EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FRACCIONES HOMOGÉNEAS EN CUARTO GRADO

ÉRIKA MARÍA VALBUENA CUERVO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2008

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FRACCIONES HOMOGÉNEAS EN CUARTO GRADO

ÉRIKA MARÍA VALBUENA CUERVO

Trabajo de Grado para optar al título de:
Licenciada en Matemáticas

DIRECTORA:
CAROLINA MEJÍA MORENO
MAGÍSTER EN MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2008

Dedico este proyecto:

A mis padres: Angélica y Pedro

por su cariño y comprensión

durante toda la vida.

A mi compañero Mauricio

por su amor y apoyo incondicional;

fue posible realizar esta meta.

AGRADECIMIENTOS

Expreso mis más sinceros agradecimientos a:

A Dios nuestro creador por la sabiduría, inteligencia y demás bendiciones recibidas.

A mis padres Angélica y Pedro por el cariño y la formación recibida.

A mi hermano Roberto por su apoyo y motivación.

A mi compañero Mauricio por su amor, apoyo y comprensión.

A Carolina Mejía Moreno, directora de este trabajo, por su continuo apoyo, motivación y colaboración.

A los profesores de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander por sus enseñanzas, motivaciones y orientaciones.

Al Colegio Liceo patria Quinta Brigada, en especial a la profesora Flor Elba por permitirme llevar a cabo este trabajo.

A Michelle, Silvia, Daniel y José Luis por ser los personajes principales de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ANEXOS

RESUMEN

TRABAJO: EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FRACCIONES HOMOGÉNEAS EN CUARTO GRADO.*

AUTOR: VALBUENA CUERVO, Érika María.**

PALABRAS CLAVES:
1. Resolución de problemas. 2. Aprendizaje significativo. 3. Fracciones homogéneas. 4. Material concreto. 5. Lenguaje cotidiano.

Los niños teniendo un mundo para explorar, están llenos de retos y experiencias en las cuales adquieren mejor su aprendizaje cuando palpan y manipulan objetos. De esta manera, en búsqueda de una forma en la cual los estudiantes mejoren su proceso de enseñanza-aprendizaje y adquieran de manera significativa los conceptos matemáticos, surge la idea de trabajar con materiales concretos, algunos de los cuales son manipulados por los niños diariamente, siendo estos importantes para ellos cuando se enfrentan a nuevos retos y concepciones matemáticas.

En este trabajo de investigación se quiere que los estudiantes resuelvan problemas de la vida diaria donde intervienen fracciones homogéneas, para lograrlo se proponen tres objetivos: usar la definición de suma de fracciones homogéneas en la resolución de problemas; utilizar material concreto como maras, lana, tapas de gaseosa, entre otros para representar y resolver problemas que involucran fracciones homogéneas; formular problemas haciendo uso del lenguaje cotidiano a partir de situaciones donde se involucran fracciones homogéneas. Para alcanzar estos objetivos la metodología que se emplea es la investigación de aula, en la cual se maneja el estudio de casos cualitativos, es así que para poder realizar un análisis detallado de las estrategias empleadas se tomará un grupo de cinco estudiantes. Para el análisis de esta investigación se proponen ciertas categorías en las cuales se tratará de hacer una triangulación entre las ideas del docente, la información propuesta en diversos textos acerca del tema y la información proporcionada por los estudiantes de acuerdo con las guías desarrolladas; donde se analizará si por medio del uso del material concreto y el lenguaje cotidiano los estudiantes mejoran el proceso de abstracción y aplicación de ideas y conceptos matemáticos a diversas situaciones problema.

---

* Trabajo de Grado.

** Facultad de Ciencias, Escuela de Matemáticas, Licenciatura en Matemáticas.
Directora: Carolina Mejía Moreno, Magíster en Matemáticas.

SUMMARY

PROJECT: THE SIGNIFICANT LEARNING: RESOLUTION OF PROBLEMS WITH HOMOGENOUS FRACTIONS IN FOURTH DEGREE.*

AUTHOR: VALBUENA CUERVO, Érika María.**

KEY WORDS:
1. Resolution of problems. 2. Significant learning. 3. Homogenous fractions. 4. Concrete material. 5. Daily language.

The children have a world to explore, they are full of challenges and experiences in which they acquire better their learning when they feel and manipulate objects. This way, in search of a form in which the students improve their process of education-learning and acquire of significant way the mathematical concepts, it sets out the idea to work with concrete materials, some of which are manipulated by the children daily, being these important ones for them when arises new challenges and mathematical conceptions face.

In this work of investigation it is wanted that the students solve problems of the daily life where homogenous fractions take part, to obtain that three objectives was proposed: to use the definition of sum of homogenous fractions in the resolution of problems; to use concrete material like marbles, wool, covers of soda, among others to represent and to solve problems that involve homogenous fractions; to formulate problems use of the daily language from situations where homogenous fractions become jumbled. In order to reach these objectives the methodology used was the investigation of classroom, in which the study of qualitative cases, it is so is handled to be able to realise a detailed analysis of the used strategies, it was took a group from five students. For the analysis of this investigation certain categories set out in which it was done a triangulation between the ideas from teacher, the propose text information diverse about the subject and the information provided by the students in agreement with the developed guides; where it will be analyzed if by means of the use of the concrete material and the daily language the students improve the process of abstraction and application of mathematical ideas and concepts to diverse situations problem.

---

* Degree Project.

** College of Science, School of Mathematics, Bachelor's Degree in Mathematics.
Director: Carolina Mejía Moreno, Master in Mathematics.

"El centro de la investigación
y del desarrollo es el profesor:
Sólo el profesor puede cambiar el profesor"
Stenhouse (1987, p.155)

INTRODUCCIÓN

Este proyecto de investigación surge a partir de la experiencia vivida en el Servicio Social Educativo y Trabajo de Grado I[1], realizada en el colegio Liceo Patria Quinta Brigada con un grupo de tercero. En esta experiencia trabajé con los estudiantes el tema de fracciones y en las actividades realizadas se pudo notar que los estudiantes realizaban muy bien los ejercicios en los cuales se hacían cálculos aritméticos y aquellos en los cuales debían representar una fracción o escribir la fracción que representa cierta figura, pero en las situaciones problemáticas se les dificultaba llegar a su solución debido a que no leían atentamente el enunciado por el afán de contestar los ejercicios rápidamente o porque como ellos mismos decían: *"no sé", "no entiendo", "¿qué tengo que hacer?"*, razón por la cual se lleva a cabo este proyecto de investigación.

Aportes como los de Thornton, me llevaron a comprobar la importancia de trabajar con situaciones problemáticas debido a que:

> *"… el proceso de resolver problemas surge como una parte central de nuestra vida cotidiana. Comprender la resolución de problemas es arrojar una luz no sólo sobre la naturaleza de la inteligencia humana como un todo, sino sobre el núcleo mismo de la imaginación humana".* (Thornton. 1998, p. 16)

Se ha observado que los alumnos por su afán de resolver un problema no leen atentamente el enunciado o, plantean cálculos que no se relaciona con el enunciado o,

[1] Materia de la carrera Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, para la cual se realiza una práctica docente aproximadamente durante cuatro meses.

simplemente aunque sepan los conceptos tal vez no saben aplicarlos a ciertas situaciones.

Los docentes no sólo deben tener en cuenta el mejoramiento de la enseñanza, también deben observar cómo el alumno se va desenvolviendo en su proceso de aprendizaje; ya que el alumno no es sólo un receptor de información sino que es un ente activo, intelectual, con capacidades, motivación, actitudes, entre otras, las cuales deben ser analizadas por el docente para que así se logre el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En busca de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje se han venido ideando y a la vez investigando ciertos métodos de enseñanza que faciliten el aprendizaje, dentro de los cuales está el uso del material concreto, el estudio de esta herramienta es muy importante en los primeros grados de primaria, debido a que la mayor parte de los contenidos matemáticos se empiezan a trabajar con actividades en las que es necesario usar material concreto. La forma en que los alumnos utilizan este material determina, en gran medida, la posibilidad de comprender el contenido que se trabaja. Si bien es importante que en un primer momento se les permita a los alumnos manipular los materiales para que se familiaricen con ellos, es necesario plantear situaciones problemáticas en las que el uso del material tenga sentido.

Se quiere que los alumnos sientan más agrado por las matemáticas, asimilen los conceptos y mejoren en su proceso de aprendizaje. Además, se quiere que los alumnos complementen su aprendizaje memorístico al que están acostumbrados con otro medio con el cual logren obtener un aprendizaje significativo; dicho medio es la resolución de problemas usando material concreto. Por tal motivo, se decidió presentar este trabajo titulado: **“El aprendizaje significativo: resolución de problemas con fracciones homogéneas en cuarto grado”.**

Tal vez, una de las causas por las cuales los alumnos no aprenden matemáticas, se debe a que ellos se acostumbran a adquirir el conocimiento de manera memorística y no lo interiorizan ni lo relacionan de manera sustancial con otros conceptos que ya poseen en su estructura cognitiva. Ya que se han mencionado los tipos de aprendizaje: el aprendizaje memorístico o repetitivo y el aprendizaje significativo, recordemos en que consiste cada uno.

El aprendizaje memorístico o repetitivo es aquel con el cual los alumnos memorizan conceptos arbitrariamente, sin importar cuanto significado potencial tengan los conceptos o temas por aprender, ya que la intención del alumno es memorizar, tanto el aprendizaje como los resultados serán mecánicos y carentes de significados. Así por ejemplo, una de las razones por las cuales los alumnos son propensos al aprendizaje repetitivo consiste en que:

> *"Por un nivel generalmente elevado de ansiedad, o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado (que reflejan, a su vez, escasa aptitud o enseñanza deficiente), carecen de confianza en sus capacidades para aprender significativamente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentren ninguna otra alternativa que el pánico".* (Ausubel, Novak y Hanesian. 1993, p. 48-49)

Por el contrario, el aprendizaje significativo es aquel con el cual los alumnos interiorizan y relacionan sustancialmente y no arbitrariamente, el nuevo concepto con otros ya existentes en su estructura cognoscitiva. Es así, que Ausubel expresa la esencia del aprendizaje significativo de la siguiente manera:

> *"La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe".* (Ausubel, Novak y Hanesian. 1993, p. 48)

Ahora, ¿por qué usar material concreto en la resolución de problemas con fracciones homogéneas para alcanzar el aprendizaje significativo? Aunque son varias las razones por las cuales se usa material concreto (en este trabajo se llama material concreto a objetos tales como maras, tapas de gaseosa, lana, entre otros), en la educación básica primaria es adecuado usar material manipulativo cuando se introduce un nuevo tema o conceptos, ya que por medio de éste se espera que los estudiantes adquieran un aprendizaje de manera más significativa.

Mientras que unos investigadores están de acuerdo con el uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas, otros no lo están debido a ciertos aspectos acerca de la enseñanza y al compromiso de los estudiantes. Claro está, que el solo uso del material concreto no es suficiente para garantizar la apropiación del conocimiento matemático, también se debe observar el entorno instruccional total para entender la efectividad del uso del material concreto.

Por otra parte, de acuerdo con el nuevo enfoque de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, los niños deben participar de las decisiones en el aula de clase, deben expresar sus puntos de vista, poner en común y confrontar sus formas de acercamiento y sus soluciones. Más que enseñarles a los estudiantes a resolver problemas se trata de enseñarles a pensar matemáticamente, es decir, a que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas a diversas situaciones y en este sentido, los propios problemas serán las "herramientas" que lo llevarán a eso.

Bien es cierto, que es necesario interiorizar determinados contenidos del área de matemáticas para hacer frente a la resolución de problemas matemáticos, pero también intervienen en el proceso aspectos internos como el esfuerzo y la concentración, el gusto por aceptar retos, la tranquilidad para afrontarlos, el interés, la creatividad, entre otros; así como los propios procesos de investigación y analizar los datos del enunciado o pensar en posibles vías de resolución, los cuales desarrollan un papel importante y ayudan a resolver con éxito la tarea.

Los estudiantes deben tener una formación suficiente para desenvolverse en la realización de las tareas diarias, para esto una parte importante de los saberes y destrezas necesarias para que eso ocurra provienen del estudio del lenguaje y la matemática. La primera, el lenguaje, es imprescindible para comprender las informaciones que nos llegan expresadas por escrito o de forma oral y, fundamental, para expresar nuestros sentimientos o ideas en distintos contextos de la vida diaria. Para la segunda, la matemática, el dominio de ésta es determinante para enfrentarse con éxito a muchas situaciones cotidianas.

Para este trabajo de investigación se establecieron los siguientes objetivos:

Objetivo general:

- Resolver problemas de la vida diaria donde intervienen fracciones homogéneas usando la suma de fracciones homogéneas con la ayuda material concreto como tapas de gaseosa, maras, lana, entre otros.

Objetivos específicos:

- Usar la definición de suma de fracciones homogéneas en la resolución de problemas.
- Utilizar material concreto como maras, lana, tapas de gaseosa, entre otros, para representar y resolver problemas que involucran fracciones homogéneas.
- Formular problemas haciendo uso del lenguaje cotidiano a partir de situaciones donde se involucran fracciones homogéneas.

Así mismo, el relato de esta investigación se llevará a cabo en cuatro capítulos principales los cuales son descritos a continuación:

En el primer capítulo: **“PARTICIPANTES DE LA EXPERIENCIA”**, se presentará la institución donde se realizó la investigación y se hará una breve reseña histórica de ésta, además se presentarán los participantes de la investigación.

En el segundo capítulo: **“¿CÓMO SE REALIZA LA EXPERIENCIA?”**, se indicará la metodología general utilizada en la investigación, indicando como se llevó a cabo y se señalará el desarrollo de todo el proceso de la misma.

En el tercer capítulo: **“TEMAS ACERCA DE LA EXPERIENCIA”**, se presentarán los trabajos realizados por otros autores referentes al tema de investigación. Además, se dará a conocer un poco de teoría acerca de los temas de la investigación como: las fracciones, la resolución de problemas, y el aprendizaje significativo.

En el cuarto capítulo: **“RELATANDO LA EXPERIENCIA”**, se contará la experiencia vivida durante las actividades en el aula de clase y se analizarán los datos recolectados de las mismas por medio de tres categorías, las cuales son: recordando fracciones homogéneas, usando material concreto y la definición de suma de fracciones homogéneas en la resolución de problemas y, formulando problemas y soluciones.

Finalmente, se presentará el capítulo **“CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES”**, en el cual se dar a conocer algunos resultados surgidos de esta investigación, y se darán a conocer algunas sugerencias para tener en cuenta en trabajos posteriores.

"Se aprende más sobre las personas
jugando con ellas una hora,
que conversando todo un año"
Platón, citado por Duque (2003, p.86)

1. PARTICIPANTES DE LA EXPERIENCIA

Este trabajo de investigación se realizó en el Colegio Liceo Patria Quinta Brigada en la ciudad de Bucaramanga (Santander), el cual se encuentra ubicado en la carrera 33 No. 18 – 53 en el barrio San Alonso. Actualmente, en el Liceo Patria Quinta Brigada el 35% del los estudiantes son hijos de padres militares y el 65% de los estudiantes son hijos de padres civiles.

El Liceo Patria fue fundado el 15 de abril de 1967 por el General Álvaro Valencia Tovar, en dependencias del Batallón Ricaurte Quinta Brigada con el nombre de Quinta Brigada, con un total de 62 estudiantes en los grados primero y segundo de primaria. En el año de 1970 el General Álvaro Camacho Leiva, inauguró y trasladó a los estudiantes a la planta actual que en la época constaba de 7 aulas, distribuidas en dos bloques; adoptando los estatutos orgánicos de los Liceos Patria del país con las reformas necesarias de acuerdo a las políticas internas de la Quinta Brigada, cambiando el nombre por: LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA.

En el 2003 se inicia la implementación de la educación Básica Secundaria con dos grupos de grado sexto. A finales de 2005 por gestiones de directivas del liceo, Asopatria (Asociación de padres de familia del Liceo Patria) y el apoyo de los padres de familia se iniciaron las obras tendientes a construir dos nuevas aulas de clase, ya para el 2006 se hace la proclamación de la primera promoción de Educación Básica Secundaria.

En el año 2007 se inicia la implementación de la Educación media Vocacional con dos grupos de grado décimo y para el 2008 se espera la primera promoción de Educación media Vocacional. En octubre de 2007 fue reformado la misión, la visión y el perfil liceísta del PEI del colegio, ya que el que se tenía estaba en funcionamiento desde el año 1975, el cual quedó así:

Misión de la institución: El Liceo Patria Quinta Brigada es una institución oficial de educación formal con énfasis en ciencias naturales que forma integralmente ciudadanos competentes comprometidos con el cambio social, cultural, económico, ambiental y político enmarcado en un mundo global como agente dinamizador de la sociedad.

Visión de la institución: Alcanzar la excelencia educativa logrando un ciudadano líder, holístico, competente, respetuoso de las diferencias individuales, capaz de integrarse eficientemente al sector productivo.

Perfil liceísta:

- Persona con gran sentido de pertenencia.
- Líder proactivo para la solución de problemas del entorno.
- Comprometidos con su formación integral y proyecto de vida basado en los valores humanos.
- Conoce, analiza e interioriza las normas.
- Participa en la construcción de actitudes de convivencia basados en el respeto a las diferencias individuales.

Los verdaderos protagonistas de este trabajo son cuatro estudiantes del grado cuarto tres, (4 - 3), de la jornada de la tarde de esta institución.

Dando inicio a las actividades hice una prueba diagnóstica con los treinta y siete estudiantes del curso, con el fin de seleccionar los cinco estudiantes que conformarían el grupo de investigación. Cabe resaltar que todos los estudiantes del curso tuvieron la oportunidad de realizar las actividades planteadas, pero el análisis del presente trabajo se realizará con cuatro estudiantes, ya que el quinto estudiante escogido para el análisis no pudo participar de todas las actividades debido a que viajó con sus padres.

Es así que los cuatro estudiantes fueron escogidos teniendo en cuenta:

- Disponibilidad para trabajar en clase, mostrando agrado por las actividades planteadas.
- El desarrollo de la actividad: prueba diagnóstica, con la cual escogí algunos estudiantes que tuvieron buen desempeño en la actividad y otros cuyo desempeño no fuera el mejor.

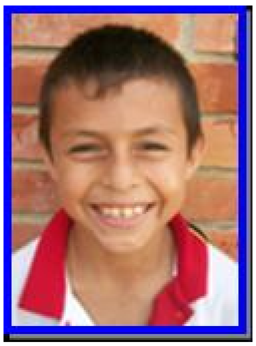
Es así que con estos cuatro estudiantes se lleva a cabo el análisis posterior del trabajo:

José Luis Amado Vanegas

- Edad: 10 años
- Pasivo
- Creativo
- Responsable

Silvia Fernanda Peña Meneses

- Edad: 9 años
- Colaboradora
- Divertida
- Cariñosa



Daniel Caleb Hernández Jurado

- Edad: 9 años
- Solidario
- Alegre
- Compañerísta

Michelle Valentina Churia Rueda

- Edad: 9 años
- Emotiva
- Ingeniosa
- Amable

Otros factores individuales de cada uno de los cuatro estudiantes, también influyeron en la elección del grupo de trabajo; estos se presentan a continuación con la descripción de cada estudiante, buscando acercar un poco más al lector a la personalidad que cada uno mostró a través de la experiencia. Es importante mencionar que cada una de las aficiones que se muestran de los estudiantes, fueron conocidas a través de conversaciones que se tuvieron, en las cuales los estudiantes comentaban si les gustaban o no las matemáticas, el por qué de sus respuestas, sus aficiones por la materia, y aspectos generales como el nombre de sus padres.

José Luis Amado Vanegas: le gusta la matemática y dice: *"las matemáticas me ayudan a desarrollar la mente y a analizar las diferentes situaciones que me plantean"*. En el tiempo libre le gusta jugar con sus amigos y mirar televisión. En el momento de realizar las tareas en casa prefiere hacer primero las de matemáticas, segundo la de sociales y después las otras. Su deporte favorito es la competencia de clavados. Sus padres son: Abdi Amado y Ana Vanegas.

Silvia Fernanda Peña Meneses: le gusta la matemática y dice: *"me gusta las matemáticas, pero sobretodo los problemas, porque me ayudan a agilizar la mente"*. En el tiempo libre le gusta leer y aprender inglés. Su deporte favorito es el patinaje. Su madre es Sonia Meneses.

Daniel Caleb Hernández Jurado: le gusta la matemática y argumenta: *"las matemáticas me ayudan a reforzar y desarrollar la mente"*. En el tiempo libre le gusta jugar con su hermano y montar en bicicleta. Su deporte favorito es el fútbol y el baloncesto. Sus padres son: Samuel Hernández y Alba Jurado.

Michelle Valentina Churia Rueda: le gusta la matemática y afirma: *"las matemáticas las aprendemos y trabajamos durante toda la vida"*. En el tiempo libre le gusta ver televisión, leer y jugar con sus amigas. Su deporte favorito es el atletismo. Sus padres son: Omar Churia y Yolanda Rueda.

"Algo he aprendido en mi larga vida:
que toda nuestra ciencia,
contrastada con la realidad,
es primitiva y pueril;
y sin embargo,
es lo más valioso que tenemos"
Albert Einstein

2. ¿CÓMO SE REALIZÓ LA EXPERIENCIA?

El método de investigación empleado para el desarrollo de este trabajo es la investigación de aula, en la cual se maneja el estudio cualitativo de casos. La investigación en el aula es fundamental para mejorar tanto la formación personal de los maestros que la aplican y sus prácticas curriculares en el aula, como para que el alumno, el cual es concebido como un investigador de lo que aprende, construya su aprendizaje de forma personal. Es así, que el maestro investigador pone en funcionamiento su conocimiento previo y sus experiencias, y lo emplea para explorar y analizar determinados procesos hasta que los comprende y les encuentra sentido. De esta forma se suceden nuevos procesos de reestructuración, construcción conceptual y de desarrollo intelectual. Por otra parte, se recomienda que el maestro favorezca este tipo de aprendizaje y además, actúe como investigador de los acontecimientos en el aula para comprenderlos y encontrarle sentido a cada situación.

Ahora, para potenciar en el maestro sus capacidades investigadoras, se tendría que determinar ciertas actitudes y capacidades durante su formación, Cañal y Porlán lo afirman de la siguiente manera:

> *"Si el futuro maestro no tiene oportunidades de percibir la actividad investigadora de sus profesores,… y si estos profesores no emplean en sus clases la metodología investigativa,… es casi imposible que el alumno llegue a*

> *promover y practicar la investigación cuando acceda al ejercicio profesional,… los alumnos no aprenderán a enseñar exclusivamente a partir de los contenidos que configuran el currículo explícito, sino fundamentalmente de los métodos con que se les haya enseñado (currículo oculto)".* (Madrid. 1998, p. 9)

Blázquez citado en Madrid, D. (1998, p.9) dice que la investigación en el aula tiene una doble vertiente:

- La que se refiere al alumno que aprende investigando y aprende a aprender,
- Y la del profesor que enseña, reflexiona, analiza e investiga sobre la práctica o sobre su propia experiencia (el profesor investigador en el aula).

Por otra parte, el estudio de caso cualitativo según Taylor y Bogdan (1990, p. 19) consiste en: *"La observación detallada de un contexto, de un individuo o de un acontecimiento específico, además produce datos descriptivos ya sean las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable de ésta".*

Por tal razón, el estudio de casos cualitativos se inicia mediante la recolección de datos para ser revisados, posteriormente analizados y luego tomar decisiones acerca de los objetivos del trabajo a realizar.

Además, como lo señala Ray Rist citado en Taylor y Bogdan (1990, p.19-23), la metodología cualitativa consiste en más que un conjunto de técnicas para recoger datos ya que es inductiva y con la cual el investigador trata de comprender a las personas dentro del marco de referencia y aparta sus propia creencias para darle validez a su investigación.

Es así, que este tipo de investigación será utilizada en este trabajo porque de esta manera se analizará qué ocurre con el estudiante, por qué no resuelve de manera significativa problemas con fracciones; para tal fin la investigación se realizará con pocos estudiantes donde se analizará: si por medio del uso del material concreto y el lenguaje cotidiano los estudiantes mejoran el proceso de abstracción y aplicación de ideas matemáticas a diversas situaciones problema.

El desarrollo de este trabajo de investigación lo realicé en los meses comprendidos de Abril a Junio de 2008, y se tomó el siguiente horario de trabajo: los días lunes de 1:40 a 3:30 p.m., ya que este día los estudiantes tenían dos clases de matemáticas seguidas, pero cuando los lunes eran festivos se trabajaban los días miércoles y jueves de 2:45 a 3:30 p.m., con el fin de realizar el trabajo con suficiente tiempo y luego resolverlo entre todos.

Como la resolución de problemas es más difícil para los niños cuando se trabajan situaciones que son ajenas o desconocidas para ellos, en todas las actividades planeadas para este proyecto de investigación traté de plantear situaciones que no fueran ajenas a ellos, donde las situaciones y preguntas no estuvieran fuera de su contexto; así lo afirma Thornton:

> *"… en los niños la resolución de problemas es más difícil, incluso para un adulto, en situaciones que son ajenas y desconocidas para ellos".* (Thornton. 1998, p. 26)

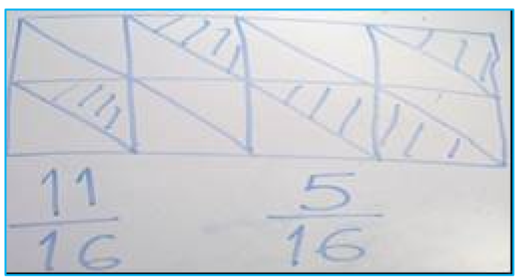
Las guías trabajadas se plantearon en siete actividades, de la siguiente manera:

La primera actividad: **"Prueba Diagnóstica"**, tiene como objetivo recordar a los estudiantes las representaciones fraccionarias, el concepto de fracción y sus partes, (ver anexo I). Esta guía fue realizada el día 21 de Abril de 2008; y consiste de cuatro puntos en los cuales los estudiantes deben representar numéricamente ciertas cantidades de figuras sombreadas y situaciones dadas.

La siguiente clase, después de realizada esta actividad, el día 30 de Abril de 2008, se da inicio resolviendo en el tablero las situaciones planteadas, las cuales fueron resueltas por todos los estudiantes del curso, en especial los estudiantes que fueron seleccionados, con el fin de conocer sus argumentos y razonamientos; además, a ellos mismos les iba preguntando: *¿Qué es una fracción? ¿Cuáles son las partes de una fracción y qué indica cada una de ellas?*

Al terminar de corregir la actividad se retomó una de las figuras con sus respectivas respuestas, de las que se habían hecho en el tablero, y con esto preguntar: *¿qué podemos decir de estas fracciones, qué observamos?* (señalando la figura en el tablero):

Figura 1. Recordando fracciones homogéneas.



Fuente. Autora del proyecto.

Esta pregunta la hice a todo el grupo y tratando de dar respuesta a la pregunta hecha, algunos de los estudiantes respondieron:

- *"El numerador es menor que el denominador."*
- *"El denominador es mayor que el numerador."*
- *"Es una fracción impropia porque el numerador es menor que el denominador."*
- *"La fracción impropia es menor que la unidad."*

Con estas respuestas me pude dar cuenta que los estudiantes sólo miraban una fracción y trataban de describirla o decir acerca de esta, pero se quería que ellos observaran las dos fracciones y llegaran a reconocer que estas fracciones eran homogéneas y que dijeran por qué lo eran, es decir, dar su concepto.

Así que les dije que todas estas respuestas estaban correctas pero que ahora observaran las dos fracciones, y se dio lugar a la siguiente pregunta: – *¿qué observan en las dos fracciones? – “Las dos fracciones tienen igual denominador y como tienen igual denominador se llaman fracciones homogéneas”*-dice un estudiante. Muy bien, eso es correcto las fracciones homogéneas son aquellas que tienen igual denominador. Y – *¿recuerdan cómo podemos compararlas? – “Sí, miramos los numeradores, y el que sea mayor esa es la fracción mayor o el que tenga el numerador menor esa es la fracción menor”*-dice un estudiante. Bien, pero **–** *¿qué pasa con los denominadores?* **–** *“Ah, pues como son iguales se deja igual como está, solo tenemos que mirar los numeradores para poder comparar las fracciones”*-dice este estudiante.

Recordando cómo se hace para comparar fracciones, les pregunté: – *¿qué podemos decir de estas fracciones cuál es mayor o menor?* **–** *“Once dieciseisavos es mayor que cinco dieciseisavos porque como los denominadores son iguales miramos los numeradores y once es mayor que cinco”*-dice un estudiante.

Después de esto, pregunté: **–** *¿cómo hacemos para sumar estas fracciones homogéneas?* – “*Sumamos los numeradores y el denominador como es el mismo queda igual”*-dice un estudiante. Pasando al tablero escribe $\frac{11}{16}+\frac{5}{16}=\frac{11+5}{16}=\frac{16}{16}$. Al tener esta respuesta otro estudiante comenta: – *“la fracción que dio como resultado es la unidad”,* y pregunté: – *¿por qué es la unidad? – “Por que las fracciones que tienen el mismo número arriba y abajo da uno, por eso se llaman unidad”*-dice el estudiante. – *Muy bien, y si lo miramos gráficamente nos damos cuenta que cuando tomamos todas las partes estoy tomando la unidad o toda la figura, que es lo que nos dice el compañero.*

Después de esta explicación les pregunté: – *¿cómo restamos fracciones homogéneas?* – *“Pues igual que la suma sólo que en vez de sumar lo que hacemos es restar”*-

pasando al tablero escribe $\frac{11}{16}-\frac{5}{16}=\frac{11-5}{16}=\frac{6}{16}$. – *Correcto, muy bien*. Después de esto les pedí a los estudiantes que repasaran todo lo que habíamos recordado en clase. Esta aclaración la hice debido a que la mayoría de los estudiantes no se acordaban de estos conceptos.

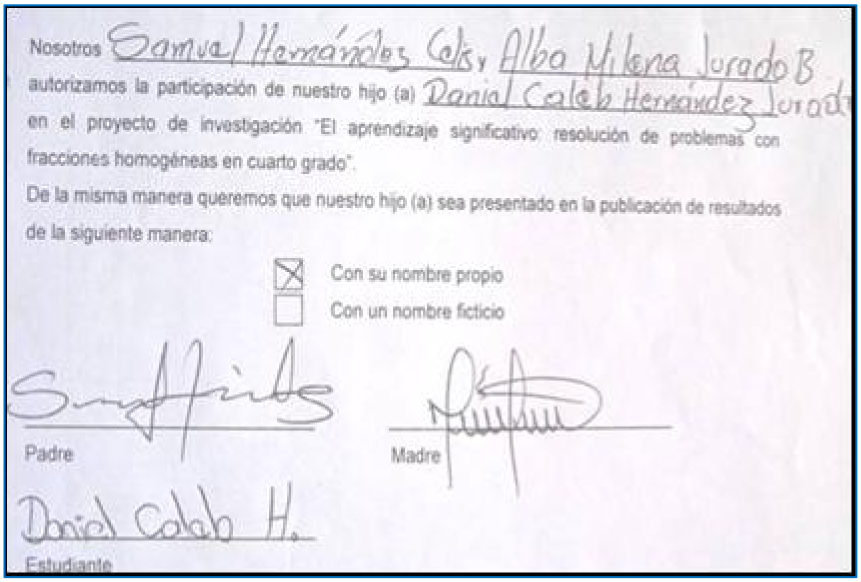
Cabe resaltar la importancia que tuvieron las entrevistas realizadas con los estudiantes durante y después de cada actividad, ya que con estas pude notar las falencias que tenían los estudiantes, así como ir analizando el proceso de aprendizaje que iban adquiriendo. De la siguiente manera lo afirma el Ministerio de Educación Nacional:

> *"En nuestras clases los profesores necesitamos escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen y la que nos hacen, etc., para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, etc., para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas".* (Matemáticas-Lineamientos Curriculares. 1998, p.96)

Por tal razón, después de esta primera actividad pude seleccionar los estudiantes para el trabajo de investigación, y a la vez redacté una carta para cada uno de los padres de familia de cada estudiante, en la cual les informaba detalladamente acerca del trabajo que se estaba llevando a cabo en la institución, además, se adjuntó una autorización la cual debía ser firmada por los padres y el estudiante.

Así por ejemplo, la autorización firmada por Daniel Caleb Hernández y sus padres se puede observar en la siguiente figura:

Figura 2. Autorización de Daniel Caleb Hernández.



Nosotros Samuel Hernández Celis y Alba Milena Jurado B
autorizamos la participación de nuestro hijo (a) Danial Caleb Hernández Jurado
en el proyecto de investigación "El aprendizaje significativo: resolución de problemas con fracciones homogéneas en cuarto grado".
De la misma manera queremos que nuestro hijo (a) sea presentado en la publicación de resultados de la siguiente manera:

- [x] Con su nombre propio
- [ ] Con un nombre ficticio

Padre

Madre

Daniel Caleb H.
Estudiante

Fuente. Autora del proyecto.

La segunda actividad: **"Operadores Fraccionarios"**, tiene como objetivo aplicar los operadores fraccionarios a números o magnitudes para resolver las situaciones dadas, (Ver anexo II). Esta actividad consta de cuatro situaciones, para las cuales cada estudiante utilizará lazo o lana para representar y resolver la primera situación, las demás situaciones las desarrollarán haciendo representaciones gráficas o numéricas.

Con esta actividad pretendo que los estudiantes aprendan a simbolizar los operadores fraccionarios, así por ejemplo "la mitad de un billete de mil pesos" se puede simbolizar así: $\frac{1}{2}$ de (1000), que indica $\frac{1000}{2} = 500$ pesos. De esta manera se puede representar el operador un medio. Con este ejemplo los estudiantes fueron corrigiendo sus respuestas a medida que iban pasando al tablero.

Para las tres actividades siguientes trabajé los tipos de problemas de adición y sustracción según la clasificación, en seis tipos fundamentales, que hace Vergnaud, citado en Chamorro (2003, p.138-143), los cuales son:

Tabla 1: Tipos de problemas de adición y sustracción.

Tipo I	Composición de medidas
Tipo II	Transformación de medidas
Tipo III	Comparación de medidas
Tipo IV	Composición de transformaciones
Tipo V	Transformación sobre estados relativos
Tipo VI	Composición de estados relativos

Fuente. Autora del proyecto.

> *"La expresión "medida" es la que utiliza Vergnaud (1991) para describir los tipos de problemas aditivos. Se trata del resultado de una medición; esto es, un número seguido de la unidad correspondiente a la magnitud, o campo de medidas según su terminología. Así por ejemplo, podemos hablar de 25 metros (longitud), 250 gramos (masa), etc."* (Chamorro. 2003, p.138)

Además, Vergnaud (1990) afirma que los problemas de adición y sustracción no pueden estar aisladamente, ya que las situaciones que componen el concepto de adición y sustracción son las mismas. Después de observar la clasificación que hace Vergnaud, reconocí que el nivel de dificultad de un tipo de problema a otro va aumentando, por tal razón decidí emplearlos en las actividades en orden.

En la siguiente tabla pueden apreciar las tres actividades que se plantearon con sus respectivos tipos de problemas, cabe aclarar que las situaciones que se plantearon en cada actividad se hicieron usando fracciones aunque los tipos de problemas que plantea Vergnaud hacen uso de los enteros, además, estas tres actividades son las correspondientes a los anexos lll, lV y V, respectivamente:

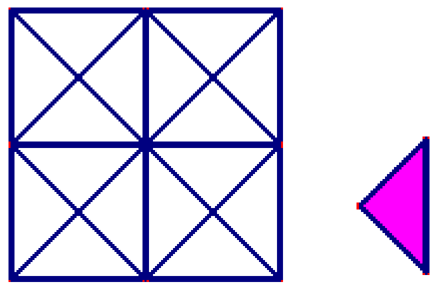
Tabla 2: Distribución de los tipos de problemas de adición y sustracción en las actividades.

Actividad	Tipo de problema
Composición y transformación de medidas.	Tipo I: Composición de medidas. Tipo II: Transformación de medidas.
Comparación y transformación de medidas.	Tipo III: Comparación de medidas. Tipo IV: Composición de transformaciones.
Transformación y composición de estados relativos.	Tipo V: Transformación sobre estados relativos. Tipo VI: Composición de estados relativos.

Fuente. Autora del proyecto.

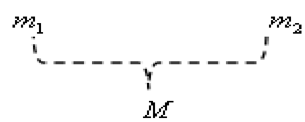
Estas tres actividades tienen como objetivo: usar la definición de suma de fracciones homogéneas y utilizar material concreto para representar y resolver problemas de la vida diaria. A continuación se dará a conocer en que consiste cada tipo de problema con su respectivo ejemplo dado en cada actividad. De la siguiente manera:

La tercera actividad: **"Composición y Transformación de Medidas"**, se planteó con el objetivo de observar cómo los estudiantes resuelven problemas aditivos teniendo en cuenta los dos primeros tipos de problemas según Vergnaud, (ver anexo III). Esta actividad fue realizada el día 15 de Mayo de 2008. Para la cual se plantearon tres situaciones, las cuales se representarán y resolverán haciendo uso de uno de los cuadrados con sus diferentes particiones y la cantidad de triángulos correspondientes, tomando como modelo el material manipulativo que utilizó Miguel Morales (2003, p.138-143), para su trabajo de investigación, aunque sólo se tomó el modelo ya que este se adaptó al contexto de los estudiantes. Para esta actividad se hizo uso del siguiente cuadrado con su respectivo triángulo como material concreto para resolver las situaciones:



Es así, que para esta actividad se usaron los siguientes tipos de problemas:

- **Tipo I: Composición de Medidas.** Son problemas en los que dos medidas se combinan para obtener una tercera.



Para el problema Tipo I, se formula la siguiente situación:

- De Bucaramanga han salido tres buses con diferentes rutas: Pamplona, Barrancabermeja y Rionegro. Los tres buses salieron de Bucaramanga a la misma hora pero hasta el momento han recorrido una parte del trayecto, así que han recorrido hacia Pamplona $\frac{1}{16}$ de su ruta, hacia Barrancabermeja $\frac{5}{16}$ de su ruta y hacia Rionegro $\frac{3}{16}$ de su ruta.

  a) ¿Hasta el momento qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Rionegro?

  b) ¿Hasta el momento qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Barrancabermeja?

En este tipo de problema de adición, se puede trabajar con diferentes medidas, siempre y cuando la composición sea la unión de ellas. Así por ejemplo, en la parte a) de la situación cada medida es la cantidad de ruta que ha recorrido el bus que va hacia Pamplona y el que va hacia Rionegro, y la pregunta lleva a unir estas dos medidas y combinarlas para obtener una tercera, que en esta situación es la cantidad de ruta que han recorrido los buses que van hacia Pamplona y Rionegro.

En la parte b), la medida es la cantidad de ruta que ha recorrido el bus que va hacia Pamplona y el que va hacia Barrancabermeja, y la pregunta lleva a unir estas dos medidas y combinarlas para obtener una tercera, que en esta situación es la cantidad de ruta que han recorrido los buses que van hacia Pamplona y Barrancabermeja.

- **Tipo II: Transformación de Medidas.** En este tipo de problemas no se cambia el campo de medidas. Se produce una modificación en los estados de medidas, pasando de un estado inicial (m_i) a un estado final (m_f) mediante una transformación t.

$$m_i \xrightarrow[t]{} m_f$$

Para el problema Tipo II, se formulan las siguientes situaciones:

- El bus que viajaba hacia Pamplona llevaba $\frac{14}{16}$ de los pasajeros, pero en Berlín se quedaron $\frac{3}{16}$ de los pasajeros. ¿Cuántos pasajeros llegaron al terminal de Pamplona? Explique su respuesta.

Para este tipo de problema de sustracción, se produce una modificación en los estados de las medidas, donde el estado inicial, que es la cantidad de pasajeros que llevaba el bus, pasa a un estado final mediante una transformación, que es la cantidad de pasajeros que se bajaron en Berlín. La pregunta realizada conlleva a tener en cuenta la transformación para llegar al estado final.

- Cristina fue de vacaciones a Pamplona donde su abuela y ha tomado $\frac{15}{16}$ de las fotos de un rollo, pero $\frac{3}{16}$ de las fotos salieron dañadas. ¿Cuántas fotos salieron buenas? Explique su respuesta.

En este tipo de problema de sustracción, se produce una modificación en los estados de las medidas, donde el estado inicial, que son las fotos de un rollo, pasa a un estado final mediante una transformación, que son las fotos que salieron dañadas. La pregunta realizada conlleva a tener en cuenta la transformación para llegar al estado final.

La cuarta actividad: **“Comparación y Transformación de Medidas”**, se planteó con el objetivo de observar cómo los estudiantes resuelven problemas en el tercer y cuarto tipo de problemas según Vergnaud. Para la cual se plantearon cuatro situaciones, la primera situación se representará y resolverá por medio de una chocolatina, la segunda y tercera situación por medio de tiras de cartulina de igual longitud y ancho, aunque con diferentes particiones, y la cuarta situación se resolverá de manera numérica. (Ver anexo IV). Esta actividad fue realizada el día 28 de Mayo de 2008.

Es así que, para esta actividad se usaron los siguientes tipos de problemas:

- **Tipo III: Comparación de Medidas.** Son aquellos en los que se establece una comparación, en términos aditivos o sustractivos, de dos cantidades.

Para el problema Tipo III, se formulan las siguientes situaciones:

- María tiene $\frac{5}{8}$ de chocolatina, pero Cristina tiene $\frac{2}{8}$ de chocolatina más que María. ¿Qué cantidad de chocolatina tiene Cristina? Explique su respuesta.

Este tipo de problema de adición, ya que se puede observar que la comparación de las dos cantidades es positiva y la pregunta conlleva a encontrar la cantidad más grande.

- Paula comió $\frac{8}{12}$ de pan en el desayuno y su hermana Catalina comió $\frac{3}{12}$ de pan menos que Paula. ¿Qué cantidad de pan comió Catalina? Explique su respuesta.

Este tipo de problema de sustracción, ya que se puede observar que la comparación de las dos cantidades es negativa y la pregunta conlleva a encontrar la cantidad más pequeña.

- **Tipo IV: Composición de Transformaciones.** Se trata de los problemas en los que dos transformaciones se compone en una tercera resultante de las otras dos.

Para el problema Tipo IV, se formulan las siguientes situaciones:

- Sofía tiene $\frac{19}{20}$ monedas en una alcancía. Esta mañana sacó $\frac{15}{20}$ de las monedas que tenía y en la tarde su mamá le regaló $\frac{12}{20}$ de monedas. ¿Cuántas monedas tiene ahora Sofía en su alcancía? Explique su respuesta.

En este problema ocurren dos transformaciones, la cantidad de monedas que sacó Sofía y las monedas que le regaló la mamá, las cuales se componen para hallar una tercera que es la que resulta de las dos.

- Pablo, a su abuelo en la finca le ayuda a recoger racimos de uva. Él debe recoger $\frac{33}{35}$ racimos de uva en un día; pero en la mañana recoge $\frac{15}{35}$ de los racimos. ¿Cuántos racimos de uvas le hace falta recoger en la tarde? Explique su respuesta.

En este problema ocurre una transformación, que es la cantidad de racimos de uvas que recoge Pablo en la mañana, y la pregunta apunta a tener en cuenta la transformación para hallar la medida resultante.

En la quinta actividad: **"Transformación y Composición de Estados Relativos"**, se planteó con el objetivo de observar cómo los estudiantes resuelven problemas de adición en los dos últimos tipos de problemas según Vergnaud. Para la cual se plantearon cuatro situaciones donde la primera situación se representará y resolverá por medio de tapas de gaseosa y la tercera por medio de maras, para la segunda y cuarta situación se resolverá por medio de representación gráfica o numérica. (Ver anexo V). Esta actividad fue realizada el día 29 de Mayo de 2008.

Es así que, para esta actividad se usaron los tipos de problemas:

- **Tipo V: Transformación sobre Estados Relativos.** Una transformación actúa sobre un estado relativo para dar lugar a otro estado relativo[2].

[2] Un estado relativo es el resultado de una relación (como por ejemplo: el estado de cuentas entre las maras de dos niños).

Para el problema Tipo V, se formulan las siguientes situaciones:

- Antonio le debía $\frac{3}{10}$ de maras a Juan, pero hoy le dio $\frac{1}{10}$ de las maras. ¿Cuántas maras le queda debiendo? Explique su respuesta.

En este tipo de problema, el estado relativo es la cantidad de maras que Antonio le debía a Juan y la transformación es la cantidad de maras que le dio.

- A don Guillermo ayer en la frutería le quedó $\frac{8}{24}$ bananos y hoy ha comprado $\frac{12}{24}$ bananos. ¿Cuántos bananos tiene hoy para la venta? Explique su respuesta.

En este problema, el estado relativo es la cantidad de bananos que le han quedado el día anterior a don Guillermo, y la transformación es la cantidad de bananos que ha comprado.

- **Tipo VI: Composición de Estados Relativos.** Nos encontramos aquí con dos estados relativos que se pueden componer, no se transforma uno en otro.

Para el problema Tipo VI, se formulan las siguientes situaciones:

- Pablo tiene $\frac{9}{10}$ tapas de gaseosa de diferentes marcas. Le regala $\frac{2}{10}$ de las tapas a Juan y $\frac{3}{10}$ de las tapas a Jaime.

  a) ¿Cuántas tapas le ha regalado a sus amigos?
  b) ¿Cuántas tapas le han quedado?

En este problema, los estados relativos son la cantidad de tapas que Pablo le regala a Juan y la cantidad que le regala a Jaime. La pregunta realizada lleva a pensar en componer los dos estados relativos para crear un nuevo estado relativo, el cual conlleva a averiguar cuántas tapas le quedan a Pablo.

- Luis le debe $\frac{18}{40}$ papeletas del álbum de Dragon Ball Z a Camilo, pero Camilo le debe a él $\frac{10}{40}$ papeletas. ¿Cuántas papeletas le queda debiendo Luis a Camilo?

En este tipo de problema, los estados relativos son la cantidad de papeletas del álbum de Dragon Ball Z que Luis le debe a Camilo y la cantidad que él le debe a Luis. La pregunta da paso para componer estos valores generando así, un nuevo estado relativo que es la cantidad de papeletas que Luis le queda debiendo a Camilo.

Así, con el paso de una actividad a la otra le iba preguntando al estudiante acerca de las fracciones, su concepto, las partes de una fracción, qué indica cada una, y qué son fracciones homogéneas, preguntas con las cuales se observaba el progreso que tenían los estudiantes en su aprendizaje respecto a la resolución de problemas con fracciones homogéneas. Este aspecto es importante dentro del desarrollo del trabajo de investigación y dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, además, así lo afirma el Ministerio de Educación Nacional (1998, p. 95): *"La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas".*

La sexta actividad: **"Ponga en Práctica sus Conocimientos"**, para esta actividad los estudiantes darán a conocer el conocimiento adquirido durante las actividades anteriores (ver anexo VI), esta actividad fue realizada el día 4 de Junio de 2008. Para esto se plantearán tres situaciones en las cuales se les pide a los estudiantes que:

- Dada una solución inventen una situación correspondiente a dicha solución.
- Dada una situación propongan preguntas acerca de la situación.
- Dada una solución escojan el problema para el cual se utiliza esa solución.

➢ Para la primera situación: Dada una solución inventar una situación correspondiente a dicha solución, la cual se plantea así:

- Invente un problema con la siguiente solución:

$$\frac{3}{15}+\frac{8}{15}=\frac{3+8}{15}=\frac{11}{15}$$

Respuesta: El total de los animales que llevaron son $\frac{11}{15}$.

Con esta situación pretendo que los estudiantes busquen un contexto que le dé sentido a la solución de la respuesta y tener en cuenta si es necesario construir el enunciado en el mismo orden de las operaciones dadas.

➢ Para la segunda situación: Dada la situación proponga preguntas acerca del enunciado, la cual se plantea así:

- Haga preguntas teniendo en cuenta el siguiente enunciado:

Alexander y Julián salen cada uno de su casa hacia la casa de la otra. Alexander recorre $\frac{2}{8}$ del camino; mientras que Julián recorre $\frac{1}{8}$ del camino, descansa y luego recorre $\frac{3}{8}$ más del camino.

Con esta situación pretendo que los estudiantes planteen ciertas preguntas de acuerdo a la situación, claro está que los estudiantes pueden proponer tres tipos de preguntas:

- Las preguntas sin respuestas, ya sea porque no hay suficientes datos o porque no tienen que ver con el texto del problema.
- Las preguntas ya respondidas en el texto del enunciado.
- Las preguntas que exigen elaborar un procedimiento de resolución a partir de los datos que aporta el problema.

➢ Para la tercera situación: Dada una solución escoja el problema para el cual se utiliza esa solución. La cual se plantea así:

- ¿En cuál de los siguientes problemas hay que hacer el cálculo para hallar la solución?

$$\frac{11}{16}-\frac{3}{16}=\frac{8}{16}$$

$$\frac{8}{16}-\frac{2}{16}=\frac{6}{16}$$

Respuesta: $\frac{6}{16}$

a) He comprado $\frac{11}{16}$ huevos en la tienda. De camino a la casa me he caído y se me han partido $\frac{3}{16}$ de los huevos, pero en la nevera tenía $\frac{2}{16}$ huevos. ¿Cuántos huevos tengo ahora?

b) Juanito fue a la tienda y compró $\frac{11}{16}$ bolitas de chocolate, pero su hermano le regaló $\frac{3}{16}$ bolitas de chocolate, y su tía le dio $\frac{2}{16}$ bolitas de chocolate. ¿Cuántas bolitas de chocolate tiene ahora Juanito?

c) Cristian tiene $\frac{11}{16}$ maras, en la mañana jugó con su amigo Daniel y perdió $\frac{3}{16}$ maras y en la tarde jugó con su amigo Andrés y perdió $\frac{2}{16}$ maras. ¿Con cuántas maras quedó Cristian?

Con esta situación pretendo que los estudiantes observen si los datos que están en el cálculo u operación tienen sus correspondientes en cada uno de los problemas dados y que traten de resolver las situaciones para que sepan cual es el enunciado que corresponde al cálculo planteado.

En la séptima actividad: **"La Receta"**, como actividad final se trabajará por grupos una receta que es una ensalada de frutas. Esta actividad fue realizada el día 9 de Junio de 2008. Con esto pretendo que los estudiantes manipulen algunos alimentos y sigan viviendo en la práctica el tema de fracciones. Además, observar si los estudiantes comprendieron y emplearon las estrategias en la resolución de problemas donde intervienen fracciones mediante la manipulación de material concreto y el uso de lenguaje cotidiano, (ver anexo VII).

Finalmente, recolectados todos los datos y registrados con sus fechas respectivas en el diario de campo, se procede a realizar el análisis de los mismos y con estos surgieron tres categorías, que se presentarán más adelante con sus respectivos análisis, para después redactar el texto correspondiente a la investigación desarrollada.

"La enseñanza es el arte que
facilita a los que aprenden,
de una forma accesible,
la comprensión de la naturaleza
de lo que ha de ser aprendido"
Stenhouse (1987, p.149)

3. TEMAS ACERCA DE LA EXPERIENCIA

Para este trabajo de investigación tuve en cuenta algunos temas, que fueron escritos en cuatro secciones, así en la primera sección, antecedentes, encontramos algunos trabajos o monografías donde los autores basan su trabajo en el uso del lenguaje cotidiano, las fracciones, la manipulación de material concreto, entre otros. La segunda sección, los números fraccionarios, encontramos algo de historia y las diversas significaciones que tienen las fracciones en la enseñanza de las matemáticas. En la tercera sección, resolución de problemas, encontramos la importancia de trabajar la resolución de problemas desde la Educación Primaria y algunos aportes e investigaciones hechas por algunos autores. Por último en la cuarta sección, el aprendizaje significativo, encontramos la importancia de tener en el aula de clase un buen proceso de enseñanza-aprendizaje, y la importancia de distinguir los diferentes tipos de aprendizajes.

3.1. ANTECEDENTES

Para este proyecto de investigación dentro de los antecedentes revisados se va a hacer referencia a algunos autores que han trabajado en torno a la Educación Matemática, las fracciones, la manipulación de material concreto, el uso del lenguaje cotidiano y el aprendizaje significativo.

De estos autores resaltan las monografías de Especialización en Educación Matemática que involucran varios aspectos que se van a tratar en el proyecto; es así que acerca del uso del material concreto y las fracciones se tiene la monografía de Rey, L., el cual tiene como objetivo realizar una experiencia didáctica para el aprendizaje de fraccionarios en el grado sexto en el Colegio de Santander de Bucaramanga. En esta monografía se trabaja únicamente con fraccionarios positivos y en él se utilizaron como recursos didácticos: guías individuales, una esfera y un cubo en plastilina subdividido en cuarenta fichas plásticas de colores para construir el concepto de fraccionarios como partidores; fichas individuales de trabajo, cintas plásticas y pitas no elásticas de una vara de magnitud para inducir a los estudiantes a estructurar el concepto de fraccionario como medidor; y monedas de cinco pesos y un juego de carreras sobre fraccionarios para manejar las equivalencias.

También se tiene la monografía de Corredor, E., la cual es una experiencia de aula cuyo objetivo es contribuir al desarrollo de la comprensión del concepto fracciones equivalentes y la adición de racionales en alumnos de séptimo grado. El autor empleó talleres, tabletas de madera, dominó de fracciones equivalentes y otros materiales para el desarrollo de las actividades.

Además, se tiene la monografía de Carrillo, R., donde se explora y se analiza el diseño de juegos matemáticos por parte del estudiante dentro de su proceso de aprendizaje de fracciones equivalentes, buscando alcanzar el aprendizaje significativo en dicho tema. Los juegos los hacen los estudiantes los cuales se elaborarán en varias fases, en el paso de uno a otro se corrigen las concepciones erróneas que muestren los estudiantes.

Dentro del aprendizaje significativo se tiene la monografía de Prada, G., donde el autor propone el juego fraccimundo como herramienta didáctica que permite apoyar procesos en las operaciones con números fraccionarios. El juego sirve para comprender la fracción como parte de un todo, determinar las relaciones, de orden entre dos fraccionarios, entender fracciones equivalentes mediante superposición de áreas, asimilar la unidad en forma de fracción, y resolver situaciones problemáticas donde se realizan las operaciones con números fraccionarios.

Acerca de la enseñanza de los números fraccionarios se tiene la monografía de Merchán, G., esta investigación está basada en la reflexión que la maestra hace sobre su propia práctica pedagógica con relación a cómo ha venido enseñando los números fraccionarios y las dificultades que presentan los estudiantes, cuyo objetivo es identificar las principales dificultades que presentan los educandos de séptimo grado en el manejo de los números fraccionarios. La autora emplea talleres donde se trabaja en equipo, se elabora material concreto, se implementan situaciones del contexto y se elaboran discos.

Además, en Internet encontramos trabajos acerca de la resolución de problemas así como por ejemplo el trabajo realizado por Ibarra, A., donde el autor indaga la experiencia que tienen los profesores mexicanos sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática en educación primaria mediante un cuestionario realizado a 69 profesores.

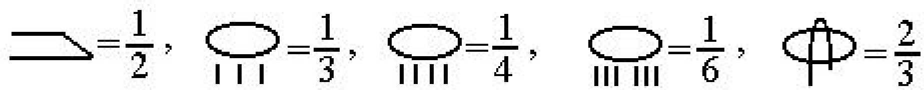
También se tiene el trabajo realizado por Morales, M., cuyo objeto es la utilización de recursos procedentes del entorno, en este caso unas estructuras portuarias llamadas pescantes, existentes en las costas de las Islas Canarias con los cuales se pueden trabajar la mayoría de los contenidos correspondientes al estudio de las fracciones.

Es importante seguir trabajando la resolución de problemas porque aunque éste es considerado el eje de la enseñanza de las matemáticas y es muy citado en los libros guías o textos escolares de los estudiantes tanto por los especialistas en didáctica como por expertos matemáticos; en la práctica, la enseñanza no logra concretar estrategias que permitan aprender este contenido de manera significativa.

3.2. LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS

Para los estudiantes en cuarto grado no es nuevo el tema de los números fraccionarios, ya que expresiones relacionadas con estos números son comunes desde sus primeras palabras o frases; aunque es hasta el grado tercero dentro del contenido de las matemáticas, donde los estudiantes llegan a saber qué es una fracción, como se escribe, cuáles son los diferentes tipos de fracciones, las operaciones entre fracciones y demás.

Claro que si damos una mirada hacia atrás podemos encontrar que el ser humano trabajaba con fracciones desde el año 1650 a.C., según se puede encontrar en documentos hallados que datan de esa época. Debido a esto se considera que fueron los egipcios quienes usaron por primera vez las fracciones, pero sólo aquellas de la forma $\frac{1}{n}$ donde $n = 2,3,4,...$ ó las que pueden obtenerse como combinación de ellas, por ejemplo: $\frac{2}{3}$ Su notación era la siguiente[3]:



Cualquier parte de la unidad la expresaban como suma de fracciones de este tipo.

[3] Encontrado en: http://www.unabvirtual.edu.co/related/atees/colombia/documentos/atees_juan/nacional_mat/Racionales/concepto.html

Desde este punto de partida y a través del tiempo varios investigadores en matemáticas siguieron trabajando los números fraccionarios, no solo su representación numérica sino también su concepto desde diferentes puntos de vista.

Es así, que hacia el año 1976, en búsqueda de una mejor enseñanza - aprendizaje en la educación de los niños, el Ministerio de Educación no sólo buscó mejorar la capacitación de los profesores, el cambio del currículo escolar y la disponibilidad de medios didácticos sino que también buscó ampliar los programas y otros aspectos del currículo, donde se tengan en cuenta factores que influyen en el aprendizaje de las fracciones. Dentro de estos cambios surge la enseñanza de las fracciones en Primaria, de la siguiente manera lo afirma Chamorro:

> *"Un momento importante en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación primaria se presenta con la introducción de las fracciones, decimales y la razón. El inicio del trabajo con las fracciones en primaria es la introducción a un nuevo "mundo matemático" para los alumnos que les va a llevar al desarrollo de una manera de pensar sobre las comparaciones relativas que se concretan en las situaciones de proporcionalidad al final de la Educación Primaria y al inicio de la Educación Secundaria".* (Chamorro. 2003, p. 188)

Razón por la cual, la enseñanza de los números fraccionarios es una de las tareas más difíciles para los maestros en Educación Primaria, debido a la poca conceptualización de los números fraccionarios que se enseña en la práctica escolar.

Queriendo mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje de los números fraccionarios y dar a conocer las diversas interpretaciones del concepto; Kieren en 1981, citado en: Silva (1996, p. 10-11), modifica la clasificación de los números racionales en cuatro subconstructos[4]: relación parte - todo y medición, razón, cociente y operador.

[4] Se usa en vez de interpretación, debido a la consideración de la fracción como un constructo teórico que se puede construir a partir de nociones llamadas subconstructos.

Es así que, los docentes deben conocer las diversas interpretaciones del concepto de fracción y desarrollar en sus clases una secuencia en la enseñanza de los fraccionarios para que los estudiantes conozcan cada uno de los diferentes contextos que hacen significativa la noción de fracción y adquieran así una amplia noción del significado de fracción.

A partir del surgimiento de la nueva ciencia llamada Educación Matemática, nace una gran variedad de estudios relacionados con el aprendizaje de los números fraccionarios. Uno de los estudios más recientes lo hace en Colombia Vasco, C., quien presenta un estudio de los fraccionarios desde la óptica de los sistemas, y dice:

> *"Si el sistema matemático que queremos estudiar es el de los fraccionarios, no debemos pensar que la tarea del maestro es la de transmitir al alumno el manejo de los símbolos que llamamos "fracciones", o el de los que llamamos "decimales". Esto vendrá después. Nuestra tarea es más bien la de explorar los distintos sistemas concretos con los que los alumnos ya tienen alguna familiaridad, y a partir de ellos facilitarles la construcción de los conceptos respectivos, y en particular el que creemos más importante: el de operador o transformador fraccionario".* (Vasco. 1994, p. 24)

Con esto se quiere construir en la Educación Primaria, para los grados de tercero, cuarto y quinto el concepto de los fraccionarios como operadores o transformadores agrandadores o achicadores y los medidores de longitudes, peso o masa, volumen, área, etc., y tal vez los partidores, no de objetos sino de unidades de diferentes magnitudes. Mientras que para la Educación Secundaria, se quiere construir un sistema conceptual único de los fraccionarios a partir de los diferentes sistemas conceptuales para comprender los sistemas simbólicos: el de las fracciones, los de los decimales y porcentuales.

Así, el maestro de sexto y séptimo grado parte del conocimiento que tengan los alumnos de estos sistemas, Vasco lo compara con un archipiélago, en el que algunas islas están aisladas de las otras pero que se puede llegar. Es así que Vasco, llama a los fraccionarios el “archipiélago fraccionario”, el cual tiene al menos cinco islas. Las islas de los fraccionarios se podrían llamar: operadores, partidores, medidores, razones y cocientes.

Los autores de los programas de matemáticas de la Renovación Curricular han escogido como isla principal la de los operadores o transformadores fraccionarios (agrandadores o achicadores). Pero la mayoría de los libros creen que la única isla es la de los fraccionarios como partidores de objetos, donde se parte el objeto en un número de partes iguales y se toman tantas partes. Así por ejemplo, cuando se habla de partir por la mitad una cuerda, la confusión se debe a que partir por la mitad un objeto es una acción física y no matemática, y en general se hace suponiendo que hay una cierta magnitud que se reparte equitativamente pero no se tiene claro cuál es esa magnitud. Así, lo que se achica a la mitad no es el objeto, en este caso la cuerda, sino la magnitud que esta tenga.

Entonces se podría hacer la construcción de los fraccionarios desde ese sistema concreto, aunque lo importante es tener en cuenta que los partidores fraccionarios no operan sobre los objetos sino sobre las magnitudes. Es por esto, que la isla de los partidores se puede prestar a dificultades semánticas que la pueden convertir en una trampa para que los alumnos se queden aquí y no puedan pasar a otras islas. En cambio, desde la isla de los achicadores y agrandadores los puentes hacia la comprensión de los partidores sobre la magnitud designada implícitamente pueden construirse con mucha naturalidad.

Es así, que tenemos al menos cinco islas del archipiélago fraccionario, podríamos llamarlas las islas de los fraccionarios como:

Operadores – Partidores – Medidores – Razones – Cocientes.

Los fraccionarios se pueden enseñar teniendo en cuenta las cinco interpretaciones las cuales son: parte – todo, medida, reparto o cociente, operador y razón, y se definen de la siguiente manera:

- **La fracción como parte – todo:** el todo o unidad en la forma de objeto continuo[5] o un conjunto discreto[6] es dividido en partes iguales. Además, la fracción parte – todo implica procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y el todo y obliga a escoger la magnitud con la que se va a trabajar.

- **La fracción como medida:** la medición es muy importante para conceptualizar las fracciones, de ellas se derivan cuando lo que se mide no es múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada, otra manera es cuando comparamos dos medidas porque surge como razón. Cualquier sistema de medida tiene una unidad patrón (metros, litros, kilogramos, entre otros), la cual se materializa en un patrón de medida. La unidad de medida es convencional y abstracta, el patrón de medida es concreto y debe ser estándar.

- **La fracción como un cociente o reparto:** un número de objetos necesita ser repartidos equitativamente.

  "El cociente indicado permite interpretar la fracción $\frac{a}{b}$ como el cociente entre dos cantidades a y b, esta es quizás la interpretación más común para las fracciones. El nombre de cociente indicado expresa que la división no se realiza a través de un algoritmo convencional, sino que la fracción es el cociente. Si la fracción es el resultado de una división de repartición o partición, entonces la fracción es una cantidad o un parámetro". (Lozada. 2007, p. 13)

---

[5] Un objeto continuo es cualquier figura geométrica que se divide en varias porciones de igual tamaño.
[6] Un conjunto discreto es cualquier conjunto de figuras o dibujos de igual tamaño.

Las fracciones en situaciones de reparto, más que memorizar los términos de una fracción y saber distinguirlos, es necesario que los estudiantes le den un significado al numerador y al denominador.

- **La fracción como una razón:** indica una comparación entre dos magnitudes.

- **La fracción como un operador:** la fracción actúa como una operación matemática doble que divide y multiplica, es decir, el numerador multiplica y el denominador divide. La fracción es una relación multiplicativa resultado del proceso de medición. La relación de divisibilidad genera "ser parte de" al ser parte de una unidad y aplicar sobre ella una sucesión de multiplicaciones y divisiones o viceversa. Esto favorece las interpretaciones de fracciones unitarias y permite superar la limitación partición y conteo.

Cabe resaltar que en este trabajo de investigación sólo se trabajó con fracciones homogéneas, para las cuales se tuvo en cuenta el concepto que da Samper (2003, p. 199), de la siguiente manera: *"Las fracciones homogéneas: son aquellas que tienen el mismo denominador".*

3.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas es la actividad más complicada e importante que se plantea en matemáticas, es por esto, que el alumno al aprender matemáticas tiene la posibilidad de aplicar sus conocimientos fuera del ambiente escolar, donde toma decisiones y se adapta a nuevas situaciones. Así lo afirma el Ministerio de Educación Nacional para lo cual dice:

> *"El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas".* (Matemáticas-Lineamientos Curriculares. 1998, p. 41)

Aunque con frecuencia los problemas de aplicación son dejados para trabajarlos al final de un tema, unidad o programa escolar, en la mayoría de los casos se omiten por falta de tiempo para terminar el programa curricular; esto muestra que tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas de manera descontextualizada para después aplicar sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto.

- Por otra parte, Miguel de Guzmán citado en Ministerio de Educación Nacional (1998, p. 41-42), plantea que la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje, y toma los contenidos matemáticos cuyo valor no se debe dejar a un lado.

Por tanto, la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. Razón por la cual,

> *"En diversas propuestas curriculares recientemente se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá pernearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidas".* (Matemáticas-Lineamientos Curriculares. 1998, p. 74)

Debido al reconocimiento que se le ha dado a la resolución de problemas en el desarrollo y en el aprendizaje de las matemáticas, han originado algunas propuestas sobre su enseñanza entre las cuales se tienen las investigaciones de George Polya, él afirma que:

> *"… resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados".* (Matemáticas-Lineamientos Curriculares. 1998, p.75)

Los matemáticos reconocen que las estrategias de pensamiento heurístico realizadas por Polya en la resolución de problemas resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante, aunque algunas de sus actividades son utilizadas por ellos mismos para resolver problemas.

Pero, con el paso del tiempo diversas investigaciones en Educación Matemática y psicología, han dado a conocer la importancia que tienen algunos factores como la lectura del enunciado, la representación de la situación, entre otras, a la hora de resolver un problema.

3.4. EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Para mejorar la enseñanza en el aula de clase, no es necesario tan sólo tener una adecuada teoría del aprendizaje, ya que para que se logre un buen proceso de enseñanza - aprendizaje es indispensable tener presente dos etapas: la enseñanza y el aprendizaje, las cuales no se deben descuidar ya que su funcionamiento en equipo nos llevará a que este proceso ocurra con éxito.

Así mismo desde el punto de vista de desarrollo del aprendizaje en el aula de clase, ninguna teoría es más importante que la necesidad de distinguir con claridad los diferentes tipos de aprendizaje; la forma de diferenciar estos aprendizajes consiste en formular dos grandes distinciones que los seleccionen a todos, como lo dice Ausubel:

> *"…la primera distinción es la de aprendizaje por recepción y por descubrimiento y la otra, entre aprendizajes mecánico o por repetición y significativo".* (Ausubel, Novak y Hanesian. 1993, p.34)

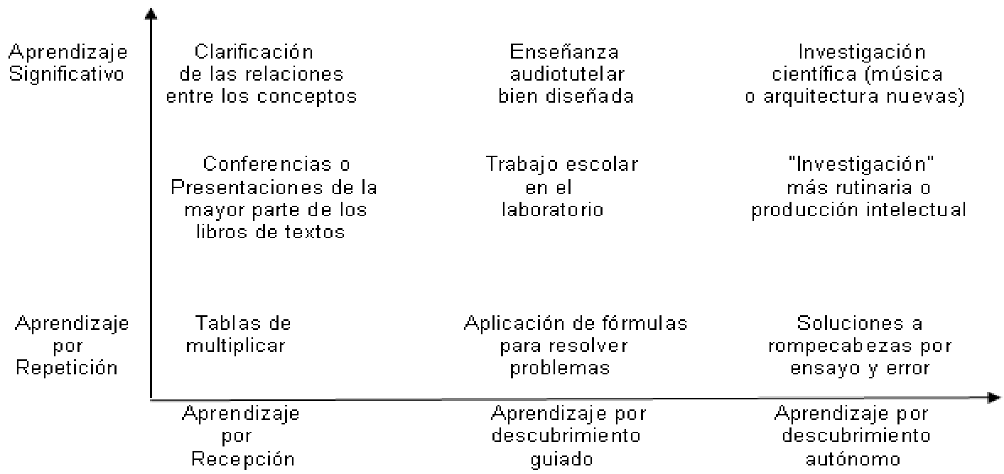
A continuación mencionamos algunos tipos de aprendizajes que se emplearan en el presente trabajo para explicar como aprenden los estudiantes.

El aprendizaje por descubrimiento es aquel por medio del cual el alumno adquiere el conocimiento descubriéndolo; es decir, el alumno descubre el contenido antes de interiorizarlo en su estructura cognitiva. Además, el aprendizaje por descubrimiento también se puede adquirir por repetición o de manera significativa.

En el aprendizaje por descubrimiento repetitivo, ya sea de formación de conceptos o de solución de problemas, el alumno descubre lo que va a ser aprendido antes de interiorizarlo en su estructura cognitiva; mientras que en el aprendizaje por descubrimiento significativo, el alumno debe reorganizar la información, integrarla con la existente en su estructura cognitiva y, finalmente transformarla en una nueva, haciéndola significativa.

En la siguiente figura en forma de diagrama, Ausubel y otros, relacionan estos tipos de aprendizaje y dan un ejemplo:

Figura 3. Los aprendizajes por recepción y por descubrimiento.



Fuente. Ausubel, Novak y Hanesian. 1993, p. 35.

Para adquirir un aprendizaje significativo es necesario tener en cuenta las siguientes condiciones:

- Presentarle al alumno un material que sea potencialmente significativo; es decir, que en sí esté relacionado de forma sustancial con cualquier estructura cognitiva del alumno; o sea, que tenga un significado lógico; ya que la estructura cognoscitiva del alumno contiene ideas de afianzamiento relevantes con las que el nuevo material puede tener relación.

- El alumno debe tener una actitud positiva frente al aprendizaje significativo.

Teniendo en cuenta lo anterior, para este trabajo de investigación se hace uso del aprendizaje significativo porque por medio de este los estudiantes adquieren de manera significativa los conceptos enseñados.

Hacer matemáticas implica que uno
se ocupe de problemas, pero a veces
se olvida que resolver un problema
no es más que parte del trabajo,
encontrar buenas preguntas es tan importante
como encontrarles soluciones.
LINEAMIENTOS CURRICULARES (1998, p.29)

4. RELATANDO LA EXPERIENCIA

Después de realizar las actividades en el aula de clase y recoger toda la información se procede a analizarla por medio de cuatro categorías, para tal fin se revisaron las guías desarrolladas por los estudiantes seleccionados, los datos recolectados en el diario de campo y las observaciones realizadas en el aula de clase durante el desarrollo de las actividades.

Dichas categorías surgen de la necesidad de reunir toda la información a través de una triangulación entre las ideas del docente, la información propuesta en diversos textos acerca del tema y la información proporcionada por los estudiantes de acuerdo a las guías desarrolladas.

Las categorías son:

- **Recordando acerca de fracciones homogéneas.**
  Se pretende dar a conocer el estado en que el estudiante se encuentra antes de empezar a trabajar con las fracciones homogéneas, para esto el estudiante recuerda qué son fracciones, cuál es su representación, cuáles son sus partes, etc.

- **Resolviendo problemas cotidianos.**

  Doy a conocer el desempeño de los estudiantes en el desarrollo de las guías en la que se emplearon los diferentes tipos de resolución de problemas, para las cuales usan diversos tipos de materiales concretos y la definición de suma de fracciones homogéneas como ayuda para la resolución de problemas.

- **Formulando problemas y soluciones.**

  Doy a conocer como los estudiantes plantean situaciones, dan respuestas, y proponen preguntas a diversas situaciones mediante el uso de las fracciones homogéneas, y mostraré la evolución que tuvieron los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

4.1. RECORDANDO ACERCA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS

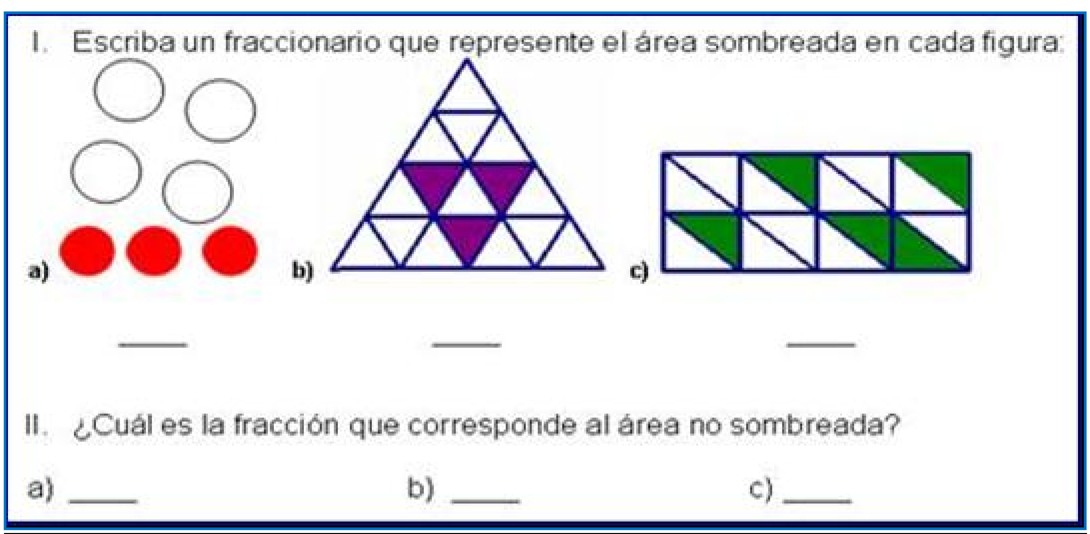
Días antes de empezar el trabajo de investigación con los estudiantes, y después de haber hablado con la profesora Flor Elba[7] acerca del trabajo de grado, ella me presentó ante los estudiantes y les comentó acerca de las actividades y del trabajo que iba a realizar. La mayoría de los estudiantes ya me conocían porque habíamos trabajado en tercero las fracciones. Los estudiantes se sorprendieron porque el tema de fracciones según el libro de matemáticas las trabajan después de vacaciones de mitad de año, pero les aclaré que lo que íbamos a hacer era una especie de refuerzo sobre resolución de problemas pero solo con fracciones homogéneas, ya que las fracciones heterogéneas las iban a ver después con más tiempo. Cabe aclarar que los estudiantes en tercer grado se les enseñan las fracciones homogéneas y una pequeña noción de fracciones heterogéneas, ya que es en cuarto grado que se les enseñan las fracciones heterogéneas.

[7] Profesora del grado cuarto del Colegio Liceo Patria Quinta Brigada y tutora de las actividades.

De las cinco interpretaciones que se mencionaron en la página 37, sólo cuatro trabajaron los estudiantes en las actividades planteadas, dichas interpretaciones son: medida, parte–todo, reparto o cociente y operador. Como ejemplo a estas interpretaciones se pueden observar en las actividades “Prueba Diagnóstica” y “Operadores Fraccionarios”, además se podrá observar el uso de magnitudes continuas y discretas. Cabe resaltar que con el desarrollo de la actividad “Prueba Diagnóstica” fueron seleccionados los cuatro estudiantes para el análisis del presente trabajo, y por tanto sólo se mencionaran las respuestas y comentarios hechos por ellos, aunque la actividad fue realizada y corregida por todos los estudiantes del curso.

La fracción como medida es la relación entre la parte y el todo, donde el todo puede ser una magnitud continua o discreta. Esta interpretación de número racional implica situaciones de medida y por tanto, consideran un todo dividido en partes, también, indica la relación entre la parte y el todo.

Así por ejemplo, en el primer punto de la actividad **“Prueba Diagnóstica”**, se le pidió a los estudiantes que usaran fracciones para nombrar partes de un conjunto, este punto consiste en:


I. Escriba un fraccionario que represente el área sombreada en cada figura:

a) ____ b) ____ c) ____

II. ¿Cuál es la fracción que corresponde al área no sombreada?

a) ____ b) ____ c) ____

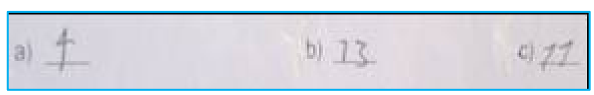
Como ejemplo de magnitud discreta se tiene el inciso a) de la primera parte, y como ejemplo de magnitud continua se tienen los incisos b) y c). En las respuestas de estos incisos pude observar que la mayoría de los estudiantes no se acordaban, cómo representar el área sombreada y no sombreada de cada figura, debido a que mientras unos escribían estas áreas con números enteros, otros se confundían al escribir las fracciones, ya que en el numerador escribían la cantidad sombreada y en el denominador la cantidad no sombreada.

Un ejemplo del caso en el cual las representaciones de las áreas las escribían con números enteros y no con fracciones como se indicaba, es el de José Luis, ya que él tanto para la primera parte como para la segunda parte, escribe la cantidad del área sombreada y del área no sombreada de cada figura, pero lo hace con números enteros más no con números fraccionarios como lo indica el enunciado, de la siguiente manera:

Figura 4: Respuesta situación 1, "Prueba Diagnóstica" de José Luis.

Primera parte:

Segunda parte:

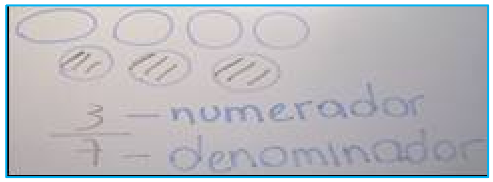


Fuente. Autora del proyecto.

Queriendo que los estudiantes adquieran seguridad para hacer preguntas, para explicar lo que piensa, para opinar, para argumentar y resolver problemas o dudas, la actividad fue corregida por los estudiantes en el tablero, y se les daba la oportunidad a todos de expresar sus dudas y argumentos.

De acuerdo con lo anterior, al observar estas respuestas le pregunté a José Luis: –¿recuerda qué son fracciones? –*"No sé, es que no me acuerdo"*-dice él. Y otra estudiante, Silvia dice: *–"las fracciones son divisiones, que tienen dos partes: el numerador y el denominador".* Así al responder el primer punto Silvia hace lo siguiente:

Figura 5: Corrección, inciso a) primera parte situación 1, "Prueba Diagnóstica" por Silvia.



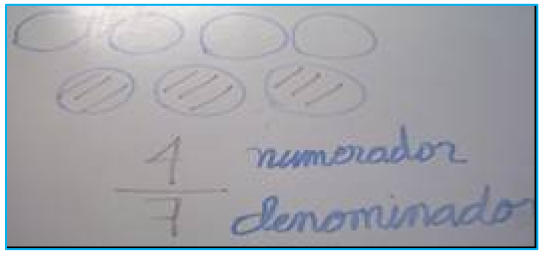
Fuente. Autora del proyecto.

Para lo cual explica diciendo: *–"el numerador me indica las partes que tomo de la unidad y el denominador me indica las partes en que se divide la unidad".* Pregunté: *–¿qué quiere decir con unidad o qué es unidad*?, *–"la unidad es la que yo divido". –Sí, pero ¿qué es lo que se va dividir?*, *–"ah, una figura o un conjunto como las bolitas". –Bien*.

Ahora, al retomar la respuesta que dio José Luis, le pregunté si había entendido la explicación que había hecho Silvia, y él responde con un poco de duda que sí. Entonces para confirmar esta respuesta, le pedí que escribiera la fracción que representa el área no sombreada de esta misma figura y dice: *"¿cómo era?, el número de la parte no sombreada es 4 pero ¿dónde lo escribo, arriba o debajo de la raya?".*

Tratando que fueran los estudiantes quienes dieran esos conceptos le di la oportunidad a Michelle para que nos recordara nuevamente, y dijo: *–"el número de arriba de una fracción se llama numerador y me indica las partes que tomo de la unidad, y el de abajo se llama denominador este indica las partes en que divido la unidad".* De esta manera José Luis dice: *–"ah, arriba escribo 4 que son las partes que tomo y abajo 7 que son las partes que tiene el conjunto de bolitas".* Esto lo podemos observar con la siguiente figura:

Figura 6: Corrección, inciso a) segunda parte situación 1, “Prueba Diagnóstica” por José Luis.



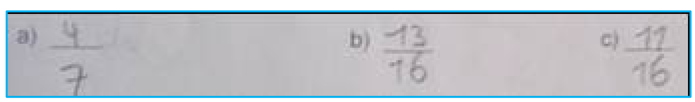
Fuente. Autora del proyecto.

Con las respuestas y explicaciones que dio Silvia a estas preguntas, me pude dar cuenta que ella recordaba muy bien el concepto de fracción, aunque no sólo eso, también sabe identificar las partes de una fracción y qué significa, también sabe representar ciertas figuras por medio de las fracciones; ya que lo podemos comprobar, observando sus respuestas en el primer punto de esta actividad:

Figura 7: Respuesta situación 1, “Prueba Diagnóstica” de Silvia.

Primera parte:

Segunda parte:



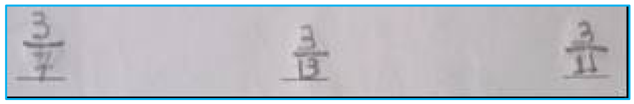
Fuente. Autora del proyecto.

Un ejemplo en el cual los estudiantes se confundían al escribir la fracción que representaba el área indicada, es el caso de Daniel. Dicha confusión se presentaba debido a que los estudiantes en el numerador escribían la parte sombreada y en el denominador escribían la parte no sombreada de cada figura.

En este punto, Daniel en el inciso a) de la primera parte respondió correctamente la fracción que representaba el área sombreada, pero las respuestas de los siguientes incisos fueron erróneas, ya que escribió mal la fracción, mientras que en la segunda parte escribió la representación del área no sombreada con números entero más no con fraccionarios. Con estas respuestas pienso que el estudiante no recuerda con precisión cada concepto y por tal razón tiende a confundirse y equivocarse. Así lo podemos apreciar en la siguiente figura:

Figura 8: Respuesta del primer punto, “Prueba Diagnóstica” de Daniel.

Primera parte:

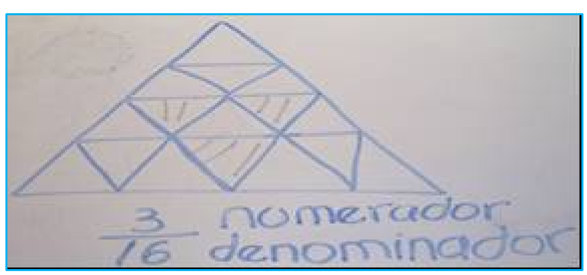


Segunda parte:

Fuente. Autora del proyecto.

Para saber qué estaba pasando con los conocimientos adquiridos por Daniel le pedí que pasara al tablero a resolver el inciso b) de la primera parte. Pero antes de esto le pregunté: – *¿por qué había escrito estas respuestas?*, *–“es que no me acordaba de las fracciones, no sabía que número iba arriba ni cual iba abajo”. –Bueno, y con el repaso que ya se hizo ¿pudo recordar lo olvidado? –“sí, ahora si me acuerdo”. –Entonces, con seguridad puede escribir correctamente la fracción que representa el área sombreada de la figura*. Daniel hace lo siguiente:

Figura 9: Corrección, inciso b) primera parte situación 1, “Prueba Diagnóstica” por Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

Mientras Daniel escribía la fracción que representaba el área sombreada de la figura, decía: *"arriba escribo el numerador: 3, que son las partes coloreadas y abajo escribo el denominador: 16, que son las partes en que está dividido el triángulo, o sea, la figura".*

Finalmente, puedo concluir que los estudiantes tanto en el manejo de las magnitudes discretas como en el de las magnitudes continuas relacionan correctamente la parte y el todo, también recuerdan los conceptos de fracción, numerador y denominador.

En esta actividad no sólo se plantearon situaciones con representaciones gráficas construidas, sino que se plantearon también situaciones en las cuales los estudiantes tenían la oportunidad de aprender las ventajas y limitaciones de las diferentes formas de representación, además se debe tener en cuenta que los estudiantes pueden interpretarlas y darles significado, para finalmente dar solución a las situaciones planteadas. Por tanto, Chamorro afirma que:

> *"Una precaución hay que tener en estos momentos, las representaciones no deben se enseñadas como un fin en sí mismo, sino como instrumentos para generar la competencia matemática (construir comprensión y comunicar información, por ejemplo)".* (Chamorro. 2003, p. 204)

Debido a esto, si las representaciones son empleadas como instrumentos para desarrollar la comprensión y la comunicación, los estudiantes deben usarlas para un fin, como por ejemplo para resolver problemas.

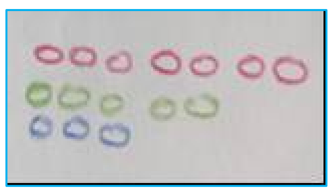
Por otro lado, la fracción como parte–todo implica procesos de medición en los cuales se puede establecer la parte y el todo, además obliga a escoger la magnitud con la cual se va a trabajar, debido a que el todo ya sea continuo o discreto es divido en partes iguales. Como ejemplo a lo anterior, se puede observar con las respuestas dadas por los estudiantes en el tercer punto de esta misma actividad, el cual consiste en:

> Susana tiene 7 botones rojos, 3 botones azules y 5 botones verdes. ¿Qué fracción representa el número de botones azules? Haga representaciones.

En este punto, los estudiantes deben representar los datos de la situación por medio de un gráfico y escribir la fracción que lo representa. En las repuestas dadas por los estudiantes se observa que todos usaron la magnitud discreta para representar los datos del enunciado, aunque algunos no escribieron la fracción que representaba dicha cantidad.

Así por ejemplo, Michelle en este punto de la actividad sólo hace las representaciones de los botones y los hace con el color y la cantidad correspondiente a la enunciada en el texto, pero no llega a ninguna conclusión numérica o con palabras, así:

Figura 10: Respuesta situación 3, “Prueba Diagnóstica” de Michelle.



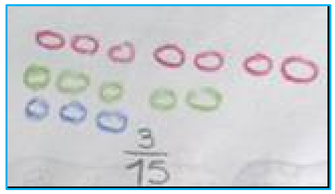
Fuente. Autora del proyecto.

Al pedirle que explicará lo que había hecho, dice: *“yo dibujé los botones pero no sabía como escribir la fracción que representaba los botones azules”.* Ante esta situación tuve en cuenta lo que dice Chamorro (2003, p. 194): *“... se debería animar a los estudiantes a que realizaran dibujos de las acciones y simbolizaran las diferentes partes”.*

Es importante pedirle a los estudiantes que junto a las representaciones gráficas escriban también las representaciones numéricas, en este caso fracciones, por tal razón, después de esta respuesta le dije a Michelle: *–ahora que recuerda como escribir la fracción que lo representa y tiene los botones dibujados podría decir o escribir*

¿cuántos son? –“Sí, son tres quinceavos” -dice Michelle mientras escribe la fracción en la hoja al lado de los botones azules:

Figura 11: Corrección situación 3, “Prueba Diagnóstica” de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

Cuando le pregunté por qué tres quinceavos, ella argumenta: *“tres porque son tres botones azules y quince porque son quince botones en total”.*

Otro ejemplo con magnitud discreta es el cuarto punto de esta actividad, el cual consiste en:

Catorce de los treinta estudiantes de cuarto tienen el pelo castaño.
¿Qué parte del grupo de estudiantes tienen el pelo castaño? Haga representaciones.

Con la respuesta que dieron los estudiantes a esta situación, pude observar que algunos estudiantes emplearon la magnitud discreta para representar los datos del enunciado, y otros emplearon la magnitud continua. Al usar la magnitud discreta la mayoría de los estudiantes no alcanzaron a dibujar todos los treinta niños y por tanto, no dieron respuesta a la pregunta planteada.

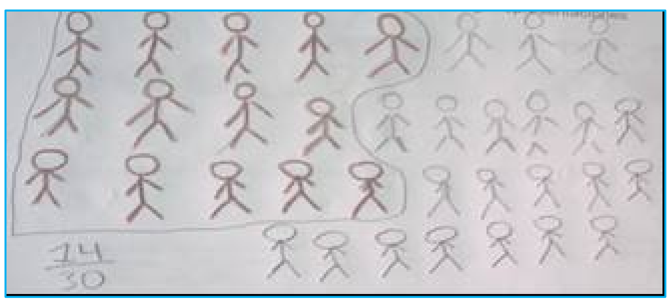
Un ejemplo de esto es el caso de Daniel, quien al hacer la gráfica sólo hizo un poco más de la mitad del total de los treinta estudiantes. Lo siguiente fue lo que alcanzó a hacer Daniel:

Figura 12: Respuesta situación 4, "Prueba Diagnóstica" de Daniel.

Fuente. Autora del proyecto.

De todas formas cuando le pregunté: *¿por qué no escribió la respuesta?*, dice: *"es que no alcancé a dibujar todos los estudiantes porque no me alcanzó el tiempo y ya tenía que entregar la hoja".* Al dar esta respuesta le dije que lo terminara y me contara como lo había hecho. El gráfico terminado quedó así:

Figura 13: Corrección situación 4, "Prueba Diagnóstica" por Daniel.

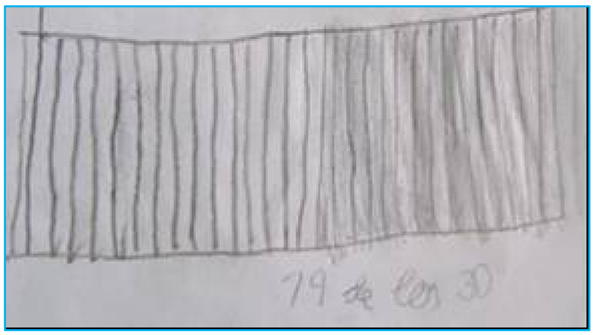


Fuente. Autora del proyecto.

Daniel terminó de dibujar los estudiantes y con esto pude observar que él coloreó de marrón los catorce estudiantes que tenían el cabello castaño, los encerró y la fracción $\frac{14}{30}$ la dio como respuesta. Al pedirle que explicara el procedimiento que había hecho él dijo: *"primero terminé de dibujar los treinta niños y después coloree de marrón catorce que son los que tienen el pelo castaño, y como son catorce los que tienen el pelo castaño y el total son treinta entonces la fracción que lo representa es catorce treintavos".* Con esta respuesta me doy cuenta que Daniel relaciona muy bien la parte y el todo.

Mientras que en esta situación, José Luis empleó la magnitud continua, por medio de un rectángulo, él hizo tantas particiones como niños indica la situación. Además, escribe la cantidad de niños que tienen el pelo castaño, aunque no lo hace con la fracción que lo representa, lo hace escribiendo una de las formas como podemos decir una fracción, en este caso catorce de treinta. Esto lo podemos observar en el siguiente gráfico:

Figura 14: Respuesta situación 4, “Prueba Diagnóstica” de José Luis.



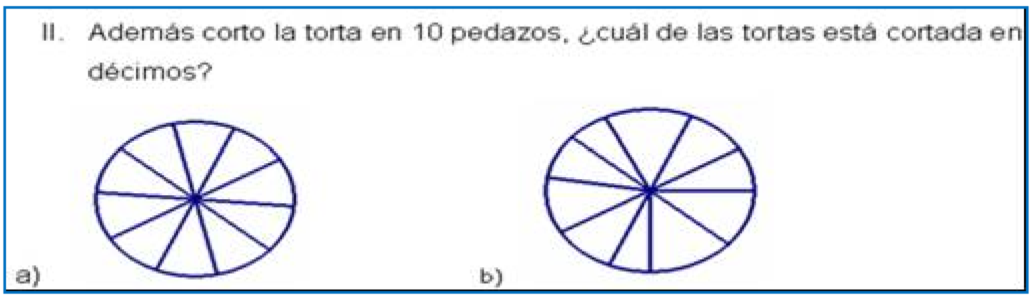
Fuente. Autora del proyecto.

Aunque José Luis trató de escoger la figura para representar los datos del enunciado y se esforzó por que las particiones le quedaran de igual tamaño no tuvo gran éxito, ya que las magnitudes continuas se deben hacer con la ayuda de una regla para que sus particiones queden de igual medida. Cabe resaltar que José Luis no utilizó la regla, pero hizo un gran esfuerzo. Me parece importante enfatizar en que los estudiantes antes de realizar representaciones deben preguntarse: ¿cuál es la medida adecuada?, también es importante tener presente que se debe tener habilidad para realizar estos tipos de gráficos, es decir, habilidad para dividir figuras geométricas de tal manera que sus particiones queden de igual medida.

Finalmente, puedo concluir que los estudiantes hicieron muy bien sus representaciones, mostrando que tenían claro que las particiones tanto de las magnitudes continuas como de las discretas deben quedar divididas en partes iguales.

Por otro lado, la fracción como reparto es vista como un cociente, es decir, como el resultado de dividir en situaciones de reparto. Lo importante de esta interpretación es el proceso que hacen los estudiantes al hacer el reparto, ya sea en magnitudes continuas o discretas.

Un ejemplo de esta situación se presenta en la solución de la segunda parte del segundo punto de esta actividad, el cual consiste en:



En esta situación aunque está implícita la fracción como reparto, los estudiantes saben y tienen claro que las partes en que se divide la unidad son de igual tamaño o medida.

Por tal razón, todos los estudiantes al momento de responder la pregunta respondieron que la torta del inciso a) esta cortada en décimos porque los pedazos son iguales. Silvia en esta situación responde lo siguiente:

Figura 15: Respuesta segunda parte situación 2, “Prueba Diagnóstica” de Silvia.

Fuente. Autora del proyecto.

Al preguntarle por su respuesta, ella dice: *“es que me preguntan cuál está cortada en décimos entonces mirando las figuras vemos que la primera está cortada en décimos porque tiene las partes iguales”.*

Finalmente, puedo concluir que los estudiantes saben que la unidad, ya sea continua o discreta debe estar dividida en partes iguales, también, que se puede dividir de diferentes maneras.

Cabe resaltar que con el desarrollo de esta actividad seleccioné los cuatro estudiantes, donde Silvia sobresale ante Michelle, José Luis y Daniel por su buen desempeño en la actividad mientras que los otros tres estudiantes no tuvieron buen desempeño, también tuve en cuenta el agrado y la disponibilidad de cada uno para trabajar en clase.

El manejo de los operadores fraccionarios es usado por los estudiantes tanto dentro como fuera de la escuela, así como actividades donde los involucran, siendo estas importantes para la adquisición de los conceptos matemáticos. Bien es sabido, que la mayoría de los estudiantes se han involucrado en situaciones tales como: “gástese la mitad del billete”, “cómase un cuarto del bizcocho”, “cómpreme dos cuartos de queso”,… situaciones que son el punto de inicio para la enseñanza de la fracción como operador.

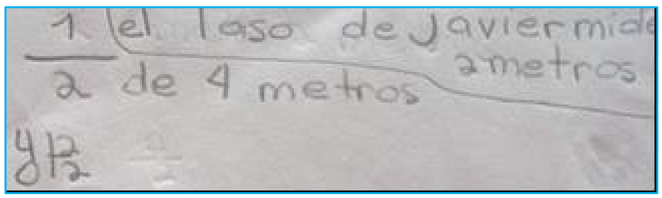
Los estudiantes de esta edad deben tener presente a qué le están aplicando un operador fraccionario, debido a que los operadores fraccionarios se aplican a cantidades o magnitudes de masa, peso, volumen, longitud, área, etc.

Es así que, en la actividad **“Operadores Fraccionarios”** se plantearon cuatro situaciones, dos de las cuales se realizaron tanto con material concreto como de forma numérica. Así por ejemplo, se tiene el primer punto de esta actividad:

Javier quiere jugar con un lazo que mide 4 metros, pero lo parte por la mitad porque es muy largo y no le sirve. ¿Cuánto mide ahora el lazo de Javier? Explique su respuesta.

Para darle solución a esta actividad le pedí a los estudiantes que llevaran material concreto, como: cinta, cabuya, lana o pita que tuviera de longitud cuatro metros. Pude observar que todos respondieron satisfactoriamente a la pregunta planteada, así por ejemplo, Michelle llevó lana, después de desenvolverla unió las puntas y dijo: *“como la lana mide cuatro metros y al partirla por la mitad me da cuatro, porque la mitad de cuatro es dos entonces queda midiendo dos metros”.* Después de esto intenta escribir su razonamiento de la siguiente manera:

Figura 16: Respuesta situación 1, “Operadores Fraccionarios” de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

Después de su explicación ella escribe numéricamente las cantidades que se mencionaban en el texto, y dice: *“la mitad de cuatro metros”,* y se escribe en su hoja: *“$\frac{1}{2}$ de 4 metros”*, aclarando que la mitad se escribe simbólicamente un medio. Finalmente, para dar su respuesta dice: *“como son cuatro entonces divido cuatro en dos y me da dos”;* con este razonamiento no sólo me doy cuenta que Michelle maneja los operadores fraccionarios, sino que también, aplica el concepto de numerador y denominador para operar la fracción con el entero dado.

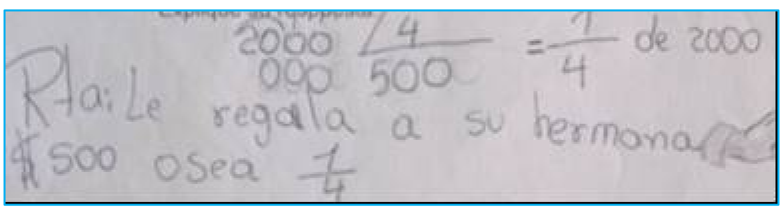
Después de resuelta esta pregunta, les dije a los estudiantes: – *¿la mitad a qué se le aplica: al lazo o lana o a la longitud del lazo?* –José Luis interviene diciendo: *“a la longitud del lazo porque al lazo no se puede”.* Con estas respuestas puedo concluir que los estudiantes en este caso entendían muy bien que el operador se le aplica a longitud más no al material concreto o al objeto con el cual estén manipulando.

Otro ejemplo para resolver situaciones con el uso de material concreto, es el segundo punto de esta actividad, el cual consiste en:

Camilo tiene un billete de $2000 y quiere regalarle la cuarta parte del valor a su hermana Catalina. ¿Qué cantidad de dinero le regala a su hermana? Explique su respuesta.

Para resolver esta situación llevé un billete de dos mil pesos, y les dije: –*supongan que este es el billete que le dieron a Camilo. Ahora, ¿qué significa la cuarta parte?* Todos responden: *–“la cuarta parte significa dividir por cuatro”. –Muy bien, y entonces Camilo debe partir el billete en cuatro partes y darle una a la hermana.* Ante esta afirmación todos responden en coro: *–“noooo”, –entonces ¿qué debe hacer Camilo?* Responden todos a la vez, pero se le dio la oportunidad a Silvia para responder y dijo: *–“dividir dos mil entre cuatro que da quinientos y después descambiar el billete y darle los quinientos pesos que le corresponden”.* Silvia escribió lo siguiente en su hoja:

Figura 17: Respuesta situación 2, “Operadores Fraccionarios” de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Ante esta situación puedo concluir que los estudiantes tienen en cuenta que el operador un cuarto, en este caso, se le está aplicando a la magnitud que es dos mil pesos y no al billete. Ya que lo que nos interesa es sacarle la cuarta parte a la magnitud o número del billete más no al billete u objeto.

Aunque en el lenguaje usual parece que los operadores fraccionarios se aplicaran a los objetos mismos, debemos tener presente que estos se aplican sólo a las diferentes magnitudes que empleamos en las diversas situaciones que manejamos a diario.

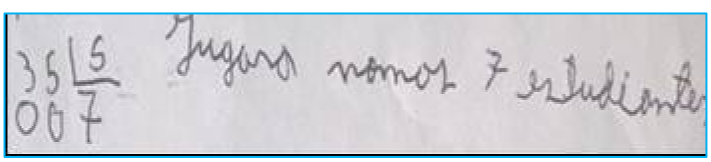
Las otras dos situaciones de esta actividad se resolvieron sin hacer uso de material concreto, pero son situaciones en las cuales los estudiantes se ven involucrados en la vida diaria, además los estudiantes podían hacer uso de representaciones gráficas. Estas situaciones fueron planteadas de tal manera que el resultado final fuera un número entero.

Mirando los resultados de la tercera y cuarta situación puede observar que la mayoría de los estudiantes saben que un medio indica dividir entre dos cierta cantidad, un tercio significa dividir cierta cantidad entre tres, un cuarto significa dividir entre cuarto cierta cantidad, y así sucesivamente, pero no saben qué hacer cuando el numerador es un número diferente de uno. Así por ejemplo, José Luis en el tercer punto el cual consiste en:

El grado cuarto tiene 35 estudiantes, entre los niños y las niñas del grado cuarto solo jugarán fútbol $\frac{2}{5}$ de ellos. ¿Cuántos estudiantes jugarán fútbol? Explique su respuesta.

Responde: *"jugarán no más 7 estudiantes",* para la cual toma 35 (que es el total de estudiantes) y lo divide entre 5 dándole 7, de ahí responde que siete son los estudiantes que jugarán fútbol. Esto se puede observar en el siguiente gráfico:

Figura 18: Respuesta situación 3, "Operadores Fraccionarios" de José Luis.

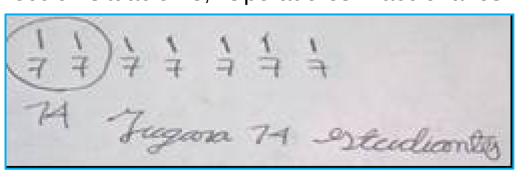


Fuente. Autora del proyecto.

Al pedirle que explicara esta respuesta, él dice: –*“yo cogí 35 que son los estudiantes y lo dividí entre 5 que es el denominador de la fracción y me dio 7”. – ¿Por qué divide entre cinco? –“Porque el denominador de la fracción es 5 y esto significa que se divide entre 5 la unidad de la fracción, o sea 35”*-dice José Luis.

*–Bien, y entonces ¿qué se hace con el numerador de la fracción? –“*No se como *hacerlo”*-dice José Luis. –*Pero recuerda ¿qué indica el numerador? –“Sí, es la parte que tomo de la unidad”*-responde él*. –Correcto, pero ahora, ¿qué entiende con la división que hizo? –“¿Qué tengo 5 grupitos de 7 estudiantes?”*-responde con duda. *–Exactamente, eso es correcto*. *–Entonces, con lo que me acaba de decir y lo que entiende acerca del numerador, ¿qué debe hacer? –“¿tomo dos grupos de 7 estudiantes?”*- responde con duda. *–Eso está bien, y ¿cuánto le daría? –“me da 14 porque 7 más 7 da 14”*-dice José Luis. *–Muy bien, y ¿cómo quedaría entonces la respuesta? –“Jugarán 14 estudiantes”*-afirma él con alegría. Después de dar la respuesta de forma oral él trata de escribir la respuesta y escribe lo siguiente:

Figura 19: Corrección situación 3, “Operadores Fraccionarios” por José Luís.



Fuente. Autora del proyecto.

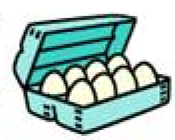
Al ver la respuesta escrita que dio José Luis me pude dar cuenta que él se confundió al hacer la representación gráfica, ya que no hizo 5 grupos de 7 como había respondido sino que hizo 7 grupos de 5. Buscando que él llegara a encontrar su error le pregunté: –*“¿cuántos grupos se deben hacer y de a cuántos estudiantes?” –“como se divide entre 5 se deben hacer 5 grupitos de 7 estudiantes.” – “Bien, ahora mire la representación que hizo”. – “ahí sí profe, me quedó mal, porque lo hice pero al contrario.” – “¿cómo así que al contrario?” – “sí, es que yo hice 7 grupos de 5 estudiantes y era 5 grupos de*

7 estudiantes." – "Muy bien, y entonces ¿cómo lo debes corregir?" – "ah, pues entonces debo quitar dos grupos para que así me quede bien".

Ayudando a José Luis a que entendiera cómo utilizar los operadores fraccionarios y por medio de este llegar a la respuesta correcta, me doy cuenta que aunque él tenía los conceptos claros no sabía como aplicarlos a esta situación, ya que no sabía como emplear los operadores fraccionarios.

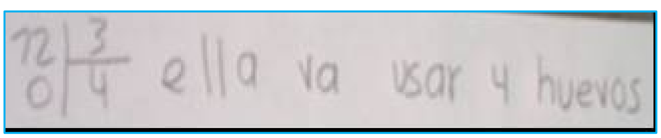
Otro ejemplo, se puede observar en la cuarta situación la cual consiste en:

Doña Olga para preparar huevos en tortilla utiliza $\frac{2}{3}$ de doce huevos que ha comprado en la tienda. ¿Cuántos huevos ha empleado para hacer la tortilla? Explique su respuesta.



Se puede observar que la mayoría de los estudiantes obtienen como respuesta cuatro huevos, resultado que obtienen al dividir doce entre tres. Así por ejemplo, Daniel esto es lo que hace: él divide 12 entre 3 y le da 4 y de esto responde: *"ella va usar 4 huevos".* La siguiente es la operación que realiza y da la siguiente respuesta:

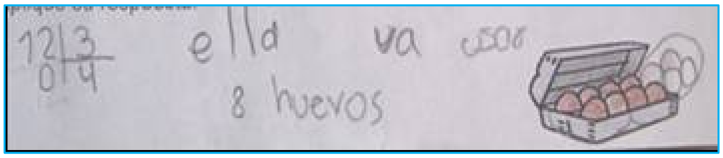
Figura 20: Respuesta situación 4, "Operadores Fraccionarios" de Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

Después de esto le pedí a Daniel que corrigiera la respuesta con la explicación que se le había dado y lo que él había aprendido. Es así, que Daniel representa el total de los huevos agregando cuatro huevos al dibujo que había junto al texto y argumenta: *"como el denominador es tres, entonces divido doce entre tres que da cuatro y formo entonces* *tres grupitos de cuatro huevos, y como el numerador es dos entonces tomo dos grupitos que son ocho huevos"*-decía mientras coloreaba los ocho huevos. Finalmente, Daniel concluyó: *"ella va usar 8 huevos".* Y así lo escribe corrigiendo la respuesta que había dado:

Figura 21: Corrección situación 4, "Operadores Fraccionarios" por Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

Aunque Daniel al dar su explicación no lo hizo tan extenso me pude dar cuenta que él por medio de la representación gráfica no sólo aprendió a resolver este tipo de situaciones (ya que sabía los conceptos fundamentales como lo son el del numerador y el denominador), sino que también aprendió a manejar los operadores fraccionarios.

Finalmente, puedo concluir que los estudiantes tienen presente que los operadores fraccionarios se aplican a magnitudes o números más no a objetos, además hacen uso de las definiciones de numerador y denominador en las representaciones gráficas para aplicar los operadores fraccionarios. Cabe resaltar que en las entrevistas con los estudiantes les iba preguntando: – *¿si con el denominador dividimos cierta cantidad qué operación se haría con el numerador? –"Con el numerador multiplicamos"*-responde Daniel. Con esto puedo concluir que los operadores fraccionarios son una operación matemática doble en la cual el numerador multiplica y el denominador divide.

4.2. RESOLVIENDO PROBLEMAS COTIDIANOS

En la enseñanza de la matemática elemental uno de los objetivos principales es el de enseñar a resolver problemas, pero no sólo se debe prestar atención a determinados algoritmos de cálculo que el estudiante utilice, también hay que tener en cuenta que el estudiante debe saber identificar dónde y por qué debe hacer uso de cierta técnica, ya que si no se presta la atención suficiente, el estudiante está propenso a adquirir un aprendizaje vacío de significado.

Por tanto, resolver problemas va más allá que hacer una operación y encontrar su resultado, es algo más que aplicar cierto algoritmo, resolver problemas tiene que ver más con hacer preguntas relacionadas con un problema real, cotidiano, de la vida diaria, y responder a esas preguntas. Por consiguiente, uno de los tipos de problemas con los cuales se trabajaran en las actividades son aquellos que provienen del mundo exterior, de la vida real.

Con respecto a las situaciones planteadas se tuvo en cuenta las características de la formulación del enunciado, debido a que muchas de las dificultades que se han encontrado en la resolución de problemas aritméticos simples no tiene nada que ver con la mala comprensión o ejecución de los algoritmos, tienen que ver con la lectura y comprensión del enunciado, selección y organización de los datos, y la traducción de estas organizaciones en términos matemáticos.

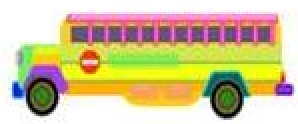
Aunque en las actividades “Prueba Diagnóstica” y “Operadores Fraccionarios” sólo Silvia sobresale por su buen desempeño en las actividades ante los otros tres compañeros, cabe resaltar que en la tercera actividad “Composición y Transformación de Medidas”, todos los estudiantes tuvieron buen desempeño debido al uso del material concreto, logrando asociar los operadores semánticos indicados en los problemas con la operación matemática o algoritmo correspondiente.

En la tercera actividad **“Composición y Transformación de Medidas”**, le di a cada estudiante una hoja con cuatro cuadrados partidos en dieciséis partes, al hacer las particiones de igual tamaño se formaron triángulos, y con la medida de estos se le dio a los estudiantes dieciséis triángulos hechos en cartulina con los siguientes colores: rosado, verde, amarillo y blanco, con el propósito que los estudiantes representaran los datos de las situaciones y hallaran su solución, y que ellos por medio de esto asociaran los diversos significados de suma o resta y realizaran la operación en su hoja.

Así por ejemplo en la primera situación:

De Bucaramanga han salido tres buses con diferentes rutas: Pamplona, Barrancabermeja y Rionegro. Los tres buses salieron de Bucaramanga a la misma hora, habiendo recorrido hacia Pamplona $\frac{1}{16}$ de su ruta, hacia Barrancabermeja $\frac{5}{16}$ de su ruta y hacia Rionegro $\frac{3}{16}$ de su ruta.

a) ¿Qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Rionegro?



b) ¿Qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Barrancabermeja?

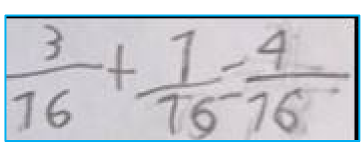
Pude observar que unos estudiantes al representar los datos de la situación lo hacían de tal manera que tomaban un color diferente para representar cada caso, y otros tomaban triángulos de colores diversos y encima de cada uno especificaban que cantidad representaba, es decir, escribían la letra R para indicar que representaban la ruta de Rionegro, P para la ruta de Pamplona y la B para la ruta de Barrancabermeja, pero otros tan sólo tomaban la cantidad de triángulos que necesitaban, de diferentes colores y realizaban la representación.

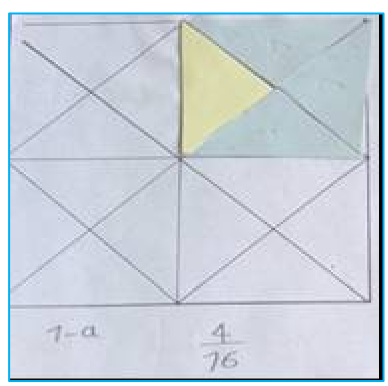
Por ejemplo, José Luis para representar los datos de la parte a) del problema tomó un triángulo de color amarillo para representar la cantidad $\frac{1}{16}$ que es la cantidad de ruta que ha recorrido el bus que va hacia Pamplona y luego tomó tres triángulos verdes para representar la cantidad $\frac{3}{16}$ que es la de Rionegro y las pegó en uno de los cuadrados. Debajo del cuadrado donde hizo la representación escribió la fracción $\frac{4}{16}$, además especifica que esta es la solución del primer punto la parte a), para lo cual escribe "$1-a$". En la hoja de la actividad él realizó una operación matemática correspondiente a una suma cuya respuesta coincidía con la respuesta de la representación que hizo.

No se pueden ver realmente los procesos mentales del estudiante y las motivaciones implicadas al momento de resolver estos problemas, sólo se pueden hacer inferencias sobre lo que está en la mente del niño.

Por tanto, los siguientes gráficos permiten observar los procedimientos que realizó José Luis:

Figura 22: Respuesta parte a) problema 1, "Composición y Transformación de Medidas" de José Luis.



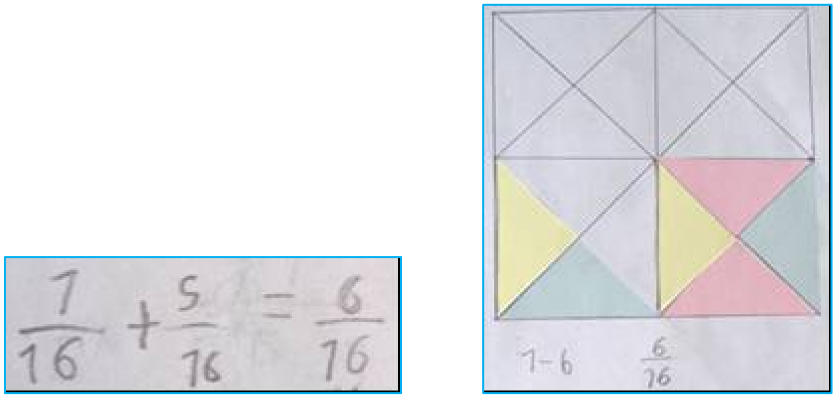


Fuente. Autora del proyecto.

Para saber los procesos mentales de José Luis le pedí que me explicara lo que había hecho, ante esto él responde: *“como preguntan por la cantidad de ruta de los buses entonces yo pegué la de Pamplona que es* $\frac{1}{16}$ *y la de Rionegro que es* $\frac{3}{16}$ *después pegué los triángulos y me da* $\frac{4}{16}$ *que es la cantidad que recorren, pero es lo mismo que sumarlas”. –Muy bien, pero ¿cómo hizo para sumar las fracciones? –“Como las fracciones son homogéneas entonces yo sumé los numeradores y el denominador lo deje igual”*-dice con firmeza. Con esta respuesta me doy cuenta que José Luis con ayuda de las representaciones utiliza el cálculo mental para dar la respuesta, y con esto se da cuenta rápidamente que la operación que debe realizar es una suma para dar la respuesta, por tanto emplea el cálculo escrito, además, sabe como deben sumarse las fracciones homogéneas.

Pero para la parte b), José Luis después de leer la situación, toma varios triángulos de diferentes colores y vuelve a leer los datos, es decir las cantidades numéricas, toma un triángulo y después cinco triángulos y enseguida los pega en un cuadrado, luego cuenta los triángulos usando cálculo mental, y dice: –*“ah, entonces han recorrido* $\frac{6}{16}$*”*, para saber el procedimiento mental que hizo le pregunté: – *¿por qué le dio esa respuesta?* – *“porque conté los triángulos que son seis y como en total hay dieciséis entonces son seis dieciseisavos, pero esto es lo mismo que sumar las fracciones”,* esto es lo que hace:

Figura 23: Respuesta parte b) problema 1, “Composición y Transformación de Medidas” de José Luis.



Fuente. Autora del proyecto.

Al hacer la suma usando cálculo escrito, escribe las dos fracciones, y dice: *“como son homogéneas entonces sumo los numeradores, uno más cinco da seis, y el denominador es el mismo, dieciséis,… si ve profe da lo mismo”.* Por tanto, José Luis al representar los datos del problema se dio cuenta que se debía hacer una suma y, además aplica la suma de fracciones homogéneas a las cantidades dadas para comprobar la respuesta de la pregunta planteada. Aunque en este enunciado no hay operador semántico, él con este procedimiento interpreta el operador semántico “han recorrido” con la operación suma.

Por otro lado, como el segundo y el tercer problema de sustracción, unos estudiantes para representar los datos pegaron la cantidad de triángulos que representaban las cantidades numéricas, pero como la situación indica una resta entonces no se podían dejar todos los triángulos pegados como respuesta al problema, por tanto, unos estudiantes para representar la cantidad de triángulos que se debían quitar o restar doblaban una de las puntas del triángulo mientras que otros trazaban líneas sobre los triángulos, y otros estudiantes tan sólo pegaban la cantidad de triángulos que representaban la respuesta.

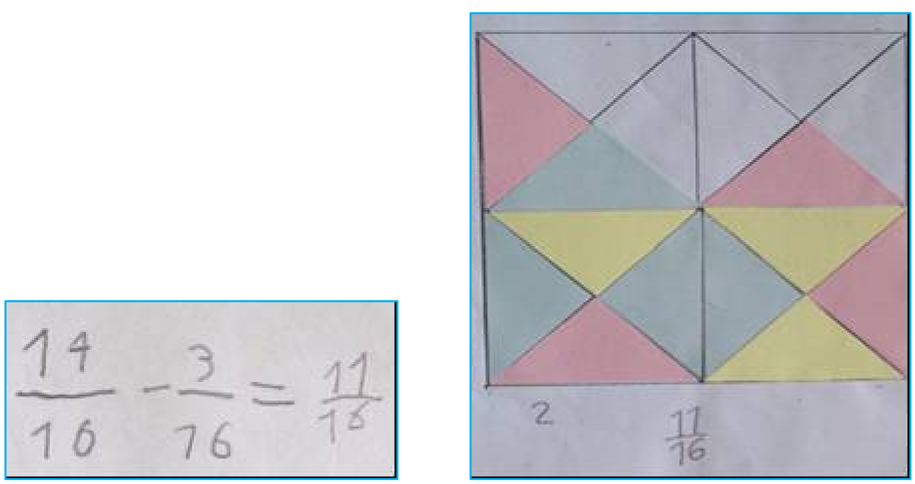
Por tanto, una de estas formas de resolver los problemas se puede observar con las respuestas del segundo punto de esta actividad, el cual consiste en:

El bus que viajaba hacia Pamplona llevaba $\frac{14}{16}$ pasajeros, pero en Berlín se quedaron $\frac{3}{16}$ pasajeros. ¿Cuántos pasajeros llegaron al terminal de Pamplona? Explique su respuesta.

Por ejemplo, José Luis pega en un cuadrado la cantidad de triángulos que obtuvo como respuesta, el procedimiento fue el siguiente: José Luis, a medida que va leyendo el enunciado toma los triángulos y cuenta catorce, luego quita tres y dice: *“llegaron once”*, esta respuesta la dio usando cálculo mental.

Continuando con su proceso, después pegó en un cuadrado los once triángulos para representar la respuesta, finalmente debajo del cuadrado donde hace la representación escribe la fracción once dieciseisavos, que le dio como resultado de la resta. Además, en su hoja de problemas realiza la resta. En la siguiente figura lo podemos observar:

Figura 24: Respuesta problema 2, “Composición y Transformación de Medidas” de José Luis.



Fuente. Autora del proyecto.

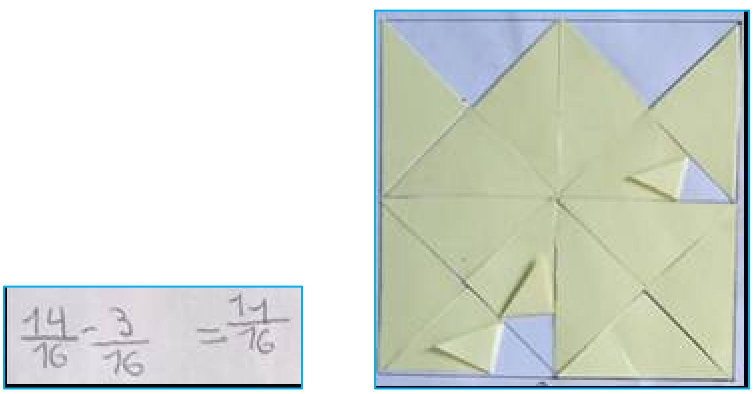
Al pedirle que explicara su respuesta él dice: *–"es que el bus llevaba* $\frac{14}{16}$ *pasajeros pero después se bajaron* $\frac{3}{16}$ *de los pasajeros entonces hice una resta porque ellos ya no estaban". –Bien, pero ¿qué quiere decir con: ellos ya no estaban? –"Es que ellos no llegaron al terminal"* -dice José Luis. *–Bien, y ¿cómo realizó la resta de estas fracciones? –"Como las fracciones son homogéneas entonces resté los numeradores y el denominador lo dejé igual, entonces me dio* $\frac{11}{16}$ *que son los pasajeros que llegaron al terminal"*. Esta respuesta la dio usando cálculo escrito.

Después le pregunté: *–Y ¿cómo hizo para hacer la representación? –"Con el resultado de la resta cogí once triángulos y los pegué y escribí la fracción que me dio"*- dice José Luis. – *¿Por qué no hizo primero la representación y después la resta? –"Es que no sabía cómo hacer para representar los pasajeros que se bajaron"*-dice con duda. Así, con esta respuesta puedo afirmar que José Luis, aunque no sabía cómo representar gráficamente los datos iniciales para llegar a la respuesta, él entendió la situación y pudo emplear la definición de resta de fracciones homogéneas para dar una respuesta acertada.

Otro ejemplo de uso de material concreto en esta situación es el procedimiento que realizó Michelle para resolver el problema. Ella empieza a leer el texto, y va contando los triángulos, cuenta catorce triángulos amarillos con los cuales representa los $\frac{14}{16}$ pasajeros que lleva el bus y los pega en uno de los cuadrados, al seguir leyendo el texto nota que tiene que quitar tres triángulos de los que había pegado, ya que $\frac{3}{16}$ de los pasajeros se quedaron, entonces me pregunta: – *"¿profe puedo dejar los triángulos* *doblados para decir que estos se quedaron?, es que se rompe la hoja si los quito”*. *–Sí, puede dejarlos doblados.*

Ella continúa leyendo el texto y después de leer la pregunta dice: *“llegaron* $\frac{11}{16}$ *pasajeros”.* Esta respuesta la dio haciendo uso del cálculo mental. Después de esto observa las fracciones, queda en silencio y después dice: *“es lo mismo que restar las fracciones porque cuando resto los numeradores, catorce y tres, me da once y el denominador lo dejo igual porque son fracciones homogéneas”.* Así, con este razonamiento me doy cuenta que Michelle asocia el operador semántico “quedar” con la operación matemática “restar”, también, aplica adecuadamente la definición de resta de fracciones homogéneas. Finalmente, ella realiza las operaciones en la hoja de preguntas y confirma lo que había dicho. Estos procedimientos se pueden observar en la siguiente figura:

Figura 25: Respuesta problema 2, “Composición y Transformación de Medidas” de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

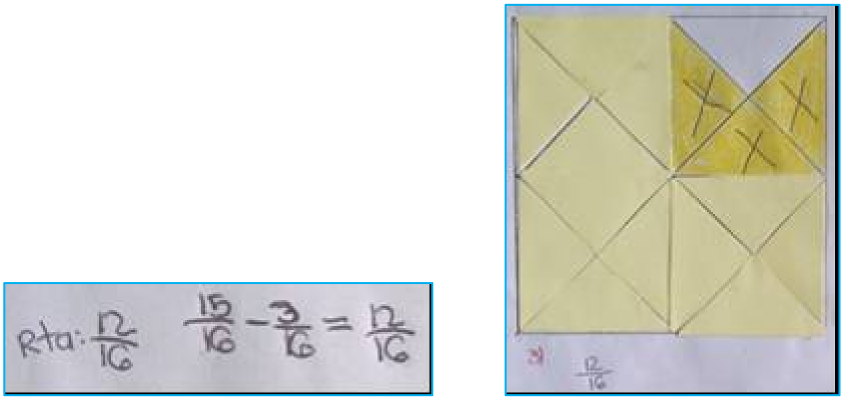
Un ejemplo, donde se puede observar el caso en el cual los estudiantes pegaron la cantidad de triángulos para representar los datos del enunciado y luego trazaron líneas sobre los triángulos para indicar que se debían quitar o restar, es el procedimiento que hizo Daniel en la tercera situación, la cual consiste en:

> Cristina fue de vacaciones a Pamplona donde su abuela y ha tomado $\frac{15}{16}$ fotos de un rollo, pero $\frac{3}{16}$ de las fotos salieron dañadas. ¿Cuántas fotos salieron buenas? Explique su respuesta.

Daniel, después de leer atentamente la situación toma los triángulos amarillos, y se da cuenta que sólo tiene 12, entonces me dice: *–"profe, los tres triángulos que me faltan los puedo colorear aquí (señala el cuadrado donde va a hacer la representación)", – sí, claro puede hacerlo*, y argumenta: *–"es que estos triángulos representan las* $\frac{15}{16}$ *fotos que se han tomado",* después traza dos líneas formando una equis sobre cada uno de los tres triángulos y argumenta: *–"estos triángulos representan las* $\frac{3}{16}$ *fotos que se dañaron",* finalmente dice: *–"ah, quedan* $\frac{12}{16}$ *fotos buenas".* Al llegar a esta respuesta pude observar que Daniel usó el cálculo mental. Después de esto dice: *"profe, también se puede hacer una resta con las fracciones"*. Con esta respuesta puedo decir que Daniel asocia el operador semántico de acumulación "salir dañadas" con la operación matemática "restar".

Finalmente le pregunté: – *¿Cómo haría para restar estas fracciones? –"Como las fracciones tienen el mismo denominador son homogéneas entonces se restan los numeradores y el denominador queda igual."*-responde haciendo la operación en su hoja. Finalmente dice: *"quince menos tres da doce y dieciséis queda dieciséis, entonces también da* $\frac{12}{16}$ *".* En el gráfico se puede observar:

Figura 26: Respuesta problema 3, “Composición y Transformación de Medidas” por Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

Con esta respuesta puedo afirmar que Daniel emplea adecuadamente la definición de resta de fracciones homogéneas. Además, se debe tener en cuenta que el contexto del problemas es importante, y como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional (1998, p. 55), el contexto del problema no sólo da ideas para plantear las operaciones apropiadas sino para los números que se usan en estas operaciones matemáticas.

Con esta situación se termina la actividad “Composición y Transformación de medidas”, y se da inicio **“Comparación y Transformación de Medidas”**. Para esta actividad le pedí a los estudiantes que llevaran una chocolatina y yo les llevé dos tiras de papel a cada uno, las cuales tenían un rectángulo con diferente cantidad de particiones, con el fin de que tuvieran la libertad de usarlas como consideraran conveniente para hacer las representaciones de los datos del enunciado. Además, con las situaciones propuestas en esta actividad se pretendía como afirma Baroody (2000, p. 229), crearle actividades a los estudiantes de tal manera que ejerciten de una u otra forma la comprensión del cálculo mental, ya que estas pueden llevar al niño a explorar y descubrir relaciones importantes de la matemática.

Aunque unos estudiantes no llevaron el material, la chocolatina, y otros no hicieron uso de la tiras con sus particiones, ellos representaron los datos por medio de la representación gráfica para resolver los problemas dados. Cabe resaltar que todos los estudiantes obtuvieron buenos resultados, logrando identificar los operadores semánticos con el algoritmo correspondiente.

Para representar los datos del primer problema, el cual consiste en:

María tiene $\frac{5}{8}$ de chocolatina, pero Cristina tiene $\frac{2}{8}$ de chocolatina más que María. ¿Qué cantidad de chocolatina tiene Cristina? Explique su respuesta.

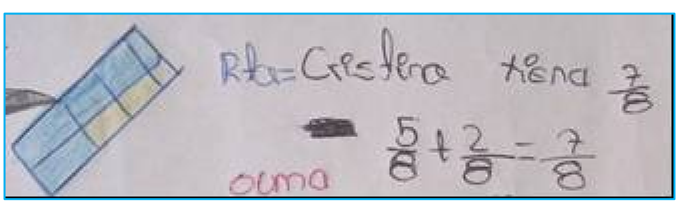
Por ejemplo, Daniel no llevó la chocolatina pero hizo un dibujo, esto es lo que hace: él lee el enunciado y después de esto intenta dibujar una chocolatina partiéndola en ocho partes, aunque se esforzó para que las particiones le quedaran iguales no lo logró, pero de igual manera con este dibujo representó los datos de la situación. Se debe tener en cuenta que el conocimiento informal de los estudiantes se basa en el uso de representaciones tanto internas como externas junto con el uso del lenguaje y el reparto equitativo. Como afirma Kieren citado en Chamorro (2003, p. 200), el conocimiento etnomatemático es aquel que adquieren los estudiantes por medio de las situaciones de la vida diaria, por ejemplo, su conocimiento de las parte equitativas al partir una pizza.

Por tanto, el conocimiento etnomatemático de Daniel es claro, aunque al momento de realizar este gráfico no le quedaron equitativas las partes. Esto lo puedo decir porque al preguntarle el por qué había dibujado de esa forma la representación gráfica de la chocolatina y sus partes, él dice: *"yo sé que los pedazos deben ser iguales pero no* *supe medirlos y me quedaron desiguales".* Aconsejándole que tratara de dibujar las partes de igual tamaño él continuó.

En este gráfico coloreó con azul la cantidad de chocolatina que tiene María: $\frac{5}{8}$ y de amarillo la cantidad de demás que tiene Cristina $\frac{2}{8}$, finalmente con esto dice: *"Cristina tiene $\frac{7}{8}$ de chocolatina".* Después de colorear las partes él hizo uso del cálculo mental dando así esta respuesta. *Le pregunté: – ¿por qué da esta respuesta? – "como María tiene cinco pedazos de chocolatina los coloree de azul y como Cristina tiene dos pedazos más que ella los coloree de amarillo, entonces Cristina tiene en total siete pedazos, es decir $\frac{7}{8}$". – Muy bien Daniel. – "Profe… pero también se puede hacer una suma"*-dice Daniel.

Al decir lo que pensaba me pude dar cuenta que él asoció el operador semántico de comparación "más que" con la operación matemática "suma", ya que agrega la palabra suma a la respuesta. Continuando con el diálogo le respondí: – *Correcto y ¿cómo la haría? – "sumo los numeradores que son cinco y dos y me da siete y el denominador es el mismo que es ocho, entonces da $\frac{7}{8}$ que es lo mismo que con el dibujo".* Observemos esto en el siguiente gráfico:

Figura 27: Respuesta problema 1, "Comparación y Transformación de Medidas" de Daniel.



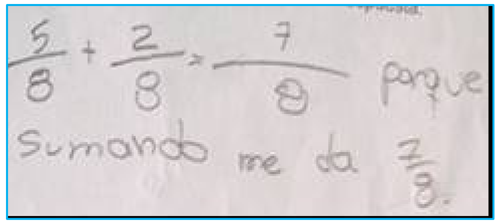
Fuente. Autora del proyecto.

Mientras que Silvia hace su representación con la chocolatina, de la siguiente manera: después de leer el enunciado empieza a partir la chocolatina en pedazos, tratando que quede partida en partes iguales. Le pregunté: – *¿en cuántas partes debe partir la chocolatina?* – *"profe en ocho pedazos"*-dice Silvia. – *¿Por qué en ocho pedazos?* – *"Porque María tiene $\frac{5}{8}$ de chocolatina y como el denominador de la fracción es ocho entonces se debe partir en ocho pedazos y se toman cinco porque el numerador es cinco"*-responde ella.

Después de esto, Silvia toma cinco pedazos de la chocolatina y luego toma otros dos pedazos, finalmente ella dice: – *"Cristina tiene $\frac{7}{8}$ de chocolatina"*, al preguntarle – *¿por qué tiene esta cantidad?* –*"como María tiene $\frac{5}{8}$ de chocolatina y Cristina $\frac{2}{8}$ más que María entonces me da $\frac{7}{8}$ que es la cantidad de chocolatina que tiene Cristina, o sea que se suman los dos".*

En los siguientes gráficos se puede observar la representación que hizo Silvia con el material concreto que es la chocolatina y la suma:

Figura 28: Respuesta problema 1, "Comparación y Transformación de Medidas" de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, Silvia después de realizar la suma dice: *“cinco mas dos da siete que es el numerador y como el denominador es el mismo porque son fracciones homogéneas entonces queda ocho, entonces es igual a $\frac{7}{8}$ que es lo que tiene Cristina”.* Ante esta respuesta pude observar que Silvia no sólo realizó adecuadamente la representación y llegó a dar una respuesta acertada sino que además empleó el cálculo mental y escrito, de igual manera asoció el operador semántico de comparación con el algoritmo a realizar la “suma”.

Por otra parte, para el segundo problema de esta actividad los estudiantes debían usar una de las tiras que se les había dado, aquella que tenía veinte particiones. La situación consiste en:

Sofia tiene $\frac{19}{20}$ monedas en una alcancía. Esta mañana sacó $\frac{15}{20}$ de las monedas que tenía y en la tarde su mamá le regaló $\frac{12}{20}$ de monedas. ¿Cuántas monedas tiene ahora Sofía en su alcancía? Explique su respuesta.

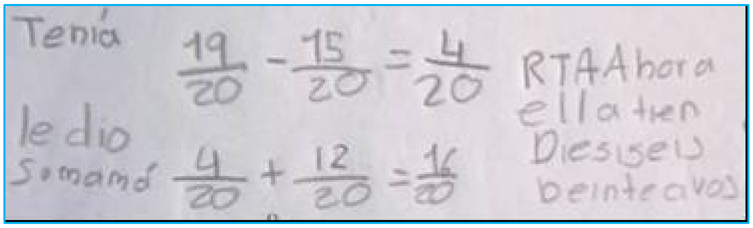
Ante esta situación unos estudiantes realizaron las operaciones en la hoja y finalmente en el material concreto, la tira, colorearon la cantidad de particiones que representaba la respuesta obtenida.

Por ejemplo, Daniel resolvió la situación de la siguiente manera: él a medida que iba leyendo la situación iba representando los datos en el material concreto dado (la tira), así: él coloreó de amarillo la cantidad de monedas que tenía Sofía en la alcancía que son diecinueve, después coloreó con marrón la cantidad que sacó y dice: *"le han quedado en la alcancía cuatro monedas que son los pedazos amarillos",* con esta respuesta me doy cuenta que asocia el operador semántico "sacar" con la operación matemática "resta".

Después continuó leyendo la situación y coloreó de verde la cantidad de monedas que le regaló la mamá, en esto dice: *"como la mamá le regaló monedas entonces recupera unas monedas de las que había sacado entonces en total le han quedado en la alcancía dieciséis de veinte monedas",* ante esto él no sólo asocia el operador semántico "regalar" con el algoritmo "suma" sino que también usa el cálculo mental para dar su respuesta.

Finalmente él traza una línea debajo del rectángulo donde hizo la representación, con la cual abarca las dieciséis monedas que representó; luego de esto concluye, *"Sofía tiene* $\frac{16}{20}$ *monedas".* Para dar respuesta a la pregunta hecha Benito toma su hoja y realiza las respectivas operaciones implícitas que había hecho al representar de manera gráfica los datos de la situación de la siguiente forma:

Figura 29: Respuesta problema 2, "Comparación y Transformación de Medidas" de Daniel.

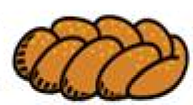


Fuente. Autora del proyecto.

Por tanto, con el manejo del material concreto Daniel llegó a la respuesta correcta, además de aplicar la resta y suma de fracciones homogéneas al realizar las operaciones indicadas.

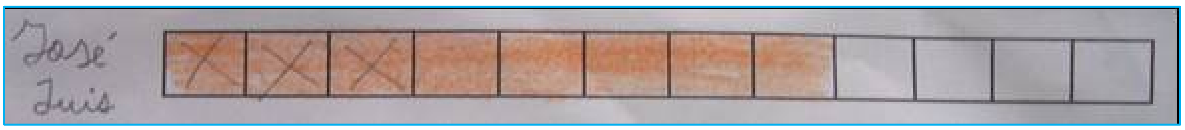
Algo parecido ocurrió en la solución de la tercera situación, en esta los estudiantes debían utilizar la tira que tenía doce particiones. Observando las respuestas dadas por los estudiantes puedo decir que casi todos usaron la tira para representar los datos del enunciado, y otros dibujaron gráficos. La situación consiste en:

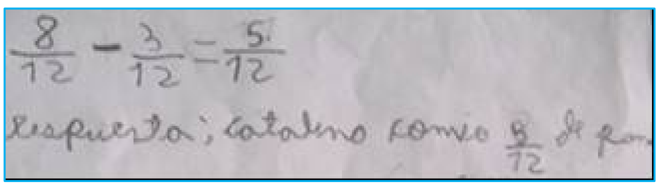
Paula comió $\frac{8}{12}$ de pan en el desayuno y su hermana Catalina comió $\frac{3}{12}$ de pan menos que Paula. ¿Qué cantidad de pan comió Catalina? Explique su respuesta.



Por ejemplo, José Luis haciendo uso del material concreto hace lo siguiente: él para hacer la representación de los datos utilizó la tira que tiene doce particiones. Después de leer el enunciado, toma el rectángulo con sus particiones y colorea de anaranjado ocho pedazos, luego dice: *"coloreo ocho porque Paula se comió* $\frac{8}{12}$ *del pan",* después de esto trazó dos líneas en forma de cruz sobre cada pedazo y argumenta: *"como la hermana se comió* $\frac{3}{12}$ *menos de pan entonces quitamos tres y quedan cinco, o sea que* *la hermana se comió* $\frac{5}{12}$ *de pan".* Con estas respuestas pude observar que José Luis no sólo hizo uso del cálculo mental sino que además asoció el operador semántico "menos que" con el algoritmo "resta". Después de este razonamiento José Luis dice: *"ah profe, también se puede hacer una resta"* y lo hace de la siguiente manera:

Figura 30: Respuesta problema 3, "Comparación y Transformación de Medidas" de José Luis.





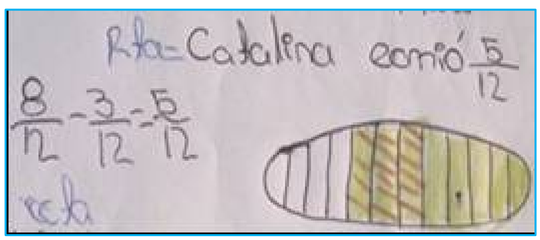
Fuente. Autora del proyecto.

Al resolver esta operación matemática José Luis dice: *"como son fracciones homogéneas entonces resto los numeradores y el denominador es el mismo, entonces ocho menos tres da cinco, o sea que comió* $\frac{5}{12}$ *de pan".*

Mientras que Daniel hizo un dibujo debido a que él perdió la tira que le había dado. Ante esta situación hizo lo siguiente: él después de leer el enunciado intenta dibujar un pan partiéndolo en doce pedazos, tratando a pulso que las particiones le quedaran de igual tamaño y teniendo en cuenta la observación que le había hecho en la primera situación. Después de esto colorea de verde ocho pedazos y a tres de ellos le traza líneas marrones, dando como respuesta que *"Catalina comió cinco doceavos"*. Queriendo saber el proceso mental que realizó Daniel le pregunté: – *¿cómo obtuvo esta* *respuesta? –“como Paula comió* $\frac{8}{12}$ *de pan coloree ocho pedazos de verde para representarlos y como Catalina comió* $\frac{3}{12}$ *menos que Paula entonces taché tres de esos pedazos, entonces Catalina comió* $\frac{5}{12}$ *de pan que es lo queda sin tachar”.* De esta manera él realiza muy bien el cálculo mental, y después de esto dice: *“profe, también se podía restar las fracciones y da lo mismo”*.

Finalmente, Daniel realiza la resta al lado del dibujo que hizo, y escribe la palabra resta, con la cual demuestra que asoció el operador semántico “menos que” con el algoritmo “resta”. Este procedimiento se puede observar así:

Figura 31: Respuesta problema 3, “Comparación y Transformación de Medidas” de Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

En el momento de realizar la resta él dice: *“como las fracciones son homogéneas entonces resto los numeradores, ocho menos tres da cinco, y el denominador es el mismo es decir doce, entonces Catalina comió* $\frac{5}{12}$ *de pan”.* De esta manera demuestra que sabe aplicar el concepto de resta de fracciones homogéneas.

Finalmente, para la cuarta situación no le entregué ni le pedí a los estudiantes que llevaran material concreto para representar los datos sino que pretendía que los estudiantes pasaran del lenguaje cotidiano al matemático, usando cálculo mental y/o escrito. Así que la cuarta situación consiste en:

Pablo, a su abuelo en la finca le ayuda a recoger racimos de uva. Él debe recoger $\frac{33}{35}$ racimos de uva en un día; pero en la mañana recoge $\frac{15}{35}$ de los racimos. ¿Cuántos racimos de uvas le hace falta recoger en la tarde? Explique su respuesta.

Con las respuestas de esta situación pude observar que todos los estudiantes respondieron correctamente la pregunta planteada. Aunque no usaron representación gráfica puedo decir que ellos realizaron la traducción del enunciado satisfactoriamente. Así lo afirma Ehrilinch, citado en Chamorro (2003, p. 280): *en la resolución de problemas aritméticos simples, el alumno debe realizar una traducción que comparta dos aspectos:*

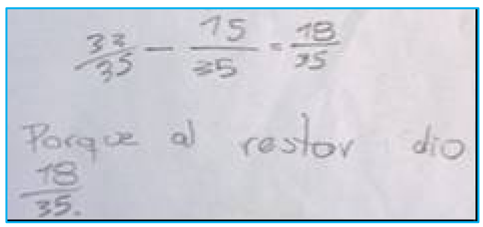
- *Un aspecto formal:* se trata de pasar de un lenguaje cotidiano a un lenguaje formalizado, matemático, que dé como resultado la transformación del enunciado de partida en una fórmula numérica.

- *Un aspecto semántico, conceptual y temático:* es necesario pasar de un estado, suceso o un objeto, del que habla el enunciado, a una estructura numérica (aditiva o multiplicativa).

Además, los estudiantes también pasaron del suceso en el cual se hablaba en el enunciado a una estructura numérica, en este caso suma.

Por ejemplo, Silvia al darle respuesta a esta situación hace lo siguiente: después de leer el texto queda un rato pensativa pero luego me dice: *"si pablo tiene que recoger* $\frac{33}{35}$ *racimos de uvas y ya recogió* $\frac{15}{35}$ *racimos de uva entonces debo hacer una resta para ver cuánto le falta".* Con este razonamiento puedo decir que ella asocia el operador semántico “recoger” con el algoritmo “resta”. Respondiendo a su análisis le digo: – *Correcto y ¿cómo lo haría? – “entonces resto los numeradores* $33-15$ *y me da* 18 *y el denominador es el mismo que es* 35*, entonces* $\frac{18}{35}$ *son los racimos de uva que le hace falta por recoger”*- dice Silvia. Al ver los procedimientos que Silvia realizó en el momento en que resolvía el problema, puedo decir que ella empleó el cálculo mental, al hacer el cálculo escrito para dar su respuesta. En el siguiente gráfico se puede observar la operación:

Figura 32: Respuesta problema 4, “Comparación y Transformación de Medidas” de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, al realizar la operación matemática ella aplica correctamente el concepto de resta de fracciones homogéneas. Además, para los estudiantes fue más sencilla resolver esta situación, ya que como afirma Thornton (1998, p. 47), la información más rica que recoge el niño es cuando adquieren experiencias, por tanto, cuanto más rica sea la información del niño, más sencillo es para él planear como abordar un problema.

Por tanto, con esta situación se da por terminada la actividad “Comparación y Transformación de Medidas”, y se da inicio a la actividad **“Transformación y Composición de Estados Relativos”**. Para el desarrollo de esta actividad le pedí a los estudiantes que llevaran diez maras y yo les entregué a cada uno diez tapas de gaseosa, con el propósito de representar los datos de la primera y tercera situación, para las otras dos situaciones pretendí que los estudiantes las resolvieran por medio de presentaciones gráficas y/o cálculo escrito y mental.

Cabe resaltar que aunque un estudiante después de representar los datos del primer problema con las tapas se confundió al hacer las operaciones matemáticas, en los demás problemas tuvo buen desempeño, además todos los demás estudiantes llevaron el material que le pedí aunque pocos no llevaron maras pero llevaron otro tipo de material en su reemplazo, y otros hicieron representaciones gráficas.

Para la primera situación, la cual consiste en:

Pablo tiene $\frac{9}{10}$ tapas de gaseosa de diferentes marcas. Le regala $\frac{2}{10}$ de las tapas a Juan y $\frac{3}{10}$ de las tapas a Jaime.

a) ¿Cuántas tapas le ha regalado a sus amigos?

b) ¿Cuántas tapas le han quedado?

Por ejemplo, Michelle aunque hizo uso del material concreto, al hacer el cálculo escrito tuvo respuestas erróneas, ella dijo: *“ah, le regaló a sus amigos cinco décimos de las tapas”*, y mirando las tapas que le habían quedado al otro lado dijo: *“le han quedado cuatro décimos de las tapas”,* siendo estas respuestas acertadas. Las siguientes figuras son las representaciones que hace Michelle:

Figura 33: Respuesta problema 1, “Transformación y Composición de Estados Relativos", de Michelle.

.

Fuente. Autora del proyecto.

Ante esta situación observé que Michelle, por el afán de realizar las operaciones matemáticas en su hoja de respuestas, cambió las respuestas que había resuelto correctamente por medio del uso del material concreto y el cálculo mental. Debido a que escribió lo siguiente:

Para la primera pregunta: ¿cuántas tapas le ha regalado a sus amigos?, ella escribe:

$$\frac{9}{10}-\frac{2}{10}-\frac{3}{10}=\frac{4}{10}$$

Para la segunda pregunta: ¿cuántas tapas le han quedado?, ella escribe:

$$\frac{9}{10}-\frac{2}{10}-\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$$

Por medio de esto se puede observar que ella cambió el orden de las operaciones que hizo mentalmente, posiblemente pensando que estas respuestas estarían mal, por tanto, confió más de las operaciones conduciéndola a cometer errores. Además, Baroody (2000, p. 83), comenta que cuando el profesor, familiares y amigos no tienen una actitud receptiva frente a las operaciones matemáticas de los niños, ellos tienden a ocultarlas o disminuirlas. Frente a este problema él aconseja a los profesores tres aspectos:

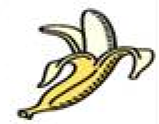
"Tener en cuenta la capacidad y el valor de este conocimiento.

Ayudar a desarrollar una perspectiva de la matemática informal.

Adoptar una aptitud receptiva ante la matemática informal."

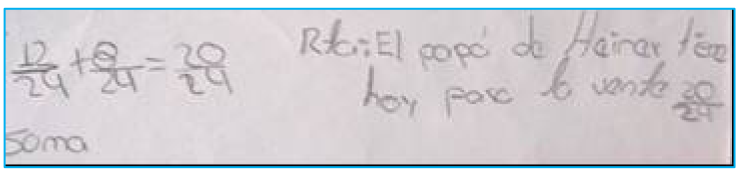
Mientras que para la segunda situación, los estudiantes respondieron acertadamente la respuesta, ellos pasaron del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático el enunciado, además, asociaron el operador semántico "comprar" con la operación matemática "suma", llegando así a resolver la operación por medio del cálculo mental y escrito. Veamos el enunciado de la situación:

A don Guillermo ayer en la frutería le quedó $\frac{8}{24}$ bananos y hoy ha comprado $\frac{12}{24}$ bananos. ¿Cuántos bananos tiene hoy para la venta? Explique su respuesta.



Así por ejemplo, Daniel al resolver esta situación, leyó detenidamente el enunciado y finalmente dijo: – *“ah… ya se, tengo que hacer una suma”, – y ¿porqué debe hacer una suma?* Señalando el enunciado dice: – *“por que aquí dice que ha comprado entonces por eso se hace una suma, y entonces sabemos cuántos bananos tiene”,* esta es la operación matemática que él realiza:

Figura 34: Respuesta problema 2, “Transformación y Composición de Estados Relativos”, de Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

Ante este proceso le pedí que explicara cómo hizo para sumar estas fracciones. – *“como son fracciones homogéneas entonces sumé los numeradores, doce y ocho y me dio veinte y el denominador es el mismo, veinticuatro, entonces el papá de Heiner tiene hoy para la venta veinte veinticuatroavos de bananos”.*

Con este procedimiento pude observar cómo Daniel asocia el operador matemático “comprar” con la operación matemática “suma”. Además, cabe resaltar como dice Thornton (1998, p. 87), cada táctica que el niño emplea para resolver diversos problemas, cuanto más exitosa es esa táctica en una situación particular, más probable es que el niño la escoja de nuevo para otra situación aparentemente similar.

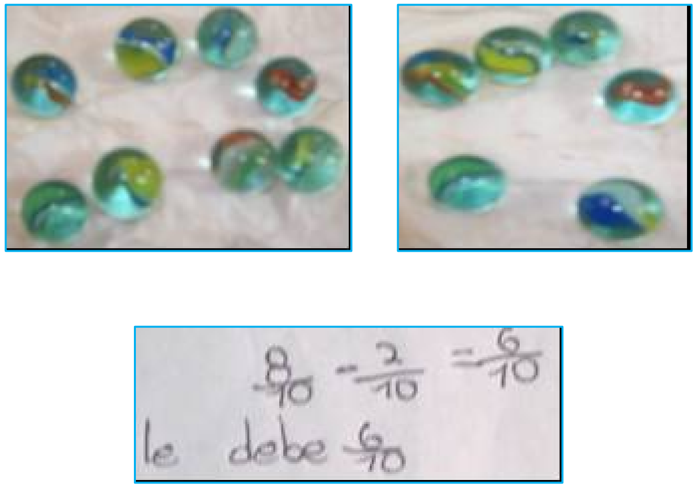
Para resolver el tercer problema de la actividad los estudiantes deben representar los datos del enunciado con el material concreto, en este caso diez maras. La situación consiste en:

Antonio le debía $\frac{8}{10}$ de maras a Juan, pero hoy le dio $\frac{2}{10}$ de las maras. ¿Cuántas maras le queda debiendo? Explique su respuesta.

La mayoría de los estudiantes utilizaron el material concreto, es decir, las maras para representar los datos del enunciado y así poder traducir el enunciado del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Mientras que otros, aunque no llevaron las maras llevaron otro tipo de material concreto tal como tiras de papel y otros hicieron representaciones gráficas.

Michelle empleó como material concreto las maras, ella después de leer el enunciado cogió las maras y sacó dos, quedándole así ocho maras. Vuelve a leer el enunciado y quita dos maras e inmediatamente dice: *“le queda debiendo seis décimos de las maras”.* Luego coge la hoja donde está el enunciado del problema y realiza una resta obteniendo la misma respuesta. Queriendo saber el proceso mental que hizo Michelle para llegar a esta respuesta ella argumenta: – *“es que Antonio le debía ocho décimos de las maras a Juan pero como ya le dio dos décimos entonces saqué dos y quedan seis de las diez, entonces le queda debiendo seis décimos”. –Ah muy bien, y ¿por qué realizó esta resta? – “porque cuando hice la representación con las maras yo hice una resta, resté ocho menos dos y me dio seis, entonces se debe hacer una resta para dar la respuesta”.* Las siguientes figuras muestran los procesos que hizo Michelle:

Figura 35: Respuesta problema 2, “Transformación y Composición de Estados Relativos”, de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

Ante estas respuestas pude comprobar que Michelle no sólo había entendido muy bien la situación del problema por medio del material concreto sino que asoció el operador semántico “dar” con la operación matemática “resta”, la cual resolvió por medio del cálculo tanto escrito como mental. Por tanto, cabe resaltar que frente a situaciones como estas los estudiantes ya han aprendido mucho acerca de matemática informal[8], es decir, el niño hace cálculos mentales provenientes de las necesidades prácticas o experiencias vividas en el contexto que reside. Así lo afirma Baroody:

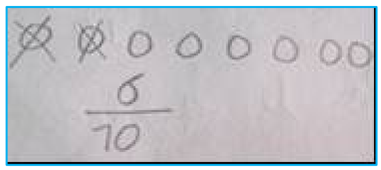
> *“Los preescolares aprenden mucha matemática informal de la familia, los compañeros, la televisión y los juegos antes de llegar a la escuela”.* (Baroody, 2000 p. 46)

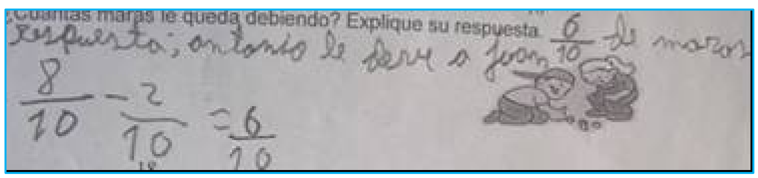
Por otra parte, José Luis no llevó las maras para representar los datos del enunciado, pero decidió representarlos por medio de un dibujo. Así que después de leer la situación José Luis volteó la hoja de la actividad y dibujó ocho bolitas diciendo: *“estas son las maras que Antonio le debe a Camilo”,* voltea nuevamente la hoja y vuelve a leer el

[8] La matemática informal es adquirida por el niño en el ambiente que reside y se desarrolla en las necesidades prácticas y las experiencias concretas del niño (Baroody, p.41)

texto, girando otra vez la hoja marca con equis dos de las maras que había dibujado y contando una a una las bolitas sin equis dice: *“le queda debiendo seis décimos”,* y esta expresión numérica la escribe debajo del dibujo. Luego, me mira y dice: *“profe, entonces tengo que hacer una resta”.* Así que voltea su hoja y escribe las fracciones correspondientes y resuelve satisfactoriamente esta resta. Esto se puede observar en los siguientes gráficos:

Figura 36: Respuesta problema 2, “Transformación y Composición de Estados Relativos”, de José Luis.





Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, le pregunté como había resuelto esta resta con el fin de saber el proceso mental realizado por él, y esto fue lo que me dijo: – *“pues profe, como son fracciones homogéneas entonces resté los numeradores o sea, ocho menos dos que da seis y el denominador es el mismo diez, entonces da seis décimos”.* Por con siguiente frente a este proceso puedo decir que José Luis, además, de asociar el operador semántico “dar” con la operación matemática “resta”, aplicó correctamente la definición de suma de fracciones homogéneas.

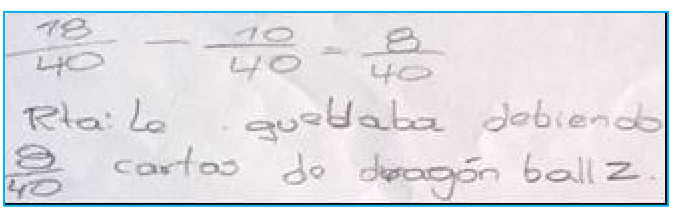
Finalmente, para terminar con esta actividad se planteó esta última situación con el fin que los estudiantes tradujeran el enunciado del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y hacer uso del cálculo escrito y mental. La situación consiste en:

Luis le debe $\frac{18}{40}$ papeletas del álbum de dragon ball z a Camilo, pero Camilo le debe a él $\frac{10}{40}$ papeletas. ¿Cuántas papeletas le queda debiendo Luis a Camilo?

Ante esta situación todos los estudiantes respondieron satisfactoriamente la respuesta a la pregunta planteada, proporcionando una gran comprensión del enunciado debido a que tradujeron correctamente del lenguaje cotidiano del texto al lenguaje matemático y finalmente realizaron esta operación haciendo uso del cálculo mental al aplicar la definición de resta de fracciones homogéneas.

Por ejemplo, Silvia al momento de resolver el problema planteado, ella lee detenidamente el enunciado, piensa unos segundos y dice: – *"profe, debo hacer una resta para saber cuántas papeletas queda debiendo", – bien, y ¿porqué debe hacer una resta? – "porque preguntan cuántas papeletas queda debiendo". – Correcto, y ¿cómo resolvería la resta? – "Como son fracciones homogéneas entonces primero debo restar los numeradores, dieciocho menos diez da ocho, y después el denominador que es cuarenta, entonces ocho cuarentavos es lo que le queda debiendo".* Observemos la figura:

Figura 37: Respuesta problema 2, "Transformación y Composición de Estados Relativos", de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, con estas respuestas puedo concluir que Silvia al igual que los demás compañeros, aplican correctamente la definición de fracciones homogéneas en el momento de traducir el enunciado de la situación del lenguaje cotidiano al simbólico, además, manipulando y haciendo uso del material concreto, a los estudiantes se les facilitó resolver problemas adquiriendo así un aprendizaje significativo tanto de la definición de suma de fracciones homogéneas como el asociar de manera correcta los operadores semánticos con sus correspondientes algoritmos.

4.3. FORMULANDO PROBLEMAS Y SOLUCIONES

Se distinguen diferentes variables didácticas que confluyen en el enunciado de un problema y por tanto, determinan diferentes estrategias de resolución como un diferente manejo didáctico. Se pueden presentar diferentes actividades a los estudiantes las cuales llevan a preguntarse sobre la pertinencia de las informaciones en relación con la solución del problema. Chamorro (1998, p. 285), plantea las variables didácticas a tener en cuenta:

- *Las preguntas:* según el procedimiento de las respuestas pueden considerarse diversos tipos de preguntas: respuestas obtenidas por la simple lectura del enunciado, obtenidas reflexionando, obtenidas calculando, o imposibles de obtener por falta de información en el enunciado.

- *El programa de cálculo:* el estudiante puede enfrentarse a tres tipos de situaciones: donde es necesario hacer un cálculo; donde se debe elaborar un programa de cálculo, y en las cuales se deben manifestar sobre la solución encontrada por otra persona.

- *La respuesta:* identificar la unidad con la cual se debe expresar la solución.

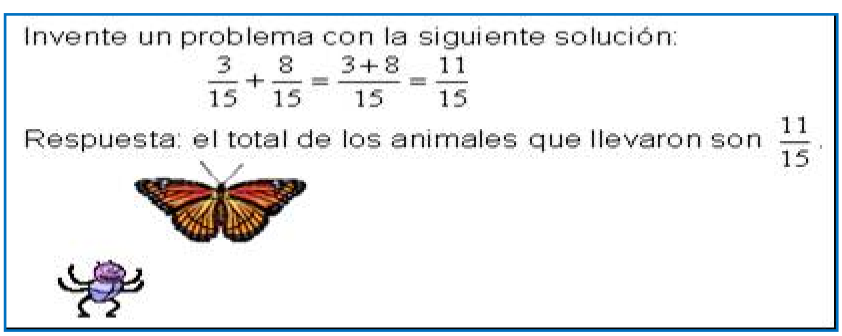
- *La comunicación de resultados:* las soluciones de los problemas pueden ser comunicadas en forma escrita u oral.

- *La prueba de la validez del resultado:* existen tres pruebas con las cuales se pueden comprobar los resultados: sobre algo material como una medida; sobre una acción como una figura, y aquellas que dependen de una prueba formal.

Analizar estas estrategias en las actividades propuestas a los estudiantes permite al profesor analizar los conocimientos que los estudiantes ponen en marcha en la resolución de problemas, de igual manera permite conocer el nivel de dificultad que tienen los estudiantes al resolver problemas.

A continuación se proponen tres problemas en los que se tratará de ilustrar algunas de las variables didácticas propuestas anteriormente para la proposición y resolución de problemas, propuestos en Chamorro (1998, p. 288-298). Además, en cada problema se tendrán en cuenta ciertos aspectos que los estudiantes deberían tener en cuenta a la hora de su solución. Estos problemas se plantearon para la actividad **"Ponga en Práctica sus Conocimientos"**, los cuales son:

- Enunciar el problema correspondiente a la solución dada: con esta situación pretendo que los estudiantes construyan el enunciado de un problema cuya solución sea la siguiente:



Para dar solución a esta situación espero que los estudiantes tengan en cuenta los siguientes aspectos:

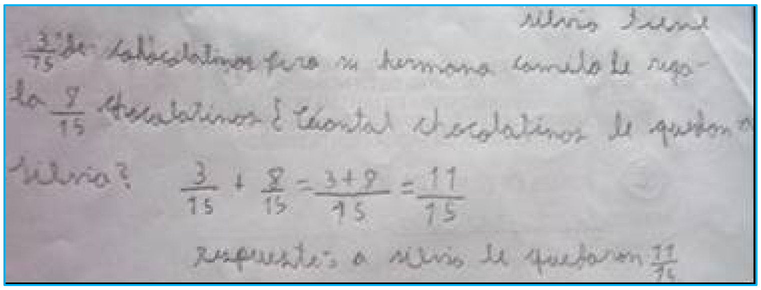
- Buscar un contexto que dé sentido a la solución propuesta.
- Tener en cuenta si es necesario construir el enunciado en el mismo orden de las operaciones dadas.
- Construir el enunciado asociando los operadores matemáticos con los operadores semánticos.

En este caso, espero que los estudiantes busquen contextos donde tengan cabida los animales, por tanto, es bastante previsible que redacten el enunciado situando la acción en un zoológico, un circo, una selva, etc. Además, que tomen el orden de la operación matemática “suma” con el operador semántico apropiado al contexto, ya sea “regalar”, “llevar”, etc.

Por ejemplo, José Luis al construir el enunciado de la situación, probablemente por el afán de dar su respuesta no tuvo en cuenta o no leyó atentamente de qué trataba el problema.

Por lo tanto, José Luis aunque no construyó el enunciado del problema con el tema indicado, en este caso el de los animales, él hizo una excelente construcción del enunciado con chocolatinas, ya que buscó un contexto apropiado, con el cual le dio sentido a la solución propuesta, como lo es el reparto entre hermanos, él planteó el siguiente enunciado: *“Silvia tiene* $\frac{3}{15}$ *de chocolatinas pero su hermano Camilo le regala* $\frac{8}{15}$ *chocolatinas ¿cuántas chocolatinas le quedan a Silvia?”.* Además, tuvo en cuenta el orden de las operaciones para así mismo asociar el operador semántico “regalar” con el operador matemático “suma”, resolviendo esta operación. Este es el enunciado que construyó José Luis:

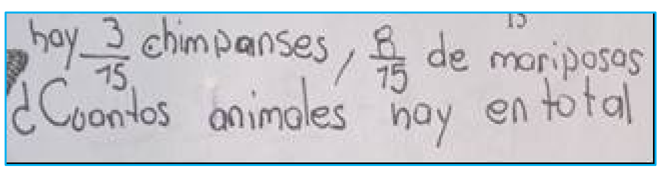
Figura 38: Respuesta problema 1, “Ponga en Práctica sus Conocimientos”, de José Luis.



Fuente. Autora del proyecto.

Pero, Michelle para construir el enunciado del problema no buscó un contexto adecuado para darle sentido a la solución propuesta, ya que ella escribió: *“hay* $\frac{3}{15}$ *chimpancés,* $\frac{8}{15}$ *de mariposas ¿cuántos animales hay en total?”.* A pesar de esto, podemos observar que tuvo en cuenta el orden de la operación y la asoció con el operador semántico “en total”. En el siguiente gráfico podemos observar lo que construyó:

Figura 39: Respuesta problema 1, “Ponga en Práctica sus Conocimientos”, de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

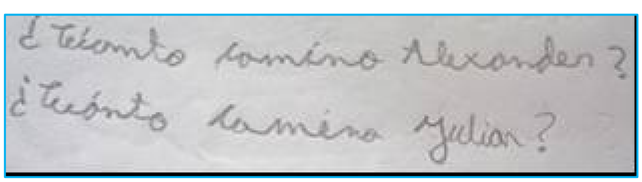
- Construir preguntas a partir de un enunciado dado: con esta situación se pretende que los estudiantes propongan diversos tipos de preguntas al siguiente problema:

Para dar solución a este problema espero que los estudiantes propongan tres tipos de preguntas:

- Preguntas sin respuesta, debido a que no hay suficientes datos en el enunciado o porque no tienen nada que ver con el contexto.
- Preguntas ya respondidas en el enunciado.
- Preguntas que exigen elaborar un procedimiento de resolución a partir de los datos del problema.

Por ejemplo, José Luis ante esta situación propone dos tipos de preguntas, la primera: *"¿cuánto caminó Alexander?",* es del tipo de preguntas que se responden con la información del texto, y la segunda: *"¿cuánto caminó Julián?",* son del tipo de preguntas que para resolverlas se utilizan los datos del problema, esto lo podemos observar en el siguiente gráfico:

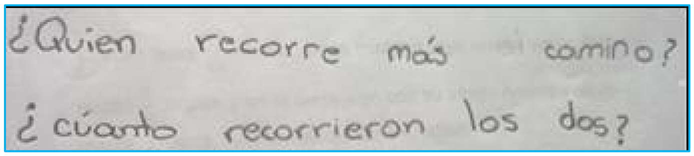
Figura 40: Respuesta problema 2, "Ponga en Práctica sus Conocimientos", de José Luís.



Fuente. Autora del proyecto.

Mientras que Silvia, aunque propone dos preguntas, estas están dentro de un mismo tipo de pregunta, ella escribe: *"¿quién recorre más camino?, y ¿cuánto recorrieron los dos?",* estas dos son del tipo de preguntas que se responden por medio de un procedimiento que tiene en cuenta los datos del problema. Esto lo podemos observar en el gráfico:

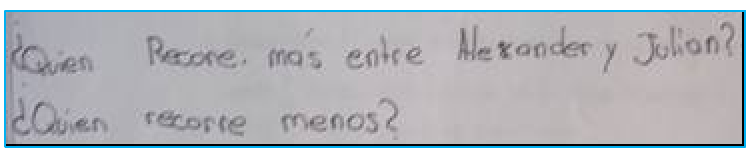
Figura 41: Respuesta problema 2, "Ponga en Práctica sus Conocimientos", de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Michelle también planteó su respuesta teniendo en cuenta el tipo de preguntas que se pueden responder a través de un procedimiento, el cual se elabora a partir de los datos del enunciado, las preguntas planteadas son las siguientes: *"¿quién recorre más entre Alexander y Julián?",* y *"¿quién recorre menos?",* estas las podemos observar en la figura:

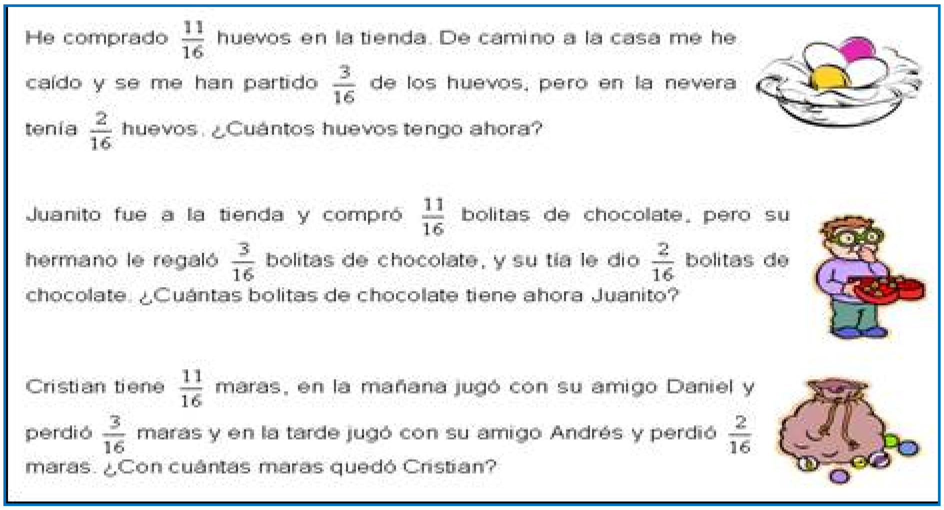
Figura 42: Respuesta problema 2, "Ponga en Práctica sus Conocimientos", de Michelle.



Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, puedo concluir que los estudiantes no plantearon preguntas sin respuestas, y sólo un estudiante planteó el tipo de preguntas que se responden con la información del enunciado, mientras que la mayoría de los estudiantes plantearon preguntas las cuales se respondían a través de un procedimiento que requiere los datos del problema.

➢ Encontrar un problema entre los planteados, para el cual se debe utilizar el cálculo dado: con esta situación pretendo que los estudiantes asignen el cálculo al problema correspondiente, la situación es la siguiente:


He comprado $\frac{11}{16}$ huevos en la tienda. De camino a la casa me he caído y se me han partido $\frac{3}{16}$ de los huevos, pero en la nevera tenía $\frac{2}{16}$ huevos. ¿Cuántos huevos tengo ahora?

Juanito fue a la tienda y compró $\frac{11}{16}$ bolitas de chocolate, pero su hermano le regaló $\frac{3}{16}$ bolitas de chocolate, y su tía le dio $\frac{2}{16}$ bolitas de chocolate. ¿Cuántas bolitas de chocolate tiene ahora Juanito?

Cristian tiene $\frac{11}{16}$ maras, en la mañana jugó con su amigo Daniel y perdió $\frac{3}{16}$ maras y en la tarde jugó con su amigo Andrés y perdió $\frac{2}{16}$ maras. ¿Con cuántas maras quedó Cristian?

Para resolver este problema espero que los estudiantes tengan en cuenta dos aspectos:

- Comprobar que los datos que aparecen en el cálculo corresponden con cada uno de los problemas dados.
- Asocien los operadores semánticos en cada uno de los problemas propuestos y en base a ellos apliquen las operaciones correspondientes.

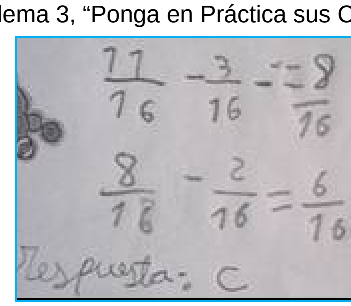
Ante esta situación todos los estudiantes miraban las fracciones que aparecían en el cálculo y a la vez comprobaban si estas mismas estaban en los problemas, dándose cuenta que todos los problemas propuestos tenían las mismas fracciones en sus datos numéricos.

Después de comprobar, los estudiantes a medida que leían los enunciados iban asociando los operadores semánticos con las operaciones asignadas en el cálculo dado, así, mientras unos se daban cuenta si el problema correspondía o no a este cálculo ya hecho, otros realizaban las operaciones correspondientes al problema y se daban cuenta si este problema era o no el asignado al cálculo dado.

De esta manera los estudiantes en el primer problema asociaban el operador semántico “partir” con la operación matemática “resta” y el operador semántico “tener” con la operación “suma”, de esta manera se daban cuenta que este problema no correspondía al cálculo dado. Mientras que en el segundo problema asociaban el operador semántico “regalar” con la operación “suma” y el operador semántico “dar” con la operación “suma”, con esto también se daban cuenta que este no era el problema correspondiente al cálculo dado. Finalmente, optaban por el tercer problema, decían que ese si era la respuesta, pero de igual manera asociaban el operador semántico “perder” con la operación “resta” y el operador semántico “perder” con la operación “resta”.

Por ejemplo, José Luis es uno de los estudiantes de los cuales asociaban los operadores semánticos con su respectiva operación y además, resolvía estos cálculos dando así respuesta a cada uno de los problemas propuestos, con las cuales comprobaba que ese problema no era el correspondiente al cálculo dado, y por lo tanto, ante la situación planteada esta fue la operación que hizo y la respuesta que dio:

Figura 43: Respuesta problema 3, “Ponga en Práctica sus Conocimientos”, de José Luis.



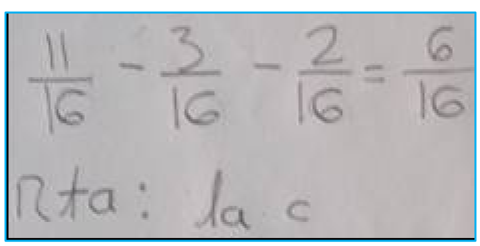
Fuente. Autora del proyecto.

Al resolver esta situación, pude observar que algunos de los estudiantes resolvían los problemas mediante el cálculo escrito, explicando después el proceso mental que habían hecho antes de pasar al lenguaje matemático el lenguaje cotidiano del enunciado, acerca de esta relación que hacen los estudiantes al resolver problemas Baroody afirma:

> *"Independientemente de cómo se introduzcan las técnicas, símbolos y conceptos matemáticos en la escuela, los niños tienden a interpretar y abordar la matemática formal[9] en función de la matemática informal".* (Baroody. 2000, p. 47)

Mientras que Daniel, fue uno de los otros estudiantes que tan sólo asociaba los operadores semánticos con las operaciones planteadas en el cálculo dado y con esta comparación descartaba la posibilidad de que ese problema fuera el correspondiente con el cálculo dado. Así cuando Daniel llegó a la tercera situación después de asociar los operadores semánticos con las operaciones correspondientes las realizó mediante el cálculo mental y dio como respuesta: *"la c".* Con este proceso mental que él hizo, para justificar su respuesta realizó el siguiente cálculo escrito:

Figura 44: Respuesta problema 3, "Ponga en Práctica sus Conocimientos", de Daniel.



Fuente. Autora del proyecto.

En esta misma situación pero con otra forma de resolver el problema, pude observar que otros estudiantes lo resolvían asociando primero los operadores semánticos con la operación correspondiente y luego realizaban el cálculo mental, en este caso quiero

[9] La matemática formal es aquella matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se enseñan en la escuela (Baroody, p. 45).

resaltar la importancia que para estos estudiantes tenía el resolver el problema por medio del cálculo mental y finalmente, comprobarlo con el cálculo escrito.

Con esto se da por terminada la actividad “Ponga en Práctica su Conocimiento” y se da inicio a la última actividad **“La Receta”**, con esta pretendo que los estudiantes manipulen alimentos y vivan en la práctica el tema de las fracciones, ya que considero importante proponer en el aula de clase situaciones de la vida diaria en la que los estudiantes tengan un papel activo. Posibilitar este tipo de situaciones no siempre es fácil, pero cuando se realizan, el interés y el sentido de aprendizaje aumentan de forma notable.

Pensando en esto, decidí hacer del aula de clase un aula de culinaria y convertir a los estudiantes en chef, para que sigan experimentando en la vida cotidiana el manejo de repartos y el uso de los números fraccionarios. Para esta actividad propuse preparar una ensalada de frutas, con los mismos ingredientes para todos, con el fin de que no se presentaran inconvenientes en el momento de asignar las recetas a los estudiantes.

Para la preparación de la ensalada de frutas les pedí a los estudiantes que llevaran un cuchillo, una cuchara y un plato desechable, y les llevé los siguientes ingredientes:

20 bananos,
1 patilla,
1 papaya,
1 tarro de crema de leche grande,
2 bandejas de uvas.

Para la preparación de la ensalada los estudiantes vieron cada uno de los ingredientes, y comentándoles que nos haríamos en grupos para la preparación les pregunté: – *¿si somos, con la profesora Flor Elba, cuarenta en total y debemos formar ocho grupos, cuántos estudiantes formarían cada grupo?* Después que los estudiantes hicieron cálculos mentales, le di la oportunidad a Michelle de responder y dijo: – *“nos toca hacer grupos de cinco”* – *¿por qué grupo de cinco?* – *“porque si somos cuarenta y debemos formar ocho grupos entonces debemos hacer una división”*-dice Michelle. – *Correcto, y ¿cómo hizo la división?* – *“Dividí cuarenta entre ocho y me da cinco, entonces son grupos de cinco personas”.* Estando todos de acuerdo con la respuesta de Michelle se formaron los ocho grupos de cinco personas.

Después de formados los grupos les pedí a los estudiantes que sacaran los platos, las cucharas y los cuchillos. Luego, mostrando los bananos les dije: – *para la ensalada se van a utilizar veinte bananos, entonces ¿qué cantidad de bananos nos toca a cada uno?* Para responder esta pregunta se le dio la oportunidad a Daniel y dijo: – *“nos toca de a medio banano porque si partimos cada uno por la mitad nos da cuarenta pedazos”.* Ante esta respuesta estuvimos todos de acuerdo y así con cada pregunta los estudiantes se daban cuenta del uso de las fracciones para hacer los repartos. Después de esta respuesta, le pedí a un estudiante de cada grupo que pasara al escritorio y partiera un banano y llevara la cantidad de bananos para cada integrante del grupo. El siguiente gráfico muestra la forma en que Daniel partió por la mitad el banano y la forma en que lo picaba para hacer la ensalada:

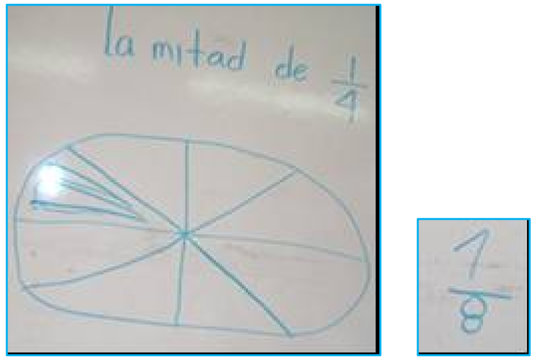
Figura 45: Partición de bananos, “Ensalada de Frutas”, de Daniel.

Fuente. Autora del proyecto.

Después de esto seguimos con la patilla, mostrando la patilla le pregunté a los estudiantes: – *¿en cuántos pedazos debo partir la patilla para darle un pedazo a cada grupo?* Entre las respuestas dadas le di la oportunidad a Silvia de responder la pregunta, ante esto ella respondió: – *“nos toca la mitad de un cuarto”.* Siendo cierta esta cantidad, pero un poco confusa, le pedí que nos explicara su respuesta, y escribí en el tablero la respuesta que Silvia dio: *“la mitad de* $\frac{1}{4}$*”*. Ella pasando al tablero intento dibujar la patilla, primero la partió por la mitad trazando una línea horizontal, luego la partió en cuartos trazando otra línea pero vertical y con esto dijo: *“partiéndola así sólo tenemos cuatro pedazos entonces sería para cuatro grupos pero como somos ocho entonces a cada pedazo toca partirlo por la mitad y así tenemos ocho pedazos”.*

Después de esto, ella trazó líneas en cada uno de los pedazos, con las cuales quedaban partidas en dos cada pedazo formando así en total ocho pedazos. Finalmente, ella sombrea un pedazo de la representación gráfica que hizo y dice: *“entonces nos toca de a un pedazo que sería un octavo”*-escribiendo en el tablero la fracción representada*, – ¿por qué un octavo? – “Porque cogemos un pedazo de ocho”, – correcto, pero usted al principio dijo que nos tocaba la mitad de un cuarto, entonces nos podría decir ¿cuánto es la mitad de un cuarto? – “Sí, la mitad de un cuarto es un octavo porque la mitad de este cuarto de patilla (señala un cuarto de la patilla) es un octavo”*-responde Silvia*.* La siguiente figura el proceso que realizó Silvia:

Figura 46: Explicación, cantidad de patilla correspondiente a cada grupo, “Ensalada de Frutas”, de Silvia.



Fuente. Autora del proyecto.

Con esta explicación puedo concluir que es importante tener comunicación entre los estudiantes y el profesor, porque como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional (1998, p. 96), la comunicación ocurre cuando los estudiantes trabajan en grupos y cuando un estudiante construye y explica una representación gráfica para dar respuesta a un problema cotidiano.

Finalmente, a cada grupo le di un octavo de la cantidad de patilla, pero para evitar accidentes decidí cortarles la patilla a los estudiantes, cuando los estudiantes tenían el octavo de la patilla les pregunté: – *ahora, con este pedazo de patilla ¿qué cantidad de patilla le corresponde a cada uno?* Michelle dice: – *“nos corresponde de a un quinto”, – ¿por qué de a un quinto, nos podría explicar? – “profe, es que como somos cinco entonces debemos partir el pedazo de patilla en cinco pedazos y así nos toca de a un pedazo, o sea un quinto”, – muy bien Michelle, eso es correcto*. En la siguiente figura podemos observar las particiones de la patilla, aunque hizo falta la partición que finalmente le correspondió a cada estudiante:

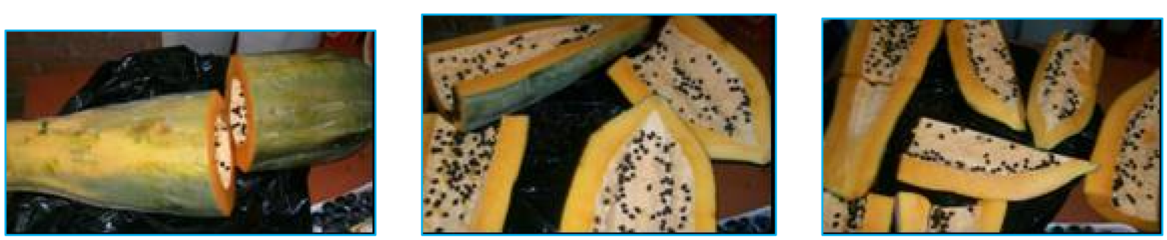
Figura 47: Partición de la patilla, “Ensalada de Frutas”.

Fuente. Autora del proyecto**.**

Por tanto, le di un quinto de patilla a cada estudiante y así ellos lo picaban para ir formando su ensalada de frutas.

Luego, tomé la papaya y dándole la oportunidad a otro estudiante, a parte del grupo de trabajo, con el fin de saber si él sabía o si había entendido la explicación que había hecho Silvia, le pregunté: – *¿Qué cantidad de papaya le corresponde a cada grupo?* Este estudiante dice: – *“profe, igual que la patilla a cada grupo le toca de a un octavo de la papaya por que usted trajo una papaya para todos”, – muy bien, y entonces ¿a usted qué cantidad de ese octavo de papaya le corresponde? – “También me toca un quinto igual que con la patilla”*-responde muy seguro de su respuesta. La figura muestra la forma como se partió la papaya, pero hizo falta la imagen que muestra el pedazo que le correspondió a cada uno:

Figura 48: Partición de la papaya, “Ensalada de Frutas”.



Fuente. Autora del proyecto.

Con la respuesta dada por el estudiante, pude notar la capacidad que él tenía para resolver problemas usando analogías.

La papaya también se la di partida a los estudiantes con el fin de prevenir accidentes con los cuchillos, por tanto les pedí que llevaran cuchillos desechables, los estudiantes sólo debían picar en pedacitos la porción de fruta asignada para ir formando la ensalada de frutas.

Finalmente, les mostré a los estudiantes las uvas, las cuales fueron contadas de tal manera que cuando ellos le aplicaran el operador correspondiente su respuesta fuera un número entero, así que se llevaron doscientas uvas. Para tal fin, le pregunté a los estudiantes: – *¿si hay doscientas uvas, qué cantidad de uvas le corresponde a cada uno?* Después de unos minutos y ver que los estudiantes hacían cálculos, le di la oportunidad a José Luis para que diera su respuesta, ante esta pregunta el dijo: – *"profe, nos toca de a cinco uvas", – ¿por qué cinco uvas, qué hizo para llegar a esa respuesta? – "porque como hay doscientas y somos cuarenta en total entonces yo hice una división, dividí doscientos entre cuarenta y me dio cinco"*-decía mientras miraba su hoja donde hizo este cálculo escrito. Después de esta respuesta, Silvia dice: *"profe, o sea que a cada uno nos corresponde un cuarentaavo de las uvas", – ¡muy bien Silvia!, y ¿por qué le corresponde a cada uno un cuarentaavo? – "porque tomamos una parte y se deben dividir entre cuarenta",* con esta respuesta me di cuenta que ella no sólo empleó el operador fraccionario $\frac{1}{4}$ sino que además usó el concepto de numerador y denominador para plantear este operador.

Con estas respuestas y estando todas de acuerdo, le di a cada estudiante cinco uvas y finalmente, a medida que ellos iban terminando de preparar la ensalada se las iba decorando con leche condensada para darle un toque de dulzura a las matemáticas. La siguiente figura muestra una de las ensaladas de frutas preparada por José Luis:

Figura 49: “Ensalada de Frutas” de José Luis.

Fuente. Autora del proyecto.

Finalmente, con esta actividad puedo concluir que los estudiantes aplicaron los operadores fraccionarios de manera adecuada a cada una de las situaciones para darles solución, viviendo así en la práctica y manipulando alimentos, los fraccionarios.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los docentes estamos comprometidos desde el primer momento con los estudiantes a motivarlos en la clase, a despertar su interés, a mantenerlos activos y partícipes y hacerlos sentir alegres, ya que las emociones en el aula de clase son de gran importancia, además, debemos estar preparados para hacer despertar en los estudiantes su espíritu académico, social y moral.

Los docentes podemos hacer que los estudiantes aprendan a pensar, pero pensar no sólo para adquirir un conocimiento sino que tenga un pensamiento constructivo en cualquier situación de la vida diaria, ya que es posible que piensen creativamente y analicen todo lo que ocurre a su alrededor.

Los estudiantes se mostraron muy receptivos a la matemática recreativa, hacer este tipo de actividad en el aula de clase dentro de un enorme entorno dinámico y entretenido, constituye para los estudiantes un gran agrado y aceptación hacia las matemáticas.

Cuando se está desarrollando un significado matemático es importante buscar diferentes formas de abordar el tema, ya que si el estudiante trabaja el significado matemático con diferentes actividades él estará más dispuesto a explorar y comprender, estará más atento y motivado. Además, es importante que al estudiante se le lleve a clase diversas actividades lúdicas para adquirir con más facilidad los diversos significados, actividades donde puedan manipular materiales concretos, donde puedan jugar, etc.

En el momento de desarrollar guías o talleres, los dibujos utilizados deben estar bien diseñados y las palabras que se manejen sean para todos entendibles. Además, al darles ejemplos a los estudiantes se debe tener en cuenta el contexto en que se está trabajando, así por ejemplo para el tema de los fraccionarios se debe tener en cuenta que los operadores fraccionarios se aplican a números o a magnitudes como al área de un patio, salón; o al volumen de un líquido; a la longitud de una cinta; etc.

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

Enfocar las fracciones desde diferentes interpretaciones, tales como, la fracción como medida, la fracción como parte-todo, la fracción como operador y la fracción como cociente, le permitió a los estudiantes adquirir una mejor comprensión tanto conceptual como procedimental en el tema de fracciones homogéneas.

El emplear material concreto como herramienta para resolver problemas de tipo aditivo y sustractivo con fracciones homogéneas, permitió a los estudiantes interpretar los enunciados de las situaciones, asociar los operadores semánticos con las operaciones matemáticas correspondientes, verificar procedimientos y asimilar los conocimientos que estaban adquiriendo.

Debido a que el aprendizaje es todo un proceso, y por tanto se construye paso a paso, el usar material concreto en la resolución de problemas con fracciones homogéneas, se convirtió en una excelente herramienta para que los estudiantes fueran reforzando y complementado sus conocimientos previos y lleguen a asimilar los conceptos y procedimientos involucrados en las fracciones homogéneas.

El manejo del cálculo mental es una herramienta que le permite a los estudiantes realizar cálculos aritméticos con rapidez, descubrir propiedades y relaciones numéricas, además, permite a los estudiantes dar solución e interactuar en labores cotidianas, debido a que no siempre cuenta con lápiz y papel. Mientras que el manejo del cálculo escrito le permite modelar, abrevias con mayor exactitud y rapidez la construcción y realización de las operaciones necesarias para resolver un problema, siendo exitosa cuando el estudiante comprende de manera significativa los procesos y reglas a seguir al realizar una operación matemática.

Al permitirles a los estudiantes expresar sus ideas, explicar sus procesos mentales e interactuar con los demás, ya sean familiares o amigos, no sólo le damos la oportunidad de transformar y construir nuevas herramientas al resolver un problema sino que podemos conocer y entender lo que están pensando y realizando.

Presentar diferentes actividades a los estudiantes y plantear diversas variables didácticas que confluyen en el enunciado de un problema, permitió a los estudiantes formular situaciones problemáticas en las cuales construyeron enunciados teniendo en cuenta la solución dada, formularon preguntas al enunciado dado y comprobaron datos haciendo cálculos y asociando los operadores semánticos con el algoritmo correspondiente para resolver satisfactoriamente problemas cotidianos.

Considero que esta experiencia de aula puede enriquecer la metodología empleada por el docente, ya que como se mostró, es útil la realización de talleres que involucren situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes, así, se pueden sentir identificados realizando actividades que no carecen de sentido para ellos.

Se sugiere emplear el uso del material concreto en otros trabajos de grado, con los demás aspectos que involucren el manejo de números racionales y con los demás temas que conforman el plan de estudios en cuarto grado, ya que se observaron excelentes resultados en fracciones homogéneas.

6. REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1993). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo.* (2da. Ed.). México: Ed. Trillas.

Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial.* (Sánchez, G. Trad.) Madrid, España. Ed. Visor Dis. (Trabajo original publicado en 1998).

Carrillo, R. (2007). *El diseño de juegos personales: un medio para alcanzar el aprendizaje significativo con fracciones equivalentes.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria.* España: Pearson Prentice Hall.

Corredor, E. (2004). *Fracciones equivalentes y adición de números racionales: Su comprensión mediada por el uso del material concreto.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Ibarra, A. *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria: experiencias de los profesores.* México. http://www.comie.org.mx/congreso/memoria/v9/ponencias/at16/PRE1178723848.pdf.

Lozada, T. (2007). *Estrategias para el aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes de tercer grado de básica primaria.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Madrid, D. (1998). *Guía para la investigación en el aula de idiomas.* España.

http://www.ugr.es/~dmadrid/Doctorado/Guia%20Investigacion%20Aula.pdf.

Merchán, G. (2007). *La enseñanza de los números fraccionarios: una reflexión docente.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Ministerio de Educación Nacional. (1985). *Programas Curriculares: Tercer Grado de Educación Básica.* Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas-Lineamientos Curriculares.* Santa Fe de Bogotá DC: MEN. Editorial nomos impresores S.A.

Morales, M. (2006). *Las fracciones según los pescantes.* España: UNIÓN: Revista iberoamericana de Educación Matemática. http://www.fisem.org/descargas/6/Union_006_003.pdf.

Polya, G. (1965). *Cómo resolver y plantear problemas.* México: Editorial Trillas, S. A.

Prada, G. (2004). *Propuesta didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones con números fraccionarios en séptimo grado.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Rey, L. (1996). *Ensayo metodológico para el aprendizaje de fraccionarios.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Silva, J. (1996). *Ensayo metodológico para la construcción del concepto de fraccionario.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Taylor, S. y Bogdan, R. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación.* Buenos Aires, Argentina: Editorial Paidós SAICF.

Thornton, S. (1998). *La resolución infantil de problemas.* Madrid, España: Edición Morata, S. L.

Vasco, C. (1994). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas.* Volumen II, en: Serie Pedagógica y Currículo. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

ANEXOS


UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA
NOMBRE
ACTIVIDAD No. 4
PONGA EN PRÁCTICA SUS CONOCIMENTOS
4) Doña Olga para preparar huevos en tortilla utiliza 2/3 de doce huevos que ha comprado en la tienda. ¿Cuántos huevos ha empleado para hacer la tortilla? Explique su respuesta.
2) Haga preguntas teniendo en cuenta el siguiente enunciado:
Alexander y Julián salen cada una de su casa hacia la casa de la otra. Alexander recorre 2/8 del camino; mientras que Julián recorre 1/8 del camino, descansa y luego recorre 3/8 más del camino.

ANEXO I: PRUEBA DIAGNÓSTICA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

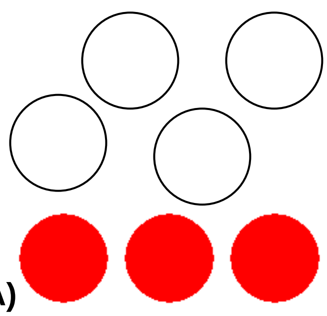
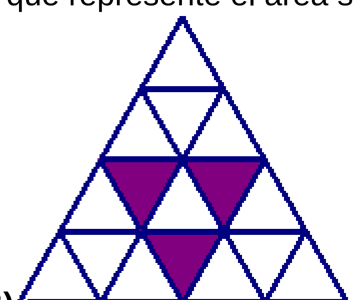
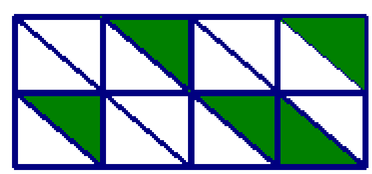
PRUEBA DIAGNÓSTICA

NOMBRE: ____

OBJETIVO:

- Recordar el concepto de fracción y sus partes.
- Identifica las partes de una fracción y representa fracciones.

1. Escriba un fraccionario que represente el área sombreada en cada figura:

A)  B)  C) 

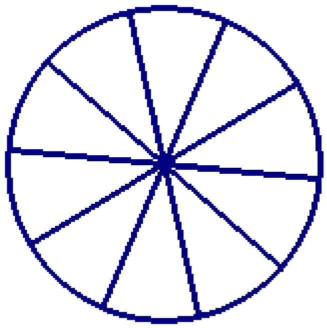
____ ____ ____

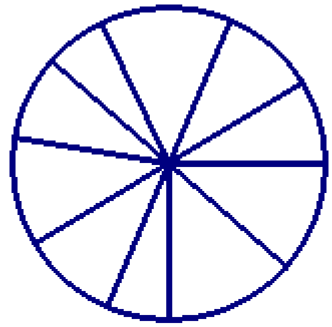
¿Cuál es la fracción que corresponde al área no sombreada?

a) ____ b) ____ c) ____

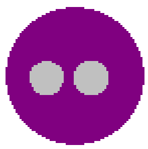
2. Felipe a su fiesta de cumpleaños invitó a 9 amigos, de los cuales 5 eran niños y 4 eran niñas. ¿Qué parte de todos los invitados eran niñas? ¿Qué parte de todos los invitados eran niños?

Además corto la torta en 10 pedazos, ¿cuál de las tortas está cortada en décimos?

a) 

b) 

3. Susana tiene 7 botones rojos, 3 botones azules y 5 botones verdes. ¿Qué fracción representa el número de botones azules? Represente gráficamente.



4. Catorce de los treinta estudiantes de cuarto tienen el pelo castaño. ¿Qué parte del grupo de estudiantes tienen el pelo castaño? Represente gráficamente.

ANEXO II: OPERADORES FRACCIONARIOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

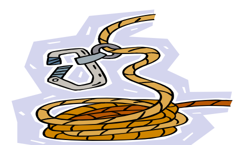
OPERADORES FRACCIONARIOS

NOMBRE: ____

Objetivo:

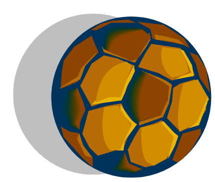
- Aplicar los operadores fraccionarios a números o magnitudes para resolver problemas cotidianos.

1) Javier quiere jugar con un lazo que mide 4 metros, pero lo parte por la mitad porque es muy largo y no le sirve. ¿Cuánto mide ahora el lazo de Javier? Explique su respuesta.

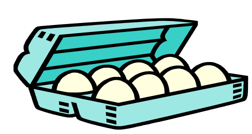


2) Camilo tiene un billete de $2000 y quiere regalarle la cuarta parte del valor a su hermana Catalina. ¿Qué cantidad de dinero le regala a su hermana? Explique su respuesta.

3) El grado cuarto tiene 35 estudiantes, entre los niños y las niñas del grado cuarto solo jugarán fútbol $\frac{2}{5}$ de ellos. ¿Cuántos estudiantes jugarán fútbol? Explique su respuesta.



4) Doña Olga para preparar huevos en tortilla utiliza $\frac{2}{3}$ de doce huevos que ha comprado en la tienda. ¿Cuántos huevos ha empleado para hacer la tortilla? Explique su respuesta.



ANEXO III: COMPOSICIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE MEDIDAS

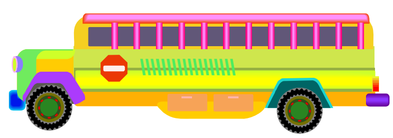
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

COMPOSICIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE MEDIDAS

NOMBRE: ____

OBJETIVO:
- Resuelve problemas cotidianos usando material concreto.

1) De Bucaramanga han salido tres buses con diferentes rutas: Pamplona, Barrancabermeja y Rionegro. Los tres buses salieron de Bucaramanga a la misma hora pero hasta el momento han recorrido una parte del trayecto, así que han recorrido hacia Pamplona $\frac{1}{16}$ de su ruta, hacia Barrancabermeja $\frac{5}{16}$ de su ruta y hacia Rionegro $\frac{3}{16}$ de su ruta.



   a) ¿Qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Rionegro?

   b) ¿Qué cantidad de ruta han recorrido los buses que van hacia a Pamplona y Barrancabermeja?

2) El bus que viajaba hacia Pamplona llevaba $\frac{14}{16}$ pasajeros, pero en Berlín se quedaron $\frac{3}{16}$ pasajeros. ¿Cuántos pasajeros llegaron al terminal de Pamplona? Explique su respuesta.

3) Cristina fue de vacaciones a Pamplona donde su abuela y ha tomado $\frac{15}{16}$ fotos de un rollo, pero $\frac{3}{16}$ de las fotos salieron dañadas. ¿Cuántas fotos salieron buenas? Explique su respuesta.

ANEXO IV: COMPARACIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE MEDIDAS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

COMPARACIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE MEDIDAS

NOMBRE: ____

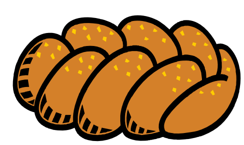
OBJETIVO:

- Resuelve problemas cotidianos usando material concreto y/o representaciones gráficas.

1. María tiene $\frac{5}{8}$ de chocolatina, pero Cristina tiene $\frac{2}{8}$ de chocolatina más que María. ¿Qué cantidad de chocolatina tiene Cristina? Explique su respuesta.

2. Sofía tiene $\frac{19}{20}$ monedas en una alcancía. Esta mañana sacó $\frac{15}{20}$ de las monedas que tenía y en la tarde su mamá le regaló $\frac{12}{20}$ de monedas. ¿Cuántas monedas tiene ahora Sofía en su alcancía? Explique su respuesta.

3. Paula comió $\frac{8}{12}$ de pan en el desayuno y su hermana Catalina comió $\frac{3}{12}$ de pan menos que Paula. ¿Qué cantidad de pan comió Catalina? Explique su respuesta.



4. Pablo, a su abuelo en la finca le ayuda a recoger racimos de uva. Él debe recoger $\frac{33}{35}$ racimos de uva en un día; pero en la mañana recoge $\frac{15}{35}$ de los racimos. ¿Cuántos racimos de uvas le hace falta recoger en la tarde? Explique su respuesta.

ANEXO V: TRANSFORMACIÓN Y COMPOSICIÓN DE ESTADOS RELATIVOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

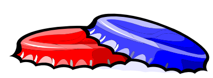
TRANSFORMACIÓN Y COMPOSICIÓN DE ESTADOS RELATIVOS

NOMBRE: ____

OBJETIVO:

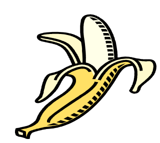
- Resuelve problemas cotidianos usando material concreto y/o representaciones gráficas.

1. Pablo tiene $\frac{9}{10}$ tapas de gaseosa de diferentes marcas. Le regala $\frac{2}{10}$ de las tapas a Juan y $\frac{3}{10}$ de las tapas a Jaime.
   a) ¿Cuántas tapas le ha regalado a sus amigos?



   b) ¿Cuántas tapas le han quedado?

2. Al papá de Heiner ayer en la frutería le quedó $\frac{8}{24}$ bananos y hoy ha comprado $\frac{12}{24}$ bananos. ¿Cuántos bananos tiene hoy para la venta? Explique su respuesta.



3. Antonio le debía $\frac{8}{10}$ de maras a Juan, pero hoy le dio $\frac{2}{10}$ de las maras. ¿Cuántas maras le queda debiendo? Explique su respuesta.

4. Luís le debe $\frac{18}{40}$ papeletas del álbum de Dragon Ball z a Camilo, pero Camilo le debe a él $\frac{10}{40}$ papeletas. ¿Cuántas papeletas le queda debiendo Luís a Camilo?

ANEXO VI: PONGA EN PRÁCTICA SUS CONOCIMIENTOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCTIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

PONGA EN PRÁCTICA SUS CONOCIMENTOS

NOMBRE: ____

OBJETIVOS:

- Plantear una situación correspondiente a la solución.
- Proponer preguntas acerca del problema dado.
- Escoger el problema para el cual se utiliza la solución dada por medio de operaciones.

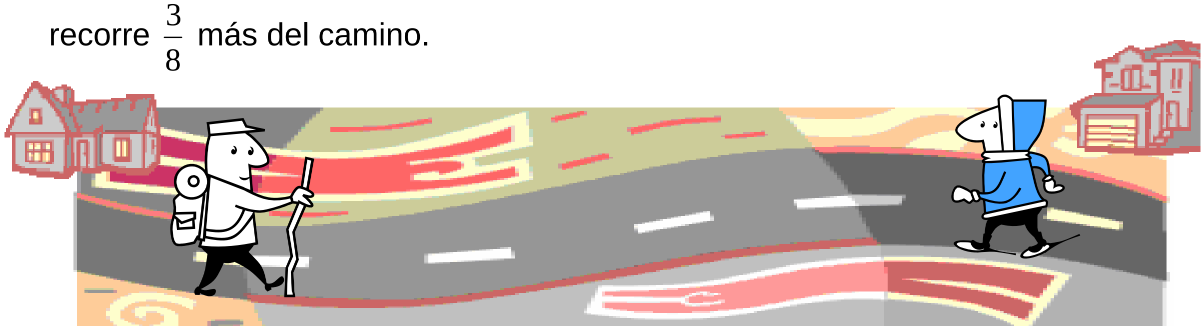
1) Invente un problema con la siguiente solución:

$$\frac{3}{15}+\frac{8}{15}=\frac{3+8}{15}=\frac{11}{15}$$

Respuesta: el total de los animales que llevaron son $\frac{11}{15}$.

2) Haga preguntas teniendo en cuenta el siguiente enunciado:

Alexander y Julián salen cada uno de su casa hacia la casa del otro. Alexander recorre $\frac{2}{8}$ del camino; mientras que Julián recorre $\frac{1}{8}$ del camino, descansa y luego recorre $\frac{3}{8}$ más del camino.



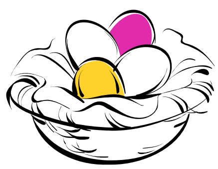
3) ¿En cuál de los siguientes problemas hay que hacer el cálculo para hallar la solución?

$$\frac{11}{16} - \frac{3}{16} = \frac{8}{16}$$

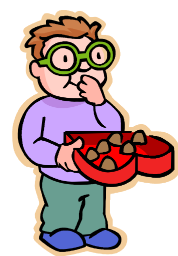
$$\frac{8}{16} - \frac{2}{16} = \frac{6}{16}$$

Respuesta: $\frac{6}{16}$

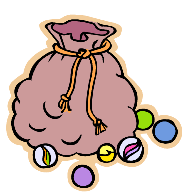
a) He comprado $\frac{11}{16}$ huevos en la tienda. De camino a la casa me he caído y se me han partido $\frac{3}{16}$ de los huevos, pero en la nevera tenía $\frac{2}{16}$ huevos. ¿Cuántos huevos tengo ahora?



b) Juanito fue a la tienda y compró $\frac{11}{16}$ bolitas de chocolate, pero su hermano le regaló $\frac{3}{16}$ bolitas de chocolate, y su tía le dio $\frac{2}{16}$ bolitas de chocolate. ¿Cuántas bolitas de chocolate tiene ahora Juanito?



c) Cristian tiene $\frac{11}{16}$ maras, en la mañana jugó con su amigo Daniel y perdió $\frac{3}{16}$ maras y en la tarde jugó con su amigo Andrés y perdió $\frac{2}{16}$ maras. ¿Con cuántas maras quedó Cristian?



ANEXO VII: LA RECETA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II
COLEGIO LICEO PATRIA QUINTA BRIGADA

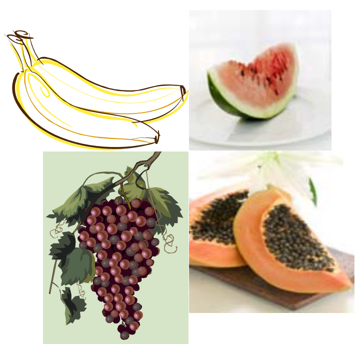
LA RECETA

NOMBRES: ____
____
____
____
____

OBJETIVO:

- Resolver situaciones viviendo en la práctica las fracciones.

ENSALADA DE FRUTAS CON QUESO CREMA Y GRANOLA



INGREDIENTES:

Banano
Papaya
Patilla
Uvas
Leche condensada o lecherita

PREPARACIÓN:

- Corte las frutas de manera decorativa y agradable: corte en rebanadas la papaya, la patilla y el banano.
- Tenga en cuenta los colores y preséntelos en forma agradable.
- Agregue frutillas como las uvas.
- Remate y decore con leche condensada o lecherita.