

**MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES
MULTIESPECTRALES CON DETECTORES
BASADOS EN ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS
UTILIZANDO UN ELEMENTO DISPERSIVO
ROTATORIO**

CARLOS ALBERTO HINOJOSA MONTERO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2015

**MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES
MULTIESPECTRALES CON DETECTORES
BASADOS EN ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS
UTILIZANDO UN ELEMENTO DISPERSIVO
ROTATORIO**

CARLOS ALBERTO HINOJOSA MONTERO

Trabajo de grado para optar por el título de:
Ingeniero de Sistemas

Director:

Ph.D.(c) CLAUDIA VICTORIA CORREA PUGLIESE

Codirector:

Ph.D HENRY ARGUELLO FUENTES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2015

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento:

A Claudia Victoria Correa Pugliese, directora del proyecto por sus consejos y acompañamiento a lo largo de la realización de este proyecto.

Al profesor Henry Arguello Fuentes, por ser mi mentor, brindarme su apoyo y permitir que me vinculara a su grupo de investigación.

A Catalina Garzón, mi novia, por su amor, compañía y apoyo incondicional.

A Dios, por estar siempre presente y guiarme en cada paso que doy.

A mi madre por su amor, consejos y apoyo; quien me ha brindado bienestar y educación en cada etapa de mi vida a pesar de las dificultades.

A mis abuelos, por brindarme bienestar, compañía y ser un apoyo incondicional en cada etapa de mi vida.

CARLOS ALBERTO HINOJOSA MONTERO

Índice general

INTRODUCCIÓN	14
1 IMÁGENES MULTIESPECTRALES Y MÉTODOS DE ADQUISICIÓN	17
1.1 ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES MEDIANTE DISPERSIÓN	19
1.2 ESPECTRÓMETROS DE IMAGEN INTERFEROMÉTRICOS	21
1.3 ESPECTRÓMETROS DE IMAGEN POR FILTRADO ESPECTRAL	21
1.4 SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES DE ÚNICA CAPTURA	22
2 MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES	24
2.1 SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES BASADOS EN CSI	29
2.1.1 Sistema de Adquisición de Imágenes Multiespectrales Basado en Aperturas Codificadas (CASSI)	29
2.1.2 Sistema de Adquisición de Imágenes Multiespectrales con Detectores Basados en Filtros Ópticos (SCCSI)	31
2.1.3 Múltiple Captura en CSI	35
3 SISTEMA DE MÚLTIPLE CAPTURA PARA LA ADQUISICIÓN COMPRESIVA DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES CON DETECTORES BASADOS EN ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS	37
3.1 MODELO DISCRETO	37
3.2 MODELO MATRICIAL	41
4 SIMULACIONES Y RESULTADOS	46
4.1 ÁNGULOS DE ROTACIÓN	48
4.2 RECONSTRUCCIONES ESPACIALES	49
4.3 RECONSTRUCCIONES ESPECTRALES	56
5 CONCLUSIONES	59
REFERENCIAS	60

Índice de figuras

1.1	Una imagen multiespectral es un conjunto de imágenes obtenidas en un rango de múltiples longitudes de onda. Para cada punto espacial de la imagen se tiene una curva espectral con información de distintas longitudes de onda.	18
1.2	Secciones del cubo de datos adquiridas durante un único periodo de integración en el detector para espectrómetros de imagen (a) mediante dispersión y filtrado espectral y (b) dispositivos de única captura. .	19
1.3	Tipos de espectrómetros de imagen por filtrado espectral. En estos espectrómetros, las bandas espectrales del cubo de datos son muestreadas una por una. Este muestreo se realiza mediante la utilización de un filtro variable circular (A), conjunto de filtros diferentes (B), filtro ajustable de cristal líquido (C) o filtro ajustable acústico-óptico (D). . .	21
2.1	Ejemplo de una apertura codificada aleatoria. Los elementos negros representan valores de cero que bloquean el paso de la luz y los elementos blancos representan valores de uno que permiten el paso de la energía.	26
2.2	Prisma Amici Doble.	26
2.3	Sistema lineal de mediciones CSI. Un vector g de mediciones es obtenido al muestrear una imagen multiespectral f , la cual tiene una representación escasa θ en una base de representación Ψ , utilizando una matriz de muestreo H	28
2.4	Sistema de adquisición de imágenes multiespectrales basado en apertura codificada de única captura. En la Figura A) se muestran los componentes ópticos que conforman la arquitectura CASSI junto con una fotografía del dispositivo. En la Figura B) se describe el modelo discreto del proceso de muestreo en la arquitectura CASSI. En este modelo, un cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es modulado espacialmente por la apertura codificada y dispersado por el prisma. Cada píxel en el detector contiene información integrada correspondiente a diferentes elementos del cubo de datos.	30
2.5	Estructura de la matriz H para $N = 4$ y $L = 3$ en CASSI. Los cuadros blancos indican los píxeles de la apertura codificada que permiten el paso de la luz, los elementos oscuros son cero.	31

2.6	Representación discreta del arreglo tridimensional de filtros ópticos de color $C_{m,n,k}$. Cada posición espacial (m, n) contiene la respuesta espectral del filtro óptico correspondiente a dicha ubicación. Los elementos negros en $C_{m,n,k}$ impiden el paso de luz con determinada longitud de onda. Por el contrario, los elementos blancos permiten el paso de la luz con determinada longitud de onda.	32
2.7	Componentes de la arquitectura SCCSI.	33
2.8	Modelo discreto del mecanismo de muestreo en la arquitectura SCCSI. Un cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es dispersado por el prisma y luego es codificado por la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$. Cada píxel en el detector contiene información integrada correspondiente a diferentes elementos del cubo de datos.	33
2.9	Estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$ y $L = 3$ en SCCSI. Los cuadros de color indican los píxeles de la apertura codificada de color que permiten el paso de una banda espectral específica.	35
3.1	Representación gráfica de la arquitectura SCCSI para múltiples tomas mediante la rotación del elemento dispersivo.	38
3.2	Proceso de codificación y muestreo en la arquitectura SCCSI para múltiple captura. Inicialmente el cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es dispersado por el prisma. La rotación del prisma determina la dirección en la que ocurre la dispersión. A continuación, el cubo de datos dispersado es codificado por los elementos correspondientes de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$ y finalmente la energía es integrada en diferentes regiones del detector FPA.	39
3.3	Deducción de las dimensiones del detector y la matriz de filtros ópticos para lograr captar toda la energía dispersada mediante la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura SCCSI.	40
3.4	Representación vectorial de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$, donde \mathbf{c}_k es la representación vectorial de la k -ésima banda de $C_{m,n,k}$ y $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_0^T, \mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_{L-1}^T]^T$ es la representación vectorial de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$	42

3.5	Estructura de la matriz de muestreo H^φ para $N = 4$, $L = 3$ y $\varphi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° en el sistema SCCSI para múltiple captura. De arriba hacia abajo se tiene la correspondiente estructura para los ángulos $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° respectivamente. Los cuadros de color indican los píxeles de la apertura codificada de color que permiten el paso de una banda espectral específica.	43
4.1	Base de datos utilizada para evaluar el sistema SCCSI de múltiple captura. En esta figura se muestran las bandas espectrales que conforman el cubo de datos y sus respectivas longitudes de onda centrales en el rango de 450 nm (λ_1) hasta 667 nm (λ_8).	46
4.2	Conjunto de filtros ópticos utilizados en la simulaciones de la base de datos. El ancho de los filtros corresponde con la transmitancia del 50% deseada.	47
4.3	PSNR promedio obtenido al usar el sistema SCCSI de múltiple captura, evaluando las posibles combinaciones de ángulos.	48
4.4	PSNR promedio en función del número de capturas para SCCSI usando 2, 4, 6 y 8 colores. Los resultados son comparados con las reconstrucciones obtenidas a partir de mediciones CASSI.	49
4.5	Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando una única captura en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.	51
4.6	Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando dos capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.	52
4.7	Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando tres capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.	53
4.8	Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando cuatro capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.	54
4.9	Representación RGB de las reconstrucciones obtenidas para el cubo de datos de la Figura 4.1, variando el número de capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.	55
4.10	Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando una única captura.	56
4.11	Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando dos capturas.	57

4.12 Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando tres capturas. . . .	57
4.13 Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando cuatro capturas. . . .	58

Resumen

TITULO: MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES MULTI-ESPECTRALES CON DETECTORES BASADOS EN ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS UTILIZANDO UN ELEMENTO DISPERSIVO ROTATORIO.^(*)

AUTOR: CARLOS ALBERTO HINOJOSA MONTERO ^(**)

PALABRAS CLAVE: Imágenes espectrales, muestreo compresivo, adquisición compresiva de imágenes espectrales, arreglos de filtros ópticos.

Los sistemas de adquisición de imágenes espectrales basados en la técnica de muestreo compresivo (CSI por su sigla en inglés), obtienen proyecciones codificadas y dispersas de la fuente en lugar de muestrear directamente cada vóxel de la escena tridimensional. Utilizando estas proyecciones comprimidas, un algoritmo de optimización basado en la norma ℓ_1 es utilizado para reconstruir la imagen multiespectral original. El sistema SCCSI (*snapshot colored compressive spectral imager*) es una arquitectura óptica basada en CSI, diseñada para adquirir imágenes espectrales de manera eficiente en una única captura por medio de un elemento dispersivo y un detector compuesto por un arreglo de filtros ópticos. En los sistemas CSI es posible realizar múltiples capturas utilizando distintos patrones de codificación, obteniendo una mejora en la reconstrucción de imágenes con alto nivel de detalles tanto espacial como espectralmente. Sin embargo, debido a que en SCCSI el patrón de codificación (arreglo de filtros ópticos) se encuentra directamente sobre el detector, el uso de múltiples patrones para diferentes tomas equivaldría a utilizar un sensor diferente. Este proyecto extiende el concepto de SCCSI a un sistema de múltiple captura mediante la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura, de tal forma que la imagen espectral de entrada, una vez dispersada, sea codificada e integrada en diferentes regiones del detector, adquiriendo de esta manera nuevas proyecciones comprimidas de la escena en cada rotación. Los resultados de simulación muestran que realizando cuatro capturas, es posible obtener una ganancia de hasta 7 dB en PSNR frente a los resultados obtenidos con una única captura. Adicionalmente, realizando cuatro capturas en SCCSI se obtiene una ganancia de hasta 3 y 2 dB en PSNR frente a realizar cuatro y cinco capturas con la arquitectura CASSI (*snapshot colored compressive spectral imager*), respectivamente.

^(*) Trabajo de Investigación.

^(**) Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática.
Director, Claudia Victoria Correa Pugliese.

Abstract

TITLE: COMPRESSIVE SPECTRAL IMAGING USING MULTIPLE SNAPSHOT COLORED-MOSAIC DETECTOR MEASUREMENTS. (*)

AUTHOR: CARLOS ALBERTO HINOJOSA MONTERO (**)

KEYWORDS: Spectral imaging, compressive sampling, compressive spectral imaging, colored mosaic FPA detector-based architectures.

Compressive spectral imaging (CSI) systems sense spatio-spectral scenes using sets of 2D coded projections. These systems rely on the theory of compressive sampling (CS), which establishes that certain signals can be recovered with high probability using far fewer samples from those dictated by Shannon-Nyquist theory. Using the coded projections, a CS reconstruction algorithm is then applied to reconstruct the underlying scene by solving an ℓ_1 minimization problem. The snapshot colored compressive spectral imager (SCCSI) is a new architecture that exploits the compression capabilities of CSI techniques and efficiently senses a spectral image using a single snapshot by means of a color-patterned FPA detector and a dispersive element. In CSI, different coding patterns are used for taking multiple snapshots, yielding improved reconstructions of spatially detailed and spectrally rich scenes. SCCSI however, does not admit multiple coding patterns since the pixelated tiling of optical filters is directly attached to the detector. This research work presents a variation of the SCCSI system admitting multiple measurement shots by rotating the dispersive element such that the dispersed spatio-spectral source is coded and integrated at different detector pixels on each rotation. This approach allows the acquisition of a different set of coded projections on each measurement shot. Simulations show that increasing the number of measurement snapshots results on improved reconstructions. More specifically, a gain up to 7 dB is obtained when results from four measurement shots are compared to the reconstruction from a single SCCSI snapshot. Furthermore, the proposed method provides better quality reconstructions with respect to similar CSI architectures. More specifically, a gain up to 3 dB is obtained when four measurement shots are compared to four snapshots of the coded aperture snapshot spectral imager (CASSI) and, up to 2 dB with respect to five CASSI snapshots.

(*) Research Work.

(**) School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Systems Engineering and Informatics. Advisor, Claudia Victoria Correa Pugliese.

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente los sensores de imágenes multiespectrales realizan un barrido sobre la región de interés y recopilan información de una escena en un rango del espectro electromagnético, para obtener un cubo de datos que contiene información tanto espacial como espectral. Este cubo de datos puede entenderse como un conjunto de imágenes en diferentes longitudes de onda, en el cual cada imagen representa una banda espectral. Esta característica permite que las imágenes multiespectrales sean utilizadas para analizar la composición de la escena bajo estudio, en aplicaciones de diferentes áreas del conocimiento. Específicamente, en medicina se utilizan para la detección de enfermedades, tumores, malformaciones, e irregularidades en los seres humanos a partir de resonancias magnéticas [1]; adicionalmente pueden utilizarse para la detección de cáncer y otras enfermedades a nivel celular mediante el análisis de imágenes microscópicas [2]. Por otra parte, las imágenes multiespectrales son utilizadas para estudiar la composición química de sustancias, y determinar los materiales utilizados en obras de arte antiguo con fines de restauración y conservación [3]. Otra aplicación de gran interés se da en el área de las ciencias de la tierra, en la cual las imágenes multiespectrales son ampliamente utilizadas en el sensado remoto del medio ambiente, para estudiar cambios en la composición del suelo, las fuentes hídricas y el aire [4], determinar la presencia de sustancias extrañas y llevar un control del estado de los recursos naturales en un área determinada, así como inspeccionar la calidad de frutas y productos agrícolas [5, 6, 7, 8, 9, 10].

Algunas de estas aplicaciones requieren imágenes de alta resolución, sin embargo, a medida que aumenta la resolución deseada del cubo de datos, el número de muestras necesarias crece considerablemente debido a que los sensores y arquitecturas utilizadas se basan en el criterio de Shannon-Nyquist para la adquisición de señales. Por lo tanto, el costo de sensar, almacenar y transmitir una imagen multiespectral utilizando métodos tradicionales es muy alto [11, 12, 13].

En los últimos años, la teoría de muestreo compresivo (CS por su sigla en inglés) ha sido utilizada con éxito en la adquisición de imágenes multiespectrales, esto ha permitido que el proceso de adquisición sea realizado utilizando tasas de muestreo inferiores a la establecida por el criterio de Shannon-Nyquist [14, 15, 16, 17, 18, 19]. Los sistemas de muestreo compresivo de imágenes multiespec-

trales (CSI por su sigla en inglés) captan un conjunto bidimensional de proyecciones aleatorias del cubo de datos subyacente y posteriormente utilizan algoritmos computacionales para reconstruir el cubo de datos completo. En general, las arquitecturas CSI utilizan elementos ópticos como detectores de matrices de plano focal (FPA) y códigos de apertura que bloquean o permiten el paso de la luz; específicamente, los códigos de apertura son máscaras que afectan todas las longitudes de onda en cada ubicación espacial. El sistema de adquisición de imágenes multispectrales de única captura basado en apertura codificada (CASSI) [20] es una arquitectura que implementa los conceptos de CSI y utiliza algoritmos de CS para reconstruir la información espacial y espectral de la escena [21].

Recientemente, el Grupo de Investigación en Diseño de Algoritmos y Procesamiento de Datos Multidimensionales (HDSP) ha desarrollado un sistema de adquisición de imágenes multispectrales con detectores basados en filtros ópticos, que implementa los conceptos de CSI [22] (Figura 5). Esta arquitectura, denominada SCCSI, reemplaza el FPA tradicional por un detector compuesto por un sensor de intensidad y una matriz de filtros ópticos, en la cual cada posición espacial contiene una respuesta espectral específica. Adicionalmente, un elemento dispersivo permite dispersar la luz incidente y obtener diferentes componentes espectrales. De esta manera es posible captar información tanto espacial como espectral de la fuente original en una sola toma. A diferencia de otras arquitecturas CSI, que captan la fuente de manera uniforme a través de un rango de longitudes de onda, el sistema CSI basado en detectores con patrones de filtros ópticos (SCCSI, por su sigla en inglés) presenta un esquema de codificación enriquecido, permitiendo que el problema de reconstrucción sea mejor condicionado.

Una de las ventajas de esta nueva arquitectura es su diseño compacto, debido a que posee un elemento óptico menos en comparación con otros sistemas CSI como CASSI, y además, los resultados de reconstrucción superan a estos en hasta 5 dB de PSNR para una sola captura, es decir, una mejor aproximación tanto espacial como espectral es obtenida en la reconstrucción con SCCSI [22].

En los sistemas CSI, es posible incrementar la calidad de las reconstrucciones realizando múltiples tomas, es decir, obteniendo una mayor cantidad de mediciones de la fuente original. Por ejemplo, en CASSI, este proceso de múltiple toma se realiza modificando el patrón del código de apertura, lo que permite sensar,

en cada ocasión, información nueva proveniente del cubo de datos [23]. Sin embargo, en la arquitectura SCCSI, el patrón de codificación (arreglo de filtros) se encuentra directamente sobre el detector formando un sólo dispositivo, por lo tanto, un cambio en el patrón de filtros ópticos equivale a utilizar un nuevo detector. No obstante, otro componente ajustable en la arquitectura SCCSI, que puede ser utilizado para captar múltiples tomas, es el elemento dispersivo. En este sentido, este proyecto propone una alternativa para este enfoque en SCCSI mediante la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura, de manera que con cada rotación la energía incidente es dispersada en diferentes direcciones e integrada en distintas regiones del detector.

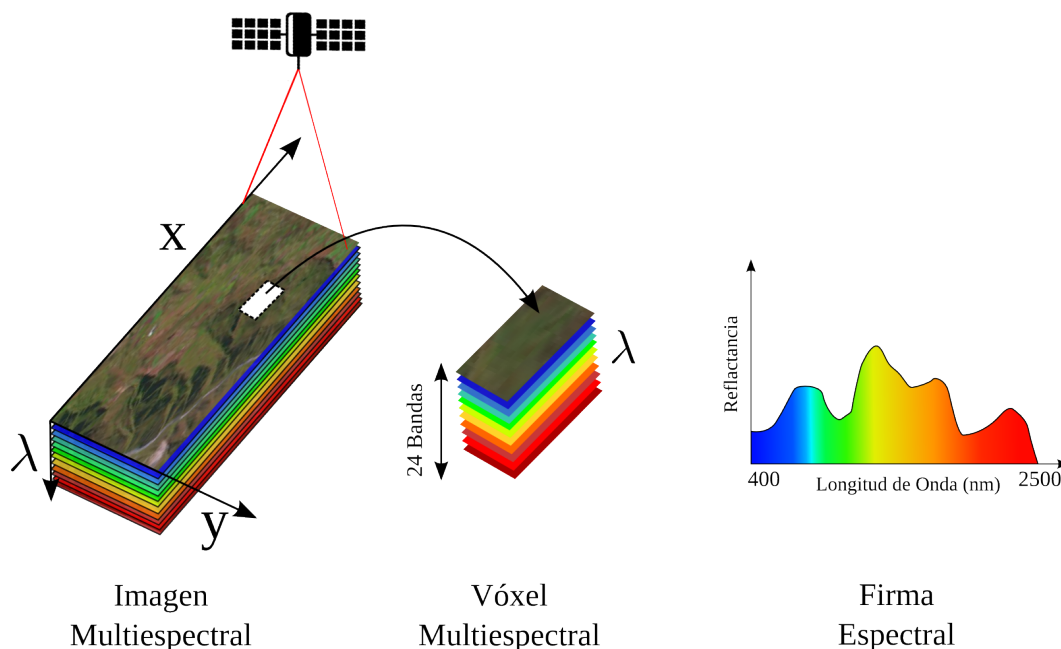
El contenido de este trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el capítulo 1 se describe el concepto de imagen multiespectral y se presentan los tipos de sistemas que permiten la adquisición de estas imágenes; en el capítulo 2 se describe la técnica de adquisición de imágenes multiespectrales utilizando la teoría de muestreo compresivo, algunas arquitecturas que implementan esta técnica de adquisición y la técnica para realizar múltiple captura en este tipo de arquitecturas; en el capítulo 3 se establecen los modelos matemáticos, discreto y matricial, que permiten describir el proceso de muestreo así como también, los procedimientos computacionales para simular este proceso de muestreo y hacer reconstrucción; los resultados de las simulaciones realizadas se muestran en el capítulo 4; finalmente, se presentan las conclusiones.

1. IMÁGENES MULTIESPECTRALES Y MÉTODOS DE ADQUISICIÓN

El ojo humano está limitado a percibir y evaluar únicamente la información a color de una escena en el rango visible del espectro electromagnético, es decir, puede percibir longitudes de onda entre aproximadamente 380 y 750 nm. Esta limitación se refleja en las cámaras fotográficas tradicionales, las cuales captan tres bandas de información por cada imagen (rojo, verde y azul). Por lo tanto, toda la información dentro del rango visible del espectro electromagnético es agrupada en tres rangos correspondientes a los tres colores primarios: rojo, verde y azul. Si bien esta información ayuda a percibir la forma, textura de la superficie y profundidad del espacio tridimensional, resulta insuficiente en aplicaciones donde es necesario observar y estudiar la firma espectral de los objetos en la escena [5, 8]. Estas firmas permiten la distinción de propiedades específicas de los objetos presentes en la escena observada. Adicionalmente, en algunas ocasiones, la información espectral de interés se encuentra en la región no visible del espectro electromagnético [24, 25].

Por otra parte, las imágenes multiespectrales, obtenidas mediante espectrómetros, proveen más de tres bandas de información. Estas pueden ser vistas como un conjunto ordenado de imágenes capturadas en un rango de múltiples longitudes de onda del espectro electromagnético, como se muestra en la Figura 1.1. Así, para cada punto espacial (x, y) de la imagen se dispone de una curva espectral o firma que proporciona información de distintas longitudes de onda para el punto correspondiente en la escena observada. Esta firma espectral (o vector de intensidades) de un píxel de la imagen multiespectral en función de la longitud de onda proporciona el promedio espectral de todos los materiales contenidos. En contraste, los valores de todos los píxeles contenidos en la misma banda espectral representan la distribución espacial de la reflectancia de una escena en su correspondiente longitud de onda. Por lo tanto, las imágenes multiespectrales permiten clasificar y caracterizar objetos de una escena basándose en sus propiedades espectrales [26, 27, 28, 29, 30]. En general, el rango espectral del instrumento de adquisición puede ser diseñado para abarcar una región particular del espectro electromagnético con cierta resolución espectral y la salida del sistema de adquisición es un cubo de datos que posee dos dimensiones espaciales y una dimensión espectral.

Figura 1.1: Una imagen multispectral es un conjunto de imágenes obtenidas en un rango de múltiples longitudes de onda. Para cada punto espacial de la imagen se tiene una curva espectral con información de distintas longitudes de onda.



Fuente: Aplicaciones y retos del sensado remoto hiperespectral en la geología colombiana [31].

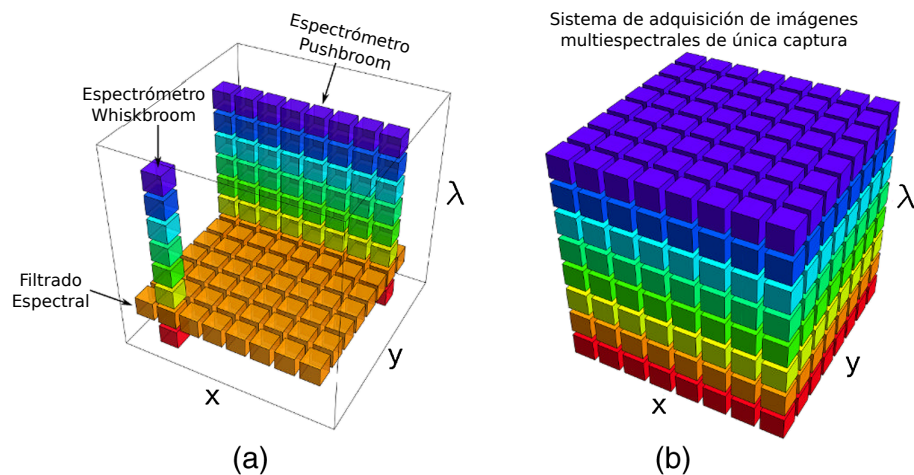
En un inicio, las imágenes multispectrales fueron utilizadas en la observación y estudio de la tierra. Por esta razón, diferentes sensores han sido instalados en satélites y la información que proporcionan estas imágenes permite analizar cambios climáticos, monitorear cultivos, ayudar en estudios arqueológicos, etc. Debido a la gran cantidad de información que proporcionan estas imágenes, su uso se ha generalizado y por lo tanto las imágenes multispectrales son ampliamente utilizadas en diagnóstico médico [32], [33], análisis de obras de arte [34], detección de la calidad de los alimentos y clasificación [35], entre otros [36, 37]. Particularmente, las imágenes multispectrales permiten la detección temprana de tumores de piel malignos, conocidos como melanomas. Algunos estudios científicos indican que las lesiones malignas poseen propiedades particulares en el rango del infrarrojo cercano. Por lo tanto, las imágenes multispectrales adquiridas en este rango del espectro electromagnético hacen posible apreciar características que determinan la malignidad de las lesiones y de esta manera, es posible actuar oportunamente para contrarrestar el avance de las células malignas [29]. Por otro lado, en el sector agrícola las imágenes multispectrales son usadas para la clasificación de frutos y para detectar defectos en ellos. Así por ejemplo, defectos tan importantes como el daño interno en frutas, que son difíciles de detectar para un sistema automático en el rango visible, quedan perfectamente definidos en la parte ultravioleta del espectro [9, 38].

Las imágenes multispectrales son tradicionalmente captadas por espectróme-

tros, los cuales son instrumentos ópticos que permiten medir la intensidad o polarización de las ondas electromagnéticas a través de un rango de longitudes de onda. Estos instrumentos proporcionan información espectral precisa sobre la escena, sin embargo, la información espacial está restringida al punto de medición [39].

En los últimos años se han desarrollado diferentes sistemas de adquisición de imágenes multiespectrales. Estos pueden ser divididos en aproximadamente 4 grupos según el método de obtención de la información espectral: espectrómetros de imagen mediante dispersión, espectrómetros de imagen interferométricos, espectrómetros de imagen por filtrado espectral y sistemas de adquisición de imágenes multiespectrales de única captura. En la Figura 1.2 (a) se ilustra el proceso de muestreo de dos espectrómetros de imagen mediante dispersión: whiskbroom y pushbroom, y un espectrómetro de imagen por filtrado espectral; por otra parte, en la Figura 1.2 (b) se presenta el esquema de los sistemas de adquisición de única captura.

Figura 1.2: Secciones del cubo de datos adquiridas durante un único periodo de integración en el detector para espectrómetros de imagen (a) mediante dispersión y filtrado espectral y (b) dispositivos de única captura.



Fuente: *Review of snapshot spectral imaging technologies* [40].

1.1. ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES MEDIANTE DISPERSIÓN

Los espectrómetros de imagen mediante dispersión separan la radiación electromagnética en diferentes ángulos en función de su longitud de onda con la ayuda de prismas, redes de difracción o una combinación de ambos y funcionan, habitualmente, en modo *whiskbroom* o *pushbroom*.

Espectrómetro *Whiskbroom*

Este tipo de espectrómetro de imagen mediante dispersión, registra el espectro de cada punto de la escena sobre una matriz lineal de detectores, es decir, capta una única columna del cubo de datos a la vez, como se muestra en la Figura 1.2 (a), utilizando un sensor móvil [41]. Un instrumento que utiliza esta técnica es el *Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer* (AVIRIS, por su sigla en inglés), desarrollado en 1983 dentro de las instalaciones del laboratorio *Jet Propulsion* en Pasadena, California, Estados Unidos [11]. Este fue el primer sistema de adquisición de imágenes espectrales en medir el espectro de la reflectancia del sol desde 400 hasta 2500 nm. Debido a que el sistema *whiskbroom* consta de pocos detectores, el trabajo de calibración del sistema es usualmente más simple que en otros sistemas. Sin embargo el tiempo en que el sistema integra la radiancia de la escena para cada píxel en el detector, es relativamente corto, lo cual resulta en una relación señal a ruido (SNR) teórica relativamente baja. Adicionalmente, debido a la presencia de un sistema de barrido mecánico, escanear una imagen multiespectral utilizando este sistema requiere mucho tiempo en comparación con otros dispositivos.

Espectrómetro *Pushbroom*

En un sistema dispersivo tipo *pushbroom*, la imagen de una línea de una escena es dispersada y focalizada sobre una matriz de detectores bidimensionales, es decir, se captan porciones verticales del cubo de datos. Las columnas de la matriz de detectores (paralelas a la dirección de la línea) contienen la información espacial mientras que la información espectral se encuentra en las filas, de esta manera se puede considerar cada fila como un espectrómetro independiente. Por este motivo, los espectrómetros de imagen tipo *whiskbroom* pueden alcanzar más uniformidad espacial y espectral que un sensor tipo *pushbroom*, ya que en el caso de un sensor *whiskbroom* solo es necesaria una buena calibración de la función de respuesta espectral (SRF, por su sigla en inglés) de cada uno de los detectores de la matriz lineal de fotodetectores [11, 42]. En el caso de un sensor tipo *pushbroom*, la calibración presenta mayores dificultades [43]. Sin embargo, los sensores dispersivos tipo *pushbroom*, sin necesidad de partes móviles, alcanzan mayores relaciones SNR que los sensores tipo *whiskbroom* debido a que el tiempo de integración de la radiancia en cada detector individual es mayor. Debido a esta limitación en el tiempo de integración, los sistemas tipo *pushbroom* son elegidos frente a los *whiskbroom* para aplicaciones como la teledetección desde satélites en órbita [42, 44]. Una desventaja de esta técnica radica en que un movimiento brusco en la escena, durante el proceso de muestreo de la segunda dimensión espacial puede resultar en una imagen distorsionada.

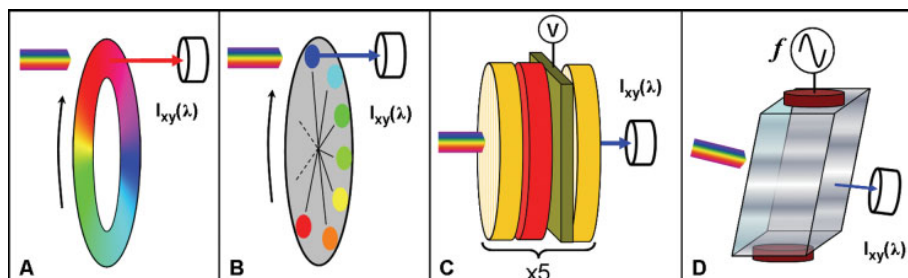
1.2. ESPECTRÓMETROS DE IMAGEN INTERFEROMÉTRICOS

Los espectrómetros de imagen interferométricos dividen el haz de luz en dos caminos, modifican el camino óptico de uno de ellos y son recombinados en el plano imagen obteniendo la transformada de Fourier del espectro [44]. Posteriormente, el espectro es recuperado por computación numérica. Estos instrumentos son útiles en aplicaciones de baja luz, debido a que esto provee una relación SNR alta en comparación con sistemas de filtrado espectral. El sistema FTHSI es un ejemplo de espectrómetro de imagen interferométricos [45].

1.3. ESPECTRÓMETROS DE IMAGEN POR FILTRADO ESPECTRAL

En los espectrómetros de imagen por filtrado espectral, el sistema de separación espectral solo transmite unas bandas espectrales seleccionadas en cada captura, utilizando elementos ópticos pasabandas. En estos sistemas la imagen multispectral es muestreada banda por banda, es decir, se obtienen porciones horizontales del cubo de datos como se observa en la Figura 1.2 (a). La selección de las bandas espectrales de interés puede realizarse, por ejemplo, con la ayuda de un conjunto de filtros diferentes o con un filtro ajustable. Este tipo de sistemas son inapropiados cuando se requiere una cantidad considerable de filtros. Una forma más conveniente de realizar el muestreo espectral es mediante la utilización de filtros variables. Los tres filtros variables más comunes son: filtro variable circular (CVF, por su sigla en inglés) [46], filtro ajustable de cristal líquido (LCTF, por su sigla en inglés) [47] y filtro ajustable acústico-óptico (AOTF, por sus sigla en inglés) [48, 49]. Los tipos de filtros anteriormente mencionados se muestran en la Figura 1.3.

Figura 1.3: Tipos de espectrómetros de imagen por filtrado espectral. En estos espectrómetros, las bandas espectrales del cubo de datos son muestreadas una por una. Este muestreo se realiza mediante la utilización de un filtro variable circular (A), conjunto de filtros diferentes (B), filtro ajustable de cristal líquido (C) o filtro ajustable acústico-óptico (D).



Fuente: Spectral imaging: principles and applications [37].

Los filtros CVF permiten el paso de una longitud de onda específica dependien-

do del lugar de incidencia del haz de luz en la superficie circular del filtro. Por otro lado, los filtros AOTF y LCTF son componentes electro-ópticos no móviles. El sistema LCTF más común permite el paso de longitudes de ondas específicas mediante la aplicación de voltaje variable en un cristal líquido polarizable montado entre dos polarizadores lineales. Un sistema AOTF utiliza un cristal como el dióxido de telurio (TeO_2) en el cual son aplicadas las ondas acústicas. Para cada frecuencia de las ondas acústicas, el cristal se deforma formando una red de difracción con un periodo específico y por lo tanto permite el paso de diferentes longitudes de onda en una dirección dada.

1.4. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES DE ÚNICA CAPTURA

Mientras que los sistemas de adquisición de imágenes multiespectrales mencionados anteriormente requieren escanear paso a paso todos los vóxeles^(*) del cubo de datos, existen sistemas de adquisición que permiten captar la información espacial y espectral de una imagen multiespectral en una única captura, como se observa en la Figura 1.2 (b). La eliminación de cualquier tipo de escaneo para captar el cubo de datos es motivado por dos factores: primero, la ausencia de partes móviles asegura que el sistema de adquisición permanezca fijo, lo cual disminuye los errores de observación debido al movimiento; segundo, la adquisición instantánea de la información espacial y espectral permite captar eventos dinámicos dentro del campo de visión [50, 51].

Entre las aplicaciones de este tipo de sistemas de adquisición se encuentra la observación de sondas fluorescentes que permiten hacer un seguimiento rápido de los procesos metabólicos celulares bajo el microscopio [52], vigilancia de objetos móviles en el espacio exterior [53], entre otros.

Existen dos tendencias o enfoques tradicionales en este tipo de sistemas de adquisición. La primera consiste en hacer uso únicamente del hardware óptico para redireccionar los vóxeles del cubo de datos a diferentes píxeles en el detector, esto requiere de poco post-procesamiento para recuperar el cubo de datos. El espectrómetro de mapeo de imágenes (IMS, por su sigla en inglés) [54], el espectrómetro de muestreo de campo de única captura [55], y el espectrómetro de replicación de imagen (IRIS, por su sigla en inglés) [56] son ejemplos de este enfoque.

Otro enfoque consiste en hacer uso tanto del hardware óptico como de software para muestrear el cubo de datos y su recuperación a partir de las muestras, respectivamente. Este enfoque implica la utilización de un mosaico de filtros ópticos situado inmediatamente en frente del detector obteniendo diferentes combinacio-

^(*) El vóxel (del inglés *volumetric pixel*) es la unidad cúbica que compone un objeto tridimensional. Constituye la unidad mínima procesable de una matriz tridimensional y es, por tanto, el equivalente del píxel en un objeto 2D.

nes lineales de las bandas espectrales en cada píxel del detector [57, 58, 59]. Por este motivo, los instrumentos de medida que implementan este enfoque poseen un tamaño reducido. El ejemplo más simple de este tipo de sistemas es un sistema de adquisición de imágenes de 3 canales: rojo, verde y azul (RGB, por su sigla en inglés) con filtros RGB distribuidos en un patrón de Bayer [60]. Esta estrategia de filtrado por píxel puede ser extendido a más de tres colores [22].

Sin embargo, debido a que en los anteriores enfoques un único detector captura todos los vóxeles de la escena espectral, es necesario que este detector sea de gran tamaño. Adicionalmente, muchas de estas arquitecturas requieren de la elaboración de caminos ópticos y tienen altos costos de implementación [20, 57].

No obstante, para todos los tipos de muestreo mencionados anteriormente, cuando el número de bandas espectrales y el número de píxeles crece considerablemente, el tamaño del detector requerido y la cantidad de mediciones a captar crece en la misma proporción. De esta manera, a medida que aumenta la resolución deseada del cubo de datos, el número de muestras necesarias aumenta notablemente, por lo tanto, el costo de muestrear una imagen multiespectral utilizando estos métodos es muy alto.

En los últimos años ha surgido un nuevo enfoque en los sistemas de adquisición de única captura en el cual se utiliza hardware óptico para captar proyecciones bidimensionales (2D) codificadas del cubo de datos (3D) en el detector y luego un algoritmo numérico permite la recuperación de todo el cubo de datos a partir de las muestras codificadas. Este nuevo enfoque se denomina muestreo compresivo de imágenes multiespectrales (CSI, por su sigla en inglés). Aunque los sistemas de adquisición basados en CSI también son de única captura, su principal ventaja es que estos captan una cantidad mucho menor de mediciones que otras técnicas, lo cual permite muestrear todo el cubo de datos de manera eficiente [20].

2. MUESTREO COMPRESIVO DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES

Gran parte de la información adquirida por los métodos tradicionales de muestreo de imágenes multiespectrales es descartada durante el proceso de compresión, por lo tanto, este proceso resulta poco eficiente. Debido a que las imágenes multiespectrales son imágenes multidimensionales de gran tamaño que requieren ser procesadas, en los últimos años se han llevado a cabo estudios que buscan obtener una señal o imagen comprimida directamente [61, 62].

Una nueva teoría, que ha sobresalido por haber mostrado resultados promisorios, es la denominada muestreo compresivo (CS), la cual permite muestrear y simultáneamente comprimir una señal [14, 15, 16, 18, 63, 64, 65, 66]. Esta teoría ha sido aplicada con éxito en diferentes áreas del procesamiento de señales e imágenes, como lo son, tomografía computacional [67], resonancia magnética [68], microscopía [69], entre otras. En particular, la teoría de adquisición de imágenes multiespectrales utilizando CS ha recibido el nombre de muestreo compresivo de imágenes espectrales (Compressive Spectral Imaging, CSI por su sigla en inglés) [20, 60, 70, 71, 72, 73, 74].

La teoría de CSI establece que es posible reconstruir una imagen multiespectral con un número mucho menor de muestras que el exigido por el teorema de Shannon-Nyquist [64]. Para hacer esto posible, CSI se fundamenta en dos propiedades: escasez, que pertenece a la señal multidimensional de interés, e incoherencia, que pertenece a la modalidad de muestreo utilizado [75].

- Escasez:** Una señal es escasa si la mayor parte de su energía está concentrada en un porcentaje reducido de sus componentes. En ocasiones es posible encontrar señales escasas por naturaleza, sin embargo, en la realidad, la mayoría de las señales no lo son; en estos casos, es posible encontrar una representación escasa de la señal en otro dominio de representación Ψ . Matemáticamente, se tiene una imagen multiespectral compuesta por L bandas espectrales, cada una conformada por $N \times N$ píxeles, en la forma vectorial $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{N^2L}$ la cual puede expandirse en una base ortonormal (base Fourier, Coseno o Wavelet, entre otras) representada por $\Psi = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n]$ como

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^n \theta_i \Psi_i \quad (2.1)$$

donde θ es la secuencia de coeficientes de \mathbf{f} , tal que $\theta_i = \langle \mathbf{f}, \Psi_i \rangle$. Con base en esta notación se puede expresar \mathbf{f} como el producto de $\Psi\theta$, donde Ψ es una matriz de $N^2L \times N^2L$, con $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ como columnas. Formalmente, se dice que $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{N^2L}$ es S -escasa, es decir “ S ” de sus elementos son distintos de cero sobre alguna base Ψ , si $\mathbf{f} = \Psi\theta$ puede ser aproximada por una combinación lineal de S vectores de Ψ con $S \ll N^2L$. Por lo tan-

to, escasez implica que cuando una señal tiene una expansión escasa, se pueden descartar los coeficientes más pequeños sin perder gran cantidad de información de la señal.

- **Incoherencia:** Dadas dos bases ortonormales $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{V \times N^2L}$, donde V es el número de medidas comprimidas a obtener, y $\Psi \in \mathbb{R}^{N^2L \times N^2L}$, siguiendo la teoría de CS, la primera base es utilizada para medir/muestrear la señal f , y la segunda base es utilizada para representar f en un dominio escaso. La coherencia mutua de las bases ortonormales \mathbf{H} y Ψ se define como el máximo valor absoluto del producto interior entre los elementos de las dos bases [75] dado por

$$\mu(\mathbf{H}, \Psi) = \sqrt{N^2} * \max_{1 \leq i, j \leq N^2} |\langle \mathbf{H}_i, \Psi_j \rangle|, \quad (2.2)$$

donde \mathbf{H}_i representa las columnas de la matriz de muestreo \mathbf{H} , cuya estructura está determinada por la arquitectura de muestreo utilizada. La coherencia mide la mayor correlación entre dos elementos cualquiera de \mathbf{H} y Ψ [76]. Si \mathbf{H} y Ψ contienen elementos correlacionados, la coherencia será grande, de otra forma, será pequeña. En CSI es de gran interés que las bases sean lo menos coherentes posible. La selección de la base de representación y la matriz de muestreo debe ser realizada de manera que la matriz $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$ satisfaga la Propiedad de Isometría Restrictiva (RIP, por su sigla en inglés); esta propiedad determina las condiciones necesarias para que la reconstrucción de f pueda ser obtenida [15, 63, 77]. Además, determina el número mínimo de mediciones necesarias para tal reconstrucción. Específicamente, una matriz \mathbf{A} satisface la RIP si satisface la expresión

$$(1 - \delta_s) \|\boldsymbol{\theta}\|_2 \leq \|\mathbf{A}\boldsymbol{\theta}\|_2 \leq \|\boldsymbol{\theta}\|_2 (1 + \delta_s). \quad (2.3)$$

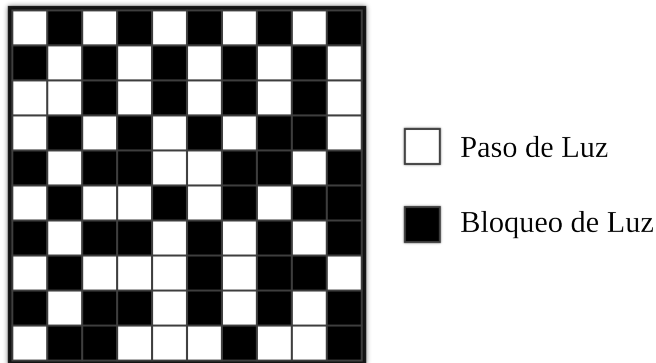
En general, los dispositivos basados en CSI captan una imagen multiespectral utilizando una única toma, sin necesidad de escanear toda la zona de interés, como se observa en la Figura 1.2 (b). A diferencia de los métodos tradicionales, el muestreo utilizado en CSI no se realiza directamente sobre los vóxeles (píxeles tridimensionales de la escena), sino que se capturan proyecciones codificadas aleatorias de la escena completa, las cuales son procesadas en un computador por un algoritmo de optimización numérica, que realiza una estimación de la imagen multiespectral original.

Para adquirir el conjunto bidimensional de proyecciones codificadas del cubo de datos subyacente, los sistemas CSI utilizan elementos ópticos como detectores de matrices de plano focal^(*) (FPA, por su sigla en inglés) y aperturas codificadas que bloquean o permiten el paso de la luz. Estas aperturas codificadas son matrices de valores binarios (1 y 0), las cuales modulan las proyecciones de una fuente antes de llegar al detector, es decir, los elementos con valor uno permiten

^(*) Una matriz de plano focal es un dispositivo de captura de imágenes que consiste en una matriz (normalmente rectangular) de píxeles sensibles a la luz en el plano focal de una lente

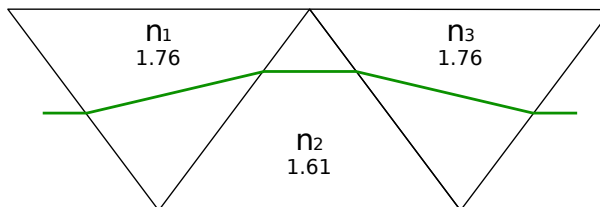
el paso de radiación electromagnética en determinados puntos del espacio y los elementos con valor cero bloquean su paso, generando así un patrón de codificación sobre el objeto de interés [60]. En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo de una apertura codificada aleatoria.

Figura 2.1: Ejemplo de una apertura codificada aleatoria. Los elementos negros representan valores de cero que bloquean el paso de la luz y los elementos blancos representan valores de uno que permiten el paso de la energía.



Otro componente óptico fundamental de los dispositivos CSI es el elemento dispersivo, cuya función es descomponer la luz en sus componentes espectrales. Un tipo de prisma óptico dispersivo comúnmente utilizado en los sistemas CSI es el prisma Amici doble mostrado en la Figura 2.2. Un prisma Amici doble está compuesto por la unión de tres prismas con diferentes índices de refracción. Los prismas de los extremos poseen el mismo índice de refracción mientras que el prisma del centro tiene un índice de refracción mayor y, por lo tanto, una mayor capacidad de dispersión. Este prisma está especialmente diseñado para aumentar la dispersión angular del conjunto de ondas, y además tiene la propiedad de que, al refractarse de nuevo, la componente espectral con longitud de onda central λ_c forma una línea recta con la trayectoria del rayo de incidencia [78, 79, 80].

Figura 2.2: Prisma Amici Doble.



Fuente: tomado de la tesis *Compressive spectral imaging* [39].

Debido a que, por lo general, los sistemas de muestreo de imágenes multiespectrales que implementan CSI están diseñados para trabajar con longitudes de

onda entre 450 – 650 nm, λ_c se toma como $\lambda_c = 550$ nm. Cualquier longitud de onda que esté por debajo de 550 nm será dispersada hacia la zona derecha del detector y cualquier longitud de onda que esté por encima de 550 nm será dispersada hacia la zona izquierda [39]. Otros tipos de prisma, con funciones de dispersión diferentes también pueden ser utilizados.

En el modelo matemático de los sistemas CSI, la imagen multispectral es discretizada como $F_{m,n,k}$ donde m y n representan las coordenadas espaciales, y k determina la k -ésima banda espectral. El cubo de datos mencionado, \mathbf{F} , está compuesto por L bandas espectrales, cada una con resolución espacial de $N \times N$ píxeles. La señal codificada y dispersada es captada en el detector, de tamaño $N \times V$ donde V depende de la función de dispersión del prisma utilizado.

El cubo de datos \mathbf{F} también puede ser representado en forma vectorial como $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_0^T, \dots, \mathbf{f}_{L-1}^T]^T$, donde cada banda espectral \mathbf{f}_k puede ser expresada como $\mathbf{f}_k = [F_{0,0,k}, F_{1,0,k}, \dots, F_{(N-1),0,k}, \dots, F_{0,1,k}, F_{1,1,k}, \dots, F_{(N-1),1,k}, \dots, F_{(N-1),(N-1),k}]^T$. Una representación vectorizada compacta de \mathbf{f}_k es obtenida mediante la expresión

$$(\mathbf{f}_k)_\ell = F_{(\ell-rN)rk} \quad \text{Para } \ell = 0, \dots, N^2 - 1, k = 0, \dots, L - 1, \quad (2.4)$$

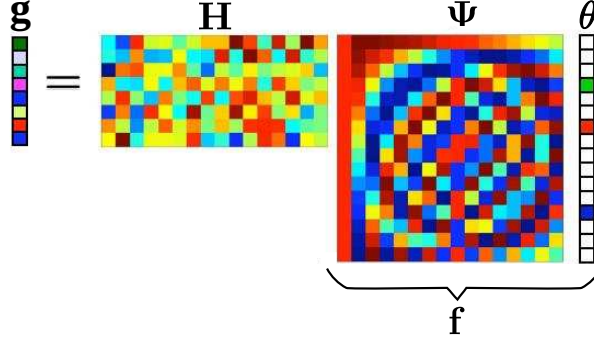
donde $r = \lceil \frac{\ell}{N} \rceil$.

Usando esta representación, el proceso de adquisición de una escena multispectral mediante CSI puede expresarse matricialmente como

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{H}\mathbf{\Psi}\boldsymbol{\theta}, \quad (2.5)$$

donde \mathbf{H} representa la matriz de muestreo, $\mathbf{\Psi}$ la base de representación y $\boldsymbol{\theta}$ la representación escasa de la señal \mathbf{f} , en la base $\mathbf{\Psi}$ donde solo pocos coeficientes son significativos y permiten representar la señal de interés en su totalidad, como se ilustra en la Figura 2.3. En consecuencia, el número de muestras necesarias para obtener una buena reconstrucción de la señal es proporcional al número de coeficientes diferentes de cero en $\boldsymbol{\theta}$ [81].

Figura 2.3: Sistema lineal de mediciones CSI. Un vector \mathbf{g} de mediciones es obtenido al muestrear una imagen multiespectral \mathbf{f} , la cual tiene una representación escasa $\boldsymbol{\theta}$ en una base de representación Ψ , utilizando una matriz de muestreo \mathbf{H} .



Fuente: imagen adaptada del artículo *Compressive Sensing* [82].

Una vez obtenido el vector de mediciones \mathbf{g} , la escena multiespectral bajo análisis puede ser reconstruida mediante un algoritmo de CS que recupera una aproximación del vector escaso $\boldsymbol{\theta}$ resolviendo el problema de optimización dado por

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{g} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}\|_2^2 + \tau\|\boldsymbol{\theta}\|_1, \quad (2.6)$$

donde τ es una constante de regularización y $\mathbf{A} = \mathbf{H}\Psi$. Finalmente, una aproximación vectorizada de la imagen multiespectral original es obtenida resolviendo el problema inverso dado por

$$\hat{\mathbf{f}} = \Psi\hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (2.7)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, obtenida mediante la Ecuación 2.6, es una representación escasa de $\hat{\mathbf{f}}$ en la base Ψ .

Los algoritmos de reconstrucción CS pueden clasificarse en cinco enfoques computacionales [83]. Los algoritmos de búsqueda codiciosa (algoritmos *greedy*) obtienen una estimación escasa de $\boldsymbol{\theta}$ de manera iterativa mediante la identificación de componentes que permitan obtener la mejor reconstrucción en cada iteración. Entre los algoritmos que implementan este enfoque se encuentran: OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*) [84], StOMP (OMP por etapas) [85], y CoSaMP (*Compressive Sampling Matching Pursuit*) [86]. El segundo enfoque obtiene una representación escasa de la imagen multiespectral resolviendo el problema de optimización convexa mostrado en la Ecuación 2.6. Este enfoque es implementado por los métodos de gradiente descendente como el algoritmo de reconstrucción escaso a través de aproximación separable (SpaRSA) [87], TwIST [88] y GPSR [21]. La tercera categoría de algoritmos se basa en un enfoque bayesiano, el cual asume una distribución a-priori de los coeficientes de la señal que se quiere reconstruir [89]. Estos algoritmos encuentran un estimador de un máximo a-posteriori que incorpora la observación [89]. El cuarto enfoque consiste en relajar el problema de la norma ℓ_0 a un problema no convexo e intentar identificar

un punto estacionario [90]. En la última categoría están los algoritmos de fuerza bruta, los cuales realizan una estimación de la representación escasa de θ buscando todas las posibles soluciones [91]. Una revisión de estos algoritmos y su análisis de complejidad computacional pueden encontrarse en [83].

2.1. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES BASADOS EN CSI

El reciente surgimiento de la teoría de muestreo compresivo (CS) ha permitido reconstruir una señal con una cantidad de muestras menor a las exigidas por el criterio de Shannon-Nyquist. Esto ha motivado la implementación de esta teoría en el desarrollo de sistemas de adquisición de imágenes multiespectrales con el objetivo de reducir el costo al muestrear este tipo de señales multidimensionales. El sistema de adquisición de imágenes multiespectrales basado en aperturas codificadas (CASSI) fue la primera arquitectura basada en CS desarrollada en el 2007 [70]. Por otro lado, el sistema de adquisición de imágenes multiespectrales con detectores basados en filtros ópticos, es una nueva arquitectura CSI desarrollada en el 2015, la cual reemplaza los FPA tradicionales por detectores con patrones de filtros ópticos [22]. A continuación se presenta una descripción detallada de cada arquitectura incluyendo sus respectivos mecanismos de muestreo.

2.1.1 Sistema de Adquisición de Imágenes Multiespectrales Basado en Aperturas Codificadas (CASSI)

El sistema de adquisición de imágenes multiespectrales basado en apertura codificada de única captura (CASSI) es una arquitectura CSI diseñada para captar información espacial y espectral de una escena en un conjunto de mediciones bidimensionales, utilizando de una apertura codificada y un elemento dispersivo [20, 60, 70, 92]. En la Figura 2.4 A) se presenta una fotografía del sistema CASSI junto con los componentes ópticos que lo integran. La codificación y dispersión de la escena multiespectral es realizada por la apertura codificada T y el elemento dispersivo, respectivamente.

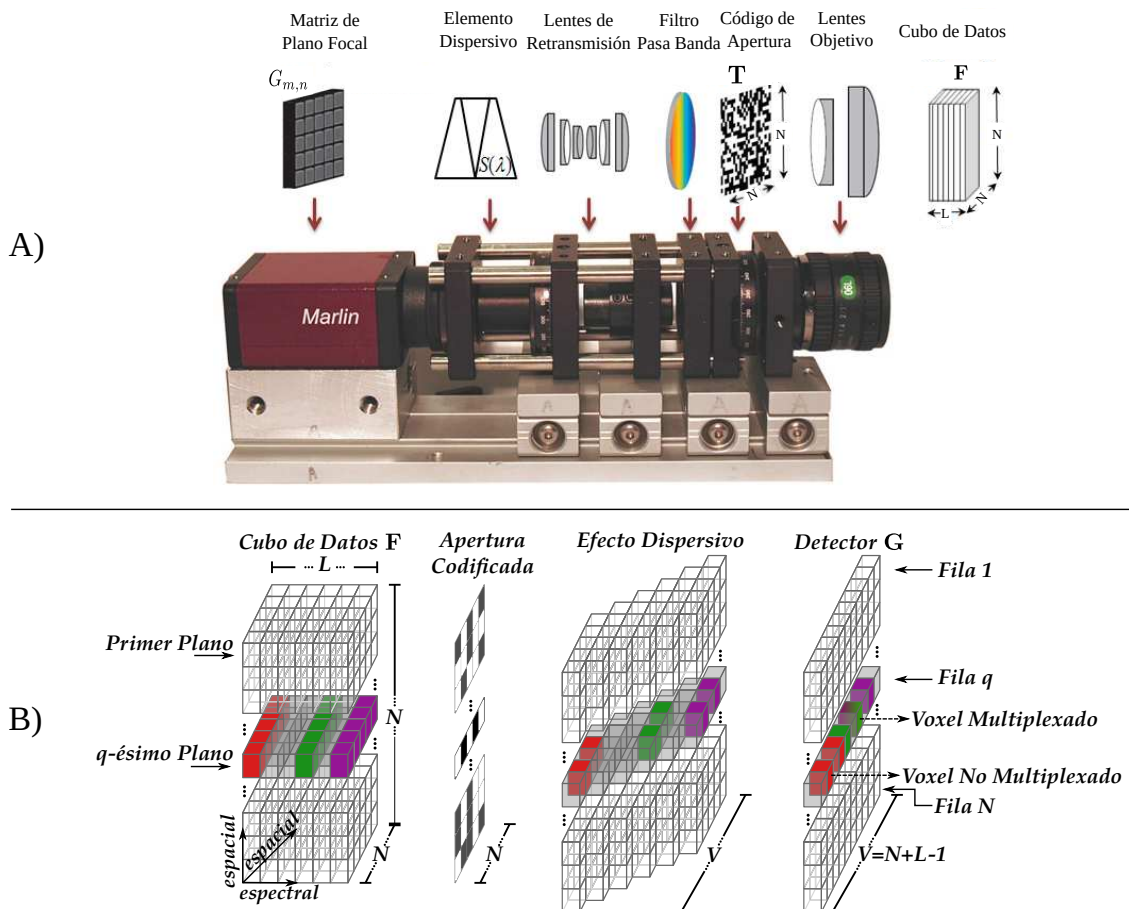
El proceso discreto del fenómeno de muestreo asociado a CASSI puede ser observado en la Figura 2.4 B); allí, F es modulado en amplitud por una apertura codificada T de tamaño $N \times N$, tal que la intensidad a lo largo de una coordenada espectral es bloqueada cuando esta coincide con un elemento de color negro (0) del código de apertura. A continuación la energía del cubo de datos atraviesa el prisma, lo que produce una descomposición espectral del mismo. Si se asume que la función de dispersión del prisma es lineal, cada banda espectral del cubo de datos es desplazada horizontalmente un píxel. El modelo matemático de la propagación de la luz a través de este sistema se describe en [70]. Finalmente, la señal codificada y dispersada es capturada en cada elemento del detector, de tamaño $N \times V$ con $V = N + L - 1$, en donde la energía codificada y dispersada

es integrada. En general, la energía medida en el píxel (m, n) del detector puede expresarse como

$$G_{m,n} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{m,(n-k),k} T_{m,(n-k)} + \omega_{m,n}, \quad (2.8)$$

donde m y n representan las coordenadas espaciales, y k determina la k -ésima banda espectral; la expresión $(n - k)$ refleja el efecto de dispersión al desplazar cada banda espectral horizontalmente un píxel. El término $\omega_{m,n}$ representa el ruido asociado al sistema de muestreo obtenido en la posición (m, n) .

Figura 2.4: Sistema de adquisición de imágenes multispectrales basado en apertura codificada de única captura. En la Figura A) se muestran los componentes ópticos que conforman la arquitectura CASSI junto con una fotografía del dispositivo. En la Figura B) se describe el modelo discreto del proceso de muestreo en la arquitectura CASSI. En este modelo, un cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es modulado espacialmente por la apertura codificada y dispersado por el prisma. Cada píxel en el detector contiene información integrada correspondiente a diferentes elementos del cubo de datos.



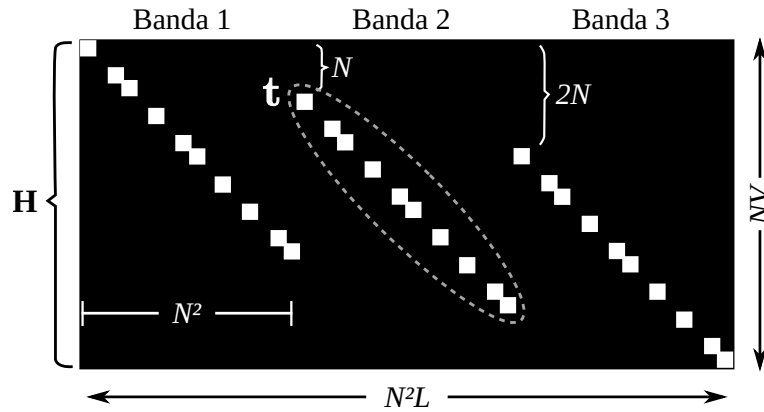
Fuente: imágenes adaptadas del artículo *Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction* [20].

El modelo del sistema CASSI puede ser descrito matricialmente mediante la Ecuación 2.5, donde \mathbf{g} es la representación vectorial de las mediciones $G_{m,n}$ de la Ecuación 2.8, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{N^2L}$ es la representación vectorial de la imagen multispectral discretizada \mathbf{F} , y \mathbf{H} es una matriz de tamaño $NV \times N^2L$ la cual representa la función óptica de transferencia del sistema, incluyendo los efectos de la apertura codificada y el elemento dispersivo. Matemáticamente, los valores de la j -ésima fila de la matriz de muestreo \mathbf{H} pueden ser descritos mediante la ecuación

$$(\mathbf{h}_j)_\ell = \begin{cases} (\mathbf{t})_{j-rN}, & \text{si } \ell = (j \bmod N') \text{ and } j - rN \geq 0, \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}, \quad (2.9)$$

para $\ell = 0, \dots, N^2L - 1$ y $j = 0, \dots, NV - 1$, donde \mathbf{t} es la representación vectorial de la apertura codificada \mathbf{T} , $r = \lfloor \frac{\ell}{N^2} \rfloor$ y $N' = N^2 - N$. Un ejemplo de la estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$ y $L = 3$ se muestra en la Figura 2.5.

Figura 2.5: Estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$ y $L = 3$ en CASSI. Los cuadros blancos indican los píxeles de la apertura codificada que permiten el paso de la luz, los elementos oscuros son cero.



La reconstrucción del cubo de datos original se logra mediante la utilización de algoritmos de CS como GPSR, los cuales obtienen una representación escasa aproximada de la imagen multispectral original al resolver el problema de optimización de la Ecuación 2.6. Posteriormente se utiliza la Ecuación 2.7 para obtener una imagen multispectral aproximada.

2.1.2 Sistema de Adquisición de Imágenes Multiespectrales con Detectores Basados en Filtros Ópticos (SCCSI)

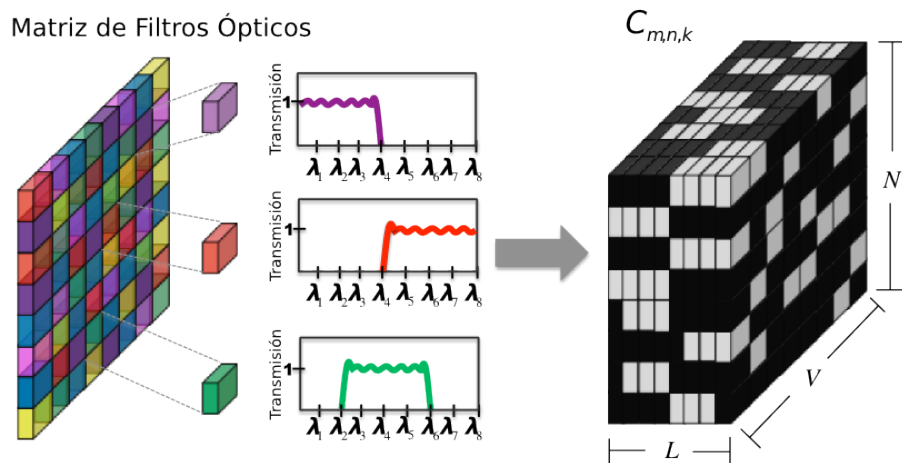
El sistema de adquisición de imágenes multispectrales con detectores basados en filtros ópticos (SCCSI) es una nueva arquitectura desarrollada por el Grupo de Investigación en Diseño de Algoritmos y Procesamiento de Datos Multidimensionales (HDSP) en conjunto con la universidad de Delaware, la cual implementa los conceptos de CSI. Esta arquitectura reemplaza los FPA tradicionales por detectores con patrones de filtros ópticos. Adicionalmente un elemento dispersivo permite capturar la información tanto espacial como espectral de la fuente original en una

sola toma [22].

Un filtro óptico es un sistema que modula la luz espectral o espacialmente. Es decir, solo permite el paso de luz con ciertas propiedades, suprimiendo o atenuando la luz restante. Los filtros ópticos más comunes son los filtros de color, estos permiten o bloquean el paso de luz de determinadas longitudes de onda. La atenuación de la señal filtrada se mide mediante la transmitancia óptica del medio filtrante o su inversa, la absorbancia [93, 94].

Investigaciones recientes en microlitografía y tecnologías de recubrimiento [58, 95] han permitido la agrupación de varios filtros ópticos con distinta respuesta espectral en un arreglo matricial conocido como matriz de filtros ópticos o apertura codificada de color. En la Figura 2.6 se muestra un ejemplo de una matriz de filtros ópticos compuesta por filtros ópticos de paso alto, paso bajo y paso de banda con distinta frecuencia de corte. El uso de estas matrices de filtros ópticos en CSI fue introducido recientemente en [96].

Figura 2.6: Representación discreta del arreglo tridimensional de filtros ópticos de color $C_{m,n,k}$. Cada posición espacial (m, n) contiene la respuesta espectral del filtro óptico correspondiente a dicha ubicación. Los elementos negros en $C_{m,n,k}$ impiden el paso de luz con determinada longitud de onda. Por el contrario, los elementos blancos permiten el paso de la luz con determinada longitud de onda.



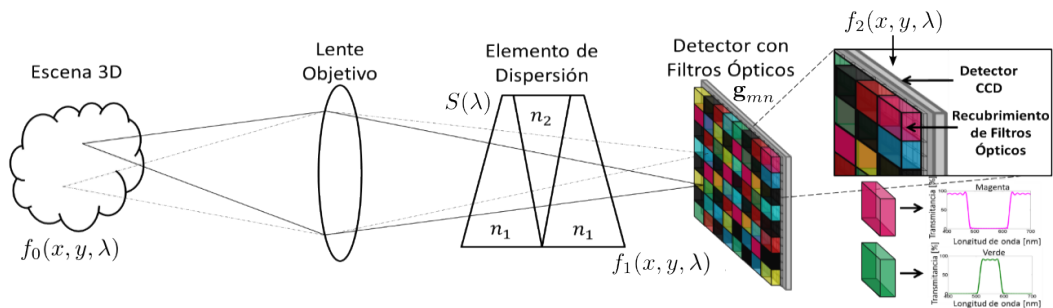
Fuente: tomado del artículo *Snapshot colored compressive spectral imager* [22].

A diferencia de otras arquitecturas CSI, que captan la fuente de manera uniforme a través de un rango de longitudes de onda mediante un código de apertura binario, la arquitectura SCCSI posee un arreglo de filtros ópticos en el detector, con distinta respuesta espectral, que permite obtener componentes espectrales específicos en cada píxel del mismo. De esta manera, el esquema de codificación es enriquecido permitiendo que el problema de reconstrucción sea mejor condicionado.

La matriz de filtros ópticos puede ser representada como un arreglo tridimensional $C_{m,n,k}$ de tamaño $N \times V \times L$ en el cual las respuestas espectrales de los filtros ópticos pueden ser discretizadas para L valores, como se muestra en la Figura 2.6 (derecha).

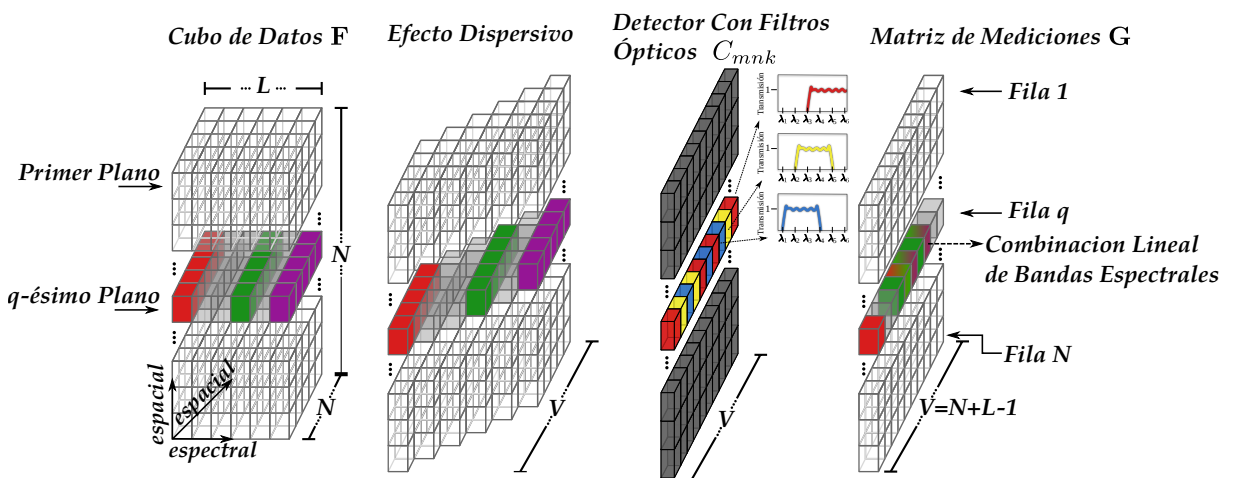
Por otro lado, esta nueva arquitectura presenta un diseño más compacto que otras arquitecturas CSI como CASSI debido a que, al estar el patrón de codificación directamente sobre el detector, el número de elementos ópticos necesarios es menor. Esto a su vez genera una reducción de costos considerable y facilidades en su implementación. En la Figura 2.7 se muestran los componentes de la arquitectura SCCSI, en donde el detector se encuentra ubicado en el plano focal del lente. Seguidamente, en la Figura 2.8 se muestra el modelo del proceso de muestreo de SCCSI.

Figura 2.7: Componentes de la arquitectura SCCSI.



Fuente: tomado del artículo *Snapshot colored compressive spectral imager* [22].

Figura 2.8: Modelo discreto del mecanismo de muestreo en la arquitectura SCCSI. Un cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es dispersado por el prisma y luego es codificado por la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$. Cada píxel en el detector contiene información integrada correspondiente a diferentes elementos del cubo de datos.



En el modelo discreto del proceso de muestreo para esta arquitectura, asumiendo

do dispersión $S(\lambda)$ lineal, \mathbf{F} es descompuesto espectralmente por el elemento dispersivo de forma tal que cada banda espectral es desplazada horizontalmente un píxel. Seguidamente, la imagen multispectral dispersada es codificada por la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$ y posteriormente capturada en el detector FPA. De esta manera, cada píxel del sensor contiene información de diferentes posiciones espaciales y componentes espectrales de la escena original. La energía capturada en un píxel (m, n) del sensor puede expresarse matemáticamente como

$$G_{m,n} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{m,(n-k),k} C_{m,n,k}, \quad (2.10)$$

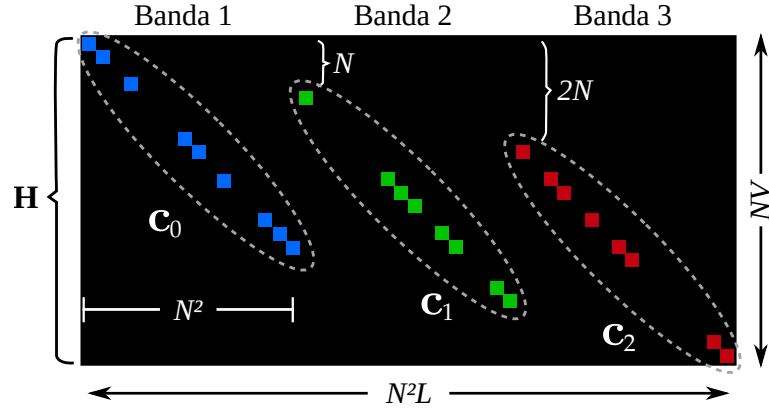
obteniendo como resultado una matriz de mediciones de tamaño $N \times V$ donde $V = N + L - 1$. La proporción de energía que pasa a través de la matriz de filtros ópticos, conocida como transmitancia, puede ser calculada como $T_r = \sum_{m,n,k} C_{m,n,k} / (NVL)$. La transmitancia hace referencia a la proporción de vóxeles de la escena que se propagarán a través del sistema óptico. Este parámetro es de gran importancia en los sistemas CSI debido a que controla la condicionalidad del problema de reconstrucción.

El anterior proceso de muestreo puede escribirse en forma matricial utilizando la Ecuación 2.5 donde \mathbf{g} es la representación vectorial de las mediciones $G_{m,n}$ de la Ecuación 2.10, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{N^2L}$ es la representación vectorial de la imagen multispectral discretizada \mathbf{F} , y \mathbf{H} es una matriz de tamaño $NV \times N^2L$ que representa la función óptica de transferencia del sistema. La matriz \mathbf{H} está determinada por la respuesta espectral de la matriz de filtros ópticos y su estructura intenta representar la operación propia del elemento dispersivo. Matemáticamente, los valores de la j -ésima fila de la matriz de muestreo \mathbf{H} pueden ser descritos mediante la ecuación

$$(\mathbf{h}_j)_\ell = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_j, & \text{si } \ell - kN' = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}, \quad (2.11)$$

para $\ell = 0, \dots, N^2L - 1$ y $j = 0, \dots, NV - 1$, donde \mathbf{c} es la representación vectorial de la matriz de filtros ópticos \mathbf{C} , $k = \lfloor \frac{\ell}{N^2} \rfloor$ y $N' = N^2 - N$. Un ejemplo de la estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$ y $L = 3$ se muestra en la Figura 2.9.

Figura 2.9: Estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$ y $L = 3$ en SCCSI. Los cuadros de color indican los píxeles de la apertura codificada de color que permiten el paso de una banda espectral específica.



De igual manera que en CASSI, es posible recuperar una imagen multiespectral aproximada obteniendo una representación escasa mediante un algoritmo de CS como GPSR, el cual resuelve el problema de optimización mostrado en la Ecuación 2.6, y seguidamente utilizar la Ecuación 2.7 para obtener la imagen multiespectral aproximada $\hat{\mathbf{f}}$.

2.1.3 Múltiple Captura en CSI Aunque CSI permite reconstruir una imagen multiespectral a partir de un número mucho menor de muestras que el exigido por el teorema de Shannon-Nyquist, existe un número mínimo de mediciones necesarias que se deben tomar para lograr reconstruir una escena adecuadamente. La teoría de CSI establece que si se tiene una imagen multiespectral de tamaño N^2L la cual es S -escasa en alguna base de representación Ψ , la cantidad de mediciones comprimidas a obtener debe ser $u \geq S \log(N^2L)$. Sin embargo, en aplicaciones donde la escena espectral de interés contiene información espacial y espectral con un alto nivel de detalle, una única captura de los sistemas CSI puede no proveer la suficiente cantidad de mediciones comprimidas que satisfaga la anterior restricción. Esto conlleva a que el problema inverso sea excesivamente indeterminado y no se obtenga una adecuada reconstrucción [97, 98].

Una arquitectura CSI que permite múltiple captura es el sistema CASSI. Este proceso se realiza modificando el patrón presente en la apertura codificada para cada toma. De esta manera se pueden realizar K capturas en donde el i -ésimo conjunto de mediciones, obtenido utilizando la i -ésima apertura codificada \mathbf{T}^i , está compuesto por $N \times (N + L - 1)$ píxeles expresados como [70]

$$G_{m,n}^i = \sum_{k=0}^{L-1} F_{m,(n-k),k} T_{m,(n-k)}^i + \omega_{m,n}^i \quad i = 0, \dots, K - 1. \quad (2.12)$$

Análogamente, el modelo matricial para la i -ésima captura puede ser descrito como

$$\mathbf{g}^i = \mathbf{H}^i \mathbf{f} = \mathbf{H}^i \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\theta}, \quad (2.13)$$

en donde \mathbf{g}^i es la representación vectorial de la i -ésima medición y la matriz \mathbf{H}^i representa los efectos de la i -ésima apertura codificada y el elemento dispersivo. Múltiples tomas pueden ensamblarse en un solo vector $\mathbf{g} = [(\mathbf{g}^0)^T, \dots, (\mathbf{g}^{K-1})^T]^T$ y el modelo CASSI para múltiples tomas puede ser descrito utilizando la Ecuación 2.5 donde, para este caso, $\mathbf{H} = [(\mathbf{H}^0)^T, \dots, (\mathbf{H}^{K-1})^T]^T$ [97, 99].

Finalmente, la reconstrucción del cubo de datos original se logra mediante la utilización de algoritmos de CS como GPSR, los cuales obtienen una representación escasa aproximada de la imagen multiespectral original al resolver el problema de optimización de la Ecuación 2.6. Particularmente, si se realizan K capturas de mediciones en la arquitectura CASSI de múltiple captura, la complejidad computacional del algoritmo GPSR será de $O(KN^4L)$ por iteración [21]. Seguidamente se resuelve el problema inverso descrito en 2.7 obteniendo así una aproximación $\hat{\mathbf{f}}$ de la imagen multiespectral original.

Por otro lado, en la arquitectura SCCSI no resulta sencillo realizar múltiples tomas con el fin de incrementar la calidad de las reconstrucciones debido a que el patrón de codificación (arreglo de filtros ópticos) se encuentra fijado directamente sobre el detector. Por lo tanto un cambio de patrón de filtros ópticos requiere utilizar un sensor diferente. Partiendo de este problema, a continuación se propone una alternativa para realizar múltiples tomas en SCCSI mediante la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura. Esto permitirá captar más información, mejorando la condicionalidad del problema inverso, y por lo tanto lograr un incremento en la calidad de las reconstrucciones.

3. SISTEMA DE MÚLTIPLE CAPTURA PARA LA ADQUISICIÓN COMPRESIVA DE IMÁGENES MULTIESPECTRALES CON DETECTORES BASADOS EN ARREGLOS DE FILTROS ÓPTICOS

El modelo de múltiple captura para el sistema SCCSI consiste en la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura de tal forma que la imagen multiespectral de entrada, una vez dispersada, sea codificada e integrada en diferentes regiones del detector, adquiriendo de esta manera nuevas proyecciones comprimidas de la escena en cada rotación. Este enfoque propone un nuevo método para realizar múltiple captura utilizando los mismos componentes de la arquitectura original, donde el elemento dispersivo es el único elemento óptico ajustable.

Este capítulo presenta una descripción matemática del proceso de muestreo de una imagen multiespectral utilizando el método propuesto. Posteriormente, se presenta el modelo matricial que describe el sistema SCCSI de múltiple captura, así como la matriz de muestreo del sistema para diferentes ángulos de rotación del prisma. Por último se describe el proceso de reconstrucción y se presenta el procedimiento computacional utilizado para simular el proceso de muestreo y de reconstrucción.

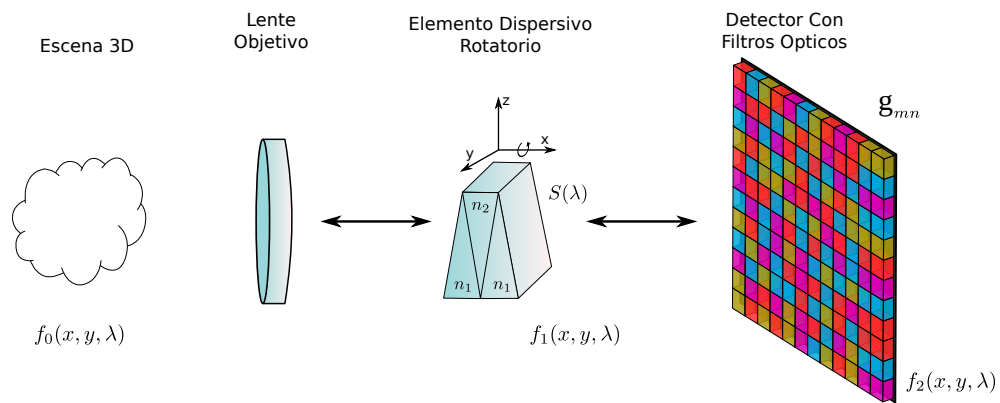
3.1. MODELO DISCRETO

En esta sección se presenta matemáticamente el proceso de muestreo para la arquitectura SCCSI de múltiple captura. En la Figura 3.1 se muestra una representación gráfica del modelo propuesto, que busca aprovechar al máximo los elementos ópticos de la arquitectura original, mantenido el diseño compacto que la caracteriza. Cuando la luz blanca atraviesa el elemento dispersivo, se produce una desviación en la trayectoria de todas las longitudes de onda la conforman. Esto se debe a que la velocidad de propagación de cada una de estas ondas es diferente para cada medio transparente, cuyo índice de refracción es diferente para cada color. Dependiendo de la posición del elemento dispersivo, todo el conjunto de radiaciones es dispersado en una dirección determinada. Por ejemplo, en el caso del sistema SCCSI, se considera dispersión horizontal como se muestra en la Figura 2.8.

El método propuesto considera rotar el elemento dispersivo en el plano y-z con el fin de dirigir la imagen multiespectral dispersada hacia distintas regiones en el detector. De esta manera, el procedimiento de adquisición consiste en rotar el prisma antes de cada captura y mantenerlo fijo durante el tiempo de integración

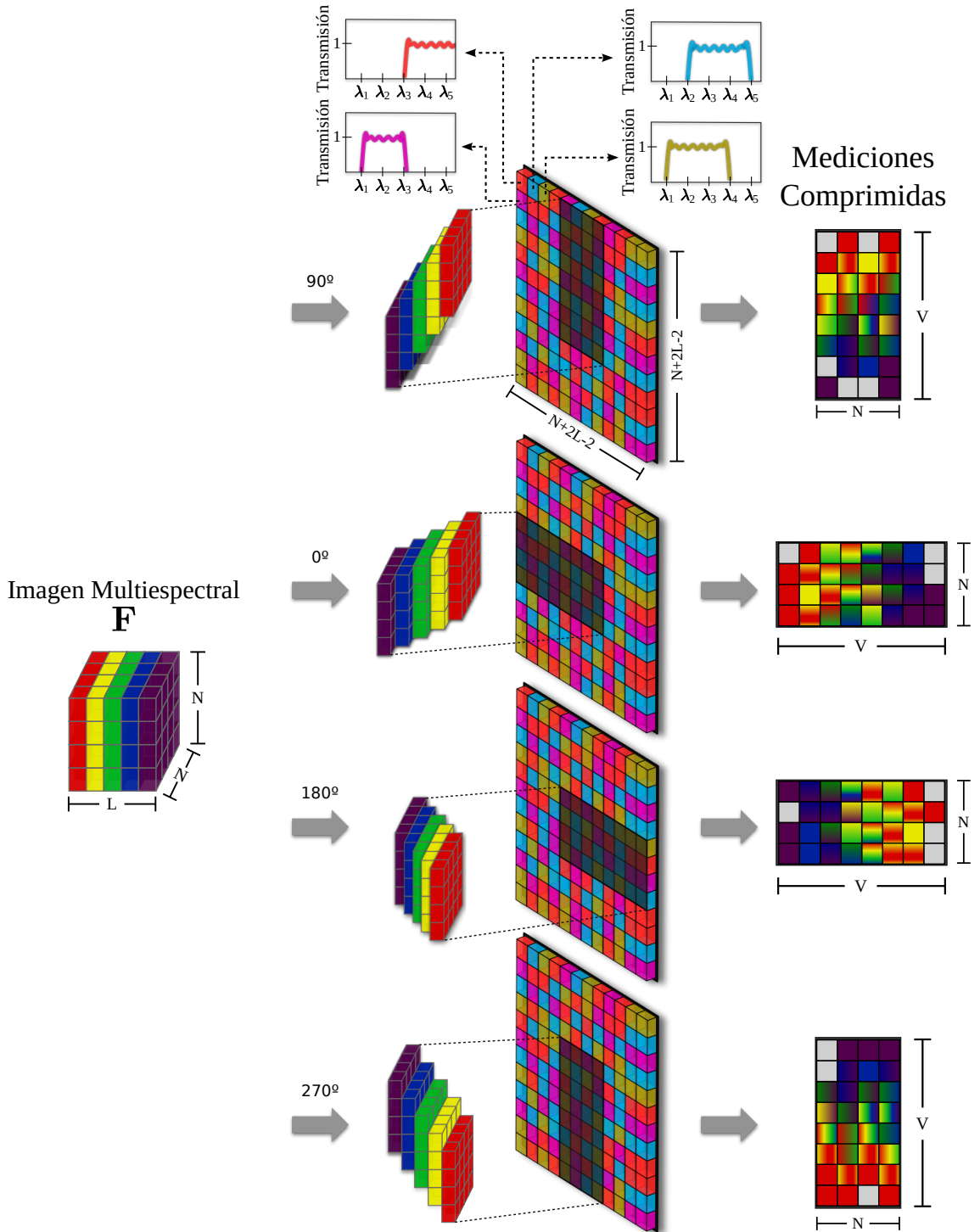
del sensor. Teóricamente, el elemento dispersivo puede ser rotado en cualquier ángulo y por lo tanto es posible realizar cualquier número de capturas. Sin embargo, en este proyecto se realizará el modelo matemático discreto y matricial del proceso de muestreo únicamente para cuatro rotaciones del prisma correspondientes a los ángulos 0° , 90° , 180° y 270° . Esto se debe a que para cada uno de los ángulos mencionados, asumiendo que la función de dispersión del prisma es lineal, se puede asegurar que cada vóxel de la escena dispersada coincide exactamente con un píxel del detector.

Figura 3.1: Representación gráfica de la arquitectura SCCSI para múltiples tomas mediante la rotación del elemento dispersivo.



El proceso de muestreo subyacente al sistema SCCSI de múltiple captura se describe gráficamente en la Figura 3.2. En particular, el cubo de datos de entrada \mathbb{F} , es descompuesto espectralmente por el elemento dispersivo, con una función de dispersión $S(\lambda)$, y dirigido hacia distintas regiones del detector con filtros ópticos dependiendo del ángulo de rotación aplicado. Específicamente, para los ángulos de rotación 0° y 180° , cada banda espectral es desplazada horizontalmente hacia la zona derecha y hacia la zona izquierda del detector respectivamente. Para los ángulos de rotación 90° y 270° , cada banda espectral es desplazada verticalmente hacia arriba o hacia abajo del detector, respectivamente. Si se asume que la función de dispersión del elemento dispersivo $S(\lambda)$ es lineal, el desplazamiento de cada banda espectral será de un píxel [72].

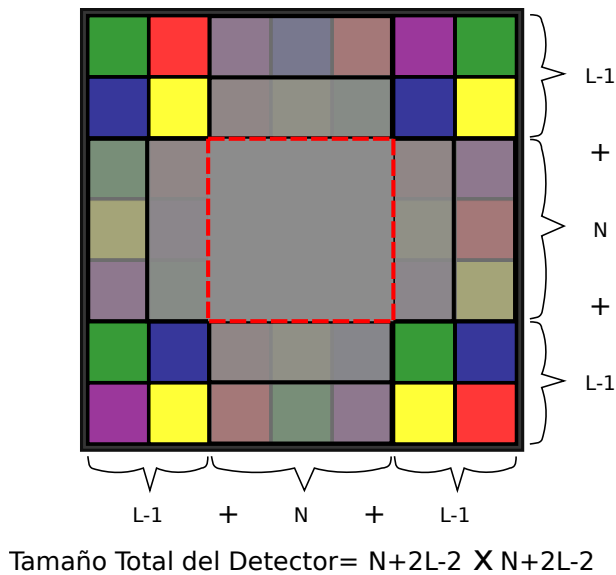
Figura 3.2: Proceso de codificación y muestreo en la arquitectura SCSi para múltiple captura. Inicialmente el cubo de datos de dimensiones $N \times N \times L$ es dispersado por el prisma. La rotación del prisma determina la dirección en la que ocurre la dispersión. A continuación, el cubo de datos dispersado es codificado por los elementos correspondientes de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$ y finalmente la energía es integrada en diferentes regiones del detector FPA.



Es posible notar que para cualquier ángulo de rotación aplicado al prisma, la primera banda espectral del cubo de datos no se desplaza y por lo tanto siempre es dirigida hacia la región central del detector. A continuación, la imagen multiespectral dispersada es codificada por la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$ y posteriormente integrada en el detector FPA obteniendo $N \times V$ mediciones comprimidas de la escena multiespectral en cada rotación, con $V = N + L - 1$. De esta manera, cada píxel del sensor contiene información de diferentes posiciones espaciales y componentes espectrales de la escena original.

Debido a que la imagen multiespectral es dispersada hacia distintas regiones del detector, el tamaño de este junto con la matriz filtros ópticos $C_{m,n,k}$ debe ser lo suficientemente grande para lograr captar la energía del cubo de datos dispersado por las distintas rotaciones del prisma. La deducción del tamaño del detector se muestra en la Figura 3.3. Como se observa, el tamaño del detector depende directamente del número de bandas espectrales que tenga el cubo de datos. Específicamente, para el caso de \mathbb{F} con dimensiones $N \times N \times L$, el tamaño del detector será de $N + 2L - 2 \times N + 2L - 2$.

Figura 3.3: Deducción de las dimensiones del detector y la matriz de filtros ópticos para lograr captar toda la energía dispersada mediante la rotación del elemento dispersivo presente en la arquitectura SCCSI.



De la Figura 3.2 es posible observar que el proceso de muestreo para un ángulo de rotación de 0° aplicado al prisma es semejante al proceso de muestreo de la arquitectura SCCSI original de única captura. Matemáticamente, la Ecuación 2.10 describe el proceso de muestreo de la arquitectura SCCSI original teniendo en cuenta el efecto de la dispersión producida por el elemento dispersivo, para este caso, y el resultado de codificación del cubo de datos debido a la matriz de filtros ópticos. Esta ecuación permite obtener la energía capturada en la posición (m, n) del sensor. Partiendo de esta ecuación y considerando un detector de tamaño $W \times W$, con $W = N + 2L - 2$, es posible derivar una ecuación análoga

para la arquitectura SCCSI de múltiple captura. De esta manera, la energía capturada en el píxel (m, n) del sensor puede expresarse matemáticamente para los distintos ángulos de rotación del prisma como

$$G_{m,n}^0 = \sum_{k=0}^{L-1} F_{m',(n'-k),k} C_{m,n,k}, \quad (3.1)$$

$$G_{m,n}^{90} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{(m'+k),n',k} C_{m,n,k}, \quad (3.2)$$

$$G_{m,n}^{180} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{m',(n'+k),k} C_{m,n,k}, \quad (3.3)$$

$$G_{m,n}^{270} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{(m'-k),n',k} C_{m,n,k}, \quad (3.4)$$

donde $m' = m - (L - 1)$ y $n' = n - (L - 1)$.

3.2. MODELO MATRICIAL

El conjunto de medidas obtenidas mediante las Ecuaciones 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 puede ser expresado en forma matricial como

$$\mathbf{g}^\varphi = \mathbf{H}^\varphi \mathbf{f}, \quad (3.5)$$

donde \mathbf{g}^φ es la representación vectorial de la matriz de mediciones $G_{m,n}^\varphi$ obtenida mediante la rotación del elemento dispersivo un ángulo $\varphi \in \{0, 90, 180, 270\}$, \mathbf{f} es la representación vectorial de la imagen multiespectral \mathbf{F} , y \mathbf{H}^φ es la matriz de muestreo del sistema para cada ángulo de rotación del prisma. La matriz \mathbf{H}^φ es de tamaño $NV \times N^2L$ y sus entradas están determinadas por la respuesta espectral de la matriz de filtros ópticos; su estructura interna representa el efecto de dispersión provocado por el prisma en cada rotación φ .

Matemáticamente, los valores de la j -ésima fila de la matriz de muestreo \mathbf{H}^φ , con $\varphi = 0, 90, 180$ y 270 , pueden ser descritos mediante las siguientes ecuaciones

$$(\mathbf{h}_j)_\ell^0 = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+2\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + j + k(2L-2)}, & \text{si } \ell - k\check{N} = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$(\mathbf{h}_j)_\ell^{90} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+\lfloor \ell'/N \rfloor) + j}, & \text{si } (L-1)(\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + \ell - k(N^2 + 1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$(\mathbf{h}_j)_\ell^{180} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+2\lfloor \ell'/N \rfloor - (N-1)) + j - k(2L-2)}, & \text{si } \ell - k\hat{N} + N(L-1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$(\mathbf{h}_j)_\ell^{270} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + j}, & \text{si } (L-1)(\lfloor \ell'/N \rfloor) + \ell - k(N^2 - 1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}, \quad (3.9)$$

para $\ell = 0, \dots, N^2L - 1$ y $j = 0, \dots, NV - 1$, donde $k = \lfloor \frac{\ell}{N^2} \rfloor$, $\check{N} = N^2 - N$, $\hat{N} = N^2 + N$, $\ell' = \ell - kN^2$ y $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_0^T, \mathbf{c}_1^T, \dots, \mathbf{c}_{L-1}^T]^T$ es la representación vectorial de la matriz de filtros $C_{m,n,k}$ con $\mathbf{c}_k = [C_{0,0,k}, C_{1,0,k}, \dots, C_{0,1,k}, \dots, C_{(W-1),(W-1),k}]^T$, como se muestra en la Figura 3.4. Un ejemplo de la estructura de la matriz \mathbf{H} para $N = 4$, $L = 3$ y $\varphi = 0, 90, 180$ y 270 se muestra en la Figura 3.5.

Figura 3.4: Representación vectorial de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$, donde \mathbf{c}_k es la representación vectorial de la k -ésima banda de $C_{m,n,k}$ y $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_0^T, \mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_{L-1}^T]^T$ es la representación vectorial de la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$.

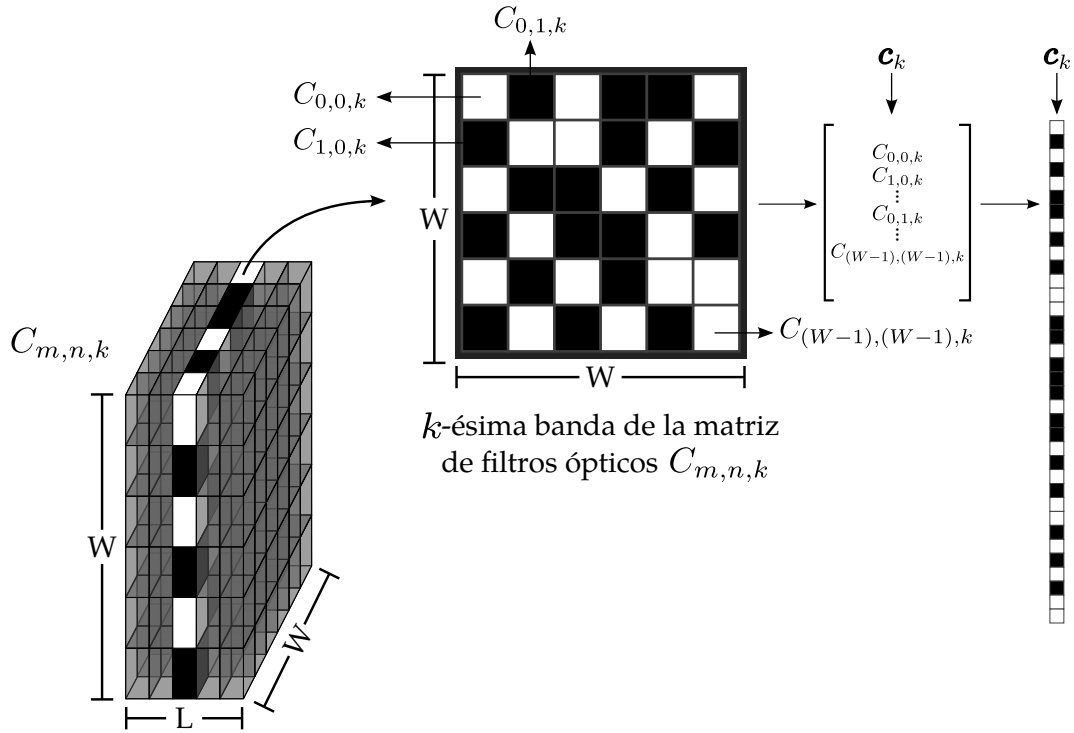
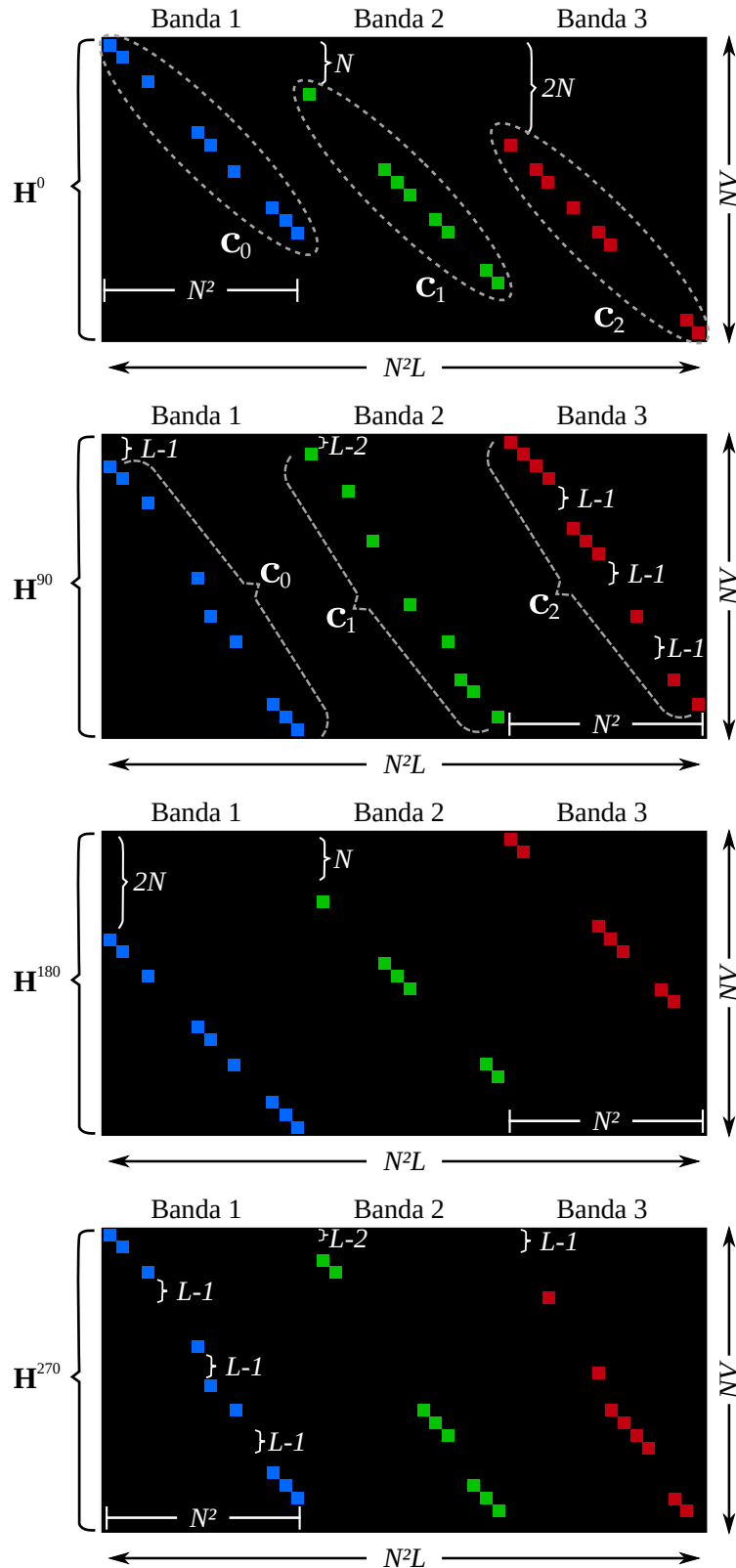


Figura 3.5: Estructura de la matriz de muestreo \mathbf{H}^φ para $N = 4$, $L = 3$ y $\varphi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° en el sistema SCCSI para múltiple captura. De arriba hacia abajo se tiene la correspondiente estructura para los ángulos $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ y 270° respectivamente. Los cuadros de color indican los píxeles de la apertura codificada de color que permiten el paso de una banda espectral específica.



Los vectores de mediciones \mathbf{g}^φ obtenidos en cada rotación del prisma, pueden ser concatenados en un único vector de mediciones $\mathbf{g} = [(\mathbf{g}^0)^T, (\mathbf{g}^{90})^T, (\mathbf{g}^{180})^T, (\mathbf{g}^{270})^T]^T$ y el modelo SCCSI para múltiples tomas puede ser descrito utilizando la Ecuación 2.5 donde, para este caso, $\mathbf{H} = [(\mathbf{H}^0)^T, (\mathbf{H}^{90})^T, (\mathbf{H}^{180})^T, (\mathbf{H}^{270})^T]^T$. Este vector de mediciones \mathbf{g} es utilizado como entrada del algoritmo GPSR para la reconstrucción del cubo de datos original. Específicamente, este algoritmo obtiene una aproximación de la representación escasa $\boldsymbol{\theta}$ de la imagen multiespectral vectorizada original \mathbf{f} resolviendo el problema de optimización descrito en la Ecuación 2.6. Una aproximación de la imagen multiespectral original es obtenida al resolver el problema inverso descrito en la Ecuación 2.7.

El procedimiento para muestrear una imagen multiespectral utilizando la arquitectura SCCSI con el método de múltiple captura propuesto y el respectivo procedimiento de reconstrucción, se puede resumir en el algoritmo computacional descrito en Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Algoritmo del proceso de muestreo en la arquitectura SCCSI para múltiple captura.

Entradas: Imagen multiespectral \mathbf{f} , ángulos de rotación φ , parámetro de regularización τ , matriz de filtros ópticos en representación vectorial \mathbf{c} .

Salida: Imagen multiespectral reconstruida $\hat{\mathbf{f}}$.

```

1: Procedimiento MUESTREO_SCCSI_MULTICAPTURA( $\mathbf{f}, \varphi, \tau, \mathbf{c}$ )
2:   para todo  $\varphi \in \varphi$  hacer ▷  $\varphi \subseteq \{0, 90, 180, 270\}$ 
3:     switch  $\varphi$  hacer ▷ Generar  $\mathbf{H}^\varphi$ 
4:       case 0
5:          $(\mathbf{h}_j)_\ell^0 = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+2\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + j + k(2L-2)}, & \text{si } \ell - k\tilde{N} = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$ 
6:       case 90
7:          $(\mathbf{h}_j)_\ell^{90} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+\lfloor \ell'/N \rfloor) + j}, & \text{si } (L-1)(\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + \ell - k(N^2 + 1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$ 
8:       case 180
9:          $(\mathbf{h}_j)_\ell^{180} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+2\lfloor \ell'/N \rfloor - (N-1)) + j - k(2L-2)}, & \text{si } \ell - k\hat{N} + N(L-1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$ 
10:      case 270
11:         $(\mathbf{h}_j)_\ell^{270} = \begin{cases} (\mathbf{c}_k)_{(L-1)(w+\lfloor \ell'/N \rfloor + 1) + j}, & \text{si } (L-1)(\lfloor \ell'/N \rfloor) + \ell - k(N^2 - 1) = j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$ 
12:      fin switch
13:       $\mathbf{g}^\varphi = \mathbf{H}^\varphi \mathbf{f}$ 
14:       $\mathbf{g} = [(\mathbf{g})^T, (\mathbf{g}^\varphi)^T]^T$  ▷ Concatenación de vectores  $\mathbf{g}$  y  $\mathbf{g}^\varphi$ 
15:      fin para
16:       $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta}\|_2^2 + \tau \|\boldsymbol{\theta}\|_1$  ▷ Aproximación obtenida mediante un Algoritmo CS.
17:       $\hat{\mathbf{f}} = \boldsymbol{\Psi}\hat{\boldsymbol{\theta}}$  ▷ Imagen multiespectral aproximada.
18: fin Procedimiento

```

Este algoritmo toma como entrada una imagen multiespectral f ; un vector con K ángulos de rotación, los cuales serán aplicados al prisma para realizar K capturas; un parámetro de regularización utilizado por el algoritmo de reconstrucción para resolver el problema de minimización mostrado en la Ecuación 2.6 y la matriz de filtros ópticos en su forma vectorial c . Para cada ángulo de rotación $\varphi \in \varphi$, el algoritmo genera una matriz de muestreo H^φ correspondiente al ángulo de rotación φ aplicado, utilizando las Ecuaciones 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9. Una vez obtenida la matriz de muestreo, se toman las medidas comprimidas utilizando la Ecuación 3.5 y el resultado es concatenado en un solo vector g en cada iteración del bucle principal. Por último, el algoritmo utiliza una base de representación Ψ y el vector de mediciones g para encontrar una representación escasa $\hat{\theta}$ aproximada de la imagen multiespectral f .

4. SIMULACIONES Y RESULTADOS

El desempeño del modelo de múltiple captura para el sistema SCCSI fue evaluado mediante la realización de diferentes simulaciones. Para esto se utilizó un cubo de datos F , con $L = 8$ bandas espectrales, cada una con 256×256 píxeles. Las bandas espectrales de este cubo de datos se encuentran en el rango de 450 nm a 650 nm [22]. En la Figura 4.1 se presentan las 8 bandas espectrales de la base de datos, y sus longitudes de onda centrales.

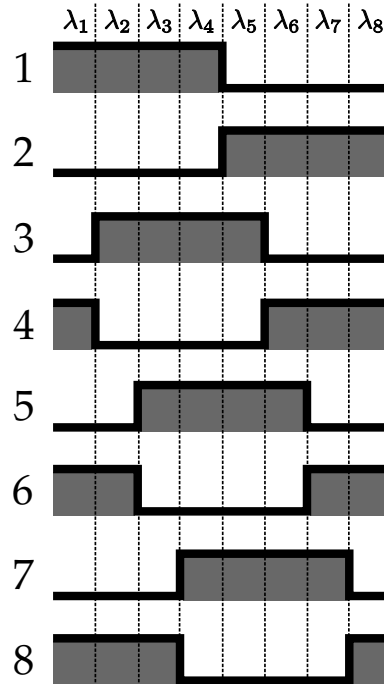
Figura 4.1: Base de datos utilizada para evaluar el sistema SCCSI de múltiple captura. En esta figura se muestran las bandas espectrales que conforman el cubo de datos y sus respectivas longitudes de onda centrales en el rango de 450 nm (λ_1) hasta 667 nm (λ_8).



El proceso de muestreo fue simulado utilizando un conjunto de filtros ópticos predefinidos y distribuidos aleatoria y uniformemente en la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$. La selección apropiada de este conjunto de filtros ópticos es crítica para obtener reconstrucciones de alta calidad. En particular, dos condiciones son necesarias: primero, el conjunto de filtros ópticos debe permitir el paso de información de todas las bandas espectrales del cubo de datos. Segundo, el ancho de banda de cada filtro debe permitir el paso de luz suficiente para obtener una adecuada reconstrucción. Esta última condición, junto con la distribución de los filtros en la matriz de filtros ópticos determina la transmitancia del sistema. En general, los sistemas CSI utilizan patrones de codificación con transmitancia alrededor del 50% [39]. Por este motivo, en las simulaciones se utilizará una matriz de filtros ópticos con 50% de transmitancia. Debido a que los filtros son distribuidos uniformemente, la transmitancia de $C_{m,n,k}$ (T_r), es garantizada cuando el ancho de los filtros es igual a T_r . Específicamente, una transmitancia del 50% se logra usando filtros con ancho de banda igual a $L/2$, donde L es el número de bandas espectrales que conforman el cubo de datos. Siguiendo los anteriores

critérios se seleccionaron ocho filtros, presentados en la Figura 4.2. En los experimentos realizados, el número de filtros ópticos (colores) utilizados en la matriz $C_{m,n,k}$ fue variado con el fin de determinar el impacto directa de esta variable en las reconstrucciones. Específicamente, se presentan resultados para 2,4,6 y 8 colores.

Figura 4.2: Conjunto de filtros ópticos utilizados en las simulaciones de la base de datos. El ancho de los filtros corresponde con la transmitancia del 50% deseada.



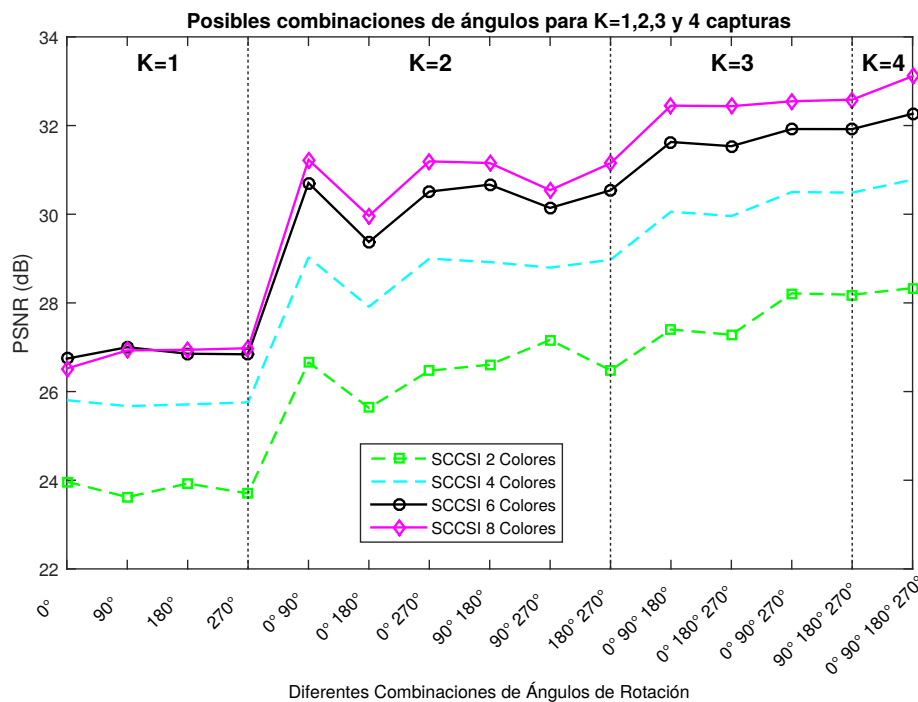
Las mediciones comprimidas utilizadas para la reconstrucción de la imagen multiespectral se obtuvieron utilizando las ecuaciones 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 para las rotaciones del prisma correspondientes a 0° , 90° , 180° y 270° , respectivamente. Estas mediciones junto con la matriz de muestreo \mathbf{H} , obtenida con las ecuaciones 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 para cada ángulo de rotación aplicado al prisma, y una constante de regularización τ fueron utilizadas como entrada para el algoritmo de reconstrucción GPSR [21]. El parámetro de regularización τ del algoritmo GPSR fue seleccionado de manera que cada simulación utiliza el valor que resulta en la mejor reconstrucción posible [21]. Por otra parte, se utilizó una base de representación tridimensional $\Psi = \Psi_C \otimes \Psi_{2D}$, donde Ψ_C es la base Coseno y Ψ_{2D} es una base *Wavelet Symmlet* 8 en 2D. Debido a la distribución aleatoria de los filtros en la matriz de filtros ópticos $C_{m,n,k}$, los resultados presentados son promedios obtenidos al realizar cinco repeticiones de cada experimento. La calidad de las reconstrucciones fue evaluada cuantitativamente mediante la métrica relación pico señal a ruido (PSNR). Los resultados son comparados con las reconstrucciones obtenidas utilizando mediciones CASSI, mediante aperturas codificadas binarias, cuyas entradas son variables aleatorias Bernoulli con parámetro $\rho = 0,5$ [70, 100]. Los resultados presentados del sistema CASSI son promedios obtenidos al realizar cinco repeticiones de cada experimento. Todas

las simulaciones fueron realizadas utilizando dos equipos de cómputo: el primero con un procesador Intel(R) Xeon(R) E5-2697 v3 de 2.60 GHz, 56 núcleos y 196 GB de memoria RAM. El segundo, con un procesador Intel(R) core i7-4770 de 3.40 GHz, 8 núcleos y 32 GB de memoria RAM.

4.1. ÁNGULOS DE ROTACIÓN

Debido a que el modelo matemático considera la rotación del prisma para 0° , 90° , 180° y 270° , el máximo número de tomas posibles es $K = 4$. Sin embargo, para cada $K = 1, 2, 3$ es posible utilizar $\binom{4}{K}$ diferentes combinaciones de ángulos, por ejemplo, para $K = 1$ se tienen cuatro posibilidades $\varphi = 0, \varphi = 90, \varphi = 180$ y $\varphi = 270$. El objetivo de este experimento es determinar si existe una combinación de rotaciones que proporcione mejores reconstrucciones en cada caso. En la Figura 4.3 se presentan los resultados obtenidos para la base de datos utilizada.

Figura 4.3: PSNR promedio obtenido al usar el sistema SCCSI de múltiple captura, evaluando las posibles combinaciones de ángulos.



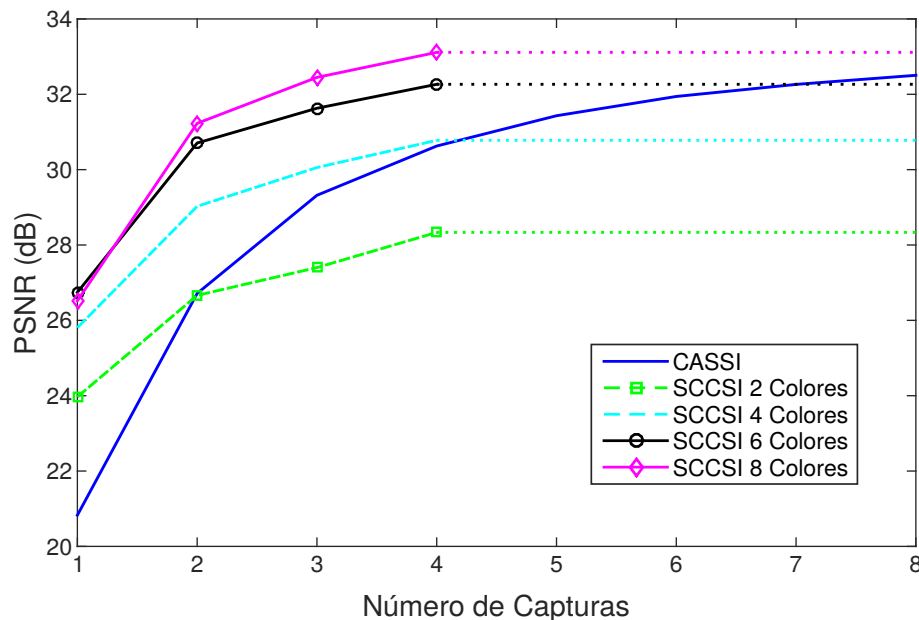
En estos resultados se puede apreciar que para un número de capturas específico K , no se obtiene una ganancia significativa en términos de PSNR promedio para las diferentes combinaciones posibles. Por este motivo, en los siguientes experimentos se utilizará únicamente una combinación de ángulos para cada valor de K . Específicamente, para $K = 1$ se simulará el proceso de muestreo sin aplicar rotación al prisma ($\varphi = 0$). Para $K = 2$ se simulará el proceso de muestreo sin aplicar rotación al prisma ($\varphi = 0$) y luego aplicando una rotación de 90° . En este orden de ideas, para $K = 3$ se aplicará el mismo proceso de muestreo que

para $K = 2$ y adicionalmente se rotará el prisma 180° . Por último, para $K = 4$ se utilizarán los cuatro ángulos $\varphi = 0, 90, 180, 270$.

4.2. RECONSTRUCCIONES ESPACIALES

El objetivo de este experimento es analizar los resultados espaciales obtenidos mediante el sistema SCCSI de múltiple captura. Adicionalmente, estos resultados son comparados con la base de datos original, así como con reconstrucciones obtenidas a partir de mediciones CASSI. La Figura 4.4 presenta los resultados obtenidos.

Figura 4.4: PSNR promedio en función del número de capturas para SCCSI usando 2, 4, 6 y 8 colores. Los resultados son comparados con las reconstrucciones obtenidas a partir de mediciones CASSI.



En la Figura 4.4 se puede apreciar que en general, el sistema SCCSI de múltiple captura proporciona un ganancia de hasta 5 dB en PSNR con respecto al sistema CASSI. Específicamente, si se comparan los dos sistemas para $K = 4$ capturas, se puede observar que con el sistema SCCSI con 8 colores se obtiene una ganancia de hasta 3 dB respecto a CASSI. Adicionalmente, se observa que dicha configuración de SCCSI supera a CASSI incluso cuando éste realiza más de cinco capturas. Sin embargo, en este experimento específico, se observa que al utilizar dos colores en el sistema SCCSI no se obtiene ganancia respecto a CASSI para $K > 1$.

A continuación, se muestra el cubo de datos reconstruido a partir de las muestras comprimidas obtenidas en ambos sistemas, para $K = 1, 2, 3, 4$. Se presenta una versión ampliada de cinco bandas espectrales de la imagen multispectral reconstruida para el sistema CASSI y SCCSI de múltiple captura con 2, 4, 6 y

8 colores. Específicamente, se presentan las bandas espectrales con longitudes de onda de 462 nm, 512 nm, 562 nm y 612 nm junto con los respectivos valores de PSNR. En las Figuras 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8 se muestran los resultados obtenidos para $K = 1, 2, 3, 4$ respectivamente. Adicionalmente, la Figura 4.9 muestra una representación RGB de las reconstrucciones anteriores, así como el PSNR promedio de todas las bandas espectrales para cada caso.

En las Figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, se puede observar que con sólo dos capturas, las bandas espectrales de la imagen obtenida con el sistema SCCSI de múltiple captura presentan un mayor nivel de detalles que los resultados obtenidos con CASSI. Así mismo, los resultados obtenidos para el sistema SCCSI con 4, 6 y 8 colores, realizando hasta cuatro capturas, presentan un mayor nivel de detalles que el sistema CASSI. Esto también se puede evidenciar en la Figura 4.9, donde con solo $K = 2$ capturas y 6 colores, el sistema SCCSI de múltiple captura logra superar al sistema CASSI para $K = 4$ capturas.

En general el experimento realizado muestra que el sistema SCCSI de múltiple captura presenta un desempeño mejor en comparación con el sistema CASSI. Adicionalmente, es posible observar que a medida que aumenta el número de colores utilizados se obtiene mayor ganancia en términos de PSNR. Sin embargo, para más de 6 colores la ganancia no aumenta significativamente.

Figura 4.5: Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando una única captura en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.

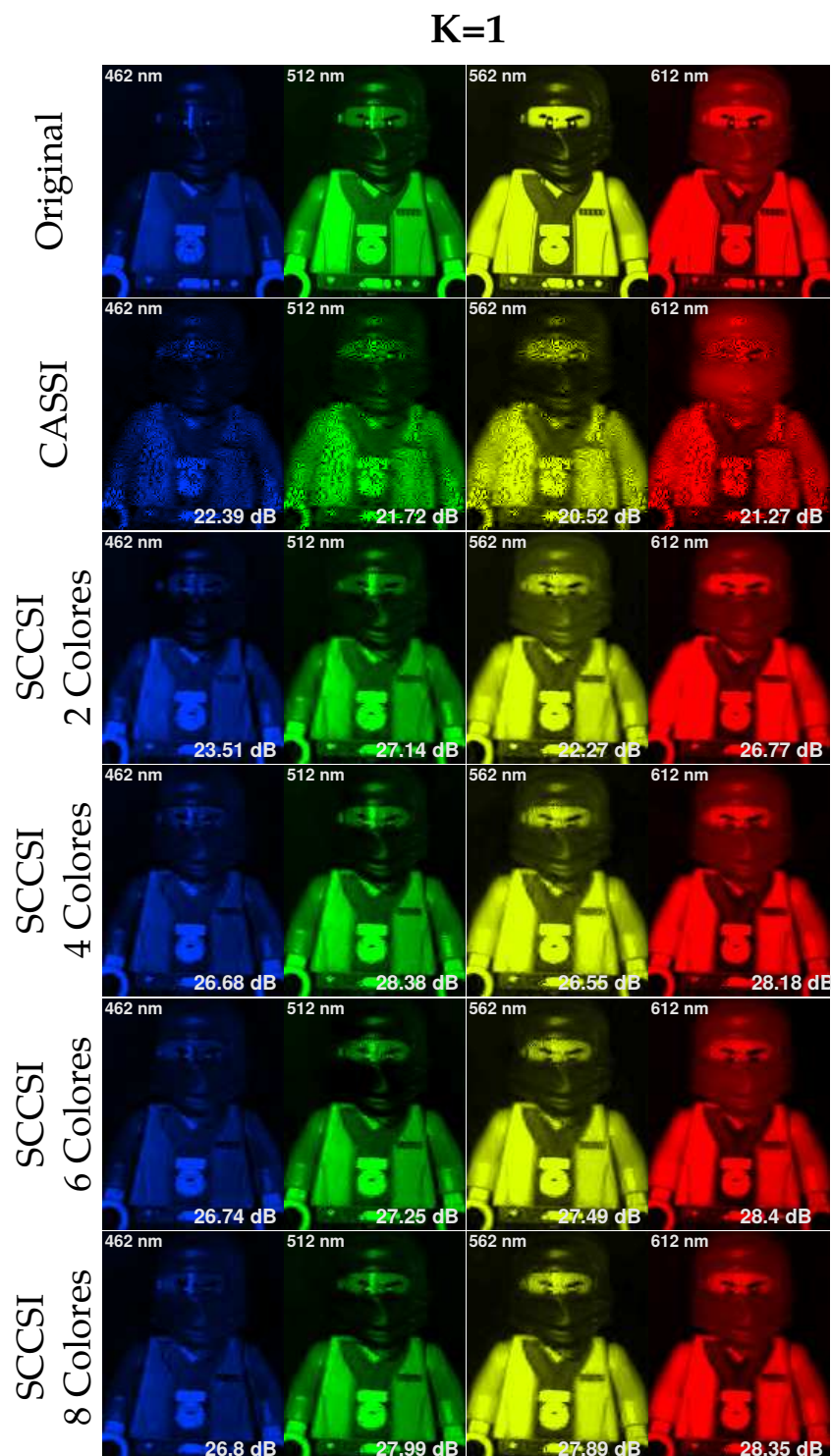


Figura 4.6: Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando dos capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.

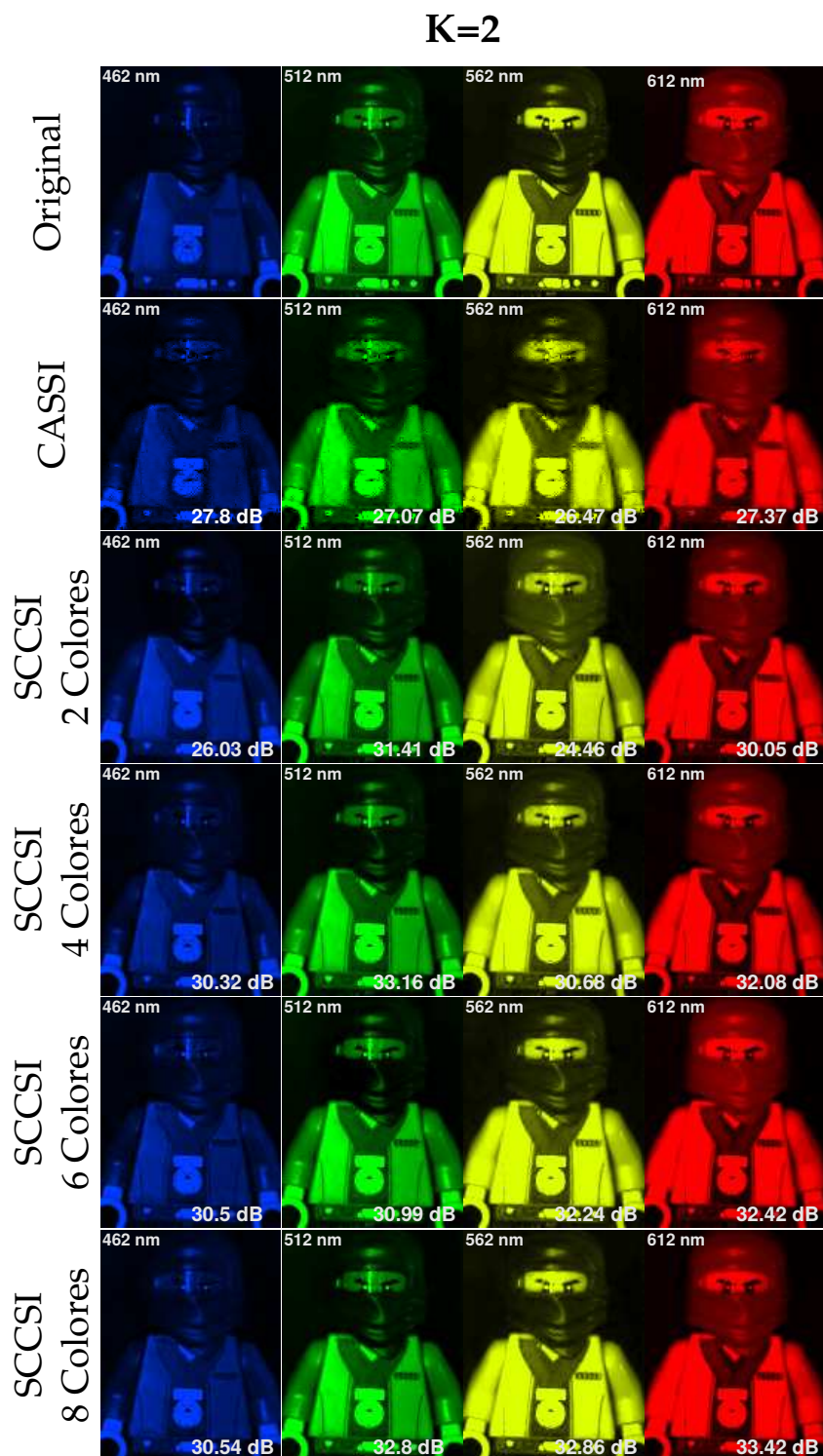


Figura 4.7: Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando tres capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.

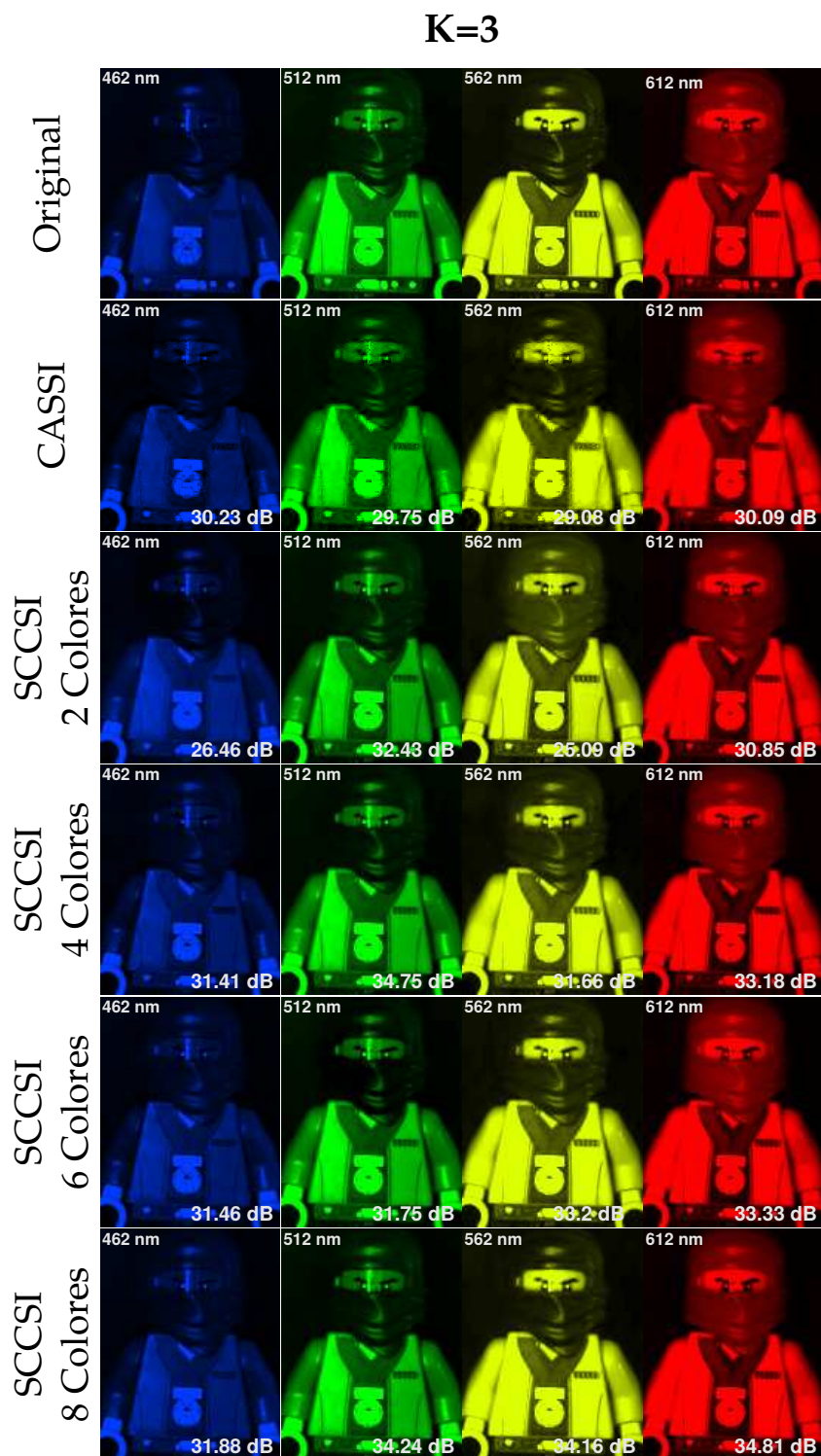


Figura 4.8: Reconstrucción del cubo de datos de la Figura 4.1 para una selección de bandas espectrales realizando cuatro capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.

K=4

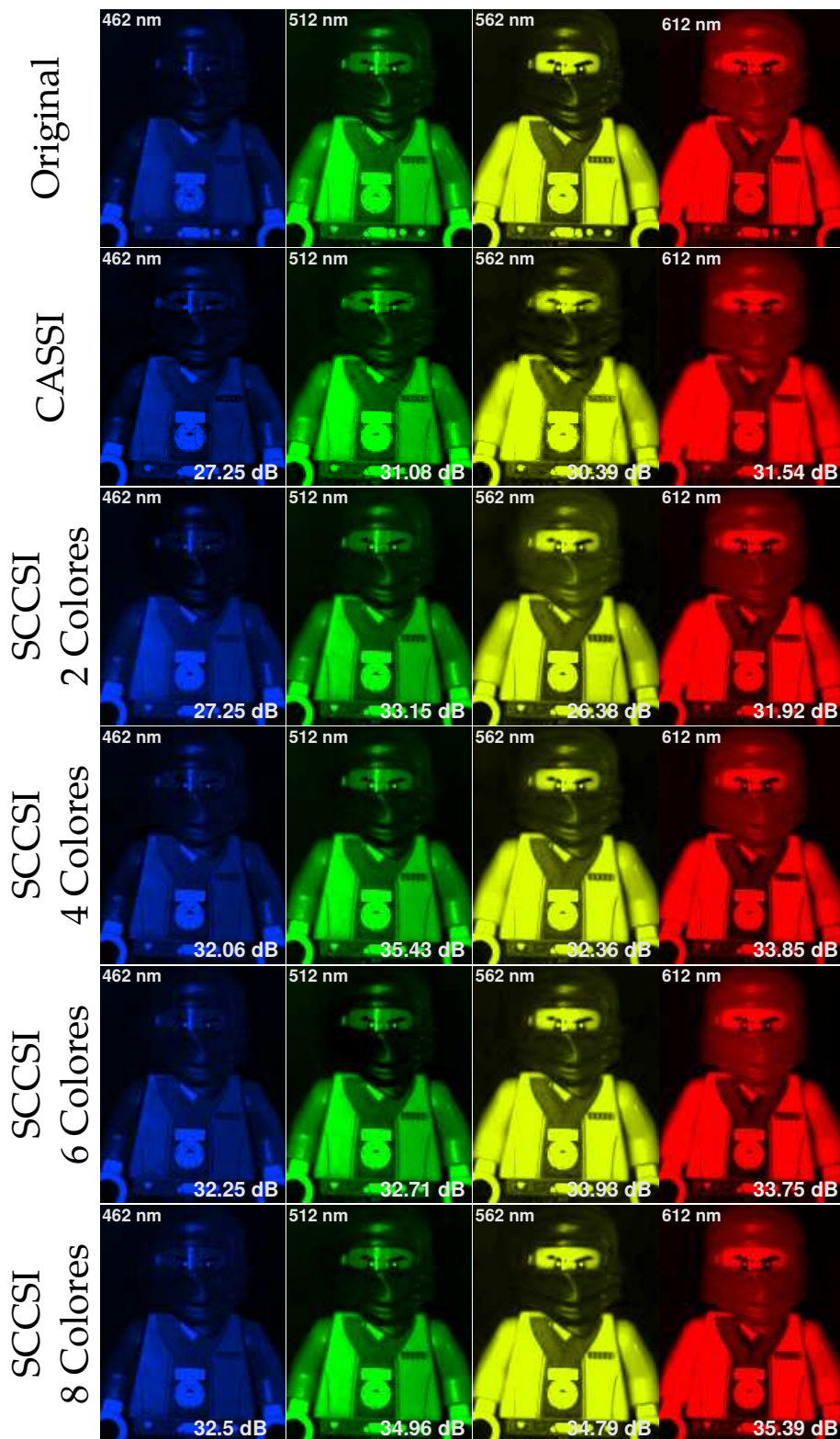
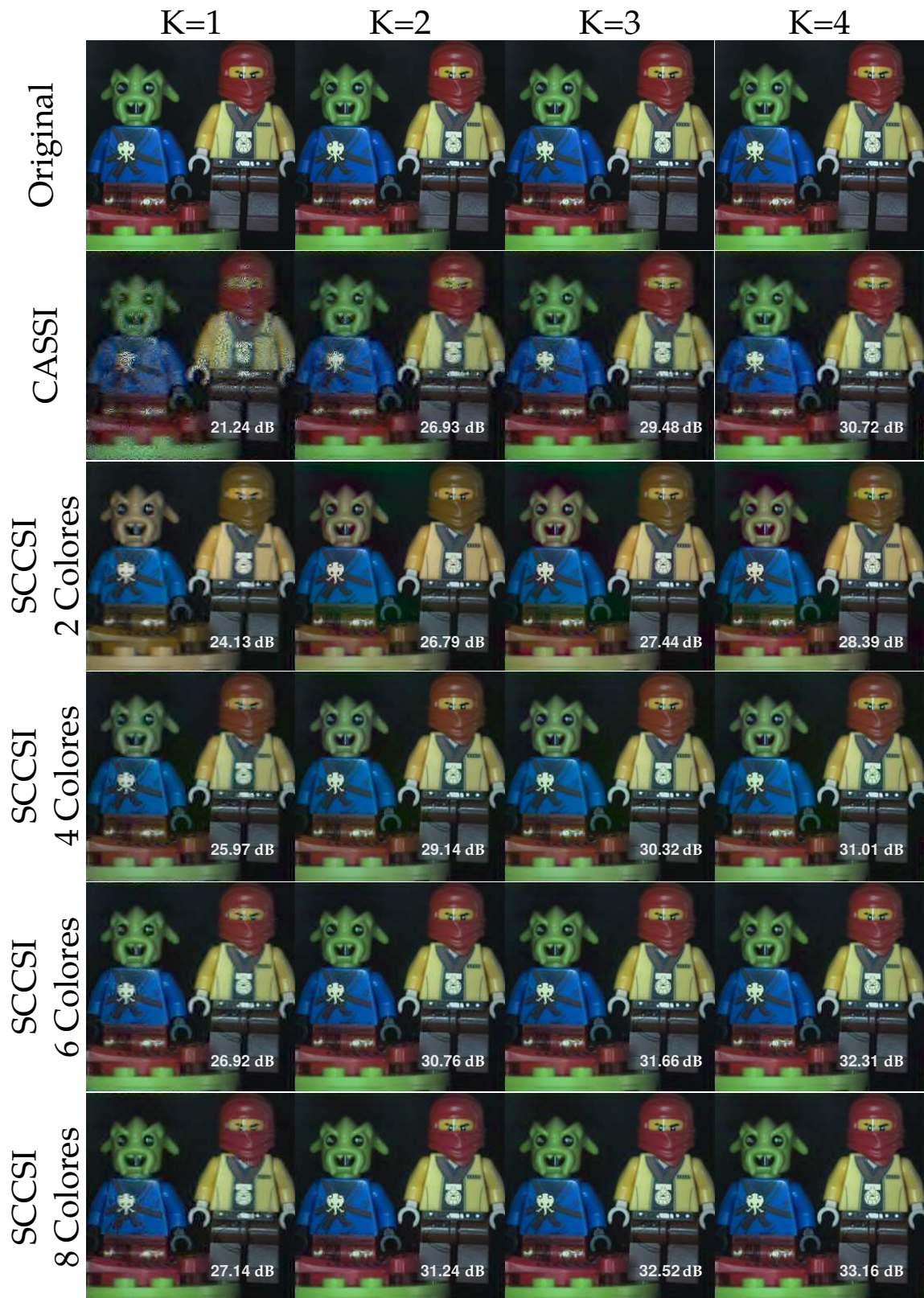


Figura 4.9: Representación RGB de las reconstrucciones obtenidas para el cubo de datos de la Figura 4.1, variando el número de capturas en CASSI y SCCSI para 2, 4, 6 y 8 colores.



4.3. RECONSTRUCCIONES ESPECTRALES

Con el objetivo de verificar la precisión del sistema SCCSI de múltiple captura propuesto, el siguiente experimento busca comparar las firmas espectrales de las reconstrucciones obtenidas con el espectro original. Específicamente, en las Figuras 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13, se presentan los resultados al comparar la firma espectral de tres puntos espaciales del cubo de datos con las reconstrucciones para el sistema SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores y el sistema CASSI usando $K = 1, 2, 3, 4$.

En general, los resultados muestran que el sistema SCCSI de múltiple captura presenta una mejor aproximación espectral que el sistema CASSI. Adicionalmente, a medida que se aumenta el número de capturas, las firmas espectrales del sistema SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores se acercan mas al espectro original que el sistema CASSI. Por otro lado, se observó una mejor aproximación al espectro original cuando se usan 4 o 6 colores.

Figura 4.10: Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando una única captura.

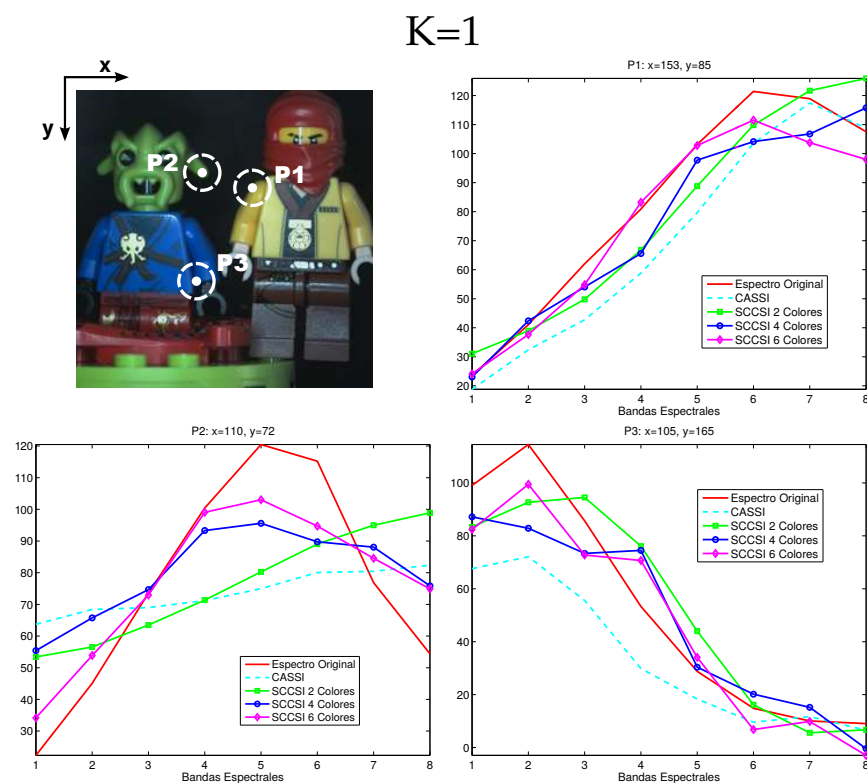


Figura 4.11: Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando dos capturas.

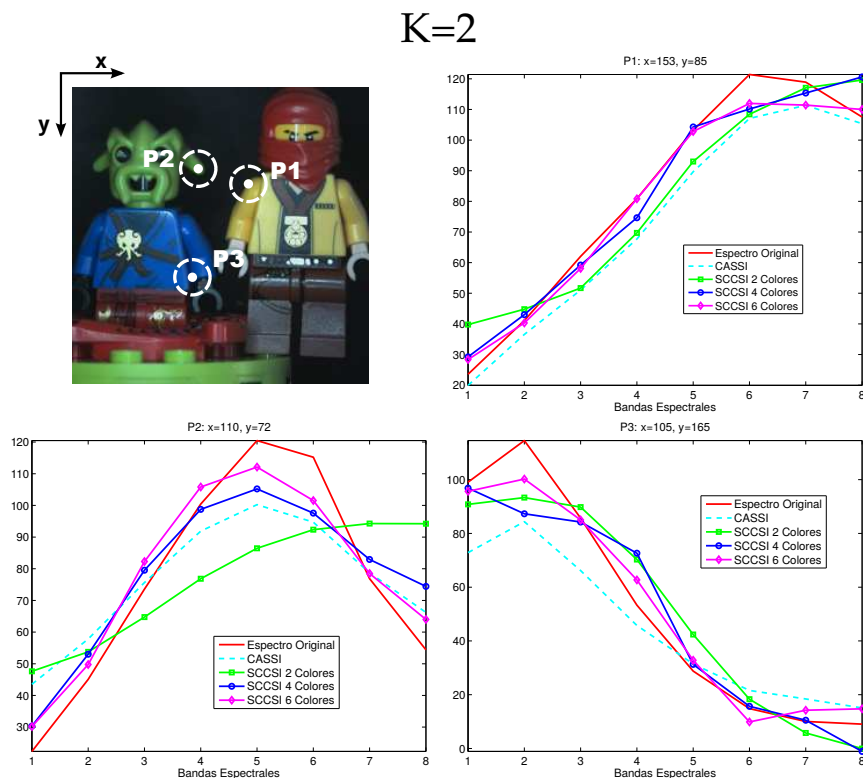


Figura 4.12: Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando tres capturas.

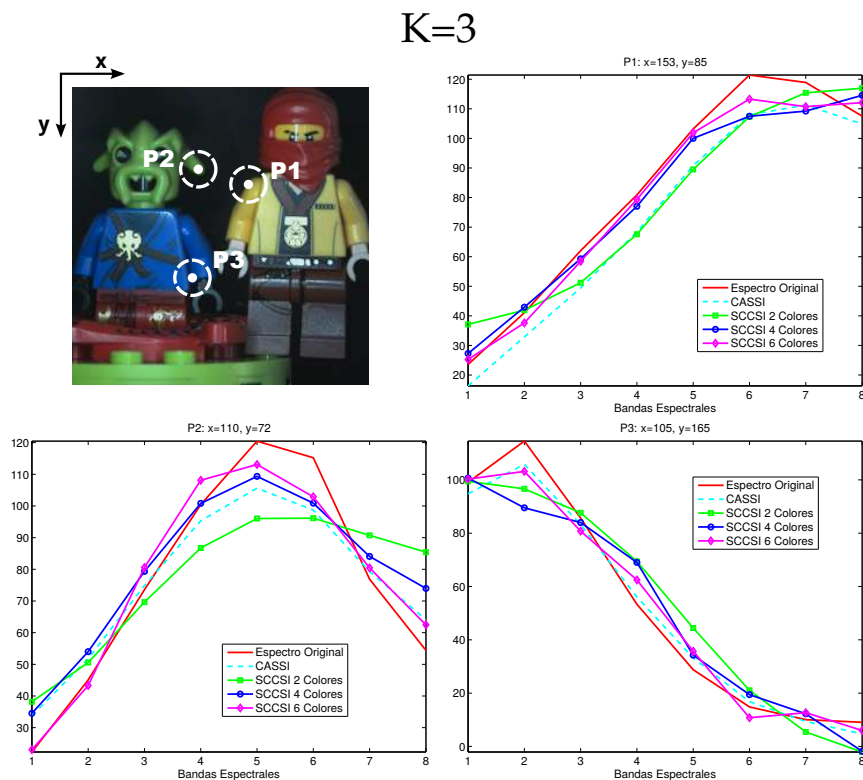
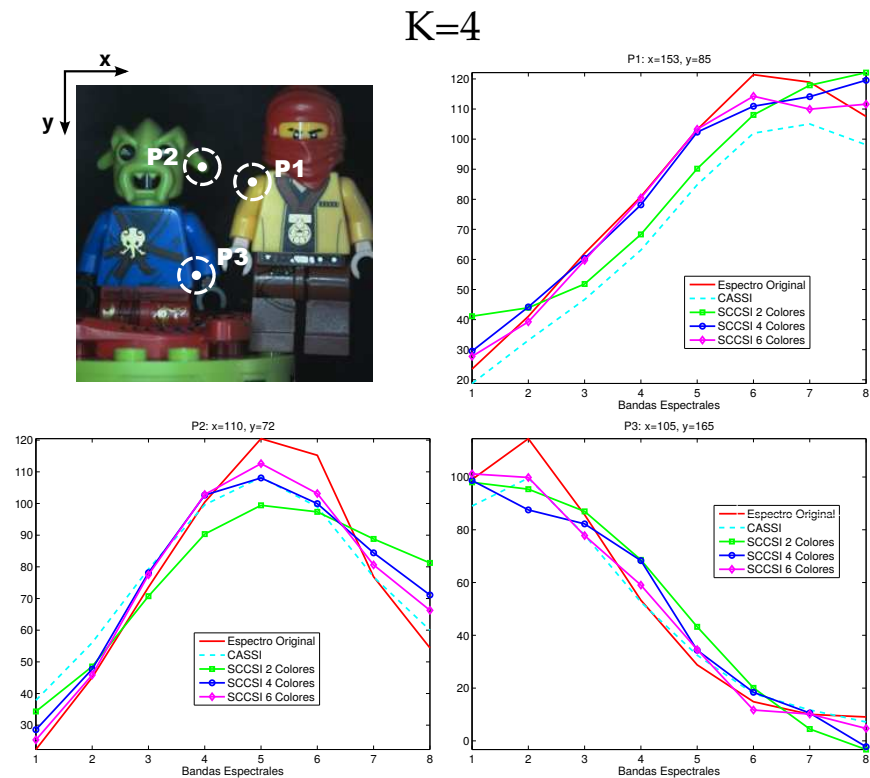


Figura 4.13: Firmas espectrales obtenidas para el sistema CASSI, y SCCSI de múltiple captura con 2, 4 y 6 colores realizando cuatro capturas.



5. CONCLUSIONES

El modelo matemático y matricial para realizar múltiples capturas con la arquitectura SCCSI ha sido desarrollado. El modelo presentado, hace uso del elemento dispersivo de la arquitectura SCCSI para dirigir la dispersión de la imagen multispectral de entrada hacia distintas zonas del detector en donde la información espectral de la imagen es codificada por la matriz de filtros ópticos y captada en el sensor. Si bien el elemento dispersivo puede ser rotado en cualquier ángulo para la adquisición de múltiples tomas, en éste trabajo se presentó el modelo matemático y matricial únicamente para los ángulos de rotación 0° , 90° , 180° y 270° . Se analizó el efecto de dispersión producido por el elemento dispersivo para cada ángulo de rotación mencionado y se desarrolló un modelo matricial basado en éste análisis. Además, se desarrolló un procedimiento computacional para simular el proceso de adquisición de imágenes multiespectrales, obteniendo diferentes medidas comprimidas para cada rotación del elemento dispersivo, y se utilizó un algoritmo de CS para resolver el problema inverso de reconstrucción. Los resultados obtenidos fueron comparados con la arquitectura CASSI del estado del arte.

Las simulaciones muestran un aumento significativo en la calidad de detalles de reconstrucción de una imagen multiespectral, cuando se aumenta el número de capturas. Específicamente, una ganancia de hasta 7 dB es obtenida cuando se compara el sistema SCCSI de múltiple captura, realizando cuatro capturas, con el sistema SCCSI de única captura utilizando cuatro colores en el detector. Adicionalmente, con el sistema SCCSI de múltiple captura se obtiene una ganancia de hasta 5 dB en PSNR con respecto al sistema CASSI. Específicamente, si se realizan cuatro capturas con el sistema SCCSI utilizando 8 colores, se obtiene una ganancia de hasta 3 dB respecto a CASSI. Además, el sistema SCCSI con dicha configuración supera a CASSI incluso cuando éste realiza mas de cinco capturas.

Referencias

- [1] Richard M Levenson and James R Mansfield. Multispectral imaging in biology and medicine: slices of life. *Cytometry part A*, 69(8):748–758, 2006.
- [2] Roger A Schultz, Thomas Nielsen, Jeff R Zavaleta, Raynal Ruch, Robert Wyatt, and Harold R Garner. Hyperspectral imaging: a novel approach for microscopic analysis. *Cytometry*, 43(4):239–247, 2001.
- [3] Anna Pelagotti, Andrea Del Mastio, Alessia De Rosa, and Alessandro Piva. Multispectral imaging of paintings. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 25(4):27–36, 2008.
- [4] José M Bioucas-Dias, Antonio Plaza, Gustavo Camps-Valls, Paul Scheunders, Nasser M Nasrabadi, and Jocelyn Chanussot. Hyperspectral remote sensing data analysis and future challenges. *Geoscience and Remote Sensing Magazine, IEEE*, 1(2):6–36, 2013.
- [5] Yongliang Liu, Yud-Ren Chen, Chien Y Wang, Diane E Chan, and Moon S Kim. Development of a simple algorithm for the detection of chilling injury in cucumbers from visible/near-infrared hyperspectral imaging. *Applied spectroscopy*, 59(1):78–85, 2005.
- [6] Diwan P Ariana and Renfu Lu. Quality evaluation of pickling cucumbers using hyperspectral reflectance and transmittance imaging—part ii. performance of a prototype. *Sensing and Instrumentation for Food Quality and Safety*, 2(3):152–160, 2008.
- [7] P Rajkumar, N Wang, G Elmasry, GSV Raghavan, and Y Gariepy. Studies on banana fruit quality and maturity stages using hyperspectral imaging. *Journal of Food Engineering*, 108(1):194–200, 2012.
- [8] Renfu Lu. Detection of bruises on apples using near-infrared hyperspectral imaging. *Transactions-American Society of Agricultural Engineers*, 46(2):523–530, 2003.
- [9] Di Wu and Da-Wen Sun. Advanced applications of hyperspectral imaging technology for food quality and safety analysis and assessment: A review—part i: Fundamentals. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 19:1–14, 2013.
- [10] N Nguyen Do Trong, Mizuki Tsuta, BM Nicolaï, Josse De Baerdemaeker, and Wouter Saeys. Prediction of optimal cooking time for boiled potatoes by hyperspectral imaging. *Journal of Food Engineering*, 105(4):617–624, 2011.

-
- [11] Robert O Green, Michael L Eastwood, Charles M Sarture, Thomas G Chrien, Mikael Aronsson, Bruce J Chippendale, Jessica A Faust, Betina E Pavri, Christopher J Chovit, Manuel Solis, et al. Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (aviris). *Remote Sensing of Environment*, 65(3):227–248, 1998.
- [12] Esko Herrala, Jukka T Okkonen, Timo S Hyvarinen, Mauri Aikio, and Jorma Lammasniemi. Imaging spectrometer for process industry applications. In *Optics for Productivity in Manufacturing*, pages 33–40. International Society for Optics and Photonics, 1994.
- [13] Hannah R Morris, Clifford C Hoyt, and Patrick J Treado. Imaging spectrometers for fluorescence and raman microscopy: acousto-optic and liquid crystal tunable filters. *Applied spectroscopy*, 48(7):857–866, 1994.
- [14] David L Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4):1289–1306, 2006.
- [15] Emmanuel J Candes and Terence Tao. Decoding by linear programming. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 51(12):4203–4215, 2005.
- [16] Emmanuel J Candè and Michael B Wakin. An introduction to compressive sampling. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 25(2):21–30, 2008.
- [17] David L Donoho, Yaakov Tsaig, Iddo Drori, and Jean-Luc Starck. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 58(2):1094–1121, 2012.
- [18] Emmanuel J Candes and Terence Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(12):5406–5425, 2006.
- [19] Zhongmin Wang and Gonzalo R Arce. Variable density compressed image sampling. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 19(1):264–270, 2010.
- [20] Gonzalo R Arce, David J Brady, Lawrence Carin, Henry Arguello, and David S Kittle. Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 31(1):105–115, 2014.
- [21] Mário AT Figueiredo, Robert D Nowak, and Stephen J Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, 1(4):586–597, 2007.
- [22] Claudia V Correa, Henry Arguello, and Gonzalo R Arce. Snapshot colored compressive spectral imager. *JOSA A*, 32(10):1754–1763, 2015.
- [23] Peng Ye, Henry Arguello, and Gonzalo Arce. Spectral aperture code design for multi-shot compressive spectral imaging. In *Digital Holography*

-
- and Three-Dimensional Imaging*, page DWA6. Optical Society of America, 2010.
- [24] Y Roggo, A Edmond, P Chalus, and M Ulmschneider. Infrared hyperspectral imaging for qualitative analysis of pharmaceutical solid forms. *Analytica Chimica Acta*, 535(1):79–87, 2005.
- [25] CB Singh, DS Jayas, J Paliwal, and NDG White. Detection of insect-damaged wheat kernels using near-infrared hyperspectral imaging. *Journal of Stored Products Research*, 45(3):151–158, 2009.
- [26] Alexey Castrodad, Zhengming Xing, John Greer, Edward Bosch, Lawrence Carin, and Guillermo Sapiro. Discriminative sparse representations in hyperspectral imagery. In *Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on*, pages 1313–1316. IEEE, 2010.
- [27] Farid Melgani and Lorenzo Bruzzone. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 42(8):1778–1790, 2004.
- [28] Emma Underwood, Susan Ustin, and Deanne DiPietro. Mapping nonnative plants using hyperspectral imagery. *Remote Sensing of Environment*, 86(2):150–161, 2003.
- [29] David T Dicker, Jeremy Lerner, Pat Van Belle, DuPont Guerry, 4th, Meenhard Herlyn, David E Elder, and Wafik S El-Deiry. Differentiation of normal skin and melanoma using high resolution hyperspectral imaging. *Cancer biology & therapy*, 5(8):1033–1038, 2006.
- [30] Georgios N Stamatias, Costas J Balas, and Nikiforos Kollias. Hyperspectral image acquisition and analysis of skin. In *Biomedical Optics 2003*, pages 77–82. International Society for Optics and Photonics, 2003.
- [31] Ariolfo Camacho-Velasco, Cesar Augusto Vargas-García, Fernando Antonio Rojas-Morales, Sergio Fernando Castillo-Castelblanco, and Henry Arguello-Fuentes. Aplicaciones y retos del sensado remoto hiperespectral en la geología colombiana. *Facultad de Ingeniería*, 24(40):17–29, 2015.
- [32] Guolan Lu and Baowei Fei. Medical hyperspectral imaging: a review. *Journal of biomedical optics*, 19(1):010901–010901, 2014.
- [33] Tuan Vo-Dinh, Brian Cullum, and Paul Kasili. Development of a multispectral imaging system for medical applications. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36(14):1663, 2003.
- [34] Haida Liang. Advances in multispectral and hyperspectral imaging for archaeology and art conservation. *Applied Physics A*, 106(2):309–323, 2012.
- [35] Chein-I Chang. *Hyperspectral imaging: techniques for spectral detection and classification*, volume 1. Springer Science & Business Media, 2003.

-
- [36] Gary A Shaw and Hsiao-hua K Burke. Spectral imaging for remote sensing. *Lincoln Laboratory Journal*, 14(1):3–28, 2003.
- [37] Yuval Garini, Ian T Young, and George McNamara. Spectral imaging: principles and applications. *Cytometry Part A*, 69(8):735–747, 2006.
- [38] AA Gowen, CPo O'Donnell, PJ Cullen, G Downey, and JM Frias. Hyperspectral imaging—an emerging process analytical tool for food quality and safety control. *Trends in Food Science & Technology*, 18(12):590–598, 2007.
- [39] D Kittle. *Compressive spectral imaging*. PhD thesis, Duke University, Durham, North Carolina, USA, 2010.
- [40] Nathan Hagen and Michael W Kudenov. Review of snapshot spectral imaging technologies. *Optical Engineering*, 52(9):090901–090901, 2013.
- [41] Ashwin Ashok Wagadarikar. *Compressive spectral and coherence imaging*. PhD thesis, Duke University, 2010.
- [42] Pantazis Mouroulis, Robert O Green, and Thomas G Chrien. Design of pushbroom imaging spectrometers for optimum recovery of spectroscopic and spatial information. *Applied Optics*, 39(13):2210–2220, 2000.
- [43] Pantazis Mouroulis and Michael M McKerns. Pushbroom imaging spectrometer with high spectroscopic data fidelity: experimental demonstration. *Optical Engineering*, 39(3):808–816, 2000.
- [44] William L Wolfe. *Introduction to imaging spectrometers*, volume 25. SPIE Press, 1997.
- [45] Andrew D Meigs, Eugene W Butler, Bernard A Jones, Leonard John Otten III, R Glenn Sellar, and Bruce Rafert. Airborne visible hyperspectral imaging spectrometer: optical and system-level description. In *SPIE's 1996 International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, pages 278–284. International Society for Optics and Photonics, 1996.
- [46] Clair L Wyatt. Infrared spectrometer: Liquid-helium-cooled rocketborne circular-variable filter. *Applied optics*, 14(12):3086–3091, 1975.
- [47] PJ Miller. Use of tunable liquid crystal filters to link radiometric and photometric standards. *Metrologia*, 28(3):145, 1991.
- [48] Ross D Shonat, Elliot S Wachman, Wen-hua Niu, Alan P Koretsky, and Daniel L Farkas. Near-simultaneous hemoglobin saturation and oxygen tension maps in the mouse cortex during amphetamine stimulation. In *Oxygen Transport to Tissue XX*, pages 149–158. Springer, 1998.
- [49] Xiaohu Gao, Yuanyuan Cui, Richard M Levenson, Leland WK Chung, and Shuming Nie. In vivo cancer targeting and imaging with semiconductor quantum dots. *Nature biotechnology*, 22(8):969–976, 2004.

-
- [50] William R Johnson, Daniel W Wilson, Wolfgang Fink, Mark Humayun, and Greg Bearman. Snapshot hyperspectral imaging in ophthalmology. *Journal of biomedical optics*, 12(1):014036–014036, 2007.
- [51] Amicia D Elliott, Liang Gao, Alessandro Ustione, Noah Bedard, Robert Kester, David W Piston, and Tomasz S Tkaczyk. Real-time hyperspectral fluorescence imaging of pancreatic β -cell dynamics with the image mapping spectrometer. *Journal of cell science*, 125(20):4833–4840, 2012.
- [52] Curtis E Volin, Bridget K Ford, Michael R Descour, John P Garcia, Daniel W Wilson, Paul D Maker, and Gregory H Bearman. High-speed spectral imager for imaging transient fluorescence phenomena. *Applied optics*, 37(34):8112–8119, 1998.
- [53] E Keith Hege, Dan O’Connell, William Johnson, Shridhar Basti, and Eustace L Dereniak. Hyperspectral imaging for astronomy and space surveillance. In *Optical Science and Technology, SPIE’s 48th Annual Meeting*, pages 380–391. International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [54] Liang Gao, Robert T Kester, Nathan Hagen, and Tomasz S Tkaczyk. Snapshot image mapping spectrometer (ims) with high sampling density for hyperspectral microscopy. *Optics express*, 18(14):14330–14344, 2010.
- [55] Andrew Bodkin, Andrew Sheinis, and Adam Norton. Hyperspectral imaging systems, September 6 2005. US Patent App. 11/220,016.
- [56] Andrew R Harvey, David W Fletcher-Holmes, Sean S Kudesia, and Ciaran Beggan. Imaging spectrometry at visible and infrared wavelengths using image replication. In *European Symposium on Optics and Photonics for Defence and Security*, pages 190–198. International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [57] Bert Geelen, Murali Jayapala, Nicolaas Tack, and Andy Lambrechts. Low-complexity image processing for a high-throughput low-latency snapshot multispectral imager with integrated tiled filters. In *SPIE Defense, Security, and Sensing*, pages 87431E–87431E. International Society for Optics and Photonics, 2013.
- [58] Jason M Eichenholz and John Dougherty. Ultracompact fully integrated megapixel multispectral imager. In *SPIE OPTO: Integrated Optoelectronic Devices*, pages 721814–721814. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [59] Yuri Murakami, Masahiro Yamaguchi, and Nagaaki Ohyama. Hybrid-resolution multispectral imaging using color filter array. *Optics express*, 20(7):7173–7183, 2012.
- [60] David J Brady. *Optical imaging and spectroscopy*. John Wiley & Sons, 2009.

-
- [61] Rebecca M Willett, Roummel F Marcia, and Jonathan M Nichols. Compressed sensing for practical optical imaging systems: a tutorial. *Optical Engineering*, 50(7):072601–072601, 2011.
- [62] Wai Lam Chan, Kriti Charan, Dharmpal Takhar, Kevin F Kelly, Richard G Baraniuk, and Daniel M Mittleman. A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing. *Applied Physics Letters*, 93(12):121105, 2008.
- [63] Marco F Duarte and Richard G Baraniuk. Kronecker compressive sensing. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 21(2):494–504, 2012.
- [64] Emmanuel J Candès et al. Compressive sampling. In *Proceedings of the international congress of mathematicians*, volume 3, pages 1433–1452. Madrid, Spain, 2006.
- [65] Yaakov Tsaig and David L Donoho. Extensions of compressed sensing. *Signal processing*, 86(3):549–571, 2006.
- [66] Emmanuel J Candes and Justin Romberg. Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions. *Foundations of Computational Mathematics*, 6(2):227–254, 2006.
- [67] Leyuan Fang, Shutao Li, Ryan P McNabb, Qing Nie, Anthony N Kuo, Cynthia Toth, Joseph Izatt, Sina Farsiu, et al. Fast acquisition and reconstruction of optical coherence tomography images via sparse representation. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 32(11):2034–2049, 2013.
- [68] Michael Lustig, David Donoho, and John M Pauly. Sparse mri: The application of compressed sensing for rapid mr imaging. *Magnetic resonance in medicine*, 58(6):1182–1195, 2007.
- [69] Vincent Studer, Jérôme Bobin, Makhlad Chahid, Hamed Shams Mousavi, Emmanuel Candes, and Maxime Dahan. Compressive fluorescence microscopy for biological and hyperspectral imaging. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(26):E1679–E1687, 2012.
- [70] Ashwin Wagadarikar, Renu John, Rebecca Willett, and David Brady. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging. *Applied optics*, 47(10):B44–B51, 2008.
- [71] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Rank minimization code aperture design for spectrally selective compressive imaging. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 22(3):941–954, 2013.
- [72] Henry Arguello, Hoover Rueda, Yuehao Wu, Dennis W Prather, and Gonzalo R Arce. Higher-order computational model for coded aperture spectral imaging. *Applied Optics*, 52(10):D12–D21, 2013.

-
- [73] Henry Arguello, Claudia V Correa, and Gonzalo R Arce. Fast lapped block reconstructions in compressive spectral imaging. *Applied Optics*, 52(10):D32–D45, 2013.
- [74] Henry Arguello, Hoover F Rueda, and Gonzalo R Arce. Spatial super-resolution in code aperture spectral imaging. In *SPIE Defense, Security, and Sensing*, pages 83650A–83650A. International Society for Optics and Photonics, 2012.
- [75] Emmanuel Candes and Justin Romberg. Sparsity and incoherence in compressive sampling. *Inverse problems*, 23(3):969, 2007.
- [76] David L Donoho and Xiaoming Huo. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 47(7):2845–2862, 2001.
- [77] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Restricted isometry property in coded aperture compressive spectral imaging. In *Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2012 IEEE*, pages 716–719. IEEE, 2012.
- [78] Nathan Hagen and Tomasz S Tkaczyk. Compound prism design principles, i. *Applied optics*, 50(25):4998–5011, 2011.
- [79] MVRK Murty and AL Narasimham. Some new direct vision dispersion prism systems. *Applied optics*, 9(4):859–862, 1970.
- [80] Jiao Feng, Xiaojing Fang, Xun Cao, Chenguang Ma, Qionghai Dai, Hongbo Zhu, and Yongjin Wang. Advanced hyperspectral video imaging system using amici prism. *Optics express*, 22(16):19348–19356, 2014.
- [81] Emmanuel J Candès, Justin Romberg, and Terence Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(2):489–509, 2006.
- [82] Richard G Baraniuk. Compressive sensing. *IEEE signal processing magazine*, 24(4), 2007.
- [83] Joel Tropp, Stephen J Wright, et al. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems. *Proceedings of the IEEE*, 98(6):948–958, 2010.
- [84] Joel Tropp, Anna C Gilbert, et al. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 53(12):4655–4666, 2007.
- [85] DL Donoho, Y Tsaig, I Drori, and JL Starck. Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit 2006. *Preprint*, 2006.

-
- [86] Deanna Needell and Joel A Tropp. Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 26(3):301–321, 2009.
- [87] Stephen J Wright, Robert D Nowak, and Mário AT Figueiredo. Sparse reconstruction by separable approximation. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 57(7):2479–2493, 2009.
- [88] José M Bioucas-Dias and Mário AT Figueiredo. A new twist: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(12):2992–3004, 2007.
- [89] Shihao Ji, Ya Xue, and Lawrence Carin. Bayesian compressive sensing. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 56(6):2346–2356, 2008.
- [90] Rick Chartrand. Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization. *Signal Processing Letters, IEEE*, 14(10):707–710, 2007.
- [91] Alan Miller. *Subset selection in regression*. CRC Press, 2002.
- [92] Ashwin A Wagadarikar, Nikos P Pitsianis, Xiaobai Sun, and David J Brady. Spectral image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers. In *Optical Engineering+ Applications*, pages 707602–707602. International Society for Optics and Photonics, 2008.
- [93] H Angus Macleod. *Thin-film optical filters*. CRC Press, 2010.
- [94] Peter Favreau, Clarissa Hernandez, Ashley Stringfellow Lindsey, Diego F Alvarez, Thomas Rich, Prashant Prabhat, and Silas J Leavesley. Thin-film tunable filters for hyperspectral fluorescence microscopy. *Journal of biomedical optics*, 19(1):011017–011017, 2014.
- [95] PA Stupar, RL Borwick III, JF DeNatale, PH Kobrin, and WJ Gunning. Mems tunable fabry-perot filters with thick, two sided optical coatings. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2009. TRANSDUCERS 2009. International*, pages 1357–1360. IEEE, 2009.
- [96] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Colored coded aperture design by concentration of measure in compressive spectral imaging. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 23(4):1896–1908, 2014.
- [97] David Kittle, Kerkil Choi, Ashwin Wagadarikar, and David J Brady. Multiframe image estimation for coded aperture snapshot spectral imagers. *Applied Optics*, 49(36):6824–6833, 2010.
- [98] Henry Arguello and Gonzalo R Arce. Code aperture optimization for spectrally agile compressive imaging. *JOSA A*, 28(11):2400–2413, 2011.
- [99] Henry Arguello and Gonzalo Arce. Spectrally selective compressive imaging by matrix system analysis. In *Computational Optical Sensing and Imaging*, pages CM4B–5. Optical Society of America, 2012.

-
- [100] Yuehao Wu, Iftekhar O Mirza, Gonzalo R Arce, and Dennis W Prather. Development of a digital-micromirror-device-based multishot snapshot spectral imaging system. *Optics letters*, 36(14):2692–2694, 2011.