

SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO  
D.C. NO LINEAL MEDIANTE UNA ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

AUTOR:  
JORGE MARIO CRUZ DUARTE

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCO MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA

2012

SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO  
D.C. NO LINEAL MEDIANTE UNA ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

AUTOR:  
JORGE MARIO CRUZ DUARTE

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO  
ELECTRÓNICO

CARLOS RODRIGO CORREA CELY, PHD.  
DIRECTOR TRABAJO DE GRADO

IVÁN MAURICIO AMAYA CONTRERAS, PHD(C).  
CODIRECTOR TRABAJO DE GRADO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCO MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA

2012

Si quieres aprender algo realmente, prográmalo o explícalo.

¿Agradecimientos? infinitos a mis padres, que me han forjado como espada de acero Valyrio, rehúso a las convocatorias indígenas y poco inteligentes de la región.

Dos doctores, verdaderos doctores, el profesor Rodrigo Correa e Iván Amaya, grandes amigos, académicos y excelentes directores, quienes me enseñaron el agradable mundo de la producción intelectual.

A mis compañeros de aventuras, SamFisher, VaanH, DamnSheep y GertrudizMaría, agradezco aquellos agradables momentos.

A Erú Ilúvatar, Brahama, Akatosh, Zeus, Jah o cualquier tipo de dios en el universo que vele consciente o inconsciente el trágico caminar de la humanidad.

## TABLA DE CONTENIDO

Introducción .....	13
1. Descripción del trabajo de grado.....	15
1.1. Objetivo general .....	15
1.2. Objetivos específicos .....	15
2. Fundamentación teórica.....	16
2.1. Estrategia de optimización .....	16
2.1.1. Teorema: Raíces Reales [4] .....	17
2.2. Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) .....	18
2.3. Optimización por Enjambre de Partículas Unificado (UPSO).....	20
2.4. Newton Raphson Multidimensional (NRM) .....	21
2.5. Estrategia de restricción basada en CFO .....	23
3. Estado del Arte.....	25
3.1. Análisis de circuitos utilizando la transformada DT .....	25
3.2. Ubicación óptima de condensadores en un SD .....	26
3.3. Métodos de solución de circuitos electrónicos no lineales .....	27
4. Análisis y Resultados .....	28
4.1. Circuito electrónico con un diodo .....	29
4.2. Circuito electrónico con dos diodos.....	35
4.3. Circuito electrónico con un diodo y un transistor: conversor Buck .....	40
5. Conclusiones.....	52
6. Recomendaciones y observaciones.....	53
Bibliografía.....	54

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Circuito con un elemento no lineal.....	29
Figura 2. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (22).....	31
Figura 3. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (22). ....	32
Figura 4. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (22). ....	33
Figura 5. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (22). ....	33
Figura 6. Circuito 2. Topología con dos elementos no lineales.....	35
Figura 7. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (25).....	37
Figura 8. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y el dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (25). ....	37
Figura 9. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (25). ....	38
Figura 10. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (25). ....	38
Figura 11. Circuito DC-DC Buck. ....	40
Figura 12. Circuito DC-DC Buck, esquema en estado estable. ....	41
Figura 13. Circuito DC-DC Buck con lazos adicionales en la carga.....	43
Figura 14. Distancia Euclídea normalizada de los algoritmos implementados, respecto a los valores teóricos.....	50

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Trabajos de grado 2011-2012.....	12
Tabla 2. Especificaciones del hardware usado para las pruebas. ....	28
Tabla 3. Parámetros del circuito electrónico con un diodo.....	30
Tabla 4. Resumen de datos obtenidos. ....	34
Tabla 5. Parámetros del circuito con dos diodos. ....	36
Tabla 6. Resumen de datos obtenidos. ....	39
Tabla 7. Parámetros del circuito Buck modificado. ....	44
Tabla 8. Valores teóricos de las tensiones de nodo.....	46
Tabla 9. Tensiones de nodo obtenidas usando PSO.....	47
Tabla 10. Tensiones de nodo obtenidas usando UPSO. ....	48
Tabla 11. Tensiones de nodo obtenidas usando NRM. ....	49
Tabla 12. Distancia Euclídea Normalizada y precisión alcanzada por cada método. .....	51
Tabla 13. Iteraciones y tiempo empleado por cada método. ....	51

## RESUMEN

TÍTULO: SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO D.C. NO LINEAL MEDIANTE UNA ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN\*

AUTOR: JORGE MARIO CRUZ DUARTE†

PALABRAS CLAVE: circuito electrónico D.C. no lineal, Newton Raphson multidimensional, NRM, optimización, optimización por enjambre de partículas, PSO, solución modelo, optimización por enjambre de partículas unificado, UPSO.

CONTENIDO: El presente documento tiene como objetivo mostrar una aplicación de los métodos de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) y Optimización por Enjambre de Partículas Unificado (UPSO), como alternativas de solución a modelos matemáticos que representan circuitos electrónicos de naturaleza no lineal en corriente directa, con el apoyo del Teorema de Raíces Reales, que permite la transformación del problema de solución del sistema de ecuaciones no lineales en uno de optimización. Para verificar la validez de esta estrategia se muestran tres diferentes ejemplos en circuitos electrónicos, que varían el tamaño y la cantidad de elementos no lineales que pueden contener. Se muestra una modificación al conversor tipo Buck, donde su carga es aumentada sistemáticamente con elementos no lineales. Adicionalmente, se define una restricción a los algoritmos originales, fundamentada en el algoritmo de Optimización por Fuerza Central (CFO), que permite reingresar las partículas al espacio de búsqueda válido, cuando éstas intentan fugarse. Al final, se contrastan los resultados con el método de Newton Raphson Multidimensional (NRM). Se encontró que la estrategia de optimización es una alternativa viable para la solución de circuitos no lineales, donde UPSO entregó mejores resultados, en términos de tiempo y precisión, que los alcanzados con PSO. Así mismo, y para algunos sistemas, UPSO encuentra una solución, con el mismo grado de precisión, y en menor tiempo, que NRM.

---

\* Proyecto de grado.

† Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Carlos Rodrigo Correa. Co director: Iván Mauricio Amaya.

## ABSTRACT

TITLE: SOLUTION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF A NON-LINEAR DC ELECTRONIC CIRCUIT THROUGH AN OPTIMIZATION STRATEGY<sup>‡</sup>

AUTHOR: JORGE MARIO CRUZ DUARTE<sup>§</sup>

KEY WORDS: nonlinear D.C. electronic circuit, multidimensional Newton-Raphson, NRM, optimization, particle swarm optimization, PSO, solution model, unified particle swarm optimization, UPSO.

CONTENIDO: This document shows an application of the Particle Swarm Optimization (PSO) and Unified Particle Swarm Optimization (UPSO) methods, as alternatives for solving the mathematical model that represent electronic circuits of a nonlinear nature, on direct current. This was carried out supported on the Real Roots Theorem, which allows the transformation of a solution of equations problem, into an optimization one. In order to verify the validity of the strategy, three different examples are shown, with electronic circuits that vary in size and amount of nonlinear elements that it contains. A modification of the Buck converter is shown, where its load is augmented systematically, using nonlinear elements. Moreover, a restriction over the original algorithms is defined, based on the Central Force Optimization (CFO) method, which allows the reinsertion of particles into the valid search domain, whenever these try to escape. In the end, results are compared with a traditional multidimensional Newton Raphson (NRM) approach. It was found that the optimization strategy is a viable alternative for the solution of nonlinear circuits, where UPSO delivered better results, in terms of speed and accuracy, than those provided by PSO. Likewise, and for some systems, UPSO delivered a solution, with the same precision and in less time, than NRM.

---

<sup>‡</sup> Undergraduate thesis.

<sup>§</sup> Facultad de Ingenierías Físicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Advisor: Carlos Rodrigo Correa. Co-advisor: Iván Mauricio Amaya.

## GRUPO CEMOS

### Línea de trabajo: Modelado y Optimización

La línea de modelado y optimización del grupo CEMOS se encuentra orientada hacia la evaluación de los más importantes algoritmos de optimización y fundamentalmente los basados en la inteligencia artificial y la heurística. Los siguientes son los trabajos de grado que a la fecha tienen como objetivo fortalecer esta línea, dándosele un énfasis a su aplicación en la ingeniería electrónica y eléctrica.

Tabla 1. Trabajos de grado 2011-2012

SOLUCION DEL MODELO MATEMATICO DE UN CIRCUITO ELECTRONICO COMPUESTO DE ELEMENTOS NO LINEALES MEDIANTE EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL	ROA, O; RAMIREZ, F
EVALUACION DEL METODO OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL FRENTE AL OPTIMIZADOR POR ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO EN LA SOLUCION DE ECUACIONES NO LINEALES	BARRERO, K; NAVARRO, O
ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN CIRCUITO ELECTRONICO NO LINEAL MEDIANTE LA SOLUCION DE SU MODELO CON HARMONY SEARCH	TRASLADINO, O; GONZALES, S
APLICACION DEL METODO DE OPTIMIZACION POR FUERZA CENTRAL (CFO) AL DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNETICO OPTIMO	BAYONA, C; GONZALEZ, J
ALGORITMO HIBRIDO DEL SIMPLEX CON EL OPTIMIZADOR DE FUERZA CENTRAL (CFO)	GARCIA, J
PROPUESTA DE ESTRATEGIA PARA LA OBTENCION DE LOS PARAMETROS DEL ALGORITMO DE OPTIMIZACION POR FUERZA CENTRAL (CFO)	BUITRAGO, J
SOLUCION DE UN SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL UTILIZANDO LA ESTRATEGIA BASADA EN EL ALGORITMO HARMONY SEARCH	GALEANO, Y
IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO DE BUSQUEDA GRAVITACIONAL (GSA) PARA EL DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNETICO OPTIMO	MIRANDA, A; RUIZ, J
<b>SOLUCION DEL MODELO MATEMATICO DE UN CIRCUITO NO LINEAL EN DC, A TRAVES DE UNA ESTRATEGIA DE OPTIMIZACION</b>	<b>CRUZ, J</b>
USO DEL HIBRIDO UPSO CON EL SIMPLEX PARA OPTIMIZACION DE FUNCIONES CON RESTRICCIONES EN PROBLEMAS DE INGENIERIA ELECTRONICA	CANON, E
INTELIGENCIA COMPUTACIONAL INSPIRADA EN LA CUANTICA, APLICADA AL DISEÑO DE COMPENSADORES	HERNANDEZ, M; CORREDOR, D
OPTIMIZACION PARETO MEDIANTE EL METODO DE ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO EN PROBLEMAS DE INGENIERIA ELECTRONICA	QUIROZ, M;
IDENTIFICACION DE PARAMETROS DE UN MOTOR SINCRONO DE IMAN PERMANENTE MEDIANTE EL ALGORITMO DE LA ESPIRAL	RUTTO, A
EL METODO DE COLONIA ARTIFICIAL DE ABEJAS Y EL CRITERIO DE MINIMA ENTROPIA PARA EL DISEÑO OPTIMO DE UN DISIPADOR DE CALOR	AVILA, J
IDENTIFICACION DE SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE EL METODO DE OPTIMIZACION DE GOTA DE AGUA INTELIGENTE	CARVAJAL, L; DAVILA, D
POTENCIAL APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE GOTAS DE AGUA INTELIGENTES (GAI-IWD) EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA	ARIAS, J
CONTRASTACION DE LOS METODOS DE ENJAMBRE DE PARTICULAS UNIFICADO FRENTE AL METODO COLONIA ARTIFICIAL DE ABJEAS, EN LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS	PETRO, E; FUENTES, R.
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE EL METODO NEWTON RAPHSON Y CENTRAL FORCE OPTIMIZATION PARA EL ANALISIS DE FLUJO DE CARGAS DE UN SISTEMA DE POTENCIA	VALDERRAMA, M
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE LOS METODOS NEWTON RAPHSON Y ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) PARA EL ANALISIS DEL FLUJO DE CARGA DE UN SISTEMA DE POTENCIA	CELIS, J; RINCON, F
EVALUACION Y COMPARACION ENTRE LOS METODOS UPSO Y NEWTON-RAPHSON PARA EL ANALISIS DE FLUJO DE CARGA EN UN SISTEMA DE POTENCIA	PINZON, C; ARDILA, E
DISEÑO DE UN ABSORBEDOR ELECTROMAGNETICO MULTICAPA MEDIANTE EL METODO DE LA ESPIRAL	ORTIZ, R; GARCIA, E
SOLUCION DE LAS ECUACIONES QUE MODELAN UN CIRCUITO NO LINEAL DE CORRIENTE DIRECTA MEDIANTE EL METODO DE ESPIRAL	PORTILLA, J

## INTRODUCCIÓN

El comportamiento de un evento en la naturaleza se puede analizar de diferentes maneras. El criterio de selección para las ecuaciones que modelan el fenómeno, depende de la precisión esperada en los resultados. Un caso particular de los fenómenos físicos pertenece a la rama del electromagnetismo, donde se incluyen los sistemas electrónicos, relativamente nuevos y con un rápido desarrollo. Estos se basan, principalmente, en interconexiones de componentes que varían sus propiedades electromagnéticas y térmicas a partir de señales de la misma naturaleza. Los componentes de estos circuitos pueden ser de tipo resistivo, capacitivo o inductivo, así como también pueden existir elementos fabricados a partir de semiconductores (diodos y transistores).

Los dispositivos como capacitores y bobinas no presentan mayor complejidad en la ecuación que los describe, ya que una relación lineal y un modelo integro diferencial, respectivamente, son suficientes para un alto grado de confianza, prescindiendo del modelo no lineal generado por la variación de la temperatura, presente en todos los dispositivos electrónicos. Las características más complejas y de mayor utilidad se presentan en los fabricados con semiconductores (material capaz de variar su comportamiento de acuerdo a la polarización de tensión y temperatura, al igual que los elementos anteriormente mencionados, pero en un nivel más robusto). Por una parte, el diodo es considerado el semiconductor más sencillo, aunque su comportamiento es no lineal. Por otra, los transistores son considerados, por muchos, el mayor invento del siglo XX (debido a la revolución tecnológica que éste acarrió). Estos también presentan un comportamiento no lineal, y su modelo varía según la aplicación o análisis, donde la complejidad está relacionada de forma creciente según la precisión requerida.

Actualmente existen técnicas ampliamente usadas en la academia para el análisis de circuitos electrónicos, dentro de las que se encuentra la descripción del circuito a partir de tensiones en los nodos (siendo la de uso común por los software especializados y conocida en la academia como análisis por tensiones de nodos de Kirchhoff), con la cual se llega a un sistema de ecuaciones balanceado, ya sea de naturaleza lineal o no lineal. Para el primer caso es factible, siempre y cuando el número de expresiones no sea demasiado grande, la utilización de métodos algebraicos de solución, tales como el método de eliminación de Gauss-Jordan, la descomposición de Cholesky o la regla de Cramer, entre otros. En el segundo caso (más general y objeto de esta investigación), son necesarios los métodos numéricos, debido principalmente a la complejidad del modelo. Dichas estrategias se encuentran organizadas en dos grupos, de acuerdo a su estructura: determinísticos y estocásticos. Los primeros (por ej., Newton-Raphson), presentan algoritmos con ecuaciones rigurosamente estructuradas, mientras que los segundos se basan en expresiones con probabilidades y números aleatorios, basadas en comportamientos encontrados en la naturaleza. El enfoque de esta investigación se encuentra en los métodos PSO (Optimización por Enjambre de Partículas, de sus siglas en inglés) y UPSO (Optimización por Enjambre de Partículas Unificado, de sus siglas en inglés, siendo una variación al PSO) clasificados como métodos estocásticos. Aunque son algoritmos de optimización, pueden ser usados para la solución de sistemas de ecuaciones aplicando el teorema de raíces reales, que se mencionará más adelante.

## 1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO

El actual trabajo se encuentra acotado a la propuesta de una estrategia numérica, que permite desarrollar modelos matemáticos que involucren sistemas de ecuaciones no lineales estrechamente relacionados con la ingeniería electrónica. Adicionalmente, se realizan pruebas con tres circuitos, buscando determinar si es posible obtener una mejora en los tiempos de cómputo y precisión, al ser comparados con el método tradicional de Newton-Raphson.

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

Implementar un método estocástico de optimización, como alternativa a la solución de sistemas de ecuaciones, obtenidos a partir del modelado matemático de circuitos electrónicos dc no lineales (páginas de 22 a 36).

### 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

El cumplimiento del objetivo general del trabajo de grado comprende:

1. Mostrar las características del método PSO en la solución de sistemas de ecuaciones con respecto a sistemas tradicionales, específicamente Newton Raphson. Dichos sistemas de ecuaciones corresponden a la representación matemática del comportamiento físico de sistemas reales de ingeniería electrónica (páginas 25, 28 y 36).
2. Verificar la posible disminución en el tiempo de cómputo a medida que aumenta la tasa de convergencia (páginas 23 a 24, 27 a 28 y 36).
3. Programar una estrategia accesible y de fácil uso a personas interesadas en el análisis de sistemas de ecuaciones provenientes de sistemas físicos, ya que esta podrá requerir de pocos recursos computacionales.

## 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Durante esta sección, se abordan conceptos básicos para la correcta interpretación de los métodos usados. Inicialmente, se muestran los fundamentos necesarios para la transformación de un problema de solución en uno de optimización. Seguidamente, se presentan los métodos estocásticos de optimización (PSO y UPSO). Por último, se aborda, grosso modo, el comúnmente usado método de NRM.

Antes de realizar cualquier análisis o introducción a un método específico, ya sea de solución u optimización, se define la ecuación (1) como el problema a solucionar, descrito por un sistema de ecuaciones con el número de incógnitas  $n$  igual al número de expresiones  $m$ . Para el caso de este estudio, (1) representa el modelo matemático de un circuito electrónico no lineal. Las variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  definirán las tensiones en los nodos de cada esquema.

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

### 2.1. ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN

La estrategia de optimización se basa en la transformación de un problema de solución de un sistema de ecuaciones, en un problema de optimización. Para ello se utiliza el teorema de raíces reales que se muestra a continuación [1–3].

### 2.1.1. Teorema: Raíces Reales [4]

Sea  $X$  un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$  y considérese el sistema (1), donde, para cada  $i$ ,  $f_i$  es una función cuyo dominio contiene  $X$ , y su rango está dentro del conjunto de los números reales. Entonces, sea  $f_{OBJ}: x \mapsto \mathbb{R}^n$  definido por (2). Nótese que  $f$  necesita ser definida de forma apropiada.

$$f_{OBJ}(x) = \sum_{i=1}^m (f_i(x))^2 \quad (2)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Además:

*Proposición 1:* Se supone que (1) tiene solución en  $x$  y sea  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in x$  un mínimo para  $f$ .

Ahora, si  $a$  minimiza  $f_{OBJ}$  pero no satisface (1), entonces  $f_{OBJ}(a)$  puede ser un número positivo desde  $f_{OBJ}(x) \geq 0$  para todo  $x \in X$ . Se sabe que el sistema tiene una solución en  $x$ , entonces existe un  $x^* \in x$  que hace  $f_{OBJ}(x^*) = 0$ , donde  $x^* \neq a$ . Por lo tanto,  $f_{OBJ}(x^*) \leq f_{OBJ}(a)$  tal que viola la *Proposición 1*, donde  $a$  inicialmente minimizaría  $f$ . Nótese que la condición general sobre la consistencia del sistema es vital, a partir de esto, es siempre posible la construcción de  $f_{OBJ}$  para un sistema dado y, si  $a$  minimiza éste, no implica que exista una solución. Por lo tanto, la búsqueda de raíces para un sistema de ecuaciones no lineales sobre un conjunto  $x$  dado, puede ser transformada en un problema de optimización (minimización para este caso) de la función  $f_{OBJ}$  sobre el conjunto  $x$ . Un algoritmo basado en lo anterior, podría ser:

### *Algoritmo de Transformación de Problema*

*Entrada: Sistema de ecuaciones no lineales (1) y el conjunto X.*

- 1. Construir  $f_{OBJ}$  (2).*
- 2. Minimizar  $f_{OBJ}$  sobre  $x$ .*
- 3. Sea  $\mathbf{a} \in x$  un mínimo para  $f_{OBJ}$ . Si  $f_{OBJ}(\mathbf{a}) = 0$  entonces  $\mathbf{a}$  satisface (1). Para otro caso, no se tendría solución en  $x$ .*

Tomando como base éste teorema, se puede utilizar el algoritmo de PSO y UPSO para obtener las raíces reales de un sistema de ecuaciones no lineales, proveniente del modelo matemático de un circuito electrónico, definiendo a partir de éste la función objetivo  $f_{OBJ}$ .

## 2.2. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS (PSO)

PSO es un algoritmo de optimización metaheurístico, y su mayor aplicación está en la minimización de parámetros de diseño [5]. El método fue publicado en 1995 por Eberhart y Kennedy, quienes desarrollaron un modelo matemático basado en la interacción social de algunas especies en la búsqueda de alimento [6–8]. PSO es un algoritmo cooperativo, a diferencia de otras alternativas como algoritmos genéticos. Las vecindades de partículas pueden presentar diferentes estructuras de organización, lo que representa un punto clave para variaciones y modificaciones. En la forma general, el algoritmo PSO se rige por un par de ecuaciones básicas (posición y velocidad), dadas por (3) y (4), respectivamente. Estas se actualizan en cada iteración, y utilizan la evaluación de la función objetivo  $f_{OBJ}(X_i^j)$ , a minimizar.

$$X_i^{j+1} = X_i^j + V_i^{j+1} \quad (3)$$

$$V_i^{j+1} = wV_i^j + c_1rand_1 \cdot (P_i - X_i^j) + c_2rand_2 \cdot (P_g - X_i^j) \quad (4)$$

Se debe tener en cuenta que  $X_i^j$  hace referencia a la posición de la partícula  $i$ , en la iteración  $j$ , y  $V_i^j$  corresponde a su velocidad. Tanto en  $X_i^j$  como en  $V_i^j$  las dimensiones se encuentran implícitas. La inercia  $w$ , limita el efecto de la velocidad anterior en (4). Los factores de  $c_1$  y  $c_2$  son propios del método y representan la confianza propia y en el enjambre. Los valores de  $rand_1$  y  $rand_2$  son aleatorios (uniformemente distribuidos) entre cero y uno. El valor  $P_i$  representa el mejor valor que la partícula  $i$  ha encontrado (mejor posición local) y  $P_g$  es la mejor posición entre todas las partículas (mejor posición global).

Definiendo un criterio de parada apropiado, se puede establecer el algoritmo mostrado a continuación para la implementación de PSO.

#### *Algoritmo PSO*

- 1. Definir los valores iniciales para las posiciones de las partículas y velocidades,  $X_i^0$  y  $V_i^0$ .*
- 2. Encontrar los valores para  $P_i$  y  $P_g$ , evaluando cada partícula en la función objetivo  $f_{OBJ}(X)$ .*
- 3. Actualizar la posición y velocidad para cada partícula usando (3) y (4).*
- 4. Evaluar la función objetivo  $f_{OBJ}(X)$  para cada partícula.*
- 5. Comparar el valor obtenido en 4 para cada partícula con el generado por  $P_i$ . Si el valor actual es menor, hacer  $P_i$  igual a la posición de la partícula.*
- 6. Seleccionar la mejor partícula del enjambre, evaluar y comparar con  $P_g$ . Si es menor, entonces actualizar  $P_g$ .*
- 7. Comparar  $P_g$  utilizando el criterio de parada seleccionado. Si no se cumple, volver al paso 3.*

PSO es un método bastante usado en la actualidad, de manera especial en aplicaciones de diseño y estudio de sistemas físicos. Así como también en la solución de ecuaciones, por ejemplo [1], [3], [9–13].

### 2.3. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS UNIFICADO (UPSO)

UPSO fue desarrollado por Parsopoulos y Vrahatis en el 2004. Este método unifica las características locales y globales de PSO, identificadas como exploración y explotación, respectivamente. Lo anterior modifica las ecuaciones originales, (3) y (4), en dos formas [7], [14]. El primer ajuste se realiza definiendo un valor de velocidad global y local, como se muestra en las ecuaciones (5) y (6), respectivamente, donde  $P_g$  es la partícula mejor ubicada del enjambre, tal como se especificó en PSO, mientras que  $P_{gi}$ , es la mejor posición de una nube local (elementos cercanos a la posición actual), y  $\chi$  es el factor de constricción, enfocado a evitar la divergencia del enjambre, limitando la velocidad de las partículas.

$$G_i^{j+1} = \chi \cdot [V_i^j + c_1 rand_1(P_i - X_i^j) + c_2 rand_2(P_g - X_i^j)] \quad (5)$$

$$L_i^{j+1} = \chi \cdot [V_i^j + c_1 rand_3(P_i - X_i^j) + c_2 rand_4(P_{gi} - X_i^j)] \quad (6)$$

La segunda modificación está relacionada con la forma en que se compilan los anteriores factores en una única expresión. Esto se logra a través del factor de unificación  $u$  mostrado en (7), el cual puede tomar valores entre 0 y 1. Su función es balancear la información local y global. Para UPSO, la actualización de posición presenta una forma análoga a PSO, y se puede ver en (8).

$$U_i^{j+1} = (1 - u) \cdot L_i^{j+1} + u \cdot G_i^j \quad (7)$$

$$X_i^{j+1} = X_i^j + U_i^{j+1} \quad (8)$$

El algoritmo para UPSO corresponde al mismo descrito para PSO, con la diferencia en el cálculo de la posición y velocidad de las partículas (7) y (8).

#### 2.4. NEWTON RAPHSON MULTIDIMENSIONAL (NRM)

El método de Newton Raphson Multidimensional [15], [16] es bastante usado para la solución de ecuaciones no lineales, debido a su convergencia rápida y su naturaleza determinística. En general NRM se encuentra expresado de forma vectorial, usando el sistema de ecuaciones (1), donde  $n$  es el número de incógnitas y  $m$  de ecuaciones. El sistema tendrá solución, si, y solo si, el número de ecuaciones y el número de incógnitas son iguales ( $n = m$ ). Es decir, si el sistema es balanceado. Por simplicidad, se asignan las variables  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  al vector  $\mathbf{x}$ , por lo tanto, el conjunto  $(f_1, f_2, \dots, f_n)$  será  $\mathbf{f}$ , que contiene las funciones evaluadas por cada dimensión. Siguiendo la notación anterior, (1) es escrita de forma vectorial en (9).

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (9)$$

En (9) se observa el objetivo de un problema de solución multidimensional. Entonces, el interés del método radica en encontrar valores para  $\mathbf{x}$  tal que se cumpla (9). Como punto de inicio al proceso iterativo, se debe tener un conjunto de valores,  $\mathbf{x}_0$ . Elegido éste vector, es posible definir la diferencia entre el valor actual y el próximo (10).

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0 \quad (10)$$

El algoritmo general de NRM considera la aproximación lineal de la función  $\mathbf{f}$  en el valor inicial  $\mathbf{x}_0$  (11), [15].

$$f(x) \approx f(x_0) + J(x_0)(x - x_0) \quad (11)$$

Donde  $J(x_0)$  es el Jacobiano de  $f$ , evaluado en  $x_0$ , como se muestra en (12).

$$J(x_0) = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{x=x_0} & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_{x=x_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_{x=x_0} & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_{x=x_0} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Se supone un valor de  $x_1$  para evaluar  $f(x)$  (11), tal que cumpla (13). Éste valor representa  $x$  para el siguiente paso.

$$f(x_0) + J(x_0)(x_1 - x_0) = \mathbf{0} \quad (13)$$

Siempre y cuando  $J(x_0)$  sea una matriz cuadrada y su determinante sea diferente de cero, la ecuación (13) se puede reescribir como (14).

$$x_1 = x_0 - (J(x_0))^{-1} f(x_0) \quad (14)$$

En la ecuación anterior se aprecia la existencia del Jacobiano inverso  $(J(x_0))^{-1}$ . En la práctica, esto representa un alto costo computacional, por lo cual no es usada directamente. En cambio, se puede encontrar una primera solución al sistema de ecuaciones con (15).

$$J(x_0)\Delta x = -f(x_0) \quad (15)$$

Donde  $J(x_0)$  y  $-f(x_0)$  son una matriz y un vector conocidos, respectivamente, tal que (15) es un sistema lineal de ecuaciones ( $Ax = b$ ), el cual puede ser resuelto de manera eficiente y precisa. Una vez obtenido el vector solución  $\Delta x$ , se puede calcular el valor para  $x_1$ , por medio de (16).

$$x_1 = x_0 + \Delta x \quad (16)$$

Ahora bien, lo anterior describe el método de Newton Raphson Multidimensional para encontrar una primera estimación de los valores de  $x$  tal que haga de  $f$  un vector de elementos cero. Por lo tanto, si se requieren más pasos, o un mayor grado de proximidad a cero, (15) y (16) se generalizan y dan lugar al algoritmo de NRM para resolver un sistema de ecuaciones, como lo indica (17).

$$x_{i+1} = x_i - (J(x_0))^{-1} f(x_0) \quad (17)$$

En la práctica  $J(x)$  es calculada usando diferencias finitas [17], una aproximación a las derivadas que ésta matriz contiene.

## 2.5. ESTRATEGIA DE RESTRICCIÓN BASADA EN CFO

El algoritmo CFO (Central Force Optimization), desarrollado por Formato en 2007 [18], implementa un factor de reposición ( $F_{rep}$ ) para reintegrar las sondas que abandonan el espacio de búsqueda definido. En (18) se muestra la función de reintegración al dominio de trabajo para una partícula.

$$X_i^j = \begin{cases} X_{min} + F_{rep} \cdot (X_i^{j-1} - X_{min}), & \text{si } X_i^j < X_{min} \\ X_{max} - F_{rep} \cdot (X_{max} - X_i^{j-1}), & \text{si } X_i^j > X_{max} \\ X_i^j, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

El intervalo  $[X_{min}, X_{max}]^{N_d}$  define el espacio de búsqueda. El factor  $F_{rep}$  establece la proporción, con respecto a la frontera más cercana ( $X_{max}$  o  $X_{min}$ ) y la posición anterior  $X_i^{j-1}$ , para reintegrar la sonda. Se debe tener en cuenta que (18) debe ser aplicado para cada dimensión, al igual que las ecuaciones propias de PSO y UPSO.

### 3. ESTADO DEL ARTE

#### 3.1. ANÁLISIS DE CIRCUITOS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DT

Köksal y Herdem [19] estudian una aplicación de la no muy usada transformada Diferencial de Taylor (DT), enfocada en la solución y análisis de circuitos eléctricos no lineales. La metodología de la propuesta es similar a la transformada de Laplace o Fourier, ampliamente usadas en el estudio de los circuitos eléctricos lineales, pero con una gran debilidad: la dependencia del proceso de transformación, del dominio del tiempo a  $s$  o  $j\omega$ , o en sentido inverso. Lo anterior requiere de procesos matemáticos, tales como integración y derivación, que resultan verdaderos retos cuando las funciones a transformar tienen un alto grado de no linealidad. También se debe considerar el uso de la integral de convolución, donde son conocidas grandes dificultades en el dominio del tiempo. La transformada DT no presenta el mismo esfuerzo de las técnicas mencionadas comúnmente usadas, cuando es aplicada a circuitos LIT.

La técnica consiste en que, si se tiene un circuito (lineal o no lineal), este puede ser analizado, y su solución puede ser expresada por una serie de Taylor, o cualquier otro tipo de serie en un intervalo restringido de tiempo. El modelo matemático que sustenta esto puede ser obtenido fácilmente, mediante la utilización de la transformada diferencial, independiente a su naturaleza lineal o no. El espectro diferencial de una señal analógica  $s(t)$  confinada a un intervalo de tiempo  $t \in [0, T]$  es definido como en la ecuación (19), donde,  $T$  es el factor de escala de tiempo para la serie de Taylor y  $S(0), S(1), S(2), \dots$  son el espectro diferencial definido inicialmente para un tiempo  $t = 0$ .

$$S(k) = DT\{s(t)\} = \frac{T^k}{k!} \left[ \frac{d^{(k)}s(t)}{dt^k} \right]_{t=0} \quad (19)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, +\infty$$

Después de realizado el análisis y cálculo en el espectro diferencial, una solución  $s(t)$  puede ser analíticamente expresada por medio de una serie de Taylor, tal como se aprecia en la transformada inversa de DT en la ecuación (20).

$$s(t) = DT^{-1}\{S(k)\} = \sum_{k=0}^{\infty} S(k) \left( \frac{t}{T} \right)^k \quad (20)$$

Al igual de con los métodos de transformación de dominio comúnmente usados, se puede recurrir a tablas de transformadas bases. Aunque en (20) se aprecia un proceso iterativo de transformación, en el cual consiste la alternativa para la transformada DT, con una naturaleza diferente a los métodos tradicionales. Con lo anterior, es evidente que un sistema de ecuaciones que modelen un circuito eléctrico (o electrónico), puede ser resuelto mediante la implementación de la transformada DT, tal como lo realiza el autor con dos circuitos prueba. Para estos, y usando como solución base la respuesta dada por Simulink®, se logró demostrar que el comportamiento del circuito mediante la transformada DT, se acercaba a la solución base con relación al número de coeficientes asumidos en la transformada.

### 3.2. UBICACIÓN ÓPTIMA DE CONDENSADORES EN UN SD

Yu, [20], presenta un enfoque basado en PSO para lograr la ubicación óptima de condensadores en los sistemas de distribución radial. Los efectos de distorsión armónica, la naturaleza discreta de los condensadores, y los diferentes niveles de carga se toman en consideración para la formulación del problema.

Matemáticamente, el problema de la ubicación de condensadores es un problema no lineal y no diferencial de optimización, con un conjunto de restricciones de operación de igualdad y desigualdad. La mayoría de las técnicas de optimización convencionales son incapaces de resolver este problema fuerte de combinatoria, mientras que el algoritmo de PSO es muy conveniente. El método busca lugares óptimos, tipos y tamaños de los condensadores a colocar y el número óptimo de conmutación de bancos de capacitores en distintos niveles de carga.

### 3.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE CIRCUITOS ELECTRÓNICOS NO LINEALES

En ingeniería, el análisis de circuitos electrónicos lineales se realiza mediante la inspección de propiedades de los elementos en el dominio del tiempo y la frecuencia. En el primero, suelen extraerse ecuaciones integro diferenciales de la topología, las cuales son resueltas mediante diversos métodos. En el segundo, aquella ecuación integro diferencial queda reducida a una ecuación lineal ordinaria. Para el caso de topologías con expresiones matemáticas no lineales, suelen hacerse aproximaciones lineales de las características, analizando por partes y por etapas el sistema electrónico. Siempre se busca llevar la topología a una disposición lineal, debido a la simplicidad del análisis y la facilidad de comprensión, tal como se ve en la literatura [21], [22].

#### 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se muestra la aplicación de los métodos de optimización PSO y UPSO para la solución del modelo matemático de un circuito electrónico D.C. no lineal, mediante la transformación a un problema de optimización, utilizando el teorema de raíces reales. De manera similar, se busca la solución del modelo con NRM. A partir de la información obtenida en cada prueba, se contrasta cada método usando la métrica de distancia Euclídea, y por último se observan detalles adicionales como: tiempo, número de iteraciones y precisión. Lo anterior, siguiendo la metodología de [1]. La descripción matemática de los circuitos estudiados, se realiza usando modelos comunes de la literatura [23], [24].

Las pruebas se realizaron en un ordenador con las especificaciones dadas en la Tabla 2, usando sobre este dispositivo la herramienta de cómputo Mathworks® Matlab® 7.0.4, donde se desarrollaron los scripts para cada algoritmo y sus correspondientes pruebas.

Tabla 2. Especificaciones del hardware usado para las pruebas.

Fabricante	Toshiba®
Modelo	Satellite™ A665-S6092
Procesador	Intel® Core™ i7 Q740 @ 1.73GHz
RAM	6.00 GB
Sistema Operativo	Microsoft® Windows™ 7 Home Premium 64-bit

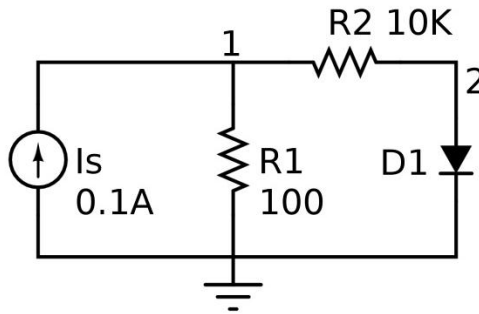
Durante las dos primeras subsecciones, se implementan circuitos electrónicos ya probados [3], [25], mientras que en la tercera se muestran los resultados obtenidos

al aplicar el algoritmo al convertor tipo Buck, destacando una modificación importante del circuito.

#### 4.1. CIRCUITO ELECTRÓNICO CON UN DIODO

Inicialmente se considera un circuito electrónico simple, debido a que solo presenta un componente no lineal, como lo es el diodo (Figura 1). El modelo matemático de este dispositivo se presenta en [26], y el sistema de ecuaciones que describe el circuito puede ser obtenido fácilmente, llegando a (21), donde  $I_{sat}$  es la corriente de saturación del diodo,  $V_t$  el potencial térmico,  $V_{D1}$  la tensión que establece el punto de operación e  $I_{D1}$  la corriente que circula a través del mismo.

Figura 1. Circuito con un elemento no lineal.



Fuente: Amaya, et al. [3]

$$f_1 = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \frac{1}{R_2} v_2 - I_s = 0$$

$$f_2 = I_{eq} - \frac{1}{R_2} v_1 + \left( \frac{1}{R_2} + G_{eq} \right) v_2 = 0 \quad (21)$$

$$I_{D1} = I_{sat} \left( e^{\frac{V_{D1}}{V_t}} - 1 \right); \quad G_{eq} = \frac{I_{sat}}{V_t} e^{\frac{V_{D1}}{V_t}}; \quad I_{eq} = I_{D1} - G_{eq} V_{D1}; \quad V_{D1} = v_2$$

El sistema (21) está totalmente definido en términos de parámetros de diseño y tensiones de nodo, que representan el dominio del sistema. Para convertir (21) en un problema de optimización, se debe construir la función objetivo que se muestra en (22), fundamentada en el teorema de raíces reales (2).

$$f_{OBJ}(v_1, v_2) = \left\{ \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot v_1 - \frac{1}{R_2} v_2 - I_s \right\}^2 + \left\{ I_{eq} - \frac{1}{R_2} v_1 + \left( \frac{1}{R_2} + G_{eq} \right) \cdot v_2 \right\}^2 \quad (22)$$

Usando los parámetros del diodo encontrados en la literatura [3], se presenta la Tabla 3, con lo que se define completamente el problema de optimización del circuito electrónico con un diodo, Figura 1.

Tabla 3. Parámetros del circuito electrónico con un diodo.

$I_s$	0,1 A
$R_1$	100 $\Omega$
$R_2$	10 $\times 10^3 \Omega$
$I_{sat}$	1 $\times 10^{-15}$ A
$V_t$	0,025875 V

Para las pruebas con PSO, se asumen ambos valores para  $c_1$  y  $c_2$  iguales a 2,1. Éstos, son bastante populares debido a sus favorables resultados [1]. Dado que el método de enjambre de partículas es iterativo, se tiene en cuenta la limitación física de la máquina que ejecuta el algoritmo. Por esta razón y pensando en un dispositivo de pocos recursos de cómputo, es necesario definir un número máximo

de pasos, como criterio de parada adicional. El anterior parámetro,  $MI$ , se fija en 1000 iteraciones para todos los scripts basados en el primer circuito.

Para el espacio de búsqueda, se definen 3 intervalos diferentes ( $-30V \leq v_1, v_2 \leq 30V$ ,  $-1V \leq v_1, v_2 \leq 10V$  y  $-5V \leq v_1, v_2 \leq 5V$ ) seleccionados arbitrariamente, principalmente, y suponiendo el desconocimiento de un dominio adecuado para el sistema. La Figura 2 muestra el comportamiento de las iteraciones de acuerdo a cantidad de partículas usadas en el enjambre, mientras que la Figura 3 lo hace para el tiempo que tarda el algoritmo en encontrar una solución coherente de acuerdo a un orden de precisión. Adicionalmente, se adapta una métrica de saturación para la terminación del algoritmo, inspirada en [27].

Figura 2. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (22).

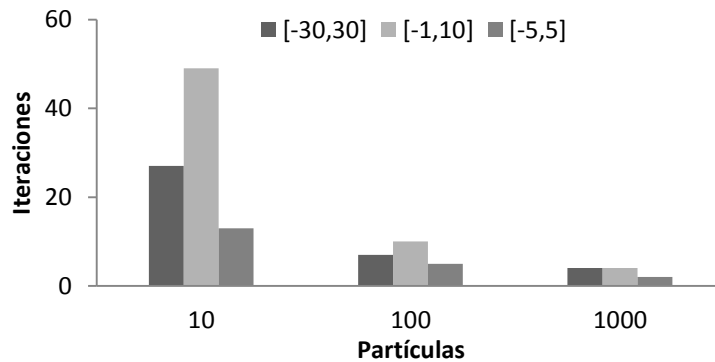
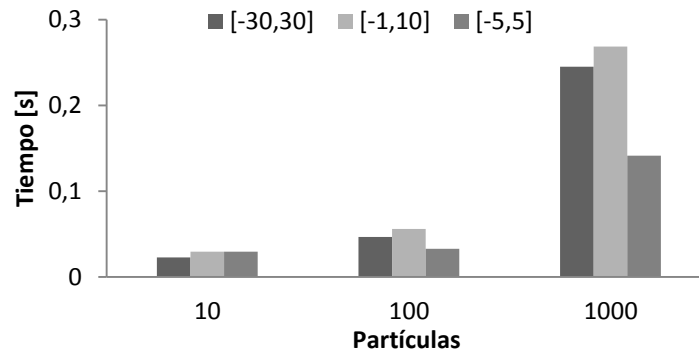


Figura 3. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (22).



De la Figura 2 se aprecia que, a menor cantidad de partículas en el enjambre, se requieren más pasos para encontrar una mejor posición, en este caso solución, cumpliendo con los parámetros asignados. Es importante observar la fuerte dependencia del tiempo, y de las iteraciones, con respecto al tamaño del enjambre.

Usando los mismos parámetros de PSO y definiendo un par de características adicionales, es posible implementar UPSO. Apoyado en la literatura, se toma  $w = 0,6$  y  $u = 0,5$  [2]. Como resultado se obtienen la Figura 4 y la Figura 5, que representan una variación inversa de las iteraciones en función del tamaño del enjambre y la relación directa del tiempo de cómputo cuando se varía el número de partículas. Lo anterior en general, es característico de PSO y UPSO, observado en este último con una proporción diferente.

Figura 4. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (22).

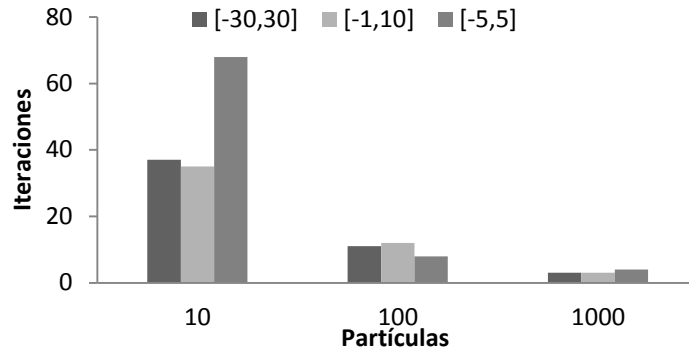
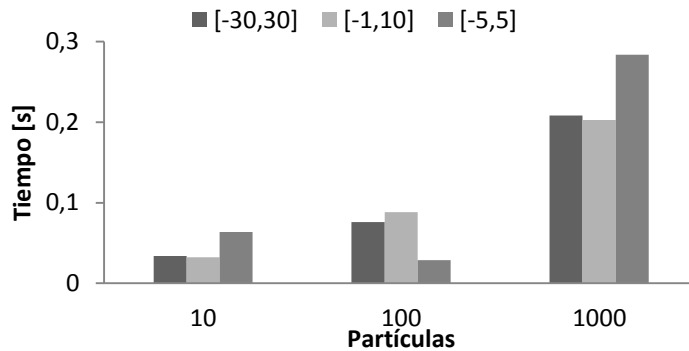


Figura 5. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (22).



Las gráficas anteriores fueron obtenidas con el método de enjambre de partículas y su versión unificada, luego de ejecutar 3 veces cada prueba, para así evitar generar conclusiones con una sola aplicación del algoritmo. Lo anterior es necesario debido a la naturaleza estocástica de los métodos. Basado en el esquema de la Figura 1, se calcula de forma aproximada el mayor valor de tensión que puede generar el sistema. Si se supone el modelo del diodo como ideal (el cual no representa una caída de tensión), se puede calcular la resistencia equivalente conectada al nodo 1. Usando esto, es válido decir que la tensión  $v_1$  no

excederá los 10V. Si se reconoce la tensión de referencia en 0V, formalmente, se define un intervalo de posibles valores para los nodos como  $v_1, v_2 \in [0V, 10V]$ . Lo anterior es también llamado dominio de búsqueda.

Para la ejecución de NRM se definen diferentes puntos de inicio arbitrarios (0V, 5V y 10V). La Tabla 4 resume los mejores resultados de cada algoritmo. Las dos primeras columnas muestran las raíces obtenidas en los diferentes métodos implementados. Se debe aclarar que NRM presenta un comportamiento no deseado con puntos de inicio mayores a 10V. En la tabla solo se escribe el mejor valor obtenido para el método de NRM, correspondiendo a la prueba realizada con el punto de inicio igual a 0V. Por otra parte, UPSO muestra valores de tensión bastante cercanos a la respuesta, requiriendo menos iteraciones y tiempo que NRM.

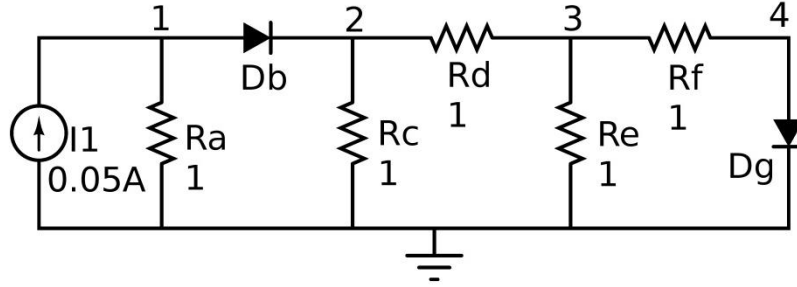
Tabla 4. Resumen de datos obtenidos.

	PSO	UPSO	NRM	PSPICE
$v_1$ [V]	10,0000	9,9080	9,9080	9,9080
$v_2$ [V]	0,0000	0,7128	0,7128	0,7125
Precisión	2,00E-06	7,61E-22	0,00E+00	
Tiempo [s]	0,28	0,06	0,16	0,00
Iteraciones	433	98	369	
Partículas	10	10		

## 4.2. CIRCUITO ELECTRÓNICO CON DOS DIODOS

La Figura 6 muestra un segundo circuito, que en este caso presenta dos elementos no lineales.

Figura 6. Circuito 2. Topología con dos elementos no lineales.



Fuente: Baldick, R. [25]

Usando el modelo de diodo dado en [25] por Baldick, se puede modelar el esquema con el sistema de ecuaciones (23). En (24) se muestra la función objetivo.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \left(\frac{1}{R_a}\right)v_1 + I_{sat} \left( e^{\frac{qV_b}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) - I_1 = 0 \\
 f_2 &= -I_{sat} \left( e^{\frac{qV_b}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) + \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d}\right)v_2 + \left(-\frac{1}{R_d}\right)v_3 = 0 \\
 f_3 &= \left(-\frac{1}{R_d}\right)v_2 + \left(\frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R_f}\right)v_3 + \left(-\frac{1}{R_f}\right)v_4 = 0 \\
 f_4 &= \left(-\frac{1}{R_f}\right)v_3 + \left(\frac{1}{R_f}\right)v_4 + I_{sat} \left( e^{\frac{qV_g}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) = 0
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
f_{OBJ}(v_1, v_2, v_3, v_4) = & \\
& \left\{ \left( \frac{1}{R_a} \right) v_1 + I_{sat} \left( e^{\frac{qV_b}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) - I_1 \right\}^2 \\
& + \left\{ -I_{sat} \left( e^{\frac{qV_b}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) + \left( \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} \right) v_2 + \left( -\frac{1}{R_d} \right) v_3 \right\}^2 \\
& + \left\{ \left( -\frac{1}{R_d} \right) v_2 + \left( \frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R_f} \right) v_3 + \left( -\frac{1}{R_f} \right) v_4 \right\}^2 \\
& + \left\{ \left( -\frac{1}{R_f} \right) v_3 + \left( \frac{1}{R_f} \right) v_4 + I_{sat} \left( e^{\frac{qV_g}{\eta\kappa_B T}} - 1 \right) \right\}^2
\end{aligned} \tag{24}$$

Como ecuaciones auxiliares se usan las dadas en (25), que expresan las tensiones diferenciales que polarizan directamente los diodos del circuito. Además, se consideran los parámetros mostrados en la Tabla 5.

$$V_b = v_1 - v_2, \quad V_g = v_4 \tag{25}$$

Tabla 5. Parámetros del circuito con dos diodos.

$I_1$	0,05 [A]
$R_a, R_b, R_c, R_e, R_f$	1 [ $\Omega$ ]
$\frac{q}{\eta\kappa_B T}$	40 [ $V^{-1}$ ]
$I_{sat}$	$1 \times 10^{-6}$ [A]

Se realizan pruebas variando el intervalo que define el espacio de búsqueda y el tamaño del enjambre. En la Figura 7 se muestran las iteraciones requeridas en cada ejecución de PSO al variar los parámetros anteriores.

Figura 7. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (25).

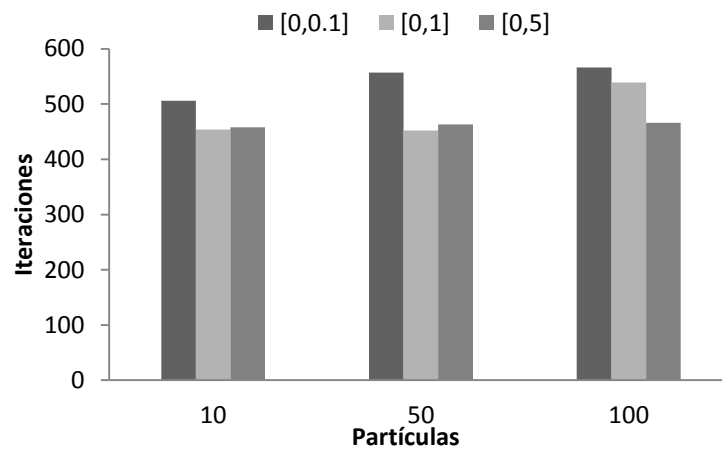
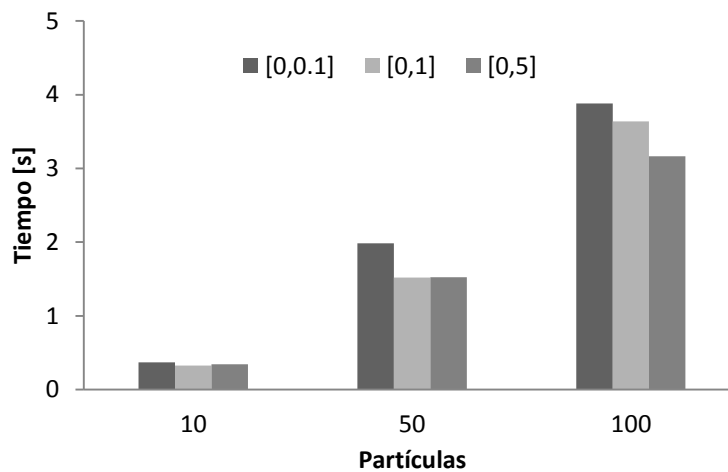


Figura 8. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y el dominio de búsqueda. PSO usando la función objetivo (25).



A continuación se muestran las curvas de iteraciones y tiempo para la ejecución de UPSO.

Figura 9. Iteraciones en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (25).

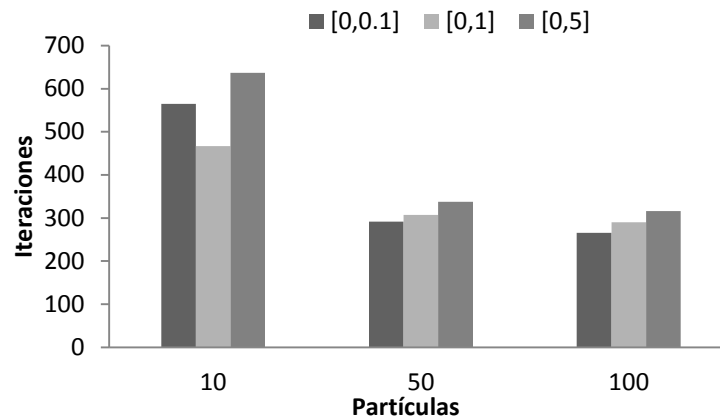
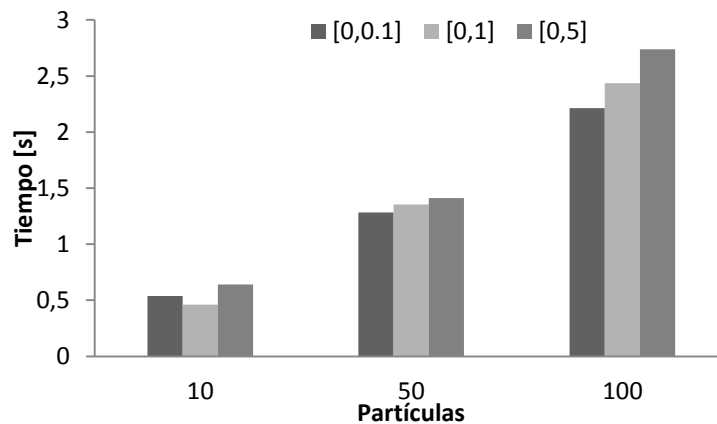


Figura 10. Tiempo de ejecución en función del tamaño del enjambre y dominio de búsqueda. UPSO usando la función objetivo (25).



El parámetro de unificación, parte principal de la modificación de PSO, realiza un aporte adecuado para encontrar el mínimo de la función objetivo. En la Figura 9 es

claro que UPSO utiliza menos pasos para encontrar la respuesta. En la Figura 10, se presenta el tiempo requerido para que el proceso finalice.

Tabla 6. Resumen de datos obtenidos.

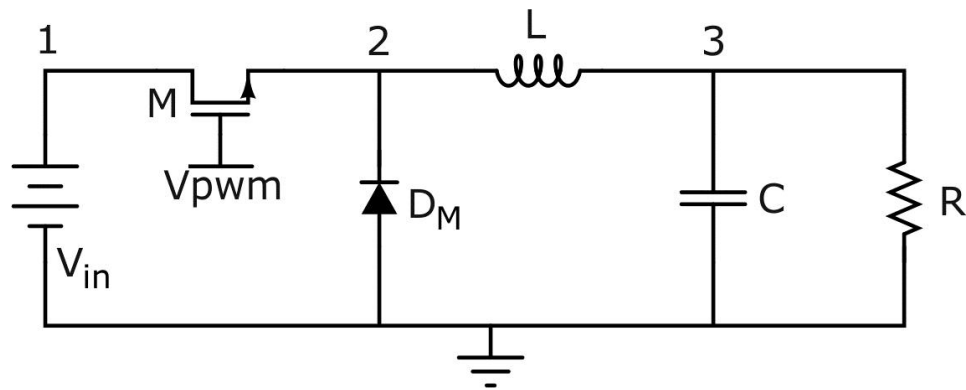
	PSO	UPSO	NRM	PSPICE
$v_1$ [V]	4,80425E-02	4,99936E-02	4,99936E-02	0,05
$v_2$ [V]	2,62309E-13	4,25725E-06	4,25725E-06	3,939E-06
$v_3$ [V]	1,59533E-13	2,12858E-06	2,12858E-06	1,970E-06
$v_4$ [V]	3,18486E-13	2,12850E-06	2,12850E-06	1,969E-06
Precisión	3,81E-06	7,06E-43	8,99E-22	
Tiempo [s]	1,86	1,28	0,01	0,02
Iteraciones	516	292	5	
Partículas	50	100		

En la Tabla 6, se muestra la solución encontrada con NRM, para el punto de inicio  $x_0 = \mathbf{0}$ . Con  $x_0 = 10$ , NRM no encontró un valor adecuado de precisión. Adicionalmente, ésta tabla muestra los resultados obtenidos con las metaheurísticas, usando un dominio de búsqueda definido entre 0V y 1V. Es importante recalcar que UPSO y NRM presentan una diferencia Euclídea de  $2,28 \times 10^{-21}$  entre sus raíces. Aunque NRM presenta una precisión menor frente a la estrategia de optimización modificada y un comportamiento no adecuado, mientras UPSO se acerca bastante a las raíces generadas por éste (Tabla 6).

#### 4.3. CIRCUITO ELECTRÓNICO CON UN DIODO Y UN TRANSISTOR: CONVERSION BUCK

Un conversor DC-DC es un circuito electrónico capaz de reducir el nivel de tensión. La topología denominada Buck, es bastante común en los dispositivos microelectrónicos en la actualidad, ya que presenta un comportamiento adecuado ante ruido o variaciones no deseadas [28]. En la Figura 11 se muestra el esquema básico del circuito Buck.

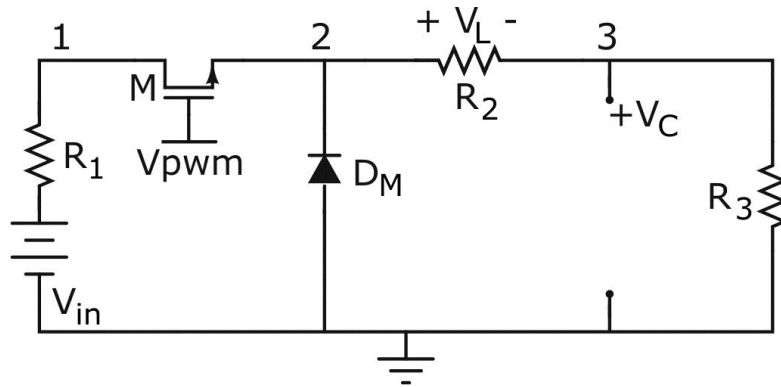
Figura 11. Circuito DC-DC Buck.



Fuente: Güiza, J. [28]

Cuando la señal  $V_{pwm}$  se encuentra en alto, el interruptor  $M$  se enciende, o cierra, y la tensión de entrada  $V_{in}$  alimenta directamente la bobina  $L$ , por lo que el diodo  $D_M$  es polarizado inversamente. Cuando la señal  $V_{pwm}$  pasa a bajo, desactiva el transistor, y el diodo se polariza directamente, creando un lazo de conducción para que los elementos de su derecha entreguen la energía almacenada a la carga, Figura 11, [28]. El caso de estudio se centra en la obtención de las tensiones de polarización (BIAS), cuando el interruptor  $M$  está activo. De acuerdo con lo anterior, el esquema mostrado en la Figura 11, por simplicidad, es convertido a un circuito equivalente en DC, que se muestra en la Figura 12.

Figura 12. Circuito DC-DC Buck, esquema en estado estable.



El comportamiento de la bobina (L) y el capacitor (C), en estado estable, es modelado como un puente y como un circuito abierto, respectivamente. En la Figura 12, se observa la aparición de  $R_1$  y  $R_2$ , que corresponden a las resistencias internas de la fuente  $V_{in}$ , y el inductor L de la Figura 11. La resistencia considerada para el inductor incluye la carga resistiva de las conexiones. En el caso del diodo,  $D_M$ , se usa el modelo exponencial presentado en [23], y la ecuación de  $i_M$  de [24] para el transistor M. En (26) y (27) se muestran las expresiones para  $I_M$  e  $I_{D_M}$ , que hacen referencia a la corriente del transistor y del diodo de marcha libre, respectivamente.

$$i_M(V_{GS}, V_{DS}) = \begin{cases} k'_p \left(\frac{W}{L}\right) \cdot (1 + \lambda V_{DS}) \cdot \left(V_{OV} \cdot V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2\right), & V_{DS} \leq V_{OV}, & V_{OV} \geq 0 \\ \frac{1}{2} k'_p \left(\frac{W}{L}\right) \cdot (1 + \lambda V_{DS}) \cdot V_{OV}^2, & V_{DS} \geq V_{OV}, & V_{OV} \geq 0 \\ 0, & & V_{OV} \leq 0 \end{cases} \quad (26)$$

$$V_{OV} = V_{GS} - V_{TH}$$

$$i_D(V_D) = I_S \cdot \left( e^{\frac{q \cdot V_D}{\eta \kappa T}} - 1 \right) \quad (27)$$

Las variables de entrada de (26),  $V_{GS}$  y  $V_{DS}$  hacen referencia a la diferencia ( $V_G - V_S$ ) y ( $V_D - V_S$ ), respectivamente. Los valores para  $k'_p, W, L$  y  $\lambda$  son propios para cada transistor. La tensión de *overdrive* ( $V_{OV}$ ) se calcula con  $V_{TH}$ , conocida como la tensión umbral, y es también propia de cada fabricación. En la ecuación (27),  $V_D$  es la tensión diferencial que polariza el diodo,  $\eta$  es el factor de no idealidad,  $q$  la carga del electrón,  $\kappa$  la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura termodinámica del diodo. Utilizando (26) y (27), se define el modelo matemático que representa el circuito de la Figura 12, representado por las ecuaciones (28) y (29).

$$I_M = i_M(V_{pwm} - v_2, v_1 - v_2) \quad (28)$$

$$I_{D_M} = i_D(-v_2)$$

$$f_1 = \frac{1}{R_1} v_1 - \frac{1}{R_1} V_S - I_M = 0$$

$$f_2 = I_M + I_{D_M} - \frac{1}{R_2} v_2 + \frac{1}{R_2} v_3 = 0 \quad (29)$$

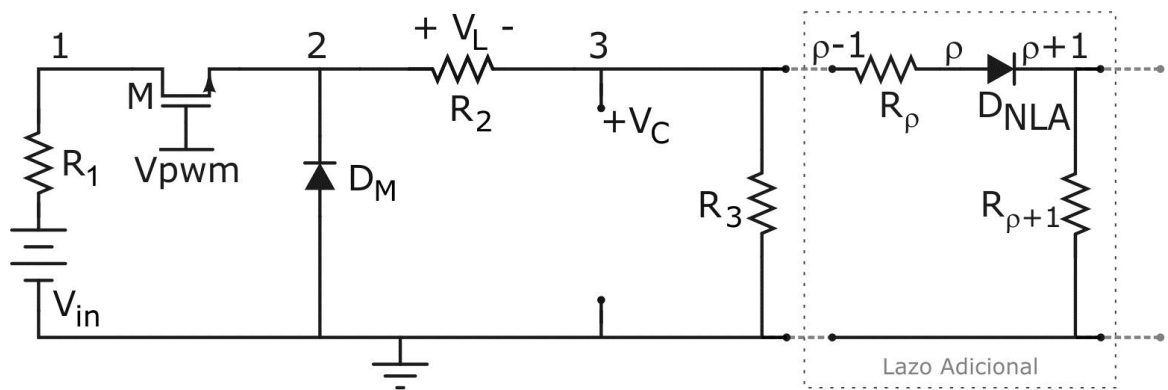
$$f_3 = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_3 - \frac{1}{R_2} v_2 = 0$$

La función objetivo se construye utilizando la transformación del sistema de ecuaciones (29), en un problema de optimización, lo que da origen a (30), la cual se iguala a cero por ser éste su punto mínimo.

$$f_{OBJ}(v) = \left\{ \frac{1}{R_1} v_1 - \frac{1}{R_1} V_S - I_M \right\}^2 + \left\{ I_M + I_D - \frac{1}{R_2} v_2 + \frac{1}{R_2} v_3 \right\}^2 + \left\{ \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_3 - \frac{1}{R_2} v_2 \right\}^2 = 0 \quad (30)$$

Este sistema no representa un esfuerzo grande en la implementación de métodos que solucionen sus ecuaciones. Por esta razón, y con el objetivo de apreciar el comportamiento con sistemas de mayor tamaño, el circuito inicial es modificado, agregando lazos a la carga. Cada uno de ellos posee dos resistencias y un diodo. En la Figura 13 se presenta el circuito con el esquema de adición de lazos.

Figura 13. Circuito DC-DC Buck con lazos adicionales en la carga.



Para cada modificación del esquema, es necesario ajustar el modelo matemático, lo que se logra con las ecuaciones complementarias dadas en (31). Se consideran dos ecuaciones adicionales con las tensiones de nodo  $v_\rho$  y  $v_{\rho+1}$  como nuevas incógnitas. El índice  $\rho$  es igual al doble del número de lazos adicionales (NLA) más uno, es decir  $\rho = 2 * (1 + \text{NLA})$ . Como ejemplo se puede tomar el caso del circuito original, con un lazo adicional en paralelo a la carga, por lo que  $\rho = 4$ , y  $f_{\rho-1}$ , en (31), contendrá como término la ecuación anterior del nodo  $\rho -$

1,  $f_{\rho-1}^{anterior}$ . Cualquier modificación en el sistema original debe ser coherente con la función objetivo (30).

$$f_{\rho-1} = f_{\rho-1}^{anterior} + \frac{1}{R_\rho} v_{\rho-1} - \frac{1}{R_\rho} v_\rho = 0$$

$$f_\rho = \frac{1}{R_\rho} v_\rho - \frac{1}{R_\rho} v_{\rho-1} - i_{D_{NLA}}(v_\rho - v_{\rho+1}) = 0 \quad (31)$$

$$f_{\rho+1} = i_{D_{NLA}}(v_\rho - v_{\rho+1}) + \frac{1}{R_{\rho+1}} v_{\rho+1} = 0$$

La definición del sistema se completa al incluir los parámetros dados en la Tabla 7. Ésta incluye los valores de diseño para todos los parámetros, incluidos en los modelos y a título de ejemplo demostrativo. Los valores definidos para  $R_\rho$  y  $R_{\rho+1}$  garantizan la no existencia de una caída de tensión drástica y un alcance rápido de los 0V.

Tabla 7. Parámetros del circuito Buck modificado.

$V_S, V_{pwm}$	5 [V]	$\frac{q}{\eta\kappa T}$	40 [ $V^{-1}$ ]
$R_1$	10 [ $\Omega$ ]	$k_p'$	$150 \times 10^{-6}$ [ $A/V^2$ ]
$R_2$	0,1 [ $\Omega$ ]	$\lambda$	0,02 [ $V^{-1}$ ]
$R_3, R_{\rho+1}$	$500 \times 10^3$ [ $\Omega$ ]	$V_{TH}$	1,45 [V]
$R_\rho$	10 [ $\Omega$ ]	$W_{EFF}$	$30 \times 10^{-6}$ [m]
$I_S$	$1 \times 10^{-6}$ [A]	$L_{EFF}$	$10 \times 10^{-6}$ [m]

Se realizan 10 pruebas por cada modificación (0, 1, 5 y 10 lazos adicionales), siguiendo el esquema de la Figura 13. El modelo matemático inicial consta de un sistema 3x3, al agregar un lazo su tamaño cambia a 5x5 y después de 10 modificaciones se tiene un sistema de 23x23, lo anterior se puede verificar con  $3 + 2 * NLA$ , que hace referencia a las dimensiones del sistema. Lo anterior se repite para cada tamaño del enjambre especificado, en éste caso 10, 50 y 100 partículas. El criterio de parada principal consiste en el valor alcanzado por  $f_{OBJ}(X_i^j)$ , que debe ser menor a un valor específico, por ejemplo  $1 \times 10^{-12}$ .

Antes de realizar cualquier prueba, es necesario conocer los valores asumidos como teóricos en la solución del problema. En éste caso, se usa el software comercial donde se han implementado los algoritmos, el cual posee una herramienta para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales. En la Tabla 8 se muestran los valores teóricos para cada tensión de nodo, donde  $v_\rho$  hace referencia a la tensión del nodo  $\rho$ . En el caso de 10 lazos adicionales, la columna es dividida en dos partes por razones de espacio, por lo cual es puesto el índice de la segunda columna en  $v_\rho$  después de una coma.

Tabla 8. Valores teóricos de las tensiones de nodo.

$v_p$ [V]	Número de Lazos Adicionales				
	0	1	5	10	
1, 14	4,99992	4,99986	4,99986	4,99992	3,23820
2, 15	3,36754	3,30369	3,30536	3,36195	3,18892
3, 16	3,36754	3,30369	3,30535	3,36195	3,18892
4, 17		3,30362	3,30529	3,36194	3,18442
5, 18		3,25323	3,25555	3,35191	3,18436
6, 19			3,25555	3,35185	3,13510
7, 20			3,25101	3,30246	3,13510
8, 21			3,25095	3,30246	3,13275
9, 22			3,20124	3,29414	3,13269
10, 23			3,20124	3,29408	3,08345
11			3,19887	3,24475	
12			3,19881	3,24475	
13			3,14912	3,23827	

Los resultados de la ejecución de PSO y UPSO con los parámetros y especificaciones antes mencionadas, se muestran en la Tabla 9, donde las tensiones de nodo corresponden al mejor valor de  $f_{OBJ}(X_i^j)$  obtenido en cada conjunto de 10 repeticiones.

Tabla 9. Tensiones de nodo obtenidas usando PSO.

$v_p$ [V]	Número de Lazos Adicionales			
	0	1	5	10
1, 14	5,00000	5,00000	5,00000	4,93077 0,04604
2, 15	5,00000	5,00000	5,00000	0,01034 0,11354
3, 16	5,00000	5,00000	5,00000	0,00230 0,02140
4, 17		5,00000	5,00000	0,10568 0,06610
5, 18		5,00000	5,00000	0,78686 0,05355
6, 19			4,99999	0,06209 0,02608
7, 20			5,00000	0,06262 0,00199
8, 21			4,99994	0,06988 0,03047
9, 22			5,00000	4,93764 0,09427
10, 23			4,99999	4,61593 4,94391
11			5,00000	4,78569
12			5,00000	0,07323
13			5,00000	0,03815

De la Tabla 9 es bastante obvio el funcionamiento no adecuado del algoritmo PSO con parámetros estándar para su ejecución. Las tensiones para diferentes configuraciones (0, 1, 5 y 10 lazos adicionales), fueron encontradas usando enjambres de 50, 100, 50 y 100 partículas, respectivamente. Para obtener una mejor respuesta del método es necesario realizar un estudio previo de los parámetros que soporten las necesidades del problema a resolver. La decisión de limitar el espacio de búsqueda fue inspirada por el comportamiento de PSO, ya que en estudios preliminares, las tensiones de nodo resultantes tendían a alejarse demasiado de los valores físicamente posibles.

Tabla 10. Tensiones de nodo obtenidas usando UPSO.

$v_p$ [V]	Número de Lazos Adicionales				
	0	1	5	10	
1, 14	4,99992	5,00000	5,00000	5,00000	3,66651
2, 15	3,42271	3,81679	3,64916	3,47958	3,55912
3, 16	3,42271	3,81679	3,64916	3,47958	3,55945
4, 17		3,81677	3,64902	3,47930	3,95564
5, 18		3,76365	3,56915	3,38377	3,95492
6, 19			3,56925	3,38380	3,83325
7, 20			3,67471	3,29577	3,83374
8, 21			3,67466	3,29590	3,76321
9, 22			3,88144	3,60388	3,76325
10, 23			3,88120	3,60385	4,95716
11			3,78872	3,77291	
12			3,78888	3,77252	
13			3,81205	3,66659	

La Tabla 10 presenta las tensiones de nodo dadas por UPSO, con una mejor proximidad al valor teórico respecto a PSO. En este caso, los enjambres fueron de 10, 10, 100 y 100 partículas, para cada una de las configuraciones antes mencionadas.

En el caso de NRM, y debido a la incertidumbre respecto a un punto de inicio adecuado, se decidió realizar diferentes pruebas, tanto para cada modificación del circuito Buck, como para cada punto inicial en todas las dimensiones. La selección de estos valores obedece a los límites usados para PSO, (0V y 5V), el punto medio entre ellos (2,5V) y dos puntos sin sentido físico múltiplos del límite superior

(50V y 100V), los anteriores valores han sido escogidos de manera arbitraria. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 11, y los mejores puntos de partida fueron 50V, 50V, 50V y 2.5V, respectivamente.

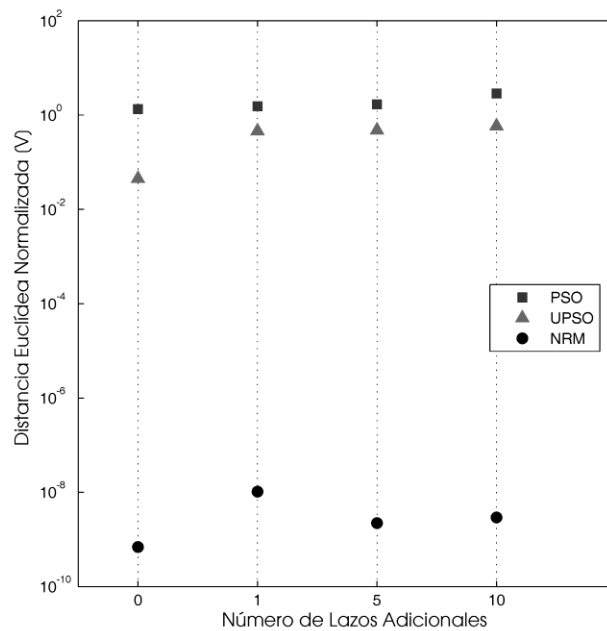
Tabla 11. Tensiones de nodo obtenidas usando NRM.

$v_p$ [V]	Número de Lazos Adicionales				
	0	1	5	10	
1, 14	4,99992	4,99986	4,99986	4,99992	3,2382
2, 15	3,36754	3,30369	3,30536	3,36195	3,18892
3, 16	3,36754	3,30369	3,30535	3,36195	3,18892
4, 17		3,30362	3,30529	3,36194	3,18442
5, 18		3,25323	3,25555	3,35191	3,18436
6, 19			3,25555	3,35185	3,1351
7, 20			3,25101	3,30246	3,1351
8, 21			3,25095	3,30246	3,13275
9, 22			3,20124	3,29414	3,13269
10, 23			3,20124	3,29408	3,08345
11			3,19887	3,24475	
12			3,19881	3,24475	
13			3,14912	3,23827	

Es importante observar la gran cercanía de las tensiones de nodo arrojadas por NRM y los valores teóricos. De manera ilustrativa, en la Figura 14 se muestra la distancia Euclídea normalizada ( $DEM$ ) de los valores obtenidos, con respecto a los presentados como teóricos, calculada usando (32).

$$DEN = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (v_i^{teórico} - v_i^{prueba})^2}, \quad N = 3 + 2 * NLA \quad (32)$$

Figura 14. Distancia Euclídea normalizada de los algoritmos implementados, respecto a los valores teóricos.



PSO presenta los mayores valores para la distancia Euclídea, respecto a UPSO y NRM, lo que es coherente con la información suministrada en la Tabla 9. En la Figura 14 no se percibe la variación en las métricas de NRM, debido a su gran cercanía con la solución tomada como teórica. En la Tabla 12 se tabulan de manera organizada los datos que reflejan la proximidad de los resultados, respecto a lo tomado como referencia. Además, se puede observar la precisión alcanzada en cada prueba.

Tabla 12. Distancia Euclídea Normalizada y precisión alcanzada por cada método.

NLA	DEN [V]			Precisión Alcanzada		
	PSO	UPSO	NRM	PSO	UPSO	NRM
0	1,3329	0,04505	6,89E-10	8,63E-11	2,35E-11	4,71E-14
1	1,52865	0,45835	1,03E-08	1,58E-10	8,58E-11	2,63E-13
5	1,69172	0,47805	2,22E-09	4,82E-10	1,53E-09	1,77E-12
10	2,87119	0,58622	2,93E-09	0,47128	3,33E-08	2,17E-12

De la Tabla 12 se podría decir que PSO presenta un buen orden de precisión aparente con las 3 primeras modificaciones del circuito, pero no el necesario para acercarse a la solución esperada (distancia Euclídea mayor a 2 en todos los casos). Lo anterior solo deja claro la alta sensibilidad de PSO a los óptimos locales.

Tabla 13. Iteraciones y tiempo empleado por cada método.

NLA	Iteraciones			Tiempo empleado [s]		
	PSO	UPSO	NRM	PSO	UPSO	NRM
0	104	106	23	2,58	2,81	0,0232
1	149	146	11	9,10	9,53	0,0177
5	149	388	14	7,02	21,29	0,0644
10	260	602	63	37,28	104,07	0,6532

En la Tabla 13 se presenta información adicional correspondiente a la cantidad de pasos que requirió cada método y su tiempo respectivo, para lograr la precisión mostrada en la Tabla 12.

## 5. CONCLUSIONES

1. Se cumplieron todos los objetivos planteados.
2. El alto grado de precisión de UPSO, contrastado con PSO, deja clara la fortaleza del factor de unificación.
3. En sistemas pequeños, la disminución del tiempo de cómputo para los métodos de PSO y UPSO dependen directamente de la cantidad de partículas que posea el enjambre y de la complejidad del problema.
4. En general, UPSO presentó resultados similares que NRM. En los casos que éste último fue mejor, se debió, principalmente, a la alta complejidad del sistema de ecuaciones, así como a la cercanía de su punto inicial a la solución. Para todos los casos, PSO entregó resultados con menor precisión que las otras dos alternativas.
5. Los tiempos de cómputo para PSO y UPSO estuvieron en la mayoría de los casos por encima del empleado por NRM. Sin embargo, y de forma similar a lo comentado anteriormente, el punto de inicio de NRM fue cercano a la solución, por lo que para casos más generales (en los que se desconoce el intervalo factible de respuesta), las metaheurísticas pueden presentar una alternativa viable dada su menor sensibilidad a óptimos locales.
6. Los métodos basados en la estrategia de optimización, en general, funcionan como alternativa a la solución de circuitos electrónicos no lineales en DC, siempre y cuando se garantice el teorema de las raíces reales.

## 6. RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES

Analizar el comportamiento de otras metaheurísticas adoptando la estrategia de optimización para la solución de circuitos electrónicos DC no lineales.

Dado que UPSO y NRM fueron los métodos que mejor se desempeñaron durante ésta investigación, se recomienda explorar la viabilidad de un híbrido entre ellos.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm," *Revista Dyna*, vol. 78, no. 170, pp. 15–23, 2011.
- [2] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Application of the central force deterministic algorithm in the design of an optimum Golinski's speed reducer," *Revista EIA (Submitted)*, 2011.
- [3] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Solution of the Mathematical Model of a Nonlinear Direct Current Circuit Using Particle Swarm Optimization," *Revista Dyna*, vol. 79, no. 172, pp. 77–84, 2011.
- [4] L. Gómez, "Propuesta de demostración del teorema sobre la relación entre sistemas de ecuaciones y el problema de optimización (comunicación interna)." Bucaramanga, pp. 1–2, 2010.
- [5] H. Liu, L. Zhang, Y. Gao, Y. Shen, and D. Shi, "Electromagnetic Wave Absorber Optimal Design Based on Improved Particle Swarm Optimization," *EMC 2009, IEICE*, pp. 797–800, 2009.
- [6] M. Clerc, *Particle Swarm Optimization*, 1st ed. London: ISTE, 2006, pp. 1–243.
- [7] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, *Particle Swarm Optimization and Intelligence: Advances and Applications*. 2010, pp. 1–329.
- [8] M. A. Montes de Oca, "Particle Swarm Optimization: Introduction." pp. 1–58, 2007.
- [9] Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J.-C. Hernandez, and R. G. Harley, "Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 12, no. 2, pp. 171–195, Apr. 2008.

- [10] W. Chen, S. Member, J. Zhang, S. Member, and H. S. H. Chung, "A Novel Set-Based Particle Swarm Optimization Method for Discrete Optimization Problems," *Structure*, vol. 14, no. 2, pp. 278–300, 2010.
- [11] R. Brits, "Swarm Optimization," *System*, pp. 2–7, 2002.
- [12] A. F. Castillo Torres and J. F. Avila Uribe, "Análisis del Diseño Óptimo de un Reductor de Velocidad," Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander, 2011.
- [13] S. S. Rao, *Engineering Optimization: Theory and Practice*, 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009, p. 829.
- [14] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "Parameter selection and adaptation in Unified Particle Swarm Optimization," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 46, no. 1–2, pp. 198–213, Jul. 2007.
- [15] T. Young and M. J. Mohlenkamp, *Introduction to Numerical Methods and Matlab Programming for Engineers*. Athens, Ohio: , 2011, pp. 46–49.
- [16] R. L. Burden and J. D. Faires, *Análisis Numérico*. México, D.F.: International Thomson Publishing, 2002, pp. 1–839.
- [17] J. Mathews and F. Kurtis, *Numerical Methods Using MATLAB*, 3rd ed. Prentice Hall, 1999.
- [18] R. A. Formato, "Central Force Optimization : A New Nature Inspired Computational Framework for Multidimensional Search and Optimization," *Studies In Computational Intelligence*, vol. 238, no. 2008, pp. 221–238.
- [19] M. Köksal and S. Herdem, "Analysis of nonlinear circuits by using differential Taylor transform," *Computers & Electrical Engineering*, vol. 28, no. 6, pp. 513–525, Nov. 2002.
- [20] X. Yu, "A PSO-based approach to optimal capacitor placement with harmonic distortion consideration," *Electric Power Systems Research*, vol. 71, no. 1, pp. 27–33, Sep. 2004.
- [21] T. L. Pillage, R. A. Rorer, and C. Visweswariah, *Electronic Circuit and System Simulation Methods*. McGraw Hill, 1994.

- [22] C. Alexander and M. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, 2nd ed. 2004.
- [23] R. Baldick, *Applied Optimization: Formulation and Algorithms for Engineering Systems*, First. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, p. 786.
- [24] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronic Circuits*, 5th ed. Oxford University Press, 2007, p. 1283.
- [25] R. Baldick, *Applied Optimization: Formulation and Algorithms for Engineering Systems*, First. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, p. 786.
- [26] Avant, "Star-Hspice Manual." Fremont, CA, pp. 1–1714, 1998.
- [27] R. A. Formato, "Parameter-Free Deterministic Global Search with Central Force Optimization," *Compute*, no. 1, pp. 1–63, Mar. 2010.
- [28] J. Güiza, "Diseño de un Conversor DC-DC Integrable en Tecnología CMOS," Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander, 2010.