PROCESOS DE SEGUIMIENTO Y ACOMPAÑAMIENTO ACADÉMICO A ESTUDIANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL: UN AULA EXPERIMENTAL PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN

ISLENIS CAROLINA BOTELLO CUVIDES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2013

PROCESOS DE SEGUIMIENTO Y ACOMPAÑAMIENTO ACADÉMICO A ESTUDIANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL: UN AULA EXPERIMENTAL PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN

ISLENIS CAROLINA BOTELLO CUVIDES

Trabajo de Grado para optar el título de
Magíster en Educación Matemática

Directora de la Tesis:
SANDRA EVELY PARADA RICO
Doctora en Ciencias Especialidad Matemática Educativa

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2013

DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS

A Dios por brindarme la salud, la vida, la sabiduría y la paciencia para escribir este reporte de investigación.

A la Universidad Industrial de Santander por otorgarme mi beca de sostenimiento y así poder solventarme económicamente.

A todos mis seres queridos y amados: mi mamá Islenis, mi hermana Cristal, Nicolás, mi papá, toda mi familia, amigos, compañeros.

Al amor de mi vida, Vladimir Angulo, por ser tan especial y comprensible conmigo, por ayudarme cuando más lo necesitaba.

A la profesora Sandra Evely Parada Rico por su incondicional ayuda y constancia, porque aceptó ser la directora de este trabajo y por tener muchísima paciencia conmigo, sin usted este trabajo no hubiera podido realizarse. Gracias por ser uno de mis modelos a seguir.

A todos los profesores, a mis compañeros de Maestría de la Escuela, al profesor Jorge Fiallo, a los alumnos-tutores y a los alumnos-tutorados por participar en el programa ASAE.

A la Vicerrectoría Académica de la UIS y el grupo de Excelencia Académica por pertenecer a este equipo de trabajo y luchar por la problemática que tiene la Universidad.

A todos los profesores, quienes con sus enseñanzas me han ayudado a formarme como persona e investigadora, en esta nueva etapa, con cariño a los profes Diana Jaramillo, Gabriel Yáñez, Martín Acosta, Hilbert Blanco, Walter Castro y Solange Roa.

A Claudia Garavito por su amabilidad, ayuda y comprensión, por colaborarme cuando lo necesitaba, también agradezco a Rosalbita por su ayuda.

En fin, a todas aquellas personas que de una u otra manera colaboraron para que se llevara a cabo esta investigación, y de paso permitieron que se conformara el programa tutorial ASAE en la UIS.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ANEXOS

TÍTULO:

PROCESOS DE SEGUIMIENTO Y ACOMPAÑAMIENTO ACADÉMICO A ESTUDIANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL: UN AULA EXPERIMENTAL PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN*

AUTOR:

Islenis Carolina Botello Cuvides**

PALABRAS CLAVES:

Formación inicial
Fracaso académico
Tutorías entre pares
Alumno-tutor
Pensamiento Matemático y Pensamiento Didáctico
Aula experimental

RESUMEN:

En el presente documento presentamos los resultados de una investigación curricular de corte cualitativo, la cual nació bajo dos problemáticas: i) el fracaso académico en la asignatura de Cálculo I de la UIS y ii) los cortos espacios de práctica docente de la Licenciatura en Matemáticas. No obstante, desde nuestra investigación quisimos ver estas problemáticas como una oportunidad. Para el desarrollo de nuestra investigación se ha diseñado e implementado un programa de tutorías entre pares, dirigido a estudiantes de Cálculo I, facilitadas por profesores en formación (tutores y estudiantes del curso de Didáctica del Cálculo), y coordinado por formadores de profesores.

En esta investigación nos propusimos: i) caracterizar los aprendizajes que emergen en los profesores en formación dentro de un programa de seguimiento y acompañamiento académico en el que ellos fungen como tutores; y como objetivo complementario; ii) consolidar la identidad y las políticas de las tutorías académicas como espacio de formación docente y de acompañamiento académico a estudiantes de Cálculo Diferencial.

En el trabajo experimental que duró tres semestres académicos consecutivos, se hizo ajustes al programa tutorial de acuerdo a las fases de análisis. Inicialmente se pensó en cuatro perfiles de tutores de acuerdo al Pensamiento Matemático (PM) y el Pensamiento Didáctico (PD); sin embargo, se tuvo que en nuestro grupo de tutores sólo se manifestaron dos perfiles: tutor con fortalezas en el PM y debilidades en el PD; y el tutor con debilidades en PM y PD.

Entre los resultados encontrados se tiene que el programa de tutorías es una oportunidad para que los tutores confronten y mejoren sus conocimientos adquiridos a lo largo de su formación profesional, tanto en el componente matemático como en el didáctico. Asimismo se logró institucionalizar el programa ASAE con ayuda de la Vicerrectoría Académica y algunas Unidades Académicas de la UIS.

---

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Dra. Sandra Evely Parada Rico.

TITLE:

PROCESSES OF MONITORING AND ACADEMIC SUPPORT TO STUDENTS OF DIFFERENTIAL CALCULUS: AN EXPERIMENTAL CLASSROOM FOR TEACHERS OF MATHEMATICS IN TRAINING*

AUTHOR:

Islenis Carolina Botello Cuvides**

KEYWORDS:

Initial training
Academic failure
Peer Tutoring
Student-tutor
Mathematical Thinking and Didactic Thinking
Experimental classroom

ABSTRACT

In this paper we present the results of a qualitative research curriculum, which was born with two problems: i) academic failure in the course of Calculus I of the UIS and ii) short spaces of teaching practice by undergraduates. However, from our research we wanted to see these problems as an opportunity. For the development of our research has been designed and implemented a peer tutoring program, aimed at students in Calculus I, provided by student teachers (tutors and students of the course of Didactic of Calculus), and coordinated by teacher trainers.

In this research we proposed: i) characterize the learnings emerging in teachers in formation within a program of monitoring and accompaniment in which they serve as tutors, and as objective complementary, ii) consolidate the identity and policies of the academic tutoring as space of forma teacher training and of accompaniment academic to students of Differential Calculus.

In the experimental work that lasted three consecutive semesters, was did adjustments to tutorial program according to the phases of analysis. Initially was thought in four tutors profiles according to Mathematical Thinking (MT) and Didactic Thinking (DT); however, was had that, in our group of tutors, was manifested only two profiles tutor with strengths in the MT and weaknesses in the DT, and the tutor with weaknesses in MT and DT.

Among the encountered results, was had that the mentoring program is an opportunity for that tutors confront and improve their knowledge acquired during their professional training both in the mathematical component as in didactic. Likewise, was managed to institutionalize the program ASAE with help of Academic Vicerectory and some academic units of the UIS.

---

* Grade work.

** Faculty of Sciences. School of Mathematics. PhD. Sandra Evely Parada Rico.

INTRODUCCIÓN

La comunidad estudiantil de la Universidad Industrial de Santander ha experimentado por años los altos índices de fracaso escolar y deserción académica. Esta problemática ya es cotidiana para muchos integrantes de la Universidad Industrial de Santander (UIS) y para otros, poco importante. No obstante, para quienes pertenecen al grupo que engorda estas cifras, este fenómeno puede desencadenar una gran apatía por los estudios profesionales o el truncamiento de un proyecto de vida. Por ello, ésta es una situación que conlleva a la reflexión y a tomar medidas de choque para enfrentar a la misma.

La Universidad para indagar sobre esta problemática y los factores que la determinan ha realizado un estudio (Vicerrectoría Académica, 2011) en el cual se ha encontrado que los cursos de matemáticas son los que mayor dificultad le genera al estudiante que recién ingresa. Lo anterior ha generado inquietudes en los profesores de la Escuela de Matemáticas llevando a proponer diferentes alternativas, de las cuales algunas aún continúan y otras han desaparecido.

La UIS cuenta con el programa académico de Licenciatura en Matemáticas, el cual lleva 40 años formando a los profesores de matemáticas de la región, de varios lugares del país y por qué no decirlo del mundo. No obstante, son pocos los espacios de práctica docente con que cuenta el programa, lo que no permite aterrizar todo lo que sus estudiantes aprenden en el aula escolar.

Con la creación del programa de Maestría en Educación Matemática en la UIS, se ha encendido el ánimo por indagar y aportar a las problemáticas sociales, vistas desde la Educación Matemática; en este caso, encontramos el proyecto promovido por Parada (2012), quien plantea algunas alternativas curriculares para atender este fenómeno presente en la Universidad. De este proyecto hace parte nuestra investigación, no obstante, estamos interesados en la formación de los futuros profesores de matemáticas.

En los pasillos de la Universidad, es frecuente observar grupo de alumnos estudiando, compartiendo su conocimiento y discutiendo sobre los procesos o maneras de resolver límites o derivadas. Es aquí, que desde esta cercanía que otorga la relación par (tutoría par), se vislumbra el estudio de los aprendizajes que emergen, en especial de aquella persona que funge como tutor, en este caso, del estudiante de Licenciatura en Matemáticas de la UIS.

La investigación cuyos resultados se exponen en este documento se realiza dentro del contexto del programa de Maestría en Educación Matemática bajo la dirección y coordinación de la Escuela de Matemáticas. Para el desarrollo de la investigación se seleccionaron dos casos de estudio que corresponden a dos profesores en formación, la selección de los casos y el proceso de estudio se encuentran ampliamente descritos en los capítulos 4 y 5.

En este documento se exhibe un programa tutorial en donde se evidencia el desempeño de los dos casos de estudio como tutores durante el primer semestre de 2012. En el primer capítulo se dará una descripción general del problema de estudio y se darán a conocer algunos antecedentes de investigaciones relacionadas con las tutorías en el ambiente universitario y la problemática de la deserción académica en la universidad. El capítulo 2 contiene los referentes teóricos y conceptuales sobre los cuales se fundamenta el programa tutorial propuesto en esta investigación y las bases que dan sustento a las categorías de análisis de la información. El diseño metodológico será descrito en el capítulo 3. Los capítulos 4 y 5 describen los procesos tutoriales de los casos de estudio, Julieta y Eduardo respectivamente, en ellos se expone la caracterización de los aprendizajes emergentes de su trabajo tutorial en relación al pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas, también establecido como categoría de análisis (el pensamiento matemático y el pensamiento didáctico). En el capítulo 6 se hace la descripción del programa ASAE que se está institucionalizando, con sus respectivos lineamientos y políticas, mismo que espera ser una base para que se siga fortaleciendo.

En el capítulo 7 se comunican las conclusiones de la investigación, que se divide en cuatro apartados: en el primero se muestran los aprendizajes de los tutores emergentes del pensamiento matemático, el segundo se exponen los aprendizajes emergentes de los tutores en el pensamiento didáctico, y en el tercero los aprendizajes que tuvieron los tutores de manera general en las tutorías; y en el cuarto se muestran algunos alcances que obtuvo el programa tras la institucionalización en la Universidad. Los tres primeros apartados dan respuesta a la segunda pregunta de esta investigación, mientras que el cuarto apartado a la primera pregunta.

Finalmente, aparecen seis apéndices: el primero sobre el programa de Cálculo I y los 5 restantes sobre algunos documentos que se requirieron para la implementación del programa ASAE en las dos versiones.

Para la caracterización de los aprendizajes de los profesores en formación, se seleccionaron episodios de algunas sesiones tutoriales y los de las producciones entregadas de forma escrita (2 documentos) por ellos. Posteriormente, se clasificaron en categorías para ser analizados de manera cualitativa (pensamiento matemático y pensamiento didáctico). La investigación duró 18 meses, en los primeros 12 se realizaron las sesiones de trabajo con los profesores, y en los restantes se institucionalizó el programa en la Universidad al mismo tiempo que se realizó el procesamiento y análisis de la información que culmina con la presentación de este documento escrito el cual se constituye en la tesis de maestría de quien escribe.

1. REVISIÓN DE LA LITERATURA Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se muestra una revisión bibliográfica de trabajos de investigación relacionados con las dos problemáticas que deseamos enlazar en nuestra investigación: i) procesos de atención, seguimiento y acompañamiento académico, y ii) formación de los licenciados en matemáticas (ambos fenómenos existentes en el contexto de la UIS). Finalmente, explicamos cómo se pretende conectar ambos fenómenos, mismos que nos permiten hacer el planteamiento de la investigación que reportamos aquí.

1.1. Revisión de la literatura

De reportes presentados por el Bienestar Universitario y por la Vicerrectoría Académica (a los cuales haremos referencia posteriormente) de la Universidad se conoce que las asignaturas que hacen parte del Ciclo Básico Común son las que generan mayores dificultades a los estudiantes, quienes ante éstas dejan de asistir a clases porque no entienden los contenidos de las materias o porque presentan un bajo rendimiento.

Para estudiar más a fondo el anterior panorama, en la UIS se desarrolla el proyecto "Diagnóstico de las causas de deserción y retención estudiantil en los programas presenciales de la Universidad Industrial de Santander" cuyo propósitos según se exponen en un informe de Vicerrectoría Académica (2011) fueron: (1) determinar las causas de la deserción de los estudiantes que ingresaron a la UIS a los programas de pregrado presencial (desde el año 2002 hasta el 2008); y, (2) las causas de la retención[1] de los estudiantes que ingresaron (desde 1998 hasta el primer período académico del año 2005).

[1] Se entiende por *retención* al fenómeno en el cual un estudiante no cumple exitosamente su ciclo de aprendizaje y le toma más tiempo terminar sus estudios y graduarse (UIS, 2007, p. 37).

Dentro de los resultados de este proyecto se encontró que la asignatura de mayor fracaso académico es Cálculo I (Cálculo Diferencial).

En el Proyecto Institucional de la UIS se han estipulado una serie de estrategias pedagógicas generales a favor del aprendizaje de los estudiantes las cuales buscan cambiar la práctica pedagógica, entre ellas encontramos: i) desarrollar nuevas metodologías que permitan al estudiante aprender a su propio ritmo, y presentar pruebas de suficiencia para incrementar las tasas de retención y disminuir los tiempos de formación en la universidad e ii) implementar el sistema de tutorías para que los profesores tengan el espacio requerido para orientar y apoyar a los estudiantes en su formación integral (UIS, 2000, p. 37).

Para responder al segundo ítem mencionado en el párrafo anterior, en la Universidad se han creado dos programas de asesoría académica:

a) **Programa de Asesoría para el Mejoramiento del Rendimiento Académico** (PAMRA). Este programa está adscrito a la Vicerrectoría Académica y a la División de Bienestar Universitario de la Universidad; este programa inició en 1992 y tiene como propósito (a través de tutorías) brindar estrategias metodológicas y educativas que apoyen el proceso de formación profesional del estudiante UIS, para evitar y disminuir las diversas problemáticas académicas.

b) **Modelo de Intervención Integral para Disminuir la Deserción Académica en Estudiantes de I Nivel** (MIDAS). Empezó a ejecutarse en el segundo semestre de 2006 con el fin de liderar diversas actividades y estrategias encaminadas principalmente a: favorecer y facilitar el proceso de adaptación del estudiante a la vida universitaria, evitar la deserción académica, mejorar el nivel académico y apoyar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de I nivel de la UIS.

Cabe destacar que no sólo la UIS se ha enfrentado a la deserción escolar y el fracaso académico, éstos y sus altos índices son temas en común tanto para las universidades públicas como privadas, nacionales e internacionales. Pineda, Pedraza, Baquero, Halima y Ramírez (2010) manifiestan que este fenómeno ha tomado interés para diversos países en el mundo debido al incremento de la tasa de deserción en los últimos años, los autores indican los siguientes valores: en Francia y Austria las cifras oscilan entre el 30 y el 50%, en Alemania entre el 20 y el 25%, en Finlandia está alrededor del 10%, en Chile y Costa Rica se aproxima al 54%, en Guatemala alcanza el 82% aproximadamente, en Honduras está alrededor del 38% y en Colombia está cerca del 49%.

Se tiene, entonces, que los altos índices de deserción universitaria están presentes en varias partes del mundo sin diferenciar el nivel de desarrollo económico o industrial. Es por ello que los gobiernos y las universidades han optado por crear y fomentar medidas o alternativas para subsanar esta problemática.

A nivel internacional, se encuentran esfuerzos desde varias latitudes. En Latinoamérica, Alvis (2009) describe el trabajo realizado en algunas universidades de Estados Unidos como: la *Universidad de la Florida* (preparar consejeros educadores, terapeutas de familia y en salud mental), *Universidad de Harvard* (brindar información acerca de la vida en el campus, programas académicos dirigidos a los estudiantes con discapacidad, organizaciones estudiantiles y publicaciones, dirigidos a la comunidad con problemas especiales en lo personal y en lo académico), *the Massachusetts Institute of Technology* (se brindan tutorías y asistencia a los alumnos acerca de qué carrera escoger, oportunidades de trabajo, programas académicos y las calificaciones requeridas para acceder a ellos); *University of California the Angels* (sistema dirigido a todos sus estudiantes, enfocada en: consejería académica, programa de distinciones, programa de avance académico, programa de deportistas de élite), *North Carolina Agricultural and Technical*

State University (posee una consejería académica destinada a estudiantes que presentan problemas de aprendizaje o bajo rendimiento académico), *the Carnegie Mellon University* (sistema de profesores y estudiantes consejeros, para ayudar a desarrollar en él mayor eficiencia y efectividad en el desarrollo de competencias y habilidades de desempeño académico de excelencia), *St. Louise Community College* (consejería a los estudiantes en aspectos académicos, personales y psicológicos.), entre otros.

En Argentina anualmente se organiza el *Congreso Argentino de sistemas de Tutorías*[2]. Este congreso cuenta con la participación de 35 universidades, donde se organiza una serie de mesas de trabajo y exponen tanto sus experiencias en el trabajo de las tutorías, como resultados de algunas investigaciones alrededor de este tema. Estos encuentros tienen por objeto abordar orientaciones de carácter general, promover canales para la circulación de información y brindar oportunidades de encuentro entre los alumnos ingresantes. En general, las universidades poseen dos modalidades de tutorías: la consultoría grupal y el asesoramiento individual.

En México, según Gómez (2006) existen varias universidades que implementan o están construyendo procesos de seguimiento y acompañamiento a estudiantes, entre ellas se encuentran: la Universidad Nacional Autónoma de México, la Universidad Autónoma de Nuevo León, la Universidad Autónoma de Baja California, la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, la Universidad de Sonora, la Universidad de Guadalajara, la Universidad Autónoma de Chihuahua, la Universidad Veracruzana, entre otras. Al igual, el trabajo de la Asociación Nacional de Instituciones de Educación Superior (ANUIES) de México y la organización de los Encuentros Nacionales de Tutoría (en el 2012 se realizó la quinta versión de este encuentro) los cuales se han

[2] Página web consultada: http://www.tutoria2011.unt.edu.ar/

enfocado en crear y fomentar programas estratégicos para el desarrollo del Sistema de Educación Superior.

En la literatura oriental, se halla el trabajo de Japón, una nación que busca mejorar su sistema educativo y con ello, llegar a la excelencia académica. Al revisar sobre procesos de atención, seguimiento y acompañamiento académico, el Ministerio de relaciones exteriores de Japón (2011, p.4) describe lo siguiente:

> Existen unas escuelas de tutoría y escuelas preparatorias de exámenes, aunque no forman parte del núcleo básico del sistema educativo, las escuelas de tutoría académica (gakushujuku) y las escuelas de preparación de exámenes (yobiko) también juegan un papel importante en la educación en Japón. Las escuelas de preparación de exámenes se dedican estrictamente a la preparación de estudiantes para los exámenes de ingreso en la universidad. Las escuelas de tutoría académica tienen una finalidad más general de ayudar a los estudiantes a mantenerse al día y a superarse en su labor escolar diaria, aunque a menudo se pone el acento en la preparación de los exámenes.

Como se puede notar en la cita anterior, en Japón las tutorías están enfocadas en la preparación para el ingreso a la universidad, igualmente para favorecer la labor escolar diaria de los estudiantes.

En la antigua Unión Soviética, se encontraba una acción tutorial en los estudios de posgrado de derecho. Cuando un estudiante ingresaba al programa doctoral se le asignaba un profesor tutor, donde la tutoría se llevaba a cabo mediante la recomendación de lecturas, consultas y exámenes individuales (Becerra, 1993, p.178). Igualmente, se trataba que la línea de investigación del tutor y la línea de investigación del estudiante coincidieran para que así el tutor participara en la preparación del estudiante, y así posteriormente, el estudiante pudiera presentar el examen de especialidad.

Se observa que la mayoría de universidades mencionadas anteriormente poseen un sistema de tutorías donde atienden varios tipos de necesidades: pedagógicas, psicológicas o de desenvolvimiento académico. Algunas de ellas se enfocan en: asesoramiento pedagógico, asignación de tutorías individuales, planificación de un cronograma personal de las actividades en función de la carrera, desarrollo de distintas alternativas de metodología de estudio con la intención que el alumno adquiera nuevas herramientas para utilizarlas en el estudio de las distintas materias, orientación psicológica.

Autores como Guzmán, Durán, Franco, Gallón, Gómez y Vázquez (2009), y, Sánchez, Navarro y García (2009) expresan que para desarrollar dichas alternativas hay que considerar las diferentes variables explicativas de la deserción, las cuales son:

i) Personales: problemas emocionales del estudiante, la elección inadecuada de la carrera, salud.

ii) Académicas: el bajo rendimiento académico, el corto bagaje que traen del colegio.

iii) Socioeconómicas: nivel de ingresos, educación de los padres, incompatibilidad entre trabajo y estudio.

iv) Institucionales: baja calidad académica, la unificación de programas, cambio de institución.

Las variables mencionadas anteriormente vislumbran respuestas sobre el por qué un estudiante decide desertar de sus estudios superiores. No obstante, para efectos de esta investigación nos enfocaremos en las variables de carácter académico.

Actualmente, las universidades tratan de solventar la deserción, conociendo y enfocando sus propuestas directamente a algunas de las variables anteriormente mencionadas. En esta dirección Fernández (2012), Torres (2010), Pineda, Pedraza, Baquero, Halima, y Ramírez (2010) y, Brunner y Ferrada (2011) señalan que algunas universidades cambian la problemática de deserción por una problemática de permanencia estudiantil, es decir: conseguir que los estudiantes se queden en la universidad sin que interrumpan sus estudios universitarios, terminando exitosamente su carrera en el tiempo estipulado por la universidad.

Tal y como lo expresan los autores antes citados, así como Guzmán, Durán, Franco, Gallón, Gómez y Vázquez (2009), Colombia no es ajena a esta situación (de deserción y búsqueda de estrategias de atención al problema). Por ello, el gobierno y el Ministerio de Educación Nacional han creado políticas, convocatorias y estrategias como:

1. Política: “Cerrando brechas con enfoque regional en educación superior, acceso y permanencia” (MEN, 2010).
2. Convocatoria: “Conformación de una lista de proyectos elegibles dirigidos a fortalecer la permanencia y graduación estudiantiles en educación superior” (MEN, 2011).
3. Estrategias: Apoyos académicos y capacidad institucional, apoyos financieros, apoyos en orientación vocacional/profesional, y articulación con la educación media (Viceministerio de Educación Nacional, 2013).

Las cuales buscan más opciones para atender esta problemática, promoviendo la creación de proyectos institucionales en las universidades para disminuir los índices de deserción e incentivar la permanencia en el sistema de educación superior.

La convocatoria del Ministerio de Educación Nacional “Proyectos institucionales para disminuir la deserción en educación superior” inició en el año 2007, y ha incentivado la creación y ejecución de varias propuestas en las universidades del país, algunas de ellas las podemos encontrar en la página del Ministerio de Educación Nacional[3].

A continuación, se mostrarán algunos estudios que se han realizado alrededor de las tutorías académicas, como una alternativa para coadyuvar en el fenómeno de la deserción escolar y el fracaso académico; para esta investigación, estudios que se relacionen con las tutorías y la deserción en

[3] http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-141424_recurso_2_pdf.unknown

matemáticas, las tutorías en la UIS y las tutorías en la formación inicial de profesores de matemáticas.

1.1.1. Estudios universitarios sobre tutorías académicas dirigidas a estudiantes que presentan dificultades en matemáticas

En este apartado se destacan algunos artículos de investigación que han servido como referentes para el diseño metodológico de la investigación que aquí se reporta. Por ejemplo, Chávez y Vargas (2007) analizaron el proceso de aprendizaje de 85 estudiantes que pertenecían al Programa Institucional de Tutorías (PIT) del Instituto Tecnológico de Toluca en la asignatura de Matemáticas I; dentro de los aspectos analizados se encuentran: hábitos de estudio, estrategias de aprendizaje, resolución de problemas y otros. La metodología implementada por las autoras fue el seguimiento individual y entrevistas a tutorados (estudiantes beneficiados por la tutoría) y asesores.

Entre los resultados obtenidos a partir de un análisis estadístico, se encontró que para tener éxito en su proceso de aprendizaje era necesario tener un buen hábito y varias estrategias de estudio, al igual que tener un buen dominio en la resolución de problemas. Aquellos alumnos que contaban con un buen hábito de estudio pero escasas estrategias poseían resultados limitados; y, por otro lado, quienes aplicaban buenas estrategias pero no seguían hábitos, no tenían buen rendimiento académico.

Un estudio longitudinal sobre el acompañamiento en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de ingeniería (pregrado) fue reportado por Maldonado, Serrano, Macías, Bernal, Rodríguez y Vargas (2009), dicho estudio se realizó en la Universidad Central de Bogotá y tuvo como propósito sistematizar la experiencia de acompañamiento que se generaba en el Departamento de Matemáticas de la universidad. Este estudio se desarrolló durante tres etapas (preliminar, de consolidación y de sistematización de datos) en las cuales se hizo el seguimiento de un grupo desde el primer semestre hasta la culminación de su carrera en el área de matemáticas.

Una de las conclusiones del estudio fue la oportunidad que ofrece este espacio para mejorar las condiciones de comunicación y el monitoreo de la evolución del aprendizaje. Según los autores este monitoreo comprende un registro del desempeño del estudiante y de la opinión del docente como observador calificado consignado en una matriz en cuya fila aparecen los temas de aprendizaje y en la columna la fecha del encuentro pedagógico.

Igualmente, los autores señalaron la importancia de conformar una red social de apoyo académico que contribuyera al éxito académico de los estudiantes integrantes de ella.

Asimismo, Figueroa, Vargas, Obredor, y Vera (2010) presentan un estudio alrededor de la labor tutorial efectuada en la asignatura de Análisis Matemático II, de la Universidad Tecnológica Nacional de Argentina. Los autores describen que en la universidad se realiza un examen final, y que en éste los estudiantes presentan mayor índice de reprobación. Los resultados descritos en el artículo, hacen referencia a la experiencia de los años 2006 y 2007, donde se contó con la ayuda de coordinadores psicopedagógicos, docentes tutores, y tutores universitarios para ejecutarse el sistema de tutorías. Estos tutores universitarios eran vinculados al sistema tutorial si aprobaban satisfactoriamente una serie de pruebas realizadas por los docentes de la universidad.

Los autores señalaron dentro de sus conclusiones que la tutoría debe ser planeada y organizada, no debe dejarse a la improvisación; además de que deben convertirse en una alternativa pedagógica dentro de una reforma orgánica y curricular, la cual permita derivar un plan, una serie de programas y proyectos sistemáticos dentro de la universidad.

1.1.2. Estudios realizados en la Universidad Industrial de Santander

La UIS a través del programa PAMRA ha reportado dos estudios relacionados con las tutorías entre pares. El primero, de Miranda (2010) corresponde a un estudio para indagar sobre las estrategias de aprendizaje efectuadas en las tutorías. Allí se reporta la metodología que un autor implementó, misma que consistió en la conformación de dos grupos (uno experimental y otro de control) de la asignatura de Morfofisiología General. El primer grupo contaba con el acompañamiento tutorial semanal, mientras que el segundo sólo tenía el acompañamiento del profesor en clases. Posteriormente se evaluaron los grupos mediante cuatro exámenes teórico-prácticos en el desarrollo del semestre. Según los resultados presentados por este autor, el 100% de los estudiantes del grupo experimental aprobó la asignatura con un promedio de 3,47 en su nota final.

El autor dentro de sus conclusiones invita a los estudiantes a participar en estos grupos de asesoramiento en cada universidad e igualmente a fomentar su creación en aquellas universidades donde aún no existan y resalta la importancia de las tutorías entre pares (también conocida como *peer tutoring*) por el impacto positivo que ha generado la propuesta.

El segundo estudio al que hacemos referencia, fue reportado por Cardozo (2011) quién presenta la experiencia que han tenido desde la tutoría entre pares brindada en PAMRA. Este estudio tiene como objetivo reconstruir las concepciones y prácticas pedagógicas que han surgido, desde la mirada de sus actores (directivos y coordinadores del programa, estudiantes tutorados y estudiantes tutores) y la comunidad educativa (directivos universitarios, estudiantes, profesores y personal administrativo). Para lograr lo anterior, la autora implementó una metodología cualitativa a través de la cual se dispondría a leer e interpretar los resultados obtenidos de sus partícipes.

Uno de los resultados logrados recae sobre el rol que juega las tutorías entre pares y el papel del estudiante como actor principal en el logro de soluciones efectivas, y los sobresalientes beneficios que obtienen los estudiantes tutorados a partir de este tipo de acompañamiento, desde un sentido humano, académico e integrado.

Se tiene, entonces, que este tipo de labor se conoce como *tutorías entre pares* (Goodlad y Hirst, 1989), donde tanto el tutor como el estudiante tutorado (o *beneficiario*) aprenden. Por un lado, el tutor refuerza los conocimientos de la asignatura que asesora; y por el otro, el estudiante se beneficia del asesoramiento académico y de las recomendaciones que hace su tutor en su proceso de aprendizaje. En la literatura encontramos que los estudios sobre tutoría entre pares se focalizan o priorizan diferentes aspectos tales como: la percepción de los tutorados o de los tutores sobre las tutorías, el recuento de la experiencia sobre la tutoría y las competencias que se desarrollan en los actores principales de las tutorías.

Consecuentemente, la mayoría de los estudios realizados sobre las tutorías entre pares tratan sobre la contribución de éstas en el aprendizaje de los estudiantes tutorados, el impacto en la comunidad escolar, la evaluación de las tutorías, la percepción de los implicados en la tutoría (el tutor y el tutorado), reportes de cómo funcionan y a quiénes benefician, la necesidad de implementar estos programas para el mejoramiento académico de los estudiantes, etc.

1.1.3. Estudios universitarios sobre tutorías académicas entre pares y la formación docente

Al cuestionarse sobre estudios que relacionen las tutorías entre pares y la formación docente, encontramos a Barber y Heal (2003), y Belladonna (2011). El primer estudio se realizó con la cooperación de investigadores de las universidades de Reino Unido: Cambridge, Londres, York y Durham. Barber y Heal (2003) describen el interés por auditar el conocimiento que han adquirido los profesores en formación (en el curso de PGCE[4]) después de participar en unas tutorías entre pares. La muestra fue de 210 alumnos de postgrado para

[4] *Certificado de Postgrado en Educación*, una titulación de formación docente inglés y galés que no incluye créditos de maestría y es tomada por personas que tienen un título universitario.

profesor de primaria, quienes pasaron una calificación en matemáticas en el GCSE[5].

Así, los autores manifiestan que para mejorar la comprensión de los conocimientos matemáticos de los alumnos se debía utilizar un enfoque que implicara la tutoría entre pares, debido a sus bondades expuestas a lo largo de la literatura. Parte de la muestra fungió como tutor y otra parte como estudiante tutorizado, sin embargo, en ocasiones se presentó el cambio de papeles entre el tutor y el estudiante tutorado.

La metodología del estudio consistió en analizar los datos proporcionados por: una auditoría que realizó cada estudiante al inicio de la tutoría, una auditoría formal sobre el contenido matemático a trabajar, y un escrito de retroalimentación después de la sesión tutorial tanto de los tutores como de los estudiantes tutorados.

Dentro de los resultados expuestos por Barber y Heal (2003) encontramos que:

i) muchos de los estudiantes tutorados dándose cuenta de su bajo nivel de conocimiento matemático al inicio del curso, indicaron que iban a revisar y utilizar las guías de auto estudio.

ii) la percepción de los tutores frente a las tutorías, puesto que ellos manifestaron que a partir de éstas tenían una oportunidad para afinar su pensamiento a través de explicaciones al alumno.

iii) los tutorados aparentemente encontraron que explicarle al tutor era de utilidad para ellos.

Otro estudio es el de Belladonna (2011) quien tuvo por propósito narrar la experiencia de tutorías llevada a cabo en un colegio de Neuquén; estas tutorías surgieron de la necesidad de un colegio de abordar la alta deserción

---

[5] *Certificado General de Educación Secundaria*, es una titulación académica obtenido a través de exámenes que se llevan a cabo a estudiantes entre los 14 y 16 años en las escuelas secundarias de Gales, Inglaterra e Irlanda del Norte.

académica, situación por la cual la autora de este estudio expresó su preocupación. Este programa de tutorías era coordinado por la autora con el apoyo de docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación y el Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional del Comahue.

Según la autora, iniciaron identificando los estudiantes que estaban en mayor riesgo de reprobación para que luego los tutores los observaran dentro del aula escolar para, posteriormente, comenzar con el acompañamiento.

La investigadora resalta en su reporte que el trabajo tutorial permitió a algunos tutores participar en encuentros de intercambio donde presentaban la experiencia y su trabajo en ella; también, manifiestó que esta "pequeña" labor permitió (Belladonna, 2011, p. 8):

> i) Capacitar a los futuros docentes para insertarse e intervenir en este tipo de espacios educativos;
> ii) Ayudar a la permanencia de las alumnas del profesorado y licenciatura en matemática de la universidad;
> iii) Brindar espacios en la universidad que se conecten con la realidad.

Finalmente, aunque este estudio no comprendió las tutorías entre pares, puesto que los tutores eran profesores de matemáticas en formación y los tutorados eran estudiantes de colegio, quisimos destacarlo en este apartado ya que tiene algunos aspectos semejantes presentes en esta investigación.

Tras la revisión bibliográfica, abstraemos que son pocos los estudios que relacionen las tutorías entre pares y la formación de profesores, específicamente de matemáticas, de aquí el interés de explorar tal aspecto para la formación de los futuros profesores de matemáticas.

1.2. Descripción del fenómeno de estudio

El bajo rendimiento académico y la repitencia[6] lleva a los estudiantes a presentar una escasa disciplina académica, fundamentalmente debido a: las deficiencias en la comprensión lectora, el empleo inadecuado de métodos de estudio y el mal manejo del tiempo para estudiar.

Los estudiantes de los primeros semestres de la UIS presentan estas características y esta conducta se entiende de alguna manera, porque ellos están en un proceso de transición del colegio a la universidad, Socha (2009) lo justifica así:

> El problema es que en los colegios, a veces se pasa suave, no hay que esforzarse mucho, a veces entregar trabajos y listo y cuando se llega a la Universidad, uno no sabe mucho y, sobre todo, está muy mal acostumbrado (p.64).

Es común la situación de estudiantes repitentes y desertores en la UIS y, por ende, resulta preocupante. En general, la UIS actualmente cuenta con 41 grupos de Cálculo Diferencial (primer semestre académico de 2013), en promedio hay 33 estudiantes matriculado, haciendo cuentas serían 1.300 a 1.400 estudiantes por semestre aproximadamente, lo que representa una gran conglomeración de estudiantes entre principiantes y repitentes que matriculan Cálculo Diferencial. En la Tabla 1 se muestran las carreras (por facultades) que tienen Cálculo Diferencial para matricular en su primer semestre.

Se visualiza, entonces, la importancia que tiene Cálculo Diferencial en la formación profesional de cualquier estudiante que esté matriculado en alguno de estos programas académicos, y por ende, la urgencia de una medida o alternativa que posibilite un espacio a la mediación entre el nuevo entorno académico universitario y los estudiantes matriculen el curso (tanto estudiantes de primer semestre, como aquellos repitentes).

---

[6] Se entiende como el hecho mediante el cual el estudiante se ve obligado a cursar más de una vez una asignatura por haberla reprobado.

Tabla 1. Carreras que tienen la asignatura de Cálculo I en el primer semestre académico

Facultad de Ciencias	Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas	Facultad de ingenierías Fisicoquímicas
Matemáticas Física Química Licenciatura en Matemáticas	Diseño Industrial Ingeniería Industrial Ingeniería Eléctrica Ingeniería Electrónica Ingeniería Mecánica Ingeniería de Sistemas Ingeniería Civil	Geología Ingeniería Metalúrgica Ingeniería de Petróleos Ingeniería Química

Ante esta situación, profesores de la Escuela de Matemáticas de la UIS han propuesto diferentes iniciativas, una de ellas de carácter curricular, la cual se inició desde el año 2009. En ésta se creó un plan de estudios unificado de el cual se ajusta cada semestre en cuanto a ejercicio sugeridos y planificación de la evaluación, pero se mantiene el contenido y su orden (en el Apéndice A se muestra el programa del primer semestre de 2013). Este documento se les entrega a los estudiantes en la primera clase del curso de Cálculo, donde se les propone como metodología estudiar previamente a cada una de las clases, de tal manera que cuando llegue a la misma, participe activamente con preguntas sobre ejercicios o contenidos propuestos en el programa. Así mismo, se definió un texto guía (Stewart, 2008) y se tiene que semestre tras semestre los estudiantes de Cálculo I presentarán un examen final por Escuela, el cual ha tenido un porcentaje del 30 al 40% de la nota total del curso.

De otra parte, el trabajo en los programas de asesoría académica que posee la UIS, consiste en que estudiantes de niveles superiores (*tutores*) resuelven dudas de otros estudiantes (*estudiantes beneficiarios*) de cualquier semestre y en diversas asignaturas (cálculo, algebra, química, física, etc.).

Tras la situación de la deserción y el poco impacto de los programas respecto a la asignatura (Parada, 2012), se considera para efectos de esta investigación que dicha problemática puede tomarse como una oportunidad de formación inicial para los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la UIS.

Dicho argumento se expone bajo la premisa de que aunque el profesor de matemáticas no es el responsable total en el proceso de aprendizaje del estudiante de Cálculo Diferencial, sí está estrechamente involucrado en el proceso de enseñanza y, por ende, en el aprendizaje de la Matemática.

Se tiene, incluso, que en la Universidad algunos egresados de la Licenciatura en Matemáticas se han vinculado como profesores de la Escuela de Matemáticas a lo largo de los últimos años mientras que otros se unen al mundo laboral como docentes de últimos niveles de secundaria. Por lo tanto, actualmente, los egresados de la Licenciatura en Matemáticas son profesores que desempeñan un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas dentro de la UIS y en la comunidad en general. Y esta la razón de la importancia que tiene su formación inicial pues, como lo afirma Rico (2004), los estudiantes para profesor de matemática deben tener una formación específica que permita obtener habilidades para el ejercicio de esta importante profesión.

Igualmente se debe fomentar el desarrollo de las competencias básicas del profesor de secundaria en un programa de formación inicial; es decir, establecer desde la universidad una preparación que posibilite desarrollar competencias básicas en los profesores en formación para su futuro desempeño en el campo profesional (Llinares, 2008) ya que las prácticas docentes son, como lo señalan Rico (2004), un período determinante donde se pondrán a prueba los conocimientos disciplinares, el análisis didáctico y las herramientas para evaluar el aprendizaje matemático de los escolares.

Con relación a lo establecido para la *práctica docente*, el Consejo Superior de la Universidad en UIS (2012) establece que:

> Comprende la experiencia y los aportes del estudiante en la cátedra universitaria mediante el desarrollo de Proyectos de Aula orientados a proponer y/o evaluar nuevas metodologías, estrategias didácticas, procesos de evaluación de asignaturas y demás componentes que contribuyan al mejoramiento del proceso de aprendizaje, o el enriquecimiento de unidades de aprendizaje en las que desarrollen objetos de aprendizaje mediante el uso TICs (p. 23).

Para responder a los parámetros establecidos por la UIS, la Escuela de Matemáticas dentro del plan de estudios de la Licenciatura ha determinado un ciclo de *componente pedagógico,* en el cual la principal estrategia de enseñanza es la práctica asociada a la teoría, por ende se tiene que las asignaturas que pertenezcan a este componente son de carácter teórico-práctico.

De este modo, el estudiante se enfrenta a una *práctica artificial* y una *práctica docente.* La primera se da en las aulas de clase de los cursos de formación del componente pedagógico en las cuales se enfrenta hipotéticamente con diferentes situaciones de enseñanza y reflexiona sobre que haría frente a una situación específica; la segunda, es la que hace el estudiante de Licenciatura ya al final de sus estudios.

Sin embargo, algunas asignaturas que pertenecen al componente pedagógico no alcanzan a establecer un estrecho vínculo entre la teoría y la práctica (ya sea por falta de tiempo o de espacios para realizar este enlace). De aquí que en esta investigación se plantee (y ejecute) la creación de un primer espacio que sirva como puente entre la teoría (que se aprende y se estudia en el proceso de formación docente) y el mundo real al que se va a enfrentar el profesor principiante posteriormente. Es decir, un puente entre esa práctica docente (artificial) y la práctica real.

Cuando se habla de ese *puente* (el programa de tutorías entre pares) nos referimos a tener un espacio donde el profesor en formación se pruebe así mismo al indagarse del cómo, para qué, y por qué; se ponga en escena con sus estudiantes enfrentándose con los diferentes conflictos del aula, entre ellos las dificultades de enseñanza y aprendizaje de la Matemática; reflexione y haga una retroalimentación de lo que sucede en ese ambiente que comparte con su estudiante de Cálculo Diferencial.

1.2.1. Conexión entre dos fenómenos

De acuerdo al potencial de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, la falta de espacios para entrelazar la teoría y la práctica de su formación, y la problemática de los altos índices de deserción. Nos planteamos resolver con nuestra investigación los siguientes interrogantes:

i. ¿cómo los programas de tutorías académicas en los primeros niveles universitarios pueden constituirse en espacios de formación para los futuros profesores de matemáticas?;
ii. ¿qué aprendizajes emergen de las actividades de seguimiento y acompañamiento académico en los profesores en formación?

1.2.2. Objetivo de investigación

Con el ánimo de resolver las preguntas de investigación expresadas anteriormente, se ha definido como objetivo fundamental:

Caracterizar los aprendizajes que emergen en los profesores en formación dentro de un programa de seguimiento y acompañamiento académico en el que ellos fungen como tutores

Dado el enfoque de nuestro estudio (investigación curricular. mismo que se encuentra descrito en el apartado 3.1) nos proponemos como objetivo complementario consolidar la identidad y las políticas de las tutorías académicas como espacio de formación docente y de acompañamiento académico a estudiantes de Cálculo Diferencial.

En los capítulos 4 y 5 damos respuesta a nuestro objetivo de investigación. Y en el capítulo 6 presentamos un documento en el que resumimos la propuesta del programa ASAE con el cual se espera continuar institucionalizando éste en la universidad.

2. FORMACIÓN DOCENTE Y TUTORÍAS: REFERENTES CONCEPTUALES

La formación docente es un campo de la investigación en la Educación Matemática que ha tenido un apogeo en los últimos años debido a las necesidades de formar docentes en matemáticas y actualizar los profesores en servicio; todo ello limitado por los retos y las situaciones que se presentan en el aula escolar al enseñar matemáticas.

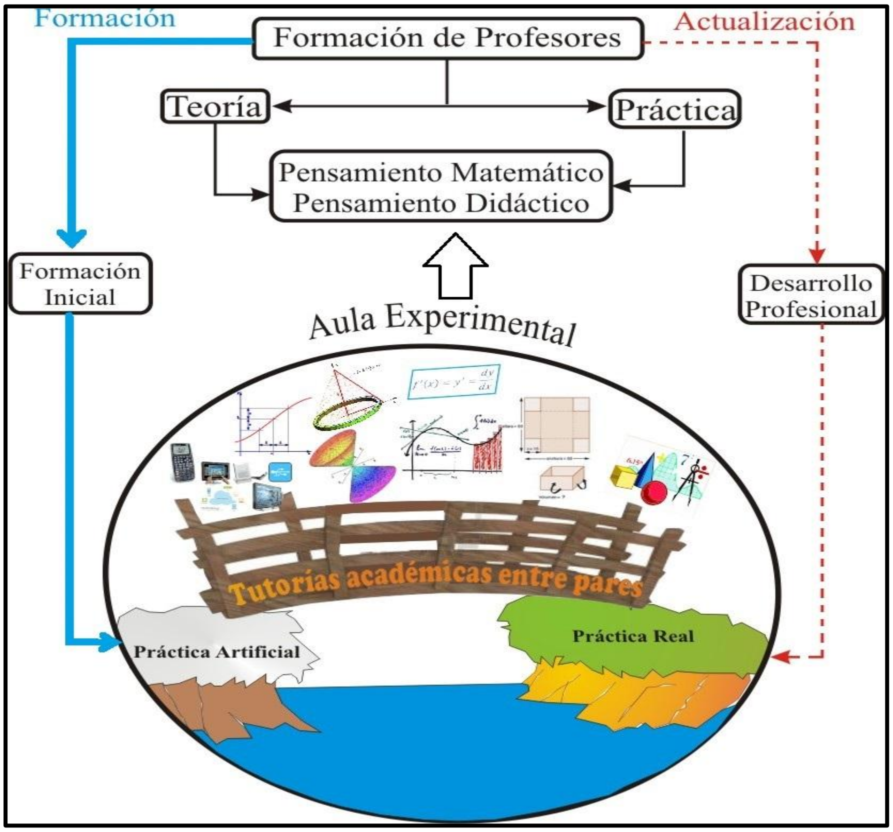
No hay que olvidar que sin importar el nivel de formación (inicial o desarrollo profesional) la teoría y la práctica son dos aspectos fundamentales para el buen desarrollo de la labor docente. El profesor de matemáticas (ya sea novicio o con años de experiencia) necesita de la teoría para enseñar y de la práctica para saber cómo hacer uso de esa teoría.

En esta investigación se resalta el interés por estudiar la formación inicial, aquella que involucra a quienes han decidido ser profesores de matemáticas y, en especial, en los espacios previos a la práctica docente pues estos le permitirán al estudiante en formación vislumbrar la relación teoría-práctica y la responsabilidad que conlleva esta profesión.

Para ello, se propone en la Figura 1 el bosquejo de nuestro marco conceptual que nos permitió comprender los elementos teóricos en los que se fundamenta esta investigación y algunas consideraciones tanto para la parte metodológica como del análisis de los datos obtenidos en el trabajo de campo.

La lectura de la Figura 1 se realiza de arriba hacia abajo. En la parte superior se encuentra el elemento teórico sobre la formación de profesores del cual se desprenden tres flechas, una de color azul (izquierda), otra de color rojo (derecha), y una flecha al centro de la figura que trata la estrecha relación sobre la teoría y la práctica que deberían tener al momento de diseñar e implementar un programa de formación docente.

Figura 1. Esquema que condensa los elementos teóricos de la investigación



La flecha azul recorre la línea de *formación inicial* que llega a la *práctica artificial*, por lo que la flecha muestra la implicación de un proceso de formación. Esta práctica se refiere a una situación que se ha planteado sobre un marco netamente teórico e hipotético, cuestionándose sobre: "¿qué pasaría si…? ¿Usted qué haría si…?". Por otro lado, la flecha roja transita por el *desarrollo profesional* hasta llegar a la *práctica real* (es decir, la práctica docente que realiza el profesor de matemáticas en su aula de clase con sus estudiantes), lo que conlleva un proceso de actualización.

A su vez, de los elementos de la teoría y la práctica se desprenden dos aspectos teóricos: el Pensamiento Matemático y el Pensamiento Didáctico los cuales están sujetos a la teoría y la práctica ya que son adquiridos desde la teoría, al momento de estudiar contenidos matemáticos y didácticos durante la formación, y en la práctica, cuando surgen de la necesidad que tiene el profesor de enseñar un contenido matemático específico.

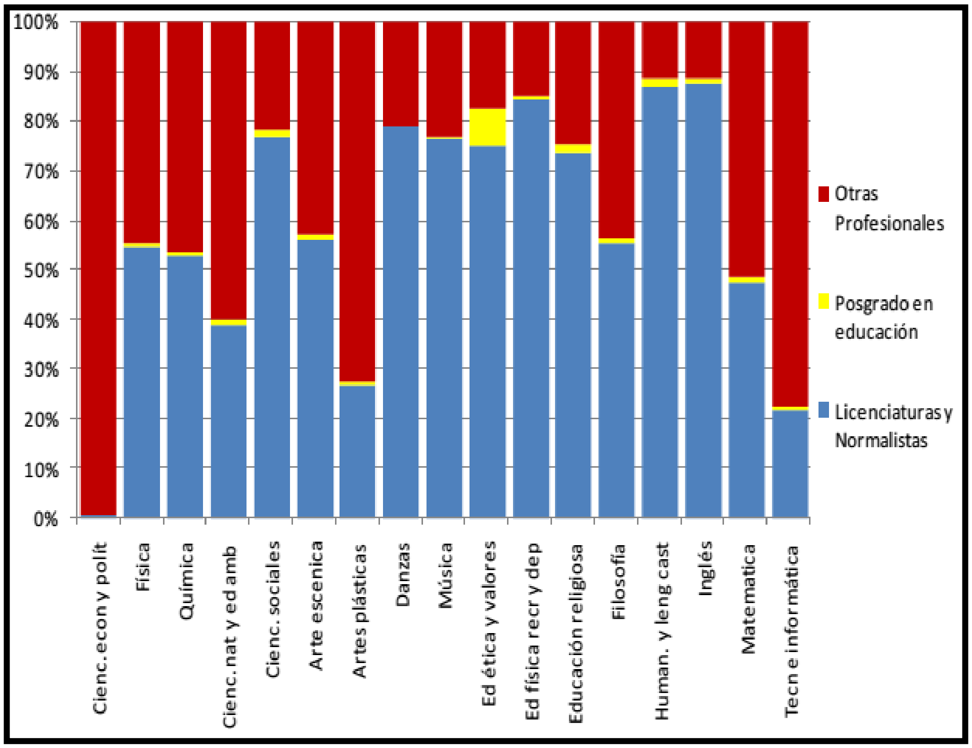
Como eje central de esta investigación está el *puente* entre la práctica artificial y la práctica real, ya que para efectos de esta investigación se considera que las tutorías entre pares sirven como puente para que los profesores en formación transiten desde lo estudiado y aprendido en sus cursos de didáctica y matemáticas, hasta enfrentarse a diversas situaciones educativas, pedagógicas, metodológicas y didácticas, propios de la práctica docente, y este transitar se dará en el marco del *aula experimental*. A continuación presentamos algunos referentes conceptuales que nos permiten sustentar el diseño metodológico de la investigación, así como la lectura y análisis de los datos obtenidos en ésta.

2.1. Formación de profesores de matemáticas

En el Estatuto de Profesionalización Docente (Decreto 1278 de 2002), los profesores en Colombia pueden ser profesionales o licenciados en educación, al igual que normalistas o profesionales egresados de otras áreas. De igual forma, este panorama se presenta en el gremio de los profesores de matemáticas, a nivel primario y secundario (ver Figura 2).

En la Figura 2 se muestra el porcentaje (de acuerdo al nivel de formación) de los profesores que aprobaron el concurso docente del año 2009; se tiene que los docentes que aprobaron en el área de Matemática cumplían lo siguiente: el 47,4% son profesores licenciados y normalistas, el 1,1% son profesores que han realizado un posgrado en educación, y el 51,6% son profesionales de otras carreras diferentes a la licenciatura en matemáticas. Es decir que más de la mitad de la población de educadores de matemáticas en Colombia (para el año 2009) eran profesionales egresados de otras carreras diferentes a la licenciatura.

Figura 2. Nivel de aprobación según título de formación y área, tomado de MEN (2011, p.11)



En diferentes jornadas de actualización docente o congresos, los profesores manifiestan la complejidad a la que se enfrentan al impartir varias asignaturas en un mismo grado, entre ellas matemáticas, dado que no dominan los contenidos curriculares del área. Se tiene, entonces, que es bastante la población docente que se encuentra inmersa en dicha problemática lo cual hace necesaria la existencia de programas que formen profesores de matemáticas y permitan su desarrollo profesional.

Respecto a formación, De Lella (2003) la concibe como el proceso permanente de adquisición, estructuración y reestructuración de conductas (conocimientos, habilidades, valores) para el desempeño de una determinada función; en este caso, la docente. Por otro lado, Gadamer (1992) explica que al hablar de formación, se hace referencia a un proceso más elevado e interno, donde un sujeto procede a partir de sus conocimientos y se apropia por entero de aquello en lo cual, y a través de lo cual él se forma, especificándose que la formación es parte del ser y no está ligada al comportamiento.

Una finalidad de la formación inicial es preparar al profesor que inicia su trabajo en el mundo de la educación, para la consideración coherente y el tratamiento coordinado de las múltiples tareas que requiere la actividad docente (Rico, 2004); por ello desde nuestra investigación concebimos la formación docente como un proceso en el cual, la persona que quiere ser profesor de matemáticas adquiere ciertos "saberes" tanto matemáticos como didácticos y pedagógicos, los cuales les permitirá tener una efectiva enseñanza de las matemáticas en su práctica, no importa el nivel educativo en el cual se desempeñe (primario o secundario).

En concordancia, De Lella (ibíd., p. 21) expresa que un profesor posee tres dimensiones dentro de su quehacer:

- Supuestos pedagógicos: qué es enseñar y aprender en la educación de jóvenes y adultos.
- Implícitos ideológicos: El poder en la relación maestro-alumno y su vínculo con modelos específicos de saber.
- Matrices psicosociales: Miedos o temores de los docentes en el desempeño de su rol, el papel de lo emocional en el vínculo con los educandos.

Luego el sujeto que es profesor, es el resultado colectivo de condiciones sociales que producen efectos -también- colectivos a un grupo de individuos (estudiantes) en su práctica docente.

Por su parte, Blat y Marín (1980) definen al profesor como aquella persona que se dedica profesionalmente a educar a otros, quien ayuda a los demás en su promoción humana, quien contribuye a que el alumno despliegue al máximo sus posibilidades, participe activa y responsablemente en la vida social y se integre en el desarrollo de la cultura. De aquí la necesidad de ver la enseñanza como una profesión que requiere preparación y una profesionalización que forme a los futuros profesores de tal manera que puedan ejercer su profesión de la mejor manera posible.

Dentro de una reseña realizada por Llinares (2007) se encuentran algunos aspectos primordiales que se deben trabajar dentro de los programas de formación de profesores:

i. Fundamentar los programas de formación de profesores en un conjunto explícito de teorías del aprendizaje del profesor.
ii. Considerar las diferentes “tareas profesionales” que definen la práctica de enseñar matemáticas como organizadores de los programas de formación.
iii. Desarrollar aproximaciones a la formación de profesores que preparen a los estudiantes para profesor a aprender desde la práctica de enseñar matemáticas.
iv. Buscar una coordinación efectiva entre la formación inicial y la formación continua (desarrollo profesional).

Es en el segundo aspecto donde esta investigación busca generar una primera aproximación a los profesores en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la UIS, brindándoles un espacio donde puedan aprender a partir de la práctica de enseñar los contenidos del cálculo diferencial.

Para la Educación Matemática la formación docente ha tomado importancia como resultado de la búsqueda de mejoras en las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el aula de clase de lo cual se han establecido categorías en que se pueden organizar las investigaciones realizadas en este campo. Geller (2005, p. 73) describe las siguientes:

i. La formación inicial del profesorado se vuelve más reflexiva si se dirige explícitamente hacia la práctica escolar.

ii. La formación inicial es más efectiva si los aspirantes a profesores aprenden las matemáticas universitarias de manera similar a la que uno considera que sería deseable como práctica escolar.
iii. La formación continua necesita desarrollar una perspectiva teórica desde la que es inteligible (y practicable), lo que significa una mejora de la enseñanza de las matemáticas en el aula.

De lo anterior, se tienen dos categorías bien marcadas en la formación docente. La investigación que se realiza con los profesores de matemáticas que se están formando en la universidad (formación inicial), y la investigación que se realiza con los profesores ya formados, la cual exige una formación continua (desarrollo profesional).

Históricamente dentro de la formación docente, la formación inicial ha sido la protagonista de varias investigaciones debido al interés sobre los procesos cognitivos de los estudiantes, los aspectos curriculares de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Rico, 2004; Gómez, 2007; Llinares, 2007; Llinares, 2008; Camargo, 2010; Flores, 2009, y otros). No obstante, debido a las necesidades que surgen de la práctica docente, toma importancia la formación continuada o continua del profesorado (Moreno y Azcárate, 2003; Climent, 2002; Flores, 2007; Kwon y Orrill, 2008; Figueroa y Páez, 2008; Parada, 2011, etc.).

De este modo, sin importar el enfoque con el cual se realice la investigación (ya sea inicial o continuada), en los últimos veinte años, la línea de investigación en formación de profesores en Educación Matemática ha tomado relevancia debido al papel del profesor en el aprendizaje de los estudiantes (Gómez, 2005).

Además, la formación docente implica el trabajo directo con personas que desean formarse como profesores, por ello es de gran relevancia y cuidado, destacar las diversas vertientes acerca de las temáticas que se deben incluir en dicha formación (Cabrera, 2006). Es decir, durante la formación se deben tener en cuenta diferentes aspectos para la preparación del profesor de matemáticas, por ejemplo: un profesor que sólo posea conocimiento matemático no garantiza que haga una efectiva enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, acerca de ello, D'Amore y Martini (2000) destacan la distinción entre la *preparación profesional* y la *preparación teórica* pues la primera relaciona el desarrollo de las habilidades para el salón de clase, es decir, la preparación para la práctica. Respecto a la preparación teórica, Cabrera (2006) específica dos categorías: i) la preparación teórica específica o disciplinar (en este caso la preparación en matemáticas), y ii) la preparación no disciplinar, la cual se refiere a otros conocimientos que no logran abordarse en la clases de matemáticas, como lo es la historia y la epistemología, al igual que los conocimientos de los expertos y predecesores del conocimiento matemático.

2.2. Formación inicial de los docentes de matemáticas

De acuerdo a Fregona (1999), tradicionalmente se ha concebido la formación docente como el proceso de comunicar una serie de contenidos y saberes tanto teóricos como prácticos, pretendiendo que éstos le proporcionen al futuro profesor los conocimientos necesarios tanto del dominio disciplinar como del dominio pedagógico, además de los referentes a las prácticas de enseñanza. En esos términos, la formación buscaría que un profesor de matemáticas cuando esté en el aula de clase, se desempeñe adecuadamente y posea habilidades para crear espacios de aprendizaje para sus estudiantes.

Tal como lo plantea Font (2002) la formación de los futuros profesores debe examinar los resultados de investigaciones en Educación Matemática, no obstante, no se exige que los futuros profesores sean expertos en didáctica, pero promueve los resultados de investigaciones sobre didáctica en los cursos de formación, declarando el autor que por medio de las reflexiones sobre la enseñanza de la matemática se les permite a los profesores en formación a:

> i) Tomar conciencia sobre la existencia de parámetros y variables que condicionan las situaciones de enseñanza; ii) conocer la existencia de concepciones, representaciones en los alumnos, y conocer los efectos de estas concepciones; iii) saber que los obstáculos en el aprendizaje no provienen todos de los propios alumnos, sino frecuentemente del propio concepto a enseñar, o de las elecciones didácticas llevadas a cabo por el propio profesor; iv) concientizarse de sus propias representaciones y concepciones y de su posible influencia en la enseñanza; v) conocer, o al menos tratar de aproximarse, a la explicación de los errores de los alumnos, acercarse a lo que estos errores muestran sobre la estructura cognitiva de los alumnos; vi) saber lo que se puede pedir a los investigadores en didáctica (p. 3).

Es por ello que la reflexión no debe limitarse a algo ajeno e intangible al profesor en formación sino que, por el contrario, se deben analizar situaciones prácticas utilizando algunas herramientas generadas por los distintos programas de investigación que se han desarrollado en el área de conocimiento Didáctica de las Matemáticas (Font, 2002, p. 4).

A través de los años han surgido diferentes modelos que han sido empleados en los programas de formación inicial de docentes en matemáticas. Al hablar de los modelos de formación, Davini (1995, p. 20) los define como las configuraciones del pensamiento y la acción, que construidos históricamente, se mantienen a lo largo del tiempo, en cuanto están institucionalizados, incorporados a las prácticas y a la conciencia de los sujetos. Investigadores como Rico (1997), Azcárate y Cardeñoso (1998) manifiestan su preocupación por las deficiencias y obstáculos que han detectado en los modelos de formación inicial.

En el caso de Rico (op. cit.), este autor indica que en España los planes de formación desconsideran las necesidades de formación propias de los profesores de matemáticas. Falta de criterios sobre los conocimientos necesarios y el marco teórico adecuado para ejercer satisfactoriamente la profesión (ibíd., p. 36); mientras que los investigadores Azcárate y Cardeñoso (1998) indican cómo las concepciones de los profesores en formación pueden convertirse en obstáculos, por lo que sugieren que los formadores deben incidir en aquellas concepciones elaboradas por los estudiantes para profesor, a partir de experiencias propias, las cuales, en algunos casos no permiten evolucionar hacia formas más complejas de comprensión e intervención en la realidad educativa (ibíd., p. 77).

2.2.1. Modelos de formación inicial de profesores de matemáticas

Son diferentes los reportes que tratan sobre los modelos o programas de formación inicial, en los cuales se vislumbra una preocupación permanente por la relación e integración entre el conocimiento matemático, el conocimiento pedagógico y el conocimiento didáctico (Gómez, 2005). Se encuentran diversos trabajos para referirse a la práctica, el uso de relatos, el uso de las Tecnologías Digitales (TD) y el internet. El trabajo de Chapman (2005) sugiere que la escritura de relatos e historias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las reflexiones que el profesor en formación realice contribuye a su formación. De modo que emplea los relatos para que los profesores en formación realicen una diferenciación entre lo que habían previsto para la clase y lo que observaron en ella (Chiocca, 2005).

En Gónzalez (2010) se encuentra un modelo didáctico para la formación inicial que se fundamenta en: el modelo conceptual sobre el aula, los principios didácticos, los fines educativos y la práctica escolar; mientras Alsina (2010) plantea un modelo de formación inicial que se fundamenta en la aplicación del aprendizaje reflexivo para aprender a enseñar matemática. En tanto que Kosheleva, Medina, e Ioudina (2007) proponen un modelo donde los profesores en formación incorporan en su formación las tabletas y las tecnologías digitales para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Por último, la propuesta del uso del internet en Godino, Roa, Ruiz, y Pareja, (2005), Skott, (2005), y Bairral y Zanette (2005) quienes presentan un programa de formación donde implementan los computadores y elinternet, y la creación de comunidades virtuales de práctica docente, respectivamente.

2.2.2. Competencias que debe desarrollar el profesor de matemáticas en su formación

Es importante destacar la naturaleza dual del profesor de matemáticas en formación: por un lado es un estudiante que aspira aprender de sus maestros y, por otro lado, es un ser que ha de pensar como docente (¿qué haría si…? ¿Cómo lo haría?, ¿por qué lo haría?, ¿para qué enseño?, etc.).

Para algunos investigadores, es esencial que los estudiantes que se preparan para ser profesores de matemáticas posean competencias que les permitan tener un buen desarrollo en el ejercicio de su profesión. No obstante, algunas de esas competencias no logran alcanzarse durante sus estudios universitarios, puede que se alcancen después de empezar a ejercer la enseñanza o cuando se realicen estudios de actualización docente (Llinares, 2007). Es por ello que el desarrollo profesional es una acción complementaria a la formación inicial, para que así se realice una actualización permanente de los profesores de matemáticas y puedan mejorar la calidad de la enseñanza.

Recio (2004) describe las competencias generales que deben desarrollarse desde la formación inicial, estas son:

> i) Dominio de los contenidos matemáticos de educación secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje; ii) la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza; iii) el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas; y iv) la capacidad de gestión del contenido matemático en el aula (p.35).

Otras competencias generales del profesor de matemáticas que propone Rico (2004) son: (a) organizar el contenido matemático para enseñarlo; (b) analizar e interpretar las producciones matemáticas de los alumnos; y, (c) gestionar el contenido matemático en el aula. De dichas competencias se determinan competencias específicas las cuales se enuncian a continuación:

> i) Conectar los contenidos matemáticos de la educación secundaria con los fenómenos que los originan (de situaciones cotidianas y de

> ámbitos multidisciplinares; ii) conocer diversas teorías de aprendizaje del conocimiento matemático; iii) analizar críticamente y evaluar propuestas curriculares; iv) reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los orienten; v) seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar; vi) diseñar, seleccionar y analizar unidades didácticas, textos y recursos; vii) disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático; viii) reconocer recursos y materiales (computacionales, audiovisuales, manuales, bibliográficos, etc.) y emplearlos adecuadamente en la enseñanza; ix) utilizar técnicas de comunicación para dotar de significado los conceptos matemáticos; y x) favorecer las potencialidades matemáticas de los estudiantes (Rico, 2004, p.9).

Socialmente, el aula de matemáticas delimita un ambiente complejo lleno de diversas interacciones promotoras del aprendizaje, por ello es importante que los profesores iniciales sepan qué *saber matemático* deben enseñar en cada nivel bajo la directriz de los Lineamientos Curriculares[7] y los Estándares Básicos[8] de Competencias en Matemáticas (en el contexto colombiano). Además, deben tener claridad en por qué unos contenidos y destrezas y no otros, qué secuencia seguir, cómo distribuir el tiempo; que tenga criterios para ser agentes críticos y reflexionen sobre su que hacer docente en pos de autoevaluarse, para que el profesor elija estrategias de cambio que le permitan mejorar su práctica docente; esto (sería ideal) complementado con una actitud investigadora que fortalecerá las necesidades de enseñanza y aprendizaje del proceso educativo.

2.3. La profesionalización del docente de matemáticas

Aunque nuestra investigación se enfoca en la formación inicial de profesores de matemáticas, también debemos resaltar la formación continua del profesor de matemáticas, es decir, el desarrollo profesional del docente, por lo que resaltamos las cuatro temáticas que Rico (1996) encontró alrededor del

[7] http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
[8] http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

desarrollo profesional del docente de matemáticas: i) investigaciones sobre el currículum; ii) investigaciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje; iii) investigaciones sobre la formación didáctico-matemática de los profesores; y iv) las investigaciones sobre cuestiones epistemológicas o teóricas relevantes.

Después de la categorización establecida por Rico se encuentran dos bloques de problemas que dirigen las investigaciones sobre el desarrollo profesional (Cardeñoso, Flores, y Azcárate, 2001, p. 237):

- Problemáticas sobre el conocimiento profesional del profesor, sus dimensiones, sus relaciones y su estructura. ¿Qué caracteriza al profesor de matemáticas?, ¿cómo se concibe la profesión docente por estos profesores?, ¿y por los formadores? ¿Y por la comunidad escolar?
- Problemáticas sobre elaboración del conocimiento profesional que tiene que ver con la socialización del profesorado, (¿cómo ayudarlo a incorporarse a la comunidad de educadores matemáticos?), de estrategias (¿qué métodos emplear en la formación de profesores?), y de relación con la práctica (¿cómo dar significado a los problemas prácticos del profesor?).

Aunque es relevante que los profesores continúen profesionalizándose y actualizándose en un programa de formación continuada, autores como Manrique y Da Silva, (2011) manifiestan que los cursos de formación continua en la realidad son de formación discontinua. Los autores indican varios puntos donde existe dicha interrupción:

- Entre la formación inicial y el conocimiento experiencial del profesor.
- Respecto a la formación inicial de los docentes.
- En relación con los problemas reales y los retos de la práctica escolar.
- En el conocimiento matemático escolar y en el conocimiento pedagógico y didáctico.

De allí que se requiere pensar sobre la formación continua del profesor de matemáticas como un proceso continuo y dinámico que tome en cuenta las creencias, los valores, los conocimientos y las necesidades de los docentes. Igualmente como un espacio de interacción donde se posibilite la discusión y reflexión alrededor de las experiencias vividas en la práctica docente de un profesor de matemáticas; así como un entorno donde se cuestionen (o desequilibren) los saberes y las posibles reacciones (frente a una situación de aprendizaje) de los profesores, sin olvidar reconocer al profesor como un ser humano en constante cambio consciente de sus capacidades y limitaciones.

2.4. Pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas

Desde nuestra experiencia muchos de los docentes universitarios se quejan porque sus estudiantes no vienen del colegio "bien preparados", es decir, no cuentan con el saber matemático necesario para enfrentarse a las exigencias de la enseñanza matemática de la educación superior.

Culturalmente se sostiene que el responsable directo por el éxito o fracaso académico de los estudiantes es el profesor; por otro lado, se cree que el profesor de matemáticas es un "duro" en esta materia y que tiene un bagaje matemático extraordinario, lo que lo pone en un estatus superior, por encima de profesores de otras asignaturas. Así, desde nuestra experiencia como docentes y egresadas de la UIS hemos identificado que estas dos creencias se encuentran en algunos profesores en formación lo que, en algunos casos, ha generado un conflicto interno en ellos al momento de enfrentarse a su práctica docente y encontrar un panorama completamente distinto al cual habían pensado.

De acuerdo a esta situación surge la siguiente pregunta alrededor de la formación de profesores de matemáticas*: ¿cuáles son los elementos necesarios para que un profesor (en cualquier nivel educativo) tenga éxito en el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos que tenga a cargo?* O también podríamos preguntarnos, *¿qué necesita saber el profesor de matemáticas para ser un "buen profesor"?* Cabe, entonces, en este punto mencionar los elementos que deben conocer los profesores de matemáticas, elementos que surgen de investigaciones cuyo objeto de estudio es la formación docente como Ball y Cohen (1999), Eslava y Valdez (2004) y Valdez (2001).

Ball y Cohen (1999) señalan que los docentes de matemáticas necesitan saber:

- Comprender la materia que enseñan, de formas diferentes a la de sus estudiantes.
- Conocimiento acerca de los estudiantes, sus gustos, intereses, dificultades en dominios particulares.
- Aprender que los conocimientos estudiantiles no son simplemente un asunto de conocimiento individual del alumno.
- Necesitan saber pedagogía, de tal manera que sepan conectar a los estudiantes con los contenidos de formas efectivas.

Eslava y Valdez (2004) encontraron distintos tipos de *saberes* que poseen y utilizan los profesores de matemáticas, estos son:

- Los de sentido común de la práctica; que son opiniones o suposiciones.
- El saber popular de los docentes; es el que se adquiere con la experiencia al entender lo que les inquieta a sus estudiantes.
- Una serie de destrezas para la conducción del grupo.
- Saberes contextuales. Lo que se sabe de una clase, de la comunidad o de un estudiante en concreto.
- Saberes profesionales. Sobre las estrategias de enseñanza y sobre el currículum, sus posibilidades, sus formas, su sustancia y sus efectos.
- Las ideas relacionadas con las teorías morales y sociales y los planteamientos filosóficos; sobre cómo pueden y deben interrelacionarse las personas, sobre el desarrollo y la reproducción

de las clases sociales, sobre la aplicación del saber en la sociedad, o sobre la verdad y la justicia.

Por su parte, Valdez (2001) afirma que los *saberes* de los docentes se producen en dos niveles:

- En cuanto al contenido matemático los docentes tienen inseguridad en su formación matemática,
- Una vez salvada ésta dirigen su atención hacia el contenido didáctico.

Para efectos de nuestra investigación no hablaremos de conocimientos ni saberes, sino en términos de pensamientos, como lo propone Parada (2011) ya que desde su modelo de Reflexión y Acción, la autora promueve el desarrollo profesional del docente de matemáticas y destaca que la formación no debe enfocarse sólo en acumular conocimientos, sino que se debe impulsar el desarrollo del pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas. Aunque nuestra investigación se enfoca en la formación inicial, rescatamos que el profesor en formación puede desarrollar su pensamiento reflexivo mediante su labor en las tutorías entre pares.

Para llevar a cabo dicho desarrollo es necesario, como lo ratifica Parada (2011), que el docente reflexione su práctica durante tres etapas:

i. Reflexión-para-la acción. Es una etapa previa a la clase […] Se da cuando el profesor de matemáticas planea la clase que va a desarrollar; es decir, cuando prepara la ruta cognitiva de los contenidos y objetos matemáticos que van a ser aprendidos por sus estudiantes…seleccionando los recursos que usará en su clase para acercar con mayor facilidad los contenidos a los estudiantes y previendo posibles dificultades de aprendizaje y estableciendo posibles alternativas (Parada, 2011, p. 46).
ii. Reflexión-en-la acción. Es la reflexión del profesor que se da en la clase con la interacción que tiene con sus estudiantes […] su

propósito es descubrir cómo el conocimiento en la acción puede haber generado un resultado inesperado. Este proceso reflexivo está constituido, tanto por elementos intuitivos (emocionales, creativos, etc.), como por elementos racionales (selección y análisis de información) que se interrelacionan para modificar, durante la práctica, la intervención del profesor (Parada, 2011, p. 47).

iii. Reflexión-sobre-la acción. Es la reflexión que hace el profesor después de la clase […] cuando analiza si los objetivos matemáticos planteados fueron alcanzados por los estudiantes. En este momento el maestro se concientiza de aquellas respuestas que dio espontáneamente a sus estudiantes y cómo éstas conllevaron o no a la actividad matemática que esperaba promover en la clase (Parada, 2011, p. 48).

De acuerdo con la autora, el pensamiento reflexivo se puede entender como la habilidad que tiene el profesor al rescatar los conocimientos adquiridos en el trayecto de su práctica, los cuales le permiten resolver los problemas cognitivos, didácticos, tecnológicos, sociales y de otro tipo que suelen darse en el aula escolar, todo ello mediante la reflexión. Sin embargo, la autora indica la complejidad de la labor docente y menciona que el pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas puede revisarse desde tres componentes: el matemático, el didáctico y el orquestal.

2.4.1. Pensamiento Matemático

El pensamiento matemático surge de la necesidad del profesor al hacer uso de sus conocimientos de la matemática escolar para desarrollar sus prácticas profesionales: i) proponer tareas; ii) seleccionar, usar y diseñar recursos; iii) comunicarse en el aula; iv) hacer adaptaciones curriculares; v) evaluar; vi) colaborar; y vii) profesionalizarse (Parada, 2011, p. 55).

La autora destaca que aquellos contenidos matemáticos dependen del grado en el cual se desempeña el docente, de acuerdo a los programas curriculares; de aquí la necesidad de que el profesor conozca el currículo, los lineamientos propuestos para el grado en el cual se desempeña y domine los contenidos matemáticos que enseña.

2.4.2. Pensamiento Didáctico

El pensamiento didáctico se da cuando el profesor de matemáticas se cuestiona sobre las diferentes maneras de acercar los conocimientos matemáticos a los estudiantes, buscando las formas más útiles de representar los contenidos mediante analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones, y demostraciones que permitan hacerla más comprensible a los alumnos (Parada, 2011, p. 55).

Para llevar a cabo dicho acercamiento, la autora señala que el profesor debe tener claridad en su pensamiento matemático ya que éste le permitirá guiar a sus estudiantes en el proceso de aprendizaje; además indica que este pensamiento está presente durante la práctica docente y en cada uno de los tres procesos de reflexión.

2.4.3. Pensamiento Orquestal

El pensamiento orquestal del profesor de matemáticas desde el modelo R-y-A "se caracteriza en torno a la conducción de la clase, y a las maneras como el docente utiliza los recursos que ha seleccionado, de acuerdo a la actividad matemática que tiene prevista para sus estudiantes" (Parada, 2011, p. 63). La autora retoma la idea del profesor de matemáticas como un director de orquesta que selecciona los recursos que va a ponerlos en escena durante la clase, de la mejor manera, teniendo en cuenta la diversidad de recursos que posee, o no, todo ello inmerso en la complejidad de las situaciones presentes en su práctica.

Los aprendizajes emergentes de las actividades de seguimiento y acompañamiento académico en los tutores, los caracterizamos en dos categorías, mismas que corresponden a aspectos relacionados con el Pensamiento Matemático y con el Pensamiento Didáctico, estos desde la perspectiva de Parada (2011).

2.5. Aula experimental

Cuando un profesor en formación culmina sus estudios universitarios casi inmediatamente se expone al mundo real. En el marco de la experiencia se enfrentará a un salón de clase con 30 o 40 estudiantes con múltiples situaciones y diferentes problemáticas tanto académicas como sociales. Es decir, el contexto en el cual se verá involucrado nuestro futuro profesor es el aula, por ello la formación inicial del profesorado no puede llevarse a cabo sin el trabajo en ella (Rico, 2004). Esta reflexión nos lleva a una inquietud expresada por Ball, Lubienski y Mewborn (2001) quienes exponen que el desarrollo profesional carece de un currículo para el aprendizaje de los profesores, un currículo que considere las prácticas donde ellos puedan ampliar el conocimiento matemático que requieren para su ejercicio, y la atención a lo que ellos ya conocen y creen, es decir, el bagaje que traen de su formación.

Rico (2004) manifiesta que el profesor necesita conocimiento práctico del aula de secundaria y de su gestión, por ello resalta la importancia de las prácticas ya que son un componente central para cualquier plan de formación didáctico. Las funciones del profesor y los niveles de decisión, la organización de los espacios y del tiempo, la dinámica de trabajo junto con las técnicas de comunicación, deben ser objeto de reflexión y aprendizaje. Para ello, esta investigación ha planteado un espacio de práctica real inicial el cual se ha llamado *aula experimental.*

Retomamos la idea del aula experimental como un “laboratorio” en donde, y de acuerdo a Igbokwe (2000), los estudiantes pueden aprender y explorar diversos conceptos matemáticos, verificar diferentes hechos matemáticos y teorías que utilizan variedades de actividades y materiales; conectar esta idea con las tutorías entre pares es aprovechar una de las características que posee este tipo de tutorías: esta “labor le permite al tutor reforzar sus conocimientos y habilidades profesionales, adquirir y mejorar las habilidades sociales y pedagógicas, fundamentales para su futuro desempeño laboral” (Cardozo, 2011, p. 5).

Es así, que desde esta investigación acerca de la formación de los futuros profesores de matemáticas, se entiende por aula experimental como el espacio de práctica real y tangible para los profesores en formación (tutores), cuyo objetivo es que ellos construyan el conocimiento necesario para enseñar matemáticas mediante la implementación de sus saberes adquiridos en su formación. De aquí que veremos las tutorías entre pares como un aula experimental donde el profesor en formación interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial en su estudiante beneficiario, mediante las actividades que ha diseñado el tutor, buscando coadyuvar en las dificultades que presenta el estudiante tutorado desarrollando la discusión, el análisis y la comprensión de los contenidos del cálculo diferencial, a partir de adaptaciones curriculares que realice el alumno-tutor durante el semestre en el programa.

Según Blanco (1996) por adaptaciones curriculares se entienden como las modificaciones (cambios, énfasis) que requieren realizarse en los diversos componentes del currículo básico para adecuarlos a las diferentes situaciones, grupos y personas para las que se aplica, como una respuesta a las necesidades educativas de los educandos, resultado del ajuste del currículum al alumnado y que se concreta en la modificación de uno o más elementos de ese currículum.

Según Parada (2009, p. 28), el salón de clase de los profesores (en este caso los tutores) tiene tres funciones principales como aula experimental:

- Ser un laboratorio didáctico donde el docente pueda implementar tareas de enseñanza.
- Ser un espacio para poder observar procesos de aprendizaje.
- Ser un lugar para reflexionar sobre lo que pasa con su enseñanza.

De aquí pretendemos que las tutorías entre pares se conviertan en un aula experimental donde el tutor pueda: i) implementar las actividades diseñadas; ii) estipular tareas iii) observar y evaluar el proceso de aprendizaje del estudiante tutorado; iv) reflexionar con el estudiante los procesos y procedimientos que el tutorado realiza durante la tutoría; e v) implementar y poner a prueba lo aprendido en sus cursos de matemática y didáctica para desarrollar su labor tutorial.

2.6. Seguimiento y acompañamiento académico

Según Alvis (2009), los procesos de acompañamiento y seguimiento académico se refieren a una acción que implica el compromiso de dos o más individuos en la realización de una tarea, un proceso o un proyecto. Igualmente, la autora manifiesta que el proceso de acompañamiento y seguimiento académico delega tres funciones: consejería, asesoría e información (ibíd., p. 13).

Es por ello y entendiendo las tres funciones expresadas por Alvis (2009), se debe atender aquellas necesidades cognitivas, informativas e institucionales alrededor de su desarrollo académico en la universidad. Cuando se habla de atender (atención estudiantil) se entiende de acoger las necesidades de un estudiante, de satisfacer la intención de aprender del alumno, de tener en cuenta sus inquietudes, de informar e indicar al estudiante cuáles opciones tiene en el ambiente universitario.

Así los términos seguimiento y acompañamiento están estrechamente relacionados, ya que es necesario unificar la reflexión y el acompañamiento para que haya seguimiento académico; es decir, el seguimiento académico es un proceso continuo y acumulativo.

En resumen, para efectos de esta investigación se entiende el seguimiento y acompañamiento académico, como un proceso permanente que busca identificar y distinguir las fortalezas y debilidades de los estudiantes que se encuentren bajo este proceso, el cual debe cumplir las tres funciones que propone Alvis (2009): asesoría, consejería e información a los estudiantes que están en las tutorías.

2.6.1. Tutorías especializadas

Para hablar de tutorías especializadas, lo primero que se debe entender es el término *tutoría*. Álvarez (2010) define la *tutoría académica* como una labor de acompañamiento permanente y orientación al estudiante durante el aprendizaje; también entiende la tutoría como un servicio que complementa la acción educativa; apoyando las acciones realizadas por las diferentes áreas curriculares y asignaturas en su tarea de promover el logro y desarrollo de las competencias básicas de los estudiantes.

Sandoval (2002, pp. 3-4) define a la tutoría académica como un proceso de acompañamiento durante la formación de los estudiantes, que se concreta mediante la atención personalizada a un estudiante o a un grupo reducido de estudiantes, apoyándose conceptualmente en las teorías del aprendizaje más que en las de enseñanza; dicho proceso de acompañamiento está orientado a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, solucionar problemas escolares, desarrollar métodos de estudio y de trabajo, así como desarrollar la reflexión y la convivencia social. Comprende un conjunto sistematizado de acciones educativas centradas en el estudiante.

La tutoría, según Sandoval (op. cit.) debe caracterizarse por: i) orientar y dar seguimiento al desarrollo de los estudiantes; ii) apoyar a los estudiantes en los aspectos cognitivos y afectivos del aprendizaje; iii) fomentar su capacidad crítica y creadora, y su rendimiento académico; iv) canalizar al estudiante a las instancias en las que pueda recibir una atención especializada con el propósito de resolver problemas que pueden interferir en su crecimiento intelectual y emocional, hecho que implica la interacción entre el tutor y el alumno; v) la interlocución fructífera entre los profesores, los alumnos y los tutores.

Al ver el último aspecto, aparece una nueva figura en el proceso enseñanza y aprendizaje: el tutor; se define al tutor como aquel que guía al estudiante en su preparación, el sujeto que conoce profundamente el área de trabajo en la cual se investiga y puede señalar el camino a seguir por el estudiante (Becerra, 1993). Según Gaitán (2013) son funciones básicas de un tutor:

> i) Estudiar las características de los alumnos asignados (puntajes de admisión, calificaciones, expedientes) y diseñar un plan de trabajo tutorial; ii) dar orientación grupal y/o personal en los tres niveles de atención tutorial (académico, afectivo y social) a sus alumnos asignados; iii) dar seguimiento al desempeño y los resultados de sus alumnos a lo largo de su trayectoria universitaria; y iv) mantener contacto con otros tutores para intercambiar las mejores prácticas (p.7).

Por ello un tutor "ideal" no es aquel que tenga el interés, la vocación ni el conocimiento absoluto, es importante que tenga la facilidad para la comunicación asertiva, para establecer vínculos de confianza y empatía con sus estudiantes, conocer en detalle la institución educativa (reglamentos, plan de estudios); además de tener la capacidad para organizar el seguimiento de los alumnos y el manejo de herramientas tecnológicas. Tal como lo define Gaitán (2013), este tipo de perfil de tutor es el deseado, pero en ocasiones difícil de cumplir a cabalidad.

2.6.2. Tipo de tutorías

Al buscar los tipos o estilos de tutoría académica, se encuentra en Cruz y Abreu (2008, p. 110) varios tipos de tutoría, los cuales se describen de la siguiente manera:

- *La tutoría de asignatura*, la cual adiciona las horas de aula, con horas de consultoría en el cubículo para apoyar el aprendizaje de la disciplina; en este caso, los tutores tienden a privilegiar la consultoría de problemas de comprensión en el campo o bien discuten las razones de la inasistencia o fallas de los estudiantes.

- *La tutoría enfocada a la orientación pedagógica*, la cual pretende apoyar el desarrollo de estrategias de aprendizaje y favorece que el estudiante domine su propio proceso para obtener conocimiento.
- *La tutoría de acompañamiento*, dirigida a apoyar al estudiante durante todo su itinerario escolar, el cual suele presentar una pluralidad de opciones académicas y profesionales, que generan disyuntivas en las que el estudiante requiere del apoyo de un profesor para orientarlo en sus decisiones, además se incluyen los aspectos motivacionales y de apoyo personal.
- *La tutoría dirigida a la formación para la sociedad del conocimiento*, orientada a formar individuos auto-regulados, capaces de actuar en situaciones auténticas, vinculados a la innovación y el desarrollo del saber.

En Ariza y Ocampo (2005, p. 34) también se encuentran otros tipos de tutorías, tales como:

- *La tutoría individual*, que otros llaman asesoría personal (o íntima personal), en la cual el profesor-tutor pretende conocer la situación de cada estudiante, lo ayuda personalmente y lo orienta en la planificación y ejecución de sus tareas escolares. Esta tutoría supone un compromiso más profundo tanto por parte del tutor como por parte del estudiante ya que abarca temáticas de índole intelectual, afectiva, social, académica, profesional, institucional, etc.
- *La tutoría de grupo*, en la cual el profesor-tutor ayuda a los estudiantes en la orientación del currículo y en la participación activa en el centro educativo. Él colabora con los profesores que intervienen en el grupo de estudiantes y aporta a cada uno de los profesores del grupo la información necesaria sobre cada estudiante y grupo.
- *La tutoría técnica*, la desempeñan profesores que no han sido designados como tutores de ningún grupo de estudiantes. Esta tutoría

también se conoce como asesoría académica, en la cual el estudiante solicita la colaboración de un docente con cierta pericia en determinada área.

- *La tutoría de la diversidad*, la cual supone que el tutor tiene en cuenta a cada estudiante con sus capacidades y ritmos de aprendizajes determinados. Esta tutoría es uno de los grandes retos pedagógicos porque requiere de dispositivos de comunicación y métodos pedagógicos específicos para ayudar a los estudiantes.
- *La tutoría de prácticas en empresas*, en donde los tutores son los responsables del control y seguimiento de las prácticas en las entidades en régimen de convenio. Estas son las que realizan los docentes cuando supervisan las prácticas profesionales de los estudiantes.
- *Tutoría uno-a-uno* constituye una excelente oportunidad para profesores muy habilidosos, que enseñan destrezas, estrategias y contenidos de conocimientos a un solo estudiante.

Por último (y sin discriminar las que no se consignan en esta disertación) se encuentra un tipo de tutoría muy particular: las tutorías entre pares. López, Archila, Fernández, Galvez, y García (1993), citan a Goodlad y Hirst (1989) quienes entienden por este tipo de tutorías como el conjunto de prácticas en las cuales algunos estudiantes ayudan a otros estudiantes, y aprenden enseñando. Una definición más completa se encuentra en Cieza (2011), quien nos indica que:

> Puede ser considerada como una modalidad de “aprendizaje entre iguales”, pero sobre todo como una modalidad de acción tutorial en la que un compañero, más experimentado y conocedor del medio universitario y con mayores competencias a nivel académico, tras un proceso de entrenamiento o formación y a través de un marco de relación asimétrica exteriormente planificado por un equipo de profesores, proporciona ayuda, apoyo, guía, orientación, asesoramiento, supervisión, consejo, acompañamiento y seguimiento a un alumno nuevo y recién llegado a la universidad (primer curso) y por tanto con menos conocimiento de la institución universitaria y con

> menos competencias académicas, con el fin de facilitar sus procesos de transición, adaptación y promoción a/en la institución universitaria y optimizar su aprendizaje y desempeño académico (p.1)

Según Miranda (2010) y Cardozo (2011) este tipo de tutorías se fundamenta en la mayor aproximación empática que el estudiante tutorado puede encontrar en los tutores próximos en edad y, con problemáticas semejantes.

Las tutorías entre pares pueden categorizarse de la siguiente manera (Cieza, op. cit.): *la tutoría transversal* (el tutor asistirá a sus tutorados en metodologías de aprendizaje de las asignaturas en las cuales tengan dificultades) y *la tutoría disciplinar* (parecida a la anterior, sólo que el tutor se enfoca en la problemática de aprendizaje de la asignatura, de aquí que el tutor sea un alumno avanzado del mismo programa que tutela y/o de posgrado).

Así desde esta investigación, se contempla una tutoría entre pares de carácter disciplinar al procurar atender a los estudiantes recién ingresados a la Universidad y que tengan dificultades en la comprensión de los contenidos del cálculo diferencial.

Consecuentemente se tienen dos figuras dentro de las tutorías entre pares: el compañero experimentado quien es el tutor par y el alumno nuevo quien es el estudiante tutorado.

Un tutor par no es un docente, ya que no interviene directamente en el nivel de contenidos de la enseñanza, ni cumple con todas las funciones del docente, por ejemplo: el tutor no puede registrar una nota cuantitativa por el desempeño académico del estudiante en el sistema de la Universidad; sino que es un apoyo que aclara y confronta las debilidades conceptuales del estudiante, promueve la adquisición de métodos de trabajo, motiva y brinda ánimo a su tutorado en el proceso de aprendizaje; surgiendo así una estrecha relación tutor par ↔ estudiante tutorado.

Bajo esta investigación, el tutor par es un alumno de Licenciatura en Matemáticas de niveles superiores (quinto semestre en adelante) y el estudiante tutorado, aquel alumno de primer semestre que presenta dificultades en cálculo o desea tener el acompañamiento para mejorar su aprendizaje.

1. En la relación tutor par → estudiante tutorado, el tutor es un profesor en formación que ve al estudiante tutorado como un compañero inexperto quien necesita de su acompañamiento para coadyuvarlo en su incorporación (social, académica e institucional) a la Universidad.
2. La relación estudiante tutorado → tutor par, comprende el vínculo que hace aquel estudiante quien recién ingresa y ve en el tutor par a un compañero más experimentado que llama profesor o con su nombre, el cual puede brindarle ayuda en su proceso de transición y apoyar en su proceso de aprendizaje.

En adelante se hablará de alumno-tutor para referirse al tutor par, y de alumno-tutorado para referirse al estudiante tutorado.

Luego para efectos de esta investigación, en las tutorías entre pares estará inmerso el trabajo de acompañamiento del alumno-tutor, el cual no sólo atiende las dificultades de carácter cognitivo, didáctico o epistemológico que presente el estudiante de Cálculo Diferencial (alumno-tutorado), sino que estimula los hábitos de estudio y fomenta el aprendizaje significativo en esta asignatura.

2.7. Relación entre teoría y práctica

Por lo general, cuando se habla de teoría y práctica escolar en matemáticas puede creerse que una está desligada de la otra. Al pensar sobre la teoría, inmediatamente nos llega a la cabeza todo un conocimiento sobre “algo” en específico que es independiente a la aplicación; y la práctica, nos hace pensar en todo lo que acontece dentro del aula de clase de matemáticas. Según Gellert (2005) esta “separación” pone en riesgo a la formación docente, ya que ésta debe apostar a la relación entre la teoría y la práctica.

Es por eso que Llinares (2007) señala la necesidad de generar “oportunidades” tanto en los programas de formación inicial como desarrollo profesional del profesor, todas ellas buscando que los futuros profesores y los profesores de matemáticas en ejercicio puedan desarrollar conocimientos y destrezas que les permita aprender desde una mayor comprensión de la enseñanza de las matemáticas. De lo anterior Llinares (2007, p. 5) sugiere que:

> El diseño de estas oportunidades vistas como entornos de aprendizaje se deben apoyar en el supuesto de que generar el conocimiento y destrezas útiles para comprender la enseñanza de las matemáticas consiste en la generación y uso de una serie de instrumentos técnicos y conceptuales en la diferentes tareas profesionales vinculadas a la enseñanza de las Matemáticas. [Para ello] se sugiere que se deben concretar dichas oportunidades en: i) desarrollar métodos de análisis e interpretación que permitan argumentar iniciativas pedagógicas con fundamentos -razonamiento pedagógico; y ii) adoptar posiciones críticas sobre la relación entre sus creencias y conocimiento y las perspectivas de acción y práctica generadas.

Schwan (2001) propone que el desarrollo profesional de los profesores se conecte con el trabajo real de enseñar. En lugar de aprender teorías y aplicarlas a la práctica docente, se debe examinar de cerca las teorías o principios generales que emergen de la práctica. El tipo de aprendizaje que se necesita de los profesores ha sido descrito como transformativo pues involucra cambios profundos en fuertes creencias, conocimientos y hábitos de la práctica.

Finalmente, desde las tutorías entre pares proponemos un espacio de formación para los futuros profesores de matemáticas, donde los alumnos-tutores experimenten parte de la labor docente y desarrollen tanto su pensamiento matemático como didáctico con un pequeño grupo de estudiantes que está en condiciones similares a ellos (estudiantes de programas académicos de pregrado, edades próximas o cercanas), todo ello mientras intervienen en el proceso del aprendizaje de sus alumnos-tutorados.

3. DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo se describe el diseño metodológico de la investigación que estamos reportando en este documento, ésta se enfoca en los aprendizajes emergentes de los profesores en formación dentro del programa de tutorías entre pares, supervisado y guiado por formadores de profesores e investigadores en Educación Matemática.

Para así, poner a prueba la siguiente premisa: el profesor en formación que funge como tutor par y está frente a situaciones de enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial, potencialmente desarrolla su pensamiento matemático y su pensamiento didáctico.

La investigación se desarrolló durante tres semestres consecutivos, y contempló siete fases, principalmente, las cuales se describen en detalle en el apartado 3.2

3.1. Características de la investigación

El estudio que estamos reportando en este documento es *una investigación curricular de corte cualitativo*. Para Soltis (1984) el currículo puede entenderse como la actividad humana que produce efectos en los individuos, en sus prácticas sociales y en intercambio subjetivo de significados. Sancho (1990) menciona que en la investigación curricular se requiere: i) considerar la complejidad de los fenómenos que se producen en el contexto escolar, de informar la calidad de los intercambios educativos y por tanto, de los logros realizados por los alumnos y del desarrollo profesional del profesor; ii) complementar los conocimientos elaborados por la investigación educativa con conocimientos construidos a partir de la acción, que puedan ser revertidos en la misma; y iii) reducir la brecha teoría/práctica, propiciando conductas reflexivas de los profesores y de los alumnos sobre sus acciones, involucrándolos en el desarrollo de las investigaciones educativas.

Nuestra investigación precisamente busca interpretar dos problemáticas emergentes de procesos curriculares de la Universidad, y proponer un programa que contribuya en procesos institucionales a favor de la formación de sus futuros profesionales.

3.1.1. Población y Muestra

La población que estuvo involucrada en esta investigación fue cambiando, dado que se desarrolló en tres diferentes semestres académicos. No obstante, las personas involucradas en el proceso cumplieron con las siguientes características: i) estudiantes seleccionados de algunos cursos de Cálculo I (Cálculo Diferencial); ii) estudiantes de Licenciatura en Matemáticas que hayan visto la línea de Cálculo y que están matriculados en el curso de Didáctica del Cálculo (quinto semestre en adelante); iii) profesores de los cursos de Cálculo I (cátedra y planta que deseen participar) y estudiantes de postgrado de la Escuela de Matemáticas (Maestría en Matemáticas y Maestría en Educación Matemática); y iv) formadores de profesores (profesores-investigadores adscritos a la Escuela de Matemáticas).

Como observación, se debe aclarar que los participantes del programa no recibieron algún apoyo económico, sólo se dispuso de su interés y compromiso por participar en el programa.

Este trabajo de investigación emerge a partir del estudio de la problemática relacionada con el curso de Cálculo I de la UIS y a partir del proyecto de Parada (2012) el cual propone unas alternativas preventivas y remediales para disminuir la alta tasa de reprobación y deserción de estudiantes en este curso. Esta estructura curricular se viene construyendo como una propuesta de la Escuela de Matemáticas y consta de tres ejes fundamentalmente: i) el diseño de alternativas curriculares; ii) el acompañamiento y desarrollo profesional de profesores de Cálculo I, y iii) el seguimiento y acompañamiento a estudiantes de pregrado. En este último se enmarca esta propuesta de investigación la cual se empieza a desarrollar en el segundo semestre académico de 2012 con algunos estudios preliminares. Los demás ejes de dicho proyecto también se están ejecutando con el apoyo de la Escuela de Matemáticas y la Vicerrectoría Académica, los cuales son objetos de estudio de otras investigaciones en desarrollo.

3.1.2. Instrumentos para la recolección de datos

Los instrumentos diseñados para la recolección de datos de esta investigación fueron: 1) control de asistencia de las sesiones de tutorías, 2) videograbaciones y bitácoras de las tutorías, 3) formato de seguimiento a estudiantes bajo tutoría (diligenciado por los alumnos-tutores), 4) encuestas, 5) informes finales.

También se tuvo en cuenta para recolectar datos los talleres y las actividades diseñadas por los tutores (mismos que al final del proceso se han convertido en un repositorio de actividades para el desarrollo de las tutorías).

1. *Control de asistencia,* se creó para tener un registro de la asistencia de los tutores y los estudiantes que estaban vinculados con este proceso, para constatar el compromiso de cada uno de los participantes del programa.
2. *Audio y video*, cada una de las sesiones de tutorías fueron videograbadas (en el primer semestre se grabaron episodios generales de las tutorías y en el segundo semestre se hizo el seguimiento a casos particularmente). Este material permitió observar posteriormente el funcionamiento del proceso tutorial y las interrelaciones emergentes de los procesos tutoriales, en los que se buscaron evidencias de los aprendizajes que se originaron en los profesores en formación. Estas videograbaciones se realizaron con el

consentimiento de los tutores y los estudiantes de Cálculo Diferencial, igualmente se deja de manifiesto la reserva de los nombres propios de los participantes del proceso. Posteriormente a la videograbación se analiza cada episodio resaltando lo más representativo para consignarlo en un documento llamado *bitácoras*, las cuales son los episodios más relevantes transcritos para el posterior análisis.

3. *Formatos de seguimiento* (ver Apéndice B). El objetivo de este instrumento era brindar información sobre el seguimiento que el tutor hacía del desempeño en la tutoría de cada uno de sus estudiantes, identificando fortalezas o dificultades, describiendo cómo manejaba esas dificultades, cómo se sentía dentro del proceso de las tutorías, al igual que conocer los objetivos de las actividades que elaboraban para sus sesiones de tutorías. Los formatos de seguimiento y las actividades diseñadas se recopilan en una carpeta del Dropbox[9]. Las guías o talleres son valoradas previamente por las coordinadoras antes de que se apliquen en las tutorías.
4. *Encuesta*. Se realizaron dos encuestas una dirigida a los tutores y otra a los estudiantes. La encuesta que resolvieron los estudiantes tutorados se realizó al finalizar el proceso de seguimiento y acompañamiento. El fin de esta encuesta era que los alumnos evaluaran el proceso tutorial, valoraran su tutor y brindaran recomendaciones para mejorar el programa.
5. *Informe de seguimiento a estudiantes.* Éste se entregó al finalizar cada semestre, allí los tutores reportan generalidades de la evolución del los estudiantes que tuvieron bajo su responsabilidad resaltando

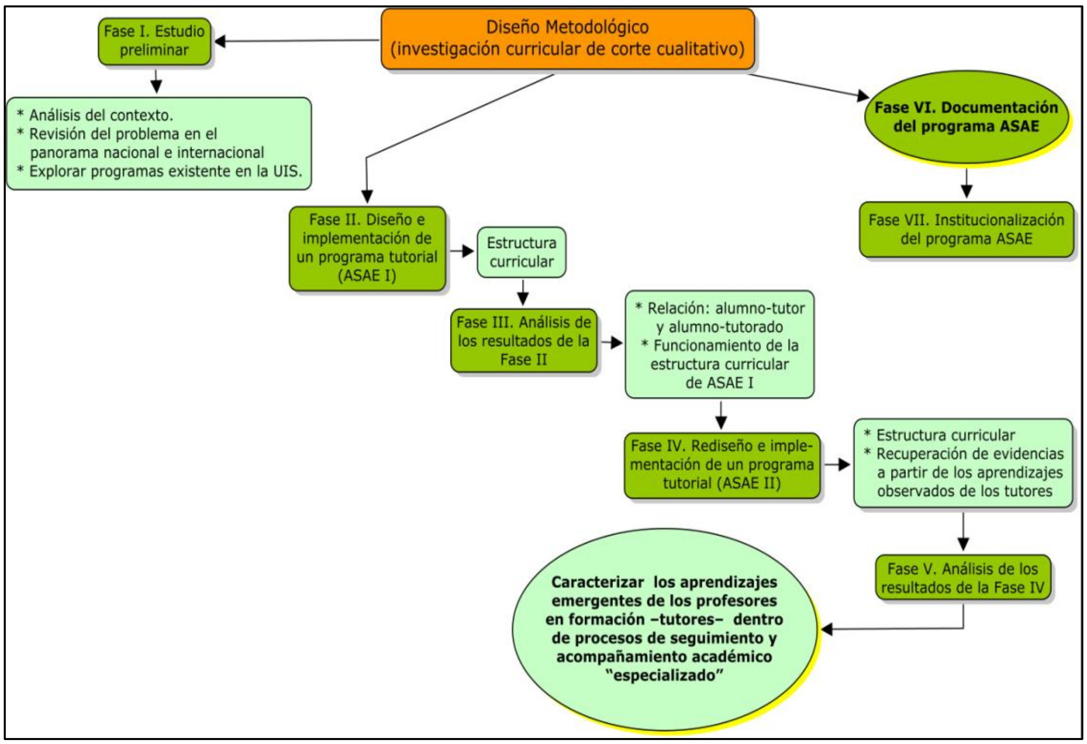
[9] Es un servicio de almacenamiento en la nube el cual brinda a los usuarios almacenar y sincronizar archivos en línea, entre ordenadores o dispositivos móviles. También ofrece la opción de compartir archivos y carpetas entre dos o varias personas.

características de su desempeño en las tutorías y en el curso, sus progresos y dificultades.

3.2. Fases de la investigación

En la Figura 3, se presenta un esquema del proceso metodológico diseñado y desarrollado, mismo que posibilitó el logro del objetivo de nuestra investigación. En los apartados siguientes describimos cada una de las fases y en alguna de ellas presentamos algunos resultados emergentes que dieron paso al planteamiento de las siguientes fases.

Figura 3. Metodología de la investigación



3.2.1. Fase I. Estudio preliminar

En esta fase se hizo una búsqueda sobre el problema de deserción en la Universidad Industrial de Santander, los programas existentes de acompañamiento y seguimiento académico, y los espacios de práctica docente para los profesores en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UIS para diseñar parte de la propuesta de este trabajo.

En el contexto local se destaca un estudio realizado en el año 2011 por la Vicerrectoría de la Universidad (2011), cuyo objetivo era determinar las causas de deserción y retención estudiantil en los programas de pregrado de la Universidad a través de un análisis estadístico sobre la calidad académica de los estudiantes.

En este estudio se determinó el número de estudiantes desertores[10] de los 29 programas de pregrado con los que contó la UIS en el período 2002-2008, siendo en total 8.120 estudiantes. Por otro lado, la UIS encontró 3.086 estudiantes que estaban retenidos durante los años 1998-2005. Igualmente en este estudio se realizó una clasificación de la deserción respecto al espacio:

i) **Deserción institucional.** Es el caso en el cual el estudiante abandona la institución.
ii) **Deserción interna o del programa.** Cuando el estudiante decide cambiarse a otro programa que ofrece la misma institución de educación superior.

Adicionalmente, a través de esta investigación se observó una tercera:

i) **Deserción por asignatura.** Se presenta cuando el estudiante deja de asistir a una asignatura. Se observa que el estudiante no cambia de institución, ni se retira del programa sino que abandona su compromiso a ir a clases, presentar exámenes y quices.

Dentro de los resultados enunciados por la Vicerrectoría Académica (2011) encontramos que la deserción está localizada en los primeros cuatro semestres para todos los programas académicos; no obstante, es durante el primer semestre que es mayor la deserción en todos los programas

[10] En la UIS se define a los estudiantes desertores como aquellos alumnos matriculados que no siguen la trayectoria normal de la carrera, por retiro de ella o por demorarse más tiempo del previsto para finalizarla (Vicerrectoría Académica, 2011, p. 10).

académicos, y en los programas que pertenecen a la Facultad de Fisicomecánicas.

De los estudiantes encuestados en este estudio el 50,3% respondió que las asignaturas de mayor dificultad pertenecen a las matemáticas, sobresaliendo Cálculo I con el 28,3%, y Álgebra I con el 11,1% (Vicerrectoría Académica, 2011, p. 33). Los autores también manifiestan que los estudiantes no llegan lo suficientemente preparados de la Educación Media, y que gran parte del 94,4% de los estudiantes encuestados no recibió ningún tipo de apoyo institucional durante su permanencia, según Vicerrectoría Académica (2011) estos alumnos encuestados manifestaron que no conocían los programas que la Universidad brindaba, ni su metodología o sus objetivos.

Por otro lado, se ha encontrado que la Licenciatura en Matemáticas de la UIS en su plan de estudios establece la asignatura de Didáctica del Cálculo que pertenece al componente pedagógico y tiene entre sus propósitos ofrecer -desde la teoría y la práctica- fundamentos para el diseño de metodologías adecuadas para el aprendizaje del cálculo.

Según la Escuela de Matemáticas (2009, p. 124) al finalizar esta asignatura se espera que el estudiante de Didáctica del Cálculo adquiera las siguientes competencias:

- Integrar didácticamente las diferentes etapas históricas vividas en la construcción teórica del cálculo.
- Identificar las dificultades que los estudiantes presentan con los conceptos y procedimientos del cálculo.
- Identificar las concepciones que los estudiantes poseen y/o adquieren acerca de los objetos del cálculo.
- Poseer la capacidad para diseñar metodologías adecuadas para el aprendizaje del cálculo.
- Reconocerse como mediador en el proceso de aprendizaje de otros.
- Expresarse en forma rigurosa y clara.

- Desarrollar la capacidad de análisis y síntesis.
- Escuchar, hablar, leer, escribir, participar en diálogos, asumir posiciones críticas y argumentar para conocer, comprender y transformar e innovar en el área de la didáctica del cálculo y en su venidera práctica pedagógica como mediador de procesos.

Para cumplir dicho propósito dentro de la metodología del curso se establece un seminario y una práctica: seminario, al realizar debates y discusiones acerca de los diferentes temas del cálculo, y práctica, desde unas tutorías que deberán realizar los estudiantes.

> Los estudiantes realizarán tutoría a dos estudiantes de bajo rendimiento de Cálculo I que ofrece la Escuela de Matemáticas como un primer contacto directo de la enseñanza de estos temas. Esta actividad les va a permitir identificar directamente las dificultades que los estudiantes tienen con los conceptos y procedimientos del Cálculo, al mismo tiempo que les permite conocer los vacíos en su formación básica (Escuela de Matemáticas, 2009, p. 125).

De lo anterior, se decidió que los estudiantes del curso de Didáctica realizarían tutorías con estudiantes de Cálculo I; no obstante, en el momento en que se planteó esta investigación no se había implementado esta metodología para la asignatura de didáctica.

A partir del potencial observado en el curso de Didáctica del Cálculo y la problemática de los altos índices de deserción, se planteó el diseño de un programa de tutorías entre pares para dar Atención, Seguimiento y Acompañamiento a Estudiantes de Cálculo I (el cual denominamos ASAE), donde los estudiantes de Didáctica del Cálculo fungen como tutores de Cálculo Diferencial.

Tal como se mencionó, los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la UIS pueden estar frente a un grupo de estudiantes para realizar su práctica docente al final del programa de formación (dos últimos semestres). Sin embargo, se ha observado que en los cursos del componente didáctico y matemático los profesores de la Escuela de Matemáticas procuran plantear situaciones en donde el estudiante reflexione sobre su quehacer, pero quedándose en planteamientos hipotéticos. Es por ello que diseñamos una alternativa que permitiera a los estudiantes de la Licenciatura hacer un empalme entre la teoría y la práctica, comprender lo que dice la teoría desde la práctica, confrontarse con las dificultades propias del aula escolar, estar frente a un grupo de estudiantes, experimentar diferentes estrategias de enseñanza y buscar maneras para hacer que el estudiante se motive y aprenda matemáticas; bajo el acompañamiento y supervisión de formadores de profesores y especialistas en Educación Matemática.

3.2.2. Fase II. Diseño e implementación de un programa tutorial (ASAE I)

A partir del estudio realizado en los capítulos I y II, se diseñó una primera versión del programa ASAE mediante tutoría entre pares como un plan de seguimiento a estudiantes de Cálculo Diferencial de la UIS y acompañamiento a los profesores en formación. Para implementar dicha alternativa, se consideraron algunos de los referentes teóricos, conceptuales y metodológicos citados en el capítulo anterior.

3.2.2.1. Características del programa ASAE en su primera versión

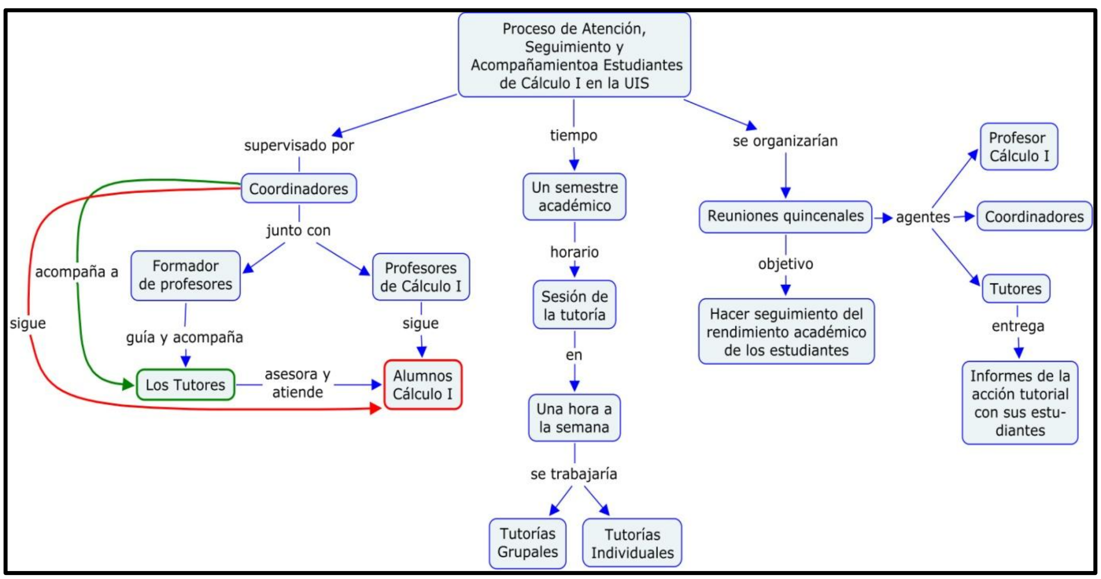
Para el diseño de esta alternativa de Atención, Seguimiento y Acompañamiento a Estudiantes de Cálculo Diferencial de la UIS, se tuvieron en cuenta resultados emergentes de otros estudios o iniciativas de algunas instituciones (estudios citados en el Capítulo 1 de este documento).

Reiteramos que nuestra propuesta busca consolidar un proceso de seguimiento y acompañamiento académico a estudiantes de Cálculo Diferencial, (ASAE) que sea desarrollado por profesores en formación de la UIS y profesores en ejercicio, bajo la supervisión de un formador de profesores y coordinadores del proceso. Esta característica establece una diferencia con los programas tutoriales existentes en la Universidad, dado que las personas que orientan este proceso tutorial cuentan con formación académica en Matemáticas y Didáctica de la materia. Así, los profesores en formación tendrán la oportunidad de aplicar los saberes (tanto matemáticos como didácticos) adquiridos a lo largo de sus estudios de licenciatura y por otro lado, los alumnos-tutorados de Cálculo I contarán con el apoyo de una persona que cuenta con esa formación "especializada" que guiará sus procesos de aprendizaje. En el primer diseño del programa se planteó trabajar una hora semanal de tutoría, dado el escaso tiempo de los tutores (pues en este semestre la mayoría de estudiantes tienen matriculadas alrededor de 5 materias), además se consideró que una hora es el tiempo que dedica un profesor titular del curso para la hora de consulta con sus estudiantes.

La

Figura 4 describe el diseño del programa para su primera versión, allí se determinan los participantes del proceso con sus respectivas funciones. Este diseño se construyó bajo los parámetros que se describen a continuación.

Figura 4. Diseño del proceso "Atención, Seguimiento y Acompañamiento a Estudiantes de Cálculo I".



a) **Principios generales**

Concebimos el proceso de Atención, Seguimiento y Acompañamiento (tutorías) a estudiantes de Cálculo Diferencial como el que hacer pedagógico dirigido al seguimiento, orientación y ayuda a los alumnos de este curso que presenten dificultades en su aprendizaje, con la intensión de que el proceso educativo de cada estudiante progrese lo más favorable posible.

Las tutorías pretenden complementar la acción educativa del profesor de Cálculo Diferencial, apoyándolo cuando sus estudiantes presenten dificultades en el manejo de contenidos matemáticos, esto porque el profesor no logra detectar cada una de las necesidades educativas particulares de sus estudiantes, para posteriormente atenderlas en el aula de clase.

Este programa de Atención, Seguimiento y Acompañamiento a estudiantes de Cálculo Diferencial, será realizado por estudiantes matriculados en el curso de Didáctica del Cálculo, y supervisada por: el profesor titular de este curso (quien es el encargado de brindar los contenidos del curso y estimular la discusión de los elementos teóricos sobre los problemas de enseñanza del cálculo, igualmente en orientar al alumno-tutor sobre los temas de investigación en Educación Matemática), el profesor de Cálculo Diferencial de los alumnos-tutorados (quien le pondrá al tanto del desarrollo del curso y del rendimiento académico de estos estudiantes) y los coordinadores del programa (quienes estarán al tanto del funcionamiento del programa y de aportar sugerencias a los materiales diseñados para las tutorías).

Se plantea realizar una reunión quincenal con los profesores de Cálculo Diferencial participantes, los tutores, el formador de profesores, y los coordinadores para la toma de decisiones sobre el ingreso, salida y permanencia de algunos estudiantes de Cálculo Diferencial en las tutorías; para que un alumno-tutorado saliera del programa se tenía en cuenta la asistencia y el compromiso del estudiante.

El proceso de Atención, Seguimiento y Acompañamiento a estudiantes de Cálculo Diferencial tiene como propósitos esenciales:

- Permitir que los tutores tengan espacios para su práctica docente.
- Ofrecer una asesoría especializada (desde lo didáctico y conceptual del curso) a los estudiantes que presenten dificultades de aprendizaje de los contenidos en esta asignatura.
- Mantener una cooperación educativa entre los diferentes agentes de los procesos de enseñanza y aprendizaje del curso de Cálculo Diferencial.
- Las tutorías no tienen ningún costo económico para los alumnos-tutorados.

b) **Distribución de las funciones y responsabilidades respecto a la alternativa**

Se establecen las siguientes funciones y responsabilidades para cada uno de los participantes del programa (los coordinadores y el profesor de Didáctica del Cálculo, los profesores de Cálculo Diferencial, los alumnos-tutores, y los alumnos-tutorados).

Funciones y responsabilidades de los coordinadores.

- Facilitar los recursos de apoyo necesarios para la realización de las actividades elaboradas por los tutores.
- Supervisar las propuestas y materiales (planeaciones, guías o talleres) elaboradas por los tutores.
- Llevar el control de la tutoría.
- Facilitar la cooperación educativa entre el formador de profesores, el profesor de Cálculo Diferencial y la coordinadora.
- Informar al tutor las necesidades educativas que identificó el profesor de Cálculo Diferencial.

- Convocar, coordinar y moderar las reuniones de tutores.
- Mantener un diálogo constante con los tutores.
- Supervisar el proceso tutorial y el cumplimiento de funciones de los demás participantes del proceso.

Funciones y responsabilidades del formador de profesores.

- Orientar la planificación de las actividades propuestas por los tutores.
- Supervisar el trabajo realizado por los tutores.
- Mantener un diálogo constante, junto con los coordinadores para conocer las inquietudes o sugerencias de los tutores.
- Brindar espacios de diálogo y discusión teórica alrededor de las experiencias vividas por los alumnos-tutores.
- Promover y estimular en los tutores la implementación de aprendizajes adquiridos en el curso de didáctica del Cálculo en su experiencia docente.
- Convocar reuniones con los profesores de Cálculo Diferencial, los coordinadores cuando fuera necesario.

Funciones y responsabilidades del profesor de Cálculo Diferencial.

- Informar a los coordinadores de las necesidades que presentan sus alumnos en los contenidos matemáticos de Cálculo Diferencial.
- Informar los avances y dificultades que presentan los alumnos de Cálculo Diferencial que asisten a las tutorías a los tutores y coordinadores.
- Mantener al tanto a los alumnos-tutores de los ajustes, énfasis y procesos realizados en las clases habituales del curso.
- Motivar a los alumnos-tutorados a la asistencia y cumplimiento de las actividades propuestas en el programa tutorial.

Funciones y responsabilidades del tutor.

- Animar y estimular el hábito de estudio.
- Planificar y ordenar el trabajo extra clase propio y el de sus alumnos-tutorados.
- Estimular a los alumnos-tutorados para que adquieran hábitos y técnicas de estudio eficaces.
- Reforzar y mejorar sus aprendizajes para que tenga dominios conceptuales de la materia.
- Orientar y asesorar en las inquietudes y demandas que presenten los alumnos de Cálculo Diferencial y mediar.
- Informar a la coordinadora y al formador de profesores todo aquello que es concerniente a las actividades docentes y el rendimiento académico de los estudiantes.
- Cumplir con los horarios establecidos para las horas de la tutoría.
- Ser ético, respetuoso y responsable en su labor como tutor de Cálculo Diferencial.
- Colaborar con las coordinadoras y el formador de profesores para llevar a cabo el proceso de tutorías.
- Asistir a las reuniones convocadas por los profesores y las coordinadoras
- Entregar los informes solicitados por los coordinadores.
- Diligenciar los formatos de seguimiento de sus alumnos-tutorados.
- Informar a las coordinadoras, las mejorías o las dificultades que aún presentan los estudiantes de Cálculo Diferencial que pertenecen a las tutorías.

<u>Responsabilidades del alumno de Cálculo Diferencial.</u>

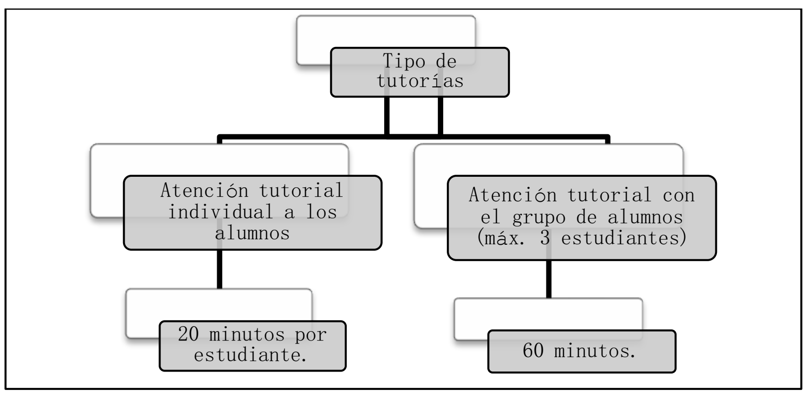
- Asistir y cumplir con los trabajos establecidos por los tutores.
- Informar a los profesores de Cálculo Diferencial cualquier inquietud respecto al proceso de tutorías.

- Estar al día con lo trabajado en clase.
- Llevar los apuntes de clase e informar al tutor las necesidades que presenta.

c) Tipos de tutorías implementadas en la propuesta

Debido a que cada alumno-tutor tiene bajo su responsabilidad a tres (3) alumnos-tutorados tendrá la oportunidad (dependiendo de la necesidades particulares de sus alumnos) de realizar sus tutorías durante 20 minutos por cada alumno, o trabajando simultáneamente con los tres estudiantes tutorados durante una hora (tal como se puede ver en la Figura 5).

Figura 5. Modalidad tutorial para la alternativa.



En el siguiente apartado se describen los procesos resultantes de la puesta en escena del diseño expuesto en la
Figura 4, el cual hemos llamado ASAE I.

3.2.2.2. Implementación de ASAE I

La implementación de la primera versión del programa ASAE se dio en el 1er semestre académico de 2012. En esta fase se contó con la colaboración de cuatro profesores de Cálculo I de la UIS [un profesor planta de la Escuela de Matemáticas de la UIS –la asesora de esta tesis- y tres estudiantes de Maestría en Educación Matemática-uno de éstos fue la autora]; el profesor de Didáctica del Cálculo; estudiantes de esta asignatura [quienes fueron los tutores]; y estudiantes seleccionados [aquellos con necesidades conceptuales] por los cuatro profesores de Cálculo I. Esta fase buscó analizar aspectos como: experiencia del estudiante de Licenciatura en Matemáticas como tutor, y receptividad por parte del estudiante de Cálculo I. También se buscó estipular (una estructura paralela) para la siguiente fase: el número de tutorías por curso, número de horas de tutoría por semana, número de estudiantes por tutor, desarrollar tutorías grupales y tutorías individuales acorde a la situación dada en el semestre.

Una de las relaciones que deseaban trabajarse desde nuestra propuesta es la *profesor de cálculo I* ↔ *alumno-tutor* ↔ *alumno-tutorado* ya que mediante ésta: i) el alumno-tutor está en constante comunicación y relacionado con el alumno-tutorado tras sus sesiones semanales; ii) el profesor conocía el trabajo del alumno-tutor por parte del alumno-tutorado; y ii) el profesor estaba informado del compromiso (y otros aspectos) de sus estudiantes mediante la comunicación constante con el alumno-tutor.

Además de establecer estos vínculos se planteó que, para iniciar, se debía tener un instrumento (una prueba diagnóstica) que seleccionara una muestra de la población de los estudiantes matriculados en Cálculo I para que pudieran ser atendidos por los tutores, dado que en el primer semestre de 2012 se tenían matriculados en la asignatura de Didáctica del Cálculo sólo 15 estudiantes. Luego de seleccionar a los alumnos-tutorados se procedió a la intervención mediante las tutorías entre pares tal como se había contemplado en el diseño (expuesto en el apartado anterior). En esta fase el profesor de Didáctica del Cálculo informó a sus estudiantes (alumnos-tutores) que el desempeño en el tutorías hacía parte de la evaluación de la asignatura, la cual era evaluada tanto por el profesor como por las coordinadoras (quienes a su vez fueron profesoras de Cálculo I).

También cabe destacar la labor de los profesores de Cálculo I ya que mediante la comunicación con las coordinadoras iban informando sobre las temáticas que se encontraban trabajando en sus clases, cómo era la evolución del desempeño académico [al igual que las dificultades que aún presentaban] y las notas obtenidas por los estudiantes tutorados, ocasionalmente.

Para mantener la coherencia con el objetivo de investigación, se registró aquello que dijeron o manifestaron los alumnos-tutores durante las reuniones que se realizaron en el transcurso del semestre, al igual que lo consignado en los informes que elaboraron los tutores para presentar al final de la asignatura de Didáctica del Cálculo.

De otro lado, el diseño experimental se enfocó en tomar evidencia de lo que planeó, escribió, dijo y realizó el alumno-tutor durante la labor tutorial con los estudiantes por lo que se registraron en audio y video las tutorías, se recolectaron los talleres y formatos de seguimiento que elaboraron los alumnos-tutores para describir el desarrollo y el posible avance durante su labor.

La prueba diagnóstica diseñada (ver Apéndice C) fue aplicada por los profesores titulares de los cursos que participaron del programa en la fase II; con ella se quiso obtener información de las dificultades y fortalezas de los estudiantes en los contenidos matemáticos (trigonometría, álgebra, geometría analítica, límites, funciones) los resultados de esta prueba fueron reportados por Suárez y Rojas (2013, p.461), de ellos rescatamos lo que sigue:

- Los estudiantes presentaron bajos niveles de conocimiento en trigonometría.
- Los conocimientos relacionados con límites y continuidad son prácticamente inexistentes para este grupo de estudiantes.
- Los estudiantes presentan dificultades para abordar problemas por la baja comprensión del lenguaje matemático.
- Los estudiantes de nuevo ingreso a la UIS exhiben poca competencia en la interpretación de enunciados.

De la última conclusión emerge el estudio realizado por Suárez y Rojas en el cual se proponen: *posibilitar experiencias que permitan valorar las competencias comunicativas en estudiantes de once grado, y analizar como* *dichas competencias influyen en sus procesos de resolución de problemas, específicamente los relacionados con el pensamiento algebraico.* Dicho proyecto hace parte del mencionado en el apartado 3.1.1. de Parada (2012).

Así, el acompañamiento académico de las tutorías se ofreció a quienes cumplían las siguientes características: tener mayor dificultad en la comprensión de los temas del curso, una calificación baja o baja-media en la prueba diagnóstica, o por recomendación del docente titular. Después de confirmar su participación ingresaron al estudio preliminar 36 estudiantes de Cálculo Diferencial con una hora semanal de acompañamiento con los 15 estudiantes de la asignatura de Didáctica del Cálculo.

La apertura del programa se dio con una inducción de dos horas a los alumnos-tutores, la cual consistió en explicar el proceso que se iba a realizar y las características del programa (expuestas en el 3.2.2.1). Luego, en otra jornada (también de dos horas) se discutieron aspectos sobre la didáctica del cálculo que posiblemente se presentarían durante las sesiones tutoriales.

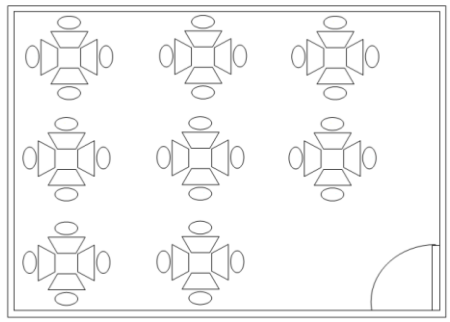
Así, se procedió con el proceso de tutorías siendo el alumno-tutor responsable de [inicialmente] tres estudiantes; no obstante a lo largo del proceso fue variando este número debido a la falta de compromiso por parte de los alumnos-tutorados. Al final, el programa contabilizó que fueron 64 los estudiantes de Cálculo I que participaron parcial o totalmente en el programa.

En esta oportunidad se dio autonomía para que el alumno-tutor preparara sus materiales: talleres o actividades elaborados por sí mismos o en compañía de otros tutores. Algunos alumnos-tutores para diseñar las actividades tomaron en cuenta tanto las temáticas que se trabajaban en clase, y las dificultades observadas en las sesiones de tutorías anteriores. Sin embargo, dichos materiales fueron revisados por las coordinadoras antes de trabajarlos con los alumnos-tutorados.

De otra parte, se disponía de un único salón por lo cual fue necesario establecer dos horarios para las tutorías, en cada sesión se compartía el salón entre por lo menos 7 alumnos-tutores con sus respectivos alumnos-tutorados.

Las sillas del salón fueron organizadas como módulos para favorecer el trabajo tutorial (Figura 6), esto para favorecer la dinámica de las tutorías y el trabajo personalizado.

Figura 6. Boceto del salón disponible para las tutorías, Fase II



Se realizaron reuniones entre las coordinadoras, los profesores de los cursos y los tutores cada dos semanas, donde se discutían temas relacionados con la acción tutorial y el seguimiento a los estudiantes de Cálculo Diferencial. Esta reunión estaba dirigida por las coordinadoras para atender las necesidades de los tutores, escuchar sugerencias, conocer qué sucedía con los estudiantes de cálculo después de la intervención dada por sus tutores.

El tutor debía diligenciar un formato de seguimiento para cada uno de sus estudiantes tutorados. Dado el acompañamiento que hacía al proceso de los estudiantes a través del formato, éste se analizaba también se discutía la permanencia o salida de los alumnos-tutorados.

Entre las situaciones presentadas que inquietaron a los tutores estuvo (1) la falta de interés o falta de asistencia injustificada de los estudiantes, razón por la cual algunos de ellos se retiraron del programa; (2) la coincidencia de las fechas de los parciales de las diferentes asignaturas no permitió que las sesiones finales se dieran o fueran aprovechadas.

Al final, los tutores entregaron un informe (ver Apéndice D) en el cual debían resolver algunas preguntas alrededor de las tutorías (su experiencia, cómo realizaban su trabajo, aspectos para mejorar en el programa), anexar el seguimiento de los estudiantes tutorados. Este informe lo depositaban en una carpeta que se creó en Dropbox, la cual fue compartida por los 15 tutores y las coordinadoras.

3.2.3. Fase III. Análisis de los resultados de la Fase II

El análisis de la fase anterior está relacionado con dos aspectos: el funcionamiento de la estructura curricular de la primera versión del programa ASAE, y el resultado de la interacción del alumno-tutor con el alumno-tutorado.

Para el primero se encontró, en los informes finales y de las discusiones posibilitadas en las reuniones, que el tiempo establecido para la tutoría no era suficiente, tanto por recomendaciones de los tutores y de los estudiantes tutorados. Otro asunto que se evidenció fue que el espacio de trabajo para alguno de ellos era incómodo ya que (en el informe final se les solicitó a los tutores que evaluaran el lugar donde se realizaba las tutorías, encontrándose que cinco tutores (de 15) calificaron el lugar con menos de 3 puntos en una escala de cero a cinco). Además las coordinadoras lo pudieron detectar cuando acompañaban el proceso pues se percibían muchas interferencias y distracción.

En el segundo aspecto, los alumnos-tutores coincidieron en que los errores más comunes de los estudiantes surgían de las dificultades que estos presentaban en Álgebra y Trigonometría, así como en el trabajo con los Números Reales (operaciones básicas con números racionales, ecuaciones, funciones y desigualdades).

Así, los tutores orientaron a los estudiantes para superar las dificultades conceptuales implicadas pero fue difícil asistirlas todas debido a la tendencia del aprendizaje memorístico de los estudiantes y la poca importancia que le dan a este tipo de dificultades. No obstante, algunos alumnos-tutores asignaban actividades extra de ejercitación para favorecer el trabajo individual y sin la orientación y aprobación del profesor, pues se buscaba que ellos adquirieran habilidades metacognitivas que les permitieran autoevaluar la puesta en marcha de sus saberes y favoreciera el dominio algorítmico.

Los alumnos-tutores señalaron como variables que incidieron en el avance de los alumnos-tutorados la falta de interés y el escaso compromiso al asistir a las tutorías o no realizar las actividades extra asignadas.

Respecto a la metodología de los tutores se obtuvo información que evidenció: i) no todos los tutores preparaban sus sesiones de trabajo; ii) cuando no traían una actividad propuesta, algunos tutores se enfrentaron a situaciones inesperadas donde no sabían cómo responder a las inquietudes de sus estudiantes o no tenían estrategias para resolver las dificultades; iii) otros tutores se dedicaban a leer textualmente el libro guía Stewart (2008) con sus estudiantes; y iv) para desarrollar la sesión, el alumno-tutor esperaba resolver sólo los ejercicios planteados por sus alumnos-tutorados.

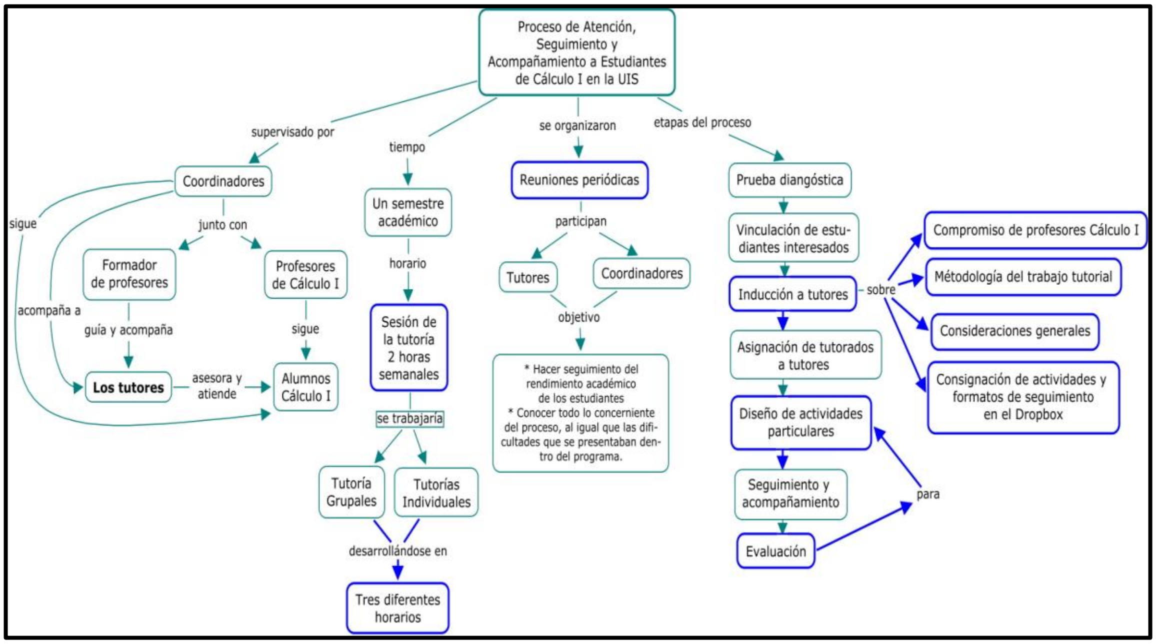
Respecto a los formatos de seguimiento académico, se encontró que eran diligenciados superficialmente pues los alumnos-tutores destacaban sólo aspectos generales de la tutoría por lo que no se podía realizar análisis alguno de las dificultades de los estudiantes ni del trabajo del tutor en cuanto a cómo apoyaba al estudiante metodológica ni conceptualmente.

Por último, en el marco de las tutorías entre pares se dio el apoyo mutuo pues así como los alumnos-tutores apoyaban a los alumnos-tutorados en sus errores, también ocurría el apoyo en dirección contraria: el estudiante corregía al tutor par. Esta fue una fortaleza observada y se aprovechó para el segundo desarrollo del plan, como se verá más adelante.

3.2.4. Fase IV. Rediseño e implementación del programa tutorial (ASAE II)

Para enriquecer el proceso de las tutorías, se realizaron mejoras en la estructura curricular observada en la Fase II, mismas que dan apoyo para la segunda versión del programa, expuesta en la Figura 7.

Figura 7. Programa ASAE en la segunda versión



3.2.4.1. Rediseño del programa ASAE I

Tras observar el corto tiempo que era una hora de tutoría a la semana, se aumentó a dos horas semanales para tener un mayor espacio de trabajo alumno-tutor ↔ alumno-tutorado. A cada tutor se le asignó tres estudiantes, para garantizar el seguimiento del estudiante tutorado se consideró que los estudiantes que se vincularon desde el inicio del semestre continuaran en el programa sin importar si mejoraba su rendimiento académico. También se decidió cambiar el lugar para desarrollar las tutorías, contando así con dos salones para la segunda versión del programa (ver Figuras 8 y 9).

Figura 8. Distribución del salón A disponible para las tutorías, Fase IV

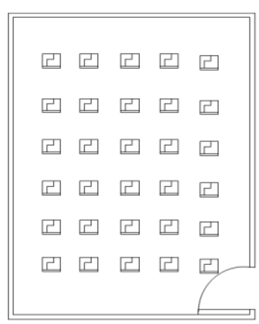
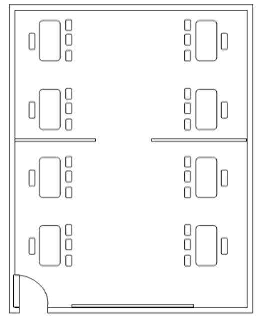


Figura 9. Distribución del salón B disponible para las tutorías, Fase IV



El Salón A (Figura 8) designado para las Franjas A y B fue otorgado por la Escuela de Matemáticas de la UIS, se debe mencionar que semestralmente son pocos los salones que quedan disponibles y fue un gran logro tener este espacio para las tutorías. El Salón B (Figura 9) corresponde al salón de consulta de profesores cátedra por lo que se trató de garantizar que las horas para elaborarse las tutorías no fueran neurálgicas; es decir, horarios donde había poca presencia de profesores cátedra, para evitar distracción en los alumnos-tutores y en los alumnos-tutorados de cálculo, al mismo tiempo evitar interrumpir la acción tutorial de los profesores de la escuela.

Por otra parte, se cambió la metodología del trabajo del alumno-tutor pues se consideró como requisito para el tutor el diseñar un taller para cada una de las sesiones del trabajo tutorial, de tal manera que se tuviera la sesión preparada para superar la improvisación e inconvenientes que resultaran de ella.

Al igual que en la primera implementación, era trabajo de los tutores llenar un formato de su trabajo por sesión (descripción de las actividades, estudiantes asistentes y observaciones generales del grupo). Para esta fase se reestructuró el formato (ver Apéndice E) y se estipuló la entrega una semana después de la sesión; los formatos se administrarían a través del Dropbox (una carpeta para cada alumno-tutor), al igual que las actividades o talleres propuestos, las tareas sugeridas y el informe final.

Las coordinadoras crearon una carpeta en el Dropbox (esta carpeta fue compartida con todos los tutores), en donde se guardaron copias de parciales de profesores de Cálculo I de semestres pasados, el programa del curso, libros digitales de cálculo diferencial, artículos sobre didáctica del cálculo, esto con el fin de tener material de consulta y de trabajo. También se creó una carpeta en el Dropbox, en la que cada tutor tenía su respectiva subcarpeta para consignar sus formatos de seguimiento y todos sus archivos correspondientes a las tutorías.

Para discutir sobre el proceso de acompañamiento a los estudiantes de Cálculo I, nuevas incorporaciones e inconvenientes presentados en el desarrollo tutorial, se realizaron dos reuniones con los tutores y las coordinadoras, tomándose datos de las mismas.

También se decidió tomar evidencia de la labor tutorial del alumno-tutor durante sus sesiones con los alumnos-tutorados por lo que se tomó registro de audio y video de las tutorías (y posterior transcripción).

En esta fase se inició con la participación de 15 estudiantes de Didáctica del Cálculo, como en la Fase II, también se les tomó en cuenta el desempeño de las tutorías en la evaluación de la asignatura de Didáctica del Cálculo, dando a esta experiencia un 30% de la nota final.

En la última reunión que se tuvo con los tutores, el profesor de Didáctica del cálculo (formador de profesores) y las coordinadoras, se encontró una discusión sobre el aspecto curricular del curso y el trabajo que implica tener tutorías como parte de la evaluación del mismo:

Tutor 1: en el informe final puse que deben informarle anticipadamente sobre las tutorías a los estudiantes de la Licenciatura que vayan a matricular Didáctica del Cálculo. Así como en física, allí le dicen a uno que tiene cuatro horas de teoría y dos de laboratorio, para las cuales uno debe sacar tiempo para los laboratorios. Entonces, si se va a hacer esto [las tutorías] en didáctica, que le informen a uno. Así cuando uno esté en el curso no matricule tantas materias y le pueda dedicar buen tiempo a las tutorías. Porque como estábamos este semestre de cortos con el tiempo, fue muy complicado.

Profesor formador: Lo que plantea el Tutor 1, sería bueno, pero es imposible. Eso implicaría hacerle una reforma a la asignatura de Didáctica del Cálculo para que fuera oficial. De tal manera que todo estudiante de Licenciatura conociera que la materia tiene

> 6 horas: 4 teórica y 2 prácticas. Pero es algo en lo que no nos vamos a meter, actualmente tenemos como diez diferentes planes de estudio para la Licenciatura en Matemáticas en la Escuela. De todas maneras es chévere lo que veo en las tutorías, porque todos estuvieron juiciosos, le dedicaron más tiempo a sus estudiantes, y también les dijeron: "mire escríbame", o "vaya al CEMAT[11], allá los atiendo". Esta parte es interesante, escuchar y ver el compromiso de ustedes al decir: "cuando uno se mete en esto y quiere hacer algo diferente… con responsabilidad". Todo esto le conlleva a uno sacar tiempo.

El programa de Licenciatura en Matemáticas de la UIS lleva 40 años formando, liderando y participando en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas no solo a nivel local sino nacional. Por ello, ha venido reestructurándose y reformando paulatinamente su plan de estudios, con el fin de responder a la necesidad creciente de personal calificado en la enseñanza de las matemáticas. De lo anterior, encontramos que el profesor de Didáctica del Cálculo expresa la dificultad por hacer nuevamente otra reforma (la última se realizó en el año 2009); no obstante, manifiesta algunas reflexiones positivas acerca de la tutoría en los estudiantes de Didáctica del Cálculo, como su labor de tutor, dedicación y compromiso, por ejemplo.

3.2.4.2. Implementación del programa tutorial (ASAE II)

La nueva implementación se realizó en el segundo semestre académico de 2012 tras la aplicación de una prueba diagnóstica (diferente a la utilizada en la versión anterior del programa, ver Apéndice F) elaborada por dos profesores de Cálculo I y dos estudiantes de Licenciatura en Matemáticas. Esta prueba diagnóstica tenía dos componentes: el algebraico (manejo y representación de expresiones algebraicas, sistemas de ecuaciones) y el variacional (funciones lineales, trigonométricas y otras). Posteriormente fue aplicada por los profesores del curso a sus estudiantes.

[11] Centro de Estudios de Matemáticas. Es un espacio de estudio que tienen los alumnos de la Escuela de Matemáticas de la UIS dirigido por los mismos, el cual cuenta con el apoyo institucional para la adquisición de libros, y donde se puede compartir y organizar propuestas en pro de los estudiantes de la Escuela.

Para la selección de los estudiantes tutorados se tuvo en cuenta los mismos criterios de la fase anterior. El grupo de trabajo a cargo estuvo conformado por las coordinadoras, el profesor titular de Didáctica del Cálculo y seis profesores de Cálculo I (una profesora cátedra y cinco estudiantes de posgrado de la Escuela de Matemáticas).

En esta fase la autora de esta disertación estuvo presente en todas las sesiones de tutorías tomando notas de campo, registrando video y audio, observando el trabajo realizado en el aula de clases; y ocasionalmente, como en el primer semestre, auxiliando a los alumnos-tutores que presentaban dificultades en su trabajo tutorial.

También se les brindó una inducción a todos los tutores tratando dos tópicos específicos: i) características del programa y su funcionamiento (en dos horas); y ii) los contenidos propios de la didáctica del Cálculo, teniendo en cuenta aspectos teóricos alrededor de las dificultades y obstáculos epistemológicos, ontológicos y didácticos que han sido reportados (en cuatro horas). Lo anterior con el propósito de brindar herramientas a los tutores novicios para su tratamiento en el aula experimental una vez se presentaran. Además, se les informó a los alumnos-tutores que los profesores titulares de Cálculo permitirían su asistencia a los cursos para que conocieran la metodología de la clase y recibieran el apoyo académico que necesitaran en caso de dificultades con los contenidos matemáticos.

Se encontró que algunos de los tutores se preocuparon por conocer a los profesores, por manifestar sus inquietudes y por participar en la inducción expresando sus dudas acerca de las nociones del cálculo diferencial.

Después de la divulgación de la alternativa sobre las tutorías académicas, se confirmó la participación de 23 estudiantes de cálculo diferencial para iniciar el seguimiento académico; por conceso entre profesores Cálculo I y las coordinadoras, se acordó sumar dos décimas en la nota definitiva del curso a quienes mostraran compromiso y poca inasistencia (menos de tres fallas) a las tutorías. Esto como estrategia para que los estudiantes que se vincularan al programa fueran comprometidos con su asistencia.

En esta fase, al igual que en la Fase II, se destacó la labor de los profesores de Cálculo I ya que mediante la comunicación con las coordinadoras se conocían las temáticas tratadas en sus clases, la evolución del desempeño académico y las dificultades que aún presentaban los estudiantes tutorados.

Después de haber propuesto el cambio del salón para las tutorías se dispuso a concretar el horario para las tutorías, sin embargo, hubo inconvenientes al establecer un solo día para las sesiones tutoriales, lo que llevó a buscar opciones que se ajustaran a los horarios tanto de los tutores como de los estudiantes de cálculo vinculados al programa y a los salones disponibles (ver Tabla 2).

Tabla 2. Horarios establecidos para las tutorías de la Fase IV

PRIMER DÍA	SEGUNDO DÍA	TERCER DÍA	
Franja A: 2 horas por la tarde	Franja B: 2 horas por la mañana	Franja A: 2 horas por la mañana	Franja B: 2 horas por la tarde
Salón A	Salón B	Salón A	Salón B

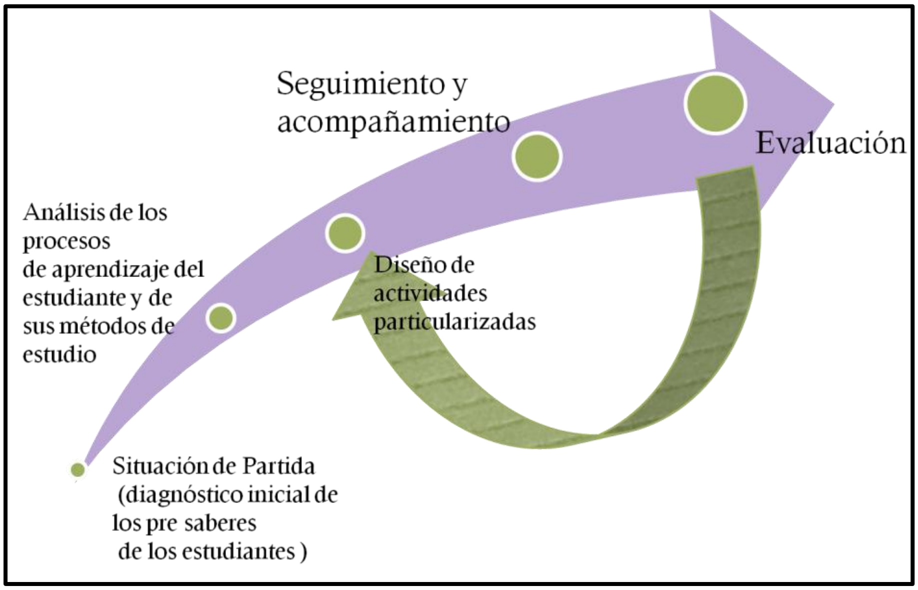
Durante la implementación de esta fase, y aprovechando el Dropbox, las coordinadoras revisarían las actividades propuestas por los tutores para brindar sugerencias; no obstante, no todos los tutores subían a tiempo sus actividades lo que llevó a un desfase entre el periodo para corregir la actividad y la implementación de la misma, hecho que generó la no revisión anticipada de las actividades propuestas.

Respecto a los recursos usados por los tutores, estos eran variados pues en algunas ocasiones unos traían su computadora para trabajar con GeoGebra[12]; otros, talleres que resultaban ser actividades del libro guía

[12] GeoGebra es un software matemático gratuito con una multiplataforma dinámica para todos los niveles de educación que comprende geometría, álgebra, tablas, gráficas, cálculo, probabilidad y estadística. Se encuentra disponible en: http://www.geogebra.org/cms/es/

(Stewart, 2008), y otros tutores hacían adaptaciones curriculares atendiendo las necesidades que presentaban sus alumnos-tutorados. Para el desarrollo de esta fase se trazó el esquema que se muestra en la Figura 10, iniciando con la prueba diagnóstico y luego se continuó con la intervención de cada tutor en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes tutorados asignados.

Figura 10. Desarrollo de la labor tutorial del programa ASAE



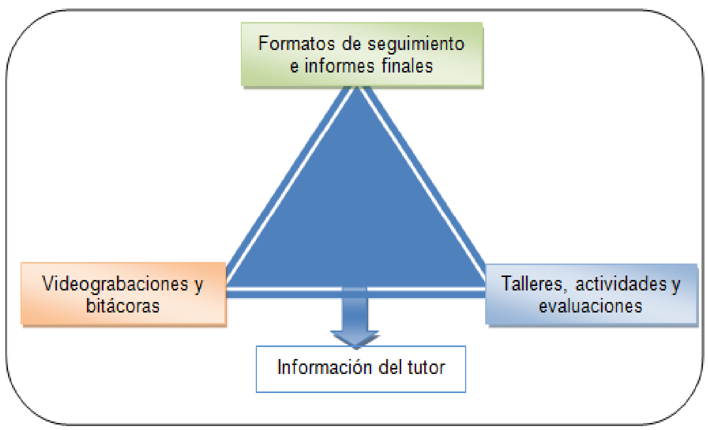
Se encontró que varios tutores cumplieron con el esquema planteado en la Figura 10, al llevar cada uno de los aspectos propuestos en ella, varios de ellos realizaban simulacros de parciales para ayudar en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes, revisándolos y evaluándolos, para darles así una “radiografía” de cómo iban preparados para el examen, y si en efecto estaban realizando un avance en su desempeño académico.

Al finalizar esta fase, cuatro de los 23 alumnos-tutorados no culminaron su trabajo en las tutorías por falta de compromiso o porque cancelaron la asignatura; sin embargo, en el transcurso del semestre poco a poco se fueron integrando otros más, quienes terminaron su proceso mostrando su interés por aprender y atendiendo las sugerencias de sus tutores.

Finalmente, es importante resaltar que entre el inicio de la Fase II y la Fase IV encontramos que estudiantes de otros profesores que no participaron de este estudio manifestaron su interés por ingresar a las tutorías entre pares. Otra situación observada en estas fases fue el poco compromiso, la inasistencia injustificada (y prolongada) de los estudiantes; hechos que resaltan la incidencia de la responsabilidad y la actitud del estudiante en su proceso de formación y en las alternativas que ofrece la Institución para apoyarlo.

En esta fase IV se tomó registro de cuatro alumnos-tutores con el asesoramiento del profesor de Didáctica del Cálculo para así tener mayor registro audiovisual de la labor tutorial.

Figura 11. Triangulación de datos para cada tutor



No obstante, se contó con la información suministrada por los datos obtenidos de los 27 alumnos-tutores a partir de los instrumentos de nuestra investigación; ésto nos condujo a hacer una *triangulación* de datos (ver Figura 11) que nos permitió sistematizar la información de cada uno de los alumnos-tutores (ver Figura 12), para posteriormente, caracterizar sus perfiles.

Figura 12. Sistematización de los datos para cada alumno-tutor

Tutor	Semestre de trabajo de campo	Características del tutor(a)	Tema con datos
Tutor 1	II semestre de 2012	Es un tutor muy desordenado, en ocasiones acelerado por trabajar bastantes ejercicios durante el proceso de la tutoría. Al inicio del proceso tutorial mostró un buen desempeño, el cual se fue desmejorando tanto por la falta de estudiantes para la tutoría como por la organización que el tutor presentaba al momento de trabajar con los estudiantes que tenía. Le falta paciencia y más dominio de los últimos temas (relaciones afines y optimización).	Funciones: Video, bitácora y formatos Límites: Video, bitácora y formatos Derivadas: Video, bitácora y formatos Aplicación derivada: sólo formatos
Tutora 1	I semestre de 2012	Le falta organización al momento de elaborar el taller de la tutoría, en ocasiones se notaba que no estudiaba los temas previamente a la tutoría. Procuraba por dejar claro los temas al trabajar con sus estudiantes, aunque no realizaba muchos ejercicios, procuraba por trabajar al máximo los que tenía a la mano.	Funciones: Video, bitácora y formatos Límites: Video, bitácora y formatos, anexos tutora Derivadas: Video, bitácora y formatos, anexos tutora Aplicación derivada: Video, bitácora, formatos
Tutora 2	I semestre de 2012	La tutora expresaba que ella estudiaba previamente los temas para la tutoría, sin embargo el estudiante siempre llegaba con una pregunta de más, la cual le hacía pasar un mal rato. Ella procuraba por solventar las inquietudes de sus estudiantes, al igual que recalcarles que debían leer cuidadosamente el enunciado de un ejercicio, al igual que aprender a interpretarlo. Realizaba talleres para trabajar en la tutoría y en ocasiones, respondía dudas que traían sus estudiantes.	Funciones: Video, bitácora y formatos Límites: Video, bitácora, formatos, anexos de la tutora. Derivadas: Video, bitácora y formatos. Anexos de la tutora
...	...	...	...
Tutor(a) N	I o II semestre de 2012	...	...

3.2.5. Fase V. Análisis de los resultados de la Fase IV

Se recuerda que el objetivo de nuestra investigación es: caracterizar los aprendizajes que emergen en los profesores en formación dentro de un programa de seguimiento y acompañamiento académico en el que ellos fungen como tutores. Para caracterizar dichos aprendizajes decidimos usar como categorías dos de los componentes del pensamiento reflexivo que propone Parada (2011) y que describimos en el apartado 2.4; estos son: el Pensamiento Matemático y el Pensamiento Didáctico. Reconocemos así que los alumnos-docentes (tutores) que llegan al curso de Didáctica del Cálculo han adquirido saberes propios de ambos pensamientos, no obstante, encontramos que esos saberes pueden constituirse en sus fortalezas y/o debilidades para su futura inserción profesional.

Para analizar los posibles aprendizajes que emergieron en los futuros profesores de matemática formados en nuestra institución, a partir de su participación en el programa ASAE, definimos ciertos criterios que nos ayudaran a analizar sus progresos. A continuación describimos los parámetros que nos ayudarán a analizar las fortalezas.

3.2.5.1. ¿Cuáles pueden ser las debilidades en el Pensamiento Matemático (DPM) de los profesores en formación?

En la literatura encontramos varios autores que hablan sobre las dificultades, obstáculos y debilidades en el aprendizaje del cálculo, varios de ellos no pueden separase y se constituyen en dificultades tanto de un pensamiento como de otro. No obstante nosotros rescatamos algunas que pueden evaluarse dentro del Pensamiento Matemático del profesor en formación. Artigue (1995) menciona los siguientes conflictos: i) conflictos para otorgar un significado a la definición de límite en términos de (ε, δ) en el caso de límite, y ii) la reducción del cálculo a procesos algebraicos.

Además, encontramos una dificultad que se presenta en la concepción de recta tangente, según Dolores (2000) una mala concepción, puede obstaculizar el paso de una concepción global (propia de la Geometría Euclidiana) a una concepción local (propiedad fundamental del cálculo); es decir, que puede dificultar la aceptación de que la recta (además de tocar) pueda cortar a la curva y ser tangente en la zona del corte.

Asimismo, Jiménez (2003) señala la dificultad que se puede encontrar al creer que hay diferencia entre las dos siguientes definiciones:

$$\left.\frac{d\,f(x)}{dx}\right|_{x=x_0} = f^{'}(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}\text{; donde } x_0 \in D_f \text{ y}$$

$$\frac{d\,f(x)}{dx} = f^{'}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}; \qquad \text{donde } x \in D_f.$$

Hecho que no permite generalizar la noción de derivada, permitiendo ver la derivada como una función.

Para Hitt (2005) las dificultades que surgen del aprendizaje del cálculo están en: i) presentar ambigüedades en el dominio de definiciones; ii) concebir una función como una función continua; iii) tener una mala concepción del concepto de función; iv) mostrar una concepción errónea del límite, la cual se convertirá en un obstáculo posteriormente.

Por otro lado, Hitt y Páez (2005) notan las siguientes dificultades: i) presentar problemas con el uso de diferentes representaciones de las funciones; ii) tener conflictos con el uso adecuado de los cuantificadores cuando se intenta negar la convergencia; iii) mostrar conflictos para otorgarle un significado a la definición de límite en términos de (ε, δ) en el caso de límite de funciones en un punto, o en el caso del límite de funciones cuando x crece sin límites; iv) no tener un significado de la notación $\lim_{n\to\infty} a_n = L$, ¿qué significa "n tiende al infinito"?; v) la inquietud sobre si se alcanza el límite o no; vi) creer que el límite es una simple sustitución; vi) tener conflictos con el uso adecuado de los cuantificadores cuando se intenta negar la convergencia de un límite; y vii) creer que el último elemento de los reales es el infinito.

3.2.5.2. ¿Cómo puedo evidenciar debilidades en el Pensamiento Didáctico (DPM) de los profesores en formación?

Desde el contexto didáctico también surgen ciertos conflictos que pueden enfrentar los profesores de Cálculo, al respecto rescatamos de Artigue (1995) los siguientes: i) dar mayor relevancia a algunas representaciones (o registros simbólicos de la función); ii) tratar el límite como una barrera no traspasable y no alcanzable; iii) tratar el proceso del límite como un proceso algebraico "finito"; iv) reducir el cálculo a procesos algebraicos; v) plantear métodos tradicionales de enseñanza del cálculo; y vi) hacer uso inadecuado de las tecnologías digitales (computadoras o calculadoras) para la enseñanza de contenidos matemáticos.

Por otro lado Hitt (2005) destaca: i) la no introducción al proceso del infinito; ii) la reducción de límites a procesos netamente algebraicos; y iii) la presentación de problemas o ejercicios con incoherencia y contradicciones lógicas que llevarán al estudiante a ser un sujeto pasivo, sin criterios para generar un conflicto cognitivo (el reconocimiento de que algo anda mal).

3.2.5.3. Fortalezas en el Pensamiento Matemático (FPM)

De acuerdo a Hitt (2005) un sujeto presenta aptitudes en cálculo, las cuales se ven reflejadas en su conocimiento y pensamiento matemático si: i) tiene clara la diferencia entre función y ecuación; ii) entiende la diferencia al hablar de un conjunto continuo y uno discontinuo; iii) comprende el concepto de límite; iv) hace una correcta lectura de gráficas con respecto al límite; v) muestra ideas intuitivas de los conceptos del cálculo diferencial; vi) promueve un pensamiento visual articulado a los procesos algorítmicos. Posteriormente en Hitt y Páez (2005) mencionan otras cualidades: hacer una correcta lectura e interpretación de la gráfica de funciones, y hacer buen uso de los cuantificadores.

Asimismo para Artigue (1995) es importante que se desarrolle la flexibilidad entre la función vista como un “proceso” y la función vista como una “entidad conceptual”; y comprender las rupturas entre los procesos algebraicos y los procesos subyacentes del cálculo.

En el tema de derivadas, Cortés, García y Núñez (2003) sostienen la importancia de asimilar y comprender los diferentes acercamientos al concepto de derivada (función, límite y la pendiente de la recta tangente); mientras que para Jiménez (2003) se debe: i) tener un significado puntual, y por lo tanto local y estático de la noción de derivada, es decir que aparte de comprender la definición clásica de derivada de una función $f(x)$ de variable real x en un punto de abscisa x_0 como un algoritmo local, también puede interpretarlo como la razón instantánea de cambio de la función $f(x)$ en el punto de abscisa x_0, o como la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto; ii) también poseer un significado global y dinámico de la noción de derivada; es decir, entender que la derivada es una razón de cambio para cualquier valor permitido de la variable independiente, o es la pendiente de la recta tangente a cualquier punto que pertenece a la gráfica de la función; y por último, de manera general iii) concebir la naturaleza estructural de las nociones matemáticas, es decir verlas más que un simple proceso o algoritmo, las cuales constituyen una idea o propiedad general que trasciende los límites operatorios de una ejecución mecánica.

3.2.5.4. Fortalezas en el Pensamiento Didáctico (FPD)

En diversos reportes de investigación se pueden encontrar ciertos aspectos que se relacionan con el contexto didáctico, nociones que nos permiten observar si un tutor presenta fortalezas en su pensamiento didáctico. Por ejemplo, en Hitt (2001) se resalta la importancia que tiene la transición por las diferentes representaciones de una función (gráfica, tabla, expresión algebraica) en un sujeto, mientras que en Cortés, García y Núñez (2003) se encuentra la propuesta de hacer un tratamiento numérico (tabla de valores) y gráfico del concepto de razón de cambio para abordar el concepto de derivada, un acercamiento que permite crear una idea intuitiva del concepto.

Hitt y Páez (2005) destacan la importancia sobre otorgarle significado a: i) el signo "=" en la notación $\lim_{n \to \infty} a_n = L$; y ii) la demostración en el contexto del tema de límites, para el debido trabajo en el cálculo. Asimismo, la necesidad de estimular rupturas entre los procesos algebraicos y los procesos subyacentes del cálculo según Artigue (1995). Un aspecto que ha tomado auge con las TD, es la implementación de software matemáticos para la construcción de la noción de derivada y así obtener una visualización dinámica de este concepto (Jiménez, 2003).

Por último, en Hitt (2005) se destacan ciertas características necesarias para emplear en la enseñanza del cálculo: i) fomentar el desarrollo de procesos de transformación mental y producción en papel, tablero (o pizarrón), computadora; ii) estimular una visión global sobre el comportamiento de las funciones; iii) fomentar ideas intuitivas del concepto de límite; iv) promover la visualización matemática en el aula experimental; v) proporcionar ejemplos de la vida real coherentes y con una estructura lógica; vi) plantear ejemplos o situaciones que permitan la visualización de conceptos del cálculo diferencial (función, límite y derivadas); vii) desarrollar correctas ideas intuitivas de un concepto; viii) proponer o plantear métodos innovadores de enseñanza del cálculo; y ix) estimular el desarrollo de ideas intuitivas.

Bajo los parámetros antes descritos (FPM, DPM, FPD y DPD) podríamos hablar de que existirían entonces cuatro posibles perfiles de los futuros maestros, entendiendo que ellos se encuentran en un proceso de formación y por ende pueden tener fortalezas o debilidades, en uno o ambos pensamientos. Estos serían:

1) El alumno-tutor que posee FPM y FPD.
2) El alumno-tutor quien presenta FPM y DPD.
3) El alumno-tutor que tiene DPM y FPD.
4) El alumno- tutor que muestra DPM y DPD.

No obstante, a la luz de los datos obtenidos en nuestro trabajo de campo (primer y segundo semestre de 2012) pudimos identificar dentro de la población bajo estudio representantes de dos perfiles: i) alumnos- tutores con FPM y DPD, y ii) alumnos- tutores con DPM y DPD. No encontramos, un tutor que manifestara DPM y FPD generando como inquietud: ¿se podrán tener fortalezas en el Pensamiento Didáctico mientras se presenten debilidades en el Pensamiento Matemático? Al respecto, Shulman (1987) dice que para que un profesor tenga una instrucción efectiva, debe comprender y un conocimiento de lo que enseña; luego surge la duda de que un tutor que tenga una efectiva instrucción mientras no domine el contenido matemático que esté enseñando.

Por otro lado, no encontramos en los 27 alumnos-tutores (que participaron del proceso) un caso que pudiera representar claramente el primer perfil, aunque todos estos estudiantes se encuentran matriculados en los últimos niveles de la Licenciatura, los cuales han superado la línea del Cálculo

(cálculo I, II y III, y ecuaciones diferenciales) y han visto por lo menos dos asignaturas de la línea de Didáctica.

Vale la pena aclarar que no estamos diciendo que no tenemos estudiantes o egresados de la Licenciatura con este perfil, sino que en nuestra muestra no identificamos uno de esos casos. En la Tabla 3 se muestran algunas características de la población de estudio.

Tabla 3. Características de la población de alumnos-tutores

ASAE I (primer semestre de 2012)	ASAE II (Segundo semestre 2012)
15 estudiantes de Didáctica del Cálculo	12 estudiantes de Didáctica del Cálculo
Edades: 21-29 años	Edades: 19 -33 años
Nivel: 6, 7 y 8.	Nivel: 5, 7 y 8.
Año en que vieron Cálculo diferencial: 2005 y 2008	Año en que vieron Cálculo Diferencial: 2000, 2008-2010
Repitentes en Cálculo Diferencial: 6	Repitentes en Cálculo Diferencial: 7

Se observa de la Tabla 3 que estos alumnos-tutores habían matriculado Cálculo I al menos dos años atrás (uno de ellos aprobó esta asignatura en el año 2000). Lo anterior, hace comprensible que los alumnos-tutores tuvieran que entrenarse y estudiar nuevamente para dominar los temas del curso. Esto también puede responder parcialmente porqué no hay representantes del primer perfil, ya que si el alumno-tutor no comprende inicialmente el contenido matemático que va a enseñar, tenderá a resolver inquietudes de sus alumnos-tutorados de manera superficial.

3.2.5.5. Selección de los casos de estudio

Para el análisis de los datos recuperados elegimos usar el estudio de casos. Según Benbasat, Goldstein y Mead (1987) citado por Cepeda (2006), un estudio de caso explora un fenómeno en su estado natural, empleando múltiples métodos de recogida de datos para obtener información de uno o varios grupos. Así que iniciando con la recolección de datos se procede a observarlos, revisarlos, organizarlos para que luego se haga la selección de los representantes que serán entrevistados, al igual que estudiado su desenvolvimiento en las tutorías y todos los aspectos que hayan surgido en ellas.

Como mencionamos en el apartado anterior nosotros identificamos en nuestra población bajo estudio que ellos se ubican en dos de los perfiles: i) alumno-tutor con debilidades en el Pensamiento Matemático y debilidades en el Pensamiento Didáctico; y ii) alumno-tutor con fortalezas en el Pensamiento Matemático y debilidades en el Pensamiento Didáctico. Por ello elegimos dos estudiantes que en nuestra opinión, representan cada uno de esos perfiles y que además, nos permiten evidenciar aprendizajes emergentes del proceso tutorial en cada uno de los pensamientos que fueron tomados como categorías de análisis. Ellos son:

i. Julieta

Es una estudiante de Licenciatura matriculada en sexto nivel del programa[13], con 23 años de edad. Terminó sus estudios secundarios en el año 2007 y al siguiente año en el segundo semestre ingresó a la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la UIS como segunda opción[14]. Julieta aprobó la asignatura de Cálculo Diferencial la primera vez que la matriculó y manifiesta no haber tenido inconvenientes de aprendizaje en la línea del Cálculo. Esta alumna-tutora se caracterizó durante su participación en el programa de ASAE por dedicar un buen tiempo para estudiar los temas correspondientes por cada sesión (de dos a cuatro horas); no obstante, manifestaba poca disposición para el diseño de actividades (o tareas), así como para diligenciar los formatos de seguimiento.

[13] El programa está estructurado en 8 semestres, el “nivel” corresponde al semestre en el que más asignaturas tiene matriculadas.

[14] Los estudiantes que desean ingresar a la UIS cuando se inscriben pueden optar por dos carreras universitarias (si pagan un valor adicional al monto usual por un solo programa académico), estableciendo el orden de relevancia para concursar con su puntaje ICFES. Si no satisface los requisitos de la primera opción, entonces empieza a competir para ingresar al programa académico que dispuso como segunda opción.

Consideramos que Julieta representa al perfil del alumno-tutor con *debilidades en el Pensamiento Matemático y debilidades en el Pensamiento Didáctico*, pues ella presentó dificultades para explicar algunos contenidos matemáticos, además manifestó sus inseguridades con relación a sus dominios conceptuales del curso, esto lo pudimos evidenciar en algunos episodios en los que no lograba resolver ejercicios o problemas propuestos por sus alumnos-tutorados. Ella constantemente tuvo la necesidad de pedir apoyo (a sus compañeros o a las coordinadoras) para resolver inquietudes, relacionadas con definiciones, teoremas o resolución de problemas.

Respecto al pensamiento didáctico, pudimos ver en sus interacciones con los estudiantes que sus explicaciones (especialmente al inicio del programa), eran superficiales, incluso pasaba por alto algunos errores de sus estudiantes. En el Capítulo 4 exhibimos el caso de Julieta, sus procesos de participación en ASAE y sus dificultades; pero también los progresos posibilitados por su acción tutorial.

ii. Eduardo

Un jóven de 23 años, estudiante de sexto nivel quien ya se ha desempeñado como tutor de Cálculo I de manera ocasional y particular para ayudarse con sus gastos personales. En el semestre que matriculó Cálculo Diferencial la aprobó. Dedicó durante la ejecución del programa cuatro a seis horas para preparar los temas correspondientes a cada sesión. Para él no era necesario planificar las sesiones de tutorias por lo que no diseñó materiales o talleres para sus alumnos-tutorados; según él en las tutorías se debía era responder las preguntas de los sus estudiantes. A Eduardo siempre le molestó el hecho de tener que llevar seguimiento de sus alumnos, por lo que para ello sólo dedicaba una hora y por ende sus formatos no explicaban mucho los avances de sus alumnos-tutorados; no obstante, él siempre se caracterizó por su compromiso, incluso siendo uno de los tutores más solicitados.

Afirmamos que Eduardo representa al alumno-tutor con *fortalezas en el Pensamiento Matemático (PM) y debilidades en el Pensamiento Didáctico (PD),* porque él se caracterizó por tener claridad en los conocimientos matemáticos que iba a explicar. Desde el Pensamiento Didáctico Eduardo manifestó dificultades para darse a entender con sus estudiantes, titubeando al momento de explicar la resolución de un ejercicio o un problema: evidenciamos episodios donde no lograba conducir las sesiones por las preguntas que planteaba. En el Capítulo 5 mostramos detalles del proceso experimentado por este tutor.

3.2.6. Fase VI. Descripción del programa ASAE

Una de nuestras intensiones (dado a la acogida que ha tenido el programa en la institución) es que los resultados de nuestra investigación impacten curricularmente tanto en los procesos de formación profesional de los estudiantes que ven el curso de Cálculo, como especialmente en los profesores en formación. Por ello y para lograr una institucionalización de ASAE, se requiere caracterizar el programa con el fin de que pueda ser replicado, mejorado y enriquecido según las necesidades de cada época. Es en esta fase donde respondemos al objetivo complementario que nos trazamos con esta investigación: consolidar la identidad y las políticas de las tutorías académicas como espacio de formación docente y de acompañamiento académico a estudiantes de Cálculo Diferencial. Presentándose en el Capítulo 6 una descripción general del programa en el que se exhibirán mejoras a las dos versiones implementadas (I y II).

3.2.7. Fase VII. Institucionalización de ASAE

Vale la pena rescatar aquí que ya el programa ASAE ha podido impactar en nuestra institución, gracias a que varias unidades académicas y administrativas se encuentran preocupadas y trabajando alrededor de la problemática de deserción académica.

A partir de la convocatoria del Ministerio de Educación Nacional "Proyectos institucionales para disminuir la deserción en educación superior", mencionada en el apartado 1.1, la UIS mediante la Vicerrectoría Académica atendió dicha convocatoria, la cual se está desarrollando desde el primer semestre de 2013 por medio del proyecto "Intervención integral con énfasis en el factor académico para disminuir la deserción académica. Convenio No. 901 UIS-MEN".

El coordinador de este proyecto a través de la Escuela de Matemáticas conoció la experiencia que realizó ASAE durante los dos semestres de 2012. Por lo cual, invitó al programa para participar en el primer semestre de 2013 en este proyecto, así luego para el segundo semestre de 2013, ASAE hace parte de las alternativas propuestas en el convenio No. 901 UIS-MEN.

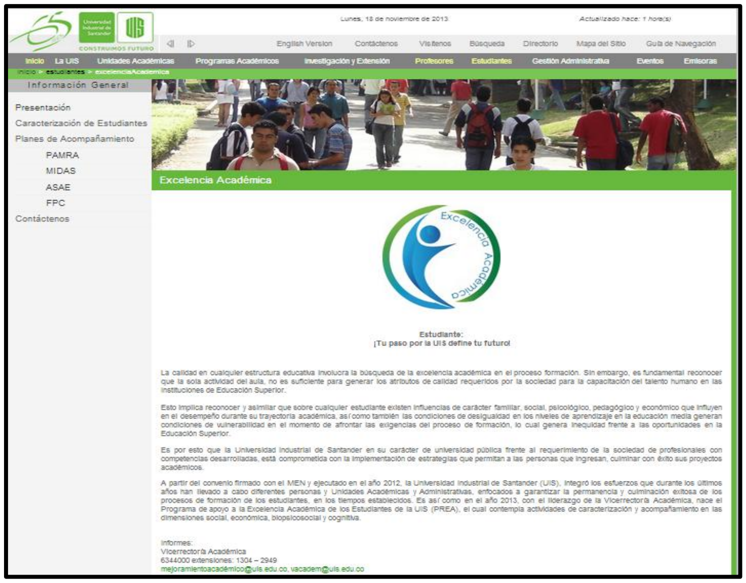
Simultáneamente, en el año 2013 se creó un grupo de trabajo colaborativo con los programas de tutorías de la UIS: PAMRA, MIDAS y ASAE, y el programa de Fortalecimiento Pedagógico Cognitivo – FPC[15] Este grupo, *Excelencia Académica,* adscrito a la Vicerrectoría Académica ha creado un espacio para el mejoramiento académico de los estudiantes, para ello se ha dado a la tarea de divulgar la existencia del grupo y los subgrupos a la comunidad estudiantil en la página web de la Universidad. La siguiente información se muestra en la Figura 13.

Mediante la Vicerrectoría Académica de la UIS se le está brindando apoyo económico a cada subgrupo, de aquí que para iniciar ASAE en el año 2013 se haya destinado recursos para contratar más tutores (con características similares a los estudiantes de Didáctica: alumnos de licenciatura con buen desempeño en los cursos de matemáticas y didáctica que estén en

[15] Es un programa donde a partir de una estrategia pedagógica se manejan dificultades o problemas con: Aptitudes intelectuales (razonamiento numérico, verbal, abstracto, aptitud espacial y memoria); actitudes personales (motivación, adaptación al medio universitario); hábitos y métodos de estudio; conflicto de intereses profesionales que repercuten en el rendimiento académico del estudiante y aumentan las posibilidades de desertar.

sexto semestre o en adelante, o hayan sido recomendados por profesores de la Escuela por su rendimiento académico), bajo la modalidad de auxiliar docente[16], de tal manera que se responda a la ampliación de la cobertura de estudiantes tutorados que se ha trazado para el año 2013.

Figura 13. Publicidad del grupo Excelencia Académica en el portal UIS[17]



Así, el programa ASAE en el primer semestre cuenta con la participación de dos grupos de tutores: i) bajo la modalidad de auxiliatura docente; y ii) los estudiantes de Didáctica del Cálculo. Nuevamente a los tutores se les brindó una jornada de inducción con las mismas características que aparecen en el apartado 3.2.4.2.

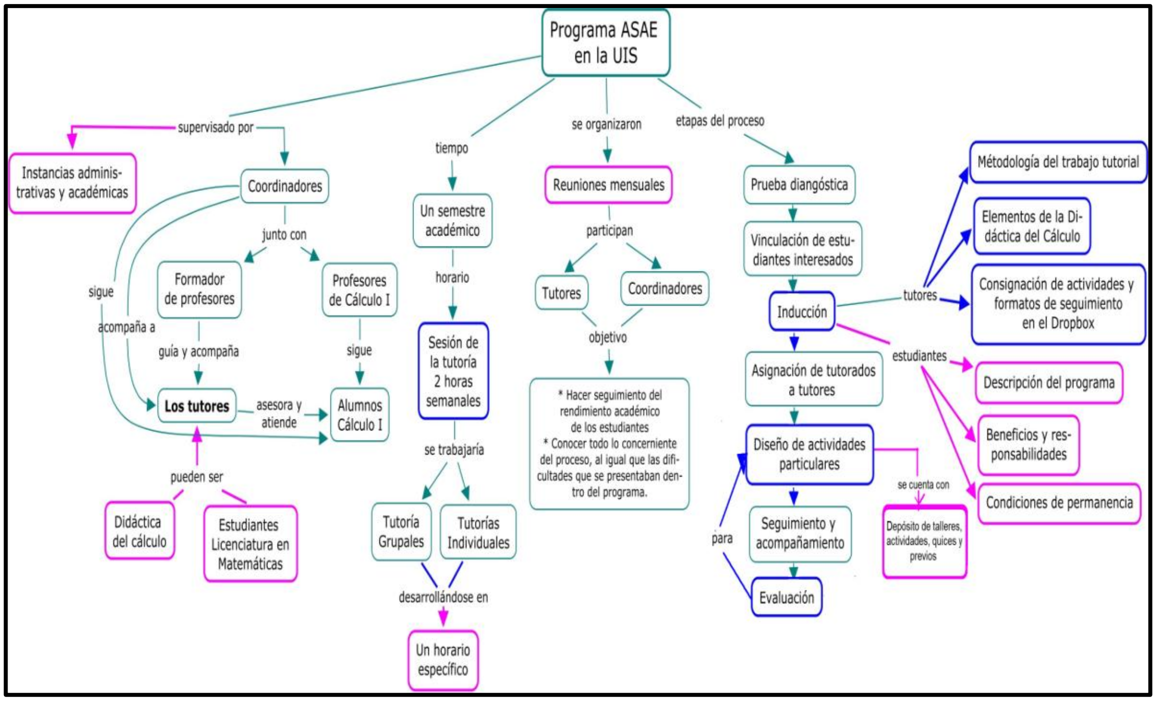
Las condiciones del proceso de seguimiento a los estudiantes tutorados continúan vigentes de las versiones anteriores de ASAE (un alumno-tutor con sus tres estudiantes tutorados), con la diferencia del salón. La Escuela de Matemáticas y la Vicerrectoría Académica dispusieron de un salón

---

[16] Es aquel estudiante que desempeña una labor de apoyo en las unidades académicas y administrativas de la UIS. Se tienen dos modalidades: ad-honorem o con reconocimiento económico.
[17] http://www.uis.edu.co/webUIS/es/estudiantes/excelenciaAcademica/index.html

exclusivamente para el programa, a partir de las 8:00 a.m. hasta las 6:00 p.m. Al igual que la instauración de reuniones mensuales con los coordinadores y los alumnos-tutores. La Figura 14 describe el programa para esta fase y los cambios planteados en ésta.

Figura 14. Institucionalización del programa ASAE



Para diligenciar el proceso logístico del programa (luego del aumento de la cobertura y el trabajo de los subgrupos de *Excelencia Académica* en la Universidad), nació la necesidad de sistematizar los datos de cada programa. Para ello *el grupo* optó por diseñar un software para implementarlo posteriormente en la Universidad, después del segundo semestre de 2013. Este software se encuentra bajo la supervisión de la Vicerrectoría Académica de la UIS y está financiado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) tras el convenio UIS-MEN No. 901.

En síntesis, con este software se busca: i) facilitar el proceso de seguimiento a cualquier alumno-tutorado que esté bajo alguno de los subgrupos; ii) permitir a los coordinadores estar al pendiente de novedades emergentes de la labor tutorial del programa; ii) crear caminos de comunicación entre los estudiantes, los tutores, el profesor de la asignatura, los directivos y los coordinadores de cada programa; iii) realizar un seguimiento del rendimiento académico más preciso, para así tomar medidas que favorezcan al estudiante tutorado; iv) autoevaluación del estudiante y autoevaluación del tutor; v) evaluación al tutor y al programa tutorial; v) crear un banco de actividades, talleres o previos disponibles para la comunidad de estudiantes que necesiten mejorar su desempeño académico en una o varias asignaturas; y otras.

4. LAS TUTORÍAS ACADÉMICAS EN LA FORMACIÓN DE JULIETA COMO PROFESORA DE MATEMÁTICAS

De los perfiles mencionados y descritos en el capítulo anterior, encontramos que Julieta puede ser una representante del perfil del alumno-tutor con **debilidades en el pensamiento matemático y debilidades en el pensamiento didáctico.** Julieta se caracterizó porque la mayoría de los temas que representaron una dificultad para sus alumnos-tutorados también lo eran para ella. En las primeras sesiones Julieta intentó llegar a las tutorías a responder inquietudes de sus alumnos, nos obstante ante las dificultades que ella misma estaba experimentando tuvo que diseñar actividades sobre los temas que estaban trabajando en las clase, según el programa del curso.

En los siguientes apartados se muestran episodios del proceso de Julieta en los que se evidencian los aprendizajes que se posibilitaron en ella tanto en su pensamiento matemático como en su pensamiento didáctico.

4.1. Definiendo una profesión

En una entrevista Julieta, nos comentó que tomar la decisión de estudiar Licenciatura en Matemáticas fue algo conflictiva, porque chocaban sus propios intereses y los de su familia, leamos lo que nos dijo:

Investigadora:	¿Por qué elegiste estudiar Licenciatura en Matemáticas?
Julieta:	pues desde el colegio siempre me apasionaron las matemáticas y quise estudiar eso.

Investigadora:	¿Cuando te inscribiste a la UIS, la carrera de Licenciatura en Matemáticas fue tu primera opción?
Julieta:	No, mi primera opción fue Ingeniería Industrial.
Investigadora:	¿Por qué querías estudiar Ingeniería Industrial?
Julieta:	porque eso era lo que mi familia quería que estudiara…yo quería estudiar Licenciatura en Matemática. No es que [mi familia] no me apoyara, es que [yo] tendría mejor salida laboral si estudiaba Ingeniería Industrial.

De textos realizados por algunos estudiantes que ingresan a la Licenciatura (dentro de experiencias de clase en Fundamentación didáctica, esta situación es el reflejo de varios casos). Tal vez estas decisiones influyen en el desempeño de éstos en su formación.

4.2. Julieta asumiendo su rol como tutora

Julieta inició el proceso con tres alumnos-tutorados, a la mitad del proceso se retiró un alumno y ya en la etapa final del semestre académico quedó con una alumna (Alexandra[18]). El primer estudiante se retiró del programa por falta de interés y el segundo porque canceló la materia.

Tabla 4. Tiempo semanal asignado por Julieta al proceso tutorial

Tarea	Tiempo que le dedica			
	0-2	2-4	4-6	Más de 6 horas
Estudiar los temas correspondientes a cada sesión		x		
Planear y diseñar actividades para la tutoría (talleres, preguntas, problemas, tareas, otros)	x			
Diligenciar el formato de seguimiento a estudiantes de Cálculo I		x		
Realizar tutorías (incluyendo las ya fijadas y las extras)	x			
Preparar actividades o sesiones complementarias para atender dudas de los estudiantes que no fueron resueltas en las tutorías.		x		
Evaluar aprendizajes y avances (corrección de tareas, revisión de exámenes)	x			

[18] Se usarán en los capítulos de análisis nombres ficticios para hablar de los procesos de algunos alumnos-tutorados particularmente.

En el proceso tutorial Julieta se caracterizó por su capacidad de trabajo y dedicación con sus alumnos-tutorados, siempre buscaba que le entendieran y se tomaba el tiempo suficiente para ello. Según parte de su informe final (ver Tabla 4) estudiaba los temas correspondientes a cada sesión durante dos a cuatro horas semanales, pero para el tiempo de planeación y diseño de las actividades asignaba una a dos horas.

En la Fase II los tutores tenían la libertad de escoger la metodología para las sesiones de tutorías. Inicialmente, Julieta planteaba resolver inquietudes de los alumnos-tutorados:

> Al principio mi estrategia era que el estudiante llegara con dudas, que intentaran resolver problemas y los conectaran con los saberes previos.

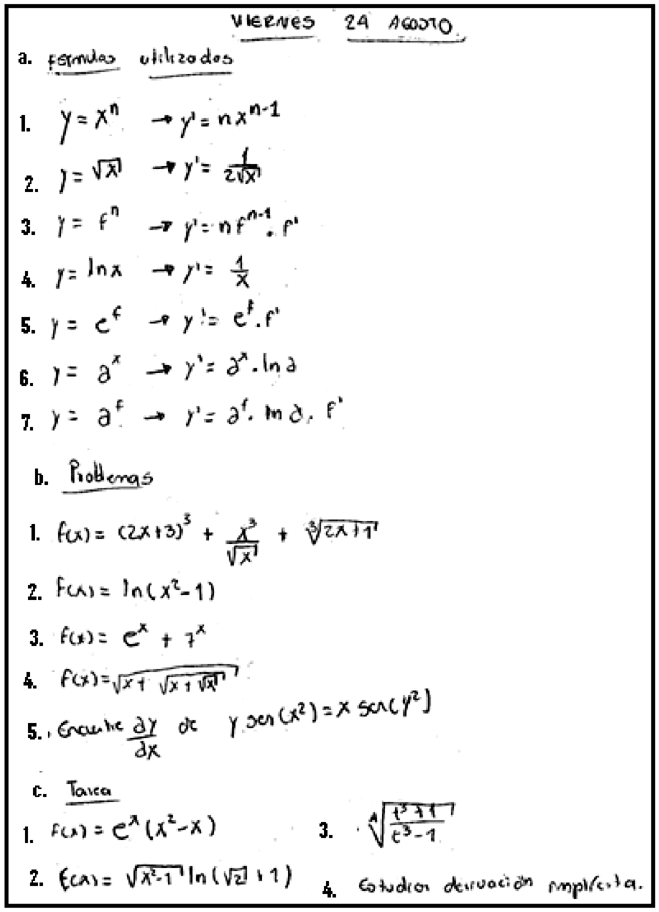
Tal vez el tiempo dedicado para prepararse no era suficiente o le faltó mayor dominio de los temas que iba a trabajar durante las tutorías, ya que al recordar un tema en específico tenía que volver a mirar el texto guía (Stewart, 2008) para validar lo que le decía a sus alumnos-tutorados. Esta estrategia le generó algunos aprietos en el desarrollo tutorial ya que se confundía [y de paso a sus estudiantes] al responder las inquietudes de sus alumnos-tutorados. Al verse en desventaja después de enfrentarse a tales situaciones, tomó medidas para evitar estos desmanes, seleccionando previamente ejercicios o problemas para realizar durante las tutorías.

También se encontró frente a situaciones en las cuales sus alumnos-tutorados no traían preguntas o problemas por resolver, lo que para ella era reflejo de la falta de estudio y compromiso por aprender fuera de clase o después de las tutorías.

> Un día me encontré con que no habían estudiado, entonces esa vez decidí llevarles un taller donde se explicara muy superficialmente la parte teórica y se reforzara más las posibles dificultades que pudieran tener los estudiantes, de esta forma logré que mis alumnos mostraran interés y estudiaran más los temas.

Para ello, la tutora tomaba el texto guía del curso Stewart (2008) y elegía algunos ejercicios. En la Figura 15 se muestra un ejemplo de los talleres que diseñaba esta tutora, allí vemos como la tutora consigna fórmulas 1, 2, 4 y 6, las cuales algunas corresponden a teoremas; y las demás fórmulas 3, 5 y 7, corresponden a combinaciones entre la regla de la cadena y teoremas de derivación, para entender lo anterior véase la Tabla 5.

Figura 15. Taller de Julieta para la sesión del 24 de agosto de 2012



Viernes 24 agosto

a. Fórmulas utilizadas

1. $y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1}$
2. $y = \sqrt{x} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3. $y = f^n \rightarrow y' = nf^{n-1} \cdot f'$
4. $y = \ln x \rightarrow y' = \frac{1}{x}$
5. $y = e^f \rightarrow y' = e^f \cdot f'$
6. $y = a^x \rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$
7. $y = a^f \rightarrow y' = a^f \cdot \ln a \cdot f'$

b. Problemas

1. $f(x) = (2x+3)^3 + \frac{x^3}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2x+1}$
2. $f(x) = \ln(x^2-1)$
3. $f(x) = e^x + 7^x$
4. $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$
5. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ de $y \operatorname{sen}(x^2) = x \operatorname{sen}(y^2)$

c. Tarea

1. $f(x) = e^x(x^2-x)$
2. $f(x) = \sqrt{x^2-1}\,\ln(\sqrt{x}+1)$
3. $\sqrt[4]{\frac{t^3+1}{t^3-1}}$
4. Estudiar derivación implícita.

En el inciso b), plantea problemas que buscan implementar las fórmulas anteriores. Y en c) continúa con una tarea que comprende ejercicios para reforzar la derivación y una recomendación a sus alumnos-tutorados para estudiar fuera de las tutorías. Resaltamos dos aspectos que llaman nuestra atención: i) la concepción de la tutora acerca de las fórmulas y ii) cómo ella concibe un problema.

De acuerdo al diccionario de la Real Academia Española (2013) una fórmula es una ecuación o regla que relaciona objetos matemáticos o cantidades; coloquialmente se entiende como un conjunto de números y símbolos que muestran cómo obtener algo, o una forma breve de expresar información de modo simbólico.

Tabla 5. Teoremas que Julieta transformó en fórmulas

Fórmula 1	Teorema Regla de diferenciación de potencias (Leithold, 1998, p.123)	Si $\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}^{+}$ y si $\boldsymbol{f(x) = x^{n}}$, entonces $\boldsymbol{f'(x) = nx^{n-1}}$.
Fórmula 2	Teorema. Regla de diferenciación de la función compuesta (Leithold, 1998, p.175)	Si f es la función potencia definida por $f(x) = x^{r}$, donde r es cualquier número racional, entonces f es diferenciable y $f'(x) = rx^{r-1}$. Para obtener $f'(0)$ a partir de esta fórmula, r debe ser un número tal que x^{r-1} esté definido en algún intervalo abierto que contenga a 0.
Fórmula 3	Teorema. Regla de la cadena (Leithold, 1998, p.164)	Si la función g es diferenciable en x y la función f es diferenciable en $g(x)$, entonces la función compuesta $f \circ g$ es diferenciable en x, y $(f \circ g)(x) = (f(g(x))$.
Fórmula 4	Teorema	Si $\boldsymbol{a} > 0$ y $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1}$, y si $\boldsymbol{x} > 0$, entonces la función $\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}} = \{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mid \boldsymbol{y} = \mathbf{log}_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x}, \boldsymbol{x} \in (\mathbf{0}, \infty)\}$ es derivable sobre su dominio $(\mathbf{0}, \infty)$, entonces $\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dx}}[\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x}] = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}} \mathbf{log}_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{e}$, si $\boldsymbol{x} > 0$.
Fórmula 5	Teorema. Regla de la potencia combinada con la regla de la cadena (Stewart, 2008, p. 100)	Si $n \in \mathbb{R}$ y u=g(x) es diferenciable, entonces $\frac{d}{dx}(u^{n}) = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$ de modo alternativo, $\frac{d}{dx}[g(x)]^{u} = n[g(x)]^{u-1} \cdot g'(x)$.
Fórmula 5, 6 y 7	Teorema	Sea la función exponencial $\boldsymbol{f(x) = a^{x}}$, $\boldsymbol{a} > 0$ y $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{1}$. Que tiene como dominio $\mathbb{R}$ y recorrido $(\mathbf{0}, \infty)$, entonces $\boldsymbol{f'(x) = a^{x} \ln x}$.

Así que de la Figura 15 (inciso *a*) encontramos cómo la tutora establece en las fórmulas, reglas que relacionan la función y su respectiva derivada; no obstante, esta presentación omite el concepto matemático de la derivada de una función y los teoremas que provienen de ésta, limitándose a un conjunto de reglas que no tienen en cuenta las condiciones necesarias y suficientes para ser implementadas.

Se entiende que tras el trabajo elaborado por el profesor titular del curso de cálculo diferencial y por el poco tiempo que disponían los tutores, Julieta trató de simplificar parte de su trabajo sintetizando la información de los contenidos matemáticos que desarrollaba durante las tutorías. No obstante, tratar de economizar puede conducir a que el estudiante vea el proceso de derivación como un proceso algebraico, sin que éste se apropie del significado del concepto de derivada. Además, al hacer estas simplificaciones el estudiante no tendrá en cuenta las condiciones necesarias para poder aplicar una regla de derivación determinada.

Por otro lado, Julieta en la Figura 15 (parte *b*) escoge cinco "problemas" del texto guía para desarrollar durante la tutoría, los cuales resultan ser ejercicios de las secciones 3.1, 3.4, 3.5 y 3.6 de Stewart (2008). Esta denotación que establece la tutora al consignar problemas en vez de ejercicios muestra debilidades en el pensamiento reflexivo de la tutora, ya que no tiene claro qué es un problema ni qué es un ejercicio.

Encontramos diferentes nociones de *problema*, de acuerdo a Pólya (1989) un problema es aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata mientras que un ejercicio, es "un conjunto aislado de conductas las cuales no están relacionadas con nada más allá de él mismo…Un ejercicio matemático tiene las mismas características que un ejercicio físico. Él es el uso repetido de destrezas -calistenia- tal que ellas [las destrezas] se desarrollen, sean retenidas, y sean puestas a tono" (Dwyer y Elligett, 1970 citado por Pérez, 2008).

De acuerdo al significado de *ejercicio* dado en el párrafo anterior y lo propuesto por la tutora en el inciso b), entendemos que el objetivo de ella era ejercitar a sus alumnos-tutorados en el manejo de la derivada y las reglas de derivación.

Por otro lado, se encontró que Julieta en cuatro sesiones presentó a sus alumnos-tutorados hojas con ejercicios (las cuales eran ejemplos del texto guía) y en promedio empleaba menos de dos horas semanales para diseñar los talleres a realizar en las tutorías (ver Tabla 4), demostrando así, su poca *reflexión para la acción.*

Sin embargo, con el fin de brindarles una guía en el proceso de aprendizaje de sus alumnos-tutorados, Julieta se esmeraba porque dichos talleres tuvieran una parte teórica y otra de ejercicios o problemas. Esto evidencia la importancia que Julieta le daba a los contenidos que se manejaban en los talleres, en lugar del previo diseño y análisis del mismo.

En resumen, se percibe que la tutora entendía las tutorías como un proceso donde sólo se resuelven las dudas o inquietudes que manifestaban sus alumnos-tutorados; sin embargo, esta apreciación fue cambiando debido al trabajo con sus alumnos-tutorados y a la implementación de los talleres para superar las dificultades que ellos presentaban.

4.3. Aportes de las tutorías en el desarrollo del Pensamiento Matemático de Julieta

Por lo general, los alumnos-tutores que participaron en el proceso habían cursado Cálculo Diferencial hace cuatro o seis semestres atrás, en el caso de Julieta cuatro semestres. La tutora mostró tanto fortalezas como debilidades en su desempeño tutorial. Entre las fortalezas encontradas están: el dominio algebraico, el manejo de fórmulas, el proceso y desarrollo de ejercicios, y la resolución de problemas del cálculo diferencial. Asimismo, Julieta presentó algunas dificultades en las nociones de los conceptos matemáticos del cálculo. Sin embargo, destacamos su esmero por estudiar e indagar previamente aquellos conceptos matemáticos en los que presentaba dificultades.

En los siguientes apartados mostraremos algunos episodios de las tutorías, los cuales nos brindarán información acerca del proceso de formación de Julieta.

4.3.1 Julieta recordando las reglas para determinar límites al infinito

Para el desarrollo de la sesión la alumna-tutora plantea algunos ejercicios con los cuales espera desarrollar las temáticas de: límites infinitos, límites en el infinito y límites infinitos en el infinito. Los límites propuestos son los siguientes:

- $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+3x^2+2}{2x+3x^2+6}$
- $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x^2-5x+1}{4-x^3}$
- $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+1} - x$

Julieta saca una hoja de apoyo donde tiene algunas indeterminaciones y señala que serán de gran utilidad para evaluar los límites propuestos. Estas indeterminaciones se muestran en la Figura 16.

Figura 16. Indeterminaciones identificadas por la tutora

$$\frac{\infty}{\infty} \to Ind\ ;\ \infty - \infty \to Ind\ ;\ 0 \cdot \infty \to Ind\ ;\ \infty^0 \to Ind \text{ y } \frac{c}{0} \to \infty$$

Después de tener el material de apoyo, la tutora pide a sus alumnos-tutorados resolver el primer límite. Ellos comienzan su tarea considerando dividir toda la función por una potencia de x. El estudiante Alfredo[19] toma la iniciativa escribiendo lo siguiente (ver Figura 17):

Figura 17. Desarrollo del límite realizado por Alfredo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+3x^2+2}{2x+3x^2+6} = \frac{\frac{3x^3}{3x^2} + \frac{3x^2}{3x^2} + \frac{2}{3x^2}}{\frac{2x}{3x^2} + \frac{3x^2}{3x^2} + \frac{6}{3x^2}}$$

A partir del desarrollo de Alfredo surge una discusión sobre su procedimiento, el cual se muestra a continuación.

Julieta: ¿Por qué dividió por $3x^2$?

[19] Seudónimo.

Alfredo:	Se debe dividir por el término de la x que tenga la mayor potencia en el numerador y en el denominador.
Julieta:	¿Cuál es el grado del polinomio del denominador?
Alfredo:	Seis [señalando la constante del polinomio del denominador].
Julieta:	El grado del exponente es el índice que tiene el término de la x.
Alfredo:	Entonces es dos.
Julieta:	¿Cuál es la potencia del numerador?
Alfredo:	Tres.

Según Parada (2009) el lenguaje matemático es un aspecto relevante sobre el cual el maestro precisa reflexionar, pues éste determina la comprensión de los contenidos matemáticos específicos, además se considera que el desconocimiento del mismo complica la caracterización de los objetos matemáticos de estudio y la actividad matemática que se promueve en la clase de matemáticas. En este caso la tutora definió el grado del polinomio como "el índice que tiene el término de la x" y el alumno-tutorado comprendió lo que quiso expresar la alumna-tutora, se debe entender al grado del polinomio como el grado máximo de los exponentes de los monomios que lo componen (Wikipedia, 2013), luego la palabra índice[20] no es la correcta.

Igualmente, Julieta generó inquietud en el grupo sobre *qué se tiene que dividir y por quién*, debido al desconocimiento por parte de la tutora de las reglas, y la confusión generada por lo que decían sus alumnos-tutorados, sus interpretaciones y de lo que ella se acordaba.

Por otra parte, en el *formato de tutoría* de esta sesión, Julieta manifiesta lo siguiente:

> Para esta ocasión les llevé algunas indeterminaciones [ver Figura 16] y en esta oportunidad se presentó un inconveniente, es que les dije que para los primeros dos límites se dividía en la mayor potencia sin importar donde estaba, es decir, en el numerador o denominador; pero como no estaba segura le pregunté a Carolina.

---

[20] Número o letra que se coloca en la abertura del signo radical y sirve para indicar el grado de la raíz ((Real Academia Española, 2013).

Esta confusión se generó al no tener un acuerdo con sus alumnos-tutorados acerca del significado de las palabras: término, mayor potencia, índice del término, grado del exponente. Baldor (1998, p.14) indica que un término es una expresión algebraica que consta de un sólo símbolo, o varios símbolos no separados entre sí (por ejemplo, ax^n). Luego, el estudiante al tratar de resolver el límite toma el término que tenga el mayor grado y coincida tanto en el numerador como en el denominador, para luego dividirlo por los polinomios que conforman la función racional, en este caso $3x^2$.

De acuerdo al grado de los polinomios que se encuentren en el numerador y en el denominador de una función racional, la tutora les señala a sus alumnos-tutorados las "reglas" para observar el comportamiento de la función racional dependiendo de tales grados, con el fin de obtener el límite de la función (ver Figura 18).

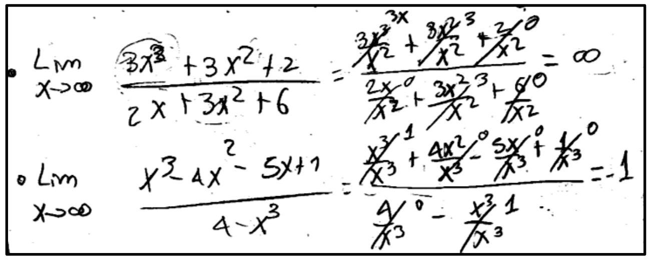
Figura 18. Reglas para aplicar al resolver límites infinitos.

<u>Límites infinitos</u>
Numerador > denominador $\rightarrow \infty$
Numerador < denominador $\rightarrow \infty$
Numerador = denominador $\rightarrow$ coeficientes

A través de esas "reglas" la alumna-tutora pudo aclarar sus ideas, al igual que encontrar una manera simple de entender el procedimiento que debía emplear en este tipo de situaciones para explicarles a sus alumnos-tutorados. Aunque la manera "simple" de ver el procedimiento les permitió resolver el límite, aquí nuevamente encontramos que la tutora pretende sintetizar y reducir pasos del procedimiento, sin antes darle significado al concepto matemático que está en juego en este tipo de ejercicios.

Posteriormente, Julieta y sus alumnos-tutorados proceden a resolver los límites, encontrándose la solución en la Figura 19.

Figura 19. Desarrollo de los límites por parte de Alfredo



Tanto en la Figura 17 como en la Figura 19 se muestran aspectos relevantes que no tuvo en cuenta Julieta en el desarrollo de la tutoría. El primero cuando Alfredo no escribe la expresión $\lim_{x \to \infty}$, señalando que al evaluar los límites el estudiante se restringe a implementar una técnica algebraica reduciendo el proceso a una sustitución (Hitt, 2005), hecho que Julieta no detecta ni indica durante la tutoría. El segundo aspecto es la sustitución inmediata del tipo $\frac{a}{x} \equiv 0$ [donde $a \in \mathbb{R}$] que hace el estudiante exhibiendo un procedimiento totalmente mecánico y sin entender el concepto de límite al infinito, para lo cual la tutora no realiza ninguna intervención que clarifique el proceso de evaluar este tipo límites.

La evaluación de límites al infinito propuestos en esta tutoría hizo que Julieta se enfrentara a un conocimiento matemático que ella ya había estudiado años atrás y que tuvo que recordar para explicárselo a sus alumnos-tutorados. No obstante, Julieta no se sentía segura al no tener claro este tema y por eso tuvo que contrastar sus conocimientos con el material de apoyo que había traído y el texto guía, permitiéndole afianzar las reglas que había aprendido durante su formación matemática a pesar de que aún no ha podido asimilar y comprender el concepto matemático involucrado en los ejercicios planteados.

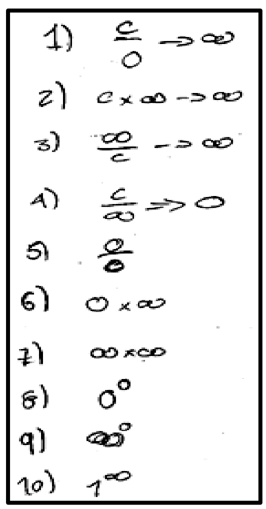
4.3.2 Julieta en la búsqueda de reaprender las indeterminaciones

Antes de iniciar con este apartado es necesario que el lector entienda a qué nos referimos cuando hablamos de *reaprender.* Klein (2008), define reaprender como “el proceso de creación de nuevos conocimientos y comportamientos en torno a un mismo concepto” (p. 80). De lo anterior, en este apartado queremos mostrar lo que Julieta pudo reaprender a partir de su labor en las tutorías.

Continuando con los ejercicios planteados en el apartado 4.3.1, la tutora entrega a sus alumnos-tutorados una tabla con indeterminaciones (ver Figura 20). Según ella, en ésta se muestra información más completa de la que se tenía anteriormente en la Figura 16.

Julieta al tratar de ayudar a sus alumnos brindándoles una tabla con algunas “indeterminaciones”, incurrió en un error ya que no verificó que todas eran definitivamente una indeterminación. Stewart (2008) plantea como indeterminaciones los ítems 5, 6, 8, 9 y 10 de la Figura 20. Otras indeterminaciones que podemos encontrar en Stewart (2008) son las del tipo $\frac{\infty}{\infty}, \frac{\infty}{-\infty}$ y $\infty - \infty$.

Figura 20. Indeterminaciones establecidas por la tutora Julieta



No obstante, los ítems 1, 2, 3, 4 y 7 de la Figura 20, no corresponden a indeterminaciones. Lo que la tutora trató de explicar para los primeros cuatro ítems de la Figura 20, se puede reducir a los teoremas que se presentan en Leithold (1998), ver Tabla 6:

Como lo señalan Camacho y Aguirre (2001), la tutora al presentar la Figura 20 pretende hacer un análisis de las operaciones elementales del álgebra para sintetizar los límites a trabajar.

Julieta al brindarle "las indeterminaciones" a sus estudiantes, les ofrece un camino corto para resolver límites; es decir, evaluar un límite se convertirá en el proceso donde se iniciará viendo la forma que tiene al aplicarle las propiedades de límite (ver Figura 20), para luego proceder a efectuar operaciones particulares (por ejemplo: factorización, división sintética, multiplicación por la conjugada) para resolverlo.

Tabla 6. Teoremas sobre límites infinitos en Leithold (1998)

Teorema 12 de límites en Leithold (1998, pp. 58 y 59)	Si a es cualquier número real y si $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ y $\lim_{x\to a} g(x) = c$, donde c es una constante diferente de 0, entonces i) Si $c > 0$ y $f(x) \to 0$ a través de valores positivos de f(x), entonces $\lim_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = \infty$ ii) Si $c > 0$ y $f(x) \to 0$ a través de valores negativos de f(x), entonces $\lim_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty$ iii) Si $c < 0$ y $f(x) \to 0$ a través de valores positivos de f(x), entonces $\lim_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty$ iv) Si $c < 0$ y $f(x) \to 0$ a través de valores negativos de f(x), entonces $\lim_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = \infty$ El teorema también es válido si se sustituye "$x \to a$" por "$x \to a^+$" o "$x \to a^-$".
Teorema de límites en Leithold (1998, p. 62)	Si $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to a} g(x) = c$, donde c es una constante diferente de 0, entonces i) Si $c > 0$, $\lim_{x\to a} f(x) \cdot g(x) = +\infty$ ii) Si $c < 0$, $\lim_{x\to a} f(x) \cdot g(x) = +\infty$ El teorema también es válido si se sustituye "$x \to a$" por "$x \to a^+$" o "$x \to a^-$".

Luego, el análisis que se le puede hacer a la función para observar el comportamiento cuando toma valores cercanos a un punto específico se pierde. Por lo tanto, el estudio de los límites se transforma en procesos mecánicos donde lo importante es resolverlos sin antes entenderlos.

Para Hitt (2005) esas situaciones generan un problema de tipo epistemológico, porque se hace uso incorrecto del concepto de límite al infinito, ya que condiciona al estudiante, evita que él haga la introducción al proceso del infinito y además desconozca el significado del mismo. Lo anterior muestra, que a pesar de que la tutora hace uso de su pensamientos matemático y didáctico, presenta dificultades ante el desconocimiento de cuáles son o no, indeterminaciones, y la manera que éstas son presentadas a los alumnos-tutorados.

Alexandra, una de las alumnas-tutoradas de Julieta, expresa su inquietud al no entender qué significaba el ítem 1 de la Figura 20.

> La estudiante me preguntó que no entendía porqué $\frac{c}{0} \to \infty$, y respondí: para calcular el valor de $f(0)$ se puede utilizar una aproximación del límite por la derecha: $f(0) \simeq \lim_{x\to 0^+} \frac{n}{x} = +\infty$. O por la izquierda: $f(0) \simeq \lim_{x\to 0^-} \frac{n}{x} = -\infty$. Cuando el valor de x tiende a cero, $\frac{n}{x}$ alcanza un valor inmensamente grande (positivo o negativo)".

Al analizar la situación, se hace una entrevista a las tutora para indagar sobre sus conocimientos sobre las indeterminaciones.

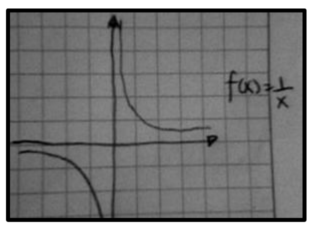
Investigadora:	De acuerdo a lo que ya has trabajado y viviste a lo largo de este proceso [las tutorías] quisiera preguntarte ¿qué es una indeterminación?, y ¿cuál es la forma de una indeterminación?
Julieta:	El caso claro que uno siempre tiene es el de 1 sobre… $1/x$ cuando x es 0…. El denominador no puede ser cero.
Investigadora:	¿Cómo así?
Julieta:	Si, cuando en una función racional el denominador no pueda ser cero... porque cero es una indeterminación.
Investigadora:	¿La expresión $1/x$ es una indeterminación?
Julieta:	Si
Investigadora:	¿Y $0/0$ es una indeterminación?
Julieta:	Si, para mi cero sobre cero es una indeterminación.
Investigadora:	¿Y $1/0$ también?
Julieta:	También.

Las respuestas de Julieta dan cuenta de que ella no logró consolidar y entender cuándo hay una indeterminación. Al mismo tiempo, no entiende la diferencia entre lo que sería $f(0)$ y $\lim_{x\to 0} f(x)$ cuando $f(x) = \frac{1}{x}$. Mostrando así, evidencia de debilidades en el pensamiento matemático que conllevan a debilidades en el pensamiento didáctico.

Al ver esta situación fue necesario explicarle a Julieta (fuera de cámaras) que una indeterminación no significaba que el límite no existiera, o que no se pueda determinar, una indeterminación resulta cuando la aplicación de las propiedades de los límites (límite de una constante, suma, resta, producto y cociente de límites) no es válida; lo que conlleva a realizar ciertas operaciones que permitan resolver dicha indeterminación.

Tras esta discusión con Julieta, la tutora en la siguiente sesión tutorial decide aclararle a su estudiante Alexandra. La tutora le pide a su alumna que grafique la función $f(x) = \frac{1}{x}$ y que mire cómo es el comportamiento de la función cuando x toma valores cercanos a cero tanto por la derecha como por la izquierda (ver Figura 21).

Figura 21. Gráfica de $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$



Luego, de la gráfica que dibuja Alexandra surge una discusión sobre el tema:

Julieta:	¿qué pasa con esa función si me acerco a cero por la izquierda?
Alexandra:	los valores de la función se van haciendo más y más grandes, pero es negativo. Ah, que digo, se hacen más pequeños.
Julieta:	¿y si vamos por la derecha? ¿Qué valores toma la función?
Alexandra:	pues toma valores cada vez más grande.
Julieta:	bueno, entonces ¿cuál es el límite de la función cuando me voy acercando a cero por la derecha?
Alexandra:	… como que... si, va para infinito.
Julieta:	y por la izquierda, ¿cuál es ese límite?
Alexandra:	fácil, menos infinito
Julieta:	aja, entonces ¿qué pasa con $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$?
Alexandra:	pues a la derecha de cero, f va para infinito; y por la izquierda coge para menos infinito
Julieta:	¿entonces?
Alexandra:	no se
Julieta:	¿cuándo el límite existe?
Alexandra:	cuando por la derecha y por la izquierda va para lo mismo… ¡ah! Ese límite no existe.

Julieta: exactamente, no existe. La semana pasada decíamos que era una indeterminación, y no, no es así. Cuando uno habla de indeterminaciones no se refiere a que el límite no exista, sino que nos encontremos a una forma indeterminada, por ejemplo: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \frac{\infty}{-\infty}, -\frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty^0, 1^\infty$ y 0^0.

En la anterior conversación se observa que Julieta encontró necesario corregir el error que había cometido, no diciendo inmediatamente que se había equivocado, sino guiando a la estudiante hasta descubrir el comportamiento de la función, y el límite de la misma cuando x toma valores cercanos a cero. Además, Julieta procura por redefinir una indeterminación, mostrándole las formas que hay para detectarlas.

Nótese que Julieta tomó en cuenta las indicaciones que se le brindaron y dedicó parte de su tiempo para estudiar sobre este tema. Así, reaprendiendo sobre las indeterminaciones y el límite de una función.

4.3.3 Concepciones de Julieta sobre la derivada como la pendiente de una recta tangente

En esta sesión la alumna-tutora se encuentra resolviendo unos ejercicios sobre derivadas, el cual se presenta a continuación.

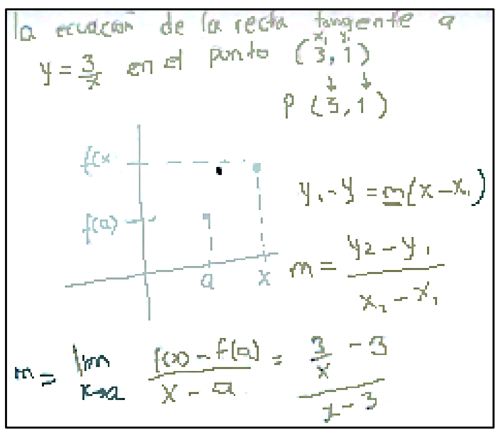
- Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \frac{3}{x}$ en el punto (3,1).
- Determinar la derivada de las funciones:
  - $f(x) = x^2 - 8x + 9$
  - $f(x) = x + \sqrt{x}$

Julieta entre las observaciones generales dadas en el *Formato de seguimiento de tutoría*, resalta el apoyo que ha encontrado al trabajar con la estudiante Alexandra, debido a su constante disciplina dentro de las tutorías. En ella, encuentra una ayuda ya que en algunos casos le explica a su otro compañero Alfredo, afianzando así, lo que Alexandra ha aprendido.

Para desarrollar los ejercicios de la actividad propuesta, la alumna-tutora introdujo la derivada en un punto como la pendiente de la recta tangente a una curva dada (Zandieth, 2000; Apostol, 1987); no obstante, Alfredo no lograba comprender dicha explicación. Por ello, Julieta con el ánimo de solventar esta dificultad realizó una representación gráfica de este concepto (ver Figura 22).

Sin embargo, al observar la Figura 22 encontramos que no hay una representación clara de la gráfica de la función $f(x) = \frac{3}{x}$, sino un intento de Julieta por brindar las ideas claves para definir la derivada como pendiente de la recta tangente, usando la ubicación de los puntos $(x, f(x))$, $\left(a, f(a)\right)$ junto con la ecuación de la pendiente de la recta de esos dos puntos.

Figura 22. Representación de la tutora Julieta al ejercicio planteado



De acuerdo a este procedimiento según Jiménez (2003), encontramos que Julieta realiza una representación estática y local de la noción de derivada, la cual le permite pasar de un significado puntual a un significado global y dinámico. O sea, limita al estudiante a entender la derivada como la pendiente de la recta tangente a cualquier punto que pertenece a la gráfica de la función, desconociendo que también se puede entender como una razón de cambio para cualquier valor permitido de la variable independiente.

Inmediatamente, Alexandra empieza a determinar la pendiente de la recta tangente a la curva dada, de acuerdo a la definición de la derivada de una función f en un número a:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Se percibe el interés de Alexandra a resolver el ejercicio, pero ni Alexandra ni Alfredo lograron hasta ese momento interpretar la gráfica y lo planteado por Julieta. Es decir, darle significado a la gráfica y al concepto de la derivada como un límite.

A pesar de que la alumna-tutora procuró responder rápidamente las inquietudes que presentaban sus alumnos-tutorados, no tuvo en cuenta las posibles dificultades al resolver este tipo de ejercicios. Cuando la tutora le pregunta a Alfredo quién es $f(3)$, el estudiante no responde y expresa su desconocimiento ante esta cuestión, por lo que ella le expresa a Alfredo que bastaría reemplazar el número 3 por x en la expresión $f(x) = \frac{3}{x}$.

Los alumnos-tutorados no entienden cuál es el papel que desempeñan x y a, por lo que Julieta toma el punto (3,1) y le asigna nombres tanto a la abscisa como a la ordenada, $x_1 = 3$ y $y_1 = 1$ (ver Figura 22). Luego sustituye $f(x)$ por $\frac{3}{x}$, $f(a)$ por 3 (sin fijarse que $f(a) = 1$), y a por 3. Posteriormente, el estudiante le pregunta a su tutora cuál es el paso a seguir, a lo que ella les indica que la idea para resolver ese límite es factorizar y luego poder determinar la pendiente de la recta tangente. Finalmente, Julieta le permite al estudiante continuar con la evaluación del límite con el inconveniente de no poderlo resolver completamente ya que el tiempo de la tutoría había acabado.

A pesar de que la tutora propuso dos ejercicios para desarrollar, el tiempo no fue suficiente para lograr desarrollar toda la actividad. Julieta aún se encuentra adaptando el tiempo con los contenidos matemáticos a trabajar y las posibles dificultades que se puedan presentar con sus alumnos-tutorados; aspectos que debe considerar un profesor para la preparación de una clase dentro de su labor como docente. En esta actividad, vemos que Julieta trata superficialmente la noción de derivada como recta tangente, creando inquietudes en vez de esclarecerlas a sus estudiantes.

4.4. Aportes de las tutorías en el desarrollo del Pensamiento Didáctico de Julieta

Como mencionamos Julieta modificó su metodología para el desarrollo de las tutorías pues debido a sus dominios conceptuales ella requirió diseñar sus materiales, no obstante, ajustándolos al programa del curso y a las disposiciones del profesor titular del curso en el que estaban insertados sus alumnos-tutorados. Sin embargo, posterior a ello, se encontró que el tiempo para el trabajo con los ejercicios que planteaba para cada sesión no era suficiente, lo que en ocasiones la llevó a dejar inconcluso el proceso de acompañamiento con sus alumnos-tutorados. También se observó que al tratar de seguir los temas propuestos por el programa de Cálculo I que tiene la Escuela de Matemáticas de la UIS, no alcanzaba a retomar los contenidos matemáticos que ya había trabajado con sus alumnos-tutorados para afianzarlos.

Debemos destacar la intención de Julieta por presentar a sus alumnos-tutorados una actividad o taller adecuado a sus necesidades, las cuales ella construyó poco a poco para cada una de sus sesiones. No obstante, en ocasiones ella perdía el hilo conductor de su trabajo o se confundía al resolver algunas inquietudes.

Al revisar los formatos de tutorías, las bitácoras y las videograbaciones de aula de Julieta, encontramos una escasa reflexión para la acción (Parada, 2011) de su parte, dado que ella sólo consideraba el diseño de una “guía” o “taller” seleccionando algunos ejercicios. Notamos que ella poco se planteaba posibles preguntas de los estudiantes y más bien pretendía no salirse de los ejercicios previstos.

Por otro lado, finalizando el proceso hubo una ocasión donde se pudo evidenciar que Julieta por falta de tiempo no pudo preparar sus actividades, pero gracias a que ya había ganado más confianza de sus dominios conceptuales se atrevió a proponer una actividad sin tanta preparación, eso lo podemos notar en lo que sigue:

> En ese momento estaba pasando una semana muy difícil y preparé la tutoría dos horas antes de entrar.
>
> De entrada no tenía nada preparado por tanto accedí a explicarle las demostraciones [del teorema del valor medio y el teorema de Rolle] ya que tenían quiz al día siguiente.

No se planteaba qué posibles obstáculos de aprendizaje podrían presentar sus alumnos al estudiar los contenidos del cálculo diferencial o qué ejemplos potencializarían el significado de los contenidos que trabajaba. Tal vez se deba al afán de seguir los temas que están propuestos en el plan de estudios del curso de Cálculo I, semana tras semana o al ánimo de cumplir con el trabajo tutorial que le fue consignado por parte de su curso de Didáctica del Cálculo.

A continuación presentamos episodios concretos, extraídos de las videograbaciones y formatos de tutorías, en los que se ponen de manifiesto su desarrollo didáctico respecto a los contenidos trabajados en las tutorías.

4.4.1. Julieta enseñando máximos y mínimos

Para este tema Julieta diseñó un taller con la misma estructura de los anteriores: con información teórica y con ejercicios. La parte teórica tenía definiciones de máximo, mínimo (tanto absoluto como local) y puntos críticos; al igual que el teorema del valor extremo y el teorema de valor medio (Stewart, 2008, p.272 y 282, respectivamente). En el apartado de ejercicios ella propone lo siguiente:

1. Trace la gráfica, y úsela para encontrar los valores de máximos y mínimos.

a. $f(x) = 8 - 3x, x \geq 1$
b. $f(x) = x^2, 0 \leq x < 2$

2. Encuentre los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x+1}$.

Para esta parte Julieta, al ver que otros de sus compañeros tutores implementaron el software GeoGebra para explicar a sus alumnos-tutorados decide también hacerlo, para ello con una de sus compañeras diseña un taller en el que hace uso de este recurso, ella menciona lo siguiente:

> Esta actividad la diseñé con mi compañera Margarita, en la cual vimos la necesidad de recalcar dichos conceptos pues los estudiantes no comprendían muy bien las diferencias entre ellos (por ejemplo, máximo local y máximo absoluto). Utilicé el software GeoGebra para mostrarle gráficamente un mínimo y máximo global. En los ejemplos hice énfasis en el uso de los intervalos abierto y cerrado para evitar confusión [entre local y absoluto].

Debido a las confusiones que presentaban sus alumnos-tutorados en sus clases y que fueron manifestadas por ellos mismos, la alumna-tutora señala la importancia de tener claro estas nociones (valor máximo y mínimo, ya sea global o local), y por ello decide usar GeoGebra para favorecer procesos de visualización matemática. Al respecto Jiménez (2003) señala que la implementación de software matemático para visualizar dinámicamente un concepto, permite construir la noción de derivada.

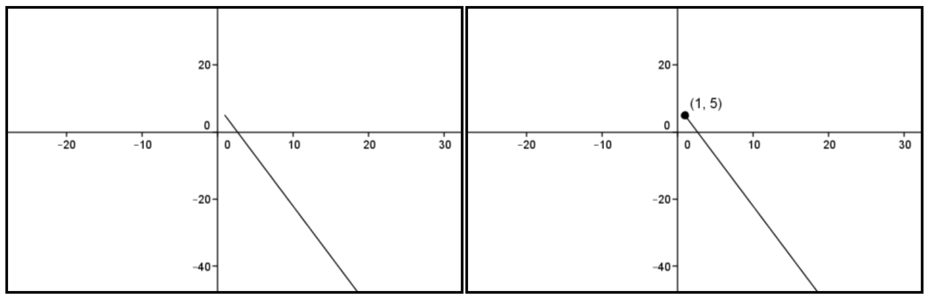
En dicha sesión, Julieta inicia explicando las definiciones consignadas en el taller (ver Recuadro 1).

Recuadro 1. Definiciones consignadas en el taller

Una función f tiene un **máximo absoluto o global** en c si $f(c) \geq f(x)$ para todo x en el dominio. El número $f(c)$ se llama valor máximo de f en D. De manera análoga, f tiene un **mínimo absoluto** en c si $f(c) \leq f(x)$ para todo x en D; el número $f(c)$ se denomina valor mínimo de f en D. Los valores máximo y mínimo de f se conocen como **valores extremos** de f. Una función f tiene un **máximo local** en c si $f(c) \geq f(x)$ cuando x está cercano a c; (esto significa que $f(c) \geq f(x)$ para todo x en algún intervalo abierto que contiene a c). De manera análoga, f tiene un **mínimo local** en c si $f(c) \leq f(x)$ cuando x está cerca de c.

Luego, ella procede a utilizar GeoGebra para graficar la función $f(x) = 8 - 3x;\ x \geq 1$ y brindarle un ejemplo a Alexandra de cómo se puede calcular el mínimo y el máximo empleando el software con los siguientes comandos: Mínimo [<Función>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>], y Máximo [<Función>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>] (ver Figura 23). De donde <*Valor de x Inicial*> corresponde al valor extremo izquierdo de un intervalo cerrado, y el <*Valor de x Final*> al valor extremo derecho del mismo.

Figura 23. Gráfica de la función $f(x) = 8 - 3x;\ x \geq 1$



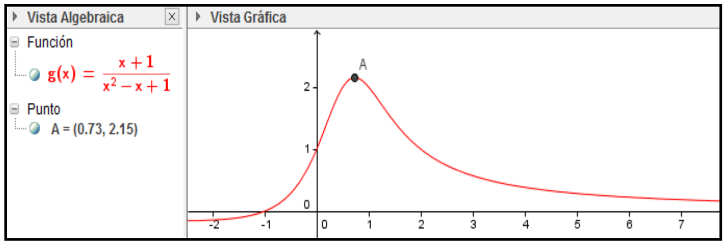
Se encuentra que la tutora enfoca la sesión a un trabajo operativo con el software, tal vez debido al interés que muestra su estudiante por lo realizado mediante GeoGebra, justificando que:

> Le enseñé a manejar el programa y quedó encantada porque le servía para corroborar lo que hasta el momento había hecho mecánicamente en clase.

Después de que Julieta inserta los comandos y logra graficar la función con su respectivo valor máximo le muestra a la estudiante la construcción (Figura 23), y luego le pide que repita el procedimiento, pero con otra función, en este caso, la que se propone en el inciso b (enunciado anteriormente).

Tras elaborar la gráfica de la función con su valor máximo, vemos que Julieta, como la mayoría de profesores que se inicia en el uso de las TD dedica gran parte de su tiempo a enseñar el uso del software (en este caso de GeoGebra). Ella por ejemplo le enseñó a introducir una función en la *entrada*, cambiar los colores de la gráfica de la función, entre otras cosas que posibilita hacer el programa; situación que de acuerdo a Sacristán, Parada, Sandoval y Gil (2009), suele pasar inicialmente cuando un profesor de matemáticas quiere implementar las TD en el aula de clase y que posteriormente, a la medida que siga implementándolas y teniendo una reflexión de su uso, podrá generar una revolución en su práctica escolar.

Figura 24. Gráfica de la función elaborada por Alexandra



La alumna-tutorada logra realizar la gráfica de la función $g(x)$ con ayuda de Julieta, ver Figura 24. Luego, procede a encontrar el valor máximo de la función mediante el comando que se utilizó en el ejemplo anterior, terminando la tarea encomendada por su tutora. El tiempo de la tutoría culminó y sólo se logró mostrar el uso de GeoGebra, más no se pudo hacer comparaciones en diferentes intervalos cerrados ni abiertos, idea que quería cumplir la tutora inicialmente.

A partir de la labor tutorial de Julieta, percibimos que ella intenta implementar las TD en el aula experimental de tal manera que su estudiante vea y comprenda qué es el máximo absoluto de la función gráficamente; estrategia que buscó Julieta tras la necesidad de su estudiante por entender este concepto, potencializando así una fortaleza del pensamiento matemático y didáctico en Julieta al crear una idea intuitiva del concepto (en términos de Hitt, 2005) de valor máximo y mínimo en Alexandra.

4.4.2. Julieta aprendiendo a identificar problemas en la enseñanza de los límites y el infinito

Continuando con el trabajo tutorial sobre límites que involucran el infinito, la tutora emplea preguntas para conocer el significado que le dan sus alumnos-tutorados de este. Ella les plantea:

Julieta: ¿Qué es ∞ por un número, o qué es ∞^3?

Alexandra: Es un número muy grande. Si un número que es grande lo sigo aumentando indefinidamente, pues indefinidamente será más y más grande, por ello debe ser infinito.

Históricamente, la idea del infinito ha creado conflictos en la mente humana. No obstante, ha deambulado en los seres humanos generando contradicciones. Retrocediendo en el tiempo, encontramos como Aristóteles concibió el infinito de dos formas diferentes, las cuales son las nociones que tenemos actualmente de este concepto: el infinito potencial y el infinito actual.

Cuando se habla del infinito potencial esta noción se "centra en la operación reiterativa e ilimitada, es decir, en la recursividad interminable, por muy grande que sea un número natural, siempre podemos concebir uno mayor, y uno mayor que este y así sucesivamente donde esta última expresión "así sucesivamente" encierra la misma idea de reiteración ilimitada" (Ortiz, 1994, p.61).

De aquí, si comparamos la respuesta de Alexandra con la noción de infinito potencial, encontramos la concepción que posee la estudiante por infinito.

Posteriormente, la alumna-tutora plantea el siguiente ejercicio $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^3+3x^2+2}{2x+3x^2+6}$ para que ellos lo trabajen individualmente. Al ella observar que sus alumnos-tutorados no comprenden les propone realizar un ejercicios más sencillo, el cual se muestra en la Figura 25.

Figura 25. Procedimiento del alumno-tutorado para resolver el límite

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} 7x^3 + 3 = \lim_{x\to\infty} 7x^3 + \lim_{x\to\infty} 3 = \lim_{x\to\infty} 7\infty^3 + \lim_{x\to\infty} 3 = 7\infty^3 + 3 = \infty + 3 = \infty.}$$

Julieta encuentra en el procedimiento de su estudiante un error al escribir $\lim_{x\to\infty} 7\infty^3$; señalando así, que al momento de escribir infinito no es necesario indicar la expresión limite. Puesto que ya se supone que se está observando el comportamiento de la función cuando *x* crece sin límite alguno.

Un aspecto que pasa desapercibido para la alumna-tutora en el procedimiento de sus alumnos-tutorados (expuesto en la Figura 25), es la asociación que ellos hacen del infinito con las propiedades algebraicas del límite concibiendo así el infinito como una totalidad, como algo ya acabado; sobre el cual es posible aplicar acciones. Una asociación que tienen los alumnos con la noción del infinito actual.

Cantor consideraba tres contextos en los cuales se vislumbraba esta noción: i) cuando es realizado en la forma más completa, en un ser independiente de otro mundo, en Dios, al cual llamo el Infinito Absoluto o simplemente Absoluto; ii) cuando ocurre en lo contingente, en el mundo físico; iii) cuando la mente lo aprehende en abstracto como una magnitud matemática, número, o tipo de orden (Ortiz, 1994, p. 67).

Observando el contexto iii), comprendemos el significado que da el alumno-tutorado al infinito: un número. De aquí que se entienda el proceso que realiza; reduciéndolo a sustituciones y un procedimiento netamente algebraico. Esto último mostrando debilidades en el pensamiento didáctico de Julieta de acuerdo a Hitt (2005), ya que no realiza el proceso al infinito y permite la reducción de límites a procesos algebraicos.

Continuando con el desarrollo tutorial, Julieta observa la respuesta de su estudiante indicándole que debe utilizar adecuadamente los teoremas que se le han dado, escribiendo:

$$\lim_{x \to \infty} c = a$$

La alumna-tutora empieza a dudar sobre este teorema y decide preguntar a la coordinadora[21] para despejar su inquietud. Posteriormente se le explica que ese límite es igual a la constante *c*, así la tutora borra y escribe:

$$\lim_{x \to \infty} c = c$$

De lo anterior, se tiene que Julieta al recurrir a sus conocimientos alrededor de límite, en ocasiones se confunde, lo cual es resultado en parte del dominio que posee de este tema y de su preparación para el trabajo tutorial. No

[21] La autora de esta disertación.

obstante, debido a la intervención de la coordinadora, la tutora logra detectar a tiempo su falencia, permitiéndole así identificar por experiencia propia las dificultades de enseñar límites al infinito.

Debemos resaltar la preocupación de Julieta por indagar y superar sus dudas, esta situación muestra que el programa posibilita el trabajo colaborativo en el aula experimental, al mismo tiempo que se enriquece con la supervisión y orientación tanto de su formador (profesor de didáctica del cálculo) como de los coordinadores, quienes al identificar una debilidad en los dominios matemático o didácticos acuden a los tutores para brindarle un apoyo inmediato y poder esclarecer y superar las dificultades que tengan los tutores y de paso los estudiantes de Cálculo I.

4.4.3. Julieta adquiriendo experiencia en el dominio grupal y en la atención a estudiantes

A lo largo de los anteriores ejemplos hemos observado el trabajo de Julieta y la manera de atender las inquietudes o necesidades de sus alumnos-tutorados. En el presente episodio mostramos un ejemplo de cómo procede Julieta ante las dificultades presentadas por Alexandra y Alfredo.

La alumna-tutora para dar inicio a esta sesión ha planteado como ejercicio hacer la gráfica de $y = 2\sqrt{1-x}+3$, hallar el dominio, rango y función inversa. De acuerdo a la *reflexión para la acción* consignada en el *formato de tutoría* mediante este ejercicio Julieta pretende desarrollar varios contenidos matemáticos (traslación, dominio, recorrido, función inversa, leyes de los logaritmos). Sin embargo, no se encontró algún ejercicio que desarrollara el tema de logaritmos.

Julieta argumenta que este tipo de ejercicios (con mayor grado de dificultad) le permite a sus alumnos-tutorados enfrentarse a situaciones que más adelante tendrán al resolver un examen con su profesor de Cálculo I, para que de esa manera empiecen a vencer sus propios temores.

> Escogí esta actividad por lo que salió en un previo de Cálculo I y la estrategia fue que intentaran resolverla y se olvidaran que tenían un profesor al lado, así podrían adquirir destreza y habilidad para resolver problemas por su propia cuenta.

Vale destacar la intención de la tutora ya que ella está pensando en preparar a sus estudiantes a situaciones de tensión y ejercicios con mayor grado de dificultad de los que se trabaja rutinariamente.

En la labor tutorial se encontró que los alumnos-tutorados no lograban entender cómo graficar la función ya que estaban familiarizados a graficar funciones del tipo $f(x) = \sqrt{x-a}$, donde $a \in \mathbb{R}$. Por ello, Julieta les sugiere ver de otra manera la función:

Julieta:	¿De qué otra forma puedo ver $\sqrt{1-\mathrm{x}}$?
Alfredo:	$\sqrt{1-\mathrm{x}} = -\sqrt{\mathrm{x}-1}$. Se multiplica por menos
Julieta:	No, les doy una pista, la clave está en el signo.

[La tutora se retira por unos instantes del grupo y los estudiantes se quedan mirando entre sí, sonriendo al señalar no entender la pista dada por Julieta].

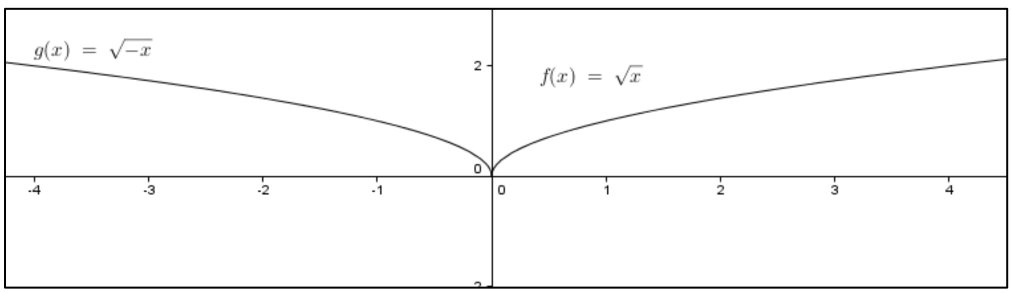
Luego de que Julieta les diera una "pista" para que sus alumnos-tutorados encontraran la respuesta correcta, ellos no logran comprender lo que su tutora les estaba diciendo, pues para ellos no fue claro el mensaje que trató de transmitir. Es importante que se maneje un lenguaje que entienda cada integrante de la tutoría (tanto el alumno-tutor como los alumnos-tutorados) puesto que así es más fácil entender las ideas o dificultades que se presentan ante la resolución de un ejercicio, de tal manera que se puedan esclarecer o solventarlas, respectivamente.

Sus alumnos-tutorados intentan utilizar propiedades de la raíz y la "pista" del signo para graficar la función. Sin embargo, no están seguros de lo que hacen y prefieren esperar a Julieta para que les resuelva su inquietud. Cuando la alumna-tutora regresa y ve el procedimiento y la preocupación de sus alumnos-tutorados por no poder resolver la pregunta planteada, ella decide utilizar el GeoGebra para visualizar la función para que de esta manera sus estudiantes logren comprender la idea que les dio y así poder graficar la función. Dicha situación es manifestada por la alumna-tutora en su formato de tutoría para esta sesión:

> El paso a seguir era hacer la gráfica a partir de la función $f(x) = \sqrt{x}$ para graficar $y = \sqrt{x-1}$. En este momento mi estudiante manifestó que $\sqrt{-(x-1)} = -\sqrt{x-1}$ y fue muy difícil hacerle ver que se refleja sobre el eje X. Para encontrar la función inversa se sabía los pasos pero presentaba problemas en el momento de despejar […] Le pedí a Alfredo que graficara f(x)=$-\sqrt{x}$ y él asumió que $-\sqrt{\mathrm{x}} = \sqrt{-\mathrm{x}}$, por lo que intervine para hacerles ver el error y en este caso fue más fácil utilizando el programa GeoGebra.

Para iniciar con la explicación, la alumna-tutora grafica las funciones $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \sqrt{-x}$ en GeoGebra, ver Figura 26.

Figura 26. Gráfica de las funciones $f(x)$ y $g(x)$



Julieta trata de promover la visualización para ver el comportamiento de la función radical (tal como lo proponen Hitt, 2005; y Ball y Bass, 2000) al hacer la comparación entre las gráficas de las funciones $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \sqrt{-x}$ empleando GeoGebra, para así ver la inconsistencia que había en la afirmación de Alfredo, al igual que poder desarrollar una correcta idea de la transformación de funciones en el aula experimental. No obstante, el tiempo de la tutoría culmina sin poder concluir con la idea para resolver el ejercicio.

Una debilidad que presenta Julieta al realizar la atención de los alumnos-tutorados es no poder manejar los tiempos para desarrollar su trabajo. El tiempo con que contaban los alumnos-tutorados para las tutorías en la Fase II era corto. Situación que se vio reflejada en su labor tutorial al dejar en ocasiones inconcluso su trabajo, o resolver de manera rápida y superficial las inquietudes de sus alumnos-tutorados. Ya en las últimas sesiones tutoriales, en vista de su problema con el tiempo, decidió emplear otros horarios diferentes al del grupo de tutores, para resolver las inquietudes de sus estudiantes, además traía pocos ejercicios para las tutorías, y así de esta manera, trabajar uno o tres ejercicios sin la presión del tiempo.

4.5. Aportes generales de las tutorías a la formación de Julieta

A pesar de que Julieta presentaba algunas debilidades en el pensamiento matemático (en ocasiones no dominaba o no tenía claro los contenidos matemáticos que iba a explicar en las tutorías) y en el pensamiento didáctico (no preparaba previamente sus actividades, ni contemplaba las posibles dificultades a las que iba a enfrentar), se pudieron evidenciar avances en ella. En los apartados siguientes resaltamos algunos de sus progresos.

Julieta tomó conciencia de su papel como mediadora entre sus alumnos-tutorados y el conocimiento matemático impartido por el profesor de Cálculo I en su clase:

> Unos [estudiantes] me decían que yo les explicara la teoría y les pusiera ejercicios, y si en algún momento cuando ellos estuvieran estudiando para el previo no entendían, ellos por el Facebook me enviaban el punto que no entendían o iban al CEMAT y me buscaban, pues yo les di esa facilidad de que me buscaran por si no entendían…… pero a ellos siempre les gustaba que yo llegara y les explicara primero la teoría como tal y luego les pusiera ejercicios.

De lo anterior, se destaca que Julieta decidió al no terminar con todos los ejercicios propuestos para la sesión tutorial plantearle a sus estudiantes trabajar por correo electrónico o por Facebook, para luego hacer una discusión rápidamente en el horario habitual de las tutorías.

También se encontró ante problemáticas que posteriormente va a enfrentar en el salón de clases como profesora de matemáticas, el cual es el tiempo. Julieta resalta el poco tiempo con el cual disponía y por ende su poca reflexión ante los ejercicios que proponía para desarrollar en las tutorías.

Situación que le generó en varias oportunidades, inconvenientes en el pleno desarrollo de la labor tutorial.

> Para uno es una oportunidad [las tutorías], una experiencia, si muy bien…. Pero es que…. toca también sumarle el tiempo que uno le pueda aportar a eso…. Porque me parece muy bien y todo, pero yo por ejemplo, tiempo así no tenía más de dos horas para preparar y eso….y conceptos de Cálculo I que hace rato yo vi eso, más o menos en el 2008, pues obviamente tocaba leer… revisar uno que otro ejercicio, ¿qué voy a poner?, el proceso come mucho tiempo.

Dentro de las exigencias del programa para que los alumnos-tutorados se mantengan en éste se tiene que: i) deben cumplir puntualmente con las sesiones y compromisos, ii) el profesor titular del curso considere que ya no requiere el apoyo tutorial (por la superación de dificultades, cediendo la oportunidad a otro estudiante que requiera ingresar al programa), o iii) por solicitud del tutor, quien puede manifestar el poco interés o falta de compromisos con las actividades propuestas en la tutoría. Uno de sus alumnos (Alfredo) estuvo por salir del programa por el primer criterio, pero para Julieta fue un compromiso y una responsabilidad ayudarlo. Ella lo expresa así:

> Yo tuve un estudiante desde el principio hasta el final [Alfredo], y no quería que me lo quitaran. Él desde la primera tutoría tuvo muchas dificultades, y caía volvía caer. Al ver que tenía tantas dificultades llegue al punto en que le dije: “yo ya no lo quiero recibir más, pues yo le dejo tareas y usted no muestra interés…o usted se pone las pilas, o yo hablo para que me manden a alguien que si quiera aprovechar”, y ¿qué hizo él?, empezó a ponerse las pilas, él hacia las tareas y yo se las revisaba; la mayoría de veces no estaban bien, pero yo le explicaba. Él poco a poco fue aprendiendo y me decía que por favor no lo sacara, que le diera la oportunidad.

Aunque es difícil que un estudiante sin motivación participe activamente en clase, Julieta encontró una manera para que su alumno-tutorado se apropiara más de su trabajo en las tutorías y lo más importante, se pudo evidenciar cómo el programa generó en ella ese sentido de responsabilidad y el compromiso de ayudar a sus estudiantes tanto en las tutorías o por fuera de ellas apoderándose de su rol como su profesora.

Es relevante destacar la situación mencionada en el párrafo anterior, ya que Julieta inicialmente estaba de acuerdo con participar en las tutorías de Cálculo I. En el informe final justificó su postura de la siguiente manera:

Recuadro 2. Justificación de Julieta ante la pregunta 2 del informe final

¿Si usted hubiera tenido la opción de realizar o no la experiencia de ser tutor, de Cálculo 1 en el primer semestre de 2012, sin que ésta fuera tenida en cuenta para la evaluación del curso de Didáctica del Cálculo la hubiera realizado? Si _ No **X** ¿Por qué? *Porque pierdo tiempo que puedo emplear en lo que me exigen las materias del semestre, además de entrada no le veo futuro al proyecto pues una hora semanal no es suficiente para reforzar un tema.*

Observando el Recuadro 2, encontramos que la tutora aclara que el tiempo con el que disponía en ese semestre era insuficiente para: i) cumplir con sus deberes académicos adquiridos al matricular sus asignaturas; ii) diseñar, implementar talleres que permitieran llevar a cabo la tutoría; y iii) desarrollar las tutorías.

Julieta manifiesta su rechazo por las tutorías ya que éstas le implicarían tomar tiempo del cual no dispone, sin embargo, después de haberse vinculado al programa y ser tutora de Cálculo I, tuvo una diferente percepción acerca de las tutorías, la cual es presentada en el Informe Final (ver Recuadro 3):

Recuadro 3. Respuesta de Julieta en la pregunta 3 del Informe Final

¿Después de haber vivido la experiencia, cambió de opinión? Si **X** No _ ¿Por qué? *Al principio lo tomé como una obligación; sin embargo, cumplí con los requerimientos de las tutorías. Tiempo después descubrí que los estudiantes necesitaban la clase pues quedaban con muchas lagunas respecto a la explicación del profesor, además la importancia que ellos le prestaron al proyecto como tal, pues mis alumnos se esmeraban por aprender, por hacer las tareas. Éstas y muchas cosas más me hicieron cambiar de opinión, pienso que para obtener mejores resultados se debería ampliar el tiempo de las horas pues como dije anteriormente una hora semanal es muy insignificante comparada con el tema de cálculo I, espero que para el próximo semestre las tutorías sean de dos horas semanales.*

La alumna-tutora a través de su desempeño en el aula experimental, descubrió la necesidad de ayudar a otros en su proceso de aprendizaje. Haciendo esto parte de la vocación docente. Al mismo tiempo, Julieta identificó algunas dificultades emergentes del estudio del cálculo diferencial y algunas dificultades que un profesor de matemáticas se enfrenta en el aula de clase.

También encontramos del Recuadro 3 que Julieta como alumna-tutora de la primera versión de ASAE e interesada en el mejoramiento del mismo, recomendó aumentar el tiempo para el desarrollo de la tutoría, hecho que destaca la importancia del tiempo para el programa, y por ende para la formación de los alumnos-tutores y los alumnos-tutorados.

Aunque Julieta presentara debilidades en los dos pensamientos, debemos destacar su trabajo en las tutorías, y el proceso que llevó durante el semestre con sus estudiantes. A pesar de no manejar correctamente los conceptos matemáticos que explicaba, se concientizó de ello. Por eso procuraba preguntarle a otros para no quedarse con la inquietud y poder tanto resolver las preguntas de sus estudiantes como las que ella misma se hacía.

Otro aspecto relevante del trabajo tutorial de Julieta fue la implementación de GeoGebra durante las sesiones. Ella procuraba por implementarlo y así permitirles visualizar a sus estudiantes el concepto matemático en cuestión; sin embargo, el tratamiento didáctico no era el adecuado, tal vez, debido por la falta de experiencia y el afán de proponer una manera innovadora de enseñar.

5. LAS TUTORÍAS ACADÉMICAS EN LA FORMACIÓN DE EDUARDO COMO PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Como lo mencionamos en el apartado 3.2.5.5 elegimos a Eduardo como representante del perfil del alumno-tutor con **fortalezas en el pensamiento matemático y debilidades en el pensamiento didáctico** (teniendo en cuenta para esto los criterios que definimos en el apartado 3.2.5). Mostraremos en este capítulo evidencias de cómo las tutorías académicas como aula experimental aportaron en el desarrollo del pensamiento matemático y didáctico de este futuro profesor.

5.1 Eduardo y su formación inicial para profesor de matemáticas

Eduardo en una entrevista nos cuenta la razón de por qué quiso estudiar Licenciatura en Matemáticas y algunos aspectos de su formación, lo cual se muestra a continuación.

> Investigadora: ¿Por qué escogiste estudiar Licenciatura en Matemáticas?
> Eduardo: Nunca tuve problemas para entender esta materia en el colegio y al graduarme quise estudiar algo relacionado con ella.
> Investigadora: ¿Cómo te ha ido en las asignaturas de la línea de matemáticas?
> Eduardo: Regular, el inconveniente que tuve fue las malas bases de la matemática del colegio del que me gradué. Además la idea de sólo estudiar por una nota que me impedía estudiar para aprender.
> Investigadora: ¿cómo te ha ido en las asignaturas de la línea de didáctica?
> Eduardo: En estas materias me ha ido bien, porque no sólo es ver el contenido del cálculo, álgebra o estadística sino que aprendemos a evaluar, diseñar y aplicar actividades que se esperan deje de lado el enfoque tradicional al que ha estado sometida la educación matemática en este país.

Investigadora: ¿cuál línea es de tu preferencia? ¿Por qué?
Eduardo: Educación Matemática, gracias a las materias de didáctica y el trabajo que he realizado con el Semillero Matemático[22] me he podido percatar que hay varias cosas que hacer para cambiar las formas como nos enseñaron matemáticas.

Encontramos en las expresiones de Eduardo que para él, el haber tenido un buen desempeño en matemáticas influyó en su decisión por estudiar Licenciatura en Matemáticas, situación que se vio confrontada ya en su proceso de formación básica y media. A pesar de ello, Eduardo ha encontrado en las asignaturas del componente didáctico y el Semillero Matemático fortalezas para alimentar su intensión de ser profesor de matemáticas.

5.2 Eduardo asumiendo su rol como tutor

Al inicio del proceso tutorial se le asignaron tres alumnos-tutorados a Eduardo, los cuales eran estudiantes de primer semestre de Licenciatura en Matemáticas. Sin embargo, no todos los alumnos-tutorados con que inició permanecieron en el programa (varios se retiraron por falta de interés). Esta situación le preocupaba a Eduardo y era experimentada por la profesora de los alumnos-tutorados.

Profesora de Cálculo I: he tratado de buscar a los que han dejado de asistir… me dijeron que ya no querían volver…..
Coordinadora: humm… será que ¿el grupo no necesita de tutorías?
Profesora de Cálculo I: Sí, si necesitan. ¡Demasiado! Lo que pasa es que el grupo es muy fresco…No se profe, es que en este semestre, este corte de Licenciatura está extraño… atípico….a veces los veo muy […] Desde el primer día les pregunté si habían escogido la carrera por gusto, y me dijeron que NO, que fue la segunda opción. Pero igual yo les recalqué que era importante, igual que las demás carreras. Pero no, se lo han tomado muy relajado.

[22] Es un programa de extensión ofrecido por la Escuela de Matemáticas a niños y jóvenes para que puedan aproximarse al conocimiento matemático a través de actividades lúdicas. Estas actividades se desarrollan los sábados en la mañana en la universidad.

De lo anterior inferimos parte de una problemática que se percibe en la universidad pero que no está sustentada por algún estudio, y es que muchos de los estudiantes que ingresan a la licenciatura no lo hacen por interés sino como una segunda opción, misma que algunos terminan abandonando. Estos alumnos-tutorados de Eduardo manifestaron que habían entrado a la licenciatura para reforzar sus saberes matemáticos para luego ingresar a otra carrera, esto pudo influir en su falta de compromiso con las actividades de ASAE.

Dentro de su proceso tutorial Eduardo se caracterizó por enfocar su atención a los conceptos claves para el desarrollo de las temáticas del curso de Cálculo I. Conceptos, que por muy básicos que fueran, resultaban ser el pilar para el aprendizaje exitoso del estudiante. Esta afirmación fue expuesta por Eduardo en una de las reuniones:

> Ella [alumna-tutorada] estudia y llega con preguntas [a las tutorías]. Yo suponía que estaba estudiando bien, pero hoy me di cuenta que no, porque le hice preguntas básicas de regla de la cadena y no…. Cogí unos ejercicios para explicarle, le puse uno sencillo y no fue capaz...y sí estaba preguntando por cosas más avanzadas.

De lo anterior podemos percibir su inconformidad porque su alumna-tutorada no estudiaba adecuadamente y por la intención que ella tenía de plantearle ejercicios o preguntas "avanzadas" que en ocasiones le generaban dificultades en su labor tutorial. Esto último, resultado de la metodología implementada por Eduardo, quien a pesar de esmerarse por estudiar los contenidos matemáticos de la sesión, no diseñaba actividades para guiar su trabajo.

> Nunca realicé talleres para llevar a [las] tutorías. Ya que mi idea de una tutoría era responder preguntas que tuvieran los estudiantes […] además nunca les resolví un ejercicio completo, ya que ellos preguntaban sólo cosas que no entendían o no sabían, y cuando yo les explicaba esos errores, ellos volvían al ejercicio y lo resolvían.

De lo anterior, encontramos que Eduardo entiende las tutorías lejos de una actividad programada y que en estas se deben atender las inquietudes de los alumnos. Esta concepción coincide con la definición de tutoría de Álvarez

(2010, p.1.): “se entiende la tutoría como un servicio que complementa la acción educativa; apoyando las acciones realizadas por las diferentes áreas curriculares y asignaturas en su tarea de promover el logro y desarrollo de las competencias básicas de los alumnos”.

5.3 Aportes de las tutorías en el desarrollo del Pensamiento Matemático de Eduardo

El alumno-tutor seis semestres atrás había cursado y aprobado la asignatura de Cálculo I, tiempo suficiente para que lo aprendido por una persona pueda llegar a olvidarse. Por ende, Eduardo manifiesta que tuvo que esforzarse por estudiar los contenidos propuestos en el programa del curso, para así comprenderlos e ir trabajándolos paralelamente en las sesiones tutoriales. Parte de esta declaración se encuentra en la entrevista que Eduardo nos concedió:

> Cálculo I fue unas de las materias que más me costó entender en mi primer semestre en la Universidad y desafortunadamente la vi y la aprobé pero nunca comprendí muchos de los temas […] Todos los temas los conocía, pero no todos los comprendía a tal punto de poderlos enseñar […] Todos los temas fueron refinados gracias a las tutorías y todo gracias a que me tocó volverlos a estudiar y así poder despejar las dudas de los estudiantes. […] Gracias al curso de didáctica del cálculo logré entender y comprender casi todos los temas de la materia, pero [la] aplicación de la derivada me costaba bastante, y para superar este inconveniente, estudié los temas por mi cuenta y realizaba los ejercicios del libro guía antes de enseñarlos a los estudiantes.

Del comentario anterior encontramos que Eduardo para desempeñarse como tutor tuvo que prepararse con anticipación a cada sesión tutorial, de tal manera que tuviera claro el concepto o contenido matemático que iba a explicar a sus alumnos-tutorados. Este hecho lo llevó a apropiarse del contenido matemático que durante su formación inicial no pudo lograr y por ello no evidenciamos dentro del proceso alguna falencia en sus dominios conceptuales.

Como es un tutor que posee fortalezas en el Pensamiento Matemático y debilidades en el Pensamiento Didáctico, en este capítulo se enfocará más el análisis al segundo pensamiento, para ver qué aportes le brindaron las tutorías a Eduardo a éste.

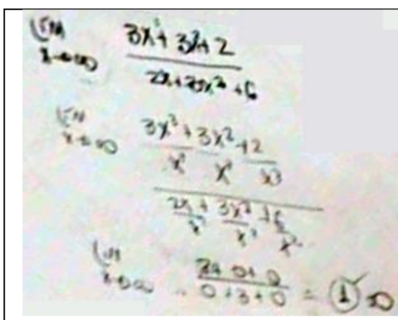
Retomaremos para el caso de Eduardo un episodio en el cual el proceso tutorial le posibilita recordar nociones sobre límites que involucran el infinito. Para esta sesión una alumna-tutorada de Eduardo plantea un ejercicio que estaba resolviendo con varios compañeros del curso, expresándole que ella se sentía confundida puesto que a sus compañeros le había dado un resultado completamente diferente al que ella encontró. Mientras que a la alumna-tutorada al evaluar el límite le dio 1, a sus compañeros les dio ∞**.**

El límite que la alumna-tutorada Cristina, le propuso a Eduardo fue el siguiente:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3 + 3x^2 + 2}{2x + 3x^2 + 6}$$

Eduardo pide a Cristina que le muestre su procedimiento (ver Figura 27). Como se puede ver en la Figura 27, Cristina resuelve el límite dividiendo el polinomio del numerador por x^3, y dividiendo el polinomio del denominador por x^2.

Figura 27. Procedimiento de Cristina para evaluar el límite



$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3 + 3x^2 + 2}{2x + 3x^2 + 6}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{3x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{2}{x^3}}{\frac{2x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2} + \frac{6}{x^2}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3 + 0 + 0}{0 + 3 + 0} = 1$$

Un asunto que pasa desapercibido para Eduardo es que Cristina al evaluar el límite escribe la expresión $\lim_{x \to \infty}$ en la última línea de la Figura 27, demostrando así, la creencia que Cristina tiene sobre el límite, al pensar que el límite que es una simple sustitución.

Al observar el procedimiento, Eduardo manifiesta que encontró algo sospechoso, pero no lo ve claramente. Por lo que le expresa a Cristina que le deje un poco de tiempo para pensar en su procedimiento. Luego, Eduardo le pide rápidamente una ayuda a la coordinadora.

La coordinadora inicialmente le indica que debe multiplicar por un “1” adecuado a toda la función, asimismo, le recuerda la importancia de un teorema de los límites para evaluar funciones racionales, dicho teorema se encuentra en Leithold (1998) y aparece en la Figura 28.

Figura 28. Teorema 11 de límites (Leithold, 1998, p. 58)

Si r es cualquier número entero positivo, entonces

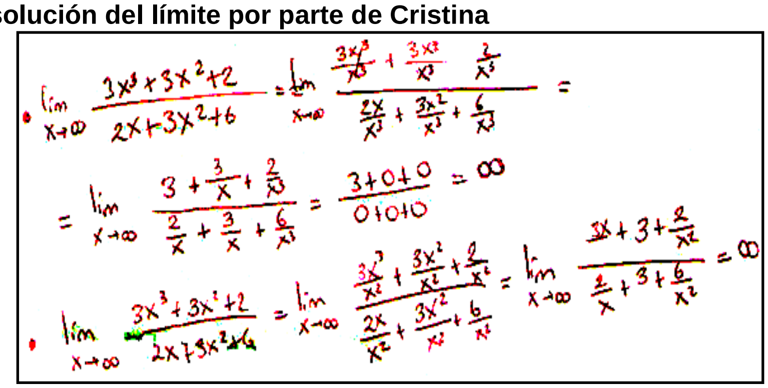
i) $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^r} = +\infty;$

ii) $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^r} = \begin{cases} -\infty & \text{si } r \text{ es impar} \\ +\infty & \text{si } r \text{ es par} \end{cases}$

Eduardo rápidamente comprende la idea que le da la coordinadora y decide continuar solo con su trabajo tutorial. Así, recordando el procedimiento a realizar, Eduardo le explica a Cristina que no está multiplicando a la función por 1, sino por $x = \frac{x^3}{x^2}$. Al igual que explicarle su resultado se obtuvo por no encontrar el término adecuado. Eduardo le indica a su estudiante tutorada que debe encontrar ese 1; no obstante, Cristina le manifiesta que aún no comprende la idea.

Al ver esta situación, el tutor decide guiar a su estudiante pidiéndole que divida a toda la función (tanto en el numerador como en el denominador) por x^3 y por x^2; luego, le pide que resuelva cada uno de los dos casos. Cristina determina los límites y encuentra que los dos límites dan infinito, ver Figura 29.

Figura 29. Resolución del límite por parte de Cristina



Tras ver este nuevo resultado, Cristina ahora manifiesta su inquietud por no saber cuál es el procedimiento correcto para resolver este tipo de límites. Para despejar la duda que presenta Cristina, Eduardo decide mostrarle un ejemplo, empleando el mismo método: multiplicando a la función racional por distintas expresiones (x^2 y x^3, respectivamente), ver Figura 30.

Figura 30. Ejemplo propuesto por Eduardo

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2+3x+2}{3x^3+9} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\frac{3x^3}{x^2}+\frac{9}{x^2}} = \frac{\lim\limits_{x \to \infty} 3 + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{3}{x} + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2}{x^2}}{\lim\limits_{x \to \infty} 3x + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{9}{x^2}} = \cancel{\frac{3+0+0}{\infty+0}} = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2+3x+2}{3x^3+9} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^3}+\frac{3x}{x^3}+\frac{2}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3}+\frac{9}{x^3}} = \frac{\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3}{x} + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{3}{x^2} + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2}{x^3}}{\lim\limits_{x \to \infty} 3 + \lim\limits_{x \to \infty} \frac{9}{x^3}} = \frac{0}{3+0} = 0$$

El tutor le explica a Cristina que la primera opción de la Figura 30 no es válida, ya que está evaluando el límite y operando el infinito como si fuera un valor determinado, lo cual manifiesta el tutor, es incorrecto.

Esto último, hace parte de las fortalezas que tiene Eduardo en su pensamiento matemático y que está usando en la interacción con su estudiante, para que ella comprenda que el límite de una función no significa realizar operaciones algebraicas (procesos mecánicos con que usualmente resuelve Cristina los límites), sino que busca darle un significado a este concepto, empleando los teoremas y comprendiendo el comportamiento de la función (en términos de Hitt y Páez, 2005).

Después de ello, Eduardo empieza a comparar el procedimiento realizado por Cristina y el del ejemplo, destacando que el modo correcto es el procedimiento donde se divide por el término que tiene la mayor potencia tanto en el numerador como en el denominador.

De lo discutido en esta sesión encontramos que Eduardo a pesar de no tener claro inicialmente cuál era el procedimiento para resolver este tipo de límites, él encuentra apoyo en la coordinadora para así continuar con su trabajo tutorial. Posteriormente, teniendo claro lo que debía hacer al conectar sus ideas, propone un ejemplo y una posterior comparación que le permite (con ayuda del teorema de la Figura 28) despejar la inquietud de Cristina. Vemos que el tutor ha tomado la iniciativa de proponer ejemplos, los cuales le permita a su estudiante ver con mayor claridad lo que el tutor quiere explicarle, es decir, está logrando desarrollar su Pensamiento Didáctico.

5.4 Aportes de las tutorías en el desarrollo del Pensamiento Didáctico de Eduardo

Durante el semestre se encontró que Eduardo fue variando sus metodologías de acompañamiento académico, pues inicialmente dedicó el espacio de las tutorías a resolver las inquietudes de sus estudiantes, pero después de que enfrentó algunos conflictos para atender dichas dificultades intentó buscar apoyos tanto de su profesor de Didáctica del Cálculo, como de las coordinadoras o de sus compañeros tutores para pensar en cómo podía explicar a sus alumnos y qué herramientas utilizar.

Asimismo, debemos destacar el ánimo y la constancia que muestra Eduardo para realizar su labor como tutor, al igual que su paciencia frente a la situación que se presentó con el grupo de alumnos-tutorados que se le había asignado: poco interés por estudiar, y por ende poco por participar activamente y cumpliendo con los compromisos dentro de las tutorías. Parte de esta situación, se ve reflejada en el Recuadro 4, donde expone por qué una estudiante suya no presenta avance alguno.

Eduardo en el Recuadro 4 indica que Cristina pensaba que al plantear y resolver junto con él, ejercicios o problemas con un alto nivel de dificultad iba a aprender más rápido; sin embargo, Eduardo resalta que ella no conoce los aspectos básicos, lo cual le impide avanzar en su proceso de aprendizaje del cálculo. Esta reflexión que realiza el tutor en el Recuadro 4 a partir del desempeño y las características de su alumna-tutorada nos permite observar la importancia que tiene para él comprender las nociones básicas del cálculo, las cuales le permitirán a su alumna-tutorada mejorar en su proceso de aprendizaje.

Recuadro 4. Respuesta de Eduardo en la pregunta 8 del Informe Final

> ¿En el transcurso de las tutorías, qué logros el estudiante ha alcanzado?
>
> *Con una estudiante en particular, pensé que estaba dando resultado la tutoría, pero con el paso del tiempo, me di cuenta que ella sólo miraba ejercicios difíciles y los llevaba para que yo se los solucionara, cuando yo lo explicaba y le preguntaba si entendía me decía que sí; y cuando le preguntaba algo sobre lo que le acababa de explicar no me respondía acertadamente. Me di cuenta que ni siquiera sabía las cosas fundamentales de los temas, que sólo estaba asistiendo por asistir a las tutorías y no por despejar dudas que en verdad tuviera.*

Podemos observar cómo Eduardo va cambiando su procedimiento en la tutoría con las inquietudes que manifiesta Cristina, al mismo tiempo, el esfuerzo que él realiza por evitar que ella presente errores que se transformarán posteriormente en obstáculos para su aprendizaje.

Cristina ha sido constante con la asistencia y participación al programa ASAE desde el inicio hasta el final del semestre, lo cual permitió que Eduardo conociera a su alumna, su método de estudio, su estrategia para preguntar en las tutorías, las dificultades que presentaba cuando estudiaba sola y sus gustos.

Ponte (2000) menciona que, en este aspecto, para un docente también es importante conocer los procesos de aprendizaje de su estudiante, identificar sus características y las dificultades que presente ante un contenido matemático particular, para así decidir qué adaptaciones particulares deberá realizar, las cuales se ajusten a las necesidades de sus estudiantes.

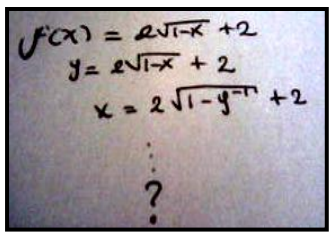
De aquí que Eduardo tratara de ajustarse a las necesidades e inquietudes de su estudiante, guiándola en su proceso, al igual que proponiéndole otros acercamientos para permitirle comprender un contenido matemático específico; con el fin de responder a los objetivos del programa ASAE propuestos en el apartado 6.1.1.

5.4.1 Eduardo identificando problemas de aprendizaje al graficar funciones

Para esta sesión Cristina le ha propuesto al alumno-tutor trabajar un ejercicio que había sido planteado en su primer examen de Cálculo I. El ejercicio consistía en determinar el dominio, recorrido de f y f^{-1}, si $f(x) = 2\sqrt{1-x} + 2$.

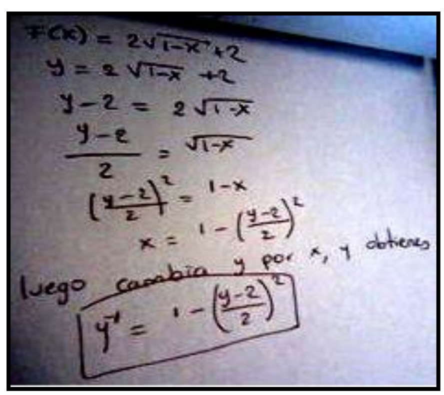
La alumna-tutorada le indica a Eduardo que no supo cómo resolver este ejercicio ya que para determinar la función inversa ella estaba acostumbrada a cambiar x por y, y despejar la nueva y^{-1}; sin embargo, cuando trató de hacer esto, no supo qué hacer con la raíz (ver Figura 31).

Figura 31. Procedimiento de Cristina para resolver el ejercicio



Eduardo le propone cambiar el orden del método que ella había implementado hasta ese momento, de tal manera que fuera más fácil de determinar la función inversa. Dicho procedimiento se presenta en la Figura 32.

Figura 32. Eduardo determinando la función $f^{-1}(x)$.

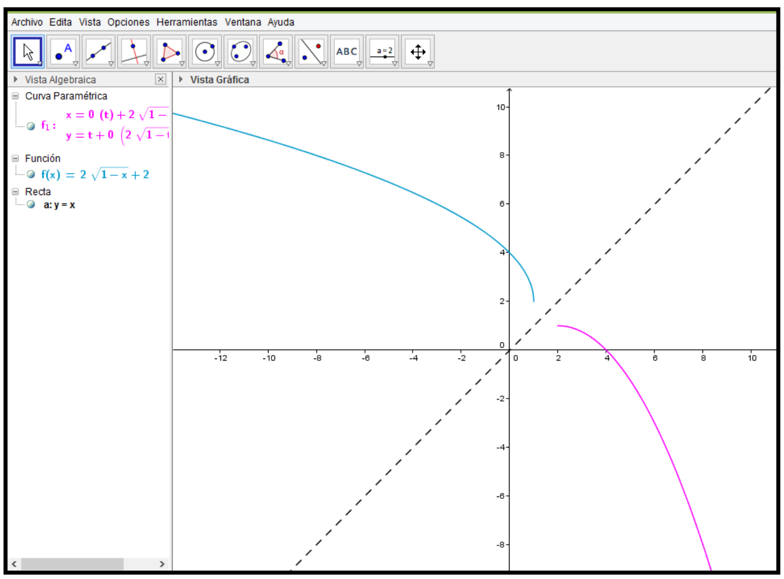


Del procedimiento elaborado en la Figura 32 encontramos que Eduardo despeja x para luego hacer el cambio de x por y^{-1}, y así poder determinar la inversa de la función rápidamente. Después, él le pide a su alumna-tutorada hallar el dominio y el rango[23] de $f(x)$ y $f^{-1}(x)$.

Mientras Cristina intenta encontrar los conjuntos del dominio y del recorrido para ver los posibles valores que puede tomar la x e y, respectivamente; se tiene que Eduardo deja el salón y posteriormente trae consigo un portátil.

Al igual que en el Capítulo 4 con Julieta, el tutor Eduardo encontró en GeoGebra una herramienta para desarrollar parte de su trabajo tutorial. Un aspecto sugerido por el profesor de Didáctica del Cálculo fue el uso de las TD, específicamente de GeoGebra para trabajar con sus alumnos-tutorados. De allí que Eduardo decida implementar GeoGebra para realizar su trabajo con Cristina, iniciando la búsqueda de $f^{-1}(x)$ (ver Figura 33).

Figura 33. Gráfica de la función y su inversa realizada por Eduardo



¿Recuerdas qué te decía la profesora de Cálculo I respecto a f y f^{-1}? ¿Notas algo en particular con la gráfica de la función y su inversa? Pregunta

[23] El término rango está mal empleado. Cuando se habla de funciones reales, se debe hablar de recorrido, imagen o codominio según Mayorga (1996).

Eduardo a Cristina. La alumna-tutorada le comenta que en clase le habían explicado algo, pero que lo ha olvidado.

Eduardo le indica a Cristina que mire cuidadosamente las gráficas de la función en la pantalla del computador, donde en color azul aparece $f(x)$ y en color rosado $f^{-1}(x)$, la cual aparece en la Figura 33. Santiago, otro alumno-tutorado de Eduardo le pregunta qué representa la línea que aparece punteada, de tal manera que su tutor le indica que corresponde a la función idéntica, la recta $y = x$.

Cristina le describe a Eduardo que la función inversa parece que resulta de poner un espejo en la recta $y = x$, y al comparar la función f y con ese "espejo", resulta inmediatamente la gráfica de la función inversa.

No obstante, Santiago no entiende lo que su compañera enuncia, ni las pistas que Eduardo le brinda, lo que lleva al alumno-tutorado a mirar constantemente sus apuntes sin lograr asociar lo que está escrito en su cuaderno con lo que su tutor le está explicando. Para ello, Eduardo procura mediante constantes preguntas enfocar la atención de Santiago, de tal manera que no se distraiga y así, logre concentrarse en su trabajo.

De lo anterior, observamos cómo Eduardo trata de incorporar GeoGebra posibilitando que sus estudiantes logren visualizar la relación geométrica entre la gráfica de una función y su inversa, tal como lo proponen los NCTM (2000) en su principio tecnológico "la tecnología influye en las matemáticas que se enseña y enriquece su aprendizaje" (p.26). Tal afirmación se ve reflejada en la labor que realiza Eduardo; así como se ve reflejada también en la propuesta de Hitt (2005), ya que promueve un pensamiento visual articulado a los procesos algorítmicos al determinar la inversa de la función y promueve la visualización matemática en el aula experimental.

Poco a poco, el tutor va desarrollando en su labor tutorial, aspectos que pertenecen al pensamiento didáctico y que por medio de su búsqueda de estrategias para resolver las inquietudes de sus estudiantes va forjando en su pensamiento reflexivo.

Otra característica que resaltamos del tutor durante esta sesión, fue su compromiso para que sus alumnos-tutorados comprendieran lo que dice el enunciado de un ejercicio dado. Eduardo al final de la sesión realizó una reflexión con sus estudiantes, recalcando sobre lo importante que es comprender lo que se lee y así cuando estudien solos, no tengan inconvenientes al realizar su actividad matemática.

Por ello se destaca la actitud del tutor de brindarles algunas herramientas que no sólo les servirá para que aprueben la materia, sino que luego necesitaran más adelante para sus estudios.

5.4.2 Eduardo identificando problemas de enseñanza en la continuidad de una función

En esta sesión tutorial, Eduardo enfoca su trabajo en el tema de la continuidad de una función en un punto. Para ello, Eduardo le pregunta a su alumna-tutorada sobre inquietudes que tenga referente a este tema. Su estudiante le manifiesta una inconformidad: y es que su profesora no le valió un proceso para verificar la continuidad de la función $f(x) = x^2 + \sqrt{7-x}$ en $a = 4$.

Estudiante:	La profesora no me valió el punto porque me faltó escribir algo $\lim_{x\to 4} f(a) \to \lim_{x\to 4} (1)^2 + \sqrt{7-4} = 17{,}7$
Estudiante:	comprobé las dos primeras condiciones para corroborar la continuidad de una función en un punto, y que si se cumplen las dos primeras, ¡listo!
Tutor:	la función es continua en un punto, si cumple las condiciones: i) $f(a)$ exista, ii) $\lim_{x\to a} f(x)$ exista y iii) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$.
Estudiante:	yo pienso que si se cumplen las dos primeras condiciones, ya está. ¿Usted cree que esto es cierto?
Tutor:	Si.
Estudiante:	Es que yo vi en un libro y dice que NO.
Tutor:	Para $\lim_{x\to 4} x^2 + \sqrt{7-x}$, nos toca darle valores cercanos a 4. ¿Qué pasa cuando x es 4 por la izquierda?, evaluemos esa función en 3,9, 3, 99 y 3,999.
Estudiante:	Así no lo hace la profesora. Lo que pasa es que la profesora para esta función no se puso a mirar lo que pasa por la derecha ni por la izquierda.
Tutor:	¿qué fue lo que hizo ella?
Estudiante:	simplemente evaluar el límite en la función y encontrar $f(a)$… ¡ah! o sea que siempre va a dar lo mismo.

Tutor: en este caso sí, porque es una función polinómica, porque la función está definida para ese $a = 4$. No hay inconveniente con este tipo de funciones. El problema se da cuando no se tiene este tipo de funciones.

Al observar el procedimiento de Jimena, su alumna-tutorada, Eduardo encuentra que ella realiza una sustitución de la función $f(x) = x^2 + \sqrt{7 - x}$ en $x = 4$, y "evalúa" el límite, demostrando así una dificultad presentada por Hitt y Páez (2005). Eduardo le recuerda que no debe entender el límite como una simple sustitución, así que él decide hacer aproximaciones en la función para determinar el límite; primero, hallando $f(3{,}9)$, y así poco a poco ir creando una idea del límite de la función cuando x tiende a 4; tal y como lo propone Hitt (2005) al Eduardo mostrar ideas intuitivas de un concepto matemático, en este caso de continuidad. No obstante, Jimena manifiesta que este procedimiento no lo realizó su profesora y por ello no ve la necesidad de hacerlo, truncando la idea que iba construyendo su alumno-tutor.

De lo anterior, se tiene que Eduardo procura que Jimena tras no entender claramente el concepto de límite, construya (al determinar los valores) una idea de lo que pasa con la función cuando *x* toma valores cercanos a 4, y verifique así la continuidad de la función en un punto. Destacándose aquí que su fortaleza en el pensamiento matemático y la orientación brindada a la estudiante, permite el desarrollo de su pensamiento didáctico.

Posteriormente, Eduardo y su alumna-tutorada retoman la discusión sobre las condiciones para la continuidad, de donde él afirma que para el caso de esta función, no hay problema ya que es una función polinómica. Esta afirmación presenta dos inconsistencias: i) $f(x) = x^2 + \sqrt{7 - x}$ es una función polinómica; y ii) las condiciones para la continuidad de una función en un punto.

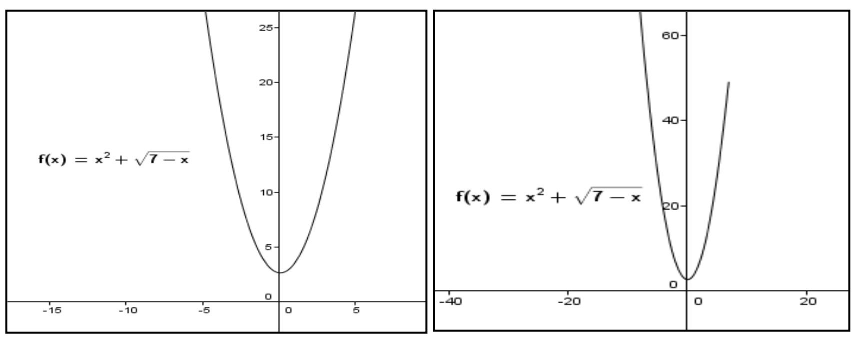
Luego, Eduardo pregunta por la continuidad en el punto $a = 8$ a su estudiante, encontrando Jimena que no se puede definir $f(8)$.

Eduardo reflexiona y rápidamente le ofrece disculpas a su estudiante corrigiendo su anterior afirmación sobre el tipo de función que estaban manipulando, por ello le pide que vean en el texto guía cuál es ese tipo de función.

De lo anterior, encontramos cómo Eduardo maneja la situación de la tipificación de la función, señalando de aquí que su fortaleza en el pensamiento matemático, le posibilitó comprender su error e invitar a su estudiante a corroborar el tipo de función a tiempo. Esta es una de las características de las tutorías entre pares, donde tanto el tutor como el estudiante aprenden uno del otro.

El tutor decide sacar su computadora y graficar la función, para de esta manera despejar cualquier duda (ver Figura 34).

Figura 34. Gráfica de la función f(x).



Eduardo hace dos aproximaciones de la gráfica de la función de $f(x)$ (ver Figura 34). Él le explica a su estudiante que a lo que se refería con función polinómica era un teorema fuerte que dice que toda función es continua en su dominio. Por ello, si quería verificar la continuidad de la función en 4, pues tenía que verificar si este valor estaba en el dominio de f.

El tutor retoma las gráficas en el computador y le indica a su estudiante que debe tener cuidado al observar la gráfica de una función. Para ello, le aconseja siempre encontrar el dominio de la función y entender el comportamiento de la misma. Eduardo le indica que al alejar el zoom de la pantalla (parte derecha de la Figura 34) tienen una representación que sí corresponde al dominio de la función.

Nuevamente se tiene una sesión tutorial donde el tutor implementa GeoGebra para visualizar la función, y así verificar la continuidad de ella en un punto dado, esta fortaleza que desarrolla Eduardo tras la atención de las inquietudes de su estudiante, le está permitiendo una adecuada incorporación de las TD en el aula de clase, tal como lo propone Hitt (2005).

5.4.3 Eduardo adquiriendo experiencia al atender las inquietudes de su alumna-tutorada

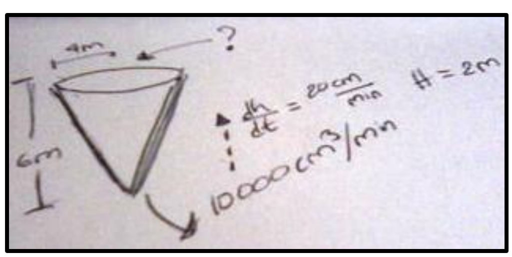
El tutor Eduardo se encuentra trabajando un ejercicio de relaciones afines donde se ve involucrado un tanque de forma cónica, el problema fue planteado por Jimena quien le manifiesta su duda al no poder entender el enunciado. Este problema se muestra en la Figura 35.

Figura 35. Problema 23, sección 3.9 Relaciones afines (Stewart, 2008, p. 246)

El agua sale de un depósito en forma de cono invertido a una relación de $10\,000\ cm^3/min$ al mismo tiempo que se bombea agua al depósito a una proporción constante. El depósito mide $6\ m$ de alto y el diámetro en la parte superior es de $4\ m$. Si el nivel del agua se eleva a una relación de $20\ cm/min$ cuando la altura del agua sea $2\ m$, calcule la proporción a la cual el agua está siendo bombeada hacia el tanque.

La alumna-tutorada le explica que lo primero que realizó fue un esquema, el cual representa la situación del problema, pero que se enredó al sacar cada uno de los datos suministrados en el enunciado. Al ver esta situación, Eduardo le pregunta si estudió los ejemplos que presenta el texto guía Stewart (2008), a lo que ella responde negativamente.

Figura 36. Esquema propuesto por Jimena para resolver el problema 23



Eduardo observa lo planteado por Jimena en la Figura 36, preguntándole por qué no hizo el cambio de unidades de medidas en los datos del problema; no obstante, Jimena no sabe que responderle, por lo tanto, Eduardo decide enseñarle a Jimena cómo estudiar un ejemplo, retomando el que aparece en la Figura 37.

Figura 37. Ejemplo 3, sección 3.9. Relaciones afines de Stewart (2008, p. 243)

Un depósito para agua tiene la forma de un cono circular invertido; el radio de la base es de $2\,m$ y la altura es de $4\,m$. Si el agua se bombea hacia el depósito a una razón de 2 m^3/min, determine la rapidez a la cual el nivel del agua sube cuando el agua tiene $3\,m$ de profundidad.

Eduardo procura por desarrollar un problema coherente y sin contradicciones lógicas, tal como lo propone Hitt (2005) como fortaleza del pensamiento didáctico. Luego, él cuestiona a Jimena por qué decide hacer problemas de esa sesión del libro sin haber leído con anticipación, recordándole que para resolver problemas es necesario mirar ejemplos que le permitan tener modelos; para que así, cuando resuelva el problema propuesto tenga alguna herramienta dentro de su conocimiento.

El tutor procede a mirar paulatinamente e ir estudiando el problema con su estudiante, resaltando que lo primero a realizar, es identificar cuáles son los datos que brinda el enunciado, y destaca la frase: “si el agua se bombea hacia el depósito a una razón de 2 m^3/min”; preguntándole luego a Jimena: qué representa esa razón de 2 m^3/min y qué representa la rapidez a la cual el nivel de agua sube cuando el agua tiene x metros de profundidad.

Observando el párrafo anterior, Eduardo procura por ir desglosando paulatinamente cada uno de los elementos que componen el enunciado del problema propuesto, tal como lo propone Pólya (1989) al resolver un problema. De esta manera se tiene cómo el tutor guía al estudiante en la comprensión de los datos, una fortaleza que está desarrollando en su pensamiento didáctico.

El tutor sigue la solución presentada en la Figura 38, explicando y justificando paso a paso cada línea planteada en la solución presentada en el libro. No obstante, se encuentra que Jimena le manifiesta a Eduardo por qué se encuentra leyendo con ella la solución del ejemplo, indicándole que están perdiendo tiempo.

Figura 38. Solución del ejemplo 3 de Stewart (2008, p. 243)

SOLUCIÓN Primero elabore un diagrama del cono y anote la información como en la figura 3. Sean V, r y h el volumen del agua, el radio de la superficie circular y la altura en el tiempo t, donde t se mide en minutos.

Sabe que $dV/dt = 2\ \text{m}^3/\text{min}$ y se pide determinar dh/dt cuando h es 3 m. Las cantidades V y h se relacionan mediante la ecuación

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

pero es muy útil expresar V sólo en función de h. Con objeto de eliminar r, recurra a los triángulos semejantes en la figura 3 para escribir

$$\frac{r}{h} = \frac{2}{4} \qquad r = \frac{h}{2}$$

y la expresión para V se vuelve

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h = \frac{\pi}{12}h^3$$

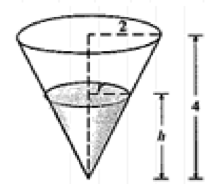


FIGURA 3

Ahora puede derivar con respecto a t cada miembro:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$$

de modo que

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi h^2}\frac{dV}{dt}$$

Al sustituir $h = 3$ m y $dV/dt = 2\ \text{m}^3/\text{min}$ obtiene

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi(3)^2}\cdot 2 = \frac{8}{9\pi}$$

El nivel del agua sube a razón de $8/(9\pi) \approx 0.28$ m/min.

Eduardo, le responde que si entiende ese ejemplo, ella podrá entender y resolver el ejercicio que inicialmente estaban haciendo, es decir está mostrando fortalezas en su pensamiento didáctico, ya que se encuentra buscando diferentes maneras de acercar el conocimiento matemático de la derivada y la resolución de problemas a Jimena, mediante problemas similares de tal manera que le permita hacer más comprensible el aprendizaje a su estudiante.

Es destacable la actitud que muestra Eduardo al tratar de buscar alternativas para que su estudiante comprenda el contenido matemático en juego; además estimular en su alumna los métodos de estudio para que vaya desarrollando desde su formación y así pueda no sólo mejorar su nota en el curso, sino que también desarrolle sus aptitudes matemáticas.

5.5 Aportes generales de las tutorías a la formación de Eduardo

Eduardo es un alumno tutor que a pesar de no preparar talleres para implementar en sus sesiones tutoriales, logró desempeñarse como tutor al guiar a sus alumnos tutorados. Esto, gracias a su fortaleza en el pensamiento matemático, ya que poco a poco y gracias a las inquietudes de sus estudiantes se vio en la necesidad de ir estudiando de nuevo aquello que en su formación no había podido dominar. Dicha situación fue explicitada por Eduardo en su entrevista:

> Investigadora: ¿Qué cambios generó en ti el haber participado como tutor de Cálculo I en el segundo semestre de 2012?
> Eduardo: Comprendí mejor la materia y de alguna manera fije nuevas metas en otra dirección, ya que antes de las tutorías ni siquiera pensaba en ser profesor de cálculo en una universidad o seguir mis estudios de posgrado.
> Investigadora: ¿cuáles habilidades piensas que has desarrollado a partir de esta experiencia?
> Eduardo: Comprensión de la materia y de las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a ella.
> Investigadora: Eduardo, ¿qué crees que te aportó la tutoría para tu formación docente?
> Eduardo: Comprender que sólo con saber cálculo o cualquier otra materia no es suficiente para enseñarla y por el contrario faltan muchas cosas que realizar para mejorar la Educación Matemática en Colombia.

En esta conversación se vislumbra que después de pertenecer al programa y desempeñarse como tutor de Cálculo I, Eduardo encontró su vocación para ser profesor en niveles superiores. Se tiene que el campo laboral para un licenciado o licenciada de la Escuela de Matemáticas de la UIS, está en el nivel medio de escolaridad en Colombia, es decir ser profesor de escuela secundaria; no obstante, se encuentran licenciados tanto en la escuela media como básica. De allí que luego de esta experiencia, Eduardo pudo vislumbrar la posibilidad de iniciar sus estudios de Posgrado.

El alumno-tutor también nos comenta que a partir de las tutorías logró conocer y experimentar las dificultades que experimenta el estudiante al aprender cálculo, los obstáculos epistemológicos que se presenta con las nociones (función, límite, derivada), y entender que no le es suficiente al profesor de matemáticas saber todos los contenidos del curso, sino que también debe saber cómo enseñárselos a sus estudiantes (Pensamiento Didáctico).

Al inicio del programa, Eduardo perteneció al grupo de alumnos-tutorados que presentaron interés por ser tutores de Cálculo I, debido a la importancia que veía en las tutorías para incidir en su proceso de formación docente (ver Recuadro 5).

Recuadro 5. Justificación de Eduardo ante la pregunta 2 del informe final

¿Si usted hubiera tenido la opción de realizar o no la experiencia de ser tutor, de Cálculo 1 en el primer semestre de 2012, sin que ésta fuera tenida en cuenta para la evaluación del curso de Didáctica del Cálculo la hubiera realizado? Si **X** No_ ¿Por qué? *Ya que nos estamos formando como docentes, en algún momento debemos comenzar a ejercer esta labor y qué mejor que espacios como este que nos ofrece la Escuela para poder dar tutorías a estudiantes de primer nivel.*

Esta influencia en su formación fue comprobada por Eduardo, ya que el alumno-tutor reconoció en el Recuadro 6, sus debilidades en el dominio de las nociones del cálculo, las cuales pudo solventar a partir de estudiar para comprender los contenidos del curso.

Recuadro 6. Respuesta de Eduardo en la pregunta 3 del Informe Final

¿Después de haber vivido la experiencia, cambió de opinión? Si _ No **X** ¿Por qué? *Al tener la oportunidad de dar las tutorías me di cuenta que tengo muchas falencias con los conceptos fundamentales del cálculo y haber tenido esta experiencia me hizo repasar y comprender el contenido de esta materia, por esta razón me gustó dar tutorías.*

No obstante, en el proceso tutorial también estuvo frente a situaciones de inconformidad, ello debido al desempeño que tuvieron sus alumnos-tutorados.

Eduardo en el Recuadro 7 nos revela dos razones por las cuales sus estudiantes no pudieron aprobar el curso exitosamente. La primera, debido al poco interés que presentaron sus alumnos por estudiar tanto con él como por fuera de las tutorías; y segundo, por no asistir constantemente a las tutorías interrumpiendo así, el acompañamiento académico en el proceso de aprendizaje del alumno-tutorado.

Recuadro 7. Comentarios generales de Eduardo de su experiencia como tutor

> *Esta experiencia es buena ya que podemos darnos cuenta de las falencias que tenemos de los temas de cálculo y poder estudiar para corregirlas.*
> *Al finalizar estas tutorías no me siento conforme ya que mis estudiantes no sacaron buenas notas en los parciales y todo por no estudiar a tiempo. Además, los estudiantes que me asignaron, no fueron constantes en la asistencia de las tutorías.*

Para concluir con los aportes de las tutorías en la formación de Eduardo, vale la pena destacar que para él, las tutorías y el proceso que se llevó en el curso de Didáctica del Cálculo le permitieron contrastar la teoría (lo que aprendía en el curso de Didáctica) y la práctica (lo que experimentaba al resolver las inquietudes de sus estudiantes en las tutorías); veamos lo siguiente:

> Con las exposiciones de nuestros compañeros [en el curso de Didáctica] aparecen cosas que nos hacen reflexionar del por qué algunos estudiantes no comprenden o no conciben ciertos conceptos fundamentales del Cálculo [en las tutorías], como lo son: el límite, la razón de cambio y otros […] Parte de ello por no haber visto con importancia las otras áreas como son la geometría y la estadística, las cuales desarrollan nuestro pensamiento geométrico y variacional.

De lo anterior se encuentra que Eduardo destaca la importancia que tiene para el estudiante realizar las conexiones entre los conocimientos de diferentes áreas, tal como lo plantean los NCTM (2000), con el propósito de desarrollar y posibilitar el aprendizaje de conceptos del cálculo.

El tutor también resalta la importancia que tuvo su curso de Didáctica, ya que desde allí se fomentó el uso de las Tecnologías Digitales.

La importancia del uso de la tecnología para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos matemáticos, como por ejemplo el uso de GeoGebra.

Para Eduardo conocer desde la asignatura de Didáctica del Cálculo las Tecnologías Digitales (en este caso GeoGebra), le llevó a implementarlas en las tutorías, empleando así lo que había estudiado desde los NCTM (2000) y experimentando las posibilidades que ofrecía GeoGebra para el aprendizaje de sus alumnos-tutorados, por ejemplo: la visualización de los conceptos matemáticos que estudiaban.

Tal como lo resalta Ponte (2000), un aspecto que logró Eduardo a partir de su labor tutorial fueron las adaptaciones que realizó en su metodología para responder a las necesidades que presentaba Jimena durante las tutorías y el esfuerzo que conllevaba atenderlas, asimismo la constante reflexión sobre sus métodos de estudio y el impulso para que continuara estudiando en la Universidad.

6. CONSOLIDACIÓN DE LA ALTERNATIVA: ESTABLECIENDO EL PROGRAMA ASAE

La investigación que desarrollamos y reportamos en este documento, quería no sólo ser un documento que aportara al componente teórico de la Educación Matemática, sino como lo indica nuestro enfoque investigativo (la investigación curricular), responder al objetivo complementario de institucionalizar los procesos de seguimiento y acompañamiento académico a estudiantes de Cálculo Diferencial en la UIS, el cual tiene la participación de futuros maestros de matemática y profesionales en Educación Matemática. Para la institucionalización de un programa de este estilo se requiere de bases teóricas y metodológicas que lo fundamenten, por ello en los apartados que componen este capítulo presentamos unos lineamientos del programa, mismos que necesitan enriquecerse en la medida que el programa se vaya consolidando.

6.1. Presentación

El programa ASAE (Atención, Seguimiento y Acompañamiento a Estudiantes) nace como una alternativa del proyecto "Una estructura curricular para atender la problemática relacionada con el curso de Cálculo I en la UIS" de Parada (2012); el cual, como su nombre lo indica, busca cooperar en la problemática de altos índices de reprobación y deserción en los cursos de Cálculo, específicamente de Cálculo I, en la Universidad Industrial de Santander (UIS).

No obstante, el programa ASAE más allá de coadyuvar para que los alumnos de Cálculo I aprueben esta asignatura, pretende brindar un *espacio académico a aquellos estudiantes de primer semestre interesados en la* *discusión, análisis y comprensión de los contenidos del Cálculo Diferencial, posibilitando así el mejoramiento de su desempeño en la Universidad*.

6.1.1. Objetivos del programa institucional

Para responder al objetivo general del programa ASAE se han trazado como objetivos específicos:

- Coadyuvar la acción educativa del profesor de Cálculo I, apoyándolo cuando presente estudiantes con mayores dificultades en el manejo de contenidos matemáticos.
- Observar e identificar las dificultades de aprendizaje y los métodos de estudio de los alumnos que están bajo la tutoría.
- Programar o diseñar actividades de refuerzo que posibiliten la atención a las dificultades de los estudiantes y que conlleven a un aprendizaje efectivo de los contenidos del curso.
- Diseñar recursos de evaluación y seguimiento que le permitan al programa valorar los avances de los estudiantes.

Así, la tutoría en nuestro programa consiste en un proceso de acompañamiento y seguimiento en el aprendizaje de los estudiantes mediante la atención personalizada de un grupo de alumnos por parte de estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, quienes han tenido una formación matemática y didáctica. Asimismo, orientada por formadores de profesores, profesores de Cálculo I y coordinada por Educadores Matemáticos.

6.2. Participantes del proceso tutorial

Para llevar a cabo el pleno desarrollo de las tutorías es necesario el trabajo conjunto de los diferentes participantes, identificando sus características y responsabilidades dentro del programa tutorial. Los involucrados son:

6.2.1. Instancias Administrativas y Académicas

El programa ASAE necesita del apoyo de la parte académica-administrativa de la institución para que se pueda contar con los recursos humanos, físicos y financieros necesarios, por ello en la fase de institucionalización se ha establecido lazos con la Vicerrectoría Académica, el comité de excelencia académica (adscrito a la Vicerrectoría Académica), y fundamentalmente los directivos de la escuela de Matemáticas y la Facultad de Ciencias. No obstante, queda abierta la vinculación a las diferentes unidades académicas de la Universidad, para que apoyen esta iniciativa y se unan a sus propósitos.

6.2.2. Coordinadores

Académicos que imparten cátedra en la Universidad; supervisan la labor del tutor mientras les brindan apoyo y orientación.

Perfil:

- Ser profesor de la Escuela de Matemáticas (o estudiante de posgrado) de la UIS, especialista en Educación Matemática que imparte o ha impartido Cálculo I.
- Ser licenciado en matemáticas y haber participado en las versiones anteriores de ASAE.
- Conocer el plan de estudios de la asignatura de Cálculo I.

Funciones y responsabilidades del coordinador

- Facilitar los recursos de apoyo necesarios para la realización de las actividades elaboradas por los tutores.
- Supervisar las propuestas y materiales (planeaciones, guías o talleres) elaboradas por los tutores.
- Llevar el control de la tutoría.
- Facilitar la cooperación educativa entre el formador de profesores, el profesor de Cálculo Diferencial y la coordinadora.

- Informar al tutor las necesidades educativas que identificó el profesor de Cálculo Diferencial.
- Convocar, coordinar y moderar las reuniones de tutores.
- Mantener un diálogo constante con los tutores.
- Supervisar el proceso tutorial y el cumplimiento de funciones de los demás participantes del proceso.

Observación: es necesario que al menos uno de los coordinadores esté en el aula donde se esté llevando a cabo la acción tutorial, de esta manera podrá brindar apoyo a cualquier tutor que lo requiera.

6.2.3. Formador de profesores

Académico que imparte cátedra en la Universidad, experto en didáctica del cálculo, el cual ofrece orientación didáctica a los tutores.

Perfil:

- Tener experiencia en formación de docentes. Conocer el plan de estudios de la asignatura de Cálculo I.
- Ser Magister o Doctor en Educación Matemática.
- Tener conocimientos en Didáctica del Cálculo.

Funciones y responsabilidades del formador de profesores.

- Orientar la planificación de las actividades propuestas por los tutores.
- Supervisar el trabajo realizado por los tutores.
- Mantener un diálogo constante, junto con los coordinadores para conocer las inquietudes o sugerencias de los tutores.
- Brindar espacios de diálogo y discusión teórica alrededor de las experiencias vividas por los tutores.
- Promover y estimular en los tutores la implementación de aprendizajes adquiridos en el curso de Didáctica del Cálculo en su experiencia docente.

- Convocar reuniones con los profesores de Cálculo Diferencial, los coordinadores cuando fuera necesario.

6.2.4. Profesor de Cálculo I

Académico que imparte clases en la Universidad y está involucrado en la formación matemática de los estudiantes de Cálculo I.

Perfil:

- Ser profesor adscrito a la Universidad Industrial de Santander con conocimientos en el cálculo diferencial.
- Licenciado en Matemáticas o profesional con formación matemática y pedagógica, mínimo un año de experiencia.
- Ser estudiante de posgrado de la Escuela de Matemáticas.

Funciones y responsabilidades del profesor de Cálculo I:

- Informar a los coordinadores de las necesidades que presentan sus alumnos en los contenidos matemáticos de Cálculo Diferencial.
- Informar a los tutores y coordinadores los avances y dificultades que presentan los alumnos de Cálculo Diferencial que asisten a las tutorías.
- Mantener al tanto a los tutores de los ajustes, énfasis y procesos realizados en las clases habituales del curso.
- Motivar a los alumnos-tutorados a la asistencia y cumplimiento de las actividades propuestas en el programa tutorial.

6.2.5. Alumno-tutor

Estudiante para profesor de matemáticas con formación didáctica y matemática, quien brinda seguimiento y acompañamiento académico a su estudiante asignado.

Perfil:

- Ser estudiante de la Escuela de Matemáticas de la UIS.

- Ser estudiante de Licenciatura en Matemáticas que esté en o por encima del quinto nivel.
- Estar cursando o haber cursado la asignatura de Didáctica del Cálculo.

Funciones y responsabilidades del alumno-tutor:

- Animar y estimular el hábito de estudio.
- Planificar y ordenar el trabajo extra clase propio y el de sus alumnos-tutorados.
- Estimular a los alumnos-tutorados para que adquieran hábitos y técnicas de estudio eficaces.
- Reforzar y mejorar sus aprendizajes para que tenga dominios conceptuales de la materia.
- Orientar y asesorar en las inquietudes y demandas que presenten los alumnos de Cálculo Diferencial y mediar.
- Informar a los coordinadores y al formador de profesores todo aquello que es concerniente a las actividades docentes y el rendimiento académico de los estudiantes.
- Cumplir con los horarios establecidos para las horas de la tutoría.
- Ser ético, respetuoso y responsable en su labor como tutor de Cálculo Diferencial.
- Colaborar con los coordinadores y el formador de profesores para llevar a cabo el proceso de tutorías.
- Asistir a las reuniones convocadas por los profesores y las coordinadoras
- Entregar los informes solicitados por los coordinadores.
- Diligenciar los formatos de seguimiento de sus alumnos-tutorados.

- Informar a los coordinadores, las mejorías o las dificultades que aún presentan los estudiantes de Cálculo Diferencial que pertenecen a las tutorías.

Observación: debido al poco número de estudiantes de Didáctica del Cálculo que se matriculan en un semestre y para responder a la demanda de alumnos-tutorados, se requerirá abrir una convocatoria para contratar más tutores desde la modalidad de auxiliatura docente.

6.2.6. Alumno-tutorado

Estudiante de Cálculo I quien presenta dificultades de aprendizaje en el cálculo diferencial.

Perfil:

- Ser estudiante activo de la Universidad Industrial de Santander.
- Estudiante de primer semestre quien presenta dificultades en la comprensión y el aprendizaje del cálculo diferencial, el cual decide de forma voluntaria recibir la ayuda y orientación de otra persona con mayor experiencia.

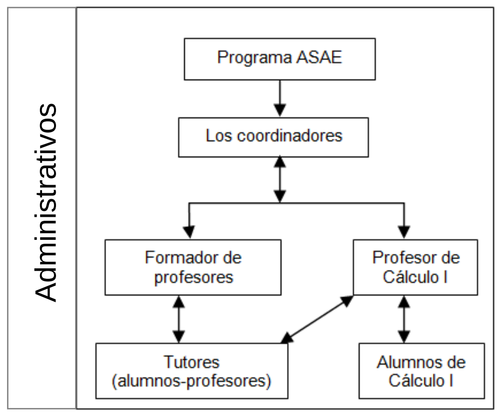
Responsabilidades del alumno-tutorado:

- Comprometerse con el rol que ha de asumir.
- Ser consecuente de su propia situación y hacia dónde quiere ir.
- Ser respetuoso con su tutor.
- Asistir puntualmente a cada sesión de tutoría.
- Cumplir con las tareas o ejercicios establecidos por su tutor.
- Informar a los profesores de Cálculo Diferencial cualquier inquietud respecto al proceso de tutorías.
- Estar al día con lo trabajado en clase.
- Llevar los apuntes de clase e informar al tutor las necesidades que presenta.

6.3. Organización y estrategias para la implementación del Programa ASAE

Las tutorías académicas requieren un trabajo conjunto (y por ende complejo) de una estructura organizacional (ver Figura 39) que permita guiar el proceso, donde existe el trabajo colaborativo de los coordinadores, el formador de profesores, el profesor de Cálculo I, los tutores y los alumnos de Cálculo I.

Figura 39. Organigrama del programa ASAE



Por ello, se deben tener en cuenta la convergencia de diversos aspectos de tipo organizacional, los cuales son:

- Formación de los tutores.
- Trabajo colaborativo entre los integrantes del programa (profesores de Cálculo I, coordinadores del programa, tutores, estudiantes tutorados, directivos y profesores de la Escuela de Matemática).
- Planificación del trabajo a realizar en las tutorías.
- Conocimiento del plan de estudios del curso de Cálculo I.
- Apoyo administrativo por parte de la Escuela de Matemáticas y de la Universidad.
- Características de los estudiantes tutorados.

6.3.1.1. Costos del programa

El programa ASAE se encuentra adscrito a la Vicerrectoría Académica de la UIS, como un grupo de apoyo tutorial que ofrece la Universidad. Por ello, el costo para el ingreso y permanencia al programa será completamente nulo. Esto, con el fin de ayudar a la población vulnerable al fenómeno de deserción académica.

6.3.2. Estrategias de implementación

Para el debido desarrollo de la tutoría se sugiere implementar una o dos estrategias de intervención: i) la tutoría personalizada entre pares; y ii) la tutoría grupal entre pares.

6.4. Etapas del programa ASAE

Después de una selección inicial realizada por: i) una prueba diagnóstica, ii) solicitud de algunos profesores, ó iii) iniciativa de los mismos estudiantes. A los alumnos ya inscritos en ASAE se les asignará un tutor, quien lo acompañará durante todo el semestre. El tutor inicia el proceso con el análisis de la prueba diagnóstica, la cual le permitirá identificar saberes de los alumnos-beneficiarios con el fin de que los tutores generen alternativas de trabajo particulares.

Durante el semestre el alumno-tutor diseñará actividades acordes al plan de estudios del curso de Cálculo I (el cual es establecido cada semestre por la Escuela de Matemáticas) y las necesidades particulares de sus alumnos. Cada estudiante-tutorado cuenta con dos horas semanales de tutoría, de estas actividades se llevará un seguimiento particularizado y detallado del desempeño y los progresos de cada estudiante. Todos los procesos serán supervisados por profesores-investigadores en Educación Matemática de la Escuela de Matemáticas.

i. Jornada de inducción

Para dar inicio al programa tutorial ASAE se realizará una jornada de inducción a los tutores, la cual consiste en brindar la información del programa, qué se entienden por tutorías entre pares, el enfoque sobre la atención particularizada de las necesidades de los alumnos-tutorados, quiénes lo conforman, las funciones y las responsabilidades de cada integrante del programa, las características del mismo, y los aspectos generales propios de la Didáctica del Cálculo. También se les brindará una inducción a los alumnos-tutorados para que conozcan en qué consiste el programa, las tutorías, los participantes, los beneficios con que cuentan y los deberes y responsabilidades que tienen como estudiantes tutorados.

ii. Ingreso al programa ASAE

Habrá tres modalidades para el ingreso al programa ASAE. El primero constituye al grupo de estudiantes que inicialmente la Universidad identificó con mayor riesgo de deserción académica. Estos estudiantes serán cordialmente invitados a participar en el programa y tendrán el apoyo de un tutor a lo largo del semestre.

El segundo grupo es el conformado por los estudiantes que necesiten de acompañamiento académico porque han presentado dificultades en la comprensión del curso e inicialmente no habían sido detectados en riesgo académico, o por aquellos estudiantes que sin tener bajo o alto rendimiento académico desean pertenecer a un grupo de estudio para mejorar su desempeño académico. Estos estudiantes podrán inscribirse en el transcurso del semestre acercándose a la coordinación del programa de manera gratuita.

Por último, el tercer grupo lo conforman aquellos estudiantes que presenten un buen desempeño en el curso de Cálculo I y desean profundizar en los conceptos del cálculo diferencial.

iii. Condiciones de permanencia en el programa

Para establecer un orden que permita guiar el proceso de las tutorías, se establecen algunos criterios para determinar la permanencia de los alumnos-tutorados en el programa, los cuales son:

i) Cumplir puntualmente con las sesiones y compromisos adquiridos con el alumno-tutor.
ii) Cumplir con las responsabilidades que tiene como alumno-tutorado.
iii) Manifestar interés y demostrar responsabilidad con las actividades propuestas en la tutoría.

iv. Designación de tutores y asignación de alumnos-tutorados

Una vez que se haya implementado el instrumento e identificado a los alumnos-tutorados se procederá a designar a los tutores a sus respectivos alumnos-tutorados. Igualmente es imperativo que todo tutor haya asistido a la jornada de inducción, presente compromiso institucional y voluntad para brindar orientación y acompañamiento a sus alumnos tutorados que sean asignados.

Es recomendable que a los tutores que inicien en estas actividades, se les asigne un máximo de 6 alumnos-tutorados. Al igual que acorde a la demanda que se presente en el semestre

v. Proceso de seguimiento y acompañamiento

Las sesiones tutoriales se deben brindar a los alumnos en horarios factibles tanto para el tutor como para el alumno-tutorado, de acuerdo con esto, se programarán horarios semanales de acuerdo a la necesidad del estudiante y al programa de actividades del tutor.

Se sugiere que las tutorías grupales (6 personas simultáneamente) se realicen informando a los coordinadores con el fin de brindar el espacio oportunamente.

De manera inicial, el tutor registrará los datos generales del alumno-tutorado. Para integrar el expediente del alumno, el tutor contará además, con los instrumentos aplicados en el diagnóstico y los resultados expresados gráficamente; adicionalmente durante el semestre el tutor tomará datos de cada sesión tutorial por medio del Software de Seguimiento Tutorial que ofrece la Universidad a los programas de tutorías institucionales (PAMRA, MIDAS y ASAE).

Además de los datos obtenidos por el instrumento que aplique la Universidad, el tutor realizará el análisis de la prueba diagnóstico donde pueda detectar las necesidades particulares de cada alumno-tutorado. Asimismo en la primera sesión tutorial el tutor realice una entrevista para conocer y caracterizar a su estudiante. El tutor programará las actividades de tutoría individual, estableciendo los recursos que se utilizarán, indicando la forma de evaluación y el tiempo en que se llevarán a cabo.

Para dar seguimiento al proceso tutorial de acuerdo con los compromisos asumidos por el alumno-tutorado se utilizará el Software de Seguimiento Tutorial. Por otro lado, cuando el tutor considere que un estudiante suyo necesita otro tipo de apoyo (diferente al académico), canalizará su alumno-tutorado a los coordinadores para que reciban la atención requerida, utilizando para este procedimiento el Software de Seguimiento Tutorial.

vi. Evaluación del seguimiento

El proceso tutorial estará en constante evaluación del desempeño académico del alumno-tutorado, no obstante, es imperativo que los tutores propongan evaluaciones de tal manera que le ofrezcan a su alumno-tutorado una radiografía de su proceso de aprendizaje y así los vayan preparando para los exámenes del curso, dichas evaluaciones estarán supervisadas por los coordinadores del programa para guiar al tutor en este proceso, también se puede solicitar el apoyo del formador de profesor o del docente de Cálculo I.

Por otro lado, se propone la evaluación de los alumnos-tutorados, el tutor y el programa por medio del Software de Seguimiento Tutorial, mediante encuestas; para que de esta manera se conozcan tanto las fortalezas como las debilidades de cada uno de ellos, y así tomar decisiones que respondan al mejoramiento del desempeño de cada parte.

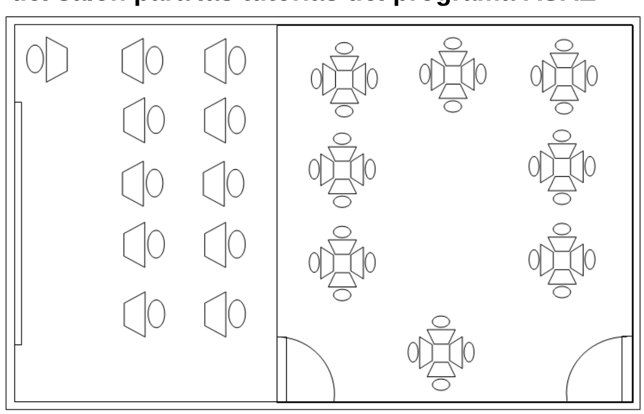
6.5. Apoyos institucionales para las tutorías

La Universidad Industrial de Santander está comprometida con el fomento de la permanencia y graduación de los estudiantes que se encuentran en estado de vulnerabilidad académica, socioeconómica y psicológica. Para ello basada en la caracterización del estudiante que ingresa y en el seguimiento a los estudiantes activos, ejecuta estrategias y desarrolla planes de apoyo que contribuyen a mejorar la permanencia de toda la población estudiantil. Destacando así, los grupos de apoyo tutorial con que se cuenta y para la cual se establece el acompañamiento por la Universidad.

6.6. Espacios físicos para la actividad tutorial

El espacio físico requerido para el pleno desarrollo de la labor tutorial se presenta en la Figura 40, de tal manera que se puedan llevar a cabo los dos tipos de modalidad de tutoría.

Figura 40. Bosquejo del salón para las tutorías del programa ASAE



Este salón contará con sistema de aire acondicionado, al igual que cada módulo donde se realiza las tutorías personalizadas el tutor contará con un tablero portátil para su disposición y uso. También se pretende que cada módulo cuente con un computador portátil o tableta para implementar GeoGebra cuando se requiera, al igual que disponer de horas para cada alumno-tutor en el laboratorio de cómputo de la Escuela de Matemáticas, de tal manera que disponga de los recursos necesarios cuando el trabajo tutorial lo requiera.

Se predispone que este salón será de uso exclusivo para las tutorías del programa ASAE, disponible todos los días de la semana, acorde a los horarios que definan los tutores con sus alumnos-tutorados.

6.7. Recomendaciones generales

En el presente apartado se muestran algunas recomendaciones para el debido proceso de las tutorías; sin embargo, aún se encuentran en construcción y ajuste de acuerdo al desarrollo de las tutorías. A continuación presentamos algunas de ellas:

- Es importante lograr la mayor información disponible sobre el alumno-tutorado para conocer las necesidades particulares del mismo, para así focalizarse en ellas, esto puede hacerse mediante una entrevista dirigida.
- Es importante que se considere durante el proceso, el momento de la trayectoria académica por el que atraviesa el alumno tutorado de tal manera que se le garantice el seguimiento y acompañamiento de manera efectiva, y se pueda realizar una intervención oportuna. Al mismo tiempo, es relevante conocer las dificultades y los obstáculos que presenta un alumno-tutorado en su proceso de aprendizaje del cálculo diferencial de tal manera que pueda brindar apoyo académico.
- Durante el proceso es de suma importancia el registro de lo que se trabaja con el alumno, realizar acuerdos, revisarlos en la siguiente sesión, al igual que archivar la información de cada tutoría. De tal manera que se le pueda realizar el seguimiento académico al estudiante.

- Para llevar un proceso completo de las tutorías es necesario evaluar el trabajo realizado por el estudiante de tal manera que se pueda conocer el avance en su desempeño académico.
- Cuando el tutor tenga alumnos-tutorados que presenten mayor avance en su desempeño, invitarlo (s) a compartir su trabajo con los otros alumnos-tutorados y así evitar el avance o retraso de toda la labor tutorial.
- Es importante contar con el apoyo de la Institución para que así se garantice el pleno desarrollo del programa ASAE.
- Brindar horarios flexibles a los tutores y a los estudiantes de Cálculo I, de tal manera que se pueda llevar a cabo la tutoría.
- Tener un espacio totalmente adecuado para la labor tutorial.
- Tener un control de la asistencia y participación para crear tanto en los tutores como en los estudiantes un sentido de compromiso y responsabilidad con el programa tutorial.
- Para facilitar el proceso de visualización de los conceptos matemáticos del cálculo, se recomienda el uso de software matemáticos que posibiliten desarrollar este proceso en el trabajo tutorial.

7. CONCLUSIONES

En los dos capítulos precedentes hemos usado algunos elementos teóricos del pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas de acuerdo con Parada (2011), para caracterizar los aprendizajes que emergen de los profesores en formación en un programa de seguimiento y acompañamiento académico en el cual ellos fungieron como tutores de cálculo diferencial. Para ello, hemos asumido la tarea de formar un programa de tutorías entre pares (que posteriormente se institucionalizó), donde además de ayudar a los estudiantes de licenciatura en su proceso de formación inicial, se le ha brindado seguimiento académico a estudiantes de primer semestre de la UIS, no sin antes mencionar que dicho proceso (las tutorías) fue supervisado y acompañado por formador de profesores, profesores de Cálculo I y Educadores Matemáticos.

Por esta razón, más que preguntarnos por si los estudiantes de licenciatura fueron malos o buenos tutores, nos interrogamos sobre: i) cómo este contexto social sirve para que ellos adquieran un compromiso real de la práctica docente, ii) cómo asumen la responsable tarea de ser profesor de matemáticas y iii) cómo hacen uso de su conocimiento para posibilitar el aprendizaje en un estudiante.

Observamos las dificultades que presentaron los tutores al momento de enseñar, como oportunidades de formación para ellos. Los retos, los obstáculos, los errores, todo aquello que surge en el trabajo tutorial y que le permite al estudiante de licenciatura tomar lo aprendido desde su proceso de formación (tanto lo didáctico como lo matemático) y aterrizarlo en el aula experimental, con circunstancias y hechos reales.

Somos conscientes de la importancia de proponer estudios investigativos sobre la formación inicial de profesores de matemáticas para la educación primaria y secundaria, por ello resaltamos que desde la Universidad mediante las tutorías entre pares se posibilita desarrollar las competencias mencionadas por Recio (2004) y Rico (2004) para la formación. Para ello, damos cuenta de tres aspectos: i) la atención de las necesidades (conceptuales del cálculo y de métodos de estudio) particulares de los alumnos-tutorados; ii) las adaptaciones curriculares que hace el profesor en formación al coadyuvar en el aprendizaje del alumno-tutorado; y iii) el pensamiento matemático y el pensamiento didáctico del profesor en formación.

En este capítulo hemos organizado la discusión de los resultados del análisis en cuatro partes principales. En el apartado 7.1 se presentan los aportes de las tutorías entre pares para el Pensamiento Matemático y en el 7.2 para el Pensamiento Didáctico. En el apartado 7.3 los aprendizajes generales de los alumnos-tutores al participar en las tutorías, y en el 7.4 algunos alcances de la fase de institucionalización del programa ASAE, así como aspectos para mejorar y cuestiones que surgieron a lo largo de esta investigación.

7.1. Aprendizajes emergentes del pensamiento matemático

Julieta quien representa al tutor con debilidades en el pensamiento matemático y en el pensamiento didáctico, por medio de las tutorías se dio cuenta de su bajo nivel de conocimiento matemático, lo que la llevó a estudiar y revisar los contenidos del curso que iba a trabajar en las tutorías, reaprendiendo aquellos conocimientos que no tenía completamente claros.

También se observó que en ocasiones la tutora iba aprendiendo algunos contenidos, mientras le explicaba a sus estudiantes en las tutorías.

Un asunto que no pudo superar la tutora que representaba al perfil de debilidades tanto en el pensamiento matemático como didáctico, fue la manera de tratar el cálculo como los procesos algebraicos, puesto que veía en ésta una forma de agilizar (los procedimientos) y sintetizar (las nociones matemáticas) de tal manera que fuera más asequible al alumno-tutorado para memorizar. Sin embargo, varios autores (Artigue, 1995; Hitt, 2005; y Hitt y Páez, 2005) señalan que este tratamiento no permite que el estudiante (en este caso al alumno-tutor y al alumno de Cálculo I) realice una ruptura entre los procesos algebraicos y los subyacentes del cálculo.

Una dificultad que presentaba esta tutora era su temor para desempeñar su rol, debido en parte: el poco dominio de los contenidos, a su interés por no dejar a sus estudiantes sin la debida preparación y por no demostrar sus falencias ante otras personas. No obstante, este temor fue diluyéndose a lo largo del semestre cuando la tutora expresaba con mayor seguridad la temática que iba a tratar en la sesión tutorial. Encontrándose así en las tutorías, una oportunidad para afinar o recordar esos contenidos matemáticos aprendidos [y olvidados en algunos casos] a lo largo de su formación inicial, los cuales más adelante Julieta necesitará para ejercer su profesión como profesora de matemáticas.

Por último, una característica que desarrolló Julieta a través del desarrollo tutorial, fue la comprensión del lenguaje matemático y su importancia para desarrollar plenamente la actividad matemática dentro de la tutoría o en el aula de clase.

Para concretar, concluimos que las tutorías académicas entre pares pueden aportar al pensamiento matemático de los futuros maestros porque posibilita:

- Recordar contenidos del cálculo diferencial.
- Reaprender contenidos del cálculo diferencial que no habían quedado completamente claros o estaban mal aprendidos.
- Aprender contenidos que no alcanzaron a ver en su formación matemática.

7.2. Aprendizajes emergentes del Pensamiento Didáctico

Los tutores coinciden en que las tutorías les permitieron adquirir experiencia en la enseñanza del cálculo diferencial, conocer y experimentar las dificultades que experimenta un estudiante al aprender cálculo; los obstáculos epistemológicos que se presenta con las nociones (función, límite, derivada).

Al mismo tiempo, los tutores identificaron el bajo nivel de comprensión de sus estudiantes en temas como: números reales (por ejemplo, operaciones elementales de fracciones o números decimales), ecuaciones lineales y cuadráticas, funciones (racionales, lineales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas). Conceptos matemáticos básicos que le permite al estudiante recién ingresado tener algunas herramientas para desempeñarse en el cálculo.

El factor tiempo que representó para algunos tutores un obstáculo para desarrollar su labor tutorial, señala que estos profesores en formación aún no manejan adecuadamente su horario y obligaciones, lo que más adelante como profesores de matemáticas les podrá generar algunas dificultades para desempeñarse profesionalmente. Varios tutores manifestaron que tras vincularse a las tutorías, tuvieron que planear mejor su tiempo de tal manera que respondieran con todas sus obligaciones, hecho que un profesor en ejercicio debe hacer para cumplir con las responsabilidades que tiene en el aula de clase.

Aunque las tutorías representaban una responsabilidad al trabajar con estudiantes universitarios y con una asignatura compleja en el contexto universitario, los tutores tuvieron la oportunidad de establecer una relación con sus alumnos tutorados que le permitiera intervenir de manera más fácil en el proceso de enseñanza.

A lo largo del trabajo tutorial, los profesores en formación fueron concientizándose de que era necesario crear una guía para el desarrollo de la tutoría (planear un taller o actividad, o elegir ejercicios o problemas), de tal manera que ellos pudieran, además de tener con qué trabajar para cada sesión, evitar exponerse a preguntas que pudieran meterlos en problemas, en el caso de la tutora que representa el perfil del tutor con debilidades en el pensamiento matemático y didáctico; o tener un respaldo para su trabajo tutorial por si sus estudiantes no habían estudiado fuera de las tutorías, en el caso del tutor con fortalezas en el pensamiento matemático y debilidades en el pensamiento didáctico.

Un aspecto que coincidió en los dos casos de estudio fue pensar en la implementación de GeoGebra, para la visualización de conceptos matemáticos y el desarrollo de ideas intuitivas de éstos dentro de las tutorías; respondiendo en parte a las objetivos que tiene el curso de Didáctica del Cálculo y lo planteado por los NCTM (2000).

Una característica del tutor con debilidades en los dos pensamientos es que, como no poseía fortalezas matemáticas, al explicar un contenido matemático lo hacía de forma general y superficial, sin recabar en las nociones del cálculo diferencial. También, cuando evaluaba o corregía a sus estudiantes, omitía los errores que presentaba su estudiante, sin realizar el tratamiento didáctico adecuado, tal vez, debido por la falta de experiencia y el afán de proponer una manera innovadora de enseñar.

Finalmente, los dos tutores casos de estudio a partir de las tutorías lograron entender que no le es suficiente al profesor de matemáticas saber todos los contenidos del curso, sino que también debe saber cómo enseñárselos a sus estudiantes.

De todo lo anterior concluimos que los alumnos-tutores con la experiencia de las tutorías fortalecen su pensamiento didáctico porque ésta aporta experiencia para:

- Identificar problemas de aprendizaje de los contenidos del curso.
- Identificar problemas de enseñanza de los contenidos del curso.
- Dominar y atender grupos de estudiantes universitarios.

7.3. Aprendizajes generales del profesor en formación después de ser tutor de cálculo diferencial

De acuerdo con lo observado en los casos de estudio, los tutores encontraron en las tutorías una práctica enriquecedora que les permitiría enfrentarse a su futura labor docente, aunque no todos se visualizan como profesores de Cálculo I en las universidades, mencionaron que éstas son una prueba real de lo que sería la docencia universitaria.

Igualmente, destacamos el cambio de percepción que hubo en la tutora que representa el perfil del tutor con debilidades en los dos pensamientos, ya que consolidó su vocación por la docencia al apropiarse de su rol como tutora.

Por otro lado, los tutores encontraron que sus alumnos tutorados no mejoraban su desempeño académico debido a que no estudiaban en casa. Sólo se limitaban a estudiar durante sus clases de Cálculo o en las tutorías, destacando así, la importancia que tiene un buen hábito de estudio para mejorar el desempeño académico de un estudiante tutorado.

7.4. Alcances al institucionalizar el programa ASAE

Tras la institucionalización del programa ASAE se les permitió tener a los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, un espacio permanente y consolidado, para que en éste ellos puedan desarrollar competencias que necesitan para ejercer su profesión docente. Es decir, a partir de la inclusión de los estudiantes de Licenciatura en esta experiencia durante los tres semestres, se les brindó a los futuros profesores otra oportunidad de formación.

Igualmente, por medio del programa ASAE se les está brindando un espacio complementario al estudiante de Cálculo I que necesita apoyo académico en su proceso de formación, de tal manera que construya una conciencia de estudio y compromiso desde la etapa inicial de sus estudios, para así poder mejorar su desempeño académico y por ende su paso por la Universidad.

Un aspecto notable para el desarrollo del programa fue el compromiso de los profesores de Cálculo I; su trabajo y continua comunicación con las coordinadoras posibilitó el proceso de seguimiento académico a los estudiantes tutorados, al igual que guiar el trabajo tutorial de los alumnos-tutorados.

Para acompañar a los tutores se debe contar con el asesoramiento de un formador de profesores o Educadores Matemáticos, quienes orienten al alumno-tutor en su práctica en el aula experimental.

El trabajo continuo del profesor de Didáctica del Cálculo y las reflexiones que se realizaron en su curso, permitió a los alumnos-tutores contrastar la teoría que estudiaban con las situaciones reales que experimentaban en las tutorías, facilitando estrechar la brecha entre la teoría y la práctica dentro de un programa de formación inicial.

Es relevante la relación que se establece mediante las tutorías entre pares, pues mediante éstas se tiene el trabajo colaborativo entre los tutores y los alumnos tutorados, fomentándose el estudio y el compartir experiencias acerca del aprendizaje del Cálculo Diferencial.

Uno de los alcances logrados por el programa ASAE es que los estudiantes de primer semestre sienten que tienen un respaldo en su proceso de formación, el cual es completamente gratuito y está supervisado por Vicerrectoría Académica, Administrativos, profesores de la Escuela y Educadores Matemáticos.

El trabajo realizado desde el programa ASAE ha permitido la creación de lazos de comunicación entre profesores de Cálculo I, formador de profesores, estudiantes de Licenciatura, y Educadores Matemáticos con el fin de discutir y analizar estrategias para la enseñanza del cálculo que buscan solventar las dificultades que se presentan en el aula de clase o en las sesiones de tutorías.

Gracias al apoyo de la Vicerrectoría Académica, el trabajo conjunto de los demás programas tutoriales (PAMRA y MIDAS) y el Bienestar Universitario se ha creado un grupo institucional llamado *Excelencia Académica;* el cual busca fomentar la formación, la permanencia y la graduación de los estudiantes que se encuentran en estado de vulnerabilidad académica, socioeconómica y psicológica.

Con el fin de sistematizar y facilitar el trabajo logístico que acarrea un programa tutorial, se ha estipulado la creación de un software para el acompañamiento y seguimiento académico de los estudiantes que se encuentren en cualquier programa tutorial. Con la puesta en marcha del software se creará un banco de talleres, trabajos, exámenes, tareas que se han recopilado en los tres semestres que lleva el programa ASAE y que estarán disponibles para la comunidad en general, con el fin de estimular el estudio del Cálculo Diferencial.

7.4.1. Aspectos para mejorar en el programa ASAE

Para iniciar con el programa ASAE es indispensable una prueba diagnóstico que permita conocer los saberes que poseen los estudiantes de Cálculo I. Aunque en las fases II y IV fueron realizadas las pruebas diagnósticas por los profesores de Cálculo I, teniendo en cuenta la tesis de Barajas y Esparza (2010), y el libro guía Stewart (2008), es necesario que se elabore un instrumento (y se valide) para brindar un primer diagnóstico de los estudiantes de Cálculo I que ingresen al programa ASAE.

Es necesario facilitar el trabajo del alumno-tutor ya que también es un estudiante de pregrado, por ello, se debe facilitar los mecanismos de seguimiento y acompañamiento al estudiante-tutorado, mediante la sistematización del formato de seguimiento (Apéndice G) y el informe final; parte de ello se pretende responder al implementar el software de Seguimiento Tutorial mencionado en el apartado 3.2.7; no obstante, aún se encuentra en la fase del diseño.

También se ofrecer al alumno-tutor espacios en el laboratorio de cómputo de la Escuela de Matemáticas para favorecer la planeación de los talleres o actividades que realizará con sus estudiantes, y brindar un apoyo administrativo al alumno-tutor para la distribución del material físico (fotocopias, impresiones, etc.) o para la infraestructura física (salón de tutorías) que permita desarrollar la labor tutorial del alumno-tutor sin ningún obstáculo.

Debido a que el programa cuenta con poco tiempo, es comprensible que necesite realizarse modificaciones en el transcurso del tiempo, no obstante, se tiene que programa ASAE está abierto a ajustes que busquen el mejoramiento del mismo y cumplir con los objetivos trazados en el apartado 6.1.1.

7.4.2. Algunas cuestiones abiertas

Luego de reflexionar sobre el proceso realizado en esta investigación, y tras la discusión y análisis de lo expuesto en esta disertación con Educadores Matemáticos de la comunidad universitaria, han surgido diversas inquietudes, las cuales son:

- ¿Cómo es la formación del pensamiento didáctico del profesor de Cálculo I?
- ¿Qué hacer para minimizar los vacíos conceptuales de los estudiantes de Cálculo I?
- ¿La deserción, los bajos resultados y la repitencia de los estudiantes de Cálculo I, tienen alguna relación con el hecho de no realizar antes un curso de matemáticas fundamentales?
- ¿En las clases de Cálculo I de la Universidad sobre qué se focalizan los profesores, lo algorítmico o lo conceptual?
- ¿Cuál debe ser el papel de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje del cálculo?, ¿debemos prohibirlas o debemos cambiar el tipo de preguntas o de actividades que planteamos con ellas?
- ¿Cuáles deberían ser los contenidos del curso de Didáctica del Cálculo?

- ¿Cuál es el modelo de formación adecuado para que los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas desarrollen competencias que les sirva más adelante en su práctica profesional?

Igualmente, se encontró a lo largo de esta investigación, algunas problemáticas que están involucradas con la formación de profesores.

- El desinterés de los estudiantes por la carrera de Licenciatura en Matemáticas.
- La Licenciatura en Matemáticas como medio para ingresar a la Universidad y poder cambiarse posteriormente a otro programa académico.
- ¿Qué sucede con el pensamiento didáctico en la práctica profesional de los estudiantes de los dos últimos semestres?, ¿qué seguimiento se les hace?
- El problema de que profesionales de otras áreas sin ninguna formación en didáctica de las matemáticas estén al frente de la enseñanza de esta disciplina en muchas instituciones de educación básica, media y superior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, Á. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática, 22*(1), 149-166.

Álvarez, N. (2010). La tutoría, el tutor y el plan de acción tutorial. *Pedagogía Magna,* (8), 176-186.

Alvis, K. (2009). *Acompañamiento estudiantil y tutoría académica: reflexiones y aportes a la construcción estudiantil en la Universidad Nacional de colombia.* Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

Apostol, T. M. (1987). *Calculus, Vol I*. Barcelona: Editorial Reverté.

Ariza, G. y Ocampo, H. (2005). El acompañamiento tutorial como estratega de la formación personal y profesional: un estudio basado en la experiencia en una institución de educación superior. *Universitas Psychologica, 4*(1), 31-41.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, y P. Gómez (Eds). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática* (pp. 97-140). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.

Azcárate, P. y Cardeñoso, J. (1998). La formación inicial de profesores de matemáticas, finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la Escuela,* (35), 76-85.

Bairral, M. & Zanette, L. (2005). *Geometric learning and interaction in a virtual community of practice*. Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Ball, D. L. & Bass, H. (2000). Interweaving content an pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.

Ball, D. L. & Cohen, D. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. En G. Skyes, y L. Darling-Hammond (Eds). *Teaching as the learning profession: Handbook of pilicy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey Bass.

Ball, D. L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V.Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.). New York: Macmillan.

Barajas, A. M. y Esparza, O. Y. (2010). *Implementacion del modelo rasch para la estimacion de la habilidad algebraica de los estudiantes de primer semestre de ciencias e ingenieria de la Universidad Industrial de Santander*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Barber, P. & Heal, C. (2003). Primary teacher trainees' mathematical subject knowledge: the effectiveness of peer tutoring. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 23*(3), 67-72.

Becerra, M. (1993). Notas sobre el funcionamiento de las tutorías en los estudios de posgrado. *Revista de la Facultad de Derecho de México,* (191-192), 173-183.

Belladonna, S. (2011). "Aprender enseñando". Tutorías de matemáticas en el nivel medio. En S. E. Martínez (Ed). *Democratización de la universidad. Investigaciones y experiencias sobre el acceso y la permanencia de los/las estudiantes* (pp. 511-522). Neuquén: Editorial de la Universidad Nacional del Comahue.

Bensabat, I., Goldstein, D.K. & Mead, M. (1987). The case research strategy in studies of information systems. *MIS Quart,* 369-386.

Blanco, R. (1996). A*lumnos con necesidades educativas especiales y adaptaciones curriculares.* Madrid: CNREE, MEC.

Blat, J. y Marín, R. (1980). *La formación del profesorado de educación.* Barcelona: UNESCO.

Boerst, T., Adams, J., Arbor, A. & Oonk, W. (2005). *Reflection for Teaching: nurturing and noticing reflection in practice-based professional learning experiences*. Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Bohórquez, M., Ariza, G. y Ocampo, H. (2008). Percepción estudiantil de las tutorías en la facultad de psicología de la Universidad Católica de Colombia. *Docencia Universitaria, 9*, 11-29.

Brunner, J. y Ferrada, R. (2011). *Educación Superior en Iberoamérica. Informe 2011.* Santiago de Chile: Centro Interuniversitario de Desarrollo.

Cabrera, L. (2006). *Una propuesta de formación didáctica para profesores que imparten la asignatura de cálculo en el nivel superior.* (Tesis de pregrado sin publicar), Universidad Autónoma de Yucatán. Yucatán.

Camacho, A. y Aguirre, M. (2001). Situación didáctica del concepto de límite infinito. Análisis preliminar. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 4*(3), 237-265.

Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria.* (Tesis de Doctorado no publicada). Universitat de València. Valencia.

Cardeñoso, J. M., Flores, P. y Azcárate, P. (2001). La formación de profesores de matemáticas como campo de investigación en Educación Matemática. En P. Gómez, y L. Rico (Eds). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 233-244). Granada: Universidad de Granada.

Cardozo, C. (2011). Tutoría entre pares como una estrategia pedagógica universitaria. *Revista educación y educadores, 14*(2), 309-325.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11*(2), 171-194.

Cepeda, G. (2006). La calidad en los métodos de investigación cualitativa: principios de aplicación práctica para estudios de casos. *Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa,* (29), 57-82.

Chapman, O. (2005). *Stories of Practice: A Tool in Preservice Secondary Mathematics Teacher Education.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Chávez, R. y Vargas, C. (2007). El papel de la asesoría académica en el programa de tutorías: caso ITT. *Tiempo de educar, 8*(15), 9-36.

Chiocca, C. (2005). *Functions of writing for the consideration of pupils' learning by trainee teachers.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Cieza, J. (2011). *Experiencia-piloto de implementación de la tutoría entre compañeros (peer tutoring) en el primer curso de la diplomatura en magisterio (especialidad de educación infantil).* Trabajo presentado en el Primer congreso internacional virtual de formación del profesorado, Salamanca.

Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso.* Michigan: Proquest Michigan University.

Cortés, J., García, J. y Núñez, G. (2003). *Software para la enseñanza de la derivada.* Trabajo presentado en el Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superio, Morelia.

Cruz, G. y Abreu, L. (2008). Tutoría en la educación superior: transitando desde las aulas hacia la sociedad del conocimiento. *Revista de la Educación Superior, XXXVII(3)*(7), 107-124.

D'Amore, B. y Martini, B. (2000). Sobre la preparación teórica de los maestros de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 3*(1), 33-45.

Davini, M. (1995). *La formación docente en cuestión: política y pedagogía.* Buenos Aires: Paidós.

De Lella, C. (2003). Formación docente. El modelo hermenéutico-reflexivo y la práctica profesional. *Decisio,* (5), 20-24.

Dolores, C. (2000). Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. En R. Cantoral (Ed.). *El futuro del cálculo infinitesimal. ICME-8* (pp. 155-181). México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Escuela de Matemáticas. (2009). *Reforma Académica. Licenciatura en Matemáticas.* Documento interno no publicado de la Escuela de Matemáticas de la UIS, Bucaramanga.

Escuela de Matemáticas. (2012). *Informe de autoevaluación con fines de acreditación.* Documento interno no publicado de la Escuela de Matemáticas de la UIS, Bucaramanga.

Eslava, M., y Valez, E. (2004). Detección de los modos de razonamiento propiciados por el docente de álgebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17*, 256-264.

Fernández, N. (2012). La Educación Superior en América Latina. Interrogantes y desafíos para el debate. *Sociedad y Discurso,* (21), 94-113.

Figueroa, C., Vargas, C., Obredor, A., y Vera, P. (2010). *El examen final: las Tutorías Universitarias como apoyo pedagógico para la promoción de la asignatura Análisis Matemático II.* Trabajo presentado en el VII Taller internacional de pedagogía de educacion superior*,* La Habana.

Figueroa, N. y Páez, H. (2008). Pensamiento didáctico del docente universitario. Una perspectiva desde la reflexión sobre su práctica pedagógica. *Fundamentos en Humanidades, 9*(2), 111-136.

Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación. *PNA, 1*(4), 139-158.

Flores, P. (2009). Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. *Colección digital Eudoxus*, 1-15.

Font, V. (2002). Una propuesta dialógica sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros de educación primaria. En G. Perafán, y A. Adúriz (Eds). *Pensamiento y conocimiento de los profesores. Debate y perspectivas contemporáneas* (pp. 117-126). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Francisco, J., Maher, C., Powell, A. & Weber, K. (2005). *Urban teachers attending to students' mathematical thinking: an emergent model of professional development.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Fregona, D. (1999). La didáctica de la matemática y la formación de profesores de matemática. *Educación Matemática, 11*(2), 5-15.

Gadamer, H. (1992). *Verdad y Método II.* Salamanca: Ediciones Sígueme.

Gaitán, P. (2013). Hacia una definición de tutoría universitaria. *Didac,* (61), 4-8.

García, C. y López, O. (2010). *Fortalezas de las tutorías entre pares: la experiencia de formarse en la práctica.* Trabajo presentado en el Segundo Encuentro Regional de Tutoría. Región Centro Occidente. Impacto de la tutoría, Zapopan.

Gellert, U. (2005). La formación docente entre lo teórico y lo práctico. En I. Gómez, y E. Planchart (Eds). *Educación matemática y formación de profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica* (pp. 73-83). Bilbao: Universidad de Deusto.

Gellert, U. & Wolfgang, J. (2005). *Collaborative interpretation of classroom interaction: stimulating practice by systematic analysis of videotaped classroom episodes.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Godino, J. Roa, R., Ruiz, F. & Pareja, J. (2005). *Mathematical and pedagogical content knowledge for prospective elementary school teachers: the*

"Edumat-Maestros" Project. Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Gómez, P. (2005). Diversidad en la formación de profesores de matemáticas: en la búsqueda de un núcleo común. *Revista EMA, 9*(3), 242-295.

Gómez, M. (2006). El contexto del Programa Institucional de Tutoría Académica (PROINSTA) en la UAEM. *Espacios públicos, 9*(17), 445-455.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* (Tesis de Doctorado no publicada). Universidad de Granada, Granada.

González, F. (2010). Un modelo didáctico para la formación inicial de profesores de matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación, 11*(1), 47-59.

Goodlad, S. & Hirst, B. (1989). *Peer tutoring: A guide to leaming by teaching.* England: Kogan Page Ltd.

Guzmán, C., Durán, D., Franco, J., Castaño, E., Gallón, S., Gómez, K., y Vásquez, J. (2009). *Deserción estudiantil en la educación superior colombiana: Metodología de seguimiento, diagnóstico y elementos para su prevención.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Guzmán, S. M., y Cuevas, C. A. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Educación Matemática*, *16*(2), 93-104.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación.* México: McGraw-Hill.

Hitt, F. (2001). *Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras cognitivas.* Conferencia plenaria presentada en la XI Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas, Hermosillo.

Hitt, F. (2005). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En J. Cortés, y F. Hitt (Eds.). *Reflexiones sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza* (pp. 81-107). Morelia: Morevallado Editores.

Hitt, F., y Páez, R. (2005). Dificultades de aprendizaje del concepto de límite y actividades de enseñanza. En J. Cortés, y F. Hitt (Eds.). *Reflexiones* *sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza* (pp. 133-156). Morelia: Morevallado Editores.

Hospesova, A., Ticha, M. & Machackova, J. (2005). *Developing the competences of primary school teachers via collective reflection.*Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Igbokwe, D. (2000). Dominant factors and Error Types inhibiting the understanding of Mathematics. En M.A.G. Akale (Ed.). *41st Annual conference proceedings of STAN* (pp. 242-249). Nigeria: University of Lagos.

Jiménez, J. (2003). *Por una visión dinámica y global de los conceptos del cálculo y su enseñanza: el caso de la derivada.* Trabajo presentado en el Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior, Morelia.

Klein, E. (2008). Learning, unlearning and relearning: lessons from one school's approach to creating and sustaining learning communities. *Teacher Education Quartely, 35*(1), 79-97.

Korman, H. (1986). *The focus group sensign.* New York: Suny at stone brook.

Kosheleva, O., Medina, A., & Ioudina, V. (2007). Pre-service teacher training in mathematics using tablet PC technology. *Institute of Mathematics and Informatics, 6*(2), 231-334.

Kwon, N., y Orrill, C. H. (2008). A comparison study of a teacher's reflection. En O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and XXXth Annual Meeting of the North American Chapter of PME*, *1*, p. 352.

Leithold, L. (1998). *El cálculo. Sexta edición*. México: Grupo Mexicano MAPASA, S.A.

Llinares, S. (2007). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos.* Conferencia presentada en las XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – *JAEM,* Granada.

Llinares, S. (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación.* Conferencia presentada en el III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas, Bogotá.

López, J. (2000). *Desarrollo Humano y Práctica Docente.* México: Trillas.

López, E., Archila, M., Fernández, J., Galvez, M. y García, N. (1993). Una experiencia de tutorías de iguales en la universidad. *Revista Complutense de Educación*, *4*(2), 253-269.

Maldonado, L., Serrano, E., Macías, D., Bernal, R., Rodríguez, G., y Vargas, E. (2009). El acompañamiento como estrategia pedagógica en el aprendizaje exitoso de las matemáticas. *Entre ciencia e ingeniería,* (6), 33-59.

Manrique, A. L., y Da Silva, A. M. (2011). Formação inicial e continuada: contribuiçṍes para o desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Praxis & Saber, 2*(3), 87-102.

Mayorga, B. (1996). *Libro de lectura de cálculo.* Bucaramanga: Ediciones UIS.

MEN. (2010). *Ministerio de Educación Nacional.* Recuperado el 2 de Febrero de 2013, de Ministerio de Educación Nacional: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-272007_archivo_pdf_terminos_junio2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2011). *Desarrollo del Estatuto de profesionalización Docente. Decreto Ley 1278 de 2002.* Bogotá: MEN.

Ministerio de relaciones exteriores de Japón. (2011). *Educación: los cimientos para el crecimiento y la prosperidad*. Recuperado el 20 de Septiembre de 2012, de Web Japan: http://web-japan.org/factsheet/es/pdf/es37_education.pdf

Miranda, A. (2010). Peer tutoring: aprendiendo entre estudiantes. *Médica UIS, 23*, 7-8.

Montiel, G. (2009). Formación docente a distancia en línea. Un modelo desde la matemática educativa. *Innovación Educativa*, 89-95.

Moreno, M., y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias, 21*(2), 265-280.

Mumme, J. & Carroll, C. (2005). *Using video to consider teachers opportunities to learn in professional development settings.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

NCTM (2000). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Ortiz, J. (1994). El concepto del infinito. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 1*(2), 59-81.

Palis, G. (2005). *Continuing education: activities based on student work. How we did it and what we have learned from it*. Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Parada, S. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional.* (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Parada, S. (2012). *Una estructura curricular para atender la problemática relacionada con el curso de Cálculo I en la Universidad Industrial de Santander.* Documento interno no publicado de la Escuela de Matemáticas de la UIS, Bucaramanga.

Parra, H. (2001). Reflexiones en torno a los modelos de formación docente dominantes y alternativos. *Revista Omnia, 6*(1 y 2), 1-7.

Pineda, C., Pedraza, A., Baquero, M., Halima, F., y Ramírez, M. (2010). *La voz del estudiante: el éxito de programas de retención universitaria.* Chía: Universidad de La Sabana.

Planchart, E., Garbin, S., y Gómez, I. (2005). La enseñanza de la matemática en Venezuela, programa de Didáctica de la Matemática para Educación Media. En I. Gómez, y E. Planchart (Eds.). *Educación matemática y* *formación de profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica* (pp. 33-50). Bilbao: Universidad de Deusto.

Ponte, J. P. (2000). *A investigação o professor de Matemática Problemas e perspectivas.* Conferencia presentada en el Seminario Internacional de pesquisa em edução matemática, promovido pela SBEM, São Paulo, Brasil

Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas S.A.

Rangel, P., y Jiménez, E. (2004). La tutoría de investigación en la Universidad Simón Rodríguez. En A. Romo (Ed.), *Primer Encuentro Nacional de Tutoría Acompañando el aprendizaje* (pp. 1-9). Colima: ANUIES.

Real Academia Española. (11 de agosto de 2013). *Diccionario de la lengua española*. Obtenido de Diccionario de la lengua española: http://lema.rae.es/drae/?val=%C3%ADndice

Recio, T. (2004). Seminario: "Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas". Documento de conclusiones y propuestas. *La gaceta de la RSME, 7*(1), 33-36.

Rico, L. (1996). La didáctica de la matemática como campo de problemas. En E. Repetto, y G. Marrero (Eds.). *Estrategias de intervención en el aula desde la LOGSE.* Las Palmas: ICEPSS.

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, L.; Sierra, et al. (Eds.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria. Cuadernos de formación del profesorado* (pp. 15-38). Barcelona: ICE-Horsori.

Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista de currículum y formación del profesorado, 8*(1), 1-15.

Robinson, N. (2005). *Lesson Study: An example of its adaptation to Israeli middle school teachers.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Sacristán, A., Parada, S., Sandoval, I. & Gil, N. (2009).Experiences related to the professional development of mathematics teachers for the use of technology in their practice***.*** In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Thessaloniki, Grecia, (5), p. 41-48.

Sánchez, G., Navarro, W., y García, A. (2009). Factores de deserción estudiantil en la Universidad Surcolombiana. *Revista Paideia Surcolombiana, 14*(1), 97-103.

Sancho, J. M. (1990). *Los profesores y el currículo: fundamentación de una propuesta.* Barcelona: Horsori.

Schwan, M. (2001). *Practice-Based Professional Develoment for Teachers of Mathematics*. Restom: NCTM.

Serres, Y. (2007). *El rol de las prácticas en la Formación de Docentes de Matemática.* (Tesis doctoral no publicada). Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-21.

Silver, E., Mills, V., Castro, A. G. & Stylianides, G. (2005). *The professional education and development of teachers of mathematics.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Skott, J. (2005). *Developing pre-service teacher education in times of constraints: the case of the Eritrean elementary school.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Socha, C. (2009). *Estudio sobre las motivaciones de deserción estudiantil en la Universidad Industrial de Santander* (Tesis de pregrado). Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Soltis, J. (1984). On the nature of education research. *Educational Researcher*, *13*(10), 5-21

Stewart, J. (2008). *Cálculo: trascendens tempranas. Sexta edición.* México: Thomson.

Swail, W. (2004). *The art of student retention. A handbook for practitioners and administrators.* Texas: Educational Policy Institute.

Torres, L. E. (2010). *Estado del arte de la retención de estudiantes de la Educación Superior.* Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.

UIS. (2000). *Proyecto Institucional.* Bucaramanga: División Editorial y Publicaciones UIS.

UIS. (2007). *Plan de desarrollo institucional 2008-2018.* Bucaramanga: División Editorial y Publicaciones UIS.

UIS. (2012). *Reglamento académico estudiantil de pregrado.* Bucaramanga: División Editorial y Publicaciones UIS.

Vicerrectoría Académica (2011). *Diagnóstico de las causas de deserción y retención estudiantil en los programas de pregrado presencial de la Universidad Industrial de Santander.* Documento interno no publicado de la Vicerrectoría Académica de la UIS, Bucaramanga.

Valdez, E. (2001). Los Recursos Didácticos y la Formación Docente. Un punto de vista histórico-cultural. *Revista Latinamericana de Matemática Educativa. 14*, 5-15.

Viceministerio de Educación Nacional. (2013). *Colombia aprende.* Recuperado el 5 de Junio de 2013, de Colombia Aprende: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/articles-301936_Portafolio_reducir_desercion_pdf.pdf

Wikipedia. (11 de agosto de 2013). *Wikipedia, la enciclopedia libre*, http://es.wikipedia.org/wiki/Grado_(polinomio). Obtenido de Wikipedia, la enciclopedia libre.

Wood, T. (2005). *Developing a more complex form of mathematics practice in the early years of teaching.* Trabajo presentado en The Fifteenth ICMI Study, Águas de Lindóia.

Zandieth, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivate. In E. Dubinsky, A. Shoenfeld & J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education. IV CBMS Issues in Mathematics Education* (volume 8, pp. 103–127). Providence, USA: American Mathematical Society.

APÉNDICE A. PROGRAMA CÁLCULO I PRIMER SEMESTRE DE 2013

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMATICAS

MATERIA: CÁLCULO I CÓDIGO: 20252 INTENSIDAD SEMANAL: 4 HORAS
TEXTO: CÁLCULO DE UNA VARIABLE-TRASCENDENTES TEMPRANAS, JAMES STEWART, SEXTA EDICIÓN REVISADA, 2008.

PLAN DE ESTUDIOS PRIMER SEMESTRE 2013

CADA CLASE SE CONSIDERA DE DOS HORAS Y CADA SECCIÓN HACE REFERENCIA A UNA SECCIÓN DEL LIBRO TEXTO. LOS EJERCICIOS INDICADOS CORRESPONDEN A LA MISMA SECCIÓN DEL MATERIAL TEÓRICO.

CLASE	SECCIÓN	TEMAS	EJERCICIOS SUGERIDOS
1		**PRESENTACION GENERALDEL CURSO**	
2	1.1	Cuatro maneras de representar una función	pág. 20: 10, 18, 19, 24, 31, 39, 49, 56, 64, 68
3	1.2	Modelos Matemáticos	pág. 34: 4, 9, 13, 17, 21, 26
4	1.3	Nuevas funciones a partir de funciones ya conocidas	pág. 43: 14, 26, 28, 36, 48,51, 57, 61, 63
5	1.5	Funciones exponenciales	pág. 58: 8, 11, 14, 16, 18, 26,29
6	1.6	Funciones inversas y logarítmicas	pág. 70: 16, 23, 26, 46, 48,49, 54, 64, 68
7	2.1 y 2.2	El Límite de una Función	pág. 87: 3, 4, 7, 9 pág. 96: 8, 10, 14, 22, 28, 38,40
8	2.3	Calculando límites usando las leyes de los límites	pág. 106: 2, 16, 28, 34, 37,42, 47, 52, 61
9	2.4	Definición formal de límite	pág. 117: 4, 6, 10, 12, 14, 34,39
10	2.5	Continuidad	pág. 128: 18, 24, 28, 34, 38,43, 46, 52, 54
11	2.6	Límites al infinito. Asíntotas horizontales	pág. 140: 9, 20, 24, 32, 36,48, 52, 57, 58, 64
12	2.7	Derivadas y Razones de cambio	pág. 150: 12, 14, 18, 22, 30,34, 36, 44, 48, 52
13	2.8	La Derivada como Función	pág. 162: 13, 26, 28, 38, 41,48, 57
14	3.1	Derivadas de polinomios, funciones exponenciales	pág. 180: 17, 22, 24, 32, 35,42, 49, 52, 54, 63, 70
15	3.2	Las reglas del producto y el cociente	pág. 187: 12, 16, 20, 24, 26,32, 34, 44, 48, 51, 54
16	3.3	Derivadas de las funciones trigonométricas	pág. 195: 2, 4,10, 16, 24, 26,34, 36, 43, 46, 48,51
17	3.4	La Regla de la Cadena	pág. 203: 10, 19, 22, 28, 32,36, 42, 56, 60, 78, 82
18	3.5 y 3.6	Diferenciación implícita y Derivación logarítmica	pág. 213: 16, 20, 26, 30, 43,54, 60, 64 pág. 220: 8, 14, 22, 26, 36,48, 51
19	3.8	Crecimiento y decaimiento exponencial	pág. 239: 4,6, 8, 9, 14, 16, 20
20	3.9	Razones afines	pág. 245: 4, 12, 14, 18, 24,30, 36, 42, 44
21	3.10	Aproximaciones lineales y diferenciales	pág. 252: 6, 8, 10, 12, 18, 22,28, 34, 38, 43
22	4.1	Valores Máximos y Mínimos	pág. 277: 11, 12, 50, 56, 60,68, 70, 78
23	4.2	El Teorema del Valor Medio	pág. 285: 4, 14, 16, 20, 32,35, 36
24	4.3	Cómo la derivada afecta la forma de una curva	pág. 295: 10, 20, 26, 39, 46,62, 64, 70, 80
25	4.4	Formas Indeterminadas y la Regla de L'Hôpital	pág. 304: 24, 26, 30, 36, 42,50, 56, 62, 70, 74, 78
26	4.7	Problemas de Optimización	pág. 328: 12, 14, 22, 26, 32,36, 38, 46, 52, 68, 74
27		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
28		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
29		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
30		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
31		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
32		**SECCION A CRITERIO DEL PROFESOR**	
Semana de exámenes finales		**EXAMEN FINAL ACUMULATIVO**	**PROGRAMADO Y CALIFICADO POR LA ESCUELA DE MATEMÁTICAS**

EVALUACION: La evaluación del curso tendrá dos componentes: una, por cuenta del profesor de cada curso que tendrá una valoración del 60%, y otra, en un Examen Final Acumulativo hecho y calificado por la Escuela de Matemáticas y cuya ponderación será del 40%. Los exámenes parciales, talleres, quizes, tareas y demás elementos que defina cada profesor se harán durante las 16 semanas de clase del semestre. En la semana de previos finales se hará el Examen Final Acumulativo. Las secciones marcadas como **Sección a criterio del profesor**, pueden ser usadas libremente por cada profesor cuando lo considere necesario, para realizar ejercicios faltantes, para remplazar clases perdidas o para programar Exámenes Parciales. Se recomienda que la última evaluación programada por cada profesor no se realice en la última semana de clases, permitiendo así un lapso entre el último parcial y el Examen Final Acumulativo por Escuela.

APÉNDICE B. PRIMER FORMATO DE SEGUIMIENTO

	FACULTAD DE CIENCIAS		
	ESCUELA DE MATEMÁTICAS		
	FORMATO PARA LAS TUTORÍAS DE CÁLCULO I		
Tutor		Estudiante	
Fecha	Dificultades que observa		
	Fortalezas identificadas		
Tema	Descripción de actividades y resultados de la Actividad Tutorial		
Observaciones			

Fecha	Dificultades que observa	
	Fortalezas identificadas	
Tema	Descripción de actividades y resultados de la Actividad Tutorial	
Observaciones		

APÉNDICE C. PRUEBA DIAGNÓSTICA DE LA FASE II

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Prueba Diagnóstica
Pre Cálculo
Mayo de 2012
Prof:

INSTRUCCIONES:

- En este momento deberá apagar su celular.
- Identifica la respuesta correcta y márcala rellenando el círculo en la hoja de respuestas.
- Son 20 preguntas, dispones de 60 minutos, no puedes utilizar calculadora.
- Al finalizar la prueba usted deberá devolver: la hoja de preguntas, la hoja de respuestas y la hoja de procesos.

1. ¿Cuál de los siguientes números pertenece al conjunto de los números reales, al conjunto de los racionales y al conjunto de los naturales?

   a) π c) $\sqrt{-1}$
   b) -2 d) $\sqrt{4}$

2. La expresión $\dfrac{(x^4y^{-3})^2}{x^3y^5}$ simplificada es:

   a) $\dfrac{x^3}{y^6}$ c) $\dfrac{x^2}{y^{16}}$
   b) $\dfrac{x^5}{y^{11}}$ d) $\dfrac{x^9}{y^{-6}}$

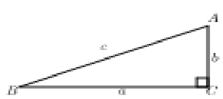
3. El dominio de $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$ es:

   a) $[3, \infty)$ c) $(-\infty, 3]$
   b) $(3, \infty)$ d) $(-\infty, 3)$

4. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $(5, 3)$ y $(-1, 6)$ es:

   a) $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$ c) $y = 2x + 8$
   b) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$ d) $y = -2x + 4$

5. En el triángulo rectángulo mostrado, $a = 8$ y $c = 10$, encuentre $\tan A$.



   a) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
   b) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{4}{3}$

6. Si $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3 + 2x$, ¿Cuál es la composición $(f \circ g)(x)$?

   a) $x^5 + 2x^3$ c) $x^6 + 4x^2$
   b) $(x^3 + 2x)^2$ d) $\dfrac{x^3 + 2x}{x^4}$

7. Resuelva la desigualdad: $2 > \dfrac{2x-3}{5} \geq \dfrac{8}{5}$:

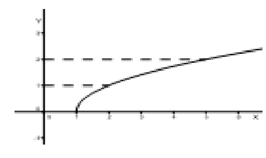
   a) $(\frac{11}{2}, \frac{13}{2}]$ c) $[\frac{11}{2}, \frac{13}{2})$
   b) $(\frac{11}{2}, \frac{13}{2})$ d) $[\frac{11}{2}, \frac{13}{2}]$

8. La solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= -5 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned}$$

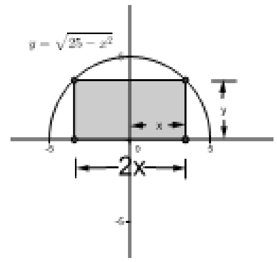
   a) $x = -1, y = -\frac{1}{2}$ c) $x = -3, y = 1$
   b) $x = 1, y = -2$ d) $x = -\frac{1}{11}, y = -\frac{46}{11}$

9. La expresión de la función, el dominio y el rango que corresponden a la siguiente gráfica, son:



   a) $F(x) = \sqrt{x-1}$; Dominio:$[0, +\infty)$; Rango:$[1, +\infty)$.
   b) $F(x) = \sqrt{x^2-1}$; Dominio:$[1, +\infty)$; Rango:$[0, +\infty)$
   c) $F(x) = \sqrt{x-1}$; Dominio:$[1, +\infty)$; Rango:$[0, +\infty)$
   d) $F(x) = x^2 + 1$; Dominio:$\mathbb{R}$; Rango:$\mathbb{R}$

10. Un rectángulo tiene dos vértices en el eje x y dos vértices en el semicírculo cuya ecuación es $y = \sqrt{25 - x^2}$. La función $A(x)$ que determina el área del rectángulo con estas características es:



a) $A(x) = 2x\sqrt{25 - x^2}$ c) $A(x) = 2x\sqrt{y}$
b) $A(x) = 2xy$ d) $A(x) = bh$

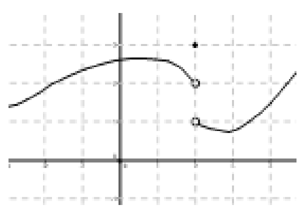
11. Al resolver $\log_{10}(x - 1) = 2$ para x es:

a) 1025 c) 101
b) 21 d) 99

12. A partir de la siguiente gráfica el

$$\lim_{x \to 2} f(x)$$

es:



a) 3 c) 1
b) 2 d) No existe

13. La expresión equivalente de $\dfrac{1}{tan(\theta)sec(\theta)}$ es:

a) $csc(\theta) - sen(\theta)$ c) $sen(\theta)$
b) $sen(\theta) - csc(\theta)$ d) $cos(\theta)$

14. Si $f(x) = 5x + 2$, su función inversa es:

a) $f^{-1}(x) = \frac{2}{5}x + 2$ c) $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$
b) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$ d) $f^{-1}(x) = \frac{2x+5}{5}$

15. El valor exacto de $cos(\frac{4\pi}{3})$ es:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$
b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $-\frac{1}{2}$

16. Las raíces del polinomio $x^2 - 3x + 2$ son:

a) $x = 3$ y $x = 2$ c) $x = -3$ y $x = 2$
b) $x = -1$ y $x = 2$ d) $x = 1$ y $x = 2$

17. ¿Cuál de las siguientes funciones es creciente?

a) $f(x) = (\frac{4}{5})^x$ c) $f(x) = (\frac{1}{5})^x$
b) $f(x) = (\frac{1}{4})^x$ d) $f(x) = (\frac{5}{4})^x$

18. ¿Cuál de los siguientes métodos es correcto para calcular $sen(\tau + \upsilon)$?

$$\angle\tau = \frac{\pi}{3} \; \angle\upsilon = \frac{7\pi}{6}$$

(a) $sen(\frac{\pi}{3})cos(\frac{7\pi}{6}) - cos(\frac{\pi}{3})sen(\frac{7\pi}{6})$
(b) $sen(\frac{\pi}{3})cos(\frac{7\pi}{6}) + cos(\frac{\pi}{3})sen(\frac{7\pi}{6})$
(c) $sen(\frac{\pi}{3})cos(\frac{7\pi}{6}) + cos(\frac{7\pi}{6})sen(\frac{\pi}{3})$
(d) $sen(\frac{\pi}{3})cos(\frac{7\pi}{6}) - cos(\frac{7\pi}{6})sen(\frac{\pi}{3})$

19. Si se tiene una ecuación de la forma $3x^2 + 2y^2 - 16x = 0$, su representación en el plano será:

a) Una elipse c) Una hipérbola
b) Una circunferencia d) Una parábola

20. Dado $x = sen^{-1}(\frac{1}{3})$. El valor exacto de $cos(x)$ es:

a) $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$ c) $\dfrac{2}{3}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ d) $\dfrac{3}{2}$

APÉNDICE D. INFORME FINAL

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
PROYECTO: ALTERNATIVA DE SEGUIMIENTO Y ACOMPAÑAMIENTO A ESTUDIANTES DE CÁLCULO I

Datos del tutor

Nombre: ____ Edad: ____________
Nivel: __________
Año en que vio cálculo I: ___ Nota con que aprobó la materia: ____

Si fue repitente indique:

Cuántas veces matriculó la materia:	
Notas en cada uno de los semestres:	
Nota con que aprobó la materia:	

Relevancia de la tutoría para su formación profesional

- ¿Cómo califica la conveniencia y necesidad de la tutoría en Cálculo I en la UIS?
  a) Muy necesaria y urgente
  b) Bastante conveniente
  c) Necesaria
  d) Pérdida de tiempo
  e) Otras (¿cuál?) _______________

- ¿Si usted hubiera tenido la opción de realizar o no la experiencia de ser tutor, de Cálculo I en el _____ semestre de 2012, sin que ésta fuera tenida en cuenta para la evaluación del curso de Didáctica del Cálculo la hubiera realizado? Si ____No ____
  ¿Por qué? ____
  ____
  ____

- ¿Después haber vivido la experiencia cambió de opinión? Si ____No ____
  ¿Por qué? ____
  ____
  ____

Servicios de orientación y sistema actual de tutorías

De las siguientes tareas, especifique el número de horas a la semana que le ha dedicado a cada una de ellas.

Tarea	Tiempo que le dedica			
	0-2	2-4	4-6	Más de 6 horas
Estudiar los temas correspondientes a cada sesión				
Planear y diseñar actividades para la tutoría (talleres, preguntas, problemas, tareas, otros)				
Diligenciar del formato de seguimiento a estudiantes de Cálculo I				
Realizar tutorías (incluyendo las ya fijadas y las extras)				
Preparar actividades o sesiones complementarias para atender dudas de los estudiantes que no fueron resueltas en las tutorías.				
Evaluar aprendizajes y avances (corrección de tareas, revisión de exámenes)				

Servicios de orientación y sistema actual de tutorías

Evalúe (según la escala de 0 y 5) las condiciones que permiten un buen ejercicio de las tutorías.

Condiciones	Actuales					
Espacio donde se da la tutoría	0	1	2	3	4	5
Formación específica sobre la tarea de Tutor	0	1	2	3	4	5
Número de alumnos por tutor	0	1	2	3	4	5
Número de horas de la tutoría a la semana	0	1	2	3	4	5
Recursos (calculadora, tecnologías...)	0	1	2	3	4	5
Otras. ¿Cuál? ___________	0	1	2	3	4	5

Sobre las tutorías

Complete la Tabla 1 con la información solicitada en ella, para hacerlo puede apoyarse del diario de campo que fue escribiendo durante el semestre.

Sesión	**Fecha**	**Tema**	**Actividad**	**Observaciones generales (grupo)**	**Observaciones particulares**
1	15-06-2012	Saberes evaluados en la prueba piloto (trigonometría, funciones, álgebra, …)	Prueba Piloto	Las observaciones que usted hizo a partir del trabajo grupal de sus estudiantes	Las observaciones que usted hizo a partir del trabajo de cada uno de sus estudiantes
2					
⋮	…	…	…	…	…
14	28-09-2012	…	…	…	…

Tabla 1. Informe detallado de las sesiones de las tutorías

Para llenar los espacios de actividades, observaciones generales e individuales puede guiarse de los aspectos que se mencionan en la Tabla 2.

1. ¿Cómo se desarrolló la tutoría?
____
____
2. ¿Cuál fue la estrategia que implementó en el progreso de la tutoría?
____
____
3. ¿Le sirvió? Si ___ No ___
    a. ¿Fue la misma que utilizó la tutoría pasada? Si ___ No ___
    b. Si responde "No" a la pregunta anterior, ¿cuál era y por qué la cambió?
    ____
    ____
    c. ¿Cuántos y cuáles eran los nombres de sus estudiantes?
    ____
    ____
4. ¿Cuáles fueron los momentos más significativos (o importantes) dentro de la tutoría y cómo surgieron?
5. ¿Qué logros o aspectos positivos pudo observar dentro de la tutoría con sus estudiantes?
6. ¿Qué dificultades ha encontrado u observado?
7. ¿Cuáles errores eran más persistentes al momento de trabajar en la tutoría?
8. ¿Le deja tarea y/o taller a sus estudiantes para que trabajen en casa? Si __ No __
9. Si contesta afirmativamente la pregunta anterior, responda: ¿corrige o reflexiona la tarea y/o el taller en la siguiente tutoría? Si ___ No ___, ¿por qué?
____
____
10. Si contesta "No" al inciso 8*)*, ¿por qué no deja tarea y/o talleres para la casa?
____
____

Tabla 2. Guía para llenar la Tabla 1.

Cuestiones generales

1. ¿Qué tipo de dificultades observó en sus estudiantes?
____
____
2. ¿Se reúne con sus estudiantes en otros horarios distintos al de los viernes para trabajar en los temas que quedaron pendientes en la tutoría? Si ___ No___
3. Si contestan afirmativamente la anterior pregunta, con qué frecuencia lo hace: Siempre __ A menudo __ Algunas veces __ Muy pocas veces __

4. ¿Se reúne con otro compañero tutor para discutir lo experimentado en la actividad tutorial? Siempre __ A menudo __ Algunas veces __ Muy pocas veces __ Nunca __
5. Cuando planea su trabajo tutorial, ¿comparte con algunos de sus compañeros tutores talleres?

____

____

6. ¿Encontró alguna relación con lo trabajado dentro del laboratorio de las tutorías y las temáticas estudiadas en el curso de Didáctica del Cálculo? Si __ No __.
   ¿Cuáles?____

____

7. ¿Dentro del curso de Didáctica del Cálculo se abren espacios para discutir los problemas, dificultades y errores que muestran los estudiantes de Cálculo I desde un enfoque didáctico?
8. Si ha tenido a un estudiante (o varios) durante una o más tutorías, responda las siguientes preguntas:
   a. ¿En el transcurso de las tutorías, qué logros el estudiante ha alcanzado?
   b. ¿Qué dificultades han permanecido repetitivamente?
   c. ¿En cuáles pensamientos (algebraico, geométrico, otros) el estudiante presenta dificultades, y en cuáles muestra fortalezas?
9. ¿Qué observaciones tiene a partir de su labor como tutor dentro de *la alternativa de seguimiento y acompañamiento a estudiantes de cálculo I*?

____

____

10. Como tutor, ¿qué recomendaciones haría para mejorar *la alternativa de seguimiento y acompañamiento a estudiantes de cálculo I*?

____

____

11. Comentarios generales de su experiencia como tutor:

____

____

12. Anexe todas las actividades, talleres, tareas, ejercicios, problemas resueltos o planteados durante las tutorías con su respectiva solución.

APÉNDICE E. SEGUNDO FORMATO DE SEGUIMIENTO

FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
FORMATO PARA LAS TUTORÍAS DE CÁLCULO I

<table>
<tr><td rowspan="8">Tutoría No</td><td>Tutor</td><td></td><td>Estudiante</td><td></td></tr>
<tr><td>Fecha</td><td>Dificultades que observa</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td>Fortalezas identificadas</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Tema</td><td colspan="3">Descripción de actividades y resultados de la Actividad Tutorial</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Actividad</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Observaciones</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

APÉNDICE F. PRUEBA DIAGNÓSTICA DE LA FASE II

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Cálculo I
Prueba Diagnóstica
Segundo semestre de 2012

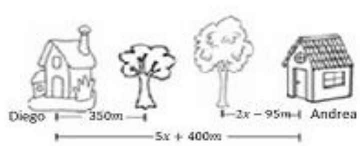
Grupo

Nombre:_________________________ Código________ Carrera_____________

- Conteste de manera ordenada y apoye sus respuestas con las justificaciones adecuadas. Desarrollar los ejercicios en la hoja de procesos.
- No se permite el préstamo de borradores, calculadoras, lápices, etc.
- El profesor no responderá preguntas, porque parte de la evaluación es la comprensión de los enunciados.
- No se permite el uso de teléfonos celulares durante el examen, el celular debe estar apagado.

COMPONENTE ALGEBRAICO

1. Entre la casa de Diego y la de Andrea hay dos árboles en línea recta.



La expresión mediante la cual se puede hallar la distancia entre los dos árboles es:

a) $3x + 145$ *c*) $3x - 45$
b) $10x - 45$ *d*) $7x + 145$

2. Al resolver la ecuación $|\, z - 2 \,| = \frac{1}{3}$, el valor de z es:

a) $\{\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\}$ *c*) $\frac{5}{3}$

b) $\{\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}\}$ *d*) $\frac{1}{3}$

3. Se desea descomponer el número 48 en dos sumandos tales que dividiendo el uno por el otro, el cociente sea 3 y el residuo 4. El sistema de ecuaciones que permite encontrar la solución a dicho problema es:

a) $\begin{cases} a + b = 48 \\ a - 4b = 3 \end{cases}$ *c*) $\begin{cases} a + b = 48 \\ \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} a + b = 48 \\ a + 4b = 3c \end{cases}$ *d*) $\begin{cases} a + b = 48 \\ a - 3b = 4 \end{cases}$

4. Encuentre el valor de $f(x) = (-3)^x + 5x + 1$ cuando $x = 2$

a) 2 *b*) 20 *c*) 17 *d*) 5

5. El resultado de Simplificar y racionalizar $\frac{x}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ es:

a) $\sqrt{x}$ *b*) $x\sqrt{x}$ *c*) 1 *d*) x

6. La expresión $\frac{x^3 - x}{x^2 + x} + 1$ es equivalente a:

a) 1 *b* $x + 1$ *c*) $x - 1$ *d*) x

7. Para mantener reservas de agua potable en las viviendas se instala un tanque de almacenamiento de capacidad en litros $x^3 + x^2 - 2x$. En un día la familia Gómez consume $x - 1$litros. Si el tanque se encuentra completamente lleno, la expresión que representa el número de días que alcanzará el agua para la familia es:

a) $x^2 + 2x$ *c*) $-(x^2 + x - 2)$
b) $x^2 - \frac{2x}{x-1}$ *d*) $2x + 2$

8. En la Siguiente Igualdad $2^{(x+5)} = 8^{(3-2x)}$; el valor de x es:

a) $\frac{4}{7}$ *b*) $-\frac{2}{3}$ *c*) -4 *d*) $\frac{7}{9}$

9. Para almacenar gasolina se utilizan depósitos cilíndricos como los que se muestran en la siguiente figura.

Si $x = 2dm$, la capacidad del deposito B es:

a) $4\pi litros$ *c*) $8\pi litros$
b) $16\pi litros$ *d*) $32\pi litros$

10. La siguiente tabla ilustra las tarifas de dos parques de diversiones:

1

Nombre del parque	Parque Locura	Parque Impacto
Valor de la entrada por persona	\$2000	\$1400
Valor de la boleta por cada atracción	\$300	\$500

En la expresión $1400 + 500x$, la x representa:

a) El número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Locura.

b) El número de personas que entraron al parque Locura.

c) El número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Impacto.

d) El número de personas que entraron al parque Impacto.

COMPONENTE VARIACIONAL

11. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -5)$ y es paralela a la recta $2x - 4y = 3$ es:

    a) $-\frac{1}{2}x - 6$ *c)* $\frac{1}{2}x + 4$
    b) $\frac{1}{2}x - 6$ *d)* $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

12. El dominio de la función $h(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$ es:

    a) $(-\infty, -1] \cup [1, 4]$ *c)* $(-1, 1)$
    b) $[1, 4]$ *d)* $[-1, 4]$

13. Si $f(x) = x^2 + 2x - 1$ y $g(x) = 2x - 3$ ¿Cuál es la composición $(f \circ g)(x)$?

    a) $4x^2 + 4x - 4$ *c)* $2x^2 - 8x + 2$
    b) $2x^2 + 4x - 5$ *d)* $4x^2 - 8x + 2$

14. La expresión equivalente de $\frac{1}{tan(\theta)sec(\theta)}$ es:

    a) $csc(\theta) - sen(\theta)$ *c)* $sen(\theta)$
    b) $sen(\theta) - csc(\theta)$ *d)* $cos(\theta)$

15. La ecuación para el círculo que tiene centro en $(-1, 4)$ y pasa por el punto $(3, -2)$

    a) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 52$
    b) $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 52^2$
    c) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = \sqrt{52}$
    d) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 52$

16. Un círculo tiene $12cm$ de radio, y si un arco subtiende un ángulo central de $30°$¿Cuál es la longitud del arco?

    a) $24\pi cm$ *c)* $2\pi cm$
    b) $360\ cm$ *d)* $720\pi cm$

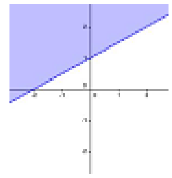
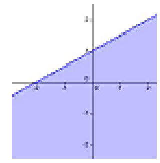
17. Si se tiene una ecuación de la forma $3x^2+2y^2-16x = 0$, su representación en el plano será:

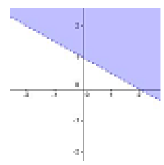
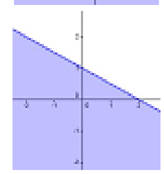
    a) Una elipse *c)* Una Hipérbola
    b) Una Circunferencia *d)* Una Parábola

18. Si $sen(x) = \frac{1}{3}$ y $sec(y) = \frac{5}{4}$ donde x e y están entre 0 y $\frac{\pi}{2}$. Al evaluar $sen(x+y)$ se obtiene:

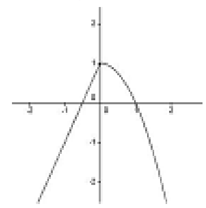
    a) $\frac{4+6\sqrt{2}}{15}$ *c)* $\frac{-4+6\sqrt{2}}{15}$
    b) $\frac{-4-6\sqrt{2}}{15}$ *d)* $\frac{14}{15}$

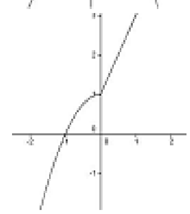
19. La región en el plano xy definida por la desigualdad $y < 1 - \frac{1}{2}x$ es:

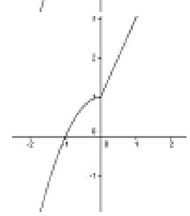
    a)  *c)* 

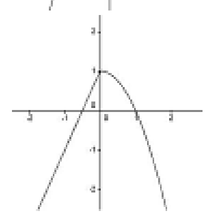
    b)  *d)* 

20. Encuentre el valor de $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \le 0 \\ 2x + 1, & x > 0 \end{cases}$ cuando $x = -2$ y $x = 1$. Bosquéje la gráfica.

    a) $x = -2$, $f(x) = -3$; $x = 1$, $f(x) = 3$ 

    b) $x = -2$, $f(x) = -3$; $x = 1$ $f(x) = 0$ 

    c) $x = -2$, $f(x) = -3$; $x = 1$, $f(x) = 3$ 

    d) $x = -2$, $f(x) = -3$; $x = 1$ $f(x) = 0$ 

APÉNDICE G. FORMATO DE SEGUIMIENTO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

FORMATO PARA LAS TUTORÍAS DE CÁLCULO I

<table>
<tr><td rowspan="8">Tutoría No. #</td><td>Tutor (alumno-docente)</td><td></td><td>Estudiante (compañero-alumno)</td><td></td></tr>
<tr><td>Fecha de sesión:</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Tema</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="2">Descripción de actividades realizadas</td><td>Observaciones</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Dificultades observadas</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Fortalezas identificadas</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Trabajo complementario definido</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>