño razonable para la simulación de flujo.

El escalamiento (*upcaling*) es necesario para enlazar los modelos geológicos y de simulación.

Dada una descripción del yacimiento a escala muy fina y un modelo de simulación, un algoritmo de escalamiento asigna valores apropiados de porosidad, permeabilidad y algunas funciones de flujo a las celdas gruesas (coarse grid-block) de la malla de simulación. Por lo general esta malla de simulación resultante se denomina malla gruesa (coarse grid), como se muestra en la figura 27.

Figura 27. Resultado de una técnica de escalamiento.



Tomada de Internet.

El procedimiento de *upscaling* puede conducir a dificultades significantes en el estudio de yacimientos:

- Mientras el modelo geológico a fina escala (fine-scale) es construido a partir de datos petrofísicos, sísmicos y de registros, su comportamiento dinámico nunca es verificado. Como resultado, el estudio del yacimiento a una escala más robusta (coarse-scale) puede ser vinculado al modelo geológico a fina escala, pero los dos pueden ser inconsistentes en su comportamiento dinámico.

- Inversamente, el modelo escalado puede no ser propiamente probado si el flujo y el comportamiento de producción al nivel de una escala muy fina no están disponibles.
- Se requiere un gran número de modelos por sectores en el óptimo diseño de los patrones de pozo.

La simulación *streamline* es una alternativa atractiva para superar algunas de las desventajas ya mencionadas; además, ofrece eficiencia computacional mientras minimiza los efectos de difusión numérica y de orientación del grid. Esto permite la integración de modelos geológicos a fina escala dentro del estudio del comportamiento del flujo en la ingeniería de yacimientos.

La simulación dinámica del flujo es todavía un problema en muchos estudios integrados de yacimientos, los cuales tratan de reconciliar el modelo geológico con los datos sísmicos y de pozo. Herramientas tridimensionales, datos sísmicos de alta resolución así como aplicaciones mejoradas de modelamiento estático 3D, producen modelos que son cada vez más detallados y permiten identificar más aspectos que la generación previa de modelos estáticos. En la actualidad, los modelos a fina escala están comúnmente en el rango de 1 a 10 millones de celdas. De otra parte, la tecnología de simulación de flujo basada en volúmenes finitos o diferencias finitas ha madurado notoriamente.

Ante este desarrollo, el proceso de *upscaling* de los modelos geológicos a fina escala permanece como una realidad para muchos estudios, causando un deterioro significativo en el modelo geológico. Bajo condiciones reales del yacimiento, rigurosos procesos de *upscaling* llegan a ser extremadamente difíciles forzando al ingeniero a realizar aproximaciones dubitativas.

Una metodología que permita soluciones sobre el modelo geológico original es por lo tanto deseable y la simulación *streamline* es una alternativa disponible. El simulador *streamline* en la mayoría de los estudios de yacimientos compara el comportamiento dinámico de los grids a escala fina y a escala gruesa bajo diferentes condiciones de flujo (sistemas incompresibles, compresibles y black-oil), apoyándose en comparaciones gráficas de los modelos. La meta de un proceso de *upscaling* es obtener un modelo de flujo representativo del grid completo.

Samier* et al (2001) en su artículo técnico exponen a grandes rasgos con ejemplos prácticos, las características del proceso de *upscaling* y su validación mediante el simulador *streamline*.

* SAMIER, QUETTIER, THIELE, MARCO. "Applications Of Streamline Simulations To Reservoir Studies" SPE Reservoir Simulation Symposium Held In Houston, Texas, 11-14 Feb 2001. SPE Nº 66362.

La simulación *streamline* es una herramienta útil para validar el proceso de *upscaling* de permeabilidades absolutas y determinar rápidamente el mejor método de *upscaling*. Los resultados en términos de las curvas de producción, saturaciones y presiones graficadas pueden ser comparadas entre el grid geológico y el grid de simulación. Ante esto surgen dos ventajas importantes:

- La simulación sobre el modelo geológico a fina escala puede ser mejorada en un tiempo de CPU razonable permitiendo generar una solución de referencia.
- Las comparaciones gráficas usando el *tiempo de vuelo*, el tiempo de drenaje o los volúmenes porosos por pozo son útiles para verificar la calidad del proceso de *upscaling*. La premisa es que para que los sistemas escalados tengan un comportamiento dinámico similar al modelo de escala fina, los pozos deben estar drenando volúmenes similares y estos volúmenes deben estar conectados en una forma similar. Las *streamlines* proveen esta información.

Comparando los volúmenes conectados sobre el tiempo, para pozos individuales se visualiza una nueva forma de analizar el comportamiento relativo de los algoritmos de *upscaling*. La figura 28 muestra que los patrones *streamline* de los modelos escalados reproducen las *streamlines* a fina escala solo en ciertas partes del campo. La figura 29 cuantifica esta discrepancia y compara este con el comportamiento del flujo fraccional del pozo.

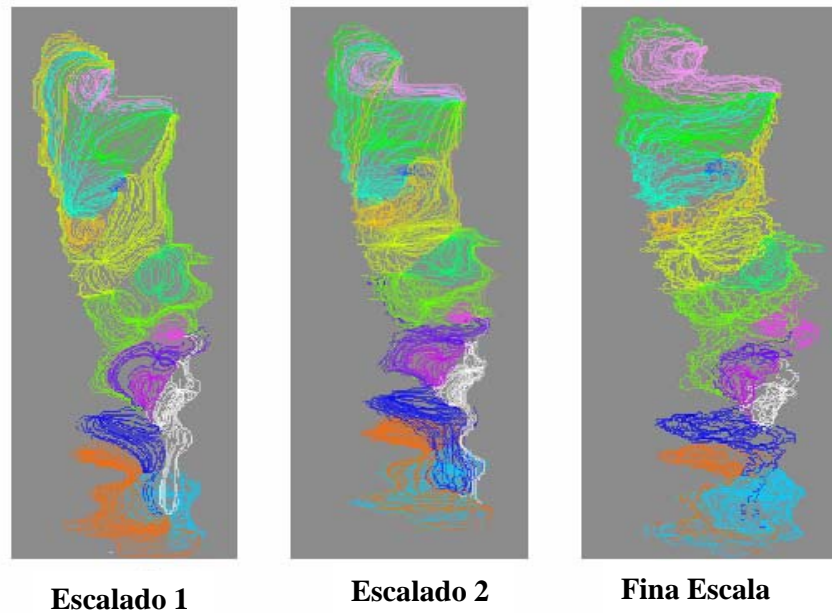
El pozo P2C es un buen ejemplo donde un buen ajuste del volumen poroso sobre el tiempo también lleva a un buen ajuste sobre el flujo fraccional de agua. Por otra parte, el pozo P3 no tiene un buen ajuste del volumen poroso a fina escala, pero el flujo fraccional es aceptable.

Un análisis del proceso de *upscaling* basado en volúmenes de pozo y geometría puede al final ser más relevante que una simple comparación de los perfiles de producción. Para casos reales de campo, es bien conocido que el *upscaling* puede eliminar completamente pequeñas fallas, barreras de transmisibilidad y otras características geométricas cambiando significativamente los patrones de flujo y los volúmenes de drenaje por pozo.

En este caso no hay tratamiento de los parámetros de flujo que puedan remediar este problema, aunque puede ser posible un ajuste de los parámetros de flujo no físicos. El problema es geométrico, y hasta que los patrones de flujo en el modelo escalado no sean adecuadamente ajustados a lo que se observa en el modelo a fina escala, se debe planear un acercamiento basado en otros parámetros.

Thiele* (2001) en su amplio consenso dedicado a la simulación *streamline*, expresa que además de las ventajas mencionadas anteriormente, un simulador *streamline* puede ayudar al ingeniero de yacimientos a verificar las pseudo permeabilidades relativas por comparación directa del modelo de simulación escalado con el modelo geológico y geoestadístico.

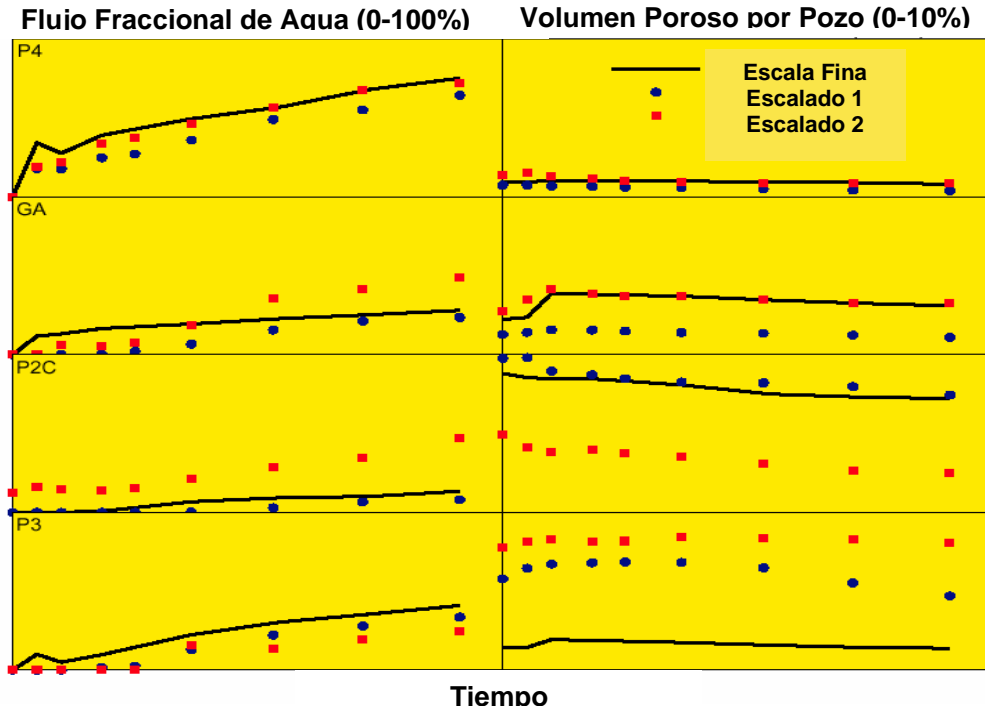
Figura 28. Streamlines para dos modelos escalados y el modelo de referencia a fina escala. Un buen upscaling produce patrones de streamlines similares entre el modelo a fina escala y los modelos escalados.



Tomada de Streamline Simulation.” 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

* THIELE R, MARCO. “Streamline Simulation.” 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001. Pág 13.

Figura 29. Comparación del volumen asociado con los pozos entre el modelo a fina escala y los modelos de escala robusta mediante streamlines.



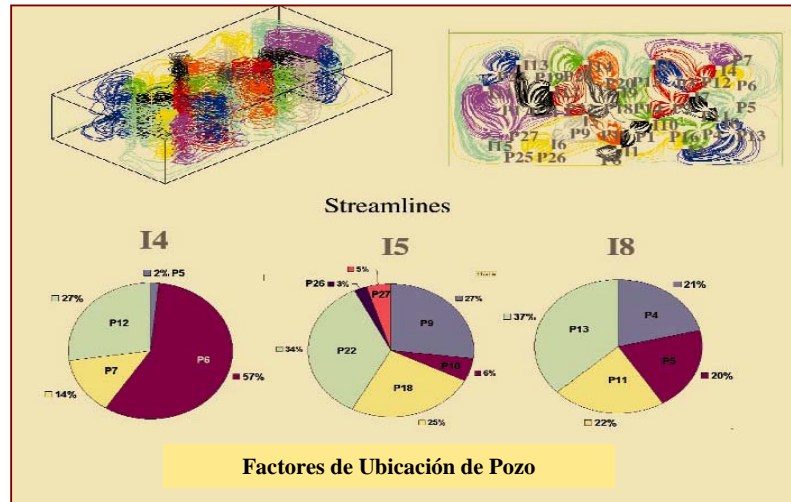
Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

4.4 TASA DE DISTRIBUCIÓN Y BALANCE DE PATRONES

La aproximación *streamline* puede ayudar en el manejo de yacimientos suministrando información importante, como relaciones inyector/productor y factores de distribución para inyectores. Esta información es brindada naturalmente por los modelos *streamlines* pero no por los simuladores numéricos convencionales. La figura 30 ilustra esta aplicación señalada por Datta-Gupta* (2000) en uno de sus estudios. Debido a que cada *streamline* está asociada con una tasa de flujo, se puede fácilmente calcular los factores de distribución para los inyectores (es decir, qué fracción del fluido inyectado está dirigiéndose a los productores). Esta información puede ser útil en el balance de patrones y en el manejo de frentes de inundación. Una de las aplicaciones más importantes de la información suministrada por las *streamlines* se refiere a los factores de distribución de pozos y a los volúmenes porosos asociados.

* DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation: A Technology Update". SPE, Texas A&M University. Dic. 2000. Pág 70.

Figura 30. Diagramas streamlines y factores de distribución de pozos en el yacimiento.



Tomada del artículo técnico: Streamline Simulation. A Technology Update. 2000.

Los factores de distribución de pozo cuantifican la cantidad de flujo en un pozo particular debido a la presencia de otros pozos en el sistema. Los volúmenes porosos son los volúmenes del yacimiento asociados con cada pozo individual.

4.4.1 *Balance de patrones.* Tradicionalmente los números de distribución han sido determinados usando metodologías empíricas. Para Thiele⁷ (2001) y la gran mayoría de autores dedicados al estudio y desarrollo de la teoría de líneas de flujo, las *streamlines* ofrecen una solución inmediata y rigurosa a este problema: por cada inyector, la cantidad de flujo inyectado que soporta cualquier productor en el campo es conocida exactamente y por consiguiente la distribución de fluidos entre inyectores y productores es obtenida automáticamente como parte cualquier simulación. Esto también significa que las *streamlines* pueden señalar inmediatamente cualquier pérdida de fluidos a los pozos fuera del patrón.

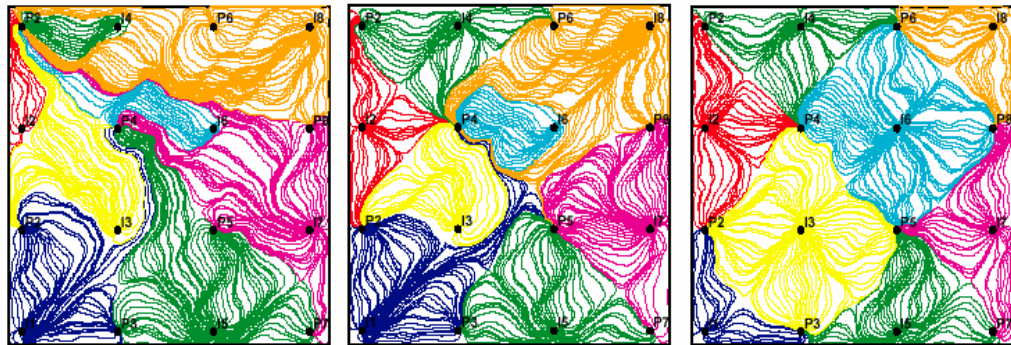
Las *streamlines* automáticamente permiten determinar la distribución del flujo entre pozos mediante la suma del flujo de todas las *streamlines* asociadas con un pozo en particular, pares de pozos o grupos de pozos como puede observarse en la figura 31. Usando esta información y el despliegue visual de las *streamlines* se obtiene un balance de patrones más correcto y eficiente que aquellos obtenidos con técnicas convencionales.

⁷ THIELE R, MARCO. "Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001. Pág 16-17.

Además de los principios básicos de un simulador *streamline* tres tipos de resultado son generados útilmente para el balance de patrones:

- El *tiempo de vuelo* indica el tiempo necesario para que una partícula inyectada alcance un punto dado en el yacimiento, y es una representación instantánea del área de barrido. Como se puede apreciar en la figura 32 las zonas rojas son zonas que pueden ser barridas mientras que las zonas blancas no lo son.

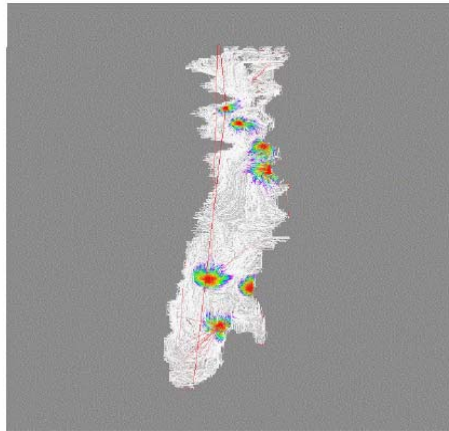
Figura 31. Streamlines y el proceso de balance de patrones. Las tasas son cambiadas progresivamente para obtener un buen balance.



Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

En este caso los inyectores se ven manteniendo la presión sobre los costados pero no pueden barrer mucho el petróleo del área central hacia el productor. Un patrón de inyectores en el área central es aconsejable para hacer más satisfactorio el incremento del recobro del petróleo.

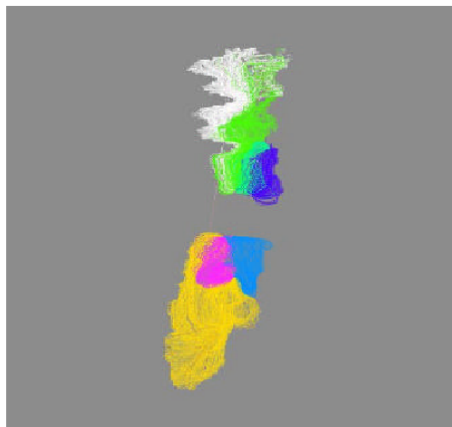
Figura 32. Influencia del tiempo de vuelo sobre las zonas barridas.



Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

- Otros resultados típicos de un simulador *streamline* son los volúmenes porosos asociados con cada pozo como se indica en la figura 33, el cual muestra los volúmenes del yacimiento asociados con los diferentes pozos inyectoros. Las regiones son mucho más extensas que el área de barrido debido a que la representación de los volúmenes porosos asociados con cada pozo es una construcción puramente geométrica. Esto no dice nada acerca de cuanto tiempo se tardaría en barrer el área completa. Este tipo de figuras ayudan a encontrar la zona de influencia geométrica de los inyectoros.

Figura 33. Influencia del área ligada a 7 inyectoros



Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation

En la figura 33 se puede notar que los inyectores tienen poca influencia sobre el área central y que incrementando la tasa inyectada o aumentando el tiempo de inyección no se obtiene un efecto significativo en el barrido. La figura también indica que el inyector (color gris parte superior izquierda) sólo tiene un pequeño volumen poroso asociado a él, sugiriendo que este inyector no es eficiente y puede ser ubicado en cualquier otra parte. Este tipo de resultados es difícil de obtener usando un simulador convencional de volúmenes finitos.

- Un tercer tipo de resultados típicos es el volumen de influencia del productor como se indica en la figura 34. Cada color indica el volumen del yacimiento ligado a un productor dado. La figura 34 describe el volumen del yacimiento asociado con cada productor para seis pozos verticales mientras la figura 35, para seis pozos horizontales. En este caso donde todas las fallas están en comunicación el esquema de pozo horizontal tiene el potencial de drenar casi todo el petróleo del campo pero no se indica el tiempo necesario para lograr este objetivo. Los volúmenes asociados con los dos pozos ubicados al norte son menores usando pozos horizontales. Esto indica que la implementación de dos pozos verticales en esta región del yacimiento es mucho más eficiente. Superponiendo la figura 35 con la gráfica OIP ayuda a detectar áreas no drenadas y localizar posiciones para nuevos pozos. Otro aspecto importante es examinar los volúmenes de influencia de los productores en el tiempo cuando nuevos pozos son abiertos. Este tipo de información es extremadamente útil para preparar un primer estimativo del patrón de pozo y para generar esquema de desarrollo y optimización del manejo de los pozos y la producción.

Figura 34. Volumen de influencia cuando existen 6 pozos productores verticales.

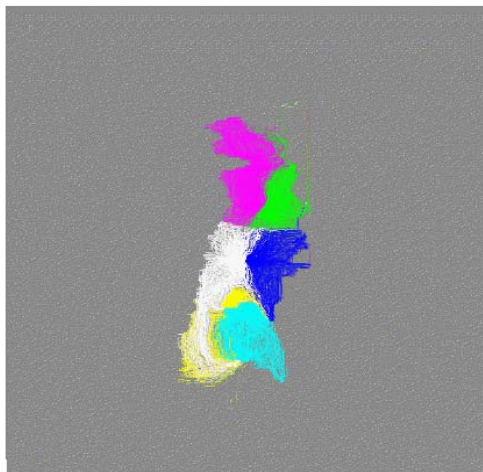
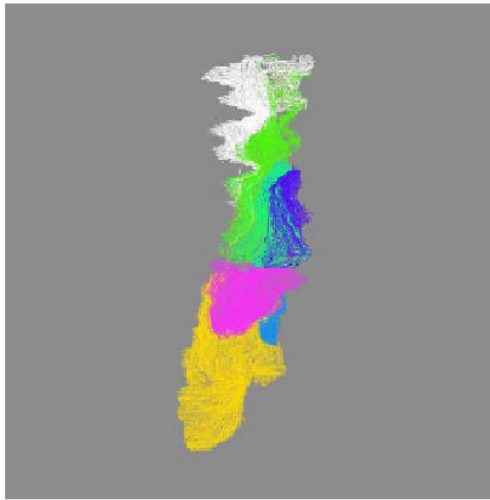


Figura 35. Volumen de influencia cuando existen 6 pozos horizontales productores.



Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

4.4.2 Eficiencia del inyector. Un componente importante en la optimización del comportamiento del campo es poder comparar y clasificar la eficiencia de inyectores. Inyectores más eficientes pueden probablemente recibir una alta porción del agua de inyección disponible que aquellos inyectores menos eficientes.

Existen diferentes formas para determinar la eficiencia de un inyector. Según Thiele* (2001), una de éstas es determinar la cantidad de desplazamiento de petróleo producido como una función del volumen inyectado. Esta es exactamente el tipo de información que las *streamlines* proporcionan naturalmente. La figura 36 presenta datos reales para una inyección avanzada de agua. Graficando el volumen inyectado contra el desplazamiento de aceite producido para cada inyector se obtiene la eficiencia de los inyectores para el campo total. Escogiendo un porcentaje de corte de aceite producido a agua inyectada, la gráfica puede ser dividida en cuatro cuadrantes.

El cuadrante representado por puntos amarillos presenta los inyectores más eficientes, es decir, aquellos inyectores que producen la cantidad más alta de petróleo por barril de agua inyectada.

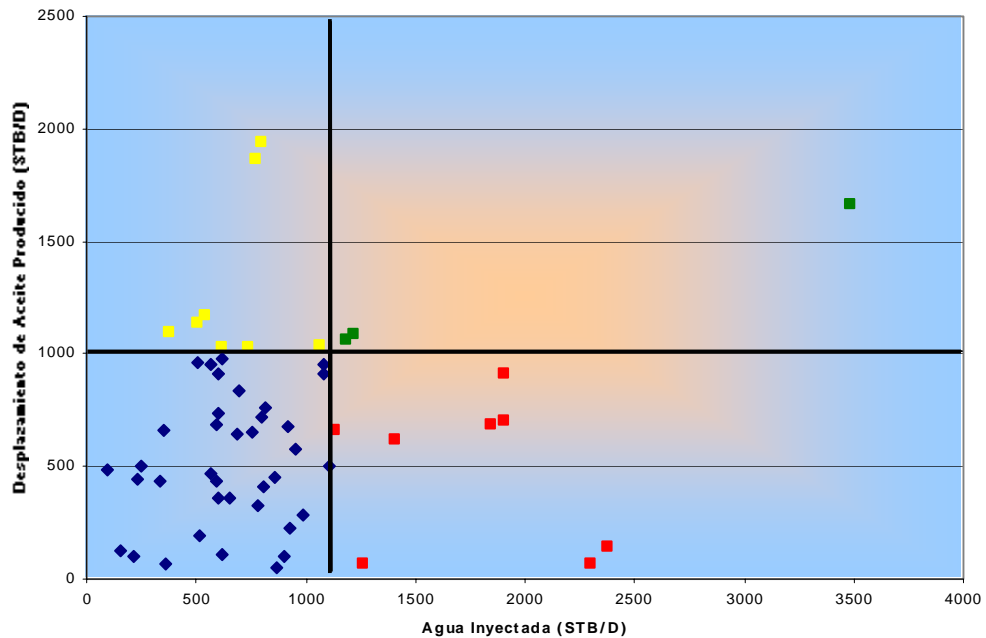
* THIELE R, MARCO. "Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001. Pág 18.

El cuadrante de puntos rojos incluye los pozos menos eficientes, pozos que inyectan una buena cantidad de agua pero recuperan poco aceite. Estos pozos son los primeros candidatos a ser cerrados, particularmente en casos donde la cantidad de agua es limitada o puede ser usada de forma más eficiente en otra área. Finalmente los cuadrantes 2 y 3 representan casos intermedios en los cuales se pueden plantear nuevas estrategias de desarrollo.

Si las *streamlines* pueden ayudar a cuantificar la eficiencia de los inyectores, también puede identificar la eficiencia de los productores.

El flujo fraccional de un pozo es un indicador de eficiencia. Un pozo con alto flujo fraccional es menos eficiente que uno con bajo flujo fraccional.

Figura 36. Agua inyectada vs. desplazamiento de aceite producido.

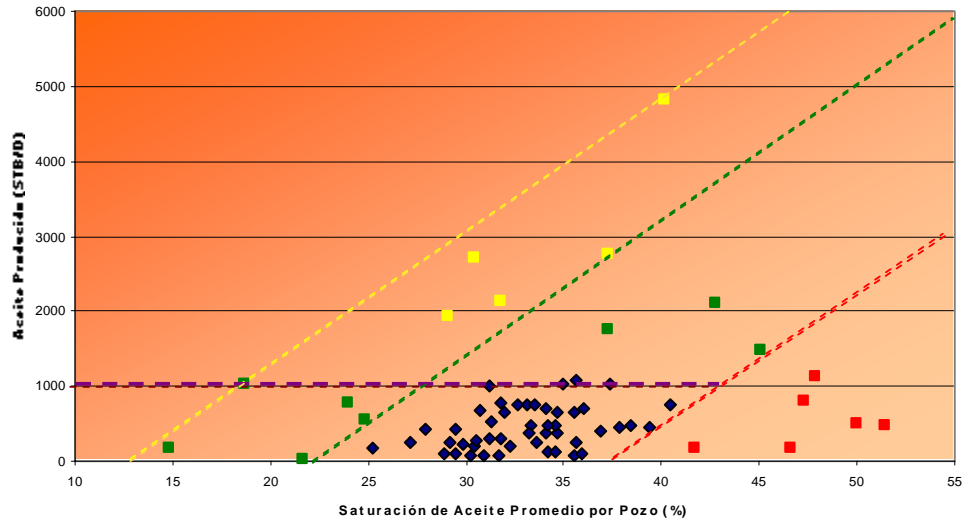


Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

Pozos produciendo a altas tasas están relacionados con saturaciones promedio de aceite bajas. Similarmente, pozos produciendo a bajas tasas se relacionan con altas saturaciones de aceite promedio. La figura 37 es un ejemplo de este tipo de análisis. En este tipo de análisis la gráfica es dividida usando líneas diagonales, con la línea amarilla representando la relación lineal más eficiente entre tasa de aceite y saturación de aceite promedio. Las líneas verde y roja son líneas paralelas a la línea amarilla.

Generando un corte para un valor específico de aceite producido se generan en la gráfica sub-áreas en las que se pueden identificar los productores más eficientes (amarillos), los menos eficientes (rojos) y aquellos que pueden tener un potencial para mejorar su producción mediante procesos de workover o side-tracking.

Figura 37. Saturación de aceite promedio por pozo vs. aceite producido.



Tomada de Streamline Simulation. 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation.

4.5 MODELAMIENTO DE TRAZADORES DE FLUJO Y PROCESOS DE INYECCIÓN DE AGUA

Los métodos *streamline* han sido ampliamente usados en el pasado en el modelamiento e interpretación de pruebas de trazadores.

Tales pruebas, típicamente involucran la inyección de un pequeño bache de trazador radiactivo. De esta forma, minimizar la dispersión numérica es esencial para inferir la heterogeneidad sobre las bases de la prueba de trazador. Los métodos *streamline* pueden ser particularmente ventajosos en este aspecto. Una amplia investigación sobre este y otros tipos de desplazamiento en simulación *streamline* es presentada por Batycky* (1997) en su tesis. Pero sin lugar a dudas los desplazamientos preferidos por el método *streamline* son los procesos de inyección de agua, por las características de incompresibilidad de los fluidos involucrados. Desde el inicio de la teoría han sido los procesos por excelencia, y su éxito se aprecia en los múltiples estudios y aplicaciones de campo que se han publicado.

*BATYCKY, R. "A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 15-18.

4.6 EL PAPEL DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN EL PROCESO DE AJUSTE HISTÓRICO

El proceso de *ajuste histórico* juega un papel muy importante en la predicción del comportamiento futuro del yacimiento. Su propósito principal es construir un modelo numérico del yacimiento consistente con todos los datos disponibles como el conocimiento geológico y geoestadístico así como los datos de producción (cortes de agua, tasas de flujo, presiones, etc).

Esencialmente, el modelo numérico del yacimiento consta de un modelo de grid tridimensional. Para cada bloque del grid se atribuyen valores de porosidad y permeabilidad. Por razones prácticas, las distribuciones de estas propiedades son usualmente aproximadas mediante métodos Gaussianos. Una vez un modelo de yacimiento es ajustado basado en el conocimiento a priori geoestadístico, este debe ser modificado para tener en cuenta los datos de producción. Este proceso conocido como *ajuste histórico* es tradicionalmente dirigido como un problema de optimización.

Como primera medida, una función objetivo es definida para cuantificar el desajuste entre los datos actuales y las respuestas paralelas calculadas por el modelo numérico del yacimiento. Segundo, el modelo del yacimiento es iterativamente modificado en orden a minimizar esta función objetivo.

Un eficiente procedimiento de optimización debe poseer las siguientes cualidades:

- Debe ser capaz de modificar los modelos establecidos.
- Debe preservar la variabilidad espacial del modelo cualquiera que sea la modificación
- Debe requerir un número reducido de simulaciones previas o iteraciones.

Tradicionalmente el procedimiento de *ajuste histórico* perturba los valores de porosidad y permeabilidad, cualquiera que sea la técnica de parametrización, y se ejecuta una corrida de simulación para estimar el impacto sobre la función objetivo.

Entre algunas aproximaciones de *ajuste histórico* se encuentran las técnicas de *annealing*, los *coeficientes de sensibilidad* y los *métodos de gradiente*.

Las técnicas de *coeficientes de sensibilidad* calculan la sensibilidad de la función objetivo al cambio de permeabilidad de una celda o un grupo de celdas y resuelve un sistema inverso que puede ser muy extenso y además difícil de construir. Los métodos de *coeficientes de sensibilidad* pueden ser también computacionalmente costosos si los coeficientes son evaluados numéricamente mediante múltiples corridas de simulación.

Vasco^{*} et al. (1999), combinó *streamlines* y una aproximación de *coeficientes de sensibilidad* mientras integra datos dinámicos de producción.

Ellos emplean *streamlines* para estimar analíticamente los coeficientes de sensibilidad, acelerando de este modo el procedimiento.

El análisis *streamline* permite alinear los fluidos inyectados en el instante de la ruptura en los pozos productores y de esta forma ajustar la historia de producción.

Los *coeficientes de sensibilidad* también han sido empleados en la identificación de la geometría de las características geológicas tales como fallas y canales de flujo.

La técnica *annealing* aplicada por Datta-Gupta et al. perturba la permeabilidad en un grupo de bloques del grid y evalúa la energía de las funciones objetivo o el grado de desajuste entre los resultados simulados y los deseados. Este proceso es estocástico y no garantiza que la perturbación pueda disminuir el nivel de energía. La decisión de aceptar o no la perturbación, está basada en el cambio de energía causada por esta perturbación. Perturbaciones que incrementan el grado de desajuste son aceptadas con una frecuencia que disminuyen con el incremento en el error. Usualmente se requieren muchas iteraciones para obtener una solución aceptable, aumentando con este aspecto los costos de cómputo.

Muchos de los procedimientos de optimización que se usan están basados en los métodos de *gradiente*. Estos métodos involucran el cálculo de las derivadas de la *función objetivo* relativas a los parámetros desconocidos.

Estos métodos pueden ser directos o indirectos. Los directos buscan el óptimo analíticamente fijando el gradiente de la función objetivo en cero. Los métodos indirectos buscan el óptimo saltando a lo largo de la función objetivo moviéndose en la dirección del gradiente.

^{*} VASCO, D.W, YOON, S., DATTA-GUPTA, A. "Integrating Dynamic Data Into High-Resolution Reservoir Models Using Streamline-Based Analytic Sensitivity Coefficients". Texas A&M U. Dic. 1999.

Ambos métodos requieren de la información del gradiente con base en la expansión de series de Taylor y dependiendo del orden de las derivadas que se considere pueden ser de primero o segundo orden. Los de primer orden consideran despreciables los términos después de la primera derivada usando solamente el vector *jacobiano*. Los de segundo orden utilizan los términos de la segunda derivada y requieren el cálculo de la matriz *Hessiana*.

Una limitación de estos métodos es que pueden encontrar óptimos locales y que se requiere la existencia de las derivadas. Un aspecto crítico es el cálculo de los coeficientes de sensibilidad a los parámetros de la *función objetivo*. Es decir, la variación en el resultado del problema directo motivado por cambios en los parámetros del modelo.

La técnica *streamline* es un método aproximado de simulación de yacimientos que también ha desarrollado técnicas especiales para la optimización del *ajuste histórico*. Estas técnicas se describen a continuación con más detalle.

4.6.1 *Aproximaciones Streamline para ajuste histórico.* Una de las aplicaciones más prometedoras de las *streamlines* está en el área del *ajuste histórico*. Debido a que las *streamlines* están unidas a los pozos y al mismo tiempo marcan áreas de alta influencia en el yacimiento, se debe suponer que debe existir información escondida a lo largo de las *streamlines* que pueden ayudar en el proceso de *ajuste histórico*. Adicionalmente, el *ajuste histórico* del comportamiento de un yacimiento es un proceso no-lineal que requiere de muchas simulaciones previas, hecho que puede conseguirse rápida y eficazmente con los simuladores *streamline* por las características intrínsecas de los mismos. Entre las aproximaciones recientemente desarrolladas para el proceso de *ajuste histórico* se encuentran:

○ *Aproximación de Yuandong Wang* et al.* Una nueva aproximación de *ajuste histórico* basada en *streamlines* fue propuesta por Y. Wang y A.R: Kovscek (2000). Ellos proponen un método de dos pasos fundamentales para ajustar los datos dinámicos de producción y determinar la heterogeneidad del yacimiento.

El primer paso es modificar la distribución de permeabilidad al nivel *streamline*, basado en la diferencia entre los resultados de la simulación y los datos de campo para corte de agua, caída de presión y tasa de flujo.

* WANG, YUANDONG, KOVSCEK, ANTHONY R. "A Streamline Approach For History-Matching Production Data ". Improved Oil Recovery Symposium held in Tulsa, Oklahoma, 3–5 Abril 2000. SPE N° 59370

Ajustando la curva de flujo fraccional a través de la manipulación de la permeabilidad del campo, se trata de capturar la heterogeneidad del yacimiento.

El segundo paso en esta aproximación *streamline* es trasladar la modificación de la permeabilidad *streamline* hacia los grid-blocks. De esta forma, se realiza la simulación del flujo para verificar el ajuste. El anterior proceso es de carácter iterativo hasta lograr la convergencia.

Este método propuesto es similar al método desarrollado por Vasco et. Al (1999), sin embargo, en esta aproximación, no se calculan los coeficientes de sensibilidad. Cuando la curva de flujo fraccional del resultado de la simulación para una permeabilidad dada no ajusta con la curva de corte de agua del campo, se deducen las *streamlines* responsables de la diferencia entre las curvas de flujo fraccional. Posteriormente, basándose en la relación entre el tiempo de ruptura de las *streamlines* y la permeabilidad efectiva, se puede calcular una modificación de la permeabilidad efectiva a lo largo de las *streamlines* para ajustar los datos de producción.

El planteamiento matemático de esta técnica de ajuste es el siguiente:

La función objetivo como ya se conoce indica el error entre la comparación de los resultados de la simulación y los datos de campo. Este error puede expresarse como:

$$E = \sum_{n=1}^{N_p} (E_{t,n} + E_{p,n} + E_{q,n}) \dots\dots\dots (120)$$

Donde n representa el subíndice del productor, N_p es el número total de productores en el estudio, $E_{t,n}, E_{p,n}, E_{q,n}$ son los errores en el tiempo de ruptura adimensional de las *streamlines* individuales, en la presión y en la tasa de flujo en el productor i respectivamente.

Para ajustar la presión y la tasa de flujo, se modifica la permeabilidad efectiva de toda la región. Sin embargo, para capturar la heterogeneidad, se necesita resolver un sistema inverso para ajustar la curva de flujo fraccional.

Continuando con el modelo, el grado de desacuerdo entre los resultados de referencia y los resultados del *ajuste histórico* se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$E_i = \frac{1}{N_{sl}} \sum_{i=1}^{N_{sl}} E_{t_{BT,i}}^2 \dots\dots\dots (121)$$

Donde N_{sl} representa el número de *streamlines* conectadas con el productor.

El error $E_{t_{BT,i}}$ se refiere al tiempo de ruptura de la *streamline* i definido de la siguiente forma:

$$E_{t_{BT,i}} = t_{D,BT,i}^C - t_{D,BT,i}^R \dots\dots\dots (122)$$

En donde $t_{D,BT,i}^C$ y $t_{D,BT,i}^R$ son los tiempos adimensionales de ruptura calculados y de referencia respectivamente para el i -ésimo *streamline*.

- *Sistema inverso.* Esta es la parte más importante de este planteamiento. La modificación de la permeabilidad altera el tiempo de ruptura no solo del i -ésimo *streamline*, sino también de otras *streamlines*. Por consiguiente todas las *streamlines* deben ser consideradas y se debe resolver un sistema de ecuaciones.

El sistema a resolver para cada productor es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots\dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots\dots & a_{2N} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots\dots & a_{3N} \\ \dots\dots & & & & \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \dots\dots & a_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta k_3 \\ \dots\dots \\ \Delta k_N \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} E_{t,BT,1} \\ E_{t,BT,2} \\ E_{t,BT,3} \\ \dots\dots \\ E_{t,BT,N} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (123)$$

Donde Δk_j es la modificación de la permeabilidad efectiva a lo largo de la *streamline* j requerida para obtener un ajuste, y a_{ij} es la sensibilidad del tiempo de ruptura del i -ésimo *streamline* a la permeabilidad efectiva del j -ésimo *streamline*.

Estas derivadas son definidas como:

$$a_{ij} = \frac{\partial t_{D,BT,i}}{\partial k_j} \dots\dots\dots (124)$$

Debido a que las *streamlines* no se encuentran comunicadas, las derivadas pueden ser aproximadas aplicando el método de Dykstra-Parsons para estratos no comunicados de diferente longitud. El método relaciona el tiempo de ruptura de diferentes estratos con la permeabilidad efectiva de cada estrato.

El tiempo de ruptura para una *streamline* *i* es calculada por:

$$t_{D,BT,i} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{sf}} \left(\frac{\bar{A} \bar{\phi}}{k} \right) x_{D,k}}{\sum_{k=1}^{N_{sf}} \left(\frac{\bar{A} \bar{\phi}}{k} \right)} \dots\dots\dots (125)$$

Donde *l* es la longitud de la *streamline*, $x_{D,k}$ es la posición adimensional del frente de la fase desplazada del *k*-ésimo *streamline* cuando el *i*-ésimo *streamline* llega a la ruptura.

Los símbolos $\bar{\phi}_k$ y \bar{A}_k representan la porosidad promedio y el área de sección transversal promedio de la *streamline* *k* respectivamente y pueden ser definidos como:

$$\bar{A} = \int_0^1 A(x_D) dx_D \dots\dots\dots (126)$$

$$\bar{\phi} = \int_0^1 \phi(x_D) dx_D \dots\dots\dots (127)$$

Teniendo en cuenta las anteriores ecuaciones se puede expresar la ecuación 125 de la siguiente forma simplificada:

$$t_{D,BT,i} = \sum_{k=1}^{N_{sl}} V_{D,k} X_{D,k} \dots\dots\dots (128)$$

Aplicando la regla de la cadena se evalúa la ecuación 124 mediante el siguiente planteamiento:

$$\frac{\partial t_{D,BT,i}}{\partial k_j} = \sum_{k=1}^{N_{sl}} \frac{\partial t_{D,BT,i}}{\partial x_{D,k}} \frac{\partial x_{D,k}}{\partial k_j} = \sum_{k=1}^{N_{sl}} V_{D,k} \frac{\partial x_{D,k}}{\partial k_j} \dots\dots\dots (129)$$

El método de Dykstra-Parsons (1950) proporciona valores de $x_{D,k}$ en términos de la permeabilidad efectiva de todas las *streamline*.

Las formulas para calcular $x_{D,k}$ para relaciones de movilidad de uno y menores a uno son diferentes la una de la otra.

Para una relación de movilidad de uno, la presión del campo así como la distribución de *streamlines* permanecen invariables a través de los procesos de desplazamiento para condiciones límites constantes.

Cuando la ruptura ocurre en una *streamline i*, la posición del frente de la *streamline k* es calculada por:

$$x_{D,k} = c_{ik} \frac{k_k}{k_i} \dots\dots\dots (130)$$

Donde c_{ik} es una constante relacionada con la longitud de las *streamlines* i y k .

Aplicando esta definición y llegando a la derivación parcial se llega a la siguiente solución

$$\frac{\partial t_{D,i}}{\partial k_j} = \sum_{k=1}^{N_{sl}} V_{D,k} \frac{\partial x_{D,k}}{\partial k_j} = \begin{cases} -\frac{1}{k_i^2} \sum_{k=1, k \neq i}^{N_{sl}} c_{ik} V_{D,k} k_k & \text{Si } i=j \\ \frac{c_{ij} V_{D,j}}{k_i} & \text{si } i \neq j \end{cases} \dots\dots\dots (131)$$

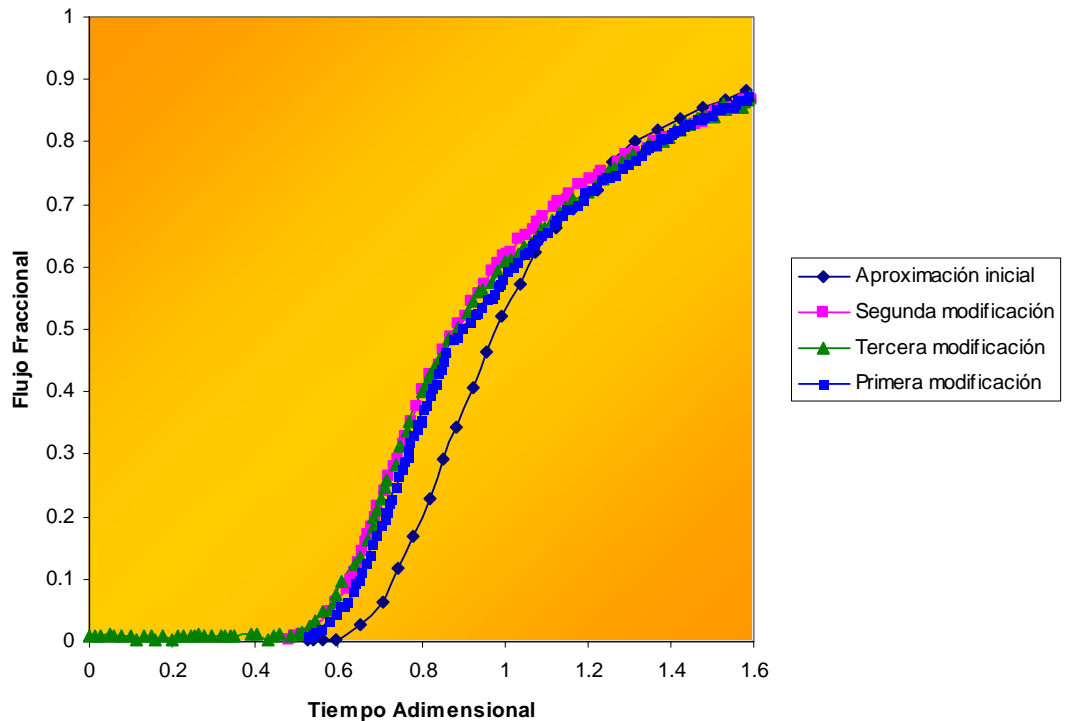
Este procedimiento puede ser repetido para relaciones de movilidades diferentes de uno obteniéndose resultados estándar de Dykstra-Parsons, donde $x_{D,k}$ es una función de la permeabilidad de los *streamline* i y k y del valor final de la relación de movilidad.

La metodología a seguir en esta aproximación involucra los siguientes pasos:

1. Obtener una permeabilidad inicial del campo mediante estimaciones o prácticas geoestadísticas.
2. Ejecutar una primera simulación sobre la permeabilidad inicial del campo. Verificar si los resultados de la simulación ajustan con los datos de campo incluyendo la curva de flujo fraccional en los pozos productores, la tasa de flujo y la presión. Si no se presenta ajuste, se debe modificar la permeabilidad de acuerdo a los pasos siguientes.
3. Trabajar sobre las *streamlines*. Calcular el *tiempo de vuelo* o el volumen poroso asociado para todas las *streamlines*. Clasificar las *streamlines* en orden ascendente según el volumen poroso.
4. Calcular la diferencia en el flujo fraccional, la tasa de flujo y la presión entre el resultado de la simulación y los datos de referencia. Relacionar diferencias en la curva de flujo fraccional para el correspondiente *streamline*
5. Resolver el sistema descrito en la ecuación 123 para calcular la modificación de la permeabilidad efectiva de cada *streamline* requerida para un buen ajuste de los datos disponibles.
6. Modificar la distribución de permeabilidad a lo largo de cada línea de flujo.
7. Repetir los pasos 2 al 6 hasta obtener un ajuste satisfactorio.

Las aplicaciones publicadas lo muestran como un método fuerte que converge rápidamente. Sin embargo, presenta la limitación que la variación de permeabilidad se hace en la misma proporción a lo largo de la línea de flujo, por lo que puede no hacer honor a la información geológica. Una forma de análisis del proceso y resultados gráficos se presenta en la figura 38.

Figura 38: Ajuste de la curva de flujo fraccional



Tomada del artículo técnico SPE 59370

○ *Procedimiento combinado de geoestadística y simulación streamline. Aproximación de Mickaele Le Ravalec-Dupin* et al (2002).* La característica esencial de esta aproximación es que una simulación del flujo no se asocia a una sola perturbación del modelo del yacimiento, sino a un grupo de perturbaciones del modelo.

Esta ventaja es una consecuencia de los dos pasos estructurados del procedimiento de ajuste.

*DUPIN, RAVALEC, DARRYL, MICKAELE H., FENWICK. "A Combined Geostatistical and Streamline-Based History-Matching Procedure". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Texas, 29 sep. 2 oct. 2002.

El primer paso hace referencia a la identificación de grupos de *streamlines* y a la estimación de correcciones o perturbaciones para agregar a las permeabilidades efectivas de estos grupos de *streamlines* en orden a reducir el desajuste entre los flujos fraccionales medidos y computados. El segundo paso es dedicado a la propagación de la corrección estimada a las permeabilidades absolutas del grid block. Durante el segundo paso, la distribución de las *streamlines* se asume como constante. Se define una función objetivo intermedia para cuantificar la discrepancia entre las permeabilidades efectivas de las *streamlines* deseadas y algunas calculadas para la permeabilidad absoluta del campo dado. En este punto, se implementa un método basado en el *gradiente* para minimizar la función objetivo intermedia y para modificar las permeabilidades absolutas del grid block usando el método de deformación gradual. Desarrollando esta metodología se obtiene la permeabilidad absoluta del campo para la cual las permeabilidades efectivas de las *streamlines* son cercanas a los valores deseados. Al mismo tiempo, la permeabilidad del campo todavía respeta la variabilidad espacial del modelo. Durante el segundo paso, no se requieren simulaciones adicionales. El algoritmo del método puede ser planteado de la siguiente forma:

1. Dibujar un modelo de yacimiento inicial respetando el variograma experimental.
2. Correr una simulación de flujo para identificar las *streamlines*; identificar grupos de *streamlines* y calcular las correcciones para agregar a las permeabilidades efectivas de estos grupos en orden a reducir el desajuste entre los flujos fraccionales medidos y computados.
3. Propagar la corrección estimada al grid block de permeabilidades absolutas. Este paso involucra una perturbación iterativa de las permeabilidades absolutas sobre la base del método de deformación gradual. Este paso no requiere ninguna simulación de flujo.
4. Volver al paso 2, si el ajuste de los flujos fraccionales no es satisfactorio.

El planteamiento matemático del método es el siguiente:

- *Corrección de las permeabilidades efectivas de las streamlines.* Esta sección se enfoca en la determinación de la corrección para agregar a las permeabilidades efectivas a lo largo de las *streamlines*. El principal propósito de este primer paso es ajustar las tasas de fluido inyectado medidas a la producción de los pozos. Este dato es especialmente sensible a la heterogeneidad del yacimiento y puede ser aprovechado para determinar vías de flujo preferenciales y barreras de flujo.

Como el error en las tasas de flujo está relacionado con el error en las permeabilidades efectivas de las *streamlines*, el ajuste debe ser mejorado variando las permeabilidades efectivas de las *streamlines*. La consideración de grupos de *streamlines* es la base fundamental para aplicar este procedimiento a modelos de yacimientos con un extenso número bloques.

La permeabilidad efectiva de un grupo de *streamlines* es un promedio armónico de las permeabilidades absolutas de los grid blocks interceptados por las *streamlines* de este grupo. Está corrección es expresada como:

$$K_i^{eff} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{sli}} \sum_{j=1}^{N_k} q_{k,j} \Delta \tau_{k,j}}{\sum_{k=1}^{N_{sli}} \sum_{j=1}^{N_k} \frac{q_{k,j} \Delta \tau_{k,j}}{k_j}} \dots\dots\dots (132)$$

Donde *i* expresa el *i*-ésimo grupo de *streamlines*. *N_{sli}* es el número de *streamlines* en el *i*-ésimo grupo y *N_k* es el número de grid blocks interceptados por el *k*-ésimo *streamline* de este grupo.

q_{kj} es la tasa de flujo para el *k*-ésimo *streamline* y el *j*-ésimo grid block interceptado. *Δτ_{kj}* es el *tiempo de vuelo* para el *k*-ésimo *streamline* a través del *j*-ésimo grid block interceptado.

Esta ecuación es una ecuación empírica basada en el promedio volumétrico a lo largo de las *streamlines*.

Para mejorar el ajuste del flujo fraccional, la permeabilidad efectiva para este grupo debe ser igual a:

$$K_{i,deseada}^{eff} = \frac{t_{i,calculada}}{t_{i,medida}} K_{i,computada}^{eff} \dots\dots\dots (133)$$

K_{i,deseada}^{eff} y *K_{i,computada}^{eff}* son las permeabilidades efectivas deseadas y computadas para el *i*-ésimo grupo de *streamlines*. *K_{i,computada}^{eff}* depende de la permeabilidad del modelo considerado mientras *K_{i,deseada}^{eff}* es el valor deseado para mejorar el

ajuste. $t_{i,medido}$ y $t_{i,computado}$ son los tiempos de ruptura asociados con el incremento Δq_i para las tasas de flujo medidas y computadas.

- *Propagación de la corrección deseada a las permeabilidades del grid block.* Una vez las permeabilidades efectivas deseadas son conocidas, esta corrección debe ser propagada a las permeabilidades absolutas del grid block.

Para hacer esto se plantea un problema de optimización intermedio basado en el gradiente, dirigido a minimizar la siguiente función objetivo intermedia:

$$FOI(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(K_{i,deseada}^{eff} - K_{i,computada}^{eff}(\kappa) \right)^2 \dots\dots\dots (134)$$

N es el número de grupos de *streamlines*. Las incógnitas de este problema de optimización no lineal son todas las permeabilidades absolutas del grid block reunidas en el vector κ . Introduciendo la técnica de parametrización gradual dentro del procedimiento de optimización se puede reducir el número de parámetros desconocidos mientras se garantiza la preservación de la variabilidad espacial del modelo. La función objetivo intermedia se define nuevamente como:

$$FOI(\rho) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(K_{i,deseada}^{eff} - K_{i,computada}^{eff}(\rho) \right)^2 \dots\dots\dots (135)$$

El vector ρ está constituido por los parámetros de la deformación gradual. Para diseñar un eficiente proceso de minimización, se necesitan las derivadas de la función objetivo intermedia relativas a los parámetros de deformación. Para esto se hace uso del cálculo del *gradiente*.

- *Cálculo del gradiente.* En el planteamiento del cálculo del gradiente se consideran dos grupos de desviaciones normales independientes llamadas interferencias Gaussianas: interferencia Gaussiana inicial z_1 e Interferencia Gaussiana complementaria z_2 . Un nuevo grupo de desviaciones normales independientes z es obtenido de la siguiente relación:

$$z(\rho) = z_1 \cos(\pi\rho) + z_2 \sen(\pi\rho) \dots\dots\dots (136)$$

Variando los parámetros de deformación ρ se puede describir una cadena de interferencia Gaussianas.

Cuando se consideran dos interferencias Gaussianas la derivada de z relativa al parámetro de deformación, se expresa como:

$$\frac{\partial z}{\partial \rho} = -\pi z_1 \text{sen}(\pi \rho) + \pi z_2 \text{cos}(\pi \rho) \dots\dots\dots (137)$$

Entonces el grupo de desviaciones z es convertido en una realización Gaussiana y con una función de covarianza C del siguiente producto de convolución:

$$y = f * z \dots\dots\dots (138)$$

La función f resulta de la descomposición de la función de covarianza como $C=f' f$, donde f' es la transpuesta de f . La derivada de y esta dada por:

$$\frac{\partial y}{\partial \rho} = f' * \frac{\partial z}{\partial \rho} \dots\dots\dots (139)$$

La siguiente relación permite convertir y en una realización normal w :

$$w = m + \sigma y \dots\dots\dots (140)$$

Y las derivadas son:

$$\frac{\partial w}{\partial \rho} = \sigma \frac{\partial y}{\partial \rho} \dots\dots\dots (141)$$

Cuando los datos fuertes (valores de permeabilidades medidos a las ubicaciones dadas) están disponibles, éstos pueden integrarse dentro la realización w empleando técnicas de Kriging.

Una realización w_c es obtenida de:

$$w_c = w_{dK} + (w - w_K) \dots\dots\dots (142)$$

El estimativo para un Kriging dual es formulado como:

$$w_K(x) = \sum_{i=1}^n p_i C(x - x_i) + m \dots\dots\dots (143)$$

En donde C es la función de covarianza, n es el número de observaciones puntuales y x es la ubicación.

La derivada de w_c es obtenida de:

$$\frac{\partial w_c}{\partial \rho}(x) = \frac{\partial w}{\partial \rho}(x) - \frac{\partial w_K}{\partial \rho}(x)$$

$$\frac{\partial w_K}{\partial \rho}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_i}{\partial \rho} C(x - x_i)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial p_i}{\partial \rho} C(x_j - x_i) = \frac{\partial w}{\partial \rho}(x) \dots\dots\dots (144)$$

w_c es transformada en un registro normal de permeabilidades de campo k mediante :

$$k = \text{Exp}(w_c) \dots\dots\dots (145)$$

El gradiente de permeabilidad está dado por:

$$\frac{\partial k}{\partial \rho} = \frac{\partial w_c}{\partial \rho} k \dots\dots\dots (146)$$

Finalmente los gradientes de permeabilidad efectiva son:

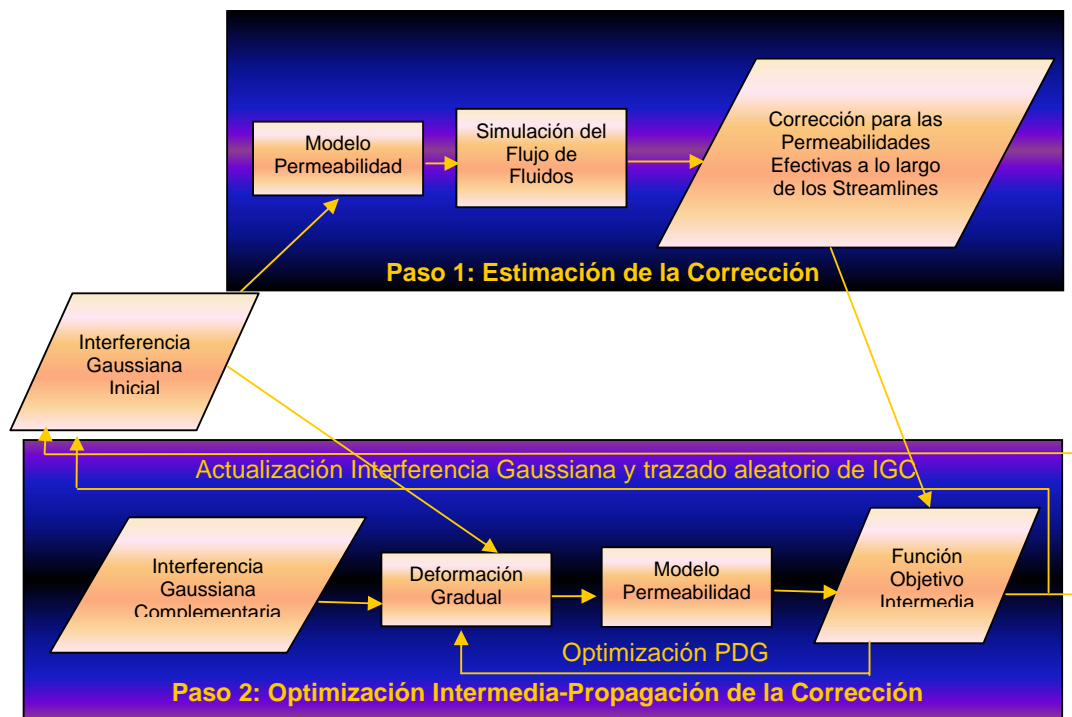
$$\frac{\partial K_i^{eff}}{\partial \rho} = K_i^{eff} \frac{\sum_{k=1}^{N_{sl}} \sum_{j=1}^{N_k} \frac{q_{k,j} \Delta \tau_{k,j}}{k_j^2} \frac{\partial k_j}{\partial \rho}}{\sum_{k=1}^{N_{sl}} \sum_{j=1}^{N_k} \frac{q_{k,j} \Delta \tau_{k,j}}{k_j}} \dots\dots\dots (147)$$

El procedimiento para realizar el problema intermedio de optimización es el siguiente:

1. Asignar un parámetro de deformación a cada grupo de *streamlines*.
2. Trazar aleatoriamente una interferencia gaussiana inicial.
3. Trazar una interferencia gaussiana complementaria independiente.
4. Combinar las anteriores interferencias gaussianas usando el método de deformación gradual y calcular los gradientes asociados.
5. Convertir las interferencias gaussianas resultantes a la permeabilidad del campo y calcular los gradientes asociados.
6. Determinar las permeabilidades efectivas de los grupos de *streamlines* asumiendo que sus geometrías son invariables. Calcular los gradientes asociados.
7. Estimar la perturbación para aplicar los parámetros de deformación a fin de reducir la función objetivo intermedia.
8. En este punto hay varias alternativas:
 - Si la FOI no es lo suficientemente pequeña y no converge, actualizar los parámetros de deformación gradual e ir al paso 4.
 - Si la FOI no es muy pequeña, pero converge, actualizar la interferencia gaussiana inicial e ir al paso 3.
 - Si no se presentan ninguna de las anteriores alternativas, se debe detener el procedimiento.

El diagrama de flujo para esta aproximación de *ajuste histórico* se presenta a continuación.

Figura 39. Diagrama de flujo para el método propuesto por Mickaele Le Ravalec Dupin y Darryl Fenwick



Tomada de DUPIN, "A Combined Geostatistical and Streamline-Based History-Matching Procedure".

o *Procedimiento de ajuste histórico asistido (AHA). Aproximación de Emanuel* et al (1998).* El *ajuste histórico asistido (AHA)* es una metodología por medio de la cual datos 3D de las *streamlines* son usados para ayudar en el proceso de *ajuste histórico*.

En general, el modelo de simulación en consideración es un modelo convencional de diferencias finitas aunque el método también aplica modelos de desplazamiento *streamline*.

El proceso AHA está basado en la suposición de que el *ajuste histórico* es alcanzado por alteración de las propiedades geológicas a lo largo de las vías de flujo que conectan pozos productores con sus fuentes de flujo. Las fuentes pueden ser pozos inyectores de agua, gas, acuíferos o capas de gas, sin embargo, el mecanismo de conducción debe ser un desplazamiento que se dé a lo largo de una vía definible.

* EMANUEL, A.S, AND MILLIKEN, W.J. "Application of 3D Streamline Simulation to Assist History Matching". SPE 49000. New Orleans. Oct 1998.

En grids muy robustos (coarse grids), un solo grid block puede interceptar el flujo de varios pozos y en este caso la aplicación del método de AHA no es muy aconsejable.

Una vez se determinan las vías de las *streamlines*, se identifican los grid blocks a través de los cuales dichas *streamlines* se mueven y entonces se asignan al productor en el cual termina la *streamline*. Se debe usar un número suficiente de *streamlines* para obtener un buen alcance de los grid blocks del modelo. Algunos grid blocks pueden ser interceptados por más de una *streamline* y en algunos casos múltiples *streamlines* a través de un grid block particular, pueden terminar en diferentes pozos. En estos casos se debe hacer una asignación de acuerdo con reglas ya determinadas. Las dos reglas aplicadas en estos casos son:

1. Asignación fundamentada en una base de prioridad predeterminada (ejemplo, tasa de producción).
2. Asignación al pozo con el mayor número de *streamlines* o la *streamline* más extensa en el grid block.

La técnica no trabaja bien para mecanismos de expansión de fluidos, expansión de roca o aumento de gas en solución debido a que estos mecanismos no definen muy bien las vías de flujo.

- *Ajuste del modelo geológico.* El simulador *streamline* es usado para determinar las vías de flujo y asignar a cada productor los grid blocks en el modelo que principalmente afectan el pozo. Una vez estos grid blocks son identificados, se hace necesario determinar e implementar los cambios para lograr el ajuste histórico deseado.

- *Permeabilidad.* La permeabilidad del bloque es probablemente el parámetro que con mayor frecuencia se cambia durante el *ajuste histórico*. Esto es lógico ya que la permeabilidad generalmente tiene el efecto más fuerte sobre el flujo de fluidos y al mismo tiempo es el parámetro menos conocido. Los multiplicadores convencionales para las permeabilidades horizontales y verticales están implementados en el método. Los multiplicadores horizontales y verticales de permeabilidad pueden ser diferentes, consecuentemente, la relación de permeabilidades K_v/K_h puede ser asignada sobre una base pozo por pozo.

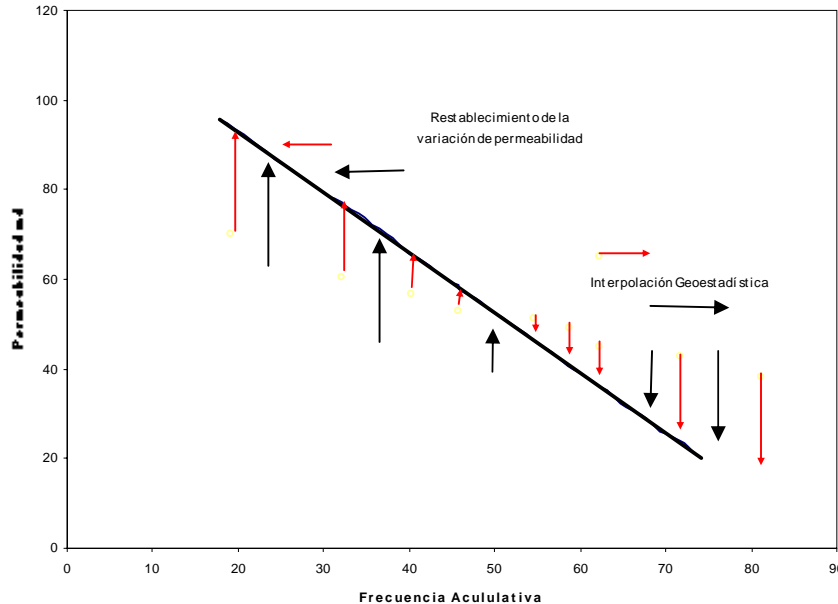
En adición a los multiplicadores de permeabilidad, el método incorpora cambios sistemáticos a la heterogeneidad de la distribución de permeabilidad.

Construido sobre una aproximación 2D de Emanuel y Milliken, el método usa parámetros de Dykstra-Parsons como una medida de la heterogeneidad. Para cada columna vertical a lo largo de la vía de flujo del pozo, se analizan los grid blocks conectados al pozo y se determina un coeficiente característico de Dykstra-Parsons. Las permeabilidades son entonces ajustadas para hacer coincidir el nuevo coeficiente de Dykstra-Parsons. La figura 40 presenta una ilustración de la técnica de re-normalización empleada.

En lugar de multiplicar la permeabilidad por un factor específico, está puede ser alterada volviendo a derivar la transformada porosidad-permeabilidad.

Específicamente el método calcula la distribución de permeabilidad-porosidad desde los datos de entrada y permite al usuario reconstruir la distribución de permeabilidad de entrada usando un estimativo diferente (alto o bajo) de la transformada de permeabilidad-porosidad. La técnica minimiza el peligro inherente en la aplicación de un factor de multiplicación que genere valores de permeabilidad inconsistentes con la porosidad del yacimiento.

Figura 40: Ilustración de la técnica de renormalización basada en la caracterización de Dykstra-Parsons.



Tomada de EMANUEL, A.S, AND MILLIKEN, W.J. "Application of 3D Streamline Simulation to Assist History Matching". SPE 49000.

- *Porosidad.* El método también ha sido diseñado para realizar cambios a la porosidad o al volumen poroso del modelo. Dos tipos de cambios pueden ser hechos:

- Cambios que preservan el volumen
- Cambios que no preservan el volumen.

En el primer caso, se asignan los multiplicadores pozo por pozo para incrementar o disminuir la porosidad. Dichos cambios pueden afectar el volumen poroso total del modelo.

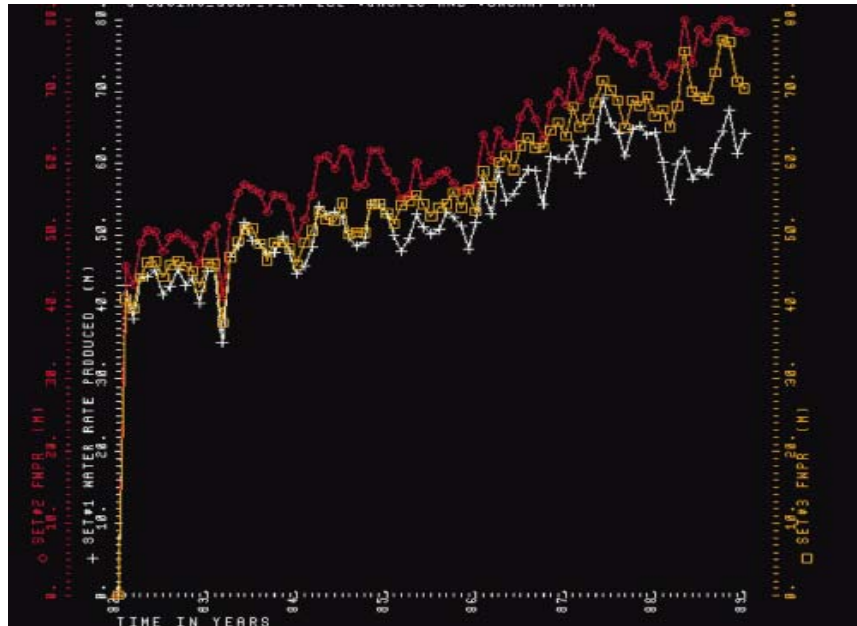
En el segundo caso, se implementa una técnica de re-normalización. En este caso, el volumen poroso se incrementa a lo largo de las *streamlines* conectadas a ciertos productores, pero el volumen poroso total es preservado por re-normalización.

- *Asignaciones regionales.* Finalmente, la técnica AHA es idealmente conveniente para asignar regiones de propiedades al modelo teniendo en cuenta cada pozo. En este método, todos los grid blocks asociados con un pozo en particular son simplemente asignados a la región designada por ese pozo.

La decisión de determinar el tipo y grado de cambios que deben ser hechos al modelo todavía dependen de la experiencia del ingeniero de simulación. Sin embargo, incorporando la metodología *streamline*, el proceso del *ajuste histórico* se ve ampliamente simplificado. La experiencia ha demostrado que se pueden alcanzar ajustes satisfactorios en menor tiempo de lo que tardaría realizar el proceso por métodos convencionales. Un ejemplo de esto puede apreciarse en la figura 41 en donde la línea blanca representa el corte histórico de agua para el periodo de interés, la línea roja representa el ajuste histórico realizado por métodos convencionales y la línea naranja el nuevo método de AHA. En ella puede observarse que se obtienen excelentes resultados mediante la aplicación del AHA, aún sobre los resultados del método tradicional.

- *Guías para la selección de los parámetros.*
 - *Multiplicadores de grid block.* Los multiplicadores convencionales para permeabilidad horizontal incrementan o disminuyen la conectividad entre la fuente y el productor. Un incremento en la permeabilidad normalmente resulta en tiempos tempranos de ruptura del fluido desplazado y un gran mantenimiento de la presión.

Figura 41. Resultados del ajuste histórico para el corte de agua empleando un método convencional y el método de AHA.



Tomada del artículo técnico SPE 49000.

Multiplicadores para la porosidad incrementan o disminuyen la cantidad relativa de volumen de yacimiento entre el productor y la fuente, y ocasionan un efecto opuesto sobre el tiempo de ruptura.

En contraste al efecto directo de la permeabilidad horizontal, la permeabilidad vertical influye fuertemente en la importancia de las fuerzas viscosas y gravitatorias en el proceso de desplazamiento.

Incrementos en la permeabilidad vertical dan como resultado un gran efecto de segregación gravitacional. Esto generalmente mejora la eficiencia de barrido si el yacimiento tiene una pendiente considerable. Disminuciones en la permeabilidad vertical mejora el flujo estratificado y éste tiende a incrementar los efectos de heterogeneidad y digitación.

- *Transformada porosidad-permeabilidad.* Grandes cambios a la permeabilidad pueden generar pares de valores de porosidad-permeabilidad que tienden al rango máximo de los valores medidos. La asignación de una alta permeabilidad a un grid block de baja porosidad puede también inducir a inestabilidades numéricas en la solución de saturación. Un cambio a la transformada de porosidad-permeabilidad reduce la posibilidad de que ocurran este tipo de problemas.

- *Índices de heterogeneidad.* Para modelos de yacimientos caracterizados por permeabilidades correlacionadas, incrementos en la heterogeneidad (incrementos en el coeficiente de Dykstra-Parsons) inducen a rupturas tempranas y reducen la eficiencia de barrido. Para distribuciones de permeabilidades aleatorias, incrementos en la heterogeneidad demoran el tiempo de ruptura ya que se crean vías tortuosas para el desplazamiento del *fluido*.

5. SIMULADORES COMERCIALES STREAMLINE.

Los principales programas de simulación *streamline* comercialmente disponibles son:

- 3DSL de StreamSim Technologies.Inc.
- Frontsim de Schlumberger

El modelo Streamsim fue desarrollado por la Universidad de Stanford y es conocido como 3DSL. El modelo de *streamline* de Schlumberger hace parte del conocido programa de simulación Eclipse.

A continuación se presentaran algunas generalidades y características particulares de cada uno de éstos simuladores. No obstante, se profundizara un poco más en el simulador Frontsim de Schlumberger por ser el simulador *streamline* con el que se cuenta en la facultad.

5.1 SIMULADOR 3DSL STREAMSIM TECHNOLOGIES.INC.

3DSL^{*} es el simulador *streamline* más avanzado de la industria y representa una herramienta novedosa en la simulación de yacimientos altamente heterogeneos. 3DSL permite la simulación rápida de modelos ampliamente extensos y completos en computadores personales.

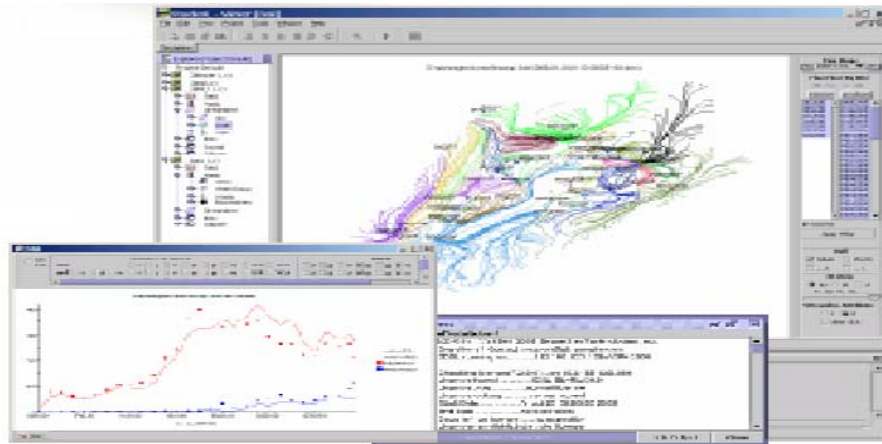
Es particularmente eficiente en el modelamiento y estudio de diversos tipos de desplazamientos y está diseñado para simular modelos constituidos por millones de celdas con miles de pozos y muchos años de historia, desarrollando la simulación en tiempos de ejecución aceptables y reduciendo los costos en PC. 3DSL es un simulador de aceite negro que trabaja con sistemas trifásicos en tres dimensiones y se extiende a sistemas compresibles de aceite negro.

^{*}MANUAL SIMULADOR 3DSL. STREAMSIM TECHNOLOGIES INC. Version 2.20 Agosto 2004.

5.1.1 *Características básicas del simulador 3DSL.* Como ya se mencionó, el modelo implementado por 3DSL es un modelo de tres fases, tridimensional que tiene en cuenta la gravedad y permite cualquier combinación de compresibilidad entre las tres fases presentes. El gas puede estar presente en la fase aceite, y por otra parte el gas libre y el agua son consideradas fases independientes. Un sin número de desplazamientos pueden ser modelados mediante la formulación 3DSL, entre los que se pueden mencionar:

- Flujo Trazador
- Flujo Miscible
- Flujo Inmiscible
- Flujo Trifásico con Aceite Vivo
- Sistemas de Porosidad Dual

Figura 42. Bosquejo del entorno del simulador 3DSL.



Tomada del simulador 3DSL.

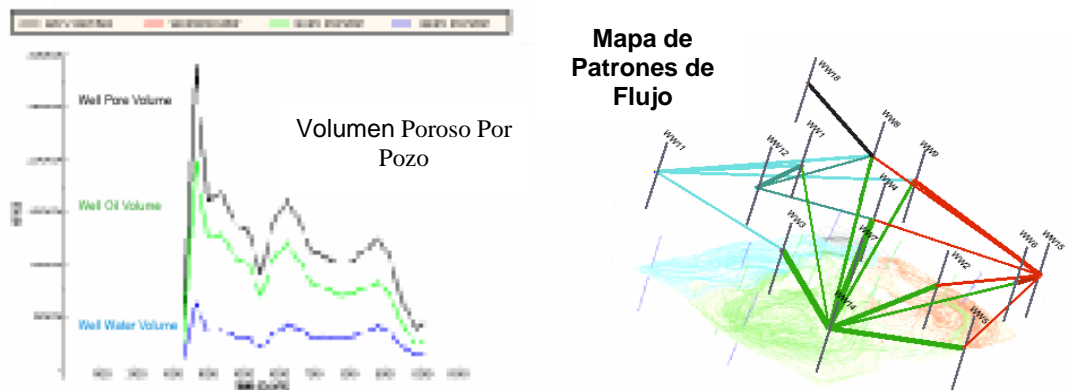
Dependiendo de la complejidad geológica del yacimiento, el simulador 3DSL trabaja sistemas de punto centrado, punto distribuido, grids estructurales o configuraciones estrictamente cartesianas con bloques activos e inactivos.

Trabaja sobre curvas de permeabilidades relativas en tres fases y permite definir por regiones el yacimiento. Tiene en cuenta aspectos intrínsecos a la configuración de cada uno de los pozos como la presencia de pozos verticales, horizontales, desviados y completamientos o trabajos de work-over practicados a los pozos pertenecientes al dominio de interés.

Una característica importante del simulador 3DSL es su producción de nuevos datos adicionales asociados con las *streamlines* que pueden ser fundamentales en el estudio y predicción del comportamiento del campo. Entre éstos datos se encuentran los factores de ubicación de pozos y los volúmenes porosos asociados a cada pozo. Los factores de ubicación de pozos identifican el desplazamiento de los fluidos producidos debido a los volúmenes inyectados y son usados por el simulador para construir gráficas eficientes y mapas de patrones de flujo como puede observarse en la figura 43. Los volúmenes porosos relacionados con cada pozo cuantifican la presencia de fluidos sobre cada dominio de los pozos y la extensión areal de las regiones de inyección y producción.

En cuanto a las características operativas del simulador 3DSL es sencillo de operar y su programación está basada en la utilización de keywords. Es compatible con otros formatos de simuladores como Gocad y Eclipse. Para un análisis e información más detallada sobre este simulador se puede consultar en su página oficial www.streamsim.com en donde se dispone del manual para usuario general, demos gratuitos y de una amplia variedad de artículos técnicos asociados con el tema.

Figura 43. Representaciones gráficas construidas a partir de los datos arrojados por el simulador 3DSL.



Tomada del simulador 3DSL.

5.2 SIMULADOR FRONTSIM. ECLIPSE- SCHLUMBERGER

Este simulador *streamline* es el más conocido y el más usado en el modelamiento de yacimientos por el gran dominio que se tiene sobre la plataforma Eclipse en el medio ingenieril. Su característica fundamental como ocurre con todos los simuladores *streamline* es su habilidad para poder visualizar las vías de flujo en el yacimiento y las relaciones entre pozos productores e inyectores. Su programación y ejecución guarda el núcleo básico de los simuladores Eclipse, es decir el planteamiento de la simulación se desarrolla mediante keywords específicos similares a los empleados en Eclipse 100.

FRONTSIM^{*} es un simulador de yacimientos basado en una formulación tipo IMPES (implícita la presión y explícita la saturación) y en un concepto de seguimiento del frente para la determinación de las saturaciones.

Como ya se mencionó, la ecuación de presión es resuelta implícitamente a través de un método de diferencias finitas y dependiendo de la estructura del grid se pueden emplear volúmenes de control o formulaciones estándar sobre el método.

Por otra parte una vez definida la distribución de presiones, las saturaciones para cada una de las *streamlines* a determinados tiempos son encontradas mediante un procedimiento de seguimiento del frente sobre una escala macro en el yacimiento.

FRONTSIM conserva la estructura matemática y procedimental ya planteada en el capítulo 3 en donde cada *streamline* trazado representa una tasa volumétrica constante y actúa como un espacio unidimensional para hallar saturaciones.

5.2.1 Características básicas de Frontsim.

- Trabaja especialmente sistemas bifásicos, aunque existe una versión disponible para trabajar sistemas de tres fases.
- Es ampliamente aplicado en modelamiento de procesos de trazadores y flujo inmiscible.
- Trabaja sistemas compresibles e incompresibles.

^{*}MANUAL ECLIPSE FRONTSIM GEOQUEST.SCHLUMBERGER. 2001.

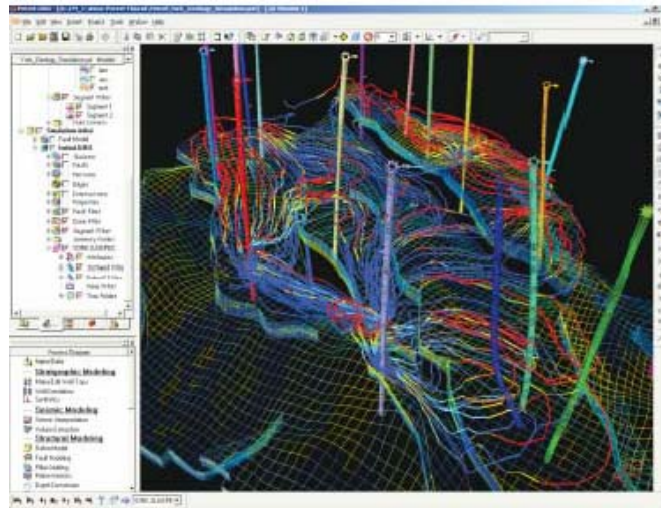
- Tiene en cuenta efectos de gravedad.
- Ampliamente flexible en el manejo de geometrías de grid de punto distribuido.
- Por su naturaleza no presenta dispersión numérica ni efectos del grid.
- Trabaja un óptimo refinamiento local del grid.
- Tiene en cuenta aspectos altamente heterogéneos y de anisotropía geológica, así como datos petrofísicos que ayudan a una mejor descripción del yacimiento.
- Incluye tensores completos de permeabilidades y multiplicadores de transmisibilidad, lo cual es básico en el trabajo de grids no ortogonales.
- La ecuación de presión es resuelta mediante métodos iterativos preconditionados.
- Ecuación de saturación resuelta mediante un método de seguimiento del frente sobre *streamlines* tridimensionales.
- Trabaja tasas de inyección o producción variables controladas por pozo, grupo o a nivel de campo.
- Permite el recálculo automático o definido por el usuario de las *streamlines* o de la distribución de presión.
- Brinda la opción de especificaciones regionales de la presión y de los fluidos presentes en el sitio.
- Trabaja como herramienta de clasificación de posibles modelos geológicos, reduciendo la incertidumbre en términos de la valoración del comportamiento dinámico del yacimiento.
- Maneja adecuadamente procesos de *upscaling*, reduciendo cuidadosamente el número de celdas y permitiendo simular yacimientos completos.
- Define claramente relaciones entre inyectores y productores y cuales no están contribuyendo en el desarrollo del campo. Así mismo, permite la identificación de áreas de posible interés.
- Trabaja con procesos de *Ajuste Histórico Asistido*.
- Su programación es mediante keywords y posee un formato libre para la entrada de archivos de datos.

5.2.2 *Estructura de una simulación Frontsim.* Como todos los simuladores Eclipse, FRONTSIM posee la siguiente secuencia estructural para su programación:

- *RUNSPEC:* Es una sección requerida, en donde se especifican el nombre del proyecto, las dimensiones del problema, cambios a realizar y número de fases presentes entre muchas otras características.
- *GRID:* Sección requerida donde se especifica la geometría del grid computacional y su esquema de distribución; así mismo se definen ciertas propiedades de la roca como porosidades y permeabilidades absolutas entre otras.
- *EDIT:* Sección en la que se realizan modificaciones a los valores de volúmenes porosos calculados, profundidades de los nodos centrales y transmisibilidades. Es de carácter opcional en la simulación. Sus keywords son algunas de las empleadas en la sección GRID y desempeñan la misma función.
- *PROPS:* Sección de carácter requerido en FRONTSIM. En ella se especifican tablas de propiedades de la roca y de los fluidos como función de la presión y de la saturación (densidad, viscosidad, permeabilidades relativas, etc.).
- *REGIONS:* Su función es dividir el grid computacional en regiones para calcular propiedades PVT (densidades y viscosidades), propiedades de saturación (Permeabilidades relativas), condiciones iniciales y determinar por zonas el comportamiento del flujo y el OOIP. Si el yacimiento presenta variaciones en sus propiedades por zonas es aconsejable emplear esta sección. En su definición emplea los mismos keywords de la sección EDIT y algunos adicionales.
- *SOLUTION:* Sección de carácter requerido en donde se especifican las condiciones iniciales del yacimiento y de los fluidos presentes.
- *SUMMARY:* Esta sección no es empleada por FRONTSIM.
- *SCHEDULE:* Especifica las operaciones a ser simuladas, condiciones y los tiempos a los cuales se exigen reportes de los resultados arrojados por el simulador.

Para un mejor desarrollo de la simulación es aconsejable seguir la secuencia de secciones anteriormente descrita. La programación de la estructura del problema de simulación puede desarrollarse en el block de notas o directamente en ECLIPSE OFFICE y posteriormente correrse en el entorno del simulador.

Figura 44. Bosquejo del entorno del simulador FRONTSIM.



Tomada del simulador Frontsim.

La visualización gráfica de los resultados arrojados por FRONTSIM pueden observarse mediante la herramienta GRIDSIM de ECLIPSE.

Para una información más detallada sobre el funcionamiento y planteamiento de estas secciones y keywords el lector puede dirigirse directamente al manual del usuario ECLIPSE-FRONTSIM 2001A que se encuentra en el paquete de Simulación de ECLIPSE.

6. ULTIMOS AVANCES EN SIMULACIÓN STREAMLINE.

6.1 YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

La simulación *streamline* ha demostrado ser exitosa en el modelamiento de yacimientos que presentan un único sistema de porosidad. Sin embargo, debido a sus características, la simulación *streamline* puede ser fácilmente adaptable a modelos de porosidad dual mediante el uso e implementación de funciones de transferencia entre la matriz y la fractura en las ecuaciones básicas que constituyen el modelo matemático *streamline*. De esta forma, los sistemas matriz y fractura son tratados en forma independiente, trazando en cada uno de ellos grupos de *streamlines*. Entre los múltiples autores que han estudiado y desarrollado esta metodología de aplicación a sistemas fracturados se encuentran Ahmed H Al-Huthali^{*} et al (2004) quienes a su vez han centrado sus investigaciones en la aplicación de funciones de transferencia estudiadas por autores como Kazemi^{**}, Sonier^{***} y Litvat^{****} entre otros.

6.1.1 *Formulación matemática modelo streamline en YNF.* En yacimientos naturalmente fracturados pueden presentarse los siguientes sistemas:

- ✓ DPDP (Sistema de porosidad dual y doble permeabilidad): se presenta cuando los sistemas fractura y matriz interactúan entre sí y en cada uno de ellos se presenta almacenamiento y flujo de fluidos.
- ✓ DPSP (Sistema de porosidad dual y única permeabilidad): Se presenta cuando la fractura además de almacenar fluidos es la única vía principal de flujo. La matriz solo alberga fluidos.
- ✓ SPSP (Sistema de única porosidad y única permeabilidad): Se presenta cuando el almacenamiento y el flujo de fluidos solo ocurre a través de la fractura.

Con base en estas consideraciones Ahmed Al-Huthali y Datta-Gupta (2004) formularon las siguientes ecuaciones para la determinación de presiones y saturaciones en YNF empleando simulación *streamline*:

^{*} AL-HUTHALI, ARAMCO, AHMED, SAUDI, DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation of Water Injection in Naturally Fractured Reservoirs". Symposium on Improved Oil Recovery. Oklahoma. 17-21 abril. 2004. SPE N° 89443.

^{**} KAZEMI, H. "Analytical and Numerical Solution of Oil Recovery from Fractured Reservoirs with Empirical Transfer Functions". SPEJ. May 1992. Pág 219.

^{***} SONIER, F. "Numerical Simulation of Naturally Fractured Reservoirs". SPE 15627. New Orleans. Oct 1986.

^{****} LITVAK, B.L. "Simulation and Characterization of Naturally Fractured Reservoirs". Dallas. April 29-May 1 1985.

○ *Presiones.*

- ✓ DPDP: Las *streamlines* deben ser trazadas tanto para el sistema matriz como para el sistema fractura.

$$\text{Fractura: } \nabla \cdot k_f \cdot (\lambda_{tf} \nabla P_f + \lambda_{gf} \nabla \vec{Z}) + \Gamma_t = -q_{sf} \dots\dots\dots (148)$$

$$\text{Matriz: } \nabla \cdot k_m \cdot (\lambda_{tm} \nabla P_m + \lambda_{gm} \nabla \vec{Z}) - \Gamma_t = -q_{sm} \dots\dots\dots (149)$$

Donde la movilidad total λ_t y la movilidad debida a la gravedad λ_g se expresan como:

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \lambda_o + \lambda_w \\ \lambda_g &= \lambda_{og} + \lambda_{wg} \dots\dots\dots (150) \end{aligned}$$

Y la función de transferencia total Γ_t está dada por:

$$\Gamma_t = \Gamma_o + \Gamma_w \dots\dots\dots (151)$$

- ✓ DPSP: En esta ecuación el término de transferencia no afecta la trayectoria de las *streamlines*, ya que este se da en igual magnitud en la matriz. Las *streamlines* solo se trazan para el sistema fractura.

$$\text{Sistema Fractura: } \nabla \cdot k_f \cdot (\lambda_{tf} \nabla P_f + \lambda_{gf} \nabla \vec{Z}) = -q_{sf} \dots\dots (152)$$

○ *Saturaciones en función del Tiempo de vuelo.*

- ✓ DPDP

$$\text{Fractura: } \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + \frac{\partial f_{wf}}{\partial \tau_f} + \frac{\nabla \cdot \vec{G}_f}{\phi_f} + \frac{\Gamma_w}{\phi_f} = 0 \dots\dots\dots (153)$$

Matriz:
$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t} + \frac{\partial f_{wm}}{\partial \tau_m} + \frac{\nabla \cdot \vec{G}_m}{\phi_m} + \frac{\Gamma_w}{\phi_m} = 0 \dots\dots\dots (154)$$

✓ DPSP

Fractura: Ecuación 152

Matriz:
$$\Gamma_w = \phi_m \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} \dots\dots\dots (155)$$

✓ SPSP

Fractura:
$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} + \frac{\nabla \cdot \vec{G}}{\phi} = 0 \dots\dots\dots (156)$$

Como puede observarse, las ecuaciones para distribución de saturación llevan implícita la determinación de funciones de transferencia matriz-fractura. Estas funciones de transferencia pueden ser convencionales o empíricas.

• *Funciones de Transferencia Convencionales.*

✓ DPDP:

Fase Agua:
$$\Gamma_w = F_s k_m \lambda_{wmf} (P_{wf} - P_{wm}) \dots\dots\dots (157)$$

Fase aceite:
$$\Gamma_o = F_s k_m \lambda_{omf} (P_{of} - P_{om}) \dots\dots\dots (158)$$

Donde

$$P_{wf} = P_{of} - P_{cf}$$

$$P_{wm} = P_{om} - P_{cm} \dots\dots\dots (159)$$

F_s es el factor de forma que define la conectividad entre la fractura y los bloques de la matriz que rodean dicha fractura. Matemáticamente se expresa como:

$$F_s = 4 \left(\frac{1}{I_x^2} + \frac{1}{I_y^2} + \frac{1}{I_z^2} \right) \dots\dots\dots (160)$$

Y λ_{wmf} y λ_{omf} representan las relaciones de movilidad entre los sistemas matriz-fractura para cada una de las fases.

✓ DPSP:

$$\Gamma_w = F_s k_m \frac{\lambda_{wmf} \lambda_{omf}}{\lambda_{wmf} + \lambda_{omf}} (P_{cm} - P_{cf}) \dots\dots\dots (161)$$

• *Funciones de Transferencia Empíricas.* Este tipo de funciones de transferencia son usadas cuando la imbibición contra corriente es la fuerza que domina el desplazamiento de aceite desde la matriz; no obstante solo pueden aplicarse en sistemas DPSP. En este caso la función se define como:

✓ DPSP:

$$\Gamma_w @ S_w=1 = Q_\infty \omega e^{-\omega t} \dots\dots\dots (162)$$

Donde ω es una tasa constante determinada en laboratorio y definida como el recíproco del tiempo requerido para que la matriz libere el 63% del aceite recuperable.

DeSwaan propuso de igual forma la siguiente función de transferencia empírica:

$$\Gamma_w = Q_\infty \omega \int_0^t e^{-\omega(t-\varepsilon)} \frac{\partial S_{wf}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \dots\dots\dots (163)$$

Otro aspecto importante a considerar en este tipo de yacimientos es la influencia de la gravedad en el sistema matriz-fractura, como puede observarse en la figura 45, hecho que puede ocasionar movimiento de fluidos.

En estos casos, los autores Ahmed Al-Huthali y Datta-Gupta (2004) han planteado las siguientes ecuaciones para el cálculo de funciones de transferencia:

✓ DPSP:

$$\Gamma_w = F_s k_m \frac{\lambda_{wmf} \lambda_{omf}}{\lambda_{omf} + \lambda_{wmf}} (P_{cm} - P_{cf} + \Delta P_{gh}) \dots\dots\dots (164)$$

Donde la influencia de la gravedad ΔP_{gh} , y la saturación de agua normalizada en el sistema fractura y en la matriz, S_{wnf} y S_{wnm} respectivamente son determinadas de la siguiente forma:

$$\Delta P_{gh} = L_z (S_{wnf} - S_{wnm}) (\rho_w - \rho_o) g$$

$$S_{wnf} = \frac{S_{wf} - S_{wcf}}{1 - S_{orf} - S_{wcf}}$$

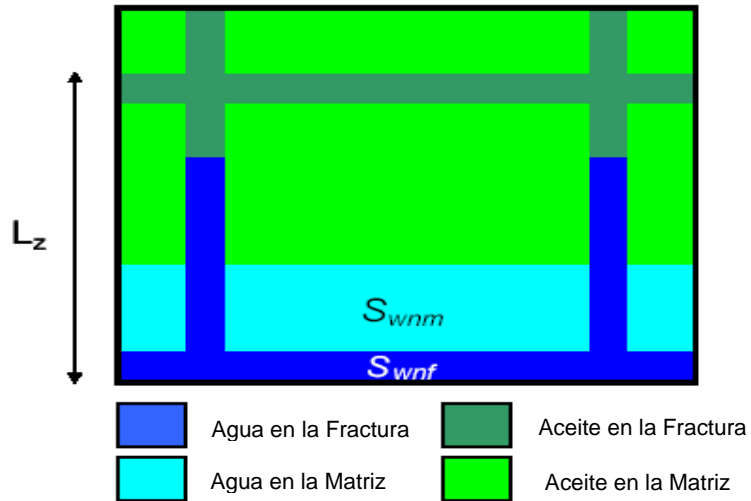
$$S_{wnm} = \frac{S_{wm} - S_{wcm}}{1 - S_{orm} - S_{wcm}} \dots\dots\dots (165)$$

6.1.2 Soluciones Numéricas a las Ecuaciones de Saturación.

✓ DPDP:

Para resolver las ecuaciones 153 y 154 para los sistemas matriz-fractura, Ahmed Al-Huthali y Datta-Gupta (2004) plantearon dividir dichas ecuaciones en dos secuencias: primero resolver un paso convectivo y después un paso correctivo. El paso convectivo incluye la evolución de la saturación a lo largo de las streamlines debido a las fuerzas viscosas. El paso correctivo incorpora el término de transferencia entre los sistemas matriz-fractura. Estos pasos matemáticamente son definidos como:

Figura 45. Efecto de la gravedad en un bloque de la matriz rodeado por fracturas parcialmente llenas de agua.



Tomada del artículo técnico SPE 89443.

Paso Convectivo:

$$\frac{\partial S_{wf}}{\partial t_1} + \frac{\partial f_{wf}}{\partial \tau_f} = 0 \dots\dots\dots (166)$$

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t_1} + \frac{\partial f_{wm}}{\partial \tau_m} = 0 \dots\dots\dots (167)$$

Paso Correctivo:

$$\frac{\partial S_{wf}}{\partial t_2} + \frac{\Gamma_w}{\phi_f} = 0 \dots\dots\dots (168)$$

$$\frac{\partial S_{wf}}{\partial t_2} + \frac{\Gamma_w}{\phi_m} = 0 \dots\dots\dots (169)$$

Para resolver las anteriores ecuaciones se emplea un esquema explícito de diferencias finitas para discretizar los términos convectivos en los sistemas fractura y matriz.

Sistema Fractura:

$$S_{wf,i}^{n+1} - S_{wf,i}^n = -\Delta t \frac{f_{wf,i}^n - f_{wf,i-1}^n}{\Delta \tau_f} \dots\dots\dots (170)$$

Sistema Matriz:

$$S_{wm,i}^{n+1} - S_{wm,i}^n = -\Delta t \frac{f_{wm,i}^n - f_{wm,i-1}^n}{\Delta \tau_m} \dots\dots\dots (171)$$

Donde i representa los nodos a lo largo de las streamlines.

De igual forma se emplea el mismo esquema numérico para resolver el paso correctivo en los sistemas matriz y fractura.

$$S_{wf,i}^{n+1} - S_{wf,i}^n = -\Delta t \left\{ \left(\frac{F_s k_m}{\phi_f} \right)_i \left(\frac{\lambda_{wmf} \lambda_{omf}}{\lambda_{omf} + \lambda_{wmf}} \right)_i^n (P_{cm} - P_{cf})_i^n \right\} \dots\dots (172)$$

Donde i representa el número de grid blocks para el paso correctivo.

Las saturaciones de la fractura y de la matriz pertenecientes al paso convectivo son trazadas sobre el grid y usadas como condiciones iniciales para el paso correctivo. Para trazar la saturación de los sistemas fractura y matriz en el grid se han propuesto las siguientes ecuaciones:

Saturación Promedio en la Fractura:

$$S_{wf,grid} = \frac{\sum_{i=1}^{nsl} S_{wf,i} \Delta \tau_{f,i}}{\sum_{i=1}^{nsl} \Delta \tau_{f,i}} \dots\dots\dots (173)$$

Saturación Promedio en la Matriz:

$$S_{wm,grid} = \frac{\sum_{i=1}^{nsl} S_{wm,i} \Delta\tau_{m,i}}{\sum_{i=1}^{nsl} \Delta\tau_{m,i}} \dots\dots\dots (174)$$

En esta ecuación *nsl* es el número de streamlines que pasan a través de un grid block y $\Delta\tau$ es el *tiempo de vuelo* a través de dicho grid block.

✓ DPSP:

En este tipo de sistemas las streamlines son generadas y trazadas únicamente en el sistema fractura. Dependiendo de si en el planteamiento se emplean funciones de transferencia convencionales o empíricas las ecuaciones para determinar saturación en los sistemas matriz y fractura son las que se presentan a continuación:

Funciones de transferencia convencionales (CTF):

Saturación en la Fractura:

$$S_{wf,i}^{n+1} - S_{wf,i}^n = -\Delta t \left\{ \frac{f_{wf,i}^n - f_{wf,i-1}^n}{\Delta\tau_f} + \left(\frac{F_s k_m}{\phi_f} \right)_i \left(\frac{\lambda_{wmf} \lambda_{omf}}{\lambda_{omf} + \lambda_{wmf}} \right)_i^n (P_{cm} - P_{cf})_i^n \right\} (175)$$

Saturación en la Matriz:

$$S_{wm,i}^{n+1} - S_{wm,i}^n = -\Delta t \left\{ \left(\frac{F_s k_m}{\phi_f} \right)_i \left(\frac{\lambda_{wmf} \lambda_{omf}}{\lambda_{omf} + \lambda_{wmf}} \right)_i^n (P_{cm} - P_{cf})_i^n \right\} \dots\dots (176)$$

Funciones de transferencia empíricas (ETF):

Saturación en la Fractura:

$$S_{wf,i}^{n+1} - S_{wf,i}^n = \left\{ - \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{Q_\infty \omega}{\phi_f} e^{-\omega \Delta t} \right)^{-1} \left(\frac{f_{wf,i}^n - f_{wf,i-1}^n}{\Delta \tau_f} + \frac{Q_\infty \omega}{\phi_f} SUM^{n-1} e^{-\omega \Delta t} \right) \right\} \quad (177)$$

$$SUM^{n-1} = [SUM^{n-2} + (S_{wf,i}^n - S_{wf,i}^{n-1})] e^{-\omega \Delta t} \quad \text{para } n \geq 1$$

$$SUM^{n-1} = 0$$

Saturación en la Matriz:

$$S_{wm,i}^{n+1} - S_{wm,i}^n = -\Delta t \left\{ \left(\frac{Q_\infty \omega}{\phi_f} SUM^{n-1} e^{-\omega \Delta t} \right) \right\} \dots\dots\dots (178)$$

De igual forma como ocurre en el sistema DPDP la saturación de agua en el sistema fractura a lo largo de las streamlines puede ser trazada sobre el grid empleando la ecuación 173. Por su parte la saturación en la matriz a lo largo de las streamlines puede ser trazada sobre los grid blocks usando el siguiente promedio aritmético:

$$S_{wm,grid} = \frac{1}{nsl} \sum_{i=1}^{nsl} S_{wm,i} \dots\dots\dots (179)$$

Aunque muchos autores han desarrollado métodos alternos para tratar este tipo de yacimientos altamente complejos, este es el planteamiento básico que se realiza en el estudio de yacimientos naturalmente fracturados empleando la simulación *streamline*. Un estudio bastante detallado en cuanto al uso de las Funciones de Transferencia en Yacimientos Naturalmente fracturados puede observarse en los artículos técnicos escritos por Di-Donato* et al.

* DONATO, GINEBRA, BLUNT, MARTIN. "A Streamline-Based Dual Porosity Simulator for Fracture Flow Simulation". ITF Project. Jun. 9 2003.
 DONATO, GINEBRA, HUANG, WENFEN, BLUNT, MARTIN. "Streamline-Based Dual Porosity Simulation of Fractured Reservoirs". Annual Technical Conference and Exhibition. Colorado, 5 – 8 Oct 2003. SPE N° 84036.

6.2 NUEVOS MÉTODOS DESARROLLADOS PARA MANEJAR FLUJO COMPRESIBLE EN SIMULACIÓN STREAMLINE

Con miras a ampliar la aplicabilidad de la simulación *streamline*, Ingebrigtsen* et al (1999) desarrollaron dos novedosos métodos para adaptar sistemas compresibles en la formulación streamline. Los métodos planteados se describen a continuación.

Considérese flujo de tres fases compresibles en un medio poroso. Por simplicidad los efectos de gravedad y las fuerzas capilares son despreciables.

Asumiendo una fase agua, una fase aceite, y fase gas de tal forma que una parte del gas está disuelta en la fase aceite, mientras que la otra se presenta como una fase libre. Las ecuaciones de conservación para cada componente son:

$$\frac{\partial(\phi s_w b_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (b_w f_w \vec{v}_t) = q_w \dots\dots\dots (180)$$

$$\frac{\partial(\phi s_o b_o)}{\partial t} + \nabla \cdot (b_o f_o \vec{v}_t) = q_o \dots\dots\dots (181)$$

$$\frac{\partial(\phi (s_g b_g + R_s s_o b_o))}{\partial t} + \nabla \cdot (b_g f_g \vec{v}_t + R_s s_o f_o \vec{v}_t) = q_g \dots\dots\dots (182)$$

Sumando las ecuaciones de conservación para cada componente se obtiene la ecuación de presión:

$$C_t \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v}_t = Q - b \cdot \nabla P \dots\dots\dots (183)$$

Donde \vec{v}_t es la velocidad de Darcy y esta dada por:

$$\vec{v}_t = -\lambda_t \nabla P \dots\dots\dots (184)$$

* INGEBRIGTSEN, L., BRATVEDT, F., BERGE, J. "A Streamline Based Approach to Solution of Three-Phase Flow". Reservoir Simulation Symposium Held in Houston. Texas 14-17 Feb. 1999. SPE N° 51904.

6.2.1 *Método Secuencial.* Con este método se desea obtener una expresión explícita para cada una de las saturaciones de las fases. La ecuación para el componente del gas contiene un tiempo derivado de la saturación de aceite.

Para eliminar este término se asume que la cantidad de gas en el aceite debe ser constante en el tiempo. Si se asume que la porosidad es constante en el tiempo se obtiene una expresión para la saturación del gas de la siguiente forma:

$$\phi b_g \frac{\partial s_g}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \nabla (b_g f_g) + (b_g f_g) \nabla \cdot \vec{v}_t + b_o f_o v_t \cdot \nabla R_s = q_g \dots\dots\dots (185)$$

Despreciando el término $\nabla \cdot \vec{v}_t$ a lo largo de las streamlines en la ecuación anterior y aplicando un operador igualdad finalmente se obtienen las ecuaciones de saturación a lo largo de las streamlines:

$$b_o \frac{\partial (s_o)}{\partial t} + \frac{\partial (b_o f_o)}{\partial \tau} = q_o \dots\dots\dots (186)$$

$$b_w \frac{\partial (s_w)}{\partial t} + \frac{\partial (b_w f_w)}{\partial \tau} = q_w \dots\dots\dots (187)$$

$$b_g \frac{\partial (s_g)}{\partial t} + \frac{\partial (b_g f_g)}{\partial \tau} + b_o f_o \frac{\partial (R_s)}{\partial \tau} = q_g \dots\dots\dots (188)$$

Las ecuaciones obtenidas son similares a las ecuaciones para flujo incompresible y se pueden tener en cuenta para efectos compresibles.

El procedimiento de solución del método es dividido en cinco pasos:

1. Se resuelve la ecuación de presión (ecuación 183), conociendo $(P_o, s_{go}, s_{wo}, s_{oo})$ como condiciones iniciales. La presión $(P_1(s_o))$ es obtenida usando un esquema implícito de diferencias finitas.
2. la velocidad total es calculada mediante la ecuación 184 y las streamlines son trazadas.

3. Se ajustan las saturaciones para obtener conservación de masa después de que la presión ha sido actualizada. Suponga las saturaciones iniciales ya establecidas tal que la fracción másica para cada componente a una presión inicial esta definida por:

$$n_o = s_{o,0} b_o(P_o, P_b) \dots\dots\dots (189)$$

$$n_g = s_{g,0} b_g(P_o, P_b) + R_s(P_o, P_b) n_o \dots\dots\dots (190)$$

Las nuevas saturaciones que corresponden a los valores de $R_s(P_1(s_o), P_b)$ y $b_j(P_1(s_o), P_b)$ pueden ser obtenidas, calculando primero los volúmenes de las fases a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{s}_{g,0}(P_1) = \frac{n_g - R_s(P_1(s_o), P_b) n_o}{b_g(P_1(s_o), P_b)} \dots\dots\dots (191)$$

$$\tilde{s}_{o,0}(P_1) = \frac{n_o}{b_o(P_1(s_o), P_b)} \dots\dots\dots (192)$$

$$\tilde{s}_{w,0} = s_{w,0} \dots\dots\dots (193)$$

Seguidamente, la presión del punto de ebullición P_b debe ser nuevamente calculada. Después de determinar los volúmenes de las fases (ecuaciones 191, 192 y 193), éstos se suman y las nuevas saturaciones son calculadas mediante la siguiente ecuación:

$$s_j = \frac{\tilde{s}_j}{\sum_j \tilde{s}_j} \dots\dots\dots (194)$$

4. Las saturaciones son propagadas a lo largo de las streamlines resolviendo las ecuaciones de saturación y obteniendo las saturaciones s_j . Las saturaciones son trazadas en la malla fundamental.

- Como las saturaciones son propagadas a lo largo de las streamlines, la presión debe haber cambiado. Debido a que se están resolviendo las ecuaciones en una forma diferente a la tradicional y los métodos de solución para la saturación producen resultados que no satisfacen la ecuación de volumen constante que indica

$$\sum_j s_j = 1 \dots\dots\dots (195)$$

Se debe sustentar esta discrepancia en el volumen en la ecuación de presión dada inicialmente (183)

6.2.2 *Método implícito.* El procedimiento de solución de este método para trabajar sistemas de flujo compresible es el siguiente:

- Resolver la ecuación de presión sobre la malla fundamental, calculando la velocidad total y trazando las streamlines.
- Ajustar las saturaciones a la presión actualizada como se hace en el paso 3 del método descrito anteriormente.
- Resolver para la presión y la saturación usando un esquema implícito para cada streamline.
- Trazar las saturaciones en la malla fundamental.

Recordando las ecuaciones (180), (181) y (182) para saturación, se pueden resolver estas ecuaciones sustituyendo para la ecuación de volumen constante (ecuación 195), donde s_g , s_w y P son las incógnitas primarias. El nuevo sistema de ecuaciones para este método, despreciando y acomodando términos, es:

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1 - s_g - s_w) b_o) + \frac{\partial}{\partial \tau} (b_o f_o) - q_o = 0 \dots\dots\dots (196)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (s_w b_w) + \frac{\partial}{\partial \tau} (b_w f_w) - q_w = 0 \dots\dots\dots (197)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (s_g b_g + R_s (1 - s_g - s_w) b_o) + \frac{\partial}{\partial \tau} (b_o f_o + R_s b_o f_o) - q_g = 0 \dots\dots\dots (198)$$

En este método, se asume que las saturaciones llenan el volumen poroso exactamente. Para hacer este método completo se tendría que resolver implícitamente R_s en el caso de flujo sub-saturado. Para esta implementación, R_s es recalculada al final de cada paso de tiempo local.

Este método es algo inmaduro, pero los resultados obtenidos son bastante prometedores.

6.3 SISTEMAS DE ACEITE NEGRO CON EFECTOS CAPILARES

Aunque la mayoría de los casos aplicados a la simulación *streamline* desprecian por simplicidad del método los efectos capilares, una nueva formulación que permite incluir tanto fuerzas capilares como gravedad ha sido desarrollada por Roman A. Berenblyum^{*} et al (2003), pertenecientes a la Universidad Técnica de Denmark y la Universidad de Stanford. Como ya se ha presentado en el desarrollo del planteamiento básico del modelo matemático *streamline*, anteriormente no se tenían en cuenta los efectos de flujo en dirección transversal a las streamlines, hecho generado por diferencias de presión capilar entre las fases presentes. Estas circunstancias cambiaron con un nuevo planteamiento de ecuaciones tanto de presión como de saturación en el método, que involucra dos conceptos reales e influyentes en el flujo de fluidos en el yacimiento: *presión capilar y gravedad*.

Esta nueva aproximación suministra una herramienta rápida y confiable para simular procesos de inyección de agua en yacimientos heterogéneos de baja permeabilidad.

La introducción de las fuerzas capilares requiere la modificación de las ecuaciones de presión y de saturación.

6.3.1 *Modificaciones a la Ecuación de Presión.* La ecuación de continuidad para flujo incompresible considerada en esta nueva aproximación es escrita como:

$$\nabla u_t = \nabla(u_w + u_o) = 0 \dots\dots\dots (199)$$

^{*} BERENBLYUM, R.A., SHAPIRO, A., JESSEN, K., STENBY, E., ORR, F. "Black Oil Streamline Simulator with Capillary Effects". Technical University of Denmark and Stanford University. SPE 84037. Oct. 2003.

La velocidad de la fase j es obtenida de:

$$u_j = -k\lambda_j \nabla P_j \dots\dots\dots (200)$$

La presión capilar es definida como la diferencia de la presión entre la fase no mojante (aceite) y la fase mojante (agua), de forma que:

$$P_c = P_o - P_w \dots\dots\dots (201)$$

Redefiniendo la ecuación de continuidad (ecuación 199) para cada una de las fases, teniendo en cuenta la ecuación de velocidad (200) y la definición de presión capilar (201), se llega a:

$$\nabla u_t = \nabla(k\lambda_t \nabla P_w + k\lambda_o \nabla P_c) = 0 \dots\dots\dots (202)$$

Si en la ecuación (202) se tiene en cuenta el efecto de la gravedad, finalmente se llega a la nueva ecuación para distribución de presiones streamline con efectos capilares y gravitacionales:

$$\nabla u_t = \nabla(k\lambda_t \nabla P_w + k\lambda_o \nabla P_c + k\lambda_g \nabla D) = 0 \dots\dots\dots (203)$$

6.3.2 *Modificaciones a la Ecuación de Saturación.* El planteamiento tiene en cuenta la velocidad total del flujo y parte de la definición de gradiente de presión para el agua, introduciendo en ella el concepto de presión capilar:

$$-\nabla P_w = \frac{1}{k\lambda_t} u_t + \frac{\lambda_o}{\lambda_t} \nabla P_c \dots\dots\dots (204)$$

De igual forma, la ecuación para el balance de masa para la fase agua es formulada como:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla u_w = 0 \dots\dots\dots (205)$$

Introduciendo los conceptos de velocidad del agua dado por la ecuación (200) y gradiente de presión para el agua (ecuación 204), en la ecuación de balance de masa se llega a la siguiente expresión:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \left[\frac{\lambda_w}{\lambda_t} u_t + (1-f)k\lambda_w \nabla P_o \right] = 0 \dots\dots\dots (206)$$

Donde:

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_t} = \frac{\lambda_t - \lambda_w}{\lambda_t} = (1-f) \dots\dots\dots (207)$$

Reagrupando y haciendo uso de la ecuación de continuidad, se llega a la expresión para la distribución de saturación con efectos capilares:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \nabla f + \nabla [(1-f)k\lambda_w \nabla P_c] = 0 \dots\dots\dots (208)$$

La ecuación de saturación con fuerzas gravitacionales es obtenida de la misma manera:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \nabla f + \nabla [T_g \nabla D] = 0 \dots\dots\dots (209)$$

Donde:

$$T_g = kg \frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} (\rho_o - \rho_w) \dots\dots\dots (210)$$

La ecuación de saturación es finalmente resuelta usando una técnica de operador división:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t_1} + u_t \nabla f = q_i \dots\dots\dots (211)$$

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t_2} + \nabla G = 0 \dots\dots\dots (212)$$

En estas ecuaciones q_i hace referencia a fuentes o sumideros y ∇G a la acción de la gravedad y las fuerzas capilares, de forma que:

$$G = (1 - f)k\lambda_w \nabla P_c + T_g \nabla D \dots\dots\dots (213)$$

La solución de la ecuación 211 es la forma tradicional del método streamline ya descrita en el capítulo 4. Por su parte, la ecuación 212 es resuelta explícitamente sobre el grid de simulación de diferencias finitas, empleando una aproximación de primer orden donde los gradientes de gravedad y capilaridad son discretizados usando un esquema Stencil de 7 puntos.

Una explicación más detallada del método es presentada por Roman, Shapiro, Jessen, Erling. y Orr en su artículo técnico.

6.4 SISTEMAS COMPOSICIONALES EN SIMULACIÓN STREAMLINE

Cuando los métodos tradicionales de inyección de agua no alcanzan un porcentaje de recobro óptimo, la implementación de otros procesos de inyección, requieren de un correcto modelamiento de los efectos de transferencia de masa.

El simulador streamline en su formulación composicional tiene en cuenta estos efectos, y su operatividad y aplicabilidad en hechos reales ha sido demostrada por Thiele* et al (1997) y Wei Yan** et al (2004).

6.4.1 *Ecuaciones básicas.* El planteamiento composicional en simulación *streamline* es el siguiente:

* THIELE, MARCO R., BATYCKY, ROD P, BLUNT, MARTIN J. "A Streamline-Based 3D Field-Scale Compositional Reservoir Simulator". Annual Technical Conference and Exhibition. Texas, Oct 5-8, 1997. SPE N° 38889.

** WEI, Y., MICHELSEN, M., STENBY, E., BERENBLYUM, R., SHAPIRO, A. "Three-phase Compositional Streamline Simulation and Its Application to WAG". University of Denmark. SPE 89440. April 2004.

Las ecuaciones de conservación de masa multidimensional, para una especie química, i , fluyendo bajo fuerzas convectivas puede expresarse como:

$$\phi \frac{\partial C_i}{\partial t} + \vec{u}_t \cdot \nabla F_i = 0 \quad i = 1 \dots n_c \quad (214)$$

Donde C_i , son las moles locales del componente i , definidas como:

$$C_i = \sum_{j=1}^{n_p} x_{ij} \rho_j S_j \quad j = 1 \dots n_p \quad (215)$$

Para esta y las demás ecuaciones del planteamiento composicional, n_p es el número de fases presentes, n_c es el número de componentes, x_{ij} es la fracción molar del componente i en la fase j , y ρ_j y S_j son la densidad y la saturación de la fase j respectivamente. Por otra parte, el flujo molar del componente i , se define matemáticamente como:

$$F_i = u_D \sum_{j=1}^{n_p} x_{ij} \rho_j f_j \quad j = 1 \dots n_p \quad (216)$$

Donde u_D es la velocidad volumétrica total adimensional y f_j es el flujo fraccional de la fase j .

Usando la definición de *tiempo de vuelo* (ecuación 62), es posible definir la ecuación 214, de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial \tau} = 0 \quad i = 1 \dots n_c \quad (217)$$

La velocidad total en el campo, u_t , necesaria para determinar el *tiempo de vuelo*, puede ser determinada resolviendo la ecuación de balance de masa para la presión y entonces, usar la Ley de Darcy para determinar la velocidad local del campo.

La aproximación formulada para este evento es la siguiente:

$$\nabla \cdot \vec{K} \cdot (\lambda_t \nabla P) = 0 \dots\dots\dots (218)$$

Donde \vec{K} es el tensor de permeabilidad local, y λ_t es la movilidad total.

6.4.2 *Soluciones unidimensionales a las ecuaciones de flujo composicional.*
 La ecuación 217 es resuelta para las moles totales del componente i, usando un esquema explícito con limitaciones de primer orden en el tiempo y de segundo orden en el espacio. El esquema puede ser mejorado usando una simple modificación, de forma que:

$$F_i = u_D \hat{F}_i \dots\dots\dots (219)$$

Con esta relación, la ecuación 217 puede ser escrita en forma de diferencias finitas como:

$$C_{i,k}^{n+1} = C_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{\Delta \tau} \left(\left[u_D \hat{F}_i \right]_{k-\frac{1}{2}}^n - \left[u_D \hat{F}_i \right]_{k+\frac{1}{2}}^n \right) \dots\dots\dots (220)$$

Donde los flujos inter.-celdas, \hat{F}_i , son aproximados por la siguiente ecuación:

$$\hat{F}_{i,k+\frac{1}{2}}^n = \hat{F}_{i,k}^n + \frac{\Phi^n}{2} \left(\hat{F}_{i,k+1}^n - \hat{F}_{i,k}^n \right) \left(1 - \frac{\Delta t}{\Delta \tau} \right) \dots\dots\dots (221)$$

Φ es el límite de Van Leer, definido como:

$$\Phi = \frac{r + |r|}{1 + |r|} \dots\dots\dots (222)$$

Definiendo a r como la función del radio de diferencias de flujo adyacentes, expresada mediante la siguiente ecuación:

$$r_{i,k+\frac{1}{2}}^n = \frac{F_i^n + F_{i-1}^n}{F_{i+1}^n - F_i^n} \dots\dots\dots (223)$$

Donde k, es el nodo opuesto de la streamline discretizada y n, es el nivel de tiempo local a lo largo de cada streamline. Por otra parte, las fracciones molares totales para cada componente, son obtenidas por:

$$z_l = \frac{C_l}{\sum_{i=1}^{n_c} C_i} \dots\dots\dots (224)$$

Finalmente, la velocidad total adimensional u_D , se expresa mediante la siguiente relación:

$$u_{D,k+\frac{1}{2}}^n = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} \left[\frac{\Delta\tau}{\Delta t} (C_{i,k}^n - C_{i,k}^{n+1}) + \left(u_D \hat{F}_i \right)_{k-\frac{1}{2}}^n \right]}{\sum_{i=1}^{n_c} \hat{F}_{i,k+\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (225)$$

Para la metodología planteada, las composiciones de las fases, densidades y saturaciones son determinadas mediante cálculos de equilibrio usando la ecuación de estado de Peng-Robinson y cálculos flash. Las viscosidades de las fases son calculadas usando la correlación de Lohrenz-Bray-Clark.

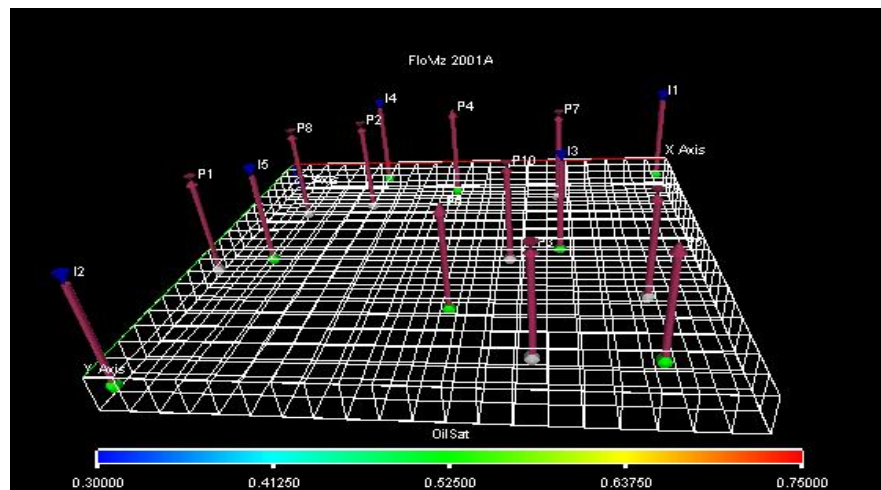
7. PLANTEAMIENTO DE DOS CASOS BASE

Para demostrar tanto las ventajas como desventajas de la simulación *streamline* y corroborar lo dicho en teoría, se planteo la simulación de dos modelos, uno homogéneo multipozo, y otro heterogéneo compuesto por un pozo inyector y uno productor.

7.1 MODELO MULTIPOZO. PRIMER CASO BASE

Este modelo, es un yacimiento areal y homogéneo, compuesto por 10 pozos productores (verticales) y 5 pozos inyectores de agua, con 400 celdas activas (20x20x1), porosidad de 0.25, permeabilidad en todas las direcciones igual a 100 md y saturación inicial de agua de 0.25. El objetivo de este modelo, aparte de validar el procedimiento de simulación *streamline*, es poder presentar la utilidad de esta tecnología en el estudio de patrones de inyección-producción para sistemas de múltiples pozos. El esquema del yacimiento modelado es el siguiente:

Figura 46. Esquema del grid para el primer caso base a simular.



Tomada del simulador Frontsim.

7.1.1 Condiciones de desarrollo del modelo. Inicialmente, se planteo el desarrollo del modelo con todos los pozos tanto productores como inyectores abiertos a producción e inyección respectivamente, durante un periodo de aproximadamente cinco años.

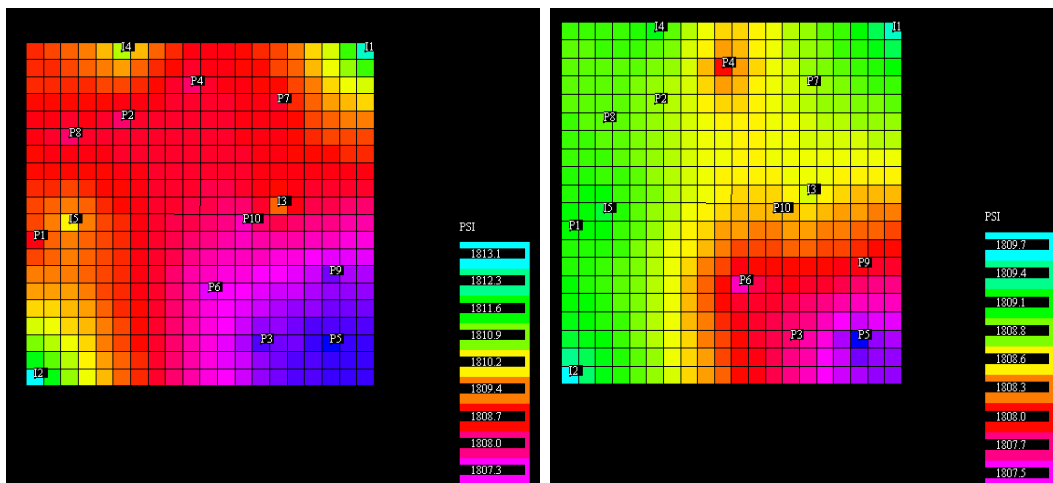
Después de este tiempo se cambiaron las condiciones de operación del campo cerrando 7 de los pozos productores (P1,P2,P3,P7,P8,P9 y P10). Se continuó con el proceso de inyección de agua con el mismo número de inyectores por un periodo de 5 años más. El modelo fue simulado en FRONTSIM y en ECLIPSE 100.

7.1.2 *Resultados de la simulación. Análisis de la veracidad del método streamline.* Después de realizada la simulación en FRONTSIM se observaron los siguientes resultados.

o *Determinación de la distribución de presión.* Definiendo diferentes tamaños en los pasos de tiempo, se observo el mismo comportamiento en el cálculo y determinación de la distribución de presión en el campo.

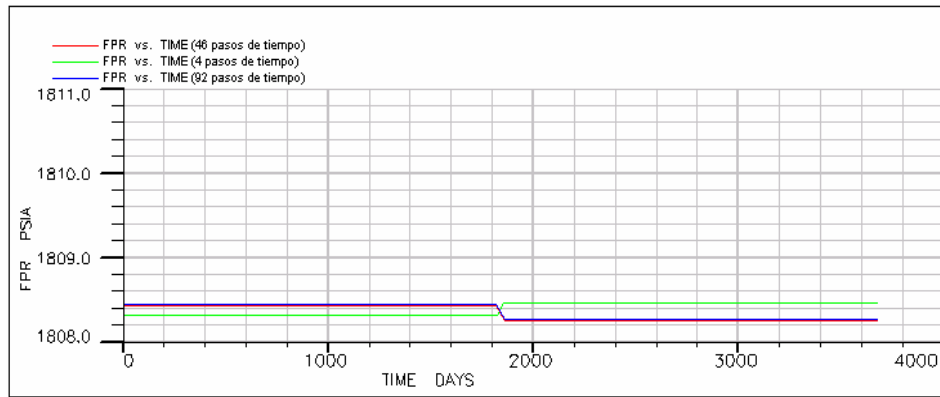
Gráficamente se observaron los mismos esquemas de presión para los dos eventos modelados, y los datos arrojados por el simulador para cada tamaño de tiempo empleado difieren aproximadamente en 0.2 PSI. Estos comportamientos constantes a través del tiempo se observan en las figuras 47 y 48.

Figura 47. Esquemas de distribución de presión para el primer caso base. Izquierda evento con todos los pozos productores abiertos. Derecha evento con 3 pozos productores.



Tomada del simulador Frontsim.

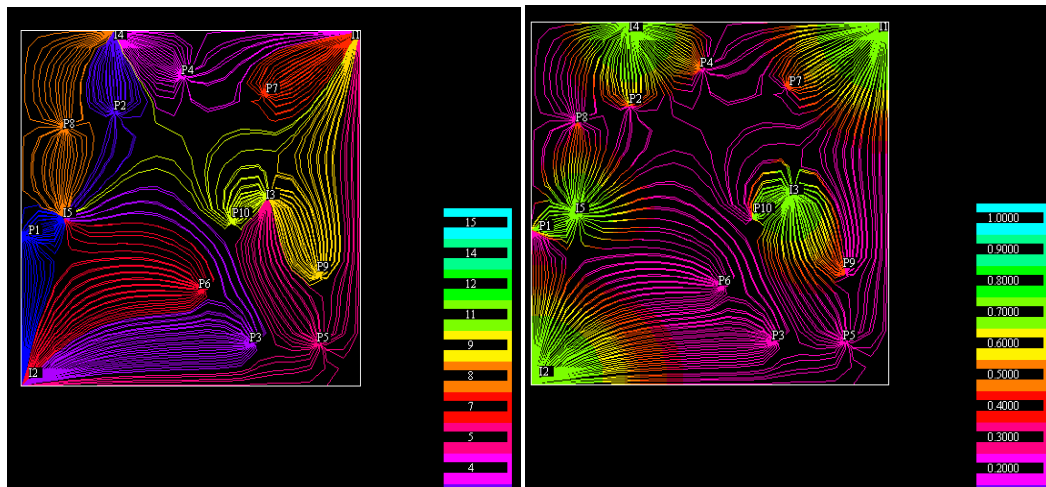
Figura 48. Gráficas de presión variando el número de pasos de tiempo en Frontsim. Primer caso base.



Tomada de Eclipse Office.

o *Determinación de las streamlines.* Teniendo en cuenta que durante los primeros 5 años todos los pozos tanto productores como inyectores se encontraban en operación a ciertas condiciones, el simulador pudo determinar el siguiente patrón de líneas de flujo para esas condiciones límites constantes (ver figura 49). De igual forma se puede apreciar el avance del proceso de inyección de agua a través de todo el campo e identificar las áreas de influencia de cada inyector, los pozos productores que soporta, las áreas que no pueden ser barridas y los volúmenes de yacimiento asociados con cada pozo productor.

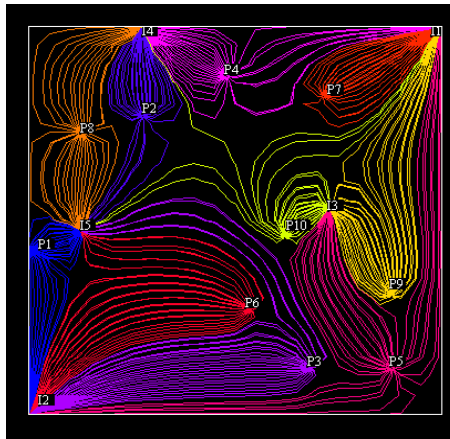
Figura 49. Streamlines determinadas en el caso base uno a las condiciones límites iniciales. Izquierda: patrón de líneas establecidas. Derecha: progreso de la inyección



Tomada del simulador Frontsim.

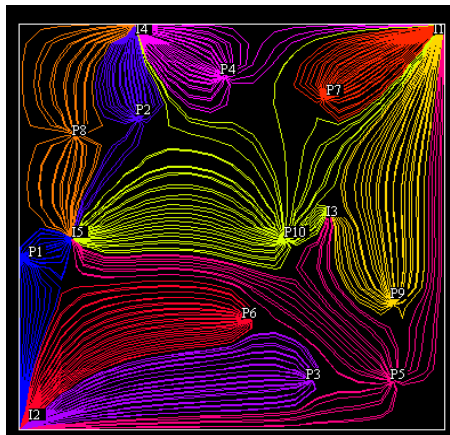
Cambiando las tasas tanto de producción como de inyección de los pozos basados en la perspectiva visual que brindan las streamlines, se puede lograr un mejor balance de los patrones tanto de inyección y producción, mejorando el barrido en zonas inalcanzables, y mejorando el porcentaje de recobro de aceite. En este caso, el parámetro fundamental que permitió una mejor optimización del esquema inicial de producción fue la disminución en las tasas de inyección de algunos pozos, especialmente del inyector I3, de forma que disminuyendo esta tasa, se logrará una mejor cobertura areal. El progreso del balance de patrones establecido y el aumento en el factor de recobro se observa en la figuras 50, 51, 52 y 53.

Figura 50. Patrón de líneas inicial. Primer caso base. Producción = 9.32543×10^4 STB



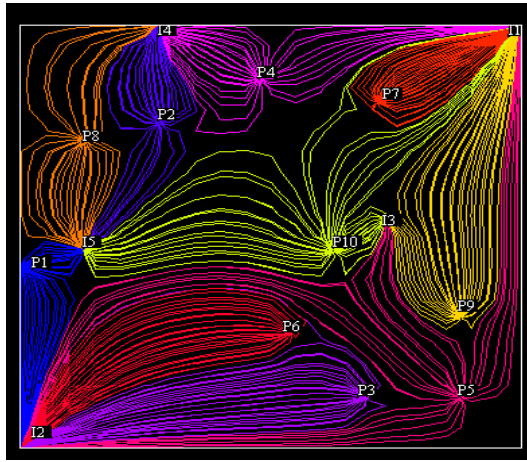
Tomada del simulador Frontsim.

Figura 51. Primer ajuste a las tasas de inyección. Producción = 1.01110×10^5 STB



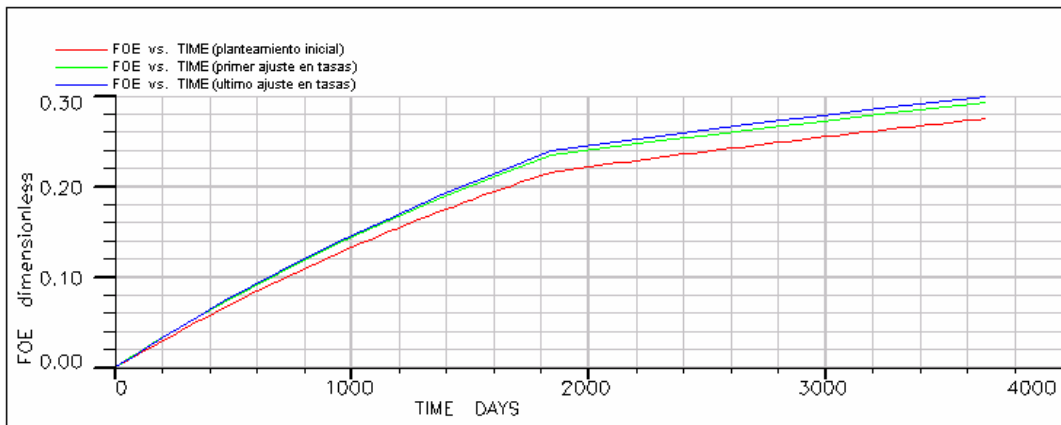
Tomada del simulador Frontsim.

Figura 52. Ultimo ajuste conseguido a las tasas de inyección. Primer caso base. Producción = $1.03417e^5$ STB.



Tomada del simulador Frontsim.

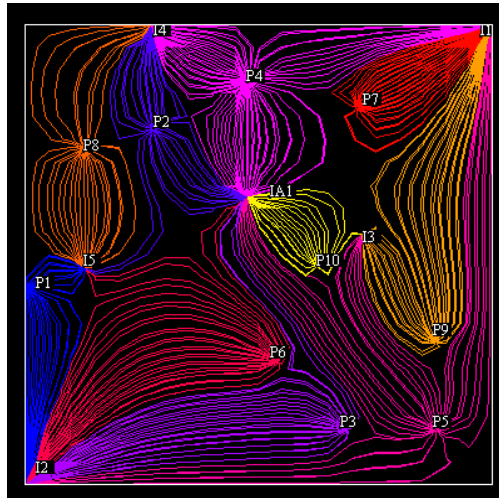
Figura 53. Factor de recobro ajustando las tasas de inyección y producción. Primer caso base.



Tomada de Eclipse Office.

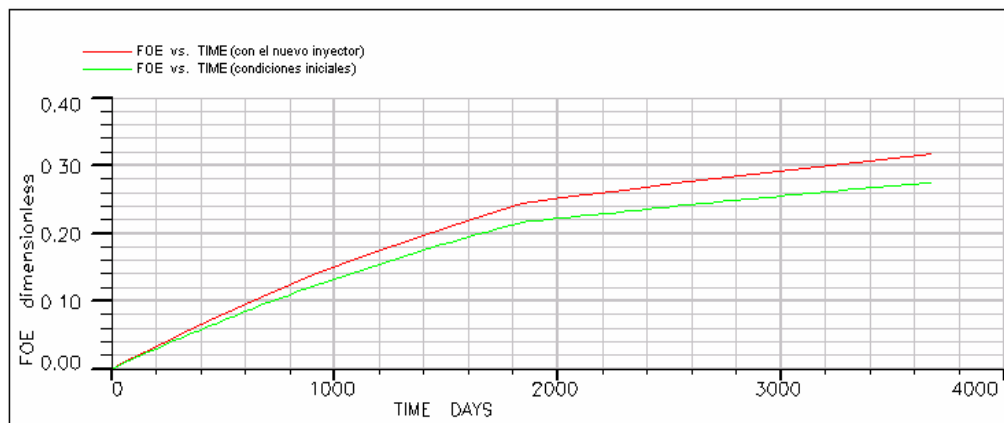
Otra forma de lograr un balance de patrones óptimo para el modelo multipozo establecido y aumentar el porcentaje de recobro, es abrir un pozo inyector en el área de no influencia. De esta forma se definen nuevas zonas de drenaje antes no consideradas. Este comportamiento puede apreciarse en las figuras 54 y 55.

Figura 54. Balance estableciendo un nuevo pozo inyector. Producción = 1.10736×10^5 STB



Tomada del simulador Frontsim.

Figura 55. Aumento en el factor de recobro con la creación de un nuevo pozo inyector.

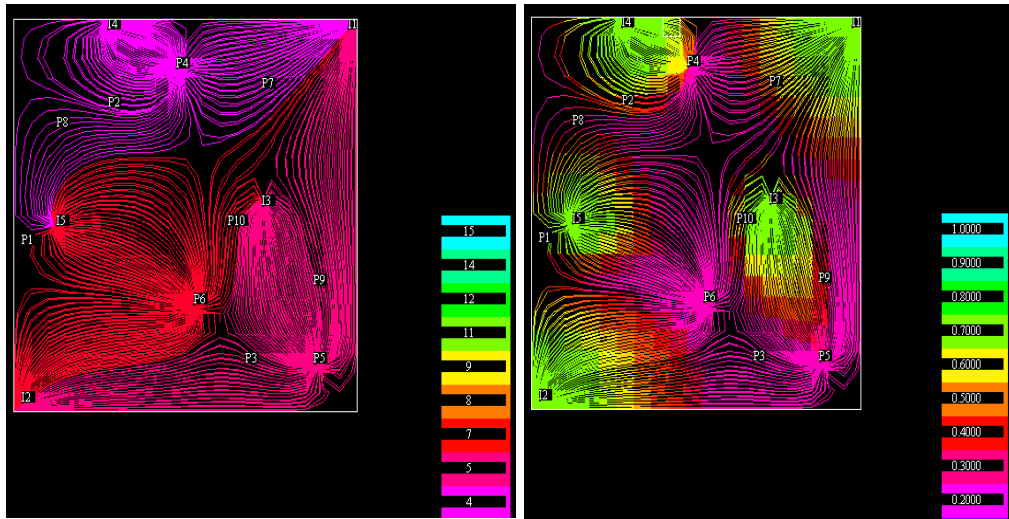


Tomada de Eclipse Office.

Verificando el comportamiento del simulador, se corroboró visualmente la aplicación del método de solución numérica streamline (ver figura 56), ya que después de transcurridos los primeros cinco años, se observó un cambio en la distribución de las líneas de flujo en el campo, esto como consecuencia del cierre de algunos pozos productores que ocasionó un nuevo planteamiento en las condiciones límites, y por consiguiente un nuevo esquema de barrido del modelo.

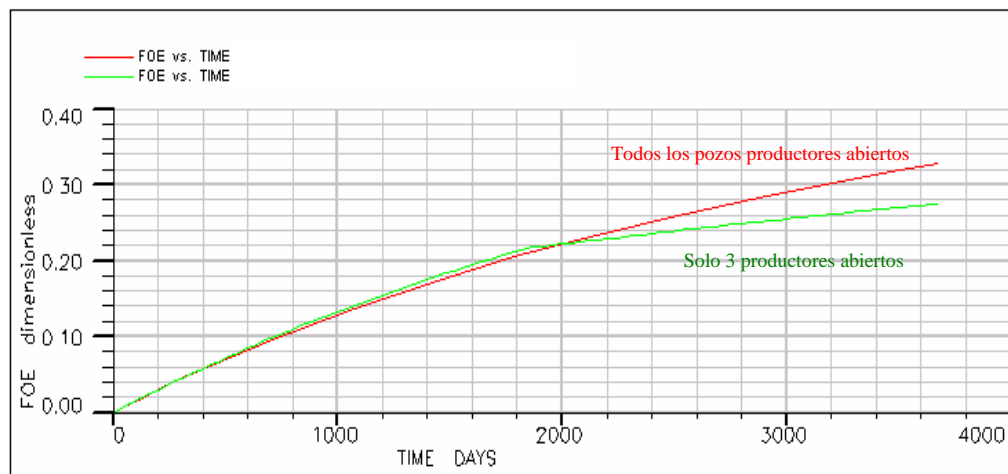
No obstante, si se hubieran conservado las condiciones de producción inicial, se habría obtenido un mayor porcentaje de recobro de aceite, como puede observarse en la figura 57.

Figura 56. Distribución de las streamlines después de cambiar las condiciones límites. Izquierda: nueva distribución de líneas de flujo. Derecha: progreso de la nueva inyección. Primer caso base.



Tomada del simulador Frontsim.

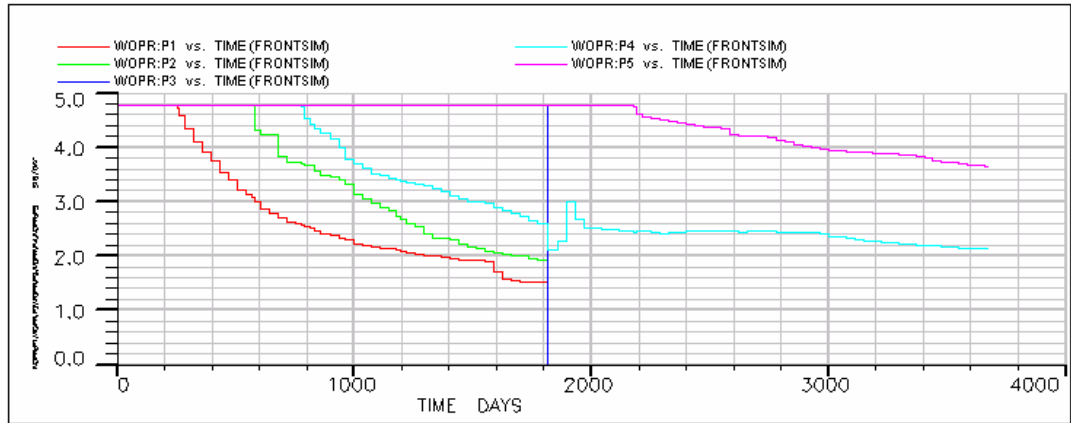
Figura 57. Factor de recobro. Línea roja: continuando con el patrón de pozos inicial. Línea verde: cambio en las condiciones de los pozos.



Tomada de Eclipse Office.

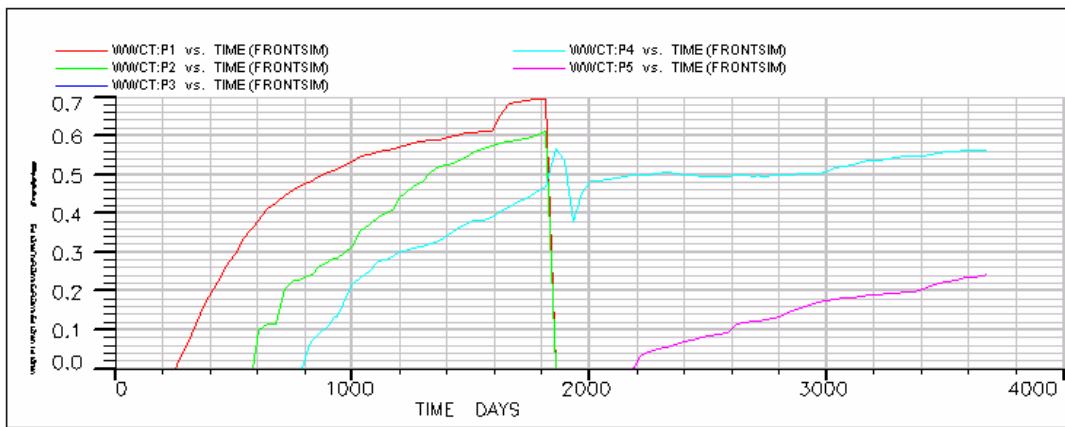
Otra ventaja que presentan los simuladores *streamline* es el planteamiento de los resultados a la escala de pozo, caso no observado en el simulador convencional, lo cual permite un análisis más detallado del comportamiento tanto de pozos productores como de inyectores. Para el patrón de pozos productores establecidos, se obtuvo las siguientes gráficas:

Figura 58. Tasa de producción de aceite por pozo para P1, P2, P3, P4 y P5.



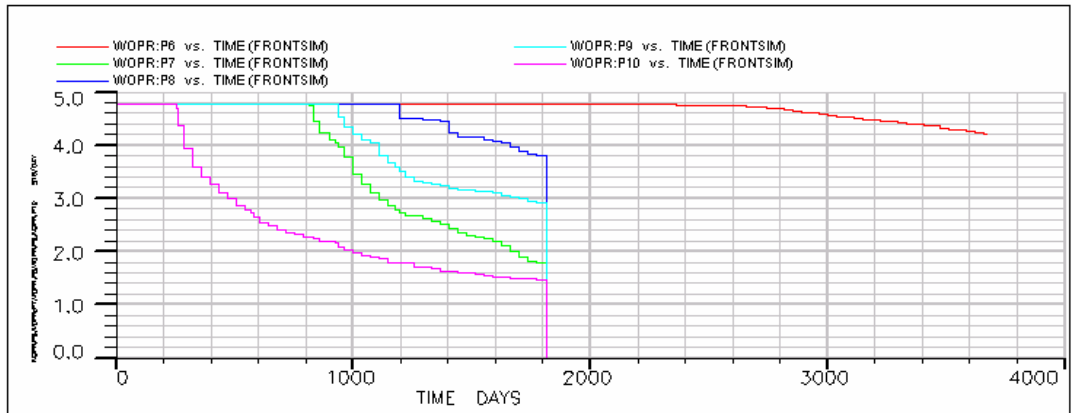
Tomada de Eclipse Office.

Figura 59. Corte de agua por pozo para P1, P2, P3, P4 y P5.



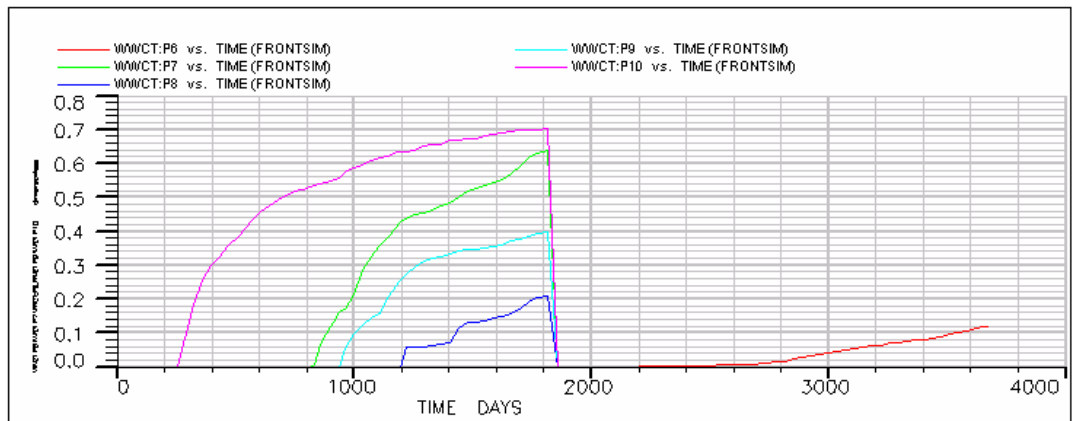
Tomada de Eclipse Office.

Figura 60. Tasa de producción de aceite por pozo para P6, P7, P8, P9 y P10.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 61. Corte de agua por pozo para P6, P7, P8, P9 y P10.



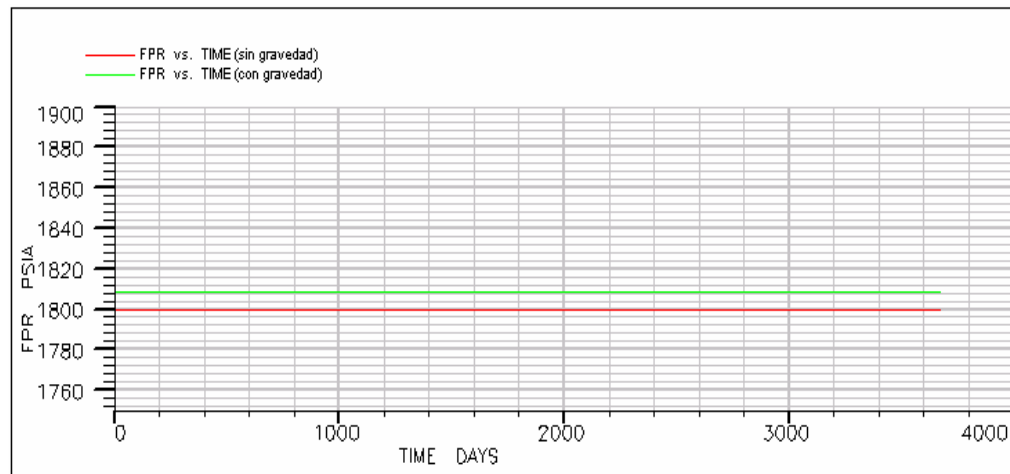
Tomada de Eclipse Office.

Mediante estas figuras es posible establecer que los mejores productores son los pozos P5 y P6, ya que no experimentan un marcado descenso en su tasa de producción de aceite, y al mismo tiempo no presenta un alto corte de agua. De igual forma puede decirse inversamente que los pozos P1, P2, P7 y P10 no son muy productivos, declinan aceleradamente su tasa de producción, y experimentan un alto corte de agua debido a sus proximidades a los pozos inyectores.

○ *Influencia de la gravedad.* En el caso base planteado, el efecto de la gravedad no se evidencia fuertemente, debido a las condiciones del modelo (areal) y a las densidades de los fluidos presentes que eran muy similares. Los resultados obtenidos con y sin efecto de la gravedad para distribución de saturación y comportamiento de producción mostraron resultados similares, con una disminución poco importante en la distribución de presión de aproximadamente 9 PSI para el caso de no gravedad. Esta diferencia es consecuencia de los términos gravitacionales tenidos en cuenta en la ecuación de presión, para el caso de considerarse este efecto. Recordar ecuaciones 43 y 45. Este comportamiento se aprecia en las figuras 62, 63, 64 y 65.

Se debe resaltar que la gravedad siempre debe ser considerada en la simulación a fin de obtener resultados más exactos y satisfactorios, especialmente cuando se trabajan yacimientos con marcados efectos de segregación gravitacional o marcada diferencia en la densidad de las fases presentes.

Figura 62. Presión con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 63. OIP con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.

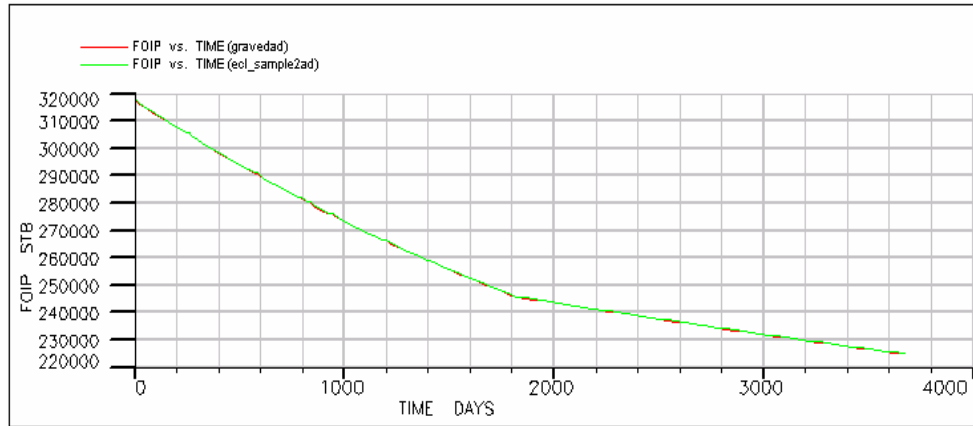


Figura 64. Producción total de agua con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.

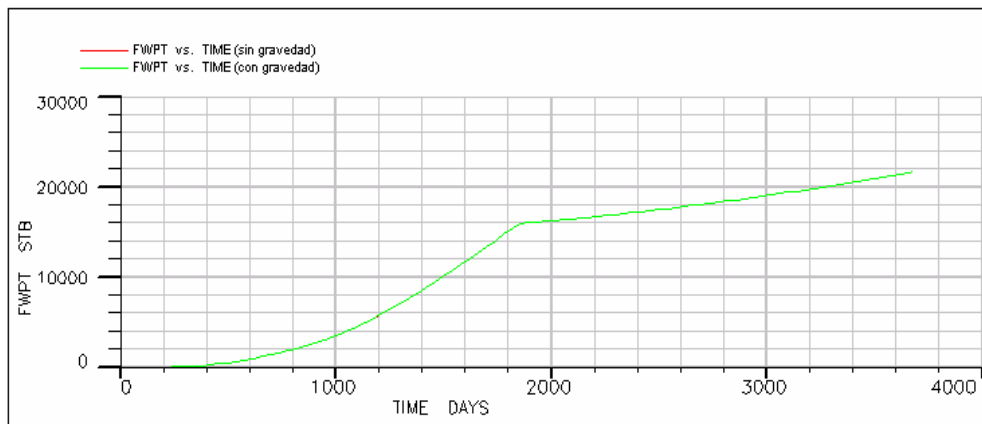
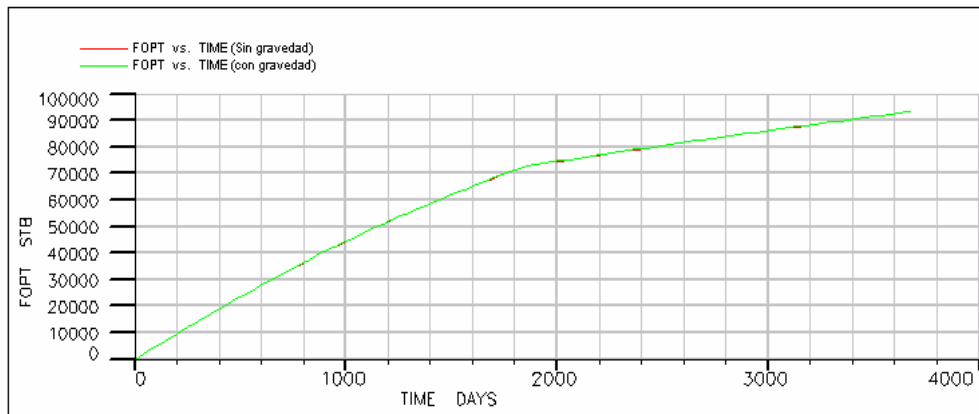


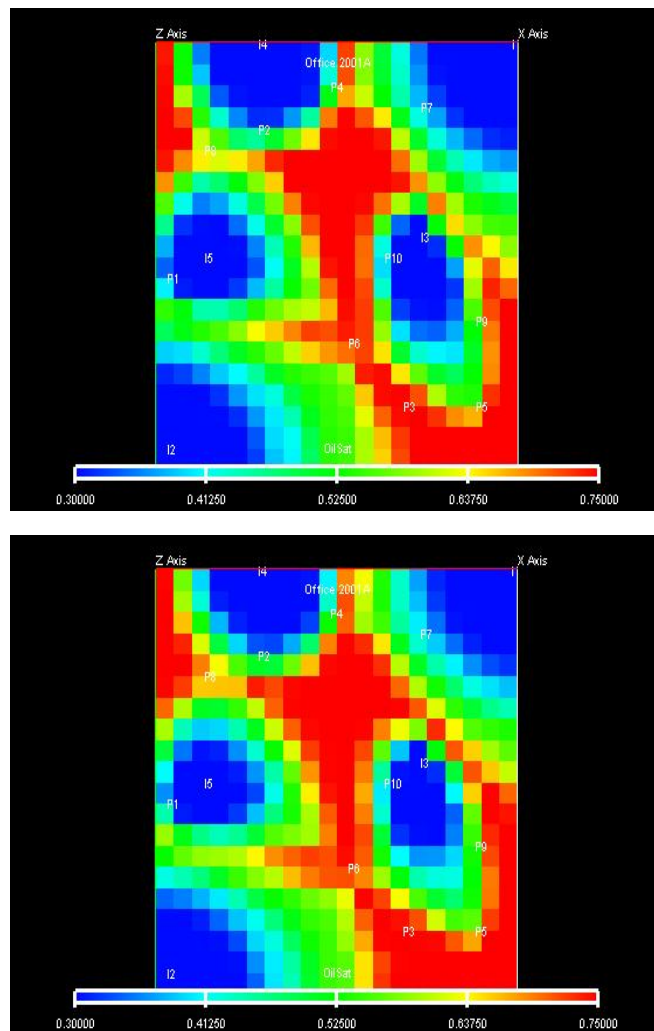
Figura 65. Producción total de aceite con y sin efectos de gravedad. Primer caso base.



Figuras tomadas de Eclipse Office.

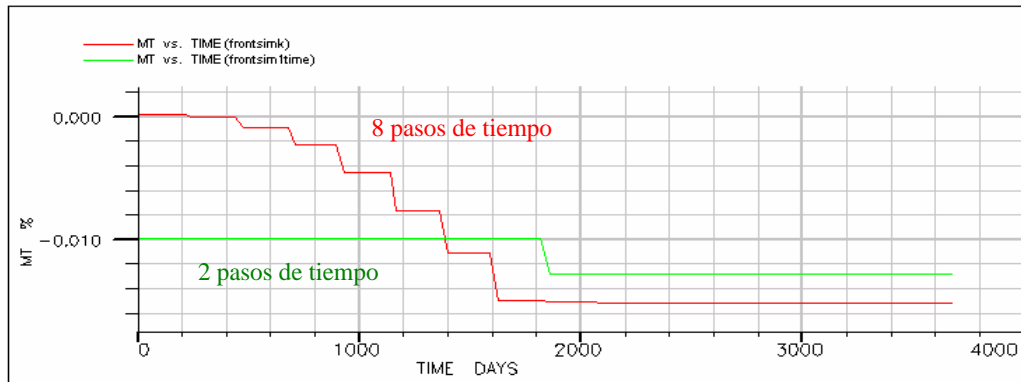
o *Determinación de la distribución de saturación en el modelo.* Para el caso base establecido, se comparo la eficiencia del simulador en cuanto a la determinación de las saturaciones. Se tomaron diferentes tamaños en el paso de tiempo y se analizaron los eventos de producción y cierre. Para todos los tamaños de pasos de tiempo la distribución de saturaciones obtenida fue similar, aunque en ellas puede evidenciarse un mínimo efecto de difusión numérica (grafica arriba) cuando se aumenta el número de pasos de tiempo empleados. Este efecto de difusión ocasiona a su vez errores mínimos en el balance de materiales, aunque al algoritmo de control empleado por el simulador que busca disminuir este porcentaje. Estos efectos se observan en las figuras 66 y 67.

Figura 66. Distribución de saturaciones halladas por el simulador Frontsim para el primer caso base.
Arriba: 8 pasos de tiempo. Abajo: 2 pasos de tiempo.



Tomadas de Eclipse Office.

Figura 67. Porcentaje de error en el balance de materiales. Primer caso base. Línea roja: 8 pasos de tiempo. Línea verde: 2 pasos de tiempo.

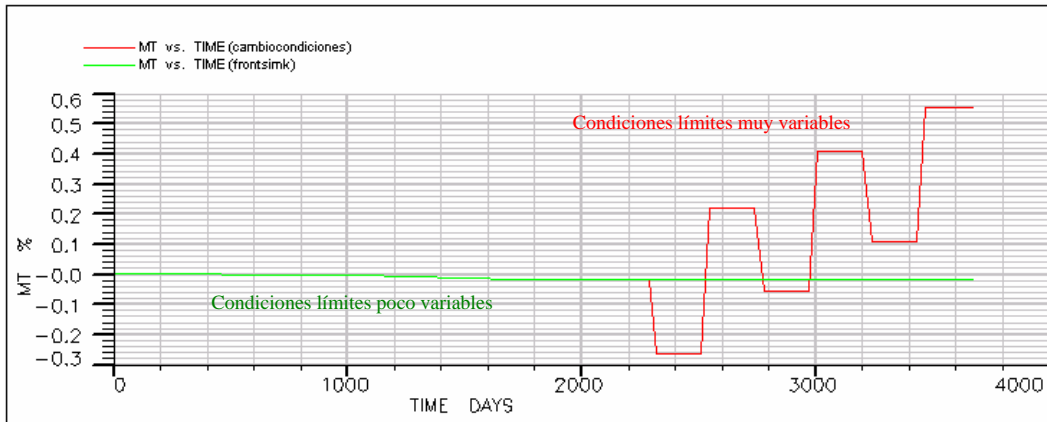


Tomada de Eclipse Office.

Según los resultados obtenidos, en estas figuras claramente se observa que tomando pasos de tiempo relativamente largos, el simulador realiza los cálculos en una forma sencilla y los datos obtenidos van a ser ampliamente confiables y libres de efectos de difusión numérica, ocasionados por la naturaleza del método. Esta es justamente la característica o ventaja que brinda la simulación *streamline*: robustez, eficiencia y velocidad a partir de pasos de tiempo extensos. Esta ventaja solo se consigue con este tipo de simuladores, ya que como se explico anteriormente, los cálculos de saturaciones no son función directa de la geometría ni de las dimensiones de las celdas.

○ *Análisis de los errores en el balance de materiales introducidos por cambios en las condiciones de los pozos.* Para analizar este efecto, se consideraron dos casos: el primero el definido inicialmente en el modelo con todos los pozos productores en operación y luego un periodo de cierre de siete de estos pozos; el segundo, el planteamiento de las mismas condiciones anteriores y otros periodos de apertura y cierre de algunos de estos pozos por el mismo periodo de tiempo establecido. El resultado gráfico de este análisis se observa en la figura 68. Este aumento en el porcentaje de error (aunque se mueve en un rango aceptable) a medida que se varían las condiciones de operación del modelo ocurre debido al traslado de la información de las condiciones de saturación antiguas a las nuevas líneas de flujo establecidas por el simulador, que ocasionan errores de este tipo. Cuando las *streamlines* se actualizan frecuentemente por cambios en las condiciones de operación, los errores en el trazado limitan la exactitud total del método *streamline*.

Figura 68. Análisis del porcentaje de error en el balance de materiales con cambios en las condiciones límites. Primer caso base.



Tomada de Eclipse Office.

○ *Análisis del tiempo de simulación empleado.* De igual forma se analizó los datos en cuanto al tiempo de CPU empleado en cada caso. La tabla 1 presenta los resultados obtenidos. Tal y como se esperaba, a medida que se incrementa el tamaño de los pasos de tiempo, se disminuye notoriamente el tiempo de simulación y los resultados determinados por el simulador son tan confiables como aquellos simulados mediante pasos de tiempo cortos. Esta evidencia en los resultados se aprecia en la tabla 2 y en las gráficas de producción. No obstante cabe resaltar que para desplazamientos que exhiben un comportamiento altamente no-lineal, previamente se debe establecer un tamaño de pasos de tiempo óptimo, a fin de reducir los porcentajes de error en el método.

Tabla 1. Tiempo de cómputo del simulador Frontsim para cada paso de tiempo empleado.

Pasos de tiempo empleados	Tiempo de CPU (seg.)
4	1.28
46	2.55
92	4.66

Tomada de datos de Frontsim.

Tabla 2. Producción obtenida por FRONTSIM para diversos pasos de tiempo.

Pasos de tiempo empleados	Producción (STB)
4	9.32931 e ⁴
46	9.32672 e ⁴
92	9.32768 e ⁴

Tomada de datos de Frontsim.

7.1.3 *Simulador Frontsim vs. simulador Eclipse 100.* Para determinar las ventajas del simulador *streamline*, el modelo del caso base inicialmente planteado se construyo en el simulador Eclipse 100 (Black-Oil). Para ambos casos, se compararon los resultados en cuanto a comportamientos de producción obtenidos, tiempo de simulación, memoria empleada, distribución de presiones y saturaciones.

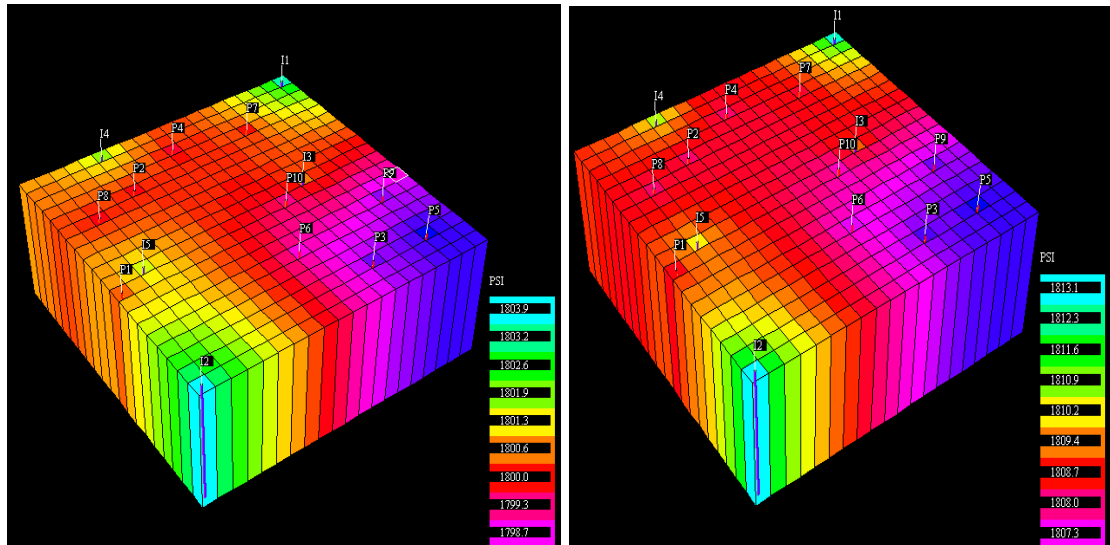
o *Distribución de presiones y saturaciones.* Para el comportamiento de la presión arrojado por los dos simuladores y presentado gráficamente en la figura 69, se observan que los resultados obtenidos son bastante consistentes, presentando una diferencia de presión a lo largo del yacimiento de cerca de 8 PSI entre los dos simuladores. Gráficamente esta distribución de presiones puede observarse en la figura 70 para el mismo tiempo de simulación.

Figura 69. Gráfica de presión para los simuladores ECLIPSE 100 y FRONTSIM. Primer caso base.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 70. Comparación de la distribución de presión obtenida por los dos simuladores para el mismo tiempo de simulación. Izquierda simulador Eclipse 100. Derecha simulador Frontsim.

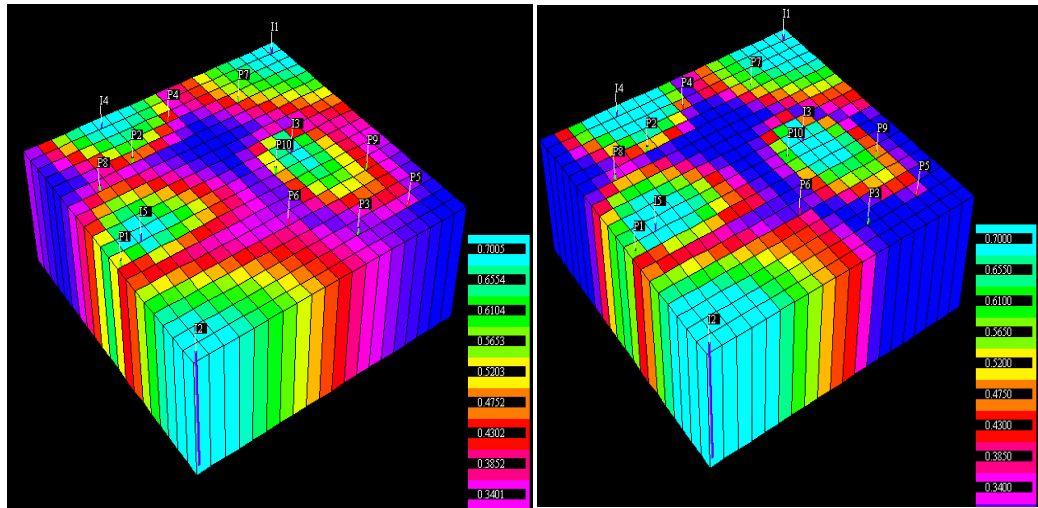


Tomada del simulador Eclipse 100 y Frontsim.

Para la distribución de saturaciones obtenida por los dos simuladores, se observó una diferencia de cerca de 0.04 para los valores de saturación en las celdas obtenidos por Eclipse 100 y Frontsim, además de observar en la distribución hallada por Eclipse 100 un marcado efecto de difusión numérica (izquierda). Esta diferencia es el resultado de las formulaciones matemáticas aplicadas en cada simulador, no obstante los resultados son bastante satisfactorios, indicando un buen planteamiento del modelo por parte de los dos simuladores. Este comportamiento es apreciado en la figura 71.

○ *Análisis de los datos de producción obtenidos.* Para los dos simuladores, el comportamiento en cuanto a los datos de producción fue bastante similar y consistente con los eventos de simulación considerados (tiempos de producción y cierres).

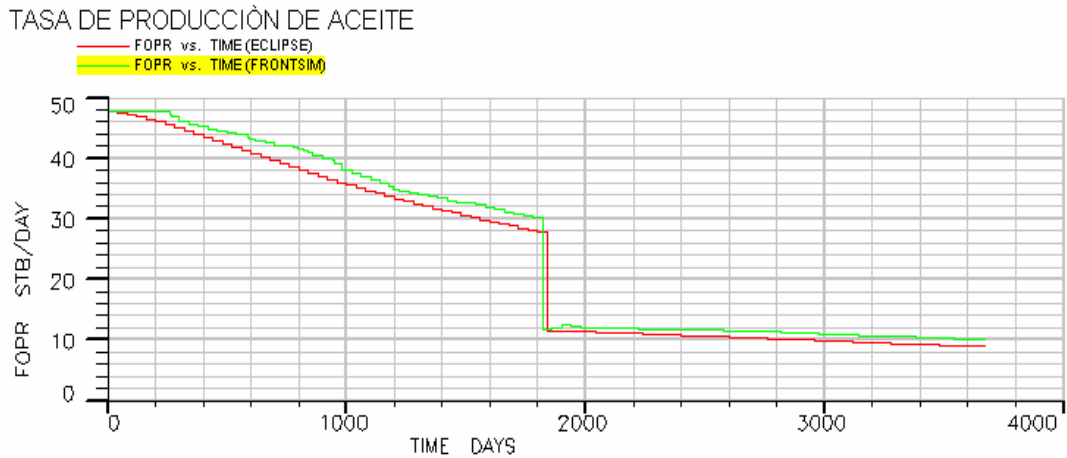
Figura 71. Distribución de la saturación obtenida por los dos simuladores para el mismo tiempo de simulación. Izquierda Eclipse 100. Derecha Frontsim.



Tomada del simulador Eclipse 100 y Frontsim .

La ligera discrepancia puede ser consecuencia del esquema empleado en cada simulador (Eclipse 100: esquema de punto centrado. Frontsim: esquema de punto distribuido.) y de la solución a las ecuaciones de flujo empleada en cada método. Los resultados obtenidos se observan en las figuras 72, 73, 74 y 75.

Figura 72. Tasa de producción de aceite obtenida para los dos simuladores.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 73. Tasa de inyección de agua para los dos simuladores considerados.

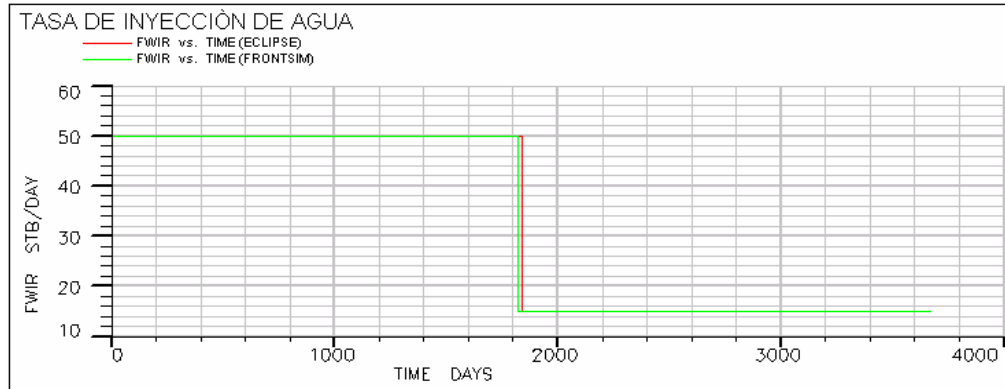


Figura 74. Producción total de agua obtenida por Eclipse 100 y Frontsim.

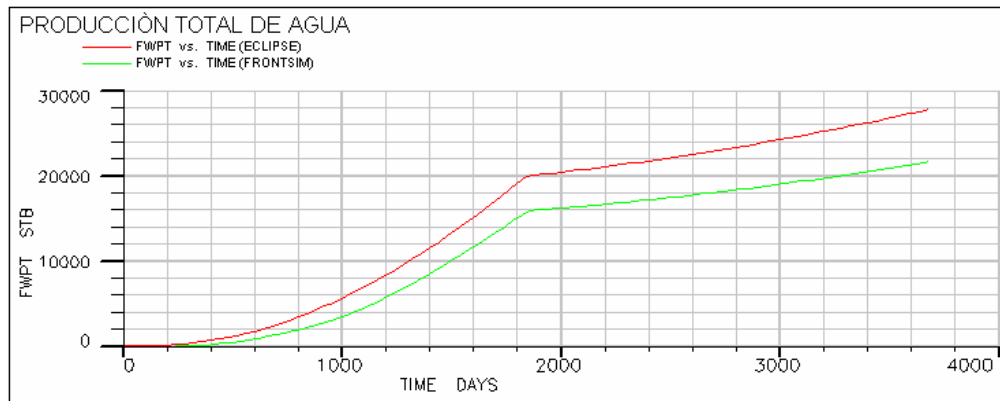
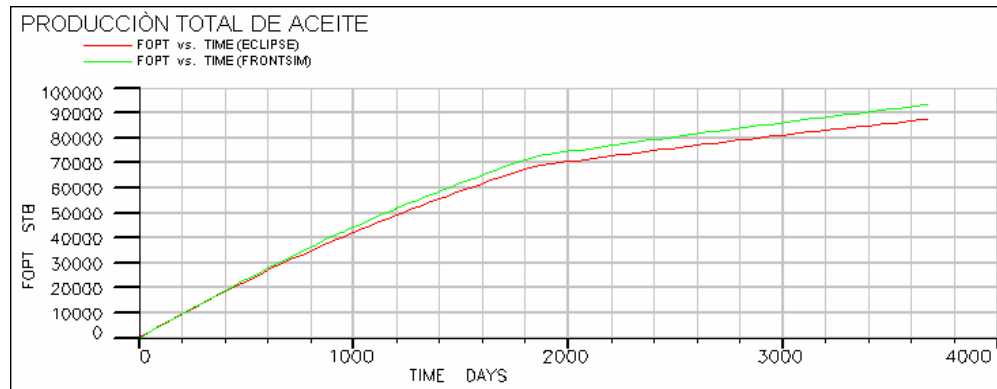


Figura 75. Producción total de aceite Obtenida por Eclipse 100 y Frontsim.



Tomadas de Eclipse Office.

o *Tiempo de simulación y memoria empleada.* Finalmente, para mostrar las ventajas de los simuladores *streamline*, se compararon los tiempos de simulación y la memoria requerida por cada software en cada corrida. Se vario el numero de pasos de tiempo para verificar la eficiencia *streamline* en cuanto a velocidad sobre el simulador tradicional.

Los resultados se observan en la tabla 3.

Tabla 3. Tiempo de simulación empleado en cada simulador.

Número de Pasos de Tiempo	TCPU Frontsim seg.	TCPU Eclipse seg.	% Velocidad de Frontsim sobre Eclipse	Memoria Usada por Frontsim MB	Memoria Usada por Eclipse MB
92	4.78	13.125	2.75 veces más rápido	0.675	0.477
46	2.83	7.563	2.68 veces más rápido	0.675	0.477
4	0.98	1.609	1.6 veces más rápido	0.675	0.477

Tomada de datos de los simuladores Eclipse 100 y Frontism..

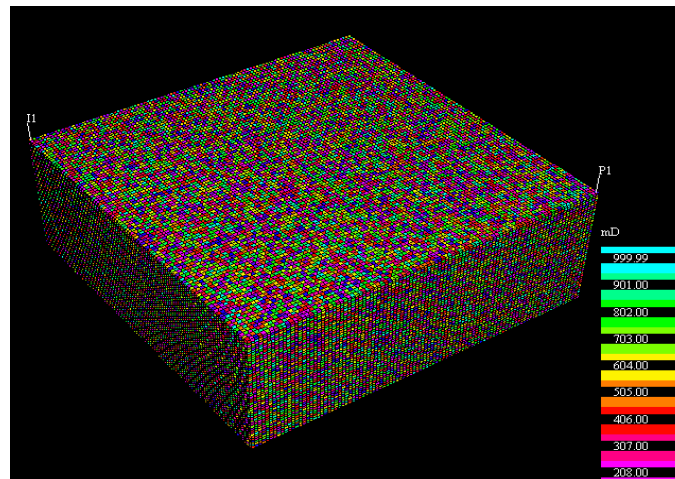
En estos datos, claramente se puede apreciar la ventaja en cuanto a velocidad del simulador *streamline* sobre el tradicional, ya que se evidencia que aún tomando el mismo número de pasos de tiempo, el simulador *streamline*, por sus algoritmos y su formulación 1D es más rápido y a medida que se aumentan los tamaños en los pasos de tiempo, se reduce el efecto de difusión numérica, efecto contrario al comportamiento de Eclipse. Si esto se traduce a ejemplos reales de campo, donde los modelos considerados son bastante extensos, el simulador *streamline* podríamos decir que sobrepasaría en velocidad a un simulador convencional, y esto es aprovechable especialmente cuando se realizan procesos de *ajuste histórico*, validación de procesos de *upscaling*, *geoestadística* entre otros, que reducirían en términos económicos los gastos en tiempo de simulación.

En cuanto a la memoria requerida por Frontsim, es obvio que por las características del método *streamline* se requiera un poco más de memoria disponible en el equipo, no obstante el simulador posee comandos especializados para no almacenar en forma permanente estos datos, hecho que no podría considerarse como una desventaja del método.

7.2 MODELO HETEROGÉNEO. SEGUNDO CASO BASE

Para apreciar la especialidad del simulador *streamline* en cuanto al manejo de yacimientos altamente heterogéneos, se planteo un modelo de yacimiento de este tipo, compuesto por un pozo inyector de agua y un pozo productor. El modelo está compuesto por 500.000 celdas activas (100x100x50) con porosidad de 0.2 en todas las celdas y saturación de agua inicial igual a 0.2. La distribución de permeabilidad en el modelo establecido puede apreciarse en la figura 76.

Figura 76. Distribución de permeabilidad para el modelo heterogéneo considerado.



Tomada de GridSim.

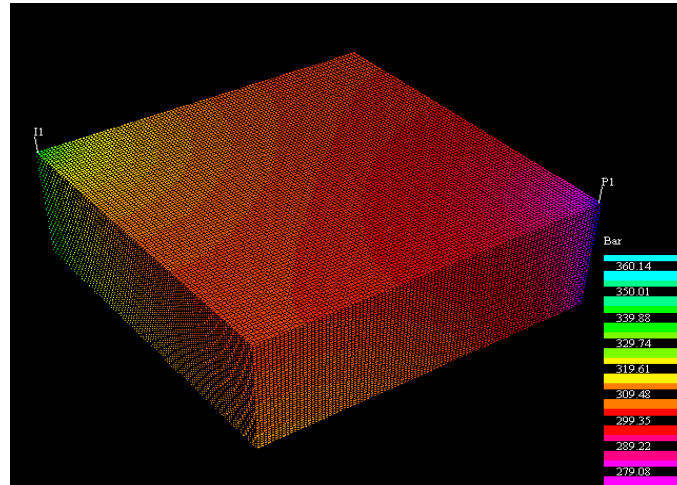
El objetivo de esta simulación, aparte de validar el método *streamline* como se hizo con el caso anterior, es demostrar la ventaja de este simulador en cuanto al tratamiento de este tipo de yacimientos altamente heterogéneos.

Una primera ventaja obtenida al inicio de la simulación fue el mismo planteamiento del modelo, ya que por la extensión y complejidad de este (500.000 celdas activas), no fue posible correrlo en Eclipse 100, ya que el simulador arrojaba problemas de convergencia. Para poder realizar esta simulación en un simulador convencional se requeriría de establecer un sistema de simulación en paralelo.

7.2.1 Resultados de la simulación. Análisis de la veracidad del método *streamline*. Después de realizada la simulación en FRONTSIM se observaron los siguientes resultados.

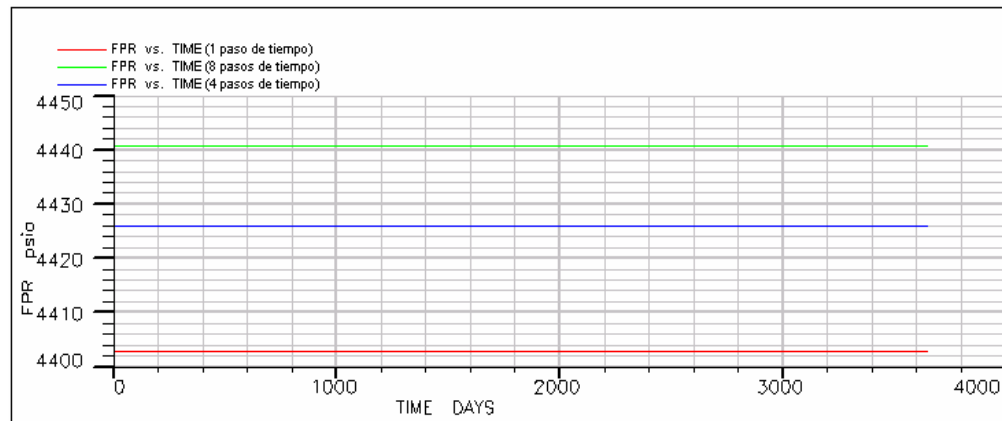
o *Determinación de la distribución de Presión.* Para los diferentes pasos de tiempo establecidos, se obtuvo la siguiente distribución de presión. Ver figura 77

Figura 77. Distribución de presión en el modelo heterogéneo.



Tomada del simulador Frontsim.

Figura 78. Presión para cada uno de los pasos de tiempo e Empleados. Modelo heterogéneo.

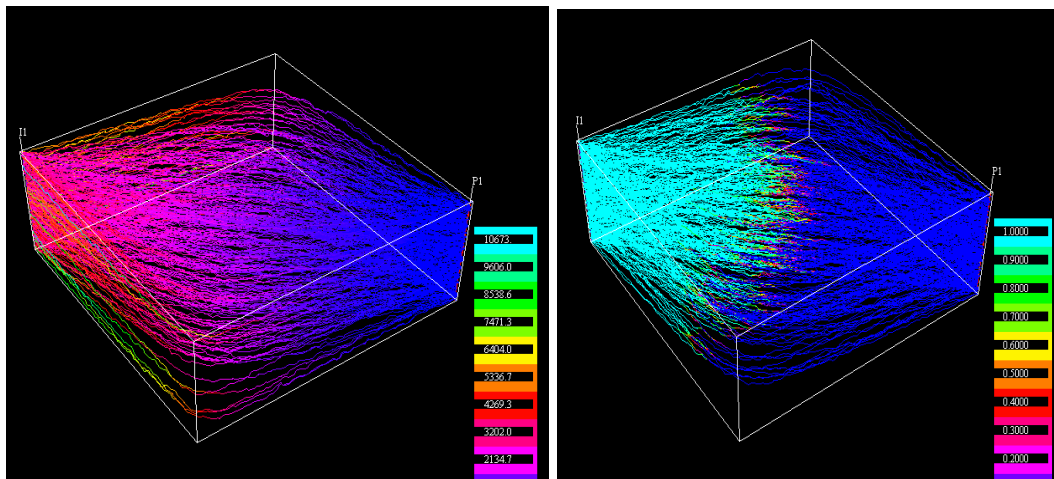


Tomada de Eclipse Office.

Según la figura 78, puede observarse una ligera discrepancia entre los datos obtenidos por el simulador *streamline* para cada tamaño de paso de tiempo, lo cual verifica la veracidad del método en cuanto a la determinación de la presión en yacimientos altamente heterogéneos.

o *Determinación de las streamlines*. Para cada set de pasos de tiempo empleado, se observó la misma distribución de líneas *streamline* graficada por el simulador, identificando claramente las áreas de flujo en el modelo. En estas figuras además de apreciarse mejor el método del trazado de Pollock, se observa con detalle el avance del proceso de inyección y la saturación a través de las líneas de flujo definidas. Esto se observa en la figura 79.

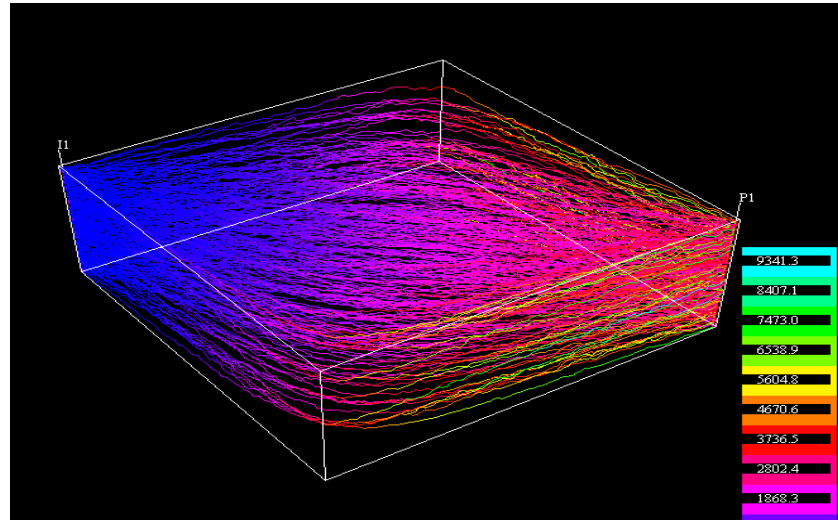
Figura 79. Izquierda: streamlines definidas para el modelo simulado. Derecha: avance de la inyección en las streamlines. Modelo heterogéneo.



Tomada del simulador Frontsim.

Otra propiedad apreciable en el simulador es el *tiempo de vuelo* que presentarían los fluidos en cada instante de tiempo, como se observa en la figura 80. Mediante ella se puede concluir que las áreas laterales superior del modelo (líneas amarillas y verdes) son zonas difíciles de barrer y que requieren de aproximadamente 7000 a 8000 días de inyección para lograr que se experimente un efecto notorio sobre esta zona.

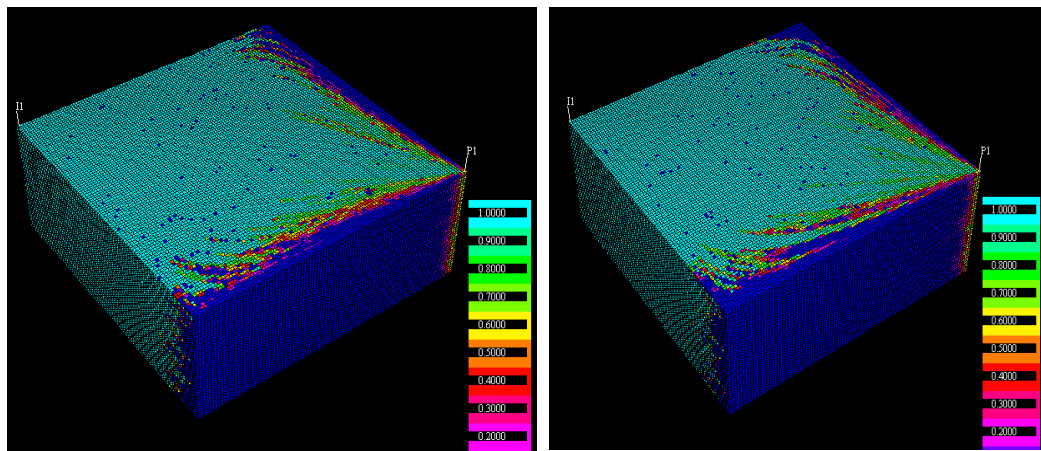
Figura 80. Tiempo de vuelo obtenido para el modelo establecido al cabo de los 3650 días de inyección.



Tomada del simulador Frontsim.

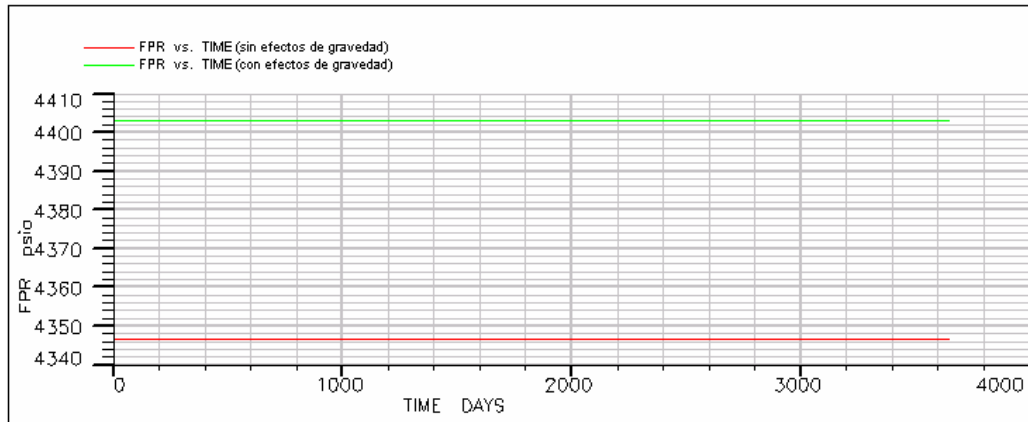
o *Influencia de la gravedad.* En este caso planteado, por las características estructurales y de heterogeneidad del modelo, el efecto de la gravedad juega un papel importante en la predicción del comportamiento del modelo, especialmente en lo que se refiere a la determinación de la presión y de la distribución de saturaciones en el modelo. Este efecto se observa en las figuras 81 y 82.

Figura 81. Izquierda: distribución de saturación sin efectos de gravedad. Derecha: distribución de saturación con efectos de gravedad. Modelo heterogéneo.



Tomada del simulador Frontsim.

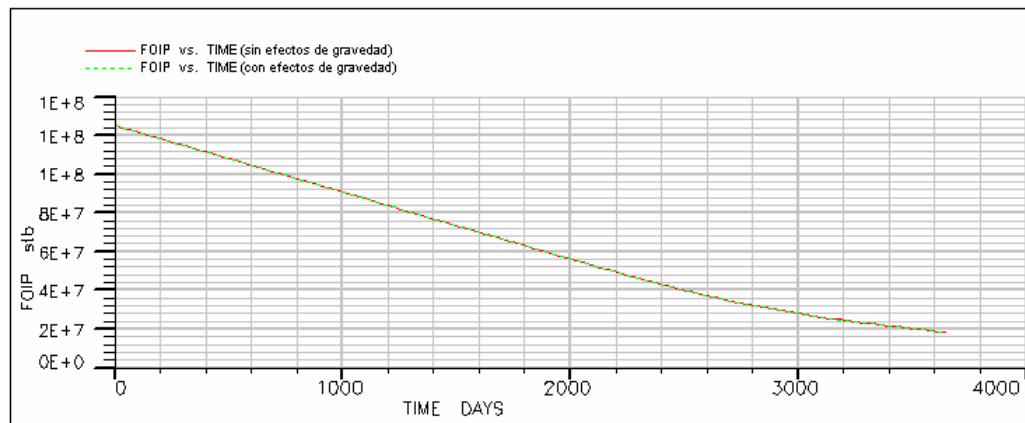
Figura 82. Distribución de presiones hallada por el simulador streamline con y sin efectos de gravedad para el caso base dos.



Tomada de Eclipse Office.

Para las figuras 81 y 82 el efecto de la gravedad se hace un poco notorio en la forma del frente de saturación y en la diferencia de presión de 60 PSIA, hallada en la distribución de presión. Para la predicción del comportamiento de producción los resultados obtenidos son bastante confiables y divergen en un pequeño porcentaje, evidenciando la validez del modelo construido (ver figuras 83, 84, 85, 86 y 87).

Figura 83. FOIP para el caso dos con y sin efectos de gravedad.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 84. Tasa de producción de aceite para el caso dos con y sin efectos de gravedad.

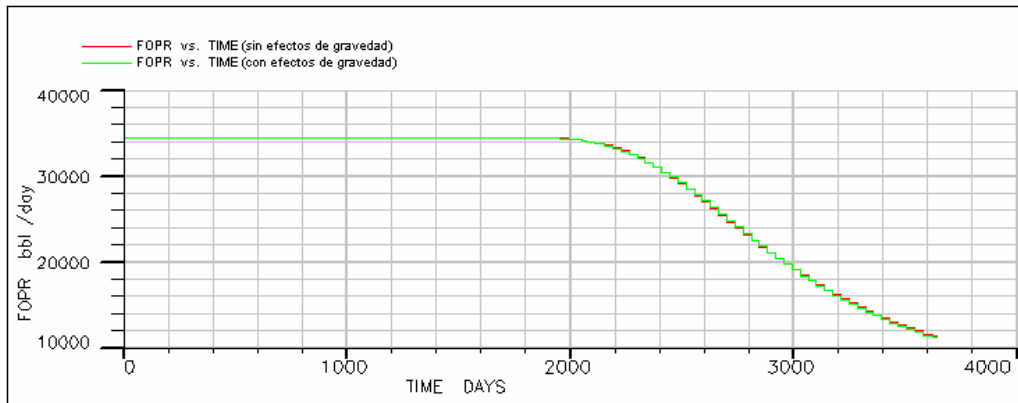


Figura 85. Producción total de aceite para el caso dos con y sin efectos de gravedad.

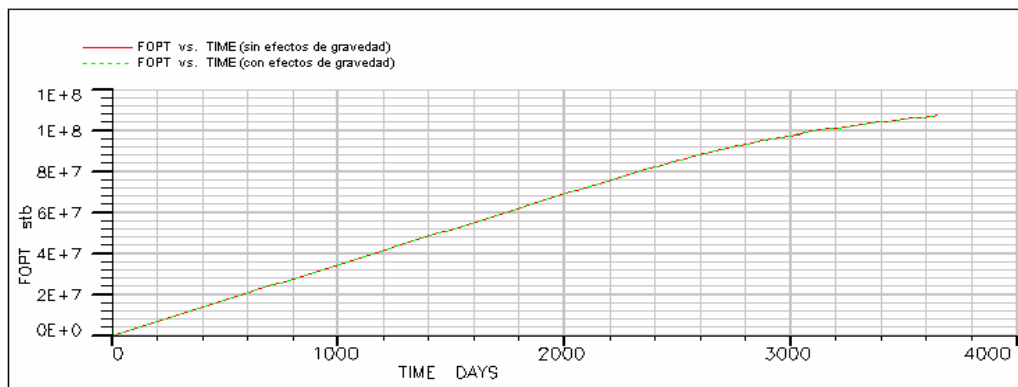
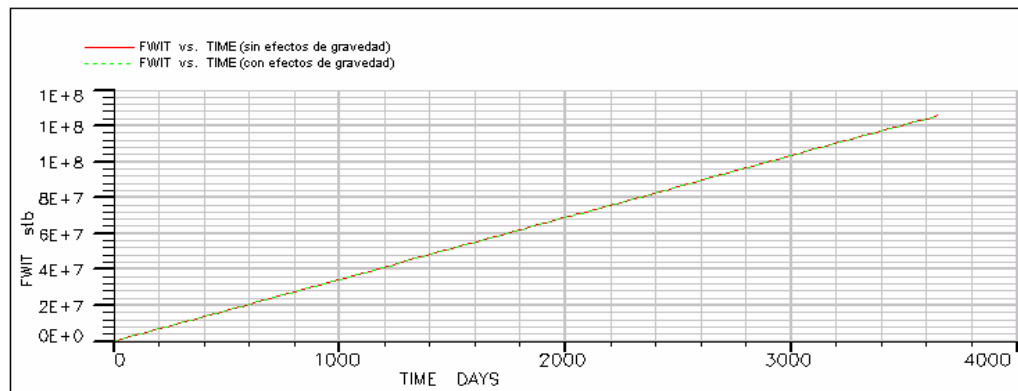
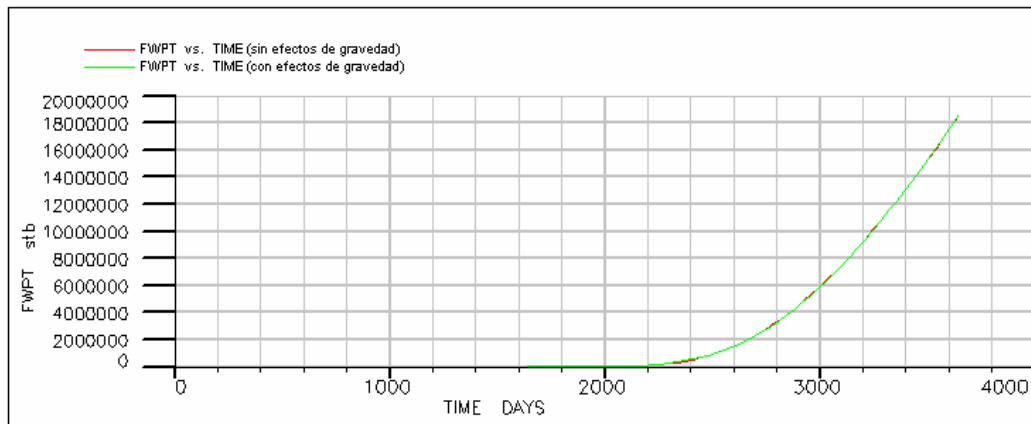


Figura 86. Inyección total de agua para el caso dos con y sin efectos de gravedad.



Tomadas de Eclipse Office.

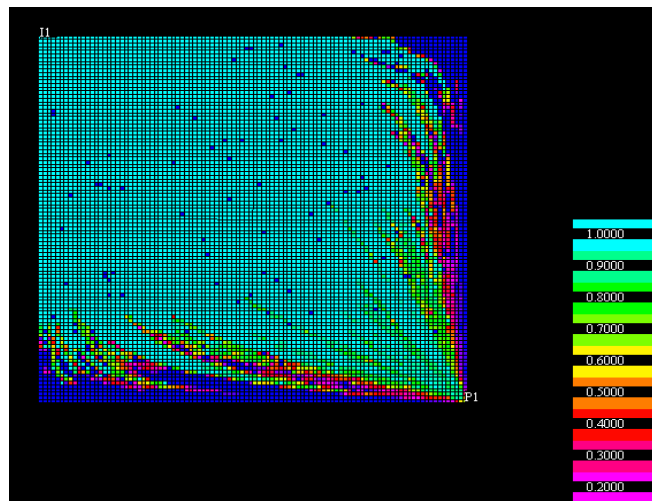
Figura 87. Producción total de agua para el caso dos con y sin efectos de gravedad.



Tomada de Eclipse Office.

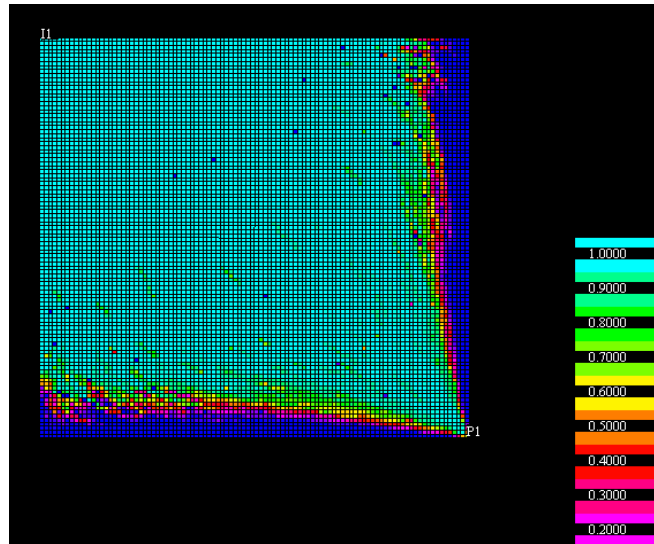
o *Determinación de la distribución de saturación en el modelo.* Para los tres tamaños en los pasos de tiempo considerados para las corridas, se obtuvieron las siguientes distribuciones de saturación, evidenciándose nuevamente, pero de una forma más marcada el efecto de difusión numérica en la forma externa del frente de invasión y en los valores de saturación de algunas celdas, a medida que se aumentan los pasos de tiempo en la simulación.

Figura 88. Saturación para un solo Paso de tiempo considerado. $T_p = 3650$ días. Modelo heterogéneo.



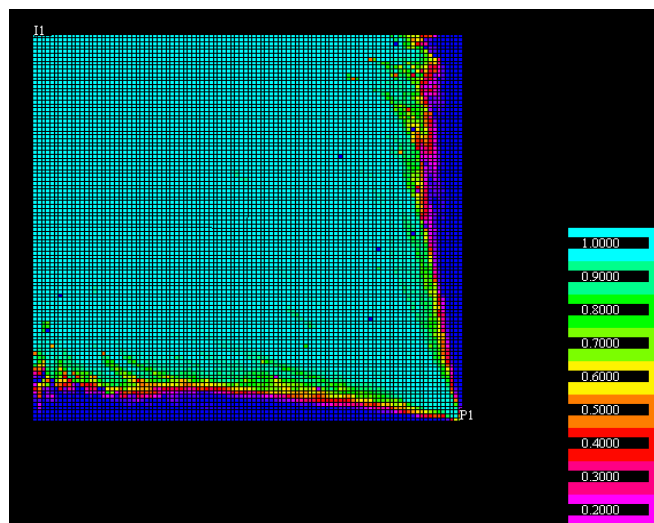
Tomada del simulador Frontsim.

Figura 89. Saturación para 4 pasos de tiempo considerados. $T_p=912.5$ días. Modelo heterogéneo.



Tomada del simulador Frontsim.

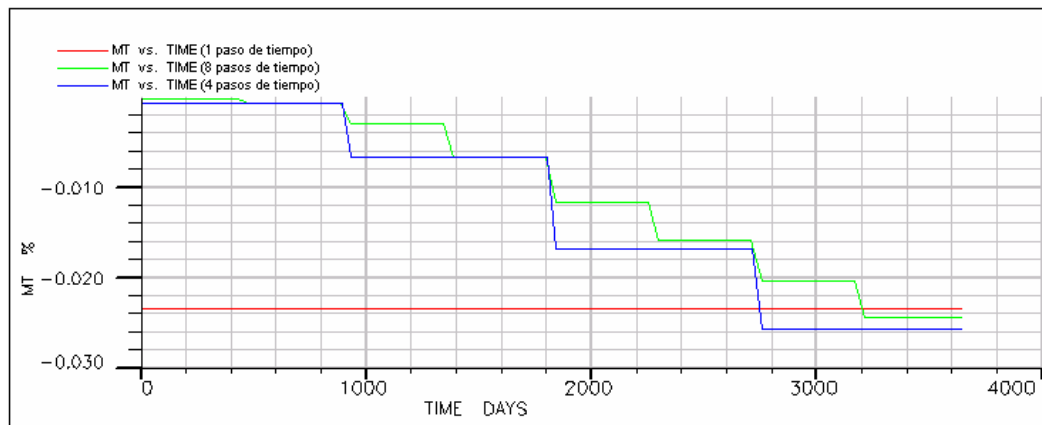
Figura 90. Saturación para 8 pasos de tiempo considerados. $T_p= 456.25$ días. Modelo heterogéneo.



Tomada del simulador Frontsim.

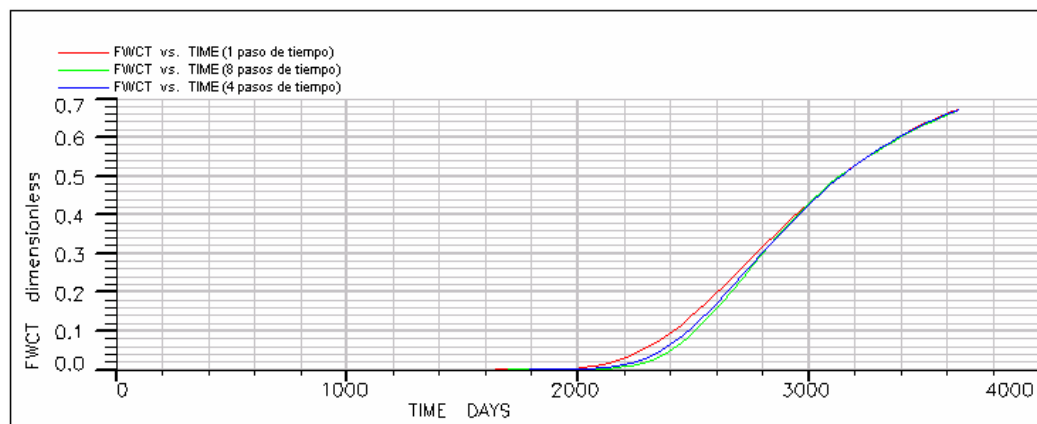
○ *Predicción del comportamiento de la producción.* Aunque al aumentar el número de pasos de tiempo se originan efectos de difusión numérica, estos errores son relativamente pequeños y el simulador busca reducirlos mediante algoritmos internos. No obstante para casos heterogéneos como el considerado, se debe hacer un análisis más detallado a fin de determinar el número de pasos de tiempo óptimo, sin dejar a un lado la ventaja de seleccionar pasos de tiempo algo extensos. Los comportamientos obtenidos para cada uno de los pasos de tiempo seleccionados son bastante consistentes y aproximados y se observan en las siguientes figuras:

Figura 91. Errores en el balance de materiales tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo



Tomada de Eclipse Office.

Figura 92. Corte de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.



Tomada de Eclipse Office.

Figura 93. Inyección total de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.

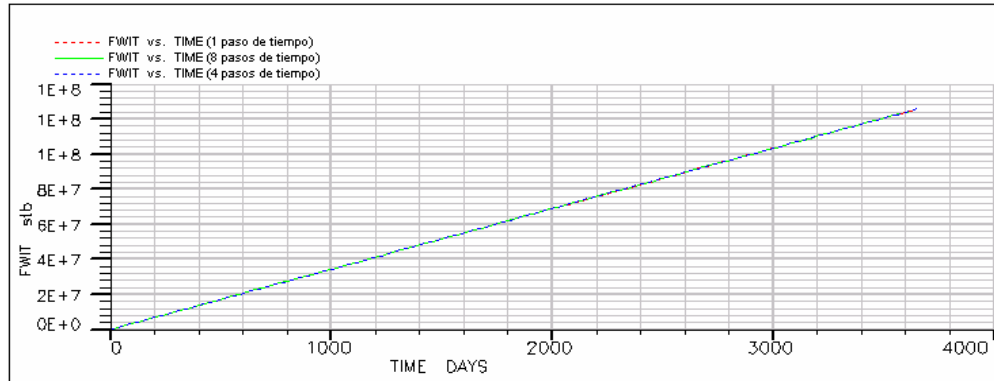


Figura 94. OIP tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo dos.

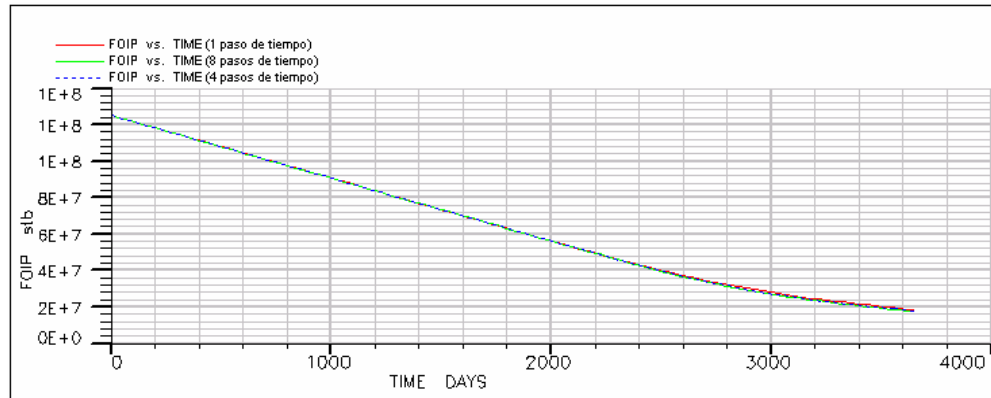
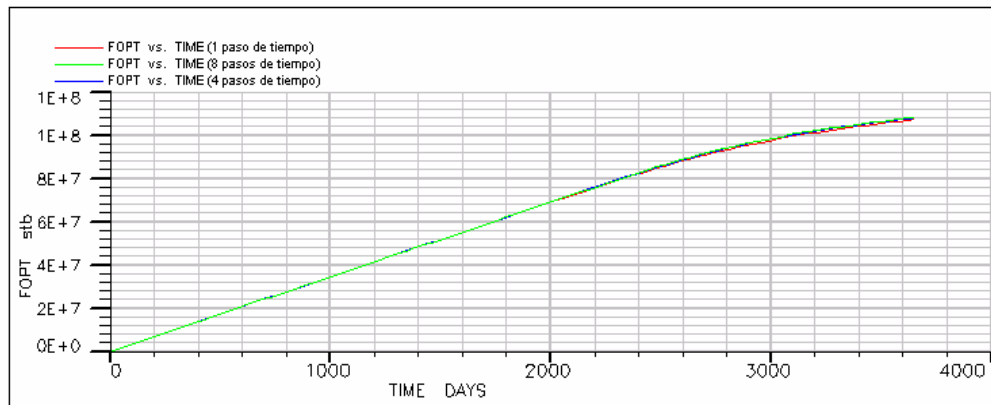


Figura 95. Producción total de aceite tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.



Tomadas de Eclipse Office.

Figura 96. Tasa de producción de aceite tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Modelo heterogéneo.

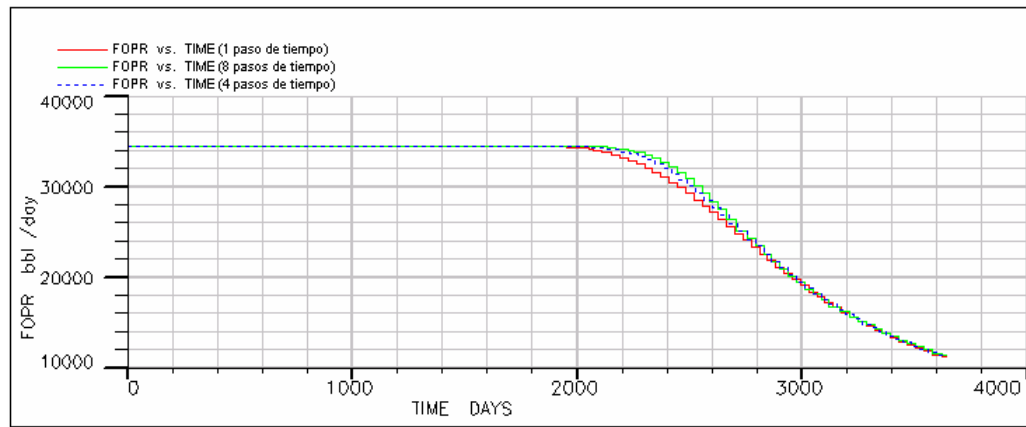
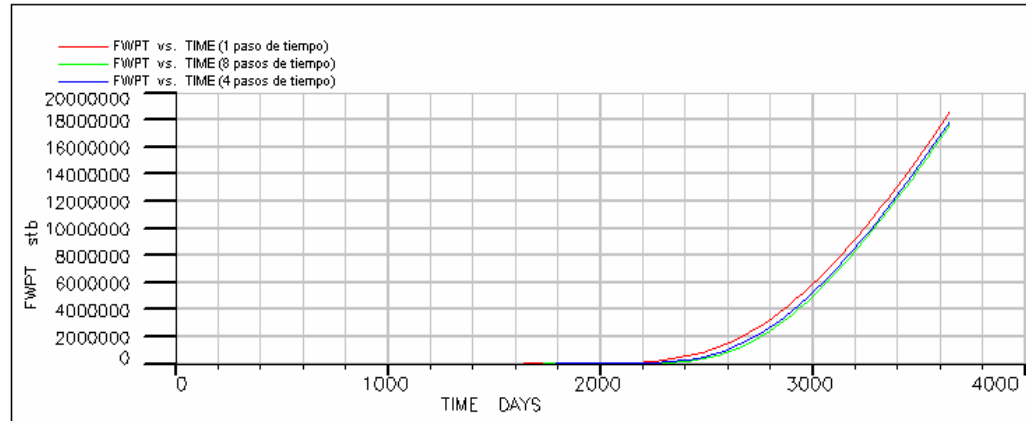


Figura 97. Producción total de agua tomando diferentes tamaños en los pasos de tiempo. Caso base dos.



Tomadas de Eclipse Office.

8. PERSPECTIVA DE LA SIMULACIÓN STREAMLINE EN COLOMBIA

En la actualidad, teniendo en cuenta la gran necesidad que requiere Colombia en cuanto a mejorar el rendimiento y producción de sus yacimientos, una mejor comprensión y definición de cada uno de ellos a partir de tecnologías como la simulación *streamline*, puede ayudar al país a aprovechar al máximo sus campos, y así mismo garantizar a aquellos que están por venir, un mejor desarrollo y operación.

Las amplias ventajas que brinda la simulación *streamline* de la mano de nuevas tecnologías como son procesos geoestadísticos, algoritmos genéticos, métodos mejorados de integración de datos entre otros, en los últimos años han sido aplicadas con éxito en algunos campos de nuestro territorio, especialmente yacimientos sometidos a inyección de agua.

En recientes estudios realizados en conjunto con la UIS y ECOPETROL, se han generado investigaciones que interactúan los procesos anteriormente mencionados, como es el caso del estudio realizado en un piloto de inyección del campo La Cira Infantas. En este estudio diseñado para cuantificar la incertidumbre asociada en la predicción de parámetros de producción, se integraron el modelamiento geoestadístico con la simulación *streamline*, generando un procedimiento bastante robusto que permitió predecir eficientemente cortes de agua y tasas de producción. Este estudio realizado por el Ingeniero Jorge Mantilla V* (2003), fue tan exitoso que en la actualidad toda el área 7 del campo la Cira Infantas ya ha sido simulado mediante esta técnica, arrojando buenas recomendaciones para mejorar el proceso de inyección-producción.

Otro interesante proyecto fue el desarrollado por el Ingeniero José Arnobio Vargas Medina** (2003), quién combinó simulación *streamline*, modelamiento Geoestadístico y técnicas de inversión dinámica de datos en un modelo sintético, a fin de obtener una novedosa metodología para optimizar el modelo de permeabilidad de yacimientos altamente heterogéneos, obteniéndose nuevamente resultados satisfactorios. Según el autor, esta metodología permite la apropiación para la industria petrolera nacional de una tecnología de punta útil en la caracterización de nuestros yacimientos.

* MANTILLA, V., JORGE. "Cuantificación de la Incertidumbre Asociada en la Predicción del Comportamiento de Producción de un Yacimiento altamente Heterogéneo Sometido a Inyección de Agua". Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2003.

** VARGAS MEDINA, JOSE ARNOBIO, "Optimización del Modelo de Permeabilidad de un Yacimiento Heterogéneo Mediante Inversión Dinámica de Datos Basada en Simulación Streamline". Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2003.

Concluyendo con este grupo de estudios por su parte, el Ingeniero Santiago González Fernández (2003) desarrolló un programa llamado INVERDINÁMICA, generado en plataforma PC y bajo ambiente Windows que integra esta vez simulación *streamline* con formulaciones de algoritmos genéticos aplicables a yacimientos en producción primaria como en yacimientos sometidos a inyección de agua. La metodología desarrollada mostró ser una técnica apropiada para encontrar descripciones de yacimientos que hacen honor a los datos de producción, información de los pozos y a los rasgos geológicos, además de manejar gran cantidad de parámetros, lo cual es un problema cuando se trabaja en modelos de simulación de yacimientos.

Según el autor esta metodología ayudará a los ingenieros de yacimientos a realizar el ajuste histórico del modelo propuesto, disminuyendo las horas-hombre requeridas para realizar este proceso.

En cuanto a empresas del sector privado, la OXY, está aplicando actualmente la simulación *streamline* en Caño-Limón y usa el simulador de Schlumberger "Frontsim".

Muchos de nuestros campos, sobre todo los más antiguos han experimentado un marcado efecto de disminución de su producción. Si a esto se le agrega que no se cuenta con un modelo de yacimiento bien establecido, que describa tanto estática como dinámicamente el comportamiento real de los fluidos, no se puede esperar un buen aprovechamiento de estos recursos.

La simulación *streamline* sería clave en estos casos, permitiendo una buena definición y comprensión de nuevos modelos que realmente representen estos fenómenos y que además brinden la posibilidad de mejorar o innovar los procesos de recobro con el fin último: aumentar en forma eficiente la producción.

Como es de apreciarse, esta técnica tiene un excelente futuro en nuestro país debido a su aprovechamiento, novedad y su rapidez de solución. Actualmente se utiliza para procesos de inyección-producción, pero ya se han hecho desarrollos para aplicar a procesos relacionados con depleción por gas en solución.

* GONZÁLEZ FERNANDEZ, SANTIAGO. "Inversión Dinámica de Datos para Caracterizar un Yacimiento Fluvial Usando Geoestadística y Algoritmos Genéticos". Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2003.

Dadas las amplias características de heterogeneidad de nuestros yacimientos, sus extensiones, complejidad geológica, y la inmensa mayoría de campos sometidos a procesos inmiscibles, esta área de la ingeniería se perfila como una herramienta clave en el buen manejo y predicción del comportamiento de nuestros campos.

9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

9.1 CONCLUSIONES

Los simuladores *streamline* como herramientas en la caracterización de yacimientos, especialmente modelos altamente heterogéneos, son ampliamente ventajosos, ya que permiten simular procesos basados directamente en el modelo geológico original, empleando sencillamente un procesador convencional.

La simulación *streamline* sobrepasa los límites establecidos por los simuladores convencionales: permite trabajar con mallas grandes y a pasos de tiempo extensos, haciendo eficiente uso de la memoria disponible.

La diferencia en tiempo de CPU entre una simulación *streamline* y una simulación de diferencias finitas es debida a la habilidad del método *streamline* para desacoplar un problema 3D en una serie de problemas unidimensionales, que solo son función de las propiedades geológicas de las celdas, el *tiempo de vuelo* y los flujos fraccionales de los fluidos presentes. Los efectos de orientación del grid son substancialmente reducidos en el método *streamline*.

La tecnología *streamline* brinda nuevas características gráficas como la visualización del *tiempo de vuelo* y las zonas de influencia de inyectores y productores. Estos nuevos tipos de resultados pueden ser ampliamente útiles a la hora de verificar procesos de upscaling, consistencia de modelos geológicos y dinámicos, clasificación de modelos geoestadísticos y optimización de los patrones de inyección-producción establecidos, entre otros.

Los simuladores *streamline* han demostrado ser eficientes para pasos de tiempo largos y extensos. Aunque tomando pasos de tiempo cortos se evidencia en la distribución de saturación hallada un leve efecto de difusión numérica, los resultados en cuanto a predicción del comportamiento de la producción arrojados por el simulador son ampliamente consistentes y congruentes con el modelo establecido. Si en el modelo establecido no se varían en forma significativa las condiciones límites o de operación, y además el simulador brinda la opción de solución analítica, esta posibilidad origina soluciones ampliamente satisfactorias y libres de efectos de difusión.

El efecto de la gravedad es un factor que de una u otra forma puede influir en el desplazamiento de los fluidos, especialmente, si estos son totalmente diferentes en términos de densidad y composición y si el modelo a simular es ampliamente estratificado.

Aunque la metodología *streamline* en los últimos años se ha extendido y se ha desarrollado para trabajar procesos compresibles y composicionales, su amplio campo de aplicación se ha mantenido en el área de procesos de inyección de agua, debido a que son sistemas de desplazamiento altamente estables y muy acordes con el método *streamline*.

Los cambios constantes en las condiciones límites o de operación del modelo establecido, llevan implícito errores en el balance de materiales, reduciendo de ésta forma la eficiencia del método *streamline*. No obstante, cada simulador *streamline* posee algoritmos especiales que buscan reducir este porcentaje, o dado el caso detener el proceso de simulación cuando el error al final de algún paso de tiempo es muy alto.

En sistemas altamente compresibles, la ventaja inherente de velocidad del simulador *streamline* se ve reducida debido a la necesidad de actualización periódica de la presión y de las líneas de flujo. Lo anterior no quiere expresar error en los resultados obtenidos por el simulador *streamline*, solo que su comportamiento en cuanto a velocidad sería semejante al esperado en un simulador convencional.

Mediante los casos base establecidos, se verificó la efectividad, veracidad y aplicabilidad del método de simulación *streamline*. Se confrontó la teoría con la práctica, obteniéndose los resultados esperados. Sin embargo, se debe resaltar que cada tipo de simulador *streamline* comercialmente disponible, posee su forma de tratamiento de información y análisis de datos. 3DSL es muy amplio y en los últimos años le han sido implementadas muchas aplicaciones no encontradas en Frontsim, que aumentan las ventajas de este tipo de simulación.

Mecanismos dominados por fuertes efectos de presión capilar originan flujo perpendicular a las *streamlines*. En estos casos, el uso de un simulador de diferencias finitas es la opción más recomendable.

9.2 RECOMENDACIONES.

En la actualidad, se han desarrollado modelos matemáticos *streamline* adaptados para tratar sistemas capilares y gravitacionales. El desarrollo de un software que tenga en cuenta estos aspectos sería una alternativa interesante.

Cuando se requieran trabajar procesos altamente no-lineales, es aconsejable seleccionar el tamaño y el número de pasos de tiempo óptimo, basados en los datos arrojados por el simulador y el comportamiento histórico-real del campo.

Ninguno de los simuladores *streamline* comercialmente reconocidos brinda la posibilidad de trabajar mallas no estructuradas ni tipo PEBI. El planteamiento matemático ya ha sido desarrollado y sería excelente adaptarlo a algún simulador.

La simulación *streamline* es solo una de las herramientas aplicadas en la actualidad para la caracterización de yacimientos. La sistematización de algoritmos que integren en un solo programa que incluya simulación geoestadística, simulación *streamline* y esquemas de inversión dinámica puede ser ventajoso y se evitaría la manipulación y transferencia manual de información entre las subrutinas.

Difundir en el medio estudiantil este método de simulación, presentando las amplias aplicaciones y ventajas que posee, pero sobre todo el amplio campo de aplicación que tiene en nuestro país por ser una tecnología nueva, que responde a las necesidades de optimización de los procesos de recobro y por ende al mejoramiento de la producción de los campos.

BIBLIOGRAFIA

AGARWAL, BIJAN, BLUNT, MARTIN. "A Streamline-Based Method for Assisted History-Matching Applied to an Arabian Gulf Field". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Denver, Colorado. 5-8 oct. 2003. SPE N° 84462

AL-HUTHALI, ARAMCO, AHMED, SAUDI, DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation of Water Injection in Naturally Fractured Reservoirs". Symposium on Improved Oil Recovery. Oklahoma. 17-21 abril. 2004. SPE N° 89443.

ATES, HARUN, BAHAR, ASNUL, CHARFEDDINE, MOHSEN MOHAN, KELKAR, DATTA-GUPTA, AKHIL." Ranking And Upscaling Of Geostatistical Reservoir Models Using Streamline Simulation: A Field Case Study". Texas A&M University 9-12 Jun 2003. SPE N° 81497

BAKER, RICHARD. "Streamline Techology: Reservoir History Matching and Forecasting= its Success, Limitations and Future". JCPT. Abril. 2001.
-----"Full-Field Modeling Using Streamline-Based Simulation: 4 Case Studies". Streamsim Technologies Inc. SPE 66405. Texas, Feb. 2001.

BARTHELEMY, MAUD, BLUNT, MARTIN, FENWICK, DARRYL,. "Streamline-Based History Matching Using Sensitivity Computations and the Gradual Deformation Method". Institut Francais Du Petrole, Imperial Collage. Jun. 2003.

BATENBURG, VAN, BRUINING, J., BAKKEN, H. "The Effect of Capillary Forces in Heterogeneous Flow-Units: A Streamline Approach". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Texas, oct. 5-9 1991. SPE N° 22588.

BATYCKY, ROD P., THIELE R, MARCO, BLUNT, MARTIN J.. " A Streamline-Based Reservoir Simulation of the House Mountain Waterflood". Stanford University - SUPRIC Research Group. SCRF, 1997.
-----"A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator". Stanford University. Jun 1997. Pág 15-18.

BERENBLYUM, R.A., SHAPIRO, A., JESSEN, K., STENBY, E., ORR, F. "Black Oil Streamline Simulator with Capillary Effects". Technical University of Denmark and Stanford University. SPE 84037. Oct. 2003.

BRATVEDT, F., GIMSE, T. AND TEGNANDER, C. "Streamline Computations for Porous Media Flow Including Gravity". Transport in Porous Media, Vol. 25, N° 1. Pág. 63-78. Oct 1996.

CHAWATHÉ, ADWAIT, TAGGART, LAN. "Insights Into Upscaling Using 3D Streamline". Reservoir Simulation Symposium. Texas, 11-14 feb. 2001. SPE N° 66379.

CHRISTIE, MIKE, SUBBEY, SAM, SAMBRIDGE, MALCOLM, THIELE R, MARCO. "Quantifying Prediction Uncertainty in Reservoir Modelling Using Streamline Simulation". 15^o ASCE Engineering Mechanics Conference. Columbia University, New York. 2-5 Jun. 2002.

DATTA-GUPTA, AKHIL. "Streamline Simulation: A Technology Update". SPE, Texas A&M University. Dic. 2000.

DONATO, GINEBRA, BLUNT, MARTIN. "A Streamline-Based Dual Porosity Simulator for Fracture Flow Simulation". ITF Project. Jun. 9 2003.
-----"Streamline-Based Dual Porosity Simulation of Fractured Reservoirs". Annual Technical Conference and Exhibition. Colorado, 5 – 8 Oct 2003. SPE N° 84036.

DUPIN, RAVALEC, DARRYL, MICKAELE H., FENWICK. "A Combined Geostatistical and Streamline-Based History-Matching Procedure". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Texas, 29 sep. 2 oct. 2002.

EMANUEL, A.S, AND MILLIKEN, W.J. "Application of 3D Streamline Simulation to Assist History Matching". SPE 49000. New Orleáns. Oct 1998.

GEOQUEST, FRONTSIM "Case Study: FrontSim Streamline Simulation". Sept 2001.

GILMAN, J., MENG, H., ULAND, M., DZURMAN, P., COSIC, S. "Statistical Ranking of Stochastic Geomodels Using Streamline Simulation: A Field Application". Annual Technical Conference and Exhibition. SPE 77374. Texas. 29 Sep-2 Oct 2002.

GONZÁLEZ FERNANDEZ, SANTIAGO. "Inversión Dinámica de Datos para Caracterizar un Yacimiento Fluvial Usando Geoestadística y Algoritmos Genéticos". Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2003.

HARTEN, A. "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws". J. Comp. Phys. Vol. 49 Pág 357. 1983.

HE, ZHONG, DATTA-GUPTA, AKHIL, YOON, SEONGSIK. "Streamline-Based Production Data Integration Under Changing Field Conditions "Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, 30 Sep.3 Oct. 2001. SPE N° 71333

IDROBO, EDUARDO A., CHOUDHARY, MANOJ K., DATTA-GUPTA, A. "Swept Volume Calculations And Ranking Of Geostatistical Reservoir Models Using Streamline Simulation". Texas A&M University. California, 19–23 June 2000. SPE N° 62557.

INGEBRIGTSEN, L., BRATVEDT, F., BERGE, J. "A Streamline Based Approach to Solution of Three-Phase Flow". Reservoir Simulation Symposium Held in Houston. Texas 14-17 Feb. 1999. SPE N° 51904.

KAZEMI, H. "Analytical and Numerical Solution of Oil Recovery from Fractured Reservoirs with Empirical Transfer Functions". SPEJ. May 1992. Pág 219.

KING, M.J., MANSFIELD, MARK. "Flow Simulation of Geologic Models ".BP Exploration Ltd. 4 de Agos 1999.

LITVAK, B.L. "Simulation and Characterization of Naturally Fractured Reservoirs". Dallas. April 29-May 1 1985.

LOLOMARI, TONY, BRATVEDT, KYRRE, CRANE, MARTHA, MILLIKEN, WILLIAM J., TYRIE, J.J. "The Use of Streamline Simulation in Reservoir Management: Methodology and Case Studies". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Texas 1-4 oct. 2000. SPE N° 63157.

-----"The Use of Streamline Simulation in Reservoir Management: Methodology and Case Studies". SPE 63157. Texas. Oct 2000.

M.A. CHRISTIE, HERIOT-WATT U, BLUNT, M.J. "Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques". SPE. Agos. 2001.

MALLISON, B.T, GERRITSEN, M.G, MATRINGE, S.F. "Improved Mappings for Streamline-Based Simulation". Symposium on Improved Oil Recovery. Oklahoma, 17-21 abril. 2004. SPE N° 89352.

MANTILLA, V., JORGE. "Cuantificación de la Incertidumbre Asociada en la Predicción del Comportamiento de Producción de un Yacimiento altamente Heterogéneo Sometido a Inyección de Agua". Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2003.

MANUAL ECLIPSE FRONTSIM GEOQUEST.SCHLUMBERGER. 2001.

MANUAL SIMULADOR 3DSL. STREAMSIM TECHNOLOGIES INC. Version 2.20
Agost 2004.

MASCHIO, CÉLIO, SCHIOZER, DENIS JOSÉ. "Analysis of the Performance of Streamline Simulation". UNICAMP. Buenos Aires - Argentina, Nov 5-6, 2002.

MARATHE, R.V. "A Novel Streamtube Model for Tracer Flow In An Areally Heterogeneous Reservoir". Oil and Gas conference and Exhibition. India. 17-19 Feb 1998. SPE N° 39550.

MATHIEU, MICHAEL G.EDWARDS, BLUNT, MARTIN J." Streamline Tracing On Curvilinear Structured And Unstructured Grids". Imperial College,London .Jun 2002.

MATRINGE, S.F, GERRITSEN, M.G, "On Accurate Tracing Of Streamlines". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition.Texas 26-29 Sept 2004 SPE N° 89920.

PEDIDIHOPTIA, S., DATTA-GUPTA, A., XUE, GUOPING. "Multiphase Streamline Modeling In Three Dimensions: Further Generalizations and a Field Application "Reservoir Simulation Symposium. Texas 6-11 Jun 1997. SPE N° 38003

-----"An Efficient PC Based Streamline Simulator for Immiscible and Miscible Displacements". Petroleum Computing Conference. Texas, 8-11 Jun. 1997. SPE N° 38129.

POLLOCK, D.W. "Semianalytical Computation of Path Lines for Finite-Difference Models". Ground Water. Nov-Dic 1988. 26, N° 6, Pág 743-750.

PONTING, D. K. "Hybrid Streamline Methods". Asia Pacific Conference on Integrated Modelling for Asset Management. Malasya, 23-24 marzo. 1998. SPE N° 39756.

PORTELLA, R.C.M., HEWETT, T.A. "Upscaling, Gridding, and Simulating Using Streamtubes ".Stanford U. Sept 2000.

RUIJIAN, LI, REYNOLDS, A.C., OLIVER, D.S. "History-Matching of Three-Phase Flow Production Data". Reservoir Simulation Symposium Held in Houston. 11-14 feb. 2003.

SAMIER, QUETTIER, THIELE, MARCO. "Applications Of Streamline Simulations To Reservoir Studies" SPE Reservoir Simulation Symposium Held In Houston, Texas, 11–14 Feb 2001. SPE Nª 66362.

SANTA FÉ, ELKIN, ENELSO, LUIS. "Estudio Comparativo de las Técnicas de Emallado Empleadas en simulación de Yacimientos". Universidad Industrial de Santander. Nov 2004.

SARKAR, AMIT K., FARUQI, SOHAIL A., BARMAN, I., WANG, M. K. "Efficient Use of Streamline Simulation and Inversion Techniques to Improve Reservoir Modeling". SPE Annual Technical Conference. And Exhibition. Texas 1-4 oct. 2000. SPE N° 63291.

SONIER, F. "Numerical Simulation of Naturally Fractured Reservoirs". SPE 15627. New Orleans. Oct 1986.

SWEBY, P.K. "High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws. SIAM J. Numerical Análisis Vol 21. Pág 995-1011. 1990.

THIELE R, MARCO. "Streamline Simulation." 6º Internacional Forum on Reservoir Simulation. Schloss Fusch, Austria. 3-7 Sep. 2001.

-----"Modeling Flow In heterogeneous Media Using Streamtubes. Miscible And Immiscible Displacements " Department of Petroleum Engineering Stanford University, Stanford California 1995

----- "Simulating Flow In Heterogeneous Systems Using Streamtubes And Streamlines " . SPE, Stanford University. Feb 1996.

-----"A Streamline-Based 3D Field-Scale Compositional Reservoir Simulator". Annual Technical Conference and Exhibition. Texas, Oct 5-8, 1997. SPE N° 38889.

-----“Modeling Flow In heterogeneous Media Using Streamtubes I. Miscible and Immiscible Displacements”. Stanford University. Marzo 3, 1995.

----- “Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes”. Dic 1994.

TRAN, THOMAS T , WEN, XIAN-HUAN, BEHRENS, RONALD A. “Efficient Conditioning of 3D Fine-Scale Reservoir Model To Multiphase Production Data Using Streamline-Based Coarse-Scale Inversion and Geostatistical Downscaling”. Annual Technical Conference and Exhibition. Texas, 3–6 Octr 1999. SPE N° 56518.

VARGAS, JOSE A. “Optimizaciôn Del Modelo De Permeabilidad De Un Yacimiento Heterogéneo Mediante Inversión Dinámica De Datos Basada En Simulación Streamline”. Universidad Industrial De Santander, Bucaramanga 2003.

VASCO, D.W, YOON, S., DATTA-GUPTA, A. “Integrating Dynamic Data Into High-Resolution Reservoir Models Using Streamline-Based Analytic Sensitivity Coefficients”. Texas A&M U. Dic. 1999.

WANG, YUANDONG, KOVSCEK, ANTHONY R. “A Streamline Approach For History-Matching Production Data “. Improved Oil Recovery Symposium held in Tulsa, Oklahoma, 3–5 Abril 2000. SPE N° 59370

-----“A Streamline Approach For Ranking Reservoir Models That Incorporates Production History “. SPE Annual Technical Conference. And Exhibition held in San Antonio. Texas 29 Sept-2 Oct 2002. SPE N° 77377.

-----“A Streamline Approach For History-Matching Production Data”. Improved Oil Recovery Symposium held in Tulsa, Oklahoma, 3 –5 April 2000. SPE N° 59370.

WEI, Y., MICHELSEN, M., STENBY, E., BERENBLYUM, R., SHAPIRO, A. “Three-phase Compositional Streamline Simulation and Its Application to WAG”. University of Denmark. SPE 89440. April 2004.

WU, ZHAN, DATTA-GUPTA, A. “Rapid History Matching Using a Generalized Travel-Time Inversion Method “.Texas A&M U. SPE. Jun 2002