

**EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS DE PRONÓSTICOS DE  
PROYECTOS DE CONSTRUCCIÓN A PARTIR DE LA TÉCNICA DE DATOS  
ENVOLVENTES**

**SILVANA MARÍA JEREZ MARTÍNEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS  
ESCUALA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2016**

**EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS DE PRONÓSTICOS DE  
PROYECTOS DE CONSTRUCCIÓN A PARTIR DE LA TÉCNICA DE DATOS  
ENVOLVENTES**

**SILVANA MARÍA JEREZ MARTÍNEZ**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero Civil**

**Director:**

**Guillermo Mejía Aguilar**

**Ph. D. Ingeniero Civil**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS  
ESCUALA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2016**

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN .....	10
1. METODOLOGIA .....	13
1.1. DEA-BCC.....	13
1.2. POSICIONES RELATIVAS.....	16
2. APLICACIÓN .....	19
2.1. MODELO ORIENTADO A INPUT .....	21
2.2. MODELO ORIENTADO A OUTPUT .....	23
3. RESULTADOS.....	25
4. CONCLUSIONES .....	28
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	29
BIBLIOGRAFÍA.....	31

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Estadística descriptiva de los datos tomados. ....	17
Tabla 2. Base de datos indicadores de Anticipación (%) y Precisión en Costos de Proyectos de Construcción .....	17
Tabla 3. Estadística descriptiva resultados de DEA.....	25
Tabla 4. Ranking y Eficiencias de los Proyectos para el modelo orientado a Input y Output. ....	26

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Fronteras RCE y RVE.....	13
Figura 2. Ilustración del Input y Output para un Proyecto o DMU.....	14
Figura 3. Orientación en DEA .....	14
Figura 4. Razonamiento constante k .....	16
Figura 5. Posición relativa de Proyectos respecto a la Frontera eficiente.....	18
Figura 6. Ilustración Proyecto 1 con su valor de Input y Output.....	19
Figura 7. Planilla Excel con Datos de iniciales y tabla de restricciones modelo input orientado para eficiencia del Proyecto 1 .....	21
Figura 8. Tabla de variables y ventana de Parámetros de Solver modelo input orientado para la Eficiencia del Proyecto 1 .....	22
Figura 9. Planilla Excel con Datos de iniciales y tabla de restricciones modelo output orientado .....	23
Figura 10. Tabla de variables y ventana de Parámetros de Solver modelo output orientado.....	24

## RESUMEN

**TÍTULO:** EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS DE PRONÓSTICOS DE PROYECTOS DE CONSTRUCCIÓN A PARTIR DE LA TÉCNICA DE DATOS ENVOLVENTES\*

**AUTOR:** SILVANA MARÍA JEREZ MARTÍNEZ\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Análisis envolvente de datos, DEA-BCC, eficiencia, proyectos de construcción.

### DESCRIPCIÓN:

Este trabajo tiene como objetivo presentar el uso de una herramienta ampliamente utilizada en países como Estados Unidos y Japón para el análisis de desempeño o benchmarking de organizaciones, llamada Análisis Envolvente de Datos por sus siglas en inglés DEA, la cual permite hallar una única medida del desempeño de unidades operacionales relativa a sus pares en un grupo de referencia, mediante el análisis comparativo a una unidad eficiente. De esta manera se conoce cuáles son los factores que afectan el desempeño y cuáles son las fuentes de ineficiencia, permitiendo hacer mejoras a las unidades que lo requieran y dejando un precedente de cuál es la mejor practica a seguir para alcanzar la eficiencia. En el presente trabajo se aplicó el modelo DEA-BCC de Banker, Charnes, Cooper contenido en el modelo original DEA-CCR de Charnes, Cooper y Rhodes, que presenta una frontera de posibilidad o envolvente menos restrictiva destacando la posibilidad de conocer los retornos a escala, además se emplearon dos orientaciones del análisis, el modelo Orientado a Inputs y Orientado a Outputs, a una base de datos de treinta y un proyectos de construcción considerando sus indicadores de “Desviación en Costos” y “Anticipación”. Así mismo, se expone el proceso llevado a cabo para encontrar las eficiencias mediante el uso del método SIMPLEX de solución de problemas de programación lineal contenido software Solver de Microsoft Excel haciendo la respectiva programación mediante las hojas de calculo. Finalmente se hace presentan las ventajas y desventajas de la metodología encontradas por cada orientación del análisis.

---

\* Proyecto de grado

\*\* Facultad de ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Guillermo Mejía Aguilar ingeniero civil, PhD.

## RESUMEN

**TITLE:** EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS DE PRONÓSTICOS DE PROYECTOS DE CONSTRUCCIÓN A PARTIR DE LA TÉCNICA DE DATOS ENVOLVENTES\*

**AUTHOR:** SILVANA MARÍA JEREZ MARTÍNEZ\*\*

**KEYWORDS:** Data Envelopment Analysis, DEA-BCC, efficiencies, construction projects.

### DESCRIPTION:

This paper aims to present the use of a tool widely used in countries such as the United States and Japan for analysis of performance or benchmarking of organizations, called Data Envelopment Analysis for its acronym in English -DEA, which allows to find a single measurement of the Performance of operational units relative to their peers in a reference group, through comparative analysis to an efficient unit. In this way it is known which are the factors that affect the performance and which are the sources of inefficiency, allowing to make improvements to the units that require it and leaving a precedent of which is the best practice to follow to reach the efficiency. In the present work the DEA-BCC model of Banker, Charnes, Cooper contained in the original DEA-CCR model of Charnes, Cooper and Rhodes was applied, presenting a border of possibility or less restrictive envelope emphasizing the possibility of knowing the returns to scale. In addition, two orientations of the analysis, the Input-Oriented and Output-Oriented model, were applied to a database of thirty-one construction projects considering their "Cost Deviation" and "Anticipation" indicators. Also, the process carried out to find efficiencies through the use of the SIMPLEX method of solving problems of linear programming content Solver software of Microsoft Excel making the respective programming through spreadsheets. Finally, we present the advantages and disadvantages of the methodology found by each orientation of the analysis.

---

\* Bachelor thesis

\*\* Faculty of Physicist – Mechanics engineerings, School of Civil Engineering, Director: Guillermo Mejía Aguilar ingeniero civil, PhD.

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día todas las sociedades y todos los sectores de las actividades económicas se desarrollan en un ambiente muy competitivo, por tanto es de vital importancia conocer las herramientas para medir el desempeño de las instituciones y los diferentes factores que afectan la productividad. Asimismo con el rápido incremento de las actividades constructivas en Colombia, cuantificar la eficiencia de las constructoras se vuelve una preocupación primordial, pues como escribió Peter Drucker “Todo aquello que puede ser medido puede ser mejorado”.

En este campo una herramienta de amplio uso en países como Estados Unidos y Japón pero aun poco utilizado en Latinoamérica, es la técnica de datos envolventes DEA, por sus siglas en inglés (Data Envelopment Analysis). Esta técnica es reconocida como una robusta herramienta para la evaluación del desempeño, ya que evalúa unidades homogéneas y produce una única medida de eficiencia por cada unidad relativa a sus pares, lo que permite estimar las mejoras necesarias por comparación con un grupo de referencia.

Un estudio realizado por El-Mashaleh M., Rababeh S., Hyari K. [1] donde se emplea DEA para evaluar comparativamente (benchmarking) el desempeño en seguridad de contratistas en obras de construcción, parte del problema que desde los métodos existentes de evaluación, dos contratistas que sufren la misma cantidad y tipo de accidentes son considerados con una misma eficiencia, mientras que por medio del uso del análisis envolvente se consigue evaluar otros factores que intervengan en su desempeño, pues tendría más sentido considerar que el contratista que gaste menos recursos para alcanzar un cierto nivel de desempeño en seguridad será el que tiene un mejor rendimiento respecto a otros. Además, se logra identificar en qué medida afectan los parámetros que conllevan

a esta diferenciación, con lo cual se podrá establecer una mejora a dichos parámetros y progresivamente a un beneficio sustancial a la industrial.

En el documento original [2] Charnes, Cooper y Rhodes, usan el concepto de Eficiencia por optimización lineal de Farrel para la evaluación del nivel de desempeño de unidades operacionales, DMUs (Decision Making Units), las cuales realizan actividades simultáneamente y son homogéneas, es decir, tienen una misma finalidad económica. El método parte de un conjunto de unidades  $N$ , las cuales producen una cantidad Outputs o “productos” y usan una cantidad de Inputs o “insumos”, el desempeño para cada una de las unidades es obtenido a partir de un análisis comparativo con una unidad eficiente. El análisis de la eficiencia en ciencias económicas tienen su punto inicial en el concepto de la Frontera Eficiente de Pareto [3], que define que una unidad es completamente eficiente si esta pertenece a la frontera y por tanto no es posible aumentar un valor de Output o Input sin reducir algún valor de Input u output respectivamente. Análogamente, una unidad será ineficiente si es posible producir la misma cantidad de Output reduciendo al menos una unidad de Input; o bien, si es posible utilizar la misma cantidad de Inputs para producir más Outputs. El supuesto fundamental de la metodología DEA es que si una unidad productiva es capaz de producir un determinado nivel de producto con una cierta cantidad de insumos, entonces otras unidades productivas que cuentan con la misma cantidad de insumos también pueden alcanzar un nivel de producto semejante al de la primera unidad mencionada.

El presente trabajo muestra la implementación de la técnica envolvente de datos, a un caso particular en el que se consideran unidades (Proyectos de construcción) que producen un único Input (Anticipación) y un único Output (Desviación en costos), estos datos se obtuvieron de un estudio previo sobre Métodos de Pronósticos de costos [4] aplicado a una base de datos de proyectos de construcción. Se aplicó el modelo DEA-BCC por dos medios de análisis, la primera

comprobando la cantidad de inputs utilizada para obtener el mismo output (orientación al Input) y la segunda, lograr el máximo output manteniendo los inputs (orientación al Output).

Escoger una vía u otra debe depender de las características concretas del problema y de cómo los factores considerados afectan el desempeño de cada proyecto según la orientación del análisis, así mismo se analiza cual método fue el más favorable considerando la ponderación de las eficiencias encontradas y estableciendo cuales fueron los factores determinantes en esta diferenciación.

El resto de este documento desarrolla los siguientes objetivos: Describir un procedimiento para medir la eficiencia relativa de los proyectos basada en los datos envolventes, medir la posición relativa de los proyectos considerando sus indicadores de anticipación y desviación en costos, y evaluar las ventajas y desventajas de la metodología cuando se evalúan la orientación Input y la orientación Output de la técnica.

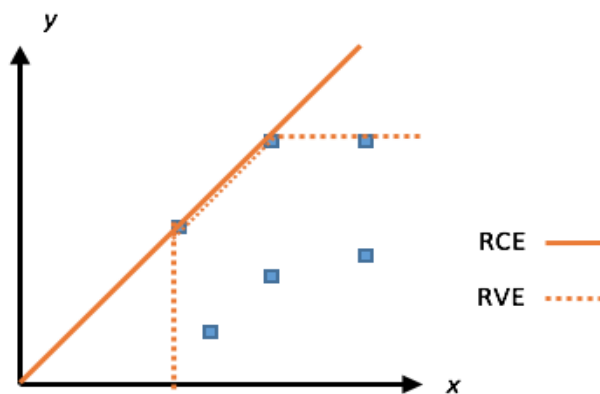
## 1. METODOLOGIA

### 1.1. DEA-BCC

Entre las técnicas más utilizadas para determinar las fronteras eficientes y cuantificar los niveles de eficiencia de unidades homogéneas productivas, se encuentran los métodos paramétricos y no paramétricos. La técnica DEA es un sistema No Paramétrico, por tanto crea una frontera eficiente envolvente para todas las unidades analizadas a través de programación matemática de optimización sin que exista una relación funcional entre Inputs y Outputs.

El modelo inicial DEA-CCR introduce el supuesto de retornos constantes a escala (RCE), lo que significa que cualquier cambio en Inputs debería producir un cambio proporcional en Outputs. La formulación del problema de Programación Lineal del modelo DEA-BCC expuesto por [5] Banker, Charnes y Cooper, considera rendimientos variables a escala (RVE), este es un caso contenido en el modelo original DEA-CCR.

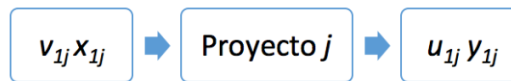
**Figura 1. Fronteras RCE y RVE**



Fuente: Adaptado Lovell (1993)

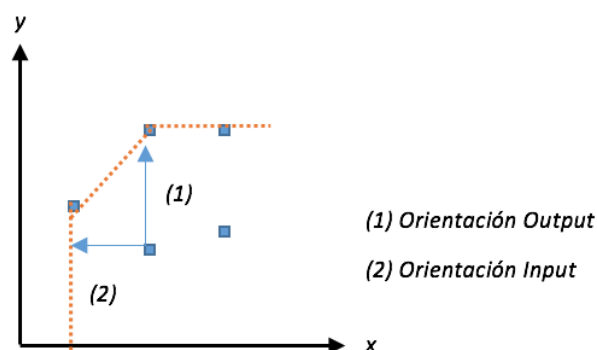
A partir de la Figura 1 puede verse cómo la frontera de rendimientos constantes a escala (RCE) considera que el incremento porcentual en Output es igual al incremento porcentual de Input, mientras que la frontera de rendimientos variables a escala (RVE), relaja este supuesto y presenta una frontera mas cercana a la envoltura lineal convexa de las unidades analizadas, haciendo del método BCC menos restrictivo ya que permite identificar la tipología de rendimiento escala que caracterice el sistema[6].

**Figura 2. Ilustración del Input y Output para un Proyecto o DMU.**



La formulación del Problema de Programación Lineal (PPL) para el modelo BCC se resuelve para  $N$  unidades operacionales, que producen  $m$  cantidad de Output  $y$ , y  $n$  cantidad de Input  $x$ , donde los valores de una unidad o cualquiera posee un valor  $y_{r0}$  de output y un valor  $x_{i0}$  de Input. La solución se halla mediante obtención de los valores de  $v_i$  y  $u_r$  que representan el peso que cada input  $i$  y cada Output  $r$  tienen para que una unidad productiva  $h_0$  sea maximizada o minimizada según la orientación del modelo.

**Figura 3. Orientación en DEA**



La expresión para resolver el sistema en su versión Input orientada en donde se busca minimizar los Inputs sin alterar los outputs, puede expresarse como:

$$\mathbf{Max} \mathbf{h}_o = \mathbf{u}_{ro}\mathbf{y}_o + \mathbf{k}_o \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{v}_{io}\mathbf{x}_{io} = \mathbf{1} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{u}_r\mathbf{Y} + \mathbf{k}_o \leq \mathbf{v}_i\mathbf{X} \quad (1.2)$$

$$\mathbf{u}_r, \mathbf{v}_i \geq \mathbf{0} \quad (1.3)$$

En donde:

$$j = 1, \dots, N$$

$$r = 1, \dots, m$$

$$i = 1, \dots, n$$

k = Constante

Por otro lado el modelo Output orientado donde se pretende maximizar los Outputs manteniendo el nivel de Inputs, se formula de la siguiente manera:

$$\mathbf{Min} \mathbf{h}_o = \mathbf{v}_{io}\mathbf{x}_o + \mathbf{k}_o \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{u}_{ro}\mathbf{y}_{ro} = \mathbf{1} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{v}_i\mathbf{X} + \mathbf{k}_o \geq \mathbf{u}_r\mathbf{Y} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{u}_r, \mathbf{v}_i \geq \mathbf{0} \quad (2.3)$$

En donde:

$$j = 1, \dots, N$$

$$r = 1, \dots, m$$

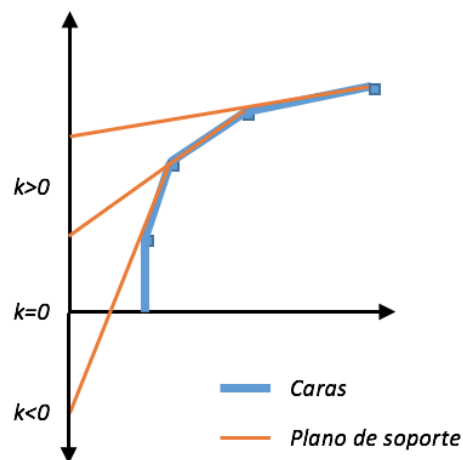
$$i = 1, \dots, n$$

k = Constante

El término constante k es el intercepto en el eje Output (y) de la proyección de cada cara de la frontera eficiente, en el caso de rendimientos a escala constante toma el valor de cero, mientras que en el presente modelo su signo representará la naturaleza de los rendimientos a escala de las unidades contenidas en la frontera, como puede verse en la figura 4.

Los rendimientos a escala, indican el incremento porcentual de factores productivos Outputs, como resultado de incrementos porcentuales de insumos Inputs. Estos rendimientos son –Decrecientes- cuando  $k$  toma valores negativos,  $k < 0$  (incremento de Output es menor que el incremento de Input), y –Crecientes- cuando  $k$  toma valores positivo,  $k > 0$  (incremento de Output es mayor que el Input).

**Figura 4. Razonamiento constante  $k$**



Fuente: Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos [7]

## 1.2. POSICIONES RELATIVAS

Partiendo de la base de datos presentados en la Tabla 2 y considerando los valores de Anticipación o Input en el eje ordenado de las  $x$  y los valores de Desviación en costos o Output en el eje ordenado de las  $y$ , se grafica cada uno de los proyectos con su respectivo valor de Input y Output en el plano cartesiano (ver Figura 5). Apoyándose en la distribución de los proyectos analizados se generó la respectiva frontera eficiente, la cual como se mencionó anteriormente está definida en el límite donde las unidades más eficientes están localizadas y las menos eficientes están situadas en el área limitada por esta, como se puede notar las

soluciones eficientes nunca pueden mejorar en todas las medidas de desempeño al mismo tiempo, mientras que las no eficientes sí. [8]

De esta manera, las unidades que no permanecen sobre la frontera son consideradas ineficientes y la metodología permite evaluar la eficiencia relativa de cada una de las unidades. Es decir, trata de definir la frontera de producción empírica formada por las mejores unidades observadas, construyendo un perímetro de eficiencia por segmentos que envuelve a las unidades estudiadas, para posteriormente cuantificar el grado de eficiencia de las observaciones que forman parte de la muestra, o sea, su distancia con relación a la frontera [9].

**Tabla 1. Estadística descriptiva de los datos tomados.**

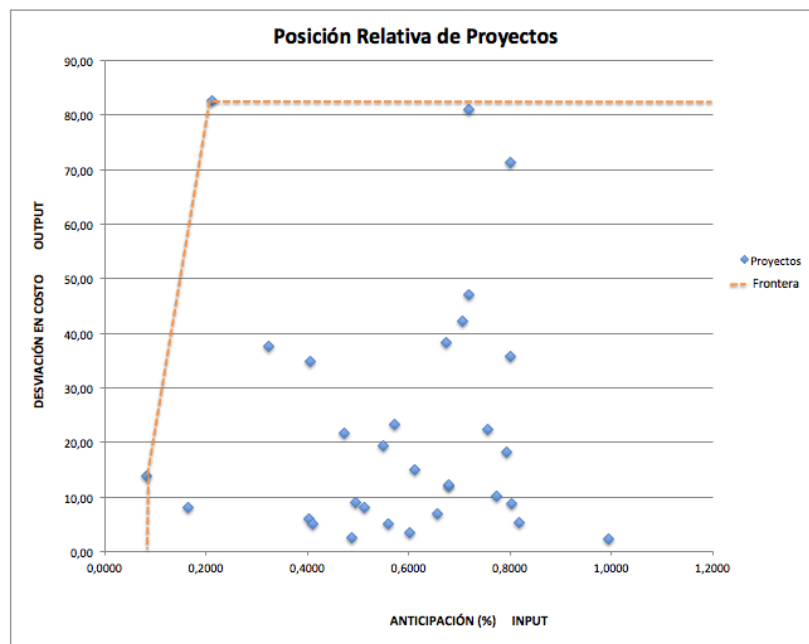
	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
Desviación	22,88	22,4612	2,24	82,69
Anticipación	0,59	0,2099	0,0836	0,9959

**Tabla 2. Base de datos indicadores de Anticipación (%) y Precisión en Costos de Proyectos de Construcción**

Proyecto	Desviación (%)	Anticipación
1	4,98	0,5604
2	8,71	0,8044
3	5,93	0,4035
4	6,92	0,6560
5	3,51	0,6012
6	35,75	0,8001
7	11,89	0,6780
8	12,11	0,6792
9	8,17	0,5118
10	21,74	0,4737
11	23,29	0,5733
12	37,51	0,3229
13	19,30	0,5509
14	8,05	0,1638
15	82,69	0,2131
16	34,81	0,4053

Proyecto	Desviación (%)	Anticipación
17	15,03	0,6125
18	2,24	0,9959
19	5,18	0,4104
20	9,03	0,4963
21	13,79	0,0836
22	47,06	0,718
23	42,31	0,707
24	71,37	0,800
25	2,59	0,488
26	5,40	0,818
27	38,26	0,674
28	10,09	0,773
29	22,42	0,756
30	18,21	0,793
31	81,04	0,719

Figura 5. Posición relativa de Proyectos respecto a la Frontera eficiente



## 2. APLICACIÓN

A continuación se presenta a modo de ejemplo, la formulación para el Proyecto 1 contenido en la tabla 2 junto con sus indicadores de Desviación y Anticipación:

**Figura 6. Ilustración Proyecto 1 con su valor de Input y Output.**



Por medio del modelo BCC orientado a Input se halla la eficiencia relativa del Proyecto 1, aplicando la ecuación (1) y sus respectivas restricciones (1.1), (1.2), (1.3):

Maximizar:

$$\mathbf{Max } h_1 = 4,98u_1 + k_1 \quad (3)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\mathbf{0,5604 } v_1 = \mathbf{1} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{4,98 } u_1 + k_o \leq \mathbf{0,5604 } v_1 \quad (3.2)$$

$$\mathbf{8,71 } u_1 + k_o \leq \mathbf{0,8044 } v_1 \quad (3.3)$$

$$\mathbf{5,93 } u_1 + k_o \leq \mathbf{0,4035 } v_1 \quad (3.4)$$

:

:

$$\mathbf{81,04 } u_1 + k_o \leq \mathbf{0,719 } v_1 \quad (3.31)$$

$$u_1 \geq 0 \quad (3.32)$$

$$v_1 \geq 0 \quad (3.33)$$

El procedimiento se realizará para cada uno de los 31 proyectos, consiguiendo una estimación del desempeño relativo de cada unidad respecto a la frontera eficiente.

Por medio del modelo BCC orientado a Output, se halla la eficiencia relativa del Proyecto 1 aplicando la formula (2) y sus respectivas restricciones (2.1), (2.2), (2.3):

Minimizar:

$$\mathbf{Min } h_1 = \mathbf{0,5604 } v_1 + k_1 \quad (4)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\mathbf{4,98 } u_1 = \mathbf{1} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{0,5604 } v_1 + k_o \geq \mathbf{4,98 } u_1 \quad (4.2)$$

$$\mathbf{0,8044 } v_1 + k_o \geq \mathbf{8,71 } u_1 \quad (4.3)$$

$$\mathbf{0,4035 } v_1 + k_o \geq \mathbf{5,93 } u_1 \quad (4.4)$$

:

:

$$\mathbf{0,719 } v_1 + k_o \geq \mathbf{81,04 } u_1 \quad (4.31)$$

$$u_1 \geq \mathbf{0} \quad (4.32)$$

$$v_1 \geq \mathbf{0} \quad (4.33)$$

Dado que para el problema de Maximización y de Minimización se genera un problema sujeto a 34 ecuaciones, la técnica DEA se resuelve por medio de distintos softwares existentes, en el presente trabajo se resuelve por medio del software Solver de Microsoft Excel de la siguiente manera:

Para aplicar el modelo en Microsoft Excel se tiene que hacer la siguiente consideración sobre la constante k:

$$k = k_1 - k_2 \quad (3)$$

Esto con la finalidad de conocer el signo que presenta la constante para el análisis de cada proyecto y así conocer los rendimientos a escala.

## 2.1. MODELO ORIENTADO A INPUT

En el planteamiento se debe contar con la información del problema de estudio, contenido en la tabla 2, seguido de la tabla de restricciones donde se encontraran la ecuación (1.1), la ecuación (1.2) la cual genera una cantidad igual de restricciones a proyectos contenidos en el estudio , la ecuación (1.3) que estable que los pNarámetros  $v_1$  y  $u_1$  tomaran valores positivos y la ecuación (3) que añade la restricción de que los valores  $k_1$  y  $k_2$  serán mayores que cero para un solución óptima.

**Figura 7. Planilla Excel con Datos de iniciales y tabla de restricciones modelo input orientado para eficiencia del Proyecto 1**

	C	D	E	F	G	H	I
6	Proyecto	Desviación (%)	Anticipación		Restricciones		
7	1	4,98	0,5604		=E7*L8	=	1
8	2	8,71	0,8044		=(D7*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E7*SL\$8
9	3	5,93	0,4035		=(D8*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E8*SL\$8
10	4	6,92	0,656		=(D9*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E9*SL\$8
11	5	3,51	0,6012		=(D10*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E10*SL\$8
12	6	35,75	0,8001		=(D11*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E11*SL\$8
13	7	11,89	0,678		=(D12*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E12*SL\$8
14	8	12,11	0,6792		=(D13*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E13*SL\$8
15	9	8,17	0,5118		=(D14*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E14*SL\$8
16	10	21,74	0,4737		=(D15*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E15*SL\$8
17	11	23,29	0,5733		=(D16*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E16*SL\$8
18	12	37,51	0,3229		=(D17*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E17*SL\$8
19	13	19,3	0,5509		=(D18*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E18*SL\$8
20	14	8,05	0,1638		=(D19*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E19*SL\$8
21	15	82,69	0,2131		=(D20*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E20*SL\$8
22	16	34,81	0,4053		=(D21*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E21*SL\$8
23	17	15,03	0,6125		=(D22*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E22*SL\$8
24	18	2,24	0,9959		=(D23*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E23*SL\$8
25	19	5,18	0,4104		=(D24*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E24*SL\$8
26	20	9,03	0,4963		=(D25*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E25*SL\$8
27	21	13,79	0,0836		=(D26*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E26*SL\$8
28	22	47,06	0,7179		=(D27*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E27*SL\$8
29	23	42,31	0,7073		=(D28*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E28*SL\$8
30	24	71,37	0,8		=(D29*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E29*SL\$8
31	25	2,59	0,4884		=(D30*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E30*SL\$8
32	26	5,4	0,8182		=(D31*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E31*SL\$8
33	27	38,26	0,6744		=(D32*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E32*SL\$8
34	28	10,09	0,7727		=(D33*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E33*SL\$8
35	29	22,42	0,7561		=(D34*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E34*SL\$8
36	30	18,21	0,7931		=(D35*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E35*SL\$8
37	31	81,04	0,7193		=(D36*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E36*SL\$8
38					=(D37*SL\$9)+(SL\$10-SL\$11)	<=	=E37*SL\$8
39					=L8	>=	0,000001
40					=L9	>=	0,000001
41					=L10	>=	0
42					=L11	>=	0

El software encuentra la solución óptima para maximizar el valor de  $h_1$  cuya celda presenta la ecuación (1) y las celdas variables para encontrar los valores que deben tomar los parámetros  $v_1$ ,  $u_1$ ,  $k_1$  y  $k_2$ .

**Figura 8. Tabla de variables y ventana de Parámetros de Solver modelo input orientado para la Eficiencia del Proyecto 1**

Variables	
h1	=(L9*D7)+(L10-L11)
v1	1,78443968593862
u1	9,99999999999699E-07
k1	0,149165367744468
k2	0

Maximizar  
x  
y

Parámetros de Solver

Establecer objetivo:

Para:  Máx.  Mín  Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

- 
- 
- 

Botones: Agregar, Cambiar, Eliminar

El resultado obtenido para  $h_1$  es la eficiencia del Proyecto 1, en relación a todas las unidades operacionales consideradas en el análisis. Se realiza el procedimiento análogamente para todos los proyectos estudiados cambiando las celdas requeridas y solucionando los parámetros por medio de Solver.

Los resultados hallados se presentan en la Tabla 3.

## 2.2. MODELO ORIENTADO A OUTPUT

Seguendo el modelo del planteamiento anterior, se debe contar con la información del problema de estudio contenido en la tabla 2, seguido de la tabla de restricciones donde se encontraran la ecuación (2.1), la ecuación (2.2) la cual genera una cantidad igual de restricciones a proyectos contenidos en el estudio , la ecuación (2.3) que estable que los parámetros  $v_i$  y  $u_r$  tomaran valores positivos y la ecuación (3) que añade la restricción de que los valores  $k_1$  y  $k_2$  serán mayores que cero para un solución óptima.

**Figura 9. Planilla Excel con Datos de iniciales y tabla de restricciones modelo output orientado**

	B	C	D	E	F	G	H
6	Proyecto	Desviación (%)	Anticipación		Restricciones		
7	1	4,98	0,5604		=K9*C7	=	=1
8	2	8,71	0,8044		=(KS8*D7)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C7
9	3	5,93	0,4035		=(KS8*D8)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C8
10	4	6,92	0,656		=(KS8*D9)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C9
11	5	3,51	0,6012		=(KS8*D10)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C10
12	6	35,75	0,8001		=(KS8*D11)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C11
13	7	11,89	0,678		=(KS8*D12)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C12
14	8	12,11	0,6792		=(KS8*D13)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C13
15	9	8,17	0,5118		=(KS8*D14)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C14
16	10	21,74	0,4737		=(KS8*D15)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C15
17	11	23,29	0,5733		=(KS8*D16)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C16
18	12	37,51	0,3229		=(KS8*D17)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C17
19	13	19,3	0,5509		=(KS8*D18)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C18
20	14	8,05	0,1638		=(KS8*D19)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C19
21	15	82,69	0,2131		=(KS8*D20)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C20
22	16	34,81	0,4053		=(KS8*D21)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C21
23	17	15,03	0,6125		=(KS8*D22)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C22
24	18	2,24	0,9959		=(KS8*D23)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C23
25	19	5,18	0,4104		=(KS8*D24)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C24
26	20	9,03	0,4963		=(KS8*D25)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C25
27	21	13,79	0,0836		=(KS8*D26)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C26
28	22	47,06	0,7179		=(KS8*D27)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C27
29	23	42,31	0,7073		=(KS8*D28)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C28
30	24	71,37	0,8		=(KS8*D29)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C29
31	25	2,59	0,4884		=(KS8*D30)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C30
32	26	5,4	0,8182		=(KS8*D31)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C31
33	27	38,26	0,6744		=(KS8*D32)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C32
34	28	10,09	0,7727		=(KS8*D33)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C33
35	29	22,42	0,7561		=(KS8*D34)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C34
36	30	18,21	0,7931		=(KS8*D35)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C35
37	31	81,04	0,7193		=(KS8*D36)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C36
38					=(KS8*D37)-(KS10-SKS11)	≥	=SKS9*C37
39					=K8	≥	0,000001
40					=K9	≥	0,000001
41					=K10	≥	0
42					=K11	≥	0

El software encuentra la solución óptima para minimizar el valor de  $h_1$  como los valores que deben tomar los parámetros  $v_1$ ,  $u_1$ ,  $k_1$  y  $k_2$ .

Tras obtener el valor de  $h_1$ , la eficiencia para cada proyecto será dada por la razón  $1/h_1$ .

**Figura 10. Tabla de variables y ventana de Parámetros de Solver modelo output orientado**

	J	K	L
6	<b>Variables</b>		
7	h1	= (D7*K8)-(K10-K11)	
8	v1	9,99999997475243E-07	
9	u1	0,200803212851406	
10	k1	0	
11	k2	16,6044174575827	
12			
13	%EE	=1/K7	

Parámetros de Solver

Establecer objetivo:

Para:  Máx.  Mín  Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

- 
-

El procedimiento se realiza para cada uno de los proyectos cambiando las celdas requeridas y solucionando los parámetros por medio de Solver. Las eficiencias encontradas por cada orientación del modelo se presentan en la tabla 3.

### 3. RESULTADOS

Por medio de la programación en las hojas de cálculo de Microsoft Excel y la herramienta Solver, se resuelve el problema planteado para cada proyecto por su respectiva orientación (ver tabla 4).

Se puede observar que las eficiencias encontradas difieren en poca medida según la orientación por la que se realice el análisis, pues en ambos casos solo se encuentran dos unidades eficientes ( $E=100\%$ ) los proyectos 21 y 15. Por otro lado según los datos presentados en las tablas 3 y 4, se encuentra que las unidades analizadas presentan eficiencias relativamente mayores en el análisis orientado a Output, pues los proyectos 31, 24, 22 y 23 presentan eficiencias mayores al 50% y la media de las eficiencias encontradas es de un 30,24% contra un 23,5% del modelo Input orientado (ver tabla 3).

**Tabla 3. Estadística descriptiva resultados de DEA**

	Modelo Output	Modelo Input
Número total DMUs	31	31
Número de DMUs eficientes	2	2
Numero de DMUs ineficientes	29	29
Media eficiencia	30,24	23,5
Desviación estándar eficiencia	30,09	22,37
Máximo	100	100
Mínimo	2,7	6,8

**Tabla 4. Ranking y Eficiencias de los Proyectos para el modelo orientado a Input y Output.**

Proyecto	%E <sub>output</sub>	Proyecto	%E <sub>input</sub>
21	100	21	100
15	100	15	100
31	98	14	51
24	86,31	12	39,7
22	56,91	16	30,4
23	51,17	31	29,2
27	46,27	24	24,0
12	45,36	10	20,8
6	43,23	3	20,7
16	42,10	22	20,4
11	28,17	23	19,4
10	26,29	27	19,2
13	23,34	11	17,7
30	22,02	25	17,1
17	18,18	13	17,1
8	14,65	20	16,8
7	14,38	9	16,3
14	14,26	6	15,6
28	12,20	1	14,9
29	12,20	17	14,0
20	10,92	5	13,9
2	10,53	29	13,2
9	9,88	4	12,7
4	8,37	7	12,3
3	7,17	8	12,3
26	6,53	30	11,6
19	6,26	28	10,8
1	6,02	2	10,4
5	4,24	26	10,2
25	3,13	18	8,4
18	2,71	19	6,8

El ranking mostrado en la tabla 4, se hace de los valores obtenidos de las eficiencias por cada orientación del análisis y se ordenan los respectivos resultados en orden descendiente.

En cuanto a las mejoras potenciales, a modo de ejemplo, el proyecto 31 en la Orientación Output tendría que mantener su valor de input y aumentar su valor de output en 2% para considerarse eficiente, mientras que en la Orientación Input debería mantener su valor de output y minimizar su input un 70,8%.

#### 4. CONCLUSIONES

El análisis sugiere que la muestra estudiada presenta unidades con valores en el indicador de Desviación en costos muy elevados, lo que hace que la frontera envolvente generada no sea representativa para todas las unidades, motivo por el cual la mayor cantidad de unidades es en gran medida ineficiente.

Otra conclusión relevante que se obtiene de la aplicación de los modelos considerados, es que el modelo orientado a Input, el cual busca un hiperplano que, permaneciendo sobre o por encima de todas las unidades, minimice la distancia horizontal hasta la unidad [10] haya arrojado eficiencias en un rango común (veinte unidades con eficiencias entre 10%y 20%) debido a que la distribución de Input de las unidades analizadas es más homogénea respecto a la frontera. En síntesis, al referirse a la elección del modelo DEA a aplicar, debe tenerse en cuenta la distribución de datos, como también, cuales factores productivos están bajo el control de los gestores.

De esta manera la aproximación DEA funciona para realizar un benchmarking de organizaciones, firmas o proyectos de los cuales se tenga cierta cantidad de información sobre su desempeño y hace de esta técnica una tarea rentable ya que no presenta una dificultad considerable y por el contrario puede aportar una guía para mejorar el desempeño de unidades operacionales para volverlas eficientes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] El-Mashaleh M., Rababeh S., Hyari K.; Utilizing data envelopment analysis to benchmark safety performance of construction contractors; Department of Civil Engineering; International Journal of Project management; 2010
- [2] Charnes A., Cooper W., Rhodes E.; Measuring the Efficiency of Decision Making units; European Journal of operational reasearch; 1978.
- [3] Pareto V.; Manuel d'économie politique; Paris; 1909.
- [4] Franco Diana, Mejia Guillermo; Forecasting Assessment: A Comparison of Timeliness Indexes for Construction Projects; Department of Civil Engineering; Universidad Industrial de Santander, Colombia; 2015
- [5] Banker R., Charnes A., Cooper W.; Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis.; Management Science; 1984.
- [6] Cooper William, Seiford Lawrence, Tone Kaoru; Date Envelopment Analysis, Second Edition; Universidad of Texan Austin; USA; 2007; p.
- [7] Coll Vicente, Blasco Olga; Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos; Universidad de Valencia; 2006.
- [8] Benicio Juliana, Soares Joao Carlos; Productivity Analysis and Variable Returns of Scale: DEA Efficiency Fronteir Interpretation; Facultade Federal Flumeinense; Niteroi, Rio de Janeiro; 2015

[9] Coria María; Eficiencia técnica de las universidades de gestión estatal en Argentina; Pontificia Universidad Católica Argentina; Buenos Aires; 2008

[10] R. Ramanathan; An Introduction to Data Envelopment Analysis; Library of Congress Cataloging-in-Publication Data; New Delhi; 2003

## BIBLIOGRAFÍA

BANKER R., CHARNES A., COOPER W.; Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis.; Management Science; 1984.

BENICIO Juliana, SOARES JOAO Carlos; Productivity Analysis and Variable Returns of Scale: DEA Efficiency Frontier Interpretation; Faculdade Federal Fluminense; Niteroi, Rio de Janeiro; 2015

CHARNES A., COOPER W., RHODES E.; Measuring the Efficiency of Decision Making units; European Journal of operational research; 1978.

COLL Vicente, BLASCO Olga; Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos; Universidad de Valencia; 2006.

COOPER W. William; SEIFORD M. Lawrence; Tone Karou. Introduction to Data envelopment Analysis and its uses. Library of congress cataloging in publication, 2006.

COOPER William, SEIFORD Lawrence, Tone Kaoru; Data Envelopment Analysis, Second Edition; Universidad of Texan Austin; USA; 2007; p.

CORIA María; Eficiencia técnica de las universidades de gestión estatal en Argentina; Pontificia Universidad Católica Argentina; Buenos Aires; 2008

EL-MASHALEH M., RABABEH S., HYARI K.; Utilizing data envelopment analysis to benchmark safety performance of construction contractors; Department of Civil Engineering; International Journal of Project management; 2010

FRANCO Diana, MEJIA Guillermo; Forecasting Assessment: A Comparison of Timeliness Indexes for Construction Projects; Department of Civil Engineering; Universidad Industrial de Santander, Colombia; 2015

LOPEZ R. Angel Luis; GARCIA J. Esteban; SERRANO V. Coll. Competitividad y Eficiencia. Departamento de estudios de economia aplicada. Valencia, 2003

PARETO V.; Manuel d'économie politique; Paris; 1909.

R. RAMANATHAN; An Introduction to Data Envelopment Analysis; Library of Congress Cataloging-in-Publication Data; New Delhi; 2003

ROSANO P. Carlos. Um modelo de avaliação de la eficiencia de administração Pública através de método Análise Envoltoria de dados (DEA). Departamento de Administração da UnB, Brasília/DF, Brasil, 2008.

ZHU Joe. Quantitative Model for Performance Evaluation and Benchmarking. Third edition. School of Business. Massachusetts. USA, 2014.