

**GEOGEBRA COMO MÉTODO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS  
FUNCIONES DE VARIABLE REAL A ESTUDIANTES DEL GRADO 10-2 DEL  
COLEGIO SAN CARLOS DEL MUNICIPIO DE SAN GIL**

**ROLANDO AUGUSTO MEJÍA BALLESTEROS**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGA  
BUCARAMANGA**

**2018**

**GEOGEBRA COMO MÉTODO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS  
FUNCIONES DE VARIABLE REAL A ESTUDIANTES DEL GRADO 10-2 DEL  
COLEGIO SAN CARLOS DEL MUNICIPIO DE SAN GIL**

**ROLANDO AUGUSTO MEJÍA BALLESTEROS**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE  
MAGISTER EN PEDAGOGÍA**

**DIRECTORA**

**AURORA GÁFARO ROJAS**

**DOCTORA EN MATEMÁTICA APLICADA**

**DOCTORA EN ESTADÍSTICA, MATEMÁTICA E INFORMÁTICA**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER – UIS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA**

**2018**

## TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN .....	10
2.	PROBLEMA .....	12
2.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	12
3.	JUSTIFICACIÓN .....	20
4.	OBJETIVOS .....	25
4.1.	OBJETIVO GENERAL .....	25
4.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	25
5.	ANÁLISIS .....	26
5.1.	PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	26
5.1.1.	Análisis Cuantitativo.....	28
5.1.2.	Análisis Cualitativo .....	32
5.2.	ANÁLISIS DEL MARCO TEÓRICO .....	35
5.3.	ANÁLISIS DE LA PROPUESTA.....	37
5.4.	SECUENCIA DIDÁCTICA .....	37
5.5.	EJECUCIÓN DE LA SECUENCIA .....	50
5.6.	ANÁLISIS DE LA PRUEBA DE CIERRE .....	74
5.6.1.	Análisis Cuantitativo .....	75
5.6.2.	Análisis Cualitativo.. .....	79
5.6.3.	Interpretación del desarrollo de las sesiones, cuadernillos de los estudiantes, diarios de campo y videos. ....	80
6.	MARCO TEÓRICO .....	93
6.1.	ANTECEDENTES .....	93
6.2.	CONTEXTO INTERNACIONAL .....	93
6.3.	CONTEXTO NACIONAL .....	98
6.4.	CONTEXTO LOCAL .....	102
6.5.	MARCO PEDAGÓGICO .....	104
6.6.	COMPONENTE DISCIPLINAR .....	106
6.7.	COMPONENTE DIDÁCTICO.....	108
7.	METODOLOGÍA DEL PROYECTO .....	113

7.1.	ENFOQUE METODOLÓGICO: CUALITATIVO .....	113
7.2.	DISEÑO TRANSVERSAL .....	113
7.3.	ESTUDIO: INVESTIGACIÓN ACCIÓN .....	113
7.4.	TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	117
7.5.	VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LA OBSERVACIÓN PARTICIPANTE ...	118
7.6.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	118
7.7.	CRITERIOS ÉTICOS .....	119
7.8.	ESCENARIO Y PARTICIPANTES .....	120
8.	CRONOGRAMA.....	122
9.	CONCLUSIONES .....	124
	BIBLIOGRAFÍA.....	126
	CIBERGRAFÍA.....	132

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de barras comparativo.....	13
Figura 2. Desempeño institucional de los estudiantes de 9° en matemáticas .....	14
Figura 3. Competencias.....	15
Figura 4. Componentes .....	16
Figura 5. Hacia un modelo dinámico de planeación didáctica .....	111
Figura 6. Modelo de una secuencia de didáctica .....	112
Figura 7. Ciclo de acción de la Investigación Acción .....	116
Figura 8. Organizador Visual Taxonomía solo.....	119

## RESUMEN

**TITULO:** GEOGEBRA COMO MÉTODO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL A ESTUDIANTES DEL GRADO 10-2 DEL COLEGIO SAN CARLOS DEL MUNICIPIO DE SAN GIL\*

**AUTOR:** ROLANDO AUGUSTO MEJÍA BALLESTEROS\*\*

**PALABRAS CLAVE:** GEOGEBRA, FUNCIONES DE VARIABLE REAL, INVESTIGACIÓN ACCIÓN

### DESCRIPCIÓN

El aprendizaje de las funciones de variable real se realiza a través de toda la vida escolar, pero se asienta en el grado décimo donde convergen y profundizan todos los contenidos referidos a este tema, que es el objetivo de aprendizaje en la presente investigación que se realizó a través de la aplicación de una secuencia didáctica elaborada a partir de la implementación de las TIC en el aula, utilizando el software especializado de versión libre Geogebra. Este proyecto se realizó con estudiantes de los estratos uno y dos del grado décimo del Colegio San Carlos del municipio de San Gil-Santander del sector público. El análisis de resultado se realizó teniendo como base los niveles de la taxonomía SOLO, demostrando mejoras de hasta el 50% en algunos niveles de aprendizaje. Aunque los avances logrados en esta investigación podrían ser comparables con la implementación de un método tradicional, en el aprendizaje de las funciones de variable real, el trabajo colaborativo y el uso de las TIC, desarrolló en los estudiantes motivación, confianza; y paso de ser un método basado en un proceso matemático calculista complicado para la obtención de un resultado a convertirse en un proceso interpretativo, donde lo importante no es el cálculo matemático, ya que este queda relegado a los ordenadores, si no la aplicación y contextualización de los resultados arrojados por el software.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Aurora Inés Gáfarro Rojas, Doctora en Matemática Aplicada, Doctora en Estadística, Matemática e Informática

## ABSTRACT

**TITLE:** GEOGEBRA AS A METHOD OF TEACHING AND LEARNING OF REAL VARIABLE FUNCTIONS TO STUDENTS OF GRADE 10-2 OF THE SAN CARLOS SCHOOL OF THE MUNICIPALITY OF SAN GIL \*

**AUTHOR:** ROLANDO AUGUSTO MEJÍA BALLESTEROS \*\*

**KEY WORDS:** GEOGEBRA, FUNCTIONS OF REAL VARIABLE, RESEARCH ACTION

### **DESCRIPTION:**

The learning of the functions of real variable is carried out throughout the whole school life, but it is based in the tenth grade where all the contents related to this subject are converged and deepened, which is the learning objective in the present research that was carried out through the application of a didactic sequence elaborated from the implementation of the TIC in the classroom, using the specialized software of free version geogebra. This project was carried out with students between strata one and two of the tenth grade of the San Carlos School of the municipality of San Gil-Santander of the public sector. The analysis of results was made based on the levels of the taxonomy SOLO, demonstrating improvements of up to 50% in some levels of learning. Although the advances achieved in this research could be comparable with the implementation of a traditional method, in learning the functions of real variable, collaborative work and the use of TIC development in students motivation and confidence and step from being a method based on a complicated calculating mathematical process to obtain a result to become the interpretive process of these, where the important thing is not the mathematical calculation, since this is relegated to the computers, if not the application and contextualization of the results thrown by the software.

---

\* Bachelor thesis

\*\* Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Directora: Aurora Inés Gáfaró Rojas, Doctora en Matemática Aplicada, Doctora en Estadística, Matemática e Informática

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación pretende involucrar las TIC en el aula de clase con los estudiantes del grado 10° del colegio San Carlos del municipio de San Gil, Santander, a través de contenidos multimedia, como videos, páginas web y documentos digitales presentados en el tablero digital, información estadística para ser analizada con el software de uso libre geogebra, aplicando el conocimiento de las funciones de variable real para el análisis y modelado de los datos extraídos, a través de tablas, diagrama sagitales, grafos, diagramas cartesianos y expresiones algebraicas.

Las TIC representan una innovadora y más profunda forma de aprendizaje dentro y fuera del aula, sin embargo la tecnología se queda limitada al uso de consulta en la web y redes sociales ajenas al aula. Los docentes migrantes digitales presentan cierta apatía al uso de las TIC, por tanto continúan sometiendo a los estudiantes a largos desarrollos manuales en la solución de problemas, casi que ignorando la forma dinámica que brindan el uso del software en este tipo de soluciones donde lo importante ya no es la obtención de una formula y una gráfica estática, sino la solución se convierte en la interpretación y modelado de estos resultados que son hallados por el software, donde incluso alumnos con dificultades en el despeje de ecuaciones matemáticas pueden llegar a dar una interpretación del problema, sin tener que pasar por complicados cálculos matemáticos; Por tanto, esta investigación pretende abordar el tema de funciones de variable real con los estudiantes de 10° grado, pero a través del uso del software Geogebra, centrando la atención en la interpretación de resultados y no en el procedimiento de los mismos.

Como estrategia de enseñanza se utilizó una secuencia didáctica estructurada de forma que siga los parámetros señalados por el MEN; y la guía para la elaboración de una secuencia didáctica de Tobón. Esta secuencia consta de 7 secciones dispuestas en orden de complejidad, de manera que, a medida que se avanza en

ella, el estudiante profundiza en el conocimiento y el manejo de conceptos necesarios para el modelado de fenómenos naturales y problemas cotidianos a través de las funciones de variable real.

Los datos recogidos en los diarios de campo, videos y el desarrollo de las actividades se analizaron a través de un estudio cualitativo, aplicando técnicas de observación y análisis de las actividades desarrolladas por los estudiantes escogidos mediante un muestreo no probabilístico.

## 2. PROBLEMA

### 2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La institución educativa Colegio San Carlos del municipio de San Gil, Santander en las pruebas saber 9 de los últimos 4 años, en el área de matemáticas muestra un rendimiento bajo entre 7% y el 9%, salvo en el 2014 que alcanzó el 21%, un nivel mínimo con valores entre 47% y 52%. En cuanto al nivel satisfactorio se observa una mayor fluctuación comprendida entre, el 26% y el 40% y el nivel avanzado entre el 3% y el 14%. Esta tendencia particular del colegio se marca también a nivel municipal, departamental y nacional, ya que las fluctuaciones de estos niveles son similares, sólo que a medida que aumenta la población, las oscilaciones se hacen más homogéneas. Por ejemplo, a nivel nacional el desempeño bajo esta entre el 21% y el 25%, el mínimo entre el 48% y el 53%, el satisfactorio entre el 20% y el 22% y el más llano es el avanzado entre el 4% y el 5%. Ahora si se compara los resultados nacionales con los obtenidos en las pruebas internacionales como PISA distan mucho entre sí, ya que, al observar la última valoración obtenida en 2012 en matemáticas, Colombia presenta un nivel de insuficiencia del 74%, mínimo del 18%, satisfactorio del 8% y 0% en avanzado Figura 1. En matemáticas 2015 de las pruebas PISA solo el 0,3% de los estudiantes presentan desempeño alto y el 66% un desempeño bajo. Estos resultados tangibles coinciden con los las valoraciones cuantitativas de los promedios de los estudiantes al finalizar el año escolar Figura 2 y con las intangibles como el testimonio de la docente que en su quehacer logra hacerse una idea general del desempeño de sus estudiantes<sup>1</sup>

De los resultados históricos de las pruebas saber 9° entre el 2011 al 2015 (Figura 3), se observa que la competencia del planteamiento y resolución de problemas ha sido generalmente la más débil, esto evidencia la fragilidad en procesos como la comunicación, la formulación, la manipulación, la generalización, la argumentación,

---

<sup>1</sup> Docente Dassy Millán profesora de matemáticas grado 9° del colegio San Carlos

la verificación, la modelación y los procedimientos. De estas pruebas nacionales también podemos extraer que el componente Geométrico – métrico (Figura 4) está en declive constante desde 2013 mostrando un resultado preocupante en 2015.

A pesar de los cambios que se han dado con el tiempo en la educación donde se pasó de un modelo de contenidos a competencias implementadas, en los estándares, los docentes continúan en el primero de estos, dado que esta fue la metodología en que ellos se formaron. “Se considera que el estilo de aprendizaje del propio profesor incide en la configuración de sus concepciones y actuaciones.

Diagrama de Barras comparativo

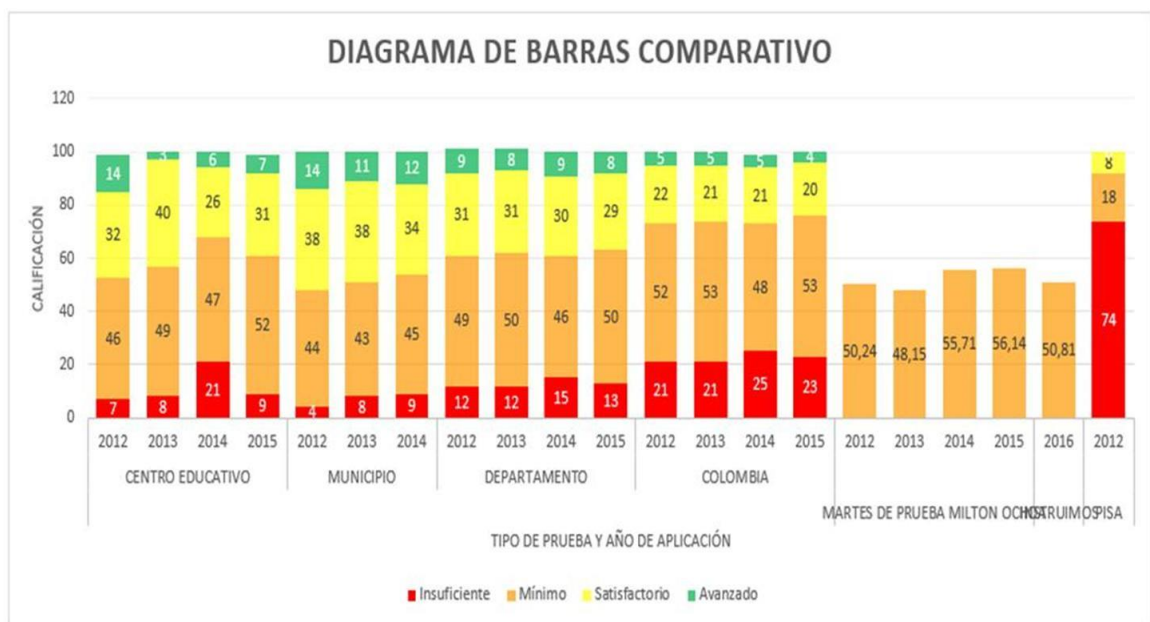
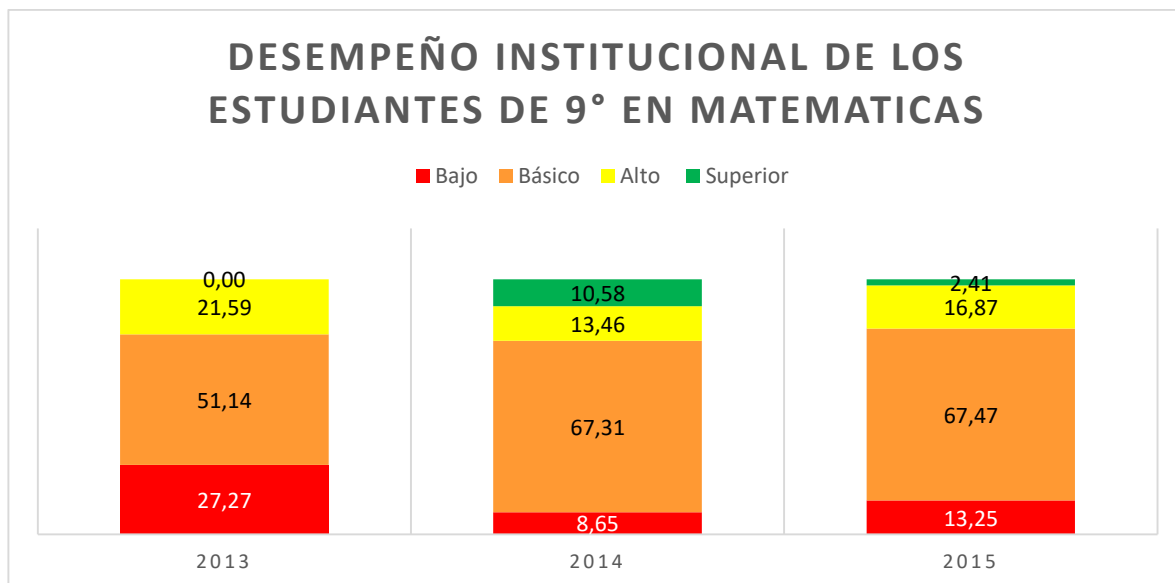


Figura 1. Diagrama de barras comparativo

Fuente: Construcción propia tomando como referencia los resultados de las diferentes pruebas que ha presentado el Colegio San Carlos



**Figura 2.** Desempeño institucional de los estudiantes de 9° en matemáticas

**Fuente:** Construcción propia tomando como referencia los resultados de las pruebas saber del grado 9° del Colegio San Carlos.

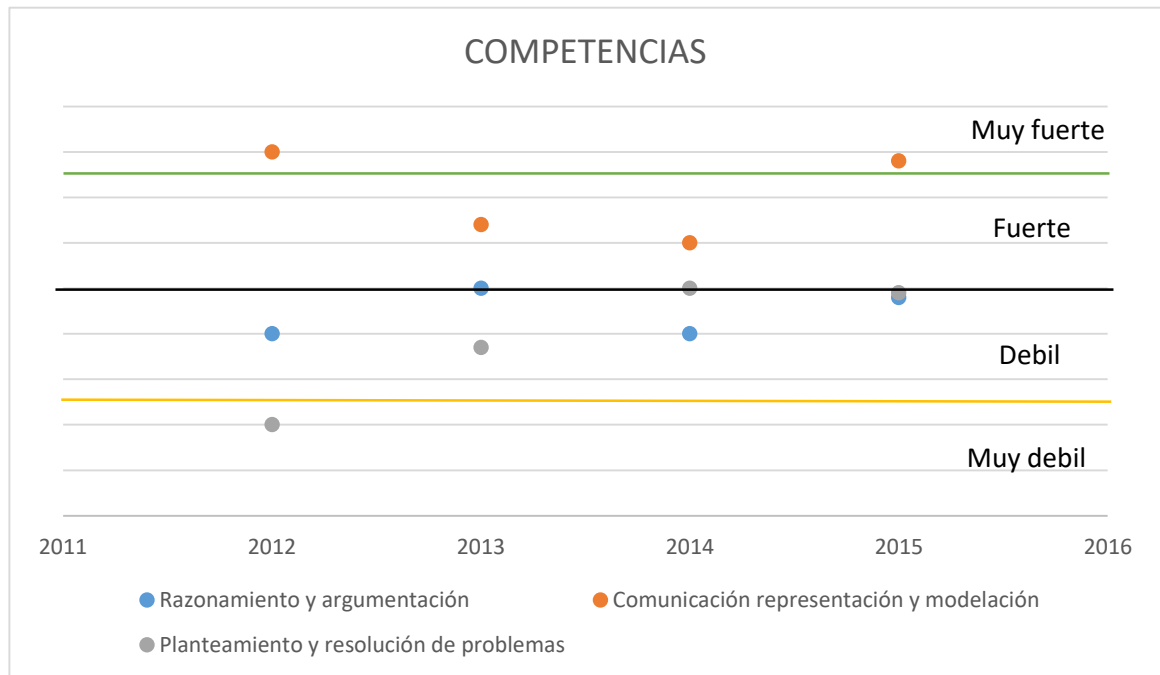
Expresan a través del estilo de enseñanza que despliega en el aula”<sup>2</sup>. Por esto es normal oír a un docente decir que no alcanzó a ver todo el tema propuesto en el plan de clase, siendo generalmente, en el caso de las matemáticas, en geometría, la temática que se queda por fuera por ser el último asunto del libro guía. “Las concepciones de la enseñanza como transmisión de información, mediadas por sus estilos de enseñanza, aparecieron ligadas a una concepción del aprendizaje de los estudiantes como incremento de conocimientos en estudios clásicos (Hativa y Birenbaum, 2000). Recientemente, estas relaciones fueron confirmadas (Argos, Ezquerro, Osoro, Salvador y Castro, 2013)”<sup>3</sup>. Revalidando así la tendencia de los docentes a permanecer en el modelo clásico de enseñanza por contenidos. Como alternativa a esta situación y para reforzar el componente geométrico, el Colegio San Carlos, separó éste del resto de contenidos matemáticos que se estudian en un año escolar; y lo situó como una asignatura independiente, dejándole una hora

<sup>2</sup> VENTURA, Ana Clara. ¿Enseño como aprendí?: el rol del estilo de aprendizaje en la enseñanza del profesorado universitario. En: *Aula Abierta*. Junio, 2016. Vol. 44, no. p. 91-98.

<sup>3</sup> *Ibidem*, p. 92.

semanal para su estudio, acción que no fue efectiva, como lo demuestran los resultados de las pruebas saber.

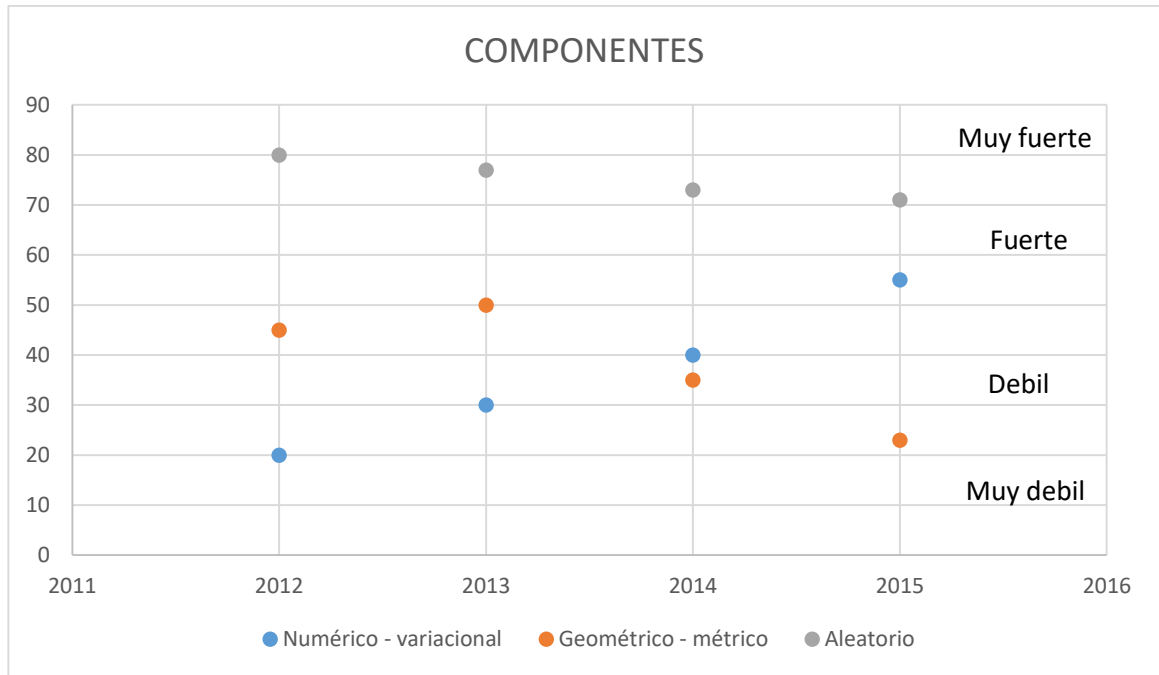
### Histórico de los resultados por competencias



**Figura 3.** Competencias

**Fuente:** Elaboración propia basado en los resultados de las pruebas saber 9° en matemáticas.

Histórico de los resultados por componentes.



**Figura 4.** Componentes

**Fuente:** Elaboración propia basado en los resultados de las pruebas saber 9° en matemáticas.

El bajo rendimiento en las pruebas nacionales e internacionales en matemática, junto con la apatía y el poco interés que muestran los estudiantes en el aula, obliga a replantear las estrategias pedagógicas en busca de soluciones. Conscientes de que los métodos tradicionales empleados hasta el momento no han rendido los mejores resultados. Es necesario innovar, buscar metodologías y estrategias diferentes que generen cambios en la actitud del estudiante, paso fundamental para el logro del objetivo final, que se encamina mejorar los desempeños matemáticos asimismo los resultados de las pruebas.

El mundo se globalizó con las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), esto rompió las barreras físicas y las formas de aprender, los estudiantes nacidos en este siglo, los nativos digitales no encajan en los métodos tradicionales de

aprendizaje. “Los jóvenes de hoy no pueden aprender como los jóvenes de ayer, porque son diferentes, su cerebro y su cultura”.<sup>4</sup> Además las TIC como medios innovadores pueden ser utilizadas en la práctica educativa por los docentes para activar, fortalecer y desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad, con base en las cualidades propias de cada uno de los estudiantes.<sup>5</sup> Esto es algo que los docentes conocen, sólo que, no es fácil la implementación de estrategias que potencien los diferentes estilos del aprendizaje en la metodología tradicional, pues bien, la educación exige del docente no solo la inclusión en el mundo tecnológico, que es donde se mueven sus objetos de su estudio, sino que, potencie esta diversidad a través de los recursos educativos de aprendizaje que están dispuestos en la red, primero con el objetivo de conocerlos, aplicarlos, facilitar y mejorar su práctica docente, para que una vez, esté familiarizado y haya profundizado en el tema, y así, sea él mismo quien realice sus aportes a la comunidad educativa a nivel mundial, por medio de la generación de material educativo tecnológico. Entonces como, una consecuencia favorable de esta cadena de acciones, el docente estará en condiciones de establecer intercambio de experiencias entre pares a nivel regional, nacional y mundial.

El colegio San Carlos inicio su funcionamiento mediante resolución 5977 del 11 de noviembre de 1958, en la modalidad de bachillerato académico, en las instalaciones del seminario menor de San Gil. En 2002 a través de resolución 12435 se le adicionan las escuelas San Martín y las Américas y a partir de noviembre de 2008 mediante resolución 14242 cambia su modalidad a bachillerato técnico en contabilidad y gestión empresarial, dos años después se muda a sus nuevas instalaciones en el barrio San Martín. Actualmente continúa ampliando y mejorando su infraestructura así como adquiriendo equipos tecnológicos y software para

---

<sup>4</sup> PRENSKY, Mark , Digital Natives, Digital Immigrants, 2010 [Citado en 15 11 de 2016] Disponible en Internet: [http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1417883264286\\_1406133957\\_69319/NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20\(Prensky\).pdf](http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1417883264286_1406133957_69319/NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20(Prensky).pdf)

<sup>5</sup> ORTIZ CAÑÓN, E. L.; SÁNCHEZ ARDILLAS, Lorena y LOZANO RODRÍGUEZ, A. REA y estilos de aprendizaje según Vark en el aprendizaje de las matemáticas. En: Revista Internacional Magisterio: Educación y Pedagogía. 2013. no 64, p. 91 – 93.

optimizar su funcionamiento y el aprendizaje de los 1.173 estudiantes con los que cuenta hoy la institución, quienes están distribuidos en dos sedes: la principal en la cual funcionan en la jornada de la mañana los niveles de educación básica y media y en la tarde la primaria, y la sede C donde se trabaja la jornada única. Su rectora la licenciada Nelly Mejía Reyes, nombrada desde 8 de septiembre de 2005, lidera un grupo formado por 48 docentes, 2 coordinadores y 11 administrativos bajo el lema que se encuentra en su escudo y en su himno “compromiso infinito”. Las metas y los objetivos institucionales propenden una formación integral, humana y técnica, en busca de la excelencia en la gestión empresarial y un alto nivel de competitividad para sus egresados.<sup>6</sup>

Esta Investigación se llevará a cabo con los estudiantes del grado décimo dos (10-2) del nombrado colegio durante el primer periodo académico del 2017.

En el colegio San Carlos sucede algo particular, y es que a pesar de que se cuenta con una plataforma para una comunicación interactiva entre docentes estudiantes y padres de familia, donde quedan registradas las notas, trabajos, tareas, recomendaciones generales y particulares, seguimientos a los estudiantes, correo electrónico, chat entre otros. El temor de algunos docentes a este novedoso sistema virtual, ha impedido su implementación total y quedo relegado a un simple registro de notas, donde sólo los docentes tiene acceso a la plataforma. De la misma manera, el colegio cuenta con una buena dotación en Tablet y algunos tableros electrónicos, los pocos docentes que las utilizan, lo hacen para entrar a contenidos interactivos, con el inconveniente del ancho de banda, dado que cuarenta Tablet conectadas al tiempo deja el sistema lento; en cuanto a los tableros electrónicos cumplen solamente la función de un video beam.

---

<sup>6</sup> PEI Colegio San Carlos. 2016

Por lo anterior se plantean los siguientes interrogantes: ¿Cómo cambia la forma de aprender y el interés del estudiante por la matemática si se implementan las TIC en el aula? ¿Las TIC en la enseñanza de la matemática permite el afianzamiento del conocimiento fuera del aula? ¿Aumenta las competencias matemáticas si se implementa un software que integre las TIC y la matemática en el aula? Estos Son los interrogantes que marcan el rumbo que ha de tomar esta investigación, con el objetivo de orientar el cómo dar ese paso hacia la unión entre tecnología y educación, entre alumno de la generación tecnológicamente dinámica y docente de la era estática.

### **PREGUNTA PROBLEMATIZADORA**

- ¿Cómo desarrollar habilidades en el análisis de funciones de variable real a través del software Geogebra en los estudiantes del grado décimo dos del colegio San Carlos?

### 3. JUSTIFICACIÓN

“El concepto de función como uno de los pilares más importantes para el acceso al cálculo y modelación de situaciones y fenómenos en varios ámbitos profesionales y de la ciencia... Analizar el comportamiento de funciones es una de las habilidades básicas para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional”<sup>7</sup>. Fenómenos naturales, sociales, económicos, entre otros, son todos susceptibles de ser analizados a través de funciones de variable real, algunas de ellas cercanas a los estudiantes como la relación costo-consumo en servicio de llamadas o datos, en las facturas de los servicios públicos, en el ahorro programado para un fin; y en su relación con otras áreas como las ciencias naturales sobre el calentamiento global, las ciencias sociales en el crecimiento poblacional, incluso en lengua castellana, para determinar el tiempo necesario de lectura de un libro; permite el análisis, el razonamiento, el planteamiento y la resolución de problemas de situaciones reales que forman parte del diario vivir del estudiante.

En cursos inferiores de secundaria se estudia las diferentes representaciones que tienen las figuras geométricas regulares e irregulares en el plano cartesiano, se analiza la homotecia, reflexiones, traslaciones, rotaciones, sin embargo al llegar al grado decimo no los recuerdan, los confunden o se dificulta su aplicación, pues bien el estudio de las funciones de variable real permite fortalecer estos conceptos, dado que estas siguen cumpliendo con dichas propiedades y se pueden manipular de manera que el estudiante analice las diferentes representaciones de una función como una ampliación, reducción, traslación o reflexión de su representación más básica.

---

<sup>7</sup> GÓMEZ GUERRA, Miguel; HERNÁNDEZ PATERNINA, Hernán Emilio y CHAUCANÉS JÁCOME, Alfonso Eduardo. Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media. Septiembre, 2015. vol. 20, no 3. p. 278-285

Cuando se hace una representación lineal de los números, cuando se emplea una gráfica para expresar una relación entre dos variables, o cuando se simboliza una fracción de una figura, se están aplicando procedimientos de tipo gráfico, que suponen el empleo de determinados convenios para dar una imagen visual de un concepto o una relación<sup>8</sup>

Existe una secuencia casi dogmática en la presentación del concepto de función en el aula, primero como una relación entre dos conjuntos en un diagrama sagital, luego, como conjunto de parejas ordenas en un grafo, después se define la expresión analítica  $f(x)$  y por último su grafica a través de pares ordenados de puntos tabulados previamente<sup>9</sup>. Esta investigación pretende romper con esta doctrina, tomando como punto de partida el planteamiento de un problema, modelando su comportamiento en el tiempo apoyado en el software Geogebra, con el fin de que el estudiante manipule no solo las variables, sino también las constantes, observe los comportamientos, analice los cambios que generan, visualice su dinámica y cree sus propias conclusiones.

El uso de una herramienta interactiva como geogebra, pretende sacarle provecho a los excelentes recursos tecnológicos con los que cuenta la institución (Tablet y tablero electrónico) y no depender de una conexión a internet para su implementación. Involucrarse en el mundo digital, ampliar el horizonte de consulta y trabajo de los estudiantes, reforzar los conceptos geométricos, mejorar el análisis y la resolución de problemas, modelar situaciones de cambio de forma algebraica y gráfica, aprender de una forma diferente a la secuencial propuesta en los libros de texto.

---

<sup>8</sup> República de Colombia, Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá D.C.: Ministerio de educación Nacional. 131 p.

<sup>9</sup> LÓPEZ CAHUN, Jesús; SOSA MOGUEL, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En Lestón, Patricia (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, México DF. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. p. 308-318

En la educación y específicamente en las matemáticas, el impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación ha revolucionado la forma de enseñar y orientar el conocimiento e interacción formativa que se presenta en todos los niveles de la educación, a través de contenidos multimedia interactivos, juegos, movimiento, color, etc. y específicamente en el contenido a intervenir en esta investigación<sup>10</sup>. Las virtudes de un sistema computarizado para la representación de funciones y la recta tangente, como una estrategia pertinente para el entendimiento desde el plano visual y cenestésico de conceptos relacionados con el pre-cálculo y el cálculo diferencial<sup>11</sup>, como otro de los aspectos importantes.

El ICFES en su estudio sobre el Contexto Escolar y Social del Aprendizaje en Colombia (CESAC) arrojó resultados orientadores para la nueva política de fomento uso y apropiación de TIC entre estos resaltan:

- A nivel nacional quienes alcanzan un nivel alto del uso de TIC tienen puntajes significativamente mayores (44 puntos) que los que se ubican en un nivel bajo.
- Los estudiantes con un nivel alto de confianza en el uso de TIC tienen puntajes significativamente más altos (53 puntos más).
- El buen uso de la tecnología genera impactos positivos en la educación, sobre todo en las pruebas saber, que constituyen un instrumento de evaluación de los aprendizajes hechos a la medida de Colombia.<sup>12</sup>

Existen múltiples estudios que han encontrado los beneficios directos en el uso de TIC. Por ejemplo, la disminución en la deserción, el desarrollo de nuevas habilidades en los estudiantes, pero sobre todo llama profundamente la atención la investigación de Bakia, Murphy y Anderson, de 2011, donde resaltan que las

---

<sup>10</sup> (SANTOS 2003) citado por: PARRA ROZO, Omar y DÍAZ PÉREZ, Vianney. Didáctica de la matemática y Tecnologías de la Información y la Comunicación. En: Educación y Desarrollo Social. Julio – Diciembre, 2014. vol. 8, no 2. p. 60 – 81.

<sup>11</sup> (RIESTRA Y ULÍN 2003) *Ibidem*, p. 75.

<sup>12</sup> MEN. Innovación y tecnología educativa. En: Informe de gestión. 2016. 8 p.

competencias de los estudiantes mejoran cuando participan en el desarrollo de sus propios contenidos: videos, sitios web, todo en compañía del docente.<sup>13</sup>

En la página web [www.colombiaprende.gov.co](http://www.colombiaprende.gov.co) se encuentra testimonios de docentes de diferentes áreas alrededor del territorio colombiano, que han incursionado en el mundo de las TIC y han logrado aprendizajes significativos con sus estudiantes y allí mismo hay disponible de forma libre, material educativo desarrollado específicamente para el territorio colombiano en cada uno de los niveles de aprendizaje. El gobierno nacional no ha sido ajeno a este fenómeno, por eso ha hecho intentos, aunque incipientes en convertir a sus docentes en ciudadanos digitales, y ha establecido unas pautas como el documento de apropiación de las TIC publicado por el MEN 2008 y ajustado en el 2012. Además de leyes como 1341 del 30 julio de 2009 donde define el concepto de TIC. A nivel internacional son diversas las organizaciones que se han manifestado a favor del uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje, entre las más relevantes tenemos: la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE] (2009a, 2009b, 2009c, 2008a, 2008b), Consejo de la Unión Europea (2004), del Banco Mundial (2008), del Consejo Nacional Finlandés de Educación et al. (2006), de Eurostat (2005) y Vox (2008), Foro Mundial sobre Educación “Educación para todos”: Marco de Acción, conocido como “Marco de acción de Dakar” (Unesco, 2000), La Carta Social Andina, suscrita por el Parlamento Andino en 2012, Mercosur Digital suscrita por Mercosur en cooperación con la Unión Europea y el Mercosur en 2013.<sup>14</sup> El gobierno nacional realiza esfuerzos por actualizar tecnológicamente su sistema educativo, por eso en el plan decenal de educación 2006 – 2016 expone propuestas orientadas a la cobertura tecnológica de las instituciones educativas y en la disposición de computador por alumno a través de programas como proyecto

---

<sup>13</sup> MINEDUCACIÓN; COLOMBIA APRENDE; TODOS POR UN NUEVO PAÍS. La innovación educativa en Colombia. Buenas Prácticas para la innovación y las TIC en la educación. Bogotá D.C. Centro de innovación educativa nacional, CIEN, Ministerio de Educación-Universidad Nacional. 2016. 170 p.

<sup>14</sup> HUNG, Elías Said et al. Hacia el fomento de las TIC en el sector educativo colombiano. Barranquilla. Universidad del Norte, 2015. 541 p.

de conexión total, programa computadores para educar, programa compartel.<sup>15</sup> Luego, no es conveniente esperar a ser arrollados por la era tecnológica que avanza como locomotora, es el momento de atender el llamado y evolucionar del docente conductista al mediador, pues el conocimiento dejó de ser exclusivo de unos cuantos privilegiados a estar disponible en cualquier momento, modo y lugar con la aparición de las TIC.

Esta investigación surge como alternativa de integración de tres tópicos importantes: El disciplinar en lo que tiene que ver con el fortalecimiento del pensamiento variacional y espacial, en el análisis y solución de problemas y transformaciones geométricas. El tecnológico con el uso y aprovechamiento de los recursos electrónicos con los que cuenta el colegio. Por último con los contenidos establecidos en el plan de área y en los DBA para los primeros meses del 2017.

---

<sup>15</sup> *Ibidem*, p. 8.

## **4. OBJETIVOS**

### **4.1. OBJETIVO GENERAL**

Potenciar el pensamiento variacional a través del desarrollo de habilidades, en el análisis de funciones de variable real, implementando el SD GeoGebra en los estudiantes del grado décimo dos, del colegio San Carlos.

### **4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar el estado de conocimiento de los estudiantes, en relación al modelado, variación y parámetros de funciones polinómicas.
- Implementar Geogebra en el aula, para el estudio de las funciones de variable real.
- Evaluar la incidencia de la implementación de las TIC, en el desarrollo de habilidades propias del pensamiento variacional.

## 5. ANÁLISIS

### 5.1. PRUEBA DIAGNÓSTICA

Se aplicó una prueba a los estudiantes del grado decimo dos, basada en los 5 (cinco) niveles de la taxonomía SOLO, la prueba diagnóstica a realizar se tomó como base la prueba aplicada por el grupo de investigación del pensamiento matemático de la Universidad de Sucre, Colombia. (Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media, 2015) dada su similitud con la temática aquí abordada, y por su facilidad para ser encasillada en la Taxonomía SOLO. Esta prueba consta de 12 preguntas, divididas en los 5 niveles, aumentando de manera ascendente el grado de dificultad.

En la realización de esta prueba se tuvo en cuenta, el nivel de conocimiento que debe tener un estudiante al terminar el grado noveno, estipulado en los estándares básicos de competencias y en los DBA, en lo referente al manejo de funciones así:

#### **Estándares Básicos de Competencias- Matemáticas.**

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las expresiones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
- Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.

### **DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje)**

- Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de igualdad y de orden para determinar el conjunto de soluciones de las relaciones entre tales expresiones.
- Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.
- Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos y métricos en situaciones cotidianas y no cotidianas.

Cada pregunta tiene un propósito determinado, los cuales, están referenciados a continuación:

P1: Identifica las variables involucradas en el problema.

P2: Identifica la Variable dependiente del enunciado.

P3: Identifica la Variable independiente del enunciado.

P4: Identifica los valores constantes.

P5: Identifica una función a partir de la relación entre conjuntos en el diagrama sagital.

P6: Identifica una función a partir de su gráfica.

P7: Realiza un procedimiento sencillo (obtiene un resultado a partir de un valor dado)

P8: Determina el valor de la incógnita que hace posible el resultado.

P9: Determina el incremento que hace posible la variación planteada

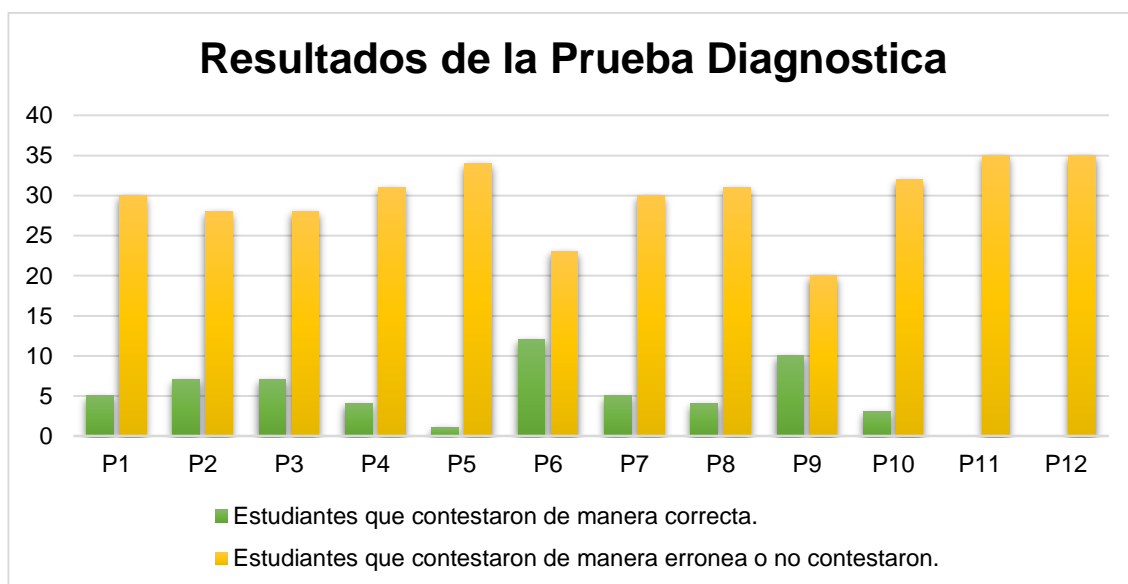
P10: Determina la expresión algebraica de la función

P11: Elabora la gráfica de la función

P12: Toma decisiones que involucra variables no estipuladas

### **5.1.1. Análisis Cuantitativo.**

## RESULTADOS



<b>TABLA DE FRECUENCIAS Y PORCENTAJES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS</b>					
<b>REACTIVO</b>	Estudiantes que contestaron de manera correcta.	%	Estudiantes que contestaron de manera errónea o no contestaron.	%	<b>Taxonomía SOLO</b>
P1	5	14	30	86	Nivel 1: No dan prueba de un aprendizaje relevante; sin comprender
P2	7	20	28	80	
P3	7	20	28	80	
P4	4	11	31	89	
P5	1	3	34	97	Nivel 2: Uni-estructural, Se quedan en terminología, están bien orientados pero falta más. Aquí el estudiante
P6	12	34	23	66	
P7	5	14	30	86	

					tiene destreza para identificar, repetir, y realizar un procedimiento sencillo.
P8	4	11	31	89	Nivel 3: Multi-estructural, Se puede enfocar en muchos aspectos relevantes, pero las considera de modo independiente. El estudiante sabe clasificar, combinar, enumerar, describir, hacer una lista, hacer algoritmos.
P9	10	29	20	57	
P10	3	9	32	91	Nivel 4: Relacional Indica la relación entre datos y teoría, acción y finalidad. El estudiante ya puede enlazar e integrar muchas partes en un todo coherente; los detalles enlazados a la conclusión y su significado es entendido.
P11	0	0	35	100	
P12	0	0	35	100	Nivel 5: Abstracto ampliado

En promedio; el 82% de los estudiantes no supera en nivel 1 de la taxonomía SOLO, en lo que respecta al conocimiento básico necesario para el manejo de funciones de variable real, es decir, no logran identificar ni definir, qué es una variable, la relación de dependencia entre estas; y los valores constantes de un enunciado.

El 97% de los estudiantes, no logra diferenciar una relación de una función, en una representación sagital de conjuntos, solo el 12% reconoce una función, a partir de su representación en el plano cartesiano; y el 86% no logra realizar un

procedimiento simple, para determinar el valor numérico de un ejercicio. En promedio el 83% de los estudiantes no supera el nivel 2.

El 89% de los estudiantes no logra interrelacionar dos o más informaciones dadas en el enunciado, presentan dificultad en determinar una expresión algebraica, para encontrar la solución. El 29% logra encontrar un resultado interrelacionado dos variables, si el resultado se puede obtener de manera intuitiva, sin la necesidad de implementar ecuaciones o series.

Solo el 9% logra integrar en todo de forma coherente, las variables del enunciado y determina una expresión algebraica general (función).

Los resultados muestran un bajo rendimiento en el manejo de conceptos claves, para el estudio de funciones de variable real. El 86% de los estudiantes intervenidos, no logran diferenciar en un enunciado simple, las variables, el tipo de variables y los valores constantes.

El concepto de función, tampoco está claro entre los estudiantes, esto se evidencia en la preguntas del nivel 2, en el diagrama sagital, donde solo el 3% de los estudiantes logró determinar las relaciones de conjuntos que representan funciones.

Al parecer existe una mayor claridad en reconocer una función en su representación gráfica en el diagrama cartesiano, no queriendo esto decir que el 34% que respondió acertadamente esta pregunta tenga seguridad del concepto de función.

Solo el 14% de los estudiantes, logra hacer un procedimiento sencillo que consiste en extraer información de un enunciado y realizar operaciones básicas entre números reales, para hallar un resultado.

Solo entre el 11% y el 29% determinan la incógnita que hace posible el resultado esperado (realizan algoritmos)

El 91% no logra determinar una expresión algebraica (Función) que relacione las variables y los valores constantes involucrados, y de manera preocupante se observa que ningún estudiante logra realizar la gráfica de la función, sobre todo teniendo en cuenta que se trata de la función lineal cuya gráfica es de las más sencillas de elaborar.

A modo de conclusión se observa falencias notorias en el manejo de conceptos claves como: variable, variable dependiente, variable independiente, valor constante y función; junto con la deducción de la expresión algebraica de la función y su representación gráfica; y en el manejo de ecuaciones sencillas y operaciones básicas entre números reales.

Por tanto la secuencia didáctica estará encaminada a reforzar estos aspectos evidenciados en la prueba diagnóstica.

Ningún estudiante alcanzó el nivel 5, ni muestran indicios de un nivel abstracto ampliado.

### **5.1.2. Análisis Cualitativo**

1) La mayoría de estudiantes a pesar de estar cursando el grado 10° no tienen claro el concepto de variable y mucho menos de variable independiente, variable dependiente y valor constante. Aquí algunos ejemplos de las respuestas obtenidas.

Respuesta del estudiante 1301

De acuerdo con esta información responda

1. ¿Cuáles son las variables involucradas?

\$ 8000

\$ 70

Variable dependiente: minuto

Variable Independiente: \$ 70

Valor(es) constante(s): \$ 8000

Así la mayoría

2) En la pregunta N° 4 donde era necesario hacer un cálculo simple para encontrar el valor de la factura, la mayoría entendía la necesidad de realizar una multiplicación o una serie de sumas, pero desconocieron por completo el valor constante del cargo fijo o lo relacionaron con el valor del punto 5.

Respuesta del estudiante 1307	Respuesta del estudiante 1306	Respuesta del estudiante 1308
<p>4. Si María Eugenia habló 100 minutos durante el mes. Determina el costo de la factura a pagar.</p> <p>Realiza el procedimiento en este recuadro</p> <p>100 m. hablar \$70 por cada minuto</p> $\frac{100}{70} \times 70 = 7000$ <p>\$ = 7000 a pagar =</p>	<p>4. Si María Eugenia habló 100 minutos durante el mes. Determina el costo de la factura a pagar.</p> <p>Realiza el procedimiento en este recuadro</p> $\frac{100 \times 70}{70} = 7000$	<p>4. Si María Eugenia habló 100 minutos durante el mes. Determina el costo de la factura a pagar.</p> <p>Realiza el procedimiento en este recuadro</p> $\frac{100}{70} \times 70 = 7000$ <p>RRA 3000</p> $\frac{8000}{30} = 266.67$ $\frac{24000}{70} = 342.86$ $\frac{16800}{70} = 240$

3) En el punto 5 y 6, cuando el estudiante no conoce la respuesta, no realiza un esfuerzo en determinarla simplemente dejan el punto en blanco, dejando en evidencia que no tienen la mínima idea de la operación a desarrollar. Los que logran responder inician de manera correcta la solución, sin embargo, de nuevo no tienen en cuenta el cargo básico.

Estudiante 1316

Estudiante 1321

Estudiante 1317

Espacio para respuestas

$$\begin{array}{r} 36350 \overline{) 70} \\ 73 \phantom{00} \\ 65 \phantom{00} \\ 20 \phantom{00} \\ 6 \phantom{00} \end{array}$$

minutos que gasto

---

$43.190 - 36.350 = 6790$

$$\begin{array}{r} 6790 \overline{) 70} \\ 49 \phantom{00} \\ 00 \phantom{00} \end{array}$$

minutos adicionales.

$$\begin{array}{r} 43190 - \\ 36350 \\ \hline 06790 \end{array}$$

Espacio para respuestas

③  $\begin{array}{r} 36350 \overline{) 70} \\ 13 \phantom{00} \\ 514 \phantom{00} \end{array}$

⑥  $\begin{array}{r} 43190 \overline{) 70} \\ 616 \phantom{00} \end{array}$

= 225

Espacio para respuestas

$$\begin{array}{r} 42 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 8 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 329 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 20 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 20 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 21 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 329 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 20 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 20 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 21 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 329 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

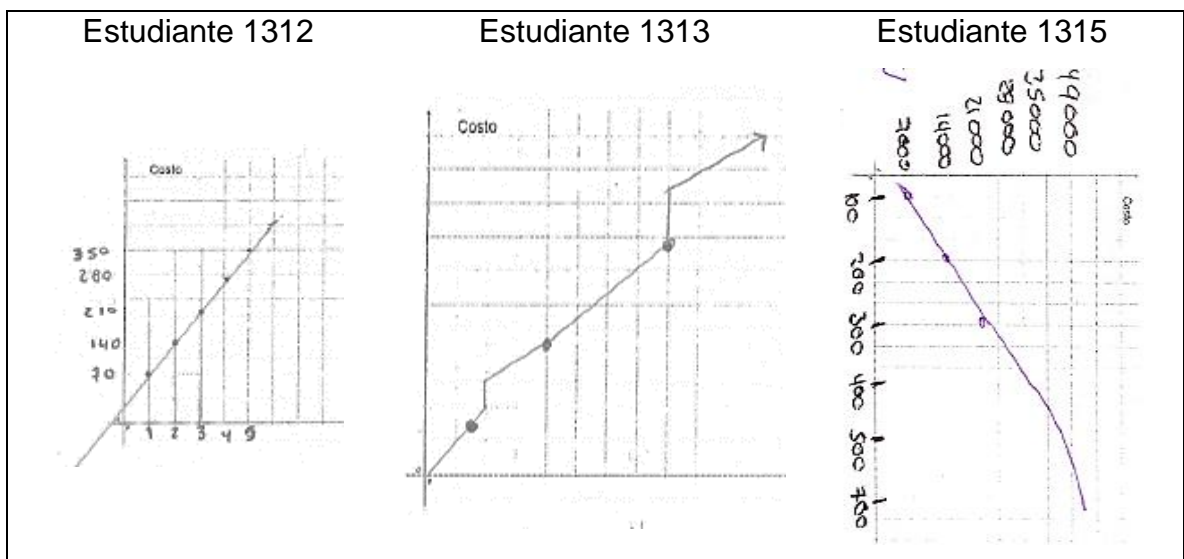
$$\begin{array}{r} 62 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 431 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 424 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 4 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 180 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

4) La pregunta N° 7, donde se debía obtener la expresión algebraica que representaba la función, la gran mayoría la dejó en blanco y el restante que contestó mal, de nuevo no tuvo en cuenta el valor constante. De esto se puede inferir que, los estudiantes no logran extraer la expresión algebraica de una gráfica.

5) Ningún estudiante logró realizar una gráfica correcta que representara la función en estudio. Sin embargo, algunos lograron graficar una representación coherente aunque no del todo correcta.



## 5.2. ANÁLISIS DEL MARCO TEÓRICO

Algunos autores referenciados en el marco teórico, que han realizado estudios acerca de del análisis de funciones son: Jesús López Cahun, Landy Sosa Moguel en su Investigación DIFICULTADES CONCEPTUALES Y PROCEDIMENTALES EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO<sup>16</sup> encontraron las siguientes dificultades en los estudiantes:

- Distinguir entre variable e incógnita.
- Enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables.
- El manejo operacional arbitrario con funciones, como si fueran ecuaciones, en el desarrollo del tema por parte del profesor.
- Discernir entre funciones y ecuaciones.
- Que el estudiante enuncie la regla de correspondencia, que relaciona los elementos de dos conjuntos sobre los que se define una función.
- Que el estudiante obtenga la inversa de una función y su gráfica.
- Utilizar diferentes representaciones de funciones.

---

<sup>16</sup> LÓPEZ CAHUN, Jesús; SOSA MOGUEL, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En Lestón, Patricia (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, México DF. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. p. 308-318

- Obtener una expresión analítica o gráfica de una función que modele un fenómeno.
- No se hace explícito el carácter unívoco de las funciones.
- Analizar el comportamiento e interpretar la gráfica de una función.

La especialista Ligia Arguello de Corena, en su tesis de especialización, LA CALCULADORA GRAFICADORA EN EL ESTUDIO DE FUNCIONES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL<sup>17</sup>, encontró las siguientes dificultades en los estudiantes:

- La mayoría de las estudiantes no identificaron todos los elementos variables y no variables de la situación dada.
- Muy pocas estudiantes interpretaron el fenómeno de variación, a través del texto, la tabla y/o las gráficas, y en menor proporción lograron interpretar el fenómeno de variación en las tres representaciones dadas.
- Durante el desarrollo de la prueba, muy pocas se devolvieron a analizar la situación desde el principio, para interpretar nuevamente y mejorar el desarrollo.
- Ninguna estudiante logró generalizar el fenómeno de variación, mediante una expresión algebraica. Esto demuestra la gran dificultad que hay en las estudiantes para interpretar el álgebra como una generalización de la aritmética.
- La mayoría de las estudiantes dieron soluciones erróneas.

---

<sup>17</sup> ARGUELLO, Ligia. Simulación de un problema en Cabrí Geometre en el estudio de las funciones lineal y cuadrática: subgrupo de tecnologías, edumat-uis escuela de matemáticas. 2008.

La triangulación realizada del análisis cuantitativo y cualitativo de la prueba diagnóstica; y de los referentes teóricos que han investigado esta temática. El primero en Yucatan México y el Segundo en un Colegio de Santander, muestran coincidencia de dificultades en aspectos como: la conceptualización, el modelado, la obtención de la expresión algebraica y la representación gráfica, por tanto estos serán los aspectos a tener en cuenta para el desarrollo de la secuencia didáctica a intervenir.

### **5.3. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA**

El software de Geogebra ha sido tenido en cuenta como estrategia para el aprendizaje de las funciones de variable real, y fue abordada desde una secuencia didáctica que consta de 7 sesiones estructuradas con contenidos como: la función lineal, cuadrática,  $f(x) = 1/x$  y radical. Para realizar el análisis de los diferentes momentos pedagógicos de la secuencia didáctica, se han tenido en cuenta algunas categorías emergentes y otras prediseñadas como:

- Uso de las TIC
- Actitud de los estudiantes frente al uso de la Geogebra
- Trabajo en equipo
- Metodología de trabajo
- Ambiente de aprendizaje

### **5.4. SECUENCIA DIDÁCTICA**

## SECUENCIA DIDÁCTICA PARA MATEMÁTICAS DE GRADO DÉCIMO

### IDENTIFICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Nivel de estudios:	Educación Media
Asignatura:	Matemáticas Décimo
Período:	II.
Tiempo asignado al bloque:	20 horas del docente
Número de sesiones de esta situación didáctica:	7

### PROBLEMA SIGNIFICATIVO DEL CONTEXTO

Comprender la importancia de estar bien informado y ser consciente de las causas y consecuencias del cambio climático para tomar acciones que detengan este fenómeno

Título de la Secuencia didáctica

“ Acciones en función del desastre o la salvación”

Estándares Básicos de competencias

- Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.
- Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.
- Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.

- Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas

Criterios de los estándares básicos

## **COMPONENTE VARIACIONAL**

### ***COMUNICACIÓN***

- Identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan
- Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes
- Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas
- reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos
- usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación

### ***RAZONAMIENTO***

- Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación.
- Usa representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa

### ***RESOLUCIÓN***

- Resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

## **COMPONENTE ALEATORIO**

### ***COMUNICACIÓN***

- Compara, usa e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.

### **RAZONAMIENTO**

- Formula inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística.

### **RESOLUCIÓN**

- Resuelve y formula problemas en diferentes contextos, que requieran hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>Actividades con el docente</b>	<b>Actividades de aprendizaje autónomo</b>	<b>Criterios y evidencias</b>
<p><b>SEMANA 1</b></p> <p>Indagación de los saberes previos sobre el cambio climático y motivación de la importancia de este tema para la humanidad.</p> <p><b>Preguntas</b></p> <p><b>Guía:</b></p>	<p>❖ Los estudiantes responderán a las preguntas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué conocen sobre el cambio climático?</li> <li>• ¿Qué es el calentamiento global?</li> <li>• ¿Qué saben sobre el efecto invernadero?</li> <li>• ¿Qué saben sobre los gases de efecto de invernadero?</li> </ul>	<p>Consulta sobre el cambio climático, causas y consecuencias, efecto de invernadero</p> <p>Ver el video seis grados de la National Geographic</p>	<p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Defino que es cambio climático, el calentamiento global, el efecto de invernadero y su importancia</li> <li>• Identifico cuales son los gases de efecto de invernadero</li> <li>• Conozco la causas y consecuencias del calentamiento global</li> </ul>

<p>¿Qué es el cambio climático?</p> <p>¿Qué es y cuál es la importancia del efecto de invernadero?</p> <p>¿Cómo afecta la vida el cambio climático?</p> <p>Recolección de datos estadísticos y de información de las variables que afectan el cambio climático de diferentes fuentes</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué consecuencias trae para la humanidad, los animales y el planeta el aumento de la temperatura?</li> <li>-Primero de forma individual en su portafolio y luego se socializaran las respuestas</li> </ul> <p>Tiempo: 1 h.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Documental de la National Geographic sobre el cambio climático (Antes de que sea tarde)</li> <li>❖ Al ser un tema tan amplio se dividirá por grupos de investigación con los principales factores en el cambio climático</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Petróleo</li> <li>• Carbón</li> <li>• Gas Natural (Metano)</li> <li>• Deforestación</li> </ul>	<p>Tiempo: 2 h.</p>	<p><b>Evidencia:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respuestas obtenidas sobre el cambio climático, efecto de invernadero, calentamiento global, antes y después de la consulta y los videos de sensibilización.</li> <li>• Carpeta con la consulta realizada del tema asignado</li> </ul>
--	---	---------------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CO2</li> </ul> <p>Tiempo 1 h.</p>		
<p><b>SEMANA 2</b></p> <p>Identificación de las variables involucradas en un estudio y su relación de dependencia</p> <p><b>Preguntas</b></p> <p><b>Guía:</b></p> <p>¿Cuáles son las causas del cambio climático?</p> <p>¿Cuáles son las consecuencias del cambio climático?</p> <p>¿Cómo afecta la vida el cambio climático?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Asignación de los equipos de trabajo de acuerdo al tema asignado de consulta.</li> <li>❖ Puesta en común de los resultados obtenidos en la actividad 1 y corrección grupal de los mismos.</li> </ul>	<p>Desarrollo de la actividad 1</p> <p>Tiempo: 3h</p>	<p>Identificación de las variables independiente y dependiente, en un estudio determinado.</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Enuncio verbalmente las relaciones que existen entre las variables involucradas en la situación.</li> <li>• Defino las variables involucradas en el estudio y su relación con el cambio climático</li> <li>• Argumento las relaciones positivas y negativas entre variables</li> </ul> <p><b>Evidencia:</b></p>

			Actividad desarrollada Video	1
--	--	--	---------------------------------	---

ACTIVIDADES	Actividades con el docente	Actividades de aprendizaje autónomo	Criterios y evidencias
<p><b>SEMANA 3</b></p> <p>Modelado de la información recolectada a través de la función lineal de la forma <math>f(x) = mx + b</math></p> <p><b>Pregunta guía</b></p> <p>¿Cómo ha variado el clima a través del tiempo?</p> <p>¿Cómo ha sido el aumento de los gases de efecto de invernadero a la atmosfera?</p>	<p>❖ Asignación de los equipos de trabajo</p> <p>❖ Exposición de algunos de los trabajos realizados por los equipos de estudiantes</p> <p>Tiempo 1 h</p>	<p>Desarrollo de la Actividad 2</p> <p>Tiempo 3 h</p>	<p>Ejercito algunos procedimientos estandarizados para determinar la expresión algebraica de una función lineal</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determino las características de las funciones lineales</li> <li>• Relaciono la función lineal para modelar situaciones de proporcionalidad directa e inversa</li> <li>• Determino la expresión algebraica y la gráfica de una función lineal a partir de: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ dos puntos</li> </ul> </li> </ul>

			<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ la pendiente y un punto</li> </ul> <p><b>Evidencia:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en Geogebra con la gráfica y la expresión algebraica obtenida</li> <li>• Gráficas realizadas y expresiones algebraicas obtenidas de la función lineal de manera manual</li> <li>• Respuestas a los interrogantes planteados</li> <li>• Video</li> </ul>
<p><b>SEMANA 4</b></p> <p>Análisis y comparación de la razón de cambio de diferentes líneas rectas, Determinación de la conveniencia del</p>	<p>❖ Introducción a la actividad</p>	<p>❖ Desarrollo de la actividad 3 Tiempo 3 h.</p>	<p>Expreso la conveniencia del uso de la función lineal y pronostico valores futuros aplicando la expresión algebraica y la gráfica de la función lineal.</p> <p><b>Indicadores</b></p>

<p>modelado con la función lineal.</p> <p><b>Pregunta guía.</b></p> <p>¿Cuál será el nivel de CO<sub>2</sub> en la atmosfera para los años 2050 y 2100? y ¿Cuáles serán sus consecuencias?</p>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determino y comparo la razón de cambio de dos funciones lineales</li> <li>• Determino un valor particular de la variable dependiente, utilizando la expresión algebraica de la función lineal.</li> <li>• Utiliza geogebra como herramienta para encontrar la expresión algebraica de la línea recta.</li> </ul> <p><b>Evidencia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en geogebra de la práctica realizada.</li> <li>• Desarrollo de la actividad 3.</li> <li>• Video</li> </ul>
<p><b>SEMANA 5</b></p> <p>Modelado de situaciones a través de la</p>	<p>Analizar en el tiempo la deforestación en m<sup>2</sup> en Colombia</p>	<p>Desarrollo de la actividad 4</p> <p>Tiempo: 3 h</p>	<p>Reconozco la función cuadrática en el modelado de situaciones del entorno.</p>

<p>función cuadrática</p> $f(x) = ax^2 + bx + c$ <p><b>Pregunta guía</b></p> <p>¿Cuál ha sido el área de bosque primario perdido en Colombia en los últimos 70 años?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lectura la deforestación en Colombia. Tomada de la página web del banco mundial y del espectador</li> </ul>		<p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reconoce la función cuadrática como posible solución al modelado de ciertos datos</li> <li>▪ Completa la gráfica de una función cuadrática a partir del eje de simetría</li> <li>▪ identifica los puntos de corte y las raíces de la función cuadrática y los interpreta</li> <li>▪ Interpreta en un contexto real la función cuadrática</li> </ul> <p><b>Evidencias</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en geogebra de la práctica realizada.</li> <li>• Desarrollo de la actividad 4.</li> </ul>
<p><b>SEMANA 6</b></p> <p>Generalización de la función</p>	<p>Lectura</p> <p>Generalización de las expresiones algebraicas</p>	<p>Desarrollo de la Actividad 5</p>	<p>Reconozco la función cuadrática general como el desplazamiento,</p>

<p>lineal y cuadrática</p>		<p>Tiempo 3 h</p>	<p>compresión, alargamiento y reflexión de la gráfica fundamental <math>f(x) = x^2</math>, determinada por los coeficientes de la expresión</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza desplazamientos, compresiones, alargamientos y reflexiones de la función cuadrática</li> <li>• Reconoce la expresión general de la función cuadrática</li> <li>• Determino la expresión algebraica y la gráfica de una función cuadrática a través del software geogebra.</li> </ul> <p><b>Evidencia:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en Geogebra con la practica realizada</li> </ul>
----------------------------	--	-------------------	---

			<ul style="list-style-type: none"> <li>desarrollo de la actividad 5.</li> <li>Video</li> </ul>
<p><b>SEMANA 7</b></p> <p>Estudio de la interdependencia entre las variables <math>x</math> y <math>y</math>, de la función <math>f(x) = 1/x</math>, para introducir al estudiante en los conceptos de infinito, indeterminado y tendencia, presente en las funciones de variable real.</p>	<p>Introducción por parte del docente a la actividad</p>	<p>Desarrollo de la actividad 6</p> <p>Tiempo 3 h</p>	<p>Analizar la interdependencia entre las variables <math>x</math> y <math>y</math>, de la función <math>f(x) = 1/x</math>, para introducir al estudiante en los conceptos de infinito, indeterminado y tendencia, presente en las funciones de variable real.</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Define el rastro y el lugar geométrico que deja el desplazamiento de la función <math>f(x) = 1/x</math></li> <li>Relaciona los datos de la hoja de cálculo con la gráfica de la función.</li> <li>Reconoce la interdependencia entre variables.</li> </ul>

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza los límites de la función cuando tiende a infinito o cuando se hace indeterminada.</li> </ul> <p><b>Evidencia:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en geogebra con la práctica realizada.</li> <li>• Desarrollo de la actividad 6</li> <li>• Video</li> </ul>
<p><b>SEMANA 8</b></p> <p>Estudio de la interdependencia entre las variables <math>x</math> y <math>y</math>, de la función <math>f(x) = \sqrt{x}</math>, para introducir al estudiante en los conceptos de infinito, indeterminado, tendencia, y restricciones en el valor del dominio,</p>	<p>Introducción por parte del docente a la actividad</p>	<p>Desarrollo de la actividad 7</p> <p>Tiempo 2 h</p>	<p>Analizar la interdependencia entre las variables <math>x</math> y <math>y</math>, de la función <math>f(x) = \sqrt{x}</math>, para introducir al estudiante en los conceptos de infinito, indeterminado, tendencia, y restricciones en el valor del dominio, presente en las funciones de variable real.</p>

<p>presente en las funciones de variable real</p>			<p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Define el rastro y el lugar geométrico que deja el desplazamiento de la función <math>f(x) = \sqrt{x}</math></li> <li>• Relaciona los datos de la hoja de cálculo con la gráfica de la función.</li> <li>• Reconoce la interdependencia entre variables.</li> <li>• Analiza los límites de la función cuando tiende a infinito o cuando se hace indeterminada.</li> </ul> <p><b>Evidencia:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Archivo en geogebra con la práctica realizada.</li> <li>• Desarrollo de la actividad 7</li> <li>• Video</li> </ul>
---	--	--	--

## 5.5. EJECUCIÓN DE LA SECUENCIA

**Sección 1:** Identifican las variables independientes y dependientes presentes en un documento junto con su relación de interdependencia.

El profesor inicia la clase saludando y diciéndoles a los estudiantes que es el momento de analizar todo lo visto referente al cambio climático de una manera más detallada, los invita a sacar la carpeta de consulta y apuntes para que esta sirva de referencia a el trabajo a iniciar, les pide que realicen grupos de cuatro personas, la estudiante 1313 le pregunta al docente: se deben reunir de acuerdo al tema que cada estudiante ha investigado, o si por el contrario se pueden reunir por afinidad, el docente les indica que la elección de los grupos es libre. Se reúnen los grupos e inicia el trabajo.

Varias tablets presentan problemas con el software de office por ello, el docente se ve en la obligación de empezar a guardar el documento que contiene la actividad en formato pdf. Los estudiantes 1318, 1323 y 1333 le preguntan casi al mismo instante al profesor, si lo deben desarrollar en las tablets o en su carpeta de apuntes, el docente enseguida llama la atención de todos los estudiantes para hacer una aclaración general; y les dice que los trabajos de consulta se deben hacer en la carpeta; y sólo cuando inicie el trabajo con geogebra se hará y se guardará en sus respectivas tablets. Los estudiantes trabajan de manera autónoma, en la actividad se aprecia poca intervención por parte del docente. Algunos grupos les toma tiempo decidir el tema sobre el cual van a desarrollar la actividad. La estudiante 1312, pregunta al docente si deben escoger un sólo tema para la actividad o si pueden hacer referencia a varios de ellos, a lo que el docente le contesta, que es decisión del grupo, pero que les aconseja hacerlo de varios temas, porque tendrán más contenido para consultar.

La estudiante 1328 pide al docente claridad sobre como completar la tabla número 2 de la actividad 1, a lo que el docente le contesta que analicé el ejemplo que está ahí e intente hacer algo similar, pero un tiempo después aun no logran progresar en

dicho punto . El docente entonces, se acerca y les explica el ejemplo; y les ayuda para que logren iniciar el desarrollo de este punto. Luego, el estudiante 1301 y un tiempo después, el 1310 le piden la misma aclaración, a lo que el docente de nuevo decide llamar la atención del grupo y hacer la aclaración de manera general.

Los estudiantes buscan la información que necesitan en páginas web, utilizando sus tablets o celulares, el estudiante 1331 pide permiso al docente para acercarse a un sitio clave del salón donde la señal de internet es mejor, a lo que el docente le contesta que lo puede hacer siempre y cuando sea solo momentáneo y que en realidad no necesita internet, ya que lo que deben escribir se encuentra en la carpeta de consulta. Las páginas más utilizadas para esta actividad fueron: el buscador de Google, Wikipedia, páginas ambientales y de ciencias naturales de diferentes países.

Para hacer la redacción final del texto a entregar, se nota de manera general la participación de todos los integrantes del grupo, aunque usualmente existe el líder que pone de acuerdo a los integrantes del mismo.

Al finalizar la actividad el docente toma la palabra y hace referencia a los puntos 3 y 4 de la actividad. Primero hace referencia a la terminología para saber si los estudiantes tienen claro el concepto de lo que se está preguntando, inicia preguntando si saben qué es una magnitud. La estudiante 1311 se acerca bastante a la respuesta, por lo que toma su intervención para complementarla y definir el concepto de magnitud, enseguida pregunta cómo fue el cambio que observaron en la variación de las magnitudes de las causas, y qué sucedía en las consecuencias con dicha variación, definiendo la relación directa e inversa entre magnitudes, explicitando la variación y correlación entre estos dos fenómenos. Luego, pide que analicen muy bien las preguntas del punto 4 y los invita a reflexionar sobre la dependencia e independencia de cada fenómeno, para terminar menciona como varía cada una de las causas del cambio climático, a lo que las relaciona con

variables independientes y alude cómo estas variaciones modifican las consecuencias a las que relaciona con variables dependientes. El docente da por terminada la actividad.

En el primer punto propuesto en la actividad 1, se les pidió a los estudiantes, identificar las causas y consecuencias del cambio climático, como una forma de acercarlos al concepto de variable independiente y dependiente. En esta actividad se pretendía que los estudiantes extrajeran de unas lecturas, videos, y páginas web referentes al cambio climático las variables y las clasificaran como causas y consecuencias del mismo.

El grupo 9 conformado por los estudiantes 1313, 1308, 1325 y 1329 en su informe de la tabla 1, señala como causa del cambio climático, el aumento en el precio del petróleo, el agotamiento de las reservas, la desaceleración del crecimiento de la oferta, lo que da a entender que aún no está claro la dependencia entre variables. Al preguntar ¿Por qué incluyeron esta variable como una posible causa?, la respuesta fue, que eso era lo que habían encontrado en internet. Como consecuencias señalaron, el derrame del crudo, y como esta afecta los ecosistemas. Lo anterior, aunque no es un efecto directo del cambio climático, está bien establecida como consecuencia.

No tienen claro el concepto de magnitud, por lo tanto al pedirle que identifiquen las magnitudes obtenidas en la tabla 2, hacen un recuento de las causas del efecto de invernadero, no describen las unidades con las que éste se puede medir y su relación de interdependencia. Esto se evidencia al pedirles que identifiquen como varían las consecuencias cuando se modifican las causas.

Aunque elaboran un diagrama cartesiano representando la variación de dos magnitudes, esta es muy similar a la presentada por el grupo 5, y teniendo en cuenta que a lo largo de esta actividad, los integrantes del grupo actualmente analizado,

trabajaron con las variables de petróleo y gas metano; y su gráfica es el resultado del análisis de la deforestación. Esto da para pensar que esta gráfica se trató de una copia, por tanto, no se tendrá en cuenta para el análisis. Además que evidencia la incapacidad para elaborar este tipo de gráfica a partir de los datos obtenidos.

Como respuesta a este punto, los estudiantes del grupo 5, formados por los estudiantes 1319, 1323, 1324 y 1301, y tomando como fuente de consulta principal la deforestación; estuvieron bastante acertados en sus respuestas, es decir, logran extraer y diferenciar de manera correcta las causas y consecuencias en la documentación y de sus conocimientos previos, aunque no se evidencia una relación clara de dependencia entre ellas.

Para este grupo las magnitudes físicas asignadas a las variables causas y consecuencias, están correctamente asignadas y logran representar en un diagrama cartesiano, el eje  $x$  como variable independiente, la deforestación causada por el hombre y como variable dependiente, la pérdida de vida silvestre. Sin embargo, no es clara la medida de la magnitud de la deforestación y de manera errónea miden la pérdida de vida silvestre en  $m^2$ .

El grupo 7 conformado por los estudiantes 1332, 1330, 1314, logran, aunque en menor cantidad, extraer de manera acertada, las causas y las consecuencias tomando como referencia de consulta el gas metano. También extraen de manera correcta, las magnitudes con las que han sido medidas las causas y las consecuencias del cambio climático, establecen su relación de dependencia positiva o negativa y muestran aunque de manera insipiente, la diferenciación entre función y relación.

El grupo 4, conformado por los estudiantes 1302, 1320 y 1322 presenta mayor dificultad a la hora de identificar causas y consecuencias, tomando como referencia

de consulta el metano, logrando solo extraer 1 causa correcta, y registrando consecuencias no muy claras, incluso erróneas.

El grupo 3, conformado por los estudiantes 1311, 1318 y 1315 extraen de manera acertada la información, tomando como referencia la deforestación, pero presentan dificultades en la asignación de magnitudes que representen la forma de medir las variables extraídas. Aunque extraen de manera correcta la dependencia entre las variables escogidas y las representan de manera acertada en un diagrama cartesiano.

El grupo 2, formado por los estudiantes 1304, 1305, 1312, 1317 y 1328, logran extraer de manera correcta las causas y consecuencias, y asignan de manera correcta las magnitudes a ser medidas. Identifican y asignan de manera correcta las magnitudes con las cuales pueden ser medidas las variables seleccionadas del texto o de la web; y reconocen la interdependencia de éstas, en una variación positiva o negativa, además logran reconocer la consecuencia (variable dependiente) como el resultado de la causa (variable independiente), pero no logran plasmar esta variación en un diagrama cartesiano.

El grupo 8, formado por los estudiantes 1335, 1327, 1326, 1309, no logran extraer las causas de manera correcta. Sin embargo, aciertan con las consecuencias, además, asignan las magnitudes correctas a algunas de las variables a medir y establecen una relación de interdependencia positiva o negativa entre estas. Aunque presentan dificultades en definir el tipo de relación y no logran realizar un diagrama cartesiano que represente la variación entre las variables.

El grupo 6, confunden las causas con las consecuencias, y no tienen claro el concepto de magnitud. Por tanto, asocian éstas a las causas y consecuencias de que provocan las variables del cambio climático. Hacen uso de la analogía para definir la diferencia entre relación y función.

El grupo 1, Presentan dificultad para asignar una posible magnitud a las variables obtenidas de las causas y las consecuencias del cambio climático. Extraen datos numéricos de una gráfica cartesiana obtenida de la web y lo representan a través de una tabla de valores, un diagrama sagital y un grafo.

## **Sección 2**

El profesor saluda, da las indicaciones necesarias para iniciar la actividad pero antes de dar inicio, hace una retroalimentación de los puntos 3, 4 y 5 de la actividad 1, aclarando la relación de dependencia entre variables.

Los estudiantes 1312 y 1311, dos de las estudiantes más aventajadas que se encuentran en grupos de trabajo diferentes, preguntan constantemente al docente si la forma como acaban de desarrollar el punto propuesto, es correcta. El docente revisa y les da su probación si es correcto o a través de preguntas las direcciona, para que ellas vean el error y encuentren la forma de desarrollarlo correctamente. La estudiante 1321 le pregunta al profesor, cuáles son las unidades en que se miden los diferentes tipos de gases que están en la gráfica de la actividad, a lo que el profesor le responde, que en la misma gráfica están de manera explícita y que ppm significa partes por millón y que ppb partes por billón, ella asiente con la cabeza pero su rostro refleja dudas, el docente lo nota, y entonces le pregunta, si sabe lo que significa eso, ella responde que no, luego, él procede a explicarle y la estudiante se retira una vez aclarada su duda, para luego explicarles a sus compañeros de grupo.

Esta dependencia del docente para tomar decisiones, se manifiesta de manera general en todos los grupos, normalmente esperan que el docente les sugiera la forma de empezar o apruebe lo que han desarrollado, para seguir adelante.

El estudiante 1333 pregunta al docente, qué es una tabla de valores, con sorpresa el profesor devuelve la mirada, lo lleva al tablero y a través de un ejemplo le indica qué es y cómo realizar una tabla de valores, el estudiante se retira y le comunica lo explicado a su grupo. De nuevo el estudiante 1333, se acerca al docente para pedir ayuda en el primer punto de la actividad 2, le dice al docente que no sabe cómo sacar los valores de la gráfica para hacer la tabla, el docente le indica que los valores no están de manera explícita, que él debe hacer una aproximación del valor real y le ayuda con los dos primeros valores que deben ir en la tabla, el estudiante se retira a su grupo y logran terminar lo que queda de este punto por sí mismos.

La estudiante 1311 le dice al docente, que ya van a empezar a trabajar con el software Geogebra, así que puede empezar a enseñarles cómo manejarlo, él le dice que no les dará instrucciones paso a paso de lo que deben hacer. Sin embargo, les mostrará de manera general como funciona, entonces llama la atención de todo el grupo y les indica que les dará unas instrucciones generales sobre el software, mas adelante procede a explicar en el tablero digital, las diferentes herramientas que dispone el software como: la hoja de cálculo, la vista gráfica, la vista algebraica y algunos comandos para trazar líneas, segmentos, o curvas; así como la entrada donde los estudiantes más adelante deberán escribir las expresiones algebraicas. El docente les dice, que este software es muy versátil. Sin embargo, las diferentes herramientas y comandos que él explico, son claves para el desarrollo de la actividad.

Los estudiantes de manera general, encuentran bastante traumático el trabajo con tablets, ya que no están familiarizados con éstas, y con el software.

Los estudiantes 1305 y 1310 se acercan al profesor para pedirle instrucciones de como guardar la actividad realizada en la tablet de manera correcta, el profesor les indica la manera, pero resulta un poco dispendiosa, debido a una serie de pasos que se deben tener en cuenta para que se haga de manera correcta, más tarde se

comprueba, que todos los estudiantes tiene el mismo inconveniente a la hora de guardar el archivo, una vez el archivo se ha guardado, el estudiante 1305 intenta abrirlo nuevamente pero la tablet demora varios minutos en abrirlo, lo mismo sucede con el resto de tablets, a medida que guardan e intentan abrirlos nuevamente.

En su desespero por intentar abrir el archivo guardado los estudiantes 1312, 1314 y 1317 desconfiguran las tablets, por eso, van a pedir ayuda al profesor para regresarlas a su estado normal, el docente toma las tablets y las configura nuevamente, pero no sin perder tiempo importante. A medida que los estudiantes profundizan en el trabajo con las tablets, estas se hacen más lentas y difíciles de maniobrar del modo táctil, al final logran terminar la actividad, aunque con bastantes inconvenientes, debido al uso de las tablets. Por estos inconvenientes el docente les comunica a los estudiantes que buscará la manera de trabajar en los portátiles de la institución, pero que queda pendiente hasta la próxima vez que vean la posibilidad de hacerlo. Así finaliza la clase.

La estudiante 1312 pide ayuda para realizar la pendiente de la recta a partir de dos puntos, preguntando al profesor: qué puntos debe tomar para hallarla. El estudiante 1301, al graficar en geogebra la línea que mejor une los puntos, le da como resultado una recta con pendiente cero  $y = 260$ . A la estudiante 1312 la gráfica en geogebra le da como resultado una línea casi horizontal con una leve pendiente, la ecuación es  $y = 0,003x + 256$ . La estudiante 1313 ubica el punto y la pendiente de forma manual para hallar la ecuación de la recta. El estudiante 1329 le comenta al profesor que se ha borrado los archivos guardados de la clase anterior, a lo que el docente le comenta que por esa razón, les había sugerido que debían traer una memoria USB o guardar el archivo en la nube. La estudiante 1311 presenta dificultades al remplazar los puntos en la ecuación de la forma  $y - y_1 = m(x - x_1)$  para determinar la ecuación canónica de la recta, después que el profesor le da una serie de indicaciones. La estudiante logra encontrar la ecuación así  $y = 0,01x + 250$ . La estudiante 1307 se encuentra bastante retrasada respecto al grupo, ya

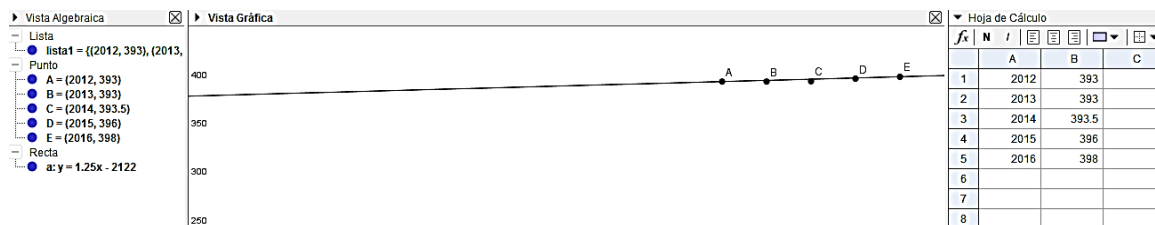
apenas empieza a resolver el punto 3 de la actividad 2. La estudiante 1327 le indica al profesor que ella obtuvo también como resultado una función constante de la forma  $y = 278$ . El estudiante 1310 presenta dificultades en el despeje de la ecuación de la forma  $y - y_1 = m(x - x_1)$  para determinar la ecuación canónica de la línea recta, el docente le da indicaciones del despeje y le indica que observe el archivo de Geogebra en vista algebraica, para que tenga idea de cómo debe quedar la ecuación al final del despeje. El estudiante 1331 también se encuentra rezagado dado que apenas inicia el punto 3 de la actividad. Al estudiante 1301 la ecuación de la recta hallada a mano coincide con el construido en geogebra. Varios estudiantes representantes de cada grupo de trabajo consultan constantemente al docente, en busca de ayuda para el despeje de la ecuación de la línea recta dada la pendiente y dos puntos.

La estudiante 1328 pide ayuda para realizar la pendiente de la recta teniendo en cuenta los dos puntos, pidiendo indicaciones al profesor sobre qué puntos tomar, al perecer el receso de actividades de aproximadamente 15 días por diversas actividades que se realizaron en el colegio que coincidieron con los horarios de clase, hizo que los estudiantes entrarán un poco desubicados.

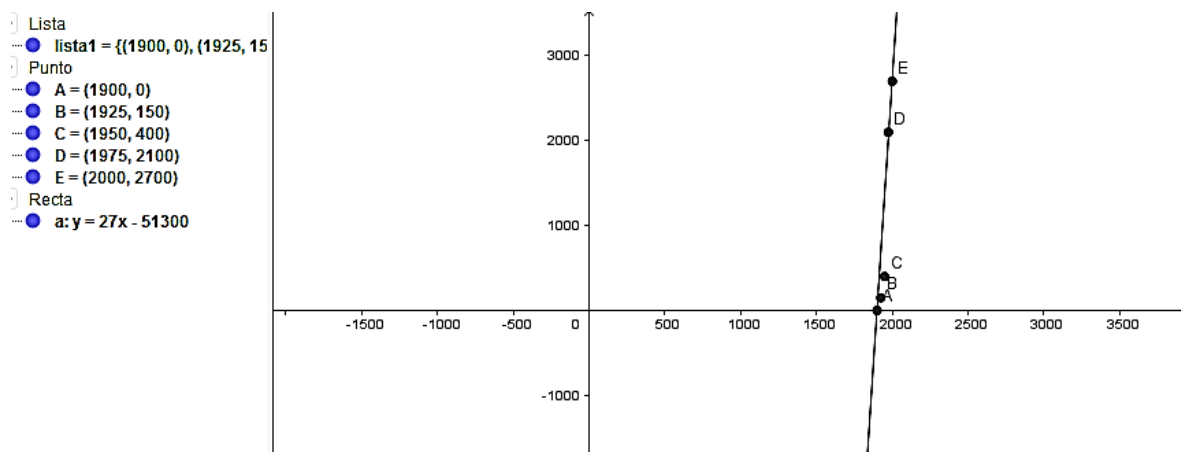
### **Sección 3**

A partir de la tercera sección se evidencio el dominio del software y del aumento del trabajo autónomo por parte de los estudiantes, siendo cada vez menos frecuente la consulta con el docente y las observaciones. Por tanto, se enfatizó de aquí en adelante, en el análisis de las repuestas dadas por los estudiantes y en los talleres de la secuencia didáctica.

En grupo 5 se evidencia un aumento en la destreza del manejo del software y en la interpretación de los resultados arrojados, logrando predecir valores futuros basados en los datos históricos obtenidos.



En el grupo 7 al igual que el grupo anterior, se evidencia un aumento en la destreza en la extracción de datos a partir de una gráfica y en el manejo de ecuaciones para obtener la pendiente de la recta. Logran modelar los datos obtenidos a través de la función lineal y establecer el nivel aproximado de  $Co_2$  para el año 2100, a partir de la expresión lineal obtenida.



Para el grupo 9, mejoró la destreza en la elaboración de una tabla de valores a partir de una gráfica extraída de la web; y en esta ocasión logran identificar la expresión algebraica de la línea recta arrojada por el software; aunque aún no reconocen la pendiente como razón de cambio, tampoco utilizan la ecuación de la función para pronosticar valores futuros, ni dan cuenta de la diferencia entre relación y función.

En el grupo 8 se evidencia una mejora en la extracción de datos a partir de una gráfica, y también en su destreza al manejo del software donde logran en menor

tiempo, ubicar los puntos de la tabla, trazar la línea recta que mejor se ajusta a ellos e identificar la expresión algebraica que define esta línea. Identificando la pendiente de la misma como la razón de cambio entre las variables. A partir de esta expresión algebraica, realizan conclusiones acerca de la forma en que varía y logran establecer valores futuros del fenómeno analizado dentro de cincuenta y cien años más, estableciendo las consecuencias que tendría de seguir el crecimiento modelado.

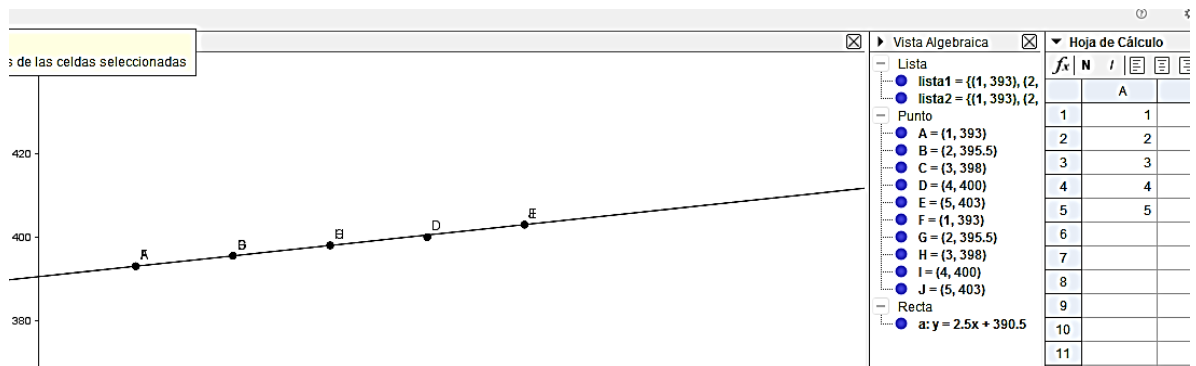
El grupo 6, extraen la pendiente y el punto de corte de la función lineal que mejor se ajusta a los datos obtenidos y definen la representación de la pendiente como la razón de cambio, pero no logran definir ni diferenciar la función y la relación.

El grupo 1, a través del software Geogebra, obtiene la línea recta que mejor se ajusta a los puntos trazados en este programa y obtienen a partir de esta la ecuación de la función,  $y = 278$ , es decir, una recta horizontal con pendiente cero. Al contrastar esta con la expresión de la línea recta obtenida manualmente, aunque no se obtiene una expresión lineal constante como la obtenida en geogebra, si se aproxima a ésta como se muestra a continuación:  $y = 0,001629x + 270$ .

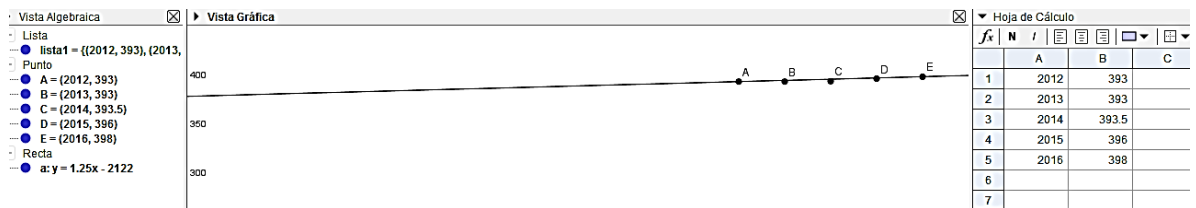
Determinan si la gráfica observada en el plano cartesiano es o no una función a través del criterio de la línea vertical y realizan de forma insipiente una definición del concepto de función.

En el grupo 2, se evidencia aumento en la destreza del manejo del software y la extracción de datos, a partir de un diagrama cartesiano; con base en el software Geogebra en la ventana algebraica, extraen la ecuación de la línea recta  $y = 2,5x + 390$  como la línea que mejor se ajusta a la distribución de puntos, e identifican el valor que acompaña la variable  $x$  como la razón de cambio de las variables indicadas y realizan un contraste entre dos tipos diferentes de pendientes obtenidas en el modelado del mismo fenómeno. A partir de esta expresión algebraica, logran

establecer valores futuros del fenómeno analizado y dan una conclusión de las consecuencias que conlleva el crecimiento del fenómeno analizado en el tiempo, es decir, logran hacer una contextualización de las expresiones matemáticas obtenidas y sus graficas con el modelado de un fenómeno natural.



El grupo 3 a partir de los datos obtenidos en las gráficas que representan los niveles de Co2 en la atmosfera entre los años 0- 1800 y 1900 -2000, determinan la razón de cambio que representa la variación en cada uno de estos intervalos y hacen un contraste entre estos dos tipos de pendientes al contextualizarlas en el fenómeno del cambio climático estudiado contextualizando las consecuencias que traer para el planeta de seguir manteniendo esta variación de manera constante.

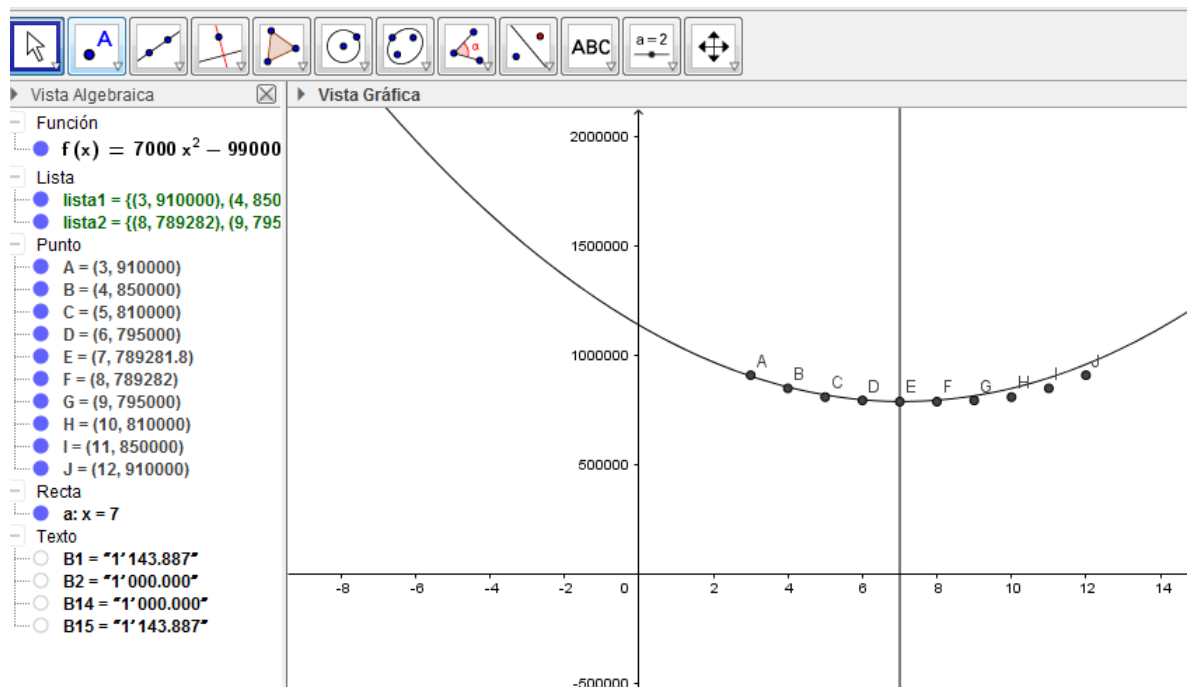


## Sección 4

El grupo 5, identifican que la línea recta no siempre es la mejor opción para modelar la variabilidad de ciertos fenómenos dados su naturaleza lineal y buscan entre las posibles funciones de variable real una que se acomode de la manera más precisa

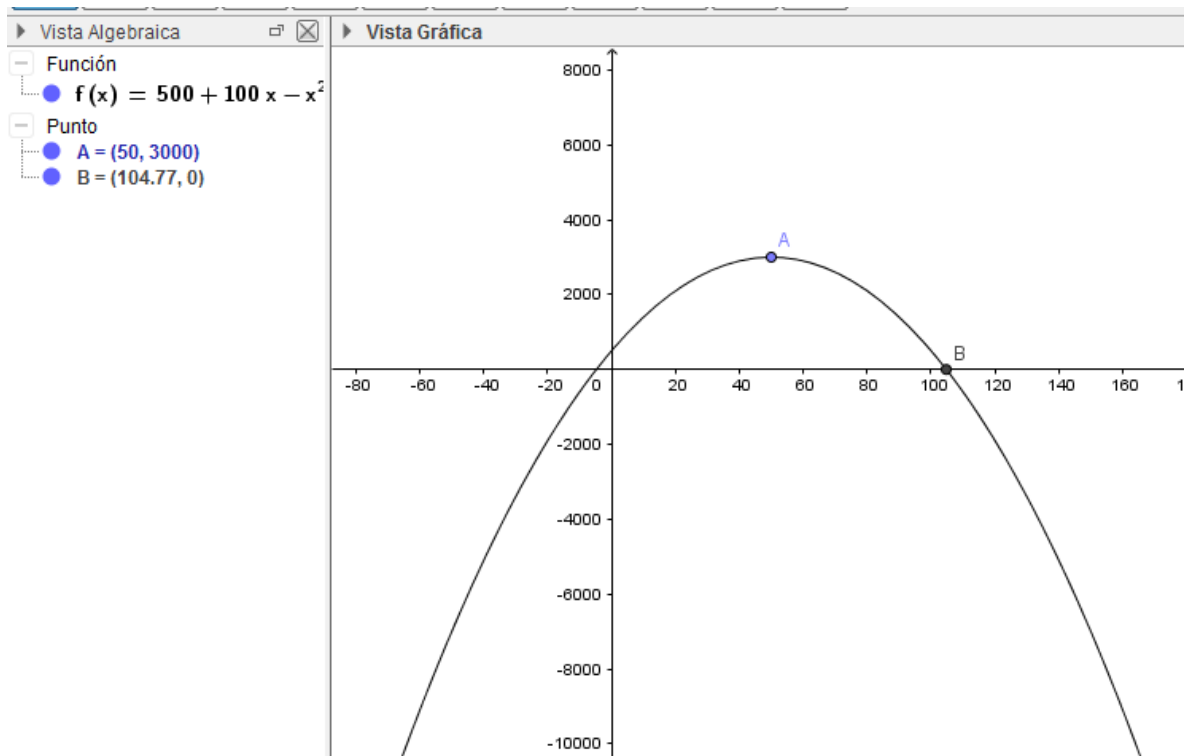
a la variabilidad de los datos que para este caso es la función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Utiliza el software geogebra para buscar una función cuadrática que se ajuste a los puntos obtenidos en la tabla de valores. A través de la entrada de datos del software escribe la expresión algebraica de una función cuadrática determinando los puntos de corte y su relación con un contexto real.



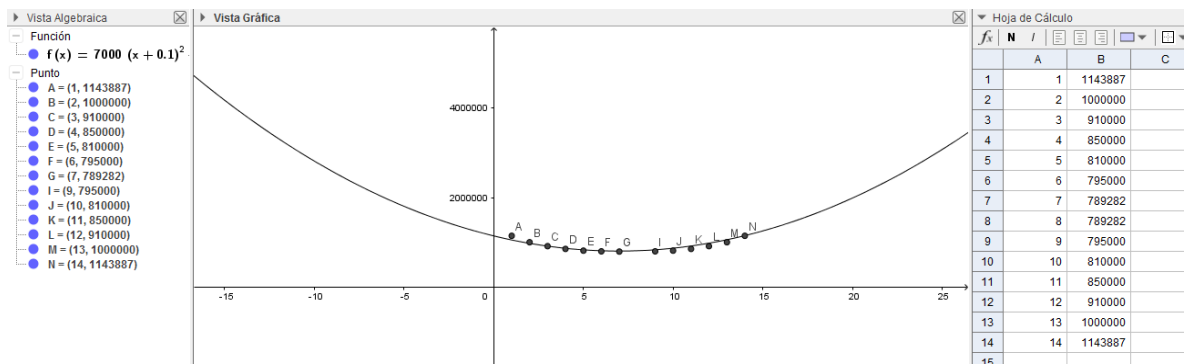
El grupo 7 determina la limitación de la función lineal en la representación o modelado de una serie de puntos que no se comportan de manera lineal, pero no logran identificar una función que represente de manera cercana la variación que presentan los datos obtenidos.

A partir de una función cuadrática dada logran identificar los puntos de corte con los ejes  $x$  y  $y$  y asocian su significado en un contexto real, incluso dando sentido a los valores negativos matemáticamente obtenidos.



El grupo 9 no logro realizar la representación gráfica de la función cuadrática.

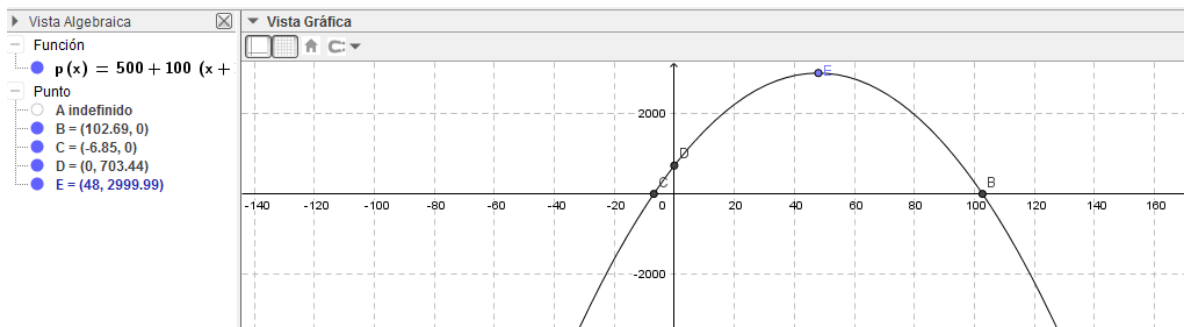
El grupo 8 dan cuenta de que en ocasiones la línea recta no representa de manera adecuada la variación de los puntos representados en el diagrama cartesiano y escogen entre las funciones de variable real conocida una que presente la forma de la distribución de los puntos que para este caso es la expresión cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . En el software busca una expresión algebraica que mejor se ajuste a la distribución de los datos obtenidos en la tabla para trazarla y compararla para determinar si es posible el modelado del fenómeno a partir de esta función.



El grupo 6, presentaba serias dificultades para seguir avanzando en la guía por tanto fue necesario integrarlos con otros grupos.

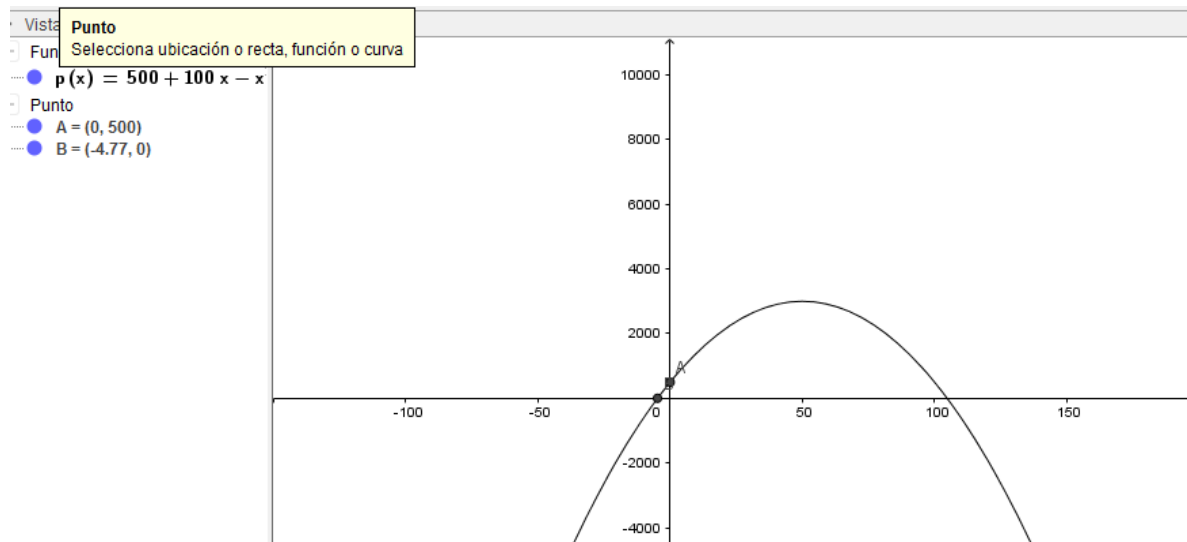
El grupo 1, Identifican que la línea recta no representa de manera adecuada la distribución de los puntos obtenidas en la tabla y determinan que la expresión que más se ajusta a esta distribución corresponde a la expresión  $f(x) = x^2$ , como aspecto importante a destacar este grupo logra identificar la simetría de la función a través de una línea vertical a eje  $x$  trazada por el vértice de la gráfica.

Entienden el modelado a través de la función cuadrática en el contexto aplicado a un problema económico donde los valores iniciales de la función representan la inversión, el vértice es el tope máximo de esta y la curva descendente, la disminución en inversión hasta obtener las ganancias.



El grupo 2, al observar el comportamiento de los datos representados en el software, dan cuenta de la necesidad de utilizar una función diferente a la lineal que modele la distribución de puntos obtenida o en este caso el grupo escogió la función exponencial para modelar la secuencia de puntos.

Reconocen el modelado de una situación real en un problema económico a través de la función cuadrática de la forma  $p(x) = 500 + 100x - x^2$ , identificando el punto de corte con el eje  $y$  como la inversión inicial en  $t = 0$  y el vértice de la parábola como el monto máximo de inversión con su año correspondiente, también reconoce el punto de corte con el eje  $x$  como el año en el cual, la inversión es igual a cero.



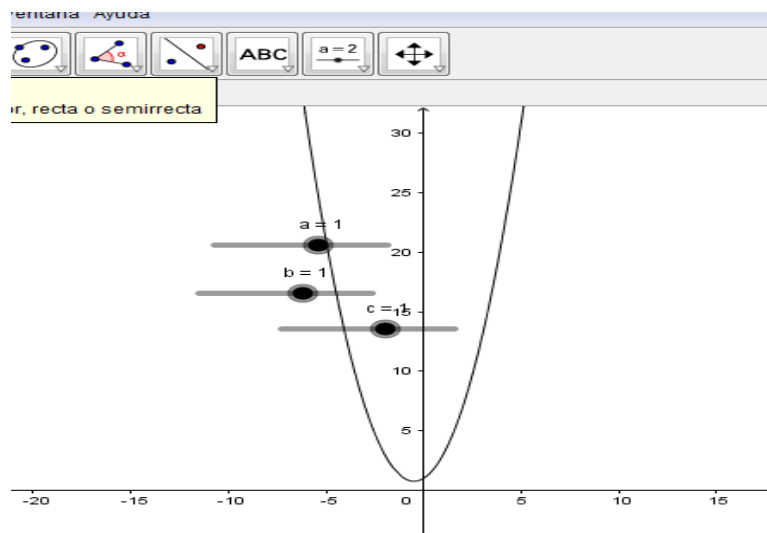
En el grupo 3, reconocen la limitante que presenta la función lineal para representar algunos datos que no siguen un comportamiento recto y asignan otro tipo de función que representa mejor la distribución de puntos obtenida como la función cuadrática y la función exponencial.

Reconocen la función cuadrática como una expresión que permite modelar situaciones reales como el tiempo y el costo en algún tipo de inversión, identificando el valor  $t = 0$  como la inversión inicial y el vértice de la expresión  $p(x) = 500 +$

$100x - x^2$  como el monto máximo a pagar en este tipo de problemas económicos; También reconocen los puntos de corte con el eje  $x$  como los años en que la inversión se hace cero.

## Sección 5

El grupo 5 a través de la manipulación de los deslizadores que representan los coeficientes de la función cuadrática en el software, los estudiantes logran determinar las características de una ecuación cuadrática como sentido de la abertura, desplazamiento verticales, horizontales y oblicuos y la manera como una ecuación cuadrática se puede convertir en una ecuación lineal si  $a = 0$  y en una función constante si  $a = 0$  y  $b = 0$ .



Para el grupo 7 al mover los deslizadores  $a = 0$  y  $b = 0$ , logran identificar la formación de la función constante en la expresión algebraica de la función cuadrática, así mismo al hacer  $a = 0$  y  $b \neq 0$  relacionan la gráfica obtenida con la función lineal. No logran identificar la abertura de la parábola con el valor positivo o negativo del coeficiente que acompaña a  $x^2$  y tampoco comprenden los desplazamientos de la función a partir de su expresión más simple  $y = x^2$ .

Para el grupo 9, al mover los deslizadores en el software, logran determinar que el término que determina la forma parabólica de la función cuadrática es  $ax^2$ ; y que dependiendo del signo de  $a$  la parábola abre hacia arriba o hacia abajo. También dan cuenta de que al igualar el coeficiente  $a = 0$ , la gráfica de la expresión cuadrática se convierte en una línea recta creciente o decreciente dependiendo del signo de la pendiente  $m$ .

Al realizar conclusiones acerca de la gráfica obtenida, estas se basan en una única gráfica plasmada en un momento dado en la pantalla, por tanto llegan a conclusiones como: “la gráfica no pasa por cero”, “no tiene punto de corte”. Esto deja en evidencia que no logran generalizar los resultados obtenidos al manipular los valores de los coeficientes en la expresión algebraica. Al preguntar cuál es la expresión algebraica asociada dan como respuesta una expresión con valores de coeficientes fijos  $f(x) = 0x^2 + 1.1x + 0.6$  expresión arrojada por el software, de nuevo evidencia la dificultad para generalizar.

El grupo 8, luego de manipular los deslizadores en el software dan cuenta de que el coeficiente que acompaña  $x^2$  es quien determina la forma de la parábola, así como su sentido de orientación dependiendo del signo. También identifican que esta expresión nunca se convierte en línea recta cuando el coeficiente de  $x^2$  se hace cero. No logran generalizar el comportamiento de la función cuadrática en sus conclusiones, ya que se limitan a describir la representación gráfica que tienen en ese instante en pantalla. Por tanto, cometen errores al generalizar como decir: “que la gráfica no pasa por cero”, “los ejes  $x$  y  $y$  van creciendo”, “no tienen punto de corte” y expresar la función con coeficientes fijos; a pesar de que identifican la rapidez con que crece la parábola con el coeficiente que acompaña  $x^2$ , no logran determinar que esta depende si los valores de éste, están entre cero y uno o si son mayores que uno.

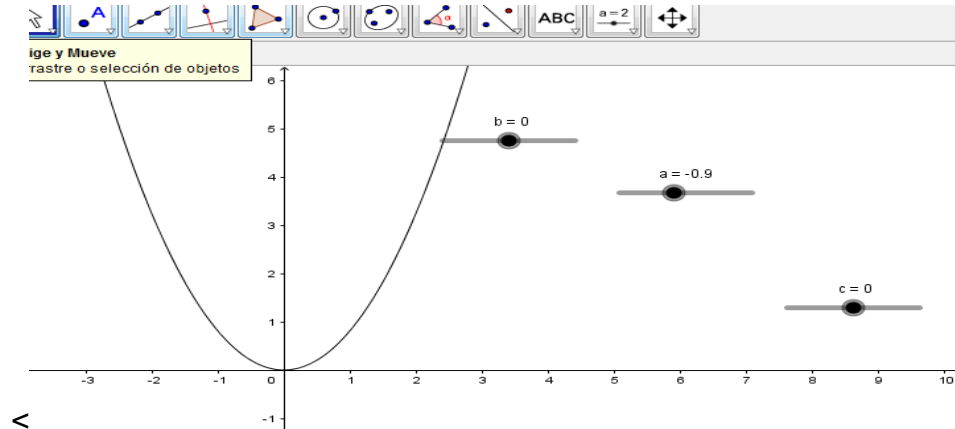
El grupo 1 al manipular los deslizadores en Geogebra, identifican el signo y el coeficiente de  $x^2$ , con la forma y la orientación de la parábola que se origina en la función cuadrática, también como una expresión cuadrática con coeficiente de  $x^2$  igual a cero, da como resultado una línea recta y relacionan el signo de la expresión con su forma cóncava, hacia arriba o hacia abajo.

El grupo 2 al manipular los deslizadores en el software que representan los coeficientes de la función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , identifican el coeficiente de  $x^2$  como el valor que le da la forma y el sentido de la parábola, también reconocen como esta expresión se puede convertir en una línea recta si  $a = 0$ . Al expresar la función cuadrática de la forma  $f(x) = (ax + b)^2 + c$ , dan cuenta de los desplazamientos de la parábola a derecha e izquierda, arriba o abajo, y de la abertura de la misma, a través de la manipulación de los deslizadores que representan los coeficientes de la función.

El grupo 3 al desplazar los deslizadores en el software, identifican el término  $ax^2$  como el determinante de la forma parabólica de la gráfica, y logran identificar la expresión algebraica de este tipo de graficas como  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , también reconocen que al remplazar el valor de la variable  $x$  en la expresión algebraica esta representa un punto fijo del diagrama cartesiano y que este tipo de gráficas se puede convertir en una función lineal si el coeficiente de  $x^2$  se hace cero. Al tiempo que determinan la amplitud de la abertura de la gráfica correspondiente con el valor del coeficiente de este término.

Al expresar la función cuadrática de la forma  $(ax + b)^2 + c$  logran reconocer los patrones de desplazamiento de este tipo de graficas utilizando los deslizadores de Geogebra. Esto son algunas de las observaciones que ellos escribieron “cuando el parámetro  $b$  se mueve a la derecha la gráfica se desplaza a la izquierda”, “en los valores positivos de  $c$  la gráfica se desplaza hacia arriba”, “cuando los valores del

parámetro  $a$  se acerca a cero la gráfica se expande y cuando se aleja esta se contrae”



## Sección 6 y 7

Las secciones 6 y 7 son muy similares, por ello se decidió hacer un análisis junto de estas secciones.

El Grupo 5, los estudiantes confunden un punto del plano cartesiano con los valores del rango y no hacen una diferenciación clara entre el rastro y el lugar geométrico de la función. Se evidencia confusión a la hora de describir la relación de interdependencia entre las variables  $X$  y  $Y$ . Identifican de manera correcta el dominio y rango de la función  $f(x) = 1/x$  así como sus valores extremos, es decir, qué sucede con  $y$  cuándo  $x$  se aproxima a cero y cuando tiende a  $\pm\infty$ , introduciendo el concepto de asíntota.

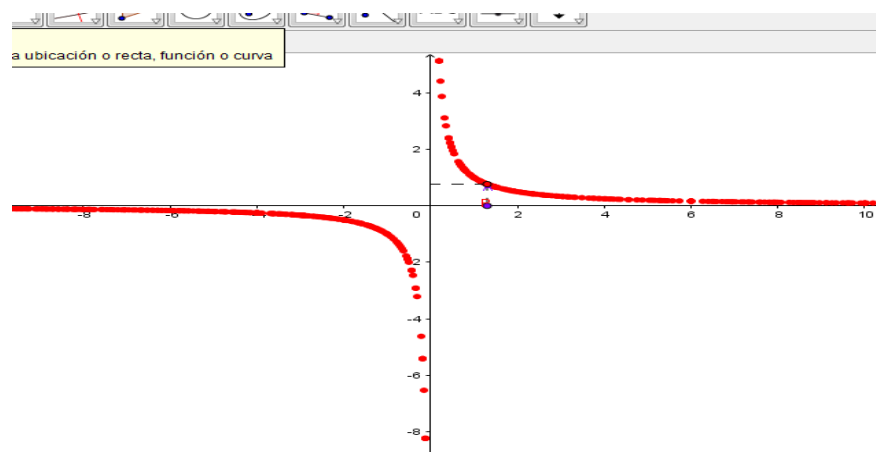
Identifican el punto  $p$  que se desplaza, a través de la gráfica con la función rastro, activa en el software como el trazado discreto del movimiento de las variables y relacionan el lugar geométrico con el rastro, ya que para ellos representan la misma gráfica. Explican de mejor manera la relación de interdependencia de variables,

asignándole un carácter proporcional de variación a través de la expresión algebraica  $f(x) = \sqrt{x}$ .

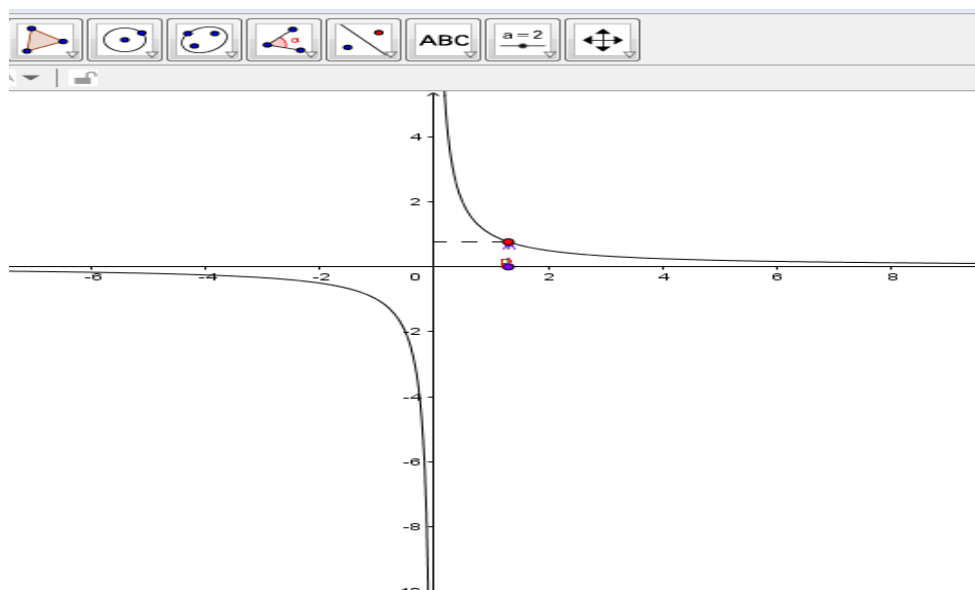
Identifican el dominio y el rango de la función y las restricciones, a la que está sometida y extrae como característica importante de este tipo de gráfica, la forma acelerada en que crece para sus valores iniciales y luego como se convierte en un crecimiento lento para valores de  $x$  muy grandes.

Grupo 7 no logran hacerse a un concepto acertado del lugar geométrico y confunden los desplazamientos del punto  $p$  con los valores del dominio en  $x$ . Identifican de manera correcta el dominio y el rango de la función incluyendo sus puntos críticos donde la función no está definida; pero presentan dificultad en determinar el valor de la función cuando esta tiende a cero.

El grupo 9 relacionan el desplazamiento de un punto  $p$  en el diagrama cartesiano con las variables de estudio, sin embargo, no dan razón del comportamiento de estas cuando tienden a valores extremos como el infinito o a valores fijos como el cero para funciones de la forma  $f(x) = 1/x$  y  $f(x) = \sqrt{x}$ .



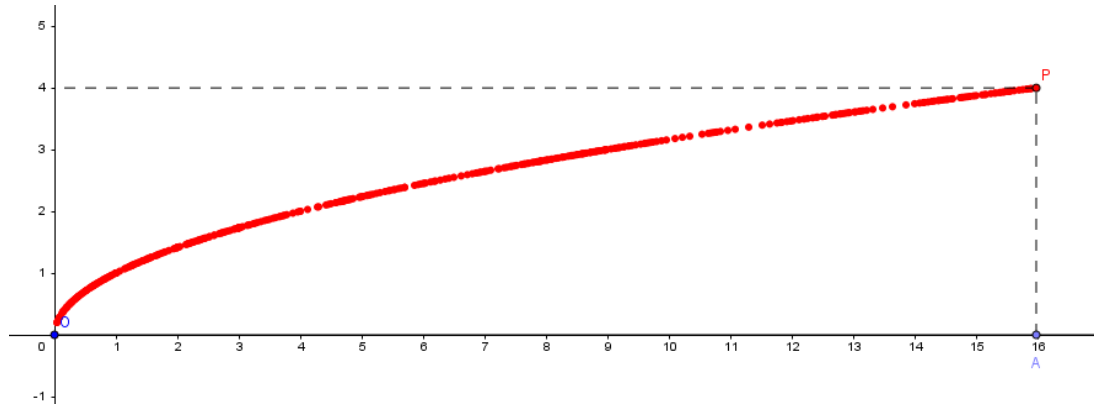
El grupo 8 confunden un punto ubicado en el plano cartesiano con el valor de la variable  $x$ . Logran identificar el desplazamiento del punto  $p$  como una serie de puntos que va dejando la función a medida que esta se mueve; no logran aun identificar el lugar geométrico del punto  $p$ , como el desplazamiento continuo de la función, por tanto, no logran hacer un contraste entre el rastro y el lugar geométrico. Se identifican carencia de argumentos en el momento de explicar la relación entre la ordenada  $y$  y la abscisa  $x$ . Con base en el software representan la gráfica de la funciones  $y = \frac{1}{x}$ , y  $f(x) = \sqrt{x}$  las compara con los desplazamientos obtenidos a partir del rastro de  $p$ .



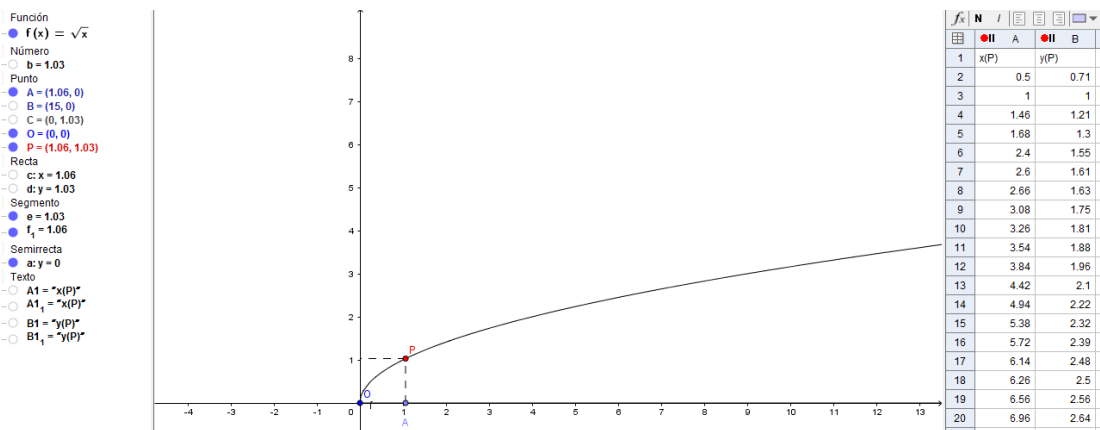
A partir del análisis de la graficas  $f(x) = \frac{1}{x}$  y  $f(x) = \sqrt{x}$ , en el software establecen la tendencia de la variable  $y$  cuando la variable  $x$  tiende  $\pm\infty$  e identifican los puntos críticos donde no está definida la función.

El grupo 1 Identifican el rastro dejado por el punto  $p$  en el software geogebra como el conjunto de todos los posibles valores que puede tomar a lo largo de su recorrido y reconoce el lugar geométrico como el conjunto infinito de puntos que puede tomar

el punto  $p$ ; además identifican la gráfica y las expresión algebraica de la funciones  $f(x) = \frac{1}{x}$ . y  $f(x) = \sqrt{x}$ .



No dan una razón clara del rango y el dominio de las funciones  $f(x) = \frac{1}{x}$  y  $f(x) = \sqrt{x}$  de la misma forma, tampoco determinan el comportamiento de la función cuando tiende a valores extremos de  $\pm\infty$  y cuando esta tiende a cero.



El grupo 2 reconocen el punto  $p$  como un lugar del plano cartesiano que representan unas coordenadas y definen el rastro que deja este punto al desplazarse como un posible espacio del lugar geométrico que representa una sucesión infinita de puntos.

A partir de las funciones de variable real  $f(x) = \frac{1}{x}$  y  $f(x) = \sqrt{x}$ , identifican en dominio y el rango de estas, así como sus restricciones para los valores en que no están definidas, pero presentan dificultades al momento de determinar la tendencia cuando  $x$  tiende a valores extremos de  $\pm\infty$  y cuando se aproxima a cero.

El grupo 3 Identifican el rastro dejado por el punto P en el software como los posibles valores que puede tomar la función a medida que esta se desplaza y describen el lugar geométrico como la gráfica de la función que se está analizando; también reconocen la relación de interdependencia de las variables a medida que estas se desplazan a lo largo de los ejes.

Reconocen la gráfica, la expresión algebraica y los valores arrojados en la tabla de datos de geogebra como un conjunto de posibles representaciones de las funciones  $f(x) = 1/x$  y  $f(x) = \sqrt{x}$ , también logran determinar el dominio y el rango de estas funciones, junto con los valores para los cuales la función no está definida. En el análisis de este tipo de gráficas en el software logran determinar que sucede cuando la gráfica tiende a valores extremos de  $\pm\infty$  y también cuando esta se acerca a los puntos críticos en los cuales la función no esta definida.

## **5.6. ANÁLISIS DE LA PRUEBA DE CIERRE**

En la prueba de cierre se aplicó una prueba similar a la prueba diagnóstica inicial, siguiendo los mismos parámetros de esta basados en 4 de los 5 niveles de la taxonomía SOLO, con el objetivo de evidenciar el grado de avance de los estudiantes después de ser sometidos a la estrategia didáctica de aprendizaje basada en las TIC y el software geogebra.

Cada pregunta tiene un propósito determinado, los cuales están referenciados a continuación:

P1 : Identifica las variables involucradas en el problema

P2: Identifica una función a partir de la relación entre conjuntos en el diagrama sagital

P3: Identifica una función a partir de su gráfica

P4: Realiza un procedimiento sencillo (obtiene un resultado a partir de un valor dado)

P5: Determina el valor de la incógnita que hace posible el resultado.

P6: Determina el incremento que hace posible la variación planteada

P7: Determina la expresión algebraica de la función

P8: Elabora la gráfica de la función

### 5.6.1. Análisis Cuantitativo

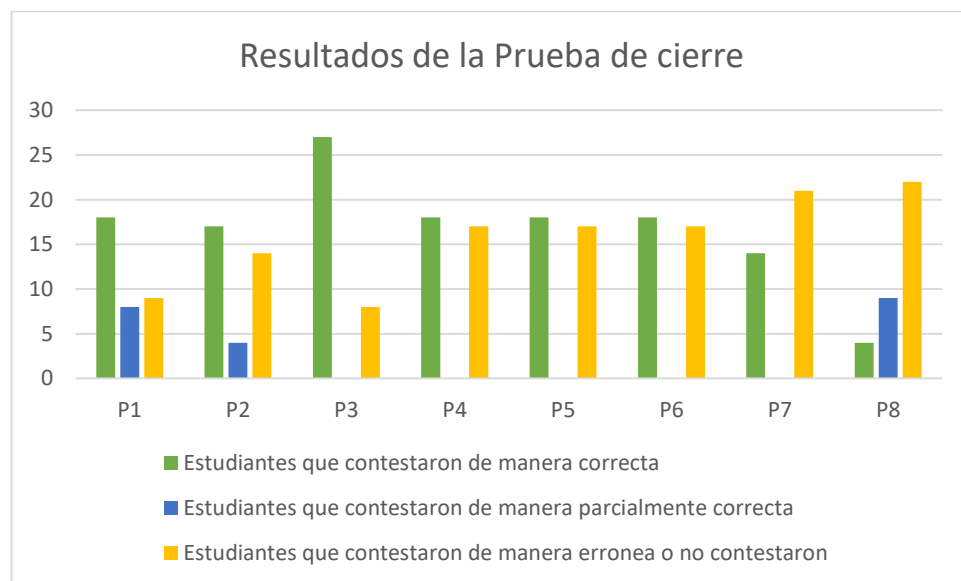


TABLA DE FRECUENCIAS Y PORCENTAJES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS							
REACTIVO	Estudiantes que contestaron de manera correcta	%	Estudiantes que contestaron parcialmente	%	Estudiantes que contestaron de manera errónea o no contestaron	%	Ubicación dentro de la taxonomía
P1	18	51%	8	23%	9	26%	Nivel 1: No dan prueba de un aprendizaje relevante; sin comprender
P2	17	49%	4	11%	14	40%	Nivel 2: Uni-estructural, Se quedan en terminología, están bien orientados pero falta más. Aquí el estudiante tiene
P3	27	77%			8	23%	
P4	18	51%			17	49%	

							destreza para identificar, repetir, y realizar un procedimiento sencillo.
P5	18	51%			17	49 %	Nivel 3: Multi-estructural,
P6	18	51%			17	49 %	Se puede enfocar en muchos aspectos relevantes, pero las considera de modo independiente. El estudiante sabe clasificar, combinar, enumerar, describir, hacer una lista, hacer algoritmos

P7	14	40%			21	60 %	Nivel 4: Relacional
P8	4	11%	9	26 %	22	63 %	Indica la relación entre datos y teoría, acción y finalidad. El estudiante ya puede enlazar e integrar muchas partes en un todo coherente; los detalles enlazados a la conclusión y su significado es entendido.

En comparación con la prueba diagnóstica, la se evidencia una mejora de aproximadamente un 56% en relación con los estudiantes que lograron responder de forma correcta las preguntas del nivel 1 en la taxonomía SOLO, es decir 18 estudiantes lograron avanzar de nivel.

Con respecto al nivel 2 de la taxonomía se observa una mejora en aproximadamente un 46% , es decir, 15 estudiantes lograron avanzar de nivel

Para el nivel 3 la mitad de los estudiantes logran superarlo en comparación con la prueba inicial donde solo el 20% habían superado este tipo de preguntas.

El nivel 4 se redujo de un 95% de estudiantes que no lograron responder este tipo de preguntas a un 60%, mostrando una mejora de aproximadamente un 35% equivalente a 11 estudiantes aproximadamente.

En nivel 5 no se evaluó dado que en la prueba diagnóstica solo 3 estudiantes lograron contestar una de las dos preguntas de este nivel por tanto la secuencia didáctica no se elaboró teniendo en cuenta este tipo de complejidad y se centró en el desarrollo de los niveles 1 a 4.

**5.6.2. Análisis Cualitativo.** Los estudiantes lograron avanzar en cada uno de los niveles de la taxonomía SOLO, incluso llegaron a responder satisfactoriamente preguntas del nivel 4, sin embargo, en el mejor de los casos solo fue la mitad de los estudiantes, quienes lograron esas mejoras, dejando ver que la efectividad del programa merece un análisis comparativo que permita evaluar si existen diferencias significativas con una clase tradicional.

Aunque los avances logrados con los estudiantes, aplicando las TIC en la enseñanza de las funciones pueda ser similar al que se lograría por el método tradicional, aquí en este proyecto, se lograron varios avances que sin duda a largo plazo harán diferencia, como el uso de software especializado para el análisis dinámico de los ejercicios y problemas a resolver; estimula la motivación y genera confianza en los estudiantes al hacerlos responsable de su propio aprendizaje, y se dan un paso hacia adelante centrando el aprendizaje en la interpretación de los resultados obtenidos y no en el proceso a seguir para obtener dichos resultados, esto es importante ya que aquellos estudiantes con bases matemáticas deficientes nunca logran avanzar del proceso, pero ahora el software Geogebra se encarga de éste; y ellos pueden centrar su atención en la interpretación y contextualización.

La manipulación dinámica de las diferentes funciones que se trabajaron en este proyecto, aclara en los estudiantes la importancia de cada uno de los términos que componen la expresión algebraica y su representación gráfica individual, haciendo los demás términos iguales a cero y en conjunto cuando todos son diferentes de cero, de la misma forma se evidencio una eficacia al extraer el dominio y el rango de aquellas funciones que presentan limitaciones, puntos críticos y asíntotas.

### **5.6.3. Interpretación del desarrollo de las sesiones, cuadernillos de los estudiantes, diarios de campo y videos.**

<b>CATEGORÍA</b>
Trabajo en equipo
<b>DESCRIPTOR</b>
<p>El docente les pide que realicen grupos de cuatro personas, la estudiante 1313 le pregunta se deben reunir de acuerdo al tema que cada estudiante ha investigado, o si por el contrario se pueden reunir por afinidad, el docente les indica que la elección de los grupos es libre. Se reúnen los grupos e inicia el trabajo.</p> <p>Para hacer la redacción final del texto a entregar se nota de manera general la participación de todos los integrantes del grupo, aunque usualmente existe el líder que pone de acuerdo a los integrantes.</p>
<b>MEMO ANALÍTICO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se encontró buena disposición para el trabajo en equipo, al parecer dejarlos hacer los grupos por afinidad funciona bastante bien.</li> <li>• En cada equipo hay estudiantes que les gusta tomar el liderazgo.</li> <li>• El trabajo en equipo genera confianza en los estudiantes, el apoyo y la posibilidad de contribuir en el desarrollo de la actividad motiva a la mayoría además que genera un ambiente más agradable y con menos tensión, y posibilita</li> </ul>

la ayuda por parte de sus compañeros en el despeje de dudas o en la argumentación de una decisión.

### **CATEGORÍA**

Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación

### **DESCRIPTOR**

Varias tablets presentan problemas con el software de office, por lo que el docente se ve en la obligación de empezar a guardar el documento que contiene la actividad en formato pdf.

Los estudiantes buscan la información que necesitan en páginas web utilizando sus tablets o celulares, el estudiante 1331 pide permiso al docente para acercarse a un sitio clave del salón, donde la señal de internet es mejor, a lo que el docente le contesta, que lo puede hacer siempre y cuando sea solo momentáneo y que en realidad no necesita internet ya que lo que deben escribir se encuentra en la carpeta de consulta. Las páginas más utilizadas para esta actividad fueron, el buscador de Google, Wikipedia y paginas ambientales y de ciencias naturales de diferentes países.

La estudiante 1311 le dice al docente que ya van a empezar a trabajar con el software Geogebra, así que puede empezar a enseñarles cómo manejarlo, él le dice que no les dará instrucciones paso a paso de lo que deben hacer. Sin embargo, les mostrará de manera general como funciona, entonces llama la atención de todo el grupo y les indica que les dará unas instrucciones generales sobre el software, paso seguido procede a explicar en el tablero digital, las diferentes herramientas que dispone el software como, la hoja de cálculo, la vista gráfica, la vista algebraica y algunos comandos para trazar líneas, segmentos, o curvas, así como la entrada donde los estudiantes más adelante deberán escribir las expresiones algebraicas, dice el docente que este software es muy versátil.

Sin embargo, las diferentes herramientas y comandos que él explicó son claves para el desarrollo de la actividad.

Los estudiantes de manera general encuentran bastante traumático el trabajo con tablets, ya que no están familiarizados con estas y con el software, por tanto el tiempo destinado a realizar esta actividad debió ser ampliado para una hora más, por eso esta actividad consta de tres horas.

Los estudiantes 1305 y 1310 se acercan al profesor para pedirle instrucciones de como guardar la actividad realizada en la tablet de manera correcta, el profesor les indica la manera, pero resulta un poco dispendiosa debido a una serie de pasos que se deben tener en cuenta para que se haga de manera correcta, más tarde se comprueba que todos los estudiantes tiene el mismo inconveniente a la hora de guardar el archivo, una vez el archivo se ha guardado, el estudiante 1305 intenta abrirlo nuevamente, pero la tablet demora varios minutos en abrirlo, lo mismo sucede con el resto de tablets a medida que guardan e intentan abrirlos nuevamente.

En su desespero por intentar abrir el archivo guardado, los estudiantes 1312, 1314 y 1317 desconfiguraron las tablets, por eso van a pedir ayuda al profesor para regresarlas a su estado normal, el docente toma las tablets y las configura nuevamente, pero no sin perder tiempo importante. A medida que los estudiantes profundizan en el trabajo con las Tablets, éstas se hacen cada vez más lentas y difíciles de maniobrar del modo táctil. Al final logran terminar la actividad, aunque con bastantes inconvenientes. Debido a lo anterior, el docente les comunica a los estudiantes que buscará la manera de trabajar en los portátiles de la institución, pero que queda pendiente hasta la próxima vez que se vean de la posibilidad de hacerlo. Así finaliza la clase.

### Sub Categoría Manejo del Software Geogebra

El estudiante 1301 al graficar en geogebra la línea que mejor une los puntos le da como resultado una recta con pendiente cero  $y = 260$ . A la estudiante 1312 la gráfica en geogebra le da como resultado una línea casi horizontal con una leve pendiente, la ecuación es  $y = 0,003x + 256$ .

La estudiante 1327 le indica al profesor que ella obtuvo también como resultado una función constante de la forma  $y = 278$ .

Al estudiante 1301 la ecuación de la recta hallada a mano coincide con el construido en geogebra

### MEMO ANALÍTICO

- El trabajo con tablets genera expectativa en los estudiantes y el poder consultar por internet los anima a desarrollar las actividades
- A pesar de que en su carpeta de apuntes los estudiantes tenían el material necesario para desarrollar la actividad, ellos prefieren volver a consultar por internet las actividades propuestas.
- El trabajo con herramientas tecnológicas motiva y crea expectativa en los estudiantes; la posibilidad de consultar por internet lo que están haciendo les genera seguridad aunque cometen el error de transcribir lo que encuentran sin preocuparse por el significado de algunas de las palabras que escriben de internet.
- Al parecer el interés de los estudiantes está centrado en un tipo diferente de software ya que se les dificulta el aprendizaje de GeoGebra; diferente a lo que sucede con el docente que fue algo bastante simple.

- Las tablets con las que cuenta la institución, no prestan un buen servicio ya que son bastante lentas, tienen poco espacio de almacenamiento y además el software no es sencillo de manejar de manera táctil
- Una vez comienzan a ver los primeros resultados y las primeras graficas de la función lineal, los estudiantes empiezan a aclarar el concepto de pendiente, intercepto y ecuación de la línea recta.

<b>CATEGORÍA</b>
Autonomía en el desarrollo del trabajo
<b>DESCRIPTOR</b>
<p>Los estudiantes 1318, 1323 y 1333 le preguntan casi al mismo instante al profesor si lo deben desarrollar en las tablets o en su carpeta de apuntes, el docente enseguida llama la atención de todos los estudiantes para hacer una aclaración general y les dice que los trabajos de consulta se deben hacer en la carpeta y solo cuando inicie el trabajo con geogebra se hará y se guardará en sus respectivas tablets. Los estudiantes trabajan de manera autónoma en la actividad se aprecia poca intervención de parte del docente. Algunos grupos les toma tiempo decidir el tema sobre el cual van a desarrollar la actividad. La estudiante 1312 pregunta al docente, si deben escoger un sólo tema para la actividad o si pueden hacer referencia a varios de ellos, a lo que el docente le contesta que es decisión del grupo pero que les aconseja hacerlo de varios temas porque tendrán más contenido para consultar.</p> <p>La estudiante 1328 pide al docente claridad sobre como completar la tabla número 2 de la actividad 1, a lo que el docente le contesta que analicé el ejemplo que está ahí e intente hacer algo similar, pero un tiempo después aun no logran progresar en dicho punto. El docente entonces se acerca y les explica el ejemplo y les ayuda para que logren iniciar el desarrollo de este punto. Luego el estudiante 1301, y un</p>

tiempo después el 1310, le piden la misma aclaración, a lo que el docente de nuevo decide llamar la atención del grupo y hacer la aclaración de manera general.

Los estudiantes 1312 y 1311 dos de las estudiantes más aventajadas que se encuentran en grupos de trabajo diferentes, preguntan constantemente al docente si la forma como acaban de desarrollar el punto propuesto es correcta, el docente revisa y les da su probación si es correcto o a través de preguntas las direcciona para que ellas vean el error caigan en cuenta de alguna forma de desarrollarlo de manera correcta

Esta dependencia hacia el docente para tomar decisiones se manifiesta de manera general en todos los grupos, normalmente esperan que el docente les sugiera la forma de empezar o apruebe lo que han desarrollado para seguir adelante.

La estudiante 1312 pide ayuda para realizar la pendiente de la recta a partir de dos puntos, preguntando al profesor que puntos debe tomar para hallarla.

#### **MEMO ANALÍTICO**

- Presentan dificultades en los conceptos de magnitud, variable, variable dependiente y variable independiente, correlación, relación directa e inversa, lo que les impide tomar decisiones y por tanto deben consultar al docente.
- Los estudiantes presentan inseguridades a la hora de responder la actividad ya que constantemente están preguntando al docente si es correcto la apreciación que ellos hacen del punto en cuestión.

#### **CATEGORÍA**

Retroalimentación

## DESCRIPTOR

Al finalizar la actividad el docente toma la palabra y hace referencia a los puntos 3 y 4 de la actividad. Primero hace referencia a la terminología para saber si los estudiantes tienen claro el concepto de lo que se está preguntando, inicia preguntando si saben que es una magnitud, la estudiante 1311 se acerca bastante a la respuesta y toma su intervención para complementarla y definir el concepto de magnitud, enseguida pregunta cómo fue el cambio que observaron en la variación de las magnitudes de las causas y que sucedía en las consecuencias con dicha variación, definiendo la relación directa e inversa entre magnitudes, explicitando la variación y correlación entre estos dos fenómenos, luego pide que analicen muy bien las preguntas del punto 4 y los invita a reflexionar sobre la dependencia e independencia de cada fenómeno, para terminar menciona como varía cada una de las causas del cambio climático a lo que las relaciona con variables independientes y alude como estas variaciones modifican las consecuencias a las que relaciona con variables dependientes. El docente da por terminada la actividad.

## MEMO ANALÍTICO

- Al finalizar la actividad lograron identificar las variables y su relación de dependencia
- Es importante hacer una retroalimentación al finalizar la actividad de manera que los estudiantes despejen sus dudas y corrijan los errores que pudieron haber cometido en el desarrollo de la actividad.
- El objetivo a lograr, se realizó en la mayoría de estudiantes, ya que lograron identificar las variables, su relación de dependencia y la variación de sus magnitudes

## CATEGORÍA

Manejo de conceptos

**DESCRIPTOR**

La estudiante 1321 le pregunta al profesor, cuáles son las unidades en que se miden los diferentes tipos de gases que están en la gráfica de la actividad, a lo que el profesor le responde, que en la misma gráfica están de manera explícita y que ppm, significa partes por millón y que ppb, partes por billón, ella asiente con la cabeza, pero su rostro refleja dudas, el docente lo nota y entonces le pregunta si sabe lo que significa eso, ella responde que no, luego el procede a explicarle y la estudiante se retira una vez aclarada su duda y pasa luego a explicarla a sus compañeros de grupo.

El estudiante 1333 pregunta al docente qué es una tabla de valores, con sorpresa el profesor devuelve la mirada, lo lleva al tablero y a través de un ejemplo le indica qué es y cómo realizar una tabla de valores, el estudiante se retira y le comunica lo explicado a su grupo. De nuevo el estudiante 1333 se acerca al docente para pedir ayuda en el primer punto de la actividad 2, le dice al docente que no sabe cómo sacar los valores de la gráfica para hacer la tabla, el docente le indica que los valores no están de manera explícita que él debe hacer una aproximación del valor real y le ayuda con los dos primeros valores que deben ir en la tabla, el estudiante se retira a su grupo y logran terminar lo que queda de este punto por sí mismos.

**Sub Categoría Despeje de ecuaciones**

La estudiante 1312 pide ayuda para realizar la pendiente de la recta a partir de dos puntos, preguntando al profesor que puntos debe tomar para hallarla.

La estudiante 1311 presenta dificultades al remplazar los puntos en la ecuación de la forma  $y - y_1 = m(x - x_1)$  para determinar la ecuación canónica de la recta,

después que el profesor le da una serie de indicaciones la estudiante logra encontrar la ecuación así  $y = 0,01x + 250$ .

El estudiante 1310 presenta dificultades en el despeje de la ecuación de la forma  $y - y_1 = m(x - x_1)$  para determinar la ecuación canónica de la línea recta, el docente le da indicaciones del despeje y le indica que observe el archivo de Geogebra en vista algebraica para que tenga idea de cómo debe quedar la ecuación al final del despeje.

Varios estudiantes representantes de cada grupo de trabajo consultan constantemente al docente en busca de ayuda para el despeje de la ecuación de la línea recta dada la pendiente y dos puntos.

**MEMO ANALÍTICO**

- Algunos estudiantes presentan dificultades en la interpretación y análisis de gráficas, incluso no logran identificar las variables explícitas en las mismas y menos las unidades de medida que presentes en estas y tampoco la extracción de la información de la gráfica.
- Presentan también graves falencias en temas que se ven incluso desde primaria como la elaboración de una tabla de valores, despeje de ecuaciones y remplazo de valores

**CATEGORÍA**

Pensamiento Variacional

**DESCRIPTOR**

Sub Categoría **Variables**

**Descriptor**

En la sección 1, el grupo 9 en su informe de la tabla 1, señala como causa del cambio climático el aumento en el precio del petróleo, el agotamiento de las reservas, la desaceleración del crecimiento de la oferta, al preguntar el ¿Por qué incluyeron estas variable como una posible causa?, la respuesta fue que eso era lo que habían encontrado en internet. Como consecuencias señalaron el derrame del crudo, y como afecta los ecosistemas.

En la sección 2 el grupo 9 estuvo bastante acertado esta vez, en la extracción de las causas y consecuencias, en cuanto a las magnitudes acertaron en la mayoría.

No lograron realizar el diagrama cartesiano.

Relaciona la dependencia de las gráficas presentadas con el eje donde se encuentran definidas dando como independiente la magnitud representada en las abscisas y como dependiente la representada en las ordenadas

### **MEMO ANALÍTICO**

- El seguimiento que se le hace a cada uno de los grupos sigue un patrón similar al mostrado en el descriptor del grupo 9, donde parten de un desconocimiento casi total de los conceptos de variable y su relación de interdependencia y a medida que van desarrollando la secuencia identifican los tipos de variables (independiente y dependiente) y las diferentes formas de representarlas.

#### **Sub Categoría Razón de cambio**

#### **Descriptor**

- Grupo 9 sección 3, aún no reconocen la pendiente como razón de cambio, tampoco utilizan la ecuación de la función para pronosticar valores futuros ni dan cuanta de la diferencia entre relación y función.

- El grupo 8 a partir de esta expresión algebraica realizan conclusiones acerca de la forma en que varía y logran establecer valores futuros del fenómeno analizado dentro de cincuenta y cien años más, estableciendo las consecuencias que tendría de seguir el crecimiento modelado.
  - El grupo 6 extraen la pendiente y el punto de corte de la función lineal que mejor se ajusta a los datos obtenidos y definen la representación de la pendiente como la razón de cambio.
  - el grupo 2 se evidencia aumento en la destreza del manejo del software y la extracción de datos a partir de un diagrama cartesiano; con base en el software Geogebra en la ventana algebraica, extraen la ecuación de la línea recta  $y = 2,5x + 390$  como la línea que mejor se ajusta a la distribución de puntos, e identifican el valor que acompaña la variable  $x$  como la razón de cambio de las variables indicadas y realizan un contraste entre dos tipos diferentes de pendientes obtenidas en el modelado del mismo fenómeno.
- A partir de los datos obtenidos en las gráficas que representan los niveles de Co2 en la atmosfera entre los años 0- 1800 y 1900 -2000, determinan la razón de cambio que representa la variación en cada uno de estos intervalos y hacen un contraste entre estos dos tipos de pendientes, al contextualizarlas en el fenómeno del cambio climático estudiado, con las consecuencias que traen para el planeta, de seguir manteniendo esta variación de manera constante.

#### **Memo Analítico**

- Identifican la pendiente de la línea recta como la razón de cambio, en la relación de dos variables y a partir de ésta, analizan resultados futuros.
- Uno de los grupos aún no reconoce la pendiente como la razón de cambio entre variables.

#### **Sub Categoría Función**

#### **Descriptor**

El grupo 5 Identifica la forma correcta de establecer cuando una gráfica representada en un diagrama cartesiano, es una función; y logran dar un concepto aceptable de la definición de función. Sin embargo, no se evidencia de manera clara la diferenciación entre el concepto de función y de relación.

El grupo 7 determina la limitación de la función lineal en la representación o modelado de una serie de puntos que no se comportan de manera lineal, pero no logran identificar una función que represente de manera cercana la variación que presentan los datos obtenidos.

El grupo 9 representan correctamente la relación de los elementos del dominio y el rango de la función en las diferentes formas que se tienen para este propósito, como tabla de valores, diagrama sagital y grafo.

El grupo 8 Logran establecer si una gráfica representada en el diagrama cartesiano es una función a partir del criterio de la línea vertical. También dan una definición acertada del concepto de función y lo representan a través de un ejemplo gráfico. También diferencian entre una relación y una función y lo explican a través de un ejemplo grafico utilizando el diagrama sagital.

El grupo 6 determinan si la gráfica observada en el plano cartesiano es o no una función, a través del criterio de la línea vertical; y realizan de forma insipiente una definición del concepto de función.

El grupo 2 utiliza en el criterio de la línea vertical para determinar si la gráfica de una función trazado en el plano cartesiano es o no es una función. Además logran dar una definición acertada del concepto de función, a partir de los ejercicios desarrollados, pero no logran establecer de manera clara la diferencia entre relación y función.

El grupo 3 conocen la definición formal de una función y logran diferenciar entre una relación y una función y aplican de manera correcta el criterio de la línea vertical para determinar si una gráfica de un diagrama cartesiano es o no una función.

### **Memo Analítico**

- La mayoría de estudiantes logran dar una definición de función basados en las actividades desarrolladas hasta el momento y una de las estudiantes conoce la definición formal y la entiende.
- Para los estudiantes es más fácil definir una función a través de alguna de sus representaciones en especial, el diagrama sagital y el diagrama cartesiano.
- A través de la representación de una relación y una función en el diagrama sagital logran diferenciarlas e identificar sus características.

## 6. MARCO TEÓRICO

### 6.1. ANTECEDENTES

Colombia cuenta con el Ministerio de Tecnologías de la Información y las Telecomunicaciones (MinTIC) encargado de diseñar, adoptar, promover políticas, planes, programas y proyectos del sector de las tecnologías de la información y de las comunicaciones. Este ministerio durante el año 2016 lanzó una iniciativa de becas condonables del 90% y el 100% a aquellos jóvenes que se decidieran por el estudio de carreras técnicas, tecnológicas y universitarias en áreas relacionadas con la tecnología de la información y afines; con el objetivo “que más jóvenes colombianos le saquen provecho a los beneficios de la revolución digital, al tiempo que fortalecemos nuestra industria TI con talento de calidad”<sup>18</sup>

La incorporación de las TIC en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de las diferentes áreas del conocimiento en la educación formal, es un tema que inquieta a docentes de todos los niveles de enseñanza, en ocasiones de manera negativa por el temor que estas generan, debido al escaso conocimiento teórico-práctico, pero también de forma positiva ya que ven en ellas un medio didáctico, y la gran mayoría de ellos están de acuerdo en la necesidad de capacitarse en este tipo de tecnología y de su implementación en el currículo.<sup>19</sup>

### 6.2. CONTEXTO INTERNACIONAL

El impacto que genera la implementación de las TIC en el aula ha sido ampliamente investigado. Desde el punto de vista docente, Esteban Vázquez-Cano de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso investigó sobre el tipo de tecnología

---

<sup>18</sup> [citado en 15 de Noviembre de 2016]. disponible en Internet: <http://www.mintic.gov.co/portal/604/w3-article-15370.html>

<sup>19</sup>LUCENA, Francisco Javier Hinojo; MARTÍN, Francisco D. Fernández; DÍAZ, Inmaculada Aznar. Las actitudes de los docentes hacia la formación en tecnologías de la información y comunicación (TIC) aplicadas a la educación. *Contextos educativos: Revista de educación*, 2002, no 5, p. 253-270.

que poseen los docentes de la educación superior, el uso didáctico que le da a las mismas y el tipo de formación que requiere para su uso. Marc Prensky analiza el desfase en la forma de enseñar y aprender entre los docentes formados en el siglo XX y los estudiantes nacidos en la era digital a quien él llama nativos digitales. El Dr. Prensky <sup>20</sup>afirma: Resulta evidente que nuestros estudiantes piensan y procesan la información de modo significativamente distinto a sus predecesores. Además, no es un hábito coyuntural ya que está llamado a prolongarse en el tiempo, que no se interrumpe sino que se acrecienta, de modo que su destreza en el manejo y utilización de la tecnología es superior a la de sus profesores y educadores. A los estudiantes actuales les impacientan y cansan las conferencias, así como la lógica del aprender “paso a paso” y la instrucción que está cimentada en “pruebas de valoración”. Luego los docentes deben evolucionar en su estrategia pedagógica, y las TIC son un buen inicio, puesto que han permitido la implantación de diseños educativos con recursos que antes no existían como los chats, foros, blogs y otros recursos de la WEB 2.0. Junto con el correo electrónico, abren la vía a modelos alternativos, centrados ya no en el profesor, sino en el estudiante y en el propio proceso de aprendizaje.<sup>21</sup>

Las TIC amplían el horizonte de aprendizaje, posibilita la interacción más allá del aula, de modo asíncrono o sincrónico, con otros docentes, estudiantes, culturas, formas de enseñar y aprender que impactan no solo el contexto educativo sino también social y laboral. “Conlleva a cambios en todos los ámbitos de la actividad humana, especialmente en las actividades laborales y en el mundo educativo. Indicando los diferentes niveles en que una institución educativa puede adaptarse a esta tecnología desde pequeños ajustes en la alfabetización digital hasta cambios

---

<sup>20</sup> PRENSKY. Op. cit., p. 6

<sup>21</sup>CANOVAS, Marcos; GONZALES DAVIES, María y KEIM Lucrecia. Acortar distancias. Las TIC en la clase de traducción y de lenguas extranjeras. Barcelona.: Octaedro. 2010. 175 p.

estructurales profundos.”<sup>22</sup>El Dr. Pere Marques señala el impacto educativo que tiene la tecnología en siete categorías:

- Medio de expresión y para la creación.
- Canal de comunicación
- Instrumento para procesar información
- Fuente de información
- Organización y gestión de los centros, tutoría
- Recurso interactivo para el aprendizaje, ocio
- Instrumento cognitivo

La referencia al impacto como canal de comunicación no sólo es entre docente y estudiante, si no que involucra a toda la comunidad “ya que la presencia de las instituciones educativas en el ciberespacio permite que la sociedad pueda conocer mejor las características de cada centro y las actividades que se desarrollan en él, es decir, la necesidad de adaptación de las instituciones al mundo actual, donde los dos padres trabajan, tienen menos tiempo, el colegio debe darles la facilidad para que desde sus hogares o sus trabajo puedan conocer la institución, sus actividades, y el desempeño en el instante actual de su hijo”<sup>23</sup>.

---

<sup>22</sup>GRAELLS, Pere Marqués. Impacto de las TIC en la educación: funciones y limitaciones. *3 c TIC: cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC*, 2013, vol. 2, no 1, p. 2-15

<sup>23</sup> *Ibidem*, p. 4

Roberto Carneiro asesor y perito de instituciones europeas e internacionales como Banco Mundial, UNESCO, OCDE y OEI, en entrevista para la revista **Iberoamericana de Comunicación y Divulgación de Información Científica**, aclara la confusión o la mala interpretación que se hace en relación a que los nativos digitales sobrepasan en conocimiento digital a los emigrantes digitales al respecto dice:

Un nativo digital puede ser muy hábil para usar la tecnología, pero no necesariamente tiene la sabiduría para usarla con provecho. El profesor tiene la responsabilidad de acompañar a su alumno, por más que no se haya criado en una relación estrecha con las tecnologías. Es decir -como denomina la teoría-, por más que sea un inmigrante digital. El maestro debe dar las herramientas personales, mentales y culturales para que el niño pueda interpretar del mejor modo la cultura digital, que es efímera.<sup>24</sup>

El Doctor Carneiro apoya la introducción de las TIC en la educación como herramienta que permita la reducción de la brecha digital, la falta de personal cualificado el mejoramiento del profesorado y como depósito de material educativo de bajo costo tendiente a cero pero defiende la diferencia cultural y hace hincapié en la preservación de la misma, en este punto es donde el docente debe entrar en acción y evitar que el alumno se convierta en Homo cocacolis\*

Acercándonos a nuestro objetivo de estudio: las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, Teresa Rojano investigadora del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional de México encontró dos tendencias marcadas en la introducción de las TIC la primera destacan los programas de geometría dinámica como Cabri-Géometre y

---

<sup>24</sup> [Citado en 19 Septiembre 2016]. Disponible en Internet:  
<[http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/entrevistas\\_181.htm](http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/entrevistas_181.htm)>

\* Término acuñado por los humanistas para definir la cultura del consumismo, de la libertad sin restricciones y sin sacrificios.

GeometerSketchpad que permiten al usuario la interacción dinámica de las diferentes formas geométricas y sus transformaciones así como la exploración de teoremas mediante exploración y arrastre sin embargo esta limitada a servir a el propósito del currículo clásico. La segunda tendencia surge de los resultados del trabajo con Logo\*\* y va no solo encaminada a cambiar la forma de enseñar y aprender matemáticas sino a trastocar los contenidos del currículo mismo.

En el caso concreto de las matemáticas, los docentes se han planteado la mejor manera de desarrollar los contenidos en el aula y una opción que se presenta es el uso de software especializado que permite un trabajo dinámico y ágil de los mismos como GeoGebra. “Este paquete se basa claramente en el trabajo de desarrollo de paquetes de pioneros como Cabri y del geómetra de dibujos, pero permite al usuario funciones algebraicas de entrada y las variables a través de una algebraica "ventana". Esto mejora la usabilidad del paquete para coordinar la geometría, funciones y cálculo, ampliando así su ámbito curricular”<sup>25</sup> además de ser gratuito. Otra ventaja en el uso de GeoGebra es que existen comunidades que se han unido para enriquecer y compartir sus ideas y logros alrededor de esta tecnología. “Una reunión en Cambridge convocado bajo la bandera del Instituto Geogebra atrajo delegados de España, Noruega, Francia, Alemania, Austria, Finlandia, Polonia, Hungría, Islandia y Estados Unidos”.<sup>26</sup>

Investigaciones realizadas en el impacto que tiene este software revelo que “es positivo en el rendimiento de los estudiantes en los temas de Estadística. Los estudiantes también tienen una percepción positiva sobre el software en términos de entusiasmo, confianza y motivación”.<sup>27</sup>

---

\*\* Lenguaje de programación de alto nivel, de fácil aprendizaje diseñado por Danny Bobrow, Wally Feurzeig y Seymour Papertde

<sup>25</sup> LITTLE, Chris. Interactive geometry in the classroom: old barriers and new opportunities. En: Mathematics in school. March 2009. vol. 38, no 2. p. 9 - 11

<sup>26</sup> Ibidem, p. 2

<sup>27</sup>GLOBAL CONFERENCE ON BUSINESS & SOCIAL SCIENCE. (15 – 16, Diciembre, 2014, Kuala Lumpur, Malasia). ELSEVIER. p. 208 – 214.

### 6.3. CONTEXTO NACIONAL

La Presidencia de la República y en consecuencia el Ministerio de Educación Nacional constantemente impulsa la incorporación de las TIC en el sistema educativo colombiano, en su normatividad, definición de leyes y decretos al igual que planes y programas públicos impulsados desde 1990.<sup>28</sup>

Elías Said Hung y un grupo de 14 investigadores se dieron a la tarea de crear un marco de referencia para el fomento de las TIC en el sector educativo colombiano en la educación primaria, básica y media dividiendo su investigación en 4 grandes componentes: factores asociados al nivel y uso de las TIC, Las TIC en los currículos de las entidades educativas oficiales, Impacto y uso de las TIC como herramienta educativa y diagnóstico de la capacidad de las instituciones educativas oficiales.

En cuanto al primer factor sostiene que son múltiples los estudios que pretenden establecer los factores que inciden en la integración de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje, los cuales señalan como las TIC han ido permeando los contextos escolares, aunque no ha sido tarea sencilla su incorporación, en el ámbito internacional por la falta de interés de los docentes y en el nacional a este hecho se le suma la escasa dotación tecnológica de las entidades educativas oficiales. “Pero no basta con la dotación tecnológica se requiere cambios en las concepciones de la enseñanza, el aprendizaje y en las metodologías tradicionales (García-Valcárcel et al. 2010). Para que un proyecto educativo sea próspero se requiere del compromiso de los docentes tanto a nivel personal como profesional (Área, 2012)”. A esto hay que agregarle que no es solo sobre el docente titular donde cae la tarea, esta debe ser compartida por los directivos quienes tienen un papel primordial, los padres de familia y por supuesto los estudiantes, por ello, Hung en su investigación

---

<sup>28</sup>HUNG Op. cit., p. 35.

define el rol que debe desempeñar cada uno de ellos con respecto al uso de la tecnología.

“Los diferentes estudios realizados hasta la fecha comparten un elemento en común: reconocen la necesidad de incorporar más a los docentes, directivos y estudiantes en el uso cotidiano de las TIC, con el fin de obtener una mayor rentabilidad pedagógica de estos recursos y escenarios digitales, y una mayor inserción de estos en los contextos de enseñanza-aprendizaje (aulas), que ayuden a que todos los actores en los escenarios de enseñanza empleen recursos de forma cotidiana y significativa (Sarramona, 2004)”<sup>29</sup>.

“Colombia asumió el desafío propuesto por la Unesco, y puso en marcha el Plan Nacional de Tecnologías de la Información y la Comunicación. Con este proyecto político a nivel nacional, el estado colombiano se comprometió a que al finalizar el año 2019 todos los colombianos, incluyendo los docentes, estarán haciendo uso eficiente y productivo de las TIC. También se propuso trabajar sobre varios aspectos para mejorar la calidad y la competitividad de todas las personas del país; uno de ellos es la incorporación de las TIC en los procesos educativos. En virtud de este plan, el Gobierno en materia educativa ha contemplado acciones para mitigar el analfabetismo digital, mediante diferentes programas alineados a la formación de los docentes, a la transformación de las prácticas pedagógicas y a la cultura digital en las comunidades”<sup>30</sup>.

Pero no es tarea sencilla, si es complejo para el docente incorporar TIC en su labor como educador, ni hablar de la dificultad modificando el currículo y el PEI, por eso la necesidad de alfabetizar digitalmente a los docentes. Hung propone como guía para la incorporación de las TIC en el currículo el modelo MICUT, este toma como fundamento la integración de los lineamientos del MEN (2008c), los estándares de

---

<sup>29</sup> HUNG Op. cit., p. 108.

<sup>30</sup> *Ibíd.*, p. 269

competencias TIC para estudiantes propuestos por ISTE (2008), las herramientas para el desarrollo del pensamiento crítico y la taxonomía digital de Bloom (1956).

Sobre el tercer factor ya se ha hablado suficiente al respecto a lo largo de esta investigación por tanto no se profundizara en esto. En cuanto al último factor mostro que de las 172 instituciones educativas oficiales tomadas como muestra en el departamento de Atlántico el promedio en cuanto a la relación computador alumno y computador docente es baja y que el 20% de los equipos no presentaban condiciones óptimas para su aprovechamiento. La mayoría de equipos se encontraban en la sala de sistemas y muy pocos en las bibliotecas, sala de profesores u otros espacios.

En cuanto al software se encontró una fuerte presencia de paquetes de office y de juegos pero muy poco en lo referente a paquetes educativos especializados. En cuanto acceso a internet su porcentaje es bastante bueno alrededor del 80% aunque la conectividad es deficiente. En cuanto a experiencias innovadoras con el uso de las TIC menos del 35% de los rectores encuetados lograron dar razones de su implementación

Conociendo las bondades y la amplitud de opciones que ofrecen la incorporación de las TIC en el aula surge entonces la pregunta ¿cómo evitar convertir la nueva tecnología en la misma clase tradicional pero con la diferencia de que ahora se hace con un tablero digital o en un computador? la repuesta está en los lineamientos curriculares de matemáticas adoptados por el MEN donde define como paso fundamental para que el estudiante logre un pensamiento matemático la relación del contexto con la disciplina, de manera que logre dar significado a los nuevos conocimientos. “Para poder afrontar el reto de la significancia matemática, la

didáctica deberá contemplar las ideas del educando y sus redes de pensamiento, conectando la experiencia y el conocimiento en términos de un puente cognitivo”.<sup>31</sup>

El Phd Colombiano Omar Rozo da cuenta de que una de las formas más eficientes para cumplir este objetivo es la pertinencia a la exploración e indagación de conceptos a partir de la solución de problemas contextuales, emergentes de la significancia del educando, en tanto la resolución de los mismos, dé paso a la construcción de conocimientos para afrontar su devenir cotidiano. Al tiempo que cita a Alarcón et al (1994) “Un problema debe dar a los alumnos la oportunidad de explorar las relaciones entre nociones conocidas y utilizarlas para descubrir o asimilar nuevos conocimientos, los cuales a su vez servirán para resolver nuevos problemas. Ésta es, esencialmente, la naturaleza de la actividad matemática”. Luego no se trata simplemente de la incorporación de las TIC en el aula sino que esta debe estar acompañada de una estrategia didáctica para que sea efectiva y en el caso de las matemáticas para el contexto colombiano va dirigida hacia el planteamiento y la resolución de problemas.

Guerrero (2010) menciona que en un modo general la tecnología contribuye para dar forma conceptual y analítica al modelamiento de problemas y conceptos emergentes de una matemática significativa, la autora ejemplifica este acontecer con el software Cabri-geométre, en el cual los educandos debaten y establecen conjeturas o aproximaciones para describir las representaciones y conceptos allí plasmados, de tal manera que se relacionan ideas y se llega a un aprendizaje significativo en términos de la comprensión de lo que se está haciendo y qué finalidad persigue tal problemática.<sup>32</sup>

Otra razón de peso que justifica esta necesidad de integración de las TIC a nivel educativo es la avalancha de información y de contenidos educativos digitales que

---

<sup>31</sup>PARRA ROZO. Op. cit., p. 70

<sup>32</sup> *Ibid.*, p. 77

existen y que están disponibles en Internet; además las TIC tienen el potencial para transformar, actualizar y enriquecer los ambientes de aprendizaje, fortaleciendo el desarrollo de competencias para poder responder a las nuevas demandas educativas del siglo XXI.

En este sentido, aunque el desarrollo de esta investigación está enfocada al trabajo con Geogebra, la intención es mostrar la diversidad que ofrecen las TIC, por ejemplo, vemos como un conocimiento rico en recursos tecnológicos que aunque no estén creados con el objetivo educativo se pueden adaptar para este fin, tal es el caso del Mag. Oswaldo Muñoz Cuartas que en su tesis de maestría implemento el uso de la plataforma Moodle para el diseño de evaluaciones, Flash como recurso multimedia que integra gráficos, textos, sonido y videos como estrategia creativa y agradable, Power Point de Microsoft para una buena presentación y Wiki para la elaboración de su propia página web de manera que permite el trabajo colaborativo y la interacción entre estudiantes. Un trabajo de este tamaño sería el fin último de las TIC en el aula donde docentes y alumnos no sean simplemente consumidores de recursos sino que los creen y trasciendan más allá del aula.

#### **6.4. CONTEXTO LOCAL**

Como ya se mencionó no se trata solo de integrar las TIC sino de hacerlo acompañadas de una estrategia didáctica. “Luego, el maestro debe efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino transmisión de un problema, porque se sabe que el único medio de hacer matemáticas es buscar y resolver ciertos problemas específicos y, a ese respecto, plantear nuevos interrogantes...surge la necesidad de activar el pensamiento matemático mediante el estudio de problemas reales que despierten el interés del estudiante hacia la exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas”.<sup>33</sup>

---

<sup>33</sup> DUARTE BOLÍVAR, Olga. La enseñanza problemática y su incidencia en el aprendizaje del concepto de integral en estudiantes de una institución de educación superior de la ciudad de Bucaramanga. Tesis para optar

Con esto se evita caer en el aprendizaje memorístico, abstracto, carente de sentido, unidireccional y absoluto.

Aunque sistemas dinámicos como Geogebra y Cabri proporciona una forma interactiva de modelación y cálculo de aproximaciones el docente debe aterrizar al estudiante en la rigurosidad matemática. “El profesor deberá orientar a los estudiantes para que entiendan que los cálculos realizados con regla y estimaciones no son exactos para la solución total de los problemas...el profesor deberá lograr que los estudiantes entiendan que al hacer uso de medidas en Cabri, a pesar de la precisión del software, estas soluciones requieren de justificaciones generales basadas en propiedades matemáticas”.<sup>34</sup>

Santos Trigo y Moreno esbozan un marco conceptual, apoyados en un problema de variación, para trabajar la resolución de problemas incorporando el uso de herramientas computacionales a través de 4 etapas fundamentales: Etapa 1 problematizar, etapa 2 hacer una exploración visual o empírica, etapa 3 buscar múltiples métodos de solución, etapa 4 hacer una reflexión.<sup>35</sup>

Además de las pruebas saber, otra forma de evidenciar las falencias de los estudiantes de bachillerato del sistema colombiano es la dificultad que presentan en su paso a la universidad, terminando en la deserción y repitencia en las carreras de ingenierías y ciencias, a este respecto se refieren Jorge Fiallo y Sandra Parada.<sup>36</sup> Estos investigadores se enfocan en el desarrollo del pensamiento variacional necesario para el entendimiento del cálculo diferencial, siguiendo las orientaciones

---

el título de Maestría en Pedagogía. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación, 2009. 151 p.

<sup>34</sup> FIALLO LEAL, Jorge Enrique. Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica. Tesis para optar al Grado de Doctor en Matemáticas. Valencia, España. Universidad de Valencia. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2010. 368 p.

<sup>35</sup> LÓPEZ VELANDIA, Edwin, Estrategias que emergen de la solución de problemas de variación de estudiantes de precalculo. Tesis de Licenciatura en Matemáticas. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas, 2014. 101 p.

<sup>36</sup> FIALLO LEAL, Jorge Enrique y PARADA RICO, Sandra Evelyn. Curso de precalculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica*, 2014, no 20, p. 56-71.

dadas por el MEN 2004 y utilizando Geogebra como herramienta dinámica a partir de un enfoque de resolución de problemas. La metodología implementada tiene fundamentos en las investigaciones de Santos Trigo y Moreno 2013 y Pensamiento variacional y tecnologías computacionales MEN 2004.

Resulta necesario que matemáticos, educadores y profesores trabajen conjuntamente en el diseño de planes y programas que realmente reflejen la esencia de lo que significa aprender la disciplina. En particular, lo que interesa es que los estudiantes desarrollen una forma de pensar y disposición hacia el estudio de las matemáticas donde exhiban distintas formas de representar fenómenos, identifiquen relaciones y patrones, formulen conjeturas, justifiquen y comuniquen resultados.<sup>37</sup>

## **6.5. MARCO PEDAGÓGICO**

“Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente”.<sup>38</sup> Pero no se trata de una simple conexión arbitraria sino que debe integrarse con aquellos conocimientos previos relevantes estables, claros y bien definidos disponibles en la estructura mental del individuo, a los que Ausbel llama “subsunsor” y que son el punto de anclaje de los nuevos saberes.

El aprendizaje por descubrimiento ideal en los primeros grados escolares genera los conceptos básicos que servirán de apoyo a la adquisición de nuevos conocimientos sin embargo este tipo de aprendizaje se vuelve inoperante cuando el volumen de la información a adquirir es grande; es en este momento que el

---

<sup>37</sup> SANTOS TRIGO, Manuel, La Educación Matemática, Resolución de Problemas, y el Empleo de Herramientas Computacionales, 2011.

<sup>38</sup> AUSBEL, David.; NOVAK, Joseph. Y HANESIAN, Helen. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. Traducido por Mario Sandoval Pineda. 2 ed. México DF: Trillas, 1983. 623 p.

aprendizaje por recepción es más ágil, empero este requiere cierta madurez en las percepciones. La asimilación del nuevo conocimiento para que sea significativo debe redefinir el significado del concepto o de la proposición de la cual se está afianzando modificando el subsunor.<sup>39</sup>

Es sorprendente ver que el aprendizaje por descubrimiento y el aprendizaje basado en la solución de problemas que se promueve en los lineamientos de matemáticas y que los docentes perciben como la revolución en la forma de enseñar y aprender son tan antiguos como la misma educación. Poyla señala que someter al alumno a una serie de ejercicios de rutina, como se hace en las escuelas actuales, provoca su castración mental; enfatiza que para entender una teoría es necesario conocer como fue descubierta por tanto propone el aprendizaje basado en problemas.

La solución de problemas es una escuela de la voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración. Si el alumno no encuentra en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial<sup>40</sup>

Poyla propone un método de cuatro pasos para la solución de problemas, que consiste en entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás; sumado a esto se encuentra también aportes de estudiantes exitosos en la solución de problemas en la red.<sup>41</sup>

---

<sup>39</sup> Ibidem, p.120

<sup>40</sup> POYLA, Goerge. Citado por MAY CEN, Iván de Jesús. George Polya (1965). Cómo plantear y resolver problemas. En: Entre ciencias: Diálogos en la sociedad del conocimiento. Diciembre, 2015. vol. 3, no 8. p. 419 – 420.

<sup>41</sup> [Citado en 14 de Noviembre de 2016]. Disponible en internet: [http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas\\_varias/Material\\_de\\_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf](http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf)

## 6.6. COMPONENTE DISCIPLINAR

El desarrollo del **pensamiento variacional** requiere del análisis, organización y modelación tanto de la actividad práctica del hombre como de las ciencias y las propias matemáticas. La variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables que permiten la observación y el registro en el tiempo, generando así el concepto de cambio. El significado y el sentido de la variación cobran más relevancia en el planteamiento y el análisis de problemas empleando para su representación fórmulas matemáticas, tablas, datos, graficas de funciones en dos y tres dimensiones.<sup>42</sup>

La introducción de la función en los contextos descritos prepara al estudiante para comprender la naturaleza arbitraria de los conjuntos en que se le define, así como a la relación establecida entre ellos. Es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición está determinada por la existencia de la expresión algebraica. A la conceptualización de la función y los objetos asociados (dominio, rango...) le prosigue el estudio de los modelos elementales, lineal, afín, cuadrático, exponencial, priorizando en éstos el estudio de los patrones que los caracterizan (crecientes, decrecientes). La calculadora gráfica se constituye en una herramienta didáctica necesaria para lograr este propósito.<sup>43</sup>

Los lineamientos matemáticos del Ministerio de educación Nacional propone **el planteamiento y la resolución de problemas** como columna vertebral de la enseñanza matemática en dos tópicos, primero como una forma de contextualizar al estudiante con su entorno, su cultura, necesidades e intereses; segundo como el

---

<sup>42</sup> República de Colombia, Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá D.C.: Ministerio de educación Nacional. 131 p.

<sup>43</sup> *Ibidem*, p. 74.

proceso que permite el desarrollo de habilidades de comunicación y técnicas de investigación.<sup>44</sup>

Los lineamientos curriculares de matemáticas definen el **Pensamiento Espacial** como: el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. Con la aparición de la matemática moderna, se relegó a tercer plano la geometría y con ello el desarrollo del pensamiento espacial, considerado este como, una de las inteligencias múltiples (Gardner, 1983), necesario en la solución de problemas que involucran ubicación, orientación y distribución de espacios en profesiones como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías; así como en disciplinas científicas como la física, la química y la matemáticas.

Como parte del pensamiento espacial y los sistemas geométricos se encuentra **las Transformaciones** que hace referencia al movimiento de figuras geométricas de una posición a otra y de movimientos que cambian el tamaño y la forma.

“**El razonamiento** matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por consiguiente este eje se debe articular con todas las actividades matemáticas”<sup>45</sup>. Teniendo en cuenta los niveles de desarrollo cognitivo de los estudiantes, de manera que permita la acción de ordenar ideas para llegar a una conclusión, a través de la comunicación la modelación y los procedimientos.

**Los Derechos Básicos del Aprendizaje (DBA)** son una herramienta que el MEN pone a disposición de toda la comunidad educativa como referentes para articular

---

<sup>44</sup> *Ibíd.*, p. 77

<sup>45</sup> República de Colombia, Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá D.C.: Ministerio de educación Nacional. 131 p.

el currículo, planes de área, planes de clase para los docentes y como información sobre los conocimientos conceptuales fundamentales que deben alcanzar los estudiantes de manera que ellos y sus padres tengan un referente de las cogniciones que se evalúan en las pruebas de estado y de acceso a la educación superior. Las funciones de variable real, contenido curricular del presente estudio, están incluidas en los numerales del 3 al 10 de los DBA del grado decimo.

El gobierno Nacional en el artículo 6° de la ley 1341 del 30 Julio de 2009 define **Las TIC** como “el conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios, que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento, transmisión de información: como voz, datos, video e imágenes.”<sup>46</sup> Esta definición coincide con la del wordlbank<sup>47</sup> quien es tal vez el agente más importante en la promoción y normatización de las TIC, además de orientar los modelos económicos, educativos y sociales ligados a desembolsos económicos.

## 6.7. COMPONENTE DIDÁCTICO

“Las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas”.<sup>48</sup> Para el trabajo por competencias la secuencia didáctica “facilita el papel de la enseñanza problémica como un medio altamente efectivo para estimular la

---

<sup>46</sup> COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPUBLICA. Ley 1341 (30, Julio, 2009). por el cual se definen los principios y conceptos sobre las sociedades de la información y la organización de las tecnologías de la Información y las Comunicaciones –TIC, se crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones. Bogotá D.C., 2009. p. 4.

<sup>47</sup> [citado en 15 de Noviembre de 2016]. Disponible en Internet: <http://web.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/TOPICS/EXTINFORMATIONANDCOMMUNICATIONANDTECHNOLOGIES/0,,contentMDK:21035032~menuPK:282850~pagePK:210058~piPK:210062~theSitePK:282823,00.html#>

<sup>48</sup> TOBÓN, Sergio; PIMIENTA, Julio y GARCÍA, Juan. Secuencias Didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias. México D.F. PEARSON, 2010. 217 p.

actividad constructiva de los estudiantes y educar su pensamiento científico creador”.<sup>49</sup>

La secuencia didáctica debe permitir la evaluación del proceso de aprendizaje y no solamente el desempeño y el resultado. No se trata solamente de armar una serie de acciones como exposiciones, lecturas, ejercicios, etc. “la secuencia demanda que el estudiante realice cosas, no ejercicios rutinarios o monótonos, sino acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con algún interrogante que provenga de lo real y con información sobre un objeto de conocimiento.”<sup>50</sup>

De esta manera la secuencia de aprendizaje responde fundamentalmente a una serie de principios que se derivan de una estructura didáctica (actividades de apertura, desarrollo y cierre) y a una visión que emana de la nueva didáctica: generar procesos centrados en el aprendizaje, trabajar por situaciones reales, reconocer la existencia de diversos procesos intelectuales y de la variada complejidad de los mismos (D’Hainaut, 1985)<sup>51</sup>

Díaz Barriga es consecuente con el aprendizaje propuesto por Auesbel puesto que toma como punto de partida los preconceptos de los estudiantes, los aterriza en una situación problemática de contextos reales con el fin de lograr un aprendizaje significativo. En su propuesta para una secuencia didáctica, establece la importancia del complemento constante de la secuencia de aprendizaje y la evaluación en sus tres dimensiones diagnóstica, formativa y sumativa, que permita el ajuste del programa al momento que surgen las dificultades. “De esta manera la construcción de una secuencia de aprendizaje y la evaluación son elementos van de la mano y se influyen mutuamente”<sup>52</sup>. Figura 5. La secuencia didáctica surge

---

<sup>49</sup> *Ibidem*, p. 42

<sup>50</sup> DÍAZ BARRIGA, Ángel. Secuencia de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un encuentro con perspectivas didácticas? En: Profesorado. Septiembre – Diciembre, 2013. vol. 17, no 3. p. 12 – 33.

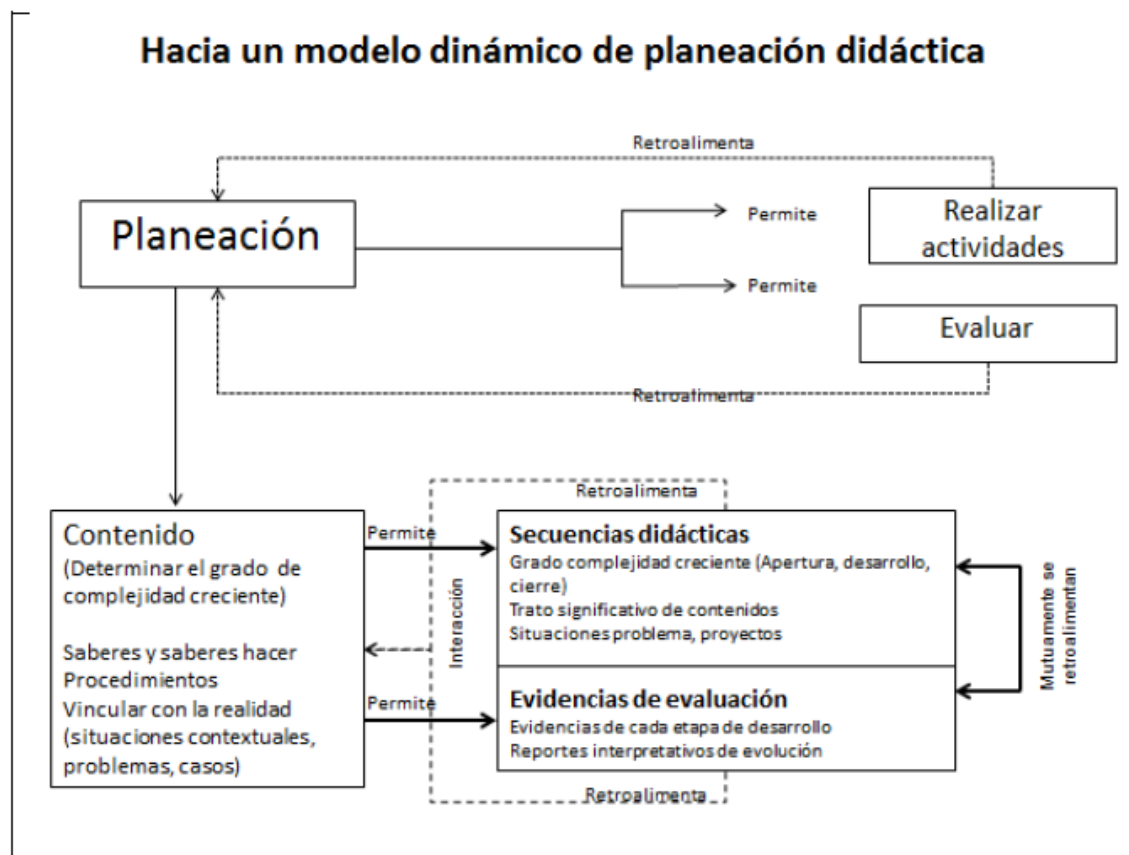
<sup>51</sup> *Ibidem*, p. 8

<sup>52</sup> *Ibid.*, p. 11

como apoyo estructural del trabajo docente en tres etapas definidas como: apertura, desarrollo y cierre. Figura 6.

**Etapa de apertura:** Aquí es donde se les vende la idea a los estudiantes a través de una serie de preguntas que involucren sus presaberes o a través del planteamiento de un problema; Es importante la habilidad del docente para involucrar a alumno. Una actividad de apertura no necesariamente debe ser dentro del aula se puede dejar como tema de consulta para luego discutir en el salón.

**Actividades de desarrollo:** Es el encuentro entre los conocimientos previos y la nueva información que puede ser adquirida de diferentes formas, pues las TIC rompieron la barrera del docente como poseedor del conocimiento. Se recomienda la elaboración de preguntas guías, exposiciones por parte del docente sobre conceptos o teorías. El portafolio es de utilidad en este tipo de secuencias dado que permite archivar el registro de evidencias para su posterior evaluación.



Cuadro de Díaz-Barriga, Ángel "Construcción de programas desde la perspectiva de desarrollo de competencias", en revista *Perfiles Educativos*. IISUE-UNAM. (En prensa)

**Figura 5.** Hacia un modelo dinámico de planeación didáctica

**Fuente:** Díaz Barriga Ángel, Construcción de programas desde la perspectiva de desarrollo de competencias, en revista perfiles educativos

**Actividades de cierre:** Se trata de evidenciar como fue la reelaboración de la estructura conceptual después del contraste entre sus presaberes y los nuevos conocimientos. Es decir dar una explicación o solución al problema a través de un espacio intelectual de comunicación y dialogo entre pares. Es importante en esta actividad que el docente logre determinar las habilidades y destrezas logradas así como las dificultades que aún permanecen, para valorar el grado de avance de los estudiantes.

**Propuesta indicativa para construir una secuencia didáctica<sup>3</sup>**

<b>Asignatura:</b> <b>Unidad temática o ubicación del programa dentro del curso general:</b> <b>Tema general:</b>
<b>Contenidos:</b>
<b>Duración de la secuencia y número de sesiones previstas:</b>
<b>Nombre del profesor que elaboró la secuencia:</b>
<b>Finalidad, propósitos u objetivos:</b>
<b>Si el profesor lo considera, elección de un problema, caso o proyecto:</b>
<b>Orientaciones generales para la evaluación:</b> estructura y criterios de valoración del portafolio de evidencias; lineamiento para la resolución y uso de los exámenes:

**Secuencia didáctica**

Se sugiere buscar responder a los siguientes principios: vinculación contenido-realidad; vinculación contenido conocimientos y experiencias de los alumnos; uso de las Apps y recursos de la red; obtención de evidencias de aprendizaje

<b>Línea de Secuencias didácticas</b> Actividades de apertura: Actividades de desarrollo: Actividades de Cierre:
<b>Línea de evidencias de evaluación del aprendizaje</b> Evidencias de aprendizaje (En su caso evidencias del problema o proyecto, evidencias que se integran a portafolio)
<b>Recursos:</b> bibliográficos; hemerográficos y cibergráficos

<sup>3</sup> Nota esta propuesta es indicativa y no significa que el profesor deba llenarla en todos sus elementos. Cada docente puede incorporar aquellos elementos que le sean más significativos en su trabajo con los estudiantes

**Figura 6.** Modelo de una secuencia de didáctica

**Fuente:** Tomado de Díaz Barriga, 2013. Guía para la elaboración de una secuencia didáctica.

## **7. METODOLOGÍA DEL PROYECTO**

### **7.1. ENFOQUE METODOLÓGICO: CUALITATIVO**

“Dos de los fundamentos teóricos más importantes de muchos de los encares cualitativos de la investigación social son el interaccionismo simbólico y la fenomenología”.<sup>53</sup> La primera trata sobre los significados sociales que las personas asignan al mundo que los rodea, ideal para el trabajo en la resolución de problemas dado que involucra al individuo y su entorno. La segunda en lo que refiere a la experiencia. “Los cuatro existenciales básicos para el análisis fenomenológico según van Mannen, 1990 son: El espacio vivido (espacialidad), El cuerpo vivido (corporeidad), el tiempo vivido (temporalidad), y las relaciones humanas vividas (relacionabilidad o comunalidad)”.<sup>54</sup>En esta investigación se parte de los pre-saberes de los alumnos para la construcción del conocimiento.

### **7.2. DISEÑO TRANSVERSAL**

“Los diseños de investigación transversales, recolectan datos en un sólo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables, y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. Es como tomar una fotografía de algo que sucede”.<sup>55</sup> Los datos recolectados en el presente estudio se tomarán en un solo instante de tiempo durante los meses de febrero a marzo y sobre los mismos se realizarán los análisis.

### **7.3. ESTUDIO: INVESTIGACIÓN ACCIÓN**

---

<sup>53</sup>SANDOVAL CASILIMAS, Carlos A. Investigación cualitativa. En: especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social. Bogotá: ARFO Editores e Impresores, 2002. p 131 – 171.

<sup>54</sup>Ibidem, p. 59.

<sup>55</sup>HERNÁNDEZ SAMPIERI, Roberto; FERNÁNDEZ COLLADO, Carlos y BAPTISTA LUCIO, Pilar, Metodología de la investigación. 4 ed. México D.F.: McGraw-Hill 2006. 882 p.

La investigación acción (I-A), es un enfoque metodológico que permite proponer al docente como analista de su propia experiencia profesional y, a la vez, ofrece orientaciones para trabajar en comunidad gestando proyectos de intervención socialmente compartidos. La I-A es una forma de aproximarse a la práctica pedagógica que permite empoderar al docente como profesional que observa, analiza y delibera de su propio quehacer y, a la vez, identifica los aspectos que deben ser transformados con miras a mejorar la calidad de su desempeño.<sup>56</sup>

"La IAE el objeto de investigación es la propia práctica docente, y a la vez que se investiga se busca transformar e innovar dicha práctica con la consideración de nuevas estrategias didácticas y de evaluación. Así, el conocimiento pedagógico se elabora con base en la socialización académica de los procesos de transformación de la práctica de cada docente, identificándose elementos comunes y diferenciadores", divididos en tres fases: El direccionamiento con base en las metas pertinentes a los retos del contexto, La auto evaluación de la práctica docente y el ciclo de calidad de Deming\*

Para el desarrollo de una IA exitosa se requiere deshacernos de nuestros constructos mentales negativos\*\* que bloquean el surgimiento de nuevas perspectivas y proyectos, por tanto el docente se debe enfrentar a la deconstrucción de su conocimiento, la mayoría de este insertados en las instituciones formadoras de docentes "poco o nada aterrizadas en las condiciones sociales y culturales que viven las comunidades que requieren el servicio".<sup>57</sup> Luego de esta deconstrucción viene una fase crítica (fase 2) que consiste en la reconstrucción de la práctica por una alternativa más efectiva es aquí donde entra en juego la IA, pues es quien hace de puente entre la teoría (teoría pedagógica) y la práctica docente (saber

---

<sup>56</sup>ROJAS, María Teresa. La investigación acción y la práctica docente, Cuaderno de educación. vol. 42, 2012.

\* Para una ampliación de estas características diríjase a (Restrepo, 2007. p. 186)

\*\* Los tipos de constructos mentales negativos más comunes se presentan en (Restrepo, 2007. p. 109)

<sup>57</sup> RESTREPO GÓMEZ, Bernardo. La investigación acción educativa y la construcción del saber pedagógico. En: Educación y educadores. 2007. vol. 7. p. 45 – 55.

pedagógico) la unión entre estos saberes robustece las alternativas educativas, amplía el horizonte de trabajo, rompe paradigmas, límites, hace más agradable el proceso de enseñanza-aprendizaje, genera proyectos que para otros son solo utopías.

Finamente debe evaluarse la efectividad de la práctica reconstruida, corregir aquello que lo amerite, introducirlo dentro del nuevo plan de acción y empezar de nuevo el ciclo interno de conocimiento.

J. Elliot ha sido el referente de los investigadores que han seguido la línea de la investigación acción en educación por ello y para ser consecuente con los argumentos expuestos hasta aquí, retomaremos las fases propuestas por él para el desarrollo de este tipo de investigación traídas a colación por la experta en Educación María Teresa Rojas de la Universidad de Chile en su trabajo sobre la investigación acción y la práctica docente 2012, que las presenta de la siguiente manera:

1. Identificación de una idea general. Descripción del problema a partir de un diagnóstico participativo. Este diagnóstico puede usar distintos instrumentos, como entrevistas, observación etnográfica, análisis de videos o registros escritos, análisis de materiales pedagógicos, entre otras. Lo importante es consultar a la comunidad directamente implicada y sostener un proceso de diálogo que permita identificar ideas consensuadas y con base empírica.
2. Exploración o planteamiento de las hipótesis de acción, entendidas como aquellas acciones que se podrían llevar a cabo para cambiar y mejorar la práctica. Tras el diagnóstico, el colectivo propone líneas de acción u orientaciones que encierran sus valoraciones respecto a cómo y para qué mejorar la enseñanza y las prácticas profesionales.

3. Construcción de un plan de acción. Este plan comienza revisando el problema inicial a la luz de los nuevos diálogos y conversaciones que se gesten en el proceso investigativo. Debe contener claridad sobre los medios y los recursos con los que se cuenta para actuar sobre el problema diagnosticado, planificar los instrumentos y estrategias necesarias para recopilar más información, contener sistemas de evaluación y seguimiento permanentes para cautelar la rigurosidad del trabajo y, a la vez, la participación de los actores implicados.

En base a las fases propuestas por Elliot, el pedagogo e investigador inglés Whitehead (1989) Propuso el siguiente esquema que apunta a graficar un ciclo de acción que se sostiene en el trabajo participativo. (Figura 7)



**Figura 7.** Ciclo de acción de la Investigación Acción

**Fuente:** Tomado de María Teresa Rojas en la investigación acción y la práctica docente 2012.

#### 7.4. TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

“En una investigación cualitativa el plan de recolección de información es emergente y cambiante en función de los hallazgos realizados durante el avance del proceso investigativo”.<sup>58</sup> También requiere de un esfuerzo por parte del investigador para mantener un clima de confianza, sinceridad y amistad con sus objetos de estudio.

Para el diagnóstico y durante la investigación se empleará **la observación participante**, el diario de campo y la grabación en video. Para Gloria Pérez Serrano Una observación indiscriminada pierde interés si no se selecciona un objeto o tema a observar; saber observar es saber seleccionar. La observación puede transformarse en una poderosa técnica en la medida en que:

1. Orienta a un objeto de investigación formulado previamente.
2. Planifica sistemáticamente en fases, aspectos lugares y personas.
3. Controla y relaciona con proposiciones generales.
4. Somete a comprobaciones de fiabilidad y validez.

“En la observación participante el observador participa en la vida del grupo que estudia, entrando en la conversación con sus miembros y estableciendo un estrecho contacto con ellos. En el proceso de esta investigación se distinguen cuatro fases de análisis: selección y definición de problemas; conceptos e índices; incorporación de los hallazgos individuales en un modelo de organización y recolección e interpretación de los datos”<sup>59</sup>

---

<sup>58</sup> SANDOVAL CASILIMAS, Carlos A. Investigación cualitativa. En: especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social. Bogotá: ARFO Editores e Impresores, 2002. p 131 – 171.

<sup>59</sup> PÉREZ SERRANO, Gloria. Investigación cualitativa: retos e interrogantes. II Técnicas y análisis de datos. Madrid: La Muralla, 1994. vol. 2.

**El diario de campo** no es más que el registro continuo y acumulativo de todo lo acontecido durante la vida del proyecto de investigación. Las Notas de campo según BOGDAN Y BIKLEN (1982:84) aparecen de dos tipos, descriptivos y reflexivos.

El uso de **las grabaciones de video** en la investigación cualitativa permite mayor densidad de los datos recogidos y hace posible revisarlos las veces que sea necesario sin embargo existe la amenaza a la validez dado que los participantes se pueden sentir intimidados o no actuar de forma natural.<sup>60</sup>

## **7.5. VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LA OBSERVACIÓN PARTICIPANTE**

Para responder a la validez ya la confiabilidad del estudio se tendrá en cuenta los procedimientos y estrategias propuestas por Wiseman (1970) citadas por Sandoval Casilimas, en: la Investigación cualitativa (2002).\*

## **7.6. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

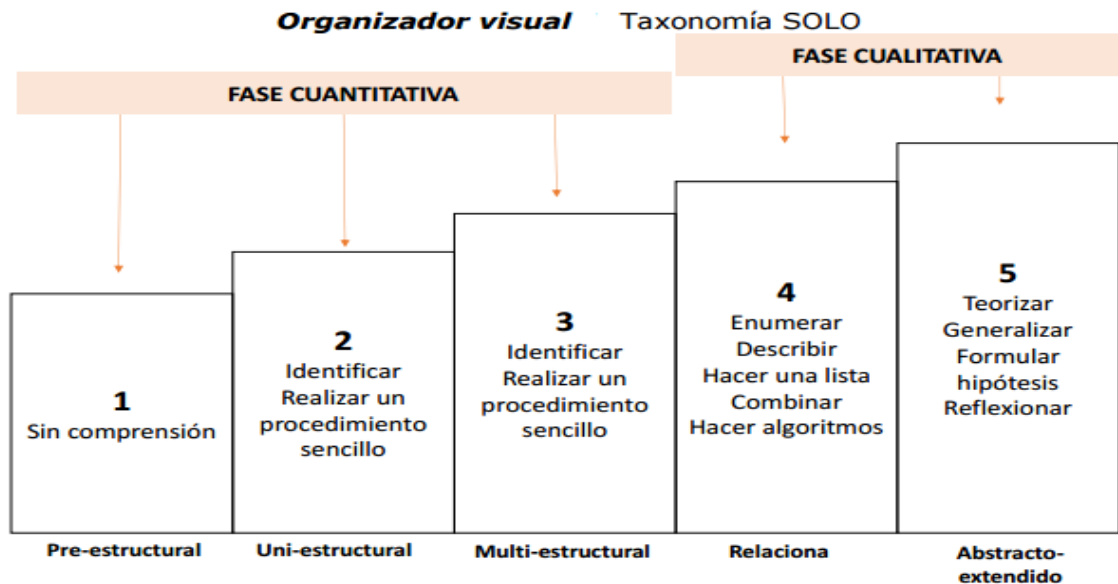
El análisis y la evaluación de los resultados diagnósticos y finales se harán teniendo en cuenta la taxonomía SOLO (*Structure of Observed Learning Outcome*) es un excelente medio para clasificar los aprendizajes esperados desde los niveles más concretos hasta los niveles más abstractos y complejos. Por tanto permite diseñar y evaluar la calidad del trabajo de nuestros estudiantes, en términos de su complejidad, desde un aprendizaje superficial hacia un aprendizaje profundo. La taxonomía SOLO jerarquiza cinco niveles de complejidad estructural ascendente (pre-estructural, uniestructural, multi-estructural, relacional y abstracto extendido), que describen esencialmente diferentes niveles en los cuales seleccionamos, procesamos y comunicamos la información, que van desde un nivel de insuficiencia

---

<sup>60</sup> BOTTORFF, Joan. El uso de las grabaciones de video en la investigación cualitativa. En: asuntos críticos en los métodos de investigación cualitativa. Medellín. Janice M. Morse, 2005. p. 285 – 305.

\* Para conocer en detalle diríjase a SANDOVAL CASILIMAS, Carlos A. Investigación cualitativa, 2002. p. 143

(el estudiante no ha alcanzado el modo de funcionamiento requerido) hacia el nivel experto, en el que lo supera.<sup>61</sup>



**Figura 8.** Organizador Visual Taxonomía solo

**Fuente:** tomado de:

[https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia\\_solo.pdf](https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia_solo.pdf)

## 7.7. CRITERIOS ÉTICOS

Esta investigación se realizara bajo los siguientes principios éticos:

**Respeto y Autonomía:** A cada uno de los estudiantes y padres de familia se les dará el consentimiento informado, la participación es totalmente voluntaria y tiene finalidad académica; el negarse a participar no tendrá algún tipo de represalia.

<sup>61</sup> [Citado en: Noviembre 20 de 2016]. Disponible en internet: <[https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia\\_solo.pdf](https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia_solo.pdf)>

**Beneficencia - No maleficencia:** El trabajo de campo se limitará en la enseñanza y aprendizaje de las funciones de variable real a través de software geogebra con el uso del tablero y digital y las tablets con las que cuenta la institución, por tanto el nivel de riesgo en su integridad psicofísica no se verá expuesta. Esto implica que la probabilidad y magnitud del daño ético no será superior a la de una clase ordinaria en el curso de un día normal de actividades académicas. Lo que significa que los beneficios (aportes a la ciencia) potenciales de cada participantes serán mayores que los riesgos a los que serán expuestos.

**Justicia:** Ningún participante será objeto de ningún tipo de discriminación, sus aportes serán respetados y no se les vulnerara su integridad de ninguna forma. La participación es totalmente gratuita y no requiere ningún tipo de preparación previa. De igual forma se aclara que ningún estudiante recibirá beneficios económicos como pago de su participación.

**Confidencialidad:** La información suministrada se mantendrá bajo estricta confidencialidad. Cada una de sus intervenciones ayudara a ampliar las visiones de los investigadores pero no se identificara de ninguna manera los aportes realizados. El anonimato es garantizado. Los resultados del estudio serán publicados con fines puramente académicos, pero en ningún caso se utilizará el nombre o cualquier otra información que pueda identificar personalmente a cualquiera de los alumnos. En todo caso se cumplirá con lo reglamentado en la Ley estatutaria 1581 de 2012 y la Resolución de rectoría N° 1227 de agosto 22 de 2013, sobre el tratamiento de datos personales y con la ley 1098 de 2006 que regula el código de la infancia y adolescencia.

## **7.8. ESCENARIO Y PARTICIPANTES**

**Escenario:** Grado 10° del colegio San Carlos del municipio de san Gil.

**Participantes:** 30 estudiantes aproximadamente del grado décimo dos. La selección del tamaño de muestra es no probabilístico, se realizará de manera

intencional trabajando con los estudiantes del grado décimo dos que corresponde a los alumnos del investigador que realizó el presente estudio en la institución donde labora y en el cual se ha identificado problemas en el área de matemáticas correspondiente a las funciones de variable real y muestra debilidades en las pruebas nacionales planteadas en el problema de estudio.

## 8. CRONOGRAMA

ACTIVIDADES	AÑO 2016									AÑO 2017									2018				
	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEM	OCTUBRE	NOVIEMB	DICIEMBR	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEM	OCTUBRE	NOVIEMB	DICIEMBR	ENERO	
<b>ANTEPROYECTO</b>																							
Diagnóstico inicial																							
Formulación del problema																							
Revisión Bibliográfica																							
Antecedentes																							
Marco Teórico																							
Metodología																							
Informe escrito del anteproyecto																							
Sustentación																							
<b>DISEÑO DE LA PROPUESTA</b>																							



## 9. CONCLUSIONES

El trabajo en equipo genera seguridad entre los estudiantes, facilita el trabajo para aquellos estudiantes introvertidos, identifica roles, responsabilidades y es adecuado cuando se trabajan con las TIC, en especial cuando se está iniciando en el uso de un nuevo software.

El uso de las TIC genera expectativa entre los estudiantes, los motiva y desarrolla destreza en el manejo de herramientas como: calculadoras graficadoras, software geométrico y páginas especializadas en línea que le permiten ayudarse y profundizar en los contenidos curriculares.

El uso de software especializado como Geogebra, permite a los estudiantes avanzar en el proceso de aprendizaje, ya que les otorga la posibilidad de interpretar los resultados aún sin lograr el procedimiento matemático que se requiere de forma manual para llegar hasta ellos; permite la manipulación dinámica de las ecuaciones así como de las gráficas y relaciona en una misma pantalla la expresión algebraica, la tabla de datos y su gráfica.

El uso de la secuencia didáctica, generó autonomía en los estudiantes, ya que al inicio de la misma estos se mostraban inseguros y por tanto, realizaban consultas frecuentes con el docente para el desarrollo de las actividades propuestas, pero en las últimas intervenciones, éstas consultas disminuyeron considerablemente, evidenciando el aumento en la destreza del tema tratado, así como su confianza en los procedimientos elegidos en el desarrollo de las actividades.

El análisis de las expresiones algebraicas al tiempo con su gráfica y el desplazamiento de un punto  $p$  a lo largo del lugar geométrico, permiten al estudiante determinar la tendencia de éstas, el rango y el dominio, así como sus puntos críticos donde la función no está definida.

Los resultados de la prueba final muestran un avance en cada uno de los niveles de la taxonomía SOLO. Sin embargo, en el mejor de los casos este avance solo lo logran la mitad de los estudiantes, siendo de esta manera necesaria un análisis comparativo de significancia para determinar su efectividad.

Se lograron avances importantes en la introducción de las TIC en el aula de clase, la confianza individual y grupal de los estudiantes, pero tal vez el más importante es que se pasó de una enseñanza basada en el procedimiento para la obtención de resultados a una enseñanza basada en la interpretación y contextualización de los resultados obtenidos, siendo esto una oportunidad para aquellos estudiantes con deficiencias matemáticas quienes generalmente no logran avanzar en su aprendizaje.

Los cálculos complicados y largas filas de desarrollo matemático son ahora problema de ordenadores, les corresponde a los nativos digitales conocer del uso de las herramientas y grupos académicos virtuales disponibles, para obtener una solución a su problema, por tanto debemos pasar del cálculo matemático a la interpretación y la contextualización.

## BIBLIOGRAFÍA

ARGUELLO, Ligia. Simulación de un problema en Cabrí Geometre en el estudio de las funciones lineal y cuadrática: subgrupo de tecnologías, edumat-uis escuela de matemáticas. 2008.

AUSBEL, David.; NOVAK, Joseph. Y HANESIAN, Helen. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. Traducido por Mario Sandoval Pineda. 2 ed. México DF: Trillas, 1983. 623 p. Internet:<[http://delegacion233.bligoo.com.mx/media/users/20/1002571/files/240726/Aprendizaje\\_significativo.pdf](http://delegacion233.bligoo.com.mx/media/users/20/1002571/files/240726/Aprendizaje_significativo.pdf)>

BASE DE DATOS Colegio San Carlos 2016

BOTTORFF, Joan. El uso de las grabaciones de video en la investigación cualitativa. En: asuntos críticos en los métodos de investigación cualitativa. Medellín. Janice M. Morse, 2005. p. 285 – 305.

CANOVAS, Marcos; GONZALES DAVIES, María y KEIM Lucrecia. Acortar distancias. Las TIC en la clase de traducción y de lenguas extranjeras. Barcelona.: Octaedro. 2010. 175 p.

CARNEIRO Roberto, TOSCANO Juan Carlos, DÍAZ Tamara, Los Desafíos de las TIC para el Cambio Educativo, Metas Educativas 2021, 2009

Competencias TIC para el Desarrollo Profesional Docente, MEN, Prosperidad para todos, Colombia Aprende, 2013

COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPUBLICA. Ley 1341 (30, Julio, 2009). Por el cual se definen los principios y conceptos sobre las sociedades de la información y la organización de las tecnologías de la Información y las Comunicaciones –TIC, se

crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones. Bogotá D.C., 2009. 34 p.

DE FERNÁNDEZ MARTIN Francisco, HINOJO Francisco, AZNAR Inmaculada, Las Actitudes de los Docentes hacia la Formación en TIC Aplicadas a la Educación. Universidad de Granada. Publicado por Contextos educativos: Revista de educación, ISSN 1575-023X, N° 5, 2002 pág. 256 y 263).

DÍAZ BARRIGA, Ángel. Secuencia de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un encuentro con perspectivas didácticas? En: Profesorado. Septiembre – Diciembre, 2013. Vol 17, no 3. p. 12 – 33.

DÍAZ MANJARREZ Édison, RODRÍGUEZ SANTAMARÍA Giovanny. El uso de geogebra como herramienta dinámica para el análisis de funciones cuadráticas en estudiantes de grado undécimo. Trabajo presentado para optar el título de Especialista en Educación Matemática. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. 2008. 74 p.

Didáctica de las Matemáticas y Tecnologías de la Información y la Comunicación

DUARTE BOLÍVAR, Olga, La enseñanza problemática y su incidencia en el aprendizaje del concepto de integral en estudiantes de una institución de educación superior de la ciudad de Bucaramanga. Tesis para optar el título de Maestría en Pedagogía. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación, 2009. 151 p.

FIALLO LEAL, Jorge Enrique y PARADA RICO, Sandra Evely. Curso de precálculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento varacional. *Revista Científica*, 2014, no 20, p. 56-71.

FIALLO LEAL, Jorge Enrique. Estudio del Proceso de Demostración en el Aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica, Tesis para optar al Grado de Doctor en Matemáticas, 2010.

GÓMEZ GUERRA, Miguel; HERNÁNDEZ PATERNINA, Hernán Emilio y CHAUCANÉS JÁCOME, Alfonso Eduardo. Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media. Septiembre, 2015. Vol 20, no 3. p. 278-285

GLOBAL CONFERENCE ON BUSINESS & SOCIAL SCIENCE. (15 – 16, Diciembre, 2014, Kuala Lumpur, Malasia). The effects of GeoGebra on students achievement. ELSEVIER. p. 208 – 214.

GRAELLS, Pere Marqué s. Impacto de las TIC en la educación: funciones y limitaciones. *3 c TIC: cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC*, 2013, vol. 2, no 1, p. 2-15

HERNÁNDEZ SAMPIERI, Robert; FERNÁNDEZ COLLADO, Carlos y BAPTISTA LUCIO, Pilar, Metodología de la investigación. 4 ed. México D.F.: McGraw-Hill 2006. 882 p.

Libro de Actas Colegio San Carlos, 2016

LITTLE, Chris, Interactive geometry in the classroom: old barriers and new opportunities. En: Mathematics in school. March 2009. Vol. 38, no 2. p. 9 - 11

LÓPEZ CAHUN, Jesús; SOSA MOGUEL, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. En Lestón, Patricia (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, México DF. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. p. 308-318

LÓPEZ VELANDIA Edwin. Estrategias que Emergen de la Solución de Problemas de Variación de Estudiantes de Precálculo, 2014

MIN EDUCACIÓN; COLOMBIA APRENDE, TODOS POR UN NUEVO PAÍS. La innovación educativa en Colombia. Buenas Prácticas para la innovación y las TIC en la educación. Bogotá D.C. Centro de Innovación Educativa Nacional, CIEN, Ministerio de Educación-Universidad Nacional. 2016. 170 p.

MEN. Innovación y tecnología educativa. En: Informe de gestión. 2016. 8 p.

ORTIZ CAÑÓN, E. L.; SÁNCHEZ ARDILLAS, Lorena y LOZANO RODRÍGUEZ, A. REA y estilos de aprendizaje según Vark en el aprendizaje de las matemáticas. En: Revista Internacional Magisterio: Educación y Pedagogía. 2013. no 64, p. 91 – 93.

MUÑOZ CUARTAS Oswaldo. Diseñar e Implementar una Estrategia Didáctica para la Enseñanza Aprendizaje de la Función Lineal Modelando Situaciones Problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. Trabajo final de Maestría presentado como requisito parcial para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Lic., MEDELLÍN, 2012.

PERERO Mariano, Historia e Historias de Matemáticas. México D.F. Grupo Editorial Iberoamérica, 1994. 193 p.

POYLA, Goerge. Citado por MAY CEN, Iván de Jesús. George Polya (1965). Cómo plantear y resolver problemas. En: Entre ciencias: Diálogos en la sociedad del conocimiento. Diciembre, 2015. Vol 3, no 8. p. 419 – 420

Proyecto Educativo Institucional (PEI) Colegio San Carlos 2016

República de Colombia, Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá D.C.: Ministerio de educación Nacional. 131 p.

RESTREPO GÓMEZ, Bernardo. La investigación acción educativa y la construcción del saber pedagógico. En: Educación y educadores. 2007. vol. 7. p. 45 – 55.

Resultados Pruebas Instruimos, aplicadas en el colegio San Carlos en 2016

Resultados Pruebas Milton Ochoa, aplicados en el Colegio San Carlos Grado 9 del 2012 al 2015

Resultados pruebas PISA 2012

ROJANO, Teresa, El Futuro de las Tecnologías Digitales en la Educación Matemática: Prospectiva a 30 años de Investigación Intensiva en el campo Educación Matemática [en línea] 2014, (Marzo-Sin mes): [Fecha de consulta: 22 de septiembre de 2016] Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40540854002>>ISSN 1665-5826

ROJAS María Teresa, La Investigación Acción y la Práctica Docente, Cuaderno de educación N° 42, 2012

SANDOVAL CASILIMAS, Carlos A. Investigación cualitativa. En: especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social. Bogotá: ARFO Editores e Impresores, 2002. p 131 – 171.

SANTOS TRIGO Manuel. La Educación Matemática, Resolución de Problemas, y el Empleo de Herramientas Computacionales, 2011.

TOBÓN, Sergio; PIMIENTA, Julio y GARCÍA, Juan. *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. México D.F. PEARSON, 2010. 217 p.

VÁZQUEZ-CANO Esteban. *El Reto de la Formación Docente para el uso de Dispositivos Digitales Móviles en la Educación Superior*. (\*) Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. *Revista: Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*. Enero 2015, Vol. 54(1), Pp. 149-162

VENTURA, Ana Clara. *¿Enseño como aprendí?: el rol del estilo de aprendizaje en la enseñanza del profesorado universitario*. En: *Aula Abierta*. Junio, 2016. Vol 44, no, p. 91-98.

## CIBERGRAFÍA

Citado en 19 Septiembre 2016. Disponible en Internet:  
<[http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/entrevistas\\_181.htm](http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/entrevistas_181.htm)>

Portal Colombia aprende [www.colombiaaprende.gov.co](http://www.colombiaaprende.gov.co)

PRENSKY, Mark, Digital Natives, Digital Immigrants, 2010 [Citado en 15 11 de 2016]  
Disponible en Internet:  
[http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1417883264286\\_1406133957\\_69319/NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20\(Prensky\).pdf](http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1417883264286_1406133957_69319/NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20(Prensky).pdf)

Resultados pruebas saber grado noveno, del 2012 al 2015  
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>