

PROPUESTA PARA EL DESARROLLO ACADÉMICO DEL ÁREA DINÁMICA AUTOMOTRIZ

**CARLOS JOSÉ HEREDIA GÓMEZ
JUAN CAMILO ORTIZ LIZCANO**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2007

PROPUESTA PARA EL DESARROLLO ACADÉMICO DEL ÁREA DINÁMICA AUTOMOTRIZ

**CARLOS JOSÉ HEREDIA GÓMEZ
JUAN CAMILO ORTIZ LIZCANO**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

**Director
ALFONSO GARCIA CASTRO
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2007

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bucaramanga, 6 de Agosto del 2007

*Quiero dedicar este trabajo a mis padres y hermanos,
por su apoyo, comprensión y enseñanzas, fuente de motivación
para continuar con la labor de ser cada día mejor persona.*

*A mis abuelos y a mi abuelita QEPD pues gracias
a su cariño encontré tranquilidad para trabajar*

Carlos José

*A mis padres y hermanos, por su apoyo,
paciencia y confianza en mis decisiones y acciones,
y por enriquecer de manera sustancial mi vida
personal y profesional.*

Juan Camilo

AGRADECIMIENTOS

A Alfonso García Castro, ingeniero mecánico, director del proyecto y amigo, por su respaldo, confianza y colaboración oportuna.

A Omar Armando Gelvez, ingeniero mecánico, por sus útiles consejos.

A nuestros amigos y compañeros de carrera por brindarnos su ayuda y apoyo en los momentos de dificultad

A toda persona que de una u otra forma estuvo presente en la elaboración de este trabajo de grado.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	1
1 RECOPIACIÓN BIBLIOGRÁFICA	6
1.1 MECÁNICA DE LLANTAS NEUMÁTICAS	9
1.1.1 Resistencia a la Rodadura	11
1.1.2 Esfuerzo de Tracción y Deslizamiento Longitudinal	13
1.1.3 Propiedades de Curveo de las Llantas	15
1.1.4 Desempeño de las Llantas en Superficies húmedas	19
1.1.5 Propiedades de Manejo de las Llantas	21
1.2 CARACTERÍSTICAS DE RENDIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES	23
1.2.1 Ecuación de movimiento y Máximo Esfuerzo de tracción	23
1.2.2 Fuerzas y Momentos Aerodinámicos	26
1.2.3 Planta motriz de los vehículos y características de la transmisión	30
1.2.4 Predicción del Desempeño del vehículo	41
1.2.5 Consumo de combustible en operación	42
1.2.6 Conjunto Motor – Transmisión	43
1.2.7 Desempeño de Frenado	44
1.3 CARACTERÍSTICAS DE MANIOBRABILIDAD DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES	51
1.3.1 Geometría del Viraje	52
1.3.2 Características de Maniobrabilidad de un automóvil de dos ejes en estado estable	54
1.3.3 Respuesta al comando de Viraje en estado estable	57

1.3.4 Pruebas para evaluar las Características de Maniobrabilidad	58
1.3.5 Características de Respuesta en estado transitorio	59
1.3.6 Estabilidad Direccional	61
1.3.7 Características de Maniobrabilidad en estado estable de un tractor – semitrailer	65
1.4 CARACTERÍSTICAS DE MANEJO DEL VEHÍCULO	67
1.4.1 Respuesta humana a la vibración	68
1.4.2 Modelos de manejo de vehículos	69
1.4.3 Introducción a la Vibración Aleatoria	73
1.4.4 Suspensiones Activas y Semi-Activas	77
1.5 FENÓMENO DE VUELCO	80
1.5.1 Vuelco Quasiestático	81
2 LABORATORIOS	87
3 HERRAMIENTA MULTIMEDIA	91
3.1 TUTORIAL	92
3.2 VÍNCULOS	92
3.3 LABORATORIOS	93
3.4 ANIMACIONES	94
3.5 BIBLIOGRAFÍA	98
CONCLUSIONES	99
RECOMENDACIONES	101
BIBLIOGRAFÍA	102
ANEXOS	103

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Estructura de la recopilación bibliográfica	7
Figura 2. Contenido de la Recopilación bibliográfica	8
Figura 3. Tipos de Llantas neumáticas.	11
Figura 4. Variación del coeficiente de resistencia a la rodadura con la presión de inflado sobre varios terrenos.	12
Figura 5. Comportamiento de la llanta bajo la acción de un torque de aceleración.	13
Figura 6. Variación del esfuerzo de tracción con el deslizamiento.	14
Figura 7. Comportamiento de una llanta bajo el efecto de una fuerza lateral.	16
Figura 8. Efecto de la carga normal en las características de curqueo de las llantas de automóviles.	17
Figura 9. Comportamiento de una llanta configurada con ángulo de camber.	18
Figura 10. Elipse de fricción.	19
Figura 11. Acquaplaning de una llanta en superficies inundadas.	20
Figura 12. (a) Modelo lineal y (b) modelo viscoelástico para el modelamiento.	21
Figura 13. Efecto de la velocidad en el coeficiente de amortiguación.	22
Figura 14. Fuerzas Actuando sobre un vehículo de dos ejes.	24
Figura 15. Fuerzas que actúan en un tractor semi-trailer.	25
Figura 16. Requerimientos de potencia para un sedán como función de la velocidad.	27

Figura 17. Influencia de la forma de los detalles de un auto de pasajeros en el coeficiente de resistencia.	29
Figura 18. Efectos de la reducción del coeficiente de resistencia en la economía de combustible a diferentes velocidades para un auto de pasajeros mediano y un tractor semi-trailer.	30
Figura 19. Curva de desempeño ideal de una planta motriz.	31
Figura 20. Curva de desempeño de un motor de gasolina.	32
Figura 21. Requerimientos de potencia de los accesorios de un automóvil de pasajeros.	33
Figura 22. Curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad para un auto de pasajeros.	35
Figura 23. Selección de las relaciones de marcha basándose en la regla de la progresión geométrica.	37
Figura 24. Vista esquemática de un convertidor de torque.	39
Figura 25. Curvas de desempeño de un convertidor de torque.	40
Figura 26. Características de economía de combustible de un motor a gasolina.	42
Figura 27. Efecto de la relación de reducción total de una transmisión manual en el desempeño y la economía del combustible para un vehículo de pasajeros.	44
Figura 28. Fuerzas que actúan en un vehículo de dos ejes durante el frenado.	45
Figura 29. Pérdida de estabilidad direccional debido al bloqueo de las llantas traseras.	47
Figura 30. Efecto de la distribución del esfuerzo de frenado en el desempeño del sistema de frenos de un camión ligero.	48
Figura 31. Efecto del skid en los coeficientes de fuerza y de curvado de una llanta.	50

Figura 32. Geometría del sistema de dirección.	53
Figura 33. Modelo simplificado de un vehículo de dos ejes en estado estable.	55
Figura 34. Curvas de respuesta de un vehículo con viraje neutro, subviraje y sobreviraje para una posición de volante fija.	56
Figura 35. Relaciones entre los ángulos de viraje y la velocidad de un vehículo de viraje neutro, subviraje y sobreviraje.	56
Figura 36. (a) Ganancia en la aceleración lateral para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje (b) Respuestas de curvatura para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje.	58
Figura 37. Modelo de vehículo simplificado para el análisis de movimiento en estado transitorio.	60
Figura 38. Respuesta en la velocidad yaw para una camioneta a un cambio en el ángulo de dirección de 0.01 rad a 96 km/h.	61
Figura 39. Comparación del comportamiento direccional de un vehículo con control de la rata <i>yaw</i> con uno que posee control tanto de la rata <i>yaw</i> como del ángulo de deslizamiento lateral.	64
Figura 40. Comparación del comportamiento direccional de un automóvil con y sin control de estabilidad para los casos de (a) Deslizamiento lateral de las llantas traseras y (b) Deslizamiento lateral de las llantas delanteras.	65
Figura 41. Modelo simplificado de un tractor-semitrailer para análisis de estado estable.	66
Figura 42. Límites de vibración vertical para el confort de pasajeros propuesto por Janeway.	68
Figura 43. a) Modelo de $\frac{1}{4}$ de automóvil 2 GDL b) modelo de giro y rebote 2 GDL c) modelo de giro y rebote de 4 GDL.	70

Figura 44. Razón de transmisibilidad como función de la razón de frecuencias para un sistema de un grado de libertad.	72
Figura 45. Aceleración vertical y lateral medida de un automóvil viajando a 80 km/h sobre una carretera lisa.	77
Figura 46. Concepto de sistema de suspensión activa.	79
Figura 47. Concepto de sistema de suspensión semi-activa.	80
Figura 48. Diagrama de fuerzas durante el vuelco de un vehículo suspendido.	82
Figura 49. Aceleración lateral del equilibrio en el vuelco de un vehículo suspendido.	85
Figura 50. Calificación del Vuelco segun la NHTSA.	86
Figura 51. Estructura del diseño de las prácticas de laboratorio.	88
Figura 52. Menú principal.	91
Figura 53. Menú Laboratorios.	93
Figura 54. Ventana que carga el paper seleccionado.	94
Figura 55. Interfaz de navegación del módulo de videos.	95
Figura 56. Menú de videos.	97

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. FORMATO DE ASIGNATURA	104
ANEXO B. MECÁNICA DE LLANTAS NEUMÁTICAS	106
ANEXO C. CARACTERISTICAS DE RENDIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES	210
ANEXO D. CARACTERISTICAS DE MANIOBRABILIDAD DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES	328
ANEXO E. CARACTERISTICAS DE MANEJO DEL VEHÍCULO	388
ANEXO F. FENÓMENO DE VUELCO	462
ANEXO G. PAPER, GROUND TRANSPORTATION SYSTEMS	489
ANEXO H. VEHICLE DYNAMICS PROJECT	507
ANEXO I. CATALOGO DE EQUIPOS	529
ANEXO J. PRUEBAS DE VUELCO	550
ANEXO K. FOLLETO LLANTAS	562
ANEXO L. LABORATORIOS	570
ANEXO M. PROPUESTA DE ADQUISICIÓN DE EQUIPOS	631

GLOSARIO

VEHÍCULO: Un vehículo es un medio que permite el traslado de un lugar a otro. Cuando se refiere a personas u objetos son llamados vehículos de transporte como por ejemplo el tren, el automóvil, el camión, el carro, el barco, el avión, la bicicleta y la motocicleta, entre otros.

AUTOMOVIL: Es un vehículo generalmente de cuatro ruedas, destinado al transporte de personas, con capacidad entre uno y nueve asientos.

VIBRACIÓN: Movimiento oscilatorio de un sistema o una propiedad respecto a un punto de referencia.

VIBRACIÓN LIBRE: Vibración provocada por una excitación que actúa únicamente en las condiciones iniciales del movimiento.

VIBRACIÓN FORZADA: Vibración provocada por una excitación que actúa durante el movimiento del sistema.

FRECUENCIA: La frecuencia de vibración es el número de periodos que ocurren en la unidad de tiempo

FRECUENCIA NATURAL: La frecuencia natural de un sistema es la frecuencia de vibración libre.

RESONANCIA: Fenómeno que ocurre cuando la frecuencia de una excitación aplicada a un sistema, iguala la frecuencia natural del sistema, provocando una amplitud de vibración máxima.

VELOCIDAD: La velocidad de un punto en un sistema vibrando, es la rata de cambio del desplazamiento en el tiempo. En movimiento armónico simple la máxima velocidad equivale a: $v_m = \omega x$

ACELERACION: La aceleración de un punto es la rata de cambio de la velocidad en el tiempo. En movimiento armónico simple la máxima aceleración equivale a: $a_m = \omega^2 x$

JERK: Es un termino conciso que se emplea para denotar la rata de cambio de la aceleración de un punto en el tiempo. En movimiento armónico simple el máximo “jerk” equivale a: $j_m = \omega^3 x$

MASA SPRUNG: Es la masa que esta soportada por la suspensión, incluyendo parte de la masa de los miembros de la suspensión; Se considera como la masa de un cuerpo rígido con masa equivalente, centro de gravedad y los mismos momentos de inercia sobre ejes idénticos a la masa total.

MASA UNSPRUNG: Es la masa que no esta soportada por el sistema de suspensión, pero es soportada directamente por las llantas o neumáticos y se considera que se mueven con estos; Se considera como una masa equivalente que produce fuerzas de inercia producto del movimiento de estas partes.

GDL: Grados de libertad, dígame del número de variables independientes involucradas para la descripción del movimiento de un elemento.

YAW: Movimiento de rotación del vehículo sobre el eje z.

RESUMEN

TÍTULO:

PROPUESTA PARA EL DESARROLLO ACADÉMICO DEL ÁREA DINÁMICA AUTOMOTRIZ*

AUTORES:

Carlos José Heredia Gómez.

Juan Camilo Ortiz Lizcano.**

PALABRAS CLAVES:

Dinámica, Automotriz, Vibraciones mecánicas, Practicas de laboratorio, Software, WONG, GILLESPIE, Vehicle dynamics.

DESCRIPCIÓN:

Este trabajo constituye un primer intento por consolidar unas bases sólidas y confiables para la estructuración de una asignatura electiva con gran acogida en países industrializados. Esta asignatura llamada dinámica automotriz o vehicular, proporciona los elementos básicos utilizados típicamente por los fabricantes de vehículos automotrices para modelar, analizar y evaluar su comportamiento dinámico en términos del confort, desempeño y estabilidad. Se da a conocer la mecánica de las llantas neumáticas, la importancia de la dinámica lateral para la caracterización de los vehículos, la relación con la sensibilidad humana a las vibraciones verticales, entre otras.

El proyecto se divide en tres diferentes módulos, el primer módulo es una recopilación bibliográfica de la teoría envuelta en la dinámica vehicular basada en los libros de **WONG, J. Y. Theory of ground vehicles** y **GILLESPIE, T. D. Fundamentals of vehicle dynamics**; el segundo módulo consta del diseño de ocho prácticas de laboratorio similares a las realizadas en diversas universidades donde ya esta implementada la asignatura; y el tercer módulo es una explicación del software didáctico multimedia realizado como complemento de la teoría expuesta en el primer módulo y en donde se encuentra todos los conceptos manejados.

Se explica a fondo la teoría de la mecánica de llantas neumáticas, las características de rendimiento de los vehículos terrestres, las características de maniobrabilidad de los vehículos terrestres, las características de manejo del vehículo y el fenómeno de vuelco.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Ing. Alfonso García.

SUMMARY

TITLE:

OVERTURE FOR THE ACADEMIC DEVELOPMENT OF THE VEHICLE DYNAMIC FIELD*

AUTHORS:

Carlos José Heredia Gómez.

Juan Camilo Ortiz Lizcano. **

KEY WORDS:

Dynamics, Automotive, Mechanical vibrations, Laboratory experiences, Software, WONG, GILLESPIE, Vehicle dynamics.

DESCRIPTION:

This work is the first attempt to consolidate solid and trustworthy bases to develop an elective course that has great demand at industrialized countries. This course is named Vehicle Dynamics and provides the basic elements used typically by the automotive manufacturers for modeling, to analyze and to evaluate the dynamic behavior in terms of comfort, performance and stability. In this course are given the mechanics of pneumatic tires, the importance of lateral dynamics, the relation of human sensibility due to vertical vibrations, and so on.

The project is divided into three different chapters, the first chapter is a theoretical compilation of the theory involved at vehicles dynamics based on the books of **WONG, J. Y. Theory of ground vehicles** and **GILLESPIE, T. D. Fundamentals of vehicle dynamics**; the second chapter consists on the design of eight laboratory experiences similarly to the experiences realized at different universities where this course is implemented; and the third chapter is the explanation of the complementary software in which is included all the concepts developed on the first chapter.

It is deeply explained the theory of pneumatic tires, the performance characteristics of ground vehicles, the steering characteristics of ground vehicles, the ride characteristics of vehicles and roll over phenomena.

* Degree Work.

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Ing. Alfonso García.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, la industria automotriz se ha enfatizado en la creación de productos cada vez más confiables, seguros y menos contaminantes. Para lograrlo, los fabricantes de automóviles han creado nuevas tecnologías en producción, tales como el uso de software especializado en las fases de diseño y manufactura; han optimizado los departamentos de investigación y desarrollo mediante la simulación computarizada; se han preocupado por crear materiales cada vez más ligeros, reciclables y resistentes; se ha visto el nacimiento de gran cantidad de sistemas de seguridad tanto pasiva como activa, como el ABS, el ESP, el Anti-skid, los sistemas de airbags, etc; han invertido gran capital en la optimización de los motores, de tal forma que consuman la menor cantidad de combustible brindando el mayor rendimiento posible, etc.

Tanta inversión parece excesiva, pero se justifica con el hecho de que esta industria juega un papel primordial en la economía y la imagen de un país; fomenta múltiples oportunidades de empleo, y a su vez, aumenta el nivel de industrialización y de investigación, y exige niveles de calidad para que permitan una apertura exitosa a mercados internacionales, lo que a su vez genera prestigio. Es por ello que países como República Checa y más recientemente India y China, por mencionar tres ejemplos claros, se han preocupado por la creación de una industria automotriz propia.

Aún cuando cada país que posee industria automotriz la maneja de una forma diferente, todos tienen en común un aspecto: la implementación de

programas académicos en educación superior enfatizados a ella. Es apenas lógico que, con la aparición cada vez más rápida de nuevas tecnologías y tendencias, se necesite personal mejor capacitado para asimilar estos cambios y así mismo modificarlos u optimizarlos. Todos los países que poseen fabricantes automotrices, o centros de investigación o de diseño en este campo, poseen programas académicos ya establecidos, y este aspecto es primordial para cualquier nación que desee comenzar este tipo de industria.

Aunque Colombia posee 3 grandes ensambladoras: SOFASA S.A. (Renault y Toyota), La Compañía Colombiana Automotriz (Mazda y Ford) y General Motors Colmotores (Chevrolet), así como varias empresas de auto partes, no existe ningún programa académico en educación superior enfatizado en ingeniería automotriz. Solo algunas escuelas de ingeniería del país presentan en sus pensum materias relacionadas con el automóvil, como Máquinas Térmicas Alternativas, pero esto difícilmente puede ser considerado como suficiente, ya que el automóvil es una máquina que involucra mucho más conocimiento que enfocarlo solo en el motor. Sólo los entusiastas, los que se dedican a crear pequeños modelos, o aquellos que se empeñan en la remodelación de autos clásicos, poseen bases y conocimientos más globales en este campo.

En Colombia es posible crear una industria automotriz eficiente y exitosa, pues muchos de los productos de auto partes producidos en el país cuentan con el alabo de las grandes compañías internacionales; el país cuenta con suficiente disponibilidad de materia prima, y aún cuando la inversión podría ser considerable, las ventajas de crear una industria de este tipo, como se mencionó antes, son muy alentadoras. Por otro lado, no pocas personas presentan inclinación por esta industria, incluso, cada día este campo gana

más adeptos. Es por ello que se quiso realizar, como proyecto de grado, una propuesta que permita el desarrollo académico del área de dinámica automotriz, con el fin de que se implemente en el pensum de la escuela de ingeniería mecánica, como electiva profesional. La propuesta presentada consiste en una recopilación bibliográfica con todas las bases del estudio del automóvil convencional, la creación de un software multimedia que permita esclarecer los conceptos más importantes, el diseño de una serie de prácticas de laboratorio, y una propuesta de adquisición de los equipos para dichas prácticas, cotizadas con fabricantes especializados en esta materia.

Se propone que la materia presente un programa académico, de acuerdo con los lineamientos de las asignaturas actuales de la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander (ver Anexo A.).

Con el fin de crear un modulo teórico sólido y confiable para iniciar el desarrollo académico de la dinámica automotriz, se investigó acerca de las publicaciones más utilizadas por las facultades de ingeniería de diferentes universidades alrededor del mundo; dos publicaciones gozan de muchísimo prestigio no solo entre el personal docente de las diferentes instituciones, sino entre ingenieros mecánicos, quienes las han descrito como libros sumamente valiosos para su labor cotidiana. Debido a ello, se desarrolló un módulo teórico (ver Anexos B, C, D, E y F) basado en su totalidad en la traducción de los libros *Theory of Ground Vehicles* del Ing. PhD J. Y. Wong, *Fundamentals of Vehicle Dynamics* del Ing, PhD Tomás Gillespie y *Tyre and Vehicle Dynamics* del Ing. PhD H.B Pacejka; se mencionan además, las fuentes de las cuales cada autor obtuvo la información que permitió la creación de estas publicaciones.

El contenido del libro esta construido en el orden recomendado para la enseñanza de la materia, orden propuesto por los propios autores de las publicaciones mencionadas; en él se encuentran los tópicos más relevantes en el análisis de la dinámica de un automóvil tal como la mecánica de llantas, las características de rendimiento, la maniobrabilidad, las características de manejo y el vuelco.

Dentro del capítulo de mecánica de llantas (ver Anexo B) se tocan temas como fuerzas y momentos en los neumáticos, resistencia a la rodadura, esfuerzos de tracción y frenado, propiedades de curqueo, desempeño de los neumáticos en suelos húmedos, y propiedades de manejo de las llantas neumáticas, como los principales.

En el capítulo de características de desempeño (ver Anexo C), se habla de las ecuaciones de movimiento y de máximo esfuerzo de tracción, así como de las fuerzas y momentos aerodinámicos en donde se mencionan los efectos de la forma del cuerpo del vehículo, al igual que los elementos que permiten un mejor comportamiento aerodinámico del automóvil. Se dan a conocer los tipos más comunes de transmisión, los procedimientos utilizados para predecir el desempeño de un vehículo (en términos de velocidad, aceleración y distancia, así como la capacidad del automóvil de sortear pendientes); por último, se exponen los principios de economía de combustible, el enlace entre motor y transmisión y el desempeño del vehículo durante el frenado.

En cuanto a maniobrabilidad (ver Anexo D), se exponen los distintos tipos de geometría del sistema de dirección, así como las características de manejo de un vehículo de dos ejes que se encuentra en estado estable, sección en la cual se habla de subviraje, sobreviraje y viraje neutro; también, en este capítulo, se

habla de la respuesta del automóvil en estado estable a un comando de viraje, las diferentes pruebas que permiten conocer la maniobrabilidad de un vehículo, la respuesta del automóvil en estado transitorio, la estabilidad direccional y por último, las características de manejo de los tractores – semitraillers en estado estable.

En las características de manejo del automóvil (ver Anexo E), se habla de la respuesta humana a la vibración, se exponen los modelos de manejo de vehículos, lo cual involucra modelos de vehículos de dos grados de libertad, métodos numéricos para determinar la respuesta de un modelo de un cuarto de auto a las excitaciones provocadas por la irregularidad del suelo y el modelo de un vehículo de dos grados de libertad para el análisis de los movimientos de giro y de rebote. Además de una introducción a la vibración aleatoria y a los sistemas de suspensión activa y semi-activa.

Por último, se exponen los principios de vuelco (ver Anexo F), en los que se habla del vuelco cuasiestático de un vehículo rígido, así como el de un vehículo suspendido. Finalmente se trata el vuelco transitorio en donde se exponen los modelos de vuelco simple, modelo de yaw + vuelco y el deslizamiento horizontal con impacto contra tope.

1 RECOPIACIÓN BIBLIOGRÁFICA

En la etapa inicial del proyecto nos encontramos con el inconveniente de que todo el material valioso del área, se encuentra en su gran mayoría, en otro idioma, principalmente en inglés. Es por ello que el primer gran esfuerzo por desarrollar un módulo teórico sólido y confiable sobre dinámica automotriz consistió en la recopilación y en la posterior traducción de los principales textos usados en las universidades en donde está implementada dicha asignatura.

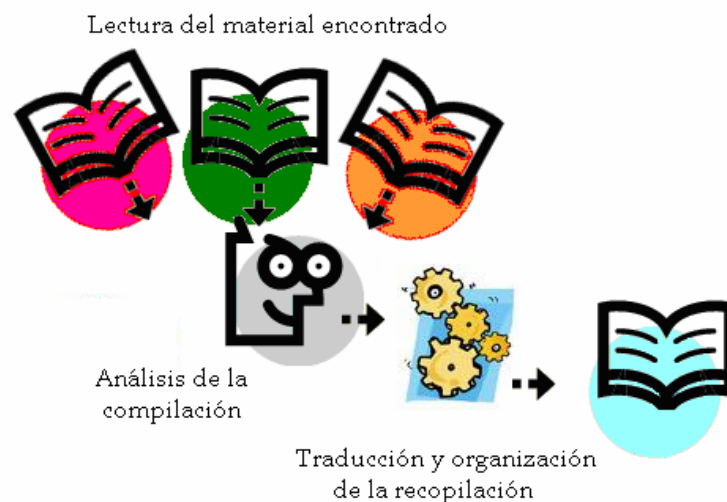
Los libros en los cuales está basada esta recopilación son *Theory of Ground Vehicles* del Ing. PhD J. Y. Wong, *Fundamentals of Vehicle Dynamics* del Ing. PhD Tomás Gillespie y *Tyre and Vehicle Dynamics* del Ing. PhD H.B Pacejka. El primer libro es universalmente utilizado como texto guía para el desarrollo teórico de la asignatura, razón de sobra para incluirlo en esta bibliografía. Contamos con la colaboración del Profesor PhD Ahmed de la Universidad de Concordia y tuvimos acceso a un paper que él redactó sobre los sistemas de transporte terrestres (ver anexo G), el cual fue usado como complemento matemático y teórico del desarrollo de las características de manejo de los vehículos.

Los otros textos utilizados en este trabajo corresponden a una recopilación de uno de los autores de este proyecto durante su intercambio en la Universidad Concordia, en donde, cursó y aprobó esta asignatura electiva (compuesta en dos cursos, MECH 447 de pregrado y MECH 448 de postgrado, disponible para los alumnos que aprueben la asignatura de pregrado). La recopilación

consiste de notas de clase, documentos técnicos, el manual de laboratorio de MECH 447 y un proyecto de investigación sobre la optimización de un sistema de suspensión semi-activa para buses urbanos en Montreal. Sobre este último documento se trabajó en una simulación como proyecto final de la asignatura MECH 448 (ver anexo H).

Los pasos que se utilizaron en la estructuración de la recopilación bibliográfica son mostrados en la figura 1. Inicialmente se hizo una lectura de todo el material encontrado, se analizó dicho material y se seleccionó el contenido más claro y mejor presentado de los tópicos seleccionados¹. Luego de tener esta compilación teórica, se procedió a realizar la respectiva traducción. La traducción fue realizada enteramente por los autores de este proyecto, bajo la supervisión del Director.

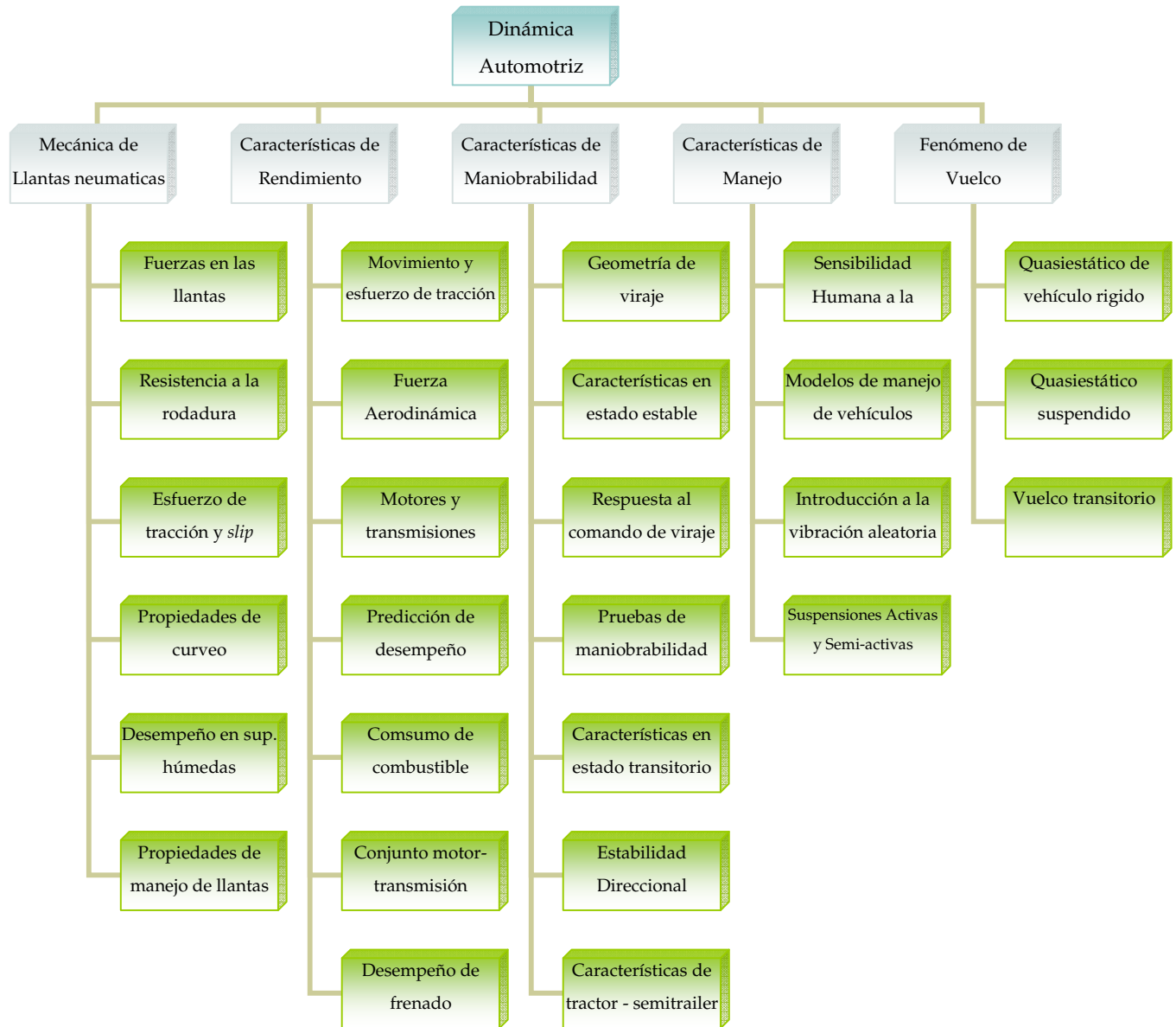
Figura 1. Estructura de la recopilación bibliográfica.



Fuente: Los Autores

¹ La selección de los tópicos está en concordancia con el contenido de la asignatura implementada en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Mexico y en la Universidad Concordia, Canada.

Figura 2. Contenido de la Recopilación bibliográfica.



Fuente: Los Autores

Después de analizar la recopilación traducida se organizó en 5 capítulos, los cuales están organizados según la estructuración del desarrollo de la

asignatura Dinámica vehicular del Tecnológico de Monterrey², la cual es muy similar a la estructura implementada en la asignatura Fundamentals of Vehicle Systems Design (MECH 447) de la Universidad Concordia³. En la figura 2 se puede observar la estructura del contenido de la recopilación bibliográfica.

La recopilación bibliográfica inicia con el tópico Mecánica de Llantas neumáticas, porque es esencial para el estudio de las características de desempeño, la calidad de marcha y la maniobrabilidad de los vehículos terrestres. A continuación se abordarán todos los tópicos explicando a grandes rasgos sus contenidos.

1.1 MECÁNICA DE LLANTAS NEUMÁTICAS

Sin la comprensión de los conceptos y las características básicas de la interacción entre las llantas neumáticas y el suelo, se hace muy complicado el entendimiento de los demás tópicos.

Las principales funciones de las llantas neumáticas son:

- Soportar el peso del vehículo.
- Amortiguar el vehículo sobre las superficies.

² Para mayor información sobre el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey favor referirse al sitio web <http://www.itesm.mx/>

³ Para mayor información sobre la Universidad Concordia favor referirse al sitio web <http://www.concordia.ca/>

- Proveer tracción para acelerar o frenar el vehículo.
- Proveer el control para el viraje y la estabilidad direccional.

Los terrenos se pueden clasificar en dos tipos: Terrenos preparados (duros) y Terrenos no preparados (blandos). De acuerdo al tipo de terreno existe un comportamiento diferente, y por tanto, teorías diferentes. Por ser más común la interacción de los vehículos en terrenos preparados (carreteras, autopistas, etc.) se decidió profundizar este apartado. Si se desea información sobre la mecánica de llantas neumáticas en terrenos no preparados, favor referirse a la bibliografía de J.Y Wong⁴.

Las llantas neumáticas son estructuras flexibles en forma de toroide relleno de aire comprimido; su elemento estructural más importante es la carcasa, la cual esta hecha de un número de cuerdas flexibles en una matriz de caucho (ver Anexo B). Según la construcción de las llantas se pueden catalogar en dos grandes grupos: de pliegues radiales y de pliegues convencionales. La orientación de las cuerdas (las cuales forman los pliegues) marca el tipo de llanta⁵ y por tanto, las características de maniobrabilidad y de marcha.

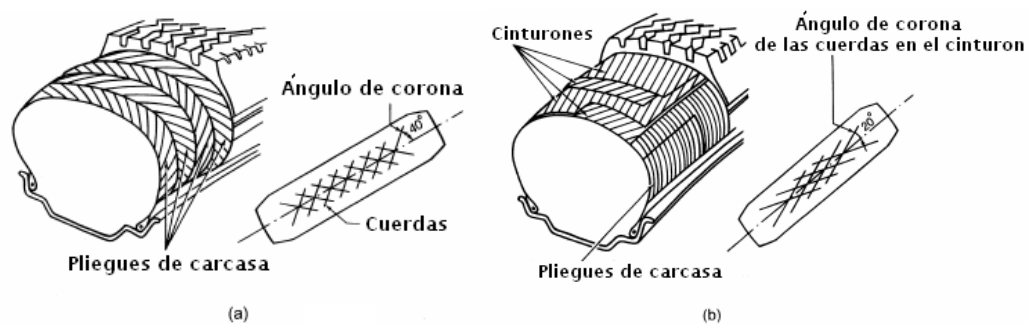
Las llantas de pliegues convencionales ofrecen buenas características de maniobrabilidad, pero pobres características de manejo y de durabilidad (asociadas con desgaste excesivo). Se utilizan en bicicletas, motos y vehículos del agro.

⁴ **J.Y. Wong**, Theory of ground vehicles, 3ra Edición, Wiley-Intescience, 2001. Capitulo 2. Mechanics of Vehicle-Terrain Interaction—Terramechanics

⁵ **Anexo B**. Mecánica de Llantas neumáticas.

Las llantas de pliegues radiales presentan buenas características de manejo, una distribución de la presión de contacto uniforme, una disipación de potencia inferior, una vida mucho mayor, por estas razones son ampliamente utilizadas en vehículos particulares y en camiones de carga, aún cuando presentan pobres características de maniobrabilidad.

Figura 3. Tipos de Llantas neumáticas.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

1.1.1 Resistencia a la Rodadura.

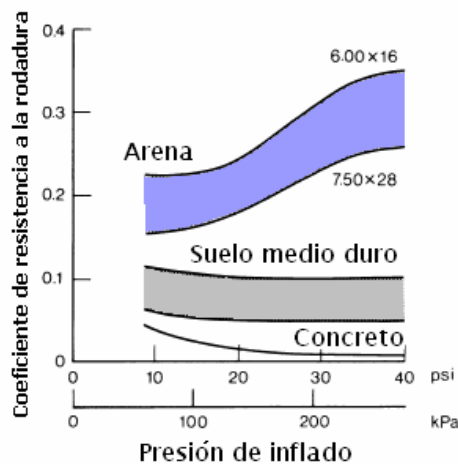
La resistencia a la rodadura en las llantas es principalmente causada por la histéresis de los materiales por la deformación de la carcasa. La fricción y los efectos aerodinámicos también la afectan pero en menor proporción.

Cuando la llanta rueda, la carcasa se deforma en la región de contacto con el suelo, como resultado de esta distorsión, la fuerza resultante de la presión normal es desplazada hacia la parte delantera (en dirección del movimiento). Este traslado produce un momento sobre el eje de rotación de la llanta, llamado momento de resistencia a la rodadura. En rodadura pura, es decir, no hay torque externo aplicado, debe existir una fuerza horizontal en el área

de contacto entre la llanta y el suelo para mantener el equilibrio; esta fuerza es llamada resistencia a la rodadura.

Hay varios factores que afectan la resistencia a la rodadura de una llanta, entre ellos se encuentran la estructura de la llanta (construcción y materiales) y las condiciones de operación (condiciones de superficie, presión de inflado, velocidad, temperatura, entre otras)⁶. En la figura 4 se muestra un ejemplo de la influencia de la presión de inflado en el coeficiente de resistencia a la rodadura, el cual es la relación entre la resistencia a la rodadura y la carga normal.

Figura 4. Variación del coeficiente de resistencia a la rodadura con la presión de inflado sobre varios terrenos.



Fuente: J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles," Machine Design, 1957.

Cabe resaltar que el factor que más afecta a la resistencia a la rodadura es la velocidad, es por ello que la gran mayoría de los autores sugieren utilizar

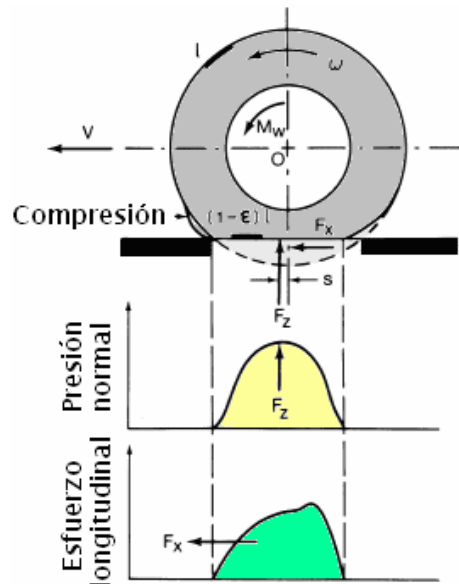
⁶ Para profundizar referirse a la sección 1.2 del **Anexo B**. Mecánica de Llantas neumáticas.

correlaciones en donde la relación entre el coeficiente de resistencia a la rodadura y la velocidad es de segundo orden, es decir, $f_r \propto V^2$.

1.1.2 Esfuerzo de Tracción y Deslizamiento Longitudinal

Cuando un torque de aceleración es aplicado a una llanta neumática, se desarrolla un esfuerzo de tracción F_x en el plano de contacto de la llanta y el suelo, como se muestra en la figura 5. Al mismo tiempo, la banda de rodamiento de la llanta en la mitad delantera del área de contacto es sometida a compresión, y a su vez se desarrolla una deformación cortante en el costado de la llanta.

Figura 5. Comportamiento de la llanta bajo la acción de un torque de aceleración.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

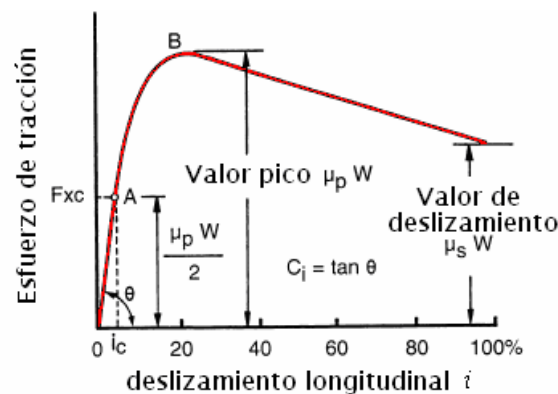
Como los elementos de la banda de rodamiento son comprimidos antes de entrar a la región de contacto, la distancia que viaja la llanta cuando es sujeta a un torque de aceleración será menor que la distancia en rodadura pura. Este fenómeno es usualmente referido como deslizamiento (*slip*) longitudinal. El deslizamiento longitudinal de la llanta motriz del vehículo, cuando se aplicada un torque de aceleración, es definido por:

$$i = \left(1 - \frac{V}{r\omega}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right) \times 100\% \quad (1.5)$$

donde V es la velocidad lineal del centro de la llanta, ω es la velocidad angular de la llanta, r es el radio de giro de la llanta en rodadura pura, y r_e es el radio efectivo de giro de la llanta, el cual es la razón entre la velocidad lineal del centro de llanta con la velocidad angular de llanta.

Como la fuerza de tracción es proporcional al torque aplicado en condiciones de estado estable, el deslizamiento es función del esfuerzo de tracción. Aún no se ha desarrollado una teoría universalmente aceptada para predecir con precisión la relación entre el esfuerzo de tracción y el deslizamiento; sin embargo, la teoría de Julien de la banda elástica es la más utilizada (figura 6).

Figura 6. Variación del esfuerzo de tracción con el deslizamiento.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

De la figura 6 se puede ver que hay 3 regiones en donde la relación entre el esfuerzo de tracción y el deslizamiento cambia. La relación para el esfuerzo de tracción y el deslizamiento entre los puntos O y A es lineal, entre los puntos A y B es no lineal, y entre los puntos B y C es lineal con pendiente negativa.

$$F_x = C_i \cdot i \quad \text{para} \quad F_x \leq \frac{\mu_p W}{2}$$

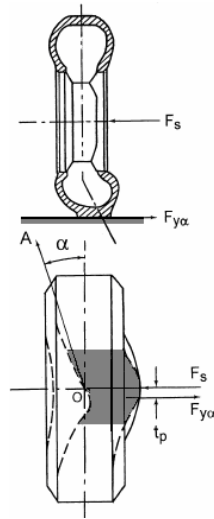
$$F_x = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_i \cdot i} \right) \quad \text{para} \quad F_x \geq \frac{\mu_p W}{2}$$

Después de que el esfuerzo de tracción alcanza el máximo $\mu_p W$ (el cual generalmente se encuentra entre 15 – 20 % de deslizamiento) su comportamiento se rige por una interpolación entre los valores de $\mu_p W$ y $\mu_s W$, es decir, entre los valores de los coeficientes de adhesión estático μ_p y dinámico μ_s .

1.1.3 Propiedades de Curveo de las Llantas.

Cuando una llanta no esta sujeta a alguna fuerza perpendicular al plano de la llanta (por ejemplo, una fuerza lateral), la llanta se moverá en trayectoria recta. Pero, sí una fuerza F_s es aplicada a un lado de la llanta, se desarrollará una fuerza lateral en el plano de contacto, y la llanta se moverá a lo largo de un trayecto que esta a un ángulo α del plano de la llanta, tal como describe la trayectoria OA de la figura 7. El ángulo α es llamado ángulo de deslizamiento, y el fenómeno de deslizamiento lateral es principalmente debido a la elasticidad lateral de la llanta.

Figura 7. Comportamiento de una llanta bajo el efecto de una fuerza lateral.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

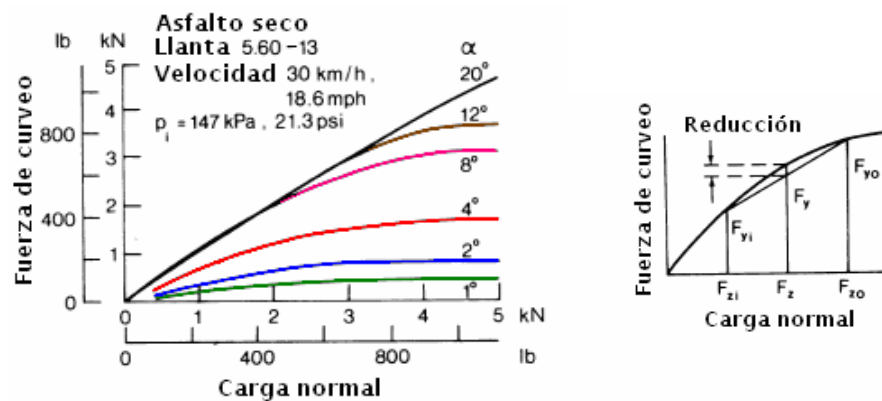
La fuerza lateral desarrollada en el plano de contacto de la llanta y el suelo es llamada fuerza de curqueo $F_{y\alpha}$ cuando el ángulo de camber de la llanta es cero. La relación entre la fuerza de curqueo y el ángulo de deslizamiento es de fundamental importancia en el control direccional y en la estabilidad de los vehículos⁷.

Varios factores afectan el comportamiento de curqueo de las llantas neumáticas, por ejemplo, la carga normal en la llanta tiene gran influencia en las características de curqueo como se puede apreciar en la figura 8. Se puede ver que para un ángulo de deslizamiento dado, la fuerza de curqueo generalmente se incrementa con un aumento en la carga normal. Sin embargo, la relación entre la fuerza de curqueo y la carga normal es no lineal. Entonces, la transferencia de carga del lado interno al externo durante una maniobra de sobrepaso reducirá la fuerza total de curqueo que el par de llantas

⁷ Sección 1.4 del **Anexo B.** Mecánica de Llantas neumáticas.

puede desarrollar. Esto implica que para que un par de llantas en un eje desarrolle la fuerza de curvado requerida para balancear la fuerza centrífuga dada durante un giro, la transferencia de carga lateral da como resultado un incremento en el ángulo de deslizamiento de las llantas.

Figura 8. Efecto de la carga normal en las características de curvado de las llantas de automóviles.

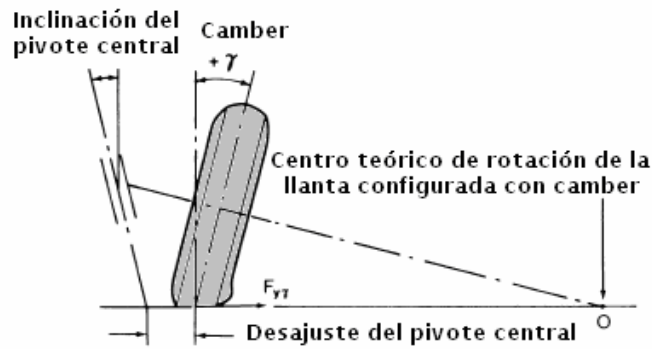


Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971. y J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Camber es la inclinación del plano de la llanta desde un plano perpendicular a la superficie de la carretera visto desde la parte posterior del vehículo, como se muestra en la figura 9. Su propósito principal es lograr una presión axial en el cojinete y disminuir el desajuste del pivote central (*king-pin*). El camber en automóviles de pasajeros esta entre $\frac{1}{2}^\circ$ y 1° . El camber causa una fuerza lateral que se desarrolla en el plano de contacto; esta fuerza lateral es llamada el empuje del camber F_{yy} , y el desarrollo de este empuje se puede explicar de la siguiente manera. Una llanta en rodadura pura con ángulo de camber girará alrededor del punto O, como se muestra en la figura 9. Sin embargo, la llanta configurada con ángulo de camber en el vehículo esta restringida a

moverse en línea recta. Entonces una fuerza lateral en la dirección del ángulo de camber se desarrolla en el plano de contacto. Se ha visto que el empuje del camber es aproximadamente un quinto del valor de la fuerza de curqueo obtenida de un ángulo de deslizamiento equivalente para llantas de pliegues convencionales y algo menor para llantas de pliegues radiales.

Figura 9. Comportamiento de una llanta configurada con ángulo de camber.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

De la misma manera que se desarrollaron unas aproximaciones para relacionar el esfuerzo de tracción con el deslizamiento, se tiene que la fuerza de curqueo esta ligada con el ángulo de deslizamiento. La relación entre la fuerza de curqueo y el ángulo de deslizamiento será lineal y no existirá deslizamiento lateral, si la fuerza de curqueo es menor que un medio de su valor pico ($\mu_p W/2$). Cuando la relación es no lineal se rige de manera similar al esfuerzo de tracción versus el deslizamiento.

$$F_{y\alpha} = C_\alpha \cdot \alpha \quad \text{para } F_{y\alpha} \leq \frac{\mu_p W}{2}$$

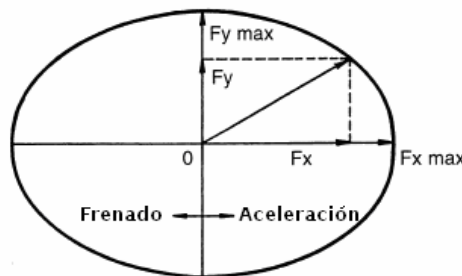
$$F_{y\alpha} = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_\alpha \alpha} \right) \quad \text{para } F_{y\alpha} \geq \frac{\mu_p W}{2}$$

Hasta ahora se ha discutido el comportamiento longitudinal y el comportamiento lateral de las llantas por separado, sin embargo,

generalmente tanto la fuerza lateral como la fuerza longitudinal están presentes. Para no entrar en tantos detalles, el esfuerzo de tracción reduce la fuerza lateral que se puede generar a un ángulo de deslizamiento dado. Esto es debido a la movilización de la adhesión local disponible por el esfuerzo de tracción, el cual reduce la cantidad de adhesión disponible en la dirección lateral. De ahí nace el concepto de elipse de fricción ilustrado en la figura 10.

$$\left(F_y / F_{y\alpha}\right)^2 + \left(F_x / F_{x\max}\right)^2 = 1$$

Figura 10. Elipse de fricción.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

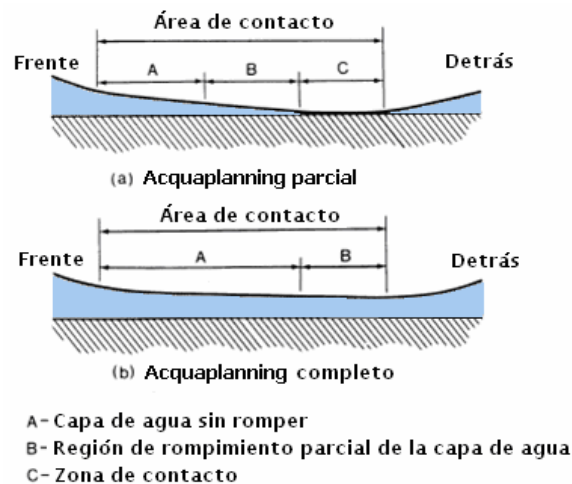
1.1.4 Desempeño de las Llantas en Superficies húmedas.

El comportamiento de las llantas en superficies húmedas es de gran interés desde el punto de vista de la seguridad vehicular, pues muchos accidentes ocurren en carreteras con poca adherencia. El desempeño de las llantas en superficies húmedas depende de la textura de la superficie, la profundidad del agua, el labrado de la banda de rodamiento, la profundidad de la banda de rodamiento, el material de la banda de rodamiento y el modo de operación de la llanta (rodadura pura, frenando, acelerando o virando). Para alcanzar un desempeño aceptable en superficies húmedas (o mojadas), es de gran importancia mantener el contacto efectivo entre la llanta y la carretera, y

no hay duda acerca de la necesidad de retirar el agua del área de contacto tanto cuanto sea posible. Para mantener el contacto efectivo entre la llanta y la carretera, la banda de rodadura de la llanta debe tener un patrón que facilite el flujo del fluido del área de contacto, y la superficie del pavimento debe tener una apropiada textura para facilitar también el drenaje.

Cuando una llanta neumática interactúa con una superficie inundada, el movimiento de la llanta crea una presión hidrodinámica en el fluido. Esta presión que actúa en la llanta, crece de forma proporcional al cuadrado de la velocidad de la llanta y tiende a separarla del suelo. A una velocidad en particular, el empuje hidrodinámico desarrollado bajo la llanta iguala la carga vertical, la llanta anda completamente en el fluido, y todo el contacto con el suelo se pierde. Este fenómeno se denomina como “aquaplaning” y es ilustrado en la figura 11.

Figura 11. Acquaplaning de una llanta en superficies inundadas.



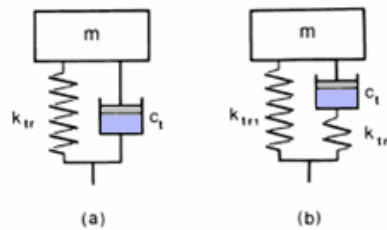
Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

1.1.5 Propiedades de Manejo de las Llantas

Como se verá en las características de manejo de los vehículos, el sistema vehicular se puede modelar como unas masas concentradas apoyadas por resortes y amortiguadores; la cantidad de masas determina los grados de libertad del sistema. Como vemos, es necesario conocer los valores de dichas masas y dichos resortes y amortiguadores; las Llantas como parte del sistema vehicular representan una masa concentrada con un resorte y un amortiguador equivalentes.

Para determinar estos parámetros se pueden realizar diversas pruebas de acuerdo con el grado de complejidad y exactitud que se requiera para el modelamiento, ver figura 12.

Figura 12. (a) Modelo lineal y (b) modelo viscoelástico para el modelamiento.



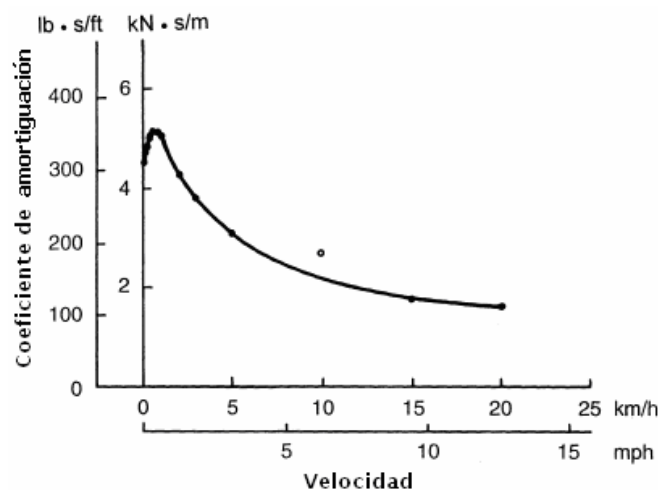
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El resorte equivalente de la Llanta se puede caracterizar por el parámetro rigidez vertical. Como se mencionó anteriormente, de acuerdo a la prueba que se realice se pueden obtener diversos valores de rigidez; la rigidez vertical estática se determina de la pendiente de la gráfica de carga contra deformación, durante una prueba que consiste en aplicar paulatinamente carga y tomar las mediciones de deformación, similar a las pruebas de esfuerzo – deformación en resistencia de materiales. La rigidez dinámica sin

rodamiento de la llanta se puede obtener usando varios métodos, uno de los más simples es el llamado prueba de caída. En esta prueba, la llanta con cierta carga se deja caer libremente desde una altura en la cual la llanta este justo en contacto con el suelo. En consecuencia, la llanta se mantiene en contacto con el suelo durante toda la prueba y la respuesta transitoria de la llanta es guardada en un registro. Utilizando las ecuaciones de vibración libre de un sistema de un grado de libertad, se pueden encontrar tanto la rigidez como el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador equivalente.

La rigidez dinámica con rodamiento de la llanta se determina usualmente midiendo la respuesta de la llanta rodando con una excitación armónica. La respuesta es normalmente medida en el rin y la excitación esta dada en la banda de rodamiento. Examinando la razón entre la salida y la entrada y el ángulo de fase, es posible determinar la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguación de la llanta rodando.

Figura 13. Efecto de la velocidad en el coeficiente de amortiguación.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

De los diferentes resultados obtenidos de las pruebas para un mismo tipo de llanta, se puede ver que la velocidad afecta la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento⁸. La rigidez estática se ve reducida a un 90% de su valor en el caso dinámico con rodamiento, mientras que el coeficiente de amortiguamiento se ve reducido a la mitad de su valor dinámico sin rodamiento en el caso cuando la llanta esta rodando, como se puede ver en la figura 13.

1.2 CARACTERÍSTICAS DE RENDIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES

Este capítulo se centra tanto en las características de rendimiento, que se refieren a la capacidad de un automóvil para acelerar, decelerar y negociar baches en una trayectoria recta, como a los factores que determinan su potencial de desempeño, como el máximo esfuerzo de tracción o de frenado, y las fuerzas resistivas que actúan sobre él⁹.

1.2.1 Ecuación de movimiento y Máximo Esfuerzo de tracción.

Como se vio en el capítulo anterior, las llantas neumáticas juegan un papel importante en el comportamiento global que tendrá el vehículo. El esfuerzo de tracción, estrechamente ligado a la interacción de los neumáticos con el suelo, y es determinante en el desempeño del vehículo. Su valor máximo depende de dos factores: El determinado por el coeficiente de adhesión y la

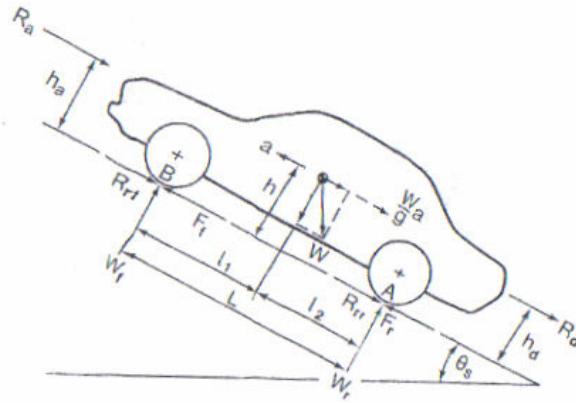
⁸ Sección 1.6 del **Anexo B**, Mecánica de Llantas neumáticas.

⁹ ver **Anexo C**, Características de Rendimiento de los vehículos terrestres.

carga normal en el eje motriz, o por las características del motor y la transmisión del automóvil, el valor más pequeño obtenido de estos dos aspectos el es limitante.

Para poder calcular la carga normal en el eje motriz, es necesario conocer las fuerzas que actúan sobre el vehículo, las cuales, para el caso de un automóvil de dos ejes, se muestran en la figura 14.

Figura 14. Fuerzas Actuando sobre un vehículo de dos ejes.



Fuente: **J. Y. Wong.** *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En la dirección longitudinal, se encuentran: La resistencia Aerodinámica R_a , la resistencia a la rodadura de las llantas delanteras y traseras (R_{rf} y R_{rr} respectivamente), y sus esfuerzos de tracción F_f (llanta delantera) y F_r (llanta trasera) y la componente longitudinal del peso W . Los valores de F_f y F_r dependen del tipo de tracción del vehículo: Si posee tracción delantera entonces el valor de F_r será de cero, por el contrario, si posee tracción trasera es F_f el que tendrá el valor de cero.

El máximo esfuerzo de tracción para un vehículo de tracción trasera sometido a las fuerzas mostradas en la figura 14 viene dado por¹⁰:

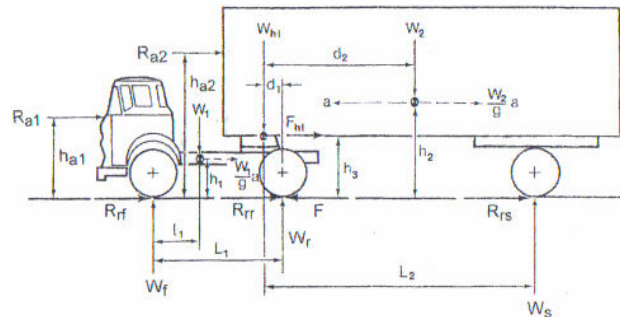
$$F_{\max} = \frac{\mu W (l_1 - f_r h) / L}{1 - \mu h / L}$$

donde μ es el coeficiente de adhesión, W es el peso del vehículo, l_1 es la distancia del centro de gravedad al eje delantero, f_r es el coeficiente de resistencia a la rodadura, h es la altura del centro de gravedad, y L es la distancia entre ejes. Para el caso de un vehículo de tracción delantera, el máximo esfuerzo de tracción viene dado por:

$$F_{\max} = \frac{\mu W (l_2 + f_r h) / L}{1 + \mu h / L}$$

Para el caso de un tractor semi-trailer, se debe considerar que este tipo de vehículos, en su mayoría, presentan tracción trasera. El análisis que se realiza para hallar las cargas normales en el eje motriz es considerando el tractor y el semi-trailer como cuerpos separados. La Figura 15 muestra las principales fuerzas que actúan en este tipo de vehículos.

Figura 15. Fuerzas que actúan en un tractor semi-trailer



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

¹⁰ Para ver todo el desarrollo matemático, diríjase al **Anexo C**.

Tomando en cuenta ángulos de inclinación pequeños, y realizando el análisis mencionado anteriormente se tiene que el máximo esfuerzo de tracción para un tractor semi-trailer es¹¹:

$$F_{\max} = \frac{\mu [l_1 W_1 - h_1 f_r (W_1 - C_{hi} W_2) + (L_1 - d_1) C_{hi} W_2] / L_1}{1 - \mu h_1 / L_1}$$

Donde h_1 es la altura del centro de gravedad del tractor, W_1 y W_2 son los pesos del tractor y semi-trailer respectivamente, L_1 es la distancia entre ejes del tractor, d_1 es la distancia horizontal entre el eje trasero del tractor y el punto de unión de este con el semi-trailer, l_1 es la distancia horizontal entre el eje delantero del tractor y su centro de gravedad y C_{hi} es una constante producto de la siguiente formula:

$$C_{hi} = \frac{d_2}{L_2 + f_r h_2}$$

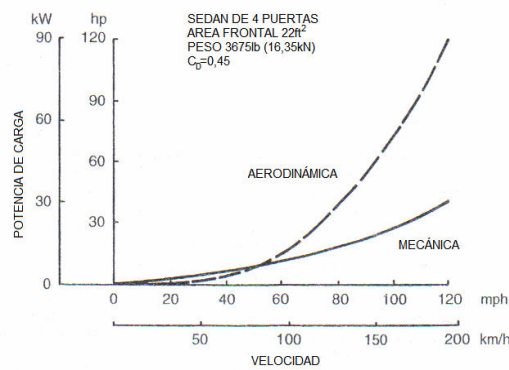
donde d_2 es la distancia horizontal entre el centro de gravedad del semi-trailer y el punto de unión, L_2 es la distancia horizontal entre ejes del semi-trailer y h_2 es la altura del centro de gravedad del mismo.

1.2.2 Fuerzas y Momentos Aerodinámicos.

Los diseñadores se han enfatizado mucho en crear automóviles que brinden el mejor rendimiento con el menor consumo de combustible posible, además que presenten niveles de emisiones bajos. Estudios realizados demostraron, que cuando un vehículo se desplaza a más de 80km/h, la potencia requerida para superar la resistencia aerodinámica es considerablemente mayor que la resistencia mecánica, como muestra la figura 16.

¹¹ Para ver el desarrollo matemático de este caso, diríjase a la sección 2.1 del **Anexo C**

Figura 16. Requerimientos de potencia para un sedán como función de la velocidad.



Fuente: **K.B. Kelly y H.J. Holcombe**, "Aerodynamics for Body Engineers", *Automotive Aerodynamics*, Progress in Technology series, vol. 16, Society of Automotive Engineers, 1978.

La resistencia aerodinámica proviene de dos fuentes: el flujo de aire que pasa por el exterior del cuerpo del vehículo, y el flujo de aire que pasa a través del radiador y en su interior con propósitos de refrigerar, calentar o ventilar. De los dos, el flujo de aire exterior domina ampliamente el valor de la resistencia (más del 90%). La resistencia aerodinámica externa, a su vez, comprende de dos componentes: La presión de arrastre y la fricción de piel. Para automóviles particulares, la presión de arrastre provoca más del 90% de la resistencia aerodinámica externa, por lo que se pueden obviar los efectos de la fricción de piel, sin embargo, este no es el caso de los buses y los trenes, en los cuales la fricción de piel tiene un efecto significativo en el valor de la resistencia aerodinámica externa.

En la práctica, la resistencia aerodinámica se expresa mediante la ecuación:

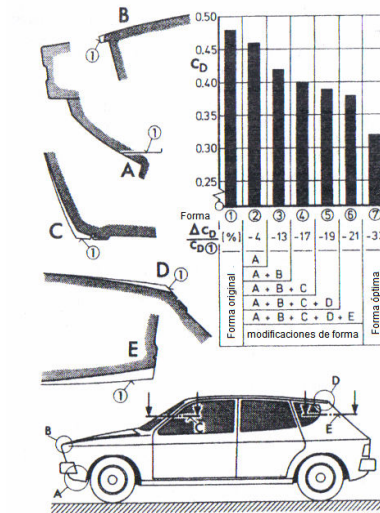
$$R_a = \frac{\rho}{2} C_D A_f V_r^2$$

donde ρ es la densidad del aire, C_D es el coeficiente de resistencia aerodinámica, A_f es el área frontal del vehículo, y V_r es la velocidad relativa del vehículo con respecto al viento. Como se puede observar, la resistencia aerodinámica es proporcional al cuadrado de la velocidad del vehículo, lo que significa que la potencia requerida para vencer la resistencia aerodinámica se incrementa con la velocidad del vehículo elevada al cubo; una duplicación en la velocidad del vehículo, provoca que la resistencia aerodinámica sea ocho veces mayor.

Las condiciones ambientales, también tienen una influencia significativa en el valor de la resistencia aerodinámica¹². El área frontal del vehículo, puede determinarse por medio de fotografías tomadas de frente, en caso de la ausencia de dibujos suficientemente precisos, sin embargo, se han establecido relaciones empíricas para hallar este valor sin recurrir a estos dos métodos¹². El valor de C_D por su parte, se determina mediante la experimentación, ya sea en túneles de viento con modelos a escala o tamaño natural, o mediante pruebas como el *Coastdown*¹². El coeficiente de resistencia aerodinámica depende de un gran número de factores tanto de diseño como de operación del automóvil, tales como la forma del auto (*forebody*, *afterbody*, *underbody*, guardabarros, limpia parabrisas, la configuración de las ventanas, los retrovisores externos, etc.), ángulo de ataque, el uso de techos removibles (caso de los convertibles), incluso el hecho de bajar las ventanas provoca un cambio en el valor de este coeficiente¹². Un ejemplo de la influencia de la forma de algunas partes del cuerpo del automóvil en el valor del coeficiente de resistencia aerodinámico se muestra en la figura 17.

¹² Para más información sobre esta sección, diríjase a la sección 2.2 del **Anexo C**. Características de desempeño de los vehículos terrestres.

Figura 17. Influencia de la forma de los detalles de un auto de pasajeros en el coeficiente de resistencia.

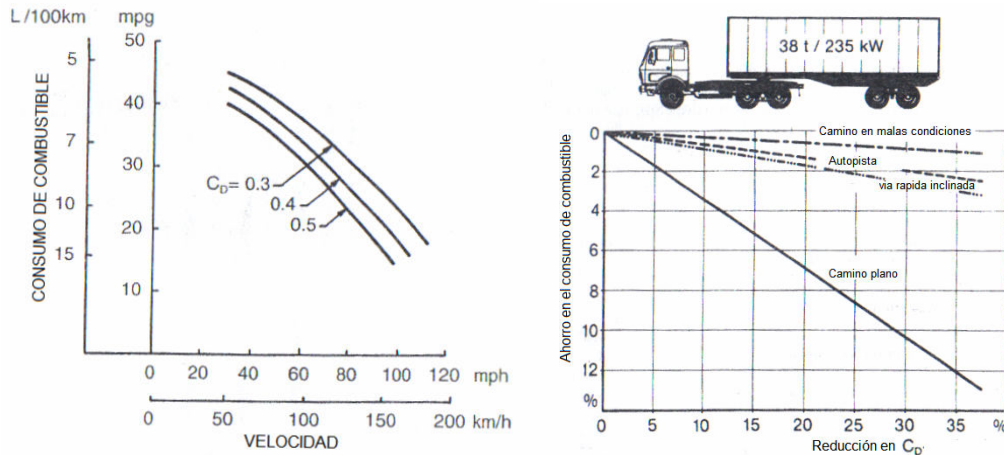


Fuente: **L.J. Janssen y W.h. Hucho**, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973.

La reducción del valor de C_D trae como consecuencia la reducción del consumo de combustible. Por ejemplo, una reducción en el valor del coeficiente de resistencia aerodinámico de 0.5 a 0.3 reduce el consumo del vehículo de 1060 kg de masa, área frontal de 1.77 m² y llantas radiales que viaja a 96km/h en un 23%, como se muestra en la figura 18. Esta reducción es mucho más significativa en los vehículos comerciales y de carga pesada, por esto, se han realizado gran cantidad de estudios de forma y configuración exterior de estos vehículos, con el fin de lograr un coeficiente de resistencia que permita un ahorro sustancial de consumo de combustible, para cubrir trayectos más largos de forma más económica, contaminando mucho menos¹³ (Figura 18).

¹³ Para más información sobre esta sección, diríjase a la sección 2.2 del **Anexo C**.

Figura 18. Efectos de la reducción del coeficiente de resistencia en la economía de combustible a diferentes velocidades para un auto de pasajeros mediano y un tractor semi-trailer.



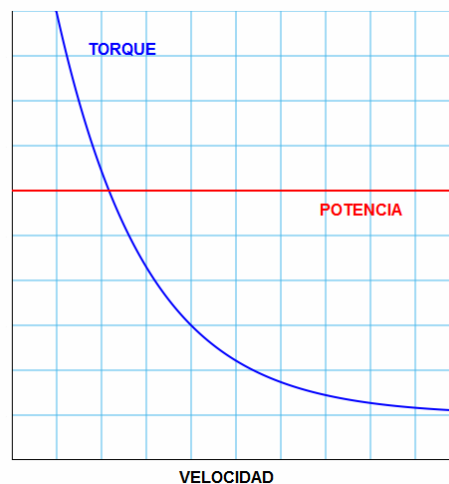
Fuente: **W.H. Hucho, L.J Janssen, y HK Emmelmann**, "The Optimization of body details – A method for reducing the Aerodynamic Drag of road vehicles", *Society of Automotive Engineers*, paper 760185, 1976. **H. Gotz**, "Commercial Vehicles", en W.H Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

1.2.3 Planta motriz de los vehículos y características de la transmisión

Al hablar de las limitantes en el potencial desempeño de un vehículo se mencionaron dos factores importantes: El máximo esfuerzo de tracción en el área de contacto entre el neumático y el suelo, y las características de la planta motriz y su respectiva transmisión. Generalmente, en marchas bajas, el máximo esfuerzo de tracción esta limitado por la naturaleza de la adhesión de las llantas al camino; en marchas altas, por su parte, el máximo esfuerzo de tracción esta limitado por las características de los motores y sus respectivas transmisiones.

El desempeño ideal de la planta motriz de un vehículo es que suministre una potencia constante durante todo el rango de velocidades de operación, para lograr esto, el torque debe variar de manera hiperbólica con la velocidad, como muestra la figura 19.

Figura 19. Curva de desempeño ideal de una planta motriz



Fuente: Los Autores.

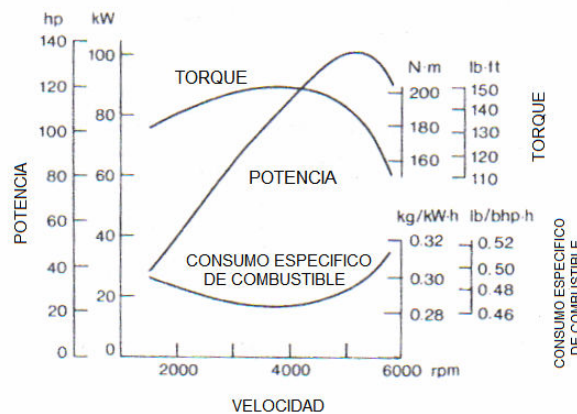
Aunque existen plantas motrices cuyas características de potencia – torque – velocidad se acercan mucho al comportamiento ideal, como los motores eléctricos y los motores de vapor, no son muy utilizados debido a que, en comparación con el motor de combustión interna (que solo puede ser usado como planta motriz si se le acopla una transmisión apropiada) poseen peor relación peso/potencia, alta demanda energética y alto costo de mantenimiento.

Muchos estudios se han centrado en la optimización del motor de combustión interna, hoy día los motores son más pequeños, más eficientes, y más limpios. Sin embargo, se está viendo el nacimiento de otras alternativas

para reemplazar al motor de combustión interna como planta motriz vehicular, tales como los motores de hidrogeno, nuevos motores eléctricos, motores de aire, etc¹⁴.

Debido a que el motor de combustión interna es el más utilizado actualmente, se explica a continuación su curva de desempeño, mostrada en la figura 20.

Figura 20. Curva de desempeño de un motor de gasolina.



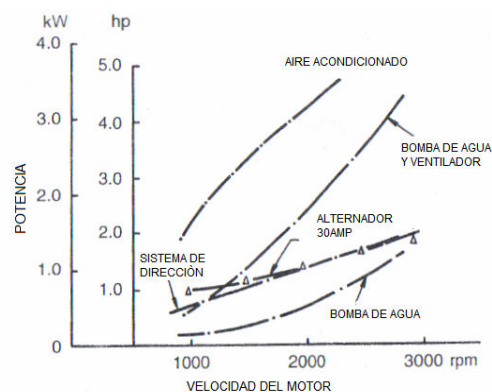
Fuente: **J. Y. Wong.** *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El motor de combustión interna empieza a operar de forma suave a cierta velocidad (velocidad de ralentí). A una velocidad intermedia se alcanza buena calidad de combustión (lo que traduce en un menor consumo de combustible) y el torque máximo que puede brindar el motor. A medida que empieza a aumentar la velocidad, la presión media efectiva decrece debido a que las pérdidas en el sistema de admisión aumentan, y por ende, el torque del motor disminuye. La potencia, sin embargo, se incrementa a medida que la velocidad aumenta hasta el punto de máxima potencia. Una vez superado

¹⁴ Para más información sobre esta sección, diríjase a la sección 2.3 del **Anexo C.** Características de desempeño de los vehículos terrestres.

este punto, el torque del motor presenta un decrecimiento más rápido a medida que aumenta la velocidad. Esto trae como resultado una caída en la potencia de salida. En aplicaciones vehiculares, la máxima velocidad permisible del motor se ajusta justo después de que se alcanza el valor de máxima potencia. Los vehículos diseñados para brindar tracción, tales como los usados en la industria agrícola y los tractores industriales, generalmente operan a velocidades inferiores debido a que es el máximo torque, en lugar de la máxima potencia, quien determina su capacidad de esfuerzo de tracción. Para limitar la velocidad máxima de operación, este tipo de vehículos usualmente están equipados con un gobernador.

Figura 21. Requerimientos de potencia de los accesorios de un automóvil de pasajeros



Fuente: C.W. Coon y C.D. Wood, "Improvement of Automobile Fuel Economy" *Society of Automotive Engineers*, paper 801402, 1980.

Se debe resaltar, sin embargo, que los fabricantes suministran diagramas de desempeño bruto del motor, es decir, su desempeño con el equipo necesario para mantenerlo en funcionamiento, sin tener en cuenta accesorios como el aire acondicionado, la bomba de agua, el ventilador, etc. Por ello, la potencia real en la transmisión es inferior a la suministrada por estos diagramas. Para

la predicción del desempeño del vehículo, se debe evaluar la potencia consumida por los accesorios sobre todo el rango de velocidades del motor y restar este valor al teórico suministrado por el fabricante, para así conocer la potencia real disponible a la entrada de la transmisión. La figura 21 muestra los requerimientos de potencia de algunos accesorios del vehículo.

Características de las transmisiones:

Como se mencionó anteriormente, las características de potencia-torque-velocidad de los motores de combustión interna no son adecuadas para la propulsión directa del vehículo. Por ello, se debe usar la transmisión, con el fin de proveer al vehículo el esfuerzo de tracción y la velocidad necesaria que satisfaga las demandas de carga para varias condiciones de operación. El término “*transmisión*” incluye todos los subsistemas necesarios para transmitir la potencia del motor a las ruedas motrices o al diferencial. Los dos tipos de transmisiones más utilizados en vehículos son, la transmisión manual y la transmisión automática con convertidor de torque. Otros tipos de transmisión son la transmisión variable continua (como la Perbury y la Van Doorne) y la transmisión hidrostática¹⁵.

Los principales requerimientos para la transmisión son:

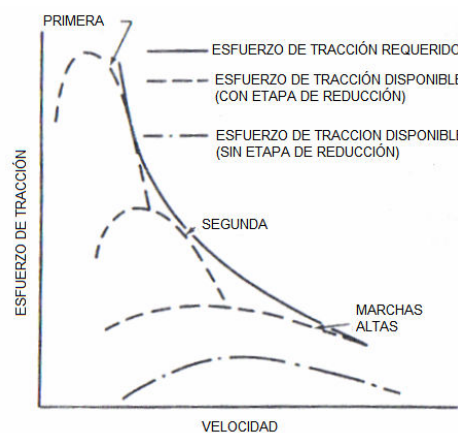
1. Alcanzar la velocidad máxima deseada con un motor apropiado.
2. Ser capaz de arrancar, con carga plena, en ambas direcciones en una superficie inclinada (33% es el valor típico de pendiente) y ser capaz de mantener una velocidad entre 88 y 96 km/h en una superficie casi

¹⁵ Para mayor información acerca de las transmisiones variables continuas y las transmisiones hidrostáticas, diríjase a la sección 2.3 del **Anexo C**.

plana (por ejemplo de 3% de pendiente) en la marcha más alta para autos de pasajeros.

3. Ajustarse a las características del motor, con el fin de lograr las condiciones de economía de combustible y aceleración adecuadas.

Figura 22. Curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad para un auto de pasajeros.



Fuente: J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles", *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

La transmisión manual consiste generalmente de un embrague (*clutch*), una caja de cambios, un eje de potencia y un eje conducido con un diferencial (para permitir la rotación relativa de las llantas durante maniobras de viraje). En autos con motor y tracción delantera al igual que los de motor y tracción trasera es común encontrar la caja de cambios y el diferencial como una sola unidad. Como regla general, el eje conducido tiene una razón de reducción constante, la cual es determinada por la práctica usual de usar transmisión directa (transmisión sin reducción) en la caja de cambios en su marcha más alta. Para vehículos que requieren un altísimo torque a bajas velocidades, se utiliza una reducción final en las llantas. La caja de cambios provee un número de relaciones, en el rango de 3 a 5 para autos de pasajeros y de 5 a 16 para vehículos comerciales. El número de relaciones de marcha es

seleccionado de tal forma que los autos tengan un comportamiento tan cercano al ideal como sea posible de una manera eficiente y no muy costosa, como muestra la figura 22.

Comúnmente se selecciona la relación de marcha más alta de tal manera que a la velocidad máxima del automóvil, la velocidad del motor sea un poco mayor que aquella a la que se encuentra el mayor valor de potencia. Esto asegura que se tenga potencia disponible para mantener esta velocidad, aún en caso de eventualidades tales como cambios atmosféricos, o el deterioro del motor debido al uso.

Con base en este principio, la relación de reducción para la marcha más alta en la caja de cambios puede determinarse mediante la relación:

$$\xi_n = \frac{n_{e1} r (1 - i)}{V_{\max} \xi_{ax}}$$

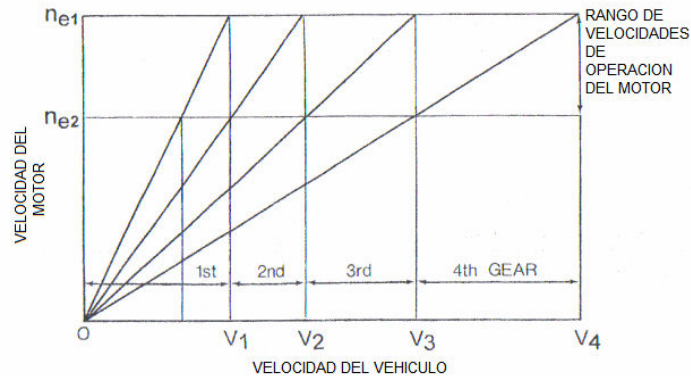
donde ξ_n es la relación de reducción de la marcha más alta en una caja de cambios con n-velocidades; n_{e1} es la velocidad del motor correspondiente a la velocidad máxima del vehículo, que para autos de pasajeros usualmente es un 10% más alta que aquella a la que se da el mayor valor de potencia; r es el radio de giro de la llanta; i es el deslizamiento (*slip*) de la llanta; $V_{\max}$ es la velocidad máxima deseada en el automóvil y ξ_{ax} es el relación de reducción en el eje conducido. La relación de reducción más alta (es decir, la marcha más baja) se selecciona de acuerdo a los siguientes criterios: El vehículo debe ser capaz de subir una pendiente (para autos de pasajeros, usualmente, se toma un valor de pendiente 33%). El otro criterio sugiere que el valor de la relación de marcha debe permitirle al automóvil sortear el máximo valor de pendiente sin que se presente deslizamiento en las llantas en una superficie típica (asfalto grueso); si este es el criterio de selección, la relación de

reducción de la marcha más baja, para un automóvil de tracción trasera esta dada por:

$$\xi_1 = \frac{W(\sin \theta_{smax} + f_r)r}{M_{emax}\xi_{max}\eta_t}$$

donde θ_{smax} es la pendiente máxima que el automóvil puede sortear sin que sus neumáticos presenten deslizamiento, M_{emax} es el máximo torque del motor y η_t es la eficiencia total de la transmisión. Cabe anotar, que el procedimiento de cálculo para un automóvil de tracción delantera es el mismo, pero con sus ecuaciones respectivas (dadas en la sección 1.2.1 del Anexo B).

Figura 23. Selección de las relaciones de marcha basándose en la regla de la progresión geométrica.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La selección de las relaciones intermedias, depende, en gran medida del tipo de vehículo. El caso de los camiones, y otros vehículos comerciales y de carga pesada, la selección de estas relaciones se hace mediante una progresión geométrica, como se muestra en la figura 23, este criterio tiene su base en el hecho de que una transmisión arreglada de esta forma, provoca que el motor

opere a un mismo rango de velocidad en cada relación, lo que a su vez provoca que su consumo de combustible se similar en todo sus puntos de operación¹⁶.

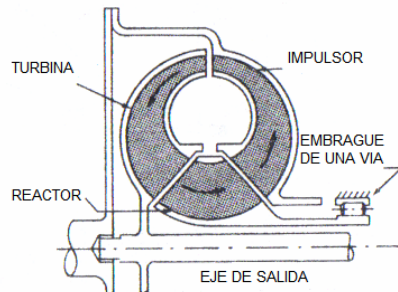
En los automóviles de pasajeros, el criterio de selección es distinto; muchas veces se considera la necesidad de alcanzar determinada velocidad en determinado rango de tiempo, otras, se toma en cuenta que habitualmente los autos pasan más tiempo funcionando en marchas bajas (especialmente en ciudad), por lo que las relaciones de sus marchas altas pueden estar en valores más cercanos uno del otro en comparación a sus relaciones de marchas bajas.

Transmisiones automáticas:

Las transmisiones automáticas con convertidor de torque son ampliamente usadas en los automóviles de pasajeros de Norteamérica. Comprenden generalmente de un convertidor de torque y una caja de cambios automática. El convertidor consiste en al menos tres elementos rotativos: la bomba, la turbina y el reactor, tal como se muestra en la figura 24. La bomba esta conectada al eje del motor, y la turbina esta conectada a la salida del convertidor, el cual esta acoplado con el eje de entrada de la caja de cambios automática. El reactor esta acoplado a una carcasa externa para proveer reacción en el fluido que circula en el convertidor. La función del reactor es permitir que la turbina desarrolle un torque de salida más alto que el torque que recibe el convertidor, y así obtener una multiplicación del mismo.

¹⁶ Toda la formulación matemática la encontrara en la sección 2.3 del **Anexo C** “Características de desempeño de los vehículos terrestres”.

Figura 24. Vista esquemática de un convertidor de torque.



Fuente: **J. Y. Wong.** *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Las grandes ventajas obtenidas al utilizar un convertidor de torque en la transmisión pueden resumirse en las siguientes:

1. Cuando se monta apropiadamente, impide que se pare el motor.
2. Provee un acople flexible entre el motor y las llantas (o sprockets)
3. En conjunto con una caja de cambios apropiada, provee un comportamiento de torque – velocidad muy próxima al ideal.

Las características de desempeño de un convertidor de torque generalmente son descritas en base a los siguientes cuatro parámetros:

Relación de velocidad $C_{sr} = \text{Velocidad de salida} / \text{Velocidad de entrada}$

Relación de torque $C_{tr} = \text{Torque de salida} / \text{Torque de entrada}$

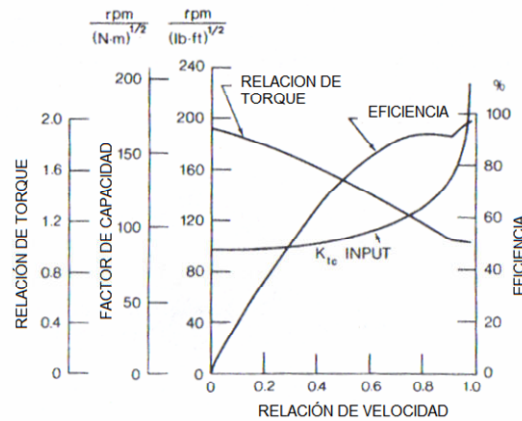
Eficiencia $\eta_t = \text{Velocidad de salida} \times \text{Torque de salida} / \text{Velocidad de entrada} \times \text{Torque de entrada} = C_{sr} \times C_{tr}$

Factor de capacidad (factor de tamaño) $K_{tc} = \text{Velocidad} / (\text{Torque})^{1/2}$

El factor de capacidad es un indicador de la capacidad del convertidor de absorber o transmitir torque, que es proporcional al cuadrado de la velocidad rotacional.

Las curvas representativas del desempeño de un convertidor de torque se muestran en la figura 25, en el cual la relación de torque, la eficiencia, y el factor de capacidad inicial, son graficados respecto a la relación de velocidad. Obsérvese que la relación de torque es máxima en el momento en que la relación de velocidad es de cero.

Figura 25. Curvas de desempeño de un convertidor de torque.



Fuente: **H.I. Setz**, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

La relación de torque decrece a medida que la relación de velocidad aumenta hasta que el convertidor actúa como un acople de fluido con una relación de 1.0. En este punto, existe una pequeña diferencia entre el torque de salida y el torque de entrada debido al deslizamiento provocado entre la bomba (el impulsor) y la turbina. La eficiencia del convertidor es de cero cuando el auto no esta en marcha y se incrementa con el aumento de la relación de velocidades, alcanzando el máximo valor de eficiencia en el punto en el que actúa como un acople. El factor capacidad de entrada es un parámetro importante que define las condiciones de operación del convertidor de torque y que a su vez, gobierna la unión entre el convertidor y el motor. Este factor

tiene un valor mínimo cuando el auto esta detenido y se incrementa a medida que la relación de velocidades aumenta.

Debido a que el convertidor es activado por el motor, para determinar las condiciones de operación del convertidor, se debe especificar el punto de operación del motor¹⁷.

1.2.4 Predicción del Desempeño del vehículo.

La relación entre el esfuerzo de tracción y la velocidad del vehículo discutida en la sección anterior provee la base para predecir el comportamiento del vehículo. Teniendo presente esta relación y que el vehículo puede transitar sobre terrenos con pendientes, se tienen tres criterios para predecir el desempeño del vehículo: aceleración máxima, velocidad máxima y pendiente máxima.

La finalidad de la predicción del desempeño del vehículo consiste en encontrar los parámetros de aceleración, velocidad o pendiente máxima que el vehículo puede alcanzar para unas condiciones dadas, por ejemplo, el esfuerzo de tracción y la geometría vehículo.

El criterio de velocidad máxima determina la velocidad del vehículo para una aceleración y una pendiente nula. Se basa en las ecuaciones de movimiento alrededor del eje longitudinal x del vehículo¹⁸. De una manera similar se abordan los criterios de aceleración máxima y de pendiente máxima. Cabe

¹⁷ Toda la formulación matemática de este tópico la encontrara en la sección 2.3 del **Anexo C**.

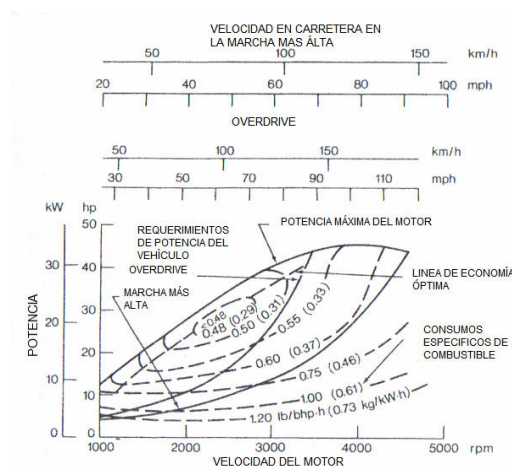
¹⁸ ver sección 2.1 del **Anexo C**. Características de rendimiento de los vehículos terrestres.

resaltar que es posible predecir el desempeño de un vehículo basándose en la combinación de estos tres criterios, por ejemplo, encontrar la velocidad máxima que el vehículo puede alcanzar con una aceleración y una pendiente establecida¹⁹.

1.2.5 Consumo de combustible en operación

El consumo de combustible de un vehículo depende de un número de factores, incluyendo las características del motor, la transmisión, el peso del vehículo, la resistencia aerodinámica, la resistencia a la rodadura de las llantas, el ciclo de manejo (las condiciones de manejo), y el hábito de manejo por parte del conductor.

Figura 26. Características de economía de combustible de un motor a gasolina.



Fuente: **J.G. Giles**, *Gears and Transmissions*, Automotive Technology Series, vol. 4, London: Butterworths, 1969.

¹⁹ Toda la formulación matemática correspondiente a la predicción del desempeño de los vehículos se encuentra en la sección 2.4 del **Anexo C**.

Como se puede ver en la figura 26, el consumo específico de combustible de un motor a gasolina presenta un mínimo en determinado valor de velocidad de rotación del motor; este comportamiento sugiere trabajar el motor en este valor, o en un rango muy cercano a este punto. Es por ello que se opta por diseñar cuidadosamente el sistema de transmisión para que el vehículo se mantenga en un margen de consumo de combustible económico.

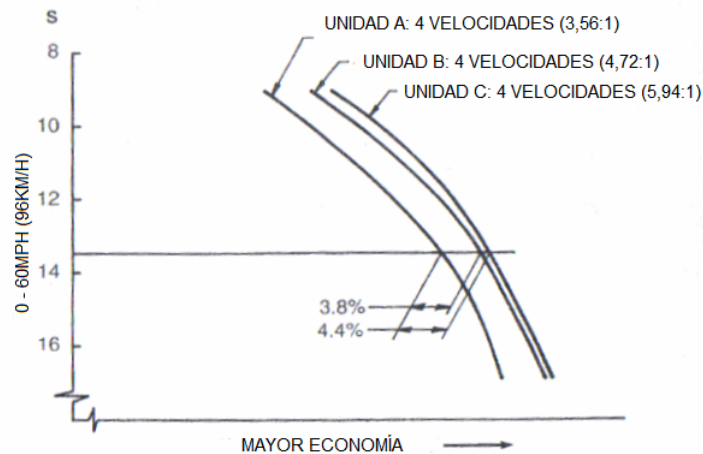
1.2.6 Conjunto Motor – Transmisión.

Con base en lo visto en secciones anteriores, se puede observar que las características del motor y de la transmisión son dos de los factores que más afectan el consumo de combustible de un vehículo. Para que un vehículo en particular ofrezca un nivel de desempeño deseado, es de vital importancia realizar un conjunto motor – transmisión adecuado. En los Estados Unidos, los indicadores del consumo de combustible son los obtenidos en las pruebas de EPA para ciclo urbano y de autopista, así como el CAFE²⁰.

Como se puede ver en la figura 27, el acoplar una transmisión con rango de operación diferente al del motor representa una reducción en la economía del combustible para el vehículo. Cabe recalcar la importancia de seleccionar apropiadamente el conjunto motor – transmisión para obtener una mayor economía.

²⁰ Para conocer más sobre los indicadores de consumo de combustible favor referirse a las secciones 2.5 y 2.6 del **Anexo C**. Características de rendimiento de los vehículos terrestres.

Figura 27. Efecto de la relación de reducción total de una transmisión manual en el desempeño y la economía del combustible para un vehículo de pasajeros.



Fuente: H.E. Chana, W.L. Fedewa y J.E. Mahoney, "An Analytical Study of Transmission Modification as Related to Vehicle Performance and Economy", *Society of Automotive Engineers*, paper 770418, 1977

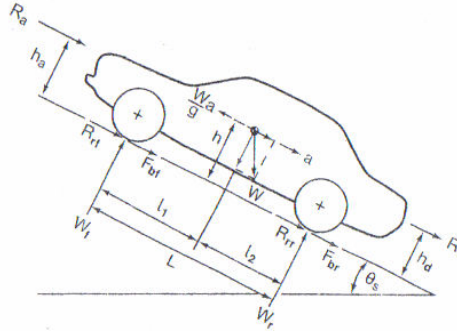
1.2.7 Desempeño de Frenado.

El desempeño de frenado de los vehículos motorizados es sin lugar a duda una de las características más importantes que afectan la seguridad del vehículo. Con el reciente incremento en la seguridad en el tráfico, se han realizado grandes esfuerzos para mejorar los índices de seguridad, los cuales están relacionados con mejoraras en el desempeño de frenado.

Como se explicó en el tópico de la mecánica de llantas neumáticas, la fuerza máxima de frenado que el contacto entre la llanta y el suelo puede soportar es determinada por la carga normal y el coeficiente adhesión estática. Con base en la figura 28 y considerando que el vehículo posee frenos en las cuatro

llantas, la fuerza máxima de frenado en los ejes delantero y trasero están dadas por (asumiendo que la fuerza máxima de frenado $F_{bmax} = \mu W$)²¹:

Figura 28 Fuerzas que actúan en un vehículo de dos ejes durante el frenado.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

$$F_{bfmax} = \mu W_f = \frac{\mu W [l_2 + h(\mu + f_r)]}{L}$$

$$F_{brmax} = \mu W_r = \frac{\mu W [l_1 - h(\mu + f_r)]}{L}$$

Una vez la fuerza de frenado haya alcanzado el valor dado por las ecuaciones anteriores, las llantas comenzaran a presentar deslizamiento, cualquier incremento en el valor de estas fuerzas provocara un bloqueo inminente en las llantas. Es importante resaltar, que se desarrollaran los valores máximos de fuerza de frenado en las llantas delantera y traseras al mismo tiempo, solo cuando la distribución de las fuerzas de frenado entre los ejes delantero y trasero estén en la misma proporción que sus cargas normales, proporción que se determina mediante:

$$\frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{F_{bfmax}}{F_{brmax}} = \frac{l_2 + h(\mu + f_r)}{l_1 - h(\mu + f_r)}$$

²¹ Toda la formulación matemática correspondiente a la predicción del desempeño de frenado de los vehículos se encuentra en la sección 2.7 del **Anexo C**.

donde K_{bf} y K_{br} son las proporciones de la fuerza total de frenado en los ejes delantero y trasero respectivamente, y están determinadas por el diseño del sistema de frenado.

Por ejemplo, para un camión ligero con el 68% de la carga estática en el eje trasero ($l_2/L = 0.32$, $l_1/L = 0.68$), $h/L = 0.18$, $\mu = 0.85$ y $f_r = 0.01$), la máxima fuerza de frenado que las llantas delanteras y traseras pueden soportar en el área de contacto entre la llanta y el terreno se desarrollará al mismo tiempo solo si la distribución de la fuerza de frenado entre los frenos delanteros y traseros satisface la siguiente condición:

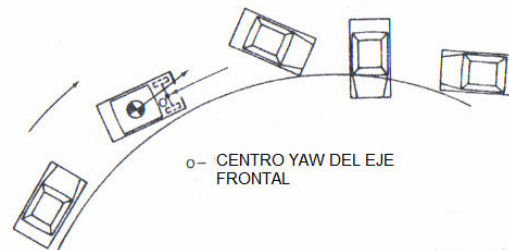
$$\frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{0.32 + 0.18(0.85 + 0.01)}{0.68 - 0.18(0.85 + 0.01)} = \frac{47}{53}$$

En otras palabras, el 47% de la fuerza total de frenado debe estar en el eje delantero y el 53% en el eje trasero para explotar toda la capacidad de frenado del vehículo. La distribución de la fuerza de frenado que asegura que se desarrollen las fuerzas máximas de frenado en las llantas de los ejes delantero y trasero al mismo tiempo se conoce como distribución ideal de frenado. Si la distribución de las fuerzas de frenado no es ideal, entonces las llantas delanteras o traseras se bloquearan primero.

Cuando las llantas traseras se bloquean primero, el vehículo pierde estabilidad direccional. Esto se puede visualizar con la ayuda de la figura 29. La figura muestra la vista superior de un vehículo de dos ejes afectado por la fuerza de frenado y la fuerza de inercia. Cuando las llantas traseras se bloquean, la capacidad de las llantas traseras para resistir la fuerza lateral se reduce a cero. Si se presenta algún ligero movimiento lateral de las llantas por el viento, el ángulo camber de la carretera, o la fuerza centrífuga, se

desarrollará un momento yaw debido a la fuerza de inercia acerca del centro de giro yaw del eje delantero. Mientras el movimiento angular yaw sigue en progreso, el brazo del momento de la fuerza de inercia aumenta, resultando en un incremento en la aceleración yaw . Como el extremo trasero del vehículo rota 90° , el brazo del momento gradualmente decrece y eventualmente el vehículo rota 180° , con la parte trasera mirando hacia delante.

Figura 29. Perdida de estabilidad direccional debido al bloqueo de las llantas traseras.



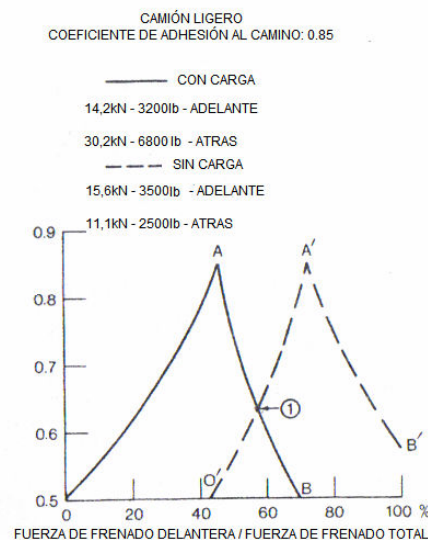
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El bloqueo de las llantas delanteras causa la pérdida del control direccional, y el conductor no podrá ejercer un viraje efectivo. Se debe señalar que el bloqueo de las llantas delanteras no causa inestabilidad direccional. Esto es debido a que cuando ocurre cualquier movimiento lateral de las llantas delanteras, se desarrolla un momento auto-correctivo debido a la fuerza de inercia del vehículo acerca el centro de giro yaw del eje trasero. En consecuencia, este tiende a traer de vuelta el vehículo a una trayectoria de línea recta²².

²² Para ver todo el desarrollo de la distribución de frenado referirse al **Anexo C**.

Con base en el análisis anterior, la interrelación entre la secuencia de bloqueo de las llantas, la deceleración alcanzada antes de que se presente el bloqueo, los parámetros de diseño del vehículo y las condiciones de operación puede definirse cuantitativamente. Como ejemplo ilustrativo, la figura 30 muestra las características de frenado de un camión ligero como una función de la distribución del esfuerzo de frenado en las llantas delanteras bajo dos condiciones: ausencia de carga y carga plena. Para la condición de carga plena, el peso del vehículo es de 44.48kN (10000 lb), y para la condición de ausencia de carga, es de 26.69kN (6000 lb). La relación entre la altura del centro de gravedad con la distancia entre ejes es de 0.18 para ambas condiciones. El coeficiente de adhesión es de 0.85.

Figura 30. Efecto de la distribución del esfuerzo de frenado en el desempeño del sistema de frenos de un camión ligero.



Fuente: **D.J. Bickerstaff y G. Hartley**, "Light Truck Tire Traction Properties and Their Effect on Braking Performance", *SAE Transactions*, vol. 83, paper 741137, 1974

De la figura 30 se puede ver que si se diseña la distribución de frenado teniendo los parámetros de carga plena, cuando se opere sin carga es posible

que se bloqueen las llantas. Por esta razón se debe optar un compromiso de diseño en donde no se obtiene la máxima aceleración de frenado disponible por la adherencia al terreno, pero se garantiza la estabilidad.

Para asegurar control direccional y estabilidad en todas las condiciones de operación posible, se han introducido dispositivos antibloqueo. La principal función de estos dispositivos es evitar el bloqueo de las llantas; y así, lograr que las llantas mantengan la capacidad de sostener una fuerza lateral. Los principios de funcionamiento de los sistemas antibloqueo se describen brevemente a continuación.

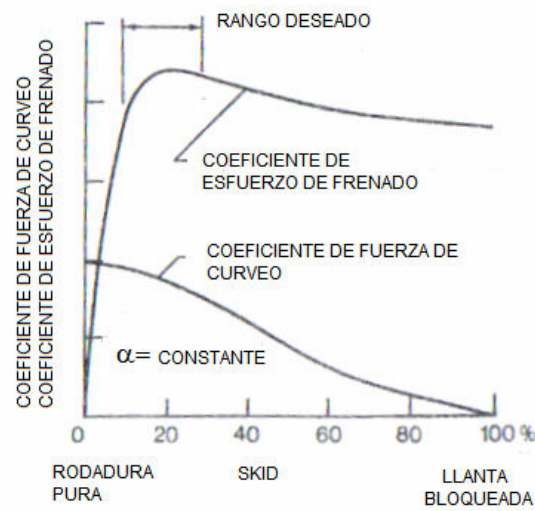
Sistema de frenos Antibloqueo (ABS).

Como se mencionó anteriormente, cuando una llanta se bloquea, el coeficiente de adhesión al camino cae hasta su valor de deslizamiento, y la habilidad de la llanta de sostener una carga lateral es prácticamente nula. Como resultado, el vehículo perderá estabilidad y/o control direccional, y la distancia necesaria para detenerse por completo será considerablemente más larga que la mínima posible. La figura 31 muestra las características generales del coeficiente de esfuerzo de frenado (la razón entre el esfuerzo de frenado y la carga normal que sufre la llanta) y el coeficiente de la fuerza de viraje (la razón entre la fuerza de viraje y la carga normal que sufre la llanta) a determinado ángulo de deslizamiento como una función del skid para una llanta neumática.

La principal función del sistema de frenos antibloqueo es prevenir que la llanta se bloquee, e idealmente mantener el skid de la llanta en un rango deseable. Esto asegura que la llanta pueda desarrollar una fuerza de frenado suficientemente alta para frenar el vehículo, y al mismo tiempo retener una

fuerza de viraje adecuada para que el conductor tenga control direccional y el automóvil no pierda estabilidad.

Figura 31. Efecto del skid en los coeficientes de fuerza y de curvado de una llanta.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Un sistema antibloqueo moderno es un sistema de control de retroalimentación eléctrico. Consiste en un sensor (o sensores), una unidad de control electrónica, y un modulador de presión. En la práctica, es difícil determinar el skid de la llanta con precisión, principalmente por la falta de medios prácticos y económicos de medir la velocidad lineal del centro de la llanta durante el frenado. El control lógico del sistema antibloqueo, se formula generalmente en base a algunos parámetros fáciles de medir, tal como la velocidad angular y la deceleración angular (o la aceleración angular) de la llanta, o la deceleración lineal del vehículo²³.

²³ Para más información sobre sistemas ABS, referirse a la sección 2.7.3 del Anexo C.

Sistemás de control de tracción.

De funciones similares al sistema antibloqueo, concebidos para mejorar el frenado del vehículo, los sistemás de tracción tienen como objetivo optimizar la tracción del vehículo y mantener control direccional y estabilidad durante la aceleración. Las principales funciones de un sistema de control de tracción son las siguientes:

1. Optimizar la tracción en superficies asimétricas con diferentes valores de adhesión para las llantas del lado derecho y el lado izquierdo.
2. Prevenir que la llanta deslice durante la aceleración o en superficie muy lisa, e idealmente mantener el grado de deslizamiento de la llanta en un rango de operación deseado para obtener una fuerza de curveo adecuada para control direccional y estabilidad.

De la misma forma que el ABS, un sistema de tracción típico esta conformado por un sensor (o sensores), una unidad de control eléctrica y un modulador de la presión de frenado. Además, tiene un dispositivo de control del motor, el cual controla el regulador, el sistema de inyección o la ignición. Debido a su similitud, este sistema generalmente viene acompañado con el sistema ABS, compartiendo un gran número de componentes, tales como el sensor, la unidad electrónica de control y el modulador de presión de frenado.

1.3 CARACTERÍSTICAS DE MANIOBRABILIDAD DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES

Las características de maniobrabilidad de un automóvil permiten conocer su capacidad de respuesta a las órdenes de viraje y a las diferentes condiciones

impuestas por el propio ambiente que pueden afectar su dirección de movimiento, como lo son las ráfagas de viento y los defectos de la superficie por donde se transite. Existen dos problemás básicos en la maniobrabilidad del vehículo: Uno es el control de la dirección del movimiento, el otro su habilidad de estabilizar su dirección de movimiento cuando se presentan perturbaciones externas.

Este tópico busca hacer una introducción en el estudio de las características de maniobrabilidad de los automóviles. Se presentan modelos lineales simplificados para analizar el comportamiento direccional de los vehículos de pasajeros y los tractores-semitrailers sin tener en cuenta las características de la suspensión que poseen. Los modelos demuestran los efectos en los criterios de diseño más importantes y parámetros operacionales del sistema de dirección del automóvil, tales como las propiedades de las llantas, ubicación del centro de gravedad, y velocidad de avance, con el fin obtener conclusiones de importancia práctica en lo concerniente al control direccional y la estabilidad. Se analiza, de igual forma la respuesta del vehículo a una condición direccional impuesta y su estabilidad direccional asociada a un ángulo en el volante fijo, que generalmente son definidos como características de control fijas.

1.3.1 Geometría del Viraje

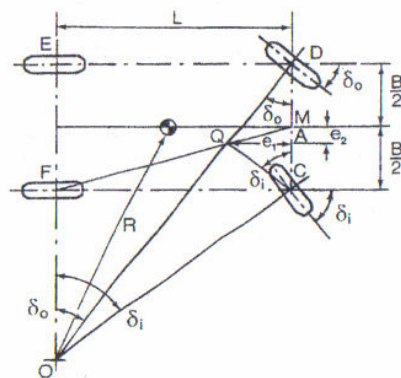
A bajas velocidades, existe una relación simple entre la dirección de movimiento y el ángulo de giro del volante. La principal consideración en el diseño del sistema de dirección es que durante una maniobra de giro, la deformación en la llanta sea mínima; esto requiere que durante una curva, las

llantas se encuentren en rodadura pura sin ningún tipo de deslizamiento lateral; para satisfacer este requerimiento, todas las llantas deben seguir una trayectoria curva con diferentes radios con un centro en común. Esto establece las relaciones adecuadas entre ángulo de giro de la llanta delantera interna δ_i y la de la llanta delantera externa δ_o , se puede apreciar que los ángulos de giro δ_i y δ_o deben satisfacer la siguiente relación:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = B / L$$

donde B y L son la distancia frontal entre las llantas y la distancia entre ejes respectivamente.

Figura 32. Geometría del sistema de dirección.



Fuente: **J. Y. Wong.** *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El sistema de dirección que posea una geometría que satisfaga la ecuación anterior generalmente es referido como sistema con geometría Ackermann.

Durante una maniobra de viraje, las llantas se deforman lateralmente debido a la aparición de la fuerza centrífuga; por ello, se desarrolla un ángulo de deslizamiento en las llantas durante este tipo de maniobras y no es posible obtener un comportamiento tipo Ackermann.

1.3.2 Características de Maniobrabilidad de un automóvil de dos ejes en estado estable.

Al hablar de desempeño de maniobrabilidad de un vehículo en estado estable, se hace referencia a su comportamiento direccional durante el viraje bajo condiciones que no varían con el tiempo. Un ejemplo de esto es un automóvil que negocia una curva con un radio constante a una velocidad constante. En el análisis del comportamiento de maniobrabilidad bajo estado estable, las propiedades inerciales del vehículo no se tienen en cuenta.

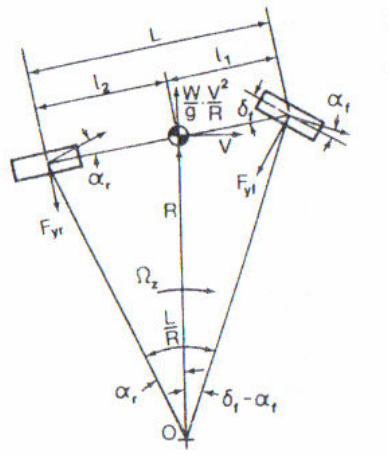
Cuando un vehículo esta negociando una curva a velocidades moderadas o altas, no se puede despreciar el efecto de la fuerza centrífuga que actúa en el centro de gravedad. Para poder balancear la fuerza centrífuga, se deben desarrollar fuerzas de curvado apropiadas en las llantas. Como se explica en el anexo B, una fuerza lateral que actúa sobre una llanta produce un ángulo de deslizamiento lateral. Por ello, cuando el vehículo esta dando una curva a una velocidad moderada o alta, las cuatro llantas desarrollarán ángulos de deslizamiento apropiados. Con el fin de simplificar el análisis, el par de llantas de un eje se puede representar como una sola llanta con rigidez de curvado doble, como se muestra en la figura 33. Las características de maniobrabilidad del vehículo dependen de la relación entre los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras y traseras, α_f y α_r .

El ángulo de giro δ_f requerido para sortear una curva esta dado por:

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_{us} \frac{a_y}{R}$$

donde R es el radio de la trayectoria del vehículo en la curva, L es la distancia entre centros, a_y es la aceleración lateral y K_{us} es el coeficiente de sobreviraje²⁴.

Figura 33. Modelo simplificado de un vehículo de dos ejes en estado estable.



Fuente: **J. Y. Wong.** *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001.

Con base en los valores del coeficiente de sobreviraje se pueden clasificar las características de maniobrabilidad en estado estable de un vehículo en tres categorías: Viraje Neutro, Subviraje y Sobreviraje.

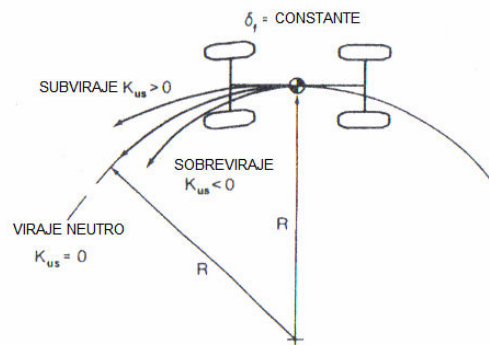
En el viraje neutro el coeficiente de sobreviraje $K_{us} = 0$, es decir, los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras son iguales a los de las llantas traseras.

En el subviraje, el coeficiente de sobreviraje $K_{us} > 0$, es decir, el ángulo de deslizamiento de las llantas delanteras es mayor que el de las llantas traseras.

²⁴ Para ver todo el desarrollo matemático del ángulo de giro y el coeficiente de sobreviraje, referirse a las secciones 3.1 y 3.2 del **Anexo D**.

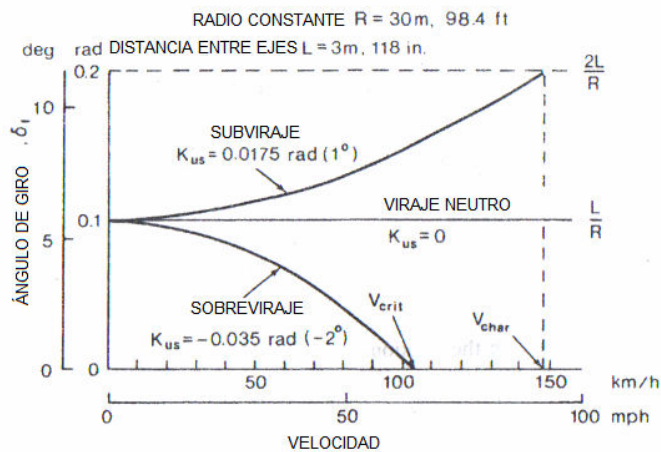
En el sobreviraje, el coeficiente de sobreviraje $K_{us} < 0$, es decir, el ángulo de deslizamiento de las llantas delanteras es menor que el de las llantas traseras. Para ilustrar mejor el comportamiento se tienen las figuras 34 y 35²⁵.

Figura 34. Curvas de respuesta de un vehículo con viraje neutro, subviraje y sobreviraje para una posición de volante fija.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 35. Relaciones entre los ángulos de viraje y la velocidad de un vehículo de viraje neutro, subviraje y sobreviraje.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

²⁵ Para más información referirse a las secciones 3.2.1, 3.2.2 y 3.2.3 del **Anexo D**.

El subviraje y el sobreviraje, como se puede ver en la figura 35, presentan unas velocidades de gran interés. La velocidad característica V_{char} en el subviraje representa la velocidad a la cual se necesita el doble del valor del ángulo de viraje a una velocidad cercana a cero. La velocidad crítica V_{crit} en el sobreviraje representa la velocidad a la cual el ángulo de viraje requerido para sortear determinada curva es cero.

Entre los tres tipos de comportamiento direccional en estado estable, el sobreviraje es el menos deseado desde el punto de vista de estabilidad direccional, el cual será discutido más adelante. Es considerado deseable para un automóvil el tener un pequeño grado de subviraje a ciertos valores de aceleración lateral, tal como $0.4g$, y que a partir de este punto el vehículo muestre cada vez más comportamiento de subviraje. Esto proporciona la ventaja de una respuesta sensible a los comandos de viraje y solo presentado un bajo grado de subviraje en la mayoría de las maniobras de curqueo. El incremento del subviraje a elevados valores de aceleración lateral, por su parte, proporcionan gran estabilidad durante curvas muy ajustadas.

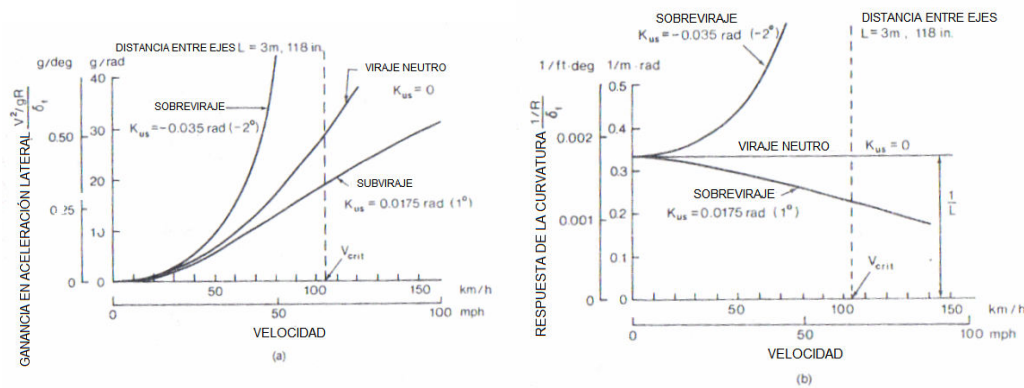
1.3.3 Respuesta al comando de Viraje en estado estable.

Un vehículo puede ser visto como un sistema de control al cual se impone un gran número de entradas. Durante una maniobra de viraje, el ángulo de giro inducido por el conductor puede ser considerado como una entrada al sistema, y las variables de movimiento del vehículo, tal como la velocidad yaw , la aceleración lateral, y la curvatura, pueden ser vistas como salidas. La relación de la velocidad yaw , la aceleración lateral o la curvatura al comando

de viraje pueden utilizarse como indicadores comparativos entre diferentes vehículos.

Los indicadores se pueden clasificar en tres tipos: Respuesta de la velocidad *yaw*, Respuesta de la aceleración lateral y Respuesta en la curvatura. Como ejemplo se muestran la respuesta de la aceleración lateral y la respuesta en la curvatura, en la figura36.

Figura 36. (a) Ganancia en la aceleración lateral para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje (b) Respuestas de curvatura para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Los resultados del análisis anterior indican que desde el punto de vista de la respuesta al comando de giro, el vehículo con sobreviraje es el más sensible de todos, en tanto que aquel que posea subviraje será el menos sensible.

1.3.4 Pruebas para evaluar las Características de Maniobrabilidad.

Con el fin de medir el comportamiento direccional de un vehículo bajo condiciones de estado estable, se pueden realizar varios tipos de pruebas en

una pista, la cual debe ser ancha, larga, completamente plana y pavimentada. Se pueden distinguir tres tipos de pruebas: La prueba de radio constante, la prueba de velocidad lineal constante, y la prueba de ángulo de giro constante. Durante estas pruebas son medidos parámetros tales como el ángulo de giro, la velocidad lineal y la velocidad *yaw* (o la aceleración lateral). La velocidad *yaw* puede ser medida mediante giroscopios o determinándola al dividir la aceleración lateral en la velocidad del vehículo. La aceleración lateral se puede medir por medio de acelerómetros o por medio de la multiplicación de la velocidad *yaw* con la velocidad del vehículo. De acuerdo con las relaciones obtenidas en la prueba entre el ángulo de giro y la velocidad *yaw* o la aceleración lateral, se pueden evaluar las características de maniobrabilidad del automóvil²⁶.

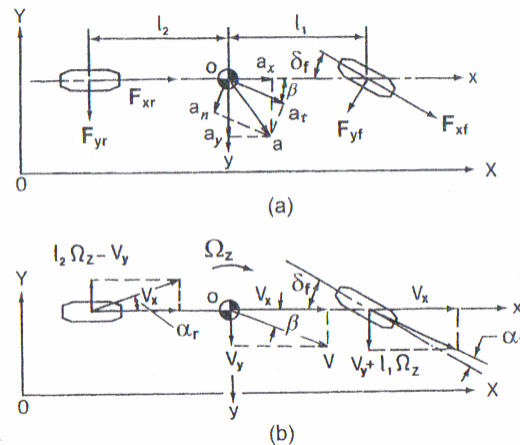
1.3.5 Características de Respuesta en estado transitorio.

Entre la aplicación de un comando de viraje y la adquisición del estado estable en un vehículo, se encuentra el estado transitorio. El comportamiento del vehículo en este periodo es generalmente referido como “características de repuesta en estado transitorio”. La calidad de la maniobrabilidad de un vehículo depende, en gran medida, de su comportamiento en el estado transitorio. La respuesta transitoria óptima es aquella que ofrezca la respuesta más rápida con un mínimo de oscilación en el proceso de acercarse al movimiento en estado estable.

²⁶ Las pruebas para evaluar las características de maniobrabilidad se muestran con más detalle en la sección 3.4 del **Anexo D**.

Al analizar la respuesta transitoria, las propiedades inerciales del vehículo se deben tener en cuenta. Durante una maniobra de viraje, el vehículo no solo se traslada, sino que también rota. Para describir este movimiento, es conveniente utilizar un conjunto de ejes fijos al cuerpo del vehículo y que a su vez se muevan con el, ya que, respecto a estos ejes, los momentos de inercia másicos permanecen constantes, en tanto que respecto a los ejes fijos en tierra, los momentos de inercia másicos varían conforme el vehículo se desplaza²⁷.

Figura 37. Modelo de vehículo simplificado para el análisis de movimiento en estado transitorio.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Las ecuaciones de movimiento lateral y movimiento *yaw* de un vehículo con un ángulo de viraje como la única variable de entrada son:

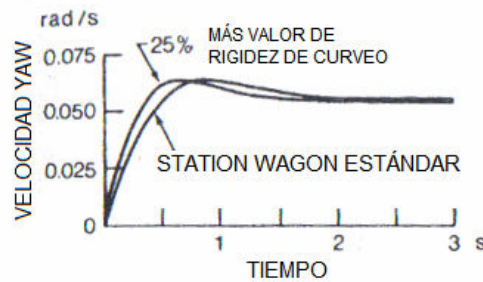
$$m\dot{V}_y + \left[mV_x + \frac{2l_1C_{\alpha f} - 2l_2C_{\alpha r}}{V_x} \right] \Omega_z + \left[\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{V_x} \right] V_y = 2C_{\alpha f} \delta_f(t)$$

²⁷ Para ver todo el desarrollo matemático de la respuesta en estado transitorio favor referirse a la sección 3.5 del **Anexo D**.

$$I_z \dot{\Omega}_z + \left[\frac{2l_1^2 C_{\alpha f} + 2l_2^2 C_{\alpha r}}{V_x} \right] \Omega_z + \left[\frac{2l_1 C_{\alpha f} - 2l_2 C_{\alpha r}}{V_x} \right] V_y = 2l_1 C_{\alpha f} \delta_f(t)$$

donde I_z es el momento másico de inercia del vehículo respecto al eje z y Ω_z es la velocidad *yaw*. La figura 38 Muestra la respuesta en la velocidad *yaw* para una camioneta a un cambio en el ángulo de dirección de 0.01 radianes a 96 km/h.

Figura 38. Respuesta en la velocidad yaw para una camioneta a un cambio en el ángulo de dirección de 0.01 rad a 96 km/h.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

1.3.6 Estabilidad Direccional

La estabilidad direccional de un vehículo se refiere a su habilidad de estabilizar su movimiento aun en presencia de perturbaciones. Se dice que un vehículo posee estabilidad direccional si, después de una perturbación, es capaz de recobrar el estado estable en un tiempo finito. Un vehículo sin estabilidad direccional se aleja más y más de la condición de estado estable, aun cuando la perturbación ha dejado de actuar. Las perturbaciones pueden

ser aerodinámicas, fuerzas momentáneas que el camino impone sobre las llantas, algún movimiento leve del volante, etc.

Con una pequeña perturbación alrededor de la posición de equilibrio, el vehículo puede ser considerado como un sistema dinámico lineal. Las ecuaciones de movimiento lateral y movimiento *yaw* son un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. Después de la perturbación, la velocidad lateral y la velocidad *yaw* presentaran una variación exponencial respecto del tiempo, $V_y = A_1 e^{\psi t}$ y $\Omega_z = A_2 e^{\psi t}$. La estabilidad del vehículo esta determinada por el valor de ψ . Si ψ es un número real y positivo, los valores de la velocidad *yaw* y la velocidad lateral se incrementarán exponencialmente con el tiempo, y el vehículo tendrá inestabilidad direccional. Un valor real y negativo de ψ indica que los movimientos en el vehículo convergen al estado estable en un tiempo finito, e indica que el vehículo posee estabilidad direccional. Si ψ es un número complejo con su componente real positiva, el vehículo presentara movimientos oscilatorios con amplitud creciente, lo cual indica que tiene inestabilidad direccional; por el contrario, si ψ es complejo y su componente real es negativa, el vehículo presentara movimiento oscilatorio de amplitud decreciente, lo que indica estabilidad direccional.

Se puede deducir que para asegurar una condición de estabilidad direccional se debe cumplir la siguiente expresión²⁸:

$$L + \frac{V_x^2}{g} K_{us} > 0$$

donde K_{us} es el coeficiente de subviraje, el cual fue definido antes.

²⁸ Para ver todo el desarrollo matemático refererise a las sección 3.6 del **Anexo D**.

Esto implica que cuando un vehículo posee subviraje, siempre tendrá estabilidad direccional. Cuando el coeficiente de subviraje K_{us} es negativo, es decir, cuando el vehículo presenta sobreviraje, solo se tendrá estabilidad direccional si la velocidad a la que se encuentre el automóvil no supera el valor dado por la siguiente relación:

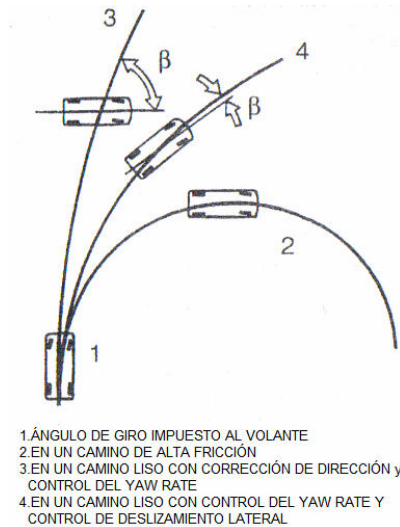
$$V_x < \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}}$$

Este valor es, en realidad, la velocidad crítica de un vehículo con sobreviraje.

Control de estabilidad de un vehículo.

Durante una maniobra de viraje en la cual las fuerzas en la llantas se aproximan o están en el límite de la adhesión a la carretera, el vehículo puede desviarse considerablemente de la trayectoria deseada. Mientras el sistema antibloqueo previene que las llantas se bloqueen durante el frenado y el sistema de control de tracción puede prevenir que las llantas de tracción patinen durante la aceleración, tal como se explica en el Anexo C, ambos sistemas son incapaces de controlar de forma activa el comportamiento direccional del vehículo. Con el continuo énfasis en la seguridad, han aparecido un gran número de sistemas de control de estabilidad; estos sistemas buscan aumentar la estabilidad direccional de un vehículo bajo todo tipo de condiciones de operación, incluyendo maniobras de viraje extremadamente bruscas. Aun cuando estos sistemas han recibido múltiples nombres, tal como Control Dinámico del Vehículo (VDC), Sistema Electrónico de Estabilidad (ESP), Estabilidad Asistida (VSA), Control Avanzado de Estabilidad y Tracción (ASTC), en esta recopilación será referido como sistema de control de estabilidad. Este sistema generalmente está integrado con el sistema de frenos y la transmisión y comparte componentes con los sistemas antibloqueo y el control de tracción.

Figura 39. Comparación del comportamiento direccional de un vehículo con control de la rata *yaw* con uno que posee control tanto de la rata *yaw* como del ángulo de deslizamiento lateral.

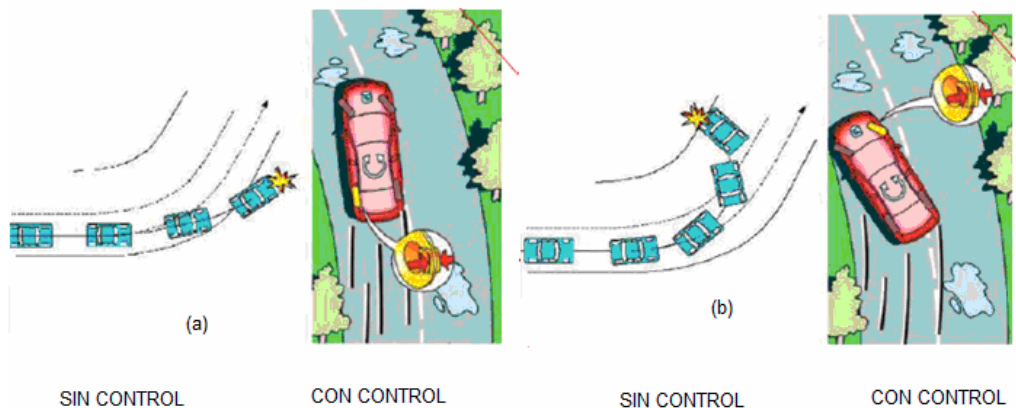


Fuente: A.T. van Zanten, R. Edhart y G. Pfaff, "VDC, the Vehicle Dynamics Control System of Bosch", Society of Automotive Engineers, paper 950759, 1995

En los sistemas de control actuales, se monitorea de manera constante el ángulo del volante, la posición del pedal de aceleración, la presión en los frenos, las velocidades angulares de las llantas, la rata *yaw* y la aceleración lateral del vehículo. Los valores nominales de la rata *yaw* y el ángulo de deslizamiento lateral, los cuales representan el movimiento deseado del vehículo, se hallan por medio del ángulo de giro en el volante, la posición del acelerador (lo cual representa el torque deseado por el conductor), la presión en los frenos, y la velocidad longitudinal estimada del vehículo, la cual es determinada por la velocidad angular de las llantas o el ángulo de giro que presenten. El valor nominal de la rata *yaw* puede deducirse por medio de la velocidad de desplazamiento del vehículo y el radio de giro, el cual está relacionado a la posición del volante. El ángulo de deslizamiento lateral puede estimarse a partir de la velocidad longitudinal y lateral del vehículo.

Después de determinar los valores nominales y reales de estos parámetros, se comparan; si las diferencias entre ellos superan unos valores predeterminados, el sistema de control envía señales de comando a los actuadores para modular la presión de frenado en la(s) llanta(s) que lo requiera(n) y/o reducir el torque para que el vehículo recupere la trayectoria y la dirección deseadas, tal como se ilustra en la figura 40. Debe mencionarse que la respuesta del sistema de control a la modulación de la presión de frenado es mucho más rápida que a la intervención del torque en el motor.

Figura 40. Comparación del comportamiento direccional de un automóvil con y sin control de estabilidad para los casos de (a) Deslizamiento lateral de las llantas traseras y (b) Deslizamiento lateral de las llantas delanteras.



Fuente: Renault Communication

1.3.7 Características de Maniobrabilidad en estado estable de un tractor – semitrailer.

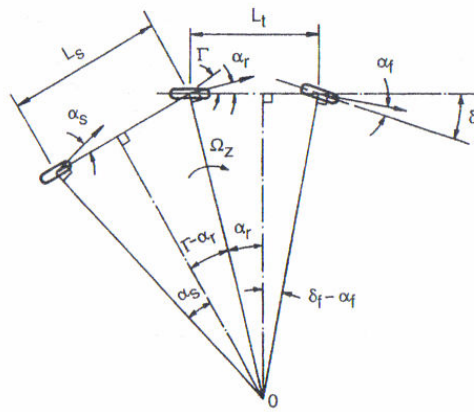
Puede utilizarse un análisis muy similar al realizado en los automóviles de dos ejes descrito anteriormente para evaluar el comportamiento direccional de un tractor – semitrailer de tres ejes en estado estable tal como se muestra

en la figura 41. Para el tractor, la ecuación que gobierna el movimiento es similar a la ecuación del modelo de 2 ejes, anteriormente explicada y se expresa como:

$$\delta_f = \frac{L_t}{R} + K_{us,t} \frac{V^2}{gR}$$

donde L_t es la distancia entre ejes del tractor y $K_{us,t}$ es el coeficiente de subviraje del mismo.

Figura 41. Modelo simplificado de un tractor-semitrailer para análisis de estado estable.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La relación entre el ángulo de la articulación Γ y el ángulo de viraje de la llanta delantera del tractor δ_f es generalmente referida como la ganancia del ángulo de la articulación, y esta dada por:

$$\frac{\Gamma}{\delta_f} = \frac{L_s / R + K_{us,s} V^2 / gR}{L_t / R + K_{us,t} V^2 / gR}$$

Al analizar la ecuación anterior se obtienen cinco tipos de estado estable en el comportamiento direccional del tractor – semitrailer²⁹.

Los resultados del análisis del comportamiento direccional del tractor – semitrailer indican que, para que ocurra algún tipo de inestabilidad direccional, el tractor debe presentar sobreviraje. El *Jackknifing* del trailer (cuando el semitrailer se sale de control e intenta plegarse hacia el tractor, como una navaja) puede presentarse si el semitrailer es tanto subvirado como sobrevirado. El *Trailer swing* (cuando el trailer presenta deslizamiento) ocurre únicamente si el semitrailer presenta sobreviraje y si la relación entre el coeficiente de subviraje del semitrailer y el coeficiente del tractor es mayor que la relación entre la distancia entre ejes del semitrailer y la distancia entre ejes del tractor.

1.4 CARACTERÍSTICAS DE MANEJO DEL VEHÍCULO

La calidad del manejo esta asociada con la sensación o el sentir del pasajero en el ambiente de un vehículo en movimiento, esta sensación está íntimamente relacionada con el confort. Los problemás del confort en el manejo son resultado principalmente de las vibraciones del cuerpo del vehículo (ver glosario), las cuales pueden ser inducidas por una variedad de fuentes, incluyendo las irregularidades de la superficie, las fuerzas aerodinámicas, las vibraciones del motor y la transmisión, y las no uniformidades (desbalanceos) del conjunto llanta/rin.

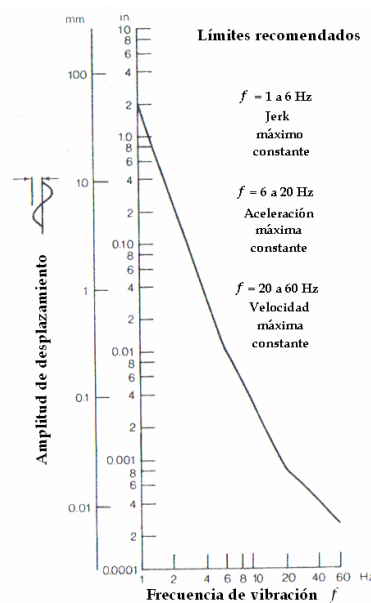
²⁹ Los cuales se explican detalladamente en la sección 3.7 del **Anexo D**.

El objetivo del estudio del manejo de los vehículos consiste en dar unos lineamientos guía para el control de la vibración del vehículo y de esta manera hacer que la sensación del pasajero de incomodidad no excedan cierto nivel. Para alcanzar este objetivo, es esencial tener un entendimiento básico de la respuesta humana a la vibración, el comportamiento vibratorio del vehículo, y las características de las irregularidades de la superficie.

1.4.1 Respuesta humana a la vibración.

En general, los límites de confort (o incomodidad) son difíciles de determinar debido a la variación en la sensibilidad de cada individuo a la vibración y a la falta de un método universalmente aceptado para la determinación de la respuesta humana a la vibración.

Figura 42. Límites de vibración vertical para el confort de pasajeros propuesto por Janeway.



Fuente: Ride and Vibration Data Manual, SAE J6a, Society of Automotive Engineers, 1965.

El método con mayor acogida en la actualidad es el criterio de confort de Janeway, el cual define la amplitud aceptable de la vibración como una función de la frecuencia.

Se debe reiterar que la mayoría de los datos usados para establecer los criterios de confort en el manejo descritos anteriormente fueron obtenidos usando entradas sinusoidales, mientras que la vibración real del vehículo es usualmente de naturaleza aleatoria; pero estos criterios se pueden utilizar como guías de diseño³⁰.

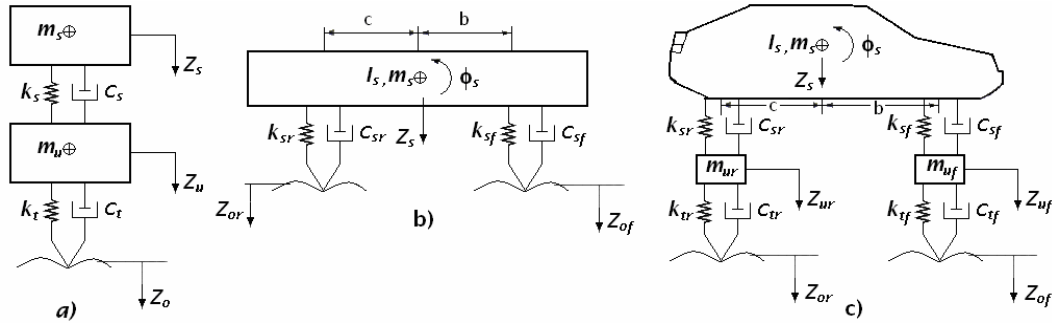
1.4.2 Modelos de manejo de vehículos³¹

Para estudiar la calidad del manejo de los vehículos terrestres, se han desarrollado varios modelos de manejo. El vehículo es un sistema complejo con muchos grados de libertad, distribuidos en grados de libertad de traslación y de rotación. De acuerdo a los requerimientos para el análisis del vehículo, se puede simplificar la cantidad de elementos (grados de libertad) presentes para el análisis, considerando solo algunos movimientos mayores. Los elementos más importantes son la masa del cuerpo del vehículo, usualmente referida como la masa resortada "*sprung mass*", y la masa de la llanta y el sistema de acople al eje, denominado masa no resortada "*unsprung mass*". Teniendo en consideración lo anterior, se pueden desarrollar varios modelos simplificados para el análisis de marcha del vehículo, como se muestran en la figura 43.

³⁰ ver **Anexo E**. Características de Manejo del vehículo.

³¹ Para complementar ver **Anexo G**. Ground Transportation Systems.

Figura 43. a) Modelo de $\frac{1}{4}$ de automóvil 2 GDL b) modelo de giro y rebote 2 GDL c) modelo de giro y rebote de 4 GDL.



Fuente: A.K.W, Ahmed. "Ground Transportation Systems", Journal of Sound and Vibration, 2001.

Para obtener una perspectiva cualitativa de las funciones de la suspensión, particularmente los efectos de las masas *sprung* y *unsprung*, la rigidez del resorte y el amortiguador, en la vibración del vehículo, se puede usar un modelo lineal de $\frac{1}{4}$ de automóvil con dos grados de libertad como se muestran en la figura 43 a). Por otro lado, para alcanzar un mejor entendimiento del giro y el rebote del cuerpo del vehículo producto de la vibración, se puede emplear un modelo de giro y rebote con dos grados de libertad como el que se muestra en la figura 43 b). El modelo de giro y rebote con cuatro grados de libertad se emplea para obtener mejores resultados a los obtenidos con el modelo de dos grados de libertad; cuando las características de las suspensiones y de las llantas son muy diferentes, no es conveniente agruparlas en un solo cuerpo, por ello, se hace necesario trabajar el sistema como elementos independientes, tal como se muestra en la figura 43 c).

La solución de estos modelos es producto del análisis de vibraciones del sistema. Para un automóvil típico de pasajeros, la masa *sprung* m_s tiene un valor en magnitud superior a la de la masa *unsprung* m_{us} , mientras que la

rigidez del resorte de la suspensión k_s tiene un valor en magnitud inferior a la rigidez del resorte equivalente de la llanta k_{tr} . En vista de esto, se puede utilizar un método aproximado para determinar las dos frecuencias naturales del sistema³². Los valores aproximados de las frecuencias naturales no amortiguadas en Hz de las masas *sprung* y *unsprung* f_{n-s} y f_{n-us} se pueden expresar por medio de,

$$f_{n-s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s k_{tr} / (k_s + k_{tr})}{m_s}}$$

$$f_{n-us} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s + k_{tr}}{m_{us}}}$$

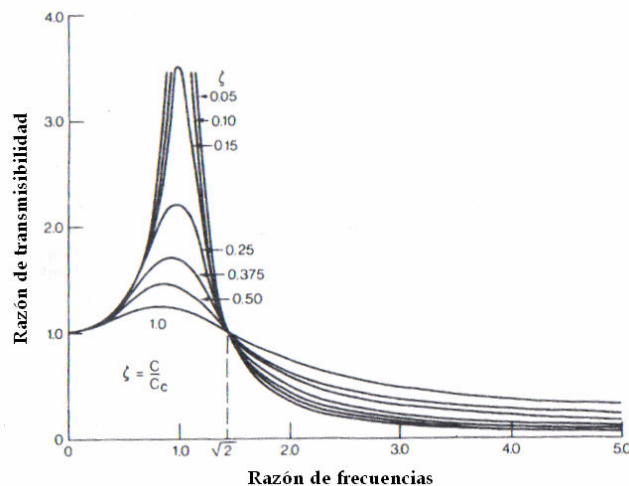
También se debe mencionar que para los automóviles de pasajeros, el coeficiente de amortiguación provisto por el amortiguador de choque esta usualmente en el rango de 0.2 – 0.4, y que el amortiguador de la llanta es relativamente insignificante. En consecuencia, hay una pequeña diferencia entre las frecuencias naturales amortiguadas y no amortiguadas, y las frecuencias naturales no amortiguadas comúnmente son utilizadas para caracterizar el sistema.

El ancho de separación de las frecuencias naturales de las masas *sprung* y *unsprung* tiene una significativa implicación en las características de aislamiento de la vibración del sistema de suspensión. Por ejemplo, si una llanta golpea un tope (policía acostado), el impulso pondrá a la llanta en oscilación. Cuando la llanta pasa sobre el tope, la masa *unsprung* estará en oscilación libre en su propia frecuencia natural f_{n-us} . Para la masa *sprung* la excitación será la vibración de la masa *unsprung*. La razón de la frecuencia de

³² Para ver el desarrollo matemático de estos modelos favor referirse a la sección 4.2 del **Anexo E. Características de Manejo del vehículo.**

excitación con la frecuencia natural de la masa *sprung* es, entonces igual a f_{n-us}/f_{n-s} . Como el valor de f_{n-us} es mayor en magnitud que f_{n-s} , la amplitud de oscilación de la masa *sprung* será muy pequeña. Como se puede ver de la figura 44 cuando la razón de la frecuencia de excitación con la frecuencia natural del sistema es alta, la razón de transmisibilidad, la cual es la razón de la salida con la entrada a un sistema vibratorio, es muy baja. De esta manera, un excelente aislamiento de la vibración para la masa *sprung* se alcanza en este caso.

Figura 44. Razón de transmisibilidad como función de la razón de frecuencias para un sistema de un grado de libertad.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En la evaluación del desempeño global del sistema de suspensión, los siguientes tres aspectos de deben considerar: Aislamiento de vibración, Recorrido de la suspensión y Adherencia a la carretera.

El aislamiento de vibración es medido por la razón de transmisibilidad como función de la frecuencia para la masa *sprung* variando diferentes factores,

como la masa *unsprung*, rigidez de la suspensión y de la llanta, y el coeficiente de amortiguación de la suspensión.

El recorrido de la suspensión es medido por la deformación del resorte de la suspensión o por el desplazamiento entre las masas *unsprung* y *sprung*, como función de la frecuencia. Este se define como el espacio requerido para acomodar el movimiento del resorte de la suspensión entre la amplitud del tope y la parada del rebote (traqueteo).

Cuando el sistema vehicular vibra, la fuerza normal que actúa entre la llanta y la carretera, fluctúa. Como la fuerza de curqueo, el esfuerzo de tracción y el esfuerzo de frenado desarrollados por la llanta están relacionados con su carga normal, la vibración de la llanta afecta la capacidad de adherencia a la carretera, la maniobrabilidad y el desempeño del vehículo. La fuerza normal entre la llanta y la carretera durante la vibración se puede representar por la deformación dinámica de la llanta o por el desplazamiento relativo de la masa *unsprung* con la superficie de la carretera, como función de la frecuencia³³.

1.4.3 Introducción a la Vibración Aleatoria

En los primeros intentos para la investigación de las características de manejo del vehículo, para simular la excitación del terreno se usan entradas de forma de ondas sinusoidales, funciones escalón, u ondas triangulares. Estas

³³ Para más detalles sobre los resultados del desempeño de manejo según estos criterios, favor referirse al **Anexo E**.

entradas pueden proveer un punto base de comparación en la evaluación de varios diseños, pero no pueden servir como un estimativo válido para estudiar el comportamiento real de manejo de los vehículos puesto que los perfiles de la superficie raramente se encuentran en estas formas. Por ello, se ha encontrado que los perfiles del terreno deben ser descritos como funciones aleatorias y de una manera tener un estimativo más realístico. La característica de una función aleatoria es que su valor instantáneo no se puede predecir de una manera determinística. Sin embargo, ciertas propiedades de las funciones aleatorias se pueden describir estadísticamente, por ejemplo, el promedio o el valor cuadrático medio (*mean square value 'rms'*) de una función aleatoria se puede determinar haciendo promedios, y el contenido de frecuencia de la función se puede establecer por métodos basados en la transformada de Fourier.

Después de obtener el perfil de la carretera por medio de la transformada de Fourier, se puede realizar un análisis de frecuencia para hacer una estimación de las amplitudes de varias longitudes de onda presentes. En muchos casos, raramente hay longitudes de onda distintas; entonces, se puede determinar un valor promedio para la amplitud sobre cierta banda de ondas. Bajo estas circunstancias, la relación entre la amplitud y la longitud de onda se puede linealizar, y la amplitud se puede expresar como una función continua de longitudes de onda.

En vibraciones aleatorias, el valor cuadrático medio de la amplitud (no el valor de la amplitud) es de vital interés ya que está asociado con la energía promedio. Para un componente armónico $z_n(x)$ con amplitud Z_n y longitud de onda l_{wn} , se puede expresar como:

$$z_n(x) = Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_{wn}}\right) = Z_n \sin \Omega_n x$$

donde $\Omega_n = 2 \pi / l_{wn}$ es la frecuencia espacial del componente armónico expresado en rad/m (rad/ft).

El valor cuadrático medio del componente $\overline{z_n^2}$ es:

$$\begin{aligned} \overline{z_n^2} &= \frac{1}{l_{wn}} \int_0^{l_{wn}} \left[Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_{wn}}\right) \right]^2 dx \\ &= \frac{Z_n^2}{2} \end{aligned}$$

Para una función que contenga un número discreto de frecuencias, el contenido de sus frecuencias se puede expresar en términos de los valores cuadráticos medios de los componentes, y el resultado es un espectro discreto. En general, la contribución de cada media cuadrática en cada intervalo de frecuencia $\Delta\Omega$ es de gran interés. Haciendo que $S(n\Omega_0)$ sea la densidad de potencia espectral de los valores cuadráticos medios en el intervalo $\Delta\Omega$ a la frecuencia $n\Omega_0$, la siguiente relación se puede obtener:

$$S(n\Omega_0)\Delta\Omega = \frac{Z_n^2}{2} = \overline{z_n^2}$$

y la densidad de potencia espectral discreta se vuelve:

$$S(n\Omega_0) = \frac{Z_n^2}{2\Delta\Omega} = \frac{\overline{z_n^2}}{\Delta\Omega}$$

Cuando el perfil de la superficie se observado como una función aleatoria, se puede caracterizar por medio de una función de densidad de potencia

espectral. De esta manera, se pueden simular carreteras de una manera más objetiva y así obtener unos resultados que se adapten mejor al fenómeno real.

En un sistema lineal existe una relación proporcional entre las entradas y las salidas, esta relación también se aplica a funciones aleatorias. El sistema vehicular, caracterizado por su función de transferencia, modifica la entrada representada por las irregularidades de la superficie a la salida representada por la vibración del vehículo³⁴.

Luego de que la función de densidad de potencia espectral para la aceleración del vehículo se ha obtenido, un análisis posterior es requerido para relacionarla con cualquier criterio seleccionable de confort en el manejo. Entonces se hace necesario la transformación de la función de densidad de potencia espectral en valores rms (*root-mean-square*) de la aceleración como función de la frecuencia. Como se mencionó antes, los valores cuadráticos medios de la aceleración dentro de cierta banda de frecuencias se pueden determinar integrando la correspondiente función de densidad de potencia espectral sobre el mismo rango de frecuencias. En la práctica, una serie de frecuencias centro discretas dentro del rango de interés se seleccionan primero; para determinar el valor cuadrático medio de la aceleración a una frecuencia centro dada f_c , la función de densidad de potencia espectral se integra sobre un tercio de banda octava, en la cual el límite superior de frecuencia es $\sqrt[3]{2}$ veces el límite inferior. En otras palabras, integrando la función de densidad de potencia espectral sobre la banda de frecuencia de $0.89 - 1.12 f_c$, se puede obtener el valor cuadrático medio de la aceleración en

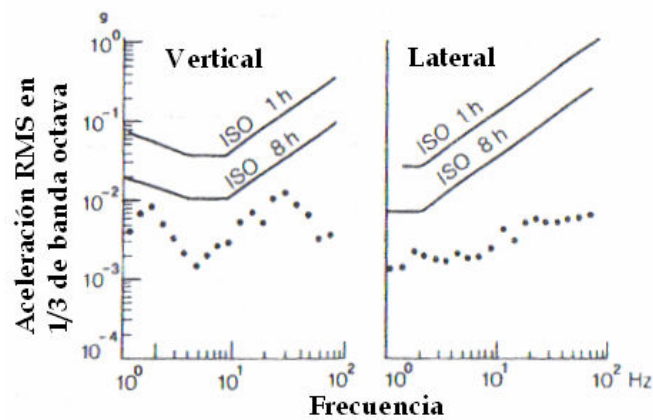
³⁴ Para más detalle referirse a las secciones 4.3.1 y 4.3.2 del **Anexo E**.

la frecuencia centro dada f_c . El valor rms de la aceleración a cada frecuencia centro f_c se puede calcular mediante:

$$\text{aceleración rms} = \left[\int_{0.89 f_c}^{1.12 f_c} S_v(f) df \right]^{1/2}$$

Superponiendo los resultados de aceleración rms sobre un tercio de banda octava con el criterio de confort seleccionado, se pueden obtener curvas similares a las mostradas en la figura 45. Se debe notar que a medida que los valores rms de la aceleración son más elevados, los límites de confort se ven reducidos en el tiempo de exposición.

Figura 45. Aceleración vertical y lateral medida de un automóvil viajando a 80 km/h sobre una carretera lisa.



Fuente: A. J. Healy, "Digital Processing of Measured Random Vibration Data for Automobile Ride Evaluation", ASME Publication, AMD-Vol. 24, 1977.

1.4.4 Suspensiones Activas y Semi-Activas.

Para lograr un buen aislamiento de la vibración para la masa *sprung* en un rango amplio de frecuencia, se requiere un resorte de suspensión suave (baja

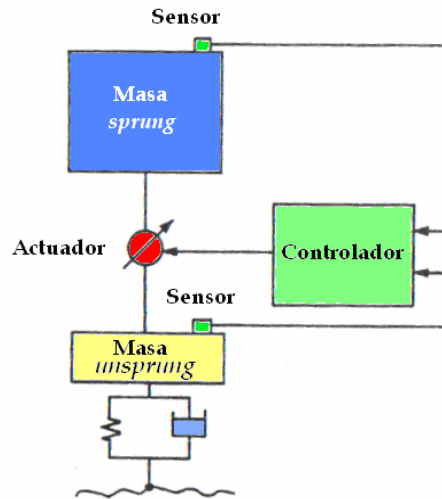
rigidez), mientras que para tener buena capacidad de adherencia a la carretera en las frecuencias cercanas a la frecuencia natural de la masa *unsprung* (frecuencia de “salto de llanta”)³⁵ se prefiere una suspensión rígida. Para reducir la amplitud de la vibración de la masa *sprung* en las frecuencias cercanas a su frecuencia natural, se requiere un alto coeficiente de amortiguación, mientras que en el rango de altas frecuencias para tener buen aislamiento de la vibración de la masa *sprung*, se necesita un bajo coeficiente de amortiguación. Por otro lado, para alcanzar buena capacidad de adherencia a la carretera en el rango de alta frecuencia se requiere un alto coeficiente de amortiguación. Estos requerimientos en conflicto no se pueden alcanzar con un sistema convencional (pasivo) de suspensión porque las características de los resortes y los amortiguadores son fijas y no se pueden modificar de acuerdo a las condiciones de operación del vehículo.

Los sistemas de suspensión activa son capaces de suplir estos requerimientos, ya que el resorte y el amortiguador de un sistema convencional son reemplazados por un actuador en el sistema activo, el cual puede ser modulado según las condiciones de operación del vehículo; las cuales son continuamente monitoreadas por medio de unos sensores. El concepto de un sistema de suspensión activa se ilustra en la figura 46.

Sin embargo se debe notar que los sistemas de suspensión activa requieren una potencia externa significativa para funcionar, y que también hay una considerable penalidad en complejidad, confiabilidad, costos y peso.

³⁵ Referirse a la sección 4.2.1 del **Anexo E**. Características de Manejo del vehículo.

Figura 46. Concepto de sistema de suspensión activa.



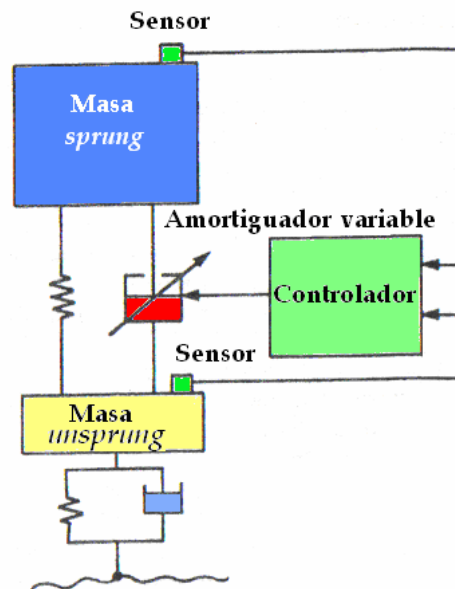
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En vista de reducir la complejidad y el costo pero buscando mejorar el manejo, la maniobrabilidad y el desempeño, emerge el concepto de suspensiones semi-activas. En este tipo de sistemas, el resorte de la suspensión convencional se conserva mientras que la fuerza en el amortiguador se puede modular de acuerdo con las condiciones de operación. La figura 47 muestra la vista esquemática de un sistema semi-activo. La regulación de la fuerza en el amortiguador se puede lograr ajustando el área del orificio en el amortiguador, de esta manera se cambia la resistencia del flujo del fluido. Recientemente, con la posible aplicación de los fluidos electrorreológicos y magnetorreológicos (EF y MRF por sus siglas en ingles) se puede lograr un control en las características de viscosidad de los fluidos, y por ende es los valores de los coeficientes de amortiguación.

Se debe mencionar que para que la suspensión ejerza fuerzas para controlar el movimiento de la masa *unsprung* (o la fluctuación de la fuerza normal entre la llanta y la carretera), estas fuerzas deben ser transmitidas a la masa *sprung*,

de esta manera se incrementa la vibración del cuerpo del vehículo. Aquello impone un límite fundamental a lo que realmente puede alcanzar un sistema activo o semi-activo en términos de proveer óptimo aislamiento de la vibración y la capacidad de adherencia a la carretera al mismo tiempo. Esto indica que en el desarrollo de la estrategia de control de estos sistemas, un compromiso apropiado se debe estructurar entre el confort en el manejo y la adherencia a la carretera.

Figura 47. Concepto de sistema de suspensión semi-activa.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

1.5 FENÓMENO DE VUELCO

Entre las maniobras dinámicas que el vehículo puede experimentar, el vuelco es una de las más serias y peligrosas para los pasajeros. El vuelco se puede definir como cualquier maniobra en la cual el vehículo rota 90 grados o más, sobre su eje longitudinal de tal manera que el cuerpo hace contacto con el

suelo. El vuelco puede precipitarse por la combinación de uno o varios factores; puede ocurrir en superficies planas o inclinadas cuando la aceleración lateral en el vehículo alcanza un nivel superior que el que puede ser compensado por el traspaso lateral de peso en las llantas. Los terrenos destapados pueden contribuir junto con las perturbaciones de las fuerzas laterales producidas por los impactos por baches, el terreno blando u otra obstrucción que pueda encontrar el vehículo en su trayecto.

1.5.1 Vuelco Quasiestático

Métodos experimentales se han desarrollado para medir el umbral de vuelco quasiestático mediante el uso de la “plataforma inclinada”. Como sugiere su nombre, la plataforma inclina al vehículo en el plano lateral (o de vuelco) y, de las mediciones del ángulo al cual ocurre el vuelco, se determina el umbral. El método es muy exacto para camiones pesados que tienen un alto centro de gravedad y experimentan vuelco a ángulos pequeños (del orden de 20 a 25 grados)³⁶.

Para automóviles de pasajeros, el umbral de vuelco puede estar por el orden de los 45 grados. Con ángulos elevados, las componentes del peso del vehículo que actúan en el plano del vehículo son reducidas sustancialmente (30% bajo 45 grados). La reducción de la carga en las suspensiones y en las llantas eleva el cuerpo sobre su posición normal de manejo causando vuelco prematuro e invalidando la prueba. Para evitar estos errores, los procedimientos de la prueba deben ser ideados para imponer una fuerza

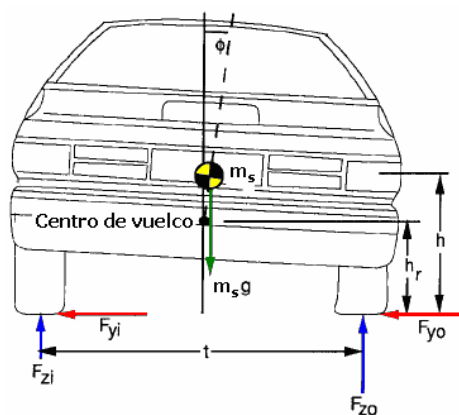
³⁶ Para más detalles favor referirse al **Anexo F**.

lateral en el centro de gravedad (la prueba de cable halado) o aplicando un momento puro al cuerpo del vehículo.

Despreciando los efectos de las llantas y las suspensiones, como se hizo en el análisis anterior, se sobreestima el umbral de vuelco del vehículo. En curqueo, la transferencia lateral de carga libera a las llantas internas del vehículo e incrementa la carga en las llantas externas. En consecuencia, el cuerpo rota en el plano de vuelco con un desplazamiento del centro de gravedad hacia el lado externo al giro. El desplazamiento del centro de gravedad reduce el brazo del momento de la fuerza de gravedad que actúa para resistir el vuelco.

La figura 48 ilustra este mecanismo en un vehículo con un sistema de suspensión; el cuerpo se representa por su masa m_s conectada a un eje en un punto imaginario conocido como el centro de vuelco. El centro de vuelco es el pivote sobre el cual ocurre el vuelco del cuerpo, y es también el punto en el cual se transfiere las fuerzas laterales del eje a la masa *sprung*.

Figura 48. Diagrama de fuerzas durante el vuelco de un vehículo suspendido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics.* Society of Automotive Engineers.

Se puede lograr una solución analítica simple para el umbral de vuelco si la masa y la rotación de los ejes se desprecian. Haciendo momentos sobre el punto donde las llantas de la derecha hacen contacto con el suelo (basados en la figura 48), y asumiendo que las cargas en las llantas de la izquierda ya son cero, entonces:

$$\sum M_0 = 0 = m_s a_y h - m_s g [t/2 - \Phi(h - h_r)]$$

Ahora el ángulo de vuelco de la masa *sprung* Φ , es simplemente la rata de vuelco, R_Φ , veces la aceleración lateral a_y . La rata de vuelco es la rata de cambio del ángulo con la aceleración lateral expresada en unidades de radianes por gravedades. Substituyendo para eliminar el ángulo de vuelco y resolviendo para la aceleración lateral se llega a:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2h} \left[\frac{1}{1 + R_\Phi (1 - h_r/h)} \right]$$

donde h es la altura del CG sobre el terreno, h_r la altura del centro de vuelco sobre el terreno, t es la distancia entre llantas y R_Φ es la rata de vuelco.

De esta manera se tiene en cuenta el desplazamiento del CG, por lo tanto el umbral de vuelco es “ t sobre $2h$ ” reducido por el segundo termino del lado derecho de la ecuación anterior. Para automóviles de pasajeros con $h_r/h = 0.5$ y con una rata de vuelco de 6 grados por gravedad (0.1 radianes/g), el segundo termino es aproximadamente 0.95. Esto significa que el umbral de vuelco es reducido aproximadamente un 5% debido a este mecanismo. Automóviles deportivos con baja rata de vuelco y bajo centro de gravedad experimentan de menor manera estos efectos, mientras que automóviles de lujo con alta rata de vuelco y alto centro de gravedad experimentarían mayores efectos. En ejes sólidos (los cuales tienden a tener un alto centro de

vuelco) también se reduce el efecto de la transferencia lateral comparados con las suspensiones independientes (las cuales tienen bajos centros de vuelco) debido a la reducción de la distancia del CG al centro de vuelco.

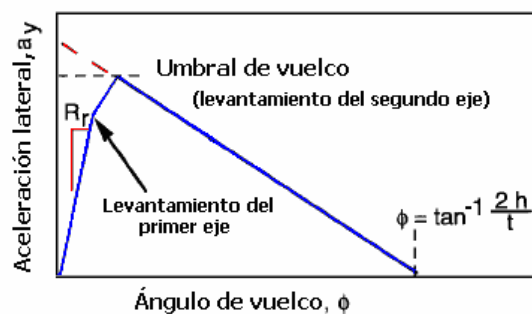
Un mecanismo similar aparece de la deformación lateral de las llantas externas, el cual permite que el centro de carga bajo las llantas se mueva hacia adentro durante el curvado, reduciendo la distancia entre llantas. Para automóviles típicos de pasajeros la transferencia lateral del punto de contacto de la llanta puede contribuir con otro 5% en la reducción del umbral.

Tener en cuenta todos estos efectos hace menos favorable la solución analítica. Particularmente, si las suspensiones delanteras y traseras son muy diferentes en carga y rigidez de vuelco, se hace necesario modelar simultáneamente el comportamiento de las suspensiones delantera y trasera. Los programas de computador son el camino a seguir para calcular el umbral de vuelco cuasiestático cuando estos efectos son incluidos.

Cuando estos mecanismos son modelados con precisión, la respuesta cuasiestática al vuelco de un vehículo toma la forma mostrada en la figura 49. En niveles bajos de aceleración lateral, la respuesta de vuelco del vehículo aumenta linealmente con una pendiente igual a la rata de vuelco. Esta tendencia sigue hasta que una de las llantas internas se levanta. (Las llantas delanteras y las traseras no necesariamente se levantan al mismo tiempo debido a las diferencias entre las suspensiones delanteras y traseras, y sus respectivas cargas; en el caso de camiones multiaxiales, la pendiente cambiará con el levantamiento de cada llanta interna, resultando una curva con tres o cuatro segmentos de líneas en esta zona). En este punto la respuesta cambia a una pendiente menor porque la rata de vuelco es reducida a la rata producida

por la suspensión que se mantiene en contacto con el terreno. Cuando la segunda llanta interna se levanta, se alcanza el umbral de vuelco. Después de esto, la respuesta de vuelco sigue una línea con pendiente negativa, casi equivalente a la discutida en el caso del vehículo rígido.

Figura 49. Aceleración lateral del equilibrio en el vuelco de un vehículo suspendido.



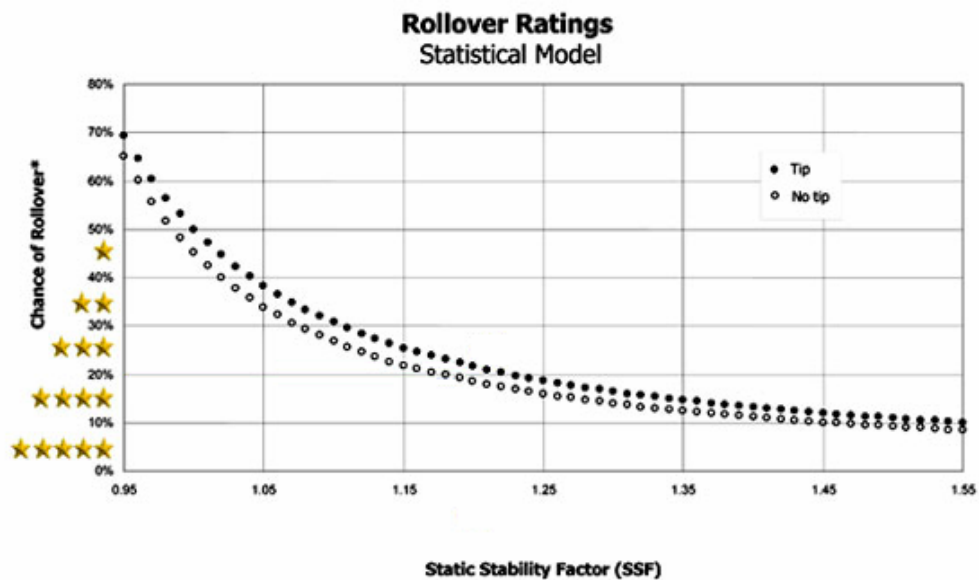
Fuente: **Thomás D. Gillespie.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics.* Society of Automotive Engineers.

La gráfica indica que para un vehículo con una distancia entre llantas y una altura de CG dadas, el umbral de vuelco más elevado se logrará manteniendo la rata de vuelco de la masa *sprung* en el nivel más alto posible (usando suspensiones con alta rigidez de vuelco), y diseñando las suspensiones delantera y trasera de tal manera que tengan el levantamiento de las llantas internas en el mismo ángulo de vuelco.

La NHTSA (*National Highway Traffic Safety Administration*) ha realizado grandes esfuerzos por predecir las posibilidades que tienen diversos vehículos de incurrir en vuelco. Para ello han determinado una calificación del vuelco en función de el factor de estabilidad estático (definido como el

factor “ t sobre $2h$ ” o umbral de vuelco); esta calificación está ligada a la posibilidad de presentarse vuelco bajo condiciones normales de manejo.

Figura 50. Calificación del Vuelco según la NHTSA.



Fuente: www.nhtsa.org National Highway Traffic Safety Administration.

Se puede observar claramente que para factores de estabilidad estática o umbrales de vuelco estático menores de 1.05 las posibilidades de incurrir en vuelco aumentan con una rata mucho mayor; es por esto que en Estados Unidos de América se restringe el tráfico de vehículos de transporte pesado que no pasan esta prueba.

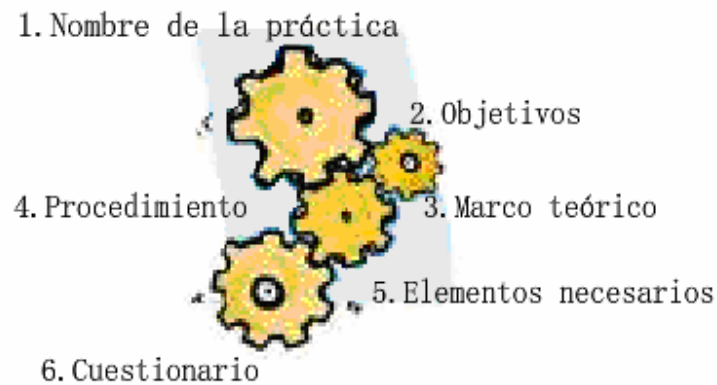
2 LABORATORIOS

En esta sección se plantean ocho prácticas de laboratorio para complementar toda la teoría expuesta en las secciones anteriores, ya que de esta manera se puede visualizar y entender mejor los fenómenos físicos involucrados en el estudio de la dinámica automotriz. Estas prácticas de laboratorio pueden ser fuentes de inspiración para futuros proyectos de grado así como también facilitar el desarrollo de una asignatura electiva dedicada a este campo de investigación. El diseño de las practicas consistió en: dar nombre a la práctica, proponer objetivos de la práctica, dar un breve marco teórico, se plantea un procedimiento para desarrollar la práctica, se indican las variables a medir (si lo requiere la práctica), se mencionan los elementos a utilizar y por ultimo, se plantean las preguntas pertinentes de la práctica, tal como se muestra en la figura 51. Las prácticas propuestas son³⁷:

1. Mecánica de llantas y Construcción.
2. Modelo de eje delantero con mecanismo de dirección.
3. Sistema piñón cremallera con esfuerzo de viraje dependiente de la velocidad del vehículo.
4. Sistema de frenos ABS (Antilock Braking System).
5. Balanceo.
6. Alineación.
7. Volteo con superficie inclinada.
8. Pruebas para caracterizar las propiedades de las llantas.

³⁷ En el **Anexo L** se encuentran los formatos de las 8 prácticas de laboratorio diseñadas.

Figura 51. Estructura del diseño de las prácticas de laboratorio.



Fuente: Los Autores.

La fuente de estas prácticas de laboratorio fue el manual de laboratorio de Fundamentals of Vehicle Systems Design (MECH 447) de la Universidad Concordia. Adicional a las 4 experiencias de laboratorio implementadas en dicha universidad (Mecánica de llantas y Construcción., Modelo de eje delantero con mecanismo de dirección., Sistema piñón cremallera con esfuerzo de viraje dependiente de la velocidad del vehículo., Sistema de frenos ABS) se optó por diseñar otras 4 experiencias que complementen los conceptos no abarcados por las prácticas de la universidad canadiense.

El balanceo y la alineación de las llantas de un vehículo, por ser actividades rutinarias, se proponen como prácticas de laboratorio con el fin de comprender las razones de su realización y la importancia que tienen en cuanto al mantenimiento de los vehículos se refiere. Dichas razones están fundamentadas con la teoría prevista en los anexos B, D y E; donde se tocan temas concernientes a la mecánica de las llantas neumáticas, las características de maniobrabilidad y las características de manejo de los vehículos.

Con el fin de aplicar toda la teoría tratada en el anexo F, sobre el fenómeno de vuelco, se diseñó una práctica ampliamente utilizada por diversos centros de investigación. La prueba de superficie inclinada es usada para encontrar el umbral de vuelco de vehículos, en especial, de vehículos pesados (camiones, doble-troques, camiones semi-traileres, entre otros).

El comportamiento en marcha del automóvil es un factor de vital importancia, pues esta estrechamente ligado al confort de los pasajeros del vehículo, que es, precisamente, uno de los aspectos que más miran los consumidores a la hora seleccionar un automóvil. Este factor depende de las llantas, la suspensión y la geometría general del vehículo. Es por ello que los fabricantes realizan pruebas para caracterizar sus llantas, pues estas pruebas permiten hallar los valores de rigidez vertical y rigidez dinámica sin rodamiento. Conociendo estos valores, el fabricante puede estimar la frecuencia natural del neumático, y de esta forma, simular su respuesta dinámica a la vibración impuesta por los patrones más comunes de superficie. Con ello, se puede asegurar que la llanta no entrará en resonancia bajo ninguna condición de operación, o que su transmisibilidad de la vibración no alcance valores que provoquen excesiva vibración en la cabina, lo que se traduce en mucha incomodidad en los pasajeros. Debido a la popularidad y a la importancia de este tipo de pruebas, se diseñó una práctica de laboratorio que permite realizar los procedimientos necesarios para la obtención de estos valores.

Como complemento al diseño de las prácticas de laboratorio, se hizo una investigación sobre los equipos de laboratorio necesarios para desarrollar dichas experiencias. Como resultado se hizo una propuesta para adquirir unos equipos en particular como elementos básicos de un posible laboratorio.

Como se ha venido planteando en este trabajo de grado, esta propuesta es netamente académica por ello no se contempla la adquisición de los equipos ni la estrategia de financiación, como un objetivo específico; ese trabajo le corresponde a otro proyecto de grado el cual sería la creación del laboratorio basados en las practicas diseñadas en este trabajo de grado.

Los costos de los equipos pueden variar según el vendedor, la fecha, la forma de pago, el cliente, y otros factores, por los cuales se hará un estimativo del precio de los equipos según los precios suministrados por diversas fuentes³⁸.

Como se puede observar en el apartado de los laboratorios, se proponen 8 prácticas de laboratorio, sin embargo la práctica sobre Mecánica de llantas y construcción no tiene asignado un equipo para realizar la experiencia puesto que su dinámica consiste en observar un video sobre la construcción de las llantas y para complementar el video se tendrán afiches de diferentes fabricantes y si es posible, ejemplos de llantas para su manipulación en cortes. La práctica sobre vuelco presenta un inconveniente y es la necesidad de construir el equipo en el lugar, ya que sus dimensiones oscilan en el orden de 10 metros de largo con un ancho de 4 metros; esta plataforma debe soportar varias toneladas (hasta 150 TON, este dato es importante para el diseño de los actuadores hidráulicos que levantarán la plataforma) por lo cual sus costos son enormes. En vez de intentar cotizar un equipo, el cual necesita de un prediseño para poder estimar un costo, se optó por proponer un modelo a escala el cual puede ser construido por los mismos estudiantes como un proyecto para la asignatura.

³⁸ Para ver la propuesta completa, favor referirse al **Anexo M**.

3 HERRAMIENTA MULTIMEDIA

Como herramienta pedagógica adicional, se creó un software interactivo que permita a los estudiantes comprender mejor algunos de los conceptos más importantes involucrados en la asignatura. Realizado en la plataforma Macromedia Flash®, esta se divide en 5 grandes secciones, a las que se puede acceder en el menú principal, que son: Tutorial, Vínculos, Laboratorio, Animaciones y Bibliografía, tal como se muestra en la figura 52.

Figura 52. Menú principal.



Fuente: Los Autores.

Al mover el cursor del Mouse sobre cada uno de los botones, el color naranja se transforma en verde, y una imagen relacionada con la sección aparece en el área de trabajo (el área gris de la figura 52); de esta manera, la navegación se hace más intuitiva. A continuación, se explica cada una de las secciones del software:

3.1 TUTORIAL

En esta sección se encuentra un video, en el cual se ilustra un ejemplo del uso de Simulink para la simulación de un modelo llamado $\frac{1}{4}$ de automóvil, el cual es muy utilizado en el análisis de dinámica de vehículos. En el video, de una duración aproximada de treinta minutos, se muestra paso a paso la creación de los circuitos, las variables y los comandos necesarios para una correcta simulación, además de la interpretación de los resultados que arroja el programa.

3.2 VÍNCULOS

Muchas universidades del mundo poseen websites de algunos de sus laboratorios de investigación en dinámica de vehículos, tales como la Universidad de Cambridge, la Universidad de California, la Universidad de Michigan, la Universidad Concordia, entre otras; en estos sitios publican resultados de investigaciones que han realizado, lo cual las convierte en una fuente muy valiosa de información. Además, empresas como Renault, Peugeot, Bosch, BMW, etc, publican en sus sitios oficiales información acerca de nuevas tecnologías que desarrollan, o incluso poseen secciones hechas especialmente para estudiantes de ingeniería que se interesen por esta

industria. Por ello, se decidió realizar una sección de vínculos Web, en la cual los estudiantes pueden acceder a algunas de las paginas con más información relacionada a la asignatura.

3.3 LABORATORIOS

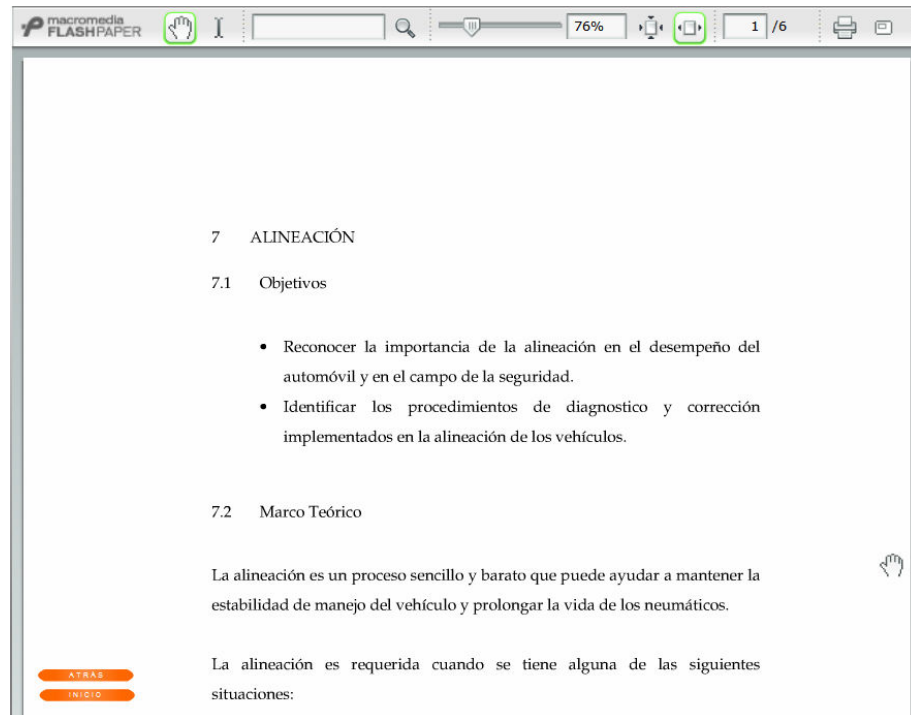
La información teórica, así como los procedimientos, cálculos y observaciones necesarias para cada una de las ocho prácticas de laboratorio diseñadas, se encuentran en esta sección, el modo de navegación, es exactamente igual a la del menú principal. Al hacer clic sobre una de las prácticas, se abre el Macromedia Flash Paper, con el PDF correspondiente a la práctica a seleccionada, tal como se muestra en las figuras 53 y 54.

Figura 53. Menú Laboratorios.



Fuente: Los Autores.

Figura 54. Ventana que carga el paper seleccionado.



Fuente: Los Autores.

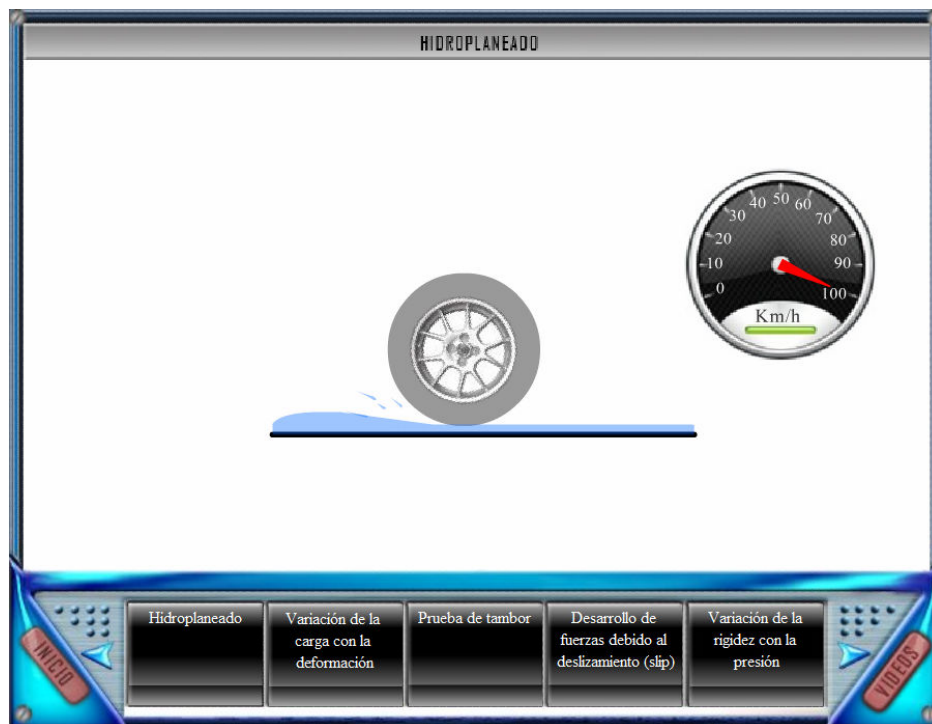
Para regresar al menú de laboratorios, el usuario debe hacer clic en el botón ATRÁS; si en vez de ello, desea regresar al menú principal, debe oprimir el botón INICIO.

3.4 ANIMACIONES

Algunos de los conceptos más importantes son más fáciles de comprender mediante animaciones o videos, por ejemplo, los fenómenos de subviraje y sobreviraje en un vehículo se aprecian de manera mucho más clara si se puede apreciar el comportamiento del vehículo en tiempo real. Esto motivo la decisión de incorporar una sección con animaciones y videos de algunos de

los conceptos más importantes que se ven en la asignatura. El menú de navegación es completamente distinto, como se muestra en la figura 55.

Figura 55. Interfaz de navegación del módulo de videos.



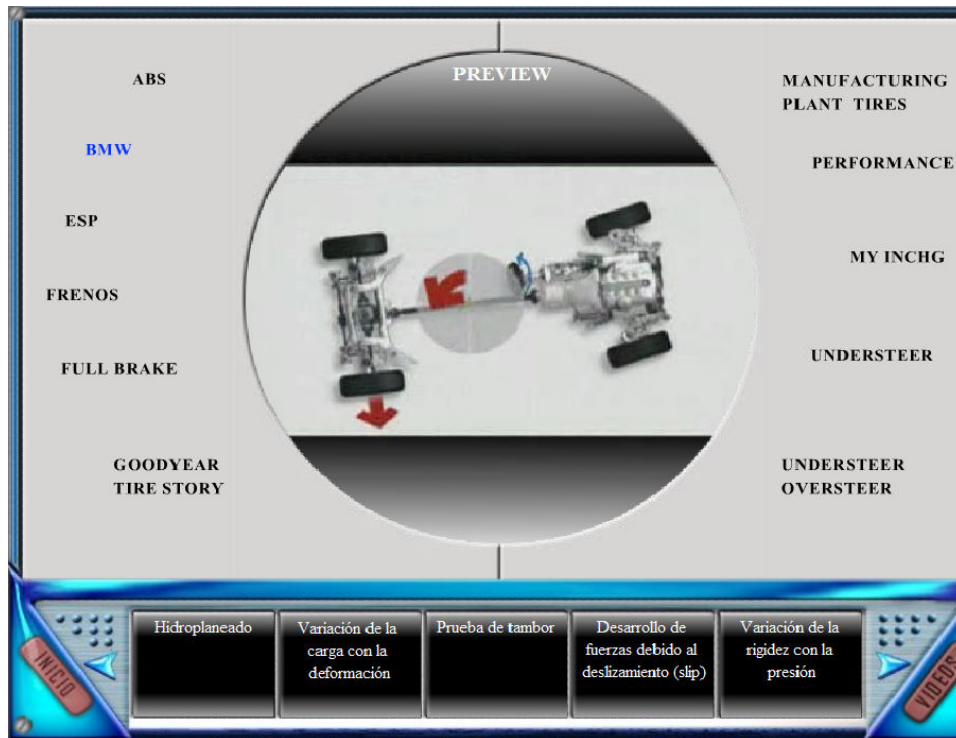
Fuente: Los Autores.

La forma de navegación es la siguiente: en la parte inferior se encuentra el navegador del módulo, que se compone de tres parte principales: En el centro, se encuentran cinco botones que contienen el titulo de cada una de las animaciones diseñadas, basta hacer clic en cada uno de ellos para iniciar la animación; a los costados de esta sección, se encuentran dos flechas, las cuales permiten acceder a las demás animaciones, al hacer clic en las flechas, se muestran cinco nuevos botones con cinco nuevas animaciones, el número total de animaciones es veinte las cuales se listan a continuación:

- Modelo de 7 Grados de libertad.
- Modelo simplificado de 2 grados de libertad.
- Modelo simplificado de 2 grados de libertad alternativo (denominado b).
- Fenómeno de resonancia en las llantas.
- Centro de oscilación de un vehículo.
- Fenómeno de Hidroplaneado (Aquaplaning).
- Variación de la carga con la deformación de la llanta.
- Prueba de Tambor para llantas.
- Desarrollo de las fuerzas debidas al deslizamiento (slip).
- Variación de la rigidez respecto de la presión en una llanta.
- Principio de funcionamiento del sistema de suspensión activa.
- Principio de funcionamiento del sistema de suspensión pasiva.
- Principio de funcionamiento del sistema de frenos ABS.
- Dos ejemplos de vuelco.
- Efecto de la forma exterior de un vehículo en el valor de su coeficiente de resistencia aerodinámico.
- Cambios en el valor del coeficiente aerodinámico de un deportivo convertible debido al uso de sus accesorios.
- Compromiso de diseño para el desempeño de frenado de un camión.
- Elipse de fricción.
- Desarrollo de fuerzas debido al ángulo de deslizamiento.

Por último, en los extremos, se encuentran dos botones: el botón INICIO, que permite regresar al menú principal del software, y el botón VIDEOS, el cual le permite al usuario acceder al menú de videos, mostrado en la figura 56.

Figura 56. Menú de videos.



Fuente: Los Autores.

En este menú se encuentran nueve videos, cada uno con un respectivo link; cuando el usuario señala el link, se muestran, en la ventana de Preview, imágenes extraídas del video, y al hacer clic sobre el, se activa el reproductor que permite su visualización. Los nueve videos son los siguientes:

- ABS: Video que muestra las ventajas que representa para la seguridad del vehículo la implementación de este sistema de frenos.
- BMW: Este video muestra el principio de funcionamiento de Dynamic Stability Control, desarrollado por BMW.
- ESP: Video realizado por Continental, en el que se muestra el funcionamiento, y las ventajas de la incorporación de los programas electrónicos de estabilidad (ESP)

- Frenos: Video corto que muestra como se ensambla el sistema de frenos al sistema de dirección del vehículo.
- Full Brake: Video que muestra los resultados de una simulación del comportamiento de frenado de un vehículo.
- Goodyear Tyre Story: En este video se muestra la historia de uno de los fabricantes de llantas más conocidos y reputados del mundo.
- Manufacturing Plant Tyres: Video que muestra el proceso de fabricación de las llantas.
- Performance: Este video muestra el efecto del uso del freno en el comportamiento direccional del vehículo.
- Understeer: Video de la televisión británica que explica de manera didáctica la diferencia entre los fenómenos de subviraje y sobreviraje.
- Understeer – Oversteer: A diferencia del video anterior, en este se muestran ejemplos de subviraje y sobreviraje con un automóvil real, realizados en pista por un piloto profesional.

3.5 BIBLIOGRAFÍA

Al acceder a esta sección, se abre otro menú que contiene cinco botones, uno por cada capítulo de la recopilación teórica de este trabajo: Llantas, Desempeño, Maniobrabilidad, Manejo y Vuelco; al hacer clic en cada uno de estos botones, se accede a los papers de cada capítulo, de la misma forma que la sección de laboratorios mostrada anteriormente.

CONCLUSIONES

- Toda la recopilación bibliográfica se basa en las publicaciones de los ingenieros PhD J.Y. Wong *Theory of Ground Vehicles* y de Tomás Gillespie *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, las cuales son producto de casi 4 décadas de experiencia en los campos de investigación y pedagogía, lo que convierte a este marco teórico en una fuente ideal para la orientación de la nueva asignatura.
- La recopilación teórica reúne todos los conceptos necesarios para un estudio más profundo de los principios físicos que rigen el diseño y funcionamiento de los principales sistemas del automóvil, brindando así bases sólidas a quienes deseen realizar una especialización en esta área.
- Debido a que los contenidos de la nueva asignatura no requieren de conocimientos adicionales a los que poseería cualquier estudiante que haya cursado ciclo básico de ingeniería mecánica y la electiva de vibraciones mecánicas, la viabilidad de la creación de la misma se hace mucho más factible.
- Con el fin de no diseñar un número de prácticas de laboratorio mayor al necesario, se tomó como base las prácticas realizadas en universidades que poseen una buena experiencia pedagógica en la materia, tales como la Universidad de Concordia en Canadá y el Tecnológico de Monterrey de México.

- Los altos costos de algunos de los equipos necesarios para la realización de las prácticas de laboratorio, representan un problema para la implementación de las mismas, por lo cual se deberían estudiar alternativas para solucionar este problema.
- El propósito de la herramienta multimedia es la de facilitar el proceso de implementación de esta asignatura bajo la propuesta de aula virtual estipulada por el CENTIC.

RECOMENDACIONES

- Una alternativa viable en lo referente a los equipos del laboratorio podría ser la realización de proyectos de grado que se encarguen del diseño y la construcción de estas máquinas.
- Recomendamos el uso de toda la información suministrada en este proyecto de grado, como base para la incorporación de la materia a la propuesta del CENTIC así como a la construcción de los laboratorios propuestos.
- Sugerimos tener en cuenta las pruebas sobre umbral de vuelco para vehículos de transporte pesado y para buses intermunicipales, con el fin de reducir los índices de accidentalidad debido al vuelco de estos vehículos. Debería existir una reglamentación para restringir el tránsito de vehículos que tengan umbrales de vuelco estático menores de 1, ya que en estos vehículos el riesgo de vuelco supera el 50% (según el NHTSA, www.safercar.gov).

BIBLIOGRAFÍA

AHMED, A.K.W. Ground Transportation Systems. Montreal: Journal of Sound and Vibration. 2001. 18 p.

GILLESPIE, T.D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers. 1992. 519 p.

PACEJKA, H.B. Tyre and Vehicle Dynamics. Delft: Elsevier - Butterworth-Heinemann, 2005. 672 p.

PLANT, Darrel. CLEVELAND, Robert. Edición Especial Macromedia Flash 5. Madrid: Pearson Education. 2001. 738 p.

THOMSON, W.T. DAHLEH, M.D. Theory of Vibrations with Applications. New Jersey: Prentice Hall. 1998. 524 p.

VELAZCO, Edgar. VILLAFANE, José Luis. Diseño de un Vehículo Automotor y Creación de una Guía Metodológica para el Desarrollo de Automóviles de Diseño y Construcción Nacional. Bucaramanga, 1998, 516 p. Trabajo de grado (Ingeniero Mecánico). Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

WONG, J.Y. Theory of Ground Vehicles. New York: Willey-Interscience. 2001. 560 p.

ANEXOS

ANEXO A. FORMATO DE ASIGNATURA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS Escuela de Ingeniería Mecánica Programa de Ingeniería Mecánica			
NOMBRE DE LA ASIGNATURA: : DINÁMICA AUTOMOTRIZ		CÓDIGO:	SEMESTRE: Electivas
REQUISITOS: Vibraciones Mecánicas.		INTENSIDAD HORARIA SEMANAL: 9	
		TAD: 5	TI: 4
C: 3			
PROPÓSITOS DEL CURSO: - Conocer los elementos básicos utilizados por los fabricantes de vehículos automotrices, para modelar, analizar y evaluar su comportamiento dinámico en términos del confort, desempeño y estabilidad direccional. - Conocer, analizar, modelar y simular los sistemas automotrices que busquen mejorar el comportamiento dinámico de los vehículos: ABS, ASR, BDC/VDC, suspensión semiactiva y activa etc. - Valorar el impacto que tiene el conocimiento de las características dinámicas de los vehículos automotrices en el progreso tecnológico del país y sus comunidades.			
CONTENIDO: 1. Introducción 1.1. Motivación del estudio de la Dinámica Automotriz. 1.2. Sistema conductor-vehículo-carretera. 1.3. Características de comportamiento dinámico: Maniobrabilidad, desempeño y confort. 2. Mecánica de Llantas neumáticas 2.1. Fuerzas y momentos actuando en la llanta. 2.2. Resistencia al rodamiento. 2.3. Deslizamiento longitudinal en tracción y frenado. 2.4. Propiedades de rigidez lateral: ángulo de deslizamiento y fuerzas laterales, ángulo de deslizamiento y momento de alineamiento y ángulo de camber. 2.5. Desempeño en superficies húmedas. 2.6. Propiedades de rigidez vertical.		3. Dinámica longitudinal: Características de Rendimiento 3.2. Tracción máxima. 3.3. Fuerzas y momentos aerodinámicos. 3.4. Características de transmisión de potencia. 3.5. Indicadores de desempeño de la tracción. 3.6. Economía del consumo de combustible. 3.7. Indicadores de desempeño en frenado. 4. Dinámica lateral: Características de Maniobrabilidad 4.1. Geometría de dirección. 4.2. Maniobrabilidad en estado estable. 4.2.1. Viraje neutro. 4.2.2. Sub viraje. 4.2.3. Sobre viraje. 4.3. Respuesta en estado estable ante una entrada de dirección. 4.3.1. Respuesta de la velocidad angular. 4.3.2. Respuesta de la aceleración lateral.	

4.3.3. Respuesta al radio de curvatura. 4.4. Pruebas para el estudio de las características de maniobrabilidad. 4.4.3. Pruebas de radio constante. 4.4.4. Prueba de velocidad constante. 4.4.5. Prueba ante un cambio en el ángulo de dirección. 4.5. Características de la respuesta transitoria. 4.6. Estabilidad direccional. 4.7. Sistema trailer – semi trailer. 5. Dinámica vertical: Características de Manejo 5.1. Sensibilidad humana a las vibraciones verticales. 5.2. Modelos dinámicos de suspensión.	5.3. Modelos de dos grados de libertad: un cuarto de vehículo. 5.4. Modelos de medio vehículo, Modelos de vehículo completo. 5.5. Caracterización de las excitaciones provenientes de las irregularidades del perfil de la carretera, Vibraciones aleatorias, Respuesta a la frecuencia. 5.6. Indicadores de confort. 6. Sistemás de control automotrices 6.1. Control de la Dinámica de Vehículos (VDC). 6.2. Regulación de frenado y tracción, sistemás anti-bloqueo (ABS). 6.3. Regulación de la tracción, sistemás anti-deslizamiento (ASR). 6.4. Sistemás de suspensión semi-activa. 6.5. Sistemás de suspensión activa.
ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS Y CONTEXTOS POSIBLES DE APRENDIZAJE PARA HORAS TIPO TAD Y TI La didáctica de la dinámica automotriz, se apoya en la resolución de problemás como un método para favorecer el aprendizaje de los conceptos abarcados en el curso. Su aprendizaje esta apoyado con la observación directa en el laboratorio, conferencias, realización de las actividades propias de la práctica, manejo y análisis de datos, observaciones y conclusiones, presentación de informes. Como asignatura teórico practica, parte de la estrategia pedagógica se apoya en las prácticas de laboratorio.	
EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Quices, previos, trabajos de investigación y aplicación, desarrollo de las prácticas, presentación de informes, examen final.	
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y COMPLEMENTARIA: 📖 AHMED, A.K.W. Ground transportation systems. Journal of Sound and Vibration, 2001 📖 GILLESPIE, T. D. Fundamentals of vehicle dynamics. Society of Automotive Engineers, 1992 📖 HEREDIA, C.J y ORTIZ, J.C. Propuesta para el desarrollo académico del área dinámica automotriz. Universidad Industrial de Santander, 2007 📖 MILLIKEN, W. F. Race car vehicle dynamics. SAE International, 1995 📖 WONG, J. Y. Theory of ground vehicles. Wiley - Interscience, 2001	

ANEXO B. MECÁNICA DE LLANTAS NEUMÁTICAS

Aparte de las fuerzas aerodinámicas y gravitacionales, todas las demás fuerzas y momentos importantes que afectan el movimiento del vehículo terrestre están aplicadas en el plano de contacto entre las llantas neumáticas y el suelo. Es esencial para el estudio de: las características de desempeño, la calidad de marcha y la maniobrabilidad de los vehículos terrestres; por ello, es de gran importancia un entendimiento de las características básicas de la interacción entre las llantas neumáticas y el suelo.

Las llantas neumáticas de los vehículos terrestres son concebidas para cumplir las siguientes funciones:

- Soportar el peso del vehículo.
- Amortiguar el vehículo sobre las irregularidades de la superficie.
- Proveer suficiente tracción para la aceleración y el frenado.
- Proveer un control adecuado para el viraje y la estabilidad direccional.

Las llantas neumáticas pueden desarrollar estas funciones de forma efectiva y eficiente, además, son universalmente usadas tanto en vehículos de carretera como en vehículos para suelos no preparados. El estudio de la mecánica de las llantas neumáticas es de importancia fundamental para el entendimiento de las características de desempeño. Dos tipos básicos de problemás en la mecánica de llantas son de especial interés para los ingenieros automotrices; el primero, es la mecánica de llantas en superficies duras, la cual es clave para

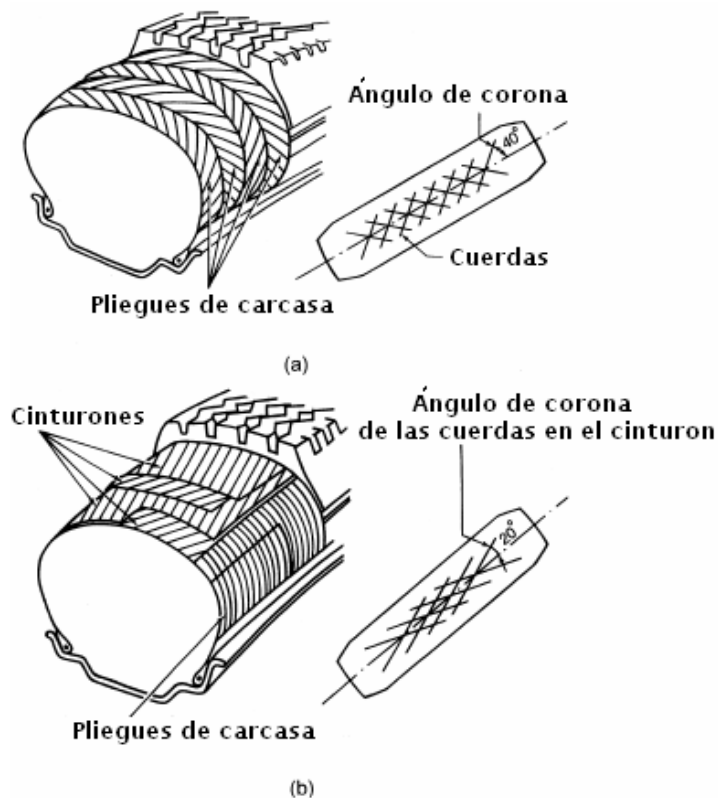
el estudio de las características de los vehículos de carretera. El segundo, es la mecánica de llantas en superficies deformables, la cual es de suma importancia en el estudio del desempeño de los vehículos para suelos no preparados.

Una llanta neumática es una estructura flexible con forma de toroide relleno de aire comprimido. El elemento estructural más importante de la llanta es la carcasa, la cual está hecha de un número de capas de cuerdas flexibles con altos módulos de elasticidad encajados en una matriz de compuestos de caucho de bajo módulo de elasticidad, tal como se muestra en la figura 1.1. Las cuerdas están hechas de metal y están ancladas alrededor de los “aros” hechos de cables de acero de alta resistencia a la tensión. Los aros sirven como cimienta para la carcasa y proveen un asentamiento adecuado de la llanta en el rin. Los componentes de los compuestos de caucho son seleccionados para dar a la llanta propiedades específicas; los compuestos de caucho de los costados son generalmente requeridos para resistir la fatiga, por ello los compuestos estireno-butadienos son ampliamente utilizados³⁹. Los compuestos de caucho para la banda de rodamiento varían con respecto al tipo de llanta; por ejemplo, para llantas de camiones pesados, las altas cargas hacen necesario el uso de compuestos en la banda de rodamiento con alta resistencia a la abrasión, al rasgado y al agrietamiento, y con baja histéresis para reducir el calor generado internamente y la resistencia a la rodadura. En consecuencia, los compuestos de caucho natural son ampliamente utilizados para llantas de camiones, aunque ellos intrínsecamente proveen valores más bajos de coeficientes de adhesión (ver glosario) a la carretera, particularmente en superficies húmedas, que varios

³⁹ T. French, *Tire Technology*. Bristol and New York: Adam Hilger, 1989

compuestos de caucho sintético utilizados universalmente para llantas de automóviles de pasajeros y de automóviles de carrera. Para llantas sin neumáticos, las cuales se han vuelto dominantes, una delgada capa de caucho con alta impermeabilidad al aire (como el compuesto de caucho butil) es adjuntada a la superficie interna de la carcasa.

Figura 1.1 Construcción de llantas (a) Pliegues convencionales (b) Pliegues Radiales.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El diseño y construcción de la carcasa determina con gran precisión, las características de la llanta. La variación de los parámetros de diseño, la disposición geométrica de las capas de cuerdas cubiertas de caucho

(pliegues), y particularmente la dirección de los pliegues, juegan un rol significativo en el comportamiento de la llanta. La dirección de las cuerdas es usualmente definida por el ángulo de corona, el cual es el ángulo entre la cuerda y la línea del centro de la circunferencia de la llanta, como se muestra en la figura 1.1. Cuando las cuerdas tienen un bajo ángulo de corona, la llanta tendrá buenas características de viraje, pero una marcha (o manejo) áspera. Por otra parte, si las cuerdas están en el ángulo adecuado con respecto a la línea de centro de la banda de rodamiento, la llanta será capaz de proveer una marcha confortable, pero con desempeño de maniobrabilidad pobre.

En las llantas de pliegues convencionales se establece un compromiso, en donde las cuerdas se extienden diagonalmente a través de la carcasa de aro a aro con ángulos de corona de aproximadamente 40° , como se muestra en la figura 1.1(a). Una llanta de pliegues convencionales tiene dos pliegues (para llantas de carga ligera) o más (hasta 20 pliegues para llantas de carga pesada). Las cuerdas en pliegues adyacentes están en direcciones opuestas, por ello, las cuerdas se traslapan creando un patrón en forma de rombos (diamantes). En operación, los pliegues convencionales se flexionan y se contraen, debido a la elongación de los elementos de forma de rombos y el relleno de caucho. Esta acción flexionante produce un movimiento de cepillado entre la banda de rodamiento y la carretera, el cual es una de las principales causas de su alto desgaste y su alta resistencia a la rodadura^{40 41}.

⁴⁰ V.E. Gough, "Structure of the Tire," in S.K. Clark, Ed., *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

⁴¹ D.F. Moore, *The Friction of Pneumatic Tyres*. Amsterdam: Elsevier, 1975.

Las llantas de pliegues radiales son construidas de manera muy diferente a las llantas de pliegues convencionales. Fueron introducidas inicialmente por Michelin en 1948 y se han vuelto dominantes para automóviles de pasajeros y camiones y en aumento para maquinaria pesada de movimiento de tierra. Sin embargo, las llantas de pliegues convencionales son todavía usadas en campos particulares, como en bicicletas, motocicletas, maquinaria agrícola y en algunos equipos militares. Las llantas de pliegues radiales tienen una o más capas de cuerdas en la carcasa extendida radialmente de aro a aro, resultando un ángulo de corona de 90° , como se muestra en la figura 1.1(b). Un cinturón de varias capas de cuerdas con alto modulo de elasticidad (usualmente acero u otro material de alta resistencia) es introducido bajo la banda de rodamiento, como se muestra en la figura 1.1(b). Las cuerdas en el cinturón están dispuestas con un bajo ángulo de corona de aproximadamente 20° . El cinturón es esencial para el apropiado funcionamiento de las llantas de pliegues radiales. Sin este, la carcasa se puede volver inestable pues la periferia de la llanta puede incurrir en una serie de hebillas debido a la irregularidad en el espaciado de las cuerdas cuando es inflada. Para llantas de automóviles de pasajeros, usualmente hay 2 pliegues radiales en la carcasa hechos de materiales sintéticos, como el rayón o el poliéster, dos pliegues de cuerdas de acero y dos pliegues de cuerdas hechas de materiales sintéticos, como el nylon, en el cinturón. Para llantas de camiones, usualmente hay un pliegue de acero radial en la carcasa y cuatro pliegues de acero en el cinturón. Para las llantas de pliegues radiales, la flexión de la carcasa involucra un ligero movimiento relativo de las cuerdas que forman el cinturón. En la ausencia del movimiento de cepillado entre la llanta y la carretera, la disipación de potencia de la llanta de pliegues radiales puede ser tan pequeña como el 60% de la que experimentaría la llanta de pliegues convencionales en condiciones similares, y la vida de la llanta de pliegues radiales puede ser tan

larga como el doble del equivalente de la llanta de pliegues convencionales. Para una llanta de pliegues radiales, existe una presión relativa uniforme con el suelo sobre el área de contacto. En contraste, la presión del suelo para una llanta de pliegues convencionales varía enormemente de punto a punto al pasar los elementos de la banda de rodamiento a través del área de contacto desarrollando complejos movimientos de cepillado localizados.

También hay llantas construidas con cinturones en la banda de rodamiento de las llantas con pliegues convencionales. Las cuerdas en el cinturón están hechas de materiales con módulos de elasticidad más altos en comparación a las otras llantas de pliegues convencionales. El cinturón provee alta rigidez a la banda de rodamiento contra la distorsión y reduce el desgaste y la resistencia a la rodadura en comparación con las llantas de pliegues convencionales tradicionales. Generalmente, este tipo de construcción tiene características promedio entre las llantas de pliegues radiales y las convencionales.

En Estados Unidos, el departamento de transporte requiere que los fabricantes de llantas den información de las dimensiones y proporciones en el costado de todas las llantas. Por ejemplo, para una llanta 'P185/70 R14 87S' la "P" indica que es una llanta para un automóvil de pasajeros; "185" es el ancho nominal de la sección frontal en milímetros; "70" es la razón de aspecto, la cual es la relación de la altura de el costado contra el ancho de la sección frontal; "R" se usa para todas las llantas de pliegues radiales; "14" es el diámetro del rin en pulgadas; "87" es un código que indica la carga máxima que la llanta puede soportar a la máxima velocidad nominal; "S" es un índice del rango máximo de velocidad que la llanta puede sostener sin falla alguna, S – 112 mph (180 km/h), T – 118 mph (190 km/h), H – 130 mph

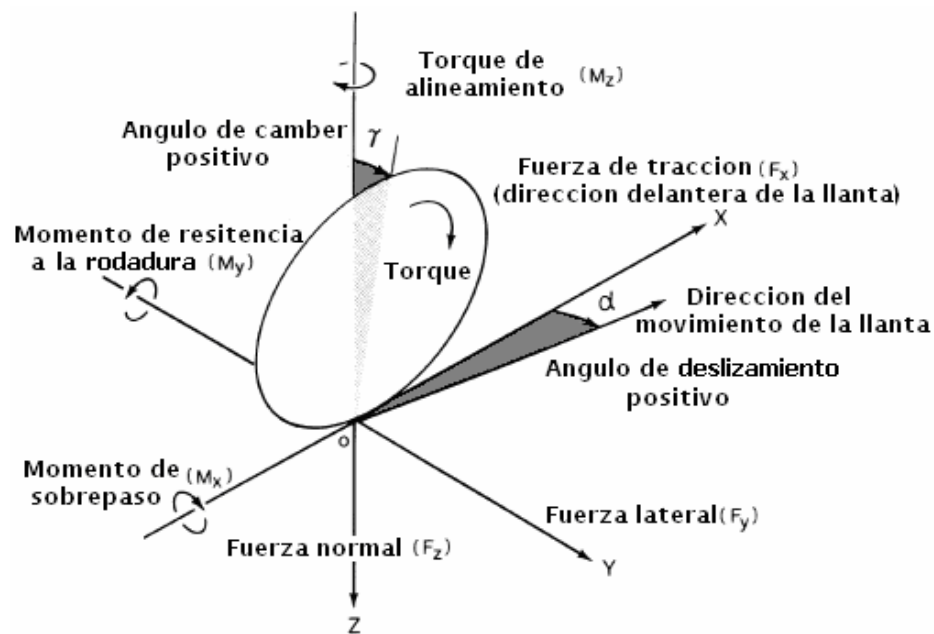
(210 km/h), V – 149 mph (240 km/h), Z – 149 mph (240 km/h) o más. La capacidad de tracción y temperatura están indicadas con una escala de la A a la C, siendo A la mejor y C la peor. El rango de tracción esta basado en la habilidad de detenerse en línea recta sobre una superficie húmeda. El rango de temperatura es un indicador de la habilidad de la llanta de soportar el calor generado en altas velocidades, cargas pesadas y conducción rigurosa. El índice de desgaste de la banda de rodamiento es una expectativa de vida de la llanta, este está relacionado contra una llanta de referencia con un índice de 100; por ejemplo, un índice de desgaste de la banda de rodamiento de 420 significa que la llanta debe soportar 4.2 veces lo que duraría la llanta de referencia. Un índice de desgaste de la banda de rodamiento de 180 se considera muy bajo y un índice de 500 muy alto.

FUERZAS Y MOMENTOS EN LLANTAS

Para describir las características de la llanta, las fuerzas y momentos que actúan en ella, es necesario definir un sistema de coordenadas que sirva como referencia para la definición de varios parámetros. Uno de los sistemas de coordenadas comúnmente utilizado y recomendado por la Sociedad de Ingenieros Automotrices (*Society of Automotive Engineers, SAE*) es mostrado en la figura 1.2. El origen del sistema coordenado esta en el centro del contacto de la llanta con el suelo. El eje x es la intersección del plano de la llanta con el plano del suelo teniendo como dirección positiva hacia delante. El eje z es perpendicular al plano del suelo con dirección positiva hacia abajo. El eje y esta en el plano del suelo, y su dirección positiva es escogida por medio de la regla de la mano derecha.

Hay tres fuerzas y tres momentos actuando en la llanta desde el suelo. Fuerza de tracción (o fuerza longitudinal) F_x es la componente en la dirección x de la fuerza resultante ejercida en la llanta por la carretera. Fuerza lateral F_y es la componente en la dirección y , y la Fuerza normal F_z es la componente en la dirección z . Momento de sobrepaso M_x es el momento sobre el eje x ejercido en la llanta por la carretera. Momento de resistencia a la rodadura M_y es el momento sobre el eje y y Torque de alineamiento M_z es el momento sobre el eje z .

Figura 1.2 Sistema de coordenadas de la llanta.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Con este sistema de coordenadas, muchos parámetros de desempeño de la llanta se pueden definir convenientemente, por ejemplo, el traslado longitudinal del centro de la presión normal es determinado por la relación del momento de resistencia a la rodadura con la carga normal. El traslado lateral del centro de la presión normal es definido por la relación del

momento de sobrepaso con la carga normal. La integración de los esfuerzos cortantes longitudinales sobre todo el plano de contacto representa la fuerza de tracción o de frenado. La fuerza es de tracción si el torque produce una aceleración del vehículo, y la fuerza es de frenado si se produce una deceleración del vehículo.

Hay dos ángulos importantes asociados con el giro de la llanta: el ángulo de deslizamiento y el ángulo de camber. El ángulo de deslizamiento α es el ángulo formado entre la dirección del movimiento de la llanta y la línea de intersección del plano de la llanta con la superficie de la carretera. El ángulo de camber γ es el ángulo formado entre el plano xz y el plano de la llanta. La fuerza lateral en el plano de contacto entre la llanta y el suelo es una función de ambos ángulos.

RESISTENCIA A LA RODADURA DE LAS LLANTAS

La resistencia a la rodadura de las llantas en superficies duras es causada principalmente por la histéresis en los materiales de la llanta debido a la deformación de la carcasa mientras esta rueda. La fricción entre la llanta y la carretera causada por el deslizamiento, la resistencia debida a la circulación de aire dentro de la llanta y el efecto ventilador de la rotación de la llanta sobre el aire externo también contribuyen a la resistencia a la rodadura de la llanta, pero tienen una importancia secundaria. Resultados experimentales han dado una distribución de las pérdidas en la llanta para el rango de velocidad de 128 – 152 km/h (80 – 95 mph) de la siguiente manera: 90 – 95% se debe a las pérdidas internas por histéresis, 2 – 10 % se debe a la fricción entre la llanta y el suelo, y 1.5 – 3.5% se debe a la resistencia del aire. Del total

de las pérdidas de energía dentro de la estructura de la llanta, se ha encontrado que para una llanta radial para camión, la histéresis en la región de la banda de rodamiento, incluyendo el cinturón, contribuye con el 73%, los costados el 13%, la región entre la banda de rodamiento y los costados, comúnmente llamada hombro, el 12% y los aros el 2%.

Cuando la llanta rueda, la carcasa se deforma en el área de contacto con el suelo, como resultado de esta distorsión, la presión normal en la mitad delantera es mayor que en la mitad trasera. El centro de la presión normal es trasladado en la dirección del movimiento. Este traslado produce un momento sobre el eje de rotación de la llanta, el cual es el momento de resistencia a la rodadura. En una llanta en rodadura pura, el torque aplicado es cero; entonces, debe existir una fuerza horizontal en el área de contacto entre la llanta y el suelo para mantener el equilibrio. La fuerza horizontal resultante es generalmente llamada resistencia a la rodadura. La razón entre la resistencia a la rodadura y la carga normal de la llanta es definida como el coeficiente de resistencia a la rodadura.

Existen varios factores que afectan la resistencia a la rodadura de una llanta neumática, se incluyen la estructura de la llanta (construcción y materiales) y las condiciones de operación (condiciones de superficie, presión de inflado, velocidad, temperatura, etc.). La construcción de la llanta tiene una gran influencia en su resistencia a la rodadura. La figura 1.3 muestra el coeficiente de resistencia a la rodadura a varias velocidades de una serie de llantas de pliegues convencionales y radiales para automóviles de pasajeros, bajo condiciones de carga y presión de inflado nominales, sobre una carretera

lisa⁴². La diferencia en el coeficiente de resistencia a la rodadura entre las llantas de pliegues radiales y convencionales de camión del mismo tamaño bajo las mismas condiciones se muestra en la figura 1.4⁴³. Bandas de rodamiento, costados más gruesos y elevados números de pliegues en la carcasa tienden a incrementar la resistencia a la rodadura porque la pérdida por histéresis es mayor. Las llantas hechas de compuestos de caucho sintético generalmente tienen mayor resistencia a la rodadura que las llantas hechas con caucho natural. Las llantas hechas de compuestos de caucho butil, las cuales muestran mejores propiedades de tracción y adherencia, tienen aún mayor resistencia a la rodadura que las llantas hechas con caucho sintético convencional. Se ha encontrado que la resistencia a la rodadura de las llantas con bandas de rodamiento hechas de caucho sintético y las hechas con compuestos de caucho butil, es aproximadamente 1.06 y 1.35 veces respectivamente, que las hechas con caucho natural⁴⁴.

Las condiciones de la superficie también afectan la resistencia a la rodadura. En superficies duras lisas, la resistencia a la rodadura es considerablemente menor que en carreteras rugosas. En superficies húmedas, se observa una resistencia a la rodadura mayor en comparación a las superficies secas. La figura 1.5 muestra una comparación entre la resistencia a la rodadura de las llantas de un automóvil de pasajeros sobre seis superficies de carreteras con

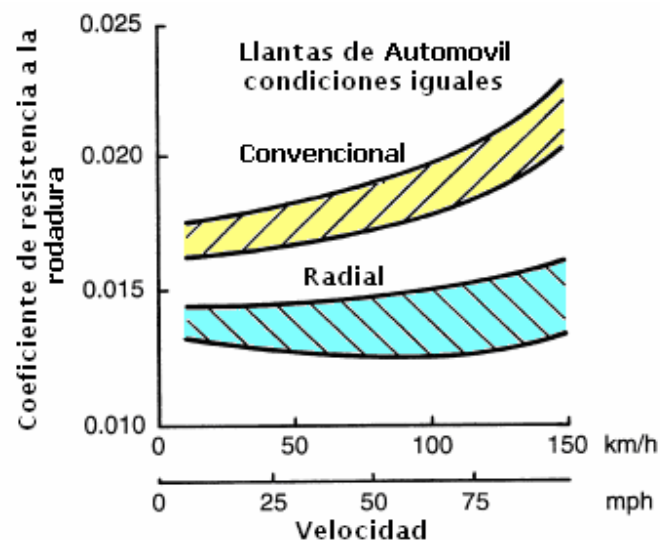
⁴² *Automotive Handbook*, 2nd ed. Robert Bosch GmbH, 1986.

⁴³ **L. Segel**, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

⁴⁴ **J.D. Hunt, J.D. Walter, and G.L. Hall**, "The Effect of Tread Polymer Variations on Radial Tire Rolling Resistance," Society of Automotive Engineers, Special Publications, P-74, *Tire Rolling Losses and Fuel Economy—An R&D Planning Workshop*, 1977.

diferentes texturas, desde lozas de concreto pulido hasta asfalto áspero⁴⁵. Los perfiles de estas seis superficies están mostrados en la figura 1.6. Se puede ver que la superficie de asfalto con capa de drenaje áspera (superficie #6) la resistencia a la rodadura es un 33% mayor que en la superficie de lozas de concreto nuevo (superficie #2), mientras que en las lozas de concreto pulido (superficie #1) se muestra una reducción del 12% en comparación con la superficie de lozas de concreto nuevo.

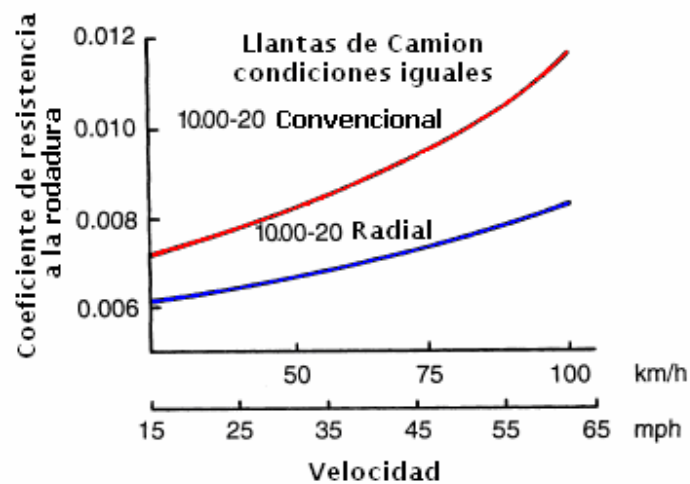
Figura 1.3 Variación del coeficiente de resistencia a la rodadura de las llantas de pliegues convencionales y radiales de automóviles con la velocidad en superficie lisa y horizontal bajo carga y presión de inflado nominal.



Fuente: Automotive Handbook, 2nd edition, Robert Bosch GmbH, Germany.

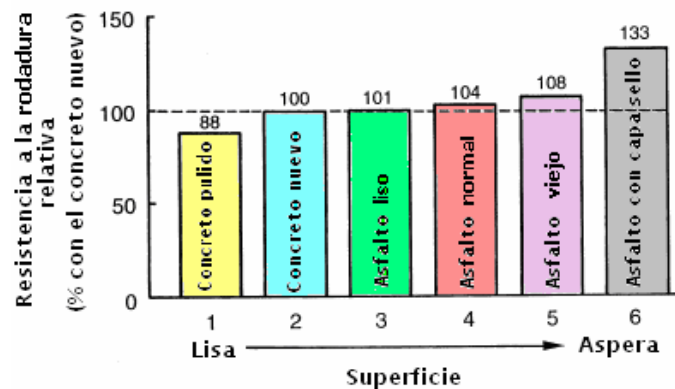
⁴⁵ L.W. DeRaad, "The Influence of Road Surface Texture on Tire Rolling Resistance," Society of Automotive Engineers, Special Publication P-74, *Tire Rolling Losses and Fuel Economy—An R&D Planning Workshop*, 1977.

Figura 1.4 Variación del coeficiente de resistencia a la rodadura de las llantas de pliegues convencionales y radiales de camión con la velocidad bajo condiciones de carga y presión de inflado nominal.



Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations" University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

Figura 1.5 Variación de la resistencia a la rodadura de la llanta con la textura de la superficie del pavimento.



Fuente: L.W. DeRaad, "The Influence of Road Surface Texture on Tire Rolling Resistance," Society of Automotive Engineers, Tire Rolling Losses and Fuel Economy—An R&D Planning Workshop, 1977.

Figura 1.6 Varios tipos de textura de la superficie del pavimento.

		Textura	
		Macro	Micro
1.	Concreto pulido	Lisa	Lisa
2.	Concreto nuevo	Lisa	Aspera
3.	Asfalto con agregado redondeado	Media	Medio lisa
4.	Asfalto con agregado mixto	Media	Media
5.	Asfalto con agregado mixto	Medio gruesa	Media
6.	Asfalto con capa sello	Gruesa	Aspera

Fuente: **L.W. DeRaad**, "The Influence of Road Surface Texture on Tire Rolling Resistance," Society of Automotive Engineers, Tire Rolling Losses and Fuel Economy—An R&D Planning Workshop, 1977.

La presión de inflado afecta la flexibilidad de la llanta. Dependiendo de la deformabilidad del suelo, la presión de inflado afecta la resistencia a la rodadura de la llanta de diferentes maneras. En superficies duras, la resistencia a la rodadura generalmente decrece con el incremento de la presión de inflado; esto se debe a que con el aumento en la presión de inflado, la deformación de la llanta decrece, con una consecuente pérdida por histéresis menor. La figura 1.7 muestra el efecto de la presión de inflado sobre la resistencia a la rodadura de una llanta de pliegues radiales (GR78-15), una llanta de pliegues convencionales y una llanta de pliegues convencionales con cinturón de refuerzo (ambas G78-15) bajo varias cargas normales, expresadas en términos de porcentajes de la carga nominal a la presión de inflado de 165

kPa (24 psi)⁴⁶. Los resultados fueron obtenidos regulando la presión de inflado, lo cual significa, manteniendo la presión a un nivel específico durante la prueba. En superficies deformables, como la arena, altas presiones de inflado incrementan el trabajo de penetración del suelo, por lo tanto, mayor resistencia a la rodadura como se muestra en la figura 1.8⁴⁷. Contrario a esto, bajas presiones de inflado reducen la penetración en el suelo, incrementan la deformación de la llanta y por lo tanto las pérdidas internas por histéresis. Entonces, existe una presión óptima de inflado para una llanta en particular sobre una superficie deformable dada, lo cual minimiza la suma del trabajo de penetración y las pérdidas internas de la llanta.

La presión de inflado no solo afecta la resistencia a la rodadura, también el desgaste de la banda de rodamiento de la llanta. Algunas pruebas han demostrado que los efectos de la presión de inflado son más significativos en las llantas de pliegues convencionales que en las llantas de pliegues radiales.

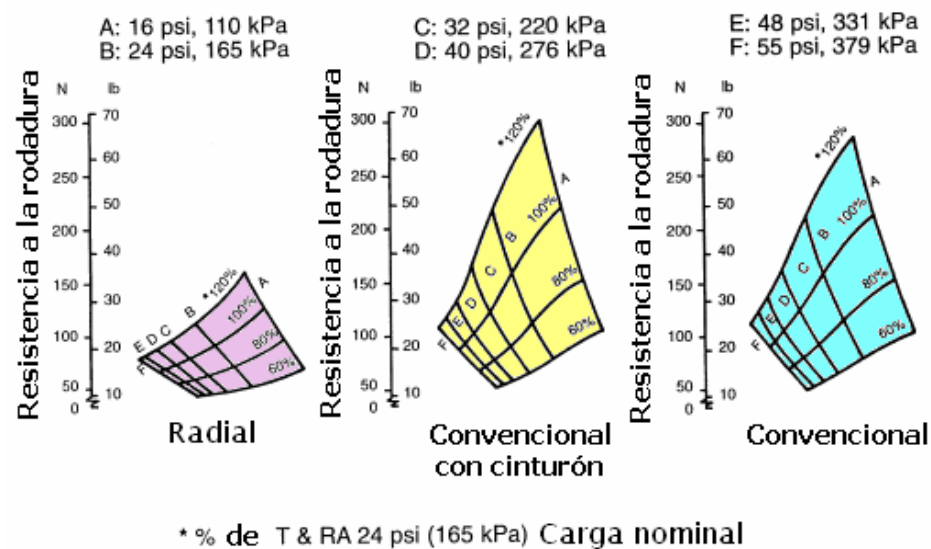
La resistencia a la rodadura es también afectada por la velocidad de manejo ya que con el aumento de la velocidad se incrementa el trabajo en la deformación de la llanta y las vibraciones en su estructura. Los efectos de la velocidad en la resistencia a la rodadura de una llanta de pliegues convencionales y radiales de un automóvil de pasajeros y de un camión, son ilustrados en la figuras 1.3 y 1.4 respectivamente. Para una determinada llanta bajo una condición particular de operación, existe un límite de velocidad sobre el cual se puede observar el fenómeno de ondas

⁴⁶ B.L. Collier and J.T. Warchol, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980.

⁴⁷ J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles," *Machine Design*, May 30–Dec. 26, 1957.

estacionarias, como se muestra en la figura 1.9. El valor aproximado del límite de velocidad V_{th} se puede determinar mediante la expresión $V_{th} = \sqrt{F_t / \rho_t}$ donde F_t es la tensión circunferencial en la llanta y ρ_t es la densidad del material de la banda de rodamiento por unidad de área⁴⁸.

Figura 1.7 Variación de la resistencia a la rodadura de una llanta de pliegues radiales, convencionales y convencionales con cinturón, para automóviles contra carga y presión de inflado.



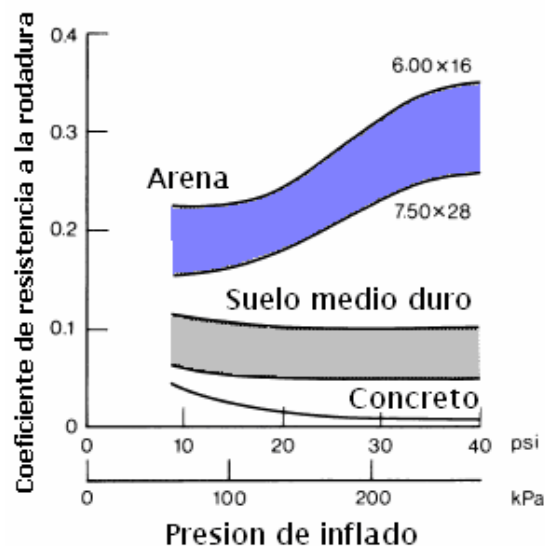
Fuente: B.L. Collier and J.T. Warchol, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980.

Las ondas estacionarias son formadas debido a que a altas velocidades, la banda de rodamiento de la llanta no se alcanza a recuperar inmediatamente de la distorsión originada por la deformación de la llanta luego de que se aleja de la superficie de contacto y esta deformación residual inicia la onda.

⁴⁸ J.D.C. Hartley and D.M. Turner, "Tires for High-Performance Cars," SAE Transactions, vol. 64, 1956.

La amplitud de la onda es máxima justo después de que la llanta deja el suelo, y es amortiguada de manera exponencial alrededor de la circunferencia de la llanta. La formación de las ondas estacionarias aumentan enormemente las pérdidas de energía, lo cual causa una generación de calor que puede llevar a la falla de la llanta. Esto marca un límite superior en seguridad de operación de las llantas con la velocidad.

Figura 1.8 Variación del coeficiente de resistencia a la rodadura con la presión de inflado de la llanta en varias superficies.



Fuente: J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles," Machine Design, 1957.

La temperatura de operación, el diámetro de la llanta y la fuerza de tracción también afectan la resistencia a la rodadura. La temperatura de la llanta afecta la resistencia a la rodadura de dos maneras: una, es cambiando la temperatura del aire interno de la cavidad de la llanta, por ende, la presión de inflado; y la otra manera es cambiando la rigidez y la histéresis de los compuestos del caucho. La figura 1.10 muestra la dependencia de la

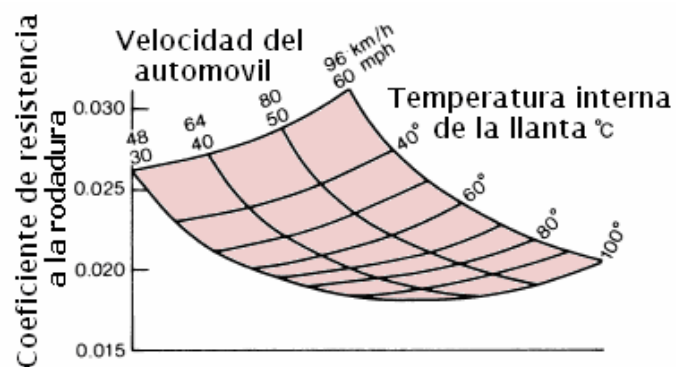
resistencia a la rodadura con la temperatura interna de la llanta para un automóvil⁴⁹.

Figura 1.9 Formación de ondas estacionarias de la llanta a altas velocidades.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 1.10 Efecto de la temperatura interna sobre el coeficiente de resistencia a la rodadura de una llanta de automóvil.

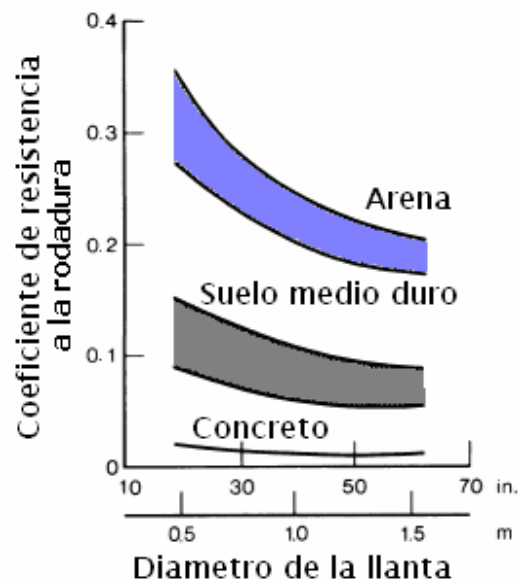


Fuente: **T. French**, "Construction and Behavior Characteristics of Tires," in *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Automobile Division*, AD 14/ 59, 1959.

⁴⁹ **T. French**, "Construction and Behavior Characteristics of Tires," in *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Automobile Division*, AD 14/ 59, 1959.

El efecto del diámetro de la llanta sobre el coeficiente de resistencia a la rodadura se muestra en la figura 1.11. Se puede ver que el efecto del diámetro de llanta es despreciable en superficies duras (concreto), pero es considerable en suelos deformables o suaves. La figura 1.12 muestra el efecto del esfuerzo de tracción y de frenado en la resistencia a la rodadura⁵⁰.

Figura 1.11 Efecto del diámetro de la llanta sobre el coeficiente de resistencia a la rodadura en varias superficies.



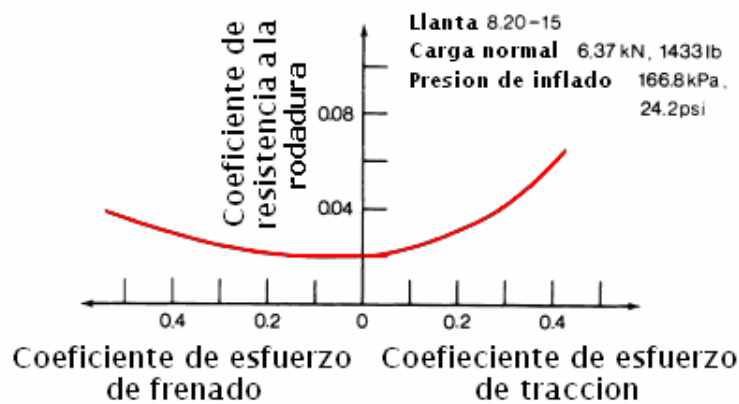
Fuente: J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles," Machine Design, 1957

Cuando se consideran los efectos del material, la construcción y los parámetros de diseño de las llantas sobre la resistencia a la rodadura, se hace necesario tener una apropiada perspectiva de las pérdidas de energía en la llanta y las características del sistema llanta-vehículo como uno solo sistema.

⁵⁰ H.C.A. van Eldik and Thieme and H.B. Pacejka, "The Tire as a Vehicle Component," *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

Aunque es deseable mantener la resistencia a la rodadura lo más baja posible, esta debe ser analizada contra otros parámetros de desempeño tales como la resistencia a la fatiga, vida, tracción, propiedades de viraje, efectos de amortiguación, costos, etc.

Figura 1.12 Efecto del esfuerzo de tracción y de frenado sobre el coeficiente de resistencia a la rodadura de una llanta de automóvil.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Las relaciones complejas entre los parámetros de diseño y de operación de la llanta y su resistencia a la rodadura hacen que sea extremadamente difícil, si no imposible, desarrollar un método analítico para predecir la resistencia a la rodadura. La determinación de la resistencia a la rodadura, recae más que todo en la experimentación. Para proveer una base uniforme para recolectar información experimental, la Sociedad de Ingenieros Automotrices (*Society of Automotive Engineers*) recomienda unos procedimientos de medición de la resistencia a la rodadura para varios tipos de llantas sobre diferentes superficies, los cuales pueden encontrarse en el manual de la SAE (*SAE Handbook*).

Basados en los resultados experimentales, muchas formulas empíricas se han propuesto para calcular la resistencia a la rodadura de las llantas en superficies duras. Por ejemplo, basados en la información experimental mostrada en la figura 1.3, para una llanta de pliegues radiales para automóviles de pasajeros bajo cargas y presiones de inflado nominales sobre carretera lisa, la relación entre el coeficiente de resistencia a la rodadura f_r y la velocidad V (hasta 150 km/h o 93 mph) se puede expresar como:

$$f_r = 0.0136 + 0.40 \times 10^{-7} V^2 \quad (1.1)$$

y para las llantas de pliegues convencionales de automóviles de pasajeros,

$$f_r = 0.0169 + 0.19 \times 10^{-6} V^2 \quad (1.2)$$

donde V esta en km/h.

Basados en la información experimental mostrada en la figura 1.4, para una llanta de pliegues radiales de camión bajo carga y presión de inflado nominales, la relación entre el coeficiente de resistencia a la rodadura f_r y velocidad V (hasta 100 km/h o 62 mph) se puede describir mediante:

$$f_r = 0.006 + 0.230 \times 10^{-6} V^2 \quad (1.3)$$

y para las llantas de pliegues convencionales de camión,

$$f_r = 0.007 + 0.45 \times 10^{-6} V^2 \quad (1.4)$$

donde V esta en km/h.

El coeficiente de resistencia a la rodadura de las llantas de camión es generalmente menor que el de las llantas de automóviles de pasajeros en superficies de carretera. Esto es principalmente debido a la presión de inflado superior usada en las llantas de camiones (valores de 620 – 827 kPa o 90 – 120 psi contra 193 – 248 kPa o 28 – 36 psi para llantas de automóviles de pasajeros).

En cálculos preliminares de desempeño, el efecto de la velocidad puede ser ignorado y se puede utilizar un valor promedio de f_r para una condición de operación en particular. Los valores promedios de f_r para varios tipos de llantas sobre diferentes superficies están resumidos en la tabla 1.1.

Tabla 1.1 Coeficiente de resistencia a la rodadura.

Superficie de Carretera	Coeficiente de resistencia a la rodadura
Llantas de automóviles	
Concreto, asfalto	0.013
Roca pulida	0.020
Macadam	0.025
Carretera destapada	0.050
Campo abierto	0.1 – 0.35
Llantas de camión	
Concreto, asfalto	0.006 – 0.01

Fuente: Automotive Handbook, 4th edition, Bosch, 1996.

ESFUERZO DE TRACCION (FRENADO) Y DESLIZAMIENTO (SKID) LONGITUDINAL

Cuando un torque de aceleración es aplicado a una llanta neumática, se desarrolla un esfuerzo de tracción en el plano de contacto de la llanta y el suelo, como se muestra en la figura 1.13⁵¹. Al mismo tiempo, la banda de rodamiento de la llanta en la mitad delantera del área de contacto es sometida a compresión, y a su vez se desarrolla una deformación cortante en el costado de la llanta.

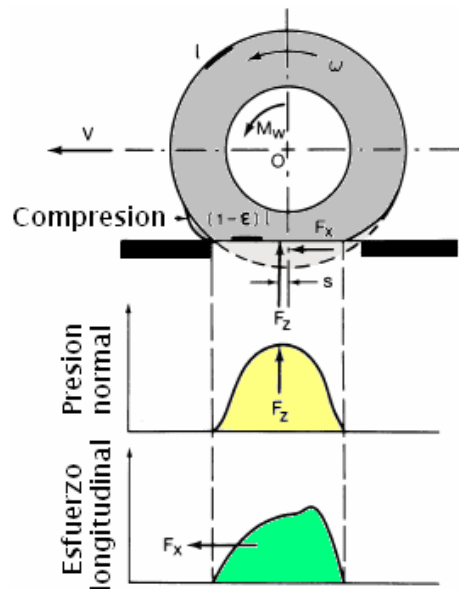
⁵¹ H.C.A. van Eldik and Thieme and H.B. Pacejka, "The Tire as a Vehicle Component," *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

Así como los elementos de la banda de rodamiento son comprimidos antes de entrar a la región de contacto, la distancia que viaja la llanta cuando es sujeta a un torque de aceleración será menor que la distancia en rodadura pura. Este fenómeno es usualmente referido como deslizamiento (*slip*) longitudinal. El deslizamiento longitudinal de la llanta motriz del vehículo, cuando se aplicada un torque de aceleración, es usualmente definido por:

$$i = \left(1 - \frac{V}{r\omega}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right) \times 100\% \quad (1.5)$$

donde V es la velocidad lineal del centro de la llanta, ω es la velocidad angular de la llanta, r es el radio de giro de la llanta en rodadura pura, y r_e es el radio efectivo de giro de la llanta, el cual es la razón entre la velocidad lineal del centro de llanta con la velocidad angular de llanta.

Figura 1.13 Comportamiento de la llanta bajo la acción de un torque de aceleración.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Cuando un torque es aplicado, la llanta gira sin su traslación progresiva equivalente; entonces, $r\omega > V$ lo cual resulta en un valor positivo para el deslizamiento. Si la llanta esta girando con cierta velocidad angular pero la velocidad lineal de la llanta en el centro es cero, entonces en concordancia con la ecuación 1.5, el deslizamiento longitudinal será del 100%. Esto es observado a menudo en superficies con hielo, donde las llantas motrices están patinando con altas velocidades angulares, mientras el vehículo no avanza.

En algunas publicaciones la definición de deslizamiento longitudinal es diferente de la mostrada anteriormente; por ejemplo, en el manual suplemento de la SAE sobre la terminología de la dinámica de vehículos J670e (*SAE Handbook Supplement, Vehicle Dynamics Terminology J670e*)⁵², el deslizamiento longitudinal esta definido como “la razón de la velocidad de deslizamiento longitudinal con la velocidad de giro de la llanta en rodadura pura, expresada como un porcentaje”. La velocidad de deslizamiento longitudinal es tomada como “la diferencia entre la velocidad de giro de la llanta motriz y la velocidad de giro de la llanta en rodadura pura”. Las dos velocidades de giro están medidas a la misma velocidad lineal en el centro de la rueda en la dirección x (figura 1.2). Un valor positivo de deslizamiento resulta de un torque de avance. En esencia, la definición de deslizamiento longitudinal i' sugerido por la SAE puede ser expresado por:

$$i' = \left(\frac{r\omega}{V} - 1 \right) \times 100\% = \left(\frac{r}{r_e} - 1 \right) \times 100\% \quad (1.6)$$

donde V , ω , r y r_e están definidos igual que en la ecuación 1.5.

⁵² *Vehicle Dynamics Terminology*, SAE J670e, Society of Automotive Engineers, 1978

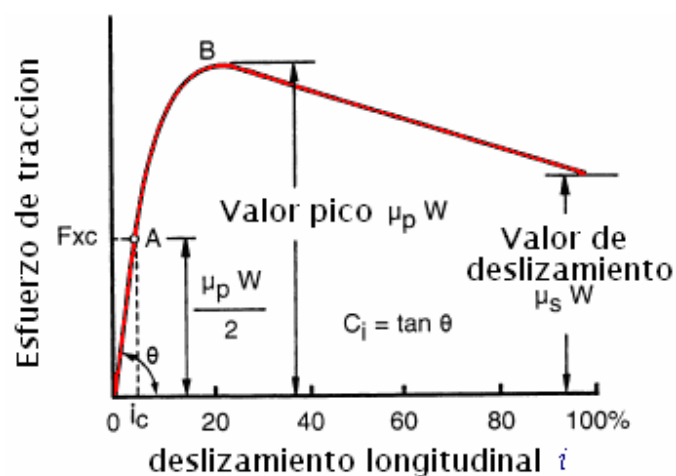
Se debe recalcar que en concordancia con la definición sugerida por la SAE, cuando la llanta esta girando con cierta velocidad angular pero la velocidad lineal de la llanta en el centro es cero, el deslizamiento longitudinal i' de la llanta será denotado como infinito.

Como la fuerza de tracción desarrollada por la llanta es proporcional al torque aplicado a la llanta bajo condiciones de estado estable, el deslizamiento es función del esfuerzo de tracción. Al principio el torque en la llanta y la fuerza de tracción aumentan linealmente con el deslizamiento porque, inicialmente, el deslizamiento es debido principalmente a la deformación elástica de la banda de rodadura de la llanta. Esto corresponde a la sección OA de la curva mostrada en la figura 1.14. Un aumento posterior del torque y la fuerza de tracción, resulta en parte al deslizamiento de la banda de rodadura en el suelo. Bajo estas circunstancias, la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento es no lineal. Esto corresponde a la sección AB de la curva mostrada en la figura 1.14. Basados en la información experimental disponible, la fuerza de tracción máxima de una llanta neumática en superficies duras se alcanza usualmente en algún lugar entre 15 y 20% del deslizamiento. Cualquier incremento del deslizamiento después de este valor resulta en una condición inestable, con un esfuerzo de tracción que cae rápidamente desde el valor pico $\mu_p W$ hasta el valor de deslizamiento puro $\mu_s W$, como se muestra en la figura 1.14, donde W es la carga normal en la llanta y μ_p y μ_s son los valores de los coeficientes de adhesión estática y dinámica.

Aún no se ha desarrollado una teoría general que pueda predecir con precisión la relación entre el esfuerzo de tracción y el deslizamiento longitudinal de las llantas neumáticas en superficies duras. Sin embargo,

varias teorías han propuesto que se puede dar un entendimiento básico de la naturaleza física de los procesos envueltos. Uno de los tratados teóricos más recientes de la relación entre el esfuerzo de tracción y el deslizamiento longitudinal de las llantas neumáticas fue presentado por Julien.

Figura 1.14 Variación del esfuerzo de tracción con el deslizamiento longitudinal de la llanta.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En la teoría de Julien, se asume que la banda de rodadura de la llanta puede ser tratada como una banda elástica, y que el área de contacto es rectangular y la presión normal es distribuida uniformemente⁵³. Más a fondo se asume que el área de contacto se puede dividir en una región de adhesión y una región de deslizamiento. En la región de adhesión, las fuerzas que interactúan dependen de las propiedades elásticas de la llanta, mientras en la

⁵³ R. Hadekel, "The Mechanical Characteristics of Pneumatic Tires," S&T Memo No. 10/ 52, Ministry of Supply, London, England, 1952.

región de deslizamiento, las fuerzas que interactúan dependen de las propiedades de adherencia de la interfase llanta-suelo.

La relación entre la fuerza de tracción total y el deslizamiento cuando una parte de la banda de rodamiento de la llanta esta deslizando, en la teoría de Julien es la siguiente:

$$F_x = F_{xs} + F_{xa} = \mu_p W - \frac{\lambda(\mu_p W - K'i)^2}{2\ell_t K'i} \quad (1.7)$$

En la práctica, la distribución de la presión normal sobre el área de contacto de la llanta y el suelo no es uniforme. Existe una caída gradual de la presión cerca de los límites de la zona. Es de esperarse, que una pequeña región de deslizamiento sea desarrollada en la parte de arrastre del área de contacto, aún con deslizamientos pequeños.

Para utilizar la teoría completa de Julien, se deben tener definidos los parámetros de relación μ_p , W , y ℓ_t y el valor de λ , el cual determina la deformación longitudinal de la banda de rodamiento de la llanta antes de entrar en el área de contacto. Para determinar el valor de λ para una llanta dada, se requiere un esfuerzo considerable y experimentos muy elaborados. De esta manera, una teoría simplificada se ha desarrollado en la cual los efectos de λ son despreciados. Teniendo esta simplificación presente, la fuerza de tracción por unidad de longitud de contacto en la región de adhesión a una distancia x de la parte frontal del punto de contacto es dada por:

$$\frac{dF_x}{dx} = k_t x \varepsilon = k_t x i \quad (1.8)$$

donde k_t es la rigidez tangencial de la banda de rodamiento de la llanta y F_x es la fuerza de tracción.

Si no hay deslizamiento entre la banda de rodamiento de la llanta y el suelo en la toda el área de contacto, la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento se puede expresar mediante:

$$F_x = \int_0^{\ell_t} k_t i x dx = \left(\frac{k_t \ell_t^2}{2} \right) \cdot i \quad (1.9)$$

El término $k_t \ell_t^2 / 2$ puede ser tomado como la pendiente C_i de la curva de esfuerzo de tracción versus deslizamiento en el origen como se muestra en la figura 1.14 lo cual es:

$$\frac{k_t \ell_t^2}{2} = C_i = \tan \theta = \left. \frac{\partial F_x}{\partial i} \right|_{i=0} \quad (1.10)$$

donde C_i es usualmente referida como la rigidez longitudinal de la llanta.

Si no hay deslizamiento en el área de contacto, la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento será lineal:

$$F_x = C_i \cdot i \quad (1.11)$$

La ecuación 1.11 se aplica en la sección OA de la curva mostrada en la figura 1.14. Con el incremento del deslizamiento después del punto A mostrado en la figura 1.14, la fuerza de tracción por unidad de longitud de contacto en el limite de arrastre del área de contacto alcanza el limite de adhesión, y toma lugar el deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo.

$$\frac{dF_x}{dx} = k_t \ell_t i = \mu_p p b = \frac{\mu_p W}{\ell_t} \quad (1.12)$$

Esto indica que cuando el deslizamiento o la fuerza de tracción alcanza el respectivo valor crítico i_c o F_{xc} dados a continuación, se inicia el deslizamiento en la parte de arrastre del área de contacto.

$$i_c = \frac{\mu_p W}{k_t \ell_t^2} = \frac{\mu_p W}{2C_i} \quad (1.13)$$

$$F_{xc} = C_i \cdot i_c = \frac{\mu_p W}{2} \quad (1.14)$$

En otras palabras, si el deslizamiento $i \leq i_c$ o la fuerza de tracción $F_x \leq F_{xc}$, la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento es lineal, como se muestra en la figura 1.14. La ecuación 1.14 indica el límite superior para el rango lineal de la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento el cual es identificado como la fuerza igual a la mitad del valor máximo de la fuerza de tracción ($\mu_p W/2$).

Un incremento superior del deslizamiento o de la fuerza de tracción después del respectivo valor crítico ($i > i_c$ o $F_x > F_{xc}$) resulta en la extensión de la región de deslizamiento del límite de arrastre hacia la parte guía del área de contacto. La fuerza de tracción F_{xs} desarrollada en la región de deslizamiento es dada por:

$$F_{xs} = \mu_p W \left(1 - \frac{\ell_c}{\ell_t} \right) = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{2C_i \cdot i} \right) \quad (1.15)$$

y la fuerza de tracción F_{xa} desarrollada en la región de adhesión es expresada mediante:

$$F_{xa} = \frac{1}{2} \frac{\mu_p W \ell_c}{\ell_t} = \frac{\mu_p^2 W^2}{4C_i \cdot i} \quad (1.16)$$

Entonces la relación entre la fuerza de tracción total y el deslizamiento cuando parte de la banda de rodamiento esta deslizando en el suelo ($i > i_c$ o $F_x > F_{xc}$) esta dada por:

$$F_x = F_{xs} + F_{xa} = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_i \cdot i} \right) \quad (1.17)$$

La ecuación anterior indica la naturaleza no lineal de la relación esfuerzo de tracción con el deslizamiento longitudinal cuando ocurre deslizamiento en parte del área de contacto. Es aplicable para predecir la relación esfuerzo de tracción – deslizamiento cuando el esfuerzo de tracción es menor que el valor máximo $\mu_p W$.

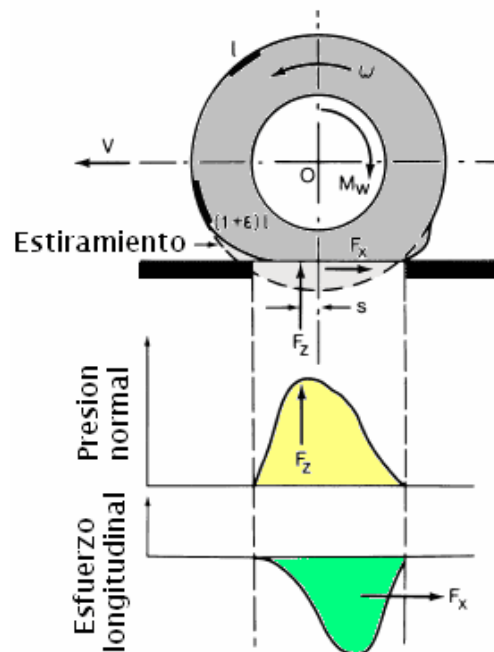
En comparación con la teoría de Julien, la teoría simplificada descrita anteriormente requiere solo tres parámetros, μ_p , W , y C_i , para definir la relación de esfuerzo de tracción y deslizamiento longitudinal. Como se enfatizó anteriormente, el valor de C_i fácilmente se puede identificar como la pendiente inicial de la curva esfuerzo de tracción versus deslizamiento.

Cuando un torque de frenado es aplicado a la llanta, un estiramiento de los elementos de la banda de rodamiento ocurre antes de entrar al área de contacto, como se muestra en la figura 1.15, en contraste con el efecto de compresión de la llanta motriz. La distancia que la llanta viaja cuando el torque es aplicado, será entonces, mayor que la distancia en rodadura pura. La severidad del frenado es usualmente medida por el skid (resbalón) de la llanta i_s , el cual es definido como:

$$\begin{aligned} i_s &= \left(1 - \frac{r\omega}{V} \right) \times 100\% \\ &= \left(1 - \frac{r}{r_e} \right) \times 100\% \end{aligned} \quad (1.18)$$

Cuando una llanta esta bloqueada, su velocidad angular ω es cero, sin embargo, la velocidad lineal de su centro no es cero. Bajo esta condición, el skid es denotado como 100%. Se debe notar que usando la definición de deslizamiento sugerida por la SAE y dada en la ecuación 1.6, para una llanta bloqueada, el deslizamiento será - 100%.

Figura 1.15 Comportamiento de la llanta bajo la acción de un torque de frenado.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Una teoría simplificada para la relación entre el esfuerzo de frenado y el skid se puede desarrollar mediante la siguiente aproximación, similar a la relación entre la fuerza de tracción y el deslizamiento descrita anteriormente. Se debe mencionar que de acuerdo con las definiciones de deslizamiento i y skid i_s

dadas por las ecuaciones 1.5 y 1.18, respectivamente se pueden relacionar de la siguiente manera:

$$|i| = \left| \frac{i_s}{1 - i_s} \right| \quad (1.19)$$

Si no se presenta deslizamiento en el área de contacto, la relación entre el esfuerzo de frenado y el skid se puede establecer mediante el reemplazo de C_i e i en la ecuación 1.11 con C_s e $i_s/(1 - i_s)$, respectivamente.

$$F_x = \frac{C_s i_s}{1 - i_s} \quad (1.20)$$

donde F_x es el esfuerzo de frenado actuando en dirección opuesta al movimiento del centro de la llanta y C_s es la pendiente de la curva esfuerzo de frenado versus skid en el origen y esta dada por⁵⁴:

$$C_s = \left. \frac{\partial F_x}{\partial i_s} \right|_{i_s=0} \quad (1.21)$$

C_s esta referida como la rigidez longitudinal de la llanta durante el frenado.

Similar al parámetro C_i , el valor de C_s se puede identificar fácilmente de la pendiente inicial medida en la curva de esfuerzo de frenado versus skid. Es interesante notar que de acuerdo a la ecuación 1.20, usando la definición de skid dada en la ecuación 1.18, la relación entre el esfuerzo de frenado y el skid es no lineal, incluso con skids bajos, donde no ocurre deslizamiento entre la banda de rodamiento de la llanta y el suelo.

⁵⁴ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

El valor crítico de skid i_{sc} , en el cual se inicia el deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo, se puede establecer remplazando C_i e i en la ecuación 1.13 con C_s e $i_s/(1-i_s)$, respectivamente.

$$i_{sc} = \frac{\mu_p W}{2C_s + \mu_p W} \quad (1.22)$$

El valor crítico correspondiente de esfuerzo de frenado F_{xc} , en el cual se inicia el deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo, esta dado por:

$$F_{xc} = \frac{C_s i_{sc}}{1 - i_{sc}} = \frac{\mu_p W}{2} \quad (1.23)$$

Cuando el deslizamiento toma lugar en el área de contacto ($i_s > i_{sc}$), la relación entre el esfuerzo de frenado y el skid se puede establecer reemplazando C_i e i en la ecuación 1.17 con C_s e $i_s/(1-i_s)$, respectivamente.

$$F_x = \mu_p W \left[1 - \frac{\mu_p W (1 - i_s)}{4C_s i_s} \right] \quad (1.24)$$

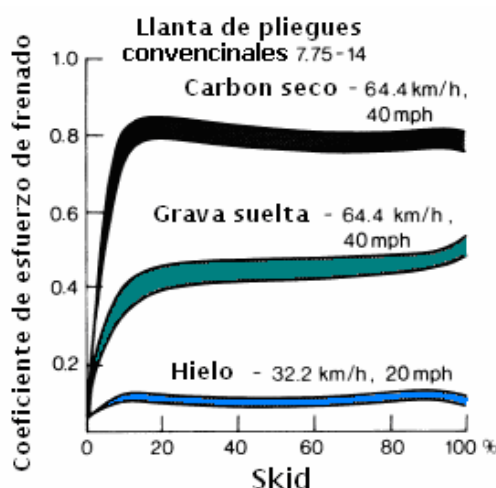
Mientras la teoría descrita anteriormente representa un modelo simplificado del fenómeno altamente complejo de la interacción de la llanta y el suelo, se ha demostrado que es útil en la representación del comportamiento de la llanta en las simulaciones de la dinámica de los automóviles de pasajeros⁵⁵. La figura 1.16 muestra la variación del coeficiente de esfuerzo de frenado (el cual es la razón del esfuerzo de frenado con la carga normal) contra el skid para una llanta de pliegues convencionales para automóviles de pasajeros sobre varias superficies⁵⁶. Los valores de los coeficientes de adhesión estática

⁵⁵ **P.S. Fancher and P. Grote**, "Development of a Hybrid Simulation for Extreme Automobile Maneuvers," in *Proc. 1971 Summer Computer Simulation Conf.*, Boston, MA, 1971.

⁵⁶ **J.L. Harned, L.E. Johnston, and G. Sharpf**, "Measurement of Tire Brake Force Characteristics as Related to Wheel Slip (Antilock) Control System Design," *SAE Transactions*, vol. 78, paper 690214, 1969.

y dinámica para las llantas de pliegues convencionales, radiales y convencionales con cinturón para automóviles de pasajeros del mismo tamaño con varias presiones de inflado a una velocidad de 64 km/h (40 mph) sobre asfalto seco están mostrados en la figura 1.17⁵⁷. Se ve que en superficies secas, el coeficiente de adhesión no varía significativamente con el tipo de construcción de la llanta y la presión de inflado. Valores promedio de los coeficientes de adhesión estática y dinámica sobre varias superficies están dados en la tabla 1.2.

Figura 1.16 Variación del coeficiente de esfuerzo de frenado con el skid de una llanta de automóvil sobre varias superficies.



Fuente: J.L. Harned, L.E. Johnston, and G. Sharpf, "Measurement of Tire Brake Force Characteristics as Related to Wheel Slip (Antilock) Control System Design," SAE Transactions, vol. 78, paper 690214, 1969

Entre los parámetros de operación, la velocidad y la carga normal tienen efectos notables en las características de esfuerzo de tracción (frenado) –

⁵⁷ B.L. Collier and J.T. Warchol, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980.

deslizamiento (skid). La figura 1.18 muestra la influencia de la velocidad en las características del coeficiente de esfuerzo de frenado – skid de una llanta de camión de pliegues convencionales sobre asfalto seco⁵⁸. Como se muestra en la figura 1.18, la velocidad parece tener un efecto significativo en el desempeño tractivo de la llanta. Entonces, se ha sugerido que para mejorar la predicción de la relación entre el esfuerzo de tracción (frenado) y el deslizamiento (skid), el efecto de la velocidad de deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo debe ser incorporado en las teorías descritas anteriormente. La figura 1.19 muestra el efecto de la carga normal en el desempeño de frenado de una llanta de camión de pliegues convencionales sobre asfalto seco.

Tabla 1.2 Valores de los coeficientes de adhesión promedio.

Superficie	estático μ_p	dinámico μ_s
Asfalto y concreto (seco)	0.8 – 0.9	0.75
Asfalto (húmedo)	0.5 – 0.7	0.45 – 0.6
Concreto (húmedo)	0.80	0.70
Macadam	0.60	0.55
Carretera destapada (seca)	0.68	0.65
Carretera destapada (húmeda)	0.55	0.4 – 0.5
Nieve (empaquetada)	0.20	0.15
Hielo	0.10	0.07

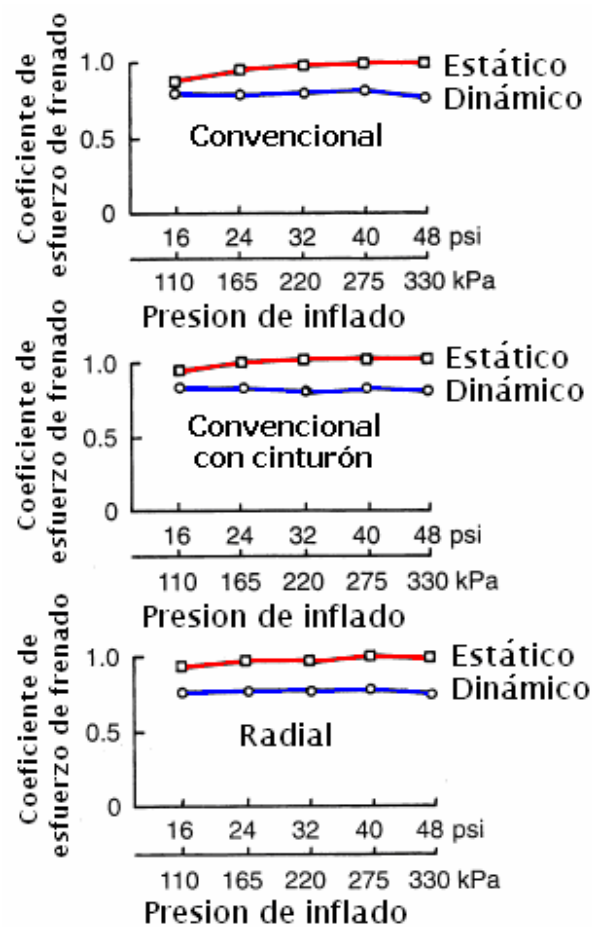
Fuente: **J.J. Taborek**, "Mechanics of Vehicles," Machine Design, 1957.

Se debe notar que la constante elástica longitudinal C_s se incrementa notablemente con el incremento de la carga normal. Esto es debido a que la longitud del contacto de la llanta se incrementa con la carga normal a una

⁵⁸ **R.D. Ervin**, "Mobile Measurement of Truck Tire Traction," in *Proc. Symposium on Commercial Vehicle Braking and Handling*, Highway Safety Research Institute, University of Michigan, Ann Arbor, 1975

presión de inflado dada. De acuerdo con la ecuación 1.9, para desarrollar una fuerza longitudinal, entre mayor sea la longitud del contacto de la llanta menor será el deslizamiento (skid) longitudinal.

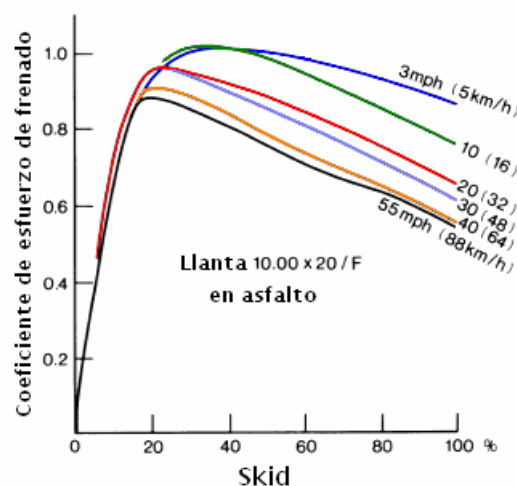
Figura 1.17 Variación de los coeficientes de adhesión estática y dinámica para las llantas de pliegues convencionales, radiales y convencionales con cinturón para automóviles de pasajeros en pavimento seco.



Fuente: B.L. Collier and J.T. Warchol, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980.

Un ejemplo de los valores de los coeficientes de adhesión estática y dinámica μ_p y μ_s para llantas de camión a 64 km/h (40 mph) en concreto seco y húmedo están mostrados en la tabla 1.3. Los pavimentos de concreto fueron tratados agresivamente para darle la textura similar a las carreteras relativamente nuevas, cumpliendo con los requerimientos del sistema de autopistas federales interestatales de Estados Unidos (*U.S. Federal Interstate Highway System*).

Figura 1.18 Efecto de la velocidad en el desempeño de frenado de una llanta de camión sobre asfalto.

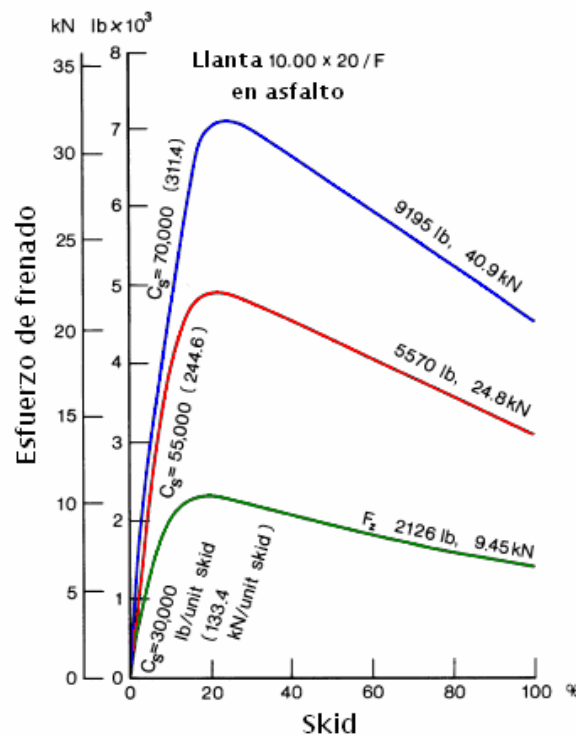


Fuente: **R.D. Ervin**, "Mobile Measurement of Truck Tire Traction," in Proc. Symposium on Commercial Vehicle Braking and Handling, Highway Safety Research Institute, University of Michigan, Ann Arbor, 1975.

Como se puede ver de la tabla 1.3, la razón del coeficiente de adhesión estática μ_p con el coeficiente de adhesión dinámica μ_s para llantas de camión en pavimento de concreto seco es alrededor de 1.4; mientras en pavimento de concreto húmedo la razón esta en un rango de aproximadamente 1.3 a 1.6. Se puede notar que aparentemente no existe una clara distinción entre el

desempeño de tracción (frenado) de una llanta de camión de pliegues radiales contra la llanta de pliegues convencionales.

Figura 1.19 Efecto de la carga normal en el desempeño de frenado de una llanta de camión en asfalto.



Fuente: **R.D. Ervin**, "Mobile Measurement of Truck Tire Traction," in Proc. Symposium on Commercial Vehicle Braking and Handling, Highway Safety Research Institute, University of Michigan, Ann Arbor, 1975

La diferencia significativa entre los valores de los coeficientes de adhesión estática μ_p y los coeficientes de adhesión dinámica μ_s indica la importancia de evitar el bloqueo de la llanta durante el frenado (skid $i_s = 100\%$) o que la llanta patine durante la aceleración (deslizamiento $i = 100\%$). Esto es uno de los ímpetus para desarrollar un sistema de frenado antibloqueo y sistemas de

control de tracción para vehículos de carretera, como se verá en el siguiente capítulo 2 de características de rendimiento.

PROPIEDADES DE CURVEO DE LAS LLANTAS

Ángulo de Deslizamiento y Fuerza de Curveo. Cuando una llanta neumática no esta sujeta a alguna fuerza perpendicular al plano de la llanta (por ejemplo, una fuerza lateral), la llanta se moverá a lo largo del plano de la llanta. Pero, sí una fuerza F_s es aplicada a un lado de la llanta, se desarrollará una fuerza lateral en el plano de contacto, y la llanta se moverá a lo largo de un trayecto que esta a un ángulo α del plano de la llanta, tal como describe la trayectoria OA de la figura 1.20. El ángulo α es usualmente llamado ángulo de deslizamiento, y el fenómeno de deslizamiento lateral es principalmente debido a la elasticidad lateral de la llanta.

La fuerza lateral desarrollada en el plano de contacto de la llanta y el suelo es usualmente llamada fuerza de curveo $F_{y\alpha}$ cuando el ángulo de camber de la llanta es cero. La relación entre la fuerza de curveo y el ángulo de deslizamiento es de fundamental importancia en el control direccional y en la estabilidad de los vehículos de carretera.

Cuando la llanta se esta moviendo con una velocidad uniforme en la dirección OA , la fuerza F_s aplicada en el centro de la llanta y la fuerza de curveo $F_{y\alpha}$ desarrollada en el plano de contacto usualmente no son colineales, como se muestra en la figura 1.20. A pequeños ángulos de deslizamiento, la fuerza de curveo en el plano de contacto esta normalmente detrás de la fuerza aplicada, dando cabida a un torque, el cual tiende a alinear el plano de la

llanta con la dirección del movimiento. Este torque es llamado torque de alineamiento o de auto-alineamiento, y es uno de los principales momentos restauradores que ayudan a la llanta dirigida volver a su posición original después de superar un giro. La distancia t_p entre la fuerza de costado y la fuerza de curqueo es llamada el rastro neumático, y el producto de la fuerza de curqueo y el rastro neumático determina el torque de auto-alineamiento.

Tabla 1.3 Valores de coeficientes de adhesión para llantas de camión en pavimento de concreto seco y húmedo a 64 km/h (40 mph).

Tipo de llanta	Construcción de la llanta	Seco		Húmedo	
		μ_p	μ_s	μ_p	μ_s
Goodyear Super Hi Miler (Rib)	Pliegues convencionales	0.850	0.596	0.673	0.458
General GTX (Rib)	Pliegues convencionales	0.826	0.517	0.745	0.530
Firestone Transteel (Rib)	Pliegues radiales	0.809	0.536	0.655	0.477
Firestone Transport 1 (Rib)	Pliegues convencionales	0.804	0.557	0.825	0.579
Goodyear Unisteel R-1 (Rib)	Pliegues radiales	0.802	0.506	0.700	0.445
Firestone Transteel Traction (Lug)	Pliegues radiales	0.800	0.545	0.600	0.476
Goodyear Unisteel L-1 (Lug)	Pliegues radiales	0.768	0.555	0.566	0.427
Michelin XZA (Rib)	Pliegues radiales	0.768	0.524	0.573	0.443
Firestone Transport 200 (Lug)	Pliegues convencionales	0.748	0.538	0.625	0.476
Uniroyal Fleet Master Super Lug	Pliegues convencionales	0.739	0.553	0.513	0.376
Goodyear Custom Cross Rib	Pliegues convencionales	0.716	0.546	0.600	0.455
Michelin XZZ (Rib)	Pliegues radiales	0.715	0.508	0.614	0.459
Promedio		0.756	0.540	0.641	0.467

Fuente: **P.S. Fancher, R.D. Ervin, C.B. Winkler y T.D. Gillespie.** "A Fact Book of the Mechanical Properties of the Components for Single-Unit and Articulated Heavy Trucks", Report No. DOT HS 807 125, UMTRI.

Las relaciones entre el ángulo de deslizamiento y la fuerza de curqueo de varios tipos de llantas bajo una gran variedad de condiciones de operación se han investigado intensamente. Gráficas típicas de la fuerza de curqueo como

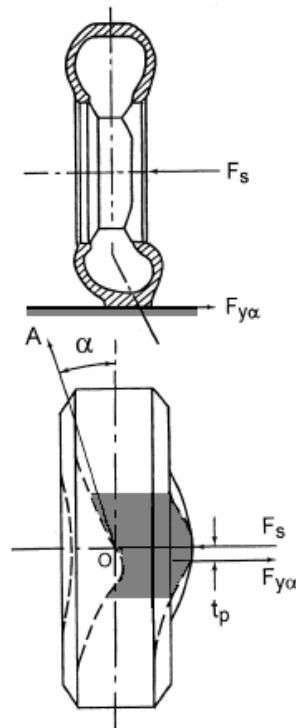
función del ángulo de deslizamiento para llantas de automóviles de pasajeros de pliegues radiales y convencionales son mostradas en la figura 1.21. Se puede ver que para ángulos de deslizamiento debajo de cierto valor, como 4° mostrado en la figura 1.21, la fuerza de curqueo es aproximadamente proporcional al ángulo de deslizamiento. Después de este valor, la fuerza de curqueo aumenta a una rata menor con el aumento del ángulo de deslizamiento, y alcanza un valor máximo donde la llanta empieza a deslizar lateralmente. Para llantas de automóviles de pasajeros, la máxima fuerza de curqueo puede ocurrir en un ángulo de 18° aproximadamente, mientras para las llantas de automóviles de carrera, la fuerza de curqueo puede llegar al pico aproximadamente en 6° . La figura 1.21 muestra que la fuerza de curqueo de una llanta de pliegues convencionales aumenta más lento con un incremento del ángulo de deslizamiento que una llanta de pliegues radiales. Estas características se consideran más ajustables en los vehículos de dos ruedas, como las motocicletas⁵⁹. Un incremento más gradual de la fuerza de curqueo con el ángulo de deslizamiento permite al conductor ejercer un mejor control sobre un vehículo de dos ruedas. Esta es una de las razones del por qué se usan más las llantas de pliegues convencionales en las motocicletas. La figura 1.22 muestra las variaciones de la razón de la fuerza de curqueo y la carga normal con el ángulo de deslizamiento para llantas de camión de pliegues radiales y convencionales de un tamaño 10.00-20 con diferentes diseños de bandas de rodamiento (acanaladas “*ribbed*” o labradas “*lugged*”)⁶⁰. De manera similar a lo que muestra la figura 1.21 para llantas de automóviles de pasajeros, la fuerza de curqueo de llantas para camiones de pliegues radiales

⁵⁹ T. French, *Tire Technology*. Bristol and New York: Adam Hilger, 1989.

⁶⁰ L. Segel, “The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations,” presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984

aumenta más rápido con el incremento del ángulo de deslizamiento que las llantas de pliegues convencionales para camión.

Figura 1.20 Comportamiento de una llanta bajo el efecto de una fuerza lateral.



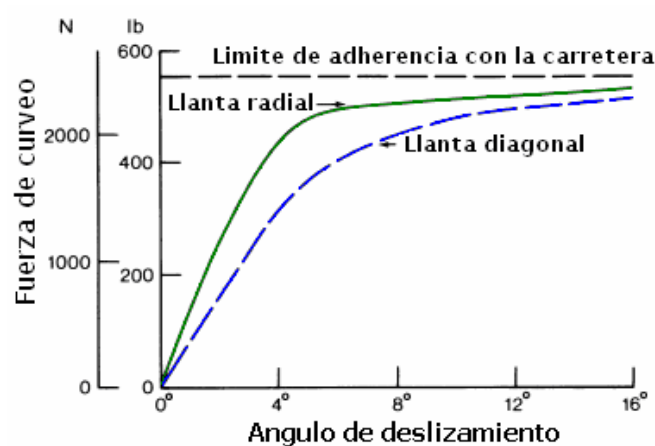
Fuente: *Mechanics of Pneumatic Tires*, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Un número de factores afectan el comportamiento de curvado de las llantas neumáticas. La carga normal en la llanta tiene gran influencia en las características de curvado; algunos resultados típicos son mostrados en la figura 1.23⁶¹. Se puede ver que para un ángulo de deslizamiento dado, la fuerza de curvado generalmente se incrementa con un aumento en la carga

⁶¹ H.C.A. van Eldik and Thieme and H.B. Pacejka, "The Tire as a Vehicle Component," *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

normal. Sin embargo, la relación entre la fuerza de curqueo y la carga normal es no lineal. Entonces, la transferencia de carga del lado interno al externo durante una maniobra de sobrepaso reducirá la fuerza total de curqueo que el par de llantas puede desarrollar. Considerando un par de llantas en un eje, cada una con carga normal F_z , como se muestra en la figura 1.24. La fuerza de curqueo por llanta con carga normal F_z es F_y para un ángulo de deslizamiento dado. Si el vehículo experimenta un giro en estado estable, debido a la transferencia de carga lateral, la fuerza normal en la llanta del lado interno se reducirá a F_{zi} y la llanta del lado externo se incrementará a F_{zo} . Como resultado, la fuerza total de curqueo de las dos llantas será la suma de F_{yi} y F_{yo} , la cual es menor que $2F_y$, como se muestra en la figura 1.24. Esto implica que para que un par de llantas en un eje desarrolle la fuerza de curqueo requerida para balancear la fuerza centrífuga dada durante un giro, la transferencia de carga lateral da como resultado un incremento en el ángulo de deslizamiento de las llantas.

Figura 1.21 Características de curqueo de llantas de automóvil de pliegues radiales y convencionales.

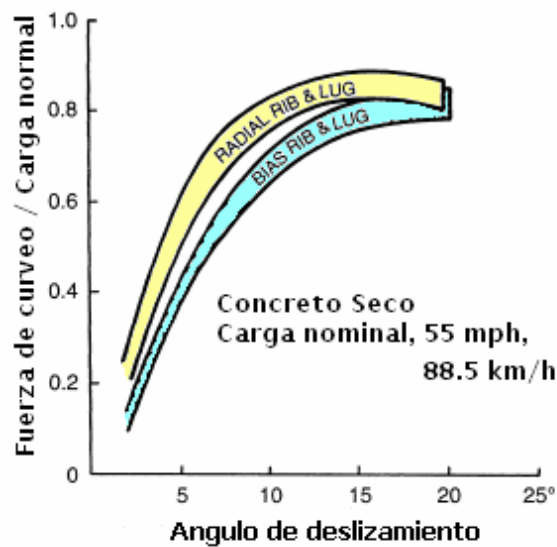


Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Se utiliza un parámetro llamado rigidez de curvado C_α para dar una medición comparativa del comportamiento de curvado de diferentes llantas. Esta definido como la derivada de la fuerza de curvado $F_{y\alpha}$ con respecto al ángulo de deslizamiento α evaluada cuando el ángulo de deslizamiento es igual a cero.

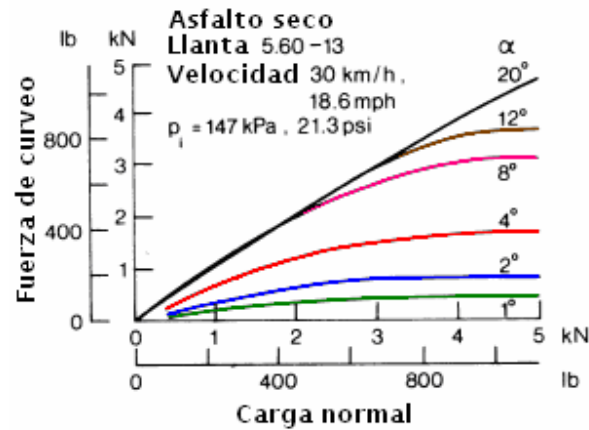
$$C_\alpha = \left. \frac{\partial F_{y\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (1.25)$$

Figura 1.22 Características de curvado de llantas de camión en concreto seco de pliegues radiales y convencionales.



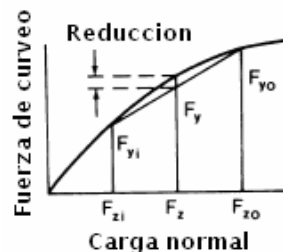
Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations"
University of Michigan, Ann Arbor, 1984

Figura 1.23 Efecto de la carga normal en las características de curqueo de las llantas de automóviles.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Figura 1.24 Efecto de la transferencia de carga lateral en la capacidad de dar curvas de un par de llantas en un eje.

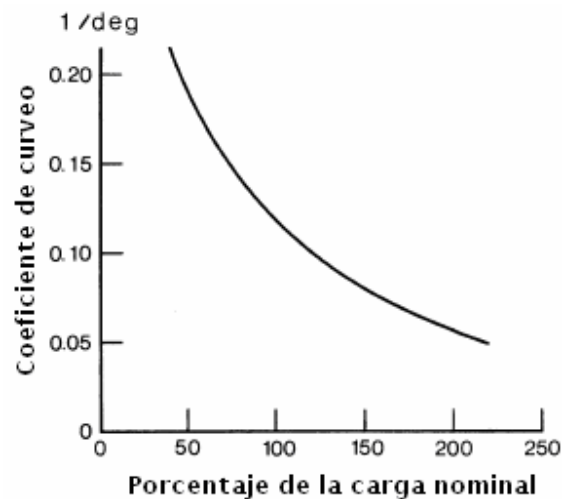


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para evaluar el efecto de la carga normal en la habilidad de curqueo de las llantas, se usa un parámetro llamado coeficiente de curqueo, el cual es definido como la rigidez de curqueo por unidad de carga normal. La figura 1.25 muestra una relación típica entre el coeficiente de curqueo y la carga normal de

la llanta⁶². Esta figura muestra que el coeficiente de curvado decrece con el incremento en la carga normal.

Figura 1.25 Efecto de la carga normal en el coeficiente de curvado de la llanta.



Fuente: **J.J. Taborek**, "Mechanics of Vehicles," Machine Design, 1957

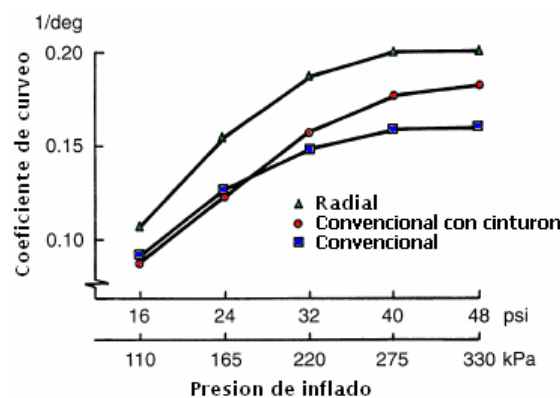
La presión de inflado usualmente tiene un efecto moderado en las propiedades de curvado de la llanta. En general, la rigidez de curvado de la llanta aumenta con el aumento en la presión de inflado. La figura 1.26 muestra una comparación de los coeficientes de curvado a diferentes presiones de inflado para llantas de automóviles de pasajeros de pliegues radiales, convencionales y convencionales con cinturón⁶³. La tabla 1.4 muestra unos ejemplos de los valores del coeficiente de curvado para llantas de camión bajo cargas y presiones de inflado nominales.

⁶² **J.J. Taborek**, "Mechanics of Vehicles," *Machine Design*, May 30–Dec. 26, 1957

⁶³ **B.L. Collier and J.T. Warchol**, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980.

Ángulo de Deslizamiento y Torque de Alineamiento. Como se mencionó en la sección 1.4.1, la fuerza F_s aplicada en el centro de la llanta y la fuerza de curvado $F_{y\alpha}$ desarrollada en el plano de contacto, son usualmente no colineales, como se ve en la figura 1.20. Esto da cabida a un torque comúnmente llamado como torque de alineamiento o de auto-alineamiento. La figura 1.27 muestra una gráfica de la fuerza de curvado contra el torque de alineamiento para las llantas de un automóvil de pasajeros a varios ángulos de deslizamiento bajo diferentes cargas normales⁶⁴. Las figuras 1.28 y 1.29 muestran las variaciones del torque de alineamiento con el ángulo de deslizamiento y la carga normal para llantas de camión de pliegues convencionales (10.00-20/F) y para llantas de camión de pliegues radiales (10.00-20/G), respectivamente⁶⁵.

Figura 1.26 Variación del coeficiente de curvado con la presión de inflado para llantas de automóvil con pliegues radiales, convencionales y convencionales con cinturón.



Fuente: B.L. Collier and J.T. Warchol, "The Effect of Inflation Pressure on Bias, Bias-Belted and Radial Tire Performance," Society of Automotive Engineers, paper 800087, 1980

⁶⁴ V.E. Gough, "Practical Tire Research," *SAE Transactions*, vol. 64, 1956.

⁶⁵ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

Tabla 1.4 Coeficientes de curveto para llantas de camión bajo cargas y presiones de inflado nominales.

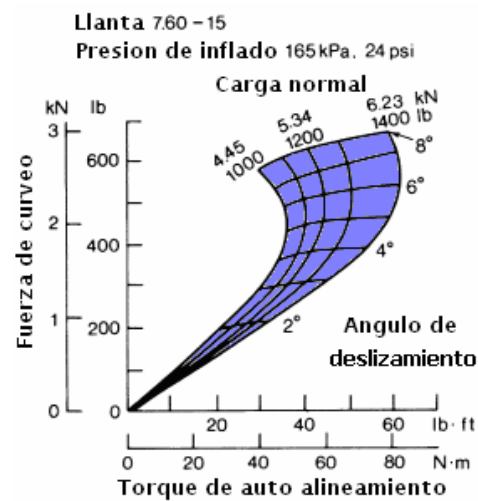
Tipo de Llanta	Tipo de Construcción	Coeficiente de curveto (deg ⁻¹)
Michelín Radial XZA (1/3 Banda)	Pliegues Radiales	0.1861
Michelín Radial XZA (1/2 Banda)	Pliegues Radiales	0.1749
Michelín Pilote XZA	Pliegues Radiales	0.1648
Michelín Radial XZA	Pliegues Radiales	0.1472
Goodyear Unisteel G159, 11R22.5 LRF a 655 kPa (95 psi)	Pliegues Radiales	0.1413
Michelín XZZ	Pliegues Radiales	0.1370
Goodyear Unisteel 11, 10R22.5 LRF a 620 kPa (90 psi)	Pliegues Radiales	0.1350
Goodyear Unisteel G159, 11R22.5 LRG a 792 kPa (115 psi)	Pliegues Radiales	0.1348
Goodyear Unisteel 11, 10R22.5 LRF a 758 kPa (110 psi)	Pliegues Radiales	0.1311
Firestone Transteel	Pliegues Radiales	0.1171
Firestone Transteel Traction	Pliegues Radiales	0.1159
Goodyear Unisteel R-1	Pliegues Radiales	0.1159
Goodyear Unisteel L-1	Pliegues Radiales	0.1121
Firestone Transport 1	Pliegues convencionales	0.1039
General GTX	Pliegues convencionales	0.1017
Goodyear Super Hi Miller	Pliegues convencionales	0.0956
Goodyear Custom Cross Rib	Pliegues convencionales	0.0912
Uniroyal Fleet Master Super Lub	Pliegues convencionales	0.0886
Firestone Transport 200	Pliegues convencionales	0.0789

Fuente: **P.S. Fancher, R.D. Ervin, C.B. Winkler y T.D. Gillespie.** "A Fact Book of the Mechanical Properties of the Components for Single-Unit and Articulated Heavy Trucks", Report No. DOT HS 807 125, UMTRI y TRIF.

Es interesante notar que con una carga normal dada, el torque de alineamiento primero se incrementa con el aumento del ángulo de deslizamiento; alcanza un máximo a un ángulo de deslizamiento particular, y después decrece con un aumento posterior del ángulo de deslizamiento. Esto

es principalmente causado por el deslizamiento de la banda de rodamiento en la parte de arrastre del área de contacto a elevados ángulos de deslizamiento, lo cual resulta en mover el punto de aplicación de la fuerza de curvado hacia adelante.

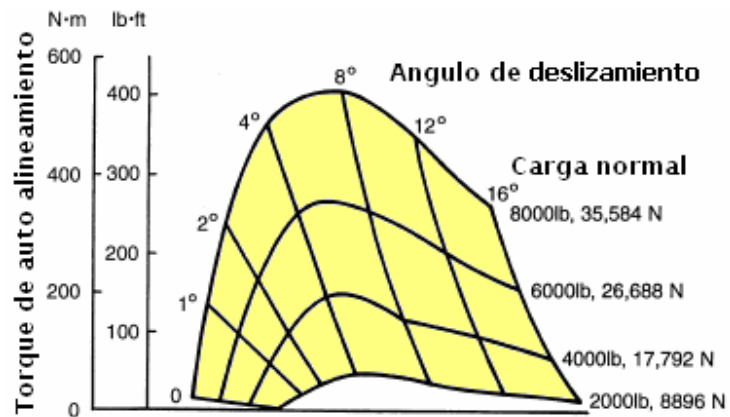
Figura 1.27 Variación del torque de auto-alineamiento con la fuerza de curvado de una llanta de automóvil bajo varias cargas normales.



Fuente: V.E. Gough, "Practical Tire Research," *SAE Transactions*, vol. 64, 1956.

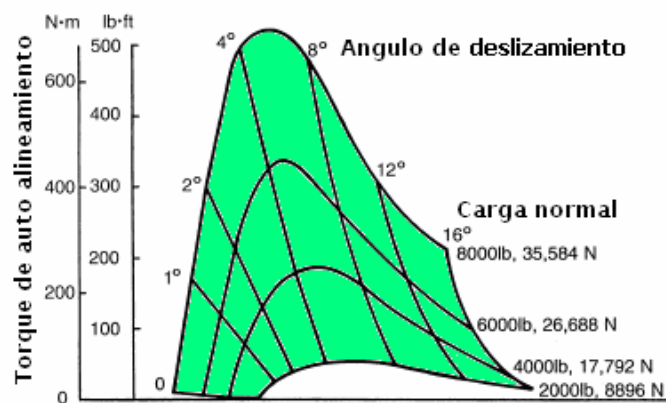
La fuerza longitudinal afecta el torque de alineamiento significativamente. En términos generales, el efecto del torque de avance consiste en incrementar el torque de alineamiento para un ángulo de deslizamiento dado, mientras el torque de frenado tiene un efecto opuesto. La presión de inflado y la carga normal también tienen efectos notables en el torque de alineamiento porque afectan el tamaño del área de contacto de la llanta. Una carga normal alta y una presión de inflado baja dan como resultado una longitud mayor del área de contacto de la llanta y por ende mayor rastro neumático. Esto causa un incremento en el torque de alineamiento.

Figura 1.28 Variación del torque de auto-alineamiento con la carga normal y el ángulo de deslizamiento para una llanta de camión de pliegues convencionales, 10.00-20/F.



Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations"
University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

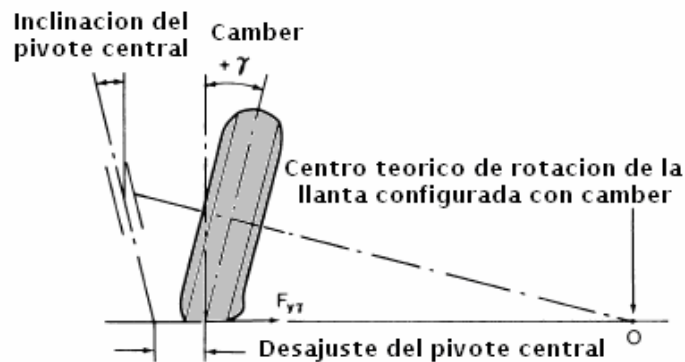
Figura 1.29 Variación del torque de auto-alineamiento con la carga normal y el ángulo de deslizamiento para una llanta de camión de pliegues radiales, 10.00-20/G.



Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations"
University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

Camber y Empuje del Camber. Camber es la inclinación del plano de la llanta desde un plano perpendicular a la superficie de la carretera viendo la parte posterior del vehículo, como se muestra en la figura 1.30. Su propósito principal es lograr una presión axial en el cojinete y disminuir el desajuste del pivote central (*king-pin*). El camber en automóviles de pasajeros esta entre $\frac{1}{2}^\circ$ y 1° . Ángulos elevados de camber producen excesivo desgaste de la llanta⁶⁶.

Figura 1.30 Comportamiento de una llanta configurada con ángulo de camber.



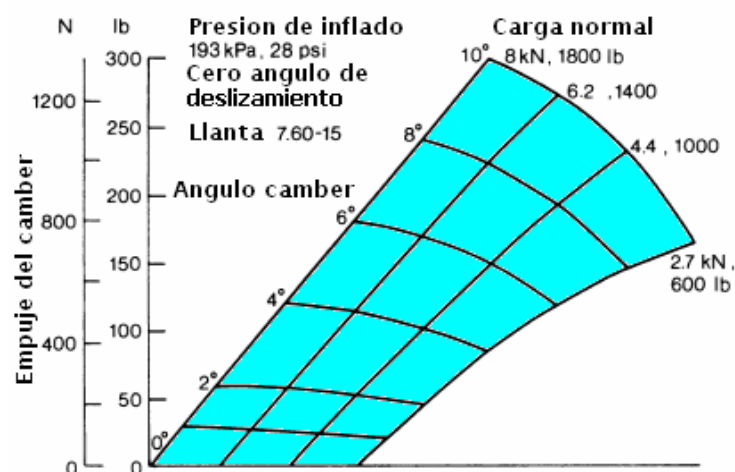
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El camber causa una fuerza lateral que se desarrolla en el plano de contacto; esta fuerza lateral es usualmente referida como el empuje del camber $F_{y\gamma}$, y el desarrollo de este empuje se puede explicar de la siguiente manera. Una llanta en rodadura pura con ángulo de camber girará alrededor del punto O, como se muestra en la figura 1.30. Sin embargo, la llanta configurada con ángulo de camber en el vehículo esta restringida a moverse en línea recta. Entonces una fuerza lateral en la dirección del ángulo de camber se desarrolla en el plano de contacto. Es interesante notar que el empuje del camber actúa

⁶⁶ J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles," *Machine Design*, May 30–Dec. 26, 1957.

delante del centro de la llanta, por ello forma un pequeño torque producto del camber. La relación entre el empuje del camber y el ángulo de camber (con ángulo de deslizamiento cero) para una llanta de automóvil de pasajeros de pliegues convencionales se muestra en la figura 1.31⁶⁷. Se ha visto que el empuje del camber es aproximadamente un quinto del valor de la fuerza de curvado obtenida de un ángulo de deslizamiento equivalente para llantas de pliegues convencionales y algo menor para llantas de pliegues radiales.

Figura 1.31 Variación del empuje del camber con el ángulo de camber y la carga normal para una llanta de automóvil.



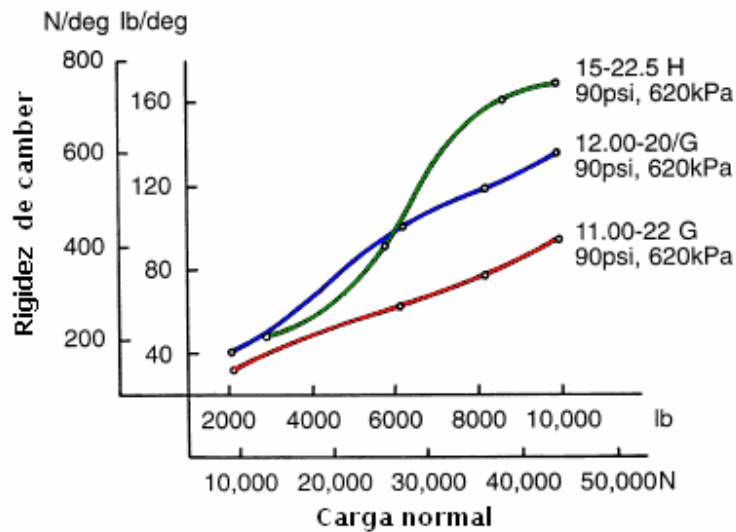
Fuente: D.L. Nordeen and A.D. Cortese, "Force and Moment Characteristics of Rolling Tires," Society of Automotive Engineers, paper 713A, 1963.

Usualmente un parámetro llamado rigidez de camber se usa para dar una medición que permita comparar las características de camber de diferentes llantas. Esta definido como la derivada del empuje del camber con respecto al ángulo de camber evaluado en cero.

⁶⁷ D.L. Nordeen and A.D. Cortese, "Force and Moment Characteristics of Rolling Tires," Society of Automotive Engineers, paper 713A, 1963

$$C_r = \left. \frac{\partial F_{y\gamma}}{\partial \gamma} \right|_{\gamma=0} \quad (1.26)$$

Figura 1.32 Variación de la rigidez de camber con la carga normal para llantas de camión.



Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations" University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

Al igual que la rigidez de curvado, la carga normal y la presión de inflado tienen una influencia en la rigidez de camber. La figura 1.32 muestra las variaciones de la rigidez de camber con la carga normal para tres llantas de camión infladas con una presión de 620 kPa (90 psi)⁶⁸. Se ha encontrado que para las llantas de camión, el valor de la rigidez de camber es aproximadamente de un décimo a un quinto del valor de la rigidez de curvado bajo condiciones de operación similares.

⁶⁸ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

La fuerza lateral total de una llanta configurada con ángulo de camber operando con un ángulo de deslizamiento es la suma de la fuerza de curvado $F_{y\alpha}$ y el empuje del camber $F_{y\gamma}$.

$$F_y = F_{y\alpha} \pm F_{y\gamma} \quad (1.27)$$

Si la fuerza de curvado y el empuje del camber están en la misma dirección, se deberá usar el signo positivo en la ecuación anterior. Para ángulos pequeños de deslizamiento y de camber, la relación entre la fuerza de curvado y el ángulo de deslizamiento, y entre el empuje del camber y el ángulo de camber son esencialmente lineales; entonces la fuerza lateral total de una llanta configurada con ángulo de camber operando con ángulo de deslizamiento puede ser determinada por:

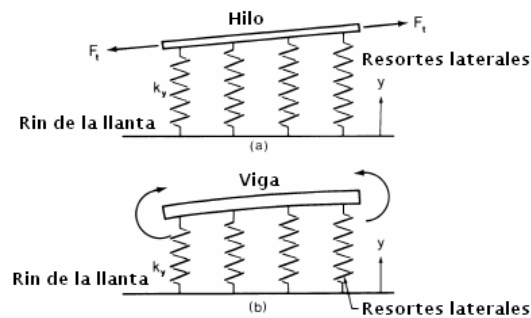
$$F_y = C_\alpha \alpha \pm C_\gamma \gamma \quad (1.28)$$

Como se discutió anteriormente, las fuerzas laterales debidas al ángulo de deslizamiento y al ángulo de camber producen un torque de alineamiento. El torque de alineamiento debido al ángulo de deslizamiento es usualmente mucho mayor.

Caracterización del Comportamiento Lateral de las Llantas. Se han desarrollado varios modelos matemáticos tentativos para el comportamiento lateral de las llantas neumáticas. Existen dos tipos básicos de modelos; uno es basado en asumir que la banda de rodadura de la llanta es equivalente a un hilo estirado restringido por resortes laterales que representan el costado, con el rin de la llanta como base de los resortes, tal como se muestra en la figura 1.33(a). En el otro modelo, la banda de rodadura es considerada

equivalente a una viga elástica con soportes continuos elásticos laterales, como se muestra en la figura 1.33(b)^{69 70}.

Figura 1.33 Modelos para el comportamiento lateral de las llantas. (a) Modelo de hilo estirado. (b) Modelo de viga en soportes elásticos.



Fuente: **J.R. Ellis**, *Vehicle Handling Dynamics*. London: Mechanical Engineering Publications, 1994.

En ambos modelos, se asume que el comportamiento lateral de la llanta se puede deducir de las características de la “línea ecuatorial” de la llanta, la cual es la intersección de la banda de rodamiento sin deformar con el plano de la llanta. La porción de la línea ecuatorial en el área de contacto es llamada la línea de contacto. Una de las mayores diferencias entre estos dos modelos básicos radica en que en el modelo del hilo estirado se permiten las discontinuidades en la curva de la línea ecuatorial, mientras para el modelo de viga, no. Se ha mostrado que para pequeños ángulos de deslizamiento, el modelo de hilo estirado puede suplir un entendimiento básico del

⁶⁹ **R. Hadekel**, “The Mechanical Characteristics of Pneumatic Tyres,” S&T Memo No. 10/ 52, Ministry of Supply, London, England, 1952.

⁷⁰ **J.R. Ellis**, *Vehicle Handling Dynamics*. London: Mechanical Engineering Publications, 1994.

comportamiento lateral de la llanta neumática. A continuación se discutirá el modelo de hilo estirado propuesto por Temple y von Schlippe⁷¹.

Considerando una llanta con movimiento en estado estable, con un ángulo de deslizamiento fijo. La forma de la línea ecuatorial BC en el área de contacto mostrada en la figura 1.34 es la trayectoria de la llanta, y no tiene movimiento relativo con el suelo cuando no hay deslizamiento. La línea punteada AB en la figura representa la proyección de la porción de la línea ecuatorial en la parte externa y delante del área de contacto. Como la llanta rueda hacia delante, los puntos de AB se vuelven puntos de BC . Esto indica que AB y BC deben tener una tangente común en el punto B . En la parte trasera del área de contacto, esta condición no se mantiene, y un cambio en la trayectoria se puede presentar en el punto C . Así, se puede decir que para una llanta girando, la curva de la línea ecuatorial es continua en el borde delantero del área de contacto, pero no necesariamente en el trasero.

Considerando un elemento de la línea ecuatorial mostrada en la figura 1.34. Haciendo que la deformación de la llanta sea y , y la distancia medida a lo largo de la línea ecuatorial sea x , con el origen en el centro del área de contacto. Se asume que la fuerza lateral aplicada en el rin por el elemento debido a la deformación lateral y esta dada, en su forma diferencial por:

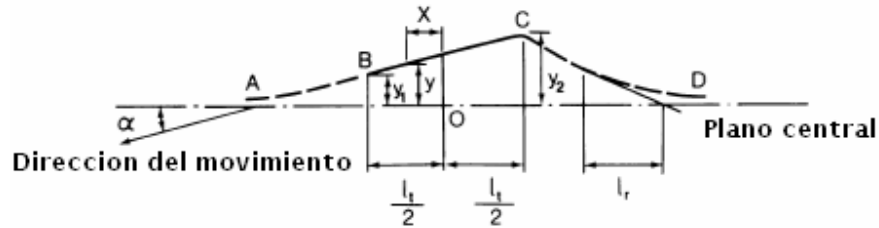
$$dF_{y1} = k_y y dx \quad (1.29)$$

donde k_y es la rigidez lateral de la llanta. Esta ecuación se aplica para todos los puntos de la periferia. Basados en información experimental de una muestra de llantas de camión pesado de pliegues radiales y convencionales

⁷¹ R. Hadekel, "The Mechanical Characteristics of Pneumatic Tyres," S&T Memo No. 10/ 52, Ministry of Supply, London, England, 1952.

bajo cargas y presiones de inflado nominales, se puede encontrar que el valor de k_y varia en un bajo rango. El valor promedio es aproximadamente 2275 kN/m² (330 lb/in²).

Figura 1.34 Comportamiento de la línea ecuatorial de una llanta girando sujeta a una fuerza lateral.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En un elemento de la línea ecuatorial, existe otra componente de la fuerza actuando en la dirección lateral, la cual es debida a la tensión en el hilo. Esta componente es proporcional a la curvatura de la línea ecuatorial, y para deformaciones pequeñas se expresa en forma diferencial como:

$$dF_{y2} = -F_t \frac{d^2y}{dx^2} dx \quad (1.30)$$

donde F_t representa la tensión en el hilo. Usualmente es conveniente escribir $F_t = k_y l_r^2$, donde l_r se define como la longitud de relajación, en la cual la deformación lateral se puede describir por medio de una función exponencial, decreciendo hasta 1/2.718 de su valor anterior, como se muestra en la figura 1.34.

Haciendo que l_t sea la longitud de contacto con el origen de x en el centro, y dejando que y_1 y y_2 sean las deformaciones de la línea ecuatorial en el inicio y fin del área de contacto, tal como se muestra en la figura 1.34. Sobre la parte

de la llanta que no esta en contacto con el suelo de longitud total l_h , la llanta no esta sujeta a cargas externas, entonces de las ecuaciones 1.29 y 1.30 se obtiene,

$$k_y \cdot \left(y - l_r^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 0 \quad (1.31)$$

La solución a esta ecuación diferencial producirá la forma deformada de la línea ecuatorial en la región libre, la cual esta dada por:

$$y = \frac{y_2 \cdot \sinh[(x - l_t / 2) / l_r] + y_1 \cdot \sinh[(l_t / 2 + l_h - x) / l_r]}{\sinh(l_h / l_r)} \quad (1.32)$$

Si r es el radio de la llanta, bajo condiciones normales l_h se encuentra entre $4.5r$ y $6r$, mientras l_r es aproximadamente igual a r ⁷². Por lo tanto la ecuación 1.32 se puede aproximar a una función exponencial.

Para la región libre cerca del área de contacto delantera (por ejemplo $x > l_t/2$),

$$y = y_1 \cdot \exp\left[-\frac{(x - l_t / 2)}{l_r}\right] \quad (1.33)$$

Para la región libre cerca del área de contacto trasera (por ejemplo $x < l_t/2 + l_h$),

$$y = y_2 \cdot \exp\left[-\frac{(l_t/2 + l_h - x)}{l_r}\right] \quad (1.34)$$

Así, en la región libre que no esta en contacto con el suelo pero cerca de cualquier extremo del área de contacto, la forma de la línea ecuatorial es de tipo de curva exponencial.

⁷² **R. Hadekel**, "The Mechanical Characteristics of Pneumatic Tyres," S&T Memo No. 10/ 52, Ministry of Supply, London, England, 1952.

Las expresiones para la deformación lateral y las fuerzas laterales que actúan en un elemento de la banda de rodamiento descritas anteriormente permiten la determinación de la fuerza de curvado y el torque de alineamiento en términos de las constantes k_y y l_r y la longitud de contacto l_t . Esto se puede lograr de dos maneras:

1. Integrando la fuerza lateral ejercida en la llanta sobre la longitud de contacto, incluyendo una longitud infinitesimal de la línea ecuatorial en la región libre en cualquier extremo, como lo propone Temple.
2. Integrando la fuerza lateral ejercida en el rin por la llanta sobre la circunferencia entera, incluyendo la longitud de contacto, como lo propone von Schlippe. La esencia de estos dos métodos se ilustra en la figura 1.35.

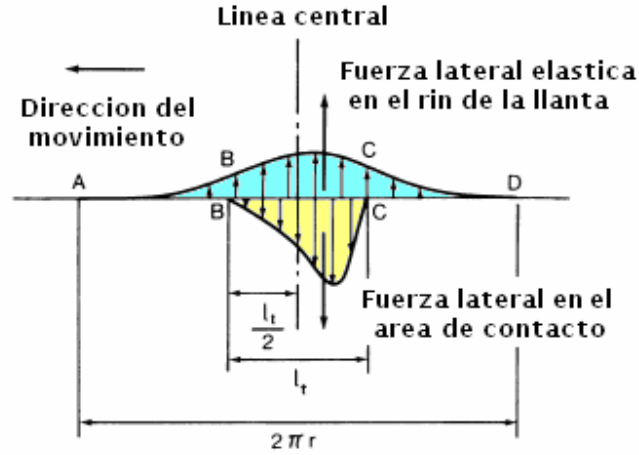
Siguiendo el método de Temple, y asumiendo que la línea ecuatorial en la región de contacto es una línea recta, se puede obtener la fuerza lateral total F_y por integración.

$$\begin{aligned}
 F_y &= k_y \int_{-l_t/2}^{l_t/2} \left(y - l_r^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) \cdot dx \\
 &= k_y \int_{-l_t/2}^{l_t/2} y \cdot dx - k_y l_r^2 \left(\frac{dy}{dx} \right) \Big|_{-l_t/2}^{l_t/2} \\
 &= k_y (y_1 + y_2) \cdot l_t / 2 + k_y l_r (y_1 + y_2) \\
 &= k_y (y_1 + y_2) \cdot (l_r + l_t / 2)
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Para una llanta que no gira sujeta a una fuerza netamente de costado,

$$y_1 = y_2 = y_0 \quad y \quad F_y = 2k_y y_0 \cdot (l_r + l_t/2) \quad (1.36)$$

Figura 1.35 Fuerza lateral actuando en el rin de la llanta en el área de contacto entre la llanta y el suelo.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El momento de la fuerza lateral sobre el eje vertical que pasa por el centro de contacto (por ejemplo, el torque de alineamiento) esta dado por:

$$\begin{aligned} M_z &= k_y \int_{-l_t/2}^{l_t/2} x \cdot \left(y - l_r^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) \cdot dx \\ &= k_y \int_{-l_t/2}^{l_t/2} xy \cdot dx - k_y l_r^2 \left(x \frac{dy}{dx} - y \right) \Big|_{-l_t/2}^{l_t/2} \\ &= k_y \frac{(l_t/2)^2}{3} (y_1 - y_2) + k_y l_r \left(l_r + \frac{l_t}{2} \right) (y_1 - y_2) \\ &= k_y (y_1 - y_2) \left[\frac{(l_t/2)^2}{3} + l_r \left(l_r + \frac{l_t}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.37)$$

Siguiendo la metodología de von Schlippe, uno puede obtener las mismas expresiones.

Para una llanta girando con un ángulo de deslizamiento α , la curva de la línea ecuatorial en el área de contacto es igual a $\tan \alpha$, si la banda de rodamiento en el área de contacto no esta deslizando. Entonces,

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{y_1 - y_2}{l_t} = -\frac{y_1}{l_r} \quad (1.38)$$

Sustituyendo la expresión anterior en las ecuaciones 1.35 y 1.37, las relaciones entre las magnitudes de la fuerza lateral, el torque de auto-alineamiento y el ángulo de deslizamiento se vuelven:

$$\frac{F_y}{\alpha} = 2k_y \left(l_r + \frac{l_t}{2} \right)^2 \quad (1.39)$$

$$\frac{M_z}{\alpha} = k_y l_t \left[\frac{(l_t/2)^2}{3} + l_r \left(l_r + \frac{l_t}{2} \right) \right] \quad (1.40)$$

El rastro neumático t_p esta dado por:

$$t_p = \frac{M_z}{F_y} = \frac{(l_t/2) \left[(l_t/2)^2/3 + l_r(l_r + l_t/2) \right]}{(l_r + l_t/2)^2} \quad (1.41)$$

Los parámetros básicos k_y y l_r , los cuales especifican las características de la elasticidad lateral de la llanta neumática, pueden ser medidos con pruebas pertinentes. Se puede apreciar que la razón de F_y/α con M_z/α es independiente de k_y , por lo tanto l_r se puede determinar de los valores medidos de F_y/α y M_z/α (conociendo la longitud de contacto de la llanta l_t). Por otro lado, la razón de $(F_y/y_0)^2$ de una llanta estática con F_y/α es independiente de l_r , por ende k_y se puede determinar de los valores medidos

de $(F_y/y_0)^2$ y F_y/α . Las mediciones de k_y y l_r se han llevado a cabo por muchos investigadores; por ejemplo, von Schlippe encontró que los valores de l_r varían aproximadamente de $0.6r$ a $0.9r$ para una familia de llantas de aviones de diferentes tamaños pero con proporciones similares⁷³. En cuanto a los valores de k_y , von Schlippe encontró que estaban alrededor del 90% del valor de la presión de inflado.

Las ecuaciones 1.39 y 1.40 indican que si no se presenta deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo; la fuerza lateral y el torque de alineamiento aumentan linealmente con el ángulo de deslizamiento. Este es el caso para ángulos pequeños de deslizamiento, como se muestra en la figura 1.21. A medida que el ángulo de deslizamiento aumenta, ocurre deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo. Asumir que la línea ecuatorial en el área de contacto es una línea recta ya no resulta valido. Entonces, la teoría propuesta por Temple y von Schlippe esta restringida a ángulos pequeños de deslizamiento.

Como se observa, usando la teoría de Temple o de von Schlippe para definir la relación entre la fuerza de curvado y el ángulo de deslizamiento, los valores de k_y y l_r deben ser conocidos. Su determinación es usualmente un proceso complicado, en vista de esto, se ha propuesto una teoría simplificada⁷⁴. En el modelo simplificado, se asume que no hay deslizamiento, la deformación lateral de y' de un elemento de la banda de rodamiento en el suelo a una

⁷³ R. Hadekel, "The Mechanical Characteristics of Pneumatic Tyres," S&T Memo No. 10/ 52, Ministry of Supply, London, England, 1952

⁷⁴ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984

distancia longitudinal x del frente del área de contacto (a lo largo del plano de la llanta) es proporcional a $\tan \alpha$, y esta dada por:

$$y' = x \cdot \tan \alpha \quad (1.42)$$

donde la deformación lateral y' es medida con respecto al punto delantero de contacto y perpendicular al plano de la llanta, y α es el ángulo de deslizamiento.

Si k_y' es la rigidez lateral equivalente de la llanta, entonces, cuando no existe deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo, la fuerza lateral por unidad de longitud de contacto viene dada por:

$$\frac{dF_{ya}}{dx} = k_y' x \cdot \tan \alpha \quad (1.43)$$

y la fuerza de curvado desarrollada en toda el área de contacto esta expresada por:

$$\begin{aligned} F_{ya} &= \int_0^{l_t} k_y' x \cdot \tan \alpha dx \\ &= (k_y' l_t^2 / 2) \cdot \tan \alpha \end{aligned} \quad (1.44)$$

donde l_t es la longitud de contacto de la llanta.

El término $(k_y' l_t^2 / 2)$ se puede tomar como la rigidez de curvado C_a definida por la ecuación 1.25 como la pendiente de la curva de fuerza de curvado con el ángulo de deslizamiento en el origen, la cual puede ser identificada fácilmente como:

$$\frac{k_y \gamma_t^2}{2} = C_\alpha = \left. \frac{\partial F_{y\alpha}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (1.45)$$

Por lo tanto, cuando no hay deslizamiento lateral en el área de contacto, la relación entre la fuerza de curveto y el ángulo de deslizamiento esta expresada por:

$$F_{y\alpha} = C_\alpha \cdot \tan \alpha \quad (1.46)$$

Si el ángulo de deslizamiento α es pequeño, $\tan \alpha \approx \alpha$ y la ecuación 1.46 se puede escribir como:

$$F_{y\alpha} = C_\alpha \cdot \alpha \quad (1.47)$$

Haciendo una aproximación similar a la utilizada para analizar la relación entre el esfuerzo de tracción y el deslizamiento longitudinal descrito en la Sección 1.3, se pueden determinar los valores críticos del ángulo de deslizamiento α_c y la fuerza de curveto $F_{y\alpha c}$, a la cual inicia el deslizamiento lateral de la parte de arrastre del área de contacto. El valor crítico de α_c esta dado por:

$$\alpha_c = \frac{\mu_p W}{2C_\alpha} \quad (1.48)$$

y el valor crítico de $F_{y\alpha c}$ esta dado por:

$$F_{y\alpha c} = \frac{\mu_p W}{2} \quad (1.49)$$

De manera similar, a la relación entre el esfuerzo de tracción – deslizamiento longitudinal descrito en las Sección 1.3, la ecuación 1.49 indica que la relación entre la fuerza de curveto y el ángulo de deslizamiento será lineal y no existirá

deslizamiento lateral, si la fuerza de curvado es menor que un medio de su valor pico ($\mu_p W/2$).

Cuando existe deslizamiento entre la banda de rodadura de la llanta y el suelo ($\alpha > \alpha_c$ o $F_{y\alpha} > F_{y\alpha c}$), la relación entre la fuerza de curvado y el ángulo de deslizamiento es análoga a la ecuación 1.17, expresada por:

$$F_{y\alpha} = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_\alpha \tan \alpha} \right) = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_\alpha \alpha} \right) \quad (1.50)$$

La ecuación anterior indica la naturaleza no lineal de la relación entre la fuerza de curvado y el ángulo de deslizamiento cuando existe deslizamiento lateral en parte del área de contacto.

Mientras que las teorías descritas anteriormente proveen una profundidad física en ciertos aspectos del comportamiento lateral de las llantas neumáticas, son representaciones simplificadas de un proceso altamente complejo. En las simulaciones del comportamiento dinámico lateral de los vehículos de carretera, para representar más acertadamente las características de las llantas, se usan con más frecuencia datos medidos de la llanta en lugar de las relaciones teóricas. Los datos medidos de las llantas ordenados en forma de tabla o representados por ecuaciones empíricas pueden ser usados como variables de entrada en los modelos de simulación. Por ejemplo, la siguiente ecuación empírica se ha propuesto para representar la relación entre la fuerza de curvado $F_{y\alpha}$ y el ángulo de deslizamiento α :

$$F_{y\alpha} = c_1 \alpha + c_2 \alpha^2 + c_3 \alpha^3 \quad (1.51)$$

donde c_1 , c_2 y c_3 son constantes empíricas determinadas de los datos medidos para una llanta dada, aplicándole una regresión a la ecuación 1.51.

Como se mencionó antes, la carga normal tiene una influencia significativa en el desarrollo de la fuerza de curvado. Para tener en cuenta los efectos de la carga normal⁷⁵, los coeficientes c_1 , c_2 y c_3 se pueden expresar como una función cuadrática de la carga normal. Esto requiere un ejercicio adicional de regresión.

Siguiendo con la discusión del comportamiento lateral de las llantas neumáticas descrito anteriormente, el efecto de la fuerza lateral no se ha tenido en cuenta. Sin embargo, generalmente tanto la fuerza lateral como la fuerza longitudinal están presentes, como por ejemplo una frenada mientras se da un giro. En términos generales, el esfuerzo de tracción (o de frenado) reducirán la fuerza lateral (de curvado) que se pueda generar a un ángulo de deslizamiento dado; la fuerza lateral decrece gradualmente con un incremento en el esfuerzo de tracción o de frenado. A bajos valores de esfuerzos de tracción (o de frenado), el decrecimiento en la fuerza de curvado es principalmente causado por la reducción en la rigidez de curvado de la llanta. Un incremento posterior de la fuerza de tracción (o de frenado) resultaría en un decrecimiento pronunciado de la fuerza de curvado para un ángulo de deslizamiento dado. Esto es debido a la movilización de la adhesión local disponible por el esfuerzo de tracción (o de frenado), el cual reduce la cantidad de adhesión disponible en la dirección lateral.

⁷⁵ J.R. Ellis, *Vehicle Handling Dynamics*. London: Mechanical Engineering Publications, 1994.

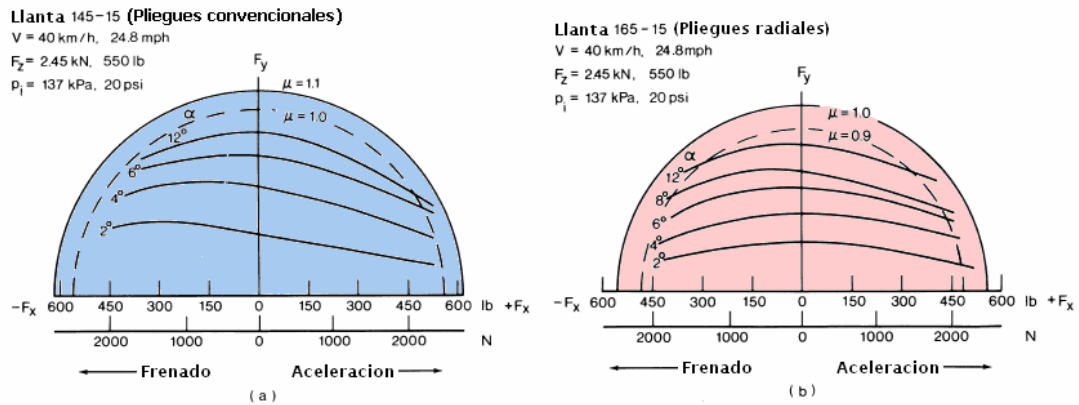
La diferencia en el comportamiento entre las llantas de pliegues radiales y convencionales de un automóvil de pasajeros es mostrada en la figura 1.36⁷⁶. Es interesante notar que para una llanta de pliegues radiales la fuerza de curqueo disponible a un ángulo de deslizamiento dado es más o menos la misma para una condición de aceleración y de frenado. Sin embargo, para una llanta de pliegues convencionales a un ángulo de deslizamiento dado, se obtiene una fuerza de curqueo mayor durante el frenado en comparación a cuando la llanta es acelerada. El hecho de que el esfuerzo de tracción (o de frenado) este presente requiere de un ángulo de deslizamiento superior para generar la misma fuerza lateral, esto también se ilustra en la figura 1.36. La figura 1.37 muestra el efecto de la fuerza longitudinal en el desarrollo de la fuerza de curqueo de una llanta de camión a diferentes ángulos de deslizamiento. De manera similar a lo mostrado por la figura 1.36, para una llanta de camión la fuerza disponible de curqueo a un ángulo de deslizamiento dado también decrece con el incremento en la fuerza longitudinal.

Es interesante señalar que si se dibuja una envolvente alrededor de cada familia de curvas de la figura 1.36⁷⁷, se obtiene aproximadamente una curva de forma semi - elíptica. Esta curva envolvente es usualmente referida como la elipse de fricción.

⁷⁶ H.C.A. van Eldik and Thieme and H.B. Pacejka, "The Tire as a Vehicle Component," *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

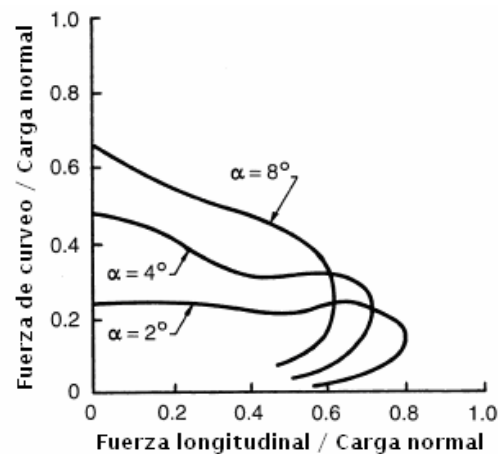
⁷⁷ T.L. Ford and F.S. Charles, "Heavy Duty Truck Tire Engineering," *The Thirty-Fourth L. Ray Buckendale Lecture*, Society of Automotive Engineers, SP-729, 1988.

Figura 1.36 Efecto del esfuerzo de tracción y de frenado en las características laterales de las llantas para automóviles de pliegues (a) convencionales y (b) radiales para pasajeros.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

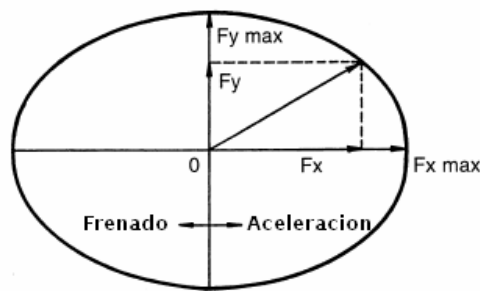
Figura 1.37 Efecto de la fuerza longitudinal en las características laterales de las llantas de camión.



Fuente: T.L. Ford and F.S. Charles, "Heavy Duty Truck Tire Engineering," The 34th L. Ray Buckendale Lecture, Society of Automotive Engineers, SP-729, 1988.

El concepto de la elipse de fricción esta basado en asumir que la llanta puede deslizar en el suelo en cualquier dirección si la resultante de la fuerza longitudinal (de tracción o de frenado) y la fuerza lateral (de curqueo) alcanza el valor máximo definido por el coeficiente de adhesión estática y la carga normal en la llanta. Sin embargo, los componentes de la fuerza longitudinal y lateral no pueden exceder sus respectivos valores máximos $F_{x\max}$ y $F_{y\max}$, como se muestra en la figura 1.38. $F_{x\max}$ y $F_{y\max}$ se pueden identificar de los datos medidos de la llanta, y constituyen respectivamente los ejes mayor y menor de la elipse de fricción.

Figura 1.38 La elipse de fricción.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en las observaciones experimentales descritas anteriormente, se han realizado unas alternativas para formular un marco analítico para predecir la fuerza longitudinal y la fuerza de curqueo como funciones del deslizamiento (o skid) longitudinal y el ángulo de deslizamiento.

Una de las teorías más simples para predecir la disponibilidad de fuerza de curqueo a un ángulo de deslizamiento específico en presencia de fuerza de tracción o de frenado se basa en el concepto de la elipse de fricción descrita

anteriormente. A continuación se muestra el procedimiento para determinar la disponibilidad de la fuerza de curvado basado en esta teoría:

1. De los datos medidos de la llanta, se debe graficar primero la relación entre la fuerza de curvado y el ángulo de deslizamiento bajo condiciones de rodadura pura, como se muestra en la figura 1.39(a).
2. Después se debe marcar en el eje vertical de la figura 1.39(b) las fuerzas de curvado a diferentes ángulos de deslizamiento bajo condiciones de rodadura pura. Por ejemplo, la fuerza de curvado desarrollada a un ángulo de deslizamiento de 4° es identificada como F_{y4} en el eje vertical, lo cual constituye el eje menor de la elipse que se establecerá.
3. De los datos medidos de la llanta, se debe marcar en el eje horizontal de la figura 1.39(b) el valor de la fuerza máxima de tracción o de frenado F_{xmax} , en ausencia de fuerza lateral, el cual constituye el eje mayor de la elipse.
4. La fuerza de curvado disponible F_y a un ángulo de deslizamiento dado, como por ejemplo 4° , mostrado en la figura 1.39(b), para una fuerza de tracción o de frenado F_x dada, es determinada de la siguiente ecuación:

$$\left(F_y / F_{y4}\right)^2 + \left(F_x / F_{xmax}\right)^2 = 1 \quad (1.52)$$

Se puede notar que la ecuación anterior describe una elipse con los valores medidos de F_{xmax} y F_{y4} como los ejes mayor y menor respectivamente.

Siguiendo el procedimiento mencionado, se puede determinar la fuerza de curvado disponible a cualquier ángulo de deslizamiento en presencia de cualquier fuerza de tracción o de frenado dada, y se puede dibujar un conjunto de curvas ilustrando las relaciones entre la fuerza de curvado y la

fuerza de tracción (o de frenado) a varios ángulos de deslizamiento, como se muestra en la figura 1.39(b). Se puede notar que para un ángulo de deslizamiento dado, la fuerza de curqueo se reduce mientras la fuerza de tracción (o de frenado) es aplicada a la llanta. Esto es consistente con las tendencias de los datos medidos mostrados en las figuras 1.36 y 1.37.

Basados en la teoría simplificada de la relación entre la fuerza de frenado y el skid longitudinal descrita en la Sección 1.3 y entre la fuerza de curqueo y el ángulo de deslizamiento descrita antes en esta sección, se propone otro método semi-empírico para predecir la fuerza de frenado y la fuerza de curqueo en presencia de el skid longitudinal y el ángulo de deslizamiento⁷⁸.

En este método se asume que cuando no hay deslizamiento, la fuerza de frenado por unidad de longitud de contacto a una distancia x de la parte delantera del punto de contacto (ver ecuaciones 1.8 y 1.19) esta dada por:

$$\frac{dF_x}{dx} = k_t i_s x / (1 - i_s) \quad (1.53)$$

donde i_s es el skid longitudinal, definido por la ecuación 1.18.

Si al mismo tiempo, la llanta desarrolla un ángulo de deslizamiento α , entonces debido al skid longitudinal, la banda de rodamiento en contacto con el suelo será alargada a una rata igual a $1/(1-i_s)$. Como resultado, la deformación lateral y' de un punto de la banda de rodamiento en contacto con el suelo (ver ecuación 1.42) esta dada por:

$$y' = x \tan \alpha / (1 - i_s) \quad (1.54)$$

⁷⁸ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

La fuerza lateral correspondiente por unidad de longitud de contacto es entonces (ver ecuación 1.43) expresada por:

$$\frac{dF_{ya}}{dx} = k'_y x \tan \alpha / (1 - i_s) \quad (1.55)$$

Haciendo que p sea la presión normal uniforme en el área de contacto, b el ancho del área de contacto y μ el coeficiente de adhesión; entonces, basados en el concepto de la elipse de fricción descrita anteriormente, si la resultante de la fuerza de frenado y de la fuerza lateral por unidad de longitud de contacto es menor que el valor mínimo definido por el coeficiente de adhesión μ y la presión normal p , no existirá deslizamiento en un punto localizado una distancia x de la parte delantera del punto de contacto, esto es:

$$\sqrt{[k_t i_s x / (1 - i_s)]^2 + [k'_y x \tan \alpha / (1 - i_s)]^2} = \mu p b = \frac{\mu W}{l_t} \quad (1.56)$$

donde W es la carga normal y l_t es la longitud de contacto de la llanta.

Esto implica que si un punto a una distancia x de la parte delantera del punto de contacto está en la región de adhesión, entonces x debe ser menor que la longitud característica l_c , la cual define la longitud de la región de adhesión cuando no existe deslizamiento entre la banda de rodamiento de la llanta y el suelo. El valor de l_c en relación con la longitud de contacto l_t se puede derivar de la ecuación 1.56 y esta dado por:

$$\begin{aligned} \frac{l_c}{l_t} &= \frac{\mu W (1 - i_s)}{2 \sqrt{(k_t l_t^2 i_s / 2)^2 + (k'_y l_t^2 \tan \alpha / 2)^2}} \\ &= \frac{\mu W (1 - i_s)}{2 \sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \end{aligned} \quad (1.57)$$

donde $k_t l_t^2 / 2 = C_s$ y $k'_y l_t^2 / 2 = C_\alpha$, como se describe en las ecuaciones 1.21 y 1.45 respectivamente.

Si $l_c / l_t \geq 1$, el área de contacto esta toda en la región de adhesión. Entonces la fuerza de frenado estaría dada por:

$$\begin{aligned} F_x &= \int_0^{l_t} [k_t i_s x / (1 - i_s)] dx = k_t i_s l_t^2 / 2 (1 - i_s) \\ &= C_s i_s / (1 - i_s) \end{aligned} \quad (1.58)$$

y la fuerza de curvado $F_{y\alpha}$ como función del ángulo de deslizamiento α y el skid i_s es expresada por:

$$\begin{aligned} F_{y\alpha} &= \int_0^{l_t} [k'_x x \tan \alpha / (1 - i_s)] dx \\ &= k'_y l_t^2 \tan \alpha / 2 (1 - i_s) \\ &= C_\alpha \tan \alpha / (1 - i_s) \end{aligned} \quad (1.59)$$

Si $l_c / l_t < 1$, existe entonces deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo. La fuerza de frenado desarrollada en la región de adhesión F_{xa} esta dada por:

$$\begin{aligned} F_{xa} &= \int_0^{l_c} [k_t x i_s / (1 - i_s)] dx \\ &= \frac{\mu^2 W^2 C_s i_s (1 - i_s)}{4 [(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2]} \end{aligned} \quad (1.60)$$

y la fuerza de frenado desarrollada en la región de deslizamiento F_{xs} esta expresada como:

$$F_{xs} = \frac{\mu W C_s i_s}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{2 \sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \quad (1.61)$$

La fuerza total de frenado F_x esta dada por:

$$F_x = F_{xa} + F_{xs}$$

$$= \frac{\mu W C_s i_s}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{4 \sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \quad (1.62)$$

De manera similar, si existe deslizamiento entre la banda de rodamiento y el suelo, entonces la fuerza de curvado desarrollada en la región de adhesión esta dada por:

$$F_{y\alpha a} = \int_0^l [k'_y x \tan \alpha / (1 - i_s)] dx$$

$$= \frac{\mu^2 W^2 C_\alpha \tan \alpha (1 - i_s)}{4 [(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2]} \quad (1.63)$$

y la fuerza de curvado desarrollada en la región de deslizamiento esta expresada como:

$$F_{y\alpha s} = \frac{\mu W C_\alpha \tan \alpha}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{2 \sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \quad (1.64)$$

La fuerza total de curvado $F_{y\alpha}$ esta dada por:

$$F_{y\alpha} = F_{y\alpha a} + F_{y\alpha s}$$

$$= \frac{\mu W C_\alpha \tan \alpha}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{4 \sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \quad (1.65)$$

Se debe tener presente que los parámetros μ , W , C_s , y C_α pueden cambiar con las condiciones de operación. Por ejemplo, se ha encontrado que en una superficie dada, los valores de μ , C_s , y C_α son funciones de la carga normal y

de la velocidad de la llanta. En una maniobra dinámica que involucra frenado y viraje, la carga normal y la velocidad de las llantas en el vehículo cambian mientras dura la maniobra. Para obtener predicciones más acertadas, se deben tener en cuenta cuidadosamente los efectos de la carga normal y la velocidad en los valores de μ , C_s , C_α y otros parámetros de la llanta⁷⁹.

Existen otros métodos semi-empíricos para modelar el comportamiento de las llantas bajo los efectos combinados de la fuerza de curqueo y la fuerza de tracción o de frenado. Estos modelos son incorporados en computador para simular la respuesta direccional y el desempeño de frenado y de aceleración para vehículos comerciales.

Ejemplo 1.1 Una llanta de camión 10 x 20/F con carga normal de 24.15 kN (5430 lb) viaja en un pavimento de asfalto seco con un coeficiente de adhesión $\mu = 0.85$. La rigidez de curqueo de la llanta C_α es de 133.30 kN/rad (523 lb/deg) y la rigidez longitudinal C_s es de 186.82 kN/unit skid (42000 lb/unit skid). Estime la fuerza de frenado y la fuerza de curqueo que la llanta puede desarrollar a un ángulo de deslizamiento de $\alpha = 4^\circ$ y un skid longitudinal de 10%.

Solución. Para determinar si hay deslizamiento en el área de contacto bajo estas condiciones de operación, la razón l_c/l_t se debe calcular usando la ecuación 1.57:

$$\frac{l_c}{l_t} = \frac{\mu W(1 - i_s)}{2\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}}$$

⁷⁹ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

$$= \frac{0.85 \times 24.15 \times (1 - 0.1)}{2\sqrt{(186.82 \times 0.1)^2 + (133.30 \times 0.0699)^2}} = 0.442$$

Como $l_c/l_t < 1$, hay deslizamiento en parte del área de contacto.

La fuerza de frenado se puede predecir usando la ecuación 1.62:

$$\begin{aligned} F_x &= F_{xa} + F_{xs} \\ &= \frac{\mu W C_s i_s}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{4\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \\ &= \frac{0.85 \times 24.15 \times 186.82 \times 0.1}{\sqrt{(186.82 \times 0.1)^2 + (133.30 \times 0.0699)^2}} \\ &\quad \cdot \left[1 - \frac{0.85 \times 24.15 \times (1 - 0.1)}{4\sqrt{(186.82 \times 0.1)^2 + (133.30 \times 0.0699)^2}} \right] \\ &= 14.30 \text{ kN} \quad (3215 \text{ lb}) \end{aligned}$$

La fuerza de curvado se puede predecir usando la ecuación 1.65:

$$\begin{aligned} F_{y\alpha} &= F_{y\alpha a} + F_{y\alpha s} \\ &= \frac{\mu W C_\alpha \tan \alpha}{\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \left[1 - \frac{\mu W (1 - i_s)}{4\sqrt{(C_s i_s)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}} \right] \\ &= \frac{0.85 \times 24.15 \times 133.30 \times 0.0699}{\sqrt{(186.82 \times 0.1)^2 + (133.30 \times 0.0699)^2}} \\ &\quad \cdot \left[1 - \frac{0.85 \times 24.15 \times (1 - 0.1)}{4\sqrt{(186.82 \times 0.1)^2 + (133.30 \times 0.0699)^2}} \right] \end{aligned}$$

$$= 7.14 \text{ kN } (1605 \text{ lb})$$

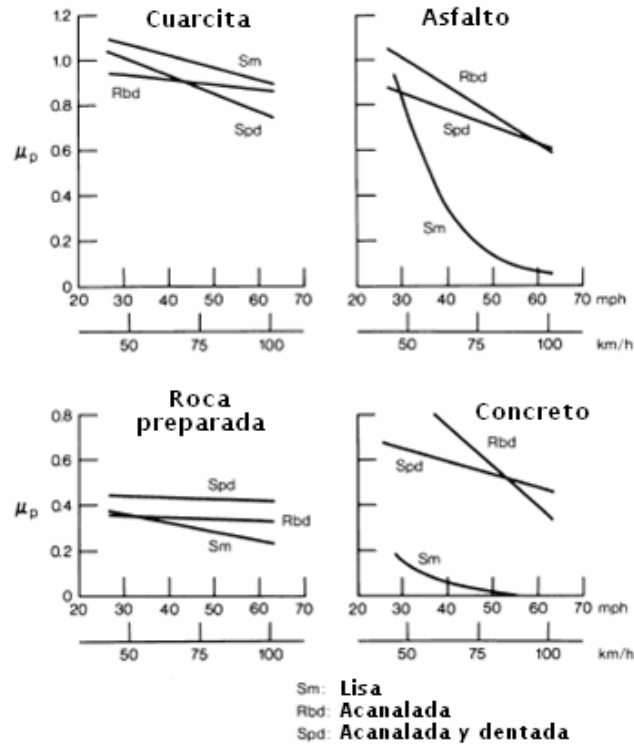
DESEMPEÑO DE LAS LLANTAS EN SUPERFICIES HÚMEDAS

El comportamiento de las llantas en superficies húmedas es de considerable interés desde el punto de vista de la seguridad vehicular, pues muchos accidentes ocurren en carreteras deslizadizas. El desempeño de las llantas en superficies húmedas depende de la textura de la superficie, la profundidad del agua, el labrado de la banda de rodamiento, la profundidad de la banda de rodamiento, el material de la banda de rodamiento y el modo de operación de la llanta (rodadura pura, frenando, acelerando o virando). Para alcanzar un desempeño aceptable en superficies húmedas (o mojadas), es de gran importancia mantener un contacto efectivo entre la banda de rodamiento de la llanta y la carretera, y no hay duda acerca de la necesidad de retirar el agua del área de contacto tanto cuanto sea posible.

Para mantener el contacto efectivo entre la llanta y la carretera, la banda de rodamiento de la llanta debe tener un patrón conveniente que facilite el flujo del fluido del área de contacto, y la superficie del pavimento debe tener una apropiada textura para facilitar también el drenaje. Para proveer una buena resistencia a una posible resbalada, las superficies de la carretera deben satisfacer dos requerimientos: una macroestructura abierta para facilitar un drenaje amplio, y una microdureza que produzca puntos agudos que puedan penetrar la capa de agua restante⁸⁰.

⁸⁰ A. Schallamach, "Skid Resistance and Directional Control," in S.K. Clark, Ed., *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 112. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

Figura 1.39 Efecto del diseño de la banda de rodamiento en el coeficiente de adhesión estática μ_p sobre superficies húmedas.

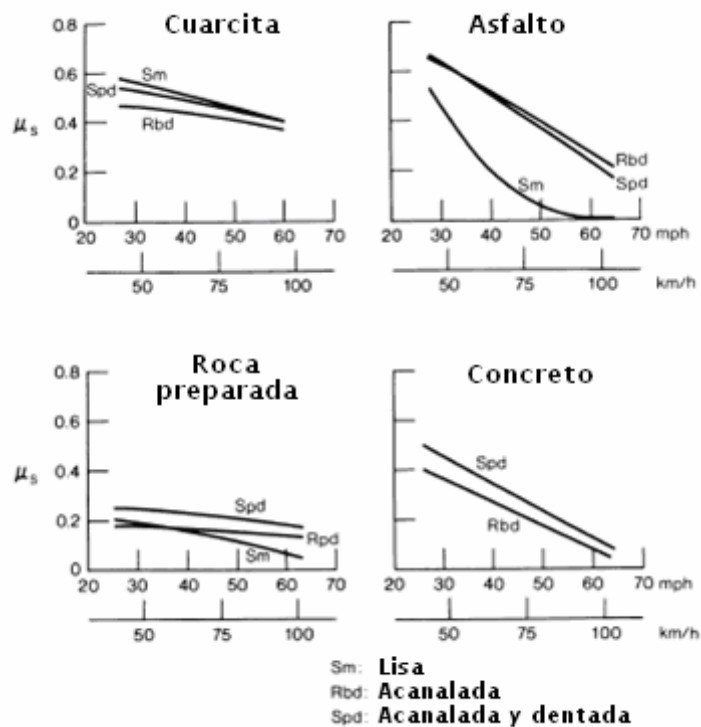


Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

El efecto del labrado de la banda de rodamiento y la velocidad en el desempeño de frenado de las llantas en varias superficies húmedas se han estudiado experimentalmente por un gran número de investigadores. Las figuras 1.39 y 1.40 muestran la variación de los valores del coeficiente de adhesión estática μ_p y dinámica μ_s con la velocidad para una llanta lisa, una llanta con acanaladuras y una llanta con acanaladuras y canales laterales, sobre cuarcita, asfalto, macadam y concreto. Se puede ver que existe una diferencia marcada en el coeficiente de adhesión entre los patrones de las llantas, incluyendo las llantas con acanaladuras y canales laterales, y las

llantas lisas sobre asfalto y concreto húmedo. Los labrados de la banda de rodamiento incrementan los valores de los coeficientes de adhesión y reducen su dependencia con la velocidad. En contraste, hay un pequeño efecto del labrado en superficies húmedas de cuarcita, y un alto nivel del coeficiente de adhesión se mantiene durante todo el rango de velocidad. Así, se puede concluir que las ventajas de las llantas con labrados de la banda de rodamiento sobre las llantas lisas son más marcadas solo en superficies con pésimo drenaje.

Figura 1.40 Efecto del diseño de la banda de rodamiento en el coeficiente de adhesión dinámica μ_s sobre superficies húmedas.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Cuando una llanta neumática es frenada sobre una superficie inundada, el movimiento de la llanta crea una presión hidrodinámica en el fluido. La presión hidrodinámica que actúa en la llanta, crece de forma proporcional al cuadrado de la velocidad de la llanta y tiende a separar la llanta del suelo. A bajas velocidades, la parte delantera de la llanta anda sobre una cuña o una capa de fluido. Esta capa de fluido se extiende para atrás hacia el área de contacto mientras la velocidad de la llanta aumenta. A una velocidad en particular, el empuje hidrodinámico desarrollado bajo la llanta iguala la carga vertical, la llanta anda completamente en el fluido, y todo el contacto con el suelo es perdido. Este fenómeno se denomina como “aquaplaning” y es ilustrado en la figura 1.41 ⁸¹.

Para llantas lisas o sin labrado, que no proveen trayectorias de escape para el agua y para llantas con labrados en superficies inundadas con un fluido profundo que excede la profundidad del surco en la banda de rodamiento, la velocidad a la cual ocurre el aquaplaning puede ser determinada basada en la teoría de la hidrodinámica. Se puede asumir que la componente del empuje vertical de la fuerza hidrodinámica F_h es proporcional al área de contacto A entre la llanta y el suelo, la densidad del fluido ρ_f y el cuadrado de la velocidad del vehículo V .

$$F_h \propto \rho_f A V^2 \quad (1.66)$$

Cuando ocurre el aquaplaning, la componente del empuje vertical de la fuerza hidrodinámica es igual a la carga vertical que actúa sobre la llanta. La velocidad a la cual inicia el aquaplaning, es proporcional a la raíz cuadrada

⁸¹ S.K. Clark, “The Contact Between Tire and Roadway,” in S.K. Clark, Ed., *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.

de la presión nominal del contacto con el suelo W/A , la cual es proporcional a la presión de inflado de la llanta p_i ⁸².

Basados en este razonamiento y con datos experimentales mostrados en la figura 1.42 ⁸³, la siguiente formula se ha propuesto por Horne y Joyner para predecir la velocidad de aquaplaning V_p :

$$V_p = 10.35\sqrt{p_i} \quad [mph] \quad (1.67)$$

o

$$V_p = 6.34\sqrt{p_i} \quad [km/h] \quad (1.68)$$

donde p_i es la presión de inflado de la llanta en psi para la ecuación 1.67 y en kPa para la ecuación 1.68.

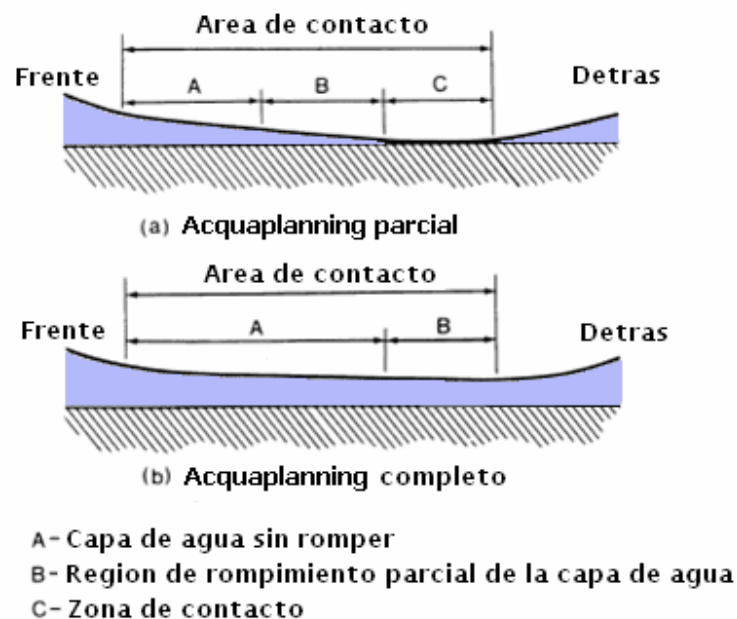
Para llantas de automóviles de pasajeros, la presión de inflado esta generalmente en el rango de 193 – 248 kPa (28 – 36 psi). De acuerdo con la ecuación 1.68, la velocidad de aquaplaning V_p para una llanta a una presión de 193 kPa (28 psi) es aproximadamente 88 km/h (54.7 mph), lo cual es concordante con el rango de operación normal de estos vehículos. Para camiones pesados, la presión de inflado generalmente esta en el rango de 620 – 827 kPa (90 - 120 psi). De la ecuación 1.68, la velocidad de aquaplaning V_p para una llanta con presión de inflado de 620 kPa (90 psi) es aproximadamente 158 km/h (98 mph), la cual esta más allá del rango normal de operación de los camiones pesados. Esto sugiere que no es posible el aquaplaning en llantas de camiones pesados bajo condiciones normales.

⁸² **W.B. Horne and R.C. Dreher**, "Phenomena of Pneumatic Tire Hydroplaning," NASA TND-2056, Nov. 1963.

⁸³ **W.B. Horne and U.T. Joyner**, "Pneumatic Tire Hydroplaning and Some Effects on Vehicle Performance," Society of Automotive Engineers, paper 650145, 1965.

Sin embargo, el desempeño tractivo de las llantas de camión todavía es afectado significativamente por la presencia de fluido en pavimento húmedo.

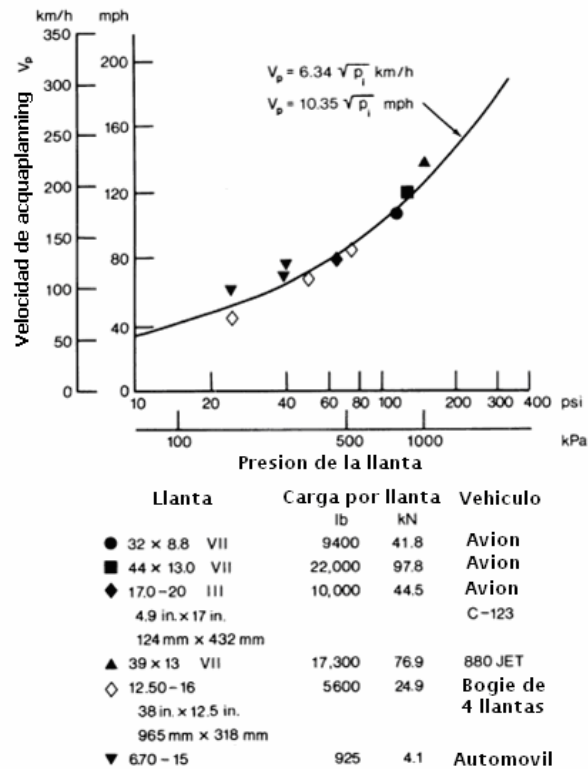
Figura 1.41 Acquaplaning de una llanta en superficies inundadas.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Para llantas con labrados en superficies húmedas donde la profundidad del fluido es menor que la profundidad del surco de la banda de rodamiento, la predicción de la velocidad de aquaplaning es más compleja, y todavía no se ha desarrollado una teoría aceptada en términos generales. Se ha encontrado que los parámetros de gran influencia en el aquaplaning son la textura superficial del pavimento, la profundidad del fluido en el pavimento, la viscosidad del fluido, la densidad del fluido, la presión de inflado de la llanta, la carga normal en la llanta, el labrado de la banda de rodamiento de la llanta y la profundidad de la banda de rodamiento de la llanta.

Figura 1.42 Variación de la velocidad de acquaplaning con la presión de inflado de las llantas.

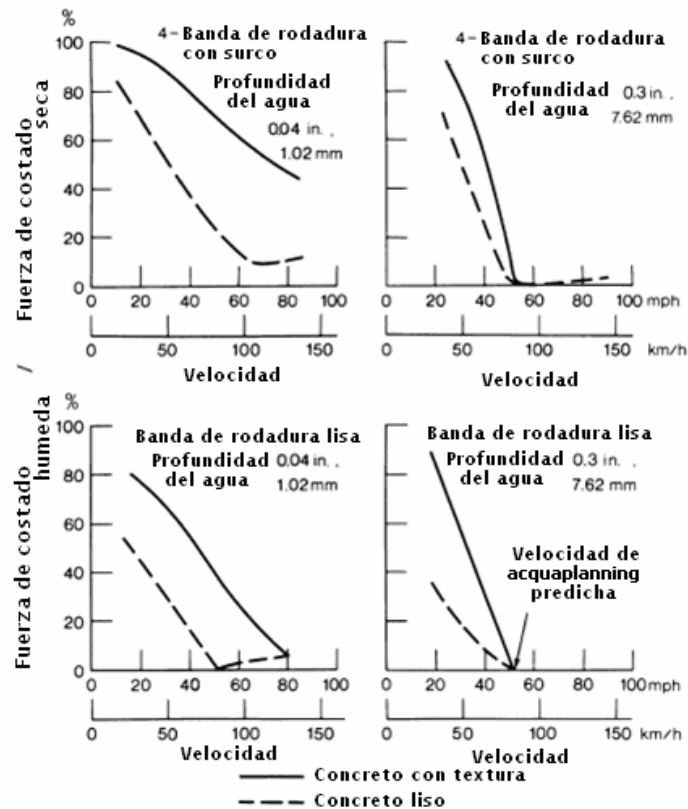


Fuente: **W.B. Horne and U.T. Joyner**, "Pneumatic Tire Hydroplaning and Some Effects on Vehicle Performance," Society of Automotive Engineers, paper 650145, 1965.

El efecto más importante del acquaplaning es la reducción del coeficiente de fricción entre la llanta y el suelo. Esto afecta el frenado, el control de viraje y la estabilidad direccional. La figura 1.43 muestra la degradación de la fuerza de curvado de las llantas de automóviles de pasajeros en dos superficies húmedas diferentes a varias velocidades⁸⁴.

⁸⁴ **W.B. Horne and R.C. Dreher**, "Phenomena of Pneumatic Tire Hydroplaning," NASA TND-2056, Nov. 1963.

Figura 1.43 Efecto del diseño de la banda de rodamiento y las condiciones de la superficie en la degradación de la capacidad de curqueo de las llantas en superficies húmedas.

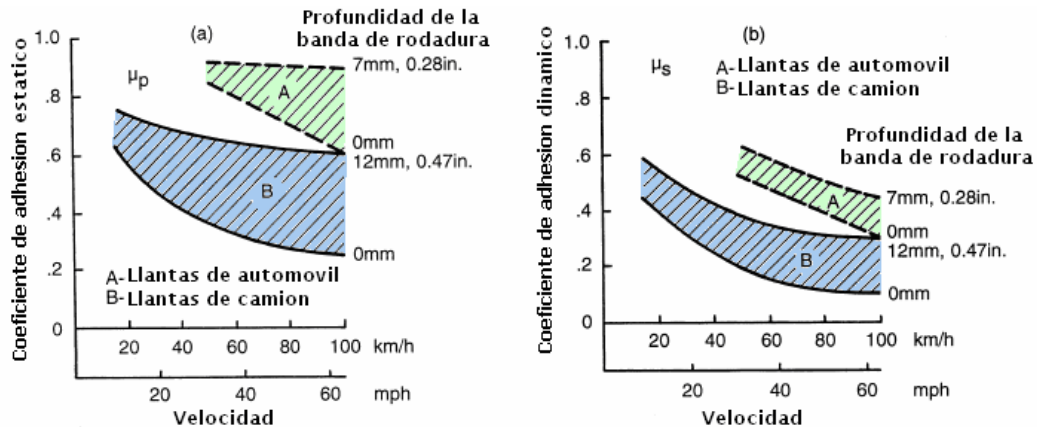


Fuente: W.B. Horne and U.T. Joyner, "Pneumatic Tire Hydroplaning and Some Effects on Vehicle Performance," Society of Automotive Engineers, paper 650145, 1965.

Se debe mencionar que debido a la diferencia en las prioridades en el diseño entre las llantas de camiones y automóviles de pasajeros, existe una notable diferencia en la tracción sobre pavimento húmedo. La figura 1.44 muestra una comparación entre los coeficientes de adhesión estática μ_p y dinámica μ_s sobre pavimento húmedo de tres llantas de camión de pliegues radiales y

unas muestras correspondientes a llantas para automóviles de pasajeros de pliegues radiales con diferentes profundidades de la banda de rodamiento⁸⁵.

Figura 1.44 Comparación del coeficiente de adhesión (a) estática μ_p y (b) dinámica μ_s de las llantas de camión y automóvil en superficies húmedas.



Fuente: L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations" University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

Se puede ver que el desempeño tractivo de las llantas de camiones probadas es sustancialmente peor que el desempeño de las llantas de automóviles de pasajeros en superficies húmedas.

En el diseño de las llantas de camiones pesados, se da un gran énfasis en la vida de la banda de rodamiento. Como resultado, los patrones y los compuestos de la banda de rodamiento para llantas de camión son diferentes que los usados en llantas para automóvil de pasajeros. Por ejemplo, se usa mucho para llantas de camión caucho natural como polímero base, mientras

⁸⁵ L. Segel, "The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations," presented at the Engineering Summer Conferences, University of Michigan, Ann Arbor, 1984.

para las llantas de automóvil de pasajeros se adopta universalmente compuestos a base de caucho sintético.

Como se mencionó anteriormente, mientras los compuestos de caucho natural ofrecen mayor resistencia a la abrasión y menores pérdidas por histéresis, los compuestos de cauchos sintéticos proveen fundamentalmente mayores valores de coeficientes de adhesión, particularmente en pavimento húmedo. La diferencia sustancial en el desempeño tractivo entre las llantas de camión y de automóvil radica en la diferencia significativa de la distancia de frenado. Se ha reportado que en carreteras húmedas y deslizadizas, la distancia de frenado para un camión pesado con llantas entre las mejores y las peores disponibles pero de un tipo bastante común, podría ser de 1.65 a 2.65 veces mayor que la distancia de frenado de las llantas de automóvil de pasajeros con un agarre normal - alto⁸⁶.

PROPIEDADES DE MANEJO DE LAS LLANTAS

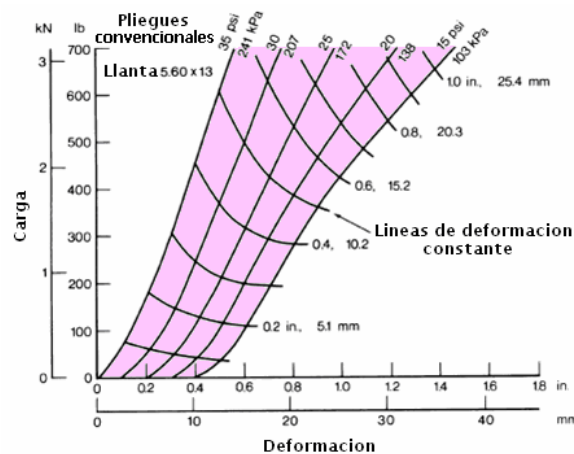
Soportar el peso del vehículo y amortiguarlo de las irregularidades de la superficie son las dos funciones básicas de las llantas neumáticas. Cuando una carga normal es aplicada a una llanta inflada, la llanta progresivamente se deforma mientras la carga es incrementada. La figura 1.45 muestra la relación de la carga estática con la deformación de una llanta 5.60 x 13 de pliegues convencionales bajo varias presiones de inflado⁸⁷. El tipo de diagrama mostrado en la figura 1.45 es usualmente referido como gráfica

⁸⁶ T. French, *Tire Technology*. Bristol and New York: Adam Hilger, 1989.

⁸⁷ J.A. Overton, B. Mills, and C. Ashley, "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire," in *Proc. Institution of Mechanical Engineers*, vol. 184, part 2A, no. 2, 1969–1970.

“lattice”, en la cual el origen de cada curva de carga versus deformación es desplazada a lo largo del eje de la deformación por un valor proporcional a la presión de inflado. La relación entre la carga y la presión de inflado para deformaciones constantes también se puede ver en la gráfica “lattice”. La figura 1.46 muestra la interrelación de la carga estática, la presión de inflado y las deformaciones, para una llanta 165 x 13 de pliegues radiales para automóviles de pasajeros. Las gráficas “lattice” de carga – deformación para llantas de tractor 11 – 36 y 7.50 – 16 a varias presiones de inflado, son mostradas en las figuras 1.47 y 1.48 respectivamente. Las curvas de carga vertical versus deformación son útiles para estimar la rigidez estática vertical de las llantas.

Figura 1.45 Relación de carga estática versus deformación de una llanta de pliegues convencionales de automóvil.

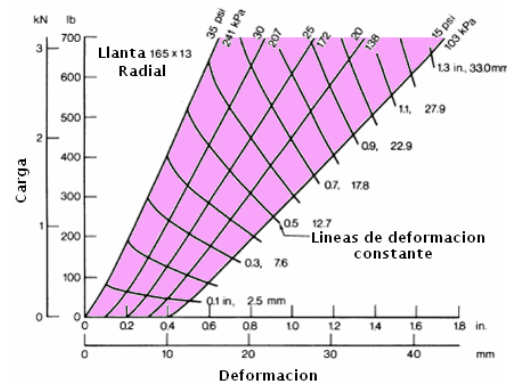


Fuente: **J.A. Overton**, “The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire,” in Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 184, part 2A, no. 2, 1969–1970.

En el análisis de la vibración del vehículo y la simulación del manejo, las características de amortiguación de una llanta neumática se pueden representar por medio de varios modelos matemáticos. El más usado y el

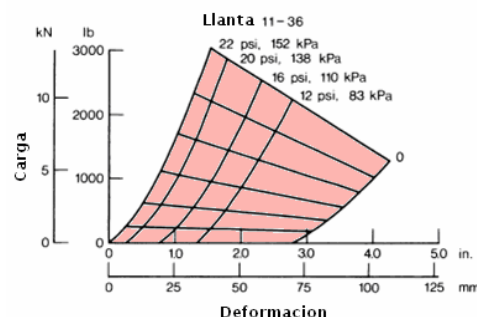
modelo más simple representando el modo fundamental de vibración de la llanta neumática, consiste de un elemento de masa y un resorte lineal en paralelo con un amortiguador, como se muestra en la figura 1.49. Otros modelos se han propuestos como el llamado modelo viscoelástico mostrado también en la figura 1.49.

Figura 1.46 Relación de carga estática versus deformación de una llanta de pliegues radiales de automóvil.



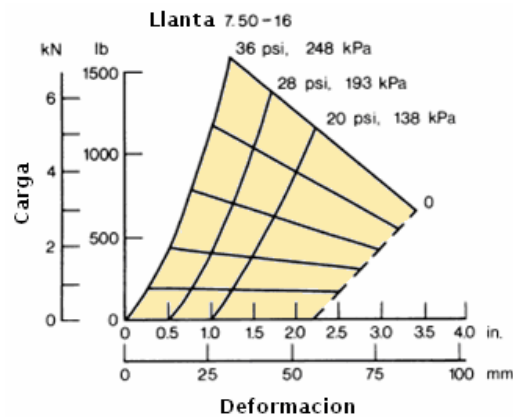
Fuente: **J.A. Overton**, "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire," in Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 184, part 2A, no. 2, 1969-1970.

Figura 1.47 Relación de carga estática versus deformación de una llanta de tractor 11 - 36.



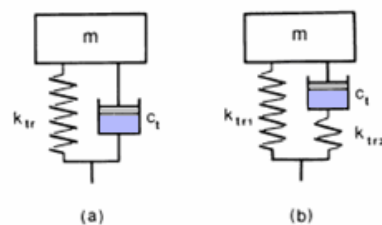
Fuente: **J. Matthews and J.D.C. Talamo**, "Ride Comfort for Tractor Operators, III. Investigation of Tractor Dynamics by Analogue Computer Simulation," Journal of Agricultural Engineering Research, vol. 10, no. 2, 1965.

Figura 1.48 Relación de carga estática versus deformación de una llanta de tractor 7.50 - 16.



Fuente: J. Matthews and J.D.C. Talamo, "Ride Comfort for Tractor Operators, III. Investigation of Tractor Dynamics by Analogue Computer Simulation," Journal of Agricultural Engineering Research, vol. 10, no. 2, 1965.

Figura 1.49 (a) Modelo lineal y (b) modelo viscoelástico para análisis de vibraciones.



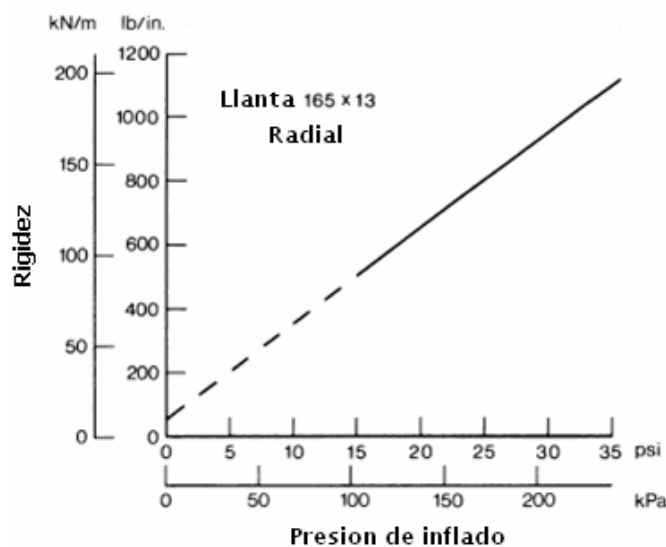
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Dependiendo de las condiciones de prueba, tres tipos distintos de valores de rigidez verticales se pueden definir: estático, dinámico sin rodamiento y dinámico con rodamiento.

La rigidez vertical estática de la llanta es determinada por la pendiente de la curva de carga estática contra deformación, como las mostradas en las figuras

1.45 – 1.48. Se ha encontrado que para una presión de inflado dada, las características de carga – deformación para las llantas de pliegues radiales y convencionales son más o menos lineales, excepto a valores relativamente bajos de carga. En consecuencia, se puede asumir que la constante elástica vertical de la llanta es independiente de la carga en el rango práctico de interés. La figura 1.50 muestra la variación de la rigidez de la llanta con la presión de inflado para una llanta 165 x 13 de pliegues radiales. Los valores de la rigidez fueron derivados de la curva de carga contra deformación mostrada en la figura 1.46. Los demás valores se encuentran tabulados en la tabla 1.6.

Figura 1.50 Variación de la rigidez con la presión de inflado de una llanta de pliegues radiales de automóvil.



Fuente: J.A. Overton, "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire," in Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 184, part 2A, no. 2, 1969–1970.

La rigidez dinámica sin rodamiento de la llanta se puede obtener usando varios métodos, uno de los más simples es el llamado prueba de caída. En

esta prueba, la llanta con cierta carga se deja caer libremente desde una altura a la cual la llanta este justo en contacto con el suelo. En consecuencia, la llanta se mantiene en contacto con el suelo durante toda la prueba y la respuesta transitoria de la llanta es guardada en un registro. Un trazo típico del decrecimiento de la amplitud es mostrado en la figura 1.51. Se pueden determinar los valores del coeficiente equivalente de amortiguación c_{eq} y la rigidez dinámica k_z de la llanta, usando la teoría de vibración libre de un sistema de un grado de libertad.

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{4m^2\omega_d^2\delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)}{1 - [\delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)]}} \quad (1.69)$$

y

$$k_z = \frac{m\omega_d^2}{1 - \delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)} \quad (1.70)$$

donde, ω_d es la frecuencia natural amortiguada de la llanta con masa m , y puede ser identificada del trazo del decrecimiento de la amplitud mostrado en la figura 1.51.

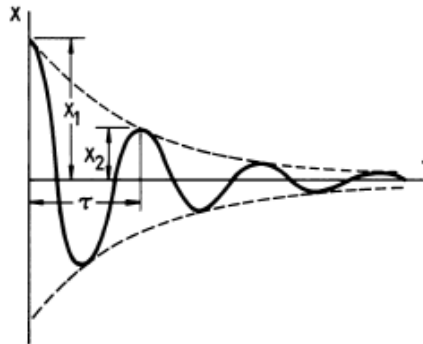
$$\omega_d = 2\pi / \tau \quad (1.71)$$

donde τ es el periodo de la oscilación amortiguada mostrada en la figura 1.51.

δ es el decrecimiento logarítmico, el cual esta definido como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes sucesivas cualesquiera, como x_1 y x_2 , mostradas en la figura 1.51.

$$\delta = \ln(x_1 / x_2) \quad (1.72)$$

Figura 1.51 Registro del decrecimiento de la amplitud de la llanta en la prueba de caída.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La prueba de caída también se puede desarrollar utilizando una máquina de pruebas de resistencia de la llanta, la cual consiste de una viga pivotada en un extremo para mantener la llanta de prueba recostada contra un tambor. Para iniciar la prueba, la viga es desplazada y el sistema presenta oscilación angular sobre el pivote de la viga, y el trazo del decrecimiento de la amplitud del desplazamiento angular es registrado. Se pueden derivar un número de ecuaciones para sistemás torsionales, similares a las del sistema lineal de un grado de libertad descritas anteriormente, para determinar el coeficiente equivalente de amortiguación y la rigidez dinámica sin rodamiento de la llanta, del trazo del decrecimiento.

La tabla 1.6 muestra los valores de la rigidez dinámica sin rodamiento y el coeficiente de amortiguación de las llantas de tractor 11 – 36 y 7.5 – 16, y los valores de la llanta terra 26 x 12.00 - 12. Los valores del coeficiente de amortiguación para la llanta 5.60 x 13 de pliegues convencionales y la llanta 165 x 13 de pliegues radiales para automóvil están dadas en la tabla 1.5.

La rigidez dinámica con rodamiento de la llanta se determina usualmente midiendo la respuesta de la llanta rodando con una excitación armónica. La respuesta es normalmente medida en el cubo y la excitación esta dada en la banda de rodamiento. Examinando la razón entre la salida y la entrada y el ángulo de fase, es posible determinar la constante elástica dinámica y el coeficiente de amortiguación de la llanta rodando.

Un método alternativo para determinar la rigidez dinámica de la llanta es midiendo la frecuencia natural cuando esta rueda sobre un tambor o una correa. La figura 1.52 muestra los valores de la rigidez dinámica para varios tipos de llantas de automóvil obtenidas mediante este método⁸⁸. Se muestra que la rigidez dinámica de las llantas de automóvil decrecen agudamente tan pronto la llanta entra en rodamiento. Sin embargo, después de una velocidad de aproximadamente 20 km/h (12 mph), la influencia de la velocidad se vuelve menos importante.

La tabla 1.7 muestra los valores de la rigidez vertical de una muestra de llantas de camión con carga y presión de inflado nominal. Estos son obtenidos cuando las llantas estaban rodando a una velocidad relativamente baja.

⁸⁸ H.C.A. van Eldik and Thieme and H.B. Pacejka, "The Tire as a Vehicle Component," *Mechanics of Pneumatic Tires*, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971

Tabla 1.5 Coeficiente de amortiguación de la llantas.

Llanta	Presión de inflado	Coeficiente de amortiguación
Pliegues convencionales 5.60 x 13	103.4 kPa (15 psi)	4.59 kN· s/m (315 lb· s/ft)
	137.9 kPa (20 psi)	4.89 kN· s/m (335 lb· s/ft)
	172.4 kPa (25 psi)	4.52 kN· s/m (310 lb· s/ft)
	206.9 kPa (30 psi)	4.09 kN· s/m (280 lb· s/ft)
	241.3 kPa (35 psi)	4.09 kN· s/m (280 lb· s/ft)
Pliegues radiales 165 x 13	103.4 kPa (15 psi)	4.45 kN· s/m (305 lb· s/ft)
	137.9 kPa (20 psi)	3.68 kN· s/m (252 lb· s/ft)
	172.4 kPa (25 psi)	3.44 kN· s/m (236 lb· s/ft)
	206.9 kPa (30 psi)	3.43 kN· s/m (235 lb· s/ft)
	241.3 kPa (35 psi)	2.86 kN· s/m (196 lb· s/ft)

Fuente: **J. A. Overton, B. Mills y C. Ashley**, "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire", in Proc. Institution of Mechanical Engineering, vol 184, part 2A, no. 2, 1969-1970.

La figura 1.53 muestra la variación de la rigidez dinámica de una llanta 13.6 x 38 de tractor radial con la velocidad. La carga estática en la llanta fue de 18.25 kN (4092 lb), y la presión de inflado fue de 138 kPa (20 psi). Se puede ver que la rigidez dinámica de una llanta de tractor decrece agudamente tan pronto la llanta comienza a rodar, similar a lo que sucede con la llanta de automóvil de pasajeros mostrada en la figura 1.52.

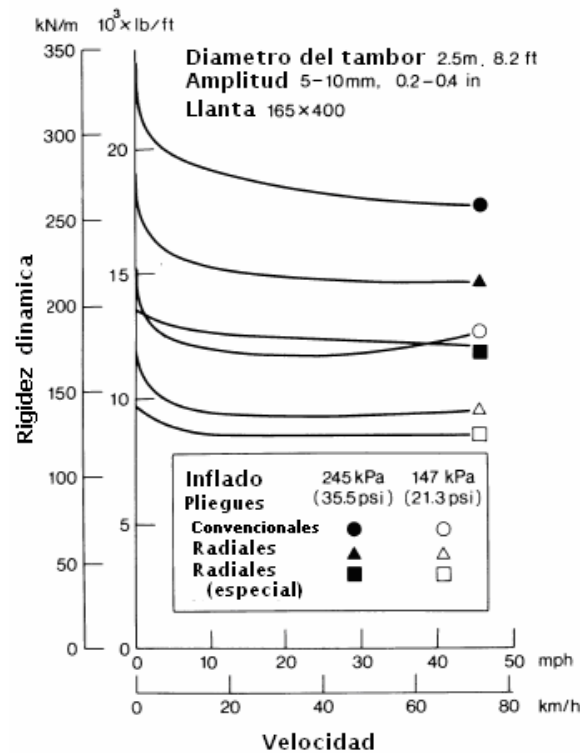
Se puede ver de la tabla 1.7 que los valores de la constante elástica vertical para las llantas de camión probadas en el rango de 764 a 1024 kN/m (4363 a 5850 lb/in), es generalmente menor para las llantas de camión de pliegues radiales que para las de pliegues convencionales de tamaño similar.

Tabla 1.6 Rigidez vertical de las llantas.

Llanta	Presión de inflado	Carga	Rigidez estática	Rigidez dinámica sin rodamiento	Coefficiente de amortiguación
11-36 4 pliegues	82.7 kPa (12 psi)	6.67 kN (1500 lb)	357.5kN/m (24500 lb/ft)	379.4kN/m (26000 lb/ft)	2.4kN· s/m (165 lb· s/ft)
		8.0 kN (1800 lb)	357.5kN/m (24500 lb/ft)	394.0kN/m (27000 lb/ft)	2.6kN· s/m (180 lb· s/ft)
		9.34 kN (2100 lb)	---	423.2kN/m (29000 lb/ft)	3.4kN· s/m (230 lb· s/ft)
	110.3 kPa (16 psi)	6.67 kN (1500 lb)	379.4kN/m (26000 lb/ft)	394.0kN/m (27000 lb/ft)	2.1kN· s/m (145 lb· s/ft)
		8.0 kN (1800 lb)	386.7kN/m (26500 lb/ft)	437.8kN/m (30000 lb/ft)	2.5kN· s/m (175 lb· s/ft)
		9.34 kN (2100 lb)	394.0kN/m (27000 lb/ft)	423.2kN/m (29000 lb/ft)	2.5kN· s/m (175 lb· s/ft)
7.5-16 6 pliegues	138 kPa (20 psi)	3.56 kN (800 lb)	175.1kN/m (12000 lb/ft)	218.9kN/m (15000 lb/ft)	0.58kN· s/m (40 lb· s/ft)
		4.45 kN (1000 lb)	175.1kN/m (12000 lb/ft)	233.5kN/m (16000 lb/ft)	0.66kN· s/m (45 lb· s/ft)
		4.89 kN (1100 lb)	182.4kN/m (12500 lb/ft)	248.1kN/m (17000 lb/ft)	0.80kN· s/m (55 lb· s/ft)
	193 kPa (28 psi)	3.56 kN (800 lb)	218.9kN/m (15000 lb/ft)	233.5kN/m (16000 lb/ft)	0.36kN· s/m (25 lb· s/ft)
		4.45 kN (1000 lb)	226.2kN/m (15500 lb/ft)	262.7kN/m (18000 lb/ft)	0.66kN· s/m (45 lb· s/ft)
		4.89 kN (1100 lb)	255.4kN/m (17500 lb/ft)	277.3kN/m (19000 lb/ft)	0.73kN· s/m (50 lb· s/ft)
26 x 12-12 2 pliegues	15.5 kPa (2.25 psi)	1.78 kN (400 lb)	51.1kN/m (3500 lb/ft)	---	0.47kN· s/m (32 lb· s/ft)
	27.6 kPa (4 psi)	1.78 kN (400 lb)	68.6kN/m (4700 lb/ft)	---	0.49kN· s/m (34 lb· s/ft)

Fuente: **J. Matthews y J.D.C Talamo.** "Ride Comfort for Tractor Operators, III Investigation of Tractor Dynamics by Analogue Computer Simulation", Journal of Agricultural Engineering Research, vol 10, no. 2, 1965.

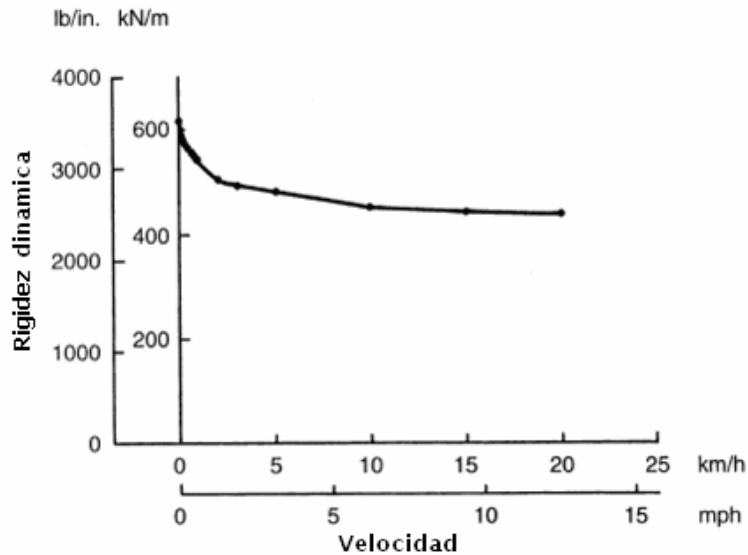
Figura 1.52 Efecto de la velocidad en la rigidez dinámica con rodamiento de llantas de automóvil.



Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Los efectos de la presión de inflado en la rigidez dinámica de la misma llanta de tractor son mostrados en la figura 1.54. La variación del coeficiente de amortiguación con la velocidad para la llanta de tractor es mostrado en la figura 1.55. Se puede ver que después de una velocidad de 1 km/h (0.6 mph), el coeficiente de amortiguación cae abruptamente hasta que se alcanza una velocidad de 5 km/h (3.1 mph), y después alcanza una asíntota horizontal. Los efectos de la presión de inflado son mostrados en la figura 1.56.

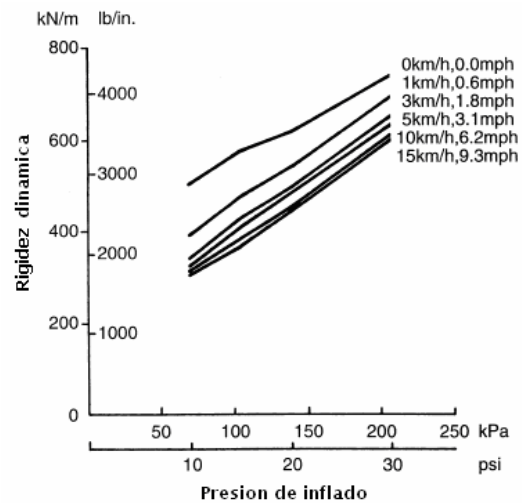
Figura 1.53 Efecto de la velocidad en la rigidez dinámica con rodamiento de una llanta de tractor 13.6 x 38 de pliegues radiales.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

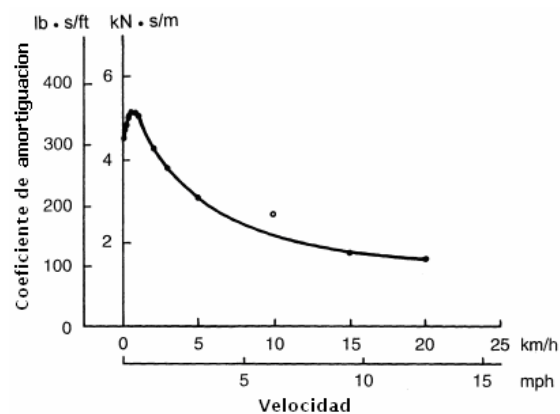
Se han realizado varios intentos para determinar la relación entre la rigidez estática y dinámica de las llantas. Sin embargo, no se ha llegado a una conclusión general. Algunos reportes indican que para llantas de automóvil de pasajeros la rigidez dinámica con rodamiento puede ser entre 10 y 15% menor que la rigidez derivada de las curvas de carga contra deformación, mientras para llantas de camión pesado la rigidez dinámica es aproximadamente un 5% menor que el valor estático. Para llantas de tractor, se ha reportado que la rigidez dinámica puede ser un 26% menor que el valor estático. En simulaciones para el estudio de manejo de vehículos se prefiere el uso de rigidez dinámica con rodamiento ya que este valor es más cercano al valor real.

Figura 1.54 Efecto de la presión de inflado en la rigidez dinámica con rodamiento de una llanta 13.6 x 38 de tractor de pliegues radiales a varias velocidades.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

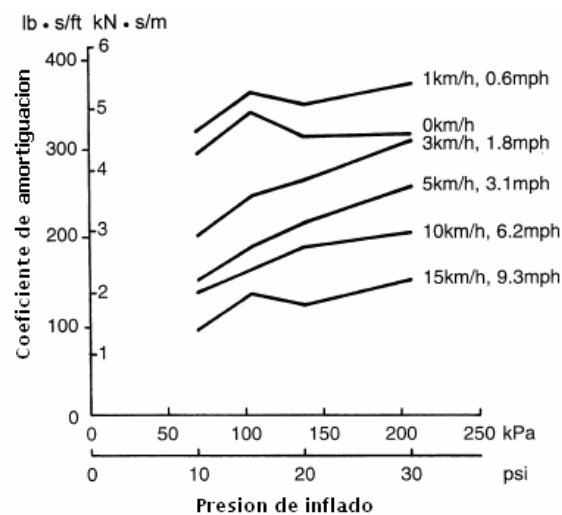
Figura 1.55 Efecto de la velocidad en el coeficiente de amortiguación de una llanta 13.6 x 38 de tractor de pliegues radiales.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

Se ha visto que entre varios parámetros de operación, la presión de inflado, la velocidad, la carga normal y el desgaste tienen una gran influencia en la rigidez de la llanta. También afectan la rigidez algunos parámetros de diseño de la llanta, tales como: el ángulo de las cuerdas, el ancho de la banda de rodamiento, la profundidad de la banda de rodamiento, el número de pliegues y el material de la llanta.

Figura 1.56 Efecto de la presión de inflado en el coeficiente de amortiguación de una llanta 13.6 x 38 de tractor de pliegues radiales a varias velocidades.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

El amortiguamiento de la llanta neumática es principalmente debido a la histéresis de los materiales de la llanta. Este amortiguamiento no es de tipo coulomb o de tipo viscoso, aparentemente es una combinación de ambos. Sin embargo, generalmente se utiliza un coeficiente de amortiguación viscoso equivalente derivado de las pruebas dinámicas antes mencionadas. Su valor es sujeto a variaciones dependiendo del diseño y la construcción de la llanta, así como de las condiciones de operación. Se ha visto que el amortiguamiento

de la llanta neumática hecha de compuestos de caucho sintético es considerablemente menor que el provisto por un amortiguador de choque.

Tabla 1.7 Rigidez vertical para llantas de camión a cargas y presiones de inflado nominales.

Tipo de llanta	Construcción de la llanta	Rigidez vertical	
		kN/m	lb/in
Sin especificar 11.00-22/G	Pliegues convencionales	1024	5850
Sin especificar 11.00-22/F	Pliegues convencionales	977	5578
Sin especificar 15.00 x 22.5/H	Pliegues convencionales	949	5420
Sin especificar 11.00-20/F	Pliegues convencionales	881	5032
Michelin Radial 11R22.5 XZA (1/3 Banda)	Pliegues radiales	874	4992
Michelin Radial 11R22.5 XZA (1/2 Banda)	Pliegues radiales	864	4935
Michelin Radial 11R22.5 XZA	Pliegues radiales	831	4744
Sin especificar 10.00-20/F	Pliegues convencionales	823	4700
Michelin Pilote 11/80R22.5 XZA	Pliegues radiales	808	4614
Sin especificar 10.00-20/F	Pliegues convencionales	788	4500
Michelin Pilote 11/80R22.5 XZA	Pliegues radiales	774	4418
Sin especificar 10.00-20/G	Pliegues convencionales	764	4363

Fuente: **P.S. Fancher, R.D. Ervin, C.B. Winkler y T.D. Gillespie.** "A Fact Book of the Mechanical Properties of the Components for Single-Unit and Articulated Heavy Trucks", Report No. DOT HS 807 125, UMTRI y TRIF.

Para evaluar las características vibratorias generales de la llanta, se llevan a cabo muchas pruebas en un tambor de velocidad de rotación variable. El perfil del tambor puede ser al azar, sinusoidal, cuadrado, o triangular. Las experiencias han mostrado que el uso de excitación de tipo periódica permite alcanzar resultados rápidamente.

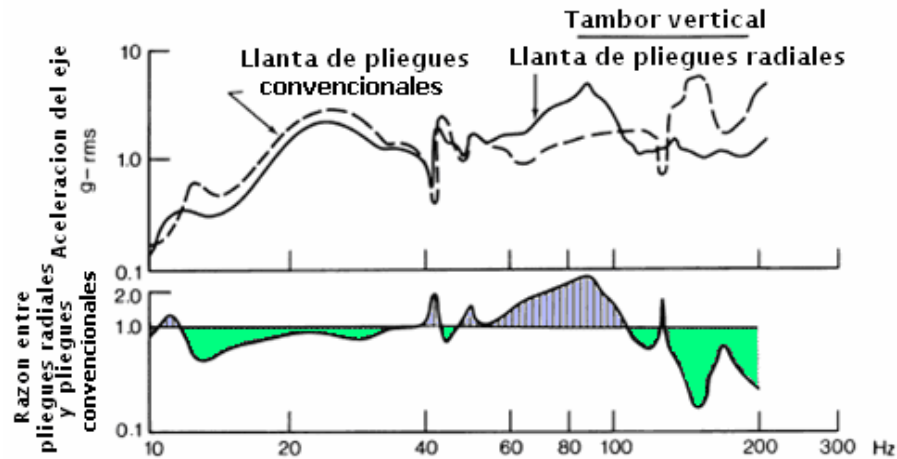
La figura 1.57 muestra la aceleración del cubo de la llanta como función de la frecuencia para una llanta de pliegues radiales y de pliegues convencionales sobre un perfil sinusoidal con 133 mm (5.25 in) de longitud de onda y 6 mm (0.25 in) de amplitud pico a pico⁸⁹. En la figura 1.58 se muestra la razón de transmisibilidad en la dirección vertical sobre un amplio rango de frecuencias para llantas de pliegues radiales y de pliegues convencionales. Este conjunto de resultados se ha obtenido usando un excitador de vibraciones. La vibración de entrada es impuesta a la banda de rodamiento de una llanta sin girar a través de una plataforma montada en el excitador.

Se puede ver de las figura 1.57 y 1.58 que la razón de transmisibilidad para la excitación vertical de la llanta de pliegues radiales es notablemente mayor que la de la llanta de pliegues convencionales en el rango de frecuencias de 60 a 100 Hz. La vibración en este rango de frecuencias contribuye a la sensación de “dureza” del pasajero. Por otro lado, las llantas de pliegues convencionales son significativamente peores que las llantas de pliegues radiales en el rango de frecuencias de aproximadamente 150 a 200 Hz. En este rango de frecuencia, la vibración contribuye al ruido inducido de la llanta, comúnmente llamado como rugido de la carretera⁹⁰.

⁸⁹ C.W. Barson, D.H. James, and A.W. Morcombe, “Some Aspects of Tire and Vehicle Vibration Testing,” *Proc. Institution of Mechanical Engineers*, vol. 182, part 3B, 1967–1968.

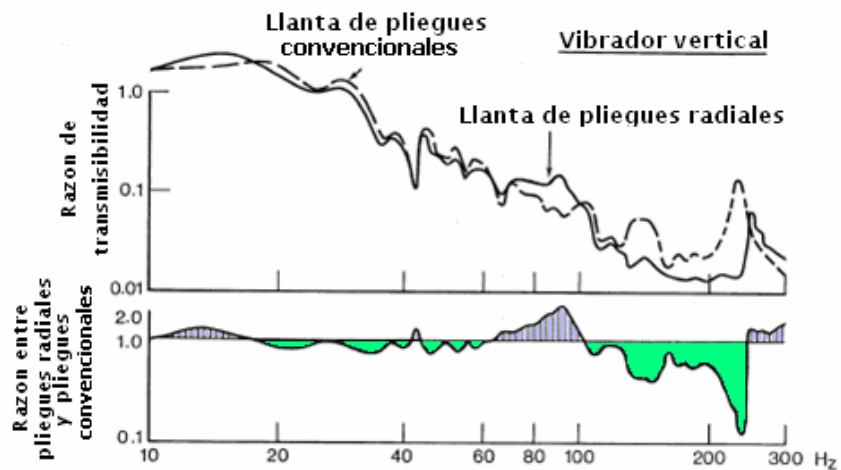
⁹⁰ T. French, *Tire Technology*. Bristol and New York: Adam Hilger, 1989.

Figura 1.57 Características vibratorias de una llanta de pliegues convencionales y de una llanta de pliegues radiales para automóvil sujetas a excitación sinusoidal.



Fuente: C.W. Barson, D.H. James, and A.W. Morcombe, "Some Aspects of Tire and Vehicle Vibration Testing," Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 182, part 3B, 1967-1968.

Figura 1.58 Razón de transmisibilidad de una llanta de pliegues convencionales y de una llanta de pliegues radiales.



Fuente: C.W. Barson, D.H. James, and A.W. Morcombe, "Some Aspects of Tire and Vehicle Vibration Testing," Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 182, part 3B, 1967-1968.

El ruido de la llanta es generado por los siguientes mecanismos⁹¹:

1. Efecto de bombeo de aire. Mientras la llanta gira, el aire es atrapado y comprimido en los vacíos entre la banda de rodamiento y el pavimento. El ruido es generado cuando el aire comprimido es liberado a alta velocidad hacia la atmósfera en la salida del área de contacto.
2. Vibraciones de los elementos de la banda de rodamiento. Los elementos de la banda de rodamiento impactan el pavimento mientras la llanta rueda. Cuando estos elementos dejan el área de contacto son liberados de un estado de esfuerzos altos. Esto induce una vibración en la banda de rodamiento lo cual forma una fuente principal de ruido en la llanta. La vibración de la carcasa y los surcos y vacíos de la banda de rodamiento actúan como tubos resonantes y también contribuyen en la radiación de ruido desde la llanta.

El efecto de la textura del pavimento en el nivel de generación de ruido de un llanta de pliegues convencionales de camión acanalada a 80 km/h (50 mph) es mostrada en la tabla 1.8.

⁹¹ **T.L. Ford and F.S. Charles**, "Heavy Duty Truck Tire Engineering," *The Thirty-Fourth L. Ray Buckendale Lecture*, Society of Automotive Engineers, SP-729, 1988.

Tabla 1.8 Efecto de la textura del pavimento en el nivel de generación de ruido de una llanta de pliegues convencionales de camión.

Superficie de la carretera	Nivel de ruido en dB (A)
Concreto moderadamente liso	70
Asfalto liso	72
Concreto usado (expuesto a agregados)	72
Concreto cepillado	78

Fuente: **T.L. Ford y F.S. Charles.** "Heavy Duty Truck Tire Engineering", The Thirty-Fourth L. Ray Buckendale Lecture, SAE, SP-729, 1988.

ANEXO C. CARACTERISTICAS DE RENDIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES.

Las características de rendimiento de un vehículo terrestre se refieren a la capacidad de este para acelerar, decelerar y negociar baches en un trayecto en línea recta. El esfuerzo de tracción (o de frenado) desarrollado por las llantas y las fuerzas resistivas actuando sobre el vehículo determinan el desempeño potencial de este.

ECUACIÓN DE MOVIMIENTO Y ESFUERZO DE TRACCIÓN MÁXIMO

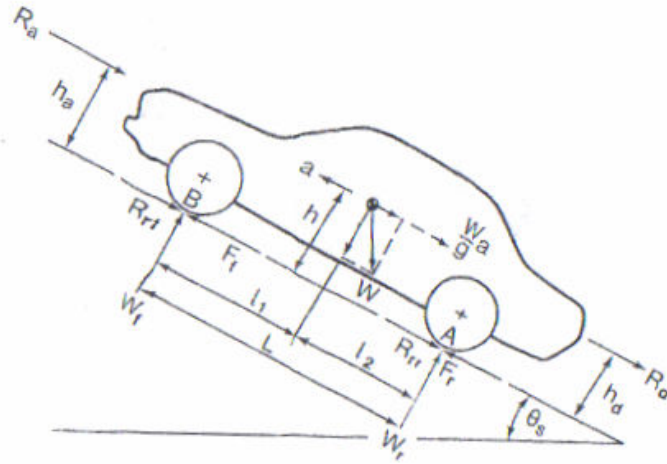
Las principales fuerzas externas que actúan en un vehículo de dos ejes se muestran en la figura 2.1. En la dirección longitudinal, se incluyen la resistencia aerodinámica R_a , la resistencia la rodadura de las llantas delanteras R_{rf} y traseras R_{rr} , el peso del vehículo W , y los esfuerzos de tracción de las llantas delanteras y traseras F_f y F_r respectivamente. $F_r = 0$ para los vehículos de tracción delantera; de la misma forma $F_f = 0$ para vehículos de tracción trasera.

La ecuación de movimiento alrededor del eje longitudinal x del vehículo esta expresada por:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{W}{g} a = F_f + F_r - R_a - R_{rf} - R_{rr} - W \sin \theta_s \quad (2.1)$$

donde $\frac{d^2x}{dt^2}$ es la aceleración lineal del vehículo respecto al eje longitudinal, g es la aceleración de la gravedad, m y W son la masa y el peso del vehículo respectivamente.

Figura 2.1 Fuerzas actuando sobre un vehículo de 2 ejes.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Introduciendo el concepto de la fuerza de inercia, la ecuación 2.1 puede ser rescrita de la siguiente manera.

$$F_f + F_r - \left(R_a + R_{rf} + R_{rr} + W \sin \theta_s + \frac{W}{g} a \right) = 0$$

ó

$$F = \left(R_a + R_r + W \sin \theta_s + \frac{W}{g} a \right) \quad (2.2)$$

donde F es el esfuerzo de tracción total y R_r es la resistencia total a la rodadura del vehículo.

Para evaluar el potencial de desempeño, se debe hallar el esfuerzo de tracción máximo que el vehículo puede desarrollar. Existen 2 factores limitantes para este esfuerzo: el primero está determinado por el coeficiente de adhesión y la carga normal en el eje motriz o ejes motrices, y la segunda por las características de la planta motriz y por la transmisión. El valor más pequeño entre estos 2 aspectos limita el potencial de desempeño.

Para predecir el máximo esfuerzo de tracción que el contacto llanta – suelo puede soportar, las cargas normales en los ejes deben ser halladas. Estas pueden ser determinadas mediante la suma de momentos sobre los puntos A y B mostrados en la figura 2.1. Sumando momentos en A, la carga normal en el eje delantero W_f puede ser determinada mediante:

$$W_f = \frac{Wl_2 \cos \theta_s - d_a h_a - \frac{haW}{g} \pm Wh \sin \theta_s}{L} \quad (2.3)$$

donde l_2 es la distancia entre el eje trasero y el centro de gravedad del vehículo, h_a es la altura del punto de aplicación de la fuerza de resistencia aerodinámica, h es la altura del centro de gravedad, L es la distancia entre ejes y θ_s es el ángulo de inclinación del suelo. Cuando el vehículo se encuentra subiendo una pendiente $Wh \sin \theta_s$ toma un valor negativo.

De manera similar, la carga normal del eje trasero puede ser determinada realizando una suma de momentos alrededor de B

$$W_r = \frac{Wl_1 \cos \theta_s + d_a h_a + \frac{haW}{g} \pm Wh \sin \theta_s}{L} \quad (2.4)$$

donde l_1 es la distancia entre el eje delantero y el centro de gravedad, para este caso, si el vehículo esta subiendo una pendiente $Wh \sin \theta_s$ toma un valor positivo.

Para valores θ_s muy bajos, $\cos \theta_s$ es aproximadamente igual a 1; para vehículos de pasajeros la altura del punto de aplicación de la fuerza de resistencia aerodinámica puede ser asumido cerca de la altura del centro de gravedad del vehículo. Teniendo en cuenta estas simplificaciones, las ecuaciones 2.3 y 2.4 pueden ser rescritas de la siguiente manera.

$$W_f = \frac{l_2}{L}W - \frac{h}{L} \left(da + \frac{aW}{g} \pm W \sin \theta_s \right) \quad (2.5)$$

$$W_r = \frac{l_1}{L}W + \frac{h}{L} \left(da + \frac{aW}{g} \pm W \sin \theta_s \right) \quad (2.6)$$

Sustituyendo la ecuación 2.2 en estas dos ecuaciones se obtiene:

$$W_f = \frac{l_2}{L}W - \frac{h}{L}(F - R_r) \quad (2.7)$$

y

$$W_r = \frac{l_1}{L}W + \frac{h}{L}(F - R_r) \quad (2.8)$$

Se debe apreciar que el primer termino de la derecha en cada ecuación representa la carga estática en el eje cuando el vehículo esta en reposo en una superficie sin inclinación. El segundo término de la derecha representa la componente dinámica de la carga normal, o la transferencia dinámica de carga.

El esfuerzo máximo de tracción que el área de contacto llanta – suelo puede soportar, puede ser determinado en términos del coeficiente de adherencia del camino μ y los parámetros del vehículo. Para un vehículo de tracción trasera se tiene que:

$$F_{\max} = \mu W_r = \mu \left[\frac{l_1}{L} W + \frac{h}{L} (F_{\max} - R_r) \right]$$

y

$$F_{\max} = \frac{\mu W (l_1 - f_r h) / L}{1 - \mu h / L} \quad (2.9)$$

donde la resistencia total a la rodadura R_r esta expresada como el producto del coeficiente de resistencia a la rodadura f_r , y el peso del vehículo W . En el caso del vehículo de tracción delantera:

$$F_{\max} = \mu W_f = \mu \left[\frac{l_2}{L} W - \frac{h}{L} (F_{\max} - R_r) \right]$$

y

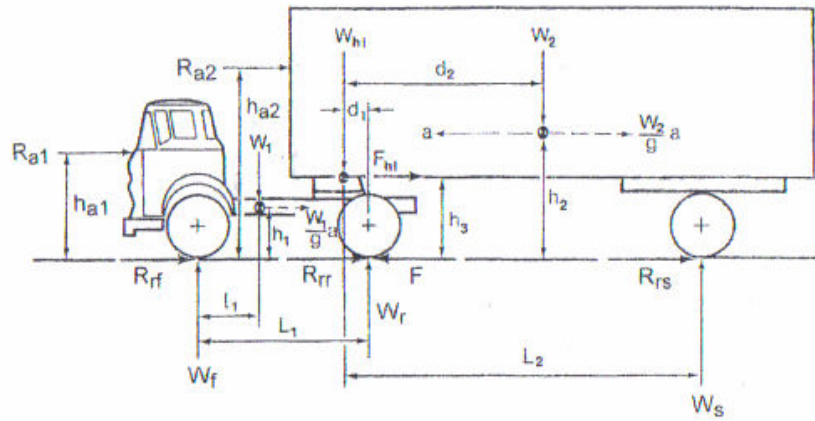
$$F_{\max} = \frac{\mu W (l_2 + f_r h) / L}{1 + \mu h / L} \quad (2.10)$$

Se debe apreciar que, para obtener las ecuaciones anteriores, la transferencia de carga transversal debida al torque producido por el motor configurado longitudinalmente, o la transferencia de carga longitudinal debida al torque producida por el motor configurado transversalmente han sido despreciadas, y se ha asumido que tanto la llanta de la derecha como la de la izquierda poseen igual desempeño.

Para un tractor semi-trailer, el cálculo del esfuerzo de tracción máximo que el área de contacto llanta - suelo puede soportar, es más representativo que para un vehículo de dos ejes. Las principales fuerzas que actúan en el semi-trailer

se muestran en la figura 2.2. La mayoría de estos vehículos presenta tracción trasera. Para calcular el esfuerzo máximo de tracción determinado por la interacción entre las llantas y el suelo, es necesario calcular la carga normal del trailer en condiciones de operación. Esto puede ser calculado considerando el tractor y el semi-trailer como cuerpos separados. Tomando el semi trailer como un cuerpo separado, pueden determinarse la carga normal en el eje del semi-trailer W_s y las cargas verticales y horizontales en el gancho W_{hi} y F_{hi} .

Figura 2.2 Fuerzas que actúan en un semi-trailer.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La carga normal en el eje del semi-trailer, para ángulos de inclinación de valor bajo de la carretera esta dada por:

$$W_s = \frac{W_2 d_2 + R_{a2} h_{a2} + h_2 a W_2 / g \pm W_2 h_2 \sin \theta_s - F_{hi} h_3}{L_2} \quad (2.11)$$

donde R_{a2} es la resistencia aerodinámica actuando en el semi-trailer, h_{a2} es su punto de aplicación y W_2 es el peso del semi-trailer. Otros parámetros y

dimensiones se muestran en la figura 2.2. En el caso en el que el vehículo este escalando una pendiente, el signo de $W_2 h_2 \sin \theta_s$ es positivo.

Si h_{a2} es aproximadamente igual a h_3 y a su vez a h_2 , la expresión para W_s se simplifica a:

$$W_s = \frac{d_2}{L_2} W_2 + \frac{h_2}{L_2} \left(R_{a2} + \frac{a W_2}{g} \pm W_2 \sin \theta_s - F_{hi} \right) \quad (2.12)$$

La fuerza longitudinal en el gancho esta dada por:

$$W_{hi} = C_{hi} W_2$$

$$F_{hi} = R_{a2} + \frac{a W_2}{g} \pm W_2 \sin \theta_s + f_r W_r \quad (2.13)$$

Sustituyendo 2.13 en 2.12, la expresión para W_s se transforma a:

$$W_s = \frac{W_2 d_2}{L_2 + f_r h_2}$$

y la carga en el gancho esta dada por:

$$W_{hi} = W_2 - W_s = \left(1 - \frac{d_2}{L_2 + f_r h_2} \right) W_2$$

$$W_{hi} = C_{hi} W_2 \quad (2.14)$$

Tomando el tractor como un cuerpo libre y sumando los momentos alrededor del punto de contacto entre la llanta delantera y el suelo, la carga normal en el eje trasero del tractor W_r puede ser determinada por:

$$W_r = \frac{W_1 l_1 + R_{a1} h_{a1} + h_1 a W_1 / g \pm W_1 h_1 \sin \theta_s - F_{hi} h_3 + (L_1 - d_1) W_{hi}}{L_1} \quad (2.15)$$

donde R_{a1} es la resistencia aerodinámica actuando sobre el tractor a la altura h_{a1} y W_1 es el peso del tractor. Otros parámetros y dimensiones se muestran

en la figura 2.2. De la misma forma que en el caso del semi-trailer, el término $W_1 h_1 \sin \theta_s$ es positivo cuando el vehículo esta subiendo por una pendiente.

Si h_{a1} es aproximadamente igual a h_3 y a su vez a h_1 , la expresión para W_r puede simplificarse a:

$$W_r = \frac{W_1 l_1 + (R_{a1} + a W_1 / g \pm W_1 \sin \theta_s - F_{hi}) h_1 + (L_1 - d_1) W_{hi}}{L_1} \quad (2.16)$$

Despejando de las ecuaciones de fuerzas que actúan en la dirección longitudinal del tractor, se puede obtener la siguiente expresión para el esfuerzo de tracción requerido:

$$F = R_{a1} + \frac{a W_1}{g} \pm W_1 \sin \theta_s + f_r (W_1 + W_{hi}) + F_{hi} \quad (2.17)$$

De las ecuaciones 2.16 y 2.17, el máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto llanta - suelo puede soportar para un tractor de tracción trasera se expresa como:

$$F_{\max} = \mu W_r = \frac{\mu [l_1 W_1 - h_1 f_r (W_1 + W_{hi}) + (L_1 - d_1) W_{hi}]}{1 - \mu h_1 / L_1}$$

Sustituyendo la ecuación 2.14 en la ecuación anterior produce:

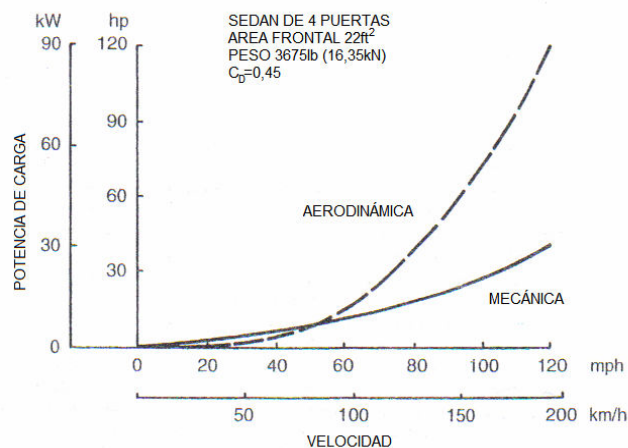
$$F_{\max} = \frac{\mu [l_1 W_1 - h_1 f_r (W_1 - C_{hi} W_2) + (L_1 - d_1) C_{hi} W_2]}{1 - \mu h_1 / L_1} \quad (2.18)$$

El máximo esfuerzo de tracción determinado por la naturaleza de la interacción entre la llanta y el suelo impone un límite fundamental en las características de desempeño de un vehículo, incluyendo la velocidad máxima, aceleración máxima y pendiente máxima.

FUERZAS Y MOMENTOS AERODINÁMICOS

Bajo un énfasis creciente en economía de combustible, y la reducción de emisiones indeseables, la optimización de los requerimientos de potencia del vehículo ha tomado un papel primordial. Para lograr esto, es necesario reducir la resistencia aerodinámica, la resistencia a la rodadura, y la resistencia a la inercia, la cual es proporcional al peso del vehículo. Para un automóvil de pasajeros típico que viaja a una velocidad de 80 km/h, la potencia requerida para superar la resistencia aerodinámica es mayor que la necesaria para vencer la resistencia impuesta por la carretera, como se muestra en la figura 2.3. Debido a los efectos significativos de la resistencia aerodinámica en la potencia requerida por el vehículo a velocidades moderadas y altas, aún se hacen grandes esfuerzos en la manera de optimizar el desempeño aerodinámico de los vehículos.

Figura 2.3 Requerimientos de potencia para un sedan como función de la velocidad.



Fuente: K.B. Kelly y H.J. Holcombe, "Aerodynamics for Body Engineers", *Automotive Aerodynamics*, Progress in Technology series, vol 16, Society of Automotive Engineers, 1978.

La resistencia aerodinámica proviene de dos fuentes: El flujo de aire que pasa por el exterior del cuerpo del vehículo y la otra, el flujo de aire que pasa a través del radiador del vehículo y en su interior con los propósitos de refrigerar, calentar y ventilar. De los dos, el primero es el dominante, provocando el 90% de la resistencia aerodinámica del vehículo.

El flujo de aire externo genera presión normal y esfuerzos de corte en el cuerpo del vehículo. De acuerdo con la naturaleza aerodinámica, la resistencia aerodinámica externa comprende de dos componentes, generalmente conocidas como presión de arrastre y fricción del aire. La presión de arrastre surge como resultado de la componente de la presión normal que actúa en dirección opuesta al movimiento del vehículo, mientras que la fricción del aire se debe a los esfuerzos de corte en la capa límite adyacente a la superficie externa del vehículo. De las dos componentes, la presión de arrastre es muy superior, pues constituye el 90% de la resistencia aerodinámica total de un vehículo de pasajeros con un acabado superficial estándar. Sin embargo, para vehículos largos, tales como buses o trenes, la fricción del aire puede ser significativa. Se debe resaltar que las pérdidas de momentum del aire en la estela que provoca el vehículo, y la energía impartida al aire por los vortices generados por el vehículo no son componentes adicionales, pero si son una alternativa de medición para la presión de arrastre y la fricción del aire⁹².

⁹² C.W. Carr, "Potential for Aerodynamic Drag Reduction in Car Design" en M.A. Dorgham, Ed., *Impact of Aerodynamics on Vehicle Design*, Technological Advances in Vehicle Design Series, SP3. Jersey, Channel Islands, U.K.: Inderscience Enterprises Limited, 1983.

En la práctica, la resistencia aerodinámica es expresada generalmente de la siguiente forma:

$$R_a = \frac{\rho}{2} C_D A_f V_r^2 \quad (2.19)$$

donde ρ es densidad de masa del aire, C_D es el coeficiente de resistencia aerodinámico, que representa los efectos combinados de todos los factores descritos anteriormente. A_f es un área característica del vehículo, usualmente se toma el área frontal, la cual es el área proyectada del vehículo en la dirección de movimiento, y V_r es la velocidad relativa del vehículo con respecto al viento. Es interesante observar que la resistencia aerodinámica es proporcional al cuadrado de la velocidad del vehículo, así, la potencia requerida para vencer la resistencia aerodinámica se incrementa con la velocidad al cubo. Cuando la velocidad aumenta al doble, la potencia requerida para vencer la resistencia aerodinámica es ocho veces mayor.

Debe mencionarse que las condiciones atmosféricas afectan la densidad del aire ρ , y de esta forma la resistencia aerodinámica. Por ejemplo, un incremento en la temperatura del ambiente de 0° hasta 38°C ocasionaría una reducción de la resistencia aerodinámica del 14%; de la misma forma, un incremento en la altitud de 1219 m ocasionaría una reducción del 17%. En vista de que los efectos del ambiente en el valor de la resistencia aerodinámica son significativos, es necesario establecer un patrón estándar de condiciones sobre el cual se hagan todas las pruebas de resistencia aerodinámica. Las condiciones más comúnmente usadas son una temperatura de 15°C y una presión barométrica de 101.32 kPa (1 atm). Para fines de cálculo de desempeño, la densidad de masa del aire puede ser tomada como 1.225 kg/m³.

El área frontal A_f del vehículo puede ser determinada por medio de fotografías tomadas de frente en caso de que no existan dibujos del vehículo suficientemente precisos. Para vehículos de pasajeros, el área frontal varía en un rango de entre el 79% - 84% del área calculada tomando el ancho y la altura del vehículo. Con base a información recolectada, para vehículos de pasajeros cuyas masas se encuentren en el rango de los 800 – 2000 kg, la relación entre el área frontal y la masa del vehículo puede ser aproximada por medio de la relación

$$A_f = 1.6 + 0.00056(m_v - 765) \quad (2.20)$$

donde A_f es el área frontal en metros cuadrados y m_v es la masa del vehículo en kilogramos.

El coeficiente aerodinámico C_D puede ser obtenido por medio de pruebas en túneles de viento, ya sea en modelos a escala o en vehículos de tamaño natural. Solo un número reducido de túneles de viento tienen la capacidad de hacer pruebas a escala natural y son utilizados en la industria o en centros de investigación⁹³. Este tipo de túneles no presenta las desventajas de los túneles de prueba de modelos a escala, pero son muy costosos y requieren de mucho espacio. Por ello, las pruebas en modelos a escala son más comunes en el desarrollo de nuevos productos, debido a que presenta un costo muy inferior y es más conveniente cuando se desean hacer modificaciones de forma. En los Estados Unidos, los modelos más utilizados son los de escala 3:8, mientras que en Europa, la escala más utilizada es 1:4, aunque en túneles más

⁹³ **W.H. Hucho**, "Wind Tunnels for Automotive Aerodynamics", en W.H. Hucho, Ed., *Aerodynamics of Road Vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

pequeños se utilizan también modelos a escala 1:5. Para vehículos comerciales, una escala recomendada es 1:2.5⁵⁵.

En las pruebas de túneles de viento, ya sea se utilicen modelos a escala o de tamaño natural, se debe prestar atención a dos problemás básicos: Similaridad del campo de flujo, y el modelamiento del terreno.

Similaridad del campo de flujo se refiere a que tan similar es el patrón de flujo en el túnel de viento con el que se verá sometido el vehículo en condiciones reales. Para asegurar esta similitud en las pruebas de vehículos a escala, el requerimiento básico es que el número de Reynolds para el modelo a escala sea igual al del modelo real. El número de Reynolds es la relación del producto entre la velocidad del aire y la longitud característica del vehículo con la viscosidad cinemática del aire. Para satisfacer este requerimiento, un modelo escala 3:8 debe ser probado en un túnel a una velocidad del aire tal que sea $8/3$ veces mayor que la que se presentará en el vehículo de escala natural. Adicionalmente la relación de bloqueo (*blockage*), que es la relación entre el área frontal del modelo (o el vehículo en tamaño natural) y el área transversal del túnel, debe ser lo más pequeña posible, siendo recomendable no excederla de 5%⁵⁵.

Un modelamiento adecuado del suelo para las pruebas en túneles de viento requiere una especial atención. Cuando un vehículo es conducido en un camino a una velocidad del viento de cero, el aire esta en reposo relativo con el suelo. En un túnel de viento convencional, el aire fluye con una velocidad relativa respecto al piso del túnel, originándose una capa limite. Este hecho puede afectar significativamente el patrón de flujo que presenta la parte

inferior del modelo, ya sea a escala o tamaño natural. Para corregir este problema, se debe utilizar un piso movable.

El método de deceleración para pruebas de carreteras, conocido también como la prueba *coastdown* (cuesta abajo), puede ser utilizado para determinar la resistencia aerodinámica^{94,95,96}. Utilizando este método, el vehículo es llevado a cierta velocidad, preferiblemente a su máxima velocidad, y una vez alcanzado este valor se lleva la transmisión del vehículo a posición neutral y el vehículo empieza a decelerar. La variación de la velocidad del vehículo y la distancia recorrida son monitoreadas continuamente. La deceleración del vehículo debida a los efectos combinados de resistencia a la rodadura de las llantas, la resistencia a la transmisión y la resistencia aerodinámica puede ser obtenida por los datos recopilados en la prueba, tales como la relación velocidad – tiempo o la relación velocidad – distancia. De la deceleración obtenida, y tomando en cuenta los efectos de las inercias rotacionales de todos los componentes en la transmisión, incluyendo las llantas, puede deducirse la fuerza resistiva total. Con los efectos de la resistencia a la rodadura, la resistencia a la transmisión y la resistencia total hallados, se puede determinar la resistencia aerodinámica del automóvil.

⁹⁴ **G. Rousillon, J. Marzin, y J.Bourhis**, “Contribution to the Accurate Measurement of Aerodynamic Drag by the Deceleration Method”, en *Advances in Road vehicle Aerodynamics*, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, England, 1973.

⁹⁵ **R.A. White y H.H. Korst**, “The determination of vehicle Drag Contributions from Coastdown Tests”, *SAE Transactions*, vol. 81, paper 720099, 1972.

⁹⁶ **G.W. Eaker**, “Wind Tunnel to road Aerodynamic Drag Correlation”, en *Research in Automotive Aerodynamics*, Society of Automotive Engineers, publicación especial SP-747, 1988.

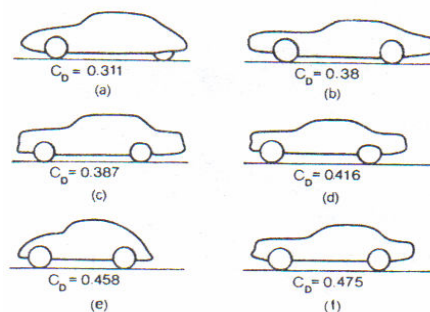
Uno de los métodos que pueden ser usados para determinar la resistencia a la rodadura de las llantas y la resistencia a la transmisión es realizando una prueba de carretera adicional, en la cual el vehículo de prueba esta completamente resguardado en un tipo de trailer, de tal forma que el vehículo quede aislado de cualquier tipo de fuerza aerodinámica⁹⁷. Sin embargo, las llantas del vehículo de prueba mantienen contacto con la carretera y soportan toda la carga del vehículo. Una celda de carga es ubicada en el punto de conexión entre el trailer y el auto de prueba con el fin de medir la fuerza de remolque. Durante la prueba, un vehículo es utilizado para remolcar el trailer junto con el auto de prueba. La fuerza de remolque obtenida de la célula es la suma de las resistencias a la rodadura y a la transmisión del vehículo de prueba. Un procedimiento alternativo recomendado por la SAE (la práctica recomendada J1263) puede ser utilizado para deducir la resistencia aerodinámica y las resistencias a la rodadura y a la transmisión a partir de los datos obtenidos en la prueba *coastdown*.

Se ha comprobado que la prueba *coastdown* arroja resultados con suficiente exactitud para los valores de resistencia aerodinámica, si se tiene especial cuidado al hallar los otros valores de resistencias. En comparación con las pruebas en túneles de viento, este método no requiere de infraestructura costosa. Sin embargo, requiere una carretera lo más plana posible (usualmente que no exceda el 0,5%) y en línea recta, además de estar sujeta a la influencia de condiciones climáticas.

⁹⁷ G. A. Necati, "Measurement and test Techniques", en W.H. Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

El coeficiente de resistencia aerodinámica C_D es una función de un número de factores de diseño y de operación del automóvil. La forma de las partes del vehículo tales como, el ante cuerpo (*forebody*), el post cuerpo (*afterbody*), bajo el cuerpo (*underbody*), los guardabarros (*wheel-wells*), los limpia parabrisas (*drip-rails*), las salientes de las ventanas (*window recesses*), los retrovisores externos (*external mirrors*), etc. Tienen un efecto significativo en el coeficiente de resistencia aerodinámica. Los valores del coeficiente para las diferentes formás de autos de pasajeros se muestran en la figura 2.4, y aquellos para un grupo selecto de automóviles se encuentran en la tabla 2.1. La influencia de las variaciones de la forma en el coeficiente para autos de pasajeros se muestra en la figura 2.5. Los efectos de la forma del *forebody* y el *afterbody* para un auto de pasajeros en el coeficiente de resistencia se muestran en las figuras 2.6 y 2.7 respectivamente. Para optimizar el desempeño aerodinámico de los vehículos, muchas veces se utilizan dispositivos adicionales tales como los *spoilers*. Las figuras 2.8 y 2.9 muestran los efectos de estos dispositivos en el coeficiente de resistencia aerodinámica.

Figura 2.4 Coeficiente de resistencia aerodinámico para diferentes autos. A) Citroën DS 19. B) Oldsmobile Toronado. C) Mercedes Benz 300SE. D) Ford Falcon Futura. E) VW 1200. F) Ford Mustang.



Fuente: **R.G.S White**, "A method of Estimating Automobile Drag Coefficient", *SAE Transactions*, vol. 78, paper 690189, 1969.

Además de la forma del automóvil, el comportamiento del vehículo es definido por el ángulo de ataque (el ángulo entre el eje longitudinal del vehículo respecto la horizontal), el claro de la base (*ground clearance*), las condiciones de carga, y otros factores operacionales, como el tipo de radiador, ventanas abiertas o cerradas, etc. También afectan el coeficiente de resistencia. La figura 2.10 muestra el efecto del ángulo de ataque en el valor de C_D para tres tipos de auto de pasajeros, mientras que la figura 2.11 muestra el efecto del *ground clearance* en el valor de este factor para distintos tipos de vehículos. Las condiciones de carga y la distribución de esta en los ejes pueden cambiar el ángulo de ataque del vehículo y el *ground clearance*, y por ende, el valor del coeficiente de resistencia. Esta influencia de las condiciones de carga en el valor de C_D para autos de pasajeros se muestra en la figura 2.12. La influencia de los factores operacionales, por su parte, se muestra en la figura 2.13.

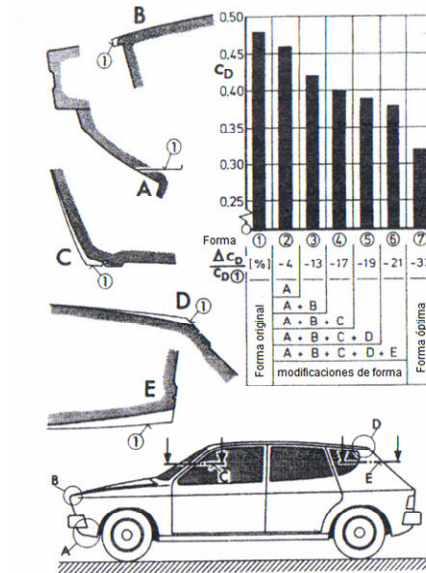
Los diferentes componentes de resistencia aerodinámica para un auto de pasajeros y su potencial de reducción son resumidos en la tabla 2.2. Puede apreciarse que se logra una mayor reducción del coeficiente mediante la optimización de la forma externa del auto. Se estima que la componente del coeficiente de reducción debida a la forma exterior puede reducirse de un valor típico de 0.28 a un mínimo práctico de 0.1. El alcance de reducción total en la resistencia aerodinámica de un automóvil convencional moderno, es de aproximadamente un 55%, tal como se indica en la tabla 2.2.

Tabla 2.1 Valores de coeficiente de resistencia aerodinámica y área frontal para diferentes automóviles de pasajeros.

Tipo de vehículo	Coeficiente de Resistencia Aerodinámico C _D	Área Frontal A _f	
		m2	ft2
Autos Mini			
Fiat Uno ES	0.33-0.34	1.83	19.7
Peugeot 205GL	0.35-0.37	1.74	18.73
Honda Civic 1.2	0.37-0.39	1.72	18.51
VW Polo Coupe	0.39-0.40	1.72	18.51
Nissan micra GL	0.40-0.41	1.78	19.16
Autos Pequeños			
VW Golf GTI	0.35-0.36	1.91	20.56
VW Jetta GT	0.36-0.37	1.91	20.56
Ford Escort 1.3GL	0.39-0.41	1.83	19.7
Mazda 323 1.5	0.41-0.43	1.78	19.16
Toyota Corolla 1300DX	0.45-0.46	1.76	18.95
Autos Medianos			
VW Passat CL	0.36-0.37	1.89	20.34
Audi 80CC	0.38-0.39	1.86	20.02
BMW 318i (320i)	0.39-0.40	1.86	20.02
Honda Accord 1.8EX	0.40-0.42	1.88	20.24
Nissan Stanza Notchback	0.41-0.43	1.76	20.24
Autos grandes			
Audi 100 1.8	0.30-0.31	2.05	22.07
Mercedes 190E (190D)	0.33-0.35	1.9	20.45
BMW 518i (520i, 525e)	0.36-0.38	2.02	21.74
Saab 900 Gli	0.40-0.42	1.95	20.99
Volvo 740 GLE	0.40-0.42	2.16	23.25
Autos de Lujo			
Saab 9000 Turbo 16	0.34-0.36	2.05	22.07
Jaguar XL-S	0.40-0.41	1.92	20.67
Mercedes 500 SEL	0.36-0.37	2.16	23.25
Peugeot 604 STI	0.41-0.43	2.05	22.07
BMW 728i (732i, 735i)	0.42-0.44	2.13	22.93
Autos Deportivos			
Porsche 924	0.31-0.33	1.8	19.38
Renault Fuego GTX	0.34-0.37	1.82	19.59
VW Scirocco GTX	0.38-0.39	1.74	18.73
Toyota Celica Supra 2.8i	0.37-0.39	1.83	19.7
Honda Prelude	0.38-0.40	1.84	19.81

Fuente: **W.H Hucho**, "Aerodynamics Drag of Passenger Cars", en W.H. Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

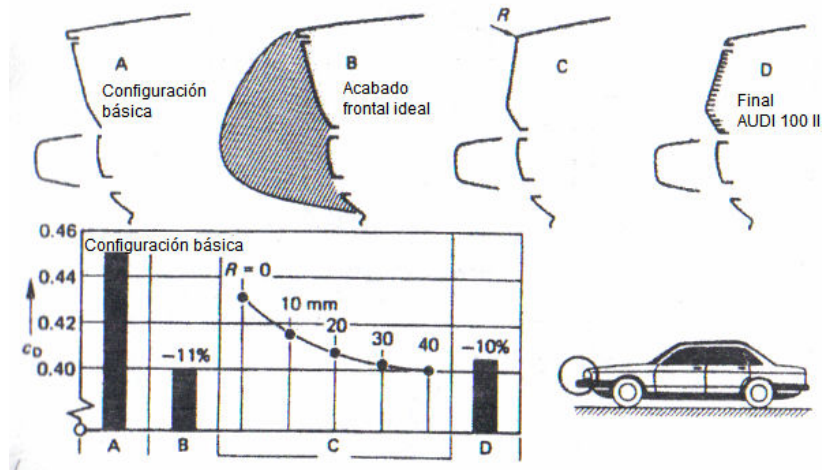
Figura 2.5 Influencia de la forma de los detalles de un auto de pasajeros en el coeficiente de resistencia.



Fuente: L.J. Janssen y W.h. Hucho, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973.

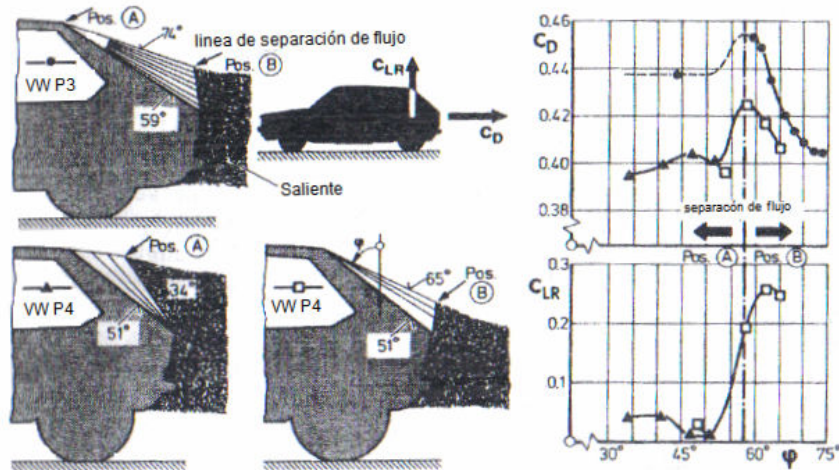
Los efectos del coeficiente en la economía de combustible en condiciones de estado estable para un auto de pasajeros, con una masa de 1060 kg, un área frontal de 1.77 m², y llantas radiales, se muestra en la figura 2.14. Se puede apreciar que a una velocidad de 96 km/h, una reducción del coeficiente de resistencia de 0.5 a 0.3 incrementara la economía de combustible aproximadamente en un 23%. La figura 2.15 muestra los efectos que tiene la reducción del coeficiente en la economía de combustible para un tractor semi-trailer bajo diferentes condiciones de operación. Puede concluirse de la figura 2.15 que en operación, en una carretera plana a velocidades constantes, la reducción en el coeficiente de resistencia tiene la influencia más significativa en el ahorro de combustible del tractor semi-trailer.

Figura 2.6 Influencia de la forma de la defensa delantera en el coeficiente de resistencia de un auto de pasajeros.



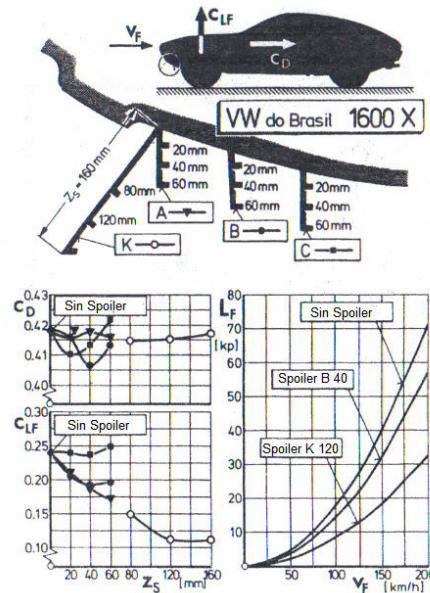
Fuente: **W.H Hucho**, "Aerodynamics Drag of Passenger Cars", en W.H. Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990

Figura 2.7 Influencia de la forma de la defensa trasera en el coeficiente de resistencia de un auto de pasajeros.



Fuente: **L.J. Janssen y W.h. Hucho**, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

Figura 2.8 Influencia del diseño del *spoiler* delantero en el coeficiente de resistencia y coeficiente de sustentación de un auto de pasajeros.

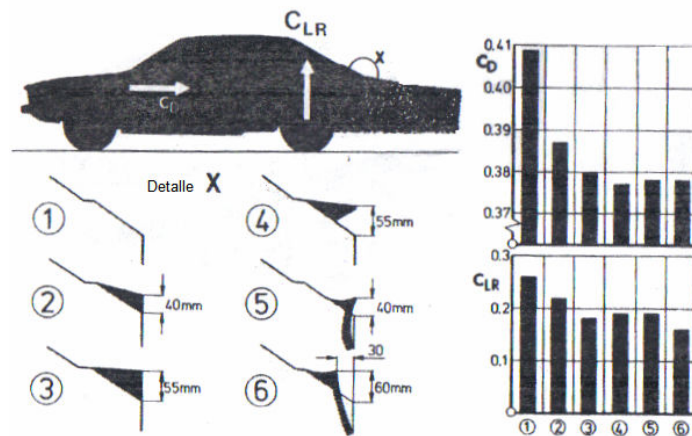


Fuente: **L.J. Janssen y W.h. Hucho**, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

En comparación con los autos de pasajeros, los vehículos comerciales pesados, tales como camiones, tractores-semirremolques (doble eje), y camiones-trailers (mulas), por lo general presentan valores de coeficiente de resistencia más elevados. Esto se debe principalmente a su cuerpo en forma de caja. La figura 2.16 muestra las variaciones de los valores del coeficiente de resistencia de un tractor-semirremolque y un camión-trailer con respecto al ángulo *yaw*, que es el ángulo entre la dirección de movimiento del vehículo con respecto a la dirección del viento, así como la contribución tanto del tractor como del semirremolque al valor del coeficiente de resistencia aerodinámica de la combinación. Se puede apreciar que para un tractor-semirremolque, la resistencia aerodinámica del tractor no es sensible al ángulo

yaw , y que el tractor contribuye aproximadamente con un 60% de la resistencia aerodinámica de la combinación para un ángulo yaw de 0° . Para la combinación camión-trailer, el camión contribuye con un 62% de la resistencia aerodinámica total para el mismo valor de ángulo yaw .

Figura 2.9 Influencia del diseño del *spoiler* trasero en el coeficiente de resistencia y coeficiente de sustentación para un auto de pasajeros.



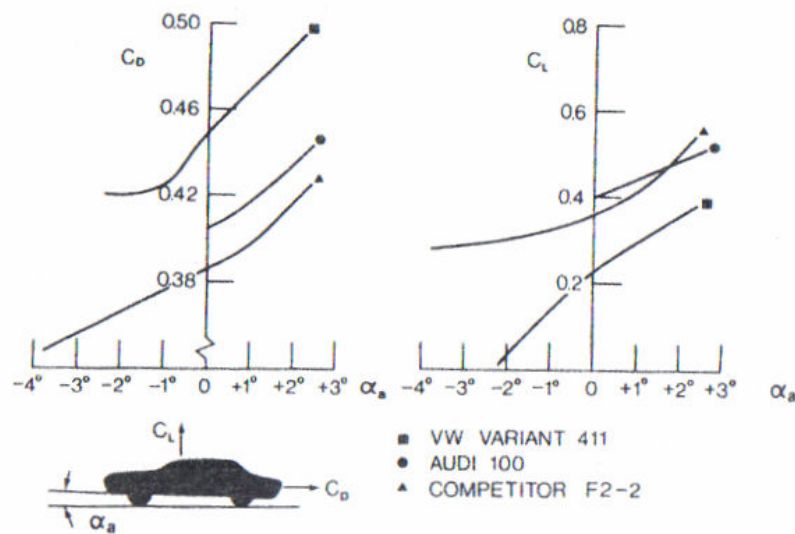
Fuente: L.J. Janssen y W.h. Hucho, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973.

La tabla 2.3 muestra valores representativos del coeficiente de resistencia para autos de pasajeros, furgonetas, buses, tractores-semitrailers y camiones-semitrailers.

Para incrementar el desempeño aerodinámico en vehículos comerciales pesados, se han introducido dispositivos adicionales, tales como deflectores de aire montados en el techo del tractor o el camión. La figura 2.17 muestra los efectos de varios tipos de deflectores de aire en el valor del coeficiente de resistencia de un tractor-semitrailer. Puede observarse que utilizando el

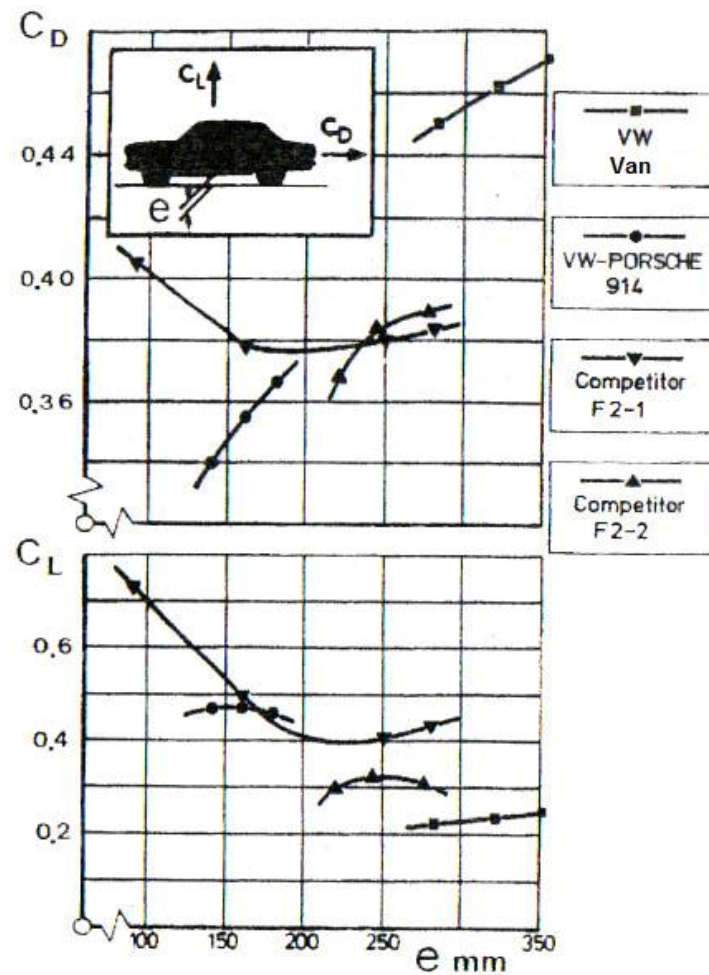
mejor deflector de aire de entre los investigados (el tipo 6 mostrado en la figura), el valor del coeficiente de resistencia puede ser reducido hasta en un 24% en comparación con el valor del vehículo sin este tipo de dispositivo. Si se instala un sello que cubra el espacio entre el tractor y el semitrailer no se reduce considerablemente el coeficiente de resistencia. Con bordes verticales redondeados en la parte frontal del semitrailer, y con paneles lisos y planos en el cuerpo del mismo, el coeficiente de resistencia se reduce hasta en un 22%. Si a esto se le suma la instalación del mejor deflector de aire, se logra una reducción del 34%.

Figura 2.10 Influencia del ángulo de ataque en el coeficiente de resistencia y el coeficiente de sustentación para autos de pasajeros.



Fuente: L.J. Janssen y W.h. Hucho, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

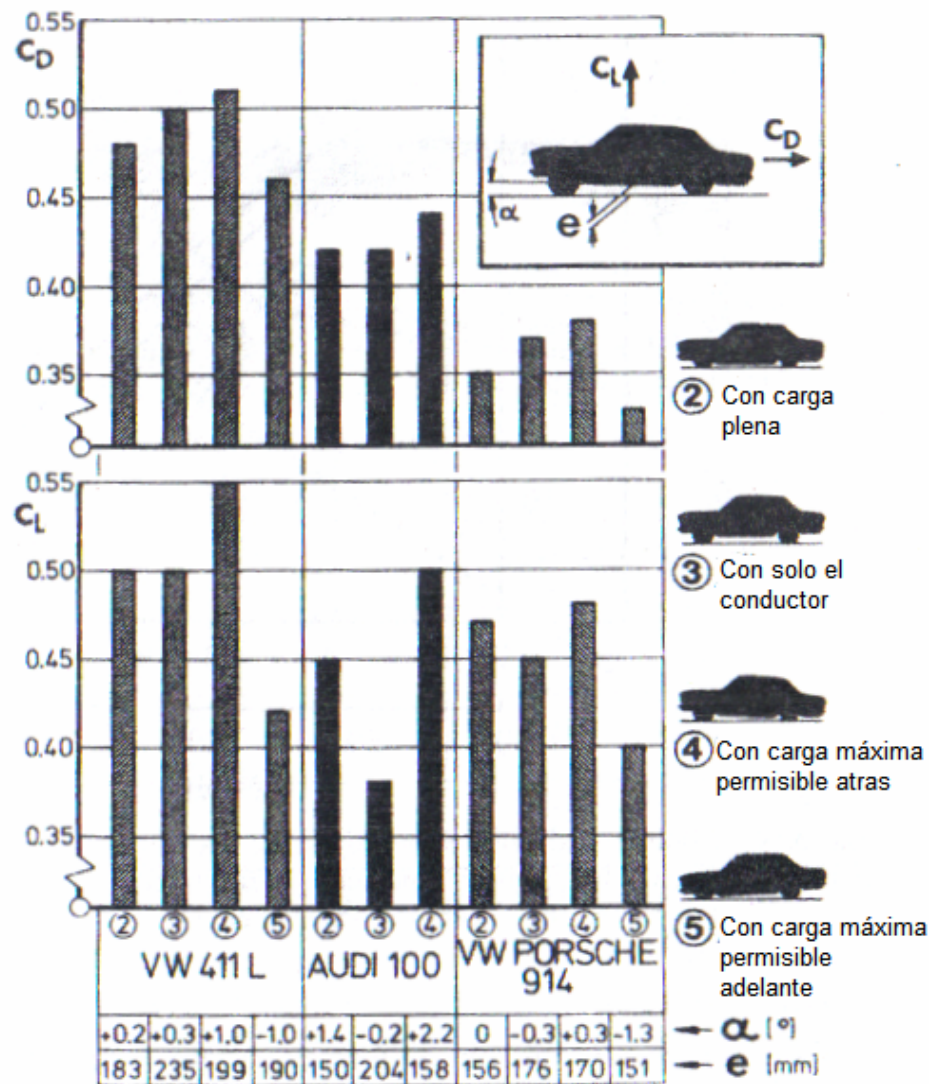
Figura 2.11 Influencia del *ground clearance* en el coeficiente de resistencia y el coeficiente de sustentación para autos de pasajeros.



Fuente: L.J. Janssen y W.h. Hucho, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

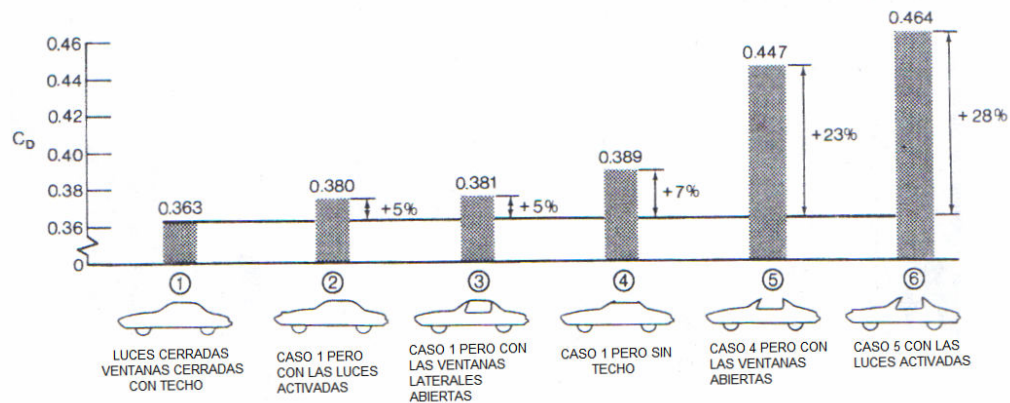
La figura 2.18 muestra la variación del coeficiente de resistencia para tractores-semitrailers con varios dispositivos adicionales y formás de tractor con ángulos de *yaw*.

Figura 2.12 Influencia de la carga en el coeficiente de resistencia y coeficiente de sustentación para autos de pasajeros.



Fuente: L.J. Janssen y W.h. Hucho, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

Figura 2.13 Influencia de los factores operacionales en el coeficiente de resistencia para autos de pasajeros.



Fuente: **L.J. Janssen y W.h. Hucho**, "The effect of various parameters on the Aerodynamic Drag of passenger cars", en *Advances in road vehicles Aerodynamics BHRA Fluid Engineering*, Cranfield, Inglaterra, 1973

Tabla 2.2 Componentes del coeficiente de resistencia aerodinámica y su potencial reducción.

Componentes para el coeficiente de resistencia aerodinámica	Valores Típicos	Valor mínimo posible
Parte trasera de automóvil	0.055	-0.015
Parte delantera del automóvil	0.14	0.07
Base del automóvil	0.06	0.02
Fricción de piel	0.025	0.025
Arrastre total en el cuerpo del auto	0.28	0.1
Llantas y Rines	0.09	0.07
Drip-Rails	0.01	0
Window Recesses	0.01	0.005
Espejos retrovisores externos (uno)	0.01	0.005
Arrastre total debido a protuberancias	0.12	0.08
Sistema de Refrigeración	0.035	0.015
Arrastre interno total	0.035	0.015
Arrastre total	0.435	0.195

Fuente: **C.W. Carr**, "Potential for Aerodynamic Drag Reduction in Car Design" en M.A. Dorgham, Ed., *Impact of Aerodynamics on Vehicle Design*, Technological Advances in Vehicle Design Series, SP3. Jersey, Channel Islands, U.K.: Inderscience Enterprises Limited, 1983.

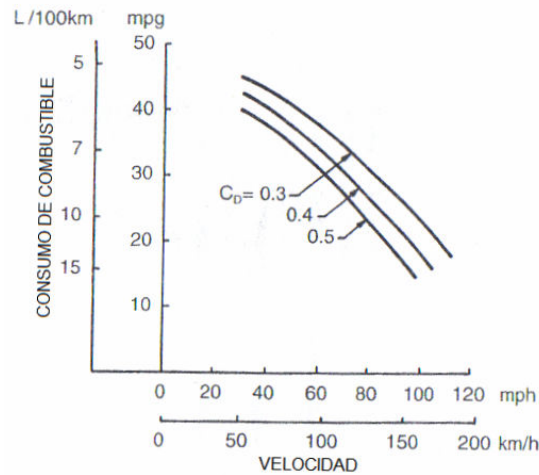
El fenómeno de sustentación se presenta en el vehículo debido al diferencial de presión entre la parte inferior y superior de este. Puede volverse significativo a velocidades moderadas. La sustentación generalmente causa una reducción en la carga normal que actúa en el área de contacto entre la llanta y el suelo. De esta forma, las características de desempeño y el control y la estabilidad direccional del vehículo pueden verse seriamente afectados. Para autos de competición, con el fin de optimizar su capacidad de viraje y de tracción, se utilizan superficies aerodinámicas montadas externamente con el fin de generar una fuerza hacia abajo en el vehículo, con lo que se incrementa la carga normal en el área de contacto entre la llanta y el suelo.

La sustentación aerodinámica R_L actuando en el vehículo se expresa mediante la relación.

$$R_L = \frac{\rho}{2} C_L A_f V_r^2 \quad (2.21)$$

donde C_L es el coeficiente de sustentación aerodinámico, obtenido generalmente mediante pruebas en los túneles de viento. Los valores típicos del coeficiente de sustentación para vehículos de pasajeros varia entre 0.2 y 0.5, utilizando el área frontal del vehículo como el área característica. Al igual que el coeficiente de resistencia, depende no solo de la forma del vehículo, sino también de un número de factores operacionales. La manera en que la forma del *afterbody* afecta el coeficiente de sustentación en el eje trasero del vehículo C_{LR} se muestra en la figura 2.7. Las figuras 2.8 y 2.9 muestran la influencia de la instalación de *spoilers* en la parte delantera y trasera del auto en el valor del coeficiente de sustentación en los ejes delantero y trasero, C_{LF} y C_{LR} respectivamente. Los efectos del ángulo de ataque, *ground clearance*, y las condiciones de carga en el valor de este coeficiente se ilustran en las figuras 2.10, 2.11 y 2.12 respectivamente.

Figura 2.14 Efectos de la reducción del coeficiente de resistencia en la economía de combustible a diferentes velocidades para un auto de pasajeros mediano.



Fuente: W.H. Hucho, L.J Janssen, y HK Emmelmann, "The Optimization of body details – A method for reducing the Aerodynamic Drag of road vehicles", *Society of Automotive Engineers*, paper 760185, 1976.

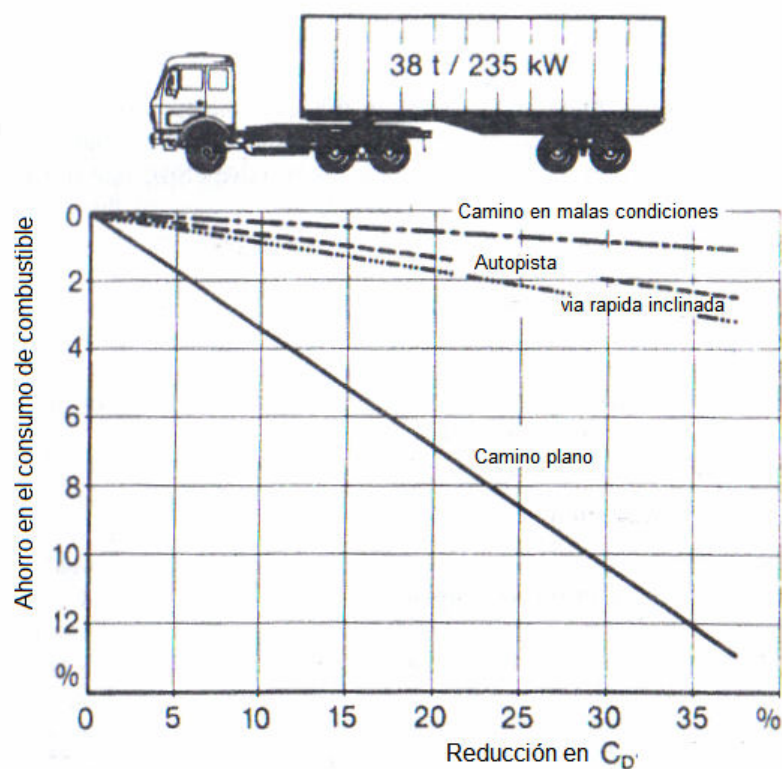
El momento de sustentación aerodinámico, de igual forma, puede afectar el comportamiento del vehículo. Este momento es el resultante de los momentos provocados por la fuerza de resistencia aerodinámica, y la fuerza de sustentación aerodinámica, alrededor del centro de gravedad del vehículo. Puede ocasionar una transferencia de carga significativa de un eje a otro a velocidades moderadas y altas. De esta forma, afecta el desempeño, así como el control direccional y la estabilidad del vehículo.

El momento de sustentación aerodinámico M_a es expresado como

$$M_a = \frac{\rho}{2} C_M A_f L_c V_r^2 \quad (2.22)$$

donde C_M es el coeficiente de momento de sustentación aerodinámico, obtenido generalmente en pruebas en túneles de viento y L_C es la longitud característica del vehículo. La distancia entre ejes o la longitud total del vehículo pueden ser utilizados como la longitud característica en la ecuación 2.22. La mayoría de los autos de pasajeros tienen un valor C_M entre 0.05 y 0.2, utilizando la distancia entre ejes como la longitud característica y el área frontal como el área característica.

Figura 2.15 Efectos de la reducción del coeficiente de resistencia en la economía de combustible en un tractor – semitrailer.



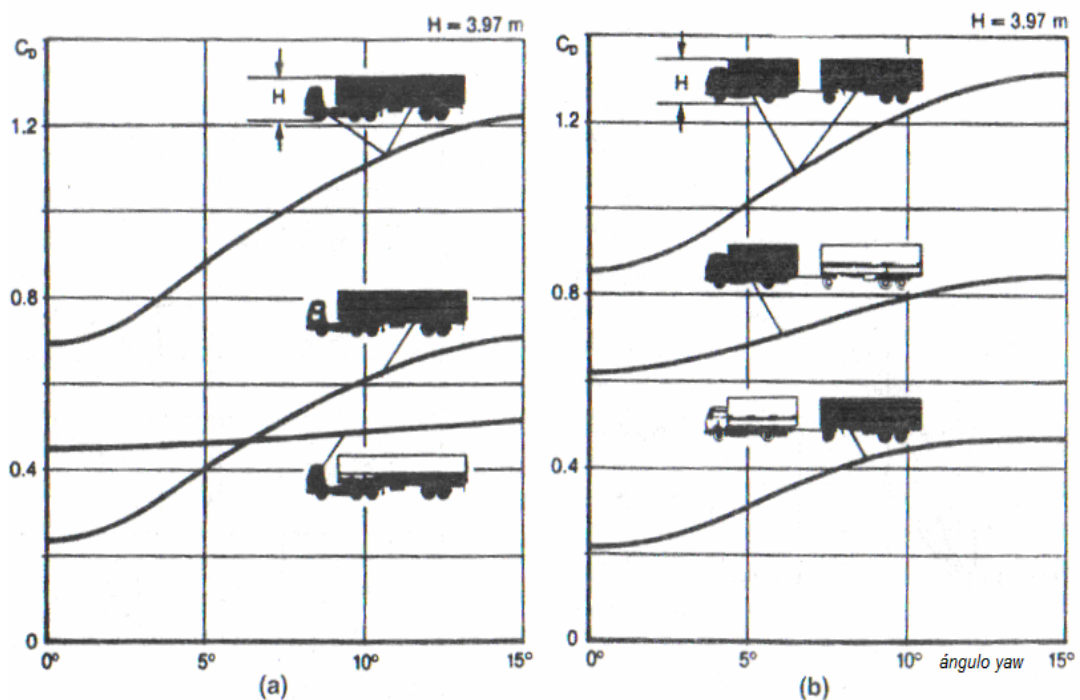
Fuente: **H. Gotz**, "Commercial Vehicles", en W.H Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

Tabla 2.3 Valores de coeficiente de resistencia para distintos tipos de vehículos.

Tipo de vehículo	Coeficiente de resistencia aerodinámico
Autos de pasajeros	0.3-0.52
Vans	0.4-0.58
Buses	0.5-0.8
Tractores - Semitrailer	0.64-1.1
Camión - Trailer	0.74-1.0

Fuente: **H. Gotz**, "Commercial Vehicles", en W.H Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

Figura 2.16 Distribución de la resistencia aerodinámica entre (a) Tractor y semitrailer y (b) Camión y trailer para diferentes ángulos de *yaw*.



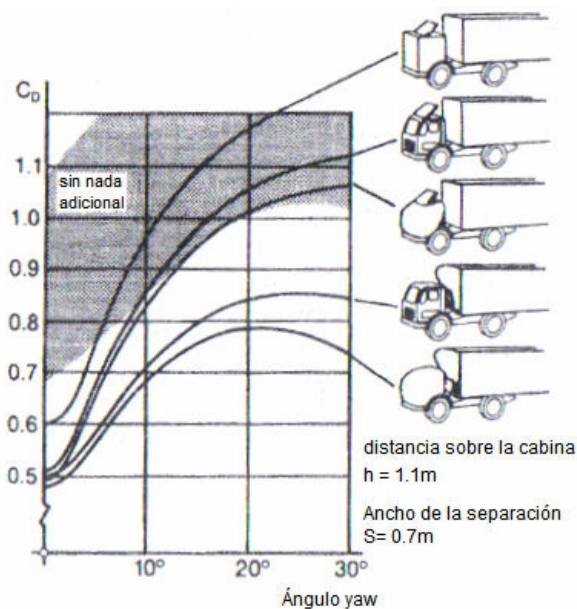
Fuente: **H. Gotz**, "Commercial Vehicles", en W.H Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

Figura 2.17 Efectos de los dispositivos adicionales y detalles de forma en el coeficiente de resistencia para tractores – semitrailer.

1		C_D 0.863	6		C_D 0.656
2		0.663	7		0.629
3		0.660	8		0.820
4		0.657	9		0.673
5		0.668	10		0.568

Fuente: C. Berta y B. Bonis, "Experimental shape research of ideal Aerodynamic characteristics for industrial vehicles", *Society of Automotive Engineers*, paper 801402, 1980.

Figura 2.18 Efectos de los dispositivos adicionales en el coeficiente de resistencia para tractores – semitrailer a distintos ángulos de *yaw*.



Fuente: H. Gotz, "Commercial Vehicles", en W.H Hucho, Ed., *Aerodynamics of road vehicles*. London: Butterworths-Heinemann, 1990.

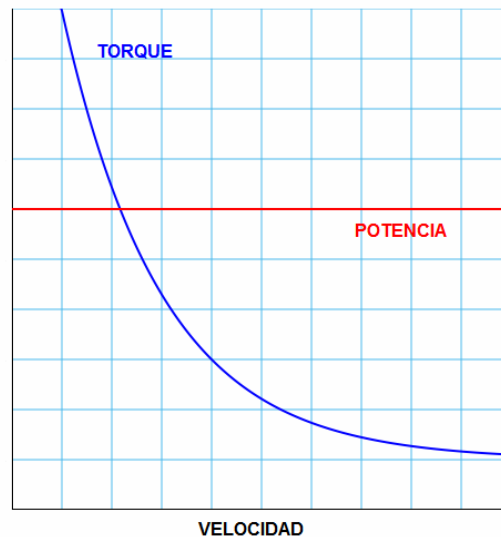
PLANTA MOTRIZ DE LOS VEHÍCULOS Y CARACTERÍSTICAS DE LAS TRANSMISIONES

Como se mencionó anteriormente, existen dos factores limitantes en el desempeño de un vehículo terrestre: Uno es el máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto llanta - suelo puede soportar, y el segundo es el esfuerzo de tracción que el torque del motor con una transmisión específica puede proveer. El más pequeño de estos dos factores determinará el desempeño potencial del vehículo. A bajas relaciones de marcha, con el regulador del motor completamente abierto, el esfuerzo de tracción puede estar limitado por la naturaleza de la adhesión de las llantas al camino. A relaciones de marcha altas, el esfuerzo de tracción es determinado en la mayoría de los casos por las características de transmisión del motor. Para predecir el desempeño global de un vehículo de carretera, las características del motor y de la transmisión deben ser consideradas. En esta sección, se presentan las características generales de la planta motriz y de las transmisiones de los vehículos.

Características de las plantas motrices. Para aplicaciones vehiculares, el desempeño ideal de la planta motriz es que suministre una potencia constante durante todo el rango de velocidad del vehículo. Por ello, el torque debe variar de manera hipérbolica respecto a la velocidad, como se muestra en la figura 2.19. De esta manera se proveerá al vehículo un alto esfuerzo de tracción a velocidades bajas, donde las demandas de aceleración, empuje o capacidad de ascenso son elevadas. Existen plantas motrices cuyas características de potencia-torque-velocidad son muy cercanas a las ideales para aplicaciones de vehículos, tales como motores eléctricos y algunos

motores de vapor. La figura 2.20 muestra las características de torque-velocidad para un motor eléctrico de corriente continua. El motor de combustión interna tiene características menos favorables, y solo es utilizado cuando se acopla con una transmisión apropiada. A pesar de esta desventaja, es la planta motriz más utilizada en la industria debido a su buena relación peso/potencia, alta economía de combustible, bajo costo y facilidad de arranque.

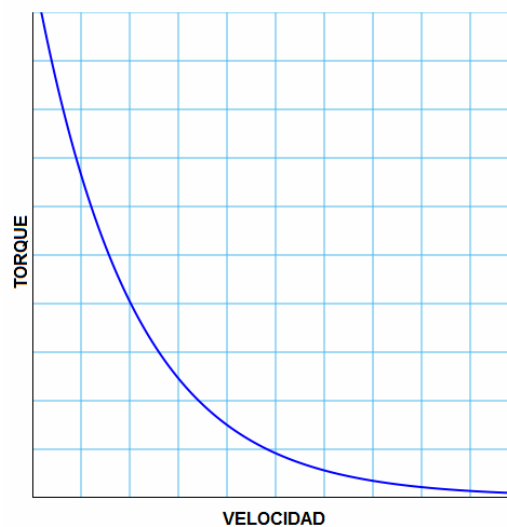
Figura 2.19 Curva de desempeño ideal para plantas motrices vehiculares.



Además de las investigaciones que se realizan para aumentar la eficiencia, la relación peso/potencia, reducir el tamaño y el gasto de combustible en las plantas motrices de los vehículos, en los últimos años se ha hecho mucho énfasis en el control y la reducción de emisiones indeseables. Muchas opciones tecnológicas se han investigado, incluyendo modificaciones del motor de combustión interna. En general, las dos opciones utilizadas para reducir las emisiones indeseables son: prevenir que se formen durante la

combustión o removerlas una vez se hayan formado. Optimizando la combustión mediante inyección directa, *lean burn combustión systems*, y otros, han reducido la cantidad de emisiones indeseables. Los agentes contaminantes pueden ser removidos una vez salgan de la cámara de combustión inyectando aire al reactor del escape con el fin de conseguir una oxidación más completa, o por un convertidor catalítico en el sistema de escape de los motores de gasolina. Para el caso de los Diesel, un dispositivo que combina las funciones del catalizador y de un filtro puede ocasionar una notable reducción en la cantidad de monóxido de carbono, hidrocarburos, y partículas en los gases de emisión. Motores de combustibles alternativos tales como el gas natural, también reducen notoriamente las emisiones nocivas⁹⁸.

Figura 2.20 Curva torque-velocidad de motores eléctricos.



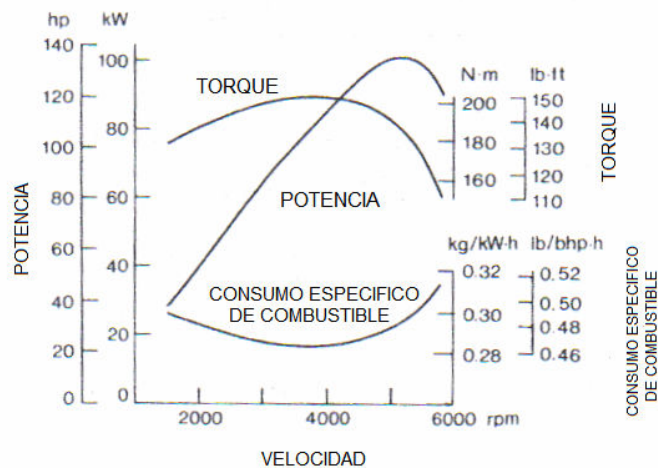
Se han estudiado alternativas al motor de combustión interna, las cuales incluyen motores de turbina a gas, motores de combustión externa de ciclo

⁹⁸ **J. McKnight**, "Transportation in the 21st Century – Our Challenges and Opportunities", *Lectura 11 George Stephenson, Institution of Mechanical Engineers*, Oct. 1990.

Rankine, motores de combustión externa del ciclo Stirling, sistemas de propulsión eléctrica y sistemas de potencia híbridos, como la combinación del motor de combustión interna con la propulsión eléctrica. Las turbinas de gas presentan diferentes ventajas como planta motriz vehicular. Tiene una relación peso/potencia favorable y puede ser utilizada con un gran número de combustibles. El monóxido de carbono y los hidrocarburos en los gases de emisión son menores que los de un motor a gasolina equivalente. También existe evidencia de que la cantidad de óxido nítrico emitido es inferior. La turbina de gas, sin embargo, presenta algunas desventajas. La más importante es una baja eficiencia y poca economía de combustible bajo condiciones de carga nula o parcial, que son las principales condiciones de operación en los automóviles. El motor de ciclo Rankine presenta un comportamiento cercano al ideal, además, por su capacidad de sobre carga, este motor no necesita transmisión alguna, puede ser usado con un gran número de hidrocarburos como combustible y aún así las emisiones nocivas (incluyendo los óxidos nítricos) son muy bajas. Entre las desventajas de este tipo de motor se encuentran el tiempo excesivo de arranque y una relación peso/potencia relativamente alta. El motor de ciclo Stirling utiliza el calentamiento y enfriamiento en forma alternativa del medio de trabajo, tales como helio comprimido y gas hidrógeno a volumen constante con el fin de generar trabajo mecánico útil. Hasta la fecha, tiene una relación peso/potencia deficiente y es muy complejo en el aspecto mecánico, las características de emisión del motor son, sin embargo, excepcionales. Los vehículos eléctricos con celdas de combustible como fuente de potencia han atraído el interés de los investigadores, pues sus emisiones nocivas son nulas. Una celda de combustible es un dispositivo electro-químico en el cual la energía liberada por una reacción química es convertida directamente en energía eléctrica. En una celda de combustible, el hidrógeno es combinado

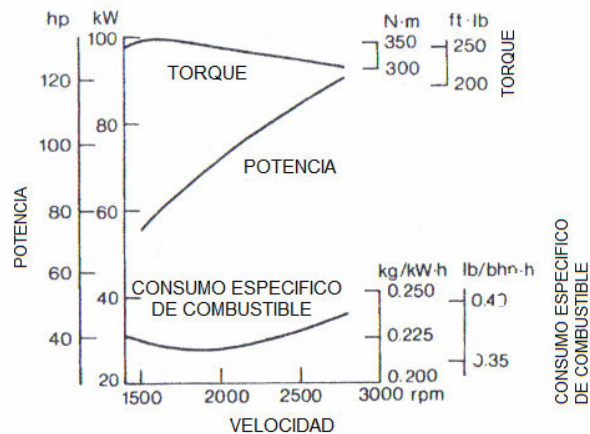
con aire para producir electricidad, provocando un nivel contaminación virtualmente nulo. La emisión es principalmente vapor de agua.

Figura 2.21 Curvas de desempeño de un motor de gasolina.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 2.22 Curvas de desempeño de un motor Diesel.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

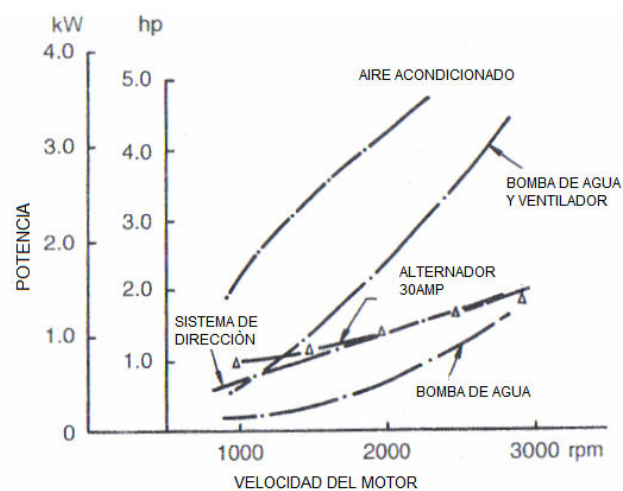
Debido a que el motor de combustión interna es la planta motriz más utilizada en los vehículos hoy día, es apropiado estudiar las funciones básicas

que son esenciales para la predicción del desempeño del vehículo. Algunas características representativas de un motor a gasolina y un motor diesel se muestran en las figuras 2.21 y 2.22, respectivamente. El motor de combustión interna empieza a operar de forma suave a cierta velocidad (velocidad de ralentí). Buena calidad de combustión y el torque máximo que puede brindar el motor se alcanzan a una velocidad intermedia. A medida que empieza a aumentar la velocidad, la presión media efectiva decrece debido a que las pérdidas en el sistema de admisión aumentan, y por ende, el torque del motor disminuye. La potencia, sin embargo, se incrementa a medida que la velocidad aumenta hasta el punto de máxima potencia. Una vez superado este punto, el torque del motor presenta un decrecimiento más rápido a medida que aumenta la velocidad. Esto trae como resultado una caída en la potencia de salida. En aplicaciones vehiculares, la máxima velocidad permisible del motor se ajusta justo después de que se alcanza el valor de máxima potencia. Los vehículos diseñados para brindar tracción, tales como los usados en la industria agrícola y los tractores industriales, generalmente operan a velocidades inferiores debido a que el máximo torque, en lugar de la máxima potencia, determina su capacidad de esfuerzo de tracción. Para limitar la velocidad máxima de operación, este tipo de vehículos usualmente están equipados con un gobernador.

Debe mencionarse que los diagramas de desempeño suministrados por los fabricantes generalmente representan el desempeño bruto del motor. Que es el desempeño del motor con solo el equipo necesario para mantenerlo en operación, y que los demás accesorios y sistemas que no sean necesarios para la operación del motor no son tenidos en cuenta. La potencia efectiva disponible a la entrada de la transmisión es por ende inferior debido a la potencia consumida por los accesorios adicionales, tales como el ventilador y

la bomba de agua que son utilizados en el sistema de refrigeración, y por las pérdidas provocadas por el filtro del aire y el sistema de escape, entre otras. También existen sistemas auxiliares tales como el alternador, la unidad de aire acondicionado y los sistemas de asistencia para la dirección y los frenos, que demandan potencia del motor. La figura 2.23 muestra la variación de la potencia consumida por la unidad de aire acondicionado, el ventilador y la bomba de agua, los sistemas de asistencia y el alternador con respecto a la velocidad del motor para un auto de pasajeros representativo. Para la predicción del desempeño del vehículo, se debe evaluar la potencia consumida por los accesorios sobre todo el rango de velocidades del motor y restar este valor al teórico suministrado por el fabricante, para así conocer la potencia real disponible a la entrada de la transmisión.

Figura 2.23 Requerimientos de potencia de los accesorios de un automóvil de pasajeros.



Fuente: **C.W. Coon y C.D. Wood**, "Improvement of Automobile Fuel Economy" *Society of Automotive Engineers*, paper 801402, 1980.

Las condiciones atmosféricas afectan el desempeño del motor. Con el fin de poder comparar el desempeño de motores distintos sobre una base común, deben utilizarse condiciones atmosféricas estándar. Se han propuesto varias condiciones atmosféricas de referencia, entre ellas una temperatura de 15,5°C y una presión barométrica (aire seco) de 101.32 kPa. Para un motor de gasolina en la posición de máxima aceleración, la relación entre la potencia bajo las condiciones de referencia y la potencia bajo unas condiciones determinadas está dada por⁹⁹:

$$P = \frac{P_o (B_a - B_v)}{B_o} \sqrt{\frac{T_o}{T}} \quad (2.23a)$$

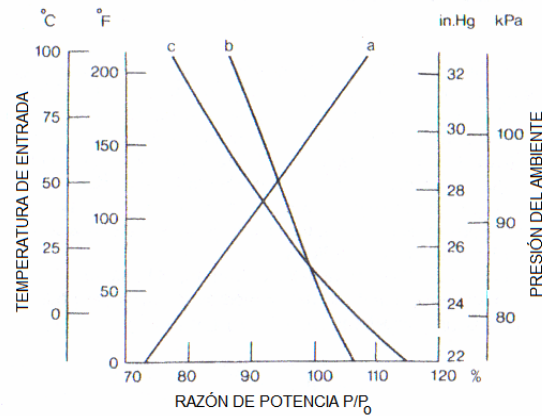
donde B_a y T son la presión barométrica a la entrada del motor y la temperatura ambiente (en °R) respectivamente. B_v es la presión de vapor, que representa el efecto de la humedad del aire. Generalmente, puede ser despreciada, excepto en condiciones extremas. Para un motor diesel, los efectos de las condiciones atmosféricas en sus características de desempeño son más complicadas que en los motores de gasolina. Como aproximación, se puede utilizar la siguiente relación⁶¹:

$$P = \frac{P_o (B_a - B_v)}{B_o} \frac{T_o}{T} \quad (2.23b)$$

Las condiciones atmosféricas pueden afectar considerablemente el desempeño del motor. Los efectos de la temperatura del aire a la entrada y la presión del medio ambiente en el motor se muestran en la figura 2.24. Se puede apreciar que si la temperatura del aire a la entrada del motor es más alta y la presión del medio ambiente es más baja que las establecidas como referencia, la potencia de salida del motor será menor.

⁹⁹ J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles", *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

Figura 2.24 Efectos de las condiciones atmosféricas en la potencia del motor. Curva *a* – Relación de potencia versus presión ambiente. Curva *b* – Relación de potencia versus temperatura del aire en la admisión para motores de gasolina. Curva *c* – Relación de potencia versus temperatura del aire en la admisión para motores diesel.



Fuente: **J.J. Taborek**, “Mechanics of Vehicles”, *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

Además de las condiciones atmosféricas de referencia mencionadas anteriormente, la Sociedad de Ingenieros Automotrices (*Society of Automotive Engineers*) SAE recomienda las siguientes condiciones (SAE J1995): Temperatura de aire en la admisión $T_o = 25^\circ\text{C}$; Presión del aire en la admisión (absoluta) $B_o = 100\text{ kPa}$ y presión de aire seco (absoluta) $B_{do} = 99\text{ kPa}$. Para un motor de gasolina en condiciones de aceleración máxima, la relación entre la potencia entregada por el motor a las condiciones de referencia y la potencia entregada en otras condiciones viene dada por:

$$P = \frac{P_o}{CA} = \frac{P_o}{1.18 \left[\left(\frac{99}{B_d} \right) \left(\frac{T + 273}{298} \right)^{1/2} \right] - 0.18} \quad (2.24)$$

donde B_d y T son la presión (en kPa) y la temperatura (en $^\circ\text{C}$) de la porción de aire seco del total que entra en la admisión bajo unas condiciones atmosféricas dadas.

Para motores diesel, la relación recomendada por la *SAE* entre P y P_o es muy compleja; es dependiente del tipo de aspiración del vehículo (natural, súper cargado, turbo cargado) del sistema de refrigeración del aire, del número de etapas (2 o 4), la densidad del combustible y su viscosidad, etc. Para más detalles, se puede referir a *SAE Standard J1995*.

Características de las transmisiones. Como se mencionó anteriormente, las características de potencia-torque-velocidad de los motores de combustión interna no son adecuadas para la propulsión directa del vehículo. Por ello, se debe usar la transmisión, con el fin de proveer al vehículo el esfuerzo de tracción y la velocidad necesaria que satisfaga las demandas de carga para varias condiciones de operación. El término “*transmisión*” incluye todos los subsistemas necesarios para transmitir la potencia del motor a las ruedas motrices o al diferencial. Los dos tipos de transmisiones más utilizados en vehículos son, la transmisión manual y la transmisión automática con convertidor de torque. Otros tipos de transmisión son la transmisión variable continua y la transmisión hidrostática.

- Transmisiones manuales: Los principales requerimientos para la transmisión son:
 1. Alcanzar la velocidad máxima deseada con un motor apropiado.
 2. Ser capaz de arrancar, con carga plena, en ambas direcciones en una superficie inclinada (33% es el valor típico de pendiente) y ser capaz de mantener una velocidad entre 88 y 96 km/h en una superficie casi

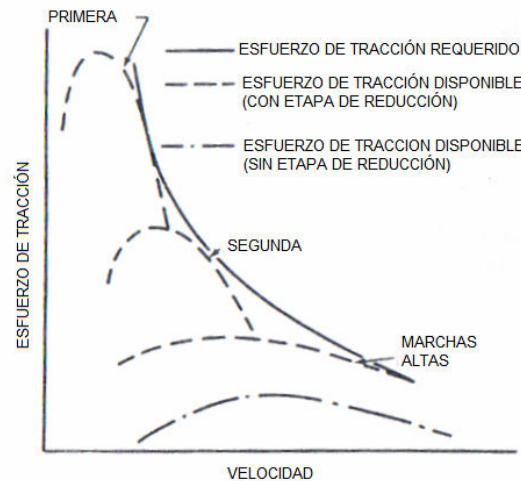
plana (por ejemplo de 3% de pendiente) en la marcha más alta para autos de pasajeros.

3. Ajustarse a las características del motor, con el fin de lograr las condiciones de economía de combustible y aceleración adecuadas.

La transmisión manual consiste generalmente de un embrague (*clutch*), una caja de cambios, un eje de potencia y un eje conducido con un diferencial (para permitir la rotación relativa de las llantas durante maniobras de viraje). En autos con motor y tracción delantera al igual que los de motor y tracción trasera es común encontrar la caja de cambios y el diferencial como una sola unidad. Como regla general, el eje conducido tiene una razón de reducción constante, la cual es determinada por la práctica usual de usar transmisión directa (transmisión sin reducción) en la caja de cambios en su marcha más alta. Para vehículos que requieren un altísimo torque a bajas velocidades, se utiliza una reducción final en las llantas. La caja de cambios provee un número de relaciones, en el rango de 3 a 5 para autos de pasajeros y de 5 a 16 para vehículos comerciales. El número de relaciones de marcha es seleccionado de tal forma que los autos tengan un comportamiento tan cercano al ideal como sea posible de una manera eficiente y no muy costosa, tal como se indica en la figura 2.25.

La relación de marcha más alta (es decir, la menor reducción de velocidad en el eje) es escogida de forma que el vehículo pueda alcanzar la velocidad máxima deseada con un motor adecuado. El motor debe poseer potencia suficiente para superar la resistencia interna de la transmisión, resistencia a la rodadura de las llantas y la resistencia aerodinámica a su velocidad máxima.

Figura 2.25 Curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad para un auto de pasajeros.



Fuente: **J.J. Taborek**, "Mechanics of Vehicles", *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

La práctica más común es seleccionar una relación de marcha tal que a la velocidad máxima del auto, la velocidad del motor sea un poco mayor que aquella que representa el mayor valor de potencia, tal como lo indica la figura 2.26. Esto asegura que se disponga de suficiente potencia para mantener la velocidad del vehículo en los casos en que las condiciones del viento se incrementen momentáneamente, o que el motor sufra deterioro por su prolongado uso.

Con base en este principio, la relación de reducción para la marcha más alta en la caja de cambios puede determinarse mediante la relación:

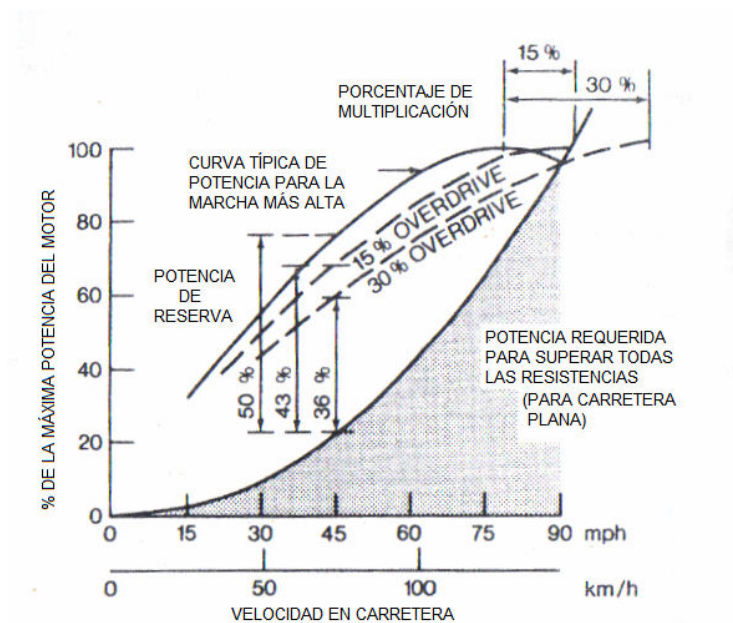
$$\xi_n = \frac{n_{e1} r (1-i)}{V_{\max} \xi_{ax}} \quad (2.25)$$

donde ξ_n es la relación de reducción de la marcha más alta en una caja de cambios con n-velocidades; n_{e1} es la velocidad del motor correspondiente a la velocidad máxima del vehículo, que para autos de pasajeros usualmente es

un 10% más alta que aquella a la que se da el mayor valor de potencia; r es el radio de giro de la llanta; i es el deslizamiento de la llanta; V_{max} es la velocidad máxima deseada en el automóvil y ξ_{ax} es el relación de reducción en el eje conducido.

Llegado el caso en el que en la relación de marcha más alta la caja de cambios esta en acople directo ($\xi_n = 1$), entonces la ecuación 2.25 puede ser utilizada para hallar la relación de reducción del eje conducido.

Figura 2.26 Efecto de la relación de reducción de la marcha más alta en el desempeño del vehículo.



Fuente: J.G Giles, *Gears and Transmissions*, Automotive Technology Series, vol. 4, London: Butterworths, 1969.

La relación de reducción de la marcha más baja (es decir, la mayor reducción en la caja de cambios) se selecciona de manera que el vehículo sea capaz de subir una pendiente; generalmente se toma 33% como la pendiente de

referencia, para autos de pasajeros. También se toma como criterio de selección el hecho de que el vehículo debe ser capaz de subir el máximo gradiente de pendiente sin presentar deslizamiento bajo terrenos normales. Si este criterio es el elegido, entonces la relación de reducción para la marcha más baja se determina de la siguiente manera.

Para un vehículo de tracción trasera, con base en la ecuación 2.9, el máximo ángulo de inclinación θ_{smax} que el vehículo puede subir, determinado por el máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto llanta-suelo puede soportar, se expresa como:

$$W \sin \theta_{smax} = \frac{\mu W (l_1 - f_r h) / L}{1 - \mu h / L} - f_r W \quad (2.26)$$

En la ecuación anterior, se desprecia la resistencia aerodinámica debido a que generalmente la velocidad de un automóvil sorteando una pendiente es baja.

A partir de la ecuación 2.26, la relación de reducción para la marcha más baja ξ_1 en la caja de cambios esta dada por:

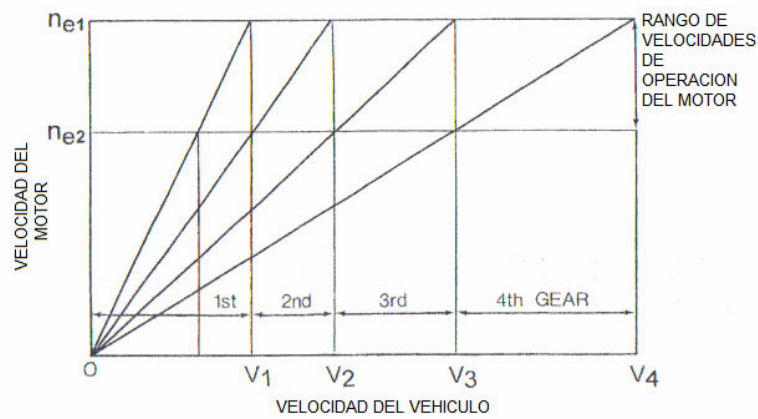
$$\xi_1 = \frac{W (\sin \theta_{smax} + f_r) r}{M_{emax} \xi_{max} \eta_t} \quad (2.27)$$

donde M_{emax} es el máximo torque del motor y η_t es la eficiencia total de la transmisión.

Para el caso de los automóviles de tracción delantera, una expresión similar puede ser obtenida a partir de las ecuaciones 2.10 y 2.27.

El método para seleccionar las relaciones de reducción en las marchas intermedias depende del tipo de vehículo (si es comercial o de pasajeros). Para vehículos comerciales pesados, las relaciones de reducción generalmente están distribuidas en una progresión geométrica. La base de esto radica en que el motor debe operar en el mismo rango de velocidad en cada marcha, tal como se muestra en la figura 2.27. Con lo que se asegura que en cada marcha, el consumo de combustible es similar.

Figura 2.27 Selección de las relaciones de marcha basándose en la regla de la progresión geométrica.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para una caja de cambios de cuatro marchas (o cambios), por ejemplo, se puede establecer la siguiente relación:

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{\xi_3}{\xi_2} = \frac{\xi_4}{\xi_3} = \frac{n_{e2}}{n_{e1}} = K_g$$

y

$$K_g = \sqrt[3]{\frac{\xi_4}{\xi_1}} \quad (2.28)$$

donde ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 y ξ_4 son las relaciones de reducción para la primera, segunda, tercera y cuarta marcha respectivamente. De una manera más general, si la relación de reducción para la marcha más alta es conocida así como la relación de reducción para la marcha más baja y el número de marchas que tendrá el vehículo, el factor K_g puede ser determinado mediante:

$$K_g = \sqrt[n_g-1]{\frac{\xi_n}{\xi_1}} \quad (2.29)$$

La tabla 2.4 muestra los valores de las relaciones de reducción diseñadas para vehículos comerciales. Se puede observar que las relaciones de reducción en estas cajas de cambios son distribuidas básicamente mediante una progresión geométrica. Se debe apreciar que debido a que el número de dientes de un engranaje es un valor entero, no es posible distribuir las relaciones de reducción en una progresión geométrica exacta.

Para automóviles de pasajeros, las relaciones de reducción, generalmente, no están distribuidas por medio de una progresión geométrica. Las relaciones de reducción de las marchas intermedias pueden ser escogidas con el fin de que el automóvil alcance una velocidad específica de manera más rápida, por ejemplo 100 km/h (60 mph), o la velocidad máxima que el vehículo pueda alcanzar. También se toma en cuenta, de que el paso por las relaciones más altas es mucho más común que el paso por las relaciones más bajas, sobretodo cuando se maneja en las ciudades. Por eso, las relaciones de reducción de estas marchas son más próximas entre si, que las relaciones de reducción de las marchas bajas.

Tabla 2.4 Relaciones de engranaje para diferentes vehículos comerciales.

	Allison	Eaton Fuller	Eaton Fuller RT/RTO-	Eaton Fuller	ZF Ecomid
Marcha	HT70	RT-11608	15615	Rt-6613	16S 109
1	3	10.23	7.83	17.93	11.86
2	2.28	7.23	6	14.04	10.07
3	1.73	5.24	4.63	10.96	8.4
4	1.31	3.82	3.57	8.61	7.13
5	1	2.67	2.8	6.74	5.71
6	0.76	1.89	2.19	5.26	4.85
7		1.37	1.68	4.11	3.97
8		1	1.301	3.29	3.37
9			0.78	2.61	2.99
10				2.05	2.54
11				1.6	2.12
12				1.25	1.8
13				1	1.44
14					1.22
15					1
16					0.85
Valor de K_g Calculado por la ecuación 2.29	0.76	0.717	0.774	0.786	0.839

Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Por ejemplo, para el caso del Cadillac Seville, mostrado en la tabla 2.5, la razón entre la relación de reducción de la cuarta marcha y la tercera es de 0.7 (0.7/1.0), mientras que la razón entre la relación de reducción de la tercera marcha con el de la segunda es de 0.637 (1.00/1.57) y la razón entre la relación de reducción de la segunda marcha con la de la primera es de 0.538 (1.57/2.92). Ejemplos similares se pueden apreciar en la tabla 2.5.

Es interesante observar que aún cuando las relaciones de reducción no están distribuidas mediante una progresión geométrica, el valor promedio de estas dos marchas consecutivas se acerca mucho al valor de K_g obtenido utilizando la ecuación 2.29. Retomando el ejemplo del Cadillac Seville, el valor

promedio para dos relaciones de reducción consecutivas es de 0.625 $((0.7+0.637+0.538)/3)$, mientras que el valor de K_g obtenido utilizando la ecuación 2.29 es de 0.621 $((0.7/2.92)^{1/3})$.

En la transmisión existen pérdidas debido a la fricción entre los dientes del engranaje, así como en los rodamientos, sellos y la debida a los remolinos de aceite. La eficiencia mecánica de una transmisión es una función de la carga (torque) y la velocidad. La figura 2.28 muestra la variación de la eficiencia mecánica con la velocidad de entrada para una caja automática de tres marchas. La transmisión es conectada a un motor operando a aceleración máxima y desarrollando un torque máximo de 407 N-m¹⁰⁰. Cuando se desea predecir el desempeño de un vehículo, se pueden utilizar los siguientes valores de eficiencia mecánica de los principales subsistemas en la transmisión.

Caja de cambios – transmisión directa	98%
Caja de cambios – transmisión indirecta	95%
Eje conducido	95%

Para un vehículo con transmisión manual, el esfuerzo de tracción del vehículo esta dado por:

$$F = \frac{M_e \xi_o \eta_t}{r} \quad (2.30)$$

donde M_e es el torque de salida del motor, ξ_o es la relación global de reducción en la transmisión (incluyendo la caja y el eje conducido), η_t es la eficiencia global de la transmisión y r es el radio de la llanta (o el sprocket).

¹⁰⁰ H.I. Setz, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

Tabla 2.5 Relaciones de Transmisión de algunos vehículos de Pasajeros.

Vehículo	Transmisión	Relaciones de marcha en la caja					Relación Final
		1era	2da	3era	4ta	5ta	
Audi A4 1.8	Manual	3.5	2.12	1.43	1.03	0.84	4.11
Audi A6 Avant 2.5TDI	Manual	3.78	2.18	1.31	0.89	0.69	3.7
BMW 320i	Manual	4.23	2.52	1.66	1.22	1	3.45
BMW 525i	Manual	4.2	2.49	1.67	1.24	1	3.23
Buick Park Avenue 3.8i	Automática	2.92	1.57	1	0.7		2.97
Cadillac DeVille 4.6i	Automática	2.96	1.63	1	0.68		3.11
Cadillac Seville	Automática	2.92	1.57	1	0.7		2.97
Chrysler Voyager 3.0V6	Manual	3.31	2.06	1.36	0.97	0.71	3.77
Dodge Intrepid 3.3i	Automática	2.84	1.57	1	0.69		3.66
Fiat Punto 1.6	Manual	3.91	2.16	1.48	1.12	0.9	3.73
Ford Escort 1.8TD	Manual	3.42	2.14	1.45	1.03	0.77	3.56
Ford Galaxy 2.0 16v	Manual	3.58	2.05	1.34	0.97	0.8	4.53
Honda Civic 1.5i	Manual	3.25	1.9	1.25	0.91	0.75	4.25
Honda Odyssey 2.2i	Automática	2.74	1.57	1.08	0.73		4.43
Mazda 323 1.8i	Manual	3.31	1.83	1.31	1.03	0.795	4.11
Mercedes-Benz C220	Manual	3.91	2.17	1.37	1	0.81	3.67
Mercedes-Benz E320	Automática	3.87	2.25	1.44	1		3.07
Mercedes-Benz S420	Automática	3.87	2.25	1.44	1		2.82
Mercury Cougar 3.8i	Automática	2.84	1.56	1	0.7		3.27
Nissan sunny 2.0 diesel	Manual	3.33	1.96	1.29	0.93	0.73	3.65
Oldsmobile Aurora 4.0i	Automática	2.96	1.62	1	0.68		3.48
Peugeot 405 2.0i T16	Manual	3.42	1.82	1.25	0.97	0.77	3.93
Renault Laguna 2.0i	Manual	3.72	2.05	1.32	0.97	0.79	3.87
Toyota Corolla 1.3i	Manual	3.55	1.9	1.31	0.97	0.815	4.06
Toyota Camry Wagon 3.0i	Manual	3.54	2.04	1.32	1.03	0.82	3.63
Volkswagen Passat	Manual	3.78	2.12	1.46	1.03	0.84	3.68
Volvo 440 1.7i	Manual	3.73	2.05	1.32	0.97	0.79	3.73
Volvo S70	Automática	3.61	2.06	1.37	0.98		2.74
Volvo S70	Manual	3.07	1.77	1.19	0.87	0.7	4

Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

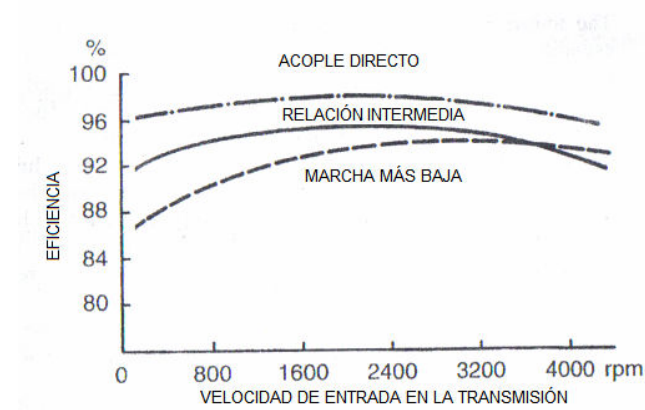
Es importante notar que el máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto llanta-suelo puede soportar determina generalmente la capacidad de tracción del automóvil cuando este funciona en marchas bajas.

La relación que existe entre la velocidad del motor y la velocidad del automóvil viene determinada por:

$$V = \frac{n_e r}{\xi_o} (1 - i) \quad (2.31)$$

donde n_e es la velocidad del motor e i es el deslizamiento de la marcha a la que se encuentra el vehículo. Para un automóvil convencional, el valor del deslizamiento generalmente se asume en el rango del 2 – 5% bajo condiciones de operación normales.

Figura 2.28 Eficiencia mecánica de una transmisión automática de 3 marchas en condiciones de aceleración máxima.



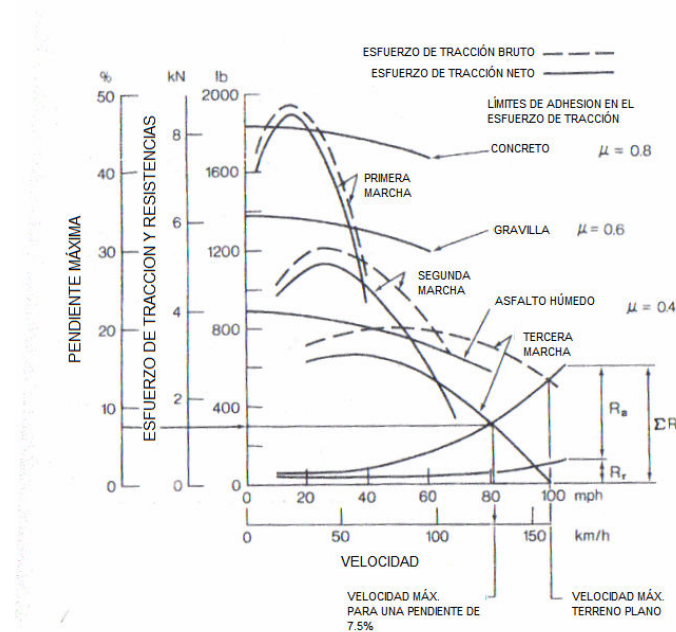
Fuente: **H.I. Setz**, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

La figura 2.29 muestra la variación del esfuerzo de tracción respecto a la velocidad para un auto de pasajeros equipado con una transmisión manual de tres marchas.

- **Transmisiones automáticas.** Las transmisiones automáticas con convertidor de torque son ampliamente usadas en los automóviles de pasajeros de Norteamérica. Comprenden generalmente de un convertidor de

torque y una caja de cambios automática. El convertidor consiste en al menos tres elementos rotativos: la bomba, la turbina y el reactor, tal como se muestra en la figura 2.30. La bomba esta conectada al eje del motor, y la turbina esta conectada a la salida del convertidor, el cual esta acoplado con el eje de entrada de la caja de cambios automática. El reactor esta acoplado a una carcasa externa para proveer reacción en el fluido que circula en el convertidor. La función del reactor es permitir que la turbina desarrolle un torque de salida más alto que el torque que recibe el convertidor, y así obtener una multiplicación del mismo.

Figura 2.29 Características de desempeño para un auto de pasajeros equipado con una transmisión de 3 marchas.

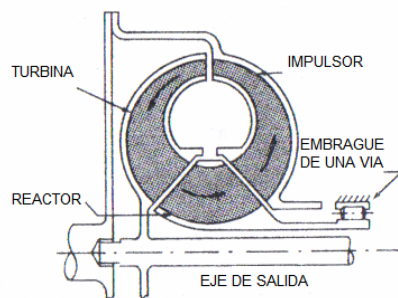


Fuente: **J.J. Taborek**, "Mechanics of Vehicles", *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

Generalmente, el reactor va montado en una rueda libre (embrague de una dirección) de tal forma que cuando el periodo de arranque haya sido

completado y la velocidad de la turbina se acerque a la de la bomba, el reactor quede en rotación libre. En este punto, el convertidor opera como un acople de fluido, con una relación de torque de salida sobre torque de entrada de 1.0¹⁰¹.

Figura 2.30 Vista esquemática de un convertidor de torque.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Las grandes ventajas obtenidas al utilizar un convertidor de torque en la transmisión pueden resumirse en las siguientes:

1. Cuando se monta apropiadamente, impide que se pare el motor.
2. Provee un acople flexible entre el motor y las llantas (o sprockets)
3. En conjunto con una caja de cambios apropiada, provee un comportamiento de torque – velocidad muy próxima al ideal.

Las características de desempeño de un convertidor de torque generalmente son descritas en base a los siguientes cuatro parámetros:

¹⁰¹ **J.G Giles**, *Gears and Transmissions*, Automotive Technology Series, vol. 4, London: Butterworths, 1969.

Relación de velocidad $C_{sr} = \text{Velocidad de salida} / \text{Velocidad de entrada}$

Relación de torque $C_{tr} = \text{Torque de salida} / \text{Torque de entrada}$

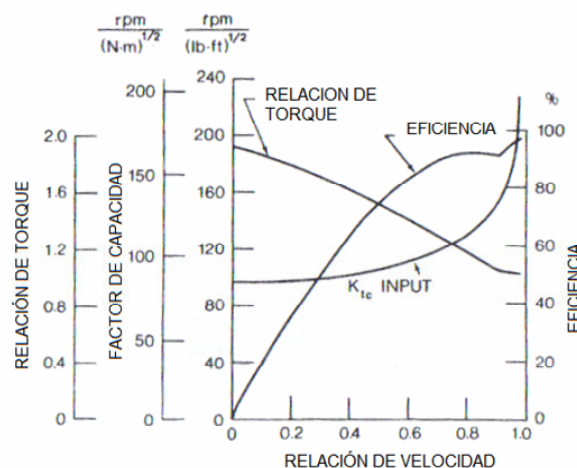
Eficiencia $\eta_t = \text{Velocidad de salida} \times \text{Torque de salida} / \text{Velocidad de entrada} \times \text{Torque de entrada} = C_{sr} \times C_{tr}$

Factor de capacidad (factor de tamaño) $K_{tc} = \text{Velocidad} / (\text{Torque})^{1/2}$

El factor de capacidad es un indicador de la capacidad del convertidor de absorber o transmitir torque, que es proporcional al cuadrado de la velocidad rotacional.

Las curvas representativas del desempeño de un convertidor de torque se muestran en la figura 2.31, en el cual la relación de torque, la eficiencia, y el factor de capacidad inicial, son graficados respecto a la relación de velocidad. Obsérvese que la relación de torque es máxima en el momento en que la relación de velocidad es de cero.

Figura 2.31 Curvas de desempeño de un convertidor de torque.



Fuente: **H.I. Setz**, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

La relación de torque decrece a medida que la relación de velocidad aumenta hasta que el convertidor actúa como un acople de fluido con una relación de 1.0. En este punto, existe una pequeña diferencia entre el torque de salida y el torque de entrada debido al deslizamiento provocado entre la bomba (el impulsor) y la turbina. La eficiencia del convertidor es de cero cuando el auto no esta en marcha y se incrementa con el aumento de la relación de velocidades, alcanzando el máximo valor de eficiencia en el punto en el que actúa como un acople. El factor capacidad de entrada es un parámetro importante que define las condiciones de operación del convertidor de torque y que a su vez, gobierna la unión entre el convertidor y el motor. Este factor tiene un valor mínimo cuando el auto esta detenido y se incrementa a medida que la relación de velocidades aumenta.

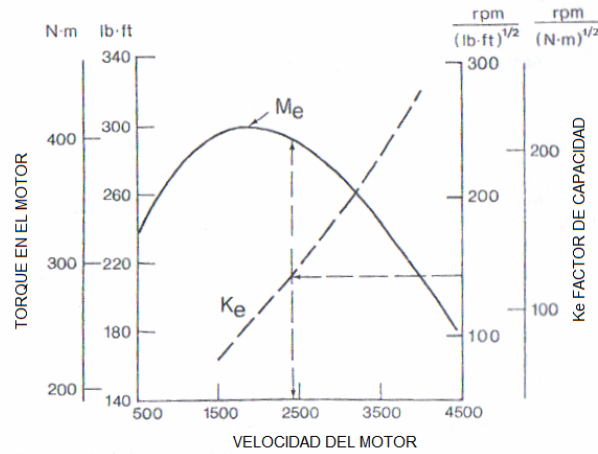
Debido a que el convertidor es activado por el motor, para determinar las condiciones de operación del convertidor, se debe especificar el punto de operación del motor. Para poder caracterizar las condiciones de operación del motor con el propósito de determinar el desempeño del conjunto motor – convertidor, se debe introducir un factor de capacidad del motor definido mediante.

$$K_e = \frac{n_e}{\sqrt{M_e}}$$

donde n_e y M_e son la velocidad y el torque del motor respectivamente. La variación de este factor de capacidad con respecto a la velocidad para un motor en particular se muestra en la figura 2.32

Para lograr un conjunto óptimo, tanto el motor como el convertidor deben tener un factor de capacidad similar.

Figura 2.32 Factor de capacidad para un motor de combustión interna.



Fuente: H.I. Setz, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

Como se mencionó anteriormente, el eje del motor generalmente esta conectado al eje de entrada del convertidor, luego

$$K_e = K_{tc}$$

El procedimiento de selección comienza con la especificación de la velocidad y el torque del motor. Conociendo el punto de operación del motor, se puede, mediante la figura 2.32, determinar el factor K_e . Como $K_e = K_{tc}$, se conoce el factor de capacidad a la entrada del convertidor correspondiente al punto de operación del motor. Para un valor en particular del factor de capacidad a la entrada del convertidor K_{tc} , las relaciones de velocidad y torque en el convertidor pueden ser determinadas mediante las curvas de la figura 2.31. El torque y la velocidad a la salida vienen dadas por.

$$M_{tc} = M_e C_{tr} \quad (2.32)$$

y

$$n_{tc} = n_e C_{sr} \quad (2.33)$$

donde n_{tc} y M_{tc} son la velocidad y el torque a la salida del convertidor respectivamente.

Conociendo las relaciones de reducción en la caja y el eje conducido, el esfuerzo de tracción y la velocidad del vehículo pueden ser calculadas mediante:

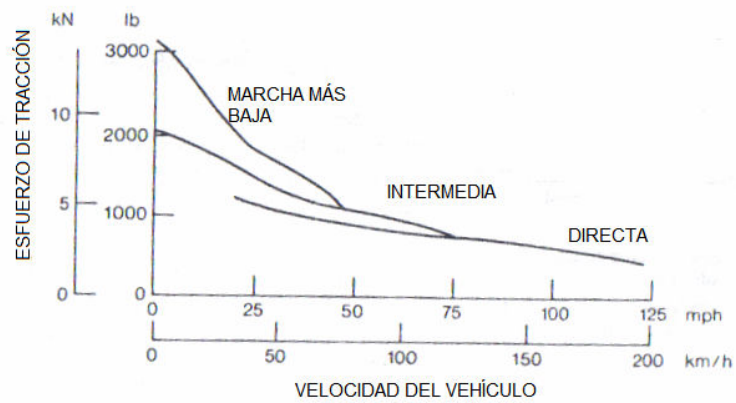
$$F = \frac{M_{tc} \xi_o \eta_t}{r} = \frac{M_e C_{tr} \xi_o \eta_t}{r} \quad (2.34)$$

y

$$V = \frac{\eta_{tc} r}{\xi_o} (1 - i) \quad (2.35)$$

La figura 2.33 muestra la variación del esfuerzo de tracción respecto de la velocidad para un automóvil de pasajeros equipado con un convertidor de torque y una caja de cambios de tres marchas.

Figura 2.33 Curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad para un automóvil de pasajeros con una transmisión automática de tres marchas.



Fuente: **H.I. Setz**, "Computer predicts Car acceleration", *SAE Transactions*, vol. 69, 1961.

Debe mencionarse que la eficiencia del convertidor de torque es baja en un rango considerable de relación de velocidades, tal como se muestra en la figura 2.31. Para mejorar la eficiencia global de la transmisión y de esta manera el consumo de combustible, un embrague es incorporado al convertidor de torque, el cual esta programado para embragar a una velocidad determinada. Cuando embraga, la potencia del motor va directamente al eje de salida del convertidor.

Ejemplo 2.1 Un motor que presenta unas curvas de desempeño torque – velocidad como la mostrada en la figura 2.32 es acoplado con un convertidor de torque, que a su vez presenta unas curvas de desempeño similares a las de la figura 2.31. Determine la velocidad y el torque de salida del convertidor cuando el motor esta operando a 2450 rpm con un torque de salida de 393 N-m.

Solución. El factor de capacidad K_e para el motor es:

$$K_e = \frac{n_e}{\sqrt{M_e}} = \frac{2450}{\sqrt{393}} = 123 \frac{rpm}{\sqrt{N \cdot m}}$$

Como el factor de capacidad del convertidor es igual al factor de capacidad para el convertidor, entonces:

$$K_{tc} = 123 \frac{rpm}{\sqrt{N \cdot m}}$$

De la figura 2.31, para este valor del factor de capacidad, la relación de velocidades y la relación de torques son

$$C_{sr} = 0.87$$

$$C_{tr} = 1.05$$

Luego la velocidad de salida del convertidor es:

$$n_{tc} = 0.87 \times 2450 = 2132 \text{ rpm}$$

Y el torque de salida en el convertidor será de:

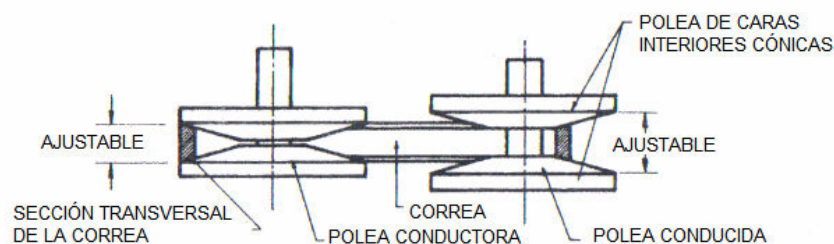
$$M_{tc} = 1.05 \times 393 = 413 \text{ N} \cdot \text{m}$$

La eficiencia global del convertidor para estas condiciones de operación es:

$$\eta_e = 1.05 \times 0.87 = 91.4\%$$

- **Sistemás de transmisión continúa variable.** Con el creciente interés de fabricar autos que cada vez consuman menos combustible, las transmisiones continuas variables han llamado la atención de los investigadores. Este tipo de transmisión permite que el motor opere siempre en las condiciones más óptimas de consumo de combustible en un amplio rango de velocidades, gracias a una relación de reducción que varia continuamente.

Figura 2.34 Esquema de una transmisión variable tipo Van Doorne.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Dos de los sistemás más representativos de este tipo de transmisiones son: el sistema de correa Van Doorne y el sistema Perbury. El sistema Van Doorne tiene un par de poleas cónicas, cuyos ejes están paralelos, tal como se muestra

en la figura 2.34. El radio efectivo de las correas, y por ende, la relación de reducción puede ser variada ajustando la distancia entre las poleas. En el sistema original, la relación de reducción estaba controlada por medios mecánicos, como pesos centrífugos en la polea conductora y un actuador. Últimamente, se han incorporado sistemas de control a base de microprocesadores^{102, 103}; este tipo de transmisiones pueden lograr relaciones de reducciones que van de 4 a 6. La eficiencia mecánica de esta transmisión varía con la carga y la velocidad. Las variaciones en la eficiencia para un torque y una velocidad de entradas a una relación de reducción de 1 se muestran en la figura 2.35. Con el fin de mejorar la eficiencia del sistema, y reducir el ruido y el desgaste, se han desarrollado dispositivos como correas de acero segmentadas o sistemas de correas de empuje¹⁰⁴. Comprende de un juego de elementos de correa, los cuales poseen canales a sus lados en los cuales se ubican dos bandas de acero de alta tensión, las cuales mantienen unidos los segmentos. A diferencia de las correas en V convencionales, transmite potencia por medio de fuerzas de compresión entre los elementos y no por tensión. El sistema Van Doorne es más apropiado en sistemas de baja potencia, y es utilizado en autos de pasajeros pequeños y vehículos de nieve.

Un esquema del sistema Perbury se muestra en la figura 2.36. El componente más importante de este sistema es el variador, el cual consiste de tres discos, con el par exterior conectado al eje de entrada, y el interior conectado al eje de

¹⁰² **A. Bonthron**, "CVT – Efficiency measured under Dynamic running conditions", *Society of Automotive Engineers*, paper 850569, 1985.

¹⁰³ **D. Hahne** "A Continuously Variable Automatic Transmission for Small Front Wheel Drive Cars" en *Driveline 84*, Institution of Mechanical Engineers, 1984.

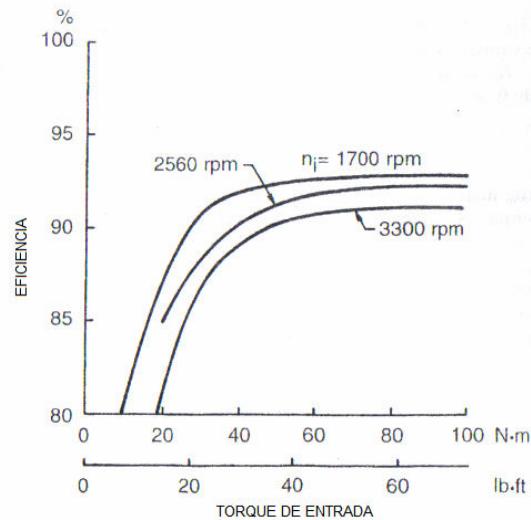
¹⁰⁴ **K. Newton, W. Steeds y T.K. Garrett**, *The motor vehicle*, Décima edición, London: Butterworths. 1983.

salida. Las superficies internas de los discos poseen una forma toroidal sobre los cuales los rodillos esféricos ruedan. Los rodillos pueden rotar sobre su propio eje. Variando la inclinación de este eje, se puede lograr una relación de reducción variable en la transmisión. Se debe observar que las guías de los rodillos son fijas. Con el fin de minimizar el desgaste, se debe lubricar la zona de contacto entre los rodillos y los discos. Para transmitir el torque adecuado, se requieren fuerzas normales altas en los puntos de contacto, debido a que el coeficiente de tracción entre los rodillos y la superficie de los discos es generalmente bajo, alrededor de 0.1. El deslizamiento relativo entre los rodillos y la superficie bajo condiciones normales de operación oscila en el rango de 1 – 2%. Este sistema puede proveer una relación de reducción hasta de 5. Al igual que el sistema Van Doorne no puede proveer salida nula o relaciones inversas. Por ellos, se deben añadir dispositivos para el arranque y para la reversa. El sistema Perbury es más eficiente para aplicaciones de alta potencia en comparación con el Van Doorne, y se han diseñado sistemás como este para buses y camiones de entrega con una potencia nominal de 375 kW. El valor promedio de la eficiencia mecánica de este sistema es de 90%.

- **Transmisiones Hidrostáticas.** Las transmisiones hidrostáticas son utilizadas en algunos vehículos de carretera, también como en vehículos para terreno no preparado, en particular aquellos de naturaleza específica, y han tenido cierto éxito¹⁰⁵. Las transmisiones hidrostáticas pueden dividirse en tres categorías.

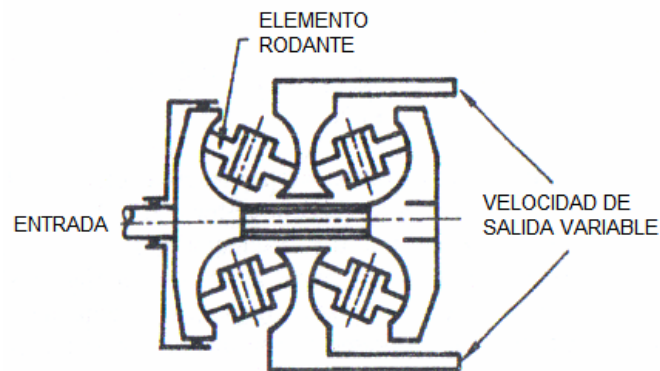
¹⁰⁵ C.K.J. Price y S.A. Beasley, "Aspects of Hydraulic Transmissions for Vehicles of Specialized Nature", en *Proc. Institution of Mechanical Engineers*, vol. 178, parte 3C, 1963-1964

Figura 2.35 Variación de la eficiencia mecánica respecto al torque de entrada para una transmisión tipo Van Doorne.



Fuente **A. Bonthron**, "CVT – Efficiency measured under Dynamic running conditions", *Society of Automotive Engineers*, paper 850569, 1985.

Figura 2.36 Esquema de una transmisión tipo Perbury.



Fuente: **C.J. Greenwood**, "The Design, Construction and Operation of a Commercial Vehicle Continuously Variable Transmission", en *Driveline 84*, Institution of Mechanical Engineers, 1984.

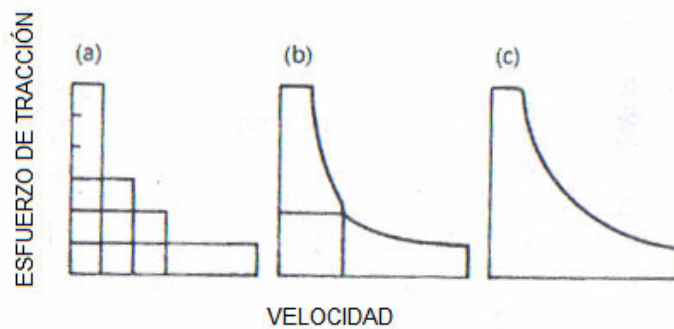
Bomba de desplazamiento positivo y motor fijo. Este tipo de transmisión hidrostática consiste generalmente de una bomba de engranajes o de paletas que acciona un motor ya sea de engranajes, de pistones o de paletas a través de válvulas de control. La presión máxima de trabajo para este tipo de transmisiones es de 3000 psi. Este tipo de hidrotransmisión ha sido muy utilizada en maquinaria industrial. La curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad para este tipo de hidrotransmisión con una caja de cambios de múltiples velocidades se muestra en la figura 2.37(a).

Bomba de desplazamiento variable con motor fijo. Este tipo de transmisión hidráulica posee ciertas ventajas en comparación al sistema de bomba fija y motor fijo. Las bombas de desplazamiento variable son bombas de pistón que permiten una mayor presión de trabajo. También permiten controles de velocidad desde cero hasta un valor máximo de manera automática. Los circuitos de lazo cerrado pueden ser utilizados para proveer movimiento en ambas direcciones, además de frenado. Para incrementar el esfuerzo de tracción, así como el rango de velocidad del vehículo, se utiliza generalmente una caja de cambios. La curva de desempeño para este tipo de hidrotransmisión se ilustra en la figura 2.37(b).

Bomba de desplazamiento variable con motor variable. En este sistema el desplazamiento, tanto de la bomba como del motor, puede ser variado continuamente. Las curvas de desempeño del vehículo son muy próximas a las ideales, tal como se ilustra en la figura 2.37(c). Aún cuando el desempeño y control de este tipo de hidrotransmisiones esta más que comprobado, aun

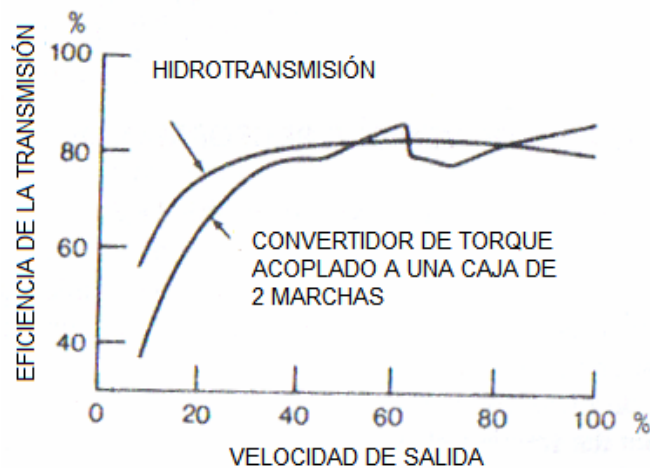
faltan por solucionar sus problemas de costos, fiabilidad, mantenimiento y servicio.

Figura 2.37 Curva de esfuerzo de tracción vs. velocidad de un vehículo equipado con diferentes tipos de hidrottransmisión.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

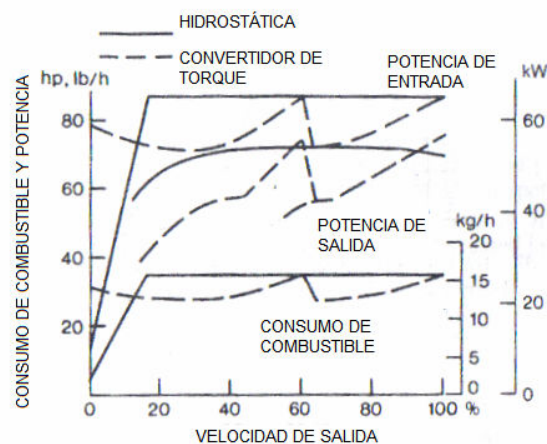
Figura 2.38 Variación en la eficiencia respecto a la velocidad de salida para una transmisión automática con convertidor de torque y una transmisión hidrostática.



Fuente: C.K.J. Price y S.A. Beasley, "Aspects of Hydraulic Transmissions for Vehicles of Specialized Nature", en *Proc. Institution of Mechanical Engineers*, vol. 178, parte 3C, 1963-1964

En comparación con la transmisión automática con convertidor de torque, las hidrotransmisiones pueden proveer un mejor control de velocidad y mayor flexibilidad en las capacidades del vehículo. La figura 2.38 muestra las eficiencias de una hidrotransmisión y una transmisión automática (comprendida por un convertidor de torque y una caja de velocidades de dos marchas). En apariencia, las diferencias entre ambas son pequeñas desde el punto de vista de la eficiencia sobre todo el rango de operación. Sin embargo, en el caso de los vehículos diseñados para bajas velocidades y altos esfuerzos de tracción, la transmisión hidráulica es más eficiente que la automática.

Figura 2.39 Variación del consumo de combustible y la potencia de salida respecto de la velocidad de salida para una transmisión automática con convertidor de torque y una hidrotransmisión.



Fuente: C.K.J. Price y S.A. Beasley, "Aspects of Hydraulic Transmissions for Vehicles of Specialized Nature", en *Proc. Institution of Mechanical Engineers*, vol. 178, parte 3C, 1963-1964

La figura 2.39 muestra el consumo de combustible y potencia de salida respecto de la velocidad de salida, para un vehículo equipado con dos tipos de transmisiones. Se aprecia que la transmisión hidráulica permite que el

motor desarrolle toda la potencia una vez la velocidad de salida de la transmisión sea lo suficientemente alta. De esta forma, una alta rata de trabajo puede ser conseguida por medio de una transmisión hidráulica. Pruebas en vehículos para terrenos no preparados equipados con hidrotransmisiones, han mostrado mayor productividad a aquellos equipados con transmisiones manuales, aún cuando las transmisiones manuales poseen mayor eficiencia⁶⁷.

PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO DEL VEHÍCULO.

La relación entre el esfuerzo de tracción y la velocidad del vehículo discutida en la sección anterior provee la base para predecir el comportamiento del vehículo. Se utilizará como ejemplo ilustrativo el auto de pasajeros con curvas de desempeño como las mostradas en la figura 2.29, para calcular algunas características de desempeño como la aceleración y la capacidad del vehículo de transitar por pendientes.

Para describir completamente el desempeño de un vehículo, además de la relación existente entre esfuerzo de tracción y velocidad del auto, se debe determinar también la resistencia del vehículo como una función de la velocidad. En una superficie plana y sin ningún tipo de remolque, las mayores fuerzas de resistencia son la resistencia a la rodadura y la resistencia aerodinámica, las cuales se pueden predecir utilizando los métodos discutidos anteriormente. La variación de estas dos fuerzas respecto a la velocidad del vehículo se muestra en la figura 2.29. La diferencia entre el esfuerzo de tracción y la fuerza de resistencia neta da como resultado la fuerza neta de empuje disponible para acelerar el vehículo o para superar la pendiente. El punto de intersección entre las curvas de empuje y fuerza

resistiva neta determina la velocidad máxima que el vehículo puede alcanzar, tal como se muestra en la figura 2.29. Se debe apreciar que la naturaleza del contacto llanta – suelo impone un límite fundamental en el esfuerzo de tracción máximo. El máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto de la llanta con el suelo puede soportar, para un auto de pasajeros en diferentes superficies tales como grava, asfalto y asfalto húmedo se encuentra también en la figura. Estos valores son determinados utilizando el método descrito en la sección 2.1. Se puede observar, por ejemplo, que un auto en segunda marcha posee un esfuerzo de tracción máximo, determinado por las características de desempeño del conjunto motor – transmisión de 5.5 kN (1240 lb), mientras que el máximo esfuerzo de tracción que el área de contacto llanta – suelo puede soportar para condiciones de asfalto húmedo es de 4 kN (900 lb). Esto quiere decir que el mayor esfuerzo de tracción que este auto en segunda marcha puede desarrollar es 4 kN. La figura 2.29 muestra también, que en segunda marcha, siempre que el vehículo se desplace a una velocidad inferior a 112 km/h (70 mph), el esfuerzo de tracción del vehículo en asfalto húmedo estará limitado por la adhesión de las llantas al camino y no por el torque generado por el motor.

Tiempo de aceleración y distancia. Una vez determinado el empuje neto del vehículo como una función de la velocidad, es posible determinar la aceleración utilizando la segunda ley de Newton. Debe mencionarse, sin embargo, que el movimiento traslacional del vehículo esta ligado al movimiento rotacional de algunos componentes conectados con las ruedas, incluyendo el motor y la transmisión; cualquier cambio en la velocidad traslacional del vehículo vendrá acompañado de un cambio en la velocidad rotacional de los componentes unidos a las ruedas. Para poder tener en

cuenta los efectos de la inercia rotacional de las partes giratorias del vehículo en la aceleración, se introduce un factor de masa γ_m en la siguiente ecuación para la aceleración de vehículo a :

$$F - \sum R = F_{net} = \gamma_m m a \quad (2.36)$$

donde m es la masa del vehículo.

El factor γ_m puede ser determinado de los momentos de inercia de los componentes giratorios mediante:

$$\gamma_m = 1 + \frac{\sum I_w}{mr^2} + \frac{\sum I_1 \xi_1^2}{mr^2} + \frac{\sum I_2 \xi_2^2}{mr^2} + \dots + \frac{\sum I_n \xi_n^2}{mr^2} \quad (2.37)$$

donde I_w es el momento de inercia de la masa de la llanta, e $I_1, I_2, \dots, I_n$ son los momentos de inercia de las masas de los componentes giratorios conectados a la transmisión teniendo reducción de engranajes de $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, respectivamente, en referencia al eje motriz. Para automóviles de pasajeros, el factor de masa γ_m puede ser calculado utilizando la siguiente relación empírica⁶¹.

$$\gamma_m = 1.04 + 0.0025 \xi_o^2 \quad (2.38)$$

El primer término de la derecha en la ecuación anterior representa la contribución de la inercia rotacional de las llantas, mientras que el segundo termino representa la contribución de la inercia de los componentes rotando a la velocidad equivalente del motor con la reducción de engrane global ξ_o respecto al eje motriz.

En la evaluación de las características de aceleración del vehículo, las relaciones tiempo – velocidad y tiempo – distancia tienen interés primordial.

Estas relaciones pueden ser halladas utilizando la ecuación de movimiento en una forma diferencial:

$$\gamma_m m \frac{dV}{dt} = F - \sum R = F_{net}$$

y

$$dt = \frac{\gamma_m m dV}{F_{net}} \quad (2.39)$$

Como se puede ver en la figura 2.29, el esfuerzo de tracción neto disponible para acelerar un vehículo es una función de la velocidad del mismo.

$$F_{net} = f(V) \quad (2.40)$$

de donde se deriva la expresión que relaciona el tiempo con la velocidad, la cual no tiene solución por métodos analíticos:

$$t = \gamma_m m \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{f(V)} \quad (2.41)$$

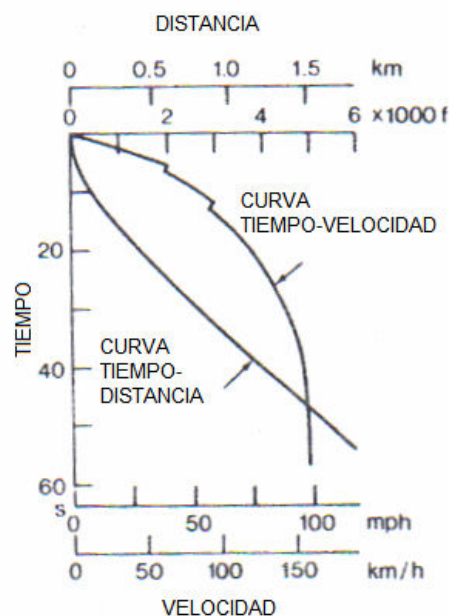
Para predecir el tiempo requerido en acelerar el vehículo desde una velocidad V_1 hasta V_2 , la integral debe resolverse por métodos numéricos, con el uso de un computador, sin embargo, algunos métodos de integración gráficos han probado tener suficiente precisión⁶¹.

La distancia S que el vehículo recorre durante un periodo de aceleración de V_1 a V_2 puede ser calculada mediante la siguiente ecuación:

$$S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{V dV}{F_{net} / \gamma_m m} = \gamma_m m \int_{V_1}^{V_2} \frac{V dV}{f(V)} \quad (2.42)$$

Cuando un vehículo que posee una transmisión manual arranca desde el reposo, en el periodo inicial, ocurre deslizamiento entre las partes conductoras y conducidas del embrague, en este momento, la velocidad del vehículo no tiene una relación directa con la velocidad del motor. Existen modelos matemáticos que permiten analizar la dinámica del acople en el embrague. Sin embargo, como primera aproximación, se puede asumir que durante este proceso el torque máximo del motor se transmite al eje de entrada de la caja de cambios. Por ello, el cálculo del tiempo de aceleración y la distancia para automóviles que inician desde velocidad cero hasta un valor determinado pueden ser calculados siguiendo el procedimiento anterior.

Figura 2.40 Curvas características de aceleración para un auto de pasajeros equipado con una transmisión manual de tres velocidades.



Fuente: J.J. Taborek, "Mechanics of Vehicles", *Machine Design*, Mayo 30 a Diciembre 26, 1957

En la evaluación del tiempo de aceleración y la distancia recorrida, se asume generalmente que el motor está operando en condiciones de aceleración máxima. Debe apreciarse que se gasta cierta cantidad de tiempo mientras se recorre la caja de cambios durante la aceleración. Para transmisiones manuales, realizar los cambios provoca una demora entre uno y dos segundos, para una transmisión automática, el tiempo es entre 0.5 y 1 segundos. Con el fin de obtener un estimado más adecuado del tiempo de aceleración y la distancia, esta demora debe tomarse en cuenta.

La figura 2.40 muestra la curva tiempo de aceleración – distancia y la curva tiempo de aceleración – velocidad para un automóvil de pasajeros con un peso bruto de 17.79 kN (4000 lb) y con unas características de empuje – velocidad como las mostradas en la figura 2.29. Los picos en la curva tiempo – velocidad se deben al recorrido hecho en la caja de cambios.

Ejemplo 2.2 Un vehículo pesa 21.24 kN (4775 lb), incluidas las cuatro ruedas. Cada una de las ruedas tiene un radio de 33 cm (13 in), y un radio de giro de 25.4 cm (10 in), cada una de ellas pesa 244.6 N (55 lb). El motor desarrolla un torque de 325 N-m (240 lb-ft) a una velocidad de giro de 3500 rpm. La masa equivalente del momento de inercia de los componentes rotando a la velocidad del motor es de 0.733 kg-m² (0.54 slug-ft²). La eficiencia de la transmisión es de 85% y la relación de reducción global para la tercera marcha del automóvil es de 4.28 a 1. El vehículo posee un área frontal de 1.86 m² (20 ft²) y un coeficiente de arrastre aerodinámico de 0.38. El coeficiente de resistencia a la rodadura es de 0.02. Determine la aceleración de un vehículo que transita por una vía totalmente plana bajo estas condiciones.

Solución:

- a) El factor de masa γ_m para el vehículo desplazándose en tercera marcha puede ser calculado mediante la ecuación 2.37:

$$\gamma_m = 1 + \frac{\sum I_w + \sum I_s^2}{mr^2}$$
$$\gamma_m = 1 + \frac{4 \times 1.61 + 0.733 \times 4.28^2}{2165 \times 0.33^2}$$
$$\gamma_m = 1.084$$

- b) El empuje del vehículo F esta definido por la ecuación 2.30:

$$F = \frac{M_e \xi_0 \eta_t}{r} = 3583N$$

- c) La velocidad del vehículo puede ser calculada utilizando la ecuación 2.31:

$$V = \frac{n_e r}{\xi_0} (1 - i)$$

Asumiendo que $i=3\%$; la velocidad del vehículo V es:

$$V = 98.7 km/h$$

- d) La resistencia total del vehículo es la suma de la resistencia aerodinámica y la resistencia a la rodadura

$$\sum R = R_a + R_r = 752N$$

- e) La aceleración del vehículo se determina mediante la ecuación 2.36:

$$a = \frac{F - \sum R}{\gamma_m r} = 1.2 m/s^2$$

Inclinación máxima sostenible. La inclinación máxima sostenible usualmente se define como la pendiente máxima que un vehículo es capaz de sortear a una velocidad constante. Este parámetro busca evaluar el desempeño de vehículos de carga pesados y autos para terrenos no preparados, en una pendiente a velocidad constante, el esfuerzo de tracción debe superar no solo la resistencia a la rodadura y la resistencia aerodinámica, sino también la resistencia de la pendiente.

$$F = W \sin \theta_s + R_r + R_a$$

Para ángulos relativamente bajos, la tangente es aproximadamente igual al seno del ángulo. Por ello, la resistencia de la pendiente puede ser aproximada a $W \tan \theta_s$ o WG , donde G es la pendiente en porcentaje.

La máxima pendiente que un vehículo puede sortear a una velocidad constante esta determinada por el esfuerzo de tracción neto disponible a esa velocidad

$$G = \frac{1}{W} (F - R_r - R_a) = \frac{F_{net}}{W} \quad (2.43)$$

Se puede hacer uso de las graficas de desempeño, tales como la mostrada en la figura 2.29, para determinar la velocidad que se puede obtener para cada pendiente en particular. Por ejemplo, la resistencia de la pendiente para un auto de pasajeros cuyo peso sea de 17.79 kN (4000 lb) y se desplace por una pendiente de 7.5% es de 1.34 kN (300 lb). Una línea horizontal puede ser dibujada en el diagrama para representar la pendiente, la cual intersecta la curva de esfuerzo de tracción neto a una velocidad correspondiente de 133 km/h (82 mph). Esto indica que la velocidad máxima que el vehículo puede

desarrollar en una pendiente de 7.5% es de 133 km/h. Se debe observar que los límites del esfuerzo de tracción establecidos por la naturaleza de la adhesión de las llantas a la carretera generalmente establece el valor máximo de inclinación sostenible que puede sortear un vehículo. Por ejemplo, puede observarse de la figura 2.29 que la máxima pendiente que un vehículo puede sortear a bajas velocidades en una superficie de grava con $\mu = 0.6$ es aproximadamente de 35%.

CONSUMO DE COMBUSTIBLE EN OPERACIÓN

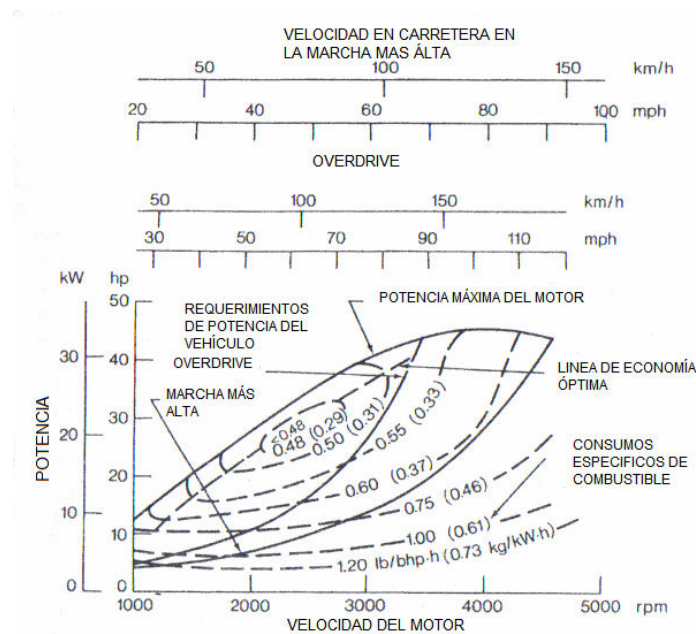
El consumo de combustible de un vehículo depende de un número de factores, incluyendo las características del motor, la transmisión, peso del vehículo, resistencia aerodinámica, resistencia a la rodadura en las llantas, ciclo de manejo (las condiciones), y el habito de manejo por parte del conductor.

Las características típicas de economía de combustible para un motor de gasolina se ilustran en las figuras 2.41 y 2.42 respectivamente. Estos motores generalmente poseen poca economía de combustible en condiciones de baja aceleración y bajo torque. Condiciones de baja velocidad y alto torque son siempre más económicas que a alta velocidad y bajo torque para una misma potencia. Se puede observar en la figura 2.41 que para que un motor desarrolle 22 kW (30 hp) de potencia, puede operar a una velocidad de 2500 rpm así como a 4000 rpm. A 2500 rpm el consumo específico de combustible es de 0.29 kg/kW-h (0.48 lb/hp-h), mientras que a 4000 rpm es de 0.37 kg/kW-h (0.60 lb/hp-h). Al conectar todos los puntos de operación con el consumo de combustible más bajo para cada valor de potencia, se

obtiene la línea de consumo óptimo del motor, como se muestra en la figura 2.41.

Para un requerimiento de potencia dado a una velocidad específica del motor, el punto de operación del motor es determinado por la relación de reducción en la transmisión. Idealmente, la relación de reducción en la transmisión podría ser variada continuamente de tal manera que el punto de operación del motor siguiese la línea de consumo óptimo para todos los valores de potencia. Esto ha estimulado el desarrollo de las transmisiones variables, como las descritas en la sección 2.3.2. La principal ganancia lograda utilizando transmisiones variables en cuanto a economía de combustible se refiere, puede ser ilustrada con el ejemplo anterior.

Figura 2.41 Características de economía de combustible de un motor a gasolina.



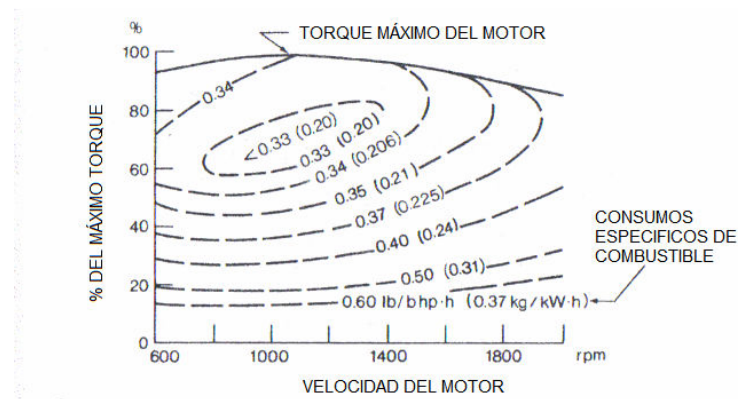
Fuente: **J.G. Giles**, *Gears and Transmissions*, Automotive Technology Series, vol. 4, London: Butterworths, 1969.

Como se observa en la figura 2.41, cuando el vehículo opera en la marcha más alta a 128 km/h, la potencia requerida es de 22 kW, y el motor esta operando a una velocidad de 4000 rpm con un consumo específico de 0.37 kg/kW-h. Sin embargo, si se equipara el vehículo con una transmisión variable continua, la relación de reducción puede variarse de tal manera que a la misma velocidad del vehículo y la misma potencia, el motor operara a 2500 rpm con un consumo de combustible aproximado a 0.29 kg/kW-h, lo que representa un ahorro de combustible de 21.6%. Sin embargo, la eficiencia mecánica global de las transmisiones variables continuas, hoy día sigue siendo significativamente inferior a la transmisión manual; por lo tanto, el ahorro real con una transmisión variable continua no sería tan alto como el indicado por el ejemplo. La figura 2.43 muestra la comparación del consumo de combustible de un automóvil de pasajeros de 1.6 L equipado con una transmisión tipo Van Doorne y el mismo auto equipado con una caja de cambios de cinco marchas manual; puede observarse que durante condiciones de operación estables en el rango de velocidad comprendido entre 60-150 km/h (37 – 93 mph), el vehículo equipado con la transmisión tipo Van Doorne alcanza un consumo de combustible inferior que el vehículo equipado con una caja manual de cinco marchas, a pesar de tener eficiencia mecánica más baja (aproximadamente entre 86% y 90%).

Para ilustrar mejor el efecto de las relaciones de la transmisión en el consumo de combustible de los vehículos, puede utilizarse como ejemplo la sobre marcha. La relación para la última marcha es seleccionada de tal manera que la curva de potencia disponible se cruce con la curva de resistencia resultante a una velocidad un poco mayor que aquella a la que se da el máximo valor de potencia⁶³. Este tipo de selección le permite al vehículo disponer de potencia adicional para mantener la velocidad constante en caso de que haya un

incremento en la resistencia. Los requerimientos de potencia para varios valores de velocidad en la marcha más alta pueden ser dibujados en el diagrama de desempeño del motor de la figura 2.41. Se puede apreciar que para una velocidad máxima de 145 km/h (90 mph) es equivalente a una velocidad del motor de 4500 rpm en su marcha más alta para el ejemplo mencionado, y que la potencia requerida para superar la resistencia total del vehículo a esa velocidad es de aproximadamente 32.8 kW (44 hp). En estas condiciones, el consumo de combustible del motor es de 0.40 kg/kW-h (0.65 lb/hp-h), tal como muestra la figura 2.41, de esta forma, si el vehículo se mantiene en estas condiciones durante una hora, al cabo de esta habrá consumido 13.1 kg (28.8 lb) de combustible.

Figura 2.42 Características de economía de combustible de un motor diesel.

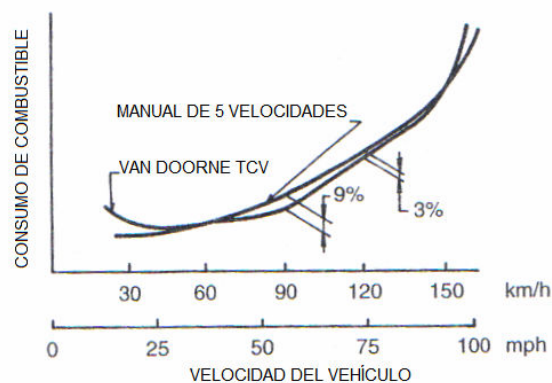


Fuente: **J.G. Giles**, *Gears and Transmissions*, Automotive Technology Series, vol. 4, London: Butterworths, 1969.

Si se instala un engranaje en la transmisión que proporcione una relación de marcha menor a la anterior en aproximadamente 30%, el vehículo aún puede alcanzar los 145 km/h, tal como se muestra en la figura 2.26, pero con una reserva de potencia menor sobre todo el rango de velocidad del vehículo. Debido a que la relación de marcha que provee el nuevo engranaje es menor,

para la misma velocidad de 145 km/h, la velocidad del motor es inferior que en el primer caso, pues estaría operando a 3400 rpm en vez de 4500 rpm. De esta forma, utilizando este nuevo engranaje, el consumo de combustible se reduce a 0.32 kg/kW-h (0.53 lb/hp-h). Así con esta modificación, el consumo de combustible en una hora es de 10.5 kg (23.1 lb), lo que representa un ahorro de combustible aproximadamente del 20%. Aún cuando este ejemplo sea para un automóvil y un motor en particular, la mayoría de los vehículos presentarán ganancias similares en ahorro de combustible con esta modificación. El incremento en la economía de combustible que provoca esta modificación es la explotación del principio que establece que un motor de combustión interna que opera en condiciones de velocidad constante siempre consume menos combustible si esta velocidad se logra a unas revoluciones por minuto más bajas y un torque más alto.

Figura 2.43 Comparación del consumo de combustible de un vehículo pequeño equipado con dos tipos distintos de transmisiones: una variable continua, y una manual.



Fuente: **D. Hahne** "A Continuously Variable Automatic Transmission for Small Front Wheel Drive Cars" en *Driveline 84*, Institution of Mechanical Engineers, 1984

Reducir el peso del vehículo también contribuye a optimizar el consumo de combustible, puesto que la fuerza de impulso, y por ende la potencia requerida para acelerar el vehículo, es proporcional a su peso. En condiciones de paradas y arrancadas frecuentes, como se presenta en el manejo urbano, el consumo de combustible tiende a ser elevado debido a las condiciones de aceleración frecuentes a las que se somete el vehículo, lo cual tiene mayor repercusión en un auto pesado que en uno liviano. Para reducir el peso del vehículo, se utilizan ahora estructuras de un solo cuerpo en vez de la construcción por partes usada antes para el chasis del automóvil. El diseño asistido por computador ha sido utilizado para optimizar el diseño de la estructura del vehículo, y se ha incrementado el uso de materiales ligeros, tales como compuestos, aceros de baja aleación y gran resistencia, plásticos, aluminio y láminas compuestas por metal y plástico. La reconfiguración hecha a los vehículos, de motor frontal y tracción trasera a motor frontal y tracción delantera, ha sido también una causa de la reducción en el peso de los mismos. Se estima que por cada kilogramo de peso reducido, se reduce el consumo de combustible en 7.24×10^{-5} L/km (1.4×10^{-5} gal/min, por cada libra reducida)¹⁰⁶. Se ha observado también, que un cambio en un 10% en la resistencia a la rodadura, provoca un cambio del 2% en el consumo de combustible. La reducción de la resistencia aerodinámica también tiene efectos significativos en el consumo de combustible de un automóvil, tal como se discutió en la sección 2.2.

El tipo de ciclo de manejo (las condiciones de manejo) es otro factor que afecta significativamente el consumo de combustible. Es obvio que el

¹⁰⁶ D. Cole, "Automotive Fuel Economy", en J.C. Hillard y G.S Springer, Eds., *Fuel Economy in Road Vehicles Powered by Spark Ignition Engines*, Nueva York: Plenum Press, 1984.

consumo de combustible cuando se maneja en ciudad, a bajas velocidades y paradas y arrancadas frecuentes, es sustancialmente mayor que cuando se maneja en una autopista o carretera a velocidades más altas y prácticamente constantes. Con el fin de proveer una base de comparación estándar para el consumo de combustible de diferentes vehículos, la Agencia de Protección Ambiental (*Environmental Protection Agency EPA*) de los Estados Unidos ha diseñado un ciclo de manejo urbano y un ciclo de manejo en autopista. Las empresas de automóviles deben realizar y aprobar pruebas para el consumo de combustible de acuerdo con estos ciclos *EPA*. El ciclo de manejo urbano *EPA* consiste de 10 segmentos de manejo en paradas y arrancadas en un lapso de 766 segundos a una velocidad máxima de 96 km/h (60 mph). El ciclo de manejo en autopista *EPA* consiste en cuatro segmentos que simulan las condiciones de manejos en una carretera local, un carril de conexión, una arteria principal y una arteria menor, en un tiempo de 765 segundos a una velocidad máxima de 96 km/h (60 mph)⁶⁸. Basado en los resultados obtenidos en las pruebas para el ciclo urbano y de autopista, se creó un indicador de consumo de combustible (también conocido como *CAFE*, por sus correspondientes siglas en inglés para *Corporate Average Fuel Economy*) expresado en millas por galón y determinado por la siguiente fórmula⁶⁸:

$$mpg_{composite} = \frac{1}{(0.55 / mpg - urbano) + (0.45 / mpg - autopista)} \quad (2.44)$$

Otros factores operacionales inciden en el consumo de combustibles, tales como el arranque del motor, el comportamiento durante el calentamiento del mismo, condiciones ambientales, las condiciones de la superficie del camino, hábitos de manejo, etc.

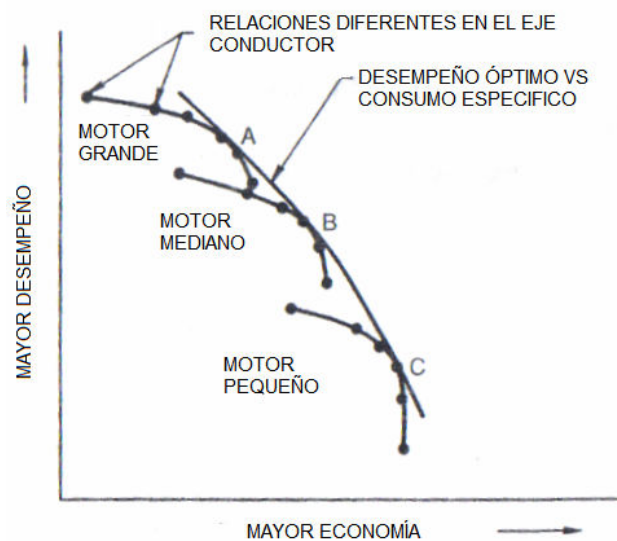
La información sobre el consumo de combustible de algunos automóviles de pasajeros se suministra en la tabla 2.6. Se puede observar que para un mismo automóvil con un mismo motor, el consumo de combustible depende del tipo de transmisión utilizada. A partir la información mostrada, se observa que en la mayoría de los casos, el consumo de combustible con una transmisión automática es mayor que con una transmisión manual para ambos ciclos, tanto el urbano como el de autopista.

CONJUNTO MOTOR – TRANSMISIÓN.

Con base en lo visto en secciones anteriores, se puede observar que las características del motor y de la transmisión son dos de los factores que más afectan el consumo de combustible de un vehículo. Para que un vehículo en particular ofrezca un nivel de desempeño deseado, es de vital importancia realizar un conjunto motor – transmisión adecuado. El desempeño de un vehículo de carretera puede ser analizado por medio de su aceleración desde el reposo hasta una velocidad en particular, generalmente 100 km/h o 60 mph, o el tiempo que le toma recorrer cierta distancia, como por ejemplo un cuarto de milla. Estas características pueden predecirse utilizando el método expuesto en la sección 2.4. El consumo de combustible puede ser caracterizado por la cantidad consumida para una distancia dada en un ciclo de manejo determinado, tal como se describió en la sección 2.5. En los Estados Unidos, los indicadores del consumo de combustible son los obtenidos en las pruebas de *EPA* para ciclo urbano y de autopista, así como el *CAFE*.

Para un vehículo determinado con un motor y una transmisión específica con una relación de reducción total dada (es decir, la relación entre la reducción para la primera marcha con la reducción para la última marcha), el tiempo de aceleración y la economía en el consumo de combustible son función de la relación de reducción en el eje conducido. La figura 2.44 muestra los efectos de la relación de reducción en el eje conducido en el desempeño y la economía de combustible para diferentes tamaños de motores (pequeño, mediano y grande). La curva envolvente mostrada en la figura 2.44 representa el desempeño óptimo versus consumo específico de combustible.

Figura 2.44 Efecto de la reducción de engranaje en el desempeño y la economía del combustible para un vehículo de pasajeros.

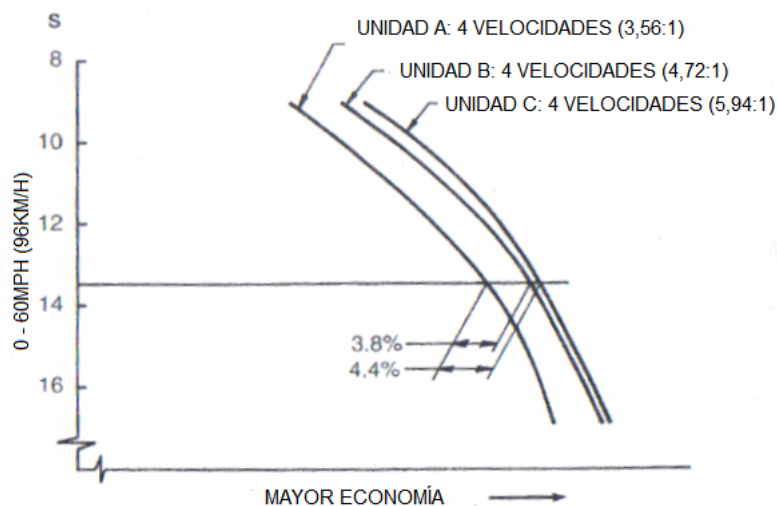


Fuente: H.E. Chana, W.L. Fedewa y J.E. Mahoney, "An Analytical Study of Transmission Modification as Related to Vehicle Performance and Economy", *Society of Automotive Engineers*, paper 770418, 1977

Por ejemplo, los puntos A, B y C representan las relaciones de reducción del eje conducido con una caja de cambios específica que presenta un

comportamiento óptimo entre desempeño del vehículo y su economía de combustible para el motor largo, mediano y pequeño, respectivamente. La figura 2.45 muestra las curvas de desempeño óptimo vs. consumo específico de combustible para varias cajas de velocidades de cuatro marchas con diferente relación de reducción total, de 3.56 a 5.94. Si el vehículo logra una aceleración de 0 a 96 km/h en un tiempo de 13.5 s con un motor dado, usando una caja de cambios tipo C con una relación de reducción total de 5.94 y una relación de marcha en el eje conducido óptima, se incrementara la economía de combustible en un 4.4% en comparación a si se utilizara una caja de cambios tipo A y una relación de reducción total de 3.56. La economía en el combustible es medida mediante el factor *EPA CAFE*, definido por la ecuación 2.44.

Figura 2.45 Efecto de la relación de reducción total de una transmisión manual en el desempeño y la economía del combustible para un vehículo de pasajeros.



Fuente: H.E. Chana, W.L. Fedewa y J.E. Mahoney, "An Analytical Study of Transmission Modification as Related to Vehicle Performance and Economy", *Society of Automotive Engineers*, paper 770418, 1977

Tabla 2.6 Consumo de Combustible de algunos vehículos de pasajeros.

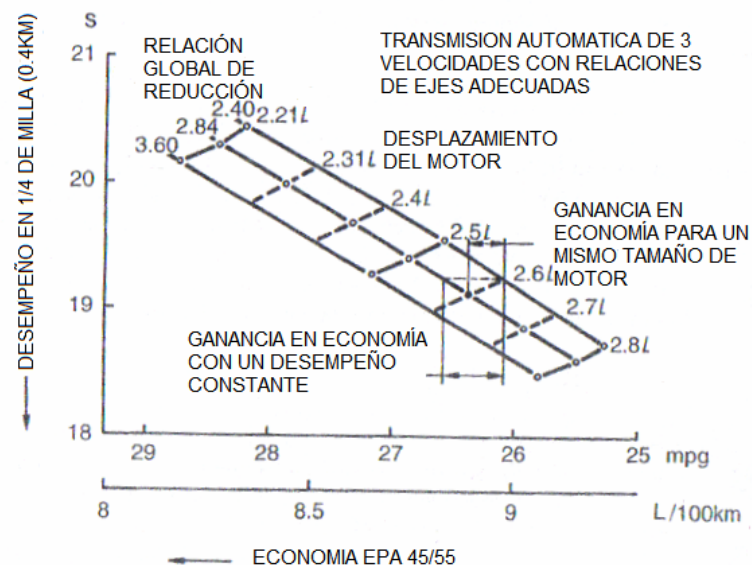
Vehículo	Cilindrada	No.		Consumo de Combustible			
		Cilindros	Transmisión	Ciudad		Autopista	
				L/100km	mpg	L/100km	mpg
Acura Integra	1.8	4	M5+	9.3	30	6.8	42
Acura Integra	1.8	4	E4E*	10.0	28	7.0	40
Audi A4	2.8	6	M5+	11.7	24	7.5	38
Audi A4	2.8	6	E5+	13.0	22	8.2	34
BMW 328i	2.8	6	M5	11.5	25	7.5	38
BMW 328i	2.8	6	E5+	12.3	23	7.9	36
Chevrolet Cavalier	2.4	4	M5+	10.7	26	6.5	43
Chevrolet Cavalier	2.4	4	E4E*	11.0	26	7.4	38
Ford Focus	2.0	4	M5+	9.4	30	6.5	43
Ford Focus	2.0	4	E4E*	9.4	30	6.9	41
Honda Accord DX	2.3	4	M5+	10.1	28	7.2	39
Honda Accord DX	2.3	4	E4E*	10.8	26	7.5	38
Mercedes Benz C280	2.8	6	E5E*	11.2	25	8.0	35
Mercedes Benz E320	3.2	6	E5E*	11.4	25	7.3	39
Mercedes Benz S430	4.3	8	E5E*	13.7	21	8.9	32
Nissan Maxima	3.0	6	M5+	10.9	26	7.9	36
Nissan Maxima	3.0	6	E4E*	11.9	24	7.8	36
Toyota Camry	2.2	4	M5+	10.0	28	6.8	42
Toyota Camry	2.2	4	E4E*	10.4	27	7.3	39
Volkswagen Passat	2.8	6	M5+	11.9	24	7.5	38
Volkswagen Passat	2.8	6	E5+	13.1	22	8.3	34
Volvo S70	2.4	5	M5+	11.1	25	7.5	38
Volvo S70	2.4	5	E5E*	11.7	24	7.8	36

Fuente: Guía De Consumo de Combustible año 2000. Ministerio de Transporte, Canadá. *Leyenda:* E - Automática Electrónica, M - Manual, 1, 2, 3, 4, 5 – Número de relaciones, + - Con *overdrive*, E* - *Overdrive* Electrónico, L/100km – Litros cada 100 kilómetros, mpg – Millas por Galón Imperial.

La figura 2.46 muestra los efectos de la relación de reducción total de una transmisión de tres marchas automática con una relación de reducción en el eje conducido óptima y el desplazamiento del motor (en litros) en el

desempeño y la economía de combustible en un automóvil de tracción delantera de General Motors; se muestra la ganancia en economía de combustible que se puede obtener al cambiar la relación de marcha total de la transmisión o el tamaño del motor para un nivel de desempeño en particular, expresada en términos del tiempo requerido para recorrer un cuarto de milla. Esto provee al ingeniero mecánico de información cuantitativa para seleccionar la combinación apropiada de motor – transmisión con el fin de obtener un buen desempeño y al mismo tiempo un adecuado consumo de combustible.

Figura 2.46 Efecto del tamaño del motor y la relación de reducción total en el desempeño y economía del combustible de un vehículo de pasajeros.



Fuente: **F.C. Porter**, "Design for Fuel Economy – The new GM Front Drive Cars", *Society of Automotive Engineers*, paper 790721, 1979.

DESEMPEÑO DE FRENADO

El desempeño de frenado de los vehículos motorizados es sin lugar a duda una de las características más importantes que afectan la seguridad del vehículo. Con el reciente incremento en la seguridad en el tráfico, grandes esfuerzos se han llevado a cabo para mejorar el desempeño de frenado. En muchos países se han introducido unos estándares de seguridad que especifican los requerimientos de varios tipos de sistemas de frenado.

En esta sección, se presentará un método de análisis del desempeño de frenado de vehículos motorizados. Se discutirá el criterio de evaluación de la capacidad de frenado y alternativas de mejoramiento del desempeño de frenado.

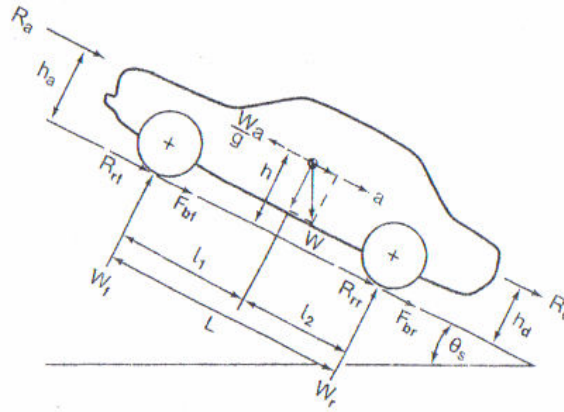
Características de frenado de vehículos de dos ejes. Las fuerzas externas principales que actúan en la deceleración de un vehículo de dos ejes están mostradas en la figura 2.47.

La fuerza de frenado F_b originada del sistema de frenado y desarrollada en la interfase llanta-suelo es la principal fuerza de frenado. Cuando la fuerza de frenado es inferior al límite de adhesión de la llanta con la carretera, la fuerza F_b esta dada por:

$$F_b = \frac{T_b - \sum I \alpha_{an}}{r} \quad (2.45)$$

donde T_b es el torque de frenado aplicado, I es la inercia rotacional conectada con la llanta decelerada, α_{an} es la correspondiente deceleración angular, y r es el radio de rodadura de la llanta.

Figura 2.47 Fuerzas que actúan en un vehículo de dos ejes durante el frenado.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En adición a la fuerza de frenado, la resistencia a la rodadura de las llantas, la resistencia aerodinámica, la resistencia de la transmisión y la resistencia por pendiente (cuando se viaja en una carretera inclinada) también afectan el movimiento del vehículo durante el frenado. Así, la fuerza retardante resultante F_{res} se puede expresar por:

$$F_{res} = F_b + f_r W \cos \theta_s + R_a \pm W \sin \theta_s + R_t \quad (2.46)$$

donde f_r es el coeficiente de resistencia a la rodadura, W es el peso del vehículo, θ_s es el ángulo de inclinación con la horizontal, R_a es la resistencia aerodinámica, y R_t es la resistencia de la transmisión. Cuando el vehículo se está moviendo cuesta arriba, se debe usar el signo positivo del término $W \sin \theta_s$. En una pendiente cuesta abajo, se debe usar signo negativo. Normalmente la magnitud de la resistencia de la transmisión es pequeña y se puede ignorar en los cálculos del desempeño de frenado.

Durante el frenado, hay una transferencia de carga del eje trasero al eje delantero. Considerando un equilibrio de momentos sobre los puntos de

contacto delantero y trasero de las llantas con el terreno, las cargas normales en el eje delantero W_f y en el eje trasero W_r se pueden expresar como:

$$W_f = \frac{1}{L} \left[Wl_2 + h \left(\frac{W}{g} a - R_a \pm W \sin \theta_s \right) \right] \quad (2.47)$$

y

$$W_r = \frac{1}{L} \left[Wl_1 - h \left(\frac{W}{g} a - R_a \pm W \sin \theta_s \right) \right] \quad (2.48)$$

donde a es la deceleración. Cuando el vehículo se mueve cuesta arriba, se debe usar el signo negativo para el término $W \sin \theta_s$. En la expresión anterior se asume que la resistencia aerodinámica es aplicada en el centro de gravedad del vehículo, y no hay carga de remolque.

Considerando un equilibrio de fuerzas en la dirección horizontal, se puede establecer la siguiente relación:

$$F_b + f_r W = F_{bf} + F_{br} + f_r W = \frac{W}{g} a - R_a \pm W \sin \theta_s \quad (2.49)$$

donde F_{bf} y F_{br} son las fuerzas de frenado de los ejes delantero y trasero respectivamente.

Sustituyendo la ecuación 2.49 en las ecuaciones 2.47 y 2.48, las cargas normales en los ejes se vuelven:

$$W_f = \frac{1}{L} [Wl_2 + h(F_b + f_r W)] \quad (2.50)$$

y

$$W_r = \frac{1}{L} [Wl_1 - h(F_b + f_r W)] \quad (2.51)$$

La fuerza máxima de frenado que el contacto entre la llanta y el suelo puede soportar es determinada por la carga normal y el coeficiente adhesión estática. Con frenos en las cuatro llantas, la fuerza máxima de frenado en los ejes delantero y trasero están dadas por (asumiendo que la fuerza máxima de frenado $F_{bmax} = \mu W$):

$$F_{bfmax} = \mu W_f = \frac{\mu W [l_2 + h(\mu + f_r)]}{L} \quad (2.52)$$

$$F_{brmax} = \mu W_r = \frac{\mu W [l_1 - h(\mu + f_r)]}{L} \quad (2.53)$$

donde μ es el coeficiente de fricción estático. Se debe notar que cuando las fuerzas de frenado alcanzan los valores determinados por las ecuaciones 2.52 y 2.53, las llantas están presentando deslizamiento. Cualquier incremento en la fuerza de frenado causará que las llantas se bloqueen.

Se debe señalar que la distribución de las fuerzas de frenado entre los ejes delantero y trasero es función del diseño del sistema de frenado cuando las llantas no están bloqueadas. Para sistemás convencionales de frenado, la distribución de las fuerzas de frenado depende principalmente de la presión hidráulica (o del aire) y de las áreas de los cilindros del freno de los ejes delantero y trasero. De las ecuaciones 2.52 y 2.53 se puede ver que solo cuando la distribución de las fuerzas de frenado entre los ejes delantero y trasero están en la misma proporción que sus cargas normales, se desarrollaran las fuerzas máximas de frenado en las llantas delanteras y traseras al mismo tiempo.

$$\frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{F_{bfmax}}{F_{brmax}} = \frac{l_2 + h(\mu + f_r)}{l_1 - h(\mu + f_r)} \quad (2.54)$$

donde K_{bf} y K_{br} son las proporciones de la fuerza total de frenado en los ejes delantero y trasero respectivamente, y están determinadas por el diseño del sistema de frenado.

Por ejemplo, para un camión ligero con el 68% de la carga estática en el eje trasero ($l_2/L = 0.32$, $l_1/L = 0.68$), $h/L = 0.18$, $\mu = 0.85$ y $f_r = 0.01$), la máxima fuerza de frenado que las llantas delanteras y traseras pueden soportar en el área de contacto entre la llanta y el terreno se desarrollará al mismo tiempo solo si la distribución de la fuerza de frenado entre los frenos delanteros y traseros satisface la siguiente condición:

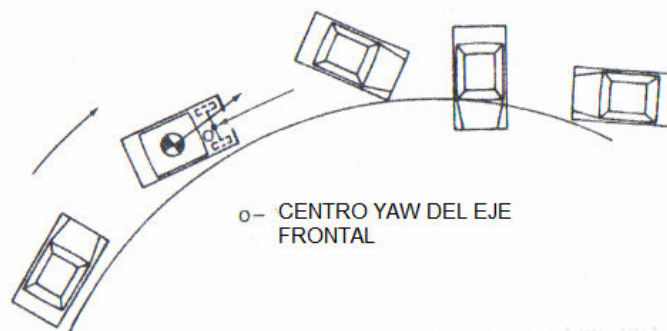
$$\frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{0.32 + 0.18(0.85 + 0.01)}{0.68 - 0.18(0.85 + 0.01)} = \frac{47}{53}$$

En otras palabras, el 47% de la fuerza total de frenado debe estar en el eje delantero y el 53% en el eje trasero para alcanzar la optima utilización de la capacidad potencial de frenado del vehículo. La distribución de la fuerza de frenado que puede asegurar el desarrollo de las fuerzas máximas de frenado en las llantas de los ejes delantero y trasero al mismo tiempo es referida como la distribución ideal de las fuerzas de frenado. Si la distribución de las fuerzas de frenado no es ideal, entonces las llantas delanteras o traseras se bloquearan primero.

Cuando las llantas traseras se bloquean primero, el vehículo pierde estabilidad direccional. Esto se puede visualizar con la ayuda de la figura 2.48. La figura muestra la vista superior de un vehículo de dos ejes afectado por la fuerza de frenado y la fuerza de inercia. Cuando las llantas traseras se bloquean, la capacidad de las llantas traseras para resistir la fuerza lateral se reduce a cero. Si se presenta algún ligero movimiento lateral de las llantas por

el viento, el ángulo camber de la carretera, o la fuerza centrífuga, se desarrollará un momento *yaw* debido a la fuerza de inercia acerca del centro de giro *yaw* del eje delantero. Mientras el movimiento angular *yaw* sigue en progreso, el brazo del momento de la fuerza de inercia aumenta, resultando en un incremento en la aceleración *yaw*. Como el extremo trasero del vehículo rota 90°, el brazo del momento gradualmente decrece y eventualmente el vehículo rota 180°, con la parte trasera mirando hacia delante. La figura 2.49 muestra la desviación angular medida de un vehículo cuando las llantas delanteras y traseras no se bloquean en el mismo instante.

Figura 2.48 Perdida de estabilidad direccional debido al bloqueo de las llantas traseras.

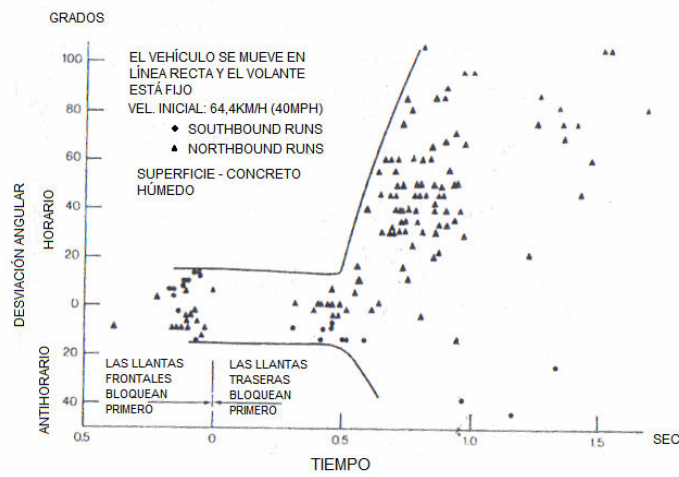


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El bloqueo de las llantas delanteras causa la pérdida del control direccional, y el conductor no podrá ejercer un viraje efectivo. Se debe señalar que el bloqueo de las llantas delanteras no causa inestabilidad direccional. Esto es debido a que cuando ocurre cualquier movimiento lateral de las llantas delanteras, se desarrolla un momento auto-correctivo debido a la fuerza de inercia del vehículo acerca el centro de giro *yaw* del eje trasero. En

consecuencia, este tiende a traer de vuelta el vehículo a una trayectoria de línea recta.

Figura 2.49 Desviación angular de un vehículo cuando las llantas delanteras y traseras no se bloquean al mismo tiempo.



Fuente: **R.D. Lister**, "Retention of Directional Control when braking", *SAE Transactions*, vol. 74, paper 650092, 1965.

La pérdida del control de viraje se puede detectar fácilmente por el conductor, y el control puede ser recuperado soltando parcial o totalmente los frenos. Contrario al caso del bloqueo de las llantas delanteras, cuando las llantas traseras se bloquean la desviación angular del vehículo excede cierto nivel, y el control no se puede recuperar, incluso si se libera totalmente los frenos y es conducido por el mejor conductor. Esto sugiere que el bloqueo de las llantas traseras es una situación más crítica, particularmente en carreteras con bajo coeficiente de adhesión. En superficies de poca adherencia el valor de la fuerza de frenado disponible es bajo, la energía cinética del vehículo se disipa a una rata lenta, y el vehículo experimentará una pérdida seria de

estabilidad direccional sobre una distancia considerable. Debido a la importancia en la secuencia de bloqueo de las llantas con respecto al comportamiento del vehículo durante el frenado, los estándares de desempeño de frenado en algunos países requieren que la distribución de esfuerzos de frenado sea tal, que las llantas delanteras se bloqueen antes que las llantas traseras en carreteras con coeficientes de adhesión inferiores a cierto valor.

Las condiciones bajo las cuales las llantas delanteras o traseras se bloquearan primero se pueden determinar cuantitativamente. Para facilitar el entendimiento del problema, solo la fuerza de frenado y la resistencia al ruedo se consideraran en el siguiente análisis. Así,

$$F_b + f_r W = F_{bf} + F_{br} + f_r W = \frac{W}{g} a \quad (2.55)$$

Sustituyendo la ecuación 2.55 en las ecuaciones 2.50 y 2.51 resulta

$$W_f = \frac{W}{L} \left[l_2 + \frac{a}{g} h \right] \quad (2.56)$$

$$W_r = \frac{W}{L} \left[l_1 - \frac{a}{g} h \right] \quad (2.57)$$

Las fuerzas de frenado de los ejes delantero y trasero, determinadas por el diseño del sistema de frenado están expresadas por:

$$F_{bf} = K_{bf} F_b = K_{bf} W \left(\frac{a}{g} - f_r \right) \quad (2.58)$$

y

$$F_{br} = K_{br} F_b = (1 - K_{bf}) F_b = (1 - K_{bf}) W \left(\frac{a}{g} - f_r \right) \quad (2.59)$$

Las llantas delanteras se aproximan al bloqueo cuando

$$F_{bf} = \mu W_f \quad (2.60)$$

Substituyendo las ecuaciones 2.56 y 2.58 en la ecuación 2.60 resulta

$$K_{bf} W \left(\frac{a}{g} - f_r \right) = \mu W \left(\frac{l_2}{L} + \frac{a}{g} \frac{h}{L} \right) \quad (2.61)$$

De la ecuación 2.61, la rata de deceleración del vehículo (en unidades de gravedades g) asociada con el inminente bloqueo de las llantas delanteras se puede definir por:

$$\left(\frac{a}{g} \right)_f = \frac{\mu l_2 / L + K_{bf} f_r}{K_{bf} - \mu h / L} \quad (2.62)$$

De una manera similar, se puede mostrar que las llantas traseras se aproximan al bloqueo cuando la rata de deceleración es:

$$\left(\frac{a}{g} \right)_r = \frac{\mu l_1 / L + (1 - K_{bf}) f_r}{1 - K_{bf} + \mu h / L} \quad (2.63)$$

Para un vehículo dado con una distribución particular de la fuerza de frenado en una carretera dada las llantas delanteras se bloquearan primero si

$$\left(\frac{a}{g} \right)_f < \left(\frac{a}{g} \right)_r \quad (2.64)$$

Por otro lado, las llantas traseras se bloquearan primero si

$$\left(\frac{a}{g}\right)_r < \left(\frac{a}{g}\right)_f \quad (2.65)$$

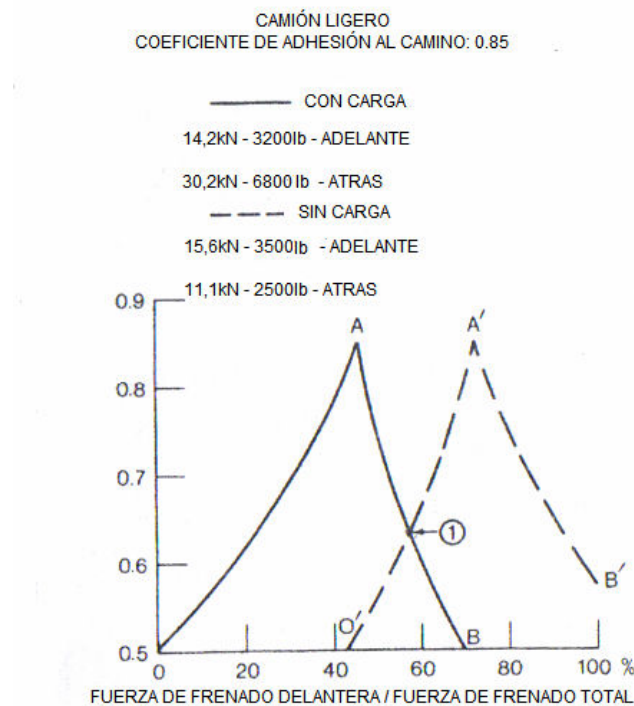
Del anterior análisis, se puede ver que para un vehículo dado con una distribución fija de la fuerza de frenado, las llantas delanteras y traseras se bloquearan a la misma rata de deceleración solamente en una superficie en particular. Bajo esta condición, se desarrollan al mismo tiempo las fuerzas de frenado máximas en las llantas delanteras y traseras que puede soportar el área de contacto de la llanta con la carretera, lo que indica una utilización óptima de las capacidades de frenado del vehículo. En cualquier otra condición, se bloquearan primero las llantas delanteras o traseras, según sea el caso, lo que trae como consecuencia la perdida de control direccional y de estabilidad en el vehículo. Lo anterior sugiere que, idealmente, la distribución de fuerzas debería ser ajustable con el fin de asegurar un desempeño de frenado óptimo para distintas condiciones de operación.

Con base en el análisis anterior, la interrelación entre la secuencia de bloqueo de las llantas, la deceleración alcanzada antes de que se presente el bloqueo, los parámetros de diseño del vehículo y las condiciones de operación puede definirse cuantitativamente. Como ejemplo ilustrativo, la figura 2.50 muestra las características de frenado de un camión ligero como una función de la distribución del esfuerzo de frenado en las llantas delanteras bajo dos condiciones: ausencia de carga y carga plena. Para la condición de carga plena, el peso del vehículo es de 44.48kN (10000 lb), y para la condición de ausencia de carga, es de 26.69kN (6000 lb). La relación entre la altura del centro de gravedad con la distancia entre ejes es de 0.18 para ambas condiciones. El coeficiente de adhesión es de 0.85.

En la figura 2.50 la línea sólida y la línea interrumpida representan los límites de la rata de deceleración que puede alcanzar el vehículo antes de que se presente bloqueo en alguna llanta bajo las condiciones de carga y ausencia de carga, respectivamente. Las líneas OA y $O'A'$ representan los valores límites de rata de deceleración que se pueden lograr sin que se bloqueen las llantas traseras, en tanto que AB y $A'B'$ son los límites de rata de deceleración antes de que las llantas delanteras comiencen a bloquearse. Se puede hacer uso de la figura 2.50 para determinar las características de frenado de un camión ligero bajo diferentes condiciones de operación. Si, por ejemplo, el sistema de frenos se diseña para tener un 40% de la fuerza total de frenado en las llantas delanteras, entonces para el vehículo en condiciones de carga plena, se bloquearan las llantas traseras antes que las delanteras y la máxima rata de deceleración antes que esto suceda es de $0.75g$. Por el contrario, si el 60% de la fuerza total de frenado se ubica en las llantas delanteras, entonces para el caso del camión con carga plena, se bloquearan las llantas delanteras antes que las traseras, a una rata de deceleración máxima antes del bloqueo de $0.6g$. Es interesante apreciar que para lograr la máxima rata de deceleración de $0.85g$, que indica que el uso de las capacidades de frenado del vehículo en dicha superficie de coeficiente de adhesión de 0.85 es óptimo, se requiere el 47% de la fuerza total de frenado en las llantas delanteras para la condición en que el camión esta con carga plena, en comparación con el 72% requerido para cuando esta vacío. Hay entonces una diferencia del 25% en las distribuciones de fuerza de frenado óptimas para las condiciones de carga y ausencia de carga. Se debe hacer un compromiso en la selección del valor de distribución de la fuerza de frenado. Generalmente, el valor utilizado en las llantas delanteras es el correspondiente a la intersección entre las líneas AB y $O'A'$, el punto 1 en la figura 2.50. Bajo estas circunstancias, la máxima deceleración que puede lograr el camión en una superficie con un coeficiente

de adhesión de 0.85 sin que se bloquee alguna de sus llantas en ambas condiciones de trabajo es de 0.64g

Figura 2.50 Efecto de la distribución del esfuerzo de frenado en el desempeño del sistema de frenos de un camión ligero.

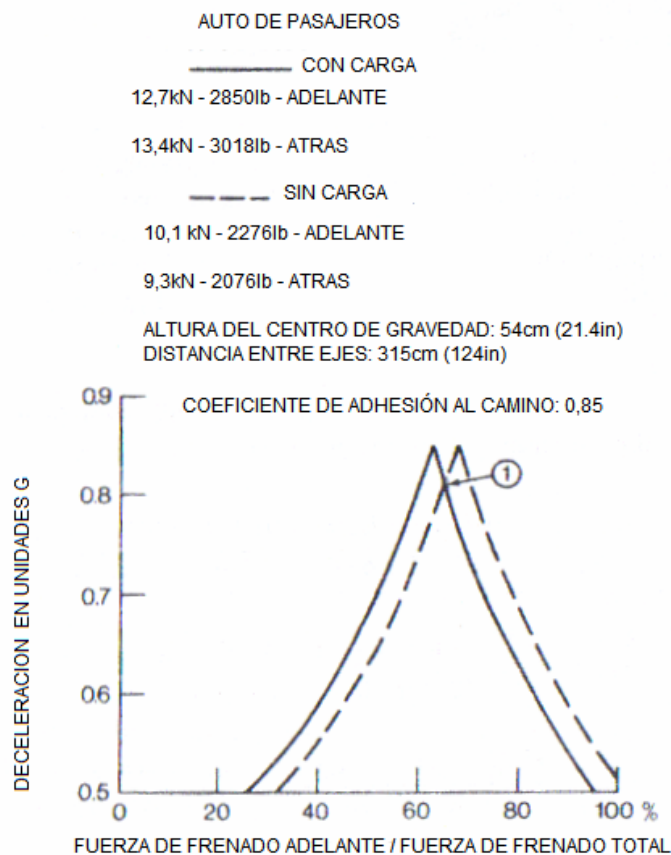


Fuente: **D.J. Bickerstaff y G. Hartley**, "Light Truck Tire Traction Properties and Their Effect on Braking Performance", *SAE Transactions*, vol. 83, paper 741137, 1974

La figura 2.51 ilustra las características de frenado de un automóvil de pasajeros. Debido a que la diferencia en el peso para las condiciones en que el automóvil está cargado o no, es mucho menor que para el camión, las características de frenado bajo estas dos condiciones son muy parecidas, como se puede apreciar en la figura 2.51. Para lograr la máxima tasa de deceleración de 0.85g, se requiere que un 62% de la máxima fuerza de frenado en las llantas delanteras, para la condición en que el automóvil está cargado,

en comparación con el 67% requerido cuando el automóvil no presenta carga, lo cual significa una diferencia del 5%. Una distribución de fuerza con un 64.5% en las llantas de adelante, correspondiente al punto 1 en la figura 2.51, puede ser seleccionado para estas circunstancias. La máxima rata de deceleración que el vehículo puede lograr antes de presentar bloqueo en cualquier llanta sería de 0.82g, tanto para condición de carga como para ausencia de esta.

Figura 2.51 Efecto de la distribución del esfuerzo de frenado en el desempeño del sistema de frenos de un automóvil de pasajeros.



Fuente: **D.J. Bickerstaff y G. Hartley**, "Light Truck Tire Traction Properties and Their Effect on Braking Performance", *SAE Transactions*, vol. 83, paper 741137, 1974.

El análisis y los ejemplos dados muestran la complejidad de la naturaleza del proceso de frenado. Se muestra que la distribución de la fuerza de frenado óptima, la cual asegura la máxima rata de deceleración, varía con las condiciones de carga del vehículo, los parámetros de diseño del vehículo, y la superficie de la carretera. En la práctica, las condiciones de operación varían en un rango muy amplio, por ello, para un vehículo en particular con una distribución de la fuerza de frenado fija, solamente bajo condiciones específicas de carga y de condiciones de carretera se desarrollarán las máximas fuerzas de frenado en las llantas delanteras y traseras y se logrará la máxima rata de deceleración. En las demás condiciones, se reduce la rata máxima de deceleración y las probabilidades de pérdida de control y de estabilidad del automóvil aumentan. Para aumentar el desempeño de frenado, se han utilizado válvulas de presión proporcionales o válvulas de sensado de carga proporcionales. Las válvulas proporcionales de presión se utilizan con el fin de proveer la misma presión a los frenos tanto delanteros como traseros hasta cierto nivel de presión, y después reducir el incremento de presión en los frenos de las llantas traseras. Las válvulas de sensado de carga proporcionales son muy utilizadas en camiones, especialmente en Europa. Estas válvulas ajustan la distribución del esfuerzo de frenado como función de la carga distribuida en los ejes. Para asegurar control direccional y estabilidad en todas las condiciones de operación posible, se han introducido dispositivos antibloqueo. La principal función de estos dispositivos es evitar el bloqueo de las llantas; y así, lograr que las llantas mantengan la capacidad de sostener una fuerza lateral. Los principios de funcionamiento de los sistemas antibloqueo se describen brevemente en la sección 2.7.3.

Ejemplo 2.3 Un automóvil de pasajeros pesa 21.24kN (4775 lb) y tiene una distancia entre ejes de 2.87m (113 in). El centro de gravedad esta a 1.27m

(50 in) detrás del eje delantero y 0.508m (20 in) desde el nivel del suelo. La distribución del esfuerzo de frenado en las ruedas delanteras es de 60%. El coeficiente de resistencia al ruedo es de 0.02. Determine que par de llantas se bloquearan primero para dos superficies: una con un coeficiente de adhesión de 0.8 y otra de 0.2.

Solución

- a) Para la superficie de coeficiente de adhesión de 0.8, la deceleración del vehículo asociada con el bloqueo inminente de las llantas delanteras esta definida por:

$$\left(\frac{a}{g}\right)_f = \frac{\mu l_2 / L + K_{bf} f_r}{K_{bf} - \mu h / L} = \frac{0.8 \times 0.558 + 0.6 \times 0.02}{0.6 - 0.8 \times 0.177} = 1.0$$

La deceleración asociada con el bloqueo inminente de las llantas traseras esta determinado por:

$$\left(\frac{a}{g}\right)_r = \frac{\mu l_1 / L + (1 - K_{bf}) f_r}{1 - K_{bf} + \mu h / L} = \frac{0.8 \times 0.442 + 0.4 \times 0.02}{0.4 + 0.8 \times 0.177} = 0.67$$

Como $\left(\frac{a}{g}\right)_r < \left(\frac{a}{g}\right)_f$, para esta superficie, las llantas traseras se bloquean primero

- b) Para la superficie con coeficiente de adhesión de 0.2 se tiene que

$$\left(\frac{a}{g}\right)_f = \frac{\mu l_2 / L + K_{bf} f_r}{K_{bf} - \mu h / L} = \frac{0.2 \times 0.558 + 0.6 \times 0.02}{0.6 - 0.2 \times 0.177} = 0.219$$

$$\left(\frac{a}{g}\right)_r = \frac{\mu l_1 / L + (1 - K_{bf}) f_r}{1 - K_{bf} + \mu h / L} = \frac{0.2 \times 0.442 + 0.4 \times 0.02}{0.4 + 0.2 \times 0.177} = 0.221$$

Como $\left(\frac{a}{g}\right)_f < \left(\frac{a}{g}\right)_r$ las llantas delanteras, en esta superficie, se bloquean primero.

Eficiencia de frenado y distancia de detenimiento. La eficiencia de frenado puede ser utilizada para caracterizar el desempeño de frenado de un vehículo. La eficiencia de frenado η_b esta definida como la razón entre la máxima rata de deceleración que se puede lograr antes de que ocurra bloqueo de cualquiera de las llantas del vehículo, y el coeficiente de adhesión del camino, es decir:

$$\eta_b = \frac{a/g}{\mu} \quad (2.66)$$

La eficiencia de frenado indica que tanto utiliza el coeficiente de adhesión a la carretera, el vehículo para frenar. Por ello, cuando a/g es menor que μ , la eficiencia es menor a 1, lo que indica que la rata de deceleración lograda es menor que la máxima posible, resultando en distancias de frenado más largas. En referencia a la figura 2.50, si el 57% de la fuerza total de frenado se ubica en el eje delantero, correspondiendo al punto 1, la máxima rata de deceleración que se puede lograr antes de que ocurra bloqueo es de $0.64g$.

Esto indica que, para una superficie cuyo coeficiente de adhesión sea de 0.85, la eficiencia de frenado es del 75.3%.

La distancia requerida por un vehículo para detenerse por completo es otro parámetro ampliamente utilizado para evaluar la eficiencia con la que el vehículo frena. Para predecir esta distancia, se emplean los principios básicos de dinámica. La interrelación entre la distancia de frenado, la fuerza de frenado, la masa del vehículo, y la velocidad del vehículo, en forma diferencial, puede ser expresada como:

$$ads = \left(\frac{F_b + \sum R}{\gamma_b W / g} \right) ds = VdV \quad (2.67)$$

donde γ_b es un factor equivalente de masa tomando en cuenta los momentos de inercia de los componentes rotacionales involucrados durante el frenado. Puesto que durante el frenado el embrague generalmente es liberado, el valor de γ_b no necesariamente es el mismo de γ_m utilizado en el cálculo de la aceleración. Para autos de pasajeros y camiones livianos, γ_b esta en el rango comprendido entre 1.03 y 1.05.

La ecuación 2.67 puede ser integrada para determinar la distancia de frenado S , a partir de una velocidad inicial V_1 y una final V_2 :

$$S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\gamma_b W}{g} \frac{VdV}{F_b + \sum R} \quad (2.68)$$

Substituyendo la ecuación 2.46 en la ecuación 2.68 y despreciando la resistencia a la transmisión, se obtiene:

$$S = \frac{\gamma_b W}{g} \int_{V_1}^{V_2} \frac{VdV}{F_b + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s + R_a} \quad (2.69)$$

La resistencia aerodinámica es proporcional al cuadrado de la velocidad, y puede ser expresada como:

$$R_a = \frac{\rho}{2} C_D A_f V^2 = C_{ae} V^2 \quad (2.70)$$

Sustituyendo la ecuación 2.70 en la ecuación 2.69 e integrando, la distancia de frenado esta definida por⁶¹:

$$S = \frac{\gamma_b W}{2gC_{ae}} \ln \left(\frac{F_b + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s + C_{ae} V_1^2}{F_b + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s + C_{ae} V_2^2} \right) \quad (2.71)$$

Puesto que la velocidad V_2 es cero, la ecuación 2.71 se reduce a:

$$S = \frac{\gamma_b W}{2gC_{ae}} \ln \left(1 + \frac{C_{ae} V_1^2}{F_b + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s} \right) \quad (2.72)$$

Para un vehículo determinado, si la distribución de la fuerza de frenado y las condiciones de la carretera son tales que las máximas fuerzas de frenado que el área de contacto entre llanta y camino puede soportar, en las cuatro ruedas se desarrollen al mismo tiempo, es decir, una eficiencia de frenado del 100%, se logrará la menor distancia de frenado posible. Para este caso, el torque de frenado generado por los frenos ya ha superado la inercia de los componentes rotacionales asociados con las llantas; las fuerzas de frenado máximas desarrolladas en el área de contacto entre la llanta y la carretera están oponiéndose solo a la inercia traslacional. El factor de masa γ es entonces uno. La mínima distancia de frenado $S_{\min}$ se puede definir como:

$$S_{\min} = \frac{W}{2gC_{ae}} \ln \left(1 + \frac{C_{ae} V_1^2}{\mu W + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s} \right) \quad (2.73)$$

Si la eficiencia de frenado es menor a 100% (es decir, que la máxima rata de deceleración de las llantas que se puede lograr antes de que se presente

bloqueo es menor al valor de coeficiente de adhesión del camino) entonces la distancia de frenado será mayor que la hallada mediante la ecuación 2.73. Para este caso, la distancia de frenado puede ser calculada a partir de:

$$S = \frac{W}{2gC_{ae}} \ln \left(1 + \frac{C_{ae} V_1^2}{\eta_b \mu W + f_r W \cos \theta_s \pm W \sin \theta_s + C_{ae} V_2^2} \right) \quad (2.74)$$

Se debe señalar que, en la práctica, la fuerza de frenado no se desarrolla en el mismo instante en que se aplican los frenos. Este tiempo de retraso depende de cada tipo de sistema de frenado y su capacidad de respuesta. La distancia de frenado será entonces mayor que la distancia hallada por medio de las ecuaciones anteriores. En general, la distancia que recorre el vehículo en el periodo que transcurre entre la aplicación de los frenos y el desarrollo de una fuerza de frenado estable debe ser tomada en consideración con el fin de hallar la distancia de frenado real. Como una primera aproximación, esta distancia adicional S_a puede ser calculada por medio de:

$$S_a = t_d V_1$$

donde t_d es el tiempo de respuesta del sistema de frenos y V_1 es la velocidad inicial del vehículo. Para cálculos preliminares de desempeño de frenado, se puede asumir un valor t_d de $0.3s^{107}$. El tiempo que toma la reacción del conductor es otro factor que incrementa la distancia de frenado de un vehículo, en la práctica, este valor generalmente está en el rango entre 0.5 y $2s^{61}$.

¹⁰⁷ **D.J. Bickerstaff y G. Hartley**, "Light Truck Tire Traction Properties and Their Effect on Braking Performance", *SAE Transactions*, vol. 83, paper 741137, 1974

Sistema de frenos Antibloqueo (ABS). Como se mencionó anteriormente, cuando una llanta se bloquea, el coeficiente de adhesión al camino cae hasta su valor de deslizamiento, y la habilidad de la llanta de sostener una carga lateral es prácticamente nula. Como resultado, el vehículo perderá estabilidad y/o control direccional, y la distancia necesaria para detenerse por completo será considerablemente más larga que la mínima posible. La figura 2.54 muestra las características generales del coeficiente de esfuerzo de frenado (la razón entre el esfuerzo de frenado y la carga normal que sufra la llanta) y el coeficiente de la fuerza de viraje (la razón entre la fuerza de viraje y la carga normal que sufre la llanta) a determinado ángulo de deslizamiento como una función del skid para una llanta neumática.

La principal función del sistema de frenos antibloqueo es prevenir que la llanta se bloquee, e idealmente mantener el skid de la llanta en un rango deseable, tal como se muestra en la figura 2.52. Esto asegura que la llanta pueda desarrollar una fuerza de frenado suficientemente alta para frenar el vehículo, y al mismo tiempo retener una fuerza de viraje adecuada para que el conductor tenga control direccional y el automóvil no pierda estabilidad. Datos obtenidos en Alemania y otros países a mediados de 1980 demostraron que la incorporación de este tipo de sistemas provocó la reducción de un gran número de accidentes de tráfico, y mitigó las consecuencias de algunos accidentes¹⁰⁸. En algunos países, las pólizas de seguros son más baratas para automóviles equipados con estos sistemas.

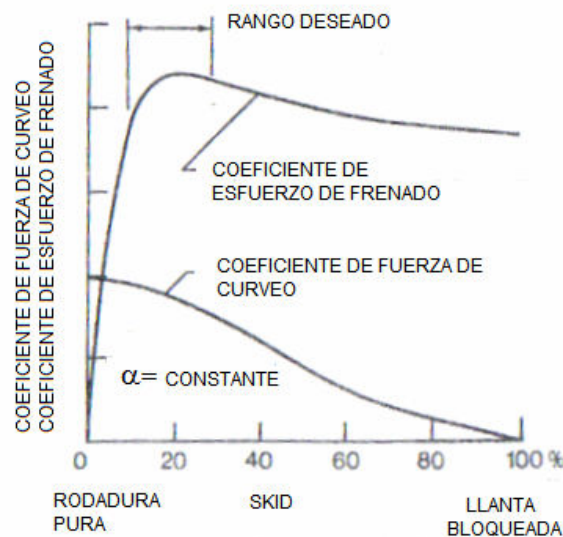
¹⁰⁸ H.C. Klein. "Antilock Braking Systems for Passenger Cars, State of the Art 1985", en *Proceedings of the XXI FISITA Congress*, paper 865139, Belgrado, Yugoslavia, 1986

Para poder apreciar la operación de un sistema antibloqueo, es útil recordar brevemente la dinámica de la llanta durante el frenado. Cuando un torque de frenado T_b es aplicado a una llanta, se desarrolla un esfuerzo de frenado F_b en el área de contacto entre el suelo y la llanta, como se muestra en la figura 2.53. Este esfuerzo de frenado presenta un momento T_t alrededor del centro de la llanta, el cual actúa en la dirección contraria al torque de frenado. La diferencia entre estos dos torques provoca una aceleración angular en la llanta.

$$\dot{\omega} = (T_t - T_b) / I_w = (F_b r - T_b) / I_w \quad (2.90)$$

donde I_w es el momento másico de inercia de todo el conjunto de la llanta respecto a su centro y r es el radio de la llanta. Cuando la diferencia entre T_t y T_b es positiva, la llanta acelera, y cuando es negativa, decelera.

Figura 2.52 Efecto del skid en los coeficientes de fuerza y de curvado de una llanta.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

El esfuerzo de frenado también provoca una deceleración del centro de la llanta:

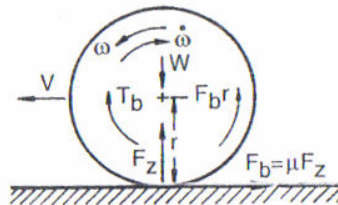
$$a_c = F_b / (W / g) \quad (2.91)$$

donde W es la carga que presenta la llanta y g es la aceleración debida a la gravedad. Debe apreciarse que debido al skid de la llanta, durante el frenado la deceleración lineal del centro de la llanta no es igual al producto $r\alpha$. Como se menciono anteriormente, el skid i_s de la llanta esta definido por la ecuación 1.30.

$$i_s = \left(1 - \frac{r\omega}{V}\right) \times 100\%$$

donde ω y V son la velocidad angular y lineal del centro de la llanta, respectivamente.

Figura 2.53 Fuerzas y momentos que actúan en la llanta durante el frenado.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Si el torque de frenado T_b aplicado tiene un valor alto y la deceleración angular α es elevada, la llanta se bloqueara (su velocidad angular es de cero, en tanto que su velocidad lineal será diferente de cero) en un periodo corto de tiempo. La función básica del sistema antibloqueo es monitorear las condiciones de operación de la llanta y controlar el torque aplicado mediante

la modulación de la presión de frenado con el fin de prevenir el bloqueo de la llanta, y para mantener el skid de esta en un rango ideal.

Un sistema antibloqueo moderno es un sistema de control de retroalimentación eléctrico. Consiste en un sensor (o sensores), una unidad de control electrónica, y un modulador de presión, como muestra el esquema de la figura 2.54. En la práctica, es difícil determinar el skid de la llanta con precisión, principalmente por la falta de medios prácticos y económicos de medir la velocidad lineal del centro de la llanta durante el frenado. El control lógico del sistema antibloqueo, se formula generalmente en base a algunos parámetros fáciles de medir, tal como la velocidad angular y la deceleración angular (o la aceleración angular) de la llanta, o la deceleración lineal del vehículo.

Sensores con colectores de pulsos electromagnéticos y llantas dentadas son ampliamente utilizados para monitorear la rotación de las llantas o los componentes rotacionales de la transmisión. Para monitorear la velocidad angular de las llantas en el eje conducido, el sensor puede ser montado en el cable de salida al velocímetro de la transmisión o en el eje impulsor. Para monitorear la rotación de las llantas de forma individual, los sensores se montan directamente en el cubo de la llanta. Estos generan alrededor de 90 a 100 pulsos por revolución de la llanta. La velocidad angular, y la deceleración (o aceleración) angular de la llanta se derivan de estas señales digitales de pulso mediante diferenciación respecto al tiempo. Un acelerómetro digital se utiliza en algunos sistemas antibloqueo para monitorear la deceleración longitudinal del vehículo. Las señales generadas por los sensores son transmitidas a la unidad de control electrónico para su procesamiento.

La unidad de control consiste generalmente de cuatro módulos: un módulo de procesamiento de señales, un módulo que predice si la llanta está a punto de sufrir bloqueo, un módulo para determinar si el peligro de bloqueo ha sido advertido y un módulo que genera la señal de mando que activa el modulador de presión.

En la unidad de control, una vez las señales generadas por los sensores han sido procesadas, los parámetros de medición o aquellos valores derivados de estos son comparados con sus correspondientes valores de umbral. Cuando los parámetros de medición indiquen que se están presentando determinadas condiciones que generaran un bloqueo inminente de la llanta, una señal de comando es enviada al modulador para que libere el freno. Los métodos para predecir el bloqueo de la llanta que son utilizados por los sistemas antibloqueo se describen a continuación^{109 110 111 112 113}.

- a. En algunos sistemas antibloqueo, el bloqueo de la llanta se predice y la señal de comando provoca que el modulador libere

¹⁰⁹ **R.R. Gunter y H. Ouwekerk**, "Adaptive Brake Control Systems", en *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 186, 68/72, 1972

¹¹⁰ **J.Y. Wong, J.R. Ellis, y R.R. Guntur**, *Braking and Handling of Heavy Commercial Vehicles*, monografía, Departamento de Ingeniería Mecánica y Aeronáutica, Carleton University, Ottawa, Int., Canada, 1997

¹¹¹ **R.R. Guntur y J.Y. Wong**, "Some Design Aspects of Anti-Lock Braking Systems for Commercial Vehicles", *Vehicle Systems Dynamics*, vol 9. no. 3, 1980

¹¹² **M. Satoh y S. Shiraishi**, "Excess Operation of Antilock Braking System on a Rough Road", en *Braking of Road Vehicles 1983*, Institution of Mechanical Engineers, 1983

¹¹³ **H. Leiber y A. Czinczel**, "Antiskid System for Passenger Cars with a Digital Electronic Control Unit", *Society of Automotive Engineers*, paper 790458, 1979

el freno, cuando el producto entre la deceleración angular de la llanta y su radio de rodadura exceden un valor predeterminado. El valor umbral de algunos de estos sistemas se encuentran en el rango comprendido entre 1 - 1.6g.

- b. En un sistema antibloqueo para autos de pasajeros, la señal de la velocidad angular es monitoreada por un circuito llamado *track-and-hold* (rastree y retenga) en la unidad de control, y cuando el valor del producto $r\alpha$ supere los 1.6g, la señal de rastreo es almacenada en la memoria por un tiempo de alrededor de 140ms. Durante este periodo de tiempo, si la velocidad angular medida decrece en un 5% del valor ya almacenado, y al mismo tiempo la deceleración lineal del vehículo medido por el acelerómetro no es superior a los 0.5g se predice que la llanta esta a punto de bloquearse, y una señal de mando es enviada al modulador para que libere el freno. Por otra parte, si la deceleración del vehículo es superior a 0.5g, también se predice el bloqueo de la llanta y el freno es liberado una vez el valor de la velocidad angular de la llanta presente un decrecimiento del 15% respecto al valor almacenado.
- c. En muchos sistemas antibloqueo actuales, se reduce la presión en el freno si se cumple alguna de estas dos condiciones ^{74, 75}: si el skid estimado de la llanta $i_s > i_{so}$ y $r\alpha = r\alpha_0$, donde i_{so} es el valor umbral del skid, generalmente 10%, y $r\alpha_0$ es el valor umbral de la deceleración circunferencial de la llanta, generalmente 1-1.6g

Como se mencionó anteriormente, el verdadero valor del skid de la llanta durante el frenado es difícil de determinar, debido a la carencia de métodos prácticos que permitan hallar la velocidad lineal del centro de la llanta. Por eso, en muchos casos, el skid es calculado estimando la velocidad lineal del centro de la llanta con base en su radio y su velocidad angular, utilizando para ello varios métodos de estimación. Con el fin de evitar la operación excesiva del sistema antibloqueo a bajas velocidades, debidas a una mala estimación del skid de la llanta, el valor umbral del skid es incrementado a medida que la velocidad del vehículo baja.

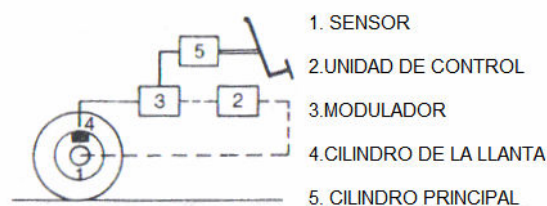
Durante el proceso de frenado, las condiciones de operación de la llanta y el vehículo son monitoreadas continuamente por los sensores y la unidad de control. Después de que el sistema predice un bloqueo inminente y el freno es liberado, otro modulo en la unidad de control determina en que punto el freno puede volver a ser aplicado. Existe una gran variedad de criterios empleados en los sistemas antibloqueo actuales, algunos se describen a continuación⁷¹⁻⁷⁵:

1. En algunos sistemas, una señal de comando es enviada al modulador para reaplicar el freno, cuando los criterios para liberar el freno, discutidos anteriormente, ya no se satisfacen.
2. En ciertos dispositivos, un tiempo de demora fijo es introducido para asegurar que el freno se pueda volver a aplicar después que ha pasado un tiempo preestablecido desde que el sistema liberó el freno.
3. Cuando el freno es liberado, el momentum del vehículo causa que la llanta presente una aceleración angular. En algunos sistemas, el freno

se vuelve a aplicar tan pronto como el producto de la aceleración angular de la llanta y el radio de giro exceda un valor predeterminado. Los valores umbrales de este producto oscilan entre 2.2 a 3g. Otros dispositivos se conciben de manera que la presión de frenado sea dependiente de la aceleración angular de la llanta.

Como ejemplo, la figura 2.55 muestra las características de un sistema antibloqueo diseñado para vehículos comerciales pesados. Se muestra la variación de la presión de frenado, el skid, la velocidad del vehículo, la velocidad circunferencial ($r\omega$), y la aceleración circunferencial ($r\alpha$) de la llanta en una simulación en la que se realizó el frenado sobre pavimento húmedo. Como puede observarse, la presión del freno fluctúa durante la operación del sistema antibloqueo. El ciclo de reducir, sostener y reaplicar la presión de frenado es repetido varias veces, generalmente de 5 a 16 veces por segundo hasta que la velocidad del vehículo ha descendido hasta un valor aproximado de 3 a 5 km/h, valores en los que se desactiva el dispositivo.

Figura 2.54 Elementos de un sistema ABS.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

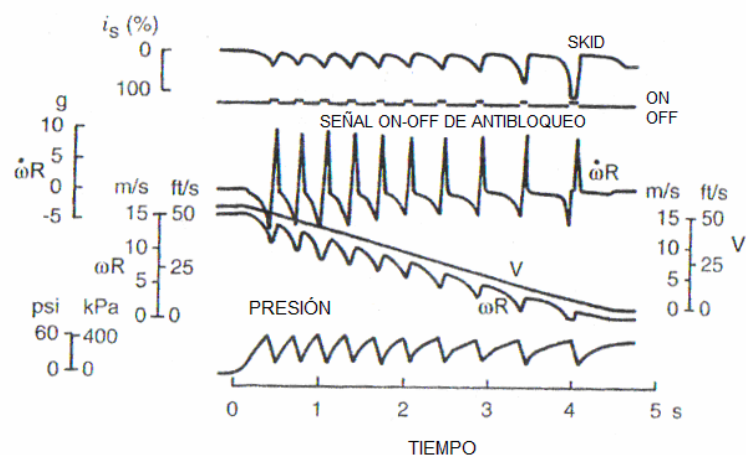
Se han utilizado diferentes disposiciones de dispositivos antibloqueo. La consideración principal es la de garantizar control direccional y estabilidad en el vehículo, no solo cuando se frene en línea recta, sino también cuando se

frene en curvas y en superficies asimétricas con diferentes coeficientes de adhesión a cada lado del vehículo.

Las disposiciones más comunes para autos de pasajeros son la de cuatro canales -cuatro sensores, tres canales – tres sensores, tres canales – cuatro sensores, mostradas esquemáticamente en la figura 2.56. Por canal se refiere a la porción del sistema de frenado que es controlada por la unidad de control de manera independiente al resto de sistema. Así, una configuración de cuatro sensores – cuatro canales como la mostrada en la figura, tiene cuatro circuitos hidráulicos de frenado para monitorear las cuatro llantas de manera independiente. Las dos llantas delanteras son controladas de forma independiente, basándose en la información suministrada por sus respectivos sensores. Sin embargo, las dos llantas del eje trasero son controladas conjuntamente en el modo de operación de “selección-baja”. “Selección-baja” quiere decir que la unidad de control utilizara la información de la llanta más lenta para controlar ambas llantas traseras con la misma presión de frenado, mientras que el modo de “selección-alta” utiliza la información de la llanta más rápida para aplicar a ambas ruedas traseras la misma presión de frenado. Se ha demostrado que con el modo de “selección-baja” para controlar las dos llantas traseras se asegura la estabilidad direccional del vehículo cuando este frena en una carretera o una curva asimétrica en contraste con el modo de “selección-alta”. Esto se debe a que en el modo de “selección-alta”, la llanta en la superficie más lisa, o en la parte interna de la curva presentara bloqueo, mientras que la llanta que se encuentra en la parte de mayor fricción o en la parte externa de la curva generará una mayor fuerza de frenado. Esto provoca una reducción en la fuerza de curqueo disponible para el eje, y un gran momento de *yawing* que ocasionará un efecto adverso en el control direccional del vehículo. Se debe mencionar, sin embargo, que operar en el

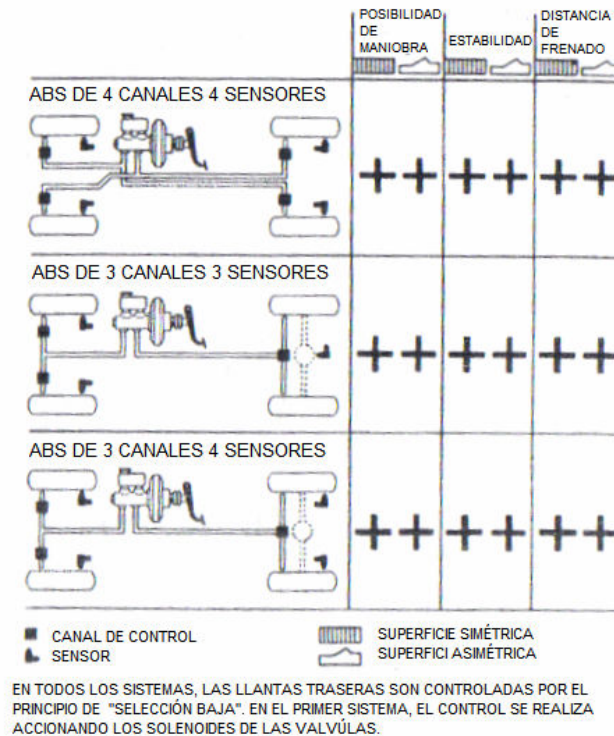
modo de “selección-baja” conduce a una eficiencia de frenado más reducida y una distancia de frenado mayor que si se utilizara el modo de “selección-alta”. Es interesante observar que con las cuatro llantas controladas individualmente, actuaran diferentes fuerzas de frenado en cada una de las cuatro llantas cuando se realiza la acción de frenado en una superficie asimétrica. Esto resulta en un momento de *yawing* considerablemente alto, lo que tiene un efecto adverso en el control direccional del automóvil. La configuración de tres canales-tres sensores presenta un circuito hidráulico que controla las dos llantas delanteras por separado y las llantas traseras en conjunto, se basa en la información obtenida de los sensores de las dos llantas delanteras y un sensor que monitorea las condiciones promedio de las traseras. La operación del sistema de tres canales – cuatro sensores que trabaja con el modo de “selección-baja” funciona de forma similar que la configuración cuatro canales-cuatro sensores descrita anteriormente.

Figura 2.55 Características de operación del sistema ABS para vehículos comerciales pesados equipados con frenos neumáticos.



Fuente: R. Srinivasa, R.R. Guntur y J.Y. Wong, “Evaluation of the Performance of Anti-Lock Brake Systems Using Laboratory Simulation Techniques”, *International Journal of Vehicle Design*, vol. 1, no. 5, 1980

Figura 2.56 Diferentes disposiciones de los sistemas ABS en vehículos.



Fuente: H. Leiber y A. Czinczel, "Tour Years of Expirience with 4-Wheel Antiskid Brake Systems (ABS)", *Society of Automotive Engineers*, paper 830481, 1983

Una configuración de dos canales - cuatro sensores ha sido introducida recientemente, en este sistema las dos llantas delanteras son controladas conjuntamente utilizando el modo de "selección-alta", en tanto que las dos ruedas traseras con controladas utilizando el modo de "selección-baja"¹¹⁴. Se dice que esta configuración reduce sustancialmente la excesiva operación del sistema antibloqueo en caminos rústicos, y que la combinación de los modos de operación en esa forma ofrece un compromiso razonable entre lograr una

¹¹⁴ M. Satoh y S. Shiraishi, "Performance of Antilock brakes with Simplified Control Technique" *Society of Automotive Engineers*, paper 830484, 1983

distancia de frenado suficientemente corta y la obtención de control direccional del vehículo.

Sistemás de control de tracción. De funciones similares al sistema antibloqueo, concebidos para mejorar el frenado del vehículo, los sistemás de tracción tienen como objetivo optimizar la tracción del vehículo y mantener control direccional y estabilidad durante la aceleración¹¹⁵ ¹¹⁶. Las principales funciones de un sistema de control de tracción son las siguientes:

1. Optimizar la tracción en superficies asimétricas con diferentes valores de adhesión para las llantas del lado derecho y el lado izquierdo.
2. Prevenir que la llanta deslice durante la aceleración o en superficie muy lisa, e idealmente mantener el grado de deslizamiento de la llanta en un rango de operación deseado para obtener una fuerza de curqueo adecuada para control direccional y estabilidad.

De la misma forma que el ABS, un sistema de tracción típico esta conformado por un sensor (o sensores), una unidad de control eléctrica y un modulador de la presión de frenado. Además, tiene un dispositivo de control del motor, el cual controla el regulador, el sistema de inyección o la ignición. Debido a su similitud, este sistema generalmente viene acompañado con el sistema

¹¹⁵ H.W. Bleckmann, H. Fennel, J. Graber, y W.W. Selbert, "Traction Control System with Teves ABS Mark II", *Society of Automotive Engineers*, paper 860506, 1986

¹¹⁶ H. Demel y H. Hemming, "ABS and ASR for Passenger Cars – Goals and Limits", *Society of Automotive Engineers*, paper 890834, 1989

ABS, compartiendo un gran número de componentes, tales como el sensor, la unidad electrónica de control y el modulador de presión de frenado.

Para un eje conducido con un diferencial simple, el torque es distribuido de manera homogénea en los ejes de las llantas tanto de la derecha como de la izquierda. Como resultado, cuando se transita en un camino asimétrico, la llanta del lado con menor coeficiente de adhesión presentará un deslizamiento excesivo, e impondrá un límite en el máximo esfuerzo de tracción que la llanta del lado opuesto puede desarrollar. Aún cuando un limitador diferencial, un acople viscoso y un limitador de deslizamiento del diferencial pueden solucionar este problema, un sistema de control de tracción es una opción viable. Cuando el deslizamiento de una llanta en uno de los lados del eje conducido resulta excesivo, se aplica un torque de frenado en dicha llanta a través de la modulación de la presión en el sistema de frenos, así como se incrementa el torque disponible en la otra llanta para incrementar la tracción. Para un vehículo de un solo eje conducido, el (*slip*) deslizamiento de las llantas conducidas puede ser determinado directamente utilizando la velocidad angular de las llantas conductoras como referencia.

Cuando un vehículo opera en una superficie muy lisa con un coeficiente de adhesión bajo durante la arrancada, ambas llantas del eje conductor pueden deslizar de manera excesiva. Bajo estas circunstancias, el sistema de control de tracción aplicará torques de frenado a ambas llantas y/o reducirá el torque generado por el motor con el fin de reducir el esfuerzo de tracción y el *slip*. Esto asegura un control direccional adecuado para un automóvil de tracción delantera o estabilidad direccional para uno de tracción trasera. Cuando se conduce sobre un tramo largo en una superficie lisa, con el fin de evitar el sobrecalentamiento de los frenos, es necesaria una combinación entre

modulación de presión de frenado y control sobre el motor. Se debe mencionar que la respuesta del control de tracción a la modulación de presión en el sistema de frenos es más rápida que el control sobre el motor debido a que al tiempo de acción del dispositivo en el motor, a la inercia propia del motor, y a la elasticidad de la transmisión.

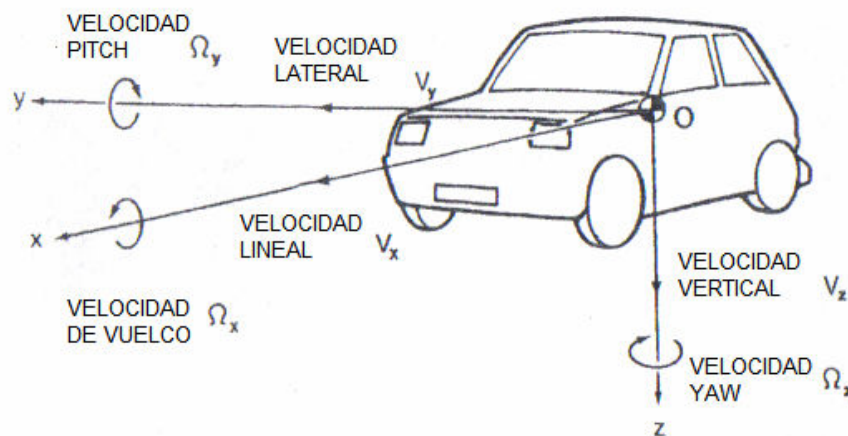
ANEXO D. CARACTERISTICAS DE MANIOBRABILIDAD DE LOS VEHÍCULOS TERRESTRES.

Las características de manejo de un automóvil permiten conocer su capacidad de respuesta a las órdenes de viraje y a las diferentes condiciones impuestas por el propio ambiente que pueden afectar su dirección de movimiento, como lo son las ráfagas de viento y los defectos de la superficie por donde se transite. Existen dos problemás básicos en la maniobrabilidad del vehículo: Uno es el control de la dirección del movimiento, el otro su habilidad de estabilizar su dirección de movimiento cuando se presentan perturbaciones externas.

El vehículo, tomado como cuerpo rígido, posee seis grados de libertad: los movimientos de traslación en los ejes x , y y z , y el movimiento de rotación alrededor de estos mismos ejes, tal como se muestra en la figura 3.1. Los principales movimientos asociados con la maniobrabilidad del automóvil son: el longitudinal, el lateral y el movimiento *yaw* (traslación en el eje x , traslación en el eje y , rotación alrededor del eje z , respectivamente). En la práctica, durante una maniobra de viraje, el cuerpo del vehículo “rueda” (rota alrededor del eje x). Este movimiento puede causar que las llantas roten de manera brusca, afectando la maniobrabilidad del vehículo. Aun mas, el vehículo puede saltar y presentar derrape (traslación en el eje z , y rotación alrededor del eje y) situaciones que afectan la capacidad de respuesta del sistema de dirección del vehículo. Sin embargo, la inclusión de estos movimientos solo se hace necesaria cuando se analizan los límites del desempeño direccional del automóvil.

Este capítulo busca hacer una introducción en el estudio de las características de maniobrabilidad de los automóviles. Se presentan modelos lineales simplificados para analizar el comportamiento direccional de los vehículos de pasajeros y los tractores-semitrailers sin tener en cuenta las características de la suspensión que poseen. Los modelos demuestran los efectos en los criterios de diseño más importantes y parámetros operacionales del sistema de dirección del automóvil, tales como las propiedades de las llantas, ubicación del centro de gravedad, y velocidad de avance, con el fin obtener conclusiones de importancia práctica en lo concerniente al control direccional y la estabilidad. Se analiza, de igual forma la respuesta del vehículo a una condición direccional impuesta y su estabilidad direccional asociada a un ángulo en el volante fijo, que generalmente son definidos como características de control fijas.

Figura 3.1 Grados de libertad en un vehículo.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

GEOMETRÍA DEL VIRAJE

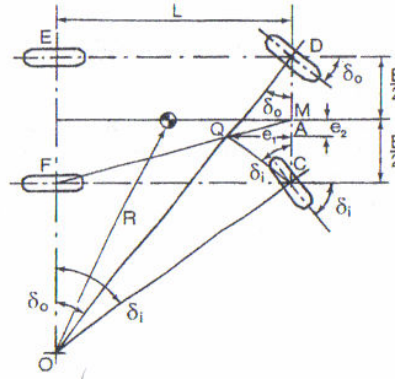
Al examinar las características de maniobrabilidad de un automóvil, es conveniente analizar, en primera estancia, el comportamiento del vehículo cuando hace un viraje a baja velocidad, despreciando el efecto de la fuerza centrífuga. Para los automóviles, la dirección se afecta generalmente al cambiar la orientación de las llantas delanteras a través del sistema de dirección; aunque ya se han introducido, para autos de pasajeros, sistemas que afectan la orientación de las cuatro llantas. A bajas velocidades, existe una relación simple entre la dirección de movimiento y el ángulo de giro del volante. La principal consideración en el diseño del sistema de dirección es que durante una maniobra de giro, la deformación en la llanta sea mínima; esto requiere que durante una curva, las llantas se encuentren en rodadura pura sin ningún tipo de deslizamiento lateral; para satisfacer este requerimiento, todas las llantas deben seguir una trayectoria curva con diferentes radios con un centro en común, tal como se muestra en la figura 3.2. Esto establece las relaciones adecuadas entre ángulo de giro de la llanta delantera interna δ_i y la de la llanta delantera externa δ_o , de la figura 3.2 se puede apreciar que los ángulos de giro δ_i y δ_o deben satisfacer la siguiente relación:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = B / L \quad (3.1)$$

donde B y L son la distancia frontal entre las llantas y la distancia entre ejes respectivamente.

El sistema de dirección que posea una geometría que satisfaga la ecuación 3.1 generalmente es referido como sistema con geometría Ackermann.

Figura 3.2 Geometría del sistema de dirección.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La relación entre δ_i y δ_o que satisface la ecuación 3.1 puede ser ilustrada gráficamente. Con base a la figura 3.2, primero conecte el punto medio del eje delantero M con el centro de la llanta interna trasera F, después, trace una línea desde el centro de la llanta delantera D hasta O con una ángulo igual a δ_o . En donde la línea DO se interfecta con la línea MF, se denomina punto Q. Conecte el punto Q con el centro de la llanta delantera interna C; el ángulo $\angle QCM$ es el ángulo de giro de la llanta delantera interna δ_i que satisface la ecuación 3.1. Esto se puede corroborar a partir de las relaciones geométricas mostradas en la figura 3.2.

$$\cot \delta_o = (B/2 + \ell_2) / \ell_1$$

$$\cot \delta_i = (B/2 - \ell_2) / \ell_1$$

y

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = 2e_2 / e_1 \quad (3.2)$$

Debido a que el triángulo $\triangle MAQ$ es similar al triángulo $\triangle MCF$ entonces:

$$e_2 / e_1 = \frac{B/2}{L}$$

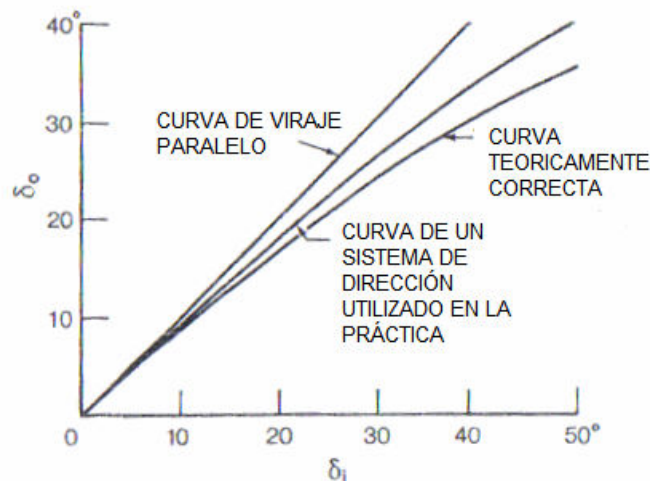
Luego la ecuación 3.2 puede ser escrita de la forma:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = B / L$$

Los resultados del análisis anterior indican que si los ángulos de giro de las llantas delanteras δ_i y δ_o satisfacen la ecuación 3.1, al trazar la línea de los ángulos δ_i y δ_o desde el eje delantero, la intersección de los lados no comunes de δ_i y δ_o (el punto Q en la figura 3.2) se encontrará en la línea recta que conecta el punto medio del eje delantero y el centro de la llanta trasera interna (la línea MF en la figura 3.2).

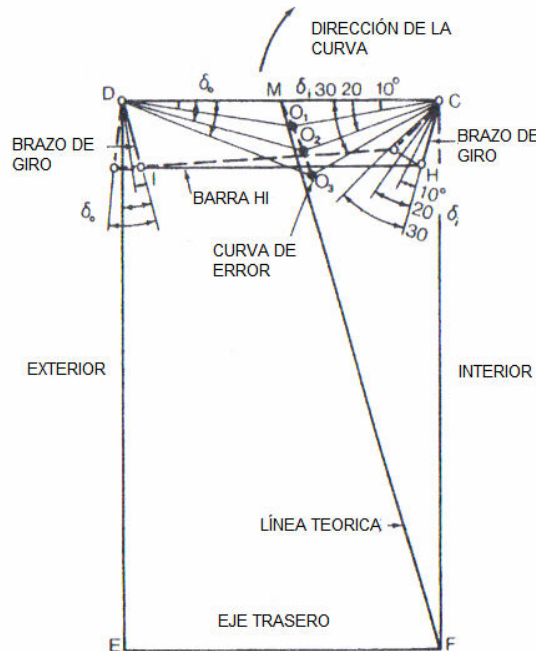
La figura 3.3 muestra la relación entre δ_o y δ_i que satisface la ecuación 3.1 para un vehículo cuyo valor B/L es de 0.56, comparada con una geometría de giro paralelo ($\delta_o = \delta_i$) y una geometría muy común en los sistemas de dirección usados en la práctica.

Figura 3.3 Características de distintos tipos de acoplamientos de manejo.



Fuente: **K.J. Bunker**, "Theoretical and Practical Approaches to Motor Vehicle Steering Mechanisms", en J. G. Giles, Ed., *Steering, Suspension and Tyres*, Automotive Technology Series, vol. 1, Londres, Inglaterra: Butterworths, 1968.

Figura 3.4 Curva de error de un sistema de dirección.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Se puede utilizar un método gráfico con el fin de evaluar las características geométricas de un sistema de dirección en particular con respecto a la geometría de Ackermann. Primero, se trazan los ángulos de giro de la llanta delantera interna δ_i incrementados mediante un valor apropiado desde la posición inicial del brazo de giro CH , como se muestra en la figura 3.4. Luego, desde el pivote del brazo de giro interno H , se traza un arco con un radio igual a la longitud de la barra HI . Este intersecta el arco generado por el brazo de giro de la llanta delantera exterior DI . La intersección define el ángulo de giro de la llanta delantera exterior δ_e . Al trazar los ángulo de giro de llanta delantera interna δ_i y el correspondiente ángulo de giro de la llanta delantera externa δ_e del eje delantero, los lados no comunes de δ_i y δ_e se intersectan en los puntos O_1 , O_2 y O_3 , como se muestra en la figura 3.4. Si la geometría de la dirección satisface la ecuación 3.1, las intersecciones de los lados no comunes

de δ_i y δ_o estarán en la línea recta MF , tal como se menciono anteriormente. La desviación de la curva que genera la unión de los puntos O_1 , O_2 y O_3 con respecto a la recta MF es un indicativo del error de la geometría de la dirección con respecto al criterio Ackermann. Una geometría con una curva de error que se desvía mucho de la línea MF presentara una deformación considerable de las llantas durante un viraje; lo cual implica un aumento del desgaste y un mayor esfuerzo para girar el automóvil.

Se debe mencionar que el método gráfico descrito solo se puede aplicar para un sistema de dirección coplanar, como el mostrado en la figura 3.4, el cual es comúnmente utilizado en autos con eje delantero en forma de viga. Para vehículos con suspensión delantera independiente, el acoplamiento del sistema de dirección será más complejo. Dependiendo del tipo de suspensión independiente utilizada, las llantas delanteras pueden ser giradas mediante un brazo de tres piezas o por un sistema piñón-cremallera con barras externas unidas a las llantas. El método para construir curvas de error en estos sistemás es similar al descrito anteriormente. El procedimiento, sin embargo, es más complicado.

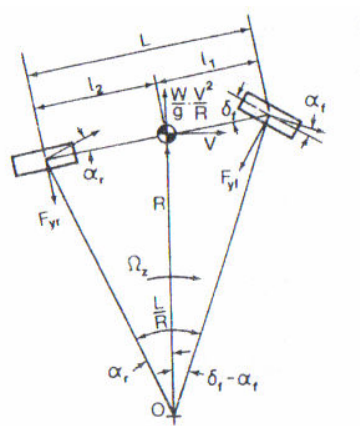
CARACTERÍSTICAS DE MANIOBRABILIDAD DE UN AUTOMÓVIL DE DOS EJES EN ESTADO ESTABLE.

Al hablar de desempeño de maniobrabilidad de un vehículo en estado estable, se hace referencia a su comportamiento direccional durante el viraje bajo condiciones que no varían con el tiempo. Un ejemplo de esto es un automóvil que negocia una curva con un radio constante a una velocidad

constante. En el análisis del comportamiento de maniobrabilidad bajo estado estable, las propiedades inerciales del vehículo no se toman en cuenta.

Cuando un vehículo esta negociando una curva a velocidades moderadas o altas, no se puede despreciar el efecto de la fuerza centrífuga (una fuerza inercial que nace de la componente normal de la aceleración hacia el centro de la curva) que actúa en el centro de gravedad. Para poder balancear la fuerza centrífuga, se deben desarrollar fuerzas de curveo apropiadas en las llantas. Como se discutió en el Capítulo 1, una fuerza lateral que actúa sobre una llanta produce un ángulo de deslizamiento lateral. Por ello, cuando el vehículo esta dando una curva a una velocidad moderada o alta, las cuatro llantas desarrollaran ángulos de deslizamiento apropiados. Con el fin de simplificar el análisis, el par de llantas de un eje se puede representar como una sola llanta con rigidez de curveo doble, como se muestra en la figura 3.5. Las características de maniobrabilidad del vehículo dependen de la relación entre los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras y traseras, α_f y α_r .

Figura 3.5 Modelo simplificado de un vehículo de dos ejes en estado estable.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001.

La respuesta en estado estable a un comando de dirección para un vehículo que se desplaza a una velocidad moderada o alta, es más complejo que si este se desplazara a una velocidad baja. De la geometría mostrada en la figura 3.5, la relación que existe entre el ángulo de giro de la llanta delantera δ_f , el radio de la trayectoria del vehículo en la curva R , la distancia entre centros L , y los ángulos de deslizamiento de la llanta delantera y trasera α_f y α_r , es aproximadamente igual a¹¹⁷:

$$\delta_f = L / R + \alpha_f - \alpha_r \quad (3.3)$$

Esto indica que el ángulo de giro δ_f requerido para poder sortear la curva no solo es función del valor de R , sino también de los ángulos α_f y α_r , los cuales dependen de las fuerzas laterales que actúan sobre la llantas y su rigidez de curvado. Las fuerzas de curvado en las llantas delantera y trasera F_{yf} y F_{yr} pueden ser determinadas por medio del equilibrio dinámico del vehículo en la dirección lateral. Para ángulos de giro pequeños, las fuerzas de curvado que actúan en las llantas delanteras y traseras son aproximadamente igual a:

$$F_{yf} = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \frac{l_2}{L} \quad (3.4)$$

$$F_{yr} = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \frac{l_1}{L} \quad (3.5)$$

La carga normal en cada una de las llantas delanteras W_f y aquella en cada llanta trasera W_r bajo condiciones estáticas se expresan mediante:

$$W_f = W l_2 / 2L$$

$$W_r = W l_1 / 2L$$

¹¹⁷ **R.T. Bundorf**, "The Influence of vehicle Design Parameters on Characteristic Speed and Understeer", *SAE Transactions*, vol. 76, 1968

Las ecuaciones 3.4 y 3.5 pueden ser rescritas como

$$F_{yf} = 2W_f \frac{V^2}{gR} \quad (3.6)$$

$$F_{yr} = 2W_r \frac{V^2}{gR} \quad (3.7)$$

En un cierto rango, se puede considerar que el ángulo de deslizamiento y la fuerza de curvatura están linealmente relacionados con un valor de rigidez de curvatura constante, como se discutió en el capítulo 1. Los ángulos de deslizamiento α_f y α_r serán determinados por:

$$\alpha_f = \frac{F_{yf}}{2C_{af}} = \frac{W_f}{C_{af}} \frac{V^2}{gR} \quad (3.8)$$

$$\alpha_r = \frac{F_{yr}}{2C_{ar}} = \frac{W_r}{C_{ar}} \frac{V^2}{gR} \quad (3.9)$$

donde C_{af} y C_{ar} son los valores de rigidez de curvatura de las llantas delanteras y traseras, respectivamente. Como se describió en el capítulo 1, este coeficiente varía con un número de parámetros operacionales tales como la presión de inflado de la llanta, la carga normal que está presente, el esfuerzo de tracción, el esfuerzo de frenado y la carga lateral, y solo puede ser considerado constante en un rango muy limitado de condiciones.

Sustituyendo las ecuaciones 3.8 y 3.9 en la ecuación 3.3, la expresión para el ángulo de giro δ_f requerido para sortear la curva se convierte en⁷⁹:

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right) \frac{V^2}{gR}$$

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \left(\frac{1}{\eta_{\alpha f}} - \frac{1}{\eta_{\alpha r}} \right) \frac{V^2}{gR}$$

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_{us} \frac{V^2}{gR}$$

es decir

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_{us} \frac{a_y}{R} \quad (3.10)$$

donde K_{us} es denominada, generalmente, como el coeficiente de sobreviraje y es expresado en radianes, y a_y es la aceleración lateral. La ecuación 3.10 es la ecuación fundamental que gobierna la maniobrabilidad del vehículo en estado estable. Indica que el ángulo de viraje requerido para sortear una curva determinada depende de la distancia entre ejes, el radio de curvatura, la velocidad de desplazamiento (o la aceleración lateral), y el coeficiente de subviraje del vehículo, que a su vez es función de la distribución de peso y el coeficiente de elasticidad de curveo.

Dependiendo de los valores del coeficiente de subviraje K_{us} o la relación entre los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras y traseras, las características maniobrabilidad en estado estable de un vehículo pueden clasificarse en tres categorías: Viraje neutro, Subviraje y Sobreviraje⁷⁹.

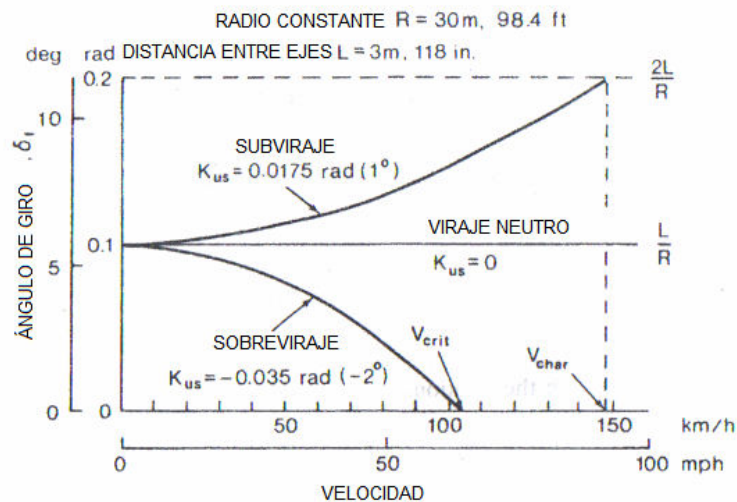
Viraje Neutro. Cuanto el coeficiente de subviraje $K_{us} = 0$, que es equivalente a que los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras sean iguales a los ángulos de deslizamiento de las traseras, el ángulo de viraje δ_f requerido para

negociar la curva es totalmente independiente de la velocidad lineal de automóvil y esta denominado por:

$$\delta_f = L / R$$

Cuando un vehículo presenta esta propiedad, se dice que posee viraje neutro. Sus características de maniobrabilidad se representan mediante una línea recta en el diagrama de ángulos de giro vs. velocidad del vehículo, tal como muestra la figura 3.6.

Figura 3.6 Relaciones entre los ángulos de viraje y la velocidad de un vehículo de viraje neutro, subviraje y sobreviraje.

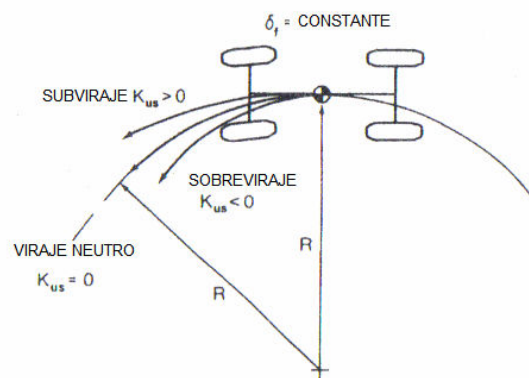


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Cuando un vehículo con viraje neutro es acelerado en una curva de radio constante, el conductor debe mantener la misma posición del volante. En otras palabras, si el automóvil es acelerado y el volante se mantiene fijo, seguirá una trayectoria de radio constante, tal como se muestra en la figura 3.7. Cuando un vehículo de viraje neutro que se desplaza en línea recta es

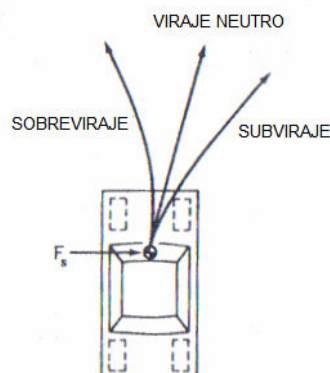
sometido a una fuerza lateral que actúe sobre su centro de gravedad, se desarrollaran ángulos de deslizamiento iguales tanto en las llantas delanteras como en las traseras; como resultado, el vehículo seguirá un trayecto recto a cierto ángulo respecto a su trayectoria original, tal como se muestra en la figura 3.8.

Figura 3.7 Curvas de respuesta de un vehículo con viraje neutro, subviraje y sobreviraje para una posición de volante fija.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 3.8 Respuesta direccional a una fuerza lateral actuando en el centro de gravedad de un vehículo con viraje neutro, subviraje y sobreviraje.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Subviraje. Cuando el coeficiente de subviraje $K_{us} > 0$, lo que implica que el ángulo de deslizamiento de las llantas delanteras es mayor que el de las traseras, el ángulo de viraje δ_f requerido para sortear una curva dada se incrementa con el cuadrado de la velocidad del vehículo (o su aceleración lateral). Si un vehículo presenta esta propiedad se dice que posee subviraje, y al representar sus características de maniobrabilidad cuando sortea una curva de radio constante en el diagrama de ángulos de giro vs. velocidad del vehículo, resulta en una parábola, tal como se muestra en la figura 3.6.

Para un vehículo que presenta subviraje, cuando es acelerado en una curva de radio constante, el conductor debe aumentar cada vez más el ángulo de giro en el volante. En otras palabras, si el vehículo es acelerado mientras da una curva, y su ángulo de giro permanece constante, la trayectoria no tendrá un radio constante, sino que este se incrementara, tal como se ilustra en la figura 3.7. A una misma velocidad y un mismo ángulo de giro, el radio de curvatura de un vehículo con subviraje es mayor que aquel que presenta viraje neutro. Cuando una fuerza lateral actúa en el centro de gravedad de un vehículo con subviraje que originalmente se movía en línea recta, las llantas delanteras desarrollaran ángulos de deslizamiento mayores que las ruedas traseras ($\alpha_f > \alpha_r$). Como resultado, se provoca un movimiento que desvía el vehículo, alejándolo de la fuerza lateral, tal como se muestra en la figura 3.8.

Se puede identificar una velocidad característica V_{char} para un vehículo con subviraje. Es la velocidad a la cual el ángulo de giro necesario para negociar una curva dada es igual a $2L/R$, tal como se muestra en la figura 3.6; de la ecuación 3.10 se obtiene que:

$$V_{char} = \sqrt{\frac{gL}{K_{us}}} \quad (3.12)$$

Sobreviraje. Cuando el coeficiente de subviraje $K_{us} < 0$, o lo que es equivalente, el ángulo de deslizamiento de la llanta delantera es menor que el de la trasera, el ángulo de giro δ_f requerido para sortear una curva decrece a medida que aumenta la velocidad del vehículo (o su aceleración lateral). Cuando un vehículo presenta esta propiedad se dice que tiene Subviraje, y la relación entre el ángulo de viraje requerido y la velocidad para este tipo de vehículo se ilustra en la figura 3.6.

Si un vehículo con sobreviraje es acelerado durante una curva de radio constante, el conductor debe reducir el ángulo de viraje cada vez más para poder sortear la curva. En otras palabras, si el vehículo es acelerado y su volante se mantiene fijo, la trayectoria que el automóvil va a seguir es la de una curva cuyo radio decrece cada vez más, tal como se ilustra en la figura 3.7. Para una misma posición del volante, un automóvil con sobreviraje presentará un radio de curvatura menor que aquel que posee viraje neutro. Cuando una fuerza lateral actúa sobre el centro de gravedad de un vehículo con sobreviraje que inicialmente se movía en línea recta, se desarrollaran ángulos de deslizamiento en las ruedas delanteras de un menor valor que los que se desarrollan en las ruedas traseras, como resultado, se inicia un movimiento de desvío que obliga al automóvil a acercarse cada vez más a la fuerza actuante, tal como se ve en la figura 3.8.

Puede identificarse una velocidad crítica V_{crit} para un vehículo con sobreviraje, como la velocidad a la que el ángulo de viraje requerido para

sortear determinada curva es cero, tal como se muestra en la figura 3.6. De la ecuación 3.10 se obtiene que

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}} \quad (3.13)$$

Se debe apreciar que para un vehículo con sobreviraje, el coeficiente de subviraje K_{us} en la ecuación anterior posee un signo negativo. Se mostrara más adelante, que la velocidad critica también representa la velocidad por encima de la cual el automóvil presenta inestabilidad direccional.

Los principales factores que controlan las características de maniobrabilidad para un vehículo en estado estable son la distribución del peso del mismo, y la rigidez de curvado de las llantas. Un vehículo con motor frontal y tracción delantera con una distribución de peso en la cual las llantas delanteras presenten mayor carga que las traseras tiende a presentar un comportamiento de subviraje, mientras que un vehículo con motor trasero, tracción trasera y una distribución de peso en la que las llantas de atrás tengan mayor carga, presentara un comportamiento de sobreviraje¹¹⁸. Cualquier cambio en la distribución de peso provoca cambios en el comportamiento direccional del vehículo. Por ejemplo, cuando un vehículo es acelerado durante una curva, debido a la transferencia longitudinal de carga desde la parte delantera hacia la trasera, los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras crecen, en tanto que los ángulos de las traseras decrecen, tal como se discutió en la sección 1.4.1; en consecuencia, el vehículo tiende a exhibir características de

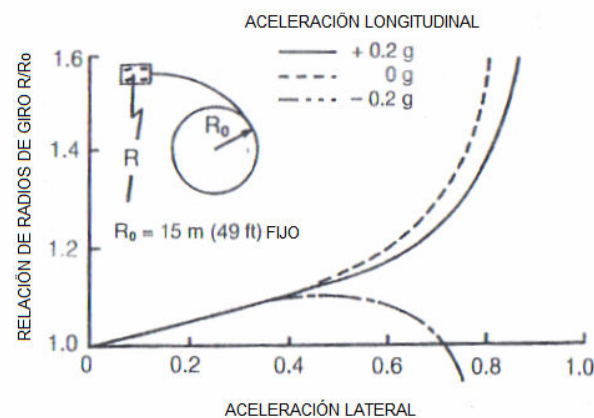
¹¹⁸ **K.J. Bunker**, "Theoretical and Practical Approaches to Motor Vehicle Steering Mechanisms", en J. G. Giles, Ed., *Steering, Suspension and Tyres*, Automotive Technology Series, vol. 1, Londres, Inglaterra: Butterworths, 1968

subviraje. Por otra parte, cuando el vehículo es decelerado, debido a la transferencia de carga de atrás hacia delante, y los ángulos de deslizamiento de las llantas traseras crecen mientras que los de las delanteras decrecen, provocando un comportamiento de sobreviraje en el vehículo. La figura 3.9 muestra el comportamiento de un vehículo de tracción en las cuatro ruedas durante una curva con igual distribución de torque entre los ejes delanteros y traseros, con una posición de volante fija durante aceleración y deceleración. Como se puede observar, el automóvil exhibe comportamiento de subviraje durante la aceleración. Por el contrario, durante la deceleración y cuando la aceleración lateral esta cerca de $0.7g$, el vehículo empieza a demostrar un comportamiento de sobreviraje.

El valor de la rigidez de curvado de las llantas depende de un número de parámetros tanto de diseño como de operación, que por ende, afectan también la maniobrabilidad del vehículo. Mezclar llantas convencionales con llantas radiales puede traer serias consecuencias en la capacidad de maniobra del vehículo. Al instalar llantas radiales lateralmente rígidas en la parte frontal y llantas convencionales relativamente flexibles en la parte trasera, puede cambiar el comportamiento de subviraje de un vehículo al de sobreviraje. Reducir la presión de inflado en las llantas traseras puede ocasionar el mismo efecto, pues la rigidez de curvado de las llantas generalmente decrece cuando decrece la presión de inflado. La transferencia de carga lateral desde la llanta interna hacia la externa en un eje durante una curva incrementa el ángulo de deslizamiento requerido para generar una fuerza de curvado, tal como se discutió en el capítulo 1. Por ello, la transferencia de carga lateral afectara la maniobrabilidad del vehículo. La aplicación de un torque de frenado o un torque de avance a las llantas en una curva también afecta la capacidad de maniobra del vehículo, puesto que la

aplicación de estos torques modifican las propiedades de curqueo de las llantas, tal como se discutió en el capítulo 1. Para un vehículo con tracción trasera, la aplicación de un esfuerzo de tracción durante una curva reduce la rigidez de curqueo efectiva de las llantas traseras, provocando un efecto de sobreviraje. Por otra parte, para el automóvil con tracción delantera, la aplicación de un esfuerzo de tracción durante una curva reduce el valor de rigidez efectiva en las llantas delanteras, provocando un efecto de subviraje.

Figura 3.9 Variación del radio de giro respecto de la aceleración lateral de un vehículo de tracción en las cuatro ruedas con distinta aceleración longitudinal.



Fuente: Y. Shibahta, K. Shimada y T. Tomari, "Improvement of Vehicle Maneuverability by Direct Yaw Moment Control", *Vehicle System Dynamics*, vol. 22, nos. 5-6, 1993

Debe mencionarse que los efectos del giro de vuelco (el movimiento de giro de las llantas delanteras o traseras debido al movimiento de giro relativo de la masa *sprung* con respecto a la masa *unsprung*), el vuelco del camber (el cambio en el valor del camber de las llantas debido al movimiento relativo de la masa *sprung* respecto de la masa *unsprung*) son significantes bajo ciertas

circunstancias y deben ser tenidos en cuenta en un análisis más profundo de la maniobrabilidad del vehículo. El efecto de estos factores pueden ser tomados en cuenta modificando el coeficiente de subviraje K_{us} y la ecuación 3.10 que describe el desempeño de la capacidad de maniobra del vehículo en estado estable, aun seria valida.

En resumen, existe un número de factores de diseño y operación que afectan el coeficiente de subviraje del vehículo, y por ende su maniobrabilidad. En la práctica, el coeficiente de subviraje de un vehículo cambia con las condiciones de operación. La figura 3.10 muestra los cambios en el coeficiente de subviraje, expresado en grados, con la aceleración lateral para cuatro tipos distintos de autos de pasajeros. La curva 1 representa las características de un automóvil de motor frontal y tracción delantera convencional; la curva muestra que el coeficiente de subviraje se incrementa de forma continua con el incremento de la aceleración lateral. La curva 2 representa el comportamiento de un automóvil de motor frontal y tracción delantera europeo, que exhibe características similares. Las características de un automóvil europeo con tracción y motor traseros se muestran en la curva 3. La figura indica que el auto presenta un comportamiento de subviraje para valores de aceleración lateral menor a 0.5g a partir del cual empieza a comportarse como un auto con sobreviraje. El comportamiento de un automóvil americano de tracción y motor traseros es representado en la curva 4, en el que se puede apreciar un comportamiento de sobreviraje en el rango mostrado.

Entre los tres tipos de comportamiento direccional en estado estable, el sobreviraje es el menos deseado desde el punto de vista de estabilidad direccional, el cual será discutido más adelante en este capítulo. Es

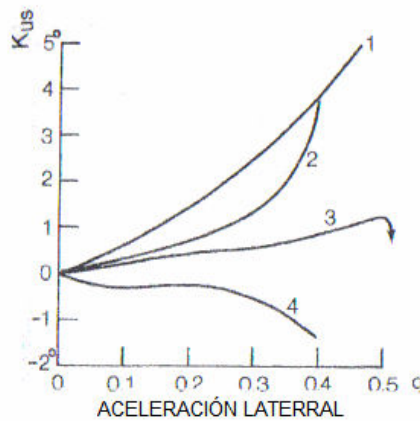
considerado deseable para un automóvil el tener un pequeño grado de subviraje a ciertos valores de aceleración lateral, tal como 0.4g, y que a partir de este punto el vehículo muestre cada vez más comportamiento de subviraje¹¹⁹. Esto proporciona la ventaja de una respuesta sensible a los comandos de viraje y solo presentado un bajo grado de subviraje en la mayoría de las maniobras de curqueo. El incremento del subviraje a elevados valores de aceleración lateral, por su parte, proporcionan gran estabilidad durante curvas muy ajustadas.

Se utiliza generalmente un diagrama de maniobrabilidad para ilustrar los cambios en la maniobrabilidad de los automóviles debidos a las condiciones operacionales. En este diagrama, la aceleración lateral del vehículo (en unidades de g) se grafica como una función del parámetro $(L/R - \delta_f)$, donde L es la distancia entre ejes, R el radio de curvatura, y δ_f el ángulo promedio de giro de la llanta delantera. Durante una maniobra de viraje, es muy difícil medir de forma directa el radio de curvatura R . Sin embargo, se puede determinar por medio de la velocidad y ω_z (medida mediante un giroscopio) y la velocidad lineal V ($R=V/\omega_z$). Por ello, en el diagrama de maniobrabilidad la aceleración lateral es representada como una función de $(\omega_z L/V - \delta_f)$ tal como se muestra en la figura 3.11. A partir de la ecuación 3.10, la relación entre a_y/g y $(\omega_z L/V - \delta_f)$ es:

$$K_{us} \frac{V^2}{gR} = K_{us} \frac{a_y}{g} = -\left(L/R - \delta_f\right) = -\left(\omega_z L/V - \delta_f\right)$$

¹¹⁹ J. Fenton, Ed., *Handbook of Automotive Design Analysis*, Londres, Inglaterra: Butterworths, 1996

Figura 3.10 Variación del coeficiente de subviraje con la aceleración lateral para distintos tipos de automóviles. 1. Automóvil convencional de tracción y motor delanteros 2. Automóvil europeo de tracción y motor delanteros 3. Automóvil europeo de motor y tracción traseros 4. Automóvil americano de tracción y motor traseros.



Fuente: **J. Fenton**, Ed., Handbook of Automotive Design Analysis, Londres, Inglaterra: Butterworths, 1996

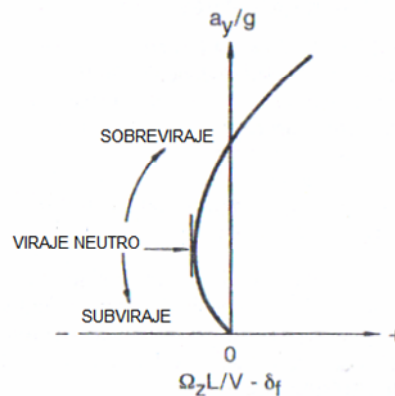
La pendiente de la curva mostrada en el diagrama de maniobrabilidad (figura 3.11) esta dada por:

$$\frac{d(a_y / g)}{d(\Omega_z L / V - \delta_f)} = -\frac{1}{K_{us}} \quad (3.14)$$

Esto indica que el comportamiento de un vehículo en cuanto a maniobrabilidad se refiere, puede ser identificado mediante la pendiente de la curva en el diagrama de maniobrabilidad. Si la pendiente es negativa, implica que el coeficiente de subviraje K_{us} es positivo, y el automóvil presentara subviraje. Si la pendiente es infinita, indica que el coeficiente K_{us} es cero, por lo cual el auto presenta viraje neutro. De la misma forma, si la

pendiente es positiva, implica que el valor de K_{us} es negativo y el automóvil presentará sobreviraje.

Figura 3.11 Diagrama de maniobrabilidad.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Debe apreciarse que el valor del parámetro $(\Omega_z L/V - \delta_f)$ es sensible a los errores en la medición de cada una de sus variables. Un error pequeño en los valores de Ω , V y δ_f pueden provocar un error considerable en el valor del parámetro $(\Omega_z L/V - \delta_f)$. Por ejemplo, si un automóvil posee una distancia entre ejes de 2.7m, y los valores nominales de Ω_z , V y δ_f son 0.1389 rad/s, 50 km/h y 0.0427 rad, respectivamente, entonces un error de $\pm 1\%$ en estos valores generara un error de aproximadamente $\pm 6\%$ en el valor del parámetro $(\Omega_z L/V - \delta_f)$. Un error de $\pm 5\%$ en cada uno de los valores de las variables, por su parte, generara un error en el parámetro que oscila entre -29.9% y 31.7%.

Ejemplo 3.1 Un automóvil de pasajeros posee un peso de 20.105 kN (4520 lb) y una distancia entre ejes de 2.8 m (9 ft, 2 in). La distribución del peso bajo condiciones estáticas es de 53.5% adelante y 46.5% atrás.

- a) Si la rigidez de curvado de cada una de las llantas delanteras es de 38.92 kN/rad (8750 lb/rad) y en las traseras es de 38.25 kN/rad (8600 lb/rad), determine las características de maniobrabilidad del vehículo en estado estable.
- b) Si las ruedas delanteras se reemplazan por un par de llantas radiales, cada una de las cuales posee una rigidez de curvado de 4.82 kN/rad (10750 lb/rad), en tanto que las llantas traseras permanecen inalteradas, determine las características de maniobrabilidad del vehículo en estas condiciones.

Solución

- a) el coeficiente de subviraje en el vehículo es de:

$$K_{us} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} = \frac{20,105 \times 0.535}{2 \times 38,920} - \frac{20,105 \times 0.465}{2 \times 38,250} = 0.016 \text{ rad}(0.92^\circ)$$

Luego el vehículo presenta subviraje, y la velocidad característica es de

$$V_{char} = \sqrt{\frac{gL}{K_{us}}} = 41.5 \text{ m/s} = 149 \text{ km/h}$$

- b) Cuando se instalan un par de llantas radiales con una rigidez de curvado mayor que las originales, el coeficiente de subviraje del vehículo cambia al valor de:

$$K_{us} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} = \frac{20,105 \times 0.535}{2 \times 47,820} - \frac{20,105 \times 0.465}{2 \times 38,250} = -0.097 \text{ rad}(0.56^\circ)$$

El vehículo presentara sobreviraje, y su velocidad crítica será de:

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}} = 53.1m/s = 191km/h$$

RESPUESTA AL COMANDO DE VIRAJE EN ESTADO ESTABLE.

Un vehículo puede ser visto como un sistema de control al cual se impone un gran número de entradas. Durante una maniobra de viraje, el ángulo de giro inducido por el conductor puede ser considerado como una entrada al sistema, y las variables de movimiento del vehículo, tal como la velocidad *yaw*, la aceleración lateral, y la curvatura, pueden ser vistas como salidas. La relación de la velocidad *yaw*, la aceleración lateral o la curvatura al comando de viraje pueden utilizarse como indicadores comparativos entre diferentes vehículos⁷⁹.

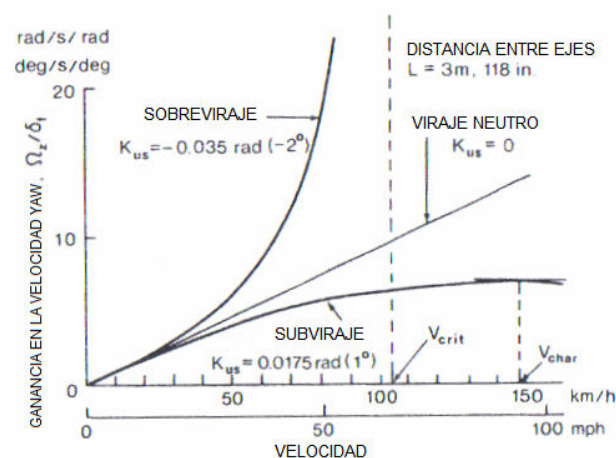
Respuesta de la velocidad *yaw*. La ganancia en la velocidad *yaw* es utilizada con frecuencia como parámetro para comparar la respuesta a los comandos de viraje de los vehículos. Es definida como la relación de la velocidad *yaw* en estado estable con el ángulo de giro. La velocidad *yaw* del vehículo bajo condiciones de estado estable es la relación entre la velocidad lineal del vehículo *V* y el radio de curvatura *R*. A partir de la ecuación 3.10, la ganancia en la velocidad *yaw* esta dada por:

$$G_{yaw} = \frac{\Omega_z}{\delta_f} = \frac{V}{L + K_{us}V^2 / g} \quad (3.15)$$

Con la ecuación 3.15 se obtiene el valor de la ganancia en la velocidad *yaw* respecto al ángulo de giro de la llanta delantera. Si se desea conocer la

relacione entre la velocidad yaw y el ángulo de giro del volante, la ecuación 3.15 debe ser dividida por la relación de reducción del sistema de dirección. Para un vehículo con viraje neutro, el valor del coeficiente de subviraje K_{us} es igual a cero, por lo tanto, el incremento de la velocidad yaw con la velocidad lineal será lineal, tal como se muestra en la figura 3.12. Para un vehículo con subviraje, el coeficiente de subviraje es positivo, y la ganancia en la velocidad yaw se incrementa en primera instancia con la velocidad lineal, hasta alcanzar un valor máximo, tal como se muestra en la figura 3.12; se puede comprobar que la máxima ganancia ocurre cuando la velocidad del vehículo es igual a la velocidad característica V_{char} descrita anteriormente.

Figura 3.12 Ganancia en la velocidad yaw respecto a la velocidad lineal para un vehículo con viraje neutro, subviraje y sobreviraje.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para un vehículo con sobreviraje, el coeficiente de subviraje es negativo; la ganancia en la velocidad yaw se incrementa con la velocidad lineal del vehículo a una tasa cada vez mayor, como se observa en la figura 3.12; como el coeficiente K_{us} es negativo, a una velocidad en particular, el denominador

de la ecuación 3.15 se hará cero, y la ganancia en la velocidad yaw tendera al infinito. Esta velocidad es la velocidad crítica V_{crit} para un vehículo con sobreviraje, mencionada anteriormente.

Los resultados del análisis anterior indican que desde el punto de vista de la respuesta del automóvil a los comandos de viraje, un vehículo con sobreviraje es más sensible que un vehículo con viraje neutro, y a su vez, un vehículo con viraje neutro es más sensible que uno con subviraje. Como la velocidad yaw de un vehículo es un parámetro fácil de medir, la ganancia en esta velocidad respecto a la velocidad lineal del vehículo se puede obtener por medio de pruebas, lo cual permite evaluar el comportamiento de maniobrabilidad de un vehículo. Por ejemplo, si la ganancia en la velocidad yaw es mayor al valor de la velocidad lineal del vehículo dividida por su distancia entre ejes (respuesta de viraje neutro), el vehículo presenta sobreviraje, de lo contrario, si es menor, presenta subviraje.

Respuesta de la aceleración lateral. La ganancia en la aceleración lateral, definida como la razón entre la aceleración lateral en estado estable respecto al ángulo de giro, es otro parámetro muy utilizado en el análisis de la respuesta a los comandos de viraje de un vehículo. Arreglando la ecuación 3.10, la ganancia en la aceleración lateral esta dada por:

$$G_{acc} = \frac{V^2 / gR}{\delta_f} = \frac{a_y / g}{\delta_f} = \frac{V^2}{gL + K_{us} V^2} \quad (3.16)$$

donde a_y es la aceleración lateral.

Con la ecuación 3.16 se obtiene la ganancia de la aceleración lateral respecto al ángulo de giro de la llanta delantera. Si se desea conocer la ganancia de la

aceleración lateral respecto al ángulo de giro del volante, la ecuación 3.16 debe ser dividida por la relación de reducción en el sistema de dirección.

Para un vehículo con viraje neutro, el valor del coeficiente de subviraje es igual a cero, y la ganancia en la aceleración lateral es proporcional al cuadrado de la velocidad lineal del vehículo, tal como se muestra en la figura 3.13(a). Para un vehículo con subviraje, el valor del coeficiente es positivo, y la ganancia en la aceleración lateral respecto a la velocidad crece tal y como se muestra en la figura 3.13(a). A velocidades muy altas, el primer término en el denominador de la ecuación 3.16 es mucho menor que el segundo término, y el valor de la ganancia de la aceleración lateral se acerca a $1/K_{us}$.

Para un vehículo con sobreviraje, el valor del coeficiente es negativo. La ganancia en la aceleración lateral respecto a la velocidad lineal crece indefinidamente, puesto que el denominador es cada vez menor. A cierto valor de velocidad el denominador se hará cero, lo que indica que la ganancia en la aceleración tendera al infinito, tal como se muestra en la figura 3.13(a). Este valor es la velocidad crítica de un automóvil con sobreviraje.

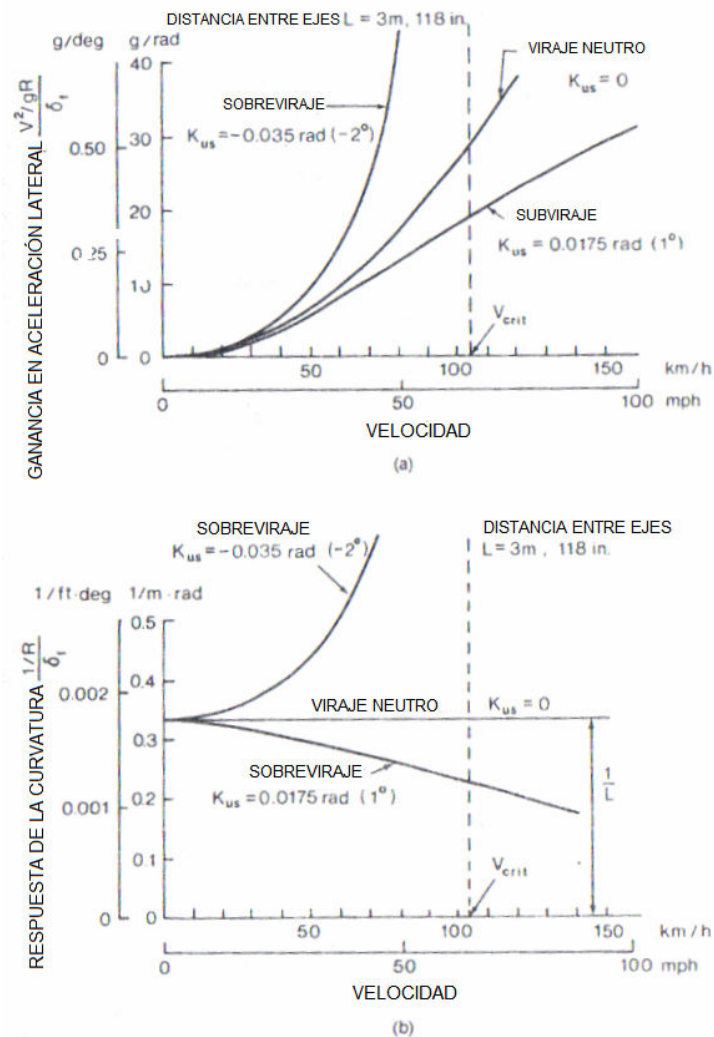
Respuesta en la curvatura. La relación entre la curvatura en estado estable $1/R$ y el ángulo de giro es otro parámetro comúnmente utilizado para evaluar las características de respuesta de un vehículo. A partir de la ecuación 3.10, este parámetro esta expresado por:

$$\frac{1/R}{\delta_f} = \frac{1}{L + K_{us} V^2 / g} \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 da la respuesta de la curvatura con respecto al ángulo de giro de la rueda delantera. Una vez más, si se desea conocer la relación de

este parámetro con respecto al ángulo de giro del volante, debe dividirse la ecuación 3.17 en la relación de reducción del sistema de dirección.

Figura 3.13 (a) Ganancia en la aceleración lateral para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje (b) Respuestas de curvatura para vehículos con viraje neutro, subviraje y sobreviraje.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para un vehículo con viraje neutro, el coeficiente de subviraje es cero; la respuesta de curvatura es independiente de la velocidad lineal del vehículo, tal como se muestra en la figura 3.13(b). Para un vehículo con subviraje, el coeficiente es positivo, y la respuesta de curvatura decrece a medida que la velocidad lineal del vehículo se incrementa, tal como se muestra en la figura 3.13(b).

Para un vehículo con sobreviraje, el coeficiente presenta valores negativos; la respuesta de curvatura se incrementa con la velocidad. A cierto valor de la velocidad, la respuesta de curvatura tiende a infinito, tal como lo muestra la figura 3.13(b). Esto significa que el radio de giro se aproxima a cero y el vehículo pierde control. Esta velocidad es, de hecho, la velocidad crítica de un automóvil con sobreviraje discutida anteriormente.

Los resultados del análisis anterior indican que desde el punto de vista de la respuesta al comando de giro, el vehículo con sobreviraje es el más sensible de todos, en tanto que aquel que posea subviraje será el menos sensible.

Ejemplo 3.2 Un vehículo tiene un peso de 20.105 kN (4520 lb), y una distancia entre ejes de 3.2 m (10.5 ft). La relación entre la distancia del centro de gravedad del automóvil al eje delantero con respecto a la distancia entre ejes es de 0.465. La rigidez de curvado para cada una de las llantas delanteras es de 38.92 kN/rad (8759 lb/rad), en tanto que para las llantas traseras es de 38.25kN/rad (8600 lb/rad). La relación promedio de reducción en el sistema de dirección es de 25. Determine la ganancia en la velocidad yaw y la ganancia en la aceleración lateral del vehículo respecto al ángulo de giro del volante.

Solución: el coeficiente de subviraje del vehículo es:

$$K_{us} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} = \frac{20,105 \times 0.535}{2 \times 38,920} - \frac{20,105 \times 0.465}{2 \times 38,250} = 0.016 \text{ rad}(0.92^\circ)$$

A partir de la ecuación 3.15, la ganancia en la velocidad *yaw* respecto al ángulo de giro es:

$$G_{yaw} = \frac{\Omega_z}{\delta_f \xi_s} = \frac{V}{(L + K_{us} V^2 / g) \xi_s}$$

donde ξ_s es la relación de reducción en la dirección. La grafica de la ganancia en la velocidad *yaw* en función de la velocidad lineal del vehículo se muestra en la figura 3.14. A partir de la ecuación 3.16, la ganancia en la aceleración lateral respecto del ángulo de giro es

$$G_{ace} = \frac{a_y / g}{\delta_f \xi_s} = \frac{V^2}{(gL + K_{us} V^2) \xi_s}$$

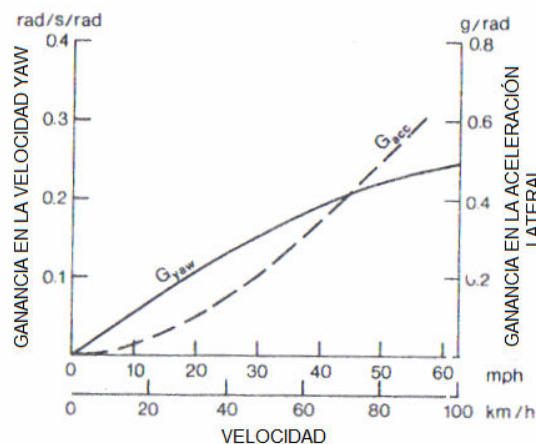
La grafica de la ganancia en la aceleración lateral del vehículo con respecto a la velocidad lineal de este, se muestra en la figura 3.14.

PRUEBAS PARA EVALUAR LAS CARACTERISTICAS DE MANIOBRABILIDAD

Con el fin de medir el comportamiento direccional de un vehículo bajo condiciones de estado estable, se pueden realizar varios tipos de pruebas en una pista, la cual debe ser ancha, larga, completamente plana y pavimentada. Se pueden distinguir tres tipos de pruebas: La prueba de radio constante, la

prueba de velocidad lineal constante, y la prueba de ángulo de giro constante. Durante estas pruebas son medidos parámetros tales como el ángulo de giro, la velocidad lineal y la velocidad *yaw* (o la aceleración lateral). La velocidad *yaw* puede ser medida mediante giroscopios o determinándola al dividir la aceleración lateral en la velocidad del vehículo. La aceleración lateral se puede medir por medio de acelerómetros o por medio de la multiplicación de la velocidad *yaw* con la velocidad del vehículo. De acuerdo con las relaciones obtenidas en la prueba entre el ángulo de giro y la velocidad *yaw* o la aceleración lateral, se pueden evaluar las características de maniobrabilidad del automóvil.

Figura 3.14 Ganancia de la velocidad yaw y la aceleración lateral respecto a la velocidad lineal del vehículo.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Prueba de Radio Constante. En esta prueba, el vehículo es manejado en una curva de radio constante a distintos valores de velocidad. El ángulo de giro δ o el ángulo requerido en el volante para mantener el curso del vehículo a varias velocidades y la aceleración son los parámetros medidos. La

aceleración lateral en condiciones de estado estable puede ser deducida de la velocidad del vehículo y el radio de giro (ambos valores conocidos). Los resultados pueden ser graficados, tal como lo muestra la figura 3.15. El comportamiento del vehículo puede ser determinado por medio de la pendiente de la curva de aceleración lateral en estado estable. A partir de la ecuación 3.10, para un radio de giro constante, la pendiente de la curva está dada por:

$$\frac{d\delta_f}{d(a_y / g)} = K_{us} \quad (3.18)$$

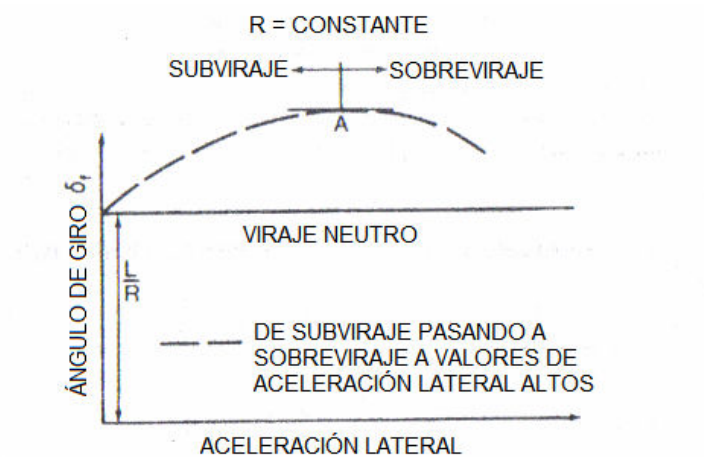
Esto indica que la pendiente de la curva representa el valor del coeficiente de subviraje.

Si el ángulo requerido para mantener el vehículo en una curva de radio constante es el mismo para todos los valores de velocidad (es decir, que la pendiente en la curva de ángulo de giro – aceleración lateral es cero), como se muestra en la figura 3.15, el vehículo presenta viraje neutro. Se considera que un vehículo presenta subviraje cuando la pendiente de la curva ángulo de giro – aceleración lateral es positiva, lo que indica un valor en el coeficiente K_{us} mayor a cero, tal como se aprecia en la figura 3.15. Por último, se considera que el vehículo presenta sobreviraje cuando la pendiente de la curva es negativa, lo que indica un valor del coeficiente K_{us} menor a cero, también ilustrado en la figura 3.15.

En la práctica, debido al comportamiento no lineal de las llantas, las suspensiones, y los efectos de tracción o de frenado, el valor del coeficiente K_{us} varía significativamente respecto a las condiciones de operación del vehículo y al representar la relación entre ángulo de giro y aceleración lateral

se obtiene una curva en vez de una línea recta. Es posible que un vehículo tenga subviraje a valores de aceleración lateral bajos, y a su vez presente sobreviraje a valores altos, tal como lo muestra la figura 3.15.

Figura 3.15 Conjunto de características de maniobrabilidad obtenidas por la prueba de radio constante.



Fuente: J.R. Ellis, Vehicle Dynamics. Londres, Inglaterra: Business Books, 1969

Prueba de Velocidad Constante. En esta prueba, el vehículo se maneja a una velocidad de avance constante para varios radios de curvatura, y se miden el ángulo de giro y la aceleración lateral. Los resultados pueden ser representados gráficamente, tal como lo muestra la figura 3.16. El comportamiento direccional del vehículo se puede determinar por medio de la pendiente de la curva ángulo de giro – aceleración lateral. A partir de la ecuación 3.10, para una curva de radio constante, la pendiente de la curva esta dada por:

$$\frac{d\delta_f}{d(a_y/g)} = \frac{gL}{V^2} + K_{us} \quad (3.19)$$

Si el vehículo presenta viraje neutro, el valor del coeficiente K_{us} es cero, y la pendiente de la grafica será constante y de valor gL/V^2 , tal como lo indica la figura 3.16.

Se considera que el vehículo posee subviraje cuando el valor de la pendiente del la grafica de ángulo de giro – aceleración lateral es mayor que aquella obtenida en el vehículo con viraje neutro para un mismo valor de velocidad (gL/V^2), lo cual indica que el valor del coeficiente de subviraje es positivo, como se ilustra en la figura 3.16. Se considera que el vehículo posee sobreviraje cuando la pendiente en la grafica es menor al valor obtenido en el vehículo con viraje neutro al mismo valor de velocidad, lo cual indica que el coeficiente de subviraje es negativo.

Cuando la pendiente de la curva es cero

$$\frac{gL}{V^2} + K_{us} = 0$$

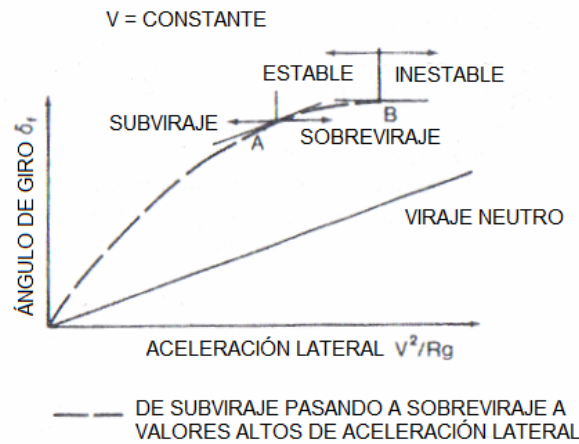
y

$$V^2 = \frac{gL}{(-K_{us})} = V_{crit}^2$$

Esto indica que el vehículo que presenta sobreviraje opera a su velocidad crítica, y a su vez, que el automóvil esta a punto de perder estabilidad direccional.

Si durante las pruebas, se miden los valores del ángulo de giro y la velocidad yaw , entonces las pendientes de esta curva son las que se utilizan para evaluar el comportamiento de maniobrabilidad en estado estable del vehículo.

Figura 3.16 Conjunto de características de maniobrabilidad obtenidas por medio de la prueba de velocidad constante.



Fuente: J.R. Ellis, Vehicle Dynamics. Londres, Inglaterra: Business Books, 1969.

Prueba de Ángulo de giro Constante. En esta prueba, el vehículo es manejado con el timón fijo a determinado ángulo, y variando la velocidad. La aceleración lateral es medida para cada valor de la velocidad. A partir de los resultados de la prueba, se grafica la curvatura $1/R$, la cual puede ser calculada a partir de la aceleración lateral medida mediante la relación $1/R = a_y/V^2$, versus la aceleración lateral, como se muestra en la figura 3.17. El comportamiento direccional puede ser evaluado mediante la pendiente de la gráfica de curvatura – aceleración lateral. A partir de la ecuación 3.10, para un valor de ángulo de giro constante, la pendiente de la curva esta dada por:

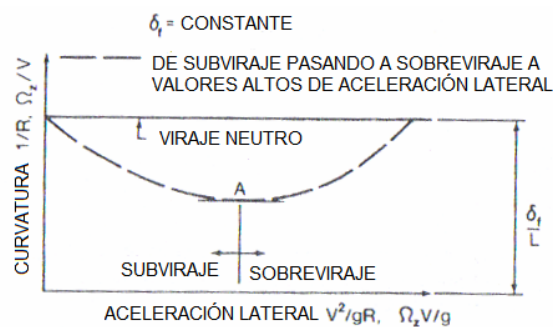
$$\frac{d(1/R)}{d(a_y/g)} = -\frac{K_{us}}{L} \quad (3.20)$$

Si el vehículo presenta viraje neutro, el valor del coeficiente K_{us} es cero, y la pendiente de la curva es también cero, por ello, las características de

maniobrabilidad de un vehículo con viraje neutro son representadas mediante una línea horizontal en la figura 3.17.

Cuando la pendiente de la gráfica es negativa, el vehículo presenta subviraje, pues indica que el valor del coeficiente K_{us} es positivo, tal como se ilustra en la figura 3.17. Se considera que un vehículo presenta sobreviraje cuando la pendiente de la grafica es positiva, pues indica que el valor del coeficiente K_{us} es negativo.

Figura 3.17 Conjunto de características de maniobrabilidad obtenidas en la prueba de ángulo de giro constante.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En general, la prueba de radio constante es la más simple de realizar y la que necesita menor número de instrumentos de medición. El ángulo de giro de la rueda delantera (o del volante) y la velocidad de desplazamiento son los únicos parámetros que deben ser medidos durante la prueba, pues la aceleración lateral en estado estable puede ser deducida a partir de estos parámetros y el radio de la curva. La prueba de velocidad constante por su parte, es la que mejor representa el comportamiento en carretera de un vehículo, puesto que el conductor tiende a mantener una velocidad más o menos constante durante una maniobra de giro y gira el volante lo necesario

para sortear la curva. La prueba de ángulo constante es fácil de ejecutar. En las pruebas de velocidad constante y ángulo de giro constante, sin embargo, es necesario medir la aceleración lateral, o la velocidad *yaw* del vehículo.

CARACTERISTICAS DE RESPUESTA EN ESTADO TRANSITORIO.

Entre la aplicación de un comando de viraje y la adquisición del estado estable en un vehículo, se encuentra el estado transitorio. El comportamiento del vehículo en este periodo es generalmente referido como “características de repuesta en estado transitorio”. La calidad de la maniobrabilidad de un vehículo depende, en gran medida, de su comportamiento en el estado transitorio. La respuesta transitoria óptima es aquella que ofrezca la respuesta más rápida con un mínimo de oscilación en el proceso de acercarse al movimiento en estado estable.

Al analizar la respuesta transitoria, las propiedades inerciales del vehículo deben ser tomadas en cuenta. Durante una maniobra de viraje, el vehículo no solo se traslada, sino que también rota. Para describir este movimiento, es conveniente utilizar un conjunto de ejes fijos al cuerpo del vehículo y que a su vez se muevan con él, pues, respecto a estos ejes, los momentos de inercia máscos permanecen constantes, en tanto que respecto a los ejes fijos en tierra, los momentos de inercia máscos varían conforme el vehículo se desplaza.

Para formular las ecuaciones de movimiento en estado transitorio para un vehículo que esta dando una curva, es necesario expresar la aceleración absoluta del centro de gravedad del vehículo (la aceleración respecto a los

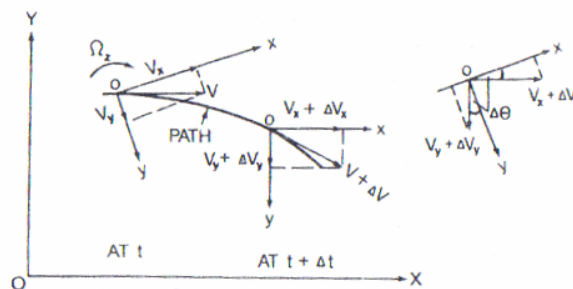
ejes de referencia fijos en tierra) utilizando los ejes que están fijos al cuerpo del vehículo¹²⁰.

Sean oy y ox los ejes laterales y longitudinales fijos al cuerpo del vehículo con origen en el centro de gravedad, y V_x y V_y las componentes de la velocidad V del centro de gravedad en los ejes ox y oy , respectivamente, en un tiempo t , tal como se muestra en la figura 3.18.

A medida que el vehículo se traslada y rota durante una curva, en un tiempo $t + \Delta t$, la dirección y la magnitud de la velocidad del centro de gravedad, así como la orientación de los ejes longitudinal y lateral en el vehículo cambian, tal como se muestra en la figura 3.18. El cambio en la componente de la velocidad paralela al eje ox es:

$$\begin{aligned} & (V_x + \Delta V_x) \cos \Delta \theta - V_x - (V_y + \Delta V_y) \sin \Delta \theta \\ & = V_x \cos \Delta \theta + \Delta V_x \cos \Delta \theta - V_x - V_y \sin \Delta \theta - \Delta V_y \sin \Delta \theta \end{aligned} \quad (3.21)$$

Figura 3.18 Análisis de los planos de movimiento de un vehículo mediante ejes fijos en su cuerpo.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

¹²⁰ **W. Steeds**, *Mechanics of Road Vehicles*. Londres, Inglaterra: Illife & Sons, 1960

Considerando que $\Delta\theta$ es pequeño, y despreciando los términos de orden mayor a uno, la expresión anterior se convierte en

$$\Delta V_x - V_y \Delta\theta \quad (3.22)$$

La componente a través del eje longitudinal de la aceleración absoluta del centro de gravedad del vehículo puede obtenerse al dividir la expresión anterior en Δt . En el límite esto resulta en:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} - V_y \frac{d\theta}{dt} = \dot{V}_x - V_y \Omega_z \quad (3.23)$$

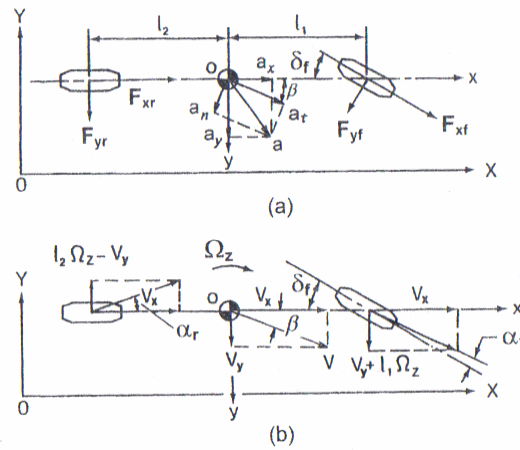
La componente dV_x/dt se debe al cambio en la magnitud de la componente de la velocidad V_x y con dirección ox , y la componente $V_y d\theta/dt$ se debe a la rotación de la componente de la velocidad V_y . Siguiendo un procedimiento similar, la componente a través del eje lateral de la aceleración absoluta del centro de gravedad del vehículo a_y es:

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} + V_x \frac{d\theta}{dt} = \dot{V}_y + V_x \Omega_z \quad (3.24)$$

Las componentes de la aceleración del centro de gravedad a_x y a_y del vehículo pueden ser halladas mediante un procedimiento alterno. Cuando el vehículo se mueve por una trayectoria curva, la aceleración absoluta de su centro de gravedad puede ser expresada en términos de la componente tangencial a_t y la componente normal a_n , tal como se muestra en la figura 3.19(a). La componente tangencial a_t esta en la misma dirección que la resultante de la velocidad V del centro de gravedad y a un ángulo β del eje longitudinal ox del vehículo, como se muestra en la figura 3.19(a). β usualmente es referido como el ángulo de deslizamiento lateral del vehículo. La aceleración tangencial a_t puede expresarse mediante las componentes dV_x/dt y dV_y/dt ,

cuyas direcciones son paralelas a los ejes ox y oy respectivamente. La componente normal a_n esta dirigida hacia el centro de giro y su magnitud es igual a V^2/R , donde R es el radio de giro, y puede expresarse mediante las componentes $-V^2/R \sin\beta$ y $V^2/R \cos\beta$, tal como se muestra en la figura 3.19(a). Al combinar las componentes correspondientes de a_t y a_n en los ejes ox y oy , se obtienen las mismas expresiones para a_x y a_y que las dadas por las ecuaciones 3.23 y 3.24 respectivamente.

Figura 3.19 Modelo de vehículo simplificado para el análisis de movimiento en estado transitorio.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Con referencia en la figura 3.19(a), para un vehículo que tiene un movimiento plano, las ecuaciones de movimiento respecto de los ejes fijos en el cuerpo vehículo están dadas por:

$$m(\dot{V}_x - V_y \Omega_z) = F_{xf} \cos \delta_f + F_{xr} - F_{yf} \sin \delta_f \quad (3.25)$$

$$m(\dot{V}_y + V_x \Omega_z) = F_{yr} + F_{yf} \cos \delta_f + F_{xf} \sin \delta_f \quad (3.26)$$

$$I_z \Omega_z = l_1 F_{yf} \cos \delta_f - l_2 F_{yr} + l_1 F_{xf} \sin \delta_f \quad (3.27)$$

donde I_z es el momento másico de inercia del vehículo respecto al eje z (ver figura 3.1)

Al hallar las ecuaciones anteriores, se asume que el cuerpo del vehículo es simétrico con referencia al plano longitudinal (el plano xoz en la figura 3.1) y todo movimiento de vuelco en el automóvil es despreciado.

Si el vehículo no se está acelerando o decelerando en la dirección del eje ox , la ecuación 3.25 se puede eliminar, y el movimiento lateral y yaw del vehículo se rige por las ecuaciones 3.26 y 3.27.

Los ángulos de deslizamiento α_f y α_r pueden definirse en términos de las variables de movimiento Ω_z y V_y . Con referencia a la figura 3.19, y asumiendo que los ángulos son pequeños se tiene que:

$$\alpha_f = \delta_f - \frac{l_1 \Omega_z + V_y}{V_x} \quad (3.28)$$

$$\alpha_r = \frac{l_2 \Omega_z - V_y}{V_x} \quad (3.29)$$

Las fuerzas laterales que actúan en las llantas delanteras y traseras son una función del ángulo de deslizamiento correspondiente así como de la rigidez de curqueo, y son expresadas como:

$$F_{yf} = 2C_{\alpha_f} \alpha_f \quad (3.30)$$

$$F_{yr} = 2C_{\alpha_r} \alpha_r \quad (3.31)$$

Al combinar las ecuaciones 3.26 – 3.31, y asumiendo que el ángulo de viraje es pequeño y que F_{xf} es cero, las ecuaciones de movimiento lateral y movimiento

yaw de un vehículo con un ángulo de viraje como la única variable de entrada se obtiene:

$$m\dot{V}_y + \left[mV_x + \frac{2l_1C_{\alpha f} - 2l_2C_{\alpha r}}{V_x} \right] \Omega_z + \left[\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{V_x} \right] V_y = 2C_{\alpha f} \delta_f(t) \quad (3.32)$$

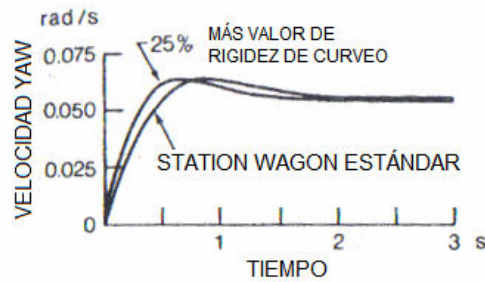
$$I_z \dot{\Omega}_z + \left[\frac{2l_1^2C_{\alpha f} + 2l_2^2C_{\alpha r}}{V_x} \right] \Omega_z + \left[\frac{2l_1C_{\alpha f} - 2l_2C_{\alpha r}}{V_x} \right] V_y = 2l_1C_{\alpha f} \delta_f(t) \quad (3.33)$$

En las ecuaciones anteriores, $\delta_f(t)$ representa el ángulo de viraje de la llanta delantera como una función del tiempo. Si, adicional al ángulo de viraje, actúan sobre el vehículo fuerzas o momentos externos, tal como fuerzas y momentos aerodinámicos, se deben adicionar a la parte derecha de la ecuación 3.32 y 3.33 como variables de entrada.

Cuando las variables de entrada, tal como el ángulo de viraje y las fuerzas externas distribuidas, así como las condiciones iniciales se conocen, la respuesta del vehículo, expresada en términos de la velocidad yaw Ω_z y la velocidad lateral V_y como funciones del tiempo, pueden ser determinadas resolviendo las ecuaciones diferenciales. A manera de ejemplo, la figura 3.20 muestra la respuesta en la velocidad yaw a un cambio en el ángulo de viraje de 0.01 radianes para una camioneta con diferente tipo de llantas viajando a una velocidad de 96km/h¹²¹. La figura 3.21 muestra la respuesta en la velocidad yaw a un cambio en la fuerza aerodinámica lateral de 890N para el mismo vehículo.

¹²¹ R.T. Bundorf, D.E. Pollock y M.C. Hardin, "Vehicle handling Response to Aerodynamic Inputs", *Society of Automotive Engineers*, paper 716B, Junio 1963

Figura 3.20 Respuesta en la velocidad yaw para una camioneta a un cambio en el ángulo de dirección de 0.01 rad a 96 km/h.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

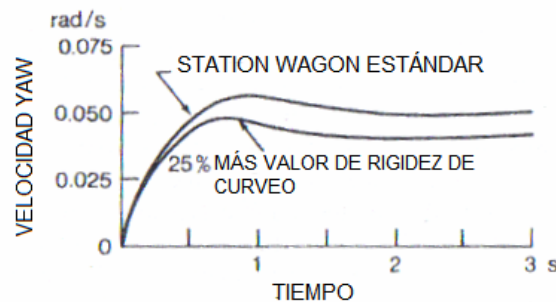
ESTABILIDAD DIRECCIONAL

Criterios para la estabilidad direccional. La estabilidad direccional de un vehículo se refiere a su habilidad de estabilizar su movimiento aún en presencia de perturbaciones. Se dice que un vehículo posee estabilidad direccional si, después de una perturbación, es capaz de recobrar el estado estable en un tiempo finito. Un vehículo sin estabilidad direccional se aleja más y más de la condición de estado estable, aún cuando la perturbación ha dejado de actuar. Las perturbaciones pueden ser aerodinámicas, fuerzas momentáneas que el camino impone sobre las llantas, algún movimiento leve del volante, etc.

Con una pequeña perturbación alrededor de la posición de equilibrio, el vehículo puede ser considerado como un sistema dinámico lineal. Las ecuaciones de movimiento lateral y movimiento *yaw* son un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes, tal como

muestran las ecuaciones 3.32 y 3.33. Después de la perturbación, la velocidad lateral y la velocidad yaw presentaran una variación exponencial respecto del tiempo, $V_y = A_1 e^{\psi t}$ y $\Omega_z = A_2 e^{\psi t}$. La estabilidad del vehículo esta determinada por el valor de ψ . Si ψ es un número real y positivo, los valores de la velocidad yaw y la velocidad lateral se incrementaran exponencialmente con el tiempo, y el vehículo tendrá inestabilidad direccional. Un valor real y negativo de ψ indica que los movimientos en el vehículo convergen al estado estable en un tiempo finito, e indica que el vehículo posee estabilidad direccional. Si ψ es un numero complejo con su componente real positiva, el vehículo presentara movimientos oscilatorios con amplitud creciente, lo cual indica que tiene inestabilidad direccional; por el contrario, si ψ es complejo y su componente real es negativa, el vehículo presentara movimiento oscilatorio de amplitud decreciente, lo que indica estabilidad direccional.

Figura 3.21 Respuesta en la velocidad yaw de una camioneta a un cambio en la fuerza aerodinámica lateral de 890 N a 96 km/h.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para evaluar la estabilidad direccional de un vehículo es necesario conocer los valores de ψ . Como solo son de interés los movimientos del vehículo después de la perturbación, el ángulo de viraje y demás variables de entrada son

consideradas nulas. Esto es equivalente al análisis de vibración libre del vehículo en la dirección lateral y en yaw después de la perturbación inicial. Para obtener los valores de ψ , se asumen las siguientes soluciones para las ecuaciones diferenciales del movimiento lateral y el movimiento yaw .

$$V_y = A_1 e^{wt} \quad (3.34)$$

$$\Omega_z = A_2 e^{wt} \quad (3.35)$$

luego

$$\dot{V}_y = A_1 \psi e^{wt} \quad (3.36)$$

$$\dot{\Omega}_z = A_2 \psi e^{wt} \quad (3.37)$$

Al sustituir estos valores en las ecuaciones 3.32 y 3.33, y volviendo cero todos los términos de la derecha, las ecuaciones se convierten en:

$$mA_1 \psi + \left[\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{V_x} \right] A_1 + \left[\frac{mV_x^2 2l_1 C_{\alpha f} - 2l_2 C_{\alpha r}}{V_x} \right] A_2 = 0 \quad (3.38)$$

$$I_z A_2 \psi + \left[\frac{2l_1 C_{\alpha f} - 2l_2 C_{\alpha r}}{V_x} \right] A_1 + \left[\frac{2l_1^2 C_{\alpha f} + 2l_2^2 C_{\alpha r}}{V_x} \right] A_2 = 0 \quad (3.39)$$

Estas ecuaciones pueden reescribirse como:

$$mA_1 \psi + a_1 A_1 + a_2 A_2 = 0 \quad (3.40)$$

$$I_z A_2 \psi + a_3 A_1 + a_4 A_2 = 0 \quad (3.41)$$

donde

$$a_1 = \frac{2 C_{\alpha f} + 2 C_{\alpha r}}{V_z}$$

$$a_2 = \frac{mV_z^2 2 l_1 C_{\alpha f} - 2 l_2 C_{\alpha r}}{V_z}$$

$$a_3 = \frac{2l_1 C_{\alpha f} - 2l_2 C_{\alpha r}}{V_x}$$

$$a_4 = \frac{2l_1^2 C_{\alpha f} + 2l_2^2 C_{\alpha r}}{V_x}$$

Las ecuaciones 3.40 y 3.41 se conocen como ecuaciones de amplitud, las cuales son lineales, homogéneas y algebraicas. Para obtener una solución no trivial para ψ , el determinante de las amplitudes debe ser igual a cero, luego:

$$\begin{vmatrix} m\psi + a_1 & a_2 \\ a_3 & I_z\psi + a_4 \end{vmatrix} \quad (3.42)$$

Al resolver el determinante se obtiene la ecuación característica

$$mI_z\psi^2 + (I_z a_1 + m a_4)\psi + (a_1 a_4 - a_2 a_3) = 0 \quad (3.43)$$

Se puede apreciar que si $(I_z a_1 + m a_4)$ y $(a_1 a_4 - a_2 a_3)$ son ambos positivos, entonces ψ debe ser un número real negativo o un número complejo con su componente real negativa. Los términos $I_z a_1$ y $m a_4$ siempre son positivos, por ello, el vehículo tendrá estabilidad direccional si el término $a_1 a_4 - a_2 a_3$ es positivo. Se deduce que la condición para que $a_1 a_4 - a_2 a_3 > 0$ es:

$$L + \frac{V_x^2}{g} \left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right) > 0$$

o

$$L + \frac{V_x^2}{g} K_{us} > 0 \quad (3.44)$$

donde K_{us} es el coeficiente de subviraje, el cual fue definido antes. Esto indica que el análisis de la estabilidad direccional de un vehículo se reduce a

determinar las condiciones bajo las cuales la ecuación 3.44 se satisface. Esto implica que cuando un vehículo posee subviraje, siempre tendrá estabilidad direccional. Cuando el coeficiente de subviraje K_{us} es negativo, es decir, el vehículo presenta sobreviraje, solo se tendrá estabilidad direccional cuando la velocidad a la que se encuentre el automóvil no supere el valor dado por la siguiente relación:

$$V_x < \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}} \quad (3.45)$$

Este valor es, en realidad, la velocidad crítica de un vehículo con sobreviraje.

El análisis de la maniobrabilidad del vehículo presentado en este capítulo se basa en un modelo simplificado. En la práctica, al movimiento lateral y el movimiento *yaw* se le adiciona el análisis del movimiento de traslación en el eje x , rotación en el eje x , rotación en el eje y así como traslación en el eje z , mostrados en la figura 3.1. Ello se logra mediante mecanismos tales como los cambios en las propiedades de curvado de las llantas cuando se les aplica un esfuerzo de tracción o un esfuerzo de frenado, transferencia de carga longitudinal y lateral durante una maniobra de viraje y los cambios en la capacidad de viraje del vehículo generados por los elementos libres con respecto al cuerpo de este.

Se debe agregar que el análisis de la maniobrabilidad de un vehículo involucra también la continua interacción entre conductor y máquina. Para obtener un análisis coherente de la maniobrabilidad de un automóvil, se deben incluir las capacidades del conductor que lo examina. Este tema, sin embargo, está más allá de los propósitos de esta recopilación.

Control de estabilidad de un vehículo. Durante una maniobra de viraje en la cual las fuerzas en la llantas se aproximan o están en el límite de la adhesión a la carretera, el vehículo puede desviarse considerablemente de la trayectoria deseada. Mientras el sistema antibloqueo previene que las llantas se bloqueen durante el frenado y el sistema de control de tracción puede prevenir que las llantas de tracción patinen durante la aceleración, tal como se explico en las secciones 2.7.4 y 2.7.5 respectivamente, ambos sistemas son incapaces de controlar de forma activa el comportamiento direccional del vehículo. Con el continuo énfasis en la seguridad, han aparecido un gran número de sistemas de control de estabilidad. Estos sistemas buscan aumentar la estabilidad direccional de un vehículo bajo todo tipo de condiciones de operación, incluyendo maniobras de viraje extremadamente bruscas. Aun cuando estos sistemas han recibido múltiples nombres, tal como Control Dinámico del Vehículo (VDC), Sistema Electrónico de Estabilidad (ESP), Estabilidad Asistida (VSA), Control Avanzado de Estabilidad y Tracción (ASTC)^{122 123 124 125 126 127}, en esta recopilación será referido como

¹²² **A.T. van Zanten, R. Edhart y G. Pfaff**, "VDC, the Vehicle Dynamics Control System of Bosch", Society of Automotive Engineers, paper 950759, 1995

¹²³ **A.T. van Zanten, R. Edhart, A. Lutz, W. Nuwald y H. Bartels**, "Simulation for the Development of the Bosch-VDC", Society of Automotive Engineers, paper 960486, 1996

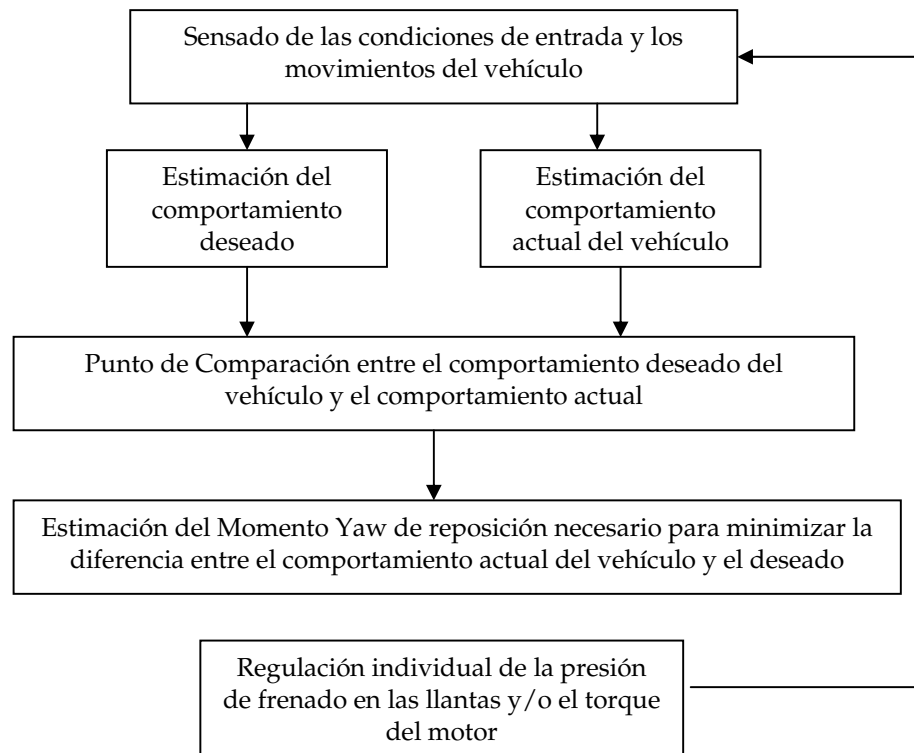
¹²⁴ **Y. Yasui, K. Tozu, N. hattori, y M. Sugisawa**, "Improvement of Vehicle Directional Stability For Transient Steering Maneuvers Using Active Brake Control", Society of Automotive Engineers, paper 960485, 1996

¹²⁵ **K. Koibuchi, M. Yamamoto, Y. Fukada y S. Inagaki**, "Vehicle Stability Control in Limit Cornering by Active Brake", Society of Automotive Engineers, paper 960487, 1996

¹²⁶ **M. Abe**, "Vehicle Dynamics and Control for Improving handling and Active Safety: From Four-Wheel-Steering to Direct Yaw Moment Control", en *Proc, Institution of Mechanical Engineers*, parte K, *Journal of Multi-Body Dynamics*, vol. 213, no. 4, 1999

sistema de control de estabilidad. Este sistema generalmente esta integrado con el sistema de frenos y la transmisión y comparte componentes con los sistemas antibloqueo y el control de tracción.

Figura 3.22 Principios de operación del sistema de control de estabilidad.



Fuente: Los Autores.

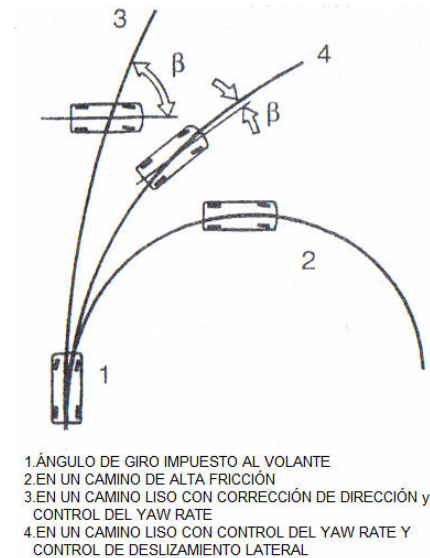
Aún cuando en el diseño varían de un fabricante a otro, el principio de operación de este tipo de sistemas es bastante similar. En general, el movimiento deseado del vehículo es establecido por el comando del conductor, tal como viraje del volante, la aplicación del acelerador o la

¹²⁷ Toyota Vehicle Stability Control System”, Technical Briefs, *Automotive Engineering*, Agosto, 1995

presión en el sistema de frenado, así como de algunas variables del movimiento, como la velocidad angular de las llantas. El comportamiento direccional real se mide de acuerdo a diferentes parámetros, tales como la aceleración lateral y longitudinal del vehículo, etc. El movimiento deseado se compara con el movimiento real, si existe alguna diferencia considerable entre los dos, el sistema de control regulara la presión de frenado de alguna de las cuatro llantas y/o reducirá el torque transmitido por el motor a las llantas, con el fin de minimizar la desviación del vehículo de la trayectoria deseada. Un diagrama de bloques que ilustra los principios de operación del sistema se muestra en la figura 3.22.

En muchos sistemas actuales, la velocidad yaw Ω_z y el ángulo de deslizamiento lateral β , mostrados en la figura 3.19, son utilizados como parámetros para el análisis del comportamiento direccional del vehículo. Por ello, los sistemas de control de estabilidad se diseñan para controlar dichos parámetros. El control sobre la rata yaw provoca que el vehículo mantenga la dirección y la rata de rotación sobre su eje vertical. Sin embargo, el control de este parámetro no es suficiente para garantizar la estabilidad direccional del vehículo. Si, por ejemplo, el vehículo transita por un camino muy resbaloso, con el hecho de ejercer control en la rata yaw y hacer las correcciones de viraje solo se logrará que el vehículo mantenga su orientación, pero su ángulo de deslizamiento lateral puede incrementarse en forma excesiva, por lo que el vehículo se desviará de la trayectoria deseada, tal como se muestra en la figura 3.23. Esto indica que no solo se debe ejercer control sobre la rata yaw sino también sobre el ángulo de deslizamiento lateral.

Figura 3.23 Comparación del comportamiento direccional de un vehículo con control de la rata yaw con uno que posee control tanto de la rata yaw como del ángulo de deslizamiento lateral.



Fuente: A.T. van Zanten, R. Edhart y G. Pfaff, "VDC, the Vehicle Dynamics Control System of Bosch", Society of Automotive Engineers, paper 950759, 1995

En los sistemas de control actuales, se monitorea de manera constante el ángulo del volante, la posición del pedal de aceleración, la presión en los frenos, las velocidades angulares de las llantas, la rata *yaw* y la aceleración lateral del vehículo⁸⁴. Los valores nominales de la rata *yaw* y el ángulo de deslizamiento lateral, los cuales representan el movimiento deseado del vehículo, se hallan por medio del ángulo de giro en el volante, la posición del acelerador (lo cual representa el torque deseado por el conductor), la presión en los frenos, y la velocidad longitudinal estimada del vehículo, la cual es determinada por la velocidad angular de las llantas o el ángulo de giro que presenten. El valor nominal de la rata *yaw* puede deducirse por medio de la velocidad de desplazamiento del vehículo y el radio de giro, el cual esta

relacionado a la posición del volante. El ángulo de deslizamiento lateral puede estimarse a partir de la velocidad longitudinal y lateral del vehículo.

Los valores reales de la rata *yaw* se miden de manera directa, en tanto que el valor actual del ángulo de deslizamiento lateral del vehículo se deriva de la rata *yaw*, la aceleración lateral, y la posición del volante, así como de los valores estimados de velocidad longitudinal y los esfuerzos de frenado en las llantas. En algunos sistemas se integra la aceleración lateral con respecto del tiempo, para obtener la velocidad lateral y junto con la velocidad longitudinal, hallar el valor del ángulo de deslizamiento lateral⁸⁸.

Después de determinar los valores nominales y reales de estos parámetros, se comparan; si las diferencias entre ellos superan unos valores predeterminados, el sistema de control envía señales de comando a los actuadores para modular la presión de frenado en la(s) llanta(s) que lo requiera(n) y/o reducir el torque para que el vehículo recupere la trayectoria y la dirección deseadas.

Por ejemplo, si un automóvil de tracción trasera que se encuentra dando una curva hacia la izquierda está a punto de perder estabilidad direccional debido a que las llantas traseras se deslizan hacia fuera, el sistema de control de estabilidad aplicará la presión de frenado adecuada en la llanta frontal exterior. Al mismo tiempo, el torque transmitido a las llantas traseras puede ser reducido ajustando la válvula del acelerador, retardando la chispa de ignición o cortando el flujo de combustible a algunos cilindros. Esto generará un momento *yaw* que le permitirá al vehículo regresar a su trayectoria deseada, tal como se muestra en la figura 3.24(a). Por otra parte, si un vehículo de tracción delantera que sortea una curva hacia la izquierda se

encuentra a punto de perder estabilidad direccional, debido a que las llantas delanteras se deslizan hacia fuera, el sistema de control de estabilidad aplicará la presión de frenado adecuada a la llanta trasera interna y al mismo tiempo puede reducir el torque aplicado a las llantas delanteras, esto generara un momento *yaw* el cual permite al vehículo recuperar la trayectoria y la dirección deseada, tal como se muestra en la figura 3.24(b). Debe mencionarse que la respuesta del sistema de control a la modulación de la presión de frenado es mucho más rápida que a la intervención del torque en el motor.

CARACTERISTICAS DE MANIOBRABILIDAD EN ESTADO ESTABLE DE UN TRACTOR - SEMITRAILER

Puede utilizarse un análisis muy similar al realizado en los automóviles de dos ejes descrito en la sección 3.2 para evaluar el comportamiento direccional de un tractor – semitrailer de tres ejes en estado estable tal como se muestra en la figura 3.25. Para el tractor, la ecuación que gobierna el movimiento es similar a la ecuación 3.10 y se expresa como:

$$\delta_f = \frac{L_t}{R} + K_{us,t} \frac{V^2}{gR} \quad (3.46)$$

donde L_t es la distancia entre ejes del tractor y $K_{us,t}$ es el coeficiente de subviraje del mismo.

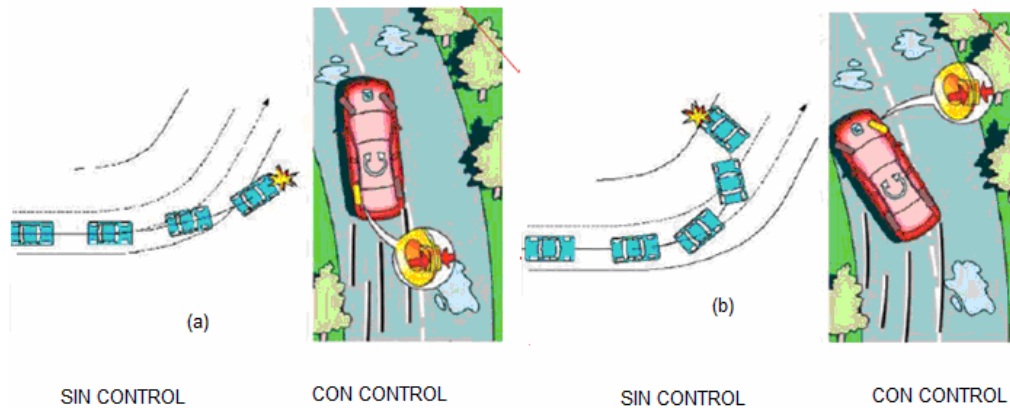
Para la mayoría de tractores semitrailer, la quinta rueda (o pivote del trailer con el tractor o cabezote) se encuentra ubicada un poco más adelante del centro del eje trasero del tractor. En el siguiente análisis simplificado, sin embargo, se asumirá que la quinta rueda esta ubicada arriba del centro del eje

trasero del tractor. Con base en este criterio, la llanta trasera del tractor puede considerarse como la “rueda de giro” para el semitrailer, y el ángulo de la articulación Γ entre el tractor y el semitrailer puede expresarse mediante:

$$\Gamma = \frac{L_s}{R} + \left(\frac{W_r}{C_{ar}} - \frac{W_s}{C_{as}} \right) \frac{V^2}{gR} = \frac{L_s}{R} + K_{us,s} \frac{V^2}{gR} \quad (3.47)$$

donde L_s es la distancia entre ejes del semitrailer, W_s y C_{as} son la carga y la rigidez de curvado de cada una de las llantas del semitrailer, respectivamente, $K_{us,s}$ por su parte, es el coeficiente de subviraje para el semitrailer.

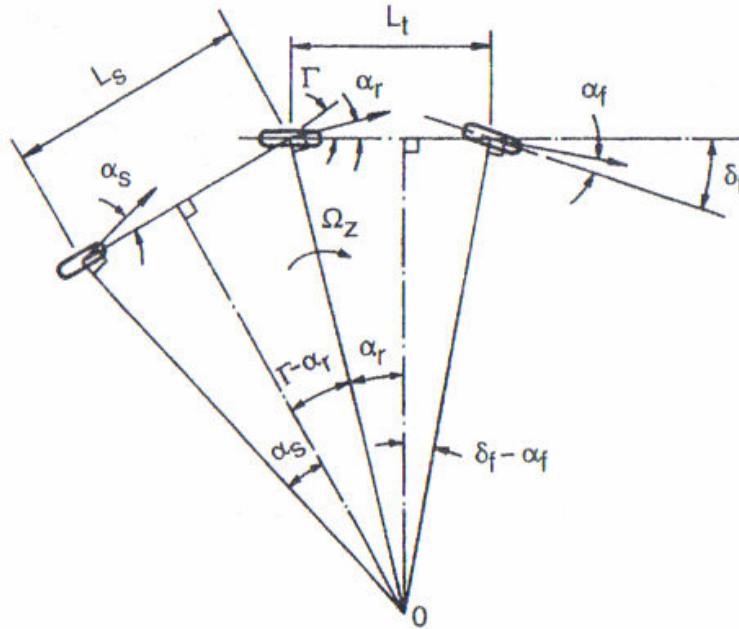
Figura 3.24 Comparación del comportamiento direccional de un automóvil con y sin control de estabilidad para los casos de (a) Deslizamiento lateral de las llantas traseras y (b) Deslizamiento lateral de las llantas delanteras.



Fuente: Renault Communication

La relación entre el ángulo de la articulación Γ y el ángulo de viraje de la llanta delantera del tractor δ_f es generalmente referida como la ganancia del ángulo de la articulación, y esta dada por:

$$\frac{\Gamma}{\delta_f} = \frac{L_s / R + K_{us,s} V^2 / gR}{L_t / R + K_{us,t} V^2 / gR} \quad (3.48)$$



1. Tanto el tractor como el semitrailer presentan subviraje. En este caso la constante de subviraje tanto del tractor como del semitrailer son positivas, y la ganancia en el ángulo de articulación es finito y positivo para todos los valores posibles de velocidad, tal como se muestra en la figura 3.26. en

¹²⁸ **R.D. Erwin y C. Mallikarjunarao**, “A Study of the Yaw Stability of Tractor-Semitrailer Combinations”, en *Proc. 7th IAVSD Symp. On Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks*, Amsterdam, Holanda: Swets & Zeitlinger, 1982

consecuencia, el tractor – semitrailer presenta estabilidad direccional.

2. El tractor presenta subviraje, mientras el semitrailer presenta sobreviraje. En este caso, $K_{us,t}$ es positivo, en tanto que $K_{us,s}$ es negativo, y la ganancia en el ángulo de articulación permanece finito para todos los valores de velocidad, tal como se muestra en la figura 3.27. Sin embargo, cuando la velocidad V es mayor al valor de V_{ct} hallado en la siguiente ecuación, la ganancia en el ángulo de la articulación cambia de positivo a negativo.

$$V_{ct} = \sqrt{\frac{gL_s}{-K_{us,s}}} \quad (3.49)$$

Esto indica que cuando la velocidad V se aproxima a V_{ct} , el ángulo de la articulación se aproxima a cero y cuando $V > V_{ct}$ la orientación del semitrailer respecto al tractor será la opuesta a la mostrada en la figura 3.25.

3. El tractor presenta sobreviraje, mientras el semitrailer presenta subviraje. En este caso, el coeficiente de subviraje del tractor es negativo en tanto que el del semitrailer es positivo. Se puede observar que a medida que el vehículo se aproxime a la velocidad crítica dada por la siguiente ecuación, el denominador de la ecuación 3.48 se hace cero y la ganancia en el ángulo tiende al infinito, tal como se muestra en la figura 3.28

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL_t}{-K_{us,t}}} \quad (3.50)$$

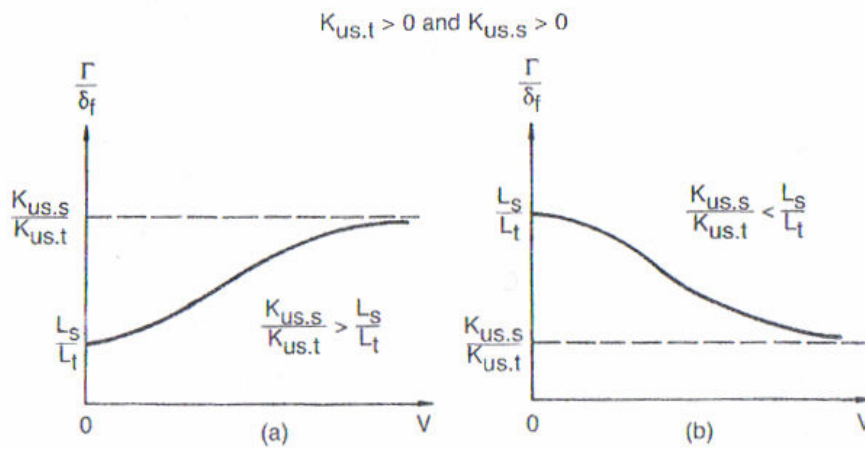
Esto indica que cuando la velocidad V se aproxima a V_{crit} , el eje longitudinal del tractor empieza a orientarse hacia el centro de la curva de manera excesiva.

4. Tanto el tractor como el semitrailer presenta sobreviraje, y la relación entre el coeficiente de subviraje del semitrailer y el coeficiente de subviraje del tractor es menor que la relación entre la distancia entre ejes del semitrailer y la distancia entre ejes del tractor. En este caso $K_{us,s} < 0$, $K_{us,t} < 0$, y $(K_{us,s}/K_{us,t}) < (L_s/L_t)$; la variación de la ganancia en el ángulo de la articulación con respecto a la velocidad se muestra en la figura 3.29. De forma similar al tercer caso, a medida que la velocidad se acerca al valor crítico definido por la ecuación 3.50, el eje longitudinal del tractor empezará a orientarse al centro de manera excesiva.

5. Tanto el tractor como el semitrailer presenta sobreviraje, y la relación entre el coeficiente de subviraje del semitrailer y el coeficiente de subviraje del tractor es mayor que la relación entre la distancia entre ejes del semitrailer y la distancia entre ejes del tractor. En este caso $K_{us,s} < 0$, $K_{us,t} < 0$, y $(K_{us,s}/K_{us,t}) > (L_s/L_t)$; la variación de la ganancia en el ángulo de la articulación con respecto a la velocidad se muestra en la figura 3.30. Puede apreciarse que la ganancia en el ángulo de la articulación decrece a medida que la velocidad aumenta. Cuando el valor de la velocidad se aproxima al valor de la velocidad dada por la ecuación 3.49, la ganancia se aproxima a cero. Cuando se aumenta aun más la velocidad, la ganancia se convierte en un valor negativo y tiene a menos infinito cuando se alcanza la

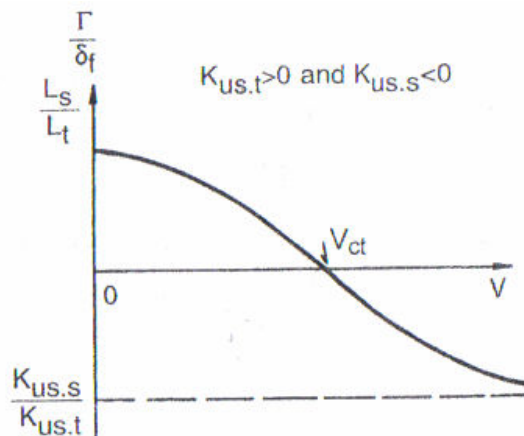
velocidad crítica dada por la ecuación 3.50. En este caso, el eje longitudinal del semitrailer se orienta hacia el centro de la curva de manera excesiva.

Figura 3.26 Características de maniobrabilidad en estado estable de un tractor-semitrailer con $K_{us,t} > 0$ y $K_{us,s} > 0$



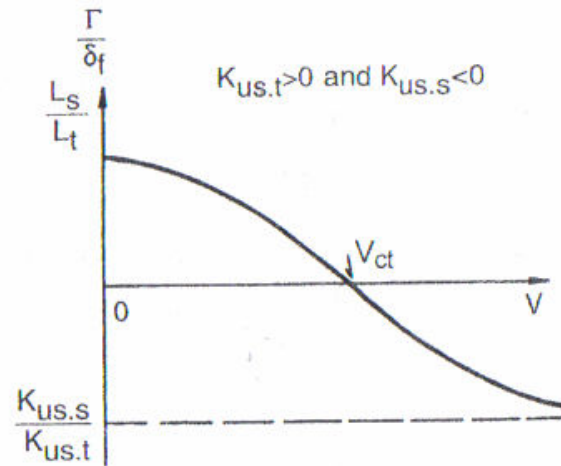
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 3.27 Características de maniobrabilidad en estado estable de un tractor-semitrailer con $K_{us,t} < 0$ y $K_{us,s} < 0$



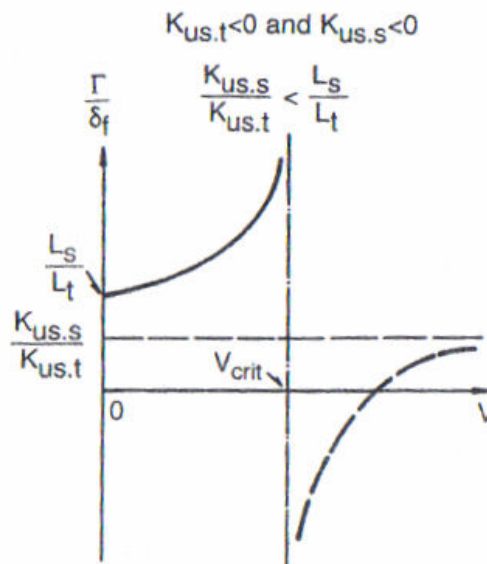
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 3.28 Características de maniobrabilidad en estado estable de un tractor-semitrailer con $K_{us,s} < 0$ y $K_{us,t} > 0$



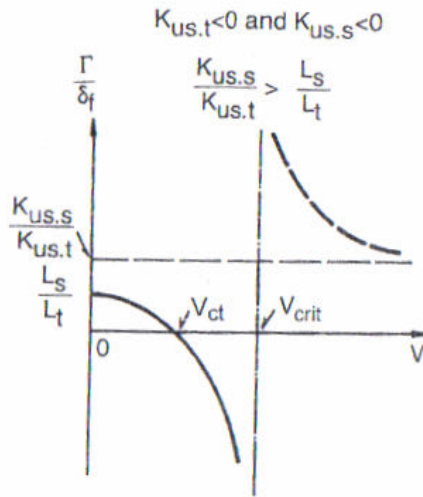
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 3.29 Características de maniobrabilidad en estado estable de un tractor-semitrailer con $K_{us,t} < 0$, $K_{us,s} < 0$ y $K_{us,s}/K_{us,t} < L_s/L_t$



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 3.30 Características de maniobrabilidad en estado estable de un tractor-semitrailer con $K_{us,t} < 0$, $K_{us,s} < 0$ y $K_{us,s}/K_{us,t} > L_s/L_t$



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Los resultados del análisis anterior indican que para que ocurra algún tipo de inestabilidad direccional, el tractor debe presentar sobreviraje. El *Jackknifing* del trailer (cuando el semitrailer se sale de control e intenta plegarse hacia el tractor, como una navaja) puede presentarse si el semitrailer es tanto subvirado como sobrevirado. El *Trailer swing* (cuando el trailer presenta deslizamiento) ocurre únicamente si el semitrailer presenta sobreviraje y si la relación entre el coeficiente de subviraje del semitrailer y el coeficiente del tractor es mayor que la relación entre la distancia entre ejes del semitrailer y la distancia entre ejes del tractor.

ANEXO E. CARACTERISTICAS DE MANEJO DEL VEHÍCULO

La calidad del manejo esta relacionada con la sensación o el sentir del pasajero en el ambiente de un vehículo en movimiento. Los problemás del confort en el manejo son resultado principalmente de las vibraciones del cuerpo del vehículo (ver glosario) , las cuales pueden ser inducidas por una variedad de fuentes, incluyendo las irregularidades de la superficie, las fuerzas aerodinámicas, las vibraciones del motor y la transmisión, y las no uniformidades (desbalanceos) del conjunto llanta/rin. Usualmente, las irregularidades de la superficie varían de baches hasta perfiles aleatorios de elevación de la superficie, actúan como fuente principal que excita la vibración del cuerpo del vehículo a través del conjunto de llanta/rin y el sistema de suspensión. Las excitaciones por las fuerzas aerodinámicas son aplicadas directamente al cuerpo del vehículo, mientras las vibraciones debidas al motor y la transmisión son transmitidas a través del montaje entre la transmisión y el motor. Las excitaciones resultantes del desbalanceo del conjunto llanta/rin son transmitidas al cuerpo del vehículo a través de la suspensión.

El objetivo del estudio del manejo de los vehículos consiste en dar unos lineamientos guía para el control de la vibración del vehículo y de esta manera hacer que la sensación del pasajero de incomodidad no excedan cierto nivel. Para alcanzar este objetivo, es esencial tener un entendimiento básico de la respuesta humana a la vibración y el comportamiento vibratorio del vehículo, y las características de las irregularidades de la superficie.

RESPUESTA HUMANA A LA VIBRACIÓN

En general, los límites de confort (o incomodidad) son difíciles de determinar debido a la variación en la sensibilidad de cada individuo a la vibración y a la falta de un método universalmente aceptado para la determinación de la respuesta humana a la vibración. Se han realizado considerables investigaciones en orden de definir los límites de confort de manejo; una variedad de métodos para determinar la tolerancia humana a la vibración se han desarrollado durante años^{129 130}, entre ellos se encuentran los siguientes:

1. Mediciones subjetivas de manejo: La técnica tradicional de comparar la calidad del manejo del vehículo en la industria automotriz del pasado, consiste en usar un jurado entrenado para calificar el confort del manejo, con un criterio relativo, de diferentes vehículos manejados sobre un rango variado de superficies de carreteras. Con un jurado suficientemente amplio y un esquema de evaluación bien diseñado, este método puede dar una comparación significativa de la calidad del manejo de diferentes vehículos. El grado de diferencia en la calidad del manejo no se puede determinar cuantitativamente mediante este tipo de evaluación.
2. Prueba de plataforma sacudida (*Shake table test*): En un intento de estudiar la respuesta humana a la vibración cuantitativamente, un

¹²⁹ B. D. Van Deusen, "Human Response to Vehicle Vibration", *SAE Transactions*, vol. 77, paper 680090, 1969.

¹³⁰ R. A. Lee and F. Pradko, "Analytical analysis of Human Vibrations", *SAE Transactions*, vol. 77, paper 680091, 1969.

elevado número de experimentos de plataforma sacudida se han desarrollado durante varios años; la mayoría de estas investigaciones son aplicadas para la respuesta humana a la excitación sinusoidal. Se ha intentado identificar las zonas de confort (o incomodidad) para los humanos, en términos de la amplitud, velocidad o aceleración de la vibración en una determinada dirección (como por ejemplo de pies a cabeza, de lado a lado o de atrás a delante) sobre un rango específico de frecuencias.

3. Prueba de simulador de manejo: En estas pruebas, los simuladores de manejo son usados para replicar la vibración del vehículo viajando sobre diferentes superficies de carreteras. En algunas instalaciones, un cuerpo de vehículo actual es montado sobre un actuador hidráulico, el cual reproduce los movimientos del vehículo de giro (*pitch*), vuelco (*roll*) y rebote (*bounce*). La interacción de las carreteras es suministrada por el actuador. Usando el simulador, es posible establecer límites de tolerancia humana en términos de los parámetros de vibración.
4. Mediciones de manejo en vehículos: Las pruebas de plataforma sacudida y las pruebas de simulador de manejo descritas anteriormente son realizadas bajo condiciones de laboratorio. Estas no necesariamente dan los mismos ambientes de vibración a los cuales son sometidos los pasajeros durante el manejo en la carretera. Por ello, se han realizado las mediciones de manejo con el vehículo en carretera particularmente para automóviles de pasajeros. Este método intenta correlacionar la respuesta de la prueba de mediciones subjetivas en términos cualitativos, como por ejemplo “intolerable” o “insoportable”, con los parámetros medidos de vibración en las

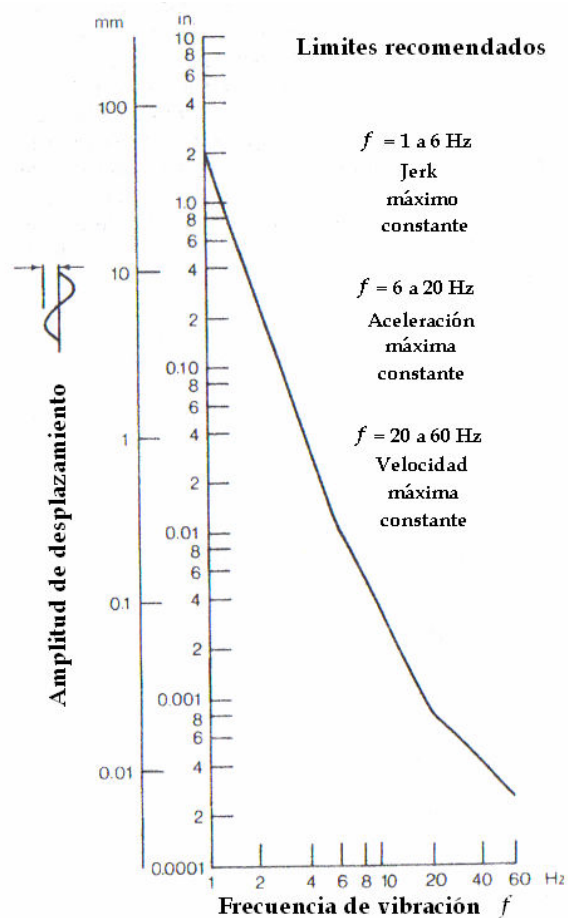
locaciones en donde la prueba se llega a cabo bajo condiciones de manejo actual.

El desarrollo de la respuesta humana a la vibración es complejo, por lo que los resultados son influenciados por la variación individual de la sensibilidad y por los métodos de pruebas usados por diferentes investigadores. Numerosos criterios de confort se han propuesto durante años. La figura 4.1 muestra uno de los criterios para la vibración vertical descrito en el manual de información de manejo y vibración J6a (*Ride and Vibration Data Manual J6a*) de la Sociedad de Ingenieros Automotrices (*Society of Automotive Engineers*)¹³¹. Los límites recomendados mostrados en la figura también están referidos como el criterio de confort de Janeway (*Janeway's comfort criterion*). Este define la amplitud aceptable de vibración como una función de la frecuencia. Se puede ver al aumentar la frecuencia, la amplitud permisible decrece considerablemente. El criterio de confort de Janeway consiste de tres relaciones simples, cada una de ellas cubre un rango específico de frecuencia, como se muestra en la figura 4.1. En el rango de frecuencias de 1 – 6 Hz, el valor pico del tirón (jerk), el cual es el producto de la amplitud y el cubo de la frecuencia angular, no debe exceder 12.6 m/s³ (496 in/s³). Por ejemplo, a 1 Hz (2π rad/s) el limite recomendado para la amplitud es $12.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3} / (2\pi \text{ s}^{-1})^3 = 0.0508 \text{ m}$ (2 in). En el rango de frecuencias de 6 – 20 Hz, el valor pico de la aceleración, la cual es el producto de la amplitud con el cuadrado de la frecuencia angular, debe ser menor que 0.33 m/s² (13 in/s²); mientras que en el rango de 20 – 60 Hz, el valor pico de la velocidad, la cual es el producto de la amplitud con la frecuencia angular, no debe exceder 2.7 mm/s (0.105 in/s).

¹³¹ *Ride and Vibration Data Manual*, SAE J6a, Society of Automotive Engineers, 1965.

Se debe notar que el criterio de confort de Janeway esta basado en datos para vibración vertical sinusoidal de una sola frecuencia.

Figura 4.1 Limites de vibración vertical para el confort de pasajeros propuesto por Janeway.



Fuente: Ride and Vibration Data Manual, SAE J6a, Society of Automotive Engineers, 1965.

Cuando dos o más componentes de diferentes frecuencias están presentes, no hay una base establecida en la cual se pueda evaluar el efecto resultante. Es probable que la componente aislada que represente el nivel más alto de sensibilidad gobierne la sensación globalmente. Además todos los datos usados para establecer los límites de confort de manejo fueron obtenidos de

pruebas con estándares subjetivos o por medio de pruebas de vibración en sillas rígidas.

Recientemente, una guía general para definir la tolerancia humana a la vibración del cuerpo completo se ha desarrollado y adoptado como el Estándar Internacional ISO 2631¹³² ¹³³. Esta guía es recomendada para la evaluación de los ambientes de vibración en los vehículos de transporte como también en la industria, y define tres límites distintos para la vibración del cuerpo completo en el rango de frecuencia 1 – 80 Hz:

1. Límites de exposición, los cuales se relacionan con la preservación de la seguridad (o salud), y no se deben exceder sin justificación especial.
2. Límites de fatiga o de disminución de habilidades, los cuales se relacionan con la preservación de la eficiencia de trabajo y se aplican a tareas como manejar un vehículo de carretera o un tractor.
3. Límites de reducción de confort, los cuales conciernen con la preservación del confort y en vehículos de transporte están relacionados a funciones como lectura, escritura y comer en un vehículo.

¹³² *Guide for the Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration*, 2nd ed. International Standard 2631 – 1978(E), International Organization for Standardization, 1978.

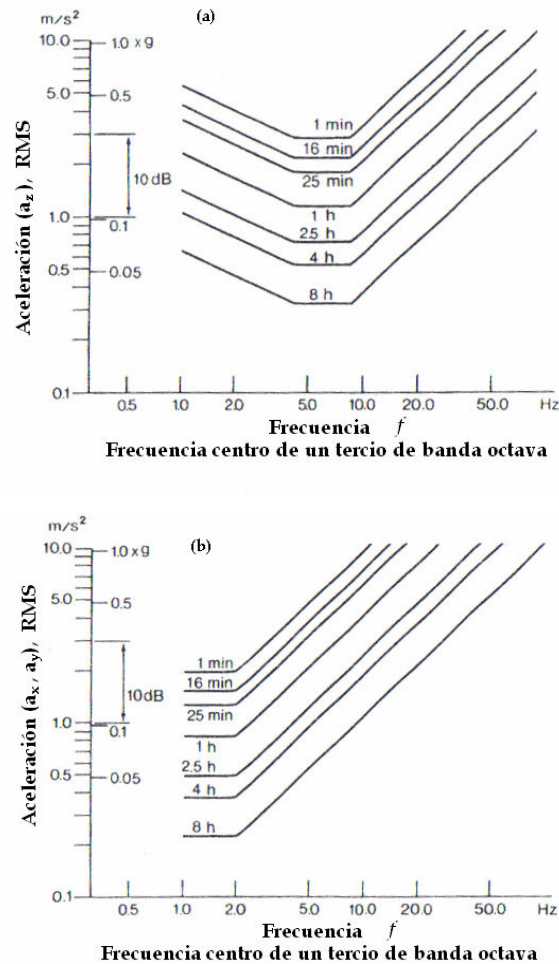
¹³³ L. F. Stikeleather, G. O. Hall, and A. O. Radke, "A Study of Vehicle Vibration Spectra as Related to Seating Dynamics", *SAE Transactions*, vol. 81, paper 720001, 1973.

La figura 4.2(a) muestra los límites de fatiga o de disminución de habilidades para vibración vertical (de pies a cabeza o a lo largo del eje z en la figura 4.3), los cuales están definidos en términos de los valores cuadráticos medios (rms) de aceleración como función de la frecuencia para varios tiempos de exposición; se puede ver que mientras los tiempos de exposición diaria aumentan, los límites disminuyen. Los límites de fatiga o de disminución de habilidades para vibración lateral (de lado a lado o a lo largo del eje y , y de atrás a delante o a lo largo del eje x en la figura 4.3) son mostrados en la figura 4.2(b). Cuando la vibración toma lugar en más de una dirección simultáneamente, se deben aplicar los límites correspondientes de manera vectorial para cada componente a lo largo de cada eje. Los límites de exposición por razones de seguridad (o salud) son obtenidos elevando los límites de fatiga o disminución de habilidades mostrados en la figura 4.2(a) y 4.2(b) por un factor de dos (6 dB mayor), mientras los límites de reducción de confort son obtenidos disminuyendo los límites mostrados en la figura 4.2(a) y 4.2(b) por un factor de 3.15 (10dB menor).

Se debe tener en cuenta que las vibraciones en el rango de frecuencia inferior a 1 Hz son un problema especial, asociados con síntomas como mareos, los cuales tienen un carácter diferente a los efectos de las vibraciones de altas frecuencias. Se ha recomendado por la Organización Internacional de Estandarización ISO (*International Organization for Standardization*) un límite severo de incomodidad y un límite de reducción de confort para varios tiempos de exposición en el rango de frecuencias de 0.1 – 1 Hz.

La “potencia absorbida”, es decir, el producto de la fuerza de vibración y la velocidad transmitida al cuerpo humano, se ha propuesto como parámetro de relevancia en la evaluación de la respuesta humana a la vibración.

Figura 4.2 Límites de vibración de cuerpo completo para fatiga o disminución de habilidades (a) en la dirección vertical y (b) en la dirección transversal, recomendado por la ISO.



Fuente: Guide for the Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration, 2nd ed. International Standard 2631-1978(E), International Organization for Standardization, 1978.

Es una medida de la rata a la cual la energía de la vibración es absorbida por el ser humano y se ha usado para definir la tolerancia humana a la vibración

para vehículos militares cuando son empleados en terrenos ásperos^{134 135}. El concepto de “potencia absorbida” se ha adoptado por el modelo de movilidad terrestre del ejército militar de Estados Unidos AMM-75 (*U.S. Army AMM-75 Ground Mobility Model*) y subsecuentemente por el modelo de movilidad de referencia de la NATO (*NATO Reference Mobility Model*), para evaluar la calidad de manejo de los vehículos militares. Hoy en día, el límite de tolerancia se ha tomado como 6 W de potencia absorbida en la posición del conductor y la velocidad de manejo límite es la velocidad a la cual se experimenta una potencia absorbida promedio sobre el total de tiempo con un nivel de 6 W.

Se debe reiterar que la mayoría de los datos usados para establecer los criterios de confort en el manejo descritos anteriormente fueron obtenidos usando entradas sinusoidales, mientras que la vibración real del vehículo es usualmente de naturaleza aleatoria. Por lo tanto, el criterio de confort en el manejo hasta el momento requiere una revisión mientras son disponibles los nuevos datos.

Teniendo definido un criterio específico de confort en el manejo, el diseñador debe entonces, seleccionar un sistema apropiado de suspensión para asegurar que el nivel de vibración del vehículo sea inferior a los límites especificados cuando se opera en un rango particular de ambientes.

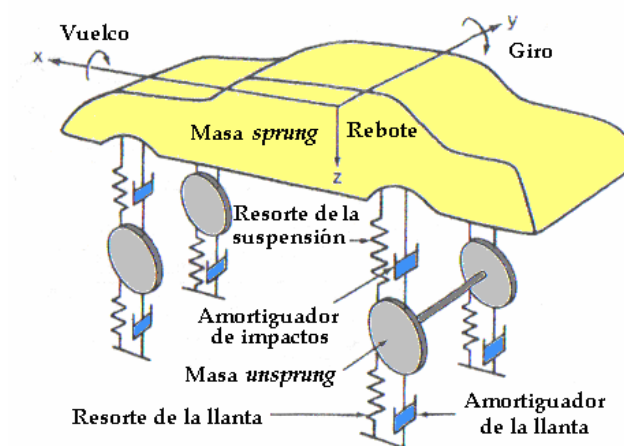
¹³⁴ R. A. Lee and F. Pradko, “Analytical analysis of Human Vibrations”, *SAE Transactions*, vol. 77, paper 680091, 1969.

¹³⁵ N. R. Murphy, Jr. And R. B. Ahlvin, “Ride Dynamics Module for AMM-75 Ground Mobility Model”, in *Proc. 5th Int. Conf. of the International Society for Terrain-Vehicle Systems*, Vol. IV. Detroit, MI, 1975.

MODELOS DE MANEJO DE VEHÍCULOS

Para estudiar la calidad del manejo de los vehículos terrestres, se han desarrollado varios modelos de manejo. Para un automóvil de pasajeros con suspensión independiente delantera, un modelo de siete grados de libertad, como el que se muestra en la figura 4.3, se podría utilizar; en este modelo, se tiene en cuenta el giro, el vuelco y el rebote (*pitch, roll and bounce*) del cuerpo del vehículo, así como el rebote de las dos llantas delanteras, y el rebote y el vuelco del eje sólido trasero. La masa del cuerpo del vehículo es usualmente referida como la masa resortada “*sprung mass*”, mientras que la masa de la llanta y el sistema de acople al eje se denomina masa no resortada “*unsprung mass*”. Para el vehículo militar para terrenos no preparados mostrado en la figura 4.4, se podría usar un modelo de quince grados de libertad, los cuales incluyen el giro, el rebote y el vuelco del cuerpo del vehículo y el rebote de cada rueda de la oruga.

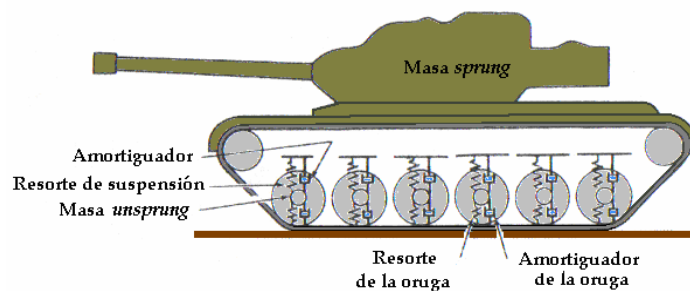
Figura 4.3 Modelo de manejo de un automóvil de pasajeros de siete grados de libertad.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Para estudiar las características vibratorias del vehículo, se deben formular ecuaciones de movimiento basadas en la segunda ley de Newton para cada masa. Las frecuencias naturales y las razones de amplitudes se pueden determinar considerando los modos principales (modos normales) de vibración (o de vibración libre) del sistema. Cuando la excitación del sistema es conocida, la respuesta se puede, en principio, determinar resolviendo las ecuaciones de movimiento. Sin embargo, a medida que aumentan los grados de libertad del sistema, el análisis se torna demasiado complejo. Por esta razón se usan simulaciones en computadores digitales.

Figura 4.4 Modelo para manejo de un vehículo militar para terrenos no preparados.

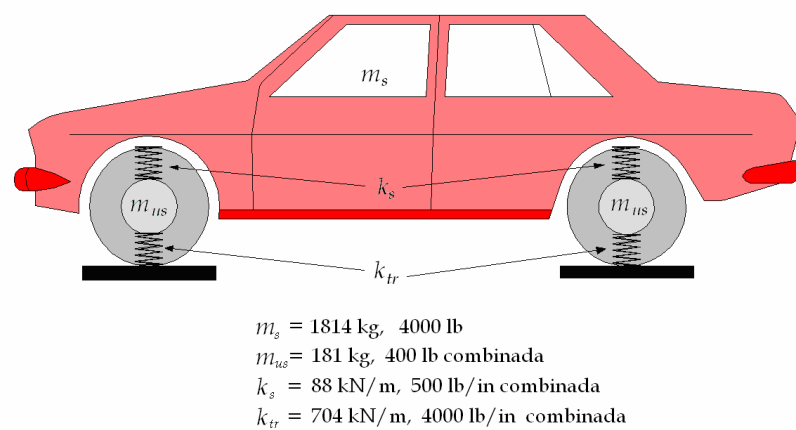


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Un vehículo representa un sistema complejo de vibración con muchos grados de libertad. Es posible simplificar el sistema considerando solo algunos movimientos mayores. Por ejemplo, para obtener una perspectiva cualitativa de las funciones de la suspensión, particularmente los efectos de las masas *sprung* y *unsprung*, la rigidez del resorte y el amortiguador, en la vibración del vehículo, se puede usar un modelo lineal con dos grados de libertad como se muestran en las figuras 4.5 y 4.6. Por otro lado, para alcanzar un mejor entendimiento del giro y el rebote del cuerpo del vehículo producto de la

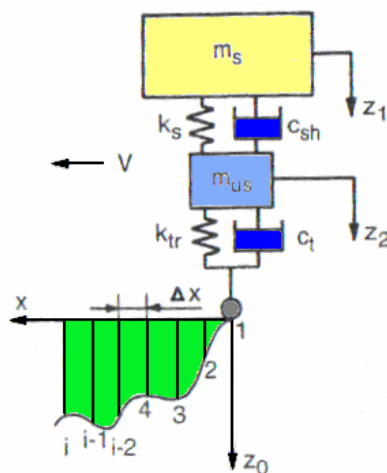
vibración, se puede emplear un modelo de dos grados de libertad como el que se muestra en la figura 4.7.

Figura 4.5 Modelo de manejo de dos grados de libertad para la masa *sprung* y la masa *unsprung*.



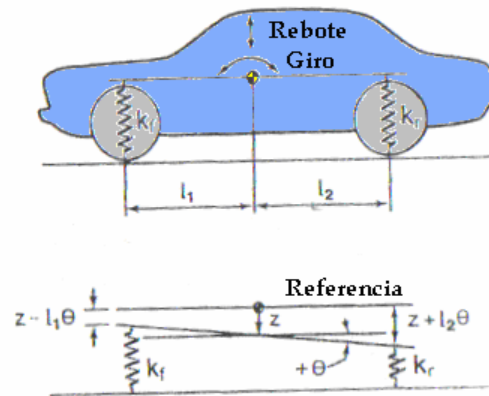
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 4.6 Modelo de un cuarto de automóvil.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 4.7 Modelo de manejo de dos grados de libertad para el rebote y el giro de la masa *sprung*.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Modelo de vehículo con dos grados de libertad para análisis de la masa *sprung* y la masa *unsprung*. El modelo de dos grados de libertad mostrado en las figuras 4.5 y 4.6 incluye una masa *unsprung* que representa las llantas y sus componentes asociados, y una masa *sprung* representando el cuerpo del vehículo. Sus movimientos en la dirección vertical se pueden describir por medio de dos coordenadas, z_1 y z_2 (figura 4.6), con orígenes en las posiciones de equilibrio estático de la masa *sprung* y la masa *unsprung*, respectivamente. Este modelo se puede usar para representar un cuarto de un automóvil. Como resultado, usualmente se refiere a este como el modelo de “un cuarto de automóvil”. Aplicando la segunda ley de Newton a la masa *sprung* y a la masa *unsprung* independientemente, se pueden obtener las ecuaciones de movimiento del sistema.

Para las vibraciones excitadas por la ondulación de la superficie, las ecuaciones de movimiento son las siguientes:

para la masa *sprung*,

$$m_s \ddot{z}_1 + c_{sh}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_s(z_1 - z_2) = 0 \quad (4.1)$$

y para la masa *unsprung*,

$$m_{us} \ddot{z}_2 + c_{sh}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_s(z_2 - z_1) + c_t \dot{z}_2 + k_{tr} z_2 = F_{(t)} = c_t \dot{z}_0 + k_{tr} z_0 \quad (4.2)$$

donde m_s es la masa *sprung*, m_{us} es la masa *unsprung*, c_{sh} es el coeficiente de amortiguación de la suspensión o del amortiguador de choques, c_t es el coeficiente de amortiguación de la llanta, k_s es la rigidez del resorte de la suspensión, k_{tr} es la rigidez equivalente de la llanta y $F_{(t)}$ es la excitación que actúa en las llantas y es inducida por las irregularidades de la superficie. Si z_0 es la elevación del perfil de la superficie y $\dot{z}_0$ representa la velocidad vertical de la llanta en el punto de contacto con el suelo, la cual es la pendiente del perfil multiplicada con la velocidad de avance del vehículo, entonces la excitación debida a la ondulación se puede expresar por medio de $c_t \dot{z}_0 + k_{tr} z_0$, como se muestra en la ecuación 4.2. Las excitaciones debidas a las fuerzas aerodinámicas y a las vibraciones del motor y de la transmisión son aplicadas a la masa *sprung* directamente; mientras aquellas debidas a las no uniformidades del conjunto llanta/acople al eje, son aplicadas a la masa *unsprung*. Si la excitación del sistema es conocida, entonces, en principio, las vibraciones resultantes de la masa *sprung* y la masa *unsprung* se pueden determinar resolviendo las ecuaciones 4.1 y 4.2.

Para determinar las frecuencias naturales del sistema de dos grados de libertad mostrado en la figura 4.6, se considera la vibración libre del sistema (o los principales modos de vibración). Las ecuaciones de movimiento para vibración libre se obtienen haciendo cero los lados derechos de las ecuaciones 4.1 y 4.2.

Las ecuaciones de movimiento para un sistema no amortiguado, teniendo en cuenta las ecuaciones 4.1 y 4.2, para vibración libre son las siguientes:

$$m_s \ddot{z}_1 + k_s z_1 - k_s z_2 = 0 \quad (4.3)$$

$$m_{us} \ddot{z}_2 + k_s z_2 - k_s z_1 + k_{tr} z_2 = 0 \quad (4.4)$$

La solución de las ecuaciones diferenciales anteriores se puede asumir que es de la siguiente forma:

$$z_1 = Z_1 \cos \omega_n t \quad (4.5)$$

$$z_2 = Z_2 \cos \omega_n t \quad (4.6)$$

donde ω_n es la frecuencia natural del sistema no amortiguado, Z_1 y Z_2 son las amplitudes de las masas *sprung* y *unsprung*, respectivamente.

Sustituyendo las soluciones asumidas en las ecuaciones 4.3 y 4.4, se obtienen las siguientes ecuaciones de amplitud:

$$(-m_s \omega_n^2 + k_s) Z_1 - k_s Z_2 = 0 \quad (4.7)$$

$$-k_s Z_1 + (-m_{us} \omega_n^2 + k_s + k_{tr}) Z_2 = 0 \quad (4.8)$$

Estas ecuaciones se cumplen para cualquier Z_1 y Z_2 si el siguiente determinante es cero:

$$\begin{vmatrix} (-m_s \omega_n^2 + k_s) & -k_s \\ -k_s & (-m_{us} \omega_n^2 + k_s + k_{tr}) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.9)$$

Expandiendo el determinante, se llega a la ecuación característica del sistema:

$$\omega_n^4 (m_s m_{us}) + \omega_n^2 (-m_s k_s - m_s k_{tr} - m_{us} k_s) + k_s k_{tr} = 0 \quad (4.10)$$

La solución de la ecuación característica lleva a dos frecuencias naturales no amortiguadas del sistema, ω_{n1}^2 y ω_{n2}^2 :

$$\omega_{n1}^2 = \frac{B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} \quad (4.11)$$

$$\omega_{n2}^2 = \frac{B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} \quad (4.12)$$

donde

$$A_1 = m_s m_{us}$$

$$B_1 = m_s k_s + m_s k_{tr} + m_{us} k_s$$

$$C_1 = k_s k_{tr}$$

Por medio de cada una de estas se llega a las frecuencias $\pm\omega_{n1}$ y $\pm\omega_{n2}$, el valor negativo se descarta por no tener un significado físico. Las frecuencias naturales en Hz (ciclos por segundo) son expresadas por,

$$f_{n1} = \frac{1}{2\pi} \omega_{n1} \quad (4.13)$$

$$f_{n2} = \frac{1}{2\pi} \omega_{n2} \quad (4.14)$$

Para un automóvil típico de pasajeros, la masa *sprung* m_s tiene un valor en magnitud superior a la de la masa *unsprung* m_{us} , mientras que la rigidez del resorte de la suspensión k_s tiene un valor en magnitud inferior a la rigidez del resorte equivalente de la llanta k_{tr} , como se muestra en la figura 4.5. En vista de esto, se ha usado un método aproximado para determinar las dos frecuencias naturales del sistema. Los valores aproximados de las frecuencias naturales no amortiguadas en Hz de las masas *sprung* y *unsprung* f_{n-s} y f_{n-us} se pueden expresar por medio de,

$$f_{n-s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s k_{tr} / (k_s + k_{tr})}{m_s}} \quad (4.15)$$

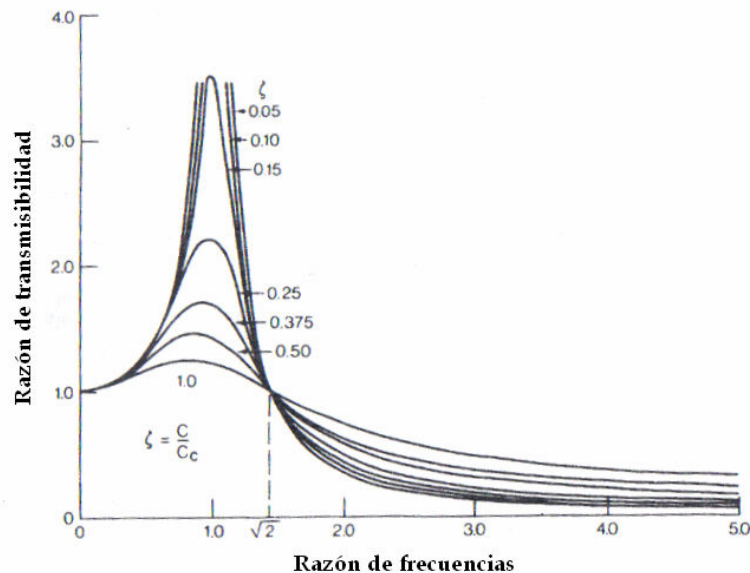
$$f_{n-us} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s + k_{tr}}{m_{us}}} \quad (4.16)$$

Con los valores de m_s , m_{us} , k_s y k_{tr} , mostrados en la figura 4.5, las dos frecuencias naturales calculadas usando las ecuaciones 4.13 y 4.14 son 1.04 y 10.5 Hz, respectivamente, las cuales son prácticamente idénticas a las obtenidas usando las ecuaciones 4.15 y 4.16. Se puede ver que la frecuencia natural de la masa *unsprung* es mayor que la frecuencia de la masa *sprung*. También se debe mencionar que para los automóviles de pasajeros, el coeficiente de amortiguación provisto por el amortiguador de choque esta usualmente en el rango de 0.2 – 0.4, y que el amortiguador de la llanta es relativamente insignificante. En consecuencia, hay una pequeña diferencia entre las frecuencias naturales amortiguadas y no amortiguadas, y las frecuencias naturales no amortiguadas comúnmente son utilizadas para caracterizar el sistema.

El ancho de separación de las frecuencias naturales de las masas *sprung* y *unsprung* tiene una significativa implicación en las características de aislamiento de la vibración del sistema de suspensión. Por ejemplo, si una llanta golpea un tope (policía acostado), el impulso pondrá a la llanta en oscilación. Cuando la llanta pasa sobre el tope, la masa *unsprung* estará en oscilación libre en su propia frecuencia natural f_{n-us} . Para la masa *sprung* la excitación será la vibración de la masa *unsprung*. La razón de la frecuencia de excitación con la frecuencia natural de la masa *sprung* es, entonces igual a f_{n-us}/f_{n-s} . Como el valor de f_{n-us} es mayor en magnitud que f_{n-s} , la amplitud de oscilación de la masa *sprung* será muy pequeña. Como se puede ver de la

figura 4.8 cuando la razón de la frecuencia de excitación con la frecuencia natural del sistema es alta, la razón de transmisibilidad, la cual es la razón de la salida con la entrada a un sistema vibratorio, es muy baja. Así, un excelente aislamiento de la vibración para la masa *sprung* (por ejemplo, el cuerpo del vehículo) es alcanzado en este caso.

Figura 4.8 Razón de transmisibilidad como función de la razón de frecuencias para un sistema de un grado de libertad.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Cuando el vehículo viaja sobre una superficie ondulada, la excitación normalmente consistirá de un amplio rango de frecuencias. Como se puede ver de la figura 4.8 las entradas de alta frecuencia se pueden aislar efectivamente a través de la suspensión porque la frecuencia natural de la masa *sprung* es baja. Las excitaciones de baja frecuencia se pueden transmitir al cuerpo del vehículo sin mayor obstáculo, o incluso amplificadas, por lo que

la razón de transmisibilidad es alta cuando la frecuencia de excitación es cercana a la frecuencia natural de la masa *sprung*.

Si el perfil de la carretera es sinusoidal, entonces las respuestas de las masas *sprung* y *unsprung* se pueden determinar usando los métodos clásicos en el análisis de vibraciones. Para el sistema de dos grados de libertad mostrado en la figura 4.6 despreciando el amortiguador de la llanta, la razón de la amplitud de la vibración de la masa *sprung* Z_1 con la amplitud del perfil de la superficie Z_0 se puede expresar como:

$$\frac{Z_1}{Z_0} = \frac{\sqrt{A_2}}{\sqrt{B_2 + C_2}} \quad (4.17)$$

donde

$$\begin{aligned} A_2 &= (k_s k_{tr})^2 + (c_{sh} k_{tr} \omega)^2 \\ B_2 &= [(k_s - m_s \omega^2)(k_{tr} - m_{us} \omega^2) - m_s k_s \omega^2]^2 \\ C_2 &= (c_{sh} \omega)^2 [m_s \omega^2 + m_{us} \omega^2 - k_{tr}]^2 \end{aligned}$$

La razón de la amplitud de la vibración de la masa *unsprung* Z_2 con la amplitud del perfil de la superficie Z_0 esta dada por:

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{\sqrt{A_3}}{\sqrt{B_2 + C_2}} \quad (4.18)$$

donde $A_3 = [k_{tr}(k_s - m_s \omega^2)]^2 + (c_{sh} k_{tr} \omega)^2$.

En las ecuaciones anteriores, ω es la frecuencia de excitación, la cual es igual a $2\pi V/l_w$, donde V es la velocidad del vehículo y l_w es la longitud de onda del perfil de la carretera.

Si el amortiguador de la suspensión es despreciado (en este caso, $c_{sh} = 0$), entonces las expresiones para las respuestas de las masas *sprung* y *unsprung*, a la excitación del perfil sinusoidal de la carretera se simplifican, y se obtienen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\frac{Z_1}{Z_0} &= \frac{k_s k_{tr}}{(k_s - m_s \omega^2)(k_{tr} - m_{us} \omega^2) - m_s k_s \omega^2} \\ &= \frac{k_s k_{tr}}{m_s m_{us} (\omega_{n1}^2 - \omega^2)(\omega_{n2}^2 - \omega^2)}\end{aligned}\quad (4.19)$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{k_{tr} (k_s - m_s \omega^2)}{m_s m_{us} (\omega_{n1}^2 - \omega^2)(\omega_{n2}^2 - \omega^2)} \quad (4.20)$$

donde ω_{n1} y ω_{n2} son las frecuencias naturales no amortiguadas del sistema.

Se debe notar que cuando la frecuencia de excitación ω coincide con una de las frecuencias naturales, se entrara en un estado de resonancia. La resonancia de la masa *unsprung* (llanta/acople al eje) es usualmente referida como la resonancia por “salto de llanta”.

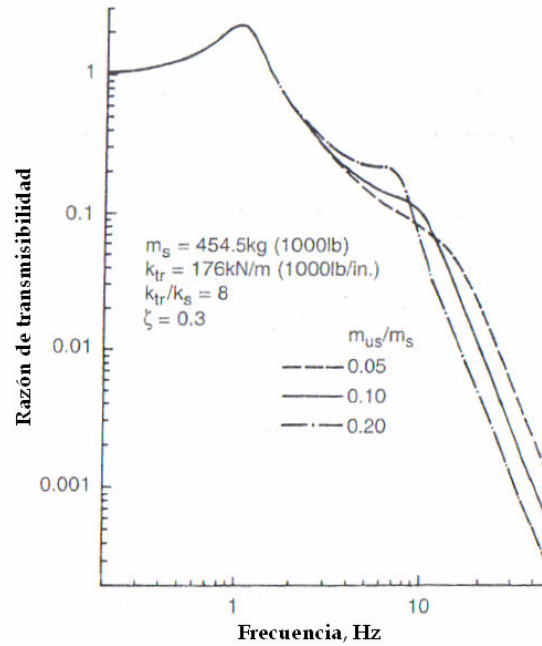
En la evaluación del desempeño global del sistema de suspensión, los siguientes tres aspectos de deben considerar.

1. **Aislamiento de vibración.** Este se puede evaluar mediante la respuesta de la masa *sprung* (salida) a la excitación del terreno (entrada). Usualmente, la razón de transmisibilidad (o función de transferencia) se puede usar como una base para determinar las características de aislamiento de vibración de un sistema de suspensión lineal.

La figura 4.9 muestra el efecto del cociente de las masas *unsprung* y *sprung* m_{us}/m_s en la razón de transmisibilidad de un sistema de dos grados de libertad, con $m_s = 454.5$ kg (1000 lb), $k_{tr} = 176$ kN/m (1000 lb/in), $k_{tr}/k_s = 8$, y un coeficiente de amortiguación $\zeta = 0.3$. Se puede ver que en el rango de frecuencias inferiores a la frecuencia natural de la masa *sprung* (alrededor de 1 Hz), la masa de las partes del conjunto llanta/acople tienen muy poco efecto en la vibración de la masa *sprung*. Cuando la frecuencia de excitación es cercana a la frecuencia natural de la masa *unsprung* (alrededor de 10 Hz), a menor masa *unsprung*, se tendrá una menor razón de transmisibilidad, lo cual implica que con un mismo nivel de excitación, la vibración de la masa *sprung* es menor con una masa *unsprung* más ligera. Sin embargo, en el rango de frecuencias superiores a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, una masa *unsprung* más ligera llevará a una levemente mayor razón de transmisibilidad.

Basados en los resultados presentados anteriormente, se puede decir que mientras la masa *unsprung* tiene una pequeña influencia en la vibración de la masa *sprung* en el rango de baja frecuencia, una masa *unsprung* más ligera provee un mejor aislamiento de vibración en el rango medio de frecuencia. Pero existe una pequeña penalidad en el rango de frecuencias superiores a la frecuencia natural de la masa *unsprung*.

Figura 4.9 Razón de transmisibilidad como función de la frecuencia para la masa *sprung* de un modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de masas *unsprung* y *sprung*.

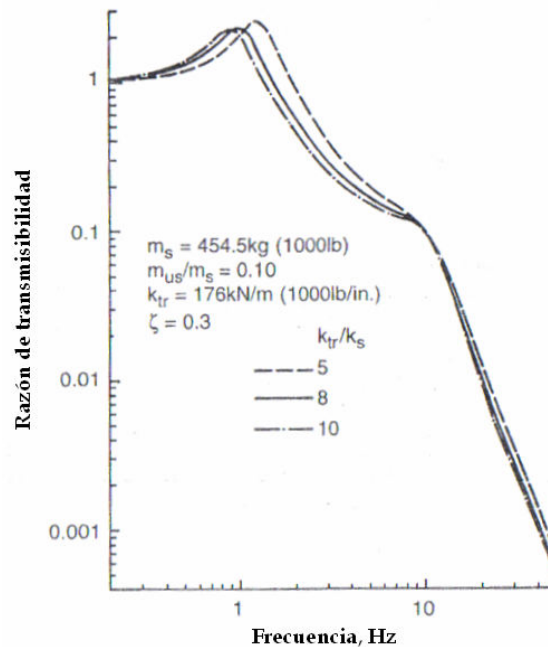


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La figura 4.10 muestra el efecto del cociente de la rigidez equivalente de la llanta k_{tr} con la rigidez del resorte de la suspensión k_s en la razón de transmisibilidad del sistema. Para una rigidez de la llanta dada, un cociente mayor de k_{tr}/k_s indica una rigidez menor del resorte de la suspensión. Se puede ver que en el rango de frecuencia inferior a la frecuencia natural de la masa *sprung*, a menor cociente de k_{tr}/k_s , se tendrá una menor razón de transmisibilidad. En el rango de frecuencias entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y la frecuencia natural de la masa *unsprung*, una suspensión menos rígida (o mayor cociente k_{tr}/k_s) provee mejor aislamiento de vibración. En el rango de frecuencia superior a la frecuencia natural de la masa

unsprung, la rigidez del resorte de la suspensión tiene un efecto relativamente insignificante en la vibración de la masa *sprung*, y la razón de transmisibilidad es más o menos independiente del cociente k_{tr}/k_s .

Figura 4.10 Razón de transmisibilidad como función de la frecuencia para la masa *sprung* de un modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de rigidez de la llanta y la suspensión.

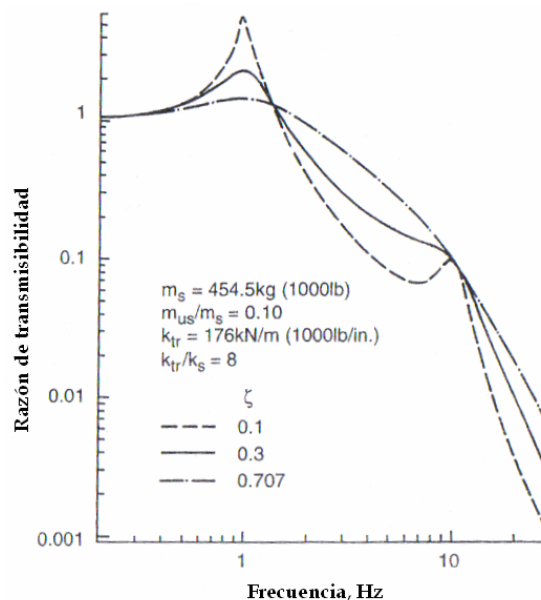


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en los resultados presentados anteriormente, se puede ver que un resorte de la suspensión más suave provee un aislamiento mejor de la vibración en el rango de frecuencias medias y altas, aunque existe alguna penalidad en el rango de frecuencia inferior a la frecuencia natural de la masa *sprung*.

La figura 4.11 muestra el efecto del coeficiente de amortiguación ζ en la razón de transmisibilidad en el sistema. Se puede ver que en el rango de frecuencia cercano a la frecuencia natural de la masa *sprung*, a mayor coeficiente de amortiguación se tiene una menor razón de transmisibilidad. En el rango de frecuencia entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y la frecuencia natural de la masa *unsprung*, a menor coeficiente de amortiguación menor razón de transmisibilidad. En una frecuencia cercana a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, el coeficiente de amortiguación tiene un ligero efecto en la respuesta de la masa *sprung*. Sin embargo, en el rango de frecuencia superior a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, a menor coeficiente de amortiguación menor razón de transmisibilidad.

Figura 4.11 Razón de transmisibilidad como función de la frecuencia para la masa *sprung* de un modelo de un cuarto de automóvil con diferentes coeficientes de amortiguación.



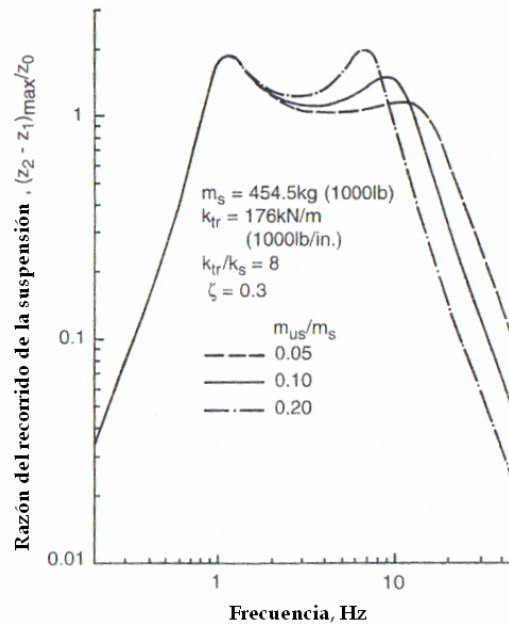
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en los resultados presentados anteriormente se puede ver que para ofrecer un buen aislamiento de vibración en el rango de frecuencia cercano a la frecuencia natural de la masa *sprung*, se requiere un alto coeficiente de amortiguación. Sin embargo, en el rango de frecuencias medio y alto, un bajo coeficiente de amortiguación se prefiere.

2. **Recorrido de la suspensión.** Este es medido por la deformación del resorte de la suspensión o por el desplazamiento relativo entre las masas *unsprung* y *sprung* ($z_2 - z_1$). Este define el espacio requerido para acomodar el movimiento del resorte de la suspensión entre la amplitud del tope y la parada del rebote, comúnmente conocida como el espacio de traqueteo.

La figura 4.12 muestra el efecto del cociente de la masa *unsprung* y la masa *sprung* m_{us}/m_s en la razón del recorrido de la suspensión del sistema, la cual está definida como la razón del máximo desplazamiento relativo entre la masa *unsprung* y la masa *sprung* $(z_2 - z_1)_{max}$ con la amplitud del perfil sinusoidal de la carretera Z_0 . Se puede ver que para una amplitud del perfil de la superficie Z_0 dada en el rango de frecuencia menor a la frecuencia natural de la masa *sprung*, el cociente de las masas m_{us}/m_s tiene un ligero efecto en el recorrido de la suspensión. En el rango de frecuencias entre las frecuencias naturales de las masas *sprung* y *unsprung*, el incremento en el cociente de las masas causa un incremento en el recorrido de la suspensión. Sin embargo, en el rango de frecuencias superiores a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, a mayor cociente de masas menor distancia recorre la suspensión.

Figura 4.12 Razón del recorrido de la suspensión como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de masas *unsprung* y *sprung*.



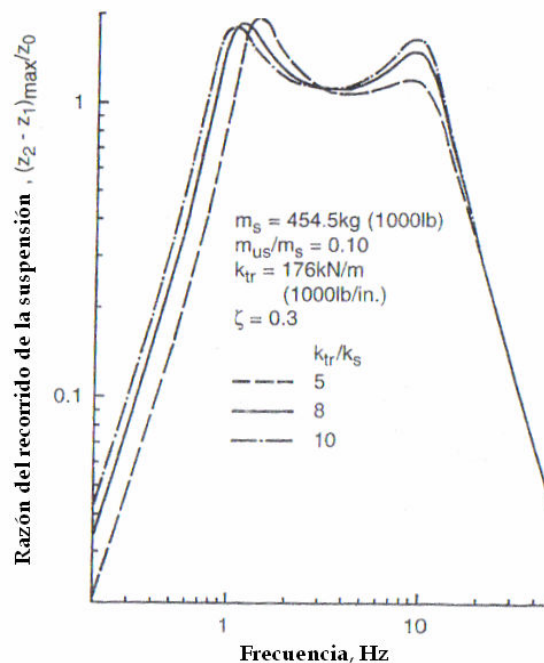
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en los resultados mostrados anteriormente, se puede decir que la masa *unsprung* tiene un ligero efecto en el recorrido de la suspensión en el rango de baja frecuencia, una masa *unsprung* más ligera reduce el recorrido de la suspensión en el rango medio de frecuencias. Sin embargo, hay una penalidad en el rango de frecuencia superior a la frecuencia natural de la masa *unsprung*.

La figura 4.13 muestra el efecto del cociente de la rigidez equivalente de la llanta k_{tr} con la rigidez del resorte de la suspensión k_s en el recorrido de la suspensión. Se puede ver que en el rango de frecuencia inferior a la frecuencia natural de la masa *sprung*, una suspensión

menos rígida logra un mayor recorrido de la suspensión. En el rango de frecuencia superior a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, la rigidez del resorte de la suspensión tiene un ligero efecto en el recorrido de la suspensión. En el rango medio de frecuencia entre las frecuencias naturales de la masa *unsprung* y la masa *sprung*, el recorrido de la suspensión inicialmente es menor con un resorte menos rígido y luego es mayor cuando se acerca a la frecuencia natural de la masa *unsprung*. La frecuencia en la cual se hace el cambio es llamada la frecuencia de cruce (*crossover frequency*) y es aproximadamente 3 Hz para el sistema examinado.

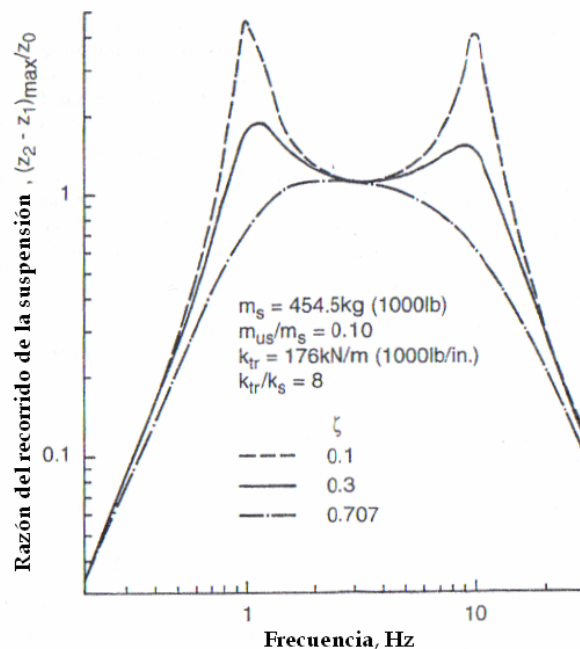
Figura 4.13 Razón del recorrido de la suspensión como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de rigidez de la llanta y la suspensión.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en los resultados mostrados anteriormente, se puede decir que en el rango de bajas frecuencias, un resorte de suspensión menos rígido usualmente conlleva a un mayor recorrido de la suspensión. En el rango de altas frecuencias, el resorte de suspensión tiene un efecto mínimo en el recorrido de la suspensión. En el rango de frecuencias medias, entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y la frecuencia de cruce (por ejemplo, de 1 a 3 Hz para el sistema examinado), un resorte de suspensión menos rígido causa un menor recorrido de la suspensión. En el rango de frecuencias entre la frecuencia de cruce a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, un resorte de suspensión menos rígido lleva a un mayor recorrido de la suspensión.

Figura 4.14 Razón del recorrido de la suspensión como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes coeficientes de amortiguación.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

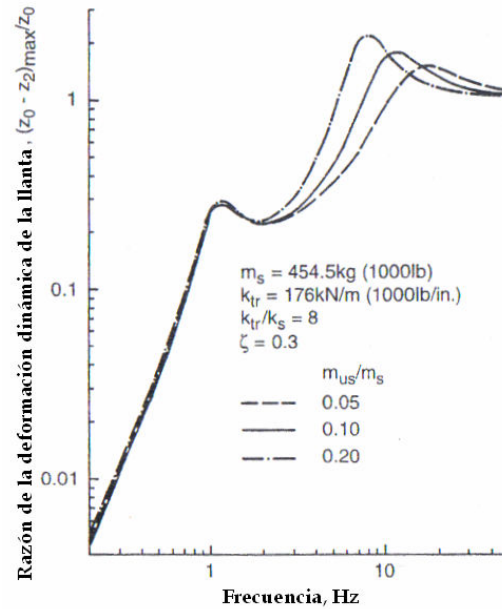
La figura 4.14 muestra el efecto del coeficiente de amortiguación ζ en el recorrido de la suspensión. Es interesante notar que en los rangos de frecuencia inferior a la frecuencia natural de la masa *sprung* y superior a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, entre mayor sea el coeficiente de amortiguación menor será el recorrido de la suspensión. Esto indica que para reducir el recorrido de la suspensión, se requiere un coeficiente de amortiguación elevado.

3. **Adherencia a la carretera.** Cuando el sistema vehicular vibra, la fuerza normal que actúa entre la llanta y la carretera, fluctúa. Como la fuerza de curqueo, el esfuerzo de tracción y el esfuerzo de frenado desarrollados por la llanta están relacionados con su carga normal, la vibración de la llanta afecta la capacidad de adherencia a la carretera, la maniobrabilidad y el desempeño del vehículo. La fuerza normal entre la llanta y la carretera durante la vibración se puede representar por la deformación dinámica de la llanta o por el desplazamiento relativo de la masa *unsprung* con la superficie de la carretera.

La figura 4.15 muestra el efecto del cociente de las masas *unsprung* y *sprung* m_{us}/m_s en la razón de la deformación dinámica de la llanta, la cual es la razón del desplazamiento máximo entre la masa *unsprung* y la superficie de la carretera $(z_0 - z_2)_{\max}$ con la amplitud del perfil sinusoidal de la carretera Z_0 . Se puede ver que en el rango de frecuencia inferior a la frecuencia natural de la masa *sprung*, el cociente m_{us}/m_s tiene un ligero efecto en la deformación dinámica de la llanta (o adherencia a la carretera). En el rango medio de frecuencia, entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y la frecuencia natural de la masa *unsprung*, una masa *unsprung* más ligera causa una menor

deformación dinámica de la llanta. En el rango de frecuencia superior a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, la masa *unsprung* tiene un efecto relativamente insignificante en la deformación dinámica de la llanta. Se debe notar que si durante la vibración, el desplazamiento relativo entre la masa *unsprung* y la superficie de la carretera es tal que permite que la deformación estática de la llanta se recupere totalmente, la fuerza normal entre la llanta y la carretera se reduce a cero o la llanta esta en el umbral de rebotar fuera del terreno. Esta es una situación no deseada, por que si la llanta pierde el contacto con el terreno, la capacidad de adherencia del vehículo se ve gravemente afectada. Para el sistema mostrado en la figura 4.15, con una masa *sprung* de 454.4 kg (1000 lb) y un cociente de masas $m_{us}/m_s = 0.2$, una deformación estática de la llanta de aproximadamente 3 cm (5.345 kN/176 kN/m) o 1.2 in. Si el vehículo viaja sobre un perfil sinusoidal de carretera a una velocidad apropiada que genere una frecuencia de excitación cercana a la frecuencia natural de la masa *unsprung* (por ejemplo, $f = V/l_w = f_{n-us} = 8$ Hz, donde V es la velocidad del vehículo, l_w es la longitud de onda del perfil de la carretera) entonces de la ecuación 4.15, la razón de la deformación dinámica máxima de la llanta con la amplitud del perfil de la carretera es aproximadamente 2. Esto indica que si la amplitud del perfil de la carretera es 1.5 cm (0.6 in), la deformación dinámica máxima de la llanta será 3 cm (1.2 in). Como la deformación estática de la llanta es 3 cm (1.2 in), esto implica que bajo estas circunstancias, la llanta perderá contacto con el terreno durante parte del ciclo de la vibración.

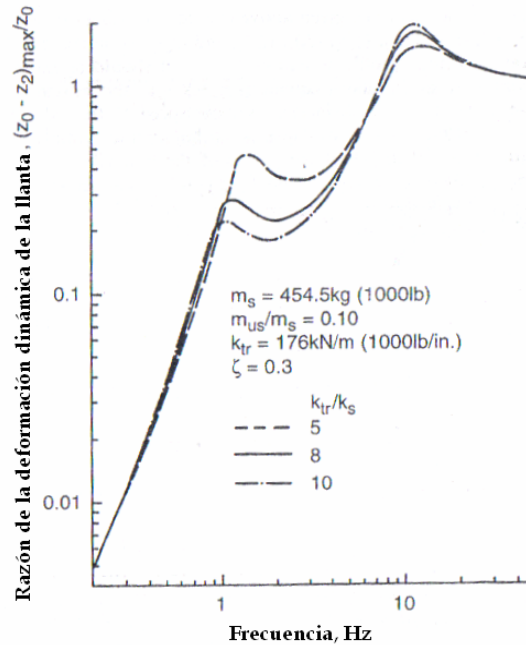
Figura 4.15 Razón de la deformación dinámica de la llanta como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de masas *unsprung* y *sprung*.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La figura 4.16 muestra el efecto de la razón del cociente de la rigidez equivalente de la llanta k_{tr} con la rigidez del resorte de la suspensión k_s en la razón de la deformación dinámica de la llanta. En el rango de frecuencias medias entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y la frecuencia de cruce (por ejemplo, 1 - 6 Hz para el sistema mostrado), un resorte de la suspensión menos rígido lleva a una baja deformación dinámica de llanta. Sin embargo, en el rango de frecuencias cercanas a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, un resorte de la suspensión más rígido lleva a una baja deformación dinámica de la llanta y por ende mejor capacidad de adherencia a la carretera.

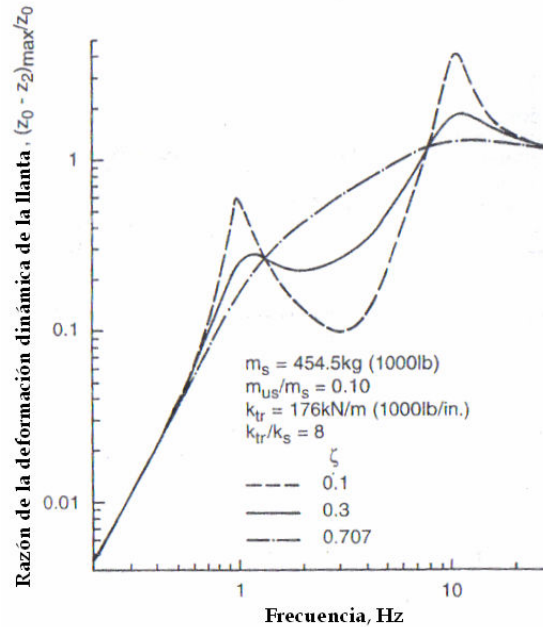
Figura 4.16 Razón de la deformación dinámica de la llanta como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes cocientes de rigidez de la llanta y la suspensión.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en los resultados mostrados anteriormente, se puede decir que un resorte de suspensión menos rígido generalmente provee un mejor aislamiento global de la vibración. Sin embargo, para alcanzar una mejor capacidad de adherencia a la carretera a una frecuencia de excitación cercana a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, se prefiere un resorte de la suspensión más rígido. Este es el motivo por el cual los resortes de las suspensiones de vehículos deportivos son usualmente más rígidos que para los vehículos ordinarios. En consecuencia, la frecuencia natural de la masa *sprung* para vehículos deportivos (hasta 2 o 2.5 Hz) es superior que la de los vehículos ordinarios de pasajeros (usualmente en el rango de 1 a 1.5 Hz).

Figura 4.17 Razón de la deformación dinámica de la llanta como función de la frecuencia para modelo de un cuarto de automóvil con diferentes coeficientes de amortiguación.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La figura 4.17 muestra el efecto del coeficiente de amortiguación en la razón de la deformación dinámica de la llanta. Se puede ver que para mantener una buena capacidad de adherencia a la carretera en el rango de frecuencias inferiores a la frecuencia natural de la masa *sprung* o cercanas a la frecuencia natural de la masa *unsprung*, se requiere un coeficiente de amortiguación elevado. Sin embargo, en el rango de frecuencias entre la frecuencia natural de la masa *sprung* y de la masa *unsprung* se prefiere un coeficiente de amortiguación bajo.

Métodos numéricos para determinar la respuesta del modelo de un cuarto de automóvil a la excitación con perfil de superficie irregular. En la práctica, el perfil de la carretera es generalmente irregular y raramente sinusoidal. Para determinar la respuesta del sistema de dos grados de libertad mostrado en la figura 4.6 a la excitación con varios perfiles de superficies irregulares, se usan métodos numéricos.

Como se nota anteriormente, en la figura 4.6, z_0 describe la elevación del perfil de la superficie y $\dot{z}_0$ representa la velocidad vertical de la llanta en el punto de contacto de la llanta con el suelo y se expresa así,

$$\dot{z}_0 = V \frac{dz_0}{dx} \quad (4.21)$$

donde V es la velocidad de avance del vehículo y dz_0/dx es la pendiente del perfil de la superficie.

Cuando el vehículo esta viajando a velocidad constante, z_0 y $\dot{z}_0$ se pueden considerar como funciones del tiempo y son conocidas para un perfil de carretera dado. Las respuestas de la masa *sprung* y la masa *unsprung*, $z_1, \dot{z}_1, \ddot{z}_1, z_2, \dot{z}_2$ y $\ddot{z}_2$, para las diferentes posiciones (o estaciones, como se muestra en la figura 4.6) se pueden obtener utilizando el siguiente procedimiento numérico basado en las series de Taylor¹³⁶.

Si, en el punto inicial (estación 1 mostrada en la figura 4.6), $(z_0)_1$ y $(\dot{z}_0)_1$ son cero, entonces $(z_1)_1 = (\dot{z}_1)_1 = (\ddot{z}_1)_1 = (z_2)_1 = (\dot{z}_2)_1 = (\ddot{z}_2)_1 = 0$ (los subíndices externos al paréntesis indican el número de la estación).

¹³⁶ R.K. Vierck, Vibration Analysis, 2nd ed. New York: Harper and Row, 1979.

En la estación 2,

$$(z_1)_2 = (\dot{z}_1)_2 \Delta t / 3 = (\ddot{z}_1)_2 (\Delta t)^2 / 6 \quad (4.22)$$

$$(\dot{z}_1)_2 = (\ddot{z}_1)_2 \Delta t / 2 \quad (4.23)$$

$$(z_2)_2 = (\dot{z}_2)_2 \Delta t / 3 = (\ddot{z}_2)_2 (\Delta t)^2 / 6 \quad (4.24)$$

$$(\dot{z}_2)_2 = (\ddot{z}_2)_2 \Delta t / 2 \quad (4.25)$$

De las ecuaciones 4.1 y 4.2, y despreciando el amortiguador de la llanta c_t ,

$$m_s (\ddot{z}_1)_2 = c_{sh} [(\dot{z}_2)_2 - (\dot{z}_1)_2] + k_s [(z_2)_2 - (z_1)_2] \quad (4.26)$$

$$m_{us} (\ddot{z}_2)_2 = c_{sh} [(\dot{z}_1)_2 - (\dot{z}_2)_2] + k_s [(z_1)_2 - (z_2)_2] + k_{tr} [(z_0)_2 - (z_2)_2] \quad (4.27)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.22, 4.23, 4.24 y 4.25 en las dos ecuaciones anteriores y resolviéndolas simultáneamente, se obtiene:

$$(\ddot{z}_1)_2 = \frac{k_{tr} (z_0)_2 A_4}{B_4 C_4 - A_4^2}$$

$$(\ddot{z}_2)_2 = \frac{(\ddot{z}_1)_2 B_4}{A_4}$$

donde

$$A_4 = [c_{sh} \Delta t / 2 + k_s (\Delta t)^2 / 6]$$

$$B_4 = [m_s + c_s \Delta t / 2 + k_s (\Delta t)^2 / 6]$$

$$C_4 = [m_{us} + c_{sh} \Delta t / 2 + (k_s + k_{tr}) (\Delta t)^2 / 6]^2$$

El sistema de ecuaciones dado anteriormente permite calcular los parámetros en la estación 2, $(z_1)_2$, $(\dot{z}_1)_2$, $(\ddot{z}_1)_2$, $(z_2)_2$, $(\dot{z}_2)_2$ y $(\ddot{z}_2)_2$, para una elevación del perfil de la carretera dada en la estación 2, $(z_0)_2$. Se debe notar que el incremento en el tiempo Δt en las ecuaciones anteriores es tomado como el

incremento en la distancia Δx (figura 4.6) dividido en la velocidad del vehículo V , lo cual es, $\Delta t = \Delta x/V$. La selección del valor de Δt depende de la precisión requerida. En términos generales, Δt debe ser menor que el 5% del periodo de la vibración libre de la masa *unsprung* τ_{us} , donde $\tau_{us} = 1/f_{n-us}$ y f_{n-us} es la frecuencia natural no amortiguada de la masa *unsprung*.

En todas las subsecuentes estaciones i (≥ 3) se tiene,

$$(z_1)_i = (\ddot{z}_1)_{i-1}(\Delta t)^2 + 2(z_1)_{i-1} - (z_1)_{i-2} \quad (4.28)$$

$$(\dot{z}_1)_i = [3(z_1)_i - 4(z_1)_{i-1} + (z_1)_{i-2}]/2\Delta t \quad (4.29)$$

$$(\ddot{z}_1)_i = \{c_{sh}[(\dot{z}_2)_i - (\dot{z}_1)_i] + k_s[(z_2)_i - (z_1)_i]\}/m_s \quad (4.30)$$

$$(z_2)_i = (\ddot{z}_2)_{i-1}(\Delta t)^2 + 2(z_2)_{i-1} - (z_2)_{i-2} \quad (4.31)$$

$$(\dot{z}_2)_i = [3(z_2)_i - 4(z_2)_{i-1} + (z_2)_{i-2}]/2\Delta t \quad (4.32)$$

$$(\ddot{z}_2)_i = \{k_{tr}[(z_0)_i - (z_2)_i] - c_{sh}[(\dot{z}_2)_i - (\dot{z}_1)_i] - k_s[(z_2)_i - (z_1)_i]\}/m_{us} \quad (4.33)$$

Como un ejemplo, la figura 4.18(a) muestra la respuesta de aceleración de la masa *sprung* del modelo de un cuarto de automóvil viajando sobre una carretera con superficie irregular mostrada en la figura 4.18(b) a una velocidad de 80 km/h (50 mph), obtenida usando el procedimiento numérico descrito anteriormente. Los parámetros del modelo de un cuarto de automóvil usados en la simulación son $m_s = 454.5$ kg (1000 lb), $m_{us}/m_s = 0.10$, $k_{tr} = 176$ kN/m (1000 lb/in), $k_{tr}/k_s = 8$ y $\xi = 0.3$.

Modelo de vehículo con dos grados de libertad para análisis del giro y del rebote. Debido a la gran separación de las frecuencias naturales de la masa *sprung* y la masa *unsprung*, el movimiento lineal vertical (rebote) y el movimiento angular (giro) del cuerpo del vehículo, se puede considerar que existe casi independientemente del movimiento de las llantas. El rebote y el

giro del cuerpo del vehículo se pueden estudiar usando el modelo mostrado en la figura 4.7. En este modelo, se desprecia el amortiguador de la suspensión.

Aplicando la segunda ley de Newton y usando la posición de equilibrio estático como origen para el desplazamiento lineal del centro de gravedad z y el desplazamiento angular del cuerpo del vehículo θ , se pueden formular las ecuaciones de movimiento para el sistema.

Para vibración libre, la ecuación de movimiento para el rebote es:

$$m_s \ddot{z} + k_f(z - l_1\theta) + k_r(z + l_2\theta) = 0 \quad (4.34)$$

y la ecuación de movimiento para el giro es:

$$I_y \ddot{\theta} + m_s r_y^2 \ddot{\theta} - k_f l_1(z - l_1\theta) + k_r l_2(z + l_2\theta) = 0 \quad (4.35)$$

donde k_f es la rigidez del resorte delantero, k_r es la rigidez del resorte trasero y I_y y r_y son el momento de inercia de la masa y el radio de giro del cuerpo del vehículo sobre el eje y (figura 4.3), respectivamente.

Haciendo que:

$$D_1 = \frac{1}{m_s} (k_f + k_r)$$

$$D_2 = \frac{1}{m_s} (k_r l_2 - k_f l_1)$$

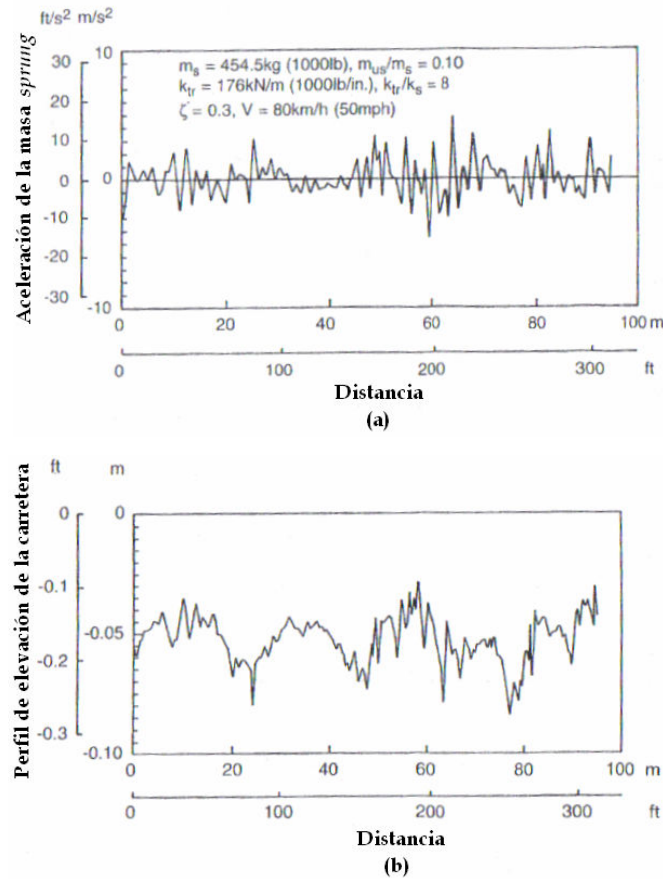
$$D_3 = \frac{1}{I_y} (k_f l_1^2 + k_r l_2^2) = \frac{1}{m_s r_y^2} (k_f l_1^2 + k_r l_2^2)$$

Las ecuaciones 4.34 y 4.35 se pueden reescribir de la siguiente manera,

$$\ddot{z} + D_1 z + D_2 \theta = 0 \quad (4.36)$$

$$\ddot{\theta} + D_3\theta + \frac{D_2}{r_y^2}z = 0 \quad (4.37)$$

Figura 4.18 Simulación de la vibración del modelo de un cuarto de automóvil sobre perfiles irregulares de carretera. (a) Aceleración de la masa *sprung*. (b) Perfil de elevación de la carretera.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Es evidente que D_2 es el coeficiente de acople para los movimientos de rebote y giro, y que estos movimientos se desacoplan cuando $k_{fl}l_1 = k_{rl}l_2$. Cuando $k_{fl}l_1 = k_{rl}l_2$ y una fuerza es aplicada en el centro de gravedad se induce solo movimiento de rebote, mientras que si se aplica un momento al cuerpo se

produce solo movimiento de giro. En este caso, las frecuencias naturales de los movimientos desacoplados de rebote y giro son:

$$\omega_{nz} = \sqrt{D_1} \quad (4.38)$$

$$\omega_{n\theta} = \sqrt{D_3} \quad (4.39)$$

Se ha encontrado que esto produciría un manejo muy pobre.

En general, los movimientos de giro y rebote están acoplados, y un impulso en las llantas delanteras o traseras excita ambos movimientos. Para obtener las frecuencias naturales para los movimientos acoplados de rebote y giro, se debe considerar la vibración libre del sistema (o los principales modos de vibración). Las soluciones para las ecuaciones de movimiento (por ejemplo, las ecuaciones 4.34 y 4.35) se pueden expresar de la siguiente forma:

$$z = Z \cos \omega_n t \quad (4.40)$$

$$\theta = \Theta \cos \omega_n t \quad (4.41)$$

donde ω_n es la frecuencia natural no amortiguada, y Z y Θ son las amplitudes del rebote y el giro, respectivamente.

Substituyendo las anteriores ecuaciones en las ecuaciones 4.36 y 4.37, se pueden obtener las siguientes ecuaciones de amplitudes:

$$(D_1 - \omega_n^2)Z + D_2\Theta = 0 \quad (4.42)$$

$$\left(\frac{D_2}{r_y^2} \right)Z + (D_3 - \omega_n^2)\Theta = 0 \quad (4.43)$$

De una manera similar a la descrita en la Sección 4.2.1, se puede obtener la ecuación característica para el sistema:

$$\omega_n^4 - (D_1 + D_3)\omega_n^2 + \left(D_1 D_3 - \frac{D_2^2}{r_y^2}\right) = 0 \quad (4.44)$$

De la ecuación 4.44, se pueden obtener dos frecuencias naturales no amortiguadas ω_{n1} y ω_{n2} :

$$\omega_{n1}^2 = \frac{1}{2}(D_1 + D_3) - \sqrt{\frac{1}{4}(D_1 - D_3)^2 + \frac{D_2^2}{r_y^2}} \quad (4.45)$$

$$\omega_{n2}^2 = \frac{1}{2}(D_1 + D_3) + \sqrt{\frac{1}{4}(D_1 - D_3)^2 + \frac{D_2^2}{r_y^2}} \quad (4.46)$$

De las ecuaciones 4.42 y 4.43, los cocientes de las amplitudes de oscilación para el rebote y el giro en las frecuencias naturales ω_{n1} y ω_{n2} se pueden determinar.

Para ω_{n1} ,

$$\left. \frac{Z}{\Theta} \right|_{\omega_{n1}} = \frac{D_2}{\omega_{n1}^2 - D_1} \quad (4.47)$$

y para ω_{n2} ,

$$\left. \frac{Z}{\Theta} \right|_{\omega_{n2}} = \frac{D_2}{\omega_{n2}^2 - D_1} \quad (4.48)$$

Se puede ver que los dos cocientes de las amplitudes tendrán signos opuestos.

Se hace necesario introducir el concepto de centro de oscilación, para que más adelante se pueda ilustrar los modos característicos de oscilación de rebote y de giro. La localización del centro de oscilación es denotado por l_0 medido

desde el centro de gravedad, y se puede determinar de los cocientes de las amplitudes. Así, un centro es asociado con ω_{n1} y otro con ω_{n2} .

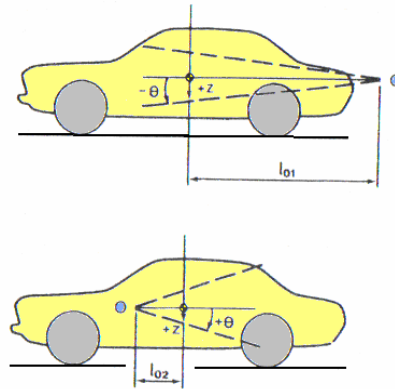
Para ω_{n1} ,

$$l_{01} = \frac{D_2}{\omega_{n1}^2 - D_1} \quad (4.49)$$

y para ω_{n2} ,

$$l_{02} = \frac{D_2}{\omega_{n2}^2 - D_1} \quad (4.50)$$

Figura 4.19 Centros de oscilación para el rebote y el giro de la masa *sprung*.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Cuando el valor del cociente de amplitudes es negativo, el centro de oscilación se localizará a la derecha del centro de gravedad del cuerpo del vehículo, en concordancia con la convención de signos para z y θ mostrados en la figura 4.19. Por otro lado, cuando el valor del cociente de amplitudes es positivo, el centro de oscilación se localizará a la izquierda del centro de gravedad. En general, una interacción de la carretera en las llantas delanteras o traseras causará un momento alrededor de cada centro de oscilación, y por lo tanto, excitará ambas oscilaciones (rebote y giro). En otras palabras, el

movimiento del cuerpo será la suma de las oscilaciones alrededor de los dos centros.

Usualmente el centro de oscilación que cae fuera de la base del vehículo es llamado el centro de rebote, y la frecuencia natural asociada con este es llamada frecuencia de rebote. Por otro lado, el centro de oscilación que cae dentro de la base del vehículo es llamado el centro de giro y la frecuencia natural asociada con este, es llamada frecuencia de giro.

Ejemplo 0.1 Determinar las frecuencias de giro y de rebote, y la localización de los centros de oscilación de un automóvil con los siguientes datos:

- Masa *sprung* $m_s = 2120$ kg (peso 4676 lb)
- Radio de giro $r_y = 1.33$ m (4.36 ft)
- Distancia entre eje delantero y centro de gravedad $l_1 = 1.267$ m (4.16 ft)
- Distancia entre eje trasero y centro de gravedad $l_2 = 1.548$ m (5.08 ft)
- Rigidez del resorte delantero $k_f = 35$ kN/m (2398 lb/ft)
- Rigidez del resorte trasero $k_r = 38$ kN/m (2604 lb/ft)

Solución. Las constantes D_1 , D_2 y D_3 deben ser calculadas primero,

$$D_1 = \frac{k_f + k_r}{m_s} = \frac{35000 + 38000}{2120} = 34.34 \text{ s}^{-2}$$

$$D_2 = \frac{k_r l_2 - k_f l_1}{m_s} = \frac{38000 \times 1.548 - 35000 \times 1.267}{2120} = 6.83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$D_3 = \frac{k_f l_1^2 + k_r l_2^2}{m_s r_y^2} = \frac{35000 \times 1.267^2 + 38000 \times 1.548^2}{2120 \times 1.33^2} = 39.26 \text{ s}^{-2}$$

$$\left(\frac{D_2}{r_y}\right)^2 = 26.37 \text{ s}^{-4}$$

$$D_3 + D_1 = 73.69 \text{ s}^{-2}$$

$$D_3 - D_1 = 4.83 \text{ s}^{-2}$$

$$\begin{aligned}\omega_{n1}^2 &= \frac{1}{2}(D_1 + D_3) - \sqrt{\frac{1}{4}(D_1 - D_3)^2 + \frac{D_2^2}{r_y^2}} \\ &= 36.85 - \sqrt{5.83 + 26.37} = 31.17 \text{ s}^{-2}\end{aligned}$$

$$\omega_{n1} = 5.58 \text{ s}^{-1} \text{ o } f_{n1} = 0.89 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\omega_{n2}^2 &= \frac{1}{2}(D_1 + D_3) + \sqrt{\frac{1}{4}(D_1 - D_3)^2 + \frac{D_2^2}{r_y^2}} \\ &= 36.85 + \sqrt{5.83 + 26.37} = 42.52 \text{ s}^{-2}\end{aligned}$$

$$\omega_{n1} = 6.52 \text{ s}^{-1} \text{ o } f_{n1} = 1.04 \text{ Hz}$$

La localización de los centros de oscilación se puede determinar usando las ecuaciones 4.49 y 4.50

Para ω_{n1} ,

$$l_{01} = \frac{Z}{\Theta}\bigg|_{\omega_{n1}} = \frac{D_2}{\omega_{n1}^2 - D_1} = \frac{6.83}{31.17 - 34.43} = -2.09 \text{ m (82 in)}$$

y para ω_{n2} ,

$$l_{02} = \frac{Z}{\Theta}\bigg|_{\omega_{n2}} = \frac{D_2}{\omega_{n2}^2 - D_1} = \frac{6.83}{42.52 - 34.43} = +0.84 \text{ m (33 in)}$$

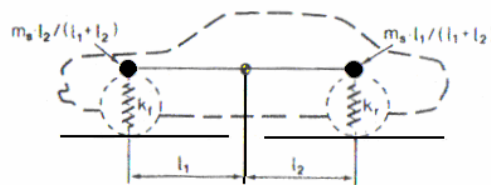
Esto indica que un centro de oscilación está situado a una distancia de 2.09 m (82 in) a la derecha del centro de gravedad, y el otro está localizado a una distancia de 0.84 m (33 in) a la izquierda del centro de gravedad, como se muestra en la figura 4.19.

La mayoría de los automóviles para pasajeros tiene la frecuencia natural de rebote en el rango de 1.0 – 1.5 Hz, y la frecuencia natural de giro es ligeramente mayor que la de rebote. Para automóviles con sistemas de suspensión delantera y trasera acoplados, la frecuencia natural de giro puede ser menor que la de rebote. En vuelco, la frecuencia natural es usualmente mayor que las de rebote y giro principalmente debido al efecto de las barras antivuelco. La frecuencia natural de vuelco generalmente varía en el rango de 1.5 – 2.0 Hz para automóviles.

La localización de los centros de oscilación tiene un significado práctico en el comportamiento del manejo. Un caso de interés es el que ocurre cuando los movimientos de rebote y de giro están desacoplados ($k_f l_1 = k_r l_2$). En este caso, un centro de oscilación estará en el centro de gravedad y el otro estará a una distancia infinita del centro de gravedad. El otro caso de interés es cuando $r_y^2 = l_1 l_2$. En este caso, un centro de oscilación estará localizado en el punto de unión del resorte (o su equivalente) delantero del cuerpo del vehículo, y el otro en el punto de unión del resorte trasero con el cuerpo. Esto se puede verificar haciendo que $l_{01} = l_2$ y $l_{02} = l_1$ en las ecuaciones 4.49 y 4.50, respectivamente. También se debe notar que bajo estas circunstancias, el modelo de dos grados de libertad para giro y rebote mostrado en la figura 4.7 puede ser representado por un sistema dinámicamente equivalente con dos masas concentradas en los puntos de unión de los resortes (o sus equivalentes) delanteros y traseros, como se muestra en la figura 4.20. La masa concentrada equivalente delantera será $m_s l_2 / (l_2 + l_1)$, y la trasera $m_s l_1 / (l_2 + l_1)$. El sistema equivalente es, de hecho, un sistema de dos grados de libertad con frecuencia natural $\omega_{nf} = \sqrt{k_f (l_1 + l_2) / m_s l_2}$ para la masa delantera y con frecuencia natural $\omega_{nr} = \sqrt{k_r (l_1 + l_2) / m_s l_1}$ para la masa trasera. Así, no

hay interacción entre las suspensiones delantera y trasera, y una perturbación en un lado (delantero o trasero) no causa movimiento en el otro. Esta es una condición deseable para un buen manejo. Para vehículos prácticos, esta condición no puede ser satisfecha. En la actualidad, la relación de r_y^2/l_1l_2 varía aproximadamente de 0.8 para automóviles deportivos, 0.9 – 1.0 para automóviles convencionales para pasajeros, hasta 1.2 y más para algunos vehículos FWD de tracción en todas las llantas (*front wheel drive*).

Figura 4.20 Sistema equivalente con dos masas concentradas para el cuerpo del vehículo.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

En consideración con las frecuencias naturales de los extremos delantero y trasero, se debe notar que la excitación de la carretera al vehículo en movimiento afectará primero a las llantas delanteras y después a las llantas traseras. En consecuencia, hay un tiempo de retraso entre la excitación delantera y la trasera; como resultado se produce un movimiento de giro del cuerpo del vehículo. Para minimizar el movimiento de giro, la rigidez del resorte equivalente y la frecuencia natural delantera debe ser ligeramente menor que la trasera. En otras palabras, el periodo para el extremo delantero ($2\pi/\omega_{nf}$) debe ser mayor que el del extremo trasero ($2\pi/\omega_{nr}$). Esto asegura que los dos extremos del vehículo se muevan en fase (por ejemplo, el cuerpo del vehículo está meramente rebotando) en un corto tiempo luego de que el extremo delantero es excitado. Desde el punto de vista del confort de manejo

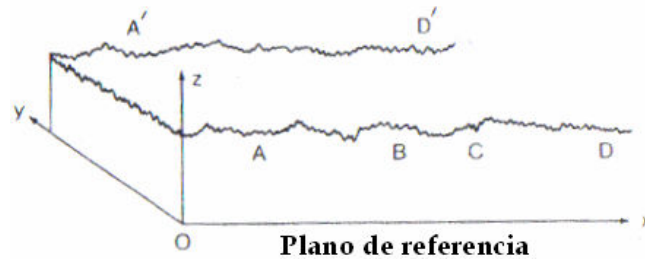
del pasajero, el giro es más molesto que el rebote. La relación deseable para la frecuencia natural del extremo delantero con la frecuencia natural del extremo trasero depende de la longitud de la base del vehículo, la velocidad promedio de avance y la longitud de onda del perfil de la carretera.

INTRODUCCIÓN A LA VIBRACIÓN ALEATORIA

Elevación del perfil de la superficie como función aleatoria. En los primeros intentos para la investigación de las características de manejo del vehículo, para simular la excitación del terreno se usan entradas de forma de ondas sinusoidales, funciones escalón, u ondas triangulares. Estas entradas pueden proveer un punto base de comparación en la evaluación de varios diseños, pero no pueden servir como un punto base valido para estudiar el comportamiento real de manejo de los vehículos puesto que los perfiles de la superficie raramente se encuentran en estas formas. Luego, se ha encontrado que los perfiles del terreno deben ser descritos de una manera más realística como funciones aleatorias, como se muestra en la figura 4.21. La característica de una función aleatoria es que su valor instantáneo no se puede predecir de una manera determinística. Por ejemplo, la elevación del perfil de la superficie z sobre un plano de referencia en cualquier punto particular, como A , no es predecible como función de la distancia x entre el punto en cuestión y el origen mostrado en la figura 4.21 si el perfil de la superficie es verdaderamente aleatorio en todo el sentido de la palabra. Sin embargo, ciertas propiedades de las funciones aleatorias se pueden describir estadísticamente. Por ejemplo, el promedio o el valor cuadrático medio (*mean square value 'rms'*) de una función aleatoria se puede determinar haciendo

promedios, y el contenido de frecuencia de la función se puede establecer por métodos basados en la transformada de Fourier.

Figura 4.21 Elevación del perfil de la superficie como función aleatoria.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Hay ciertos conceptos de las funciones aleatorias que son de importancia práctica. Refiriéndose al perfil de la superficie mostrado en la figura 4.21, si las propiedades estadísticas de la porción de la carretera entre A y B son iguales a las de cualquier otra porción, como C y D , entonces en términos prácticos, la función aleatoria que representa el perfil de la superficie es estacionaria. Esto significa que bajo estas circunstancias, las propiedades estadísticas del perfil de la superficie derivados de una porción de la carretera se pueden usar para definir las propiedades de toda la sección de la superficie de la carretera. Si las propiedades estadísticas del perfil de la superficie en un plano como AD son las mismas que aquellas de cualquier plano paralelo como $A'D'$, entonces en términos prácticos, la función aleatoria que representa el perfil de la superficie es ergódica. Así, si la función aleatoria es estacionaria y ergódica, el análisis se simplificará de gran manera.

La composición de frecuencia de una función aleatoria es de gran importancia; esta puede ser establecida por métodos basados en la transformada de Fourier. Por ejemplo, después de obtener el perfil de la

superficie mostrado en la figura 4.21, se puede hacer un análisis de frecuencia para hacer una estimación de las amplitudes de varias longitudes de onda presentes¹³⁷. La amplitud se puede después dibujar contra la longitud de onda, como se muestra en la figura 4.22. En muchos casos, raramente hay longitudes de onda distintas; entonces, se puede determinar un valor promedio para la amplitud sobre cierta banda de ondas. Bajo estas circunstancias, la relación entre la amplitud y la longitud de onda se puede linealizar, y la amplitud se puede expresar como una función continua de longitudes de onda, como se muestra la línea punteada en la figura 4.22.

En vibraciones aleatorias, el valor cuadrático medio de la amplitud (no el valor de la amplitud) es de vital interés ya que esta asociado con la energía promedio. Para un componente armónico $z_n(x)$ con amplitud Z_n y longitud de onda l_{wn} , se puede expresar como:

$$z_n(x) = Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_{wn}}\right) = Z_n \sin \Omega_n x$$

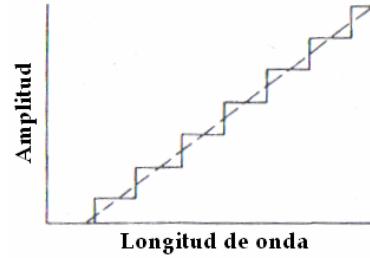
donde $\Omega_n = 2 \pi / l_{wn}$ es la frecuencia espacial del componente armónico expresado en rad/m (rad/ft).

El valor cuadrático medio del componente $\overline{z_n^2}$ es:

$$\begin{aligned} \overline{z_n^2} &= \frac{1}{l_{wn}} \int_0^{l_{wn}} \left[Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_{wn}}\right) \right]^2 dx \\ &= \frac{Z_n^2}{2} \end{aligned} \tag{4.51}$$

¹³⁷ **M.A. Macaulay**, "Measurement of Road Surfaces", in G.H. Tidbury, Ed., *Advances in Automobile Engineering, Part I*. Oxford, England: Pergamon Press, 1963.

Figura 4.22 Relación entre la amplitud y la longitud de onda del perfil de una superficie.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

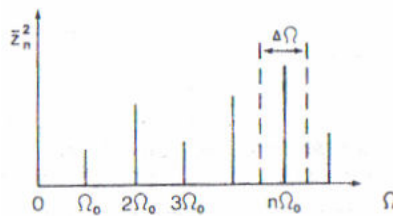
Para una función que contenga un número discreto de frecuencias, el contenido de sus frecuencias se puede expresar en términos de los valores cuadráticos medios de los componentes, y el resultado es un espectro discreto mostrado en la figura 4.23. En general, la contribución de cada media cuadrática en cada intervalo de frecuencia $\Delta\Omega$ es de gran interés. Haciendo que $S(n\Omega_0)$ sea la densidad de potencia espectral de los valores cuadráticos medios en el intervalo $\Delta\Omega$ a la frecuencia $n\Omega_0$, la siguiente relación se puede obtener:

$$S(n\Omega_0)\Delta\Omega = \frac{Z_n^2}{2} = \overline{z_n^2} \quad (4.52)$$

y la densidad de potencia espectral discreta se vuelve:

$$S(n\Omega_0) = \frac{Z_n^2}{2\Delta\Omega} = \frac{\overline{z_n^2}}{\Delta\Omega} \quad (4.53)$$

Figura 4.23 Espectro discreto de la frecuencia de una función aleatoria.

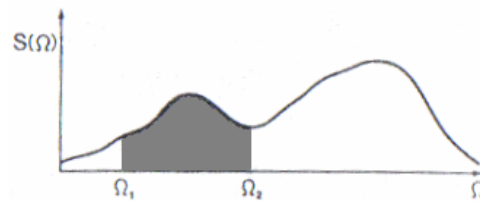


Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Si la función contiene un número elevado de frecuencias, la densidad de potencia espectral discreta $S(n\Omega_0)$ se vuelve más o menos una función continua de la densidad de potencia espectral $S(\Omega)$, como la mostrada en la figura 4.24. El valor cuadrático medio de la función $z(x)$ esta dado entonces por:

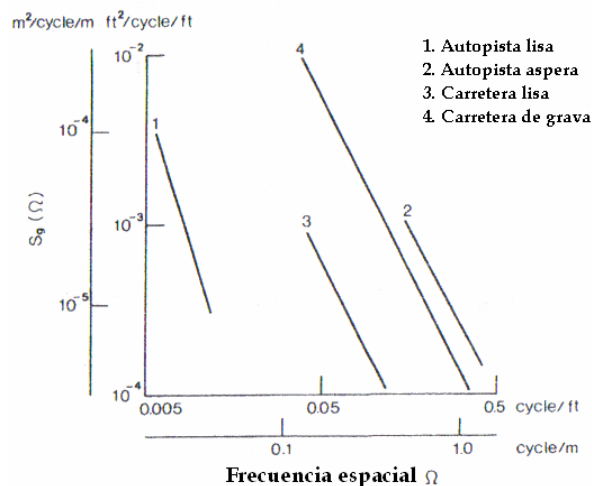
$$\overline{z_n^2} = \int_0^{\infty} S(\Omega) d\Omega \quad (4.54)$$

Figura 4.24 Función continua de densidad de potencia espectral.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 4.25 Densidad de potencia espectral como función de la frecuencia espacial para varios tipos de carreteras y autopistas.



Fuente: B.D. Van Deusen, "Analytical Techniques for Design Riding Quality into Automotive Vehicles", SAE Transactions, vol. 76, paper 670021, 1968.

Se debe notar que el valor cuadrático medio de la función en cualquier banda de interés de frecuencia, como $\Omega_1 - \Omega_2$ mostrado en la figura 4.24, se puede calcular de la siguiente manera:

$$\overline{z^2}_{\Omega_1-\Omega_2} = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} S(\Omega) d\Omega \quad (4.55)$$

Se debe mencionar que la determinación de las densidades de potencia espectral de los datos aleatorios se ha facilitado enormemente por la disponibilidad actual de analizadores digitales de densidades espectrales¹³⁸. El analizador realiza la operación de filtrado mediante la heterodinación de la señal aleatoria a través de un filtro estrecho altamente selectivo del paso de banda con una frecuencia centro dada. El valor instantáneo de la señal filtrada está al cuadrado, y el valor instantáneo cuadrado sobre la muestra de tiempo es entonces, aproximadamente como si se obtuviera el valor cuadrático medio. Con la división del valor cuadrático medio por el ancho de banda, se obtiene la densidad promedio de potencia espectral en la frecuencia centro dada. Mientras que la frecuencia centro del filtro estrecho del paso de banda es variada, las densidades de potencia espectral en una serie de frecuencias centro se puede determinar, y se obtiene una curva de la densidad de potencia espectral contra frecuencia. De manera alterna, el analizador se puede construir con un conjunto de filtros estrechos de paso de banda contiguos para que, juntos cubran un rango de frecuencias de interés. Para este tipo de analizadores con múltiples filtros, no se necesita una exploración para obtener el espectro. En la práctica estos últimos son ampliamente utilizados.

¹³⁸ J.S. Bendat and A.G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. New York: Wiley-Interscience, 1971.

Cuando el perfil de la superficie es observado como una función aleatoria, se puede caracterizar por medio de una función de densidad de potencia espectral. La figura 4.25 muestra las densidades de potencia espectral de un perfil de la amplitud como función de la frecuencia espacial para algunas carreteras y autopistas, y la figura 4.26 muestra las funciones de densidad de potencia espectral para varios tipos de terrenos no preparados^{139 140}. La frecuencia espacial Ω es la inversa de la longitud de onda l_w (es decir, $\Omega = 1/l_w$), y es expresada en ciclos por metro (o ciclos por pie). La densidad de potencia espectral para el perfil de la amplitud es expresada en m²/ciclos/m (o ft²/ciclos/ft).

Se ha encontrado que la relación entre la densidad de potencia espectral y la frecuencia espacial para los perfiles de los terrenos mostrados en las figuras 4.25 y 4.26 se puede aproximar a:

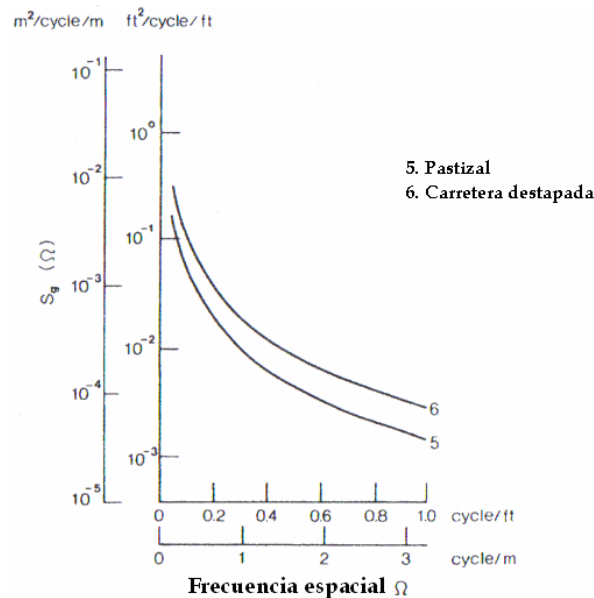
$$S_g(\Omega) = C_{sp} \Omega^N \quad (4.56)$$

donde $S_g(\Omega)$ es la función de la densidad de potencia espectral de la elevación del perfil de la superficie, y C_{sp} y N son constantes. Haciendo regresiones de esta expresión a las curvas mostradas en las figuras 4.25 y 4.26 se encuentran los valores de C_{sp} y N como los que se dan en la tabla 4.1. N es una constante adimensional, mientras que C_{sp} varía con el valor de N .

¹³⁹ **B.D. Van Deusen**, "Analytical Techniques for Design Riding Quality into Automotive Vehicles", *SAE Transactions*, vol. 76, paper 670021, 1968.

¹⁴⁰ **J.Y. Wong**, "Effect of Vibration on the Performance of Off-Road Vehicles", *Journal of Terramechanics*, vol. 8, no. 4, 1972.

Figura 4.26 Densidad de potencia espectral como función de la frecuencia espacial para dos tipos de terrenos no preparados.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

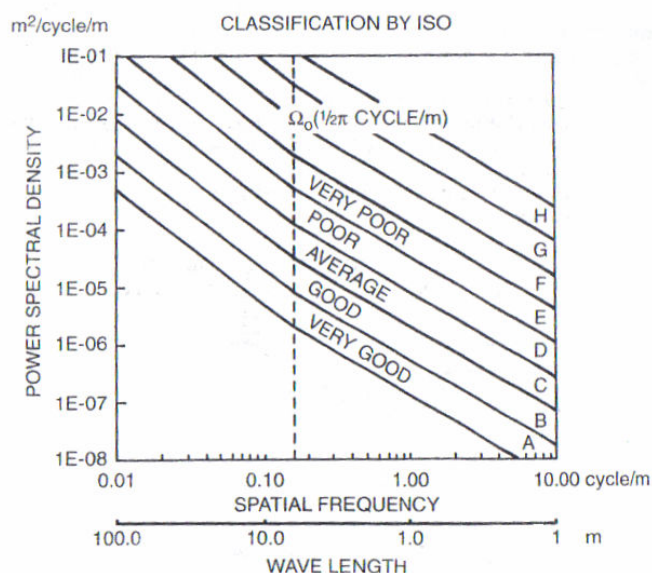
Tabla 4.1 Valores de C_{sp} y N para funciones de densidad de potencia espectral para varias superficies.

No.	Descripción	N	C_{sp}	C'_{sp}
1	Carretera lisa	3.8	4.3×10^{-11}	1.6×10^{-11}
2	Carretera rugosa	2.1	8.1×10^{-6}	2.3×10^{-5}
3	Autopista lisa	2.1	4.8×10^{-7}	1.2×10^{-6}
4	Autopista con asfalto	2.1	4.4×10^{-6}	1.1×10^{-5}
5	Pastizal	1.6	3.0×10^{-4}	1.6×10^{-3}
6	Campo arado	1.6	6.5×10^{-4}	3.4×10^{-3}

Nota: C_{sp} es el valor usado para computar $S_g(\Omega)$ en $\text{m}^2/\text{ciclo}/\text{m}$. C'_{sp} es el valor usado para computar $S_g(\Omega)$ en $\text{ft}^2/\text{ciclos}/\text{ft}$. Los valores de la tabla son referidos a las curvas de las figuras 4.25 y 4.26.

Fuente: B.D. Van Deusen, "Analytical Techniques for Design Riding Quality into Automotive Vehicles". SAE Transactions. vol.76, paper 670021, 1968. & J.Y.Wong, "Effect of Vibration on the Performance of Off-Road Vehicles", Journal of Terramechanics, vol. 8 no. 4, 1972.

Figura 4.27 Clasificación ISO de la rugosidad de la superficie.



Fuente: ISO/TC108/SC2/WG4 N57, "Reporting Vehicle Road Surface Irregularities", 1982.

Tabla 4.2 Clasificación de la rugosidad de la carretera propuesta por la ISO.

Tipo de carretera	Grado de rugosidad $S_g(\Omega_0)$, 10^{-6} m²/ciclos/m	
	Rango	Media Geométrica
A (Muy buena)	<8	4
B (Buena)	8-32	16
C (Media)	32-128	64
D (Pobre)	128-512	256
E (Muy pobre)	512-2048	1024
F	2048-8192	4096
G	8192-32768	4096
H	>32768	16384

Fuente: ISO/TC108/SC2/WG4 N57, "Reporting Vehicle Road Surface Irregularities", 1982.

Varias organizaciones han realizado tentativas a lo largo de estos años para clasificar la rugosidad (irregularidades) de las superficies de carreteras. La ISO (*International Organization for Standardization*) ha propuesto una

clasificación de rugosidad de carreteras (clase A – H) basados en la densidad de potencia espectral. La figura 4.27 muestra la clasificación propuesta por la ISO. En la clasificación ISO, la relación entre la densidad de potencia espectral $S_g(\Omega)$ y la frecuencia espacial Ω para diferentes clases de rugosidad de carretera se puede aproximar por dos líneas rectas con diferentes pendientes en escala logarítmica, como se muestra en la figura 4.27¹⁴¹. Las relaciones son las siguientes:

Para $\Omega \leq \Omega_0 = 1/2\pi$ ciclos/m,

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \cdot (\Omega / \Omega_0)^{N_1} \quad (4.57)$$

y para $\Omega \geq \Omega_0 = 1/2\pi$ ciclos/m,

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \cdot (\Omega / \Omega_0)^{N_2} \quad (4.58)$$

El rango de valores de $S_g(\Omega_0)$ en la frecuencia $\Omega_0 = 1/2\pi$ ciclos/m para diferentes clases de carreteras están dados en la tabla 4.2, y los valores de N_1 y N_2 son 2.0 y 1.5, respectivamente.

Por ejemplo, para una carretera tipo B (la cual se considera una buena carretera desde el punto de vista de la rugosidad superficial), el valor de $S_g(\Omega_0)$ a la frecuencia espacial $\Omega_0 = 1/2\pi$ ciclos/m varía en un rango de 8×10^{-6} a 32×10^{-6} m²/ciclos/m, como se muestra en la tabla 4.2. De las ecuaciones 4.57 y 4.58, la relación entre la densidad de potencia espectral $S_g(\Omega)$ y la frecuencia espacial Ω en los límites superior e inferior, se pueden expresar mediante:

¹⁴¹ ISO/TC108/SC2/WG4 N57, "Reporting Vehicle Road Surface Irregularities", 1982.

En el límite inferior,

$$\text{para } \Omega \leq \Omega_0, S_g(\Omega) = 8 \times 10^{-6} (2\pi\Omega)^{-2} \text{ m}^2/\text{ciclos/m}$$

$$\text{para } \Omega > \Omega_0, S_g(\Omega) = 8 \times 10^{-6} (2\pi\Omega)^{-1.5} \text{ m}^2/\text{ciclos/m}$$

y en el límite superior,

$$\text{para } \Omega \leq \Omega_0, S_g(\Omega) = 32 \times 10^{-6} (2\pi\Omega)^{-2} \text{ m}^2/\text{ciclos/m}$$

$$\text{para } \Omega > \Omega_0, S_g(\Omega) = 32 \times 10^{-6} (2\pi\Omega)^{-1.5} \text{ m}^2/\text{ciclos/m}$$

Para el análisis de vibración del vehículo, es más conveniente expresar la densidad de potencia espectral de los perfiles de las superficies en términos de la frecuencia temporal en Hz en vez de en términos de la frecuencia espacial, ya que la vibración del vehículo es una función del tiempo. La transformación de la frecuencia espacial Ω en ciclos/m (o ciclos/ft) a frecuencia temporal f en Hz depende de la velocidad del vehículo:

$$\begin{aligned} f \text{ Hz} &= \Omega \text{ (ciclos / m)} \cdot V \text{ (m / s)} \\ &= \Omega \text{ (ciclos / ft)} \cdot V \text{ (ft / s)} \end{aligned} \quad (4.59)$$

La transformación de la densidad de potencia espectral del perfil de la superficie, expresada en términos de la frecuencia espacial $S_g(\Omega)$ a la expresión en términos de la frecuencia temporal $S_g(f)$, se realiza a por medio de la velocidad del vehículo:

$$S_g(f) = \frac{S_g(\Omega)}{V} \quad (4.60)$$

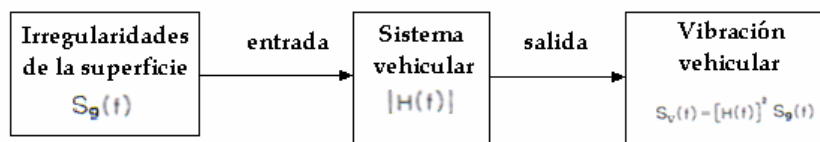
Función de respuesta de la frecuencia. En un sistema lineal existe una relación directa lineal entre las entradas y las salidas. Esta relación, la cual

también se aplica a funciones aleatorias, se muestra en el diagrama de bloques de la figura 4.28 para un sistema vehicular. El sistema vehicular, caracterizado por su función de transferencia, modifica la entrada representada por las irregularidades de la superficie a, la salida representada por la vibración del vehículo. La función de transferencia o función de respuesta de la frecuencia esta definida como el cociente entre la salida y la entrada bajo condiciones de estado estable. Por ejemplo, si el vehículo es simplificado a un sistema de un grado de libertad, y la entrada debida a las irregulares de la superficie y la salida representada por la vibración de la masa *sprung* están expresadas en las mismas unidades (desplazamiento, velocidad, o aceleración), el modulo de la función de transferencia $H(f)$ es expresado por:

$$|H(f)| = \sqrt{\frac{1 + (2\xi f / f_n)^2}{[1 - (f / f_n)^2]^2 + [2\xi f / f_n]^2}} \quad (4.61)$$

donde f es la frecuencia de excitación, f_n es la frecuencia natural del sistema y ξ es el coeficiente de amortiguación. Se nota que en este caso, la función de transferencia $H(f)$ es simplemente la razón de transmisibilidad mostrada en la figura 4.8.

Figura 4.28 Entrada y salida de un sistema lineal vehicular.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Si las irregularidades de la superficie, como entrada, están definidas en términos de desplazamiento (o elevación del perfil de la superficie) y la vibración de la masa, como salida, es medida en aceleración, entonces el modulo de la función de transferencia $H(f)$ tomará la siguiente forma:

$$|H(f)| = \left| (2\pi f)^2 \sqrt{\frac{1 + (2\xi f / f_n)^2}{[1 - (f / f_n)^2]^2 + [2\xi f / f_n]^2}} \right| \quad (4.62)$$

Los valores cuadrados de los módulos de dos funciones de transferencia, que representan dos modelos simplificados de vehículos con un grado de libertad, uno con frecuencia natural de rebote de 3.5 Hz y un coeficiente de amortiguación de 0.1, y el otro con frecuencia natural de rebote de 1.0 Hz y coeficiente de amortiguación de 0.5, son mostrados en la figura 4.29¹⁴². Las funciones de transferencia mostradas son para predecir la respuesta del vehículo teniendo como entrada desplazamiento y aceleración como salida.

Si la función de transferencia de un sistema es conocida o dada, entonces, la relación entre la entrada de un sistema $z_g(t)$ y su salida $z_v(t)$, las cuales son funciones del tiempo, se puede expresar de la siguiente manera:

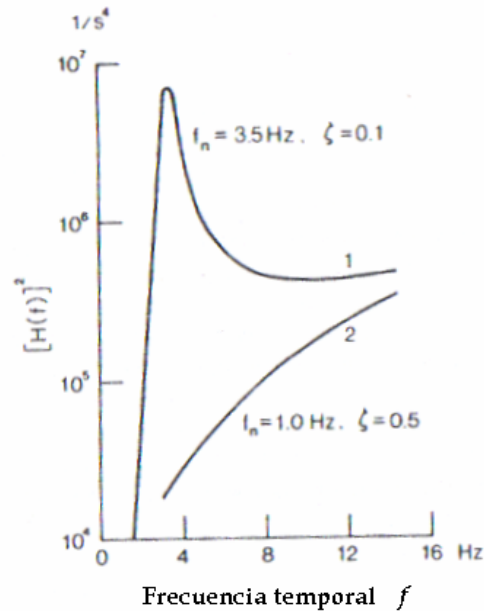
$$z_v(t) = |H(f)| z_g(t) \quad (4.63)$$

Por consiguiente, los valores cuadráticos medios de la entrada $\overline{z_g^2}$ y la salida $\overline{z_v^2}$ se pueden relacionar por medio de:

$$\overline{z_v^2} = |H(f)|^2 \overline{z_g^2} \quad (4.64)$$

¹⁴² **J.Y. Wong**, "Effect of Vibration on the Performance of Off-Road Vehicles", *Journal of Terramechanics*, vol. 8, no 4, 1972.

Figura 4.29 Cuadrado de los módulos de las funciones de transferencia de dos modelos simplificados de vehículos con diferentes frecuencias naturales y coeficientes de amortiguación.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Basados en la definición de densidad de potencia espectral dada por la ecuación 4.53, y por la anterior ecuación, la relación entre la densidad de potencia espectral de la entrada $S_g(f)$ y la densidad de potencia espectral de la salida $S_v(f)$ del sistema esta dada por:

$$S_v(f) = |H(f)|^2 S_g(f) \quad (4.65)$$

Esto indica que la densidad de potencia espectral de la salida $S_v(f)$ esta relacionada con la densidad de potencia espectral de la entrada $S_g(f)$ a través del cuadrado del modulo de la función de transferencia para un sistema lineal.

La ecuación 4.65 es valida sin importar en que tipo de medición se encuentran la densidad de potencia espectral de la entrada y la salida. Por ejemplo, si $S_g(f)$ es la densidad de potencia espectral para la elevación del perfil de la superficie, $S_v(f)$ puede ser la densidad de potencia espectral para la aceleración de la masa *sprung* del vehículo, siempre y cuando se use una función de transferencia apropiada. En la evaluación de la calidad del manejo de un vehículo, es de gran interés la densidad de potencia espectral para la aceleración de la masa *sprung* como función de la frecuencia.

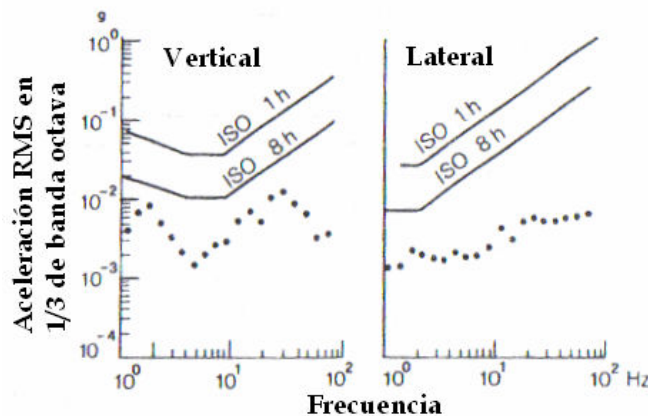
Evaluación de la vibración del vehículo en relación con el criterio de confort en el manejo. Luego de que la función de densidad de potencia espectral para la aceleración del vehículo se ha obtenido, un análisis posterior es requerido para relacionarla con cualquier criterio seleccionable de confort en el manejo. Por ejemplo, si los límites de fatiga o disminución de habilidades para vibración vertical recomendados por el estándar internacional ISO 2631 mostrado en la figura 4.2 es adoptado, entonces se hace necesaria la transformación de la función de densidad de potencia espectral en valores raíz cuadráticos medios (*root-mean-square* o rms) de la aceleración como función de la frecuencia. Como se mencionó antes, los valores cuadráticos medios de la aceleración dentro de cierta banda de frecuencias se pueden determinar integrando la correspondiente función de densidad de potencia espectral sobre el mismo rango de frecuencias. En la práctica, una serie de frecuencias centro discretas dentro del rango de interés se seleccionan primero; para determinar el valor cuadrático medio de la aceleración a una frecuencia centro dada f_c , la función de densidad de potencia espectral es integrada sobre un tercio de octavo de banda en la cual el límite superior de frecuencia es $\sqrt[3]{2}$ veces el límite inferior. En otras palabras, integrando la función de densidad de potencia espectral sobre la

banda de frecuencia de $0.89 - 1.12 f_c$, se puede obtener el valor cuadrático medio de la aceleración en la frecuencia centro dada f_c . El valor rms de la aceleración a cada frecuencia centro f_c se puede calcular mediante:

$$\text{aceleración rms} = \left[\int_{0.89 f_c}^{1.12 f_c} S_v(f) df \right]^{1/2} \quad (4.66)$$

donde $S_v(f)$ es la función de densidad de potencia espectral para la aceleración del vehículo. Luego de obtener los valores rms de la aceleración del vehículo en la serie de frecuencias centro en el rango de interés, se puede evaluar la vibración del vehículo contra los límites especificados.

Figura 4.30 Aceleración vertical y lateral medida de un automóvil de pasajeros viajando a 80 km/h (50 mph) sobre una carretera lisa.



Fuente: A. J. Healy, "Digital Processing of Measured Random Vibration Data for Automobile Ride Evaluation", ASME Publication, AMD-Vol. 24, 1977.

La figura 4.30 muestra los valores medidos rms de la aceleración vertical y lateral en el asiento del conductor de un automóvil de pasajeros norteamericano viajando a una velocidad de 80 km/h (50 mph) sobre una

autopista lisa y estos son comparados con los límites de reducción de confort recomendados por el estándar internacional ISO 2631¹⁴³.

Se debe señalar que el procedimiento descrito anteriormente es para modelos simplificados de vehículos con un grado de libertad. Un vehículo real tiene muchos grados de libertad, y entre el conductor y el vehículo hay una suspensión en el asiento. Además, más de una entrada aleatoria es impuesta en el vehículo; en el caso del automóvil de pasajeros, hay cuatro entradas, una en cada llanta. La interacción de las entradas aleatorias entre sí es importante para determinar la salida. La consideración del cruce de las densidades espectrales es esencial, y el tiempo de retraso de la entrada en las llantas traseras con respecto a las llantas delanteras también se debe tener en cuenta. Todo esto vuelve el análisis mucho más complejo que el que se describió con anterioridad. Sin embargo, se han desarrollado técnicas analíticas basadas en la teoría de las vibraciones aleatorias como herramientas prácticas para evaluar la calidad del manejo del vehículo bajo varias condiciones de operación¹⁴⁴.

SUSPENSIONES ACTIVAS Y SEMI-ACTIVAS

Como se discutió en la Sección 4.2.1, para lograr un buen aislamiento de la vibración para la masa *sprung* en un rango amplio de frecuencia, se requiere un resorte de suspensión suave (baja rigidez), mientras que para tener buena

¹⁴³ A. J. Healy, "Digital Processing of Measured Random Vibration Data for Automobile Ride Evaluation", ASME Publication, AMD-Vol. 24, 1977.

¹⁴⁴ B.D. Van Deusen, "Analytical Techniques for Design Riding Quality into Automotive Vehicles". *SAE Transactions*. vol. 76, paper 670021, 1968.

capacidad de adherencia a la carretera en las frecuencias cercanas a la frecuencia natural de la masa *unsprung* (frecuencia de “salto de llanta”) se prefiere una suspensión rígida. Para reducir la amplitud de la vibración de la masa *sprung* en las frecuencias cercanas a su frecuencia natural, se requiere un alto coeficiente de amortiguación, mientras que en el rango de altas frecuencias para tener buen aislamiento de la vibración de la masa *sprung*, se necesita un bajo coeficiente de amortiguación. Por otro lado, para alcanzar buena capacidad de adherencia a la carretera en el rango de alta frecuencia se requiere un alto coeficiente de amortiguación. Estos requerimientos en conflicto no se pueden alcanzar con un sistema convencional (pasivo) de suspensión porque las características de los resortes y los amortiguadores son fijas y no se pueden modificar de acuerdo a las condiciones de operación del vehículo.

Para proveer al vehículo con alta calidad de manejo, maniobrabilidad y desempeño bajo varias condiciones de operación, el concepto de suspensión activa ha emergido, y se han propuesto y desarrollado varios sistemas activos; el concepto de sistema de suspensión activa es ilustrado en la figura 4.31¹⁴⁵. El resorte y el amortiguador en un sistema convencional son reemplazados por un actuador en el sistema activo; el actuador puede ser instalado en paralelo con un resorte de suspensión convencional. Las condiciones de operación del vehículo son continuamente monitoreadas por medio de unos sensores; basados en las señales obtenidas por los sensores y

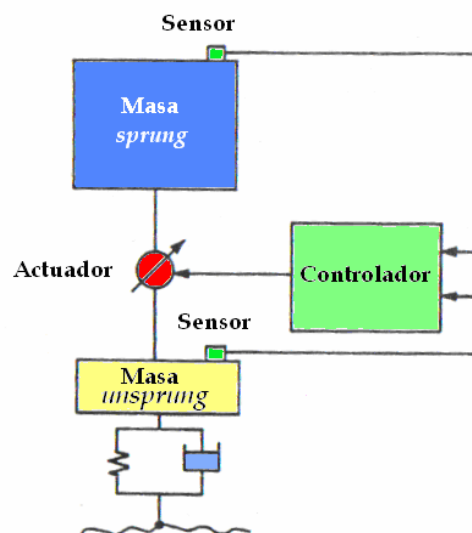
¹⁴⁵ **R.M. Chalasani**, “Ride Performance Potential of Active Suspension Systems – Part I and Part II”, in *Proc. ASME Symp. On Simulation and Control of Ground Vehicles and Transportation Systems*, **L. Sengel, J.Y. Wong, E.H. Law, and D. Hrovat**, Eds. American Society of Mechanical Engineers, AMD-Vol. 80. DSC-Vol. 2, 1986.

por la estrategia de control preescrita, la fuerza en el actuador es modulada para alcanzar una mejora en el manejo, la maniobrabilidad y el desempeño. En términos generales, la estrategia óptima de control esta definida como la que minimiza lo siguiente:

1. los valores rms de la aceleración de la masa *sprung*.
2. los valores rms del recorrido de la suspensión.
3. los valores rms de la deformación dinámica de la llanta.

Usualmente estas cantidades están multiplicadas por factores de carga (*weighting factors*), y luego combinados para formar una función de evaluación. Varias teorías de control se han aplicado para establecer la estrategia óptima de control que minimice la función de evaluación.

Figura 4.31 Concepto de sistema de suspensión activa.



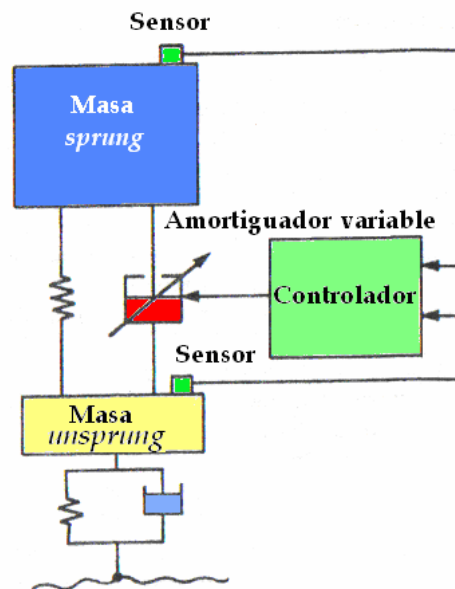
Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Una suspensión activa puede también ser usada para controlar la altura, el vuelco, la inclinación delantera o cabeceo (*dive*) y la inclinación trasera (*squat*) del cuerpo del vehículo. Ejerciendo control en la altura, la altura en el manejo del cuerpo del vehículo se puede mantener constante a pesar de los cambios en la carga. Esto asegura un recorrido adecuado de la suspensión para superar baches. Para reducir la resistencia aerodinámica y el empuje aerodinámico a altas velocidades (ver Sección 2.2), el claro de la base y el ángulo de ataque del cuerpo del vehículo puede ser ajustado convenientemente con un sistema activo. Sobre un terreno áspero, el claro de la base y el recorrido de la suspensión se pueden regular para ajustarse a los requerimientos de operación. Durante el curqueo, el control del vuelco se puede alcanzar ajustando las fuerzas en los amortiguadores o produciendo fuerzas anti vuelco en las suspensiones del lado izquierdo y derecho. Con un sistema activo, es posible eliminar enteramente el vuelco del cuerpo del vehículo y el viraje de vuelco (producto de la acción de viraje inducido por el vuelco del cuerpo del vehículo relativo a las llantas), de esta manera mantener las características de maniobrabilidad deseadas durante el curqueo. Durante la aceleración o frenado, el control de la inclinación delantera o trasera se puede alcanzar ajustando las fuerzas en los amortiguadores o produciendo fuerzas anti giro en las suspensiones delanteras y traseras para mantener la horizontalidad deseada del cuerpo del vehículo y la carga normal en las llantas. Sin embargo se debe notar que los sistemas de suspensión activa requieren una potencia externa significativa para funcionar, y que también hay una considerable penalidad en complejidad, confiabilidad, costos y peso.

En vista de reducir la complejidad y el costo pero mejorando el manejo, la maniobrabilidad y el desempeño, emerge el concepto de suspensiones semi-

activas. En este tipo de sistemas, el resorte de la suspensión convencional es conservado mientras que la fuerza en el amortiguador se puede modular de acuerdo con las condiciones de operación. La figura 4.32 muestra la vista esquemática de un sistema semi-activo. La regulación de la fuerza en el amortiguador se puede lograr ajustando el área del orificio en el amortiguador, de esta manera se cambia la resistencia del flujo del fluido. Recientemente, con la posible aplicación de los fluidos electrorreológicos y magnetorreológicos (EF y MRF por sus siglas en inglés) en el desarrollo de amortiguadores controlables han atraído considerable interés¹⁴⁶.

Figura 4.32 Concepto de sistema de suspensión semi-activa.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

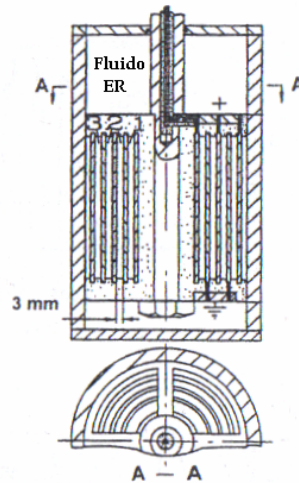
¹⁴⁶ N.K. Petek, "Shock Absorber Uses Electrorheological Fluid", *Automotive Engineering*, June 1992.

Un fluido electrorreológico¹⁴⁷ es una mezcla de aceite base dieléctrico y unas partículas finas semiconductoras. En presencia de un campo eléctrico el fluido se espesa, permitiendo un control continuo en su aparente viscosidad y por ende en su resistencia a fluir. El proceso es continuo y reversible, y la respuesta es casi instantánea. Regulando el voltaje aplicado a través del flujo del fluido electrorreológico en el amortiguador, la fuerza del amortiguador se puede controlar. Uno de los retos más grandes que enfrenta este novedoso sistema es el desarrollo de los fluidos electrorreológicos que tengan una resistencia a las fuerzas cortantes adecuada y puedan funcionar en un suficientemente amplio rango de temperatura desde -40 a 120°C. La figura 4.33 muestra el concepto de un amortiguador electrorreológico¹⁴⁸. El voltaje es aplicado a los cilindros concéntricos para generar campos eléctricos. El fluido electrorreológico fluye a través de los orificios entre los cilindros cuando el amortiguador está en operación. Variando el voltaje aplicado se produce un cambio aparente en la viscosidad del fluido y por ende en la fuerza del amortiguador. La fuerza del campo eléctrico a través de los orificios puede ser del orden de los kV por mm.

¹⁴⁷ J.Y. Wong, X.M. Wu, M. Sturk, and C. Bortolotto, "On the Applications of Electro-Rheological Fluids to the Development of Semi-Active Suspension Systems for Ground Vehicles", *Transactions of Canadian Society for Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 4B, 1993.

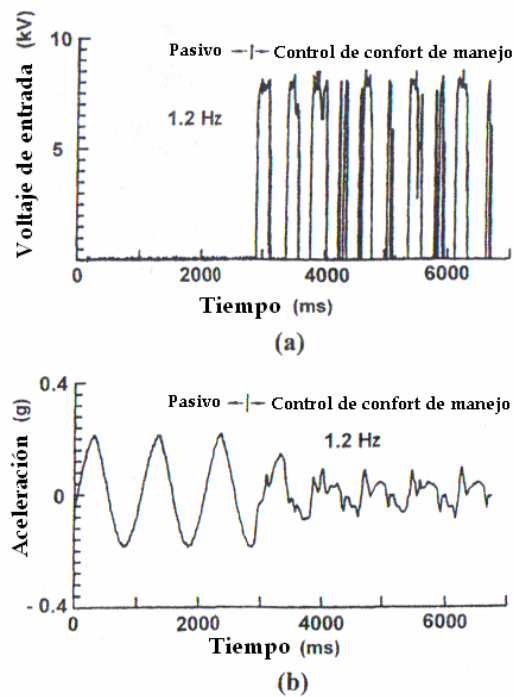
¹⁴⁸ X.M. Wu, J.Y. Wong, M. Sturk, and D.L. Russell, "Simulation and Experimental Study of a Semi-Active Suspension with an Electrorheological Damper", *International Journal of Modern Physics B*, vol. 8, nos. 20, 21, 1994; also in *Electrorheological Fluids-Mechanisms, Properties, Technology, and Applications*, R. Tao and G.D. Roy Eds., Singapore: World Scientific Publishing Co. 1994.

Figura 4.33 Concepto de amortiguador electroreológico.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

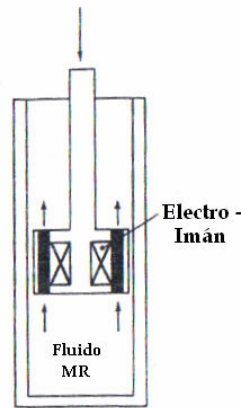
Figura 4.34 Comparación de la medición de la vibración de la masa *sprung* de un modelo de un cuarto de automóvil antes y después de la activación del amortiguador electroreológico.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La figura 4.34 muestra el desempeño medido de un amortiguador electrorreológico en el control de la vibración de la masa *sprung* de un modelo de un cuarto de automóvil. Se puede ver que cuando el amortiguador electrorreológico es activado y un voltaje apropiado es aplicado en concordancia con la estrategia de control específica, la aceleración de la masa *sprung* es considerablemente reducida en comparación con la acción del amortiguador pasivo sin ningún campo eléctrico aplicado.

Figura 4.35 Concepto de amortiguador magnetorreológico.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

También se han desarrollado amortiguadores controlables que usan fluidos magnetorreológicos como medio de trabajo. Un fluido magnetorreológico es una mezcla de partículas magnetizables del orden de un micrón suspendidas en un fluido base, como el aceite de silicón. La aparente viscosidad de este tipo de fluidos, y por ende su resistencia a fluir, se puede cambiar por medio de un campo magnético. En comparación con los fluidos electrorreológicos, las propiedades de los fluidos magnetorreológicos tienen más estabilidad sobre un rango más amplio de temperatura, y su resistencia al corte es mucho mayor. La figura 4.35 muestra el concepto de un amortiguador

magnetoreológico. Variando la corriente en el electroimán, se modifica la fuerza del campo magnético alrededor del orificio en el pistón. La aparente viscosidad del fluido que fluye a través del orificio, y por ende la fuerza del amortiguador se puede controlar.

En comparación con un sistema totalmente activo, un sistema de suspensión semi-activo requiere mucha menos potencia, y es menos complejo. También se ha encontrado que cuando se diseña de una manera adecuada, el desempeño del sistema semi-activo se puede aproximar al de sistema totalmente activo bajo ciertas circunstancias¹⁴⁹.

Para desarrollar con éxito un sistema de suspensión semi-activa, en adición a diseñar el amortiguador y las propiedades de fluido de trabajo, la estrategia de control para modular la fuerza del amortiguador bajo varias condiciones de operación es de gran importancia. A continuación se presentan dos propuestas de estrategias de control.

1. Estrategia de control todo – nada (*on – off*) propuesta por Krasnicki¹⁵⁰ y Margolis y Goshtasbpour¹⁵¹. Esta estrategia de control se puede describir de la siguiente manera: a) si $\dot{z}_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) > 0$, entonces se requiere el máximo amortiguador; b) si $\dot{z}_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) < 0$, entonces se

¹⁴⁹ D.L. Margolis, "Semi-Active Heave and Pitch Control for Ground Vehicles", *Vehicle System Dynamics*, vol. 11, no. 1, 1982.

¹⁵⁰ E.J. Krasnicki, "The Experimental Performance of an 'On-Off' Active Damper", *Shock and Vibration Bulletin*, vol. 51, part 1, 1981.

¹⁵¹ D.L. Margolis and W. Goshtasbpour, "The Chatter of Semi-Active On-Off Suspension and Its Cure", *Vehicle System Dynamics*, vol. 13, no. 3, 1984.

requiere el mínimo amortiguador, donde $\dot{z}_1$ y $\dot{z}_2$ son la velocidades de las masas *sprung* y *unsprung* respectivamente.

Esta estrategia indica que si la velocidad relativa de la masa *sprung* con respecto a la masa *unsprung* esta en la misma dirección que la velocidad absoluta de la masa *sprung*, entonces la máxima fuerza del amortiguador se debe aplicar para reducir la aceleración de la masa *sprung*. Por otro lado, si las dos velocidades son opuestas en dirección, la fuerza del amortiguador debe ser mínima para minimizar la aceleración de la masa *sprung*.

Se debe notar que una medición precisa de la velocidad absoluta de la vibración de la masa *sprung* en un vehículo en movimiento es difícil de alcanzar. Integrar las señales de un acelerómetro para obtener la velocidad usualmente no trae resultados suficientemente precisos, particularmente en baja frecuencia.

En algunos sistemas de suspensión, en lugar de modular continuamente la fuerza del amortiguador, se discretizan los niveles del coeficiente de amortiguación del amortiguador controlable por la acción del conductor de acuerdo con las condiciones de conducción. Por ejemplo, en autopistas relativamente lisas y conduciendo a altas velocidades, el amortiguador se debe seleccionar en un nivel bajo para proveer buen manejo. Por otro lado, en carreteras rugosas y conduciendo a bajas velocidades, el amortiguador se debe seleccionar en un nivel alto para reducir la amplitud de la vibración del cuerpo del vehículo.

2. Estrategia de control continuo propuesta por Alanoly y Sankar¹⁵² y Jolly y Miller¹⁵³. Esta estrategia de ajustar continuamente la fuerza del amortiguador se puede describir de la siguiente manera: a) sí $(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)(z_1 - z_2) > 0$, entonces se requiere el mínimo amortiguador; b) sí $(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)(z_1 - z_2) < 0$, entonces se desea que el coeficiente de amortiguación sea $c_{sh} = k_s(z_1 - z_2)/(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)$, donde z_1 y z_2 son los desplazamientos de las masas *sprung* y *unsprung*, respectivamente; $\dot{z}_1$ y $\dot{z}_2$ son la velocidades de las masas *sprung* y *unsprung* respectivamente; k_s es la rigidez del resorte de la suspensión. Se debe notar que esta estrategia de control solo requiere la medición del desplazamiento relativo y de la velocidad relativa entre las masas *sprung* y *unsprung*, lo cual es más sencillo de realizar en la práctica.

Esta estrategia de control indica que si la fuerza del resorte y la fuerza del amortiguador ejercidas por la masa *sprung* están en la misma dirección, para reducir la aceleración de la masa *sprung*, la fuerza del amortiguador debe ser mínima. Por otro lado, si la fuerza del resorte y la fuerza del amortiguador están en direcciones opuestas, entonces la fuerza del amortiguador se debe ajustar de tal manera que sea igual en magnitud a la fuerza del resorte, para producir aceleración nula de la masa *sprung*.

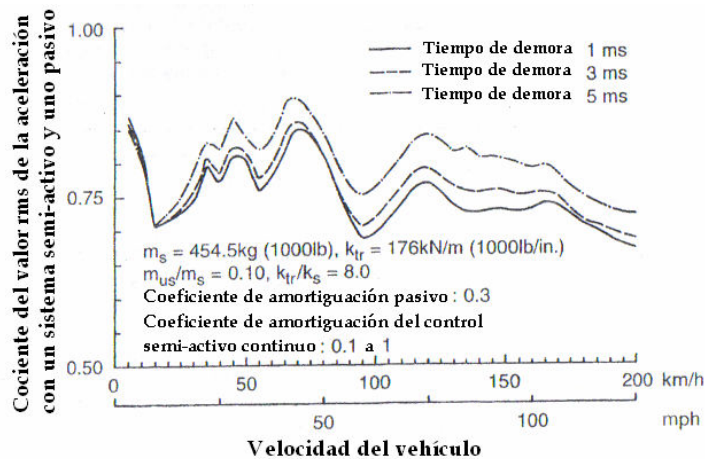
¹⁵² J. Alanoly and S. Sankar, "A New Concept in Semi-Active Vibration Isolation", *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Transactions of the ASME*, June 1987.

¹⁵³ M.R. Jolly and L.R. Miller, "The Control of Semi-Active Dampers Using Relative Feedback Signals", Society of Automotive Engineers, paper 892483, 1989.

La figura 4.36 muestra el cociente de la aceleración rms de la masa *sprung* usando un amortiguador activo ajustando la estrategia de control continuo (estrategia 2) y usando un amortiguador pasivo con un coeficiente de amortiguación fijo de $\xi = 0.3$, como función de la velocidad del vehículo sobre el perfil de carretera mostrado en la figura 4.18(b), basados en los resultados de la simulación. El coeficiente de amortiguación del amortiguador activo se puede continuamente variar como sea requerido en el rango entre 0.1 y 1.0. La figura también muestra el efecto del retraso en el tiempo (de 1 a 5 ms) en la modulación de la fuerza del amortiguador en la respuesta de la masa *sprung*. Se muestra que la suspensión semi-activa con la estrategia 2 de control ofrece mejor aislamiento de la vibración que el sistema de suspensión pasivo sobre todo el rango de velocidad del vehículo. Se debe notar que esta estrategia de control no necesariamente ofrece una capacidad óptima de adherencia a la carretera. Como se muestra en la figura 4.37, el cociente de la deformación dinámica de la llanta rms con un amortiguador activo y con un amortiguador pasivo, es mayor que 1 sobre un amplio rango de velocidad, excepto a velocidades inferiores a 20 km/h (12.5 mph).

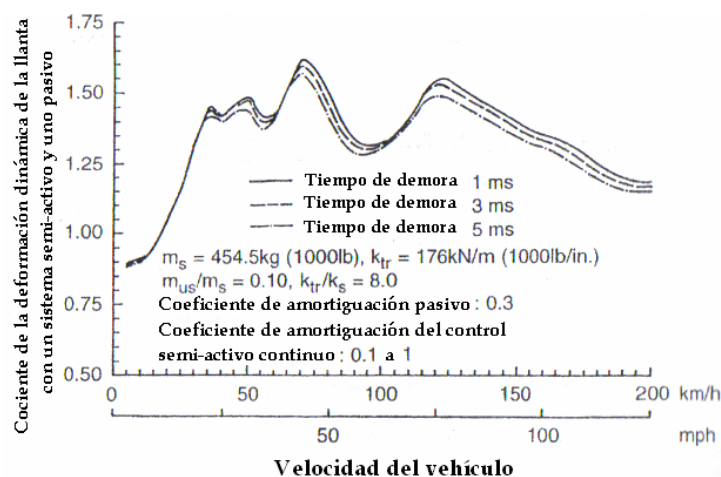
Se debe mencionar que para que la suspensión ejerza fuerzas para controlar el movimiento de la masa *unsprung* (o la fluctuación de la fuerza normal entre la llanta y la carretera), estas fuerzas deben ser transmitidas a la masa *sprung*, de esta manera se incrementa la vibración del cuerpo del vehículo. Aquello impone un límite fundamental a lo que realmente puede alcanzar un sistema activo o semi-activo en términos de proveer óptimo aislamiento de la vibración y capacidad de adherencia a la carretera al mismo tiempo. Esto indica que en el desarrollo de la estrategia de control, un compromiso apropiado se debe estructurar entre el confort en el manejo y la adherencia a la carretera.

Figura 4.36 Cociente del valor rms de la aceleración de la masa *sprung* con una suspensión semi-activa y una suspensión pasiva como función de la velocidad del vehículo sobre el perfil de carretera mostrado en la figura 4.18(b).



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

Figura 4.37 Cociente del valor rms de la deformación dinámica de la llanta con una suspensión semi-activa y una suspensión pasiva como función de la velocidad del vehículo sobre el perfil de carretera mostrado en la figura 4.18(b).



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

ANEXO F. FENÓMENO DE VUELCO

Entre las maniobras dinámicas que el vehículo puede experimentar, el vuelco es una de las más serias y peligrosas para los pasajeros. El vuelco se puede definir como cualquier maniobra en la cual el vehículo rota 90 grados o más, sobre su eje longitudinal de tal manera que el cuerpo hace contacto con el suelo. El vuelco puede precipitarse por la combinación de uno o varios factores; puede ocurrir en superficies planas o inclinadas cuando la aceleración lateral en el vehículo alcanza un nivel superior que el que puede ser compensado por el traspaso lateral de peso en las llantas. Los terrenos destapados pueden contribuir junto con las perturbaciones de las fuerzas laterales producidas por los impactos por baches, el terreno blando u otra obstrucción que pueda encontrar el vehículo en su trayecto.

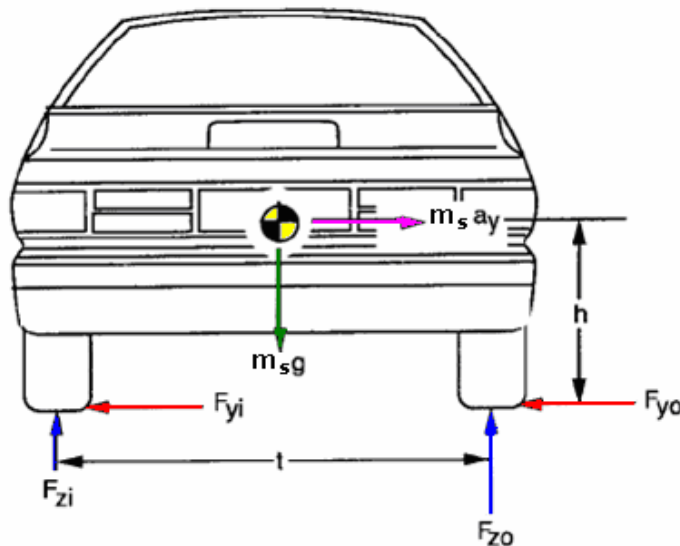
El proceso de vuelco es tal que envuelve una interacción compleja de fuerzas que actúan en vehículo y con el vehículo, por su influencia con la maniobra y la carretera. El proceso se ha investigado analíticamente y empíricamente usando modelos que cubren un rango de complejidades; este es más fácil de entender empezando con la mecánica fundamental envuelta en el caso cuasiestático (despreciando los términos inerciales y las aceleraciones en el plano de vuelco), y avanzando hasta los modelos más complejos.

VUELCO QUASISTÁTICO DE UN VEHÍCULO RÍGIDO

La mecánica más rudimentaria envuelta en el vuelco de un vehículo se puede observar considerando el balance de fuerzas en un vehículo rígido en curqueo. Por vehículo rígido se entiende que las deformaciones en las suspensiones y en las llantas se despreciarán en el análisis.

En una maniobra de curqueo, la fuerza lateral se desarrolla en el plano de suelo para contrarrestar la aceleración lateral que actúa en el CG (centro de gravedad) del vehículo, como se muestra en la figura 5.1. La diferencia de la posición en la cual estas fuerzas actúan crea un momento en el vehículo, el cual intenta volcarlo hacia el lado externo del giro.

Figura 5.1 Fuerzas que actúan para volcar un vehículo.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

Para los propósitos de analizar el comportamiento del vuelco, se asume que el vehículo está en un giro estable, entonces no hay aceleración por vuelco, y que las fuerzas mostradas en la figura 5.1 representan la fuerza total de las llantas delanteras y traseras de cada lado. En muchas situaciones en carreteras es también apropiado considerar la pendiente transversal, conocida como peralte. Para el análisis, el ángulo se denotará por el símbolo φ , con sentido horario como sentido positivo para el ángulo. Un peralte en esta dirección ayuda a contrarrestar la aceleración lateral. Los ángulos de los peraltes son normalmente pequeños, justificando el uso de la aproximación de ángulo pequeño ($\sin \varphi = \varphi$, $\cos \varphi = 1$) en el siguiente análisis. Haciendo sumatoria de momentos alrededor del centro de contacto de las llantas externas se llega a:

$$m_s a_y h - m_s \varphi h + F_{zi} t - m_s g t/2 = 0 \quad (5.1)$$

de la cual se puede resolver para a_y para obtener:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t/2 + \varphi h - \frac{F_{zi} t}{m_s g}}{h} \quad (5.2)$$

En una carretera plana ($\varphi = 0$) sin aceleración lateral, se satisface la ecuación 5.2 cuando la carga en las llantas internas, F_{zi} , es un medio del peso del vehículo ($m_s g$). Además, F_{zi} se puede mantener en la mitad del peso del vehículo en presencia de aceleración lateral seleccionando adecuadamente el ángulo de peralte. Esto es, seleccionar:

$$\varphi = \frac{a_y}{g} \quad (5.3)$$

En el diseño de carreteras y autopistas, el peralte es usado en las curvas precisamente con este propósito.

Dado el radio de giro y una velocidad prevista (diseñada) de viaje, el peralte se escogerá para producir una aceleración lateral en el rango de cero a 0.1 gravedades. La velocidad a la cual se experimenta cero aceleración lateral en una curva con peralte es llamada velocidad neutral.

Volviendo a la ecuación 5.2, mientras la aceleración lateral crece, la carga en las llantas internas debe disminuir. A través de este proceso es que el vehículo actúa para resistir o contrarrestar el momento de vuelco en curvado. La condición de curvado limite ocurre cuando las cargas en las llantas internas se vuelven cero (toda la carga se transfiere a las llantas externas). En ese punto, el vuelco iniciará porque el vehículo no puede mantener más el equilibrio en el plano de vuelco. La aceleración a la cual inicia el vuelco es llamada el “umbral de vuelco” y esta dada por:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t/2 + \phi h}{h} \quad (5.4)$$

Sin peralte, la aceleración lateral que constituye el “umbral de vuelco” es simplemente $t/2h$. Esta medición simple del umbral de vuelco es usualmente usada para estimar inicialmente la resistencia del vehículo al vuelco. Es muy interesante ya que solo requiere conocimiento de dos parámetros del vehículo (la distancia entre llantas y la altura del CG). Sin embargo, esta estimación es muy conservadora (ya que se obtienen umbrales mayores que el real) y es más útil para comparar vehículos, en lugar de, para predecir sus niveles absolutos de desempeño. Algunos autores usan el inverso del umbral, es decir, $h/t/2$ como medición de la tendencia al vuelco, en este caso, un valor mayor corresponde a un menor umbral de vuelco.

El umbral de vuelco difiere distintivamente de acuerdo a varios tipos de vehículos en carretera. Algunos ejemplos se dan en la tabla 5.1¹⁵⁴.

Tabla 5.1 Valores típicos de umbral de vuelco.

Tipo de vehículo	Altura del CG	Distancia entre llantas “t”	Umbral de vuelco
Automóvil deportivo	18 – 20 pulg.	50 – 60 pulg.	1.2 – 1.7 g
Automóvil compacto	20 – 23	50 – 60	1.1 – 1.5
Automóvil de lujo	20 – 24	60 – 65	1.2 – 1.6
Camioneta pick up	30 – 35	65 – 70	0.9 – 1.1
Furgoneta de pasajeros	30 – 40	65 – 70	0.8 – 1.1
Camión mediano	45 – 55	50 – 60	0.6 – 0.8
Camión pesado	60 – 85	50 – 60	0.4 – 0.6

Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

El modelo de vehículo rígido sugiere que la aceleración lateral necesaria para alcanzar el vuelco de automóviles de pasajeros y camiones ligeros excede las capacidades de curqueo que se presentan en los límites de adhesión de las llantas (los valores típicos de los coeficientes de adhesión están en el orden de 0.8). Si se da el caso, es posible que un automóvil haga un trompo sobre una superficie plana sin volcarse. De esto se puede concluir que el vuelco de estos tipos de vehículos no es frecuente; sin embargo, las estadísticas de accidentes¹⁵⁵ prueban lo contrario y motiva un análisis más profundo del fenómeno de vuelco el cual se conducirá más adelante en este capítulo. En el

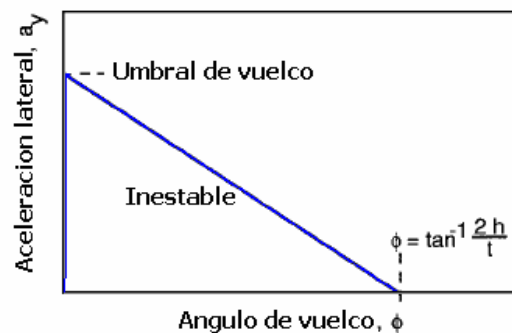
¹⁵⁴ **T.D. Gillespie and R.D. Ervin**, “Comparative Study of Vehicle Roll Stability”. *The University of Michigan Transportation Research Institute*, Report No. UMTRI-83-25, May 1983.

¹⁵⁵ **Leda Ricci**, Editor, “NCSS for Passenger Cars, January 1977-March 1979”, *The University of Michigan*, Report No. UM-HSRI-80-36, 1980.

caso de los camiones pesados es igualmente obvio que es posible alcanzar el umbral de vuelco dentro de los límites de adhesión de las llantas¹⁵⁶. Como consecuencia, un vehículo pesado esta en riesgo de vuelco si el conductor permite que el vehículo haga trompos en carreteras secas.

El vuelco del cuerpo rígido se puede ilustrar de una mejor manera si se grafica la aceleración lateral como función del ángulo de vuelco Φ , para el equilibrio del vehículo, como se muestra en la figura 5.2. Debido a que se asume que el vehículo es rígido, en cero ángulo de vuelco la aceleración lateral puede obtener cualquier valor hasta alcanzar el umbral de vuelco. Una vez se alcanza el umbral, las llantas internas se levantan. El vehículo empieza a volcarse y la aceleración lateral del equilibrio decrece con el ángulo porque el centro de gravedad se mueve hacia las llantas externas.

Figura 5.2 Aceleración lateral del equilibrio en el vuelco de un vehículo rígido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

¹⁵⁶ **R.D. Ervin**, "The Influence of Size and Weight Variables on the Roll Stability of Heavy Duty Trucks", *SAE Paper* No. 831163, 1983.

Esta región es una condición de vuelco inherentemente inestable. Considere un vehículo inclinado hacia arriba en dos llantas en un giro. Para mantenerse en equilibrio, el ángulo de vuelco del vehículo debe estar en el valor preciso de la curva anterior en donde la aceleración lateral del equilibrio iguala la actual. Cualquier minúscula perturbación que incremente el ángulo de vuelco reduce la aceleración lateral de equilibrio, y la aceleración lateral de exceso produce una aceleración de vuelco que posteriormente incrementa el ángulo llevándolo lejos del punto de equilibrio. Si se deja continuar, la tendencia de vuelco del vehículo rápidamente aumenta hasta llegar al vuelco total del vehículo en cuestión de uno o dos segundos.

Esto conlleva a la necesidad de definir cuando se inicia el vuelco. Debido a la inherente inestabilidad del vehículo cuando las llantas internas se levantan del suelo, es apropiado considerar que el inicio del vuelco ocurre cuando las llantas dejan el contacto con el suelo. No obstante, es posible que un conductor detenga la acción haciendo una maniobra rápida de viraje en el giro, de tal modo que se reduzca la aceleración lateral a un nivel que retorne el vehículo a una posición vertical. Se hace necesaria una respuesta veloz (en fracciones de segundo) por la velocidad con la cual el vuelco procede. Teóricamente, el vuelco se vuelve irrecuperable solo cuando el ángulo de vuelco es tan grande que el centro de gravedad del vehículo pasa fuera de la línea de contacto de las llantas externas. Este límite corresponde al punto en la figura donde la aceleración lateral del equilibrio alcanza cero ($\Phi = \tan^{-1}(2h/t)$).

Se sabe que los conductores de piruetas pueden llevar un vehículo hasta este punto y manejar en dos llantas por grandes distancias a pesar de la inestabilidad. Aunque, es improbable que un conductor promedio evite el

vuelco si el vehículo inadvertidamente llega a esta posición extrema. Tomando un punto de vista conservador, el ingeniero automotriz debe asumir que la gran mayoría de los conductores no tienen los reflejos o las habilidades para lidiar con la inestabilidad una vez las llantas de un lado del vehículo se levanten del suelo, y se debe enfocar en optimizar el comportamiento del vehículo hasta este punto.

VUELCO QUASISTÁTICO DE UN VEHÍCULO SUSPENDIDO

Despreciando los efectos de las llantas y las suspensiones, como se hizo en el análisis anterior, se sobreestima el umbral de vuelco del vehículo¹⁵⁷. En curqueo, la transferencia lateral de carga libera a las llantas internas del vehículo e incrementa la carga en las llantas externas. En consecuencia, el cuerpo rota en el plano de vuelco con un desplazamiento del centro de gravedad hacia el lado externo al giro. El desplazamiento del centro de gravedad reduce el brazo del momento de la fuerza de gravedad que actúa para resistir el vuelco.

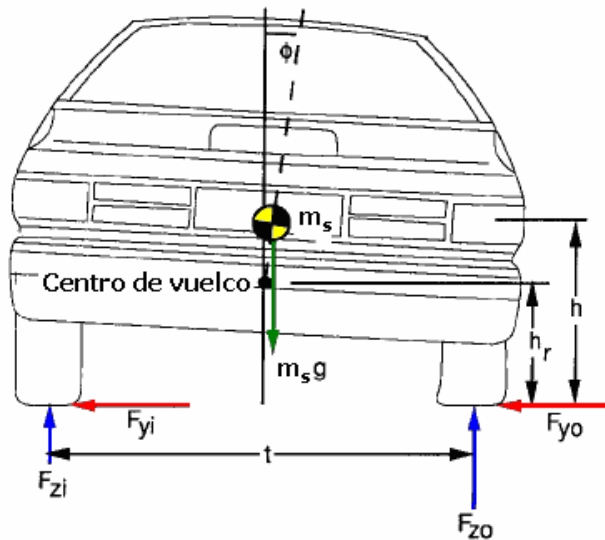
La figura 5.3 ilustra este mecanismo en un vehículo con un sistema de suspensión; el cuerpo se representa por su masa m_s conectada a un eje en un punto imaginario conocido como el centro de vuelco. El centro de vuelco es el pivote sobre el cual ocurre el vuelco del cuerpo, y es también el punto en el cual se transfiere las fuerzas laterales del eje a la masa *sprung*.

¹⁵⁷ J. Bernard, J. Shannan, and M. Vanderploeg, "Vehicle Rollover on Smooth Surfaces", SAE Paper No. 891991, 1989.

Se puede lograr una solución analítica simple para el umbral de vuelco si la masa y la rotación de los ejes se desprecian¹⁵⁸. Haciendo momentos sobre el punto donde las llantas de la derecha (basados en la figura 5.3) hacen contacto con el suelo, y asumiendo que las cargas en las llantas de la izquierda ya son cero, entonces:

$$\sum M_0 = 0 = m_s a_y h - m_s g [t/2 - \Phi(h - h_r)] \quad (5.5)$$

Figura 5.3 Diagrama de fuerzas durante el vuelco de un vehículo suspendido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

Ahora el ángulo de vuelco de la masa *sprung* Φ , es simplemente la rata de vuelco, R_Φ , veces la aceleración lateral a_y . La rata de vuelco es la rata de cambio del ángulo con la aceleración lateral expresada en unidades de

¹⁵⁸ **D. Bickerstaff**, "The Handling Properties of Light Trucks", *SAE Paper* No. 760710, 1976.

radianes por gravedades. Substituyendo para eliminar el ángulo de vuelco y resolviendo para la aceleración lateral se llega a:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2h} \frac{1}{[1 + R_\phi (1 - h_r/h)]} \quad (5.6)$$

donde h es la altura del CG sobre el terreno, h_r la altura del centro de vuelco sobre el terreno, t es la distancia entre llantas y R_ϕ es la rata de vuelco.

De esta manera se tiene en cuenta el desplazamiento del CG, por lo tanto el umbral de vuelco es “ t sobre $2h$ ” reducido por el segundo termino del lado derecho de la ecuación 5.6. Para automóviles de pasajeros con $h_r/h = 0.5$ y con una rata de vuelco de 6 grados por gravedad (0.1 radianes/ g), el segundo termino es aproximadamente 0.95. Esto significa que el umbral de vuelco es reducido aproximadamente un 5% debido a este mecanismo. Automóviles deportivos con baja rata de vuelco y bajo centro de gravedad experimentan de menor manera estos efectos, mientras que automóviles de lujo con alta rata de vuelco y alto centro de gravedad experimentarían mayores efectos. En ejes sólidos (los cuales tienden a tener un alto centro de vuelco) también se reduce el efecto de la transferencia lateral comparados con las suspensiones independientes (las cuales tienen bajos centros de vuelco) debido a la reducción de la distancia del CG al centro de vuelco.

Un mecanismo similar aparece de la deformación lateral de las llantas externas, el cual permite que el centro de carga bajo las llantas se mueva hacia adentro durante el curvado, reduciendo la distancia entre llantas. Para automóviles típicos de pasajeros la transferencia lateral del punto de contacto de la llanta puede contribuir con otro 5% en la reducción del umbral.

Un análisis más preciso de la transferencia lateral y del efecto en el umbral de vuelco, requiere un modelamiento detallado de las llantas y de los sistemas de suspensión. Entre los mecanismos que se deben considerar están:

- Transferencia lateral del centro de gravedad de la masa *sprung* causada directamente por la rotación sobre el centro de vuelco de la suspensión.
- Transferencia lateral del centro de vuelco de la suspensión con respecto a la distancia entre llantas, debida a la rotación del eje sólido o al camber independiente de las llantas.
- Movimiento lateral del punto de acción de la fuerza vertical en las llantas debido a las fuerzas de curvado y las deformaciones (estos factores se reflejan en cambio en el momento de sobreviraje bajo efecto combinado de curvado y camber).
- Diferencias en el comportamiento de las suspensiones y las llantas delanteras y traseras.

Tener en cuenta todos estos efectos hace menos favorable la solución analítica. Particularmente, si las suspensiones delanteras y traseras son muy diferentes en carga y rigidez de vuelco, se hace necesario modelar simultáneamente el comportamiento de las suspensiones delantera y trasera. Los programas de computador son el camino a seguir para calcular el umbral de vuelco cuasiestático cuando estos efectos son incluidos¹⁵⁹.

¹⁵⁹ T.D. Gillespie, *et al.*, "Roll Dynamics of Commercial Vehicles", *Vehicle Systems Dynamics*, Vol. 9, 1980.

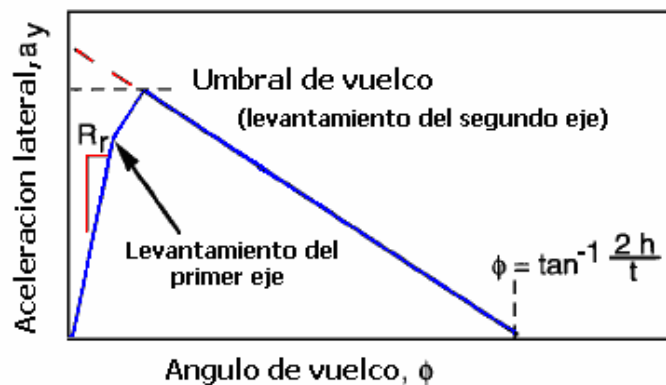
Cuando estos mecanismos son modelados con precisión, la respuesta cuasiestática al vuelco de un vehículo toma la forma mostrada en la figura 5.4. En niveles bajos de aceleración lateral, la respuesta de vuelco del vehículo aumenta linealmente con una pendiente igual a la rata de vuelco. Esta tendencia sigue hasta que una de las llantas internas se levanta. (Las llantas delanteras y las traseras no necesariamente se levantan al mismo tiempo debido a las diferencias entre las suspensiones delanteras y traseras, y sus respectivas cargas. En el caso de camiones multiaxiales, la pendiente cambiará con el levantamiento de cada llanta interna, resultando una curva con tres o cuatro segmentos de líneas en esta zona). En este punto la respuesta cambia a una pendiente menor porque la rata de vuelco es reducida a la rata producida por la suspensión que se mantiene en contacto con el terreno. Cuando la segunda llanta interna se levanta, se alcanza el umbral de vuelco. Después de esto, la respuesta de vuelco sigue una línea con pendiente negativa, casi equivalente a la discutida en el caso del vehículo rígido.

La gráfica indica que para un vehículo con una distancia entre llantas y una altura de CG dadas, el umbral de vuelco más elevado se logrará manteniendo la rata de vuelco de la masa *sprung* en el nivel más alto posible (usando suspensiones con alta rigidez de vuelco), y diseñando las suspensiones delantera y trasera de tal manera que tengan el levantamiento de las llantas internas en el mismo ángulo de vuelco.

Métodos experimentales se han desarrollado para medir el umbral de vuelco cuasiestático mediante el uso de la “plataforma inclinada”. Como sugiere su nombre, la plataforma inclina al vehículo en el plano lateral (o de vuelco) y, de las mediciones del ángulo al cual ocurre el vuelco, se determina el umbral.

El método es muy exacto para camiones pesados que tienen alto centro de gravedad y experimentan vuelco a ángulos pequeños (del orden de 20 a 25 grados).

Figura 5.4 Aceleración lateral del equilibrio en el vuelco de un vehículo suspendido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

Para automóviles de pasajeros, el umbral de vuelco puede estar por el orden de los 45 grados. Con ángulos elevados, las componentes del peso del vehículo que actúan en el plano del vehículo son reducidas sustancialmente (30% bajo 45 grados). La reducción de la carga en las suspensiones y en las llantas eleva el cuerpo sobre su posición normal de manejo causando vuelco prematuro e invalidando la prueba. Para evitar estos errores, los procedimientos de la prueba deben ser ideados para imponer una fuerza lateral en el centro de gravedad (la prueba de cable halado¹⁶⁰) o aplicando un momento puro al cuerpo del vehículo.

¹⁶⁰ **D. Bickerstaff**, "The Handling Properties of Light Trucks", *SAE Paper* No. 760710, 1976.

VUELCO TRANSITORIO

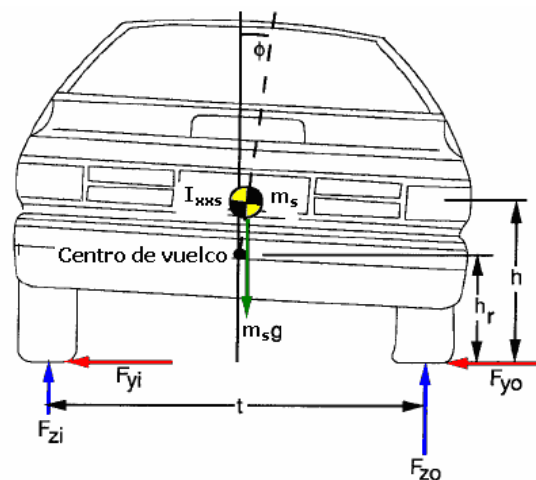
Hasta ahora, los análisis han sido cuasiestáticos, y se ha modelado el vuelco solo cuando el vehículo está en un giro estable. (Asumir el comportamiento cuasiestático es válido solo cuando la aceleración lateral está cambiando mucho más lento que la respuesta de vuelco). Para examinar la respuesta del vehículo con condiciones de cambios rápidos de aceleración lateral, se requiere un modelo transitorio. Un modelo de respuesta transitoria intenta representar la forma como varía el vuelco del vehículo con el tiempo. Al nivel más elemental, un modelo simple de vuelco se puede usar para examinar la respuesta a los casos analíticos simples de variación de la aceleración con el tiempo. De manera alterna, modelos más complejos en donde se combinan movimientos en los planos de *yaw* y de vuelco se han desarrollado para examinar la respuesta al vuelco asociada con condiciones específicas de maniobras.

Modelos de Vuelco Simple. La primera y más simple aproximación para investigar la respuesta transitoria de vuelco es con un modelo similar al modelo de vehículo suspendido discutido en la Sección 5.2, al cual se le añade un momento de inercia al vuelco de la masa *sprung* como se muestra en la figura 5.5. El cuerpo es representado por su masa m_s y el momento de inercia al vuelco I_{xxs} . No se muestran en la figura la rigidez y el amortiguador de la suspensión. De nuevo, las propiedades de las llantas y las suspensiones delanteras y traseras se pueden combinar para simplificar el análisis.

Este modelo puede ser útil para examinar la respuesta del vehículo ante aceleraciones laterales repentinamente aplicadas con naturaleza de entradas

escalón. También es la representación de la transición que ocurre cuando un vehículo entra en deslizamiento con los frenos bloqueados y después experimenta un repentino regreso de las fuerzas de curqueo cuando los frenos se liberan. O, puede simular el efecto de deslizamiento de una superficie de bajo coeficiente de adhesión a una con alto coeficiente de adhesión.

Figura 5.5 Modelo para comportamiento de vuelco transitorio.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

Las ecuaciones diferenciales para el movimiento en el plano de vuelco se pueden escribir y resolver analíticamente para el caso de entrada escalón. La respuesta del sistema será similar a la de un sistema amortiguado de un grado de libertad expuesto a una entrada escalón, como se muestra en la figura 5.6.

Con una aceleración repentina como entrada, el ángulo de vuelco responde como un sistema de segundo orden. Con menos que el valor crítico de amortiguamiento el ángulo se eleva hacia el punto de equilibrio, pero debido

a la velocidad de vuelco cuando alcanza el equilibrio, este lo sobre pasa y llega a un máximo. Después de este punto se revierte y puede oscilar antes de posicionarse en un ángulo en estado estable en el equilibrio.

Figura 5.6 Respuesta de vuelco a una entrada escalón.



Fuente: **Thomás D. Gillespie.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics.* Society of Automotive Engineers

El hecho de que el ángulo de vuelco sobre pase el equilibrio significa que el levantamiento de las llantas puede ocurrir a bajos niveles de entrada de aceleración lateral en maniobras transitorias en comparación con el caso cuasiestático. Una maniobra de escalón que produce un nivel de aceleración lateral un poco inferior al umbral cuasiestático puede incurrir en vuelco en el caso transitorio por el fenómeno de sobre paso. Así el umbral de vuelco es inferior en maniobras transitorias.

El grado en el cual ocurre el sobre paso es dependiente del coeficiente de amortiguación de vuelco. La figura 5.7 muestra el umbral de vuelco calculado como función del coeficiente de amortiguación para un automóvil de pasajeros, una furgoneta y un camión pesado. El umbral de vuelco más pequeño ocurre cuando no hay amortiguador. Este se eleva con el coeficiente

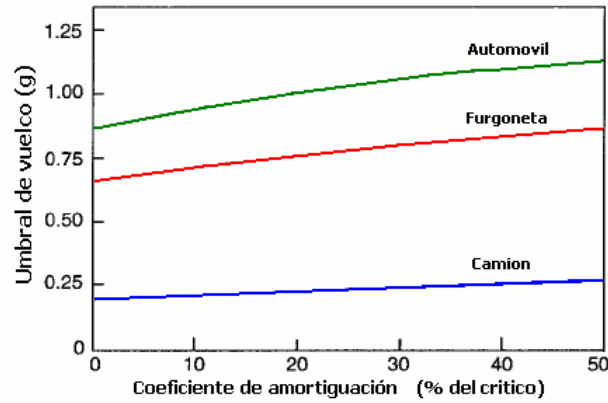
de amortiguación pero va disminuyendo su tasa de crecimiento. Los beneficios del coeficiente de amortiguación de vuelco son evidentes; se puede ver que el umbral de vuelco de un automóvil aumenta aproximadamente un tercio de su valor sin amortiguador, al utilizar un amortiguador con un coeficiente de amortiguación del 50% del amortiguador crítico. Para el automóvil y la furgoneta, el análisis transitorio con una entrada escalón de viraje reduce el umbral de vuelco alrededor de un 30% del valor " t sobre $2h$ ", comparado con solo el 10% para el modelo cuasiestático de un vehículo suspendido. Para el camión pesado la reducción es cercana al 50%¹⁶¹.

Excitando este modelo con una entrada de aceleración sinusoidal se ilustra el efecto de la resonancia de vuelco en el umbral de vuelco. La aceleración sinusoidal es similar a la entrada que produciría una pista de slalom (competencia de ski).

Bajo una aceleración lateral sinusoidal la respuesta del vehículo será dependiente de la frecuencia de la entrada. La figura 5.8 muestra la dependencia del umbral de la aceleración lateral con la frecuencia cuando ocurre vuelco (cuando se levanta la llanta) para un automóvil, una furgoneta y un camión pesado. A cero frecuencia el umbral se aproxima a los valores en estado estable que se pueden obtener del modelo cuasiestático del vehículo suspendido. Con el incremento en frecuencia el umbral cae, hacia un mínimo el cual corresponde a la frecuencia de resonancia de vuelco.

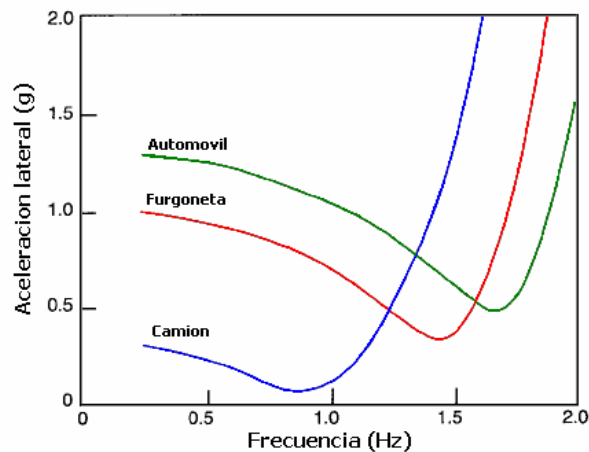
¹⁶¹ J. Bernard, J. Shannan, and M. Vanderploeg, "Vehicle Rollover on Smooth Surfaces", SAE Paper No. 891991, 1989.

Figura 5.7 Efecto del coeficiente de amortiguación en el umbral de vuelco con una entrada escalón de viraje.



Fuente: J. Bernard, J. Shannan, and M. Vanderploeg, "Vehicle Rollover on Smooth Surfaces", SAE Paper No. 891991, 1989.

Figura 5.8 Umbral de vuelco como función de la frecuencia en una entrada sinusoidal de viraje.



Fuente: J. Bernard, J. Shannan, and M. Vanderploeg, "Vehicle Rollover on Smooth Surfaces", SAE Paper No. 891991, 1989.

La frecuencia de resonancia de vuelco para un camión pesado, la cual es menor a 1 Hz debido a su alto centro de gravedad, lo hace especialmente vulnerable a este efecto dinámico. De la experiencia se ha mostrado que las

maniobras de cambio de carril ejecutadas en dos segundos (0.5 Hz) son altamente capaces de excitar la dinámica de rotación sobre el plano de vuelco las cuales pueden precipitar el vuelco del camión. El tiempo de dos segundos es fácilmente logrado por el conductor y corresponde a la frecuencia de viraje necesaria para mover de 2.5 a 3 metros (8 a 10 pies) lateralmente para esquivar obstáculos a una velocidad normal de manejo en carretera. Como resultado, las maniobras de cambios de carril se han identificado como causa común de accidentes de vuelco de camiones pesados¹⁶².

La furgoneta y el automóvil, los cuales en comparación con el camión poseen un cociente inferior de altura del CG contra la distancia entre llantas, tienen frecuencias de resonancia de vuelco de 1.5 Hz y superiores. Para entrar en resonancia de vuelco, se requiere hacer una rápida oscilación de viraje. Estudios del comportamiento del conductor muestran que las entradas de viraje a estas frecuencias son normalmente de baja amplitud¹⁶³. Luego, estas producen solo desviaciones menores en la posición lateral ya que hay una atenuación de la respuesta de giro *yaw* a estas frecuencias. (Incluso una oscilación de viraje con relativamente alta amplitud a 2 Hz solo causará que el vehículo se mueva alrededor de (30 cm) 1 pie lateralmente). De esta manera, una conclusión lógica es que la resonancia simple de vuelco es menos significativa para el vuelco con automóviles de pasajeros y con furgonetas. Para lograr maniobras de cambios de carril o hacer maniobras de

¹⁶² R.D. Ervin, *et al.*, "Ad Hoc Study of Certain Safety-Related Aspects of Double Bottom Tankers", *The University of Michigan Transportation Research Institute*, Report No.UM-HSRI-78-18, 1978.

¹⁶³ J.R. Mclean, and E.R. Hoffman, "The Effects of Restricted Preview on Driver Steering Control and Performance", *Human Factors*, Vol. 15, No. 4, 1973.

slalom, el tiempo de duración de la oscilación (periodo) debe ser mucho mayor (del orden de 4 segundos). Frecuencias de excitación inferiores a 1 Hz produce respuestas de vuelco en el vehículo que están cercanas al comportamiento cuasiestático. Por lo tanto, desde la perspectiva de vuelco, el viraje escalón representa una maniobra más exigente a estos vehículos que el viraje sinusoidal.

Modelos de Yaw + Vuelco. Para desarrollar una visión más completa y precisa del comportamiento de vuelco del vehículo, se hace necesario confiar en modelos de vehículos más comprensibles en los cuales se pueda simular las respuestas de *yaw* y de vuelco simultáneamente. Los movimientos de *yaw* producen las aceleraciones laterales que causan el movimiento de vuelco, y el movimiento de vuelco en giros altera la respuesta de *yaw* a través de modificaciones en las fuerzas de curqueo en las llantas debido a la transferencia lateral de carga y por la acción de la suspensión. En la comunidad de investigadores de la dinámica de vehículos se han desarrollado un gran número de modelos computacionales para investigar este comportamiento^{164 165 166}.

Usando un modelo más comprensible para examinar el viraje sinusoidal, se encuentra un fenómeno adicional de importancia en la respuesta de vuelco, y

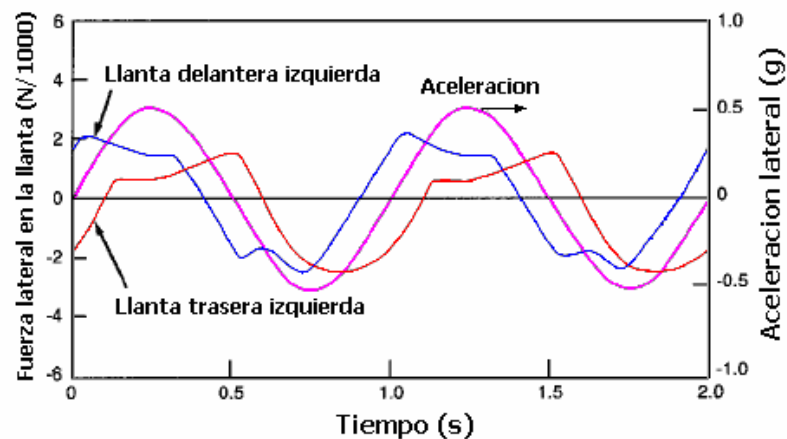
¹⁶⁴ **T.D. Gillespie, and C.C. MacAdam**, "Constant Velocity Yaw/Roll Program: User's Manual", *The University of Michigan Transportation Research Institute*, Report No. UM-HSRI-81-139, October, 1982.

¹⁶⁵ **R.R. McHenry**, "Research in Automobile Dynamics – Computer Simulation of General Three-Dimensional Motions", *SAE Paper* No. 710361, 1971.

¹⁶⁶ **N.V. Orlandea**, "ADAMS Theory and Applications" *Proceedings of Advanced Vehicle Systems Dynamics Seminar*, Swets ans Zeitlanger, 1987.

es el desfase entre las llantas delanteras y traseras. En los vehículos virados por las llantas delanteras solamente, una acción de viraje causa que en las llantas delanteras se forme una fuerza lateral casi inmediatamente (retrasada solo por la longitud de relajamiento de las llantas), pero en las llantas traseras no se desarrolla la fuerza hasta que se forma el ángulo de slip. Como resultado las fuerzas de las llantas traseras muestran un tiempo de fase en un viraje sinusoidal. Este fenómeno es ilustrado para un automóvil de pasajeros en la figura 5.9.

Figura 5.9 Desfase de las fuerzas en las llantas y la aceleración lateral en un viraje sinusoidal.



Fuente: J. Bernard, J. Shannan, and M. Vanderploeg, "Vehicle Rollover on Smooth Surfaces", SAE Paper No. 891991, 1989.

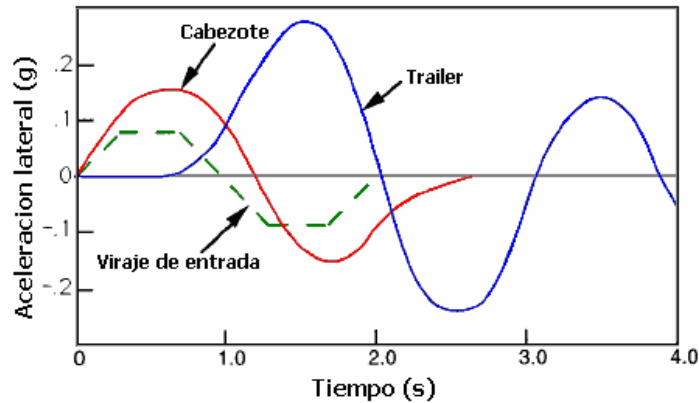
En el viraje sinusoidal de un ciclo por segundo mostrado en la figura 5.9, las fuerzas laterales en las llantas traseras se retrasan de las delanteras aproximadamente 0.2 segundos, correspondiendo alrededor de 70 grados de desfase. La aceleración lateral, la cual depende de la suma de fuerzas, disminuye por el desfase. Si la fuerza lateral las llantas delanteras y traseras llegan a un pico simultáneamente, la aceleración lateral alcanzará 0.8 g en

lugar que 0.5 g en esta maniobra. A una frecuencia mayor la atenuación es aún mayor.

El efecto del desfase consiste en permitir que el vehículo gire en el plano de *yaw* y cambie de dirección mientras se atenúa el nivel de la aceleración lateral mediante la separación de la aceleración sobre un periodo más largo de tiempo. En los automóviles de pasajeros este efecto contribuye a la percepción de falta de sensibilidad (o lentitud) en el curqueo transitorio. Como el tiempo de desfase aumenta con la distancia entre ejes del vehículo, los automóviles largos no se perciben tan sensibles como los automóviles pequeños en estas maniobras. Vehículos de direccionado de cuatro ruedas invariablemente viran sus llantas traseras en la misma dirección que las llantas delanteras (no obstante, necesitan un menor ángulo de viraje) para eliminar el desfase, de tal modo mejoran la sensibilidad en el curqueo transitorio. Se podría discutir sobre que los vehículos de direccionado de cuatro ruedas (como cualquier otra característica que mejore la respuesta de curqueo) pueden contribuir incrementando el potencial de vuelco. Teniendo en mente que la frecuencia de resonancia de vuelco de los automóviles de pasajeros esta en el rango de 1.5 a 2 Hz, la ausencia de desfase con vehículos de direccionado de cuatro ruedas los hace más susceptibles a que un conductor inadvertidamente excite la resonancia de vuelco en una maniobra evasiva.

En vehículos muy largos, como autobuses escolares, camiones y dobletroques, el desfase puede ser muy marcado. La figura 5.10 muestra las aceleraciones laterales experimentadas en el cabezote y en el trailer de un dobletroque.

Figura 5.10 Aceleración lateral en un cabezote y en el trailer de un dobletroque.



Fuente: R.D. Ervin, "The Influence of Size and Weight Variables on the Roll Stability of Heavy Duty Trucks", SAE Paper No. 831163, 1983.

Un viraje sinusoidal de dos segundos de duración excita una amplificación posterior de la respuesta de *yaw* y la resonancia de vuelco del trailer, por lo que el trailer experimenta una aceleración lateral mucho más grande que el cabezote. Debido a la longitud del trailer, la aceleración lateral del trailer es casi 180 grados desfasada con la del cabezote. Esta amplificación contribuye al fenómeno de latigazo (por la forma ondulada como se agita un látigo) y es reconocida como una medida de seguridad muy perjudicial para los dobletroques porque una ligera maniobra en el cabezote es amplificada y pueden causar que el trailer se vuelque. Una manera de prevenir esto es usar amarres entre el trailer y el cabezote los cuales proveen pares antivuelco. Con estos pares antivuelco el desfase de la aceleración lateral permite que el trailer ayude al cabezote a resistir el vuelco durante el inicio de la maniobra y el cabezote ayuda al trailer durante el final de la maniobra. Esta característica está siendo usada en la nueva generación de amarres para dobletroques que se están desarrollando hoy en día.

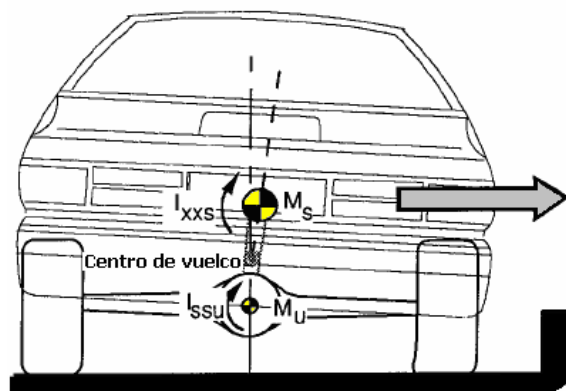
Deslizamiento horizontal con impacto contra tope. El otro tipo de accidentes de vuelco que requieren de un especial modelamiento es el caso cuando un vehículo resbala lateralmente y choca con un objeto, como por ejemplo un andén o un terreno más suave, lo que hace que el vehículo incurra en vuelco¹⁶⁷. Se han desarrollado modelos ingenieriles para este fenómeno, aunque el entendimiento del fenómeno esta en una etapa inicial. Un modelo de simulación no lineal de ocho grados de libertad se ha desarrollado el cual utiliza subsistemas lineales simples para modelar las llantas, la suspensión y las fuerzas de impacto. El vehículo es representado por una masa *sprung* y una masa *unsprung* (combinando las suspensiones delanteras y traseras), como se muestra en la figura 5.11. Las masas tienen grados de libertad en vuelco, desplazamiento lateral y vertical, mientras el giro y el *yaw* del vehículo se analizan usando una masa simple concentrada. Las fuerzas de impacto entre la llanta y el tope son modeladas usando deformaciones plásticas y elásticas. Los efectos del amortiguador son incluidos a través de las fuerzas disipativas de energía en las llantas, el movimiento lateral entre la masa *sprung* y las masas *unsprung*, los amortiguadores de la suspensión y la fuerza de impacto entre la llanta y el tope. Este modelo fue desarrollado por la NHTSA (por sus siglas en ingles, *National Highway Traffic Safety Administration*) con fondos públicos, y por ende, debe estar disponible para cualquier usuario por medio de una petición a la Administración.

Modelos de este tipo se han usado para investigar las condiciones bajo las cuales el vehículo experimenta vuelco por deslizamiento lateral con impacto contra tope, enfocándolo en si suficiente energía es desarrollada en el impacto

¹⁶⁷ R.J. Rosenthal, *et al.*, "User's Guide and Program Description for a Tripped Roll Over Vehicle Simulation", Report No. DOT HS 807140, *Systems Technology Inc.*, 1987.

contra el tope para elevar el CG del vehículo hacia el punto de vuelco. En el impacto con el tope, la rotación del vehículo produce energía cinética igual a un medio del momento de inercia de la masa *sprung* y de las masas *unsprung* sobre sus puntos de rotación, por sus respectivas velocidades angulares al cuadrado¹⁶⁸. Concurrentemente, el levantamiento del CG del vehículo agrega energía potencial igual a la masa por el incremento de la altura del CG. Si el total de estas dos energías excede la energía potencial necesaria para levantar el CG sobre la llanta externa, el vuelco es indudable.

Figura 5.11 Vehículo próximo a un vuelco por deslizamiento lateral con impacto contra tope.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers

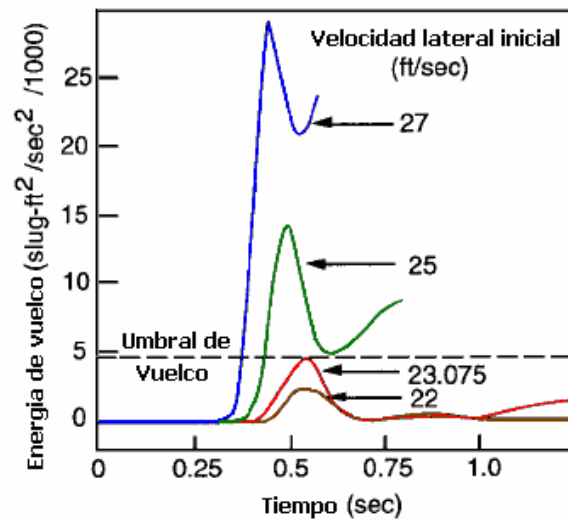
Desde un punto de vista ingenieril, esta aproximación de energía tiene muchas debilidades porque asume que toda la energía cinética se transforma en energía potencial, elevando el CG al punto de vuelco. Esta desprecia

¹⁶⁸ **A.G. Nalecz, A.C. Bindemann, and C. Bare**, "Sensitivity Analysis of Vehicle Tripped Rollover Model", Final Report, Contract No. DTNH22-8-Z-07621, *University of Missouri-Columbia*, July 1988.

cualquier energía adicional de entrada o disipada por la llanta en contacto con el suelo durante el proceso, y almacenamiento o disipación de energía en las llantas y suspensiones.

La figura 5.12 muestra ejemplos típicos de los resultados de un análisis energético del proceso de impacto con el tope. En el eje vertical se ubica la energía neta de vuelco la cual es el total instantáneo de la energía cinética rotacional más la energía potencial de elevación del CG. El umbral de vuelco es el nivel de energía potencial asociada con el paso del CG sobre las llantas externas. Si la energía de vuelco excede el umbral, ocurrirá vuelco.

Figura 5.12 Energía rotacional durante el impacto con un tope.



Fuente: **Thomás D. Gillespie.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics.* Society of Automotive Engineers

En el análisis, al vehículo simulado se le da una velocidad lateral inicial mientras se encuentra a más de 2 metros (7.5 pies) del tope. Con 22 pies/s (ft/s) de velocidad inicial, el impacto causa un breve crecimiento en el nivel

de energía de vuelco debido a la energía cinética de rotación y energía potencial de elevación del CG. Sin embargo, la energía neta siempre se mantiene debajo del umbral, entonces no ocurre vuelco. Con el tiempo la energía es disipada por el sistema de suspensión.

La velocidad de 23.075 pies/s representa el caso justamente necesario para volcar el vehículo. La energía de vuelco se eleva al punto de vuelco, donde los componentes de la energía cinética cercanamente alcanzan cero. Después de esto, la energía cae mientras el vehículo continua en vuelco. A una velocidad inicial superior de 25 y 27 pies/s, ocurre el vuelco.

Esta metodología se usa para examinar el efecto de los parámetros del vehículo en la propensidad de vuelco. Sin sorprender, se ha encontrado que los parámetros geométricos de la distancia entre llantas y la altura del CG son los de mayor influencia. La segunda variable más importante es la característica de deformación del vehículo con respecto al impacto. Por medio de la distribución de la deformación por el impacto sobre una distancia larga, la energía disipada en la colisión reduce la cantidad de energía que puede contribuir en el movimiento de vuelco del vehículo. El peso del vehículo aparentemente tiene un pequeño efecto puesto que afecta la altura de manejo (a mayor peso, menor altura del CG). Así mismo, tienen una pequeña influencia la rigidez y las propiedades de amortiguamiento de la suspensión.

ANEXO G. PAPER, GROUND TRANSPORTATION SYSTEMS

A continuación se presenta el paper facilitado por el profesor PhD Ahmed de la Universidad Concordia.

GROUND TRANSPORTATION SYSTEMS

A K W Ahmed, Concordia University, Montreal,
Quebec, Canada

Copyright © 2001 Academic Press

doi:10.1006/rwvb.2001.0165

The ground transportation systems are perhaps ideal examples of mechanical systems that encounter vibration in a wide frequency range, and present many design challenges to achieve effective attenuation of vibration and noise, while maintaining adequate handling and stability performance. Effective isolation of vibration in vehicles is vital to achieve adequate ride quality, minimal component squeaks and rattle, and to control the magnitudes of dynamic loads transmitted to the cargo and pavement when freight vehicles are involved. The design challenges primarily stem from the fact that vehicles are highly complex systems with a large number of components that undergo coupled motions, and that the safety and control performance requirements of vehicles raise conflicting design issues. Furthermore, vehicle vibrations are induced by a variety of sources including engine and drivetrain, aerodynamic forces, unbalance of tire and wheel assembly, and most importantly the dynamic interactions of the tire or track with the irregular terrain. The surface roughness of roads or terrains is known to vary widely from smooth highways to extremely rough off-road terrains. The magnitudes and predominant frequencies of the terrain-induced vehicular vibration vary with many design and operating factors, such as static and dynamic properties of tires and suspension components, inertial properties of the vehicle and vehicle speed.

The vehicle body vibration or the ride quality has been of primary concern for the vehicle engineers,

irrespective of the type of ground transportation system. The enhancement of comfort performance of automobiles and passenger road and rail vehicles necessitates reduction of noise and vibration harshness. The preservation of health, safety and performance rate of operators of off-road vehicles requires the control of their terrain-induced high magnitude and low frequency vibration. In case of commercial freight vehicles, the control of vibration is vital for preservation of driver comfort and safety, cargo, and road infrastructure. The primary objective of vibration analysis of a ground transportation system is to analyze the characteristics of response vibration that the passenger and freight could be exposed to, and to enhance vibration isolation through components design. Although the road and off-road vehicles exhibit vibration along all the translational and rotational axes, the predominant vibration in most transportation systems is known to occur along the vertical axis. This section is thus limited to fundamental aspects of vertical vehicular vibration analyses, including: human sensitivity to vibration to illustrate some of the suspension design objectives; simple analytical models of different vehicles together with the methods of solution; the static and dynamic properties of major components affecting the vehicular vibration; and the description of road roughness.

Driver/Passenger Sensitivity to Vibration

Due to the subjective nature of comfort/discomfort, the ride quality associated with vehicle vibration is a highly difficult parameter to establish. Numerous studies, however, have been conducted in an attempt

to establish ride comfort limits in terms of magnitude and frequency contents of vehicular vibration. Despite some disagreements, the vibration exposure guidelines defined in the International Standards Organization documents, ISO-2631, have been widely used to assess the vehicular vibration. The earlier version of this standard, ISO-2631 (1974), provided three distinct exposure limits for assessment of whole-body vertical and horizontal vibration in the 1–80 Hz frequency range in terms of comfort, fatigue and health. Figure 1 shows the fatigue or decreased proficiency boundaries for exposure to vertical vibration in terms of RMS acceleration as a function of third-octave band center frequency for various exposure times. (As described in the figure caption, other limits can be found from the fatigue boundary.) In its revised form, the document ISO-2631-1 (1997), different frequency-weighting filters are defined to describe human response to translational as well as rotational vibration. The standard specifies that the evaluation of vibration exposure should be made at the point of entry of vibration, namely the body–seat interface. The magnitude of vibration exposure is characterized by the overall RMS frequency-weighted acceleration, computed from:

$$\bar{a}_w = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right]^{1/2}$$

where $a_w(t)$ is the frequency-weighted acceleration at instant t , expressed in m s^{-2} or rad s^{-2} . T is the duration of vibration measurement and $\bar{a}_w$ is the

overall frequency-weighted RMS acceleration. The frequency-weighting filters, W_d and W_k are defined for the assessment of effects of translational vibration on health, comfort, and perception, while weighting W_e is defined for assessment of rotational motions of the body. The vibration containing transient events with crest factors above nine the standard suggests the use of either running RMS method or the fourth power vibration dose value (VDV), given by:

$$\text{VDV} = \left[\int_0^T a_w^4(t) dt \right]^{1/4}$$

The Society of Automotive Engineers' manual describes the vertical vibration comfort limits for road transportation systems on the basis of Janeway's comfort criterion. It is based on data for sinusoidal vibration of a single frequency, and the limits are specified as:

$$\text{Peak jerk} \leq 12.6 \text{ m s}^{-3} \text{ for } f \leq 6 \text{ Hz}$$

$$\text{Peak acceleration} \leq 0.33 \text{ m s}^{-2} \text{ for } 6 < f \leq 20 \text{ Hz}$$

$$\text{Peak velocity} \leq 0.0027 \text{ m s}^{-1} \text{ for } 20 < f \leq 60 \text{ Hz}$$

These limits can be used to establish the comfort zone in terms of peak displacement or peak acceleration response as a function of the frequency, as illustrated in Figures 2A and 2B, respectively. From the above exposure limits, it is evident that the human body is most sensitive to vertical vibration in the 4–8 Hz frequency range. This can serve as one of the design requirements for the vehicle system to ensure that the vertical natural frequency of the vehicle body (sprung mass) is well below 4 Hz and that the natural frequency of the wheel assembly (unsprung mass) is well above 8 Hz. For a given vehicle, this will require a soft suspension spring, which may conflict with the requirements for handling and static ride height (static deflection). The natural frequency of the vehicle body or sprung mass usually lies between 1 and 4 Hz. The higher value generally applies to off-road and military vehicles. The natural frequency of the unsprung mass, also known as wheel hop frequency, often lies between 9 and 20 Hz. Again, the higher value generally applies to military and off-road vehicles with stiff suspensions.

The following section describes the system components that have direct influence on the vibration response characteristics of vehicles.

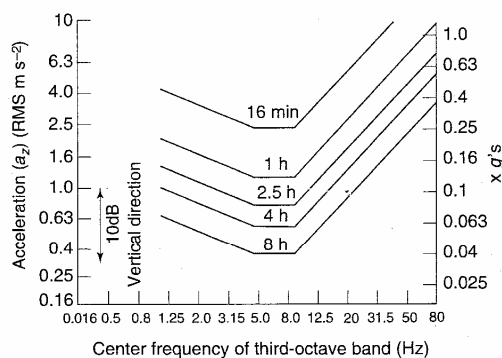


Figure 1 ISO curves for fatigue time as functions of vertical acceleration and frequency. [To obtain 'exposure limits' multiply acceleration values by 2 (6 dB higher) and to obtain the 'reduced comfort boundary' divide acceleration values by 3.15 (10 dB lower).]

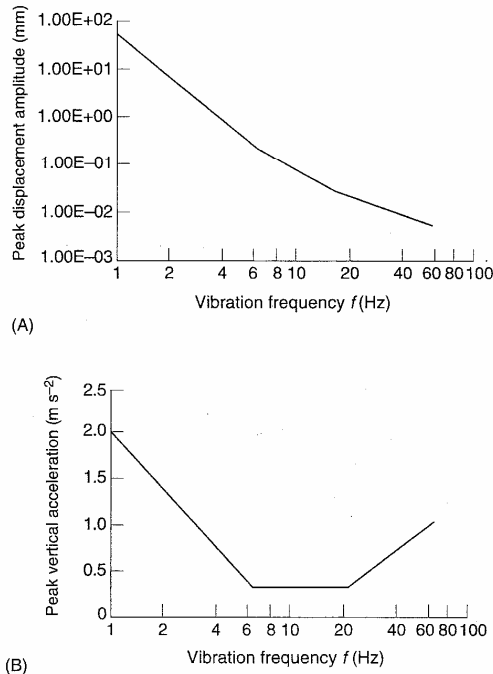


Figure 2 (A, B) Vertical vibration limits for passenger comfort proposed by Janeway.

Ground Transportation System

For the discussion in this article, ground transportation systems are grouped under road and off-road wheeled vehicles. Road vehicles include passenger cars, buses, trucks, and articulated freight vehicles. The off-road vehicles include only wheeled vehicles employed in construction, forestry, mining, agriculture and military sectors, where the terrain-induced inputs are considerably different from those of the road vehicles. The body or sprung mass of large vehicles may possess flexibility giving rise to structural vibration modes with significantly higher frequencies than those of road-induced ride vibration. For ride vibration analysis, therefore, all wheeled road and off-road vehicles can be represented by the components shown in Figure 3. A vast number of wheeled off-road vehicles, however, are designed with no primary suspension to achieve adequate roll stability while operating on rough terrains. The structure of the general model, shown in Figure 3, can be conveniently modified for off-road vehicles. The vibration response of most ground transportation systems, as shown in Figure 3, can be represented

by seven degrees-of-freedom (DOF), namely sprung mass bounce, roll and pitch, and bounce motion of the four wheels, when independent wheel suspensions are considered. For solid beam axles, each axle is considered to possess bounce and roll DOF. For multi-axled vehicles with dual tires, all the closely spaced axles with similar tire and suspension properties are often grouped together to represent a single composite axle. For example, in case the tandem rear axles of trucks or tractors, employed in freight transport systems, the unsprung masses, suspension and tire properties of individual axles can be conveniently lumped to represent a single equivalent rear axle. At low frequencies, the vehicle body, represented by its sprung mass, moves as an integral unit supported on a suspension system consisting of spring, k_s , and damper, c_s . Each axle of the wheel assembly with associated brake hardware is represented by an unsprung mass in contact with the ground surface through tires having stiffness k_t and damping c_t . Typically the tire stiffness is 7–10 times larger than the suspension stiffness. In response to the ground roughness, the unsprung masses move as rigid bodies introducing excitation forces to the sprung mass. The motions of the sprung and unsprung masses therefore, form the primary concern for ground vehicle vibration analysis. The passengers or goods occupying the sprung mass are directly subjected to the vibrations of the sprung mass, whereas the motions of the unsprung masses determine the excitations to the sprung mass and suspension clearance (rattle space) requirements. Although the ground roughness is the primary source of vibration, the wheels unbalance, engine and power train further contribute to the overall vibration environment of a vehicle. For simplicity, one may consider one input at a time with an appropriate model to examine the influence of each input on the sprung mass vibration. Beyond this, one may also investigate the sprung mass structural vibration, resonances of selected components and subsystems, as well as the effects of operating conditions or maneuvers on vibration response (not discussed in this article).

Models for Vibration Analysis

The model selected for the purpose of vibration analysis is largely dependent on the objective of the analysis. The focus here is to illustrate simple but credible models that can be utilized for fundamental vibration analysis in terms of resonant frequencies and forced vibration response of sprung and unsprung masses. Figure 4 and Figure 5 illustrate schematics of various in-plane models of vehicles that have been applied to study their response to ground excitations. These models are also widely

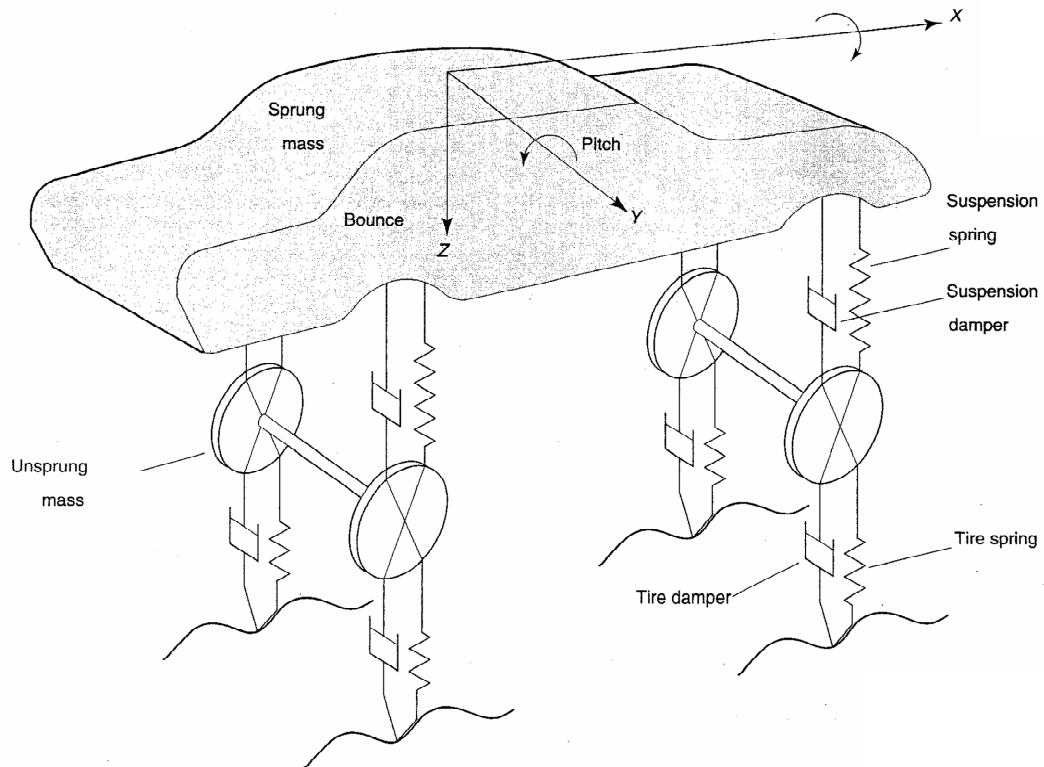


Figure 3 A seven-degree-of-freedom ride model for a ground vehicle.

used to study the suspension performance and vehicle response to self-excited vibration, such as wheel and engine unbalance. The roll motions of road vehicles with low center of mass (c.g.) height are known to be considerably smaller in magnitude. Moreover, the wheelbase of the majority of ground vehicles (longitudinal distance between centers of the front and rear axles) is significantly larger than the track width (lateral distance between wheels). The vehicular roll motions can thus be considered negligible compared to the magnitudes of vertical and pitch motions, and simplified pitch plane models, shown in Figure 4A, can be employed for vibration analysis. This model may be effectively used to establish the bounce and pitch motions of the sprung mass and bounce motions of the axles or wheels. In this case, m_s and I_s represent the mass and pitch mass moment of inertia of half the vehicle sprung mass. The unsprung mass and suspension properties represent one set of a wheel, tire and suspension system. The model can be further simplified to a 2-DOF pitch plane model (Figure 4B) to study qualitative bounce and pitch motions of the

sprung mass, assuming negligible contributions due to axle and tire assembly. In this case, the road input is taken to be the same as the wheels and is suitable for estimation of the bounce and pitch natural frequencies, and associated mode shapes. This model is also considered applicable for study of off-road vehicles without the sprung suspension, where the stiffness and damping elements relate to the properties of tires alone. Similarly, a quarter-car model, shown in Figure 4C, is commonly utilized to evaluate vertical dynamics of the vehicle and suspension design concepts. This model can be used to estimate both sprung and unsprung mass bounce natural frequencies and dynamic rattle space. In this case, m_s is one-quarter of the sprung mass with one set of suspension and wheels.

The models that can be utilized for vibration analysis under component excitations are presented in Figure 5. Figure 5A utilizes a simplified 2-DOF pitch plane model with an engine placed on the sprung mass through a set of engine mounts. Although the engine vibrates as a rigid body with

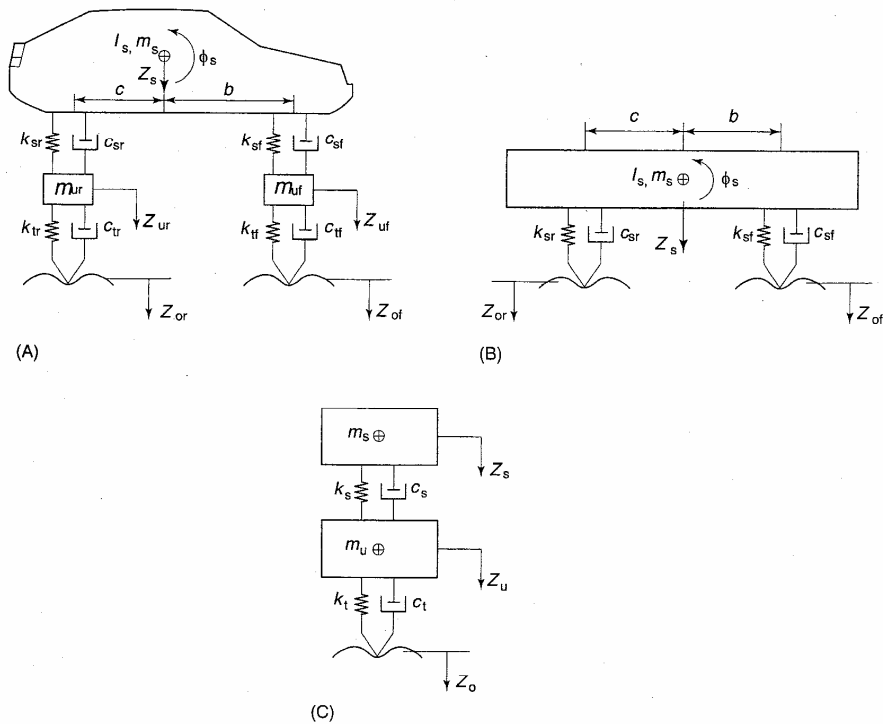


Figure 4 Ground vehicle models for vibration analysis under road excitation. (A) 4-DOF pitch plane ride model. (B) 2-DOF pitch plane ride model. (C) 2-DOF quarter-car ride model.

6-DOF, the most important component for the transversely mounted engine is the roll moment M_o . This oscillatory moment or torque occurs at the engine-firing frequency as well as at subharmonic frequencies due to cylinder-to-cylinder variation of the torque.

In this case, m_e and I_e represent the effective mass and roll mass moment of inertia of the engine, and k_e and C_e are the linear stiffness and viscous damping coefficients of the mounts. For the models presented in Figure 4, the engine is considered as an integral part of the sprung mass, where m_s and I_s represent the total mass and mass moment of inertia. In Figure 5A, m_s and I_s are the mass and pitch mass moment of inertia due to vehicle sprung mass without the engine. Although the model can be analyzed easily for simultaneous application of road and engine excitations, a smooth road is often assumed to examine the influence of engine vibration alone.

A simple 2-DOF quarter-car model, shown in Figure 5B, can also be effectively used to evaluate

the vibration response to wheel unbalance excitations. Similar to the previous model, road excitation arising from a smooth road is often considered to study the response to predominant unbalance-induced excitation force, $F = me \omega^2 \sin \omega t$, where ω is the angular frequency of wheel rotation, and unbalance is represented by eccentric mass m with eccentricity e .

Analysis of Vehicle Vibration Models

The vibration response of ground vehicles to different excitations can be investigated through analysis of models presented in Figure 4 and Figure 5. Three-dimensional vehicle models incorporating nonlinear properties of suspension components and tires, suspension linkages and flexible structures are also available for comprehensive analyses. The coupled differential equations of motion for the masses are derived about their respective static equilibrium using the D'Alembert's principle. The resulting equations for linear or linearized components are summarized in this section. Procedures or expressions are also

provided for obtaining frequency response, time response and natural frequencies.

4-DOF Pitch Plane Ride Model

The equations of motion relating the vertical and roll motions of the sprung mass (z_s, ϕ_s) and vertical motions of the unsprung masses (z_{uf}, z_{ur}) to the ground inputs encountered at front (z_{of}) and rear (z_{or}) wheels, shown in Figure 4A, are expressed in the following matrix form:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{uf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ur} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{\phi}_s \\ \ddot{z}_{uf} \\ \ddot{z}_{ur} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{sf} + c_{sr} & cc_{sr} - bc_{sf} & -c_{sf} & -c_{sr} \\ cc_{sr} + bc_{sf} & c^2c_{sr} + b^2bc_{sf} & bc_{sf} & -cc_{sr} \\ -c_{sf} & bc_{sf} & c_{sf} + c_{tf} & 0 \\ -c_{sr} & -cc_{sr} & 0 & c_{sr} + c_{tr} \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{Bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{\phi}_s \\ \dot{z}_{uf} \\ \dot{z}_{ur} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_{sf} + k_{sr} & ck_{sr} - bk_{sf} & -k_{sf} & -k_{sr} \\ ck_{sr} - bk_{sf} & c^2k_{sr} + b^2bk_{sf} & bk_{sf} & -ck_{sr} \\ -k_{sf} & bk_{sf} & k_{sf} + k_{tf} & 0 \\ -k_{sr} & -ck_{sr} & 0 & k_{sr} + k_{tr} \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{Bmatrix} z_s \\ \phi_s \\ z_{uf} \\ z_{ur} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_{tf}z_{of} + c_{tf}\dot{z}_{of} \\ k_{tr}z_{or} + c_{tr}\dot{z}_{or} \end{Bmatrix} \quad [2]
 \end{aligned}$$

where b and c are distances between the sprung mass c.g. and the front and rear axles, respectively. The system parameters and input are discussed under a separate section. The study of vibration response of a vehicle to ground inputs involves an analysis of the natural frequencies, damping ratios, damped free vibration characteristics and forced vibration response. For free vibration analysis, the system of equations can be expressed as:

$$M\ddot{Z} + C\dot{Z} + KZ = 0 \quad [3]$$

where Z^T is the response vector $\{z_s, \phi_s, z_{uf}, z_{ur}\}$ and M , C and K are 4×4 mass, damping, and stiffness matrices. Using state variable approach, the equations can be rewritten in the form:

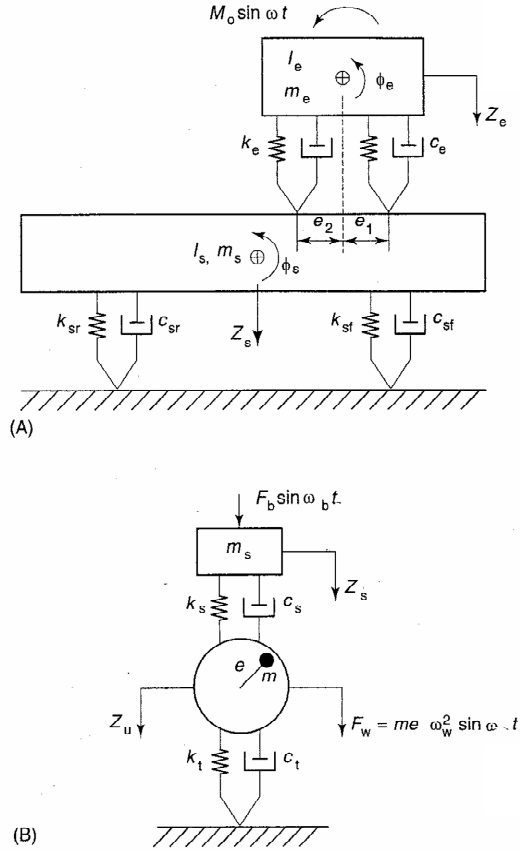


Figure 5 Ground vehicle models for vibration analysis under component excitation. (A) 4-DOF model for effect of engine vibration. (B) 2-DOF model for effect of tire unbalance and on-board source.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} \quad [4]$$

Here the elements of the 8×8 dynamic matrix are obtained by multiplying the inverse of the mass matrix with C and K matrices. In eqn [4], I is an identity matrix. The eigenvalue solution of the dynamic matrix will generally yield four pairs of complex conjugates eigenvalues of the form:

$$s_i = \alpha_i \pm j\beta_i \quad [5]$$

Note that, depending on the system parameters, the eigenvalues may be real or complex; real part must be negative for the system to be stable. The vehicle systems are frequently designed with light suspension

damping and thus are expected to yield underdamped vibration behavior with complex eigenvalues. The free vibration response characteristics of the vehicle model can be obtained from the eigenvalues as follows:

Natural frequency of i th mode:

$$\omega_{n_i} = \sqrt{(\alpha_i^2 + \beta_i^2)} \quad [6]$$

Damped natural frequency of i th mode:

$$\omega_{d_i} = |\beta_i| \quad [7]$$

Damping ratio of i th mode:

$$\xi_i = \frac{-\alpha_i}{\omega_{n_i}} \quad [8]$$

In order to identify the mode associated with the i th natural frequency, the eigenvector for the i th eigenvalue may be examined. The last four elements of the 1×8 eigenvector corresponding to the i th eigenvalue will provide the relative amplitude for the four motions associated with the model. The free vibration response of the system for a given initial condition can be evaluated using:

$$\begin{aligned} z_i &= A_i e^{-\xi_i \omega_{n_i} t} \cos(\omega_{d_i} t + \phi_i) \text{ or} \\ z_i &= A_i e^{\alpha_i t} \cos(\beta_i t + \phi_i) \end{aligned} \quad [9]$$

where A_i and ϕ_i are constants to be evaluated based on the initial conditions, $z_i(0)$ and $\dot{z}_i(0)$. Substitutions of these conditions into the equations lead to:

$$A_i = \sqrt{\left\{ z_i^2(0) + \left[\frac{\alpha_i z_i(0) - \dot{z}_i(0)}{\beta_i} \right]^2 \right\}} \quad [10]$$

$$\phi_i = \tan^{-1} \left[\frac{\alpha_i}{\beta_i} - \frac{\dot{z}_i(0)}{\beta_i z_i(0)} \right] \quad [11]$$

The forced harmonic response of the 4-DOF pitch plane model can be obtained by solving the four differential equations simultaneously for sinusoidal inputs defined as:

$$\begin{aligned} z_{o_f} &= z_o \sin \omega t \\ z_{o_r} &= z_o \sin \omega(t - \tau_d) \end{aligned} \quad [12]$$

where input frequency ω and time lag for rear wheels τ_d can be defined for a fixed road undulation wave length λ , forward velocity V , and wheel base L , as:

$$\omega = \frac{V}{\lambda}, \text{ and } \tau_d = \frac{L}{V}, \text{ respectively} \quad [13]$$

For long vehicles, pitch motions may have significant influence on the bounce response at extreme ends of the vehicle. Assuming small amplitude motions, the bounce motion at a distance l_f from the c.g. towards the front can be obtained from $(z_s - l_f \phi_s)$, while at a distance l_r towards the rear is $(z_s + l_r \phi_s)$.

2-DOF Pitch Plane Model

For ground transportation systems, the natural frequencies of the sprung mass (bounce and pitch) are widely separated from the natural frequencies of the unsprung mass. This provides an opportunity to consider a 2-DOF bounce-pitch model without the unsprung masses as if they exist independently. The equations of motion derived for the 4-DOF pitch plane model, eqn [2], can be simplified by eliminating the last two rows and columns of the matrices while retaining the excitations from road at the front and rear axles. The resulting equations in the matrix form are:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{\phi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{s_f} + c_{s_r} & cc_{s_r} - bc_{s_f} \\ cc_{s_r} - bc_{s_f} & c^2 c_{s_r} + b^2 c_{s_f} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{\phi}_s \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} k_{s_f} + k_{s_r} & ck_{s_r} - bk_{s_f} \\ ck_{s_r} - bk_{s_f} & c^2 k_{s_r} + b^2 k_{s_f} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_s \\ \phi_s \end{Bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} k_{s_f} & k_{s_r} \\ bk_{s_f} & ck_{s_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_{o_f} \\ z_{o_r} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{s_f} & c_{s_r} \\ bc_{s_f} & cc_{s_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_{o_f} \\ \dot{z}_{o_r} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad [14]$$

Although the same procedure for the 4-DOF model can be followed to obtain free vibration responses, a reasonable closed-form solution for steady state response can be obtained for the 2-DOF system. For inputs and response of the form $e^{j\omega t}$, steady-state responses can be expressed as:

$$z_s = \frac{z_{o_f} [A_1 - B_1 \omega^2 + j(\omega C_1 - \omega^3 D_1)] + z_{o_r} [A_2 - \omega^2 B_2 + j(\omega C_2 - \omega^3 D_2)]}{(A\omega^4 - B\omega^2 + C) + j(D\omega - E\omega^3)} \quad [15]$$

$$\phi_s = \frac{z_{o_f} [-F + \omega^2 G_1 - j(\omega H - \omega^3 I_1)] + z_{o_r} [F - \omega^2 G_2 + j(\omega H - \omega^3 I_2)]}{(A\omega^4 - B\omega^2 + C) + j(D\omega - E\omega^3)} \quad [16]$$

where:

$$\begin{aligned}
 A &= m_s I_s \\
 B &= m_s (b^2 k_{sf} + c^2 k_{sr}) + I_s (k_{sf} + k_{sr}) + L^2 (c_{sf} c_{sr}) \\
 C &= L^2 (k_{sf} k_{sr}) \\
 D &= L^2 (k_{sf} c_{sr} + k_{sr} c_{sf}) \\
 E &= m_s (c^2 c_{sr} + b^2 c_{sf}) + I_s (c_{sf} + c_{sr}) \\
 L &= b + c \\
 A_1 &= k_{sf} k_{sr} (c^2 + bc) \\
 A_2 &= k_{sf} k_{sr} (b^2 + bc) \\
 B_1 &= I_s k_{sf} + c_{sr} c_{sf} (c^2 + bc) \\
 B_2 &= I_s k_{sr} + c_{sf} c_{sr} (b^2 + bc) \\
 C_1 &= (k_{sf} c_{sr} + k_{sr} c_{sf}) (c^2 + bc) \\
 C_2 &= (k_{sf} c_{sr} + k_{sr} c_{sf}) (b^2 + bc) \\
 D_1 &= c_{sf} I_s \\
 D_2 &= c_{sr} I_s \\
 F &= k_{sf} k_{sr} L \\
 G_1 &= m_s b k_{sf} + c_{sf} c_{sr} L \\
 G_2 &= m_s c k_{sr} + c_{sr} c_{sf} L \\
 H &= c_{sr} k_{sf} L + c_{sf} k_{sr} L \\
 I_1 &= m_s b c_{sf} \\
 I_2 &= m_s c c_{sr}
 \end{aligned}$$

Equations [15] and [16] are considered valid for different magnitudes of road excitations at the front (z_{of}) and rear axles (z_{or}). These equations, complex in form, can be solved to determine the steady-state response magnitude and phase. For analysis of vibration transmissibility or response gain, however, it is convenient to consider $z_{of} = z_{or} = z_o$, which represents pure bounce excitation, or $z_{of} = z_o = -z_{or}$, which implies pure pitch excitation. Substituting these into eqns [15] and [16], yields the vertical and pitch vibration transmissibility characteristics or response gains of the vehicle model.

Bounce vibration transmissibility (response gain):

$$\left| \frac{z_s}{z_o} \right| = \sqrt{\left[\frac{(M - \omega^2 N)^2 + (\omega Q - \omega^3 P)^2}{(A\omega^4 - B\omega^2 + C)^2 + (D\omega - E\omega^3)^2} \right]} \quad [17]$$

where A to E are the same as those defined after eqn [16].

For pure bounce excitation ($z_{of} = z_o = z_{or}$):

$$\begin{aligned}
 M &= k_{sf} k_{sr} L^2 \\
 N &= I_s (k_{sf} + k_{sr}) + c_{sr} c_{sf} L^2 \\
 Q &= (k_{sf} c_{sr} + k_{sr} c_{sf}) L^2 \\
 P &= I_s (c_{sf} + c_{sr})
 \end{aligned}$$

For pure pitch excitation ($z_{of} = z_o = -z_{or}$):

$$\begin{aligned}
 M &= k_{sf} k_{sr} (c^2 - b^2) \\
 N &= I_s (k_{sf} - k_{sr}) + c_{sr} c_{sf} (c^2 - b^2) \\
 Q &= (k_{sf} c_{sr} + k_{sr} c_{sf}) (c^2 - b^2) \\
 P &= I_s (c_{sf} - c_{sr})
 \end{aligned}$$

The magnitude of pitch excitation, (ϕ_o), can be expressed in terms of the wheelbase, L, as:

$$\phi_o = \tan^{-1} \frac{2z_o}{L} \quad \text{and for small angles, } \phi_o = \frac{2z_o}{L}$$

Pitch transmissibility (response gain):

$$\left| \frac{\phi_s}{\phi_o} \right| = \sqrt{\left[\frac{(M - \omega^2 N)^2 + (\omega Q - \omega^3 P)^2}{(A\omega^4 - B\omega^2 + C)^2 + (D\omega - E\omega^3)^2} \right]} \quad [18]$$

For bounce excitation ($z_{of} = z_o = z_{or}$):

$$\begin{aligned}
 M &= 0 \\
 N &= m_s (ck_{sr} - bk_{sf}) \\
 Q &= 0 \\
 P &= m_s (bc_{sf} - cc_{sr})
 \end{aligned}$$

For pitch excitation ($z_{of} = z_o = -z_{or}$):

$$\begin{aligned}
 M &= 2k_{sf} k_{sr} L \\
 N &= m_s (bk_{sf} + ck_{sr}) + 2c_{sf} c_{sr} L \\
 Q &= 2c_{sr} k_{sf} L + 2c_{sf} k_{sr} L \\
 P &= m_s (cc_{sr} + bc_{sf})
 \end{aligned}$$

The 2-DOF pitch plane model developed above is useful for vibration analysis in the pitch plane specifically for long wheelbase ground vehicles. The vibration transmissibility characteristics or response gain of the model based upon the parameters of an urban bus are shown in Figure 6. Figure 7 presents the corresponding phase response for both bounce and pitch DOF with respect to input obtained from:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega Q - \omega^3 P}{M - \omega^2 N} - \tan^{-1} \frac{\omega D - \omega^3 E}{\omega^4 A - \omega^2 B + C} \quad [19]$$

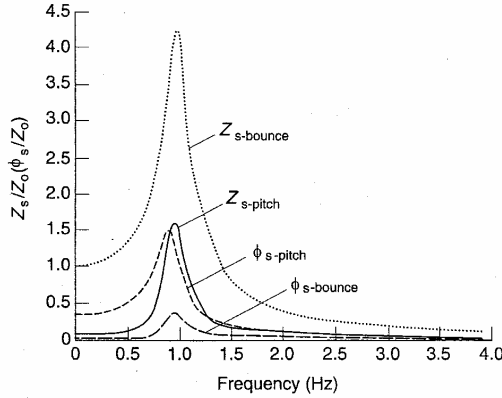


Figure 6 Bounce and pitch transmissibility (gain) under bounce and pitch excitation.

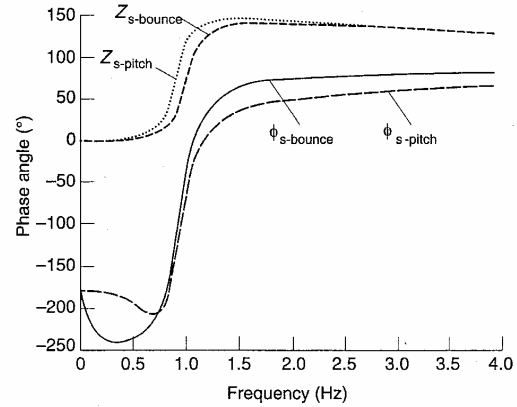


Figure 7 Phase angle of bounce and pitch response under bounce and pitch excitation.

where A, B, C, D , and E are the same as those described after eqn [16], and M, N, P , and Q are dependent on the input as described with eqns [17] and [18]. The 2-DOF pitch plane model can be simplified significantly in order to carry out an undamped free vibration analysis. Such analysis provides very important understanding of vibration modes and the coupling that exists between the modes. For undamped free vibration, equations of motion are obtained by setting $z_{oi} = z_{or} = 0$, $\dot{z}_{oi} = \dot{z}_{or} = 0$ and $c_{si} = c_{sr} = 0$, in eqn [14] to yield:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{\phi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{si} + k_{sr} & ck_{sr} - bk_{si} \\ ck_{sr} - bk_{si} & c^2k_{sr} + b^2k_{si} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_s \\ \phi_s \end{Bmatrix} = 0 \quad [20]$$

For the response of the form $e^{i\omega t}$, the equations are:

$$\begin{bmatrix} k_{si} + k_{sr} - m_s\omega^2 & ck_{sr} - bk_{si} \\ ck_{sr} - bk_{si} & c^2k_{sr} + b^2k_{si} - I_s\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_s \\ \phi_s \end{Bmatrix} = 0 \quad [21]$$

The two natural frequencies can be determined by equating the determinant of the above matrix (characteristic equation) to zero. This will yield natural frequencies as:

$$\omega_{n1,2}^2 = \frac{1}{2}A \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}A^2 - B\right)} \quad [22]$$

where:

$$A = \frac{k_{si} + k_{sr}}{m_s} + \frac{c^2k_{sr} + b^2k_{si}}{I_s}$$

$$B = \frac{(k_{si}k_{sr})(b+c)^2}{I_s m_s}$$

The mode of vibration at each of the natural frequencies or the location of oscillation centres can be determined by using:

$$\left(\frac{z_s}{\phi_s}\right)_{\omega_{ni}} = \frac{ck_{sr} - bk_{si}}{m_s\omega_{ni}^2 - (k_{si} + k_{sr})} \quad [23]$$

Upon substitution of a natural frequency, found from eqn [22], the eqn [23] provides a ratio of bounce to pitch amplitude (mrad^{-1}). A negative value for the ratio indicates that for a positive bounce, the pitch is in the negative sense of the pitch motion shown in the model or vice versa. Typical bounce and pitch vibration modes of a ground vehicle together with their oscillation centres are shown in **Figure 8**. At the bounce natural frequency, the oscillation center lies outside the wheelbase referred to as bounce center (node 1). On the other hand, corresponding to the pitch natural frequency, the oscillation center is within the wheelbase and is referred to as the pitch center (node 2). In general, an input at the front or rear wheel will excite both the bounce and pitch motions due to coupling. The centers of oscillation, shown in the figure, have practical significance with regard to vibration behavior of the vehicle. As can be seen from eqns [20] and [21], the bounce and pitch motions will be uncoupled when $ck_{sr} = bk_{si}$, indicating independent bounce and pitch motions. In this case, bounce mode

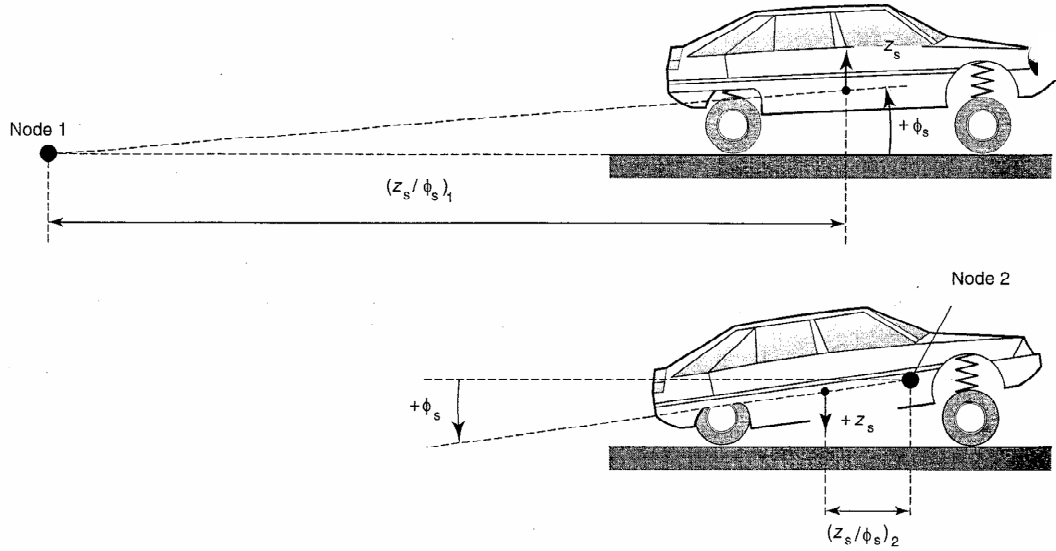


Figure 8 Modes of vibration and centers of oscillation.

center of oscillation will be at an infinite distance from the c.g., while the pitch oscillation center will be located at the c.g. Another case of interest is when parameters are selected to yield centers of oscillation [eqn 23] corresponding to natural frequencies as c and b . In this case, there is no interaction between the front and rear suspensions, and input to one axle will cause no motion at the other axle. Such conditions, however, are difficult to achieve and maintain for practical ground vehicles as they operate over wide conditions causing considerable changes in the c.g. coordinates.

2-DOF Quarter-Car Model

The most common and simple ride model that can be utilized for evaluation of sprung and unsprung mass bounce natural frequencies is the one-quarter-car model presented in Figure 4C. This model representing a quarter of a vehicle is widely used for studies of different suspension concepts, and vibration isolation and dynamic travel properties of the suspension. The same model, as shown in Figure 5B, can also be employed to study the effects of wheel unbalance and on-board force sources on the motion of unsprung and sprung masses. The equations of motion for the two masses under road excitation, wheel unbalance force (F_W) and an on-board force (F_B) that may arise from vehicle-load interactions, engine or transmission, can be written in the matrix form as:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_u \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & -c_s \\ -c_s & c_s + c_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_u \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_s + k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_s \\ z_u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ c_t \end{bmatrix} \dot{z}_o + \begin{bmatrix} 0 \\ k_t \end{bmatrix} z_o + \begin{bmatrix} F_B \\ F_W \end{bmatrix}$$

Following the approach used for the pitch plane model, the equations for the steady-state motion in the complex form is:

$$\begin{bmatrix} (k_s - m_s \omega^2) + j\omega c_s & -k_s - j\omega c_s \\ -k_s - j\omega c_s & (k_s + k_t - j m_u \omega^2) + j\omega(c_s + c_t) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} z_s \\ z_u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_B \\ (k_t + j\omega c_t) z_o + F_W \end{bmatrix} \quad [25]$$

Considering one input at a time, the steady-state responses for harmonic road excitation of amplitude z_o are:

$$\left| \frac{z_s}{z_o} \right| = \sqrt{\frac{(A_1 - B_1 \omega^2)^2 + (C_1 \omega)^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [26]$$

$$\left| \frac{z_u}{z_o} \right| = \sqrt{\frac{[A_1 - (B_1 + m_s k_t) \omega^2]^2 + (C_1 \omega - m_s c_t \omega^3)^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [27]$$

where ω is the frequency of road excitation, and:

$$\begin{aligned} A &= m_s m_u \\ B &= m_u k_s + c_s c_t + m_s (k_s + k_t) \\ C &= k_s k_t \\ D &= k_s c_t + k_t c_s \\ E &= m_s (c_s + c_t) + m_u c_s \\ A_1 &= k_t k_s \\ B_1 &= c_t c_s \\ C_1 &= D \end{aligned}$$

The steady-state response of the sprung mass due to on-board excitation $F_B \sin \omega_B t$, can be expressed as:

$$\left| \frac{z_s}{F_B} \right| = \sqrt{\frac{(k_s + k_t - m_u \omega^2)^2 + \omega^2 (c_s + c_t)^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [28]$$

where ω_B is the frequency of on-board excitation.

Similarly the effect of wheel unbalance excitation $F_w \sin \omega_w t$ on the sprung and unsprung masses can be expressed as:

$$\left| \frac{z_s}{F_w} \right| = \sqrt{\frac{(k_s)^2 + \omega^2 c_s^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [29]$$

$$\left| \frac{z_u}{F_w} \right| = \sqrt{\frac{(k_s - m_s \omega^2)^2 + (\omega c_s)^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [30]$$

Other results of interest that may be derived from the steady-state responses include suspension travel and tire deflections. Suspension travel is a measure of relative displacement between the sprung and unsprung mass ($z_s - z_u$). It dictates the space required to accommodate the suspension spring motion also known as rattle space. This measure can be easily obtained from eqns [26] and [27] to yield:

$$\left| \frac{z_u - z_s}{z_o} \right| = \sqrt{\frac{(m_s k_t \omega^2)^2 + (m_s c_t \omega^3)^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [31]$$

Similarly, the dynamic steady-state tire deflection ($z_u - z_o$) as a ratio of road input amplitude z_o , can be expressed using eqn [27]:

$$\left| \frac{z_u - z_o}{z_o} \right| = \sqrt{\frac{[(m_s + m_u) k_s \omega^2 - m_s m_u \omega^4]^2 + [(m_s + m_u) c_s \omega^3]^2}{(A \omega^4 - B \omega^2 + C)^2 + (D \omega - E \omega^3)^2}} \quad [32]$$

The measure and analysis of tire deflection is of significant importance to the dynamic performance of the vehicle and dynamic pavement loads. It provides insight on the possible wheel lift-off, which could have crucial implications on the vehicle performance in terms of stability, handling, traction, braking, etc. Furthermore, in this case the linear model will no longer be valid.

Various vibration performance measures discussed under the quarter-car model and represented by eqns [26]–[32] are plotted for a typical city bus in Figure 9 and Figure 10 to illustrate the expected trends.

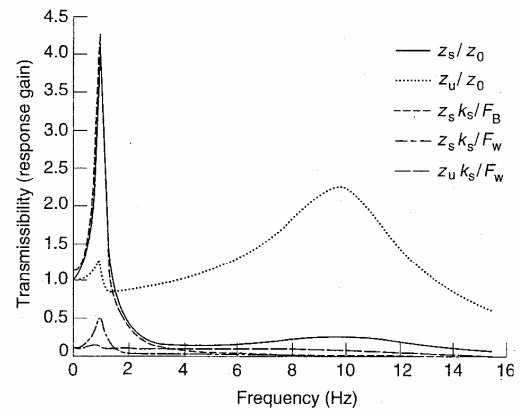


Figure 9 Sprung and unsprung mass transmissibility for various inputs (z_o , F_b , F_w)

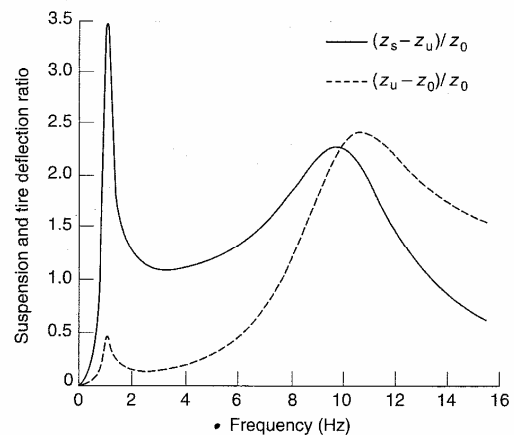


Figure 10 Suspension and tire deflection ratio.

Estimation of Ride Natural Frequencies

The quarter-car model can be simplified to estimate the natural frequencies and damping ratios associated with the vertical ride vibration. Based on the fact that sprung mass and unsprung mass natural frequencies are far apart, and the sprung mass is significantly larger than the unsprung mass, each mass can be treated as a separate independent system. Neglecting tire damping, these can be modeled as shown in Figure 11. Based on this sprung mass model, ride stiffness, k_{ride} , and effective unsprung stiffness, k_u , are defined as:

$$k_{ride} = \frac{k_t k_s}{k_t + k_s}, \quad k_u = k_t + k_s \quad [33]$$

The natural frequencies can therefore be estimated from:

$$\omega_{n_s} = \sqrt{\left(\frac{k_{ride}}{m_s}\right)}, \quad \text{and} \quad \omega_{n_u} = \sqrt{\left(\frac{k_u}{m_u}\right)} \quad [34]$$

The suspension-damping ratio, ξ , can be estimated from:

$$\xi = \frac{c_s}{2m_s\omega_n} = \frac{c_s}{2\sqrt{(k_{ride}m_s)}} \quad [35]$$

These equations provide useful tools for preliminary selection of suspension parameters for given m_s and m_u .

Guidelines and Rules of Thumb

In view of the ride quality as determined from vibration environment of vehicles, a number of guidelines

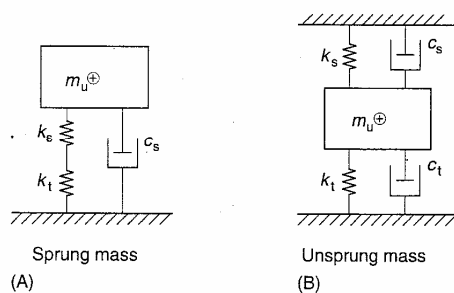


Figure 11 (A, B) Simplified quarter car model for estimation of natural frequencies.

and rules of thumb have been developed for the design of suspension systems on the basis of experimental and analytical results. These are summarized below:

- In view of the human comfort, the suspension systems should be designed to achieve low vertical mode natural frequency of the sprung mass. A limiting value for this natural frequency is approximately 1 Hz to ensure adequate rattle space and it should not be greater than 1.5 Hz for passenger vehicles.
- Forces due to wheel motions and unbalance are transmitted to the sprung mass through the suspension. The unsprung mass (wheel hop) natural frequency therefore should lie outside the frequency range of vibration to which the human body is most sensitive. This implies that the vertical mode frequency of the unsprung mass should not be less than 8 Hz. On the other hand, larger frequencies will demand stiff tire affecting ride quality. A practical value for unsprung mass natural frequency is around 10 Hz.
- Pitch and bounce frequencies should be close together. The pitch motion of the sprung mass enhances the bounce motion of the body at a location away from the c.g., such as the driver location in a long wheelbase truck or bus. The bounce natural frequency less than 1.2 times the pitch frequency gives good results.
- When a vehicle goes over a bump, the front axle is subjected to the impact occurring at $\tau_d(L/V)$ seconds before the rear axle. This will excite the pitch resonance, which is more annoying than the vertical motion. Designing rear suspension with slightly larger ride rate than the front will introduce higher frequency of oscillation for the rear than the front. This will convert the pitch motion to a bounce motion within half a cycle after the bump is passed. Based on common operating speeds, V , and wheelbase, L , the rear suspension may be assigned 20–30 percent larger ride rate, or the c.g. should be closer to the rear axle than the front.

Determination of Vehicle Model Parameters

The accuracy of vibration simulation results that can be predicted from the mathematical models are only as good as the accuracy of the system parameters. Characteristics of many elements associated with vibration analysis are strongly nonlinear. A model with linearized parameters, however, can provide good qualitative trends and comparative results. This section presents the relevant components and

their characteristics, and outlines the methodology that can be used to establish the parameters of a given ground transportation system.

Weights and Dimensions

Weights and dimensions can be established through measurement of front and rear wheel loads (W_f , W_r) as shown in Figure 12, and using the following relationships:

$$m_s + 2m_{uf} + 2m_{ur} = (W_f + W_r)/g = W/g \quad [36]$$

and

$$c = \frac{W_f L}{W}, \quad b = \frac{W_r L}{W}, \quad L = b + c$$

The sprung and unsprung mass components of the total weight is difficult to determine as the mass of the suspension contributes to both masses depending on the type of suspension. As a general guideline, Table 1 may be used to estimate the total unsprung mass as a fraction of the total vehicle mass. The total unsprung mass can then be distributed to the front and back based on the suspension system installed on the vehicle. For example, for a vehicle with Wishbones in the front and solid axle in the back, the mass distribution should be assigned as: $m_{uf} = m_u(0.13/(0.13 + 0.26))$ and $m_{ur} = (m_u - m_{uf})$.

Pitch mass moment of inertia, I_s , of a vehicle is a difficult parameter to estimate. Knowing the location

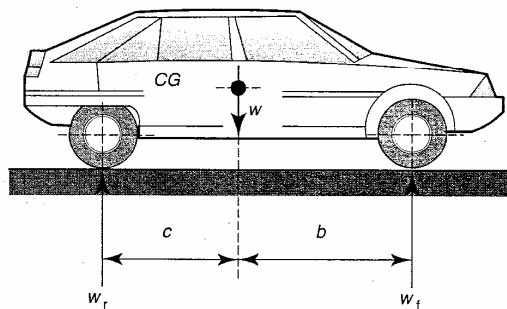


Figure 12 Location of center of gravity, c.g.

of c.g., the moment of inertia of each section of the structure and components may be established about the c.g. of the vehicle using parallel axis theorem. There are also swing tests that can be carried out to establish I_s experimentally. In the absence of the reliable data, the following empirical relationship may be used to establish I_s within 5–20 percent accuracy for most vehicles:

$$I_s = [(W_f + 0.4W_r)b^2 + 0.6W_r c^2]/g \quad [37]$$

Suspension System

Suspension system components, namely spring and damper, may be highly nonlinear in character and require nonlinear analysis of vibration. For nonlinear simulation, the equations of motions presented in this chapter may be used with spring and damper forces defined by nonlinear relationships and solving the equations by numerical methods in time domain. For comparative and qualitative studies, the component characteristics may also be linearized to employ the convenience linear analytical tools.

Suspension springs Common springs used in ground transportation suspension systems include coil, leaf and air springs. Coil springs exhibit linear relationships and its stiffness can either be measured or estimated based on its design configuration or static deflection. The leaf springs exhibit hardening characteristics and hysteresis due to interleaf and bushing friction. The hardening characteristics are introduced through change of leaf length with deflection as well as auxiliary springs. Such a characteristic is useful for vehicles that may have large variation in load. A typical leaf spring characteristic is shown in Figure 13. The ride motions of such suspension are often small in amplitude as shown by the small inner loop. The loop for a given motion represents the damping energy dissipated by the suspension. The most important aspect of such suspension is the fact that the effective ride stiffness of the suspension may be significantly larger than the nominal stiffness under small deflections as illustrated in the figure. Air springs are gaining popularity for commercial vehicles as they exhibit hardening characteristics and provide adaptive ride height control. For commercial

Table 1 The unsprung and sprung masses as a fraction of the total vehicle weight

Suspension type	Wishbones with coil springs	De Dion with coil springs	Swing axle with coil springs	Solid axle with coil springs	Solid axle with leaf spring
$m_u g/W$	0.13	0.15	0.18	0.22	0.26
$m_s g/W$	0.87	0.85	0.82	0.78	0.74

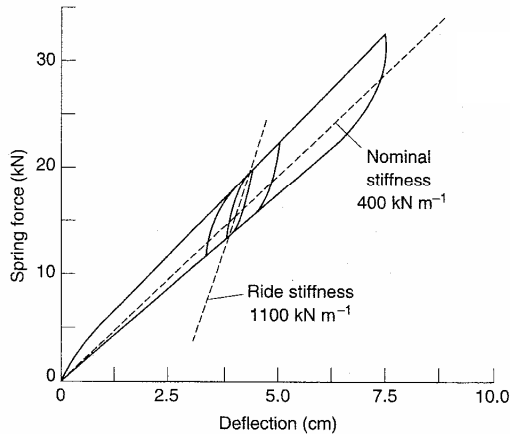


Figure 13 Loading-unloading characteristics of a leaf spring.

applications, air springs are considered most desirable to achieve improved ride quality and pavement load performance. Such a system can provide wide design parameters through variations in piston geometry. The dynamic forces developed by the air springs are related to the instantaneous relative displacements across the spring. The dynamic restoring forces are dependent on the instantaneous air pressure and effective piston area, which are related to instantaneous height of the airbag. Experimental force-deflection and effective piston area characteristics of an air spring used in urban buses for two different preloads are shown in Figure 14 and Figure 15. An analytical model of the air spring can be developed based on the experimental data for given preloads.

Suspension damping Vehicle suspensions employ hydraulic dampers with blow-off and bleed-control valves to provide variable damping as a function of velocity, as well as asymmetric characteristics in

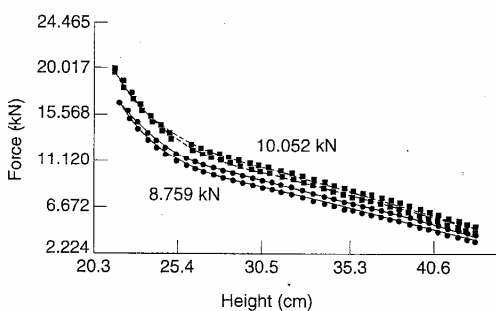


Figure 14 Force-displacement characteristics of an air spring (design height = 31.49 cm).

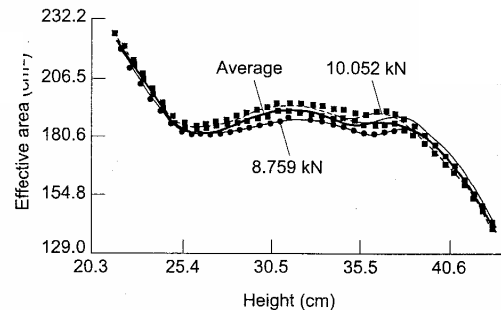


Figure 15 Effective area-displacement characteristics of an air spring (design height = 31.49 cm).

compression and rebound. Typical force-displacement and force-velocity characteristics of automotive dampers are shown in Figure 16. As shown, depending on the characteristics, the nonlinear force velocity relationship can be expressed by an exponent n , such that:

$$F_d = c_s \dot{z}^n \quad [38]$$

The area enclosed within the force-deflection curve represents the energy dissipated by the damper over a cycle. An equivalent viscous damping coefficient may be determined from the experimentally derived curves. The estimated damping coefficient, however, could be considered valid in the vicinity of the selected test frequency, ω , and magnitude, z , and is often referred to as local equivalent damping coefficient:

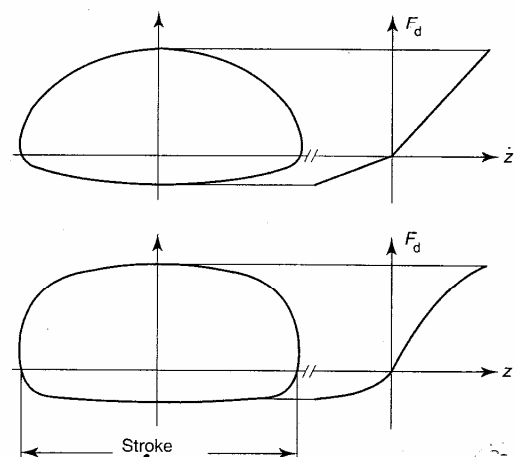


Figure 16 Typical damper force-displacement characteristics.

$$C_{eq}(\omega, z) = \frac{\text{Area}}{\pi \omega z^2} \quad [39]$$

Since such coefficients are functions of frequency and peak displacements, an iterative process can be utilized in a linear frequency domain analysis to obtain the frequency response for given amplitude of harmonic excitations. A nonlinear damper for ground vehicle with two-stage damping characteristics can be considered to exhibit piecewise linear relations with asymmetric characteristics in compression and extension, as shown in Figure 17. The high value of damping at low velocities is required to control resonant oscillations, whereas low value is desirable at high velocities to achieve improved vibration isolation. The piecewise linear component may be modeled using the following relationships in a time domain analysis.

$$F_d = \begin{cases} c_1 \dot{z} & 0 \leq \dot{z}_1 \leq \alpha_1 \\ c_3 \dot{z} & \alpha_2 \leq \dot{z}_1 \leq 0 \\ c_1 \alpha_1 + c_2 (\dot{z} - \alpha_1) & \dot{z} \geq \alpha_1 \\ c_3 \alpha_2 + c_4 [\dot{z}_1 - \alpha_2 \text{sgn}(\dot{z}_1)] & \dot{z} \leq \alpha_2 \end{cases}$$

where the 'sgn' function assumes a value of either 1 or -1 for positive and negative values of $\dot{z}$, respectively. Based on the principle of energy similarity, equivalent linear viscous damping coefficients for the three regions can be found as:

$$C_{eq}(\omega_i, z_i) = \begin{cases} 0.5(c_1 + c_3) & \omega_i z_i \leq \alpha_1 \\ \frac{1}{2\pi} [\pi(c_1 + c_3) + \{\sin 2\omega_i t_1 - 2\omega_i t_1\}(c_1 - c_2)] & \alpha_1 \leq \omega_i z_i \leq |\alpha_2| \\ \frac{1}{2\pi} [\pi(c_1 - c_3) + \{\sin 2\omega_i t_1 - 2\omega_i t_1\}(c_1 - c_2) \\ + 2\pi c_4 + \{\sin 2\omega_i t_2 - 2\omega_i t_2\}(c_3 - c_4)] & \omega_i z_i \geq |\alpha_2| \end{cases} \quad [40]$$

where:

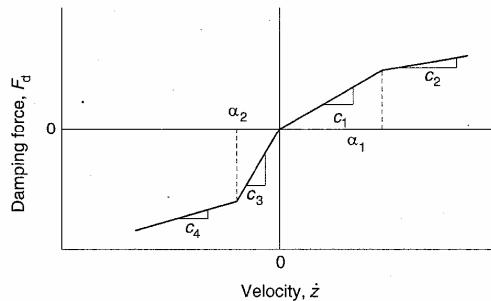


Figure 17 Characteristics of a typical nonlinear damper.

$$\omega_1 z_i = |\dot{Z}| \quad t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left[\frac{\alpha_1}{\omega z} \right]$$

and:

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left[\frac{|\alpha_2|}{\omega z} \right], \quad t_2 > t_1$$

Similar to eqn [38], an iterative process can be utilized in a linear frequency domain analysis to obtain the frequency response for given amplitude of harmonic excitations.

Tire Properties

For a given inflation pressure, the vertical force developed by a pneumatic tire can be considered as a linear function of the tire deflection. The stiffness coefficient of the tire, however, is a function of the inflation pressure. A simple test, known as the 'drop test' can be carried out to establish its stiffness and damping properties using the 'logarithmic decrement method'. The tire with a certain load (total mass, m) is allowed to fall freely ensuring that the tire remains in contact with the ground at all times. The decaying response signature, shown in Figure 18, can then be used to establish dynamic stiffness of the nonrolling tire:

$$k_t = \frac{m\omega_d^2}{1 - [\delta^2 / (\delta^2 + 4\pi^2)]} \quad [41]$$

$$c_t = \sqrt{\left[\frac{(4m^2\omega_d^2) / (\delta^2 + 4\pi^2)}{(1 - \delta^2) / (\delta^2 + 4\pi^2)} \right]}$$

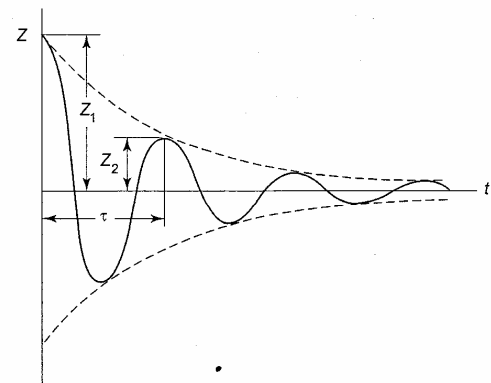


Figure 18 Response of the tire drop test.

where:

$$\omega_d = 2\pi/\tau \quad \text{and} \quad \delta = \ln(z_1/z_2)$$

The dynamic stiffness of a rolling tire may be 10–15% less than the static stiffness for typical car tires whereas for truck tires it is only about 5% less. The tire damping on the other hand reduces significantly with speed. Typical car radial tire static stiffness range between 80 and 200 kN m⁻¹ for inflation pressure in the range 100–250 kPa. Truck tires at rated pressure exhibit vertical stiffness in the range 700–1000 kN m⁻¹.

A set of linearized parameters for a range of ground vehicles relevant to the vibration analyses presented in this chapter is summarized in Table 2. These data are collected from various sources and estimated for multi-axle vehicles by lumping axles such that the equations derived in this chapter can be used to evaluate the ride vibrations.

Road Excitations

Roughness of a road surface is described by its elevation profile along the path over which the wheels travel. For in-plane vehicle vibration models, it is assumed that the same input is applied to the left and right wheels. For harmonic motion, the road profile is assumed to be of the sinusoidal form:

$$z_{0t} = z_0 \sin\left(\frac{V}{\lambda}t\right) \quad [42]$$

where V is the forward velocity and λ is the wavelength. For pitch plane, the rear wheel is subjected to the same input after a time delay of $\tau_d = L/V$:

$$z_{0t} = z_0 \sin\left(\frac{V}{\lambda}t\right)(t - \tau_d) \quad [43]$$

While an assumption of sinusoidal input provides highly useful results for qualitative performance and comparison of designs, they could not serve as a valid basis for studying the actual vibration behavior of the vehicle. Road profiles are highly random in nature and may include abrupt motions arising from occasional potholes or discontinuities. The road surface profiles have been characterized by their statistical properties, mostly in terms of power spectral density (PSD) of the roughness. These studies have established that the road roughness follows a nearly Gaussian distribution. A parameter, referred to as roughness index (RI) and defined as the sum of road elevations measured at specified intervals over length of 1 km, is used as a serviceability index for the roads,

given by:

$$RI = \frac{1}{n\Delta x} \sum_i^n |\Delta z_i| \quad [44]$$

where n is the number of equidistant measurement points, Δz_i is the elevation at the i th measurement location, and Δx is the measurement spacing. Based on the urban road measurements, the typical values of RI for smooth, medium, and rough roads may vary from 1.2 to 1.3, 3.2 to 3.4, and 6.4 to 6.8 respectively. The PSD of roughness properties of roads are available as a function of spatial frequency Ω (m⁻¹) and the trend for a range of roads are shown in Figure 19. The random road profiles of various highways, secondary roads and dirt roads have been measured in many studies (for more information please see Further reading).

Temporal PSD of roughness $S(\omega)$ in terms of temporal angular frequency ω for different road surfaces may be expressed as a function of vehicle speed:

$$S(\omega) = \frac{\sigma_1^2}{\pi} \left[\frac{\lambda_1 V}{\omega^2 + \lambda_1^2 V^2} \right] \quad [45]$$

where ω denotes the angular frequency, V is vehicle speed, and λ_1 , σ_1 are coefficients to fit road type.

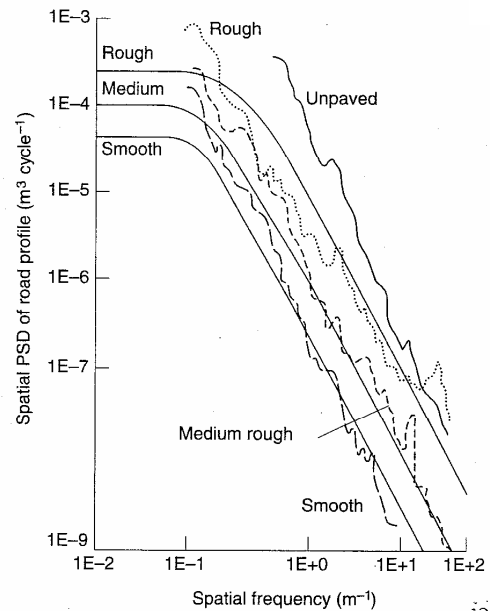


Figure 19 Spatial PSD of roughness of a range of roads and their approximation.

Table 2 Example of vehicle parameters for ride analysis

Type	Dim: $L, W, H(m)$	Total mass (kg)	$I_x(kgm^2)$	$b(m)$	$c(m)$	$k_s(kNm^{-1})$	$k_{\phi}(kNm^{-1})$	$C_s(kNsm^{-1})$	$C_{\phi}(kNsm^{-1})$	$k_{tr}, k_t(kNm^{-1})$	$C_{tr}, C_t(kNsm^{-1})$	$m_{tr}(kg)$	$m_t(kg)$
Small car	3.64 1.56 1.41	830	1094	0.87	1.29	17.3	25.6	1.604	2.378	150	1.5	41.2	34.2
Mid car	4.69 1.83 1.45	1150	1630	1.26	1.40	23.8	35.7	2.207	3.311	175	1.7	57	47.6
Large car	5.27 1.89 1.49	1945	4670	1.56	1.507	51.2	49.3	4.759	4.574	200	2.0	130	115
Sports car	4.25 1.9 1.16	1480	1730	1.42	1.03	44.4	32.1	4.119	2.982	200	1.0	73.4	61.2
Rigid truck	6.86	4536	12000	2.87	0.84	366	151	27.414	11.340	809	1.5-4.0	321	133
Articulated truck	Tractor Trailer	2000 14000	10000 300000	1.5 6.0	3.65 6.20	1400 2000	350 1400	55.20 54.48	14.98 55.20	764-1024 764-1024	1.5-4.0 1.5-4.0	520 340	270 520
City Bus	12.19 2.59 3.0	15632	175034	3.2	2.8	70.0	60.0	2.0	3.5	922	0.8	1250	700
Highway bus	13.716 2.591 3.683	17727	19300	4.52	7.23	720	240	9.22	4.033	938.7	1.5-4.0	2700	3346

Data collected from various sources and estimated.
Unsprung mass and suspension properties are for each axle, tire properties are for each tire.

Table 3 Roughness parameters for typical roads

Type of road	$\lambda_1 (\text{m}^{-1})$	$\sigma_1 (\text{m})$
Asphalt (smooth)	0.30	0.0033
Concrete (medium rough)	0.40	0.0056
Concrete (rough)	0.80	0.0120

spatial PSDs $S_s(\Omega)$ in terms spatial frequency $\Omega (\text{m}^{-1})$ are related to the temporal PSD and temporal frequency $\omega (\text{rad s}^{-1})$ in the following manner:

$$S(\omega) = \frac{S_s(\Omega)}{V} \quad \text{and} \quad \omega = \Omega V \quad [46]$$

Figure 19 also presents the approximations generated by eqn [45] to demonstrate the effectiveness in representation of the PSD for different roads. The roughness parameters λ_1, σ_1 used in the computation are presented in Table 3. For linear analysis of response to random input, the transfer functions derived in the chapter may be applied directly as:

$$\text{Response}(\omega) = |T(\omega)|^2 S(\omega) \quad [47]$$

where $T(\omega)$ is the transfer function or response gain derived as a function of ω . For nonlinear analysis, a synthesized or measured time history of the road input may be used with the equations of motions and solved numerically in time domain.

See Plate 38.

See also: **Absorbers, vibration; Active control of vehicle vibration; Crash; Tire vibrations**

Further Reading

- Ahmed AKW, Rakheja S (1992) An equivalent linearization technique for the frequency response analysis of asymmetric dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 153, 537–542.
- Bastow D (1993) *Car Suspension and Handling*, Third Edition, Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, PA., USA. London: Pentech Press.
- Clinton A (1987) *The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations*, The International Association for Vehicle Design. The Open University, UK.
- Dixon J (1999) *The Shock Absorber Handbook*, Second Edition, Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, PA, USA.
- Dixon JC (1991) *Tires, Suspension and Handling*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Dulac A (1992) *An Investigation of Ride and Handling Performance of Passive and Combined Active-Passive-Bus-Suspension*. Thesis of Master of Applied Science, Concordia University, Montreal, Canada.
- Genta G (1997) *Motor Vehicle Dynamics, Modeling and Simulation. Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences—Vol. 43*. Singapore: World Scientific.
- Gillespie DJ (1992) *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, SAE, USA.
- Rakheja S and Yang X (1999) *Urban Bus Optimal Performance Suspension Study*. Report, CONCAVE Research Center, Concordia University, Montreal, Canada.
- Reimpel J and Stoll H (1996) *The Automotive Chassis*. London: Arnold.
- Thomson TW and Dahleh DM (1998) *Theory of Vibration*, 5th edn. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Wong JY (1993) *Theory of Ground Vehicles*, 2nd edn. New York: Wiley.

ANEXO H. VEHICLE DYNAMICS PROJECT

Effect of Tire Inflate Pressure in the performance of a Low Floor Bus and in the force transmitted to road.



Introduction

This project has the intention to simulate a Bus, and its interaction with the road. The main purpose of the simulation is to get the response of the sprung and unsprung masses at different tire inflate pressure, get the relative motion of sprung and unsprung masses due to different tire inflate pressure and the force transmitted to the road.

The simulation is done for different speeds (from 20 to 120 km/h), for the same suspension parameters and changing the stiffness of the tire (pressure).

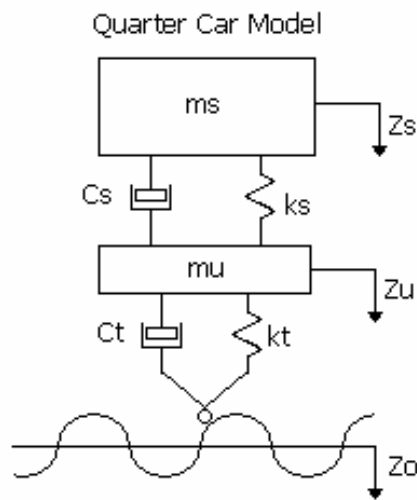
Also the simulation is performed for 3 different sprung masses trying to simulate the load of the people in the bus, so, there is the Empty sprung mass, the Half-Full sprung mass and the Full sprung mass.

The results will be presented in two formats: the first one showing the effect of the tire's stiffness for each load condition of the bus; the second one, showing the effect of the load condition of the bus for each tire's stiffness. This would simplify the understanding of the results because we can appreciate each contribution of the parameters that are varying.

Model

The model I used is the ¼ car model, because with this model we can see the behaviour of the tires and suspension, also we can measure sprung and unsprung responses.

The model of a ¼ car in Simulink® is the simulation of the 2 governing equations of the system shown.



And the following differential equations rule the behaviour of this system:

$$m_s \ddot{Z}_s + C_s \dot{Z}_s + k_s Z_s - C_s \dot{Z}_u - k_s Z_u = 0$$

$$m_u \ddot{Z}_u + (C_s + C_t) \dot{Z}_u + (k_s + k_t) Z_u - C_s \dot{Z}_s - k_s Z_s = C_t \dot{Z}_o + k_t Z_o$$

Notice that $Z_o = z_o \cdot \sin\left(\frac{2\pi V}{\lambda}\right)$ and I'm going to change V to see how the response is affected ($z_o = 10\text{cm}$).

Parameters Measured

The parameters that I attempt to measure are the front sprung mass displacement, the front unsprung mass displacement, the relative front displacement between the sprung and the unsprung masses, the drift of the unsprung mass, and finally the front axle force transmitted to the road.

Data

The parameter of the Bus that I'm going to simulate to see the behaviour of the inflate pressure of the tires are the ones given by the professor Dr. A.K.W. Ahmed in the *table of example of vehicle parameters for ride analysis* and in the *Urban Bus Optimal Passive Suspension Study*, all this data is taken for Low Floor Bus.

Table 4.5: Mean Tire Loads and Variations in c.g. Height under Three Loading Conditions

Parameter	Load	<i>Low Floor Bus</i>		<i>Classic Bus</i>	
		Front Axle	Rear Axle	Front Axle	Rear Axle
Mean Tire Load (kg) (left/right)	Empty	2050.0	4125.0	1847.5	3830.0
	Half-full	2573.0	5016.0	2459.5	4705.0
	Full	3096.5	5906.0	3071.5	5580.0
$\Delta h_z (m)$	Empty	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	Half-full	0.0852	0.0750	0.0733	0.0521
	Full	0.1386	0.1249	0.1137	0.0864

Table 4.3: Inertial Parameters of *Low Floor* and *Classic* Bus Models

Parameter	<i>Low Floor</i>		<i>Classic</i>	
	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
$m_{sb}(kg)$	10,575	16,231	9,805	15,753
$m_{uf}(kg)$	575	575	675	675
$m_{ur}(kg)$	1,200	1,200	875	875
$I_{sb\phi}(kg\ m^2)$	41,370	44,163	38,357	40,976
$I_{sb\theta}(kg\ m^2)$	124,194	175,034	114,100	175,034
$I_{uf}(kg\ m^2)$	315	315	370	370
$I_{ur}(kg\ m^2)$	657	657	480	480

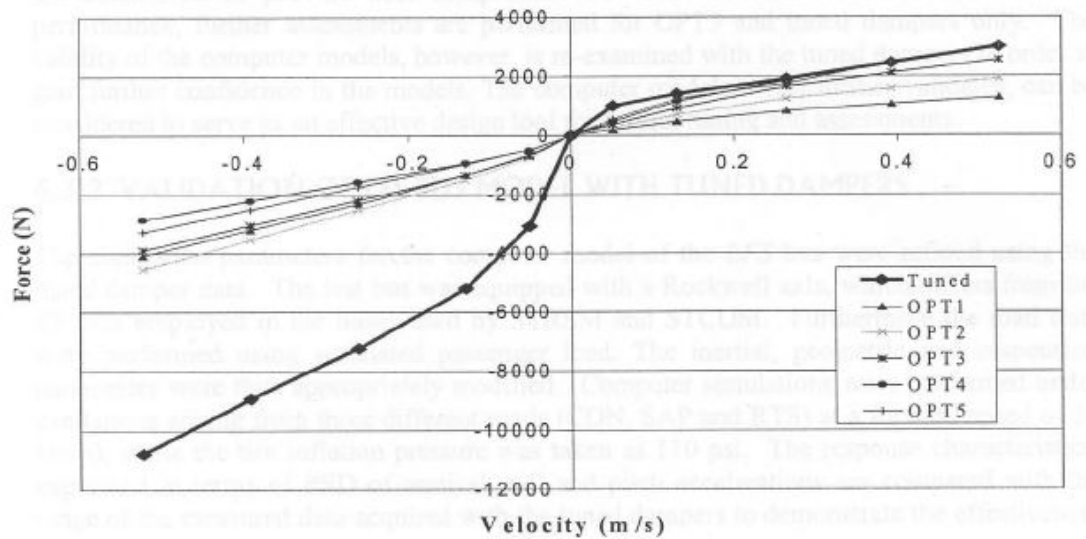
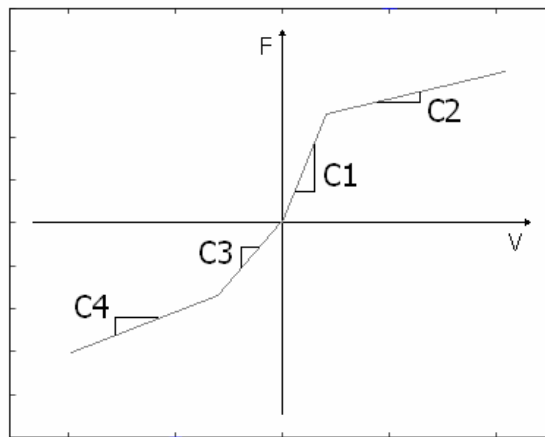


Figure 6.6: Comparison of damping characteristics of optimal, tuned and baseline front-axe suspension dampers.

I used the values for the tuned nonlinear damper shown in the Figure 6.6, as follow



These values are calculated by taking 2 points of the plot and find its slope; the velocity where the slope changes its value corresponds to the same velocity in the Figure 6.6.

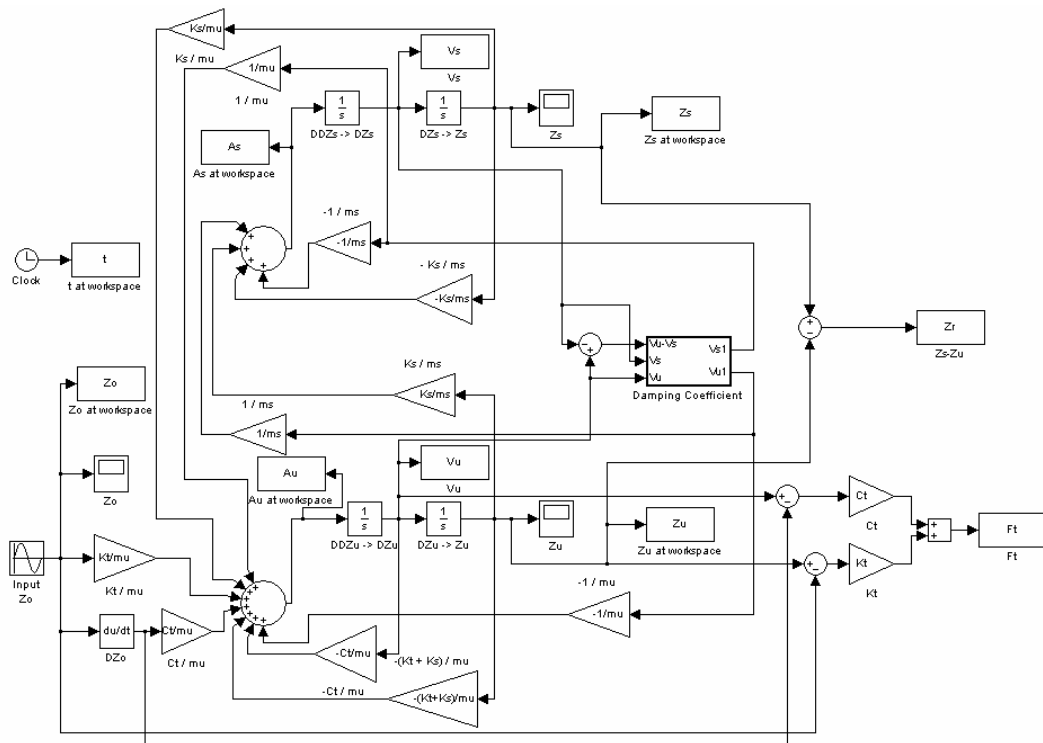
Data Used

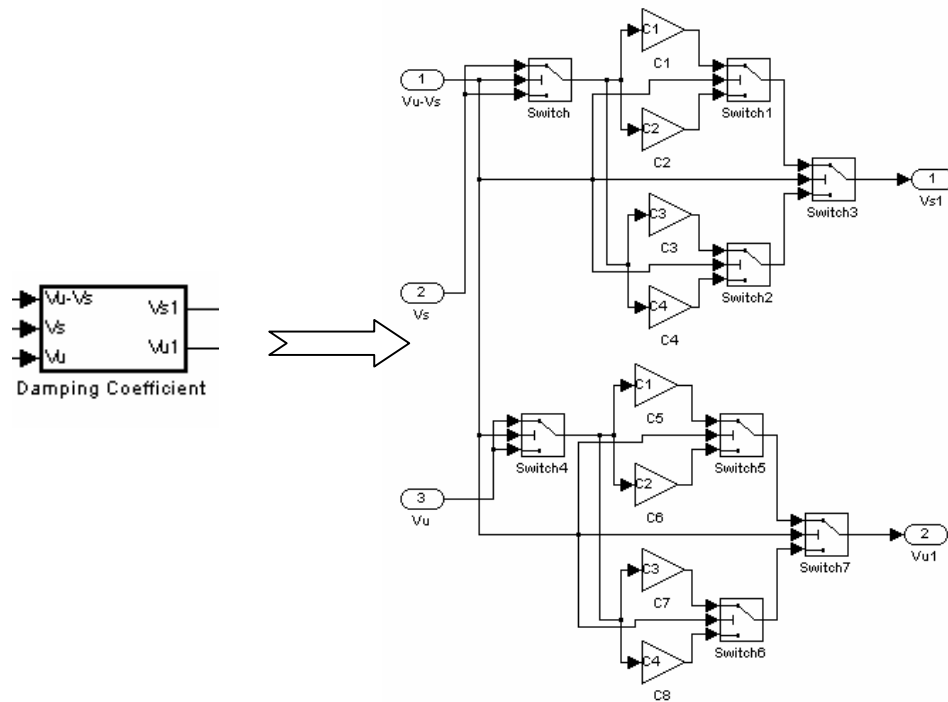
- $K_s = 151000$ [N/m]
- $C_1 = 10000$ [N-s/m]
- $C_2 = 2272.5$ [N-s/m]
- $C_3 = 30000$ [N-s/m]
- $C_4 = 6672.5$ [N-s/m]
- $K_t = 809000$ [N/m]
- $C_t = 2500$ [N-s/m]
- $\mu = 287.5$ [Kg]
- $l_a = 3$ [m]
- $m_s = 2050, 2573, 3096.5$ [Kg]
Empty, Half full, Full

Where K_s is the stiffness of the suspension; C_1 , C_2 , C_3 and C_4 are the damping coefficient for the nonlinear damper; K_t is the stiffness of the tire; C_t is the damping coefficient of the tire; μ is the unsprung mass; l_a is the wavelength of the road and m_s is the sprung mass for empty, half full and full load.

The Baseline Tire's Stiffness value is 809 KN/m, the simulation is also done for 115% and 85% of the Baseline value this means for 930.35 and 687.65 KN/m.

Simulink model:





The Matlab® command I used to perform faster the simulation is the following.

```

Ks = 151e3; %[N/m]
C1 = 10e3; %[N-s/m]
C2 = 2272.5; %[N-s/m]
C3 = 30e3; %[N-s/m]
C4 = 6672.5; %[N-s/m]
Kt = 809000; % 809000 930350 687650 [N/m] 100% 115%
85%
Ct = 2.5e3; %[N-s/m]
ms = 2050; % ms = 2050, 2573, 3096.5 [Kg] Empty Bus, Half-
Full, Full
mu = 287.5; %[Kg]
la = 3; %[m]

for i=1:101
    V = 19+i; %[Km/h]
    sim('project');
    leng=length(Zu); %length of the vectors
    if rem(leng,2)==1 %loop to find the half length of the
vectors
        xx=(leng/2)-0.5;
    else
        xx=leng/2;
    end

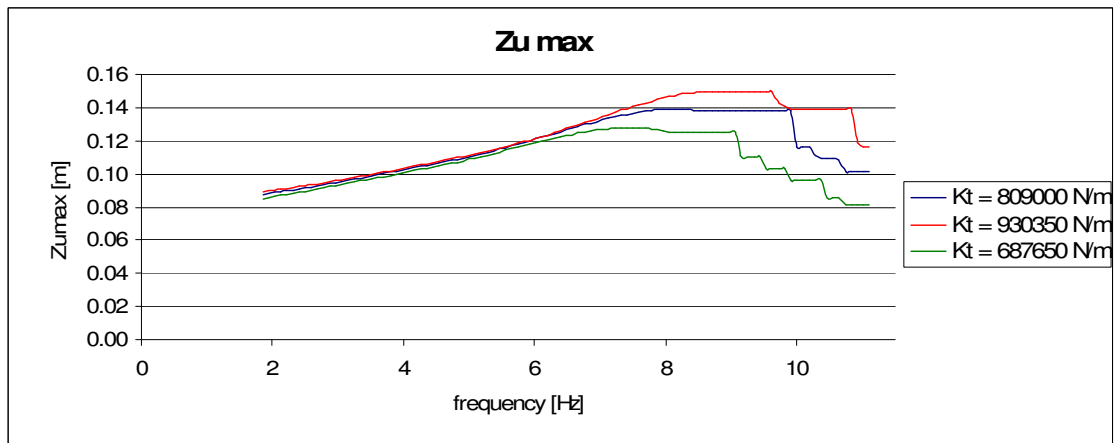
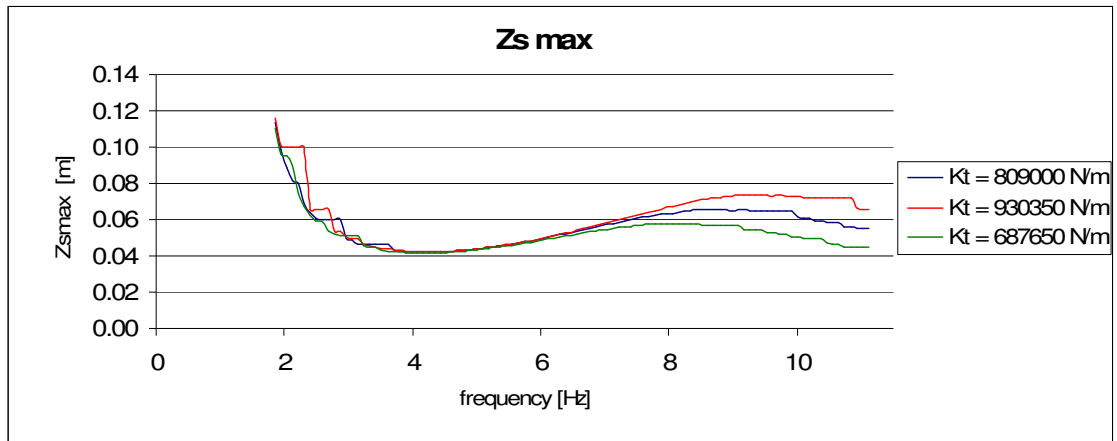
    for j=xx:length(Zu) %loop to perform the "steady-state"
vectors
        Zuu(j+1-xx)=Zu(j);
        Zss(j+1-xx)=Zs(j);
        Ftt(j+1-xx)=Ft(j);
        Zrr(j+1-xx)=Zr(j);
    end
    %maximum values of each vector at each velocity
    zumax(i)=max(Zuu); %[m]
    zsmin(i)=min(Zss); %[m]
    zsmax(i)=max(Zss); %[m]
    zrmax(i)=max(Zrr); %[m]
    ftmax(i)=max(Ftt); %[N]
    drift(i)=(zsmax(i)+zsmin(i))/2; %[m]
end
end

```


Results:

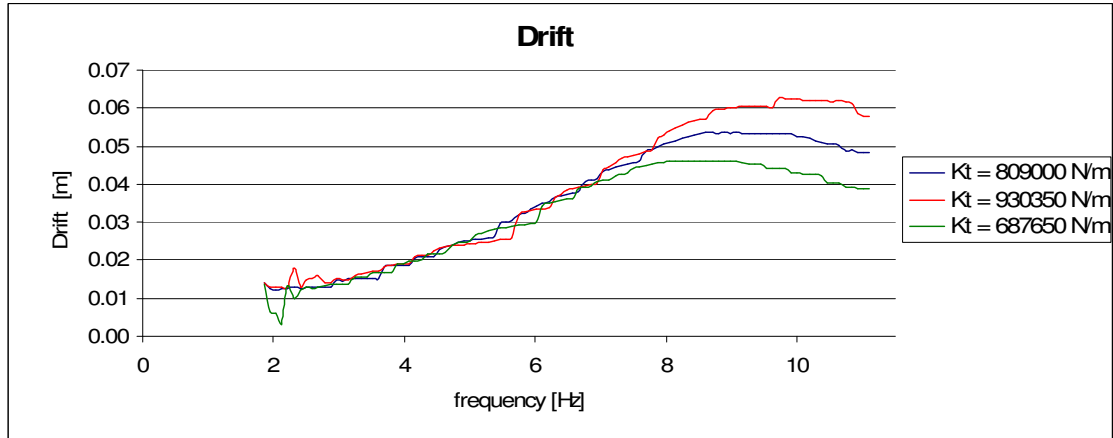
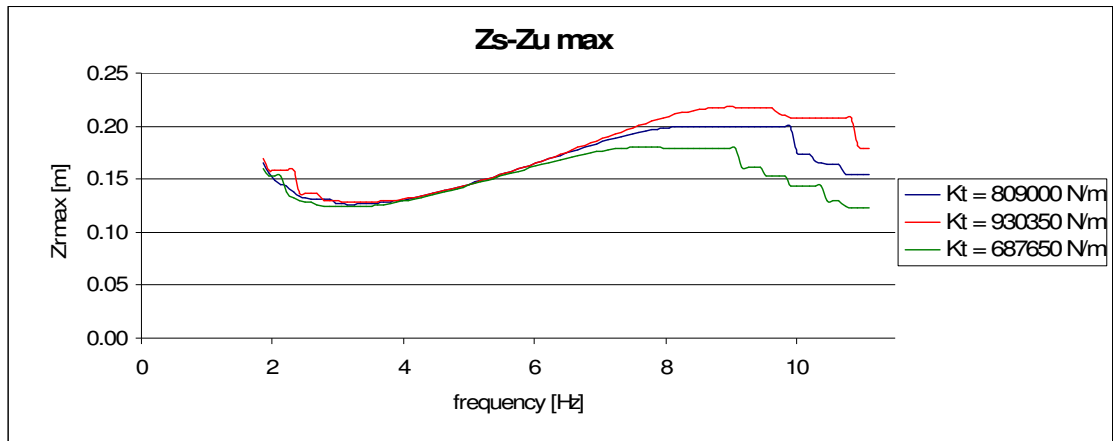
In terms of Load of the Bus

For Empty Bus

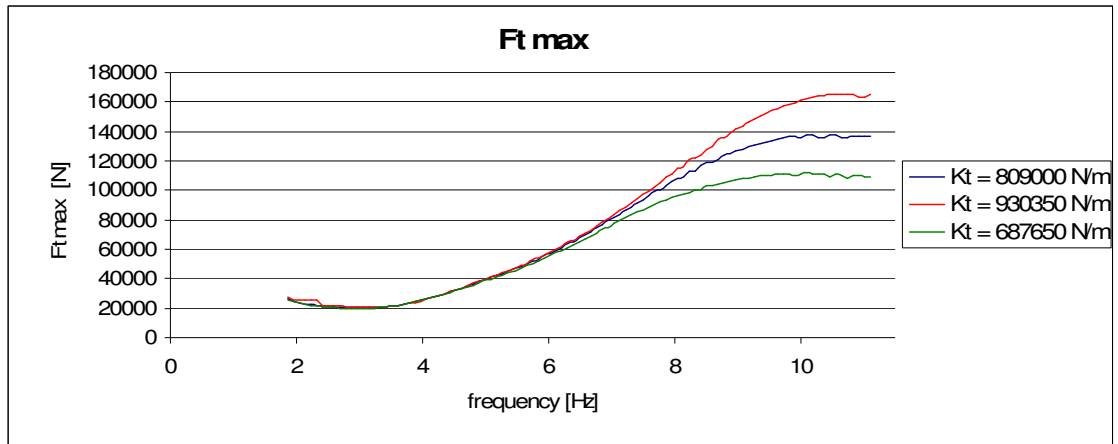


In these two graphs we can see that the behaviour of the system is similar to the behaviour of the vibration system with two degrees of freedom; the natural frequency associated with the sprung mass is around 1.25 Hz (13.5 Km/h) and the natural frequency associated with the unsprung mass is around 9.2 Hz (99.4 Km/h).

Is shown that while the stiffness of the system increases the system would have higher values of displacement for sprung and unsprung masses.

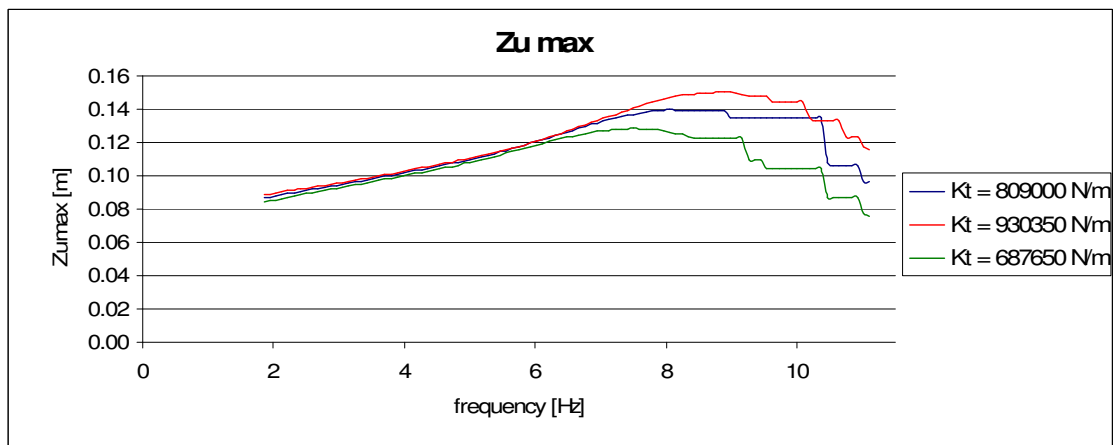
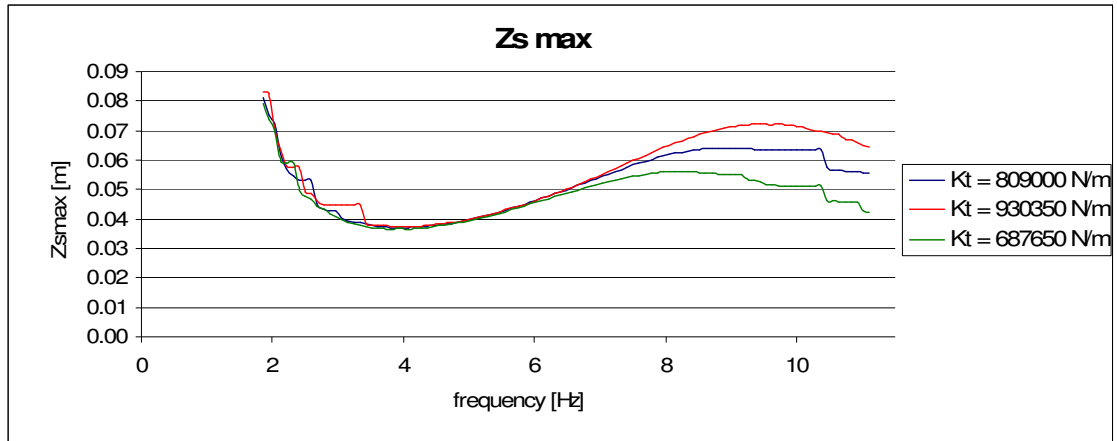


In these two graphs we can see that while the frequency is increased the drift of the sprung mass and the relative displacement of sprung and unsprung masses are increased. Also is shown that for a stiffer system the values are higher after 7.5 Hz, before this frequency the values are almost the same.

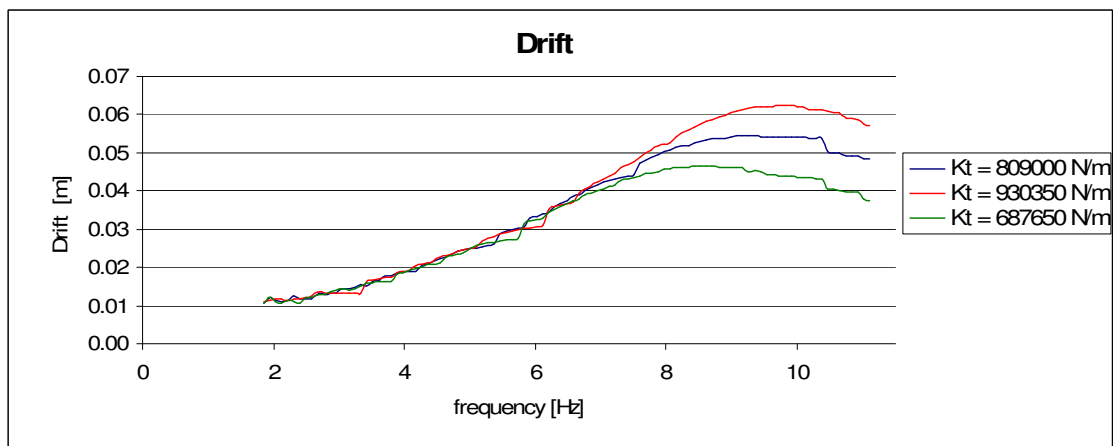
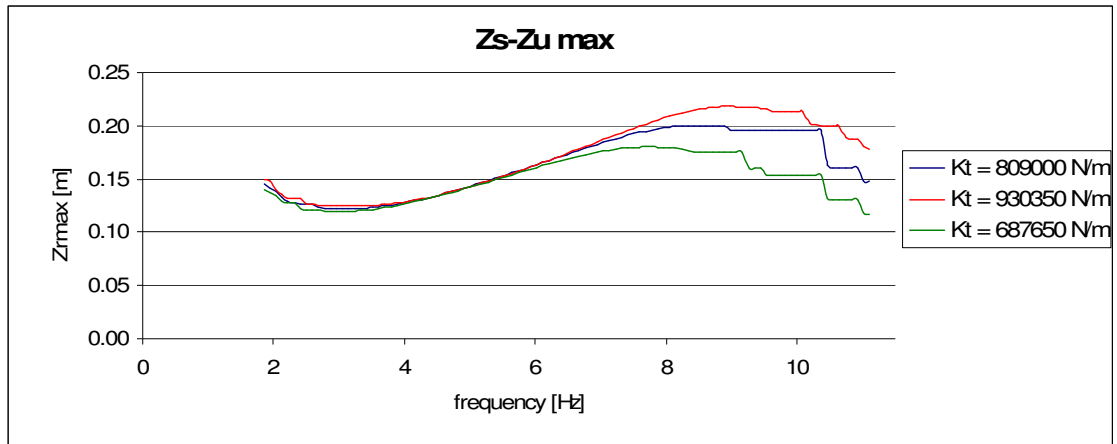


As we can see in the graph, for high frequencies (after 80 km/h or 7.5 Hz) the value of the stiffness is very influent in the force transmitted to the ground, and its relation is directly proportional.

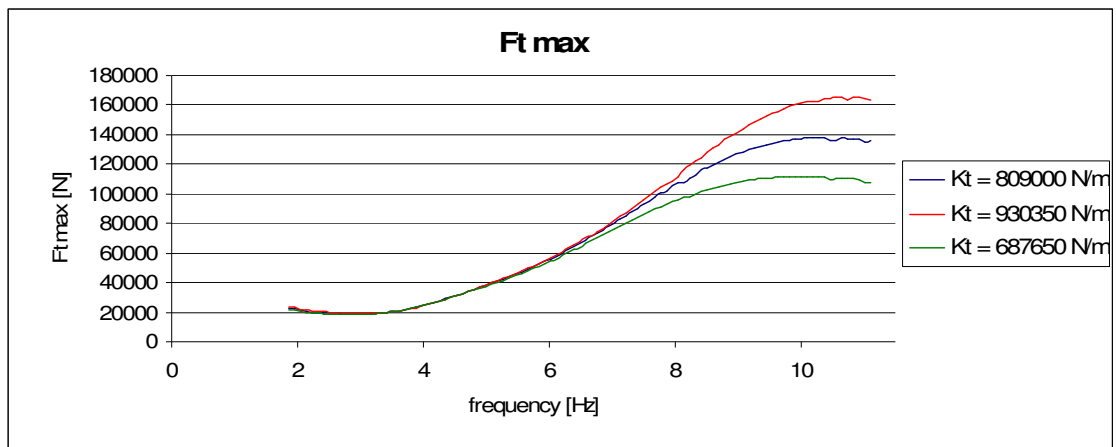
For Half-full Bus



In these two graphs we can see that the behaviour of the system is similar to the behaviour of the vibration system with two degrees of freedom; the natural frequency associated with the sprung mass is around 1.12 Hz (12.1 Km/h) and the natural frequency associated with the unsprung mass is around 9.2 Hz (99.4 Km/h).

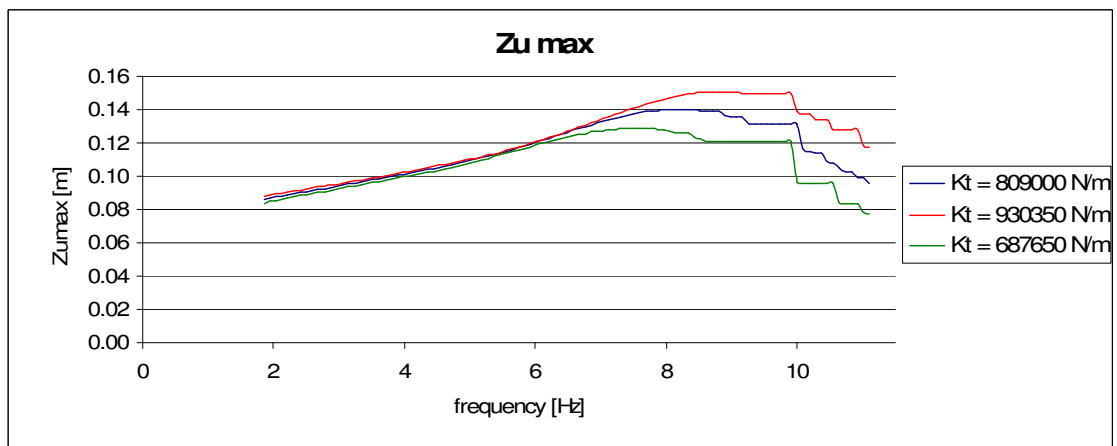
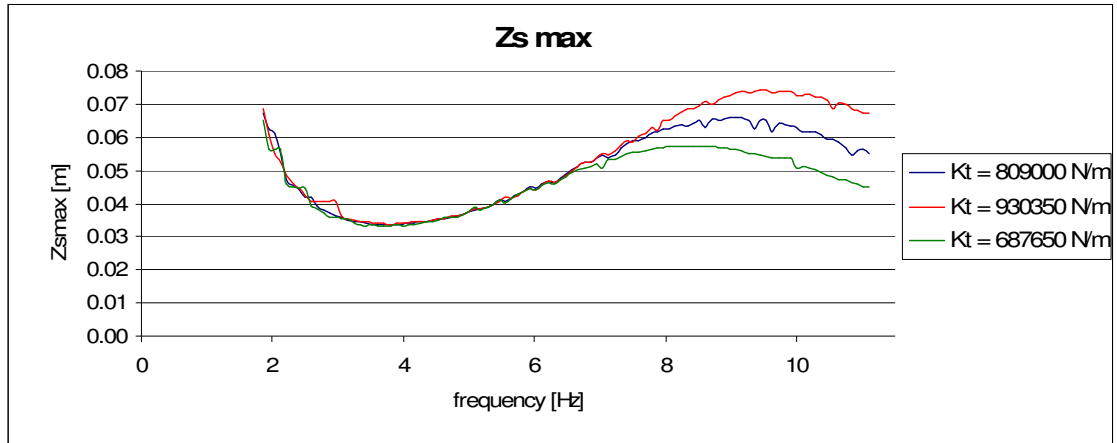


In these two graphs we can see that while the frequency is increased the drift of the sprung mass and the relative displacement of sprung and unsprung masses are increased. Also is shown that for a stiffer system the values are higher after 7.5 Hz, before this frequency the values are almost the same.

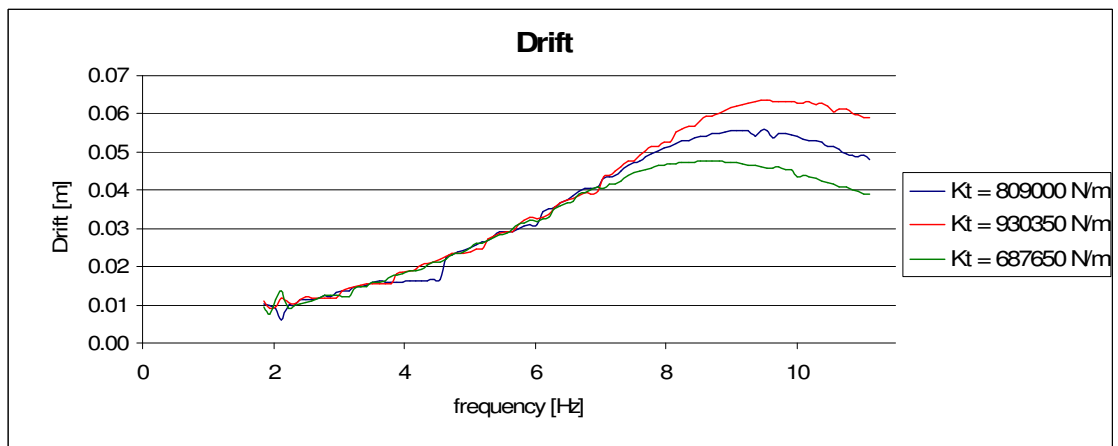
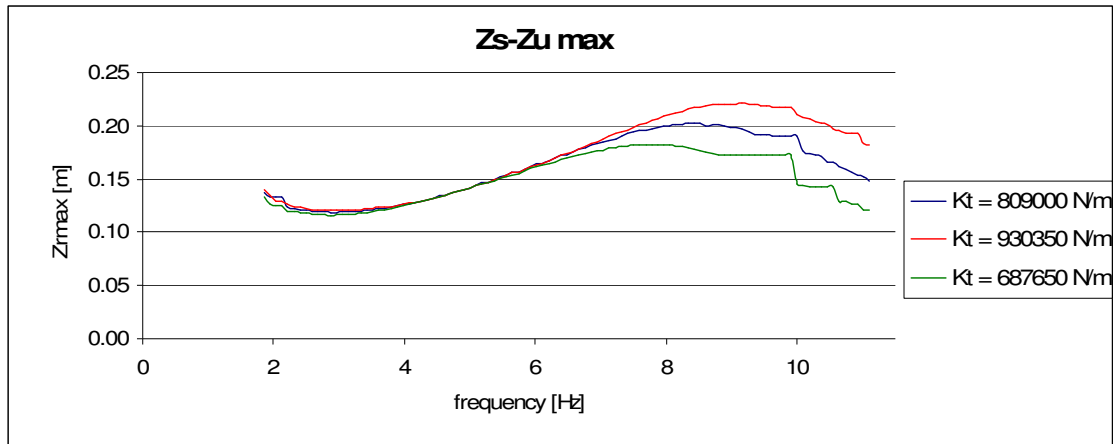


As we can see in the graph, for high frequencies (after 80 km/h or 7.5 Hz) the value of the stiffness is very influent in the force transmitted to the ground, and its relation is directly proportional.

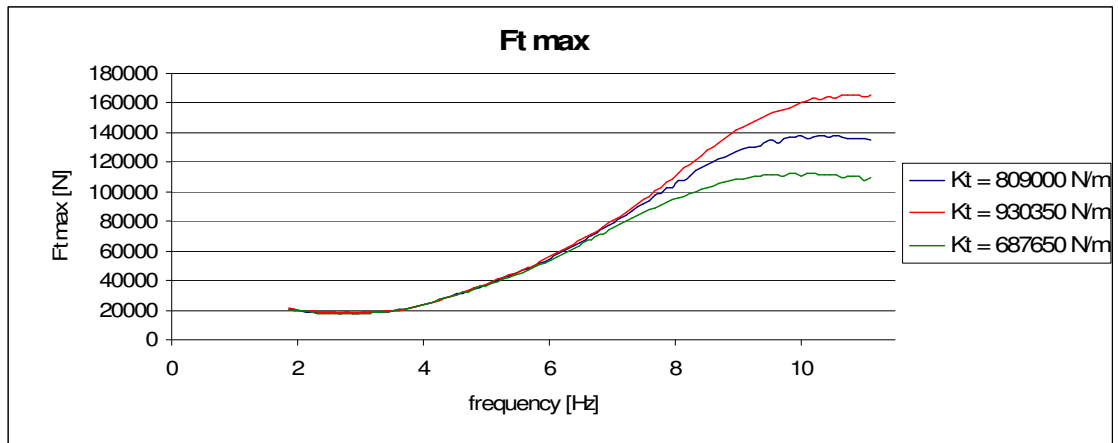
For Full Bus



In these two graphs we can see that the behaviour of the system is similar to the behaviour of the vibration system with two degrees of freedom; the natural frequency associated with the sprung mass is around 1.02 Hz (11 Km/h) and the natural frequency associated with the unsprung mass is around 9.2 Hz (99.4 Km/h).



In these two graphs we can see that while the frequency is increased the drift of the sprung mass and the relative displacement of sprung and unsprung masses are increased. Also is shown that for a stiffer system the values are higher after 7.5 Hz, before this frequency the values are almost the same.

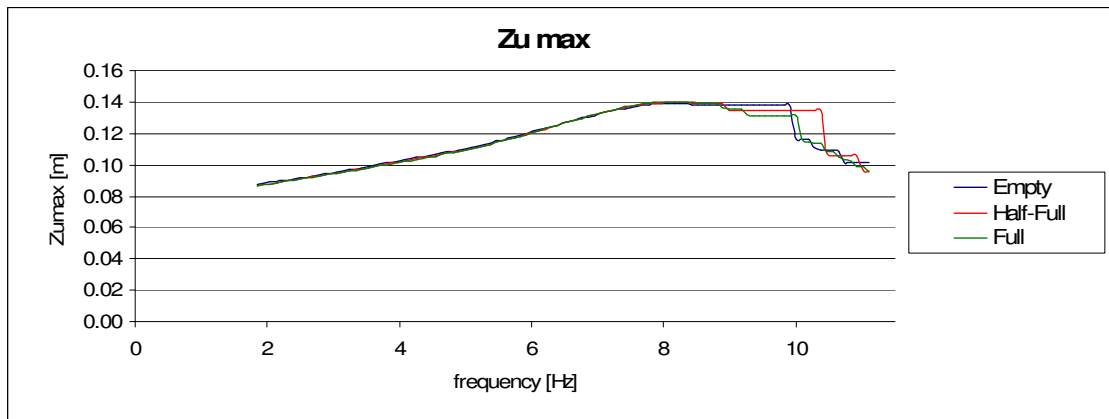
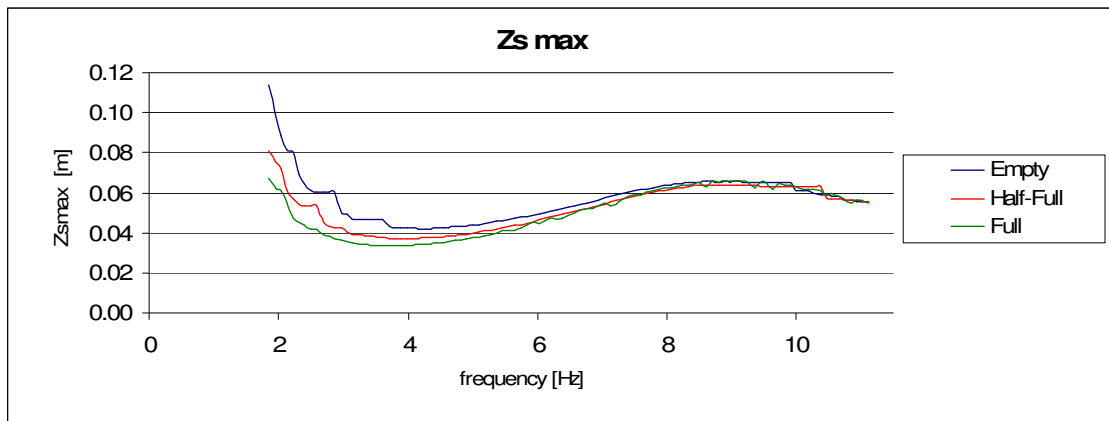


As we can see in the graph, for high frequencies (after 80 km/h or 7.5 Hz) the value of the stiffness is very influent in the force transmitted to the ground, and its relation is directly proportional.

In terms of Tire's Stiffness

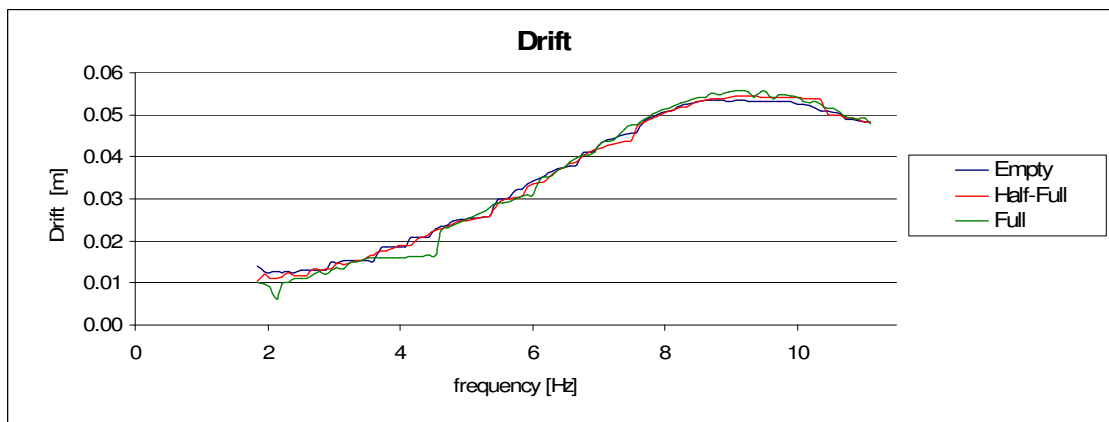
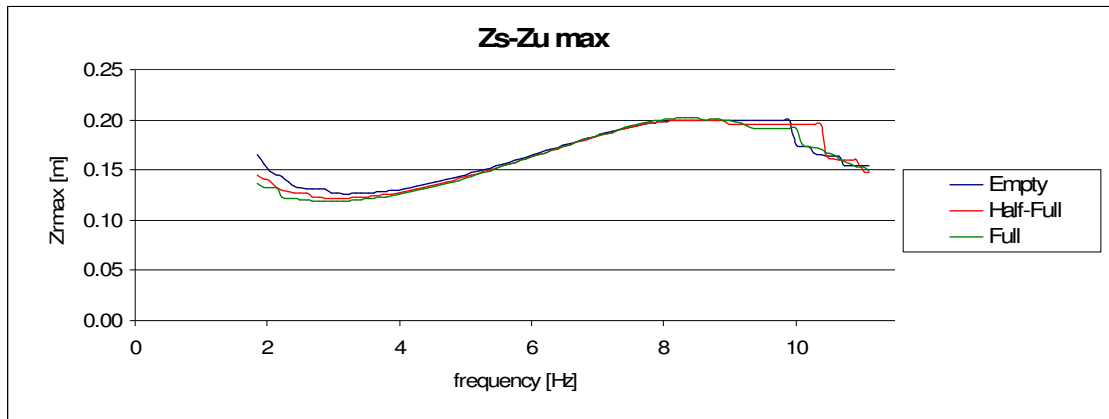
The behaviour of the system is similar for the three values of tire's stiffness, so, I'm only showing the results for the baseline tire's stiffness.

For $K_t = 809000 \text{ N/m}$ (Baseline Tire's Stiffness)

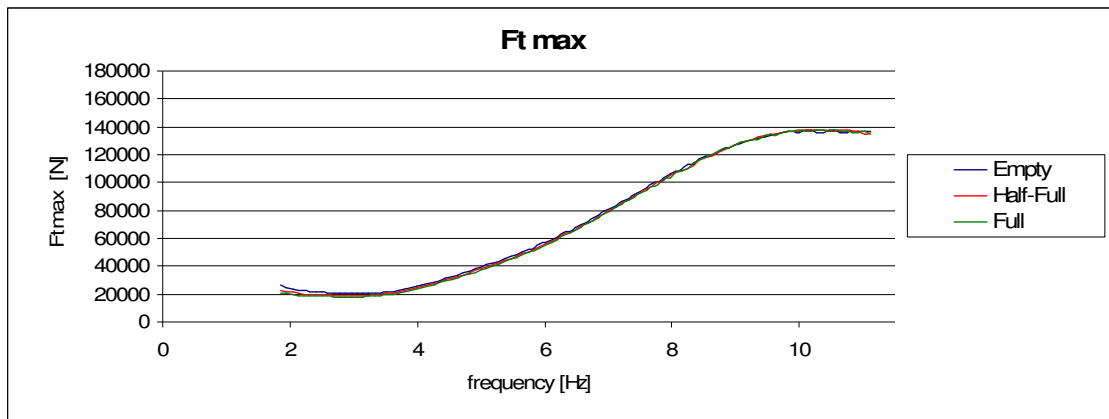


As we can see, the effect of the load of the Bus is, overall, minimum. The sprung mass (where relies the load of the Bus) affects the value of the first natural frequency, the one that is associated with the sprung mass; that's the reason at low frequencies the values are different.

The displacement of the unsprung mass is almost independent of the load of the Bus, because in the graph there is not any significant difference in the values.



The behaviour of the relative displacement of the sprung and the unsprung masses, and the sprung mass drift is almost the same for the different load condition of the Bus; we can see that is only dependent of the frequency (velocity of the Bus) for a given tire's stiffness.



In this graph we see that the behaviour of the force transmitted to the ground is the same for the three load condition of the Bus.

Conclusions

- As we saw in the graphs the effect of the Tire Stiffness is clear, the higher the Tire Stiffness reflects the higher Force transmitted to the road, the higher drift of the sprung mass, the higher relative and absolute displacements of the sprung and unsprung masses and the higher values of natural frequencies.
- The effect of the Load Condition of the Bus is minimum in the ride performance of the Bus, the Load Condition of the Bus only affects the value of the first natural frequency (the natural frequency associated with the sprung mass). The force transmitted to the road is totally independent of the Load Condition of the Bus, this means that the Bus will transmit the same amount of force to the ground at its full capacity as when is empty.
- The Stiffness of the tire is directly proportional to the Inflation Pressure, as we can see in the Fig. 1.59 of the text book. Clearly if the stiffness of the tire is dependent of the inflation pressure, I can conclude that if the Inflation Pressure of the tire is increased the force transmitted to the road will be greater, the sprung mass drift will be higher, and the displacement of the sprung mass, the unsprung mass and the relative displacement between sprung and unsprung masses will be higher.

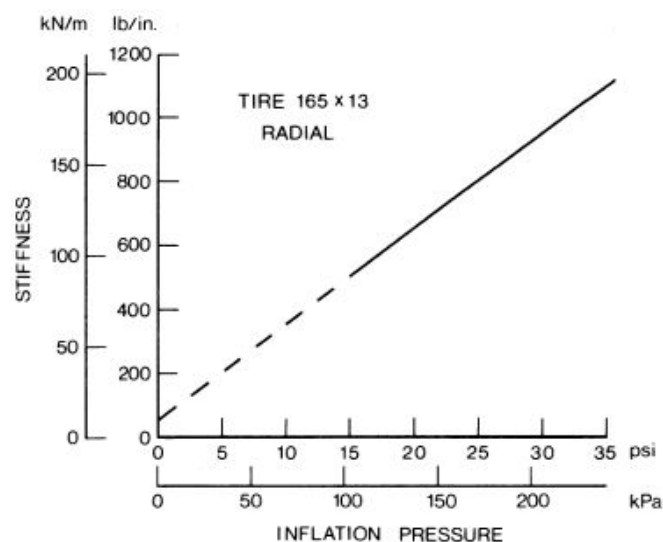


Fig. 1.59 Variation of static stiffness with inflation pressure for a radial-ply car tire. (Reproduced with permission of the Council of the Institution of Mechanical Engineers from reference 1.35.)

- There is a compromise between Tire Inflation Pressure and the life of the tire. The biggest influence on tire life is inflation pressure, if the tire is under recommended pressure it will reduce significantly its life, this effect is due to the fatigue experimented of the tire. Notice that low inflation pressure generates small values of tire stiffness therefore higher unsprung mass displacement and higher stresses due to fatigue.

ANEXO I. CATALOGO DE EQUIPOS

A continuación se presentan tres catalogos de los equipos: de balanceo CEMB, de alineación CEMB y caracterización de las llantas MTS.

Digital balancing
machine for car, light
commercial vehicle,
4-WD, motorcycle
and scooter wheels

quick
accurate
reliable



CEMB **C71**
BALANCING MACHINES

Incredible speed!

C71

features

quick
accurate
reliable

Completely automatic cycle: START by closing wheel guard, measurement and braking. Automatic stop.

"Intelligent" gauge for automatic measurement of distance and diameter.

Position repeater for counterweight application (with display on panel).

Pincer system to hold and apply counterweight inside the rim.

Balancing with counterweight placed in different positions of the rim, freely selected on panel.

SPLIT program to hide counterweights behind rim spokes, in any angular layout.

Duplication of hidden weight positions.

Menu button for selection of various options and personalizations (grams/ounces; inches/millimetres; unbalance in steps of 5 grams or 1 gram; threshold, optimization; automatic start; self-diagnosis and self-calibration).

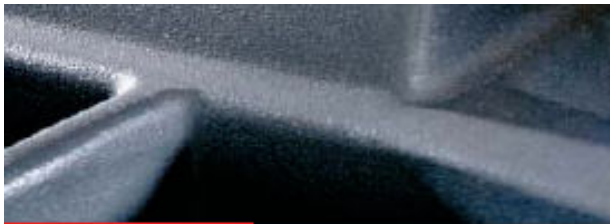
Minimization of the static unbalance (CEMB patent), very useful to reduce vibrations caused by residual unbalances after counterweight application.



ALU-S



SPLIT



guaranteed accuracy

The balancer utilizes special devices (WP), for both hardware and software, to guarantee the quality of measurement. The display only occurs when the measuring indecision (according to DIN 1310) is less than 1 gram!, in the minimum necessary time.

1.2 Automatic set-up for hidden weights.



Counter weight position set-up.



3.4 Position repeater display for internal counterweight application.



Split program display for spoked wheels.



5.6 Duplication of hidden weight positions.



Optimization of rim-type position.



Incredible speed!

The new and exclusive TM measuring system, allows an incredibly short measuring time. Some examples:

Wheel	Weight	Time from start to stop
175/65 x 15"	16 Kg	3,8 sec.
205/35 x 18"	28 Kg	5,5 sec.

Note: Test conditions: 225V, 50Hz, 20° C, unbalance 30 grams per plane, repeatability < 1 gram guaranteed.

► Technical data

Single phase power supply	230 V - 50/60 Hz
Max. absorbed power	1,5 kW
Spindle shaft	Ø 40 mm
Balancing speed	< 100 rpm
Balancing accuracy	< 1 g
Rim diameter	10" + 26" or 265 + 665 mm
Rim width	1,5" + 20" or 40 + 510 mm
Max. wheel weight	75 Kg
Gross weight (with fixings and wheel guard)	120 Kg
Packing dimensions	101 x 112 x 174 cm



► Accessories (Ø 40 mm shaft)

standard



- UC20 cone adapter with GPM quick locking with handheel for wheels with central hole Ø from 43 to 110 mm.
- Gauge for wheel width measurement.

options to be used on the cone adapter



- VL2 cone kit necessary to lock light truck wheels with central hole Ø from 97 to 180 mm.

options to be used on the cone adapter (Ø 40 mm shaft)



- RL hollow sleeve Ø 205 mm, for alloy rims.



- WD spacer for car wheels with deep offset and for off-road wheels.



- Adapters with centering studs: SR standard.

- MT stepped cone for German car rims (Ø 56,5 - 57 - 60,5 - 72,5 mm).
- J cone for off-road vehicle with hole Ø from 101 to 119 mm.

options (Ø 40 mm shaft)



- UM20/2 for wheels with 3-4-5 holes with/without central hole on a Ø from 95 to 210 mm. The additional cone (CEMB patent), in majority of cases, allows to center the wheel from inside on the central hub seat, thus improving balancing accuracy respect to the traditional adapters on the market.



- BWC20 MOT universal adapter for standard and flanged or side hung motorcycle wheels (BMW-Aprilia-Honda-Ducati-etc.) and scooter wheels.



- Pinset-hammer for coarse weights.



- Cone pegs.



- Wheel guard not compulsory (< 100 rpm). Optional as splash-guard.



CEMB
BALANCING MACHINES



CEMB S.p.A.
Via Risorgimento, 9
23826 Mandello del Lario (LC) Italy
www.cemb.com
cemb@cemb.com

Garage equipment division:
phone +39 0341 706369
fax +39 0341 700725
garage@cemb.com

A110C71 20.0.006

All the data and features mentioned in this catalogue are purely for information and do not constitute any commitment on the part of the company which reserves the right to modify any and all dimensions, images and/or details without notice.

Equipment for the alignment of car
and light commercial vehicle wheels,
8 CCD sensors



CEMB
BALANCING MACHINES

DWA
400

DWA 400

general features

Control cabinet able to house: wheelclamps with measuring heads, printer, computer, keyboard and monitor.

SVGA 17" monitor.

Colour ink-jet printer.

Industrial PC board manufactured by CEMB. It uses solid state disks (more reliable than the conventional hard disks) and a CD-ROM accessible by the user for the simple up-to-date of programs.

X-WINDOW system based on LINUX. In addition to providing power and flexibility, it avoids problems of program and computer obsolescence.

Measuring head connection by means of three-wire cables with strong metallic connectors. Wiring can also be carried out in a semi-portable way on the lift.





measuring heads

Measuring head connection by means of 3-wire cables.

8-sensor system.

Integrated electronics with 20 MHz DSP processor for each measuring head.

All functions and measurements are carried out by the "Intelligent" measuring head.

The keyboard on the measuring head interacts with the computer for an easy use of the application program.

Each measuring head has independent calibration. Thus interchangeability is guaranteed without any intervention. The automatic calibration test assures good quality of the measurement.

The toe-in visual angle is $\pm 20^\circ$. Thus the electronic turntables are not necessary for the steering measurement.

The transducers (optical and inclinometers) are static type, robust and insensitive to shocks. They are innovative transducers, fruit of technologies developed only in recent years.

Fast measurement feedback.

They weigh only 2,7 kg without wheel clamp. They are easy to move and do not weigh down on the wheel clamp with the risk of altering the measurements!

standard composition

Cabinet with Industrial calculator, CD ROM, static memory.

SVGA 17" monitor and keyboard.

4 measuring heads with integrated electronics, soft-touch keyboard, electronic spirit level.

Connection cables (4 identical 3-wire cables with robust metal plugs).

Four point aluminium wheel clamps 10"-10" to be fixed outside the rim and self-centering system.

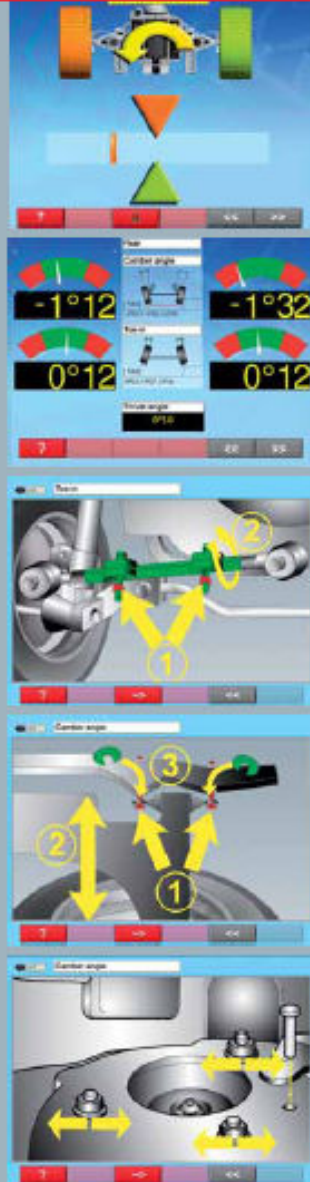
Couple of front turntables.

Steering lock and brake pedal lock.

Option: wheel clamp fixing inside the wheel, with clamping arms holder self-centering on the rim. Also suitable for alloy rims, it may make rim eccentricity correction unnecessary, thanks to the accurate centering.



application program



Modern and user friendly. It has been designed to make the work of the operator easy and reliable. It has all the features of the most prestigious equipment:

Measures angles with the new generation sensors, definition up to 0.01°.

Complete data bank and special data banks programmable by the user.

Eccentricity compensation by lifted or on the ground wheels.

Simultaneous reading of CASTER, CAMBER and TOE.

Steering measurement without the need of electronic turntables.

Data comparison directly on screen indicators.

Measuring procedure with variation of vehicle alignment (e.g. MERCEDES, RENAULT, etc.).

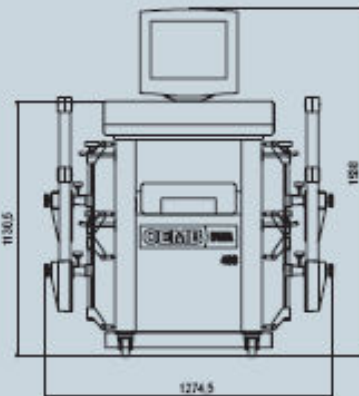
Toe-In curve measurement according to VAG specifications.

Inclined measuring head spoiler program.

Interactive HELP system to guide the operator in the use of the equipment.

Diagnostics with continuous checking of measuring head calibration.

Data base up-graded by CEMB with all data necessary for alignment and three-dimensional help drawings.



Gross weight (with standard equipment): 211 Kg
 Packing dimensions: 120x150x130 h cm



DWA 400 R



Radio data transmission by a 2,4 GHz Bluetooth-1 system. Rechargeable batteries and battery charger on board of the measuring heads. Use is possible by connecting the cables, even with run-down batteries.

The rechargeable batteries are the standard type (AA), easy to buy. The batteries are recharged simply by connecting the measuring head to the cable.

It is identical to DWA 400 except for the connection between the calculator and the measuring heads, obtained by a 2,4 GHz radio system, with no need of homologation.

Transmission occurs without problems, even at a long distance.

An automatic software system handles the self-switching off of the measuring heads. (Batteries last more than 10 hours of continuous use).

Clamps

standard



standard



with set of clamping arms (optional)



► Optional accessories

- Cabinet of big dimensions with mirrors and room for clamps.
Available for both DWA400 and DWA400R.



► Optional accessories

- Set of 4 clamping arms including rim clamps for "ack line" rims (no need of run-out compensation)
Zs745C00470

Picture shows a complete clamp with locking set.



- Set of 16 tips in ABS (only in combination with set of 4 clamping arms)
Zs745C00475



- Set of 16 extensions for light trucks and off-roads L-55
Zs745C00477



- Set of four Havelka 3-point 12"-22" self-tensioning clamps
74A000912



- Adaptor kit for Audi, BMW, Mercedes, Smart, Porsche, Volkswagen rims (combined with 74A000912 only)
74A000900



- Measuring heads calibration kit
40DWS1972



CEMB
BALANCING MACHINES



CEMB S.p.A.
Via Risorgimento, 9
23826 Mendello del Lario (LC) Italy
www.cemb.com
cemb@cemb.com

Garage equipment division:
phone +39 0341 706369
fax +39 0341 700725
garage@cemb.com

All the data and figures mentioned in this catalogue are purely for information and do not constitute any commitment on the part of the company which reserves the right to make any and all alterations in any time without notice.

AVTIO 400 710 127035

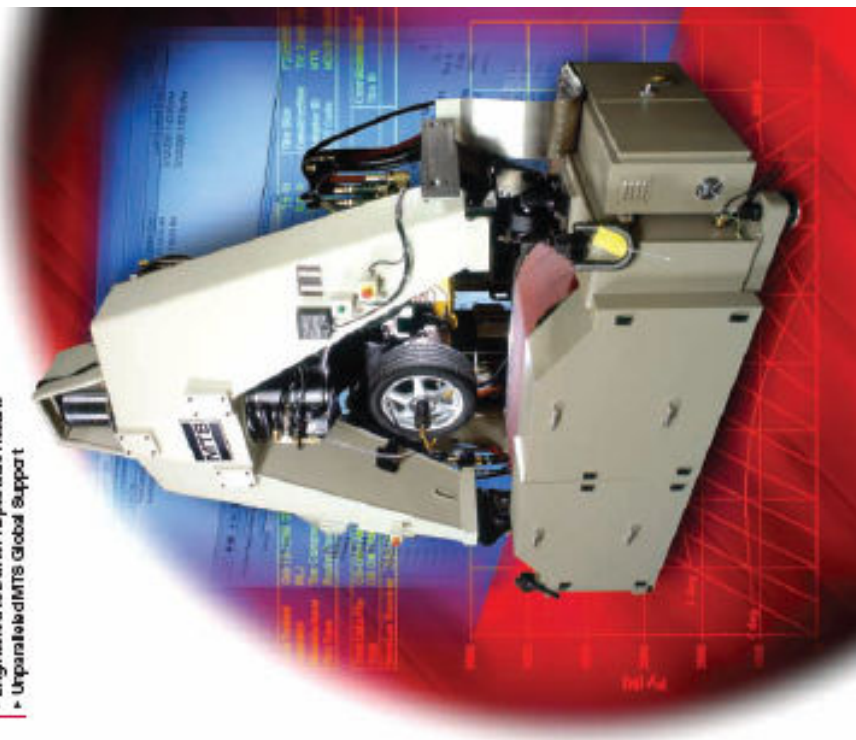
REFERENCES

[illegible]

1973). But these and other JFV are regulated by different host (JFV) dependent Co gene sets (Mason, 1983).

©1995 IBM Corp. All rights reserved. IBM, the IBM logo, and the e-business logo are trademarks of International Business Machines Corporation. Other names may be trademarks of their respective owners.

100% COTTON - 100% COTTON
 100% COTTON - 100% COTTON



- Proven Flat-Trax[®] Roadway Technology
- Unmatched Multi-Axial Measurement
- State-of-the-Art Control and Analysis Software
- Engineered to Deliver Repeatable Results
- Unparalleled MTS Global Support

MTS Flat-Trac® Tire Test Systems The world standard for tire performance measurement

Nearly every major manufacturer and vehicle maker in the world depends on MTS Flat-Trac. The Test Systems look like the most critical performance data. Whether you need traction, repeatability, or power, MTS Flat-Trac Tire Test Systems will help you meet your engineering objectives - with confidence.

Complete range of testing capabilities for passenger car, commercial truck, and motor sports applications.

Today there are over 40 Flat-Trac Tire Test Systems installed around the globe testing a complete range of passenger car, light truck, SUV and truck tires. This customer base of tire manufacturers, vehicle manufacturers, and racing teams depends on MTS testing systems as the best choice possible when it comes to effectively matching tire performance to product and tire testing needs.

All 40 Flat-Trac Tire Test Systems are now a broad range of testbeds under control by the speed, load, inflation pressure, and test tire motion relative to the road. What's more is that for your application dependent your test tire needs. If you require the most sensitive data, our systems can be configured to provide the most accurate data to evaluate cornering handling properties we have the steady state system you need. If you need to understand tire cornering behavior, then we can make use of our dynamic systems to your exact size and power requirements. If you need a system you can depend on, MTS has the right solution.

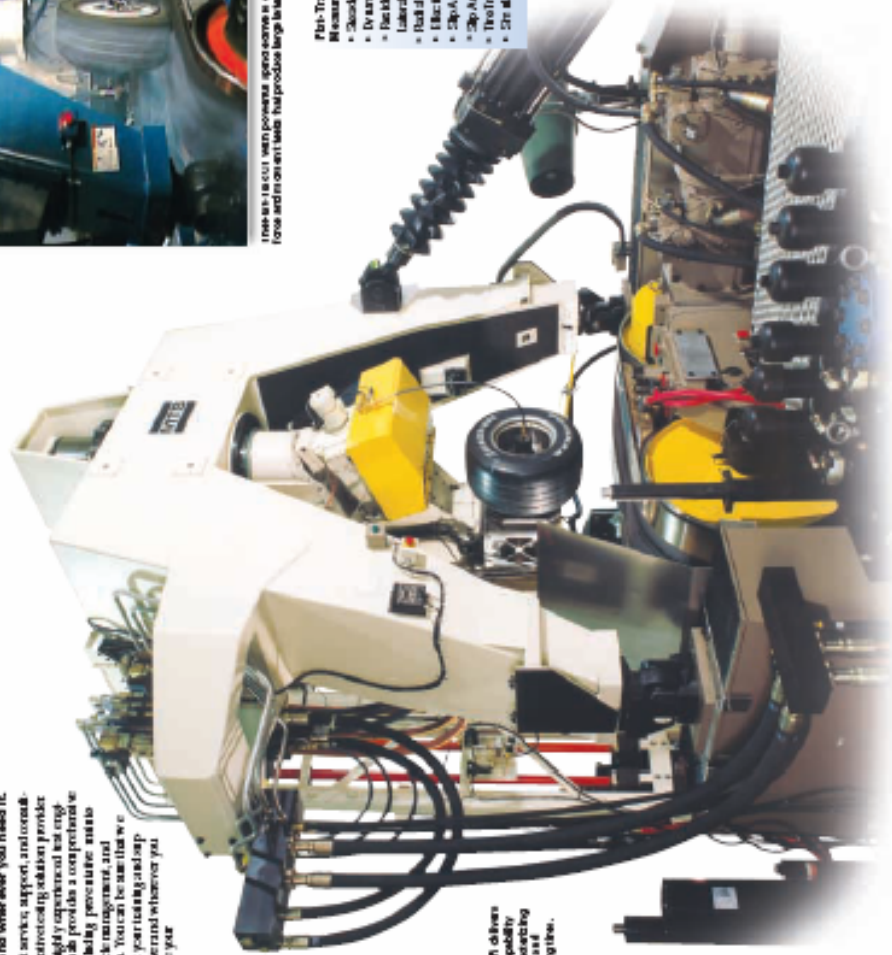
All the data you need to create a competitive edge - quickly and precisely. The systems with range of available control parameters provide the flexibility you need to characterize your test tire in the controlled environment of your laboratory. Single test powerful, software lets you quickly configure individual testbeds, and all of your own unique customer testbeds designed to help you understand the forces and moments produced by your tires under a wide variety of conditions.

The acquisition and control software lets you to all important test parameters such as roadway speed, tire speed, slip angle, normal force, lateral force, wheel torque, treaded surface, slip angle, inclination angle, and tire inflation pressure. Now it's easier than ever to get the abundant data you need to precisely optimize your tire performance - and outmaneuver your competition.



These Flat-Trac systems, with power and speed, generate accurate force and moment data that produce large lateral or longitudinal forces.

- Flat-Trac Test and Measurement Capabilities**
- Steady State Force and Moment
 - Dynamic Force and Moment
 - Backed Aligned Moment and Lateral Force
 - Road Condition
 - Electric Drive by Motor
 - Slip Angle Control
 - Tire Inflation
 - Tire Adhesion



The Flat-Trac system offers high force capability needed for tire testing and motor sport testing.

Get the Precise Performance Data You Need to Build the Next Generation of Tires - Today

The latest FlatTrac systems utilize third generation of MIS FlatTrac Tire Test technology and a combination of more than 30 years of extensive testing experience. FlatTrac Tire Test Systems are currently being used to collect data for computerized tire modeling, quality testing, competitive benchmarking, program development, and many other applications.

All MIS FlatTrac Tire Test Systems are available in four standard configurations that can be customized to meet special customer requirements.

FlatTrac Classic System

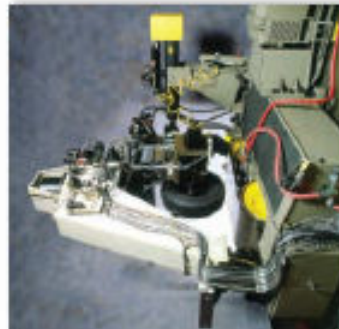
This system is an excellent choice if you want greater FlatTrac quality and engineering data for your tire development. The system is designed to offer the free rolling force and moment testing capability of the original MIS FlatTrac Tire Test System. It has an electric motor drive motor and the same multi-piece test cell package used by the FlatTrac 55, while still being able to maintain the same free rolling, steady state force and moment test. It is capable of performing slip and energy tests at modest rates. You can even test at increasing slip rates by modulation.



The FlatTrac Classic gives you the steady state force and moment testing you need to burn up the tread life of a tire.

FlatTrac 55 (Steady State) System

The FlatTrac 55 is designed for free rolling steady state testing, but is capable of delivering higher velocity test results. It is ideal for testing that require high accuracy and higher speed. The low speed uniformity test or effective rolling radius test. It is used to acquire high quality data for vehicle handling models and tire qualification on passenger car and light truck tires. Moderate rate dynamic tests, such as sweep pulse force and moment test are also possible.



The FlatTrac 55 gives you complete capability for high accuracy, steady state force and moment testing.

FlatTrac CT Correlating and Transient System

The FlatTrac CT Tire Test System is equipped with a powerful 2000 Nm torque drive, which gives it the ability to perform tests that require driving or braking force in addition to free rolling steady state tests. It is compact and built for use in a test cell. It is capable of 2000 Nm torque drive. The CT's additional power and torque drive make the CT the most versatile FlatTrac System available. The CT's additional torque drive make it ideal for correlating light and heavy duty large load or longitudinal forces. The system is capable of testing passenger car tires at speeds of up to 250 km/h.



The FlatTrac CT provides a powerful torque drive for a broader range of dynamic force and moment testing.

FlatTrac LTA Tire Testing System

The FlatTrac LTA offers the high force capability needed for conducting light truck, SUV, and racing tires. The system is also for conducting tire tests that produce extremely large lateral or longitudinal forces. Originally configured with a power 104,500 Nm torque drive for performing traction tests, it can be used with a 1000 Nm torque drive for those who need more torque. The LTA System lets you dynamically change tire attitude and load on a continuous flat road surface while in steady state or transient testing. The system is capable of testing a speed of up to 320 km/h for racing tires.



The FlatTrac LTA expands the testing envelope for dynamic tests on light truck, SUV and motor sport racing tires.

Better Performance Through Better Engineering

Ongoing commitment to sensor technology, complex controls, and precision engineering enables us to manufacture MTS technology in an innovative manner. For over 30 years, this commitment to a changing technology and attention to detail has made the RMTac Test System the gold standard for measuring tire handling properties.

1. A-Frame Tire Carriage

The robot is aware the carriage moves back at a different rate on curves and tends to wide sections of the track. It is also aware of the difference in wheel diameter and adjusts its steering accordingly.

2. Model Actuator

[illegible]

J. Garza, Spindle, and Strong Arm

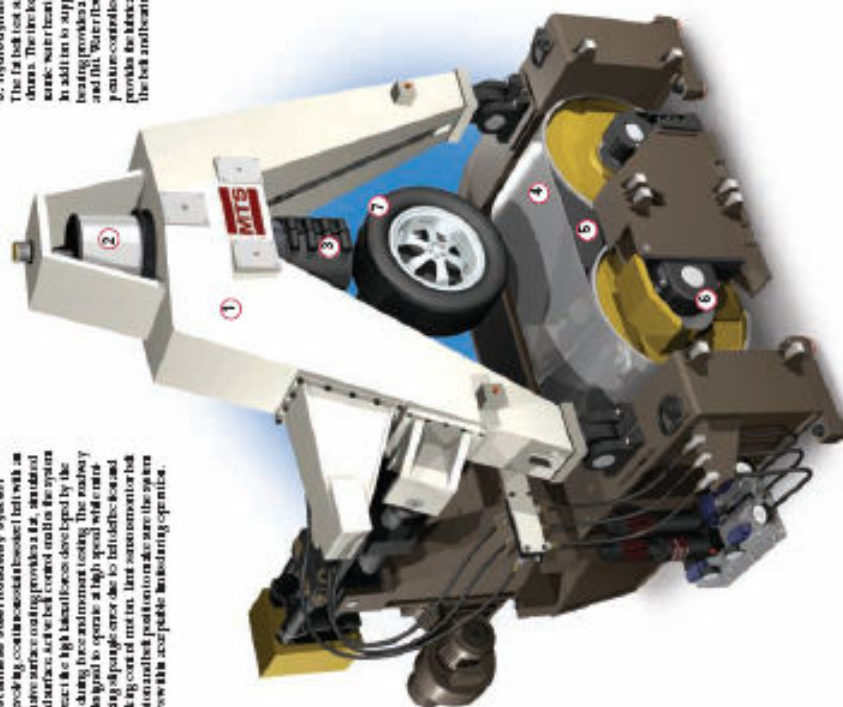
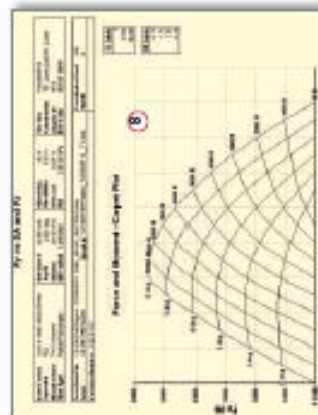
The loads are measured with MTS equipment and the test is run using MTS control software. The load is measured and independent measurement capability by the 30 tonne load cell component is provided when the test is run to ensure that the component of the load cell is not overloaded. The load cell is a 30 tonne load cell and the test is run to ensure that the component of the load cell is not overloaded. The load cell is a 30 tonne load cell and the test is run to ensure that the component of the load cell is not overloaded.

4. **Stitchline Seal Roadway System**—This new, crack-sealant-based seal with an embedded surface coating provides a fast, standard seal for all types of pavement. The system's road surface acts as both control and the system to ensure the high identification developed by the seal during high-temperature testing. The roadway is designed to operate at high speed with no maintenance or repair needed due to the seal's fast curing and low cost. The seal's most important benefits are the system's ability to seal and seal the sealant in the system, as well as the sealant's ability to seal the system.

5. **Hydrodynamic Water Boarding** System: The flat boat surface is formed into a narrow channel. The boat is supported by a hydrodynamic water bearing placed between the drums. In addition to supporting the vertical load, the bearing provides a large bearing surface that is stiff and flat. Water flow, which is induced by a transverse pressure-controlled supply, removes the heat and provides the lubricant to minimize friction between the belt and bearing.

6. Drive-by sensors

7. The Inflation Pressure System
The inflation pressure is accurately controlled using an inflation pressure assembly mounted on the rear of the vehicle. Inflation pressure can be continuously increased or decreased during a test, or can be inflated to the correct test pressure and capped, so the contained air pressure can be measured during the test.

[illegible]

Automated Digital Controls for Fast, Flexible Tire Testing

The Rite-Tec Digital Control System contains an internal digital user interface with a complete range of built-in standard analysis, standard analysis templates and simple operating procedures to keep your personnel learning less—test less and saving more software.

Real-Time Control combines precision and productivity.

The focus of the automated system is the CallTime Control Interface. It is the primary human-machine interface to perform call-backs and create and monitor links in real-time. The operator selects requests, views and manages server status, dialog requests, outputs, and has detection status on the border router.

The actual and true control of the tests is performed on a dedicated computer or on a personal computer, whereas PID control is performed on a dedicated PID control board, using an analogue-to-digital converter. A variety of control models are available, including position, force, velocity and torque control. The user can select the test, and the test is then carried out. For initial configuration, the test is carried out at initial conditions, and the test is then carried out at initial conditions, and the test is then carried out at initial conditions.

See page Test Definition and Analysis
Workload on Free the Next Time Control
System for Testing.

[illegible]

Tests are defined by specifying test procedures, the descriptions, the conditioning procedures, and the adaptation configurations. Test procedures can be defined to use trial-by-procedure and/or information conditions in the description so that a single procedure can be modified for any number of tests.

Flexible Data Acquisition
Parameters Optimize File
Size and Acquisition Modes.

[illegible]

Monthly, Analysis and Reporting Software—Your best friend on the P-111 Trail. PDM provides a number of standard analysis tools and a wide variety of custom tools to efficiently analyze test data you've acquired. Test data can be imported into PDM's Data Workshop, a Microsoft Excel based spreadsheet, modification tool. Definition and analysis reports can be used to generate standard reports and to post these standard reports into the test data repository. Test jobs and instrument test analysis, frequency response analysis, steady state and step, comparing power analysis and loading, resonance analysis. Data results can be correlated to user specific data files. The formal analysis and loading data analysis and reporting package analysis can be run after the test, or before, as needed.

The collage contains four images related to a physics experiment on projectile motion:

- Top Left:** A graph of horizontal distance (m) vs. time (s). The data points form a straight line passing through the origin, indicating constant horizontal velocity.
- Top Right:** A graph of vertical distance (m) vs. time (s). The data points form a parabolic curve starting from the origin, indicating constant vertical acceleration.
- Bottom Left:** A graph of horizontal distance (m) vs. vertical distance (m). The data points form a straight line, showing that the horizontal distance is directly proportional to the square of the vertical distance.
- Bottom Right:** A photograph of the experimental setup, showing a projectile launcher (a small cart on wheels) positioned at the edge of a table, ready to launch a projectile horizontally.

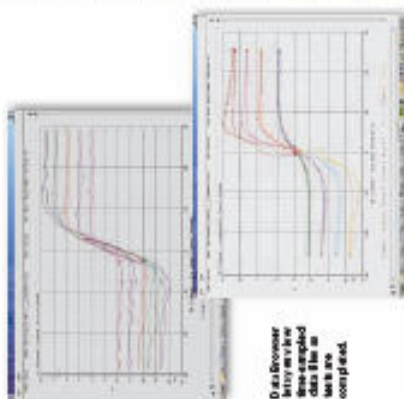
Standard threat analysis platforms are inefficient and effective data handling and recording.



desirable, accessible, and unattended—the powerful and flexible systems and control software built via custom design tools enable you to deliver reliable, on-site data.

Part of the intended reader audience appears to be:

- [illegible]



Data Browser
letting us view
live-sampled
data files as
they are
completed.

Decades of Flat-Trac Tire Testing Experience

As the recognized leader in tire force and moment measurement, MTS has been developing, building, and integrating force transducers into the test systems for over 30 years. Today, over 40 Flat-Trac Tire Testing Systems are in operation around the globe.

MTS introduced the Flat-Trac Tire Testing System using patented and on-axis, coordinate belt technology for analyzing force and moment loading. Most of these systems are still in operation and many have become flagship. The Flat systems featured a push of up to 150 kN and control in two degrees of freedom.



Flat-Trac I revolutionizes the testing.



Flat-Trac III introduces a new range of digital controls.

The Flat-Trac II introduced a sweep testing and automatic control of testing parameters plus a spindle drive capable of delivering 2000 Nm of wheel torque control. Other enhancements included increased speed, slip angle and rotation angle capability. Digital control and motor control in the Flat-Trac II system made it a larger scale of test design and a more capable rig.

Flat-Trac III introduced a whole new generation of testing performance with its new digital control system, which greatly expanded the system's testing, analysis and reporting capabilities.



Flat-Trac LTM expands operating range for trucks and motorcycles.

MTS: Where Experience Drives Value

- Our long innovation in developing technology that enables engineers to meet their mechanical objectives - delivered in the time.
- Our long production track record as a leader in tire testing - proven by our long history of product reliability and our commitment to the testing industry.



Flat-Trac II adds dynamic control and spindle drive.



Flat-Trac III family evolves Classic, 900, and CT.

Flat-Trac Technology – Not Just for Tires



MTS offers a wide range of accessories and custom solutions based on MTS patented Flat-Trac technology, which are designed to enhance the functionality of your full vehicle testing systems.

Flat-Trac Roadway for Dynamic Road Handling Testing

Control the full test road deck with the ability to turn up to 250 km/h, steering provide vertical excitation, with a ride driver, an active restraint system and a heated wind tunnel, and you have a complete test bed to accurately measure vehicle performance. With the Flat-Trac Roadway, you can create a full range of test conditions, from a full range of road conditions to a full range of road conditions. The Flat-Trac Roadway is a perfect test bed for a full range of road conditions, from a full range of road conditions to a full range of road conditions.



Flat-Trac Roadway for Dynamic Road Handling Testing on Large Vehicles
The Flat-Trac Roadway system designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles.



Flat-Trac Roadway for Dynamic Road Handling Testing
The Flat-Trac Roadway system designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Roadway system is designed to test the performance and durability of large vehicles.



Advance your global competitive edge. Upgrade MTS equipment and services to ensure your success at home and abroad.



Flat-Trac Rolling Road for Aerodynamic Motorsport Testing
Designed for motorsport applications, the Flat-Trac Rolling Road is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Rolling Road is designed to test the performance and durability of large vehicles. The Flat-Trac Rolling Road is designed to test the performance and durability of large vehicles.



Flat-Trac Dynamic Roadway for Wide and Comfort Analysis Testing
Designed around a traditional four-poster testing setup, the Flat-Trac Dynamic Roadway adds the flat roadway surface and the wide vibration that is necessary for comfort analysis. Other testing applications include full cornering, rolling resistance, powertrain performance and suspension testing.

MTS Offers a Wide Range of Tire and Vehicle Performance Testing Systems

Since 1955, the global automotive community has trusted MTS Systems Corporation for the most advanced tire and vehicle performance testing technology. Today, we are among the world's leading providers of tire and vehicle performance testing systems, and we continue to develop, manufacture and support the most advanced tire and vehicle performance testing systems, and we continue to develop, manufacture and support the most advanced tire and vehicle performance testing systems.

90MPR® Wheel Force Transducer

The 90MPR® Wheel Force Transducer is the most advanced tire and vehicle performance testing technology available. It provides the most accurate and reliable data than any other technology available, and the best possible overall measurement of vehicle load. The data is used for many applications, including analysis, design, and modeling of the system for creation of virtual models, and application in virtual testing. The 90MPR® system is available in a variety of sizes - ranging from the 90MPR® 100 up to the 90MPR® 500 for medium and heavy trucks and other large vehicles. The system is designed to measure and analyze data acquired on a real-time basis, and is available for use in a variety of applications.

- High-precision, real-time data acquisition on the road, field, or proving ground and laboratory customer installation costs.
- The 90MPR® system measures loads directly at the axle, eliminating the need for component data.



Kinematic and Compliance Definition Measurement Systems

The MTS Kinematic and Compliance Definition Measurement Systems are designed to provide the information necessary to define the kinematic and compliance of a vehicle's suspension system. The system is used to define the kinematic and compliance of a vehicle's suspension system, and is used to define the kinematic and compliance of a vehicle's suspension system. The system is used to define the kinematic and compliance of a vehicle's suspension system, and is used to define the kinematic and compliance of a vehicle's suspension system.



MTS Kinematic and Compliance Definition Measurement Systems are available to measure both static and dynamic kinematic and compliance definition properties. A flexible control system and advanced software tools let you program the sequencing of events, data report format, and the user interface, all in a high-level language.

- Capabilities include:
- Transient maneuver down position
 - Frequency response
 - Dynamic deflection
 - Static deflection
 - Load properties

Tire Tread Wear Simulation System

The MTS Tire Tread Wear Simulation System is the standard for tire wear and tread simulation testing of passenger car, light truck, and heavy truck tires in an accelerated laboratory setting. The system provides repeatable and accelerated replication of tread wear patterns in the test laboratory by precisely controlling the load and tire position. This combination of load force, normal force, wheel torque, and tread angle (counter-rotates) enables high accuracy replication of tread wear that occurs during a vehicle's lifetime.

- Capabilities include:
- Accurate replication of road load and tread simulation, including: tread force, driving/torque, lateral force, and velocity.
 - Ability to control the test machine in load force control using the slip angle method.
 - Load force can be varied to simulate road torque and weight transfer during maneuvers.
 - Tread angle can be varied relative to the roadbed.
 - Wheel braking and driving torque can be varied to simulate engine and brake inputs.



Tire Rolling Resistance Measurement System

The MTS Tire Rolling Resistance Measurement System is designed to meet all requirements of SAE Rolling Resistance Standard J1269 as well as other relevant standards. The system's advanced control system provides accurate and repeatable test results. The system is designed to provide accurate and repeatable test results, and is used to provide accurate and repeatable test results.



- Other capabilities include:
- Position on the displacement measurement supported by a self-aligning frame to ensure accuracy and repeatability.
 - Suitable for use with a wide range of passenger car and truck tires.
 - Digital electronic test controller with real-time operator interface for easy, flexible set up and testing using pre-defined automated controlled test procedures.

Just-In-Time Support Around the Clock and Around the Globe

[illegible]

We can tie your global operations together with one technology and one support organization.

We can help you take your global operations together by helping you transfer your testing knowledge to new plants and R&D laboratories around the world. MTS is the one true testing expert and company that has the breadth and depth to meet all your global needs.

MTB has a service and support office on O'Connell's and in over 50 countries for fast delivery of service and parts.

Our equipment service offerings are designed to maximize uptime and keep your life running smoothly. MTSS field service engineers are strategically located to give you the fast response you need.

Cardiac treatment of

- Call for a loan and verification services to ensure reliable test results.
- Prevent a virus outbreak to minimize downtime.
- Schedule and emergency repair services to bring your testing system back up and running in the event of a failure.
- A worldwide parallel data network that can supply the parts you need when you need them.

MTS fields the largest service support and consulting staff of any automotive leasing solution provider.

We have the field support and consulting staff to meet your needs no matter where your facilities are. We can help you with troubleshooting, upgrading, maintenance, installing replacement parts, or just helping get the job done. Whatever you need, our experienced supporting people will help you keep your lab running smoothly.

Complete engineering support, knowledge transfer, and customer training whenever and wherever you need us.

ALL MTS training courses are designed to help you maximize the productivity and lifetime of your test suite investment. The courses provide an opportunity for hands-on learning to ensure that you are familiar with every aspect of your test system. Our training courses cover topics in test development, test management, test planning, test execution, and test automation.



MTG provides in-depth, focused training on the operation and maintenance of new drilling equipment all year long at a cost well under MTG's royalties.



MITC offers a complete range of services and programs designed to help you maximize the effectiveness of your system.

The MTS Service Agreement saves you time and money.

500s are and electronic technologies continue to change is plenty, in our industry. This case is one of many challenges when trying to keep systems current and compatible with evolving technology. MIS is facing a steep learning curve to deal with all the other service agreements for work that is easy and straightforward to maintain and enhance your system with the assistance. But experience MIS needs to support, according to help.

Our Service Agreements Include:

- Periodic: no loss in up dates
- Easier budgeting with fixed costs
- Professional technical assistance at no additional cost
- Locked in support costs
- Multiple system support if needed

For More Information

Count your MTSold dates against the more and MTS of the address on the back row.



ATTS provides complete calibration services required for the consistent, valid results your testing instruments demand.

Basic Specifications and Comparison Chart

[illegible][illegible]

22 University students (non-graduate) included. All 22 participants had a distinct and identifiable major interest for each of the four research categories and had no other major interests.

[illegible]

5. **Postponed training** includes all operation training, induction training or operation training plan/outline not being carried out.

ANEXO J. PRUEBAS DE VUELCO

A continuacion se presenta un informe de pruebas y simulación de sistemas de protección antivuelco, y un folleto de la plataforma de vuelco de laUMTRI.

TEST AND SIMULATION TOOLS IN A ROLLOVER PROTECTION DEVELOPMENT PROCESS

Mike Linstromberg
Gerd Scholpp
Oliver Scherf
Siemens Restraint Systems GmbH
Germany
Paper No. 05-0122

ABSTRACT

In 2003, rollover accidents caused more than 10.000 fatalities and 229.000 injuries in the US alone. In view of this statistic and in order to provide a better occupant protection, the interest in the behavior of the vehicle structure and passive restraint systems under rollover loads is continuously growing.

In order to ensure a realistic reconstruction of the vehicle behavior in development tests, four new different test setups have been elaborated according to accident analysis results. For the restraint system development, knowledge about the borderline between roll and no roll is essential. To save expensive prototypes, this borderline is determined before performing first tests by using numerical simulations. The test and simulation tools support a comprehensive development process, which allow the adaptation and optimization of protection systems for rollover.

One key component of the restraint system is the algorithm, which has the task of rollover accident detection and determination of the optimal system activation time. For the latter task, knowledge about real occupant movement is essential. The low acceleration and rotation rates over a long period, which occur during some rollover constellations, lead to considerable movement deviations between the test dummy and the human. The firing time therefore, based on the dummy movements can only be determined approximately. Great optimization potential exists for activation algorithms which are adapted to humans. This adaptation is possible with a new developed simulation tool, which takes the possible muscle work of the human against occurring rollover loads into account. It determines the occupant movement during a rollover and has been validated to the human behavior by sled tests.

INTRODUCTION

The American traffic accident statistics, which is publicized by the National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA) included for the year 2003 more than 6.3 million police reported motor vehicle

crashes that occurred in the United States. More than 42.000 people lost their lives and nearly 2.9 million people were injured in motor vehicle crashes.

In these so called traffic safety facts the rollover accident is a separate category. For the year 2003 nearly 3 % of all passenger vehicles in crashes were rollover events (see Figure 1). This represents a minority in regard to the overall accident details.

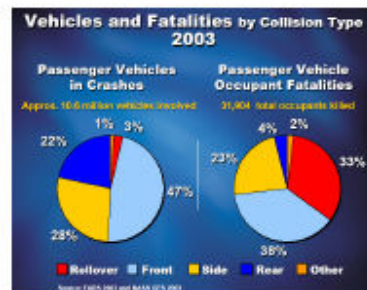


Figure 1. Vehicles and fatalities by collision type 2003

An other impression comes up by looking at the fatalities that occurred in crash events. Here the rollover is on the 2nd grade with nearly 33 % (see Figure 1) and the violence of rollover events is discernable.

In order to protect the occupants in rollover crashes in a better manner, passive safety elements like belt pretensioners and curtain airbags have to be activated in occurrence of such an event. The use of pretensioners help to retain the belted passengers in their seats and the activation of curtain airbags cushions the impacts of the head with interior parts, external environmental objects and prevent partial or full occupant ejection.

For the integration of passive safety elements in occupant protection the algorithm is one key point.

Linstromberg 1

Here full scale rollover crash tests provide information about the sensor signals and the requested trigger time for the activation of these pyrotechnical protection devices under rollover loads. The test results are also useful to analyze the compartment intrusion and damage to the structure, which might occur.

Supplemental to the full scale tests, numerical simulation is a perfect development tool to consider the enormous number of possible rollover constellations and to figure out the borderline between roll and no roll events. This helps to save expensive prototypes during the development. In a further step numerical simulation can help to consider the real human movement behavior in some critical rollover constellations to prevent misuse cases and to optimize the firing time for the occupants.

TESTS DUMMIES

The rollover presents a new area in passive safety development. This explains why an anthropometric test dummy does not yet exist for rollover load cases. Pertaining to this, modifications to existing dummies or the development of new dummies in the near future have not been planned. This applies to Europe as well as to the US. For performing hardware tests an existing test dummy had to be chosen which has been developed for frontal, rear or lateral impact loading cases.

The crash tests, which are presented in this paper, are carried out with the EuroSID. An exception is the FMVSS 208 rollover test. Here the Hybrid III 50% dummy is specified by the corresponding directive. The EuroSID is a lateral impact dummy which is specified in the 96/27/EG directive for the protection of motor vehicle occupants.

The lateral impact dummy was chosen because 97 % of rollover accidents that happen in the field are rolling over the vehicle's x axis. Only 3% of rollover accidents are so-called pitch-over cases which are also described as end over end cases. These involve rolling over the vehicle's Y axis. Due to this distinct split it becomes clear that the area of application for the anthropometric test dummy is rather lateral than frontal.

A further point making the case for the EuroSID is its availability due to it being laid down in the 96/27/EG directive. New developments in the dummy sector such as THOR or the World-SID are rare and currently not available in the testing labs. This is also the case for the Bio-SID. It is admittedly

older but is mostly just used for development purposes.

A further argument supporting the choice of the EuroSID is his reproducibility. This goes hand in hand with the calibration of a dummy. All test dummies for frontal impact, for example the Hybrid III dummy, are exclusively calibrated for this loading case only. This explains why its reproducibility laterally can not be determined, due to the lack of a calibration method in this direction.

Due to the high frequency of head injuries from rollover accidents, reproducibility should be particularly paid attention to in this body area (see Figure 2).

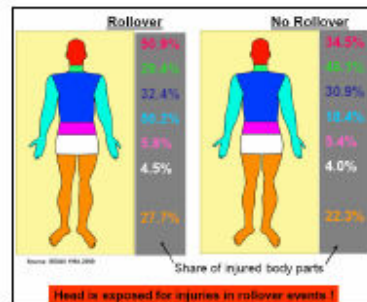


Figure 2. Injuries in roll/ no roll events [3]

This is the reason why the US-SID was not selected as a rollover dummy for hardware tests. The head and neck of the US-SID are not calibrated. Reproducibility of the head accelerations therefore and also of the neck-head kinematics is not possible.

The biofidelity, which describes the behavior similar to humans, is restricted with all anthropometric test dummies and has already been examined in many studies, for example by Professor Kallieris [1] from University of Heidelberg, to analyze the differences between anthropometric test dummies and humans.

Biofidelity of new developments on the dummy sector has certainly improved in comparison to older test dummies. However, these dummies have not been thoroughly investigated and the availability already discussed, is not adequately given.

Generally speaking, the test dummies developed for frontal impact react very stiff, particularly the neck-

head areas under lateral loads. The US-SID and the Bio-SID were developed for lateral loads. However they use components in the neck-head area from dummies which have been configured for frontal loading cases. This explains, why the neck-head area is very stiff, even with both lateral impact dummy representatives. In this case the EuroSID is an exception. The neck-head area consists of a construction which is more flexible. Due to this the EuroSID does not show the stiffness of the other anthropometric test dummies described.

TESTS TOOLS

The following description of the different test set ups, represents an overview of the tests that have been developed by Siemens Restraint Systems together with other suppliers and OEMs.

The field relevance for the laboratory tests was assessed in a study from C. Parentem [2] for the US by using field data from the National Accident Sampling System-Crashworthiness Data System (NASS-CDS) from 1992-1996.

The NASS-CDS consists of police reported tow-away traffic crashes in the US and defines different initiation types for rollover. The definition includes trip-over, fall-over, flip-over, turn-over, end-over-end, climb-over, end-over-end, climb-over and bounce-over (see Figure 3).

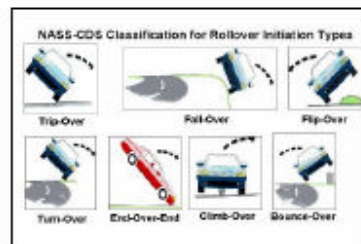


Figure 3. NASS classification for rollover initiation types

The soil-trip rollover is a lateral movement of the car into a sand bed. The car is placed on a flying floor and slides laterally into the sand after a sharp deceleration of the sled with deformation tubes (see Figure 4).

This test induces a fast occupant movement, which requested an early firing time. The lateral

acceleration is in a middle range over a long period. The roll conditions of the test car varied with the adjusted velocity and the used soil.

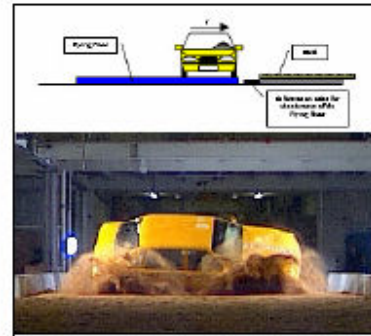


Figure 4. Soil-trip rollover test set up

In the US, the soil-trip represents 91 % of the trip-overs in the field for passenger cars and 93 % for LTVs (light truck vehicle). With this the soil-trip test covers nearly 52 % of the rollover crashes for passenger cars in the field and nearly 48 % for LTVs.

A study from Siemens Restraint Systems and the medical university of Hannover concerning rollover accidents in Germany between 1994 and 2000 shows the same result [3]. In this study 6713 passenger vehicle crashes were analyzed from the German In-Depth Data Accident Study (GIDAS).

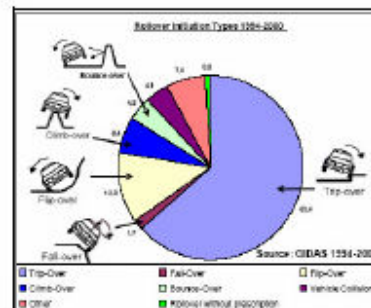


Figure 5. GIDAS Rollover initiation Types 1994-2000

4.2 % of the involved passenger vehicles rolled over. The distribution of the rollover imitation types in this study states the trip-over as the most frequent reason for rollover in Germany (see Figure 5).

In the **embankment** rollover test the vehicle is leaving the crash track and drives on a slightly declined slope of a ditch (see Figure 6). The surface of the slope is sand to enable a lateral sliding of the car. Different approach angles and slope angles can be adjusted in this test set up. Also steering can be considered, which is necessary in some cases to ensure rolling over.

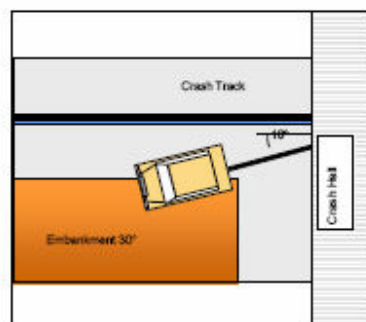


Figure 6. Embankment rollover test set up

This test induces a slow occupant movement, which requested a relatively late deployment time. The lateral acceleration is in a lower range. The roll conditions of the test car vary with the adjusted velocity, approach angle, slope angle and steering actuation.

The field relevance for this laboratory test was assessed for the US with 100 % of the fall-overs in the field for passenger cars and LTVs. With this the embankment test covers nearly 13 % of the rollover crashes for passenger cars in the field and nearly 15 % for LTVs.

For Germany the embankment test plays not such a significant role, because fall-overs are less frequent in the field, with 1.7 % of all rollover events in the years 1994 - 2000.

The **ramp** rollover test is performed on the crash track. During the test, the vehicle drives with one side of the car over a ramp (see Figure 7). Different ramp

types are used to realize roll and no roll events (see Figure 8).

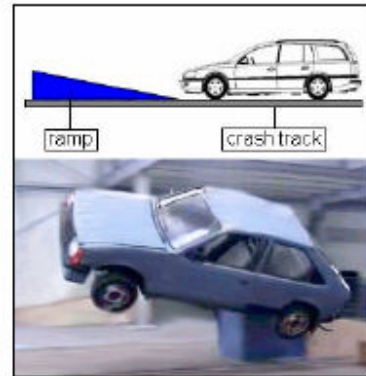


Figure 7. Ramp rollover test set up

This test induces a fast occupant movement, which requests an early deployment time. The lateral acceleration is in a middle range. The roll conditions of the test car vary with the adjusted velocity and used ramp type.

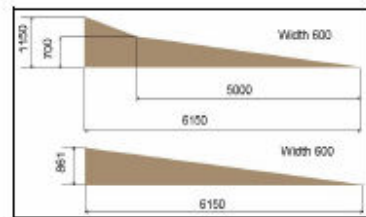


Figure 8. Different ramp types

The field relevance for this laboratory test was assessed for the US with 83 % of the flip-overs in the field for passenger cars and 74 % for LTVs. With this, the embankment test covers nearly 10 % of the rollover crashes for passenger cars in the field and nearly 5 % for LTVs.

For Germany the ramp test plays a more significant role, because flip-overs are more frequent in the rollover accident field, with 12.3 % of all rollover events in the years 1994 - 2000.

The curb-trip rollover test has only a lateral movement. The test car is placed on a flying floor and hits laterally against a curb with the wheel rims. The height of the curb depends on the wheel size. After the impact between the wheel rims and the curb, the sled is decelerated by deformation tubes without influence on the car movement (see Figure 9).

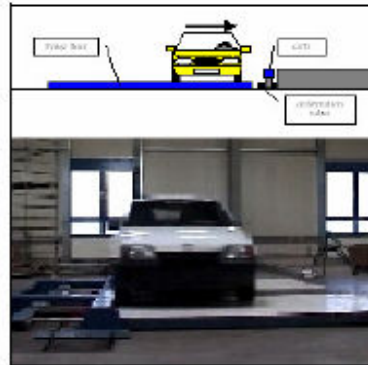


Figure 9. Curb-trip rollover test set up

This test induces a rapid occupant movement, which requests an early deployment time. The lateral acceleration is in a higher range. The roll conditions of the test car vary with the adjusted velocity and used curb high.

The field relevance for this laboratory test was assessed for the US with 51 % of the bounce-overs in the field for passenger cars and 47 % for LTVs. Additional the curb-trip test was assessed for the U.S. with 8 % of the trip-overs in the field for passenger cars and 6 % for LTVs. With this the curb-trip test covers nearly 9 % of the rollover crashes for passenger cars in the field and nearly 7 % for LTVs.

For Germany the curb-trip test plays also a significant role. Although bounce-overs are less prevalent in Germany, with 4.3 % of all rollover events in the years 1994 - 2000, trip-overs are more frequent in the rollover accident field in Germany, with 63.4 % of all rollover events in the years 1994 - 2000.

For the FMVSS 208 rollover test the car is placed on a sled inclined under 23°, which is moved laterally (see Figure 10). The test velocity is 30 mph. After a

sharp deceleration of the dolly with deformation tubes, the car is thrown off the sled under high roll conditions around the longitudinal axis of the car.

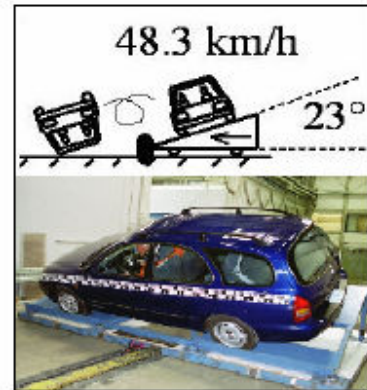


Figure 10. FMVSS 208 rollover test set up

This test is used to analyze the behavior of the vehicle structure under rollover loads and here especially the remaining survival space for the occupants.

The field relevance for this laboratory test is very low. This statement is valid for passenger cars and LTVs in USA and Germany.

As well, different misuses rollover tests are performed on a proving ground or in the laboratory.



Figure 11. Proving ground for rollover misuse tests

The tests are implemented to avoid inadvertent activation of the pyrotechnical protection devices and to increase the robustness of the rollover algorithm (see Figure 11).

Tests for rollover misuse typically include up and down hill driving, hill jumping, slalom, elk test, U-turn, figure eight and sliding. Results of misuse programs from lateral and frontal applications like curb impact or washboard track will be considered for the rollover algorithm, too.

SIMULATION TOOLS

For the protection of the occupants in rollover events roll bars, belt pretensioners and the curtain airbags have to be activated in order to retain the belted passengers in their seats, to cushion the impacts of the head and to prevent partial or full ejection. The key component for activating these pyrotechnical protection devices is the algorithm. The algorithm has to determine the system activation time in cases of rollover event detection. The system activation time is defined as the Requested Time To Fire (RTTF). The RTTF is determined through the time, when the head of the occupants penetrates the space, which is necessary for the curtain airbag deployment. This information is provided by rollover crash tests and will be supported by numerical simulation with ADAMS and MADYMO.

The rollover protection development process contains the crash and misuse tests and the simulation. (see Figure 12).

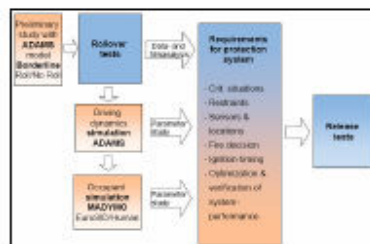


Figure 12. Rollover protection development process

Here ADAMS is used for the simulation of the vehicle dynamics, while MADYMO is used for the prediction of the RTTF.

ADAMS is an adequate software tool to simulate vehicle dynamics. The different test set ups for rollover like ramp, soil-trip, embankment and curb-trip were generated in ADAMS as road models for simulation (see Figure 13).

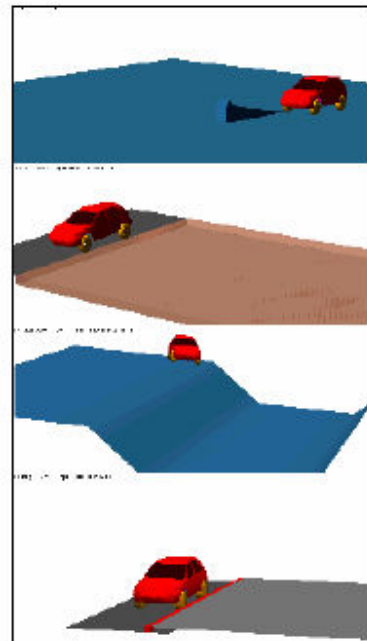


Figure 13. ADAMS road models; above: embankment, middle: ramp, down: curb-trip

Also some misuse rollover tests are simulated with ADAMS like lane change and slalom.

In the beginning, ADAMS simulation is used to restrict the borderline between roll and no roll for the baseline crash tests in a preliminary study. For this first step, a car model is used, which is validated against all available test data in this development stage e.g. driving tests.

The data of the performed rollover crash tests will then be used to validate the ADAMS models for rollover (see Figure 14).

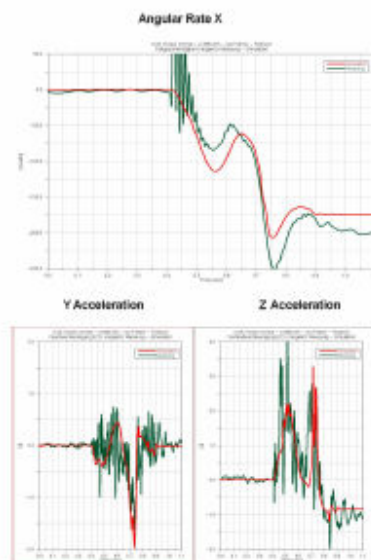


Figure 14. Validation of ADAMS against rollover crash test

After validating these models a parameter study will be performed in ADAMS. Here e.g. different car loads, different ramp geometries, different velocities, different approach and slope angles are considered.

The outputs of every ADAMS simulation run are e.g. accelerations, displacements and angles in X, Y and Z direction for a specific point in the car. The result of the parameter study with ADAMS represents the basis for the MADYMO simulation.

For the MADYMO simulation a model of the specific passenger compartment has to be generated. Usually this is done with CAD data, which is provided by the car manufacturer. In the compartment model different contact characteristics for door trim, B-pillar trim and seats are considered, to represent the different stiffness of the interior.

The movements of the occupants are represented in the MADYMO simulation by using EuroSID dummy models. Typically the MADYMO model contains a

driver and a passenger occupant (see Figure 15). The rear passengers on the second or third row can also be considered if necessary.

The movements of the simulation EuroSID dummy models are validated against the dummy movements in the performed rollover crash tests.

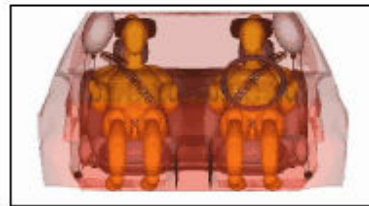


Figure 15. MADYMO model for driver and passenger

For the validation, the movement of head, neck and shoulder is considered to get the information for the RTTF. The MADYMO simulation enables to consider the occupant movements in far more possible rollover constellations, than in crash tests.

Critical rollover cases in regard to the dummy movements and the upcoming loads can be simulated with an adapted dummy model [4]. This dummy takes the possible muscle tension of human beings against the occurring rollover loads into account.

A critical situation is defined, when the dummy during a test permanently penetrates the necessary space for the curtain airbag deployment before the measured loads indicates a rollover. If, in the ongoing test, then a roll event is introduced by counter steer or tripping, the head of the occupant is Out of Position (OoP). Activating a state of the art curtain airbag, which deploys from the roof downwards, will keep the occupants head out of the car in this situation. This is the opposite of the intended effect of the curtain airbag and will lead to severe or fatal injuries for the involved occupants. This critical situation can occur in rollover cases with low acceleration and rotation loads, e.g. in embankment rollover tests.

The standard simulation dummy model maps only translational load directions. The rotational movement as it happens during a rollover is not considered. A dummy simulation model, which takes such a behavior into account, is not available at the moment. Therefore it is necessary to analyze the

difference between dummy and human movement behavior and to modify the standard simulation EuroSID dummy model in MADYMO for a better forecast of the human behavior during rollover situations.

In order to provide a basis for the simulation model a series of sled tests were performed with a bungee driven sled for translational and/or rotational movements with low accelerations. For the validation 5 different test constellations for dummy and volunteer were performed.

The performed tests contain pure translation or pure rotation or a combination of both (see Table 1). The pulses are a cutout from the acceleration curves of performed rollover crash and misuse tests.

Table 1.
Test constellations

Test No.	Specification
1	Pure translation
2	Pure rotation
3	Translation with following superposed rotation
4	Pure low translation (0,3 x test no. 1)
5	Rotation with following superposed translation

Because of the in section "test dummies" mentioned reasons an EuroSID dummy was used. For the comparability, a volunteer was chosen with a mass of 74.5 kg and a height of 1.78 m, which is very close to the dimensions of the EuroSID, which has a mass of 76 kg and a height of 1.75 m (see Figure 16).



Figure 16. Test set up of the sled with dummy and volunteer

On the sled a seat, footrest and B-pillar with retractor and belt deflection point was mounted (see Figure 16). The belt pretensioner was not in use to avoid injuries on the volunteer.

The dummy and the volunteer have been marked on several points with targets for film analysis to compare the different movement behaviors (see Figure 17).

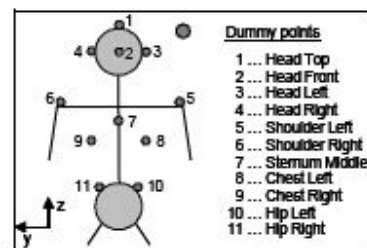


Figure 17. Position dummy target points for film analysis

In the comparison between dummy and volunteer, the differences in head movement behavior can be seen (see Figure 18).

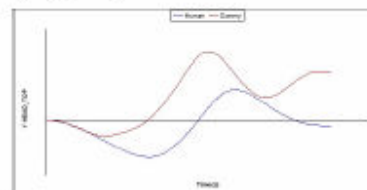


Figure 18. Head top displacement for dummy and volunteer during test number 5

The results of the volunteer tests show different behavior within a certain range of lateral loads. While the human being acts actively against his body displacement with muscle tension, this is impossible for the dummy.

Therefore the dummy is only beneficial for lateral loads, because the response regarding rotation of a vehicle is exclusively a result of the dummy inertia.

The volunteer reacts differently on translational and rotational movement. For pure translation the

volunteer is not able to resist against this motion. In case of rotation the volunteer reacts against this movement to keep the upper body and the head upright.

Major differences between human and dummy in lateral head displacement can be stated for low accelerations, low rotation rates and temporal long lasting loads, which occurs e.g. in embankment tests. Minor differences are realized for higher accelerations and rotation rates and temporal short lasting loads, which occurs e.g. in soil trip tests.

For the validation of the MADYMO model, the correlation of the points head top (1) and chest left (8) and right (9) had been used. The head targets are the main points to get information of the RTTF for human occupants, which are needed for activating the curtain airbag (see Figure 19).

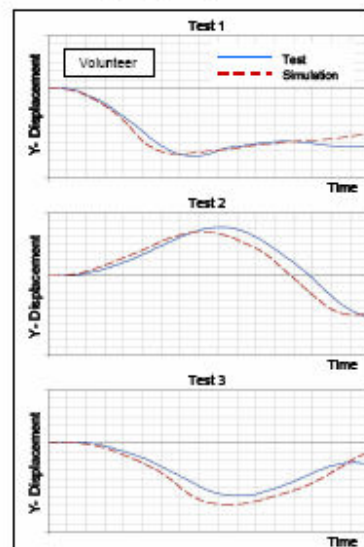


Figure 19. Head Top displacement curves for simulation model in comparison to the sled tests with volunteer

Due to the already mentioned active work against the body displacement, the head of the volunteer penetrates the deployment space for the curtain

airbag distinctively later than the dummy. Therefore there is more time available for rollover sensing and curtain airbag deployment for human occupants (see Figure 20).

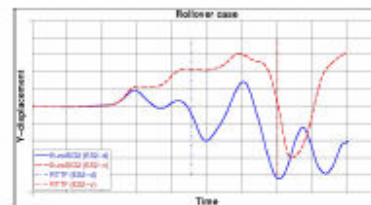


Figure 20. Head displacement and RTTF during rollover case

The positive effect of the active work on the RTTF depends on the input signals for rollover cases and is actually limited to the lateral loads which were reached during the tests. For rollover cases with high accelerations a shifting of the RTTF can not be observed.

For more information about this adapted dummy model see [4]

CONCLUSION

Rollover events often result in severe injuries or fatalities. Most often the heads of the occupants are affected. Therefore rollover detection and protection systems are focusing more and more. For the US some legal regulations are expected in the future. The first step is done by NHTSA with the rollover resistance rating for new cars. For a dynamic rollover crash test the soil-trip seems to be suitable because of the high field relevance of this test set up.

By using the presented test and simulation tools a comprehensive development process for rollover protection is possible. The adaptation and optimization of the protection systems for rollover events are considered in this process. Additionally the differences in movement behavior between human and dummy are considered to analyze critical situations and to provide the best possible rollover protection for the occupants together with high misuse performance simultaneously.

REFERENCES

- [1] Kallieris, Matern, Hårdle: Verhalten des EuroSID beim 90-Grad-Seitenaufprall im Vergleich zu PMTO sowie US-SID, Hybrid II und APROD. FAT-Schriftenreihe Nr. 79, 1988
- [2] Parenteau, Viano, Shah: Field Relevance of a Suite of Rollover Tests to Real-World Crashes and Injuries. Accident Analysis and Prevention. Jan;35(1):103-10. 2003
- [3] Ote: Verkehrsunfälle von PKW Mit Überschlagfolge. Studie der Medizinische Hochschule Hannover im Auftrage der Siemens Restraint Systems GmbH 2004
- [4] Scholpp, Schmidt, Linstromberg, Winter: Correlation of Human and Dummy Movement during Rollover Situations. 10th International MADYMO Users Meeting, Amsterdam 2004

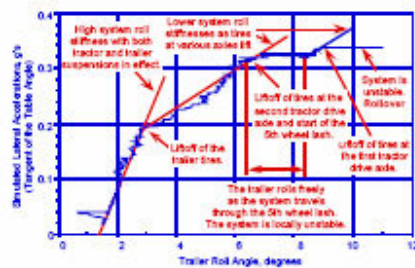
Linstromberg 10

THE UMTRI HEAVY-VEHICLE TILT TABLE



The UMTRI heavy-vehicle tilt table is a test device for high-resolution measurement of the basic static roll stability of heavy commercial vehicles. The facility uses individual axle tables moving together under computer control. Each table can support over 25,000 pounds. Five axle units currently exist, allowing tests of any vehicle configuration with up to five axles. Capability can be readily expanded by adding axle units.

The tilt table can simulate lateral accelerations up to 0.6 gs. Data are gathered using a digital data acquisition system. The system provides simultaneous recording of up to 48 channels allowing extensive instrumentation for analysis of influence of tires, suspensions and other vehicle elements on the ultimate stability of the vehicle.



ANEXO K. FOLLETO LLANTAS

A continuación se presenta un folleto sobre las características, el mantenimiento y la seguridad de las llantas, desarrollado por NHTSA.



TIRE

Everything Rides On It

SAFETY

Studies of tire safety show that maintaining proper tire pressure, observing tire and vehicle load limits (not carrying more weight in your vehicle than your tires or vehicle can safely handle), avoiding road hazards, and inspecting tires for cuts, slashes, and other irregularities are the most important things you can do to avoid tire failure, such as tread separation or blowout and flat tires. These actions, along with other care and maintenance activities, can also:

- Improve vehicle handling
- Help protect you and others from avoidable breakdowns and accidents
- Improve fuel economy
- Increase the life of your tires.

This booklet presents a comprehensive overview of tire safety, including information on the following topics:

- Basic tire maintenance
- Uniform Tire Quality Grading System
- Fundamental characteristics of tires
- Tire safety tips.

Use this information to make tire safety a regular part of your vehicle maintenance routine. Recognize that the time you spend is minimal compared with the inconvenience and safety consequences of a flat tire or other tire failure.

Safety First—Basic Tire Maintenance

Properly maintained tires improve the steering, stopping, traction, and load-carrying capability of your vehicle. Underinflated tires and overloaded

vehicles are a major cause of tire failure. Therefore, as mentioned above, to avoid flat tires and other types of tire failure, you should maintain proper tire pressure, observe tire and vehicle load limits, avoid road hazards, and regularly inspect your tires.

Finding Your Vehicle's Recommended Tire Pressure and Load Limits

Tire information placards and vehicle certification labels contain information on tires and load limits. These labels indicate the vehicle manufacturer's information including:

- Recommended tire size
- Recommended tire inflation pressure
- Vehicle capacity weight (VCW—the maximum occupant and cargo weight a vehicle is designed to carry)
- Front and rear gross axle weight ratings (GAWR—the maximum weight the axle systems are designed to carry).

Both placards and certification labels are permanently attached to the vehicle door edge, door post, glove-box door, or inside of the trunk lid. You can also find the recommended tire pressure and load limit for your vehicle in the vehicle owner's manual.

Understanding Tire Pressure and Load Limits

Tire inflation pressure is the level of air in the tire that provides it with load-carrying capacity and affects the overall performance of the vehicle. The tire inflation pressure is a number that indicates the amount of air pressure—measured in pounds per square inch (psi)—a tire

requires to be properly inflated. (You will also find this number on the vehicle information placard expressed in kilopascals (kPa), which is the metric measure used internationally.)

Manufacturers of passenger vehicles and light trucks determine this number based on the vehicle's design load limit, that is, the greatest amount of weight a vehicle can safely carry and the vehicle's tire size. The proper tire pressure for your vehicle is referred to as the "recommended cold inflation pressure." (As you will read below, it is difficult to obtain the recommended tire pressure if your tires are not *cold*.)

Because tires are designed to be used on more than one type of vehicle, tire manufacturers list the "maximum permissible inflation pressure" on the tire sidewall. This number is the greatest amount of air pressure that should *ever* be put in the tire under normal driving conditions.

Remember, however, that the *vehicle* manufacturer, not the *tire* manufacturer, determines the correct tire pressure for the tires on your vehicle.



Checking Tire Pressure

It is important to check your vehicle's tire pressure at least once a month for the following reasons:

- Most tires may naturally lose air over time.
- Tires can lose air suddenly if you drive over a pothole or other object or if you strike the curb when parking.
- With radial tires, it is usually not possible to determine underinflation by visual inspection.

For convenience, purchase a tire pressure gauge to keep in your vehicle. Gauges can be purchased at tire dealerships, auto supply stores, and other retail outlets.

The recommended tire inflation pressure that vehicle manufacturers provide reflects the proper psi when a tire is *cold*. The term *cold* does not relate to the outside temperature. Rather, a *cold* tire is one that has not been driven on for at least three hours. When you drive, your tires get warmer, causing the air pressure within them to increase. Therefore, to get an accurate tire pressure reading, you must measure tire pressure when the tires are *cold* or compensate for the extra pressure in warm tires.

Steps for Maintaining Proper Tire Pressure

Step 1: Locate the recommended tire pressure on the vehicle's tire information placard, certification label, or in the owner's manual.

Step 2: Record the tire pressure of all tires.

Step 3: If the tire pressure is too high in any of the tires, slowly release air by gently pressing on the tire valve stem with the edge of your tire gauge until you get to the correct pressure.



Step 4: If the tire pressure is too low, note the difference between the measured tire pressure and the correct tire pressure. These "missing" pounds of pressure are what you will need to add.

Step 5: At a service station, add the missing pounds of air pressure to each tire that is underinflated.

Step 6: Check all the tires to make sure they have the same air pressure (except in cases in which the front and rear tires are supposed to have different amounts of pressure).

If you have been driving your vehicle and think that a tire is underinflated, fill it to the recommended cold inflation pressure indicated on your vehicle's tire information placard or certification label. While your tire may still be slightly underinflated due to the extra pounds of pressure in the warm tire, it is safer to drive with air pressure that is slightly lower than the vehicle manufacturer's recommended cold inflation pressure than to drive with a significantly underinflated tire. Since this is a temporary fix, don't forget to recheck and adjust the tire's pressure when you can obtain a cold reading.

Tire Size

To maintain tire safety, purchase new tires that are the same size as the vehicle's original tires or another size recommended by the manufacturer. Look at the tire information placard, the owner's manual, or the sidewall of the tire you are replacing to find this information. If you have any doubt about the correct size to choose, consult with the tire dealer.

Tire Tread

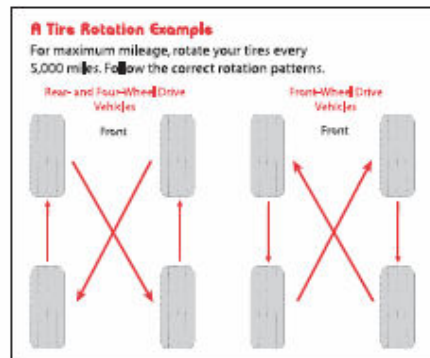
The tire tread provides the gripping action and traction that prevent your vehicle from slipping or sliding, especially when the road is wet or icy. In general, tires are not safe and should be replaced when the tread is worn down to 1/16 of an inch. Tires have built-in treadwear indicators that let you know when it is time to replace your tires. These indicators are raised sections spaced intermittently in the bottom of the tread grooves. When they appear "even" with the outside of the tread, it is time to replace your tires. Another method for checking tread depth is to place a penny in the tread with Lincoln's head upside down and facing you. If you can see the top of Lincoln's head, you are ready for new tires.

Tire Balance and Wheel Alignment

To avoid vibration or shaking of the vehicle when a tire rotates, the tire must be properly balanced. This balance is achieved by positioning weights on the wheel to counterbalance heavy spots on the wheel-and-tire assembly. A wheel alignment adjusts the angles of the wheels so that they are positioned correctly relative to the vehicle's frame. This adjustment maximizes the life of your tires and prevents your car from veering to the right or left when driving on a straight, level road. These adjustments require special equipment and should be performed by a qualified technician.

Tire Rotation

Rotating tires from front to back and from side to side can reduce irregular wear (for vehicles that have tires that are all the same size). Look in your owner's manual for information on how frequently the tires on your vehicle should be rotated and the best pattern for rotation.



Tire Repair

The proper repair of a punctured tire requires a plug for the hole and a patch for the area inside the tire that surrounds the puncture hole. Punctures through the tread can be repaired if they are not too large, but punctures to the sidewall should not be repaired. Tires must be removed from the rim to be properly inspected before being plugged and patched.

Uniform Tire Quality Grading System (UTQGS)

To help consumers compare a passenger car tire's treadwear rate, traction performance, and

temperature resistance, the federal government requires tire manufacturers to grade tires in these three areas. This grading system, known as the Uniform Tire Quality Grading System, provides guidelines for making relative comparisons when purchasing new tires. You also can use this information to inquire about the quality of tires placed on new vehicles.

Although this rating system is very helpful when buying new tires, it is not a safety rating or guarantee of how well a tire will perform or how long it will last. Other factors such as personal driving style, type of car, quality of the roads, and tire maintenance habits have a significant influence on your tire's performance and longevity.

Treadwear grades are an indication of a tire's relative wear rate. The higher the treadwear number is, the longer it should take for the tread to wear down. For example, a tire grade of 400 should wear twice as long as a tire grade of 200.

Traction grades are an indication of a tire's ability to stop on wet pavement. A higher graded tire should allow you to stop your car on wet roads in a shorter distance than a tire with a lower grade. Traction is graded from highest to lowest as "AA", "A", "B", and "C".

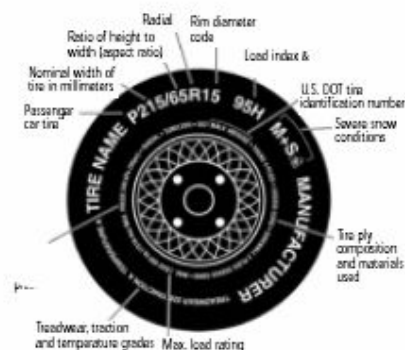
Temperature grades are an indication of a tire's resistance to heat. Sustained high temperature (for example, driving long distances in hot weather), can cause a tire to deteriorate, leading to blowouts and tread separation. From highest to lowest, a tire's resistance to heat is graded as "A", "B", or "C".

Tire Fundamentals

Federal law requires tire manufacturers to place standardized information on the sidewall of all tires. This information identifies and describes the fundamental characteristics of the tire and also provides a tire identification number for safety standard certification and in case of a recall.

Information on Passenger Vehicle Tires

Please refer to the diagram below.



P

The "P" indicates the tire is for passenger vehicles.

Next number

This three-digit number gives the width in millimeters of the tire from sidewall edge to sidewall edge. In general, the larger the number, the wider the tire.

Next number

This two-digit number, known as the aspect ratio, gives the tire's ratio of height to width. Numbers of 70 or lower indicate a short sidewall for improved steering response and better overall handling on dry pavement.

R

The "R" stands for radial. Radial ply construction of tires has been the industry standard for the past 20 years.

Next number

This two-digit number is the wheel or rim diameter in inches. If you change your wheel size, you will have to purchase new tires to match the new wheel diameter.

Next number

This two- or three-digit number is the tire's load index. It is a measurement of how much weight each tire can support. You may find this information in your owner's manual. If not, contact a local tire dealer. Note: You may not find this information on all tires because it is not required by law.

M+S

The "M+S" or "M/S" indicates that the tire has some mud and snow capability. Most radial tires have these markings; hence, they have some mud and snow capability.

Speed Rating

The speed rating denotes the speed at which a tire is designed to be driven for extended periods of time. The ratings range from 99 miles per hour (mph) to 186 mph. These ratings are listed below. Note: You may not find this information on all tires because it is not required by law.

Q	99 mph	H	130 mph
R	106 mph	V	149 mph
S	112 mph	W	168 mph*
T	118 mph	Y	186 mph*
U	124 mph		

* For tires with a maximum speed capability over 149 mph, tire manufacturers sometimes use the letters ZR. For those with a maximum speed capability over 186 mph, tire manufacturers always use the letters ZR.

U.S. DOT Tire Identification Number

This begins with the letters "DOT" and indicates that the tire meets all federal standards. The next two numbers or letters are the plant code where it was manufactured, and the last four numbers represent the week and year

the tire was built. For example, the numbers 3197 means the 31st week of 1997. The other numbers are marketing codes used at the manufacturer's discretion. This information is used to contact consumers if a tire defect requires a recall.

Tire Ply Composition and Materials Used

The number of plies indicates the number of layers of rubber-coated fabric in the tire. In general, the greater the number of plies, the more weight a tire can support. Tire manufacturers also must indicate the materials in the tire, which include steel, nylon, polyester, and others.

Maximum Load Rating

This number indicates the maximum load in kilograms and pounds that can be carried by the tire.

Maximum Permissible Inflation Pressure

This number is the greatest amount of air pressure that should ever be put in the tire under normal driving conditions.

UTQGS Information

Treadwear Number

This number indicates the tire's wear rate. The higher the treadwear number is, the longer it should take for the tread to wear down. For example, a tire graded 400 should last twice as long as a tire graded 200.

Traction Letter

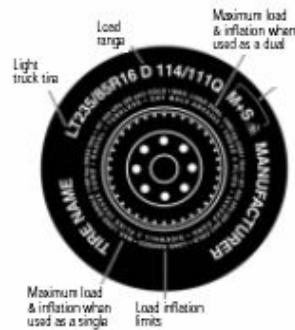
This letter indicates a tire's ability to stop on wet pavement. A higher graded tire should allow you to stop your car on wet roads in a shorter distance than a tire with a lower grade. Traction is graded from highest to lowest as "AA", "A", "B", and "C".

Temperature Letter

This letter indicates a tire's resistance to heat. The temperature grade is for a tire that is inflated properly and not overloaded. Excessive speed, underinflation or excessive loading, either separately or in combination, can cause heat build-up and possible tire failure. From highest to lowest, a tire's resistance to heat is graded as "A", "B", or "C".

Additional Information on Light Truck Tires

Please refer to diagram below.



Tires for light trucks have other markings besides those found on the sidewalls of passenger tires.

LT

The "LT" indicates the tire is for light trucks.

Max. Load Dual ___ kg(lbs)

at ___ kPa(psi) Cold

This information indicates the maximum load and tire pressure when the tire is used as a dual, that is, when four tires are put on each rear axle (a total of six or more tires on the vehicle).

Max. Load Single ___ kg(lbs)

at ___ kPa(psi) Cold

This information indicates the maximum load and tire pressure when the tire is used as a single.

Load Range

This information identifies the tire's load-carrying capabilities and its inflation limits.

Snow Tires

In some heavy snow areas, local governments may require true snow tires, those with very deeply cut tread. These tires should only be used in pairs or placed on all four wheels. Make sure you purchase snow tires that are the same size and construction type as the other tires on your vehicle.

Tire Safety Tips

Preventing Tire Damage

- Slow down if you have to go over a pothole or other object in the road.
- Do not run over curbs or other foreign objects in the roadway, and try not to strike the curb when parking.

Tire Safety Checklist

- ✓ Check tire pressure regularly (at least once a month), including the spare.
- ✓ Inspect tires for uneven wear patterns on the tread, cracks, foreign objects, or other signs of wear or trauma.
- ✓ Remove bits of glass and other foreign objects wedged in the tread.
- ✓ Make sure your tire valves have valve caps.
- ✓ Check tire pressure before going on a long trip.
- ✓ Do not overload your vehicle. Check the tire information placard or owner's manual for the maximum recommended load for the vehicle.
- ✓ If you are towing a trailer, remember that some of the weight of the loaded trailer is transferred to the towing vehicle.

For more information, visit www.nhtsa.gov or call 1-888-327-4236



DOT HS 809 361

ANEXO L. LABORATORIOS

En esta sección se plantean unas prácticas de laboratorios para complementar toda la teoría expuesta en las secciones anteriores, ya que de esta manera se puede visualizar y entender mejor los fenómenos físicos. Estas prácticas de laboratorio pueden ser fuentes de inspiración para futuros proyectos de grado así como también facilitar el desarrollo de una asignatura electiva dedicada a este campo de investigación. Se diseñaron ocho prácticas de laboratorio en donde el diseño comprende: dar nombre a la práctica, proponer objetivos de la práctica, dar un breve marco teórico, se plantea un procedimiento para desarrollar la práctica, se indican las variables a medir (si lo requiere la práctica), se mencionan los elementos a utilizar y por ultimo se plantean las preguntas pertinentes de la práctica. Las ocho prácticas de laboratorio propuestas son:

1. Mecánica de llantas y Construcción.
2. Modelo de eje delantero con mecanismo de dirección.
3. Sistema piñón cremallera con esfuerzo de viraje dependiente de la velocidad del vehículo.
4. Sistema de frenos ABS (Antilock Braking System).
5. Balanceo.
6. Alineación.
7. Volteo con superficie inclinada.
8. Pruebas para caracterizar las propiedades de las llantas.

A continuación se presentan los diseños de las ocho prácticas de laboratorio siguiendo la estructura planteada anteriormente.

MECÁNICA DE LLANTAS Y CONSTRUCCIÓN

Objetivos

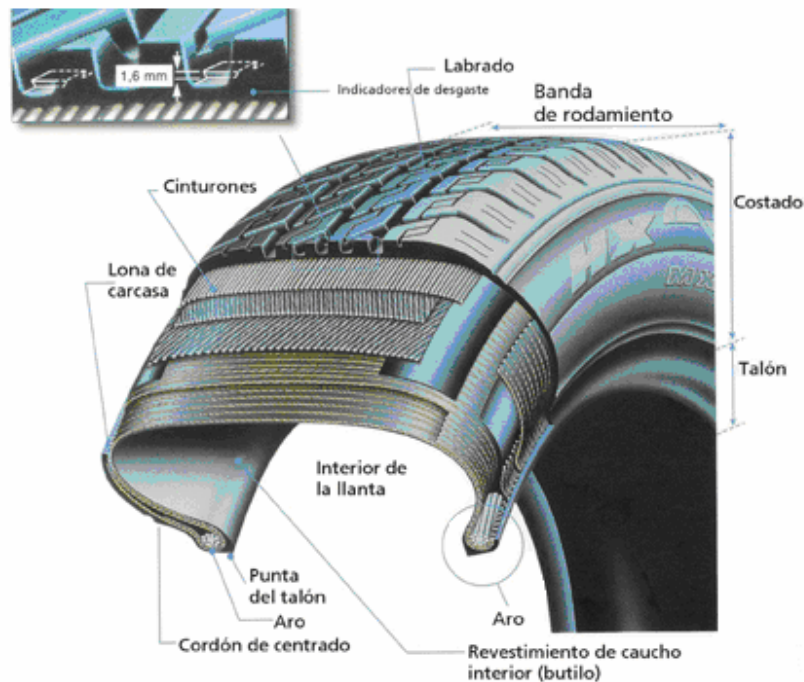
- Reconocer las diferencias constructivas entre las llantas radiales y las llantas convencionales.
- Determinar las propiedades mecánicas implícitas desde la construcción de cada tipo de llantas.

Marco Teórico

Hay dos tipos de construcción de llantas, las llantas de pliegues convencionales y las llantas de pliegues radiales. Hoy en día, los automóviles de pasajeros están equipados solo con llantas de pliegues radiales. Las llantas de pliegues convencionales son solamente utilizadas en motocicletas, bicicletas y en equipos industriales y agrícolas. Antes de que las llantas radiales fuesen inventadas en los años sesentas, las llantas de pliegues convencionales eran exclusivas y usadas en todos los campos. Las llantas de pliegues convencionales tiene sus cuerdas a travesadas diagonalmente y cruzadas entre si, formando ángulos de 35 o 40 grados en la circunferencia. Este método de construcción las hace muy rígidas para deformaciones laterales puesto que sus costados son muy fuertes. La desventaja de tener este tipo de construcción es que los pliegues cruzados se frotan unos contra otros cuando la llanta es deformada verticalmente, y esto causa que se desajusten después de un tiempo. En consecuencia, las llantas de pliegues convencionales son menos duraderas que las llantas radiales. Las cuerdas en

las llantas radiales la atraviesan radialmente de aro a aro (formando un ángulo de 90 grados con la circunferencia).

Figura 6.1 Cortes de llantas radiales.



Fuente: Michelin. www.michelin.com.co

Teniendo los pliegues posicionados en paralelo entre ellos, hacen que los costados de las llantas radiales sean extremadamente flexibles y provee un manejo (o marcha) suave para el conductor. Pero este tipo de construcción da muy poca estabilidad direccional puesto que las deformaciones laterales son incrementadas. La estabilidad direccional es dada por un cinturón rígido de tela (de nylon, rayón, poliéster o fibra de vidrio) o de cables de acero que recorren alrededor de la circunferencia de la llanta entre la carcasa y la banda de rodamiento. La carcasa es la parte referida a los pliegues orientados radialmente. El ángulo de corona en los cinturones esta normalmente en el

rango de 20 grados. También son llamados los pliegues cruzados por lo que se cruzan con los pliegues radiales.

Designación del tamaño y características de las llantas

La designación de tamaño de la llanta es denotada por varios métodos y están marcadas en los costados de la llanta. Normalmente, los requerimientos mínimos de la designación de las llantas incluye el ancho de la llanta, su construcción (R= radial; B= convencionales con cinturón; D= convencionales), el diámetro del rin, y la razón de aspecto, la cual es la relación de altura con el ancho de la llanta en porcentaje. La altura de la llanta es medida entre la punta del talón y el extremo externo de la banda de rodamiento (también es referida como la dimensión lateral). Por ejemplo, una llanta de pliegues convencionales designada como 6.95-14 denota un ancho de la llanta con el primer número y el tamaño del rin con el segundo número, ambos números están en pulgadas. Una llanta radial con la designación más común de 175/70 R14 denota un ancho $W = 175$ mm, una razón de aspecto $H/W = 70\%$, y un tamaño de rin de 14 pulgadas.

En 1976 la designación P apareció la cual es ampliamente usada hoy en día. En el sistema métrico P, la primera letra designa el tipo de llanta: de automóvil de pasajeros, camión ligero o temporal (repuesto ligero). Luego, el ancho de la llanta esta dado en milímetros (es el ancho de la llanta inflada). Después aparece la razón de aspecto de la llanta. Así, una llanta que tenga una baja razón de aspecto tendrá un perfil bajo (menor costado). La construcción de la llanta es designada por una R, una B o una D, para construcción radial, convencional con cinturón o convencional

respectivamente. El número final es el diámetro del rin en pulgadas. La designación puede estar seguida por una M, S o M+S, lo cual indica que la llanta esta diseñada para barro (*mud* en ingles), nieve (*snow* en ingles) o ambas. También, esta designación puede incluir un índice de velocidad con la construcción de la llanta, como por ejemplo P295/35ZR18. En este caso, la Z es el índice de velocidad. La tabla 6.1 muestra otros tipos de indices de velocidades.

Figura 6.2 Designación P de una llanta radial.

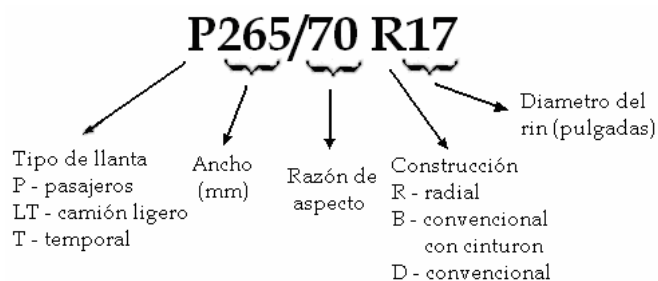


Tabla 6.1 Índices de velocidad para llantas.

Índice	Velocidad km/h (mph)	Índice	Velocidad km/h (mph)
F	80 (50)	S	180 (112)
G	90 (56)	T	190 (118)
J	100 (62)	U	200 (124)
K	110 (68)	H	210 (130)
L	120 (75)	V	240 (149)
M	130 (81)	W	270 (170)
N	140 (87)	Y	300 (190)
P	150 (93)	VR	> 210 (>130)
Q	160 (100)	Z	>240 (>149)
R	170 (106)	ZR	>240 (>149)

Fuente: Tyres Online. www.tyres-online.co.uk

Proceso de construcción de un neumático

Mezclado: Aunque las diferentes partes de la llanta requieren distintos tipos de componentes de hule para lograr características específicas, todos los compuestos para la manufactura de las llantas contienen hule natural o sintético, cargas reforzantes, antioxidantes, plastificantes y agentes vulcanizantes. Esta materia es medida específicamente para el tipo de compuesto de hule que será producido y luego es mezclado en un mezclador (Banbury). El compuesto es molido para formar los diferentes componentes de las llantas.

Virtualmente todos los componentes de las llantas son obtenidos de compuestos de hule empleando dos procesos: calandrado y tubulado o extrusión.

Calandrado: En la fabricación de llantas, el calandrado es el proceso en el cual los componentes se obtienen al presionar el hule entre dos grandes rodillos. Las láminas de hule que proceden de la mezcladora Banbury se introducen en molinos donde son cantadas y luego cortadas en tiras. Estas tiras son llevadas a la calandria que presiona las láminas de hule hasta unir las.

Otros materiales como el poliéster, el rayón y el nylon pueden ser introducidos a la calandria para ser comprimidos entre láminas de hule, dependiendo del tipo de llanta que se fabricará.

Tubulado o Extrusión: En la maquina tubuladora los compuestos del hule pasan por un molde que distribuye el volumen del hule para formar la parte

de la llanta que se este fabricando. El tubulado es le proceso mediante el cual se obtiene la banda de rodadura de la llanta, los costados y los rellenos.

Preparación de materiales: En la maquina Steelastic se fabrican los cinturones estabilizadores, estos cinturones de acero se fabrican extruyendo las cuerdas de acero entre capas de compuesto de hule. El material ya extrudido se corta en forma diagonal. Las tiras cortadas se unen para formar un cinturón de acero continuo y se envuelven en rollos.

Proceso de construcción: El aro es alambre de acero revestido de cobre para evitar la oxidación, aislados individualmente por compuestos de hule para evitar la fricción. Su función es la de fijar (anclar) la llanta en el rin y deben tener alta resistencia a la ruptura.

La capa sellante, el armazón, las cejas, el relleno de ceja, los costados, los cinturones estabilizadores y la banda de rodadura se ensamblan para formar la “llanta verde”. Este neumático crudo es la llanta antes de la vulcanización.

Vulcanización: Todos los componentes de la llanta se unen para formar la llanta verde o cruda. Esta se lleva al molde de vulcanización y se coloca sobre una bolsa inflable de vulcanizado. La bolsa se infla para expandir la llanta y que esta tome forma dentro del molde. La presión comprime la llanta verde forzándola a tomar la forma del molde. Este molde conformara el diseño de la banda de rodamiento.

Durante el proceso de vulcanización, la plancha aplica calor y presión para mejorar la resistencia y elasticidad de los compuestos de hule. La llanta después de salir de la prensa de vulcanización es inflada a presiones

especificadas con el objeto de que al enfriarse no pierda sus dimensiones especificadas.

Acabado final e inspección: La llanta ahora esta lista para el acabado final y la inspección. La llanta pasa por un departamento de desvirado, donde se le quitan los excedentes de hule que en el momento de la vulcanización tuvieron la función de fugas de aire.

La llanta acabada se examina manualmente y posteriormente pasa por un optimizador de uniformidad de llantas para determinar el punto alto de la llanta o punto de balanceado. Este punto se marca para que ajuste bien el montaje con el rin.

Procedimiento

- Se observará un video mostrando el proceso de manufactura de las llantas neumáticas (cortesía de Goodyear Co.) Asegúrese de prestar atención puesto que tendrá que responder unas preguntas para el informe de esta práctica.
- Examine e identifique todos los elementos de la llanta radial en corte.

Elementos necesarios

Para la realización de esta práctica son necesarios: el video del proceso de manufactura de las llantas neumáticas, una llanta radial en corte y de imágenes de tipos de labrados y de tipos de llantas más usadas.

Cuestionario

1. Cual es el mayor contribuidor en la dureza y duración de la llanta?
2. Que mantiene la llanta asegurada en el rin?
3. Cuales son las dos funciones de los cinturones de acero entre la banda de rodamiento y la carcasa de una llanta radial?
4. Cuales son las tres funciones básicas de una llanta?
5. Para las llantas radiales de alto desempeño, que se les agrega para controlar la progresión de la llanta a temperaturas elevadas de operación?
6. Haga un bosquejo de una llanta mostrando las fuerzas que actúan en la interfase llanta / suelo y explique como estas fuerzas son generadas.
7. Para una llanta que tiene una designación de tamaño de 205/50 R16:
 - a) Cual es el ancho en pulgadas?
 - b) Cual es el tamaño del rin en el cual se puede montar la llanta?
 - c) Cual es la medida de la altura del costado en milímetros?
 - d) Cual es el diámetro de la circunferencia de la llanta en milímetros?
8. Una persona desea mejorar la maniobrabilidad del automóvil cambiando los rines originales por unos más grandes. Inicialmente el automóvil tiene rines de 15 x 6.5 pulgadas con llantas 195/50 R15 montadas en el. Si las llantas del los rines nuevos tiene una designación de tamaño de 225/40 R17, cual será la diferencia en la dimensión lateral? Existirá alguna

diferencia en la altura global del automóvil? Si es así, será menor o mayor con respecto al valor obtenido con la configuración anterior y por cuanto?.

MODELO DE EJE DELANTERO CON MECANISMO DE DIRECCIÓN

Objetivos

- Reconocer los rasgos más importantes de la geometría del sistema de dirección.
- Demostrar el principio operativo del sistema piñón - cremallera.
- Identificar la influencia de los diferentes parámetros geométricos de las llantas en el viraje.

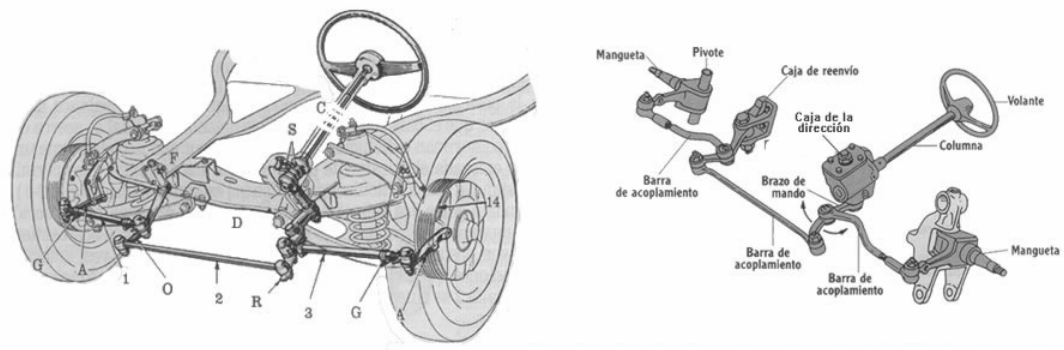
Marco Teórico

Cuando un automóvil esta tomando una curva a una velocidad baja, existe una relación directa entre el ángulo de viraje que el conductor impone y el trayecto que tendrá el vehículo; durante el viraje, la carga normal se transmite de las llantas de internas (más cercanas a la curva) a las externas, esto debido a la fuerza centrífuga que actúa sobre el centro de masa del vehículo crea un momento de vuelco.

Este momento de vuelco puede afectar la dirección del vehículo en la curva y afecta considerablemente la respuesta del sistema de dirección. La fuerza centrífuga esta dada por la componente lateral de aceleración (v^2/R) multiplicada por la masa del vehículo.

$$F_c = m \times \frac{v^2}{R}$$

donde m es la masa del vehículo, v la velocidad de este y R el radio de la curva.

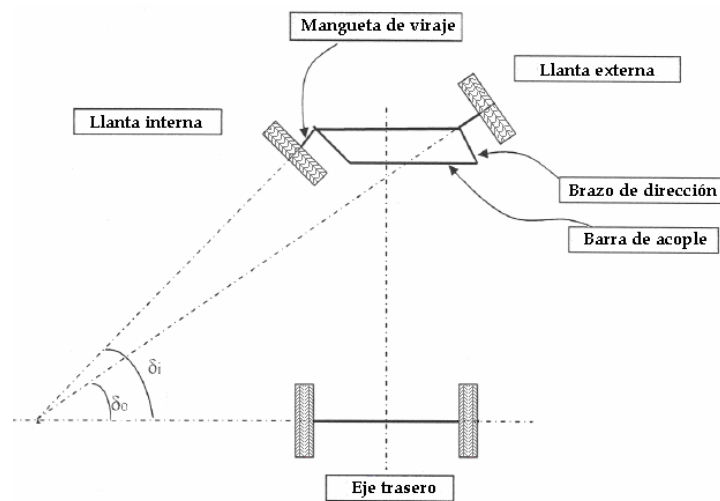


Las características de maniobrabilidad pueden ser examinadas solo refiriéndose a la geometría del sistema de dirección. El radio geométrico de es de vital importancia para el comportamiento en marcha del vehículo. El objetivo principal para los diseñadores es construir un sistema con un ajuste geométrico correcto para crear el mínimo ensanchamiento de las ruedas cuando se vire a velocidades bajas así como para proveer el mejor comportamiento para marcha en tramos rectos. La configuración teórica de la geometría del sistema de dirección para que las llantas no sufran deformación alguna en viraje requiere que todas las llantas se encuentren en rodadura pura sin ningún tipo de cargas laterales actuando sobre ellas; esta condición puede ser conseguida (en cierta medida) solo a bajas velocidades y solo si se satisface la geometría de Ackermann (que establece que $\delta_o > \delta_i$ medidos en el punto común de giro entre las líneas de centro de las juntas del sistema de dirección y el eje trasero).

La geometría Ackermann

Durante una maniobra de viraje, las llantas delanteras del vehículo tendrán recorridos distintos; la llanta interior seguirá un recorrido de radio inferior al que seguirá la llanta exterior; por esta razón, la distancia que cada una recorre y sus velocidades rotacionales son distintas. Para que las ruedas sigan estas trayectorias curvas, se hace necesario que la rueda interior tenga un ángulo de giro mayor que la rueda exterior.

Figura 6.4 Principio de Ackermann.



Fuente: Los Autores

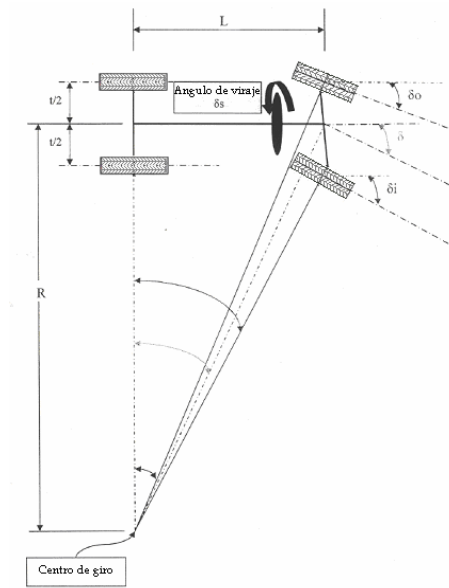
El ángulo de giro teórico a bajas velocidades viene dado por:

$$\tan \delta = \frac{L}{R}$$

La relación entre el ángulo de giro del timón y el ángulo de giro que actúa sobre el piñón esta dada por:

$$\delta = \frac{\delta_s}{\xi_s}$$

Figura 6.5 Geometría de Ackermann.



Fuente: Los Autores

Los ángulos teóricos de Ackermann para las ruedas interna y externa se definen por:

$$\tan \delta_o = \frac{L}{R + \frac{t}{2}}$$

$$\tan \delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}}$$

donde:

L es la distancia entre ejes.

R es el radio de la curva.

t es el ancho de la carretera.

δ_s es el ángulo del timón.

δ_i es el ángulo de la rueda interior.

δ_o es el ángulo de la rueda exterior.

δ es el ángulo de giro, también llamado ángulo promedio.

δ_s es el radio de giro.

Algunas veces resulta conveniente utilizar la aproximación del ángulo de giro dado como un promedio.

$$\delta_{avg} = \frac{\delta_i + \delta_o}{2}$$

Parámetros de ajuste en el sistema de dirección

Con el fin de obtener una relación entre los ángulos propicios de las ruedas internas y externas, es necesario realizar unos ajustes especiales y precisos en el sistema de dirección. En la práctica, es posible obtener un comportamiento del sistema de dirección muy próximo al criterio de Ackermann. Si los ángulos de giro de las ruedas interna y externa se desvían mucho de los valores teóricos, la deformación presente en las llantas durante el viraje será excesiva, lo que tendrá como consecuencia un daño prematuro de las mismas así como un esfuerzo considerable de parte del conductor para poder sortear la curva; en resumen, el comportamiento esperado en los sistemas de dirección son los siguientes:

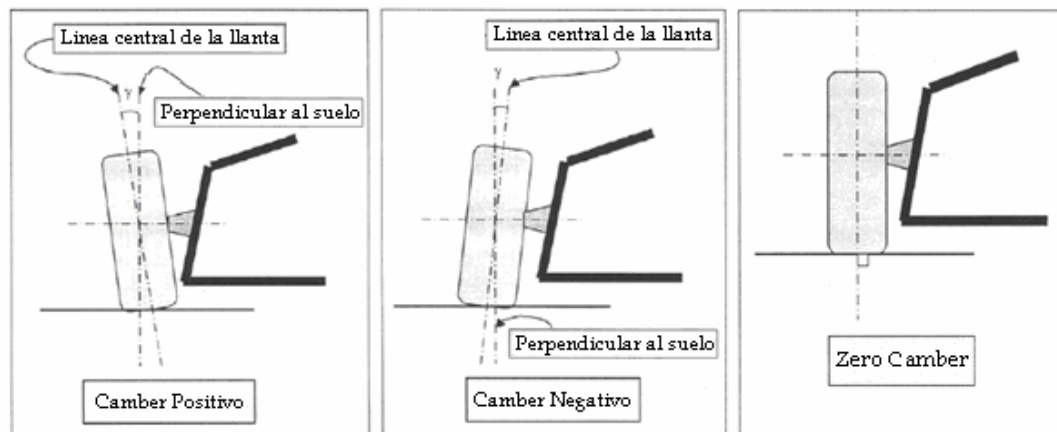
- Poco esfuerzo debe necesitar el conductor para poder virar el vehículo.
- Los golpes producidos por la carretera deben tener la mínima incidencia posible sobre el timón.
- Después de hacer un giro, las ruedas deben tener la capacidad de autoalineamiento, con el fin de hacer una adecuada retroalimentación con el conductor.
- Los requerimientos mencionados deben ser cumplidos bajo cualquier condición de carga y de manejo, por ello, el sistema debe ser estable también en condiciones dinámicas.

Ángulo Camber

El ángulo camber es el conformado por la línea vertical del centro de la llanta con respecto a la perpendicular al suelo visto desde el frente del vehículo

puede ser negativo, positivo o cero. En la práctica el ángulo camber esta ajustado en valores entre 0 y 2 grados (tanto positivo como negativo). En la figura 6.6 se ve claramente las tres configuraciones para mostrar los diferentes ángulos camber en un automóvil.

Figura 6.6 Tres tipos de ángulos de Camber: positivo, negativo y cero



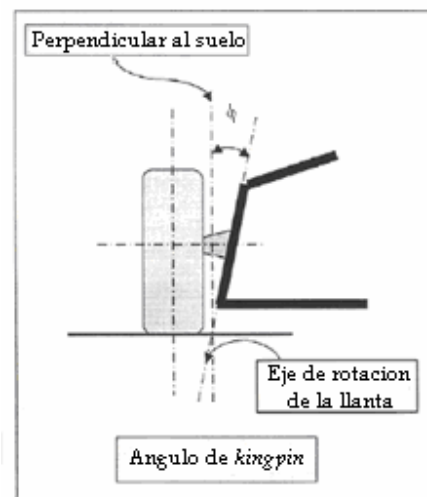
Fuente: Los Autores

Ángulo y descentrado del pivote central (*kingpin*)

El ángulo de *kingpin* es el formado entre el eje de rotación y la perpendicular a la carretera visto desde el frente del vehículo. El rango normal del ángulo de *kingpin* esta entre los 5 y 10 grados positivos. El descentrado del *kingpin* por su parte es la distancia tomada entre 2 puntos medidos al nivel de la carretera, uno de los puntos es la intersección entre el eje de rotación y la carretera, y el otro esta definido en la intersección entre el eje vertical de la llanta y la carretera. Como se puede observar, la variación del ángulo de *kingpin* o el ángulo camber ocasionara una variación del descentrado del *kingpin*.

Un ángulo de *kingpin* positivo reducirá el descentrado lo cual es beneficioso ya que se producirá una menor palanca en la rueda. Entre menor sea el descentrado, más fácil le resultara al conductor girar el vehículo y menor será la carga que actúa sobre las llantas. El ángulo de *kingpin* es el que más incide en el autoalineamiento de las llantas; cuando se giran las llantas el ángulo de *kingpin* provoca que la parte delantera del vehículo se levante lo que impide que las llantas se alineen de forma automática.

Figura 6.7 Ángulo de Kingpin



Fuente: Los Autores

El descentrado del *kingpin* se mide en milímetros y normalmente se encuentra en un rango entre 0 y 20mm tanto positivo como negativo, y como depende tanto del ángulo de *kingpin* como de *camber*, es importante manejar estas variables con cuidado.

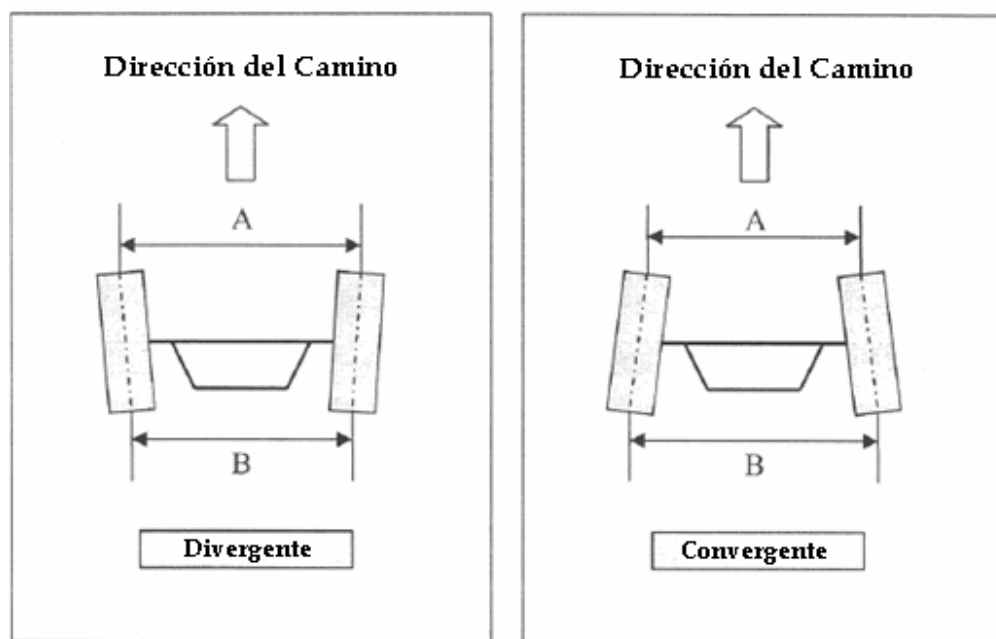
En la práctica, el ángulo *kingpin* no puede ser ajustado en automóviles ya contruidos pues depende del ángulo de rotación, parámetro que es definido por el fabricante. Debido a eso, cualquier accidente que provoque una

alteración de este ángulo, tendrá consecuencias irreversibles. Durante la experiencia, el ángulo *kingpin* debe establecerse y mantenerse constante siempre, dejando que el descentrado dependa únicamente del ángulo camber.

Configuración convergente y divergente

Se define según la distancia de la punta de delante de una llanta con su homologa denominada A y la distancia de la parte de trasera de una llanta con su homologa, denominada B como se muestra en la figura 6.8

Figura 6.8 Divergente – Convergente



Fuente: Los Autores

Cuando $A - B > 0$ es divergente, de la misma forma si $A - B < 0$ es convergente, en el caso de que $A = B$, las llantas están en paralelo.

Angulo de avance (*Caster*)

Se define como el ángulo formado entre el eje de rotación de la llanta y la perpendicular a la carretera visto desde un lado del vehículo. Este ángulo puede ser tanto negativo como positivo. El ángulo positivo ayuda a mantener a la estabilidad direccional del vehículo, pues mantiene las llantas en dirección recta; un claro ejemplo de esto es la bicicleta: cuando una persona avanza en línea recta y suelta el manubrio, el trayecto de la cicla sigue inalterado gracias al ángulo *Caster* positivo. Es evidente, que este ángulo también tiene influencia en la capacidad de autoalineamiento del vehículo.

Procedimiento

- Se examinará el banco de prueba para familiarizarse con todas las variables que pueden ser estudiadas en el, se harán diferentes configuraciones como prueba.
- Con el eje levantado (las llantas sin tocar la tabla), se ajustará el banco para los siguientes parámetros de prueba:
 - Angulo de *camber* = 0
 - Angulo de *kingpin* = 0
 - Posición paralela de las llantas (A=B)
 - Angulo *caster* = 4° positivo.
- Tomar varios valores de los ángulos de giro para las llantas externa e interna por medio de la variación del ángulo de timón. Realice variaciones pequeñas comenzando desde 0°.

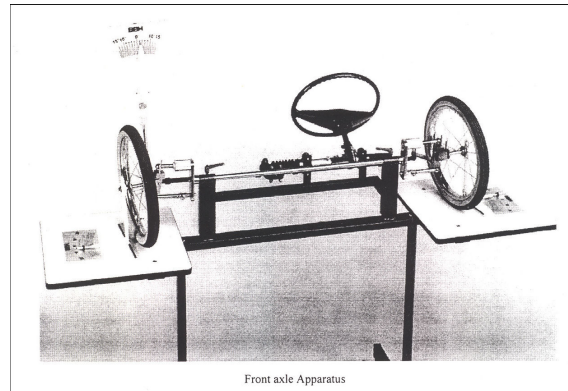
- Repetir el procedimiento para las siguientes configuraciones:
 - Divergente A - B = 40mm
 - Convergente A - B = -40mm
- Siguiendo con los valores del ajuste inicial, se varia ahora el ángulo de *kingpin* 5 grados, notar los cambios en el comportamiento del sistema.
- Tabular sus resultados.

Elementos necesarios

Banco de pruebas

El banco de pruebas utilizado en este laboratorio es un sistema de dirección piñón cremallera moderno. Los ángulos pueden ser establecidos fácilmente gracias a un indicador marca una reglilla de ángulos. La relación entre la rueda externa e interna puede conocerse utilizando unas tablas que se encuentran en el banco. Una vez el eje delantero ha sido alineado correctamente, se levanta o se baja un lado mediante el direccionamiento del sistema y se hace la demostración de la capacidad de autoalineamiento. Todo el sistema puede ser trasladado verticalmente y las ruedas pueden ser liberadas para hacer el respectivo ajuste, una vez lograda la condición necesaria, se remueven los pines de sujeción y el peso del aparato provoca que las llantas hagan contacto con las tablas.

Figura 6.9 Banco de pruebas utilizado en *Concordia University*



Fuente: Concordia University. Laboratory Manual MECH 447

Cuestionario

1. Realice la gráfica δ_o vs. δ_i .
2. En la misma gráfica, dibuje la curva teórica de Ackermann y la curva de viraje en paralelo.
3. Para un valor de $\delta_i = 20^\circ$, Cual es el porcentaje de error de δ_o respecto al criterio de Ackermann?
4. Encuentre la distancia entre ejes que debería tener el vehículo de acuerdo a la configuración realizada.
5. Cuales fueron los cambios más significativos en el comportamiento del sistema cuando se modificó en ángulo de *kingpin*? Justifique la respuesta.

SISTEMA PIÑÓN-CREMALLERA ASISTIDO CON ESFUERZO DE VIRAJE DEPENDIENTE DE LA VELOCIDAD

Objetivos

- Comprender el principio de funcionamiento de los sistemas de dirección asistida.
- Identificar cada elemento del sistema, explicar la función de cada uno.
- Cualificar la ventaja de la dependencia del esfuerzo de viraje respecto de la velocidad en términos de seguridad.

Marco Teórico

El sistema de dirección del automóvil es el elemento de diseño más importante; el grado de seguridad y el confort del vehículo dependen en gran parte de este sistema. Los parámetros para las características funcionales del sistema de dirección de un auto son especificadas por reglamentos gubernamentales; tal es el ejemplo de Canadá, en donde se establece que:

- La fuerza necesaria para virar un automóvil cuando se sorteaba una curva de radio de 12m no debe exceder los 250N.
- Para una velocidad de avance de 10km/h comenzando en línea recta, el tiempo necesario para el bloqueo de dirección no debe exceder los 4 segundos.

Requerimientos legales de este tipo para automóviles comerciales solo representan el límite superior y no necesariamente se traducen en el comportamiento ideal del sistema de dirección.

La dirección asistida representó un gran avance en cuanto a confort de manejo pues los esfuerzos necesarios para maniobrar el sistema se redujeron considerablemente. Utilizando la servo asistencia, las fuerzas para el viraje pueden ser ajustadas a cualquier nivel, mientras en los sistemas tradicionales este nivel de esfuerzo permanecía constante. En realidad, este esfuerzo requerido para maniobrar el vehículo no debe ser ni muy alto, ni muy bajo; durante el parqueo y maniobras a velocidades bajas, el esfuerzo necesario debe ser relativamente bajo: por el contrario, a altas velocidades, la dirección debe endurecerse, de lo contrario, cualquier movimiento en el volante causaría un gran cambio en la dirección del automóvil y la consecuente pérdida de control. En los sistemas asistidos convencionales, se establece un compromiso entre bajas velocidades y bajos esfuerzos y mayores esfuerzos a velocidades altas.

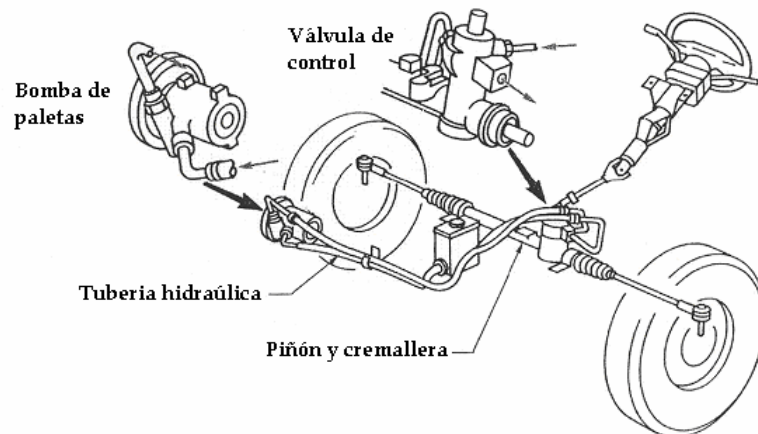
Con el fin de optimizar ambas situaciones se requiere que el esfuerzo varíe según la velocidad. Esto solo se logra mediante la implementación de controles electrónicos con señales de velocidad. Este sistema asistido se basa en el principio que la fuerza requerida para lograr cualquier cambio de dirección es mantenida tan constante como sea posible a lo largo del rango de velocidades del vehículo. Por ello, el resultado debe ser de tal forma que a medida que se incrementa la velocidad, el esfuerzo para hacer cambios de giro debe incrementarse también para mantener el valor de esfuerzo constante. Un tacómetro electrónico envía una señal de la velocidad en forma de pulsos a un módulo electrónico. Esta UEC (unidad electrónica de control)

esta programada de tal forma que envía una corriente en relación con la señal que recibe hacia un convertidor hidráulico de presión. De ahí, la presión hidráulica en el sistema (y por ende el esfuerzo de viraje) es variada por una válvula de pistón situada en el pistón rodante que esta unido a la cremallera.

Sistema piñón-cremallera asistido

Aunque hay muchos sistemas de dirección asistida, existen 2 componentes claves que se hallan en todos ellos: la bomba hidráulica, y la unidad de direccionamiento. La bomba es utilizada para proporcionar la presión de fluido necesaria y esta generalmente es accionada por una correa unida al motor del automóvil. Un ejemplo de este sistema se muestra en la figura 6.10.

Figura 6.10 Sistema piñón-cremallera asistido

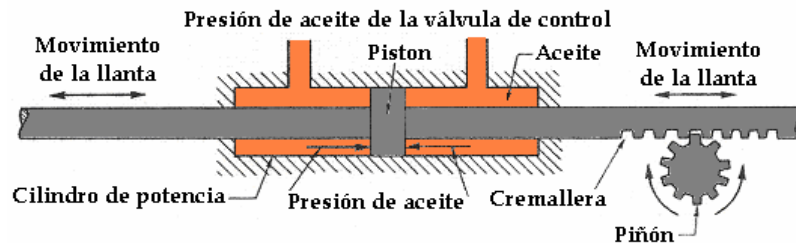


Fuente: Volkswagen. Power steering rack and pinion system. www.vw.com

La presión hidráulica generada por la bomba es utilizada para asistir el movimiento de la cremallera y el piñón. La válvula de control es utilizada para conducir el aceite a presión a un lado u otro del pistón de potencia, este

pistón esta unido a la cremallera y la ayuda a mover, tal como se ilustra en la figura 6.11.

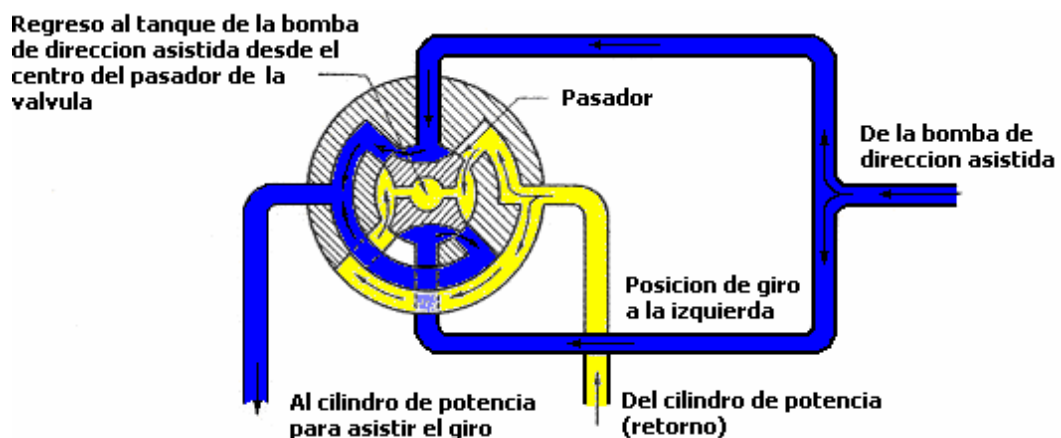
Figura 6.11 Presión de aceite de la válvula de control.



Fuente: Los Autores

Cuando el volante es girado, la válvula de control se mueve de tal manera que dirige el aceite a la dirección correcta. Hay dos tipos de válvulas que se utilizan con mayor frecuencia hoy día: las de corredera deslizante y las rotativas. El tipo utilizado en el banco es la rotativa, como la que se muestra a continuación.

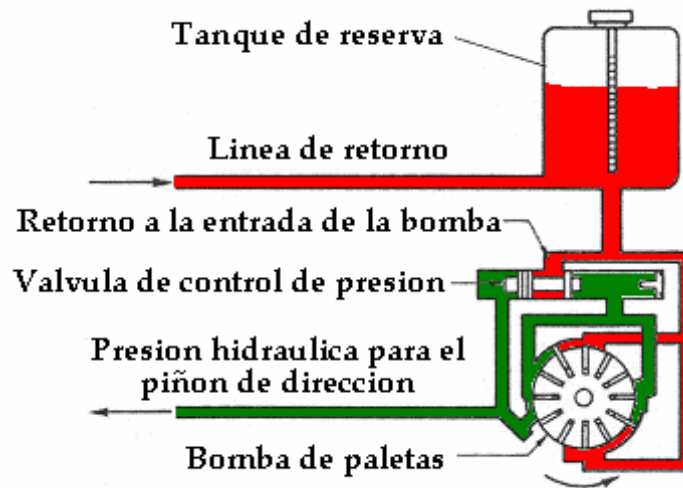
Figura 6.12 Válvula rotativa del sistema.



Fuente: Los Autores

Cuando el volante se mantiene en una posición neutral, el fluido regresa al tanque por medio de una línea de retorno

Figura 6.13 Sistema en posición neutral.



Fuente: Los Autores

Procedimiento

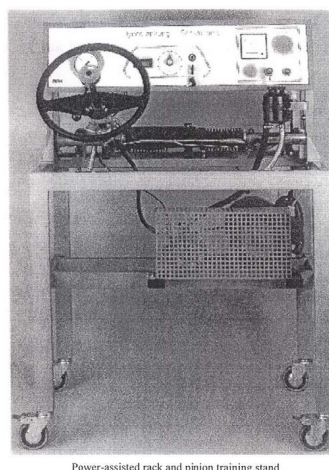
- Examinar el aparato y familiarizarse con todos los componentes principales de este, asegurarse de entender todos los elementos y su respectivo funcionamiento. Hacer un bosquejo del sistema.
- Tomar medidas del esfuerzo de viraje necesario en el volante utilizando el medidor de torque. Empezar con una velocidad de 0 km/h y aumente de 10 en 10. Tabular los resultados.

Elementos necesarios

Banco de pruebas

El banco de pruebas utilizado, es un sistema configurado de tal forma que simula el comportamiento de un sistema encontrado en un auto moderno. La bomba hidráulica es accionada por un motor eléctrico en el cual se puede leer la potencia consumida mediante un amperímetro. Para simular las fuerzas de viraje tal y como ocurren en una situación real, se instalan resortes neumáticos, estos se comprimen durante el viraje produciendo fuerzas reactivas la cremallera. Se utiliza un potenciómetro para comprobar la dependencia del esfuerzo de viraje respecto a la velocidad. La velocidad seleccionada ocasiona una variación directa en el convertidor de presión electrohidráulico que en respuesta ocasiona un aumento en el esfuerzo. La relación entre el esfuerzo necesario y la velocidad puede ser hallada gracias a un medidor de torque ubicado en el eje del volante.

Figura 6.14 Banco de pruebas.



Power-assisted rack and pinion training stand

Fuente: Concordia University. Laboratory Manual MECH 447

Cuestionario

1. Dibuje los siguientes bosquejos identificando todos los elementos del sistema y señalando el camino del aceite en el sistema y en las líneas mediante flechas. Muestre el paso del aceite a través de la válvula rotacional:
 - a) Viraje a la izquierda
 - b) Viraje a la derecha
 - c) Posición neutral
2. Realice la grafica de esfuerzo vs. velocidad, concluya sobre lo obtenido.

SISTEMA ANTIBLOQUEO DE FRENOS ABS

Objetivos

- Comprender el funcionamiento del sistema de frenado antibloqueo y reconocer la importancia de su implementación como sistema de seguridad.
- Identificar los principios de control del sistema y los elementos utilizados para tal fin.

Marco Teórico

Bajo ciertas condiciones de manejo, es posible que las llantas del automóvil se bloqueen cuando se frena de forma intempestiva. Entre las posibles causas está el que la superficie sobre la que se transita esté húmeda o es de naturaleza resbalosa, o también una reacción abrupta por parte del conductor cuando se presentan situaciones de emergencia. El vehículo, al bloquear las llantas se vuelve completamente incontrolable y se desliza. El sistema antibloqueo monitorea las llantas y al detectar que una de ellas (o todas) presentan bloqueo, reduce la presión de frenado impidiendo que esto ocurra, y de la misma forma, mantiene la presión de frenado en aquellas que no han presentado bloqueo. Al prevenirse el bloqueo de las llantas, el vehículo jamás pierde control direccional bajo condiciones severas de frenado, lo que implica un gran incremento en la seguridad del automóvil.

Generalidades del sistema

El sistema frenos ABS esta basado en los componentes tradicionales de un sistema de servo freno (ver figura 6.15)

- El pedal de freno (1)
- La unidad de servo (2)
- El cilindro principal (3)
- El tanque del líquido de frenos (4)
- Las tuberías (5) y mangueras (6) del sistema de frenos
- Los cilindros de los frenos y las llantas (7)

Adicional a estos elementos, se encuentran los siguientes.

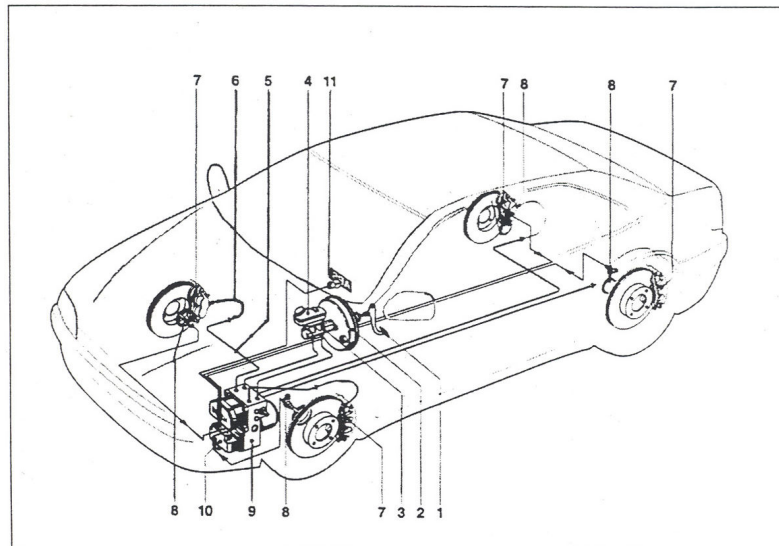
- Los sensores de velocidad en las llantas (8)
- El modulador hidráulico (9)
- La unidad de control ABS (10)
- Un testigo que informa al conductor cuando el sistema no esta funcionando adecuadamente (11).

Sensores de velocidad en las llantas

La velocidad de rotación de las llantas es una variable de entrada muy importante para el sistema de frenos ABS. Los sensores de velocidad detectan el valor de esta variable en cada una de las llantas y envían estos valores a la unidad electrónica de control (UEC). Dependiendo del tipo de sistema, el automóvil puede tener dos, tres o cuatro sensores. Esta información permite saber el grado de deslizamiento que presentan las ruedas respecto del

camino, y en base a ello determinar cual esta en condiciones de bloqueo inminente.

Figura 6.15 Componentes del sistema de frenos ABS.



Fuente: www.boch.com

Unidad Electrónica de Control (UEC)

La UEC procesa la información que recibe de los sensores de acuerdo a algoritmos matemáticos predefinidos. Los resultados de estos cálculos son la base bajo la cual se envían señales al modulador hidráulico.

Modulador Hidráulico

El modulador hidráulico incluye una serie de válvulas de solenoide que pueden abrir o cerrar el circuito hidráulico entre el cilindro principal y el sistema de frenos. Adicionalmente puede conectar los frenos a la bomba de

retorno (6). Los sistemas ABS más recientes utilizan válvulas de solenoides de dos posiciones y dos conexiones hidráulicas. La válvula de entrada (7) ubicada entre el cilindro principal y los frenos, controla la presión aplicada, en tanto que la válvula de salida (8) entre los frenos y la bomba de retorno, controla la liberación de la presión. Se instala un par de válvulas de solenoide para cada freno.

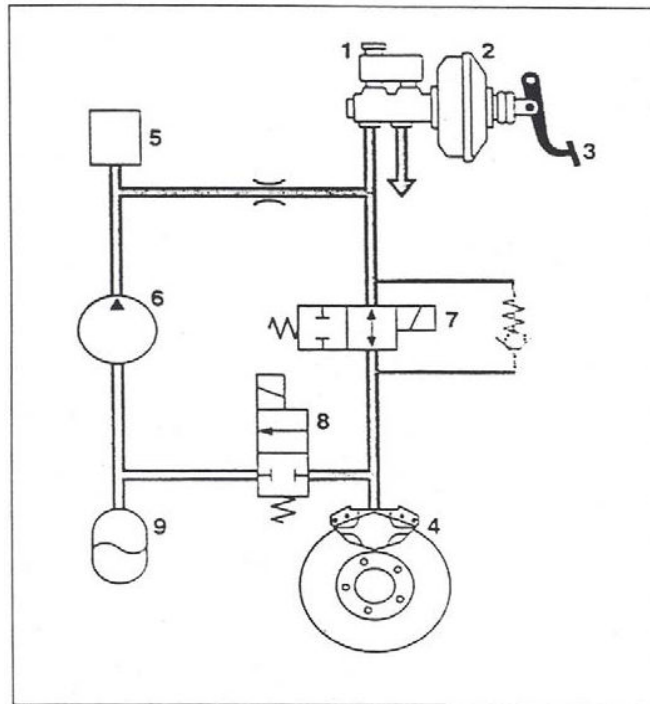
En la figura 6.16 se enumeran los siguientes componentes:

1. Cilindro maestro con tanque de líquido de frenos.
2. Unidad servo de frenado.
3. Pedal de freno.
4. Disco de freno y cilindro de la llanta.
5. Cámara de amortiguamiento.
6. Bomba de retorno.
7. Válvula de entrada.
8. Válvula de salida.
9. Acumulador del líquido de frenos.

Existen tres niveles de presión bajo las cuales el sistema puede funcionar. Bajo condiciones de operación normales, los solenoides del sistema están en el nivel de *aplicación de presión* lo que implica que las válvulas de entradas están completamente abiertas. En este caso, la presión aplicada por el conductor va directo a los frenos. A medida que el deslizamiento de la llanta se incrementa debido a una acción de frenado en una superficie resbalosa, la posibilidad de perder el control direccional por bloqueo aumenta; es entonces cuando los solenoides cambian al nivel de *mantenimiento de presión*. La válvula de entrada se cierra y la presión suministrada por el conductor no se aplica a los frenos,

de forma que cualquier aumento de presión en el pedal del freno no llegue a aplicarse.

Figura 6.16 Esquema del sistema ABS.

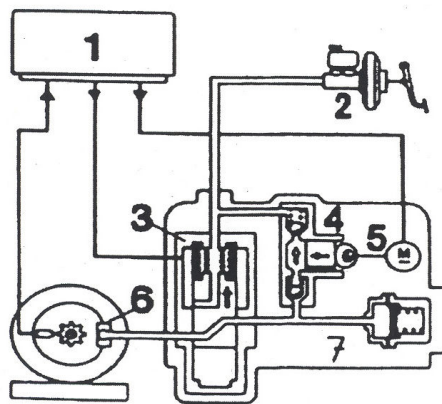


Fuente: www.boch.com

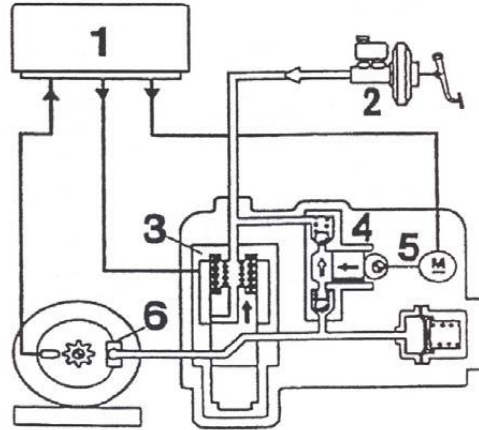
Si el grado de deslizamiento de alguna de las llantas sigue incrementándose a pesar de el sistema estar en el nivel de *mantenimiento de presión* se debe liberar la presión ya aplicada con el fin de evitar el bloqueo total de la llanta, para lograr esto, los solenoides cambian al nivel denominado *liberación de presión* en el cual se abre la válvula a la salida de tal forma que la bomba de retorno extraiga liquido de los frenos y libere así la presión. Esta condición solo se aplica a la llanta (o llantas) que lleguen al valor umbral determinado en la UEC.

Resultados

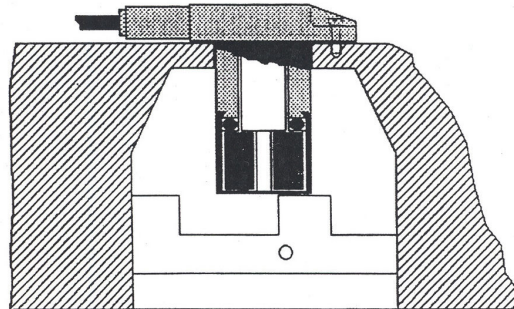
1. Nombre los componentes principales de un sistema de frenos ABS.
2. Nombre las señales más importantes que utiliza la unidad de control del sistema ABS.
3. Mencione que ventajas trae el sistema ABS a los conductores de automóviles.
4. ¿Como sabe el conductor de un automóvil equipado con ABS que el sistema esta fallando?
5. Nombre los diferentes niveles de presión en los que trabaja el ABS.
6. Describa brevemente como funciona el sistema de frenos ABS.
7. ¿Cual es el propósito de la bomba de retorno?
8. Nombre los componentes del siguiente diagrama.



9. (a) ¿En que fase esta la unidad hidráulica en el siguiente diagrama?
 (b) ¿Cual es el propósito del amortiguador oscilatorio?
 (c) ¿Hacia donde envía el fluido la bomba de retorno?



10. (a) Describa el principio utilizado por los sensores de velocidad en las llantas
 (b) ¿En donde están ubicados los sensores del sistema ABS?
 (c) ¿Cuál es el propósito de estos sensores?



BALANCEO

Objetivo

- Reconocer la importancia del balanceo, los elementos utilizados en este procedimiento, y la finalidad del mismo.

Marco Teórico

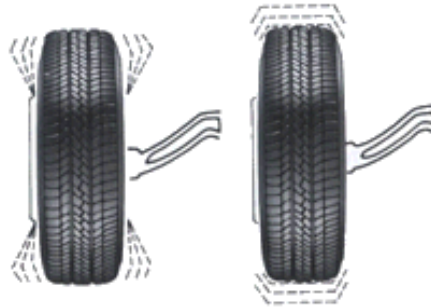
Las llantas y los rines se descentran por la diferencia de pesos en los elementos que los componen. Este desequilibrio se arregla añadiendo pesas en las pestañas de la llanta, en las partes internas y externas del rin, equilibrando así la superficie de la llanta. La combinación exacta de dos equilibrios, uno estático y otro dinámico, dan como resultado una llanta bien balanceada.

El desbalanceo de las ruedas (llanta + rin) ocasiona un desgaste anormal y prematuro de la llanta; así como vibraciones violentas que disminuyen el confort y la seguridad (como se explica en el Capítulo 4), causando además daños a otras piezas del vehículo.

Beneficios de un balanceo adecuado:

- Previene el desgaste irregular de la banda de rodamiento.
- Aumenta el rendimiento de las llantas.

Figura 6.17 Llanta desbalanceada y llanta balanceada.



Fuente: Goodyear. www.goodyear.com

Procedimiento

- Examinar el equipo CEMB C71 y familiarizarse con todos los componentes principales de este, asegurarse de entender todos los elementos y su respectivo funcionamiento.
- Monte una llanta (llanta + rin) en el equipo y proceda a cerrar la carcasa protectora.
- Presione el botón de inicio. El equipo automáticamente hará los cálculos de diámetros, holguras y desbalanceo; mostrando los resultados en el display para proceder con la respectiva corrección.
- Seleccione el contrapeso sugerido por el equipo y ubíquelo en el lugar indicado en el display. Proceda nuevamente con el ítem anterior hasta lograr un balanceo óptimo.
- Desmonte la llanta y móntela en el vehículo.

Elementos necesarios

Banco de pruebas:

Equipo de balanceo CEMB C71 y set de llantas y rines.

Figura 6.18 Equipo de balanceo CEMB C71.



Fuente: www.cemb.com

Cuestionario

1. ¿Cuándo se debe balancear una llanta?
2. Describa el proceso de balanceo dinámico, basándose en la teoría de vibraciones mecánicas.
3. ¿Afecta en algo el *aspect ratio* de la llanta para realizar el balanceo? Explique.

ALINEACIÓN

Objetivos

- Reconocer la importancia de la alineación en el desempeño del automóvil y en el campo de la seguridad.
- Identificar los procedimientos de diagnóstico y corrección implementados en la alineación de los vehículos.

Marco Teórico

La alineación es un proceso sencillo y barato que puede ayudar a mantener la estabilidad de manejo del vehículo y prolongar la vida de los neumáticos.

La alineación es requerida cuando se tiene alguna de las siguientes situaciones:

- Cuando se reemplazan los neumáticos. Si los neumáticos viejos están siendo reemplazados por un desgaste irregular entonces la causa puede ser una mala alineación, si se montan los nuevos neumáticos sin antes alinear las ruedas se volverá a presentar el mismo problema disminuyendo considerablemente la vida de las llanta.
- Cuando se ha efectuado un mantenimiento en el sistema de dirección o suspensión del vehículo también es necesario realizar la alineación de las ruedas.

- Cuando el vehículo muestra síntomas de mala alineación.
- Después de 45,000 km de haber efectuado la última alineación, aunque el vehículo no parezca necesitarlo.

Existen varios síntomas que nos dicen que el vehículo requiere de alineación y los más comunes son los siguientes:

- Desgaste irregular de los neumáticos. Si uno de los cuatro neumáticos muestra un desgaste excesivo en un extremo, en ambos extremos, en el centro o presenta algún patrón de desgaste irregular.
- Sensación extraña en la dirección. Si el volante se siente más duro de lo normal, si el vehículo gira más fácil hacia un lado que hacia el otro, estos pueden ser síntomas de una mala alineación.
- Si al conducir en línea recta el volante no se encuentra en posición correcta, es decir el vehículo va en línea recta pero el volante apunta hacia algún lado.
- Si el vehículo tiende a cargarse hacia un lado mientras se maneja.
- Si el vehículo se encuentra descuadrado, es decir, las llantas delanteras apuntan en una dirección mientras que las traseras lo hacen en otra. Esto puede deberse a un problema serio de alineación.

El proceso de alineación consiste en asegurarse que las llantas trabajen en forma paralela unas de las otras y que las llantas tengan contacto con el pavimento en el ángulo correcto. Es más sencillo de lo que la mayoría de la gente piensa, se trata simplemente de ajustar las relaciones entre los componentes de la suspensión, dirección y ruedas del vehículo.

Básicamente son 3 ángulos los que se corrigen durante la alineación:

Ángulo Camber: Es el ángulo que los neumáticos forman con respecto a la vertical al ver el vehículo por el frente o por detrás.

Ángulo *Caster*: Este ángulo es un poco más difícil de explicar. Cuando se gira el volante de la dirección las ruedas responden moviéndose en un pivote que está unido a la suspensión del vehículo. El *caster* es el ángulo que forma este pivote con respecto a una línea vertical que pasa por el centro de la rueda al ver el vehículo de un costado. La manera más sencilla de visualizarlo es recordando los carritos del supermercado. Cuando avanzamos hacia adelante las ruedas delanteras se colocan detrás del poste que las sostiene y al momento de retroceder las ruedas se colocan ahora delante del poste. Resulta difícil avanzar el carrito cuando las ruedas se encuentran delante del poste y solas se vuelven a colocar detrás de él. Cuando las ruedas están detrás del poste se tiene un *caster* positivo.

Convergencia: Al ver las ruedas desde la parte superior del vehículo estas deben ser paralelas, si ambas apuntan hacia dentro entonces se tiene convergencia, por lo contrario se tendría divergencia.

Los ángulos de castor, convergencia y camber de las ruedas deben cumplir las especificaciones del fabricante del vehículo. Si las llantas muestran un desgaste irregular, es necesario llevar el automóvil a una servíteca para controlar la alineación de las ruedas.

Desgaste de las llantas – Inspección visual

Se deben buscar señales obvias de desgaste,

1. Indicadores de desgaste expuestos (se debe reemplazar).
2. Desgaste irregular en el hombro (se controla alineando la llanta).
3. Desgaste en los hombros (se debe inspeccionar la llanta).
4. Desgaste en el centro (se debe inspeccionar la llanta).

Como medir el desgaste

Se coloca una moneda de quinientos pesos (\$500) en una ranura de la banda de rodamiento. Si la parte central dorada queda al descubierto, la banda de rodamiento está desgastada y la llanta debe ser reemplazada.

Procedimiento

- Examinar el equipo CEMB DWA 400 y familiarizarse con todos los componentes principales de este, asegurarse de entender todos los elementos y su respectivo funcionamiento.

- Iniciar el equipo, y revisar las conexiones de los sensores al computador. Instalar los sensores en las llantas, para hacer las respectivas mediciones.
- Si presenta la llanta desgaste, hacer la respectiva corrección en el software del programa.
- Correr el programa de alineación y comparar los valores medidos con los valores estándar requeridos.
- Una vez conocidos los valores a corregir, proceder a manipular la estructura física del vehículo (configuración de ángulo de camber, ángulo caster, convergencia-divergencia, *king-pin*, etc) para lograr estos valores.
- Proceder con los dos pasos anteriores hasta lograr una alineación óptima.

Elementos necesarios

Banco de pruebas:

Figura 6.19 Equipo de Alineación CEMB DWA 400.



Fuente: www.cemb.com

Equipo de alineación CEMB DWA y un vehículo para hacerle la medición.

Cuestionario

1. ¿Cuándo se debe alinear un vehículo?
2. Describa el proceso de desgaste en las llantas, basándose en la teoría de fatiga y resistencia de materiales.
3. ¿Afecta en algo el ángulo de Ackermann del sistema de dirección para realizar la alineación? Explique.
4. Sugiera, en que puede variar la alineación de un vehículo con respecto a los tipos de suspensión existentes. Báse en la teoría de suspensiones de Gillespie.

VOLTEO CON SUPERFICIE INCLINADA

Objetivos

- Comprender la importancia del volteo como factor en el estudio dinámico del vehículo.
- Implementar los procedimientos de cálculo usados para hallar el ángulo de volteo inminente.

Marco Teórico

Métodos experimentales se han desarrollado para medir el umbral de vuelco cuasiestático mediante el uso de la “plataforma inclinada”. Como sugiere su nombre, la plataforma inclina al vehículo en el plano lateral (o de vuelco) y, de las mediciones del ángulo al cual ocurre el vuelco, se determina el umbral. El método es muy exacto para camiones pesados que tienen un alto centro de gravedad y experimentan vuelco a ángulos pequeños (del orden de 20 a 25 grados).

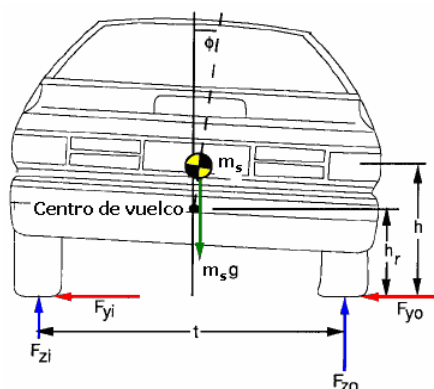
Para automóviles de pasajeros, el umbral de vuelco puede estar por el orden de los 45 grados. Con ángulos elevados, las componentes del peso del vehículo que actúan en el plano del vehículo son reducidas sustancialmente (30% bajo 45 grados). La reducción de la carga en las suspensiones y en las llantas eleva el cuerpo sobre su posición normal de manejo causando vuelco prematuro e invalidando la prueba. Para evitar estos errores, los procedimientos de la prueba deben ser ideados para imponer una fuerza

lateral en el centro de gravedad (la prueba de cable halado) o aplicando un momento puro al cuerpo del vehículo.

Despreciando los efectos de las llantas y las suspensiones, como se hizo en el análisis anterior, se sobreestima el umbral de vuelco del vehículo. En curqueo, la transferencia lateral de carga libera a las llantas internas del vehículo e incrementa la carga en las llantas externas. En consecuencia, el cuerpo rota en el plano de vuelco con un desplazamiento del centro de gravedad hacia el lado externo al giro. El desplazamiento del centro de gravedad reduce el brazo del momento de la fuerza de gravedad que actúa para resistir el vuelco.

La figura 6.20 ilustra este mecanismo en un vehículo con un sistema de suspensión; el cuerpo se representa por su masa m_s conectada a un eje en un punto imaginario conocido como el centro de vuelco. El centro de vuelco es el pivote sobre el cual ocurre el vuelco del cuerpo, y es también el punto en el cual se transfiere las fuerzas laterales del eje a la masa *sprung*.

Figura 6.20 Diagrama de fuerzas durante el vuelco de un vehículo suspendido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers.

Se puede lograr una solución analítica simple para el umbral de vuelco si la masa y la rotación de los ejes se desprecian. Haciendo momentos sobre el punto donde las llantas de la derecha (basados en la figura 6.20) hacen contacto con el suelo, y asumiendo que las cargas en las llantas de la izquierda ya son cero, entonces:

$$\sum M_0 = 0 = m_s a_y h - m_s g [t/2 - \Phi(h - h_r)]$$

Ahora el ángulo de vuelco de la masa *sprung* Φ , es simplemente la rata de vuelco, R_Φ , veces la aceleración lateral a_y . La rata de vuelco es la rata de cambio del ángulo con la aceleración lateral expresada en unidades de radianes por gravedades. Substituyendo para eliminar el ángulo de vuelco y resolviendo para la aceleración lateral se llega a:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2h} \frac{1}{[1 + R_\Phi(1 - h_r/h)]}$$

donde h es la altura del CG sobre el terreno, h_r la altura del centro de vuelco sobre el terreno, t es la distancia entre llantas y R_Φ es la rata de vuelco.

De esta manera se tiene en cuenta el desplazamiento del CG, por lo tanto el umbral de vuelco es “ t sobre $2h$ ” reducido por el segundo termino del lado derecho de la ecuación 5.6. Para automóviles de pasajeros con $h_r/h = 0.5$ y con una rata de vuelco de 6 grados por gravedad (0.1 radianes/ g), el segundo termino es aproximadamente 0.95 . Esto significa que el umbral de vuelco es reducido aproximadamente un 5% debido a este mecanismo. Automóviles deportivos con baja rata de vuelco y bajo centro de gravedad experimentan de menor manera estos efectos, mientras que automóviles de lujo con alta rata de vuelco y alto centro de gravedad experimentarían mayores efectos. En

ejes sólidos (los cuales tienden a tener un alto centro de vuelco) también se reduce el efecto de la transferencia lateral comparados con las suspensiones independientes (las cuales tienen bajos centros de vuelco) debido a la reducción de la distancia del CG al centro de vuelco.

Un mecanismo similar aparece de la deformación lateral de las llantas externas, el cual permite que el centro de carga bajo las llantas se mueva hacia adentro durante el curvado, reduciendo la distancia entre llantas. Para automóviles típicos de pasajeros la transferencia lateral del punto de contacto de la llanta puede contribuir con otro 5% en la reducción del umbral.

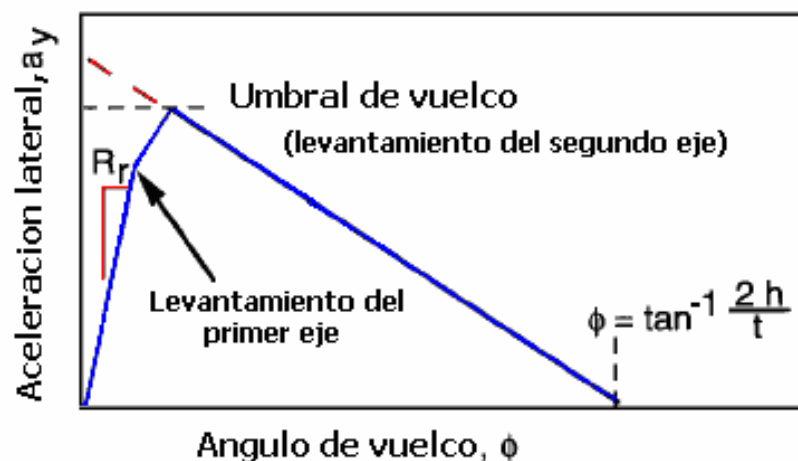
Tener en cuenta todos estos efectos hace menos favorable la solución analítica. Particularmente, si las suspensiones delanteras y traseras son muy diferentes en carga y rigidez de vuelco, se hace necesario modelar simultáneamente el comportamiento de las suspensiones delantera y trasera. Los programas de computador son el camino a seguir para calcular el umbral de vuelco cuasiestático cuando estos efectos son incluidos.

Cuando estos mecanismos son modelados con precisión, la respuesta cuasiestática al vuelco de un vehículo toma la forma mostrada en la figura 6.21. En niveles bajos de aceleración lateral, la respuesta de vuelco del vehículo aumenta linealmente con una pendiente igual a la rata de vuelco. Esta tendencia sigue hasta que una de las llantas internas se levanta. (Las llantas delanteras y las traseras no necesariamente se levantan al mismo tiempo debido a las diferencias entre las suspensiones delanteras y traseras, y sus respectivas cargas. En el caso de camiones multiaxiales, la pendiente cambiará con el levantamiento de cada llanta interna, resultando una curva con tres o cuatro segmentos de líneas en esta zona). En este punto la

respuesta cambia a una pendiente menor porque la rata de vuelco es reducida a la rata producida por la suspensión que se mantiene en contacto con el terreno. Cuando la segunda llanta interna se levanta, se alcanza el umbral de vuelco. Después de esto, la respuesta de vuelco sigue una línea con pendiente negativa, casi equivalente a la discutida en el caso del vehículo rígido.

La gráfica indica que para un vehículo con una distancia entre llantas y una altura de CG dadas, el umbral de vuelco más elevado se logrará manteniendo la rata de vuelco de la masa *sprung* en el nivel más alto posible (usando suspensiones con alta rigidez de vuelco), y diseñando las suspensiones delantera y trasera de tal manera que tengan el levantamiento de las llantas internas en el mismo ángulo de vuelco.

Figura 6.21 Aceleración lateral del equilibrio en el vuelco de un vehículo suspendido.



Fuente: **Thomás D. Gillespie**. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers.

Procedimiento

- Revisar todos los controles y sistemas de seguridad del equipo.
- Asegurarse que la tabla este totalmente horizontal y apagada.
- Montar el vehículo al cual se le quiere encontrar el umbral de vuelco estático. Encender los controles y asegurar el vehículo a los topes de seguridad.
- Asegurarse que no haya nadie en la zona de actividad de la plataforma y que los amarres de los ejes a la plataforma estén firmes.
- Iniciar la elevación de la tabla para medir el ángulo de vuelco. Cuando la primera llanta del vehículo se levante, marcar este ángulo como el levantamiento del primer eje. Seguir elevando la plataforma hasta que se levanten las demás llantas del vehículo y este quede en un estado de vuelco inminente.
- Lentamente, iniciar el recorrido de regreso a la posición inicial, teniendo cuidado de que no existan obstrucciones en la zona de actividad de la plataforma.
- Retirar los amarres de los ejes y bajar el vehículo.

Elementos necesarios

Banco de Pruebas:

Para realizar esta práctica se necesita un equipo especializado que cumpla con las certificaciones MIL-STD y FMVSS. Estos equipos son generalmente diseñados y contruidos por las diversas entidades que van a hacer la mediciones.

Figura 6.22 Plataforma de superficie inclinada.



Fuente: www.umtri.umich.edu

Cuestionario

1. ¿Para que se mide el umbral de vuelco de un vehículo?
2. Describa el proceso de vuelco en un vehículo multi eje.
3. En términos de estabilidad, ¿es mejor que se levante primero el eje con menor rigidez de vuelco? Explique.
4. Si tiene un vehículo de 2 ejes y 1 sola barra antivuelco, sugiera, en eje ensamblar la barra antivuelco. Haga un contraste entre los dos casos posibles para sustentar su respuesta.

PRUEBAS PARA CARACTERIZAR LAS PROPIEDADES DE LAS LLANTAS

Objetivo

- Comprender mediante la prueba del tambor dinámico o la prueba de caída, los procedimientos de cálculo utilizados en la industria que permiten hallar algunas propiedades mecánicas de las llantas.

Marco Teórico

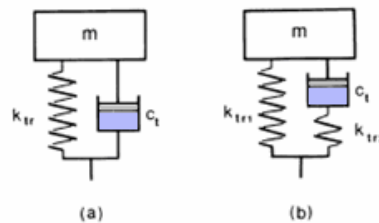
Soportar el peso del vehículo y amortiguarlo de las irregularidades de la superficie son las dos funciones básicas de las llantas neumáticas. Cuando una carga normal es aplicada a una llanta inflada, la llanta progresivamente se deforma mientras la carga es incrementada. Las curvas de carga vertical versus deformación son útiles para estimar la rigidez estática vertical de las llantas.

En el análisis de la vibración del vehículo y la simulación del manejo, las características de amortiguación de una llanta neumática se pueden representar por medio de varios modelos matemáticos. El más usado y el modelo más simple representando el modo fundamental de vibración de la llanta neumática, consiste de un elemento de masa y un resorte lineal en paralelo con un amortiguador, como se muestra en la figura 6.23. Otros modelos se han propuestos como el llamado modelo viscoelástico mostrado también en la figura 6.23.

Dependiendo de las condiciones de prueba, tres tipos distintos de valores de rigidez verticales se pueden definir: estático, dinámico sin rodamiento y dinámico con rodamiento.

La rigidez vertical estática de la llanta es determinada por la pendiente de la curva de carga estática contra deformación. Se ha encontrado que para una presión de inflado dada, las características de carga – deformación para las llantas de pliegues radiales y convencionales son más o menos lineales, excepto a valores relativamente bajos de carga. En consecuencia, se puede asumir que la constante elástica vertical de la llanta es independiente de la carga en el rango práctico de interés.

Figura 6.23 (a) Modelo lineal y (b) modelo viscoelástico para análisis de vibraciones.



Fuente: J. Y. Wong. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

La rigidez dinámica sin rodamiento de la llanta se puede obtener usando varios métodos, uno de los más simples es el llamado prueba de caída. En esta prueba, la llanta con cierta carga se deja caer libremente desde una altura a la cual la llanta este justo en contacto con el suelo. En consecuencia, la llanta se mantiene en contacto con el suelo durante toda la prueba y la respuesta transitoria de la llanta es guardada en un registro. Un trazo típico del decrecimiento de la amplitud es mostrado en la figura 6.25. Se pueden

determinar los valores del coeficiente equivalente de amortiguación c_{eq} y la rigidez dinámica k_z de la llanta, usando la teoría de vibración libre de un sistema de un grado de libertad.

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{4m^2\omega_d^2\delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)}{1 - [\delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)]}}$$

y

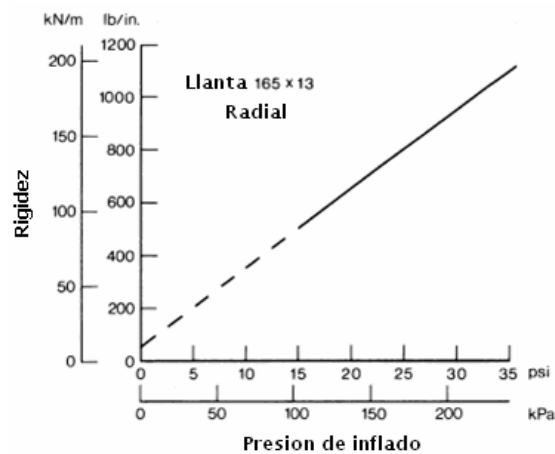
$$k_z = \frac{m\omega_d^2}{1 - \delta^2/(\delta^2 + 4\pi^2)}$$

donde, ω_d es la frecuencia natural amortiguada de la llanta con masa m , y puede ser identificada del trazo del decrecimiento de la amplitud mostrado en la figura 6.25.

$$\omega_d = 2\pi / \tau$$

donde τ es el periodo de la oscilación amortiguada mostrada en la figura 6.25.

Figura 6.24 Variación de la rigidez con la presión de inflado de una llanta de pliegues radiales de automóvil.

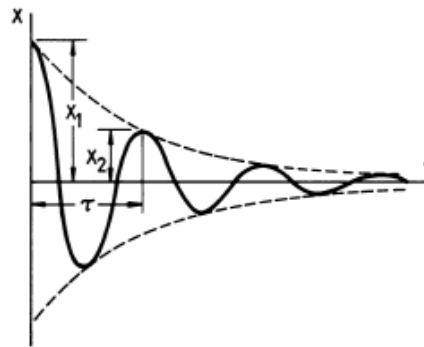


Fuente: **J.A. Overton**, "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire," in Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 184, part 2A, no. 2, 1969–1970.

δ es el decrecimiento logarítmico, el cual está definido como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes sucesivas cualesquiera, como x_1 y x_2 , mostradas en la figura 6.25.

$$\delta = \ln(x_1 / x_2)$$

Figura 6.25 Registro del decrecimiento de la amplitud de la llanta en la prueba de caída.



Fuente: **J. Y. Wong**. *Theory of ground vehicles*, 3ra Edición, Wiley-Interscience, 2001

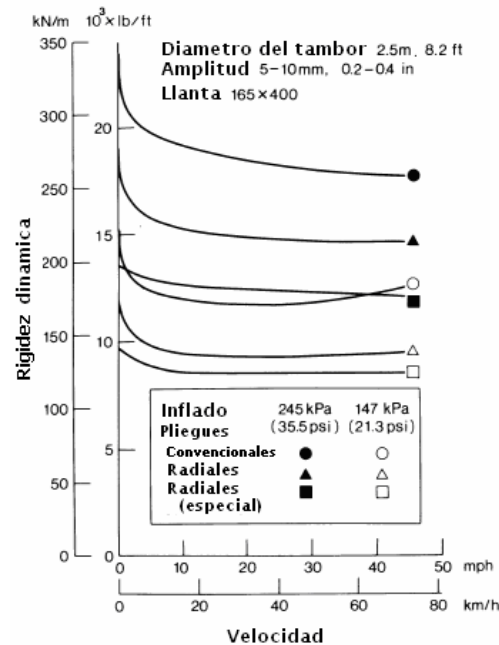
La prueba de caída también se puede desarrollar utilizando una máquina de pruebas de resistencia de la llanta, la cual consiste de una viga pivotada en un extremo la cual mantiene la llanta de prueba recostada contra un tambor. Para iniciar la prueba, la viga es desplazada y el sistema presenta oscilación angular sobre el pivote de la viga, y el trazo del decrecimiento de la amplitud del desplazamiento angular es registrado. Se pueden derivar un número de ecuaciones para sistemas torsionales, similares a las del sistema lineal de un grado de libertad descritas anteriormente, para determinar el coeficiente equivalente de amortiguación y la rigidez dinámica sin rodamiento de la llanta, del trazo del decrecimiento.

La rigidez dinámica con rodamiento de la llanta se determina usualmente midiendo la respuesta de la llanta rodando con una excitación armónica. La respuesta es normalmente medida en el cubo y la excitación esta dada en la banda de rodamiento. Examinando la razón entre la salida y la entrada y el ángulo de fase, es posible determinar la constante elástica dinámica y el coeficiente de amortiguación de la llanta rodando.

Un método alternativo para determinar la rigidez dinámica de la llanta es midiendo la frecuencia natural cuando esta rueda sobre un tambor o una correa. La figura 6.26 muestra los valores de la rigidez dinámica para varios tipos de llantas de automóvil obtenidas mediante este método. Se muestra que la rigidez dinámica de las llantas de automóvil decrecen agudamente tan pronto la llanta entra en rodamiento. Sin embargo, después de una velocidad de aproximadamente 20 km/h (12 mph), la influencia de la velocidad se vuelve menos importante.

Se han realizado varios intentos para determinar la relación entre la rigidez estática y dinámica de las llantas. Sin embargo, no se ha llegado a una conclusión general. Algunos reportes indican que para llantas de automóvil de pasajeros la rigidez dinámica con rodamiento puede ser entre 10 y 15% menor que la rigidez derivada de las curvas de carga contra deformación, mientras para llantas de camión pesado la rigidez dinámica es aproximadamente un 5% menor que el valor estático. Para llantas de tractor, se ha reportado que la rigidez dinámica puede ser un 26% menor que el valor estático. En simulaciones para el estudio de manejo de vehículos se prefiere el uso de rigidez dinámica con rodamiento ya que este valor es más cercano al valor real.

Figura 6.26 Efecto de la velocidad en la rigidez dinámica con rodamiento de llantas de automóvil.



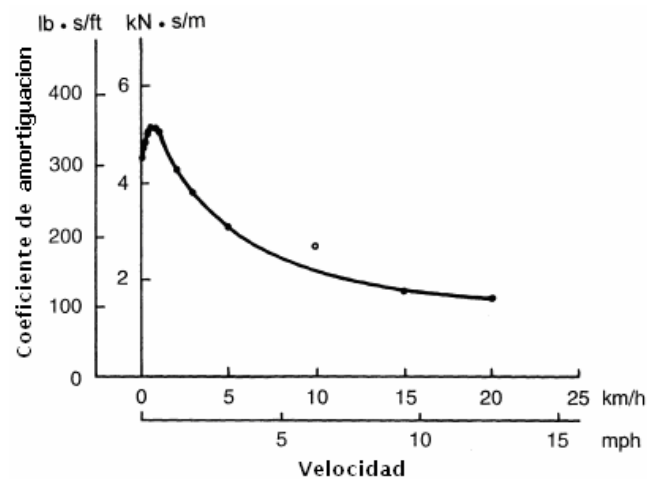
Fuente: Mechanics of Pneumatic Tires, edited by S.K. Clark, Monograph 122, National Bureau of Standards, 1971.

Se ha visto que entre varios parámetros de operación, la presión de inflado, la velocidad, la carga normal y el desgaste tienen una gran influencia en la rigidez de la llanta. También afectan la rigidez algunos parámetros de diseño de la llanta, tales como: el ángulo de las cuerdas, el ancho de la banda de rodamiento, la profundidad de la banda de rodamiento, el número de pliegues y el material de la llanta.

El amortiguamiento de la llanta neumática es principalmente debido a la histéresis de los materiales de la llanta. Este amortiguamiento no es de tipo coulomb o de tipo viscoso, aparentemente es una combinación de ambos. Sin embargo, generalmente se utiliza un coeficiente de amortiguación viscoso

equivalente derivado de las pruebas dinámicas antes mencionadas. Su valor es sujeto a variaciones dependiendo del diseño y la construcción de la llanta, así como de las condiciones de operación. Se ha visto que el amortiguamiento de la llanta neumática hecha de compuestos de caucho sintético es considerablemente menor que el provisto por un amortiguador de choque.

Figura 6.27 Efecto de la velocidad en el coeficiente de amortiguación de una llanta 13.6 x 38 de tractor de pliegues radiales.



Fuente: J.A. Lines and N.A. Young, "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tires," Journal of Terramechanics, vol. 26, no. 3/4, 1989.

Para evaluar las características vibratorias generales de la llanta, se llevan a cabo muchas pruebas en un tambor de velocidad de rotación variable. El perfil del tambor puede ser al azar, sinusoidal, cuadrado, o triangular. Las experiencias han mostrado que el uso de excitación de tipo periódica permite alcanzar resultados rápidamente. La vibración de entrada es impuesta a la banda de rodamiento de una llanta sin girar a través de una plataforma montada en el excitador.

Procedimiento

- Revisar y ubicar todos los controles y sistemas de seguridad del equipo.
- Asegurarse que todas las conexiones estén ajustadas y el equipo apagado.
- Montar la llanta que se quiere caracterizar. Encender los controles y asegurar la llanta en el rin del equipo.
- Asegurarse que no haya nadie en la zona de actividad del equipo y que no hayan elementos libres en las zonas de rotación y desplazamiento.
- Caracterización Estática.
 - Se pone en contacto la llanta con el tambor, el cual se encuentra estático.
 - Paulativamente aplicar la carga vertical e ir registrando los datos de fuerza vertical y deformación.
 - No exceder una deformación mayor al 30% del radio de la llanta, por cuestiones de seguridad.
 - Retirar la carga lentamente hasta volver a las condiciones iniciales.
- Caracterización Dinámica.
 - Esta prueba tiene muchas variantes que intentan medir las posibles variables involucradas, pero esta práctica vamos a tener el caso más sencillo, en donde no se tiene en cuenta el ángulo de deslizamiento ni el ángulo de inclinación.

- Se pone en contacto la llanta con el tambor, el cual inicialmente se encuentra estático. Se debe aplicar una fuerza para asegurar el contacto entre la llanta y el tambor.
- Se incrementará la velocidad de rotación del tambor a medida que se realiza la prueba.
- Se activa una deformación momentáneamente para perturbar la llanta y poder hacer la curva de decrecimiento logaritmico. Con esta curva y por medio del software del equipo se obtienen las constantes de rigidez y amortiguamiento para esa determinada velocidad.
- Se incrementa la velocidad y se procede de la misma manera.
- Después de que el coeficiente de amortiguamiento se reduce al 60% del valor inicial se termina la prueba. Para finalizar se debe reducir la velocidad paulativamente.

Elementos necesarios

Banco de Pruebas:

Un equipo que cumple con los requerimientos para realizar esta prueba es el Flat-Trac® LTR Tire Test System de MTS, universalmente utilizado por constructores de llantas para caracterizar sus productos. Este equipo a demás de encontrar las características de diseño (rigidez, amortiguamiento, frecuencia natural) evalua el comportamiento de resistencia de la llanta, como el indice de velocidad, la temperatura máxima de operación, los efectos del ángulo de deslizamiento, del ángulo de inclinación, entre otras.

Figura 6.28 Equipo Flat-Trac® LTR Tire Test System de MTS.



Fuente: www.mts.com

Cuestionario

1. Según su anterior experiencia, ¿que prueba utilizaría para caracterizar una llanta con la cual pretende simular un vehículo? Justifique su respuesta.
2. Describa el proceso de amortiguamiento según la teoría de vibraciones mecánicas.
3. Proponga un método para evaluar la dependencia de la presión de la llanta con la rigidez y la velocidad.
4. Haga las curvas características estáticas y dinámicas medidas con el equipo (rigidez dinámica, estática; coeficiente de amortiguamiento).

ANEXO M. PROPUESTA DE ADQUISICIÓN DE EQUIPOS

En esta sección se van a mostrar con más detalle los equipos del laboratorio como propuesta para la adquisición de estos.

Como se ha venido planteando en este trabajo de grado, esta propuesta es netamente académica por ello no se contempla la adquisición de los equipos ni la estrategia de financiación, como un objetivo específico; ese trabajo le corresponde a otro proyecto de grado el cual sería la creación del laboratorio basados en las practicas diseñadas en este trabajo de grado.

Los costos de los equipos pueden variar según el vendedor, la fecha, la forma de pago, el cliente, y otros factores, por los cuales se hará un estimativo del precio de los equipos según los precios suministrados por diversas fuentes.

Como se puede observar en el apartado de los laboratorios, se proponen 8 practicas de laboratorio, sin embargo la practica sobre Mecánica de llantas y construcción no tiene asignado un equipo para realizar su practica puesto que su dinámica consiste en observar un video sobre la construcción de las llantas y para complementar el video se tendrán afiches de diferentes fabricantes y si es posible, ejemplos de llantas para su manipulación en cortes. La práctica sobre vuelco presenta un inconveniente y es la necesidad de construir el equipo en el lugar, ya que sus dimensiones oscilan en el orden de 10 metros de largo con un ancho de 4 metros; esta plataforma debe soportar varias toneladas (hasta 150 TON, este dato es importante para el diseño de los actuadores hidráulicos que levantarán la plataforma) por lo cual sus costos

son enormes. En vez de intentar cotizar un equipo que para poder cotizarlo se tiene que prediseñar, optamos por proponer un modelo a escala el cual puede ser construido por los mismos estudiantes como un proyecto para la asignatura.

1. **Equipo para Alineación:** CEMB DWA 400

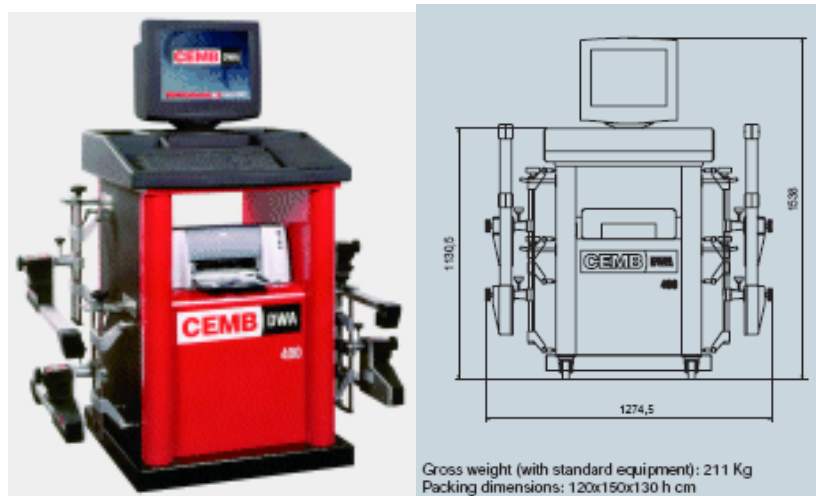
Fabricante: CEMB (www.cemb.com)

Características: Equipo para medir la alineación de automóviles compuesto de: monitor de 17" SVGA, 4 Cabezas de medición inalámbricas (tecnología Bluetooth), Impresora a color de inyección de tinta, Software de manejo especial de CEMB.

Las 4 cabezas de medición contienen 8 sensores, cada cabeza tiene un procesador integrado de 20 MHz DSP, son calibradas independientemente y son intercambiables; Miden simultáneamente el Caster, el Camber y el Toe. Los sensores son ópticos e inclinométricos de tipo estático, robustos e insensibles a impactos. Resolución hasta de 0.01° , mide Toe hasta $\pm 20^\circ$.

Valor estimado: 8790 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.cemb.com



2. **Equipo para Balanceo:** CEMB C71

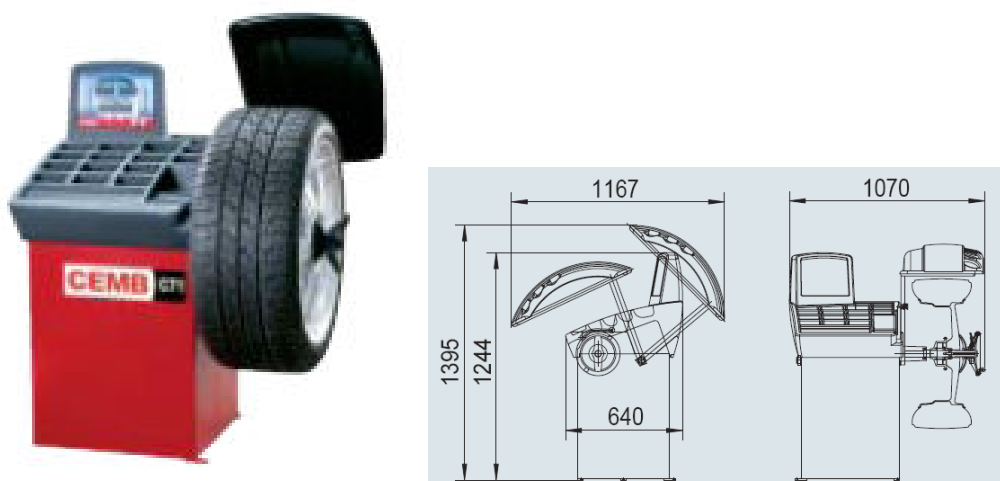
Fabricante: CEMB (www.cemb.com)

Características: Equipo digital para medir el balanceo de las llantas de automóviles, motos y camiones ligeros. Ciclos completamente automáticos (Inicia cuando se cierra la guarda de la llanta, realiza las mediciones y frena; Para automáticamente). Sensor inteligente para medir automáticamente el diámetro y la distancia de la llanta. Minimización del desbalanceo estático causado por el desbalanceo residual después de aplicar los contrapesos.

El equipo cuenta con un tablero digital en el que se indica la ubicación de la posición a corregir por medio de los contrapesos y otras opciones como repetición de contrapesos internos, posición de pesos duplicados ocultos y la optimización de la posición del rin y la llanta.

Valor estimado: 2830 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.cemb.com



3. **Equipo para Caracterizar Llantas:** Flat-Trac® LTR Tire Test System

Fabricante: MTS (www.mts.com)

Características: Robusto equipo para caracterizar las llantas mediante la adquisición de datos de los siguientes parámetros: Fuerzas y Momentos en las llantas (según nomenclatura SAE, ISO o JAO), Ángulo de deslizamiento, Ángulo de Camber y radio de carga, Velocidad de la banda, Relación de deslizamiento, Velocidad de giro del husillo, Presión de inflado de la llanta, Temperatura ambiente y temperatura de rodamiento. Aparte de estas propiedades, este equipo es capaz de proveer datos para modelamiento y desarrollo en computador, Auditoria de calidad para muestras de llantas de producción, Evaluación del desempeño de llantas de competencia, Desarrollo de nuevos procedimientos de prueba para llantas.

Valor estimado: 2'000.000 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.mts.com



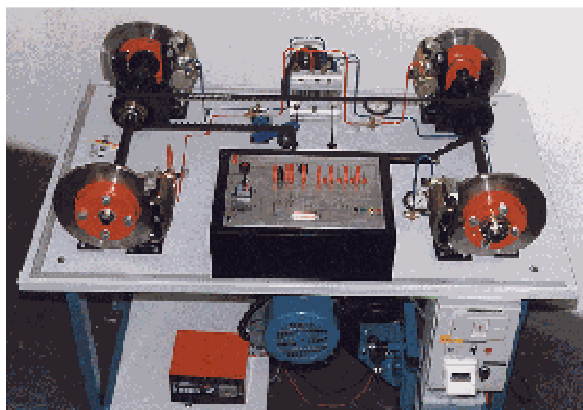
4. **Equipo para ABS:** Degener-Didactic Bremssysteme

Fabricante: (Degener www.degener.com)

Características: El sistema didáctico ABS de Degener esta basado en los mismos componentes de un sistema de frenos servo asistido convencional: El pedal del freno, la servo válvula, el cilindro maestro, el tanque de reserva, los cables y tubos de fluido, y los cilindros de frenado. Adicional a estos elementos básicos, trae los siguientes componentes: Sensores de velocidad, un modulador hidráulico, la unidad de control ABS, interruptores, simuladores y elementos de emergencia (indicadores de alarma y paro de emergencia).

Valor estimado: 8600 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.degener-didactic.de



5. **Equipo para Dirección:** Degener Front axle model with steering gear

Fabricante: (Degener www.degener.com)

Características: El equipo es un sistema de dirección piñón cremallera moderno. Los ángulos pueden ser establecidos fácilmente gracias a que un indicador marca una reglilla de ángulos. Este equipo sirve para observar la relación entre la rueda externa e interna mediante tablas que marcan los ángulos de giro de cada rueda. Una vez el eje delantero

ha sido alineado correctamente, se levanta o se baja un lado mediante el direccionamiento del sistema y se hace la demostración de la capacidad de autoalineamiento. Todo el sistema puede ser trasladado verticalmente y las ruedas pueden ser liberadas para hacer el respectivo ajuste geométrico (ángulo de camber, ángulo de caster, ángulo de kingpin, desplazamiento del kingpin, convergencia – divergencia), se remueven los pines de sujeción y el peso del equipo provoca que las llantas hagan contacto con las tablas.

Valor estimado: 5000 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.degener-didactic.de



6. Equipo para Dirección asistida: Servotronic Training Stand

Fabricante: (Degener www.degener.com)

Características: El equipo es un sistema configurado de tal forma que simula el comportamiento de un sistema encontrado en un auto moderno. La bomba hidráulica es accionada por un motor eléctrico en el cual se puede leer la potencia consumida mediante un amperímetro.

Para simular las fuerzas de viraje tal y como ocurren en una situación real, se instalan resortes neumáticos, estos se comprimen durante el viraje produciendo fuerzas reactivas la cremallera. Se utiliza un potenciómetro para comprobar la dependencia del esfuerzo de viraje respecto a la velocidad. La velocidad seleccionada ocasiona una variación directa en el convertidor de presión electrohidráulico que en respuesta ocasiona un aumento en el esfuerzo. La relación entre el esfuerzo necesario y la velocidad puede ser hallada gracias a un medidor de torque ubicado en el eje del volante.

Valor estimado: 7500 EURO + TVA

Imágenes del Equipo: www.degener-didactic.de

