

**DISEÑO Y DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO (LQR) DE
POSICIÓN EN LAZO CERRADO PARA EL SERVO-ACTUADOR DE MESA
SÍSMICA**

RUBEN DARIO GÜIZA PINEDA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2019

**DISEÑO Y DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO (LQR) DE
POSICIÓN EN LAZO CERRADO PARA EL SERVO-ACTUADOR DE MESA
SÍSMICA**

RUBEN DARIO GÜIZA PINEDA

Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director

**CARLOS BORRAS PINILLA. Ph.D., MSc.
Ingeniero Mecánico**

Co-director

**JOSÉ LUIS SARMIENTO RAMOS
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2019

DEDICATORIA

A mis padres, Luis Güiza y Azucena Pineda.

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Ph.D Carlos Borrás Pinilla, director del proyecto y del grupo de investigación DICBOT por la confianza depositada.

Al ingeniero mecánico José Luis Sarmiento, codirector del proyecto, por su enseñanza, acompañamiento y asesoría.

A la Escuela de Ingeniería Mecánica UIS y sus profesores por la formación impartida.

A Dios y a mi familia por su apoyo.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	17
1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	18
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
1.2. JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA	19
1.3. OBJETIVOS.....	19
1.3.1. Objetivo general.....	19
1.3.2. Objetivos específicos.	20
1.4. JUSTIFICACION DE LA SOLUCIÓN.....	20
2. MODELADO DE LA PLANTA	22
2.1. COMPONENTES DEL SISTEMA DE MESA SÍSMICA UIS.....	23
2.2. DESCRIPCIÓN MESA SÍSMICA UIS.	24
2.2.1. Módulo de potencia.....	25
2.2.2 Modulo mecánico.....	28
2.2.3. Módulo de control.	31
2.3. MODELO MATEMATICO TEÓRICO DE LA MESA SÍSMICA.	36
2.3.1. Análisis actuador hidráulico.	36
2.3.2. Análisis servo-válvula.....	37
2.3.3. Obtención del modelo matemático teórico.	38
2.4. CARACTERIZACIÓN DEL LVDT.....	41
2.5. DETERMINACIÓN DEL MODELO MEDIANTE GREY BOX.	44
2.5.1. Estimación de modelos matemáticos.....	44
2.5.2. Validación de un modelo matemático.	50

3. DESARROLLO DEL SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN DE LA MESA SÍSMICA.	56
3.1. DESARROLLO CONTROL DE POSICIÓN PID.	56
3.2. DESARROLLO CONTROL DE POSICIÓN LQR CON OBSERVADOR DE ESTADOS.	57
3.2.1. Controlabilidad.	59
3.2.2. Observabilidad.	60
3.2.3. Diseño y sintonización del controlador y el observador de estados.	63
4. RESULTADOS.	65
4.1. SIMULACIONES VIRTUALES.	66
4.1.1. Respuesta a la función escalón.	66
4.1.2. Respuesta a la función sinusoidal.	67
4.1.3. Respuesta a la función onda cuadrada.	70
4.1.4. Respuesta a la función aleatoria.	70
4.2. PRUEBAS EXPERIMENTALES.	71
4.2.1. Respuesta a la función escalón.	75
4.2.2. Repetibilidad.	85
4.2.3. Índice de gasto de energía.	87
4.2.4. Respuesta a la función sinusoidal.	89
4.2.5 Respuesta a la onda cuadrada.	91
4.2.6. Respuesta a la función aleatoria.	92
4.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.	95
5. CONCLUSIONES.	98
6. RECOMENDACIONES.	99
BIBLIOGRAFIA.	100

ANEXOS.....	103
--------------------	------------

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Sistema de control experimental de mesa sísmica.	24
Figura 2: Esquema completo del circuito hidráulico.	25
Figura 3: Unidad de potencia.	26
Figura 4: Unidad de acumulador.	27
Figura 5: Torre de enfriamiento.	28
Figura 6: Bastidor.	28
Figura 7: Plataforma móvil.	30
Figura 8: Sistema de deslizamiento.	31
Figura 9: Actuador hidráulico.	32
Figura 10: servoválvula MTS serie 252.	32
Figura 11: Sensor de posición LVDT.	33
Figura 12: Acondicionador del LVDT.	34
Figura 13: Servo-amplificador.	34
Figura 14: Tarjeta de adquisición de datos Quanser Q8USB	35
Figura 15: Esquema dinámico mesa sísmica.	36
Figura 16: Componentes de la servo-válvula.	37
Figura 17: Diagrama para caracterización del LVDT.	42
Figura 18: Caracterización del LVDT.	43
Figura 19: Implementación caracterización del LVDT.	44
Figura 20: Diagrama para identificación de la planta.	48
Figura 21: Porcentaje de ajuste de los modelos matemáticos.	49
Figura 22: Validación modelo matemático mediante onda escalón.	51
Figura 23: Validación modelo matemático mediante onda cuadrada.	52
Figura 24: Diagrama de Bode modelo matemático.	53
Figura 25: Diagrama de polos y ceros modelo matemático.	54
Figura 26: Diagrama para simulación controlador PID.	56
Figura 27: Parámetros controlador PID.	57
Figura 28: Diagrama general controlador LQR con observador de estados.	63

Figura 29: Diagrama para simulación controlador LQR.	64
Figura 30: Resultado simulación, escalón de 1 [cm].	67
Figura 31: Resultado simulación, onda sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].	68
Figura 32: Resultado simulación, onda sinusoidal ± 1 [cm].	69
Figura 33: Resultado simulación, onda cuadrada $\pm 0,3$ [cm].	70
Figura 34: Resultado simulación, onda aleatoria.	71
Figura 35: Diagrama implementación experimental, controlador PID.	73
Figura 36: Diagrama implementación experimental, controlador LQR.	74
Figura 37: Resultado experimental, posición escalón de 1 [cm].	77
Figura 38: Resultado experimental, señal de control escalón de 1 [cm].	78
Figura 39: Resultado experimental, error escalón de 1 [cm].	79
Figura 40: Resultado experimental, escalón de 2 [cm].	80
Figura 41: Resultado experimental, escalón de 3 [cm].	81
Figura 42: Resultado experimental, escalón de 4 [cm].	82
Figura 43: Resultado experimental, escalón de 5 [cm].	84
Figura 44: Resultado experimental, escalón de 6 [cm].	85
Figura 45: Área bajo la curva, señal de control.	88
Figura 46: Resultado experimental, onda sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].	90
Figura 47: Resultado experimental, onda sinusoidal ± 1 [cm].	91
Figura 48: Resultado experimental, onda cuadrada $\pm 0,3$ [cm].	92
Figura 49: Resultado experimental, onda aleatoria.	93
Figura 50: Resultado experimental, onda aleatoria.	94
Figura 51: Esquema general de un sistema de control.	103
Figura 52: Esquema de un sistema de control en lazo abierto	104
Figura 53: Esquema de un sistema de control en lazo cerrado.	105
Figura 54: Ejemplo de un sistema de control de temperatura.	107
Figura 55: Diagrama de bloques de un sistema con control PID.	110
Figura 56: Respuesta de una planta a el escalón unitario.	112
Figura 57: Respuesta de un sistema a la variable proporcional.	113
Figura 58: Componentes de una válvula proporcional.	123

Figura 59: Spool de una válvula proporcional sin realimentación.	125
Figura 60: control continuo de posición en lazo cerrado.....	126
Figura 61: Válvula proporcional para prestaciones elevadas.....	127

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Especificaciones técnicas de la mesa sísmica.....	23
Tabla 2: Características generales de la unidad de potencia.	27
Tabla 3: Valores de los parámetros de la planta.....	40
Tabla 4: caracterización del LVDT.	42
Tabla 5: Parámetros pre-estimados simplificados.	47
Tabla 6: Señales para identificación de la planta.....	47
Tabla 7: porcentaje de ajuste de los modelos matemáticos.	50
Tabla 8: Señales para validar el modelo matemático.	50
Tabla 9: Validación de un modelo matemático.	52
Tabla 10: Tipos de ondas para análisis de los controladores.	65
Tabla 11: Resultados simulaciones virtuales, función escalón.	66
Tabla 12: Resultados simulaciones virtuales, onda sinusoidal ± 0.5 [cm].....	67
Tabla 13: Resultados simulaciones virtuales, onda sinusoidal ± 1 [cm].....	69
Tabla 14: Resultados experimentales, función escalón de 1 [cm].	76
Tabla 15: Resultados experimentales, función escalón de 2 [cm].	79
Tabla 16: Resultados experimentales, función escalón de 3 [cm].	80
Tabla 17: Resultados experimentales, función escalón de 4 [cm].	81
Tabla 18: Resultados experimentales, función escalón de 5 [cm].	83
Tabla 19: Resultados experimentales, función escalón de 6 [cm].	84
Tabla 20: Desviaciones estándar, controlador LQR.....	86
Tabla 21: Desviaciones estándar, controlador PID.	87
Tabla 22: Repetibilidad.	87
Tabla 23: Área bajo la curva señal de control, función escalón.	88
Tabla 24: Resultados experimentales, función sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].	89
Tabla 25: Resultados experimentales, función sinusoidal ± 1 [cm].....	90
Tabla 26: Resultados experimentales, función escalón.	95
Tabla 27: Resultados experimentales, diferencia área bajo la curva de la señal de control.	96

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: MARCO TEÓRICO.....	103
ANEXO B: CATÁLOGO SERVO VÁLVULA.....	132
ANEXO C: CATÁLOGO CILINDRO PARKER.....	134
ANEXO D: CATÁLOGO LVDT.....	135

RESUMEN

TITULO: DISEÑO Y DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO (LQR) DE POSICIÓN PARA UN SERVO-ACTUADOR HIDRAULICO DE MESA SÍSMICA*.

AUTORES: RUBEN DARIO GÜIZA PINEDA**

PALABRAS CLAVE: Actuador Hidráulico, Control de Posición, Modelo Dinámico, LQR, PID.

DESCRIPCIÓN: Este estudio presenta el modelado, la identificación del sistema mediante la metodología Grey Box y el control de seguimiento de posición de un actuador hidráulico utilizando el enfoque de servo sistemas del regulador lineal cuadrático (LQR). Primero, se obtuvo el modelo dinámico no lineal usando ecuaciones diferenciales basadas en teoría hidráulica y leyes físicas. El modelo fue linealizado y una identificación de sistema fue realizada para estimar los parámetros desconocidos. El modelo estimado se verificó con datos experimentales obtenidos de la respuesta del sistema en lazo abierto para entradas de onda cuadrada y de paso continuo de diferentes amplitudes y frecuencias.

Se diseñó una estrategia de control LQR para el seguimiento de posición. Inicialmente, se ajustó utilizando la regla de Bryson y luego a través de simulaciones virtuales sobre el modelo estimado por prueba y error hasta lograr el mejor rendimiento. Finalmente se implementó en el servosistema electro-hidráulico (EHSS) de la mesa sísmica de la UIS, compuesta por un cilindro hidráulico dinámico Parker de doble vástago comandado por una servo válvula MTS 252.24G-04, accionado por una unidad de potencia hidráulica MTS 505.11. La posición del cilindro se midió utilizando un LVDT Trans-Teck integrado. El desempeño fue evaluado en términos de tiempo de establecimiento y subida, error en estado estable, consumo de energía y repetibilidad contra un control convencional PID para diferentes señales de escalón y sinusoidal. Los resultados experimentales onda mostraron un desempeño superior usando el control LQR, logrando un mejor seguimiento, una respuesta más rápida y un menor consumo de energía.

* Trabajo de Grado.

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla.

ABSTRACT

TITLE: DESIGN AND DEVELOPMENT OF AN OPTIMUM POSITION CONTROL SYSTEM (LQR) FOR A SEISMIC TABLE HYDRAULIC SERVO-ACTUATOR*.

AUTHORS: RUBEN DARIO GÜIZA PINEDA**

KEY WORDS: Hydraulic Actuator, Position Control, Dynamic Model, LQR, PID.

DESCRIPTION: This study presents the modeling, system identification using Grey Box mode estimation and position tracking control of a hydraulic actuator using the linear quadratic regulator (LQR) servo systems' approach. First, the non-linear dynamic model was obtained using differential equations based on hydraulic theory and physical laws. The model was then linearized and system identification was performed to estimate the unknown model parameters. The estimated model was verified with experimental data of the open loop system response for square wave and continuous step inputs of different amplitudes and frequencies.

An LQR control strategy was designed for the position-tracking. Initially it was tuned using the Bryson's rule and then through virtual simulations over the estimated model by trial and error until the best performance is achieved. Finally the control strategy was implemented in the electro-hydraulic servo system (EHSS) of the seismic shake table at UIS, composed of a Parker double rod dynamic hydraulic cylinder commanded by an MTS 252.24G-04 servo valve and powered by an MTS 505.11 hydraulic power unit. Cylinder's position was measured using an integrated Trans-Teck LVDT. The performance was evaluated in terms of settling and rising time, steady-state error, energy consumption and repeatability against a conventional PID for different step and sine wave signals. The experimental results showed better performance using LQR control, achieving better tracking, faster response and less energy consumption.

* Thesis.

** Faculty of Physical – Mechanical Engineering. School of Mechanical Engineer. Directress: Carlos Borrás Pinilla.

INTRODUCCIÓN

Los procesos industriales cada día presentan mayores retos en temas de mejoramiento de los procesos, es por eso que los sistemas hidráulicos son ampliamente utilizados en robótica, sistemas mecatrónicos gracias a su alta confiabilidad y precisión, por lo tanto, es imprescindible desarrollar, y avanzar aún más su investigación, técnicas de control de posición.

El objetivo de esta investigación es adelantar estudios en técnicas de control de posición con un desempeño superior respecto a un controlador de posición convencional, en términos de tiempo de respuesta y consumo de energía. Las pruebas se realizaron sobre el banco de pruebas de la mesa sísmica, la cual hace parte del centro de investigación en sistemas dinámicos y robóticos, DicBot, de la Universidad Industrial de Santander.

En la primera sección de éste trabajo se hace la presentación del proyecto. La segunda parte contiene la descripción del banco de trabajo, el modelado matemático teórico y la estimación de un modelo matemático experimental, desarrollado mediante la metodología Grey Box, donde se calculan algunos parámetros desconocidos en el modelo teórico. El diseño y el desarrollo del sistema de control óptimo de posición LQR se encuentra en el capítulo tres, contiene el desarrollo de las ecuaciones que rigen la dinámica del controlador y su sintonización. También se encuentra el diseño de un controlador convencional PID contra el cual se compara su desempeño. En el cuarto capítulo se encuentran los resultados de las simulaciones de los controladores aplicados al modelo experimental estimado de la mesa sísmica. También se encuentran los resultados experimentales al aplicar los controladores en el banco de la mesa sísmica.

Por último se presentan las conclusiones de la investigación.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A medida que la tecnología avanza impone nuevos conceptos y técnicas para el mejoramiento de procesos industriales y los programas de estudio actuales deben corresponder con el avance y desarrollo de estos procesos. Específicamente en el área automatización de procesos se requiere investigación para lograr un control de equipos y maquinas cada vez más eficiente y óptimo.

En aras de mantener ese equilibrio, el centro de investigación en sistemas dinámicos, control y robótica DICBOT promueve proyectos de investigación con el ánimo de estimular el interés de los estudiantes y profesionales en el desarrollo científico, por lo tanto adquirió un servomecanismo hidráulico de alto desempeño dinámico compuesto por una servo-válvula y un cilindro con sensor de posición acoplado. Cualquier tentativa de diseño o implementación en algún sistema en el que se pretenda utilizar, requiere de una herramienta que además de pronosticar su funcionamiento, cuente también con un control eficiente de su posicionamiento y es por esta razón que surge la necesidad de diseñar y desarrollar un sistema de control de posición para el servo-actuador hidráulico de mesa sísmica. Además de lo anterior, este proyecto es la fase inicial de un proyecto de investigación de maestría en el cual se busca desarrollar un control óptimo que permita reproducir señales de aceleración.

Finalmente habrá que evaluar el desempeño de este sistema de control moderno. Para esto se pretende comparar el sistema de control óptimo con un control convencional (PID) y de esta manera validar su uso.

1.2. JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

Un medio eficaz para la enseñanza y aprendizaje integral es la práctica y aplicación de los conceptos teóricos en laboratorios con el fin de ratificar lo aprendido en clase e integrar diferentes ramas del conocimiento, esto con el fin de ir preparando profesionales capacitados en la solución de problemas complejos e integrales como los que se presentan en la industria.

Mediante el desarrollo de este proyecto se pretende integrar conocimientos del área de potencia fluida y sistemas de control, fomentar la investigación y proveer una herramienta útil con el fin de desarrollar investigación e innovación en las áreas de sistemas dinámicos y control moderno.

1.3. OBJETIVOS.

1.3.1. Objetivo general.

De acuerdo al propósito misional de la Universidad Industrial de Santander que busca la formación de profesionales de alta calidad ética, política y profesional; la generación y adecuación de conocimientos y la participación activa liderando procesos de cambio, junto a la misión del grupo investigación en dinámica, control y robótica (DICBoT) que busca desarrollar investigación e innovación en las áreas de sistemas dinámicos multifísicos y control moderno, se plantea como objetivo general diseñar y desarrollar un sistema de control óptimo LQR (regulador cuadrático lineal) de posición para el servo actuador de la mesa sísmica en el banco de laboratorio de dinámica estructural, grupo investigación (DICBoT).

1.3.2. Objetivos específicos.

- Desarrollar el modelo dinámico y matemático del servo-actuador hidráulico de la mesa sísmica del banco de laboratorio de dinámica estructural, grupo de investigación (DICBoT).
- Diseñar y simular un sistema de control moderno optimo basado en la estrategia LQR para control de posición, del servo actuador hidráulico que acciona la mesa sísmica del laboratorio de dinámica estructural, perteneciente al grupo DICBoT, mediante el software de cálculo numérico y de programación MATLAB&SIMULINK®.
- Implementar y validar experimentalmente el control optimo LQR en el servo-actuador de la mesa sísmica.
- Comparar el desempeño dinámico del control óptimo LQR contra un sistema de control convencional PID, y caracterizar las respuestas dinámicas de cada uno de ellos, sobre la planta dinámica de la mesa sísmica.

1.4. JUSTIFICACION DE LA SOLUCIÓN.

Además con el fin de mejorar la eficiencia de estos sistemas de control automático se planteara una alternativa mediante el diseño y desarrollo de un sistema de control optimo LQR para el servo actuador de una mesa sísmica, del cual se quiere caracterizar su respuesta dinámica y compararla con un sistema de control de posición PID que ya ha sido implementada en el servo actuador de la mesa sísmica, pero que presenta algunas dificultades en la sintonización del sistema.

Por medio de esta alternativa se desea dar respuesta a necesidades en el ámbito de información e investigación que pueda ser llamativa para universidades, centros de investigación y empresas que tengan objetivos de mejorar la automatización de procesos de una forma fácil y eficiente.

Para el análisis del sistema dinámico y el procesamiento de los datos provenientes de las prácticas experimentales se debe seleccionar una herramienta computacional que contenga un sistema de cálculo científico que permita llevar a cabo no solo cálculos numéricos complicados sino manipulaciones analíticas, tratamientos gráficos. Los mejores programas que reúnen este tipo de características en el mercado son, LABVIEW®, MUPAD®, MAPLE®, MATHCAD® y MATLAB&SIMULINK®.

Se han escogido, MATLAB&SIMULINK® ya que escuela de ingeniería mecánica posee la licencia académica de uso y además proporciona un entorno potente y amigable para el cálculo y simulación en ingeniería. El ambiente de programación ofrece operaciones matemáticas básicas más una serie de procedimientos operacionales (conocidos como funciones) que cada una es llamada, utilizando una única orden en MATLAB®.

Además del entorno de programación con líneas de órdenes, MATLAB® se puede suplementar con una interfaz de usuario grafica basada en ventanas y conocida como SIMULINK®, en el cual se puede describir fácilmente un sistema dibujando su diagrama de bloques. Esto es especialmente conveniente para la simulación del sistema dinámico. La representación se desarrolla en un entorno interactivo utilizando representaciones graficas de todos los elementos de simulación. El formato de diagrama de bloques se ofrece con una gran selección de bloques operacionales incluyendo funciones de transferencia, modelos de estado, relaciones no lineales y funciones definidas por el usuario. Cuando se utiliza SIMULINK®, las grandes tareas de programación se efectúan todas internamente.

2. MODELADO DE LA PLANTA.

La planta con la que cuenta el laboratorio es una mesa sísmica. La mesa sísmica es una plataforma construida generalmente de metal y soportada en una base concreto, la cual por medio de controladores (computadores) y actuadas por medios hidráulicos, mecánicos o electromagnéticos, logran reproducir con exactitud un movimiento sísmico o de otra característica, satisfaciendo las leyes de similitud para el escalamiento de una señal de entrada de desplazamiento, aceleración y frecuencia, a partir de uno o más de sus componentes, o de los acelerogramas registrados.

Las mesas sísmicas controladas dinámicamente en lazo cerrado, pueden disponer de hasta seis grados de libertad, correspondientes a los tres desplazamientos y tres giros de un sólido rígido. Las características técnicas de las mesas sísmicas se definen principalmente por sus dimensiones, números de grados de libertad, aceleraciones, velocidades, y desplazamientos máximos, capacidad portante, entre otros.

Las mesas vibratorias, permiten simular en equipos y estructuras fenómenos como:

- Efectos de carga.
- Características de respuestas dinámicas bajo excitación real (de baja amplitud, produciendo respuesta inelástica y fisura).
- Mecanismos de fisura.
- Efectos de masa e irregularidades de rigidez.
- Torsión y efectos de volcadura.
- Inestabilidad dinámica.
- Idealización de los efectos de la base de la estructura.

2.1. COMPONENTES DEL SISTEMA DE MESA SÍSMICA UIS.

La mesa sísmica del laboratorio es el resultado del proyecto de grado de Rubiano y Cediel¹ en el cual se diseñó y construyó la mesa sísmica. Esta mesa sísmica tiene las siguientes especificaciones técnicas generales reportadas en el trabajo de grado de Torres y Rodríguez²:

Tabla 1: Especificaciones técnicas de la mesa sísmica.

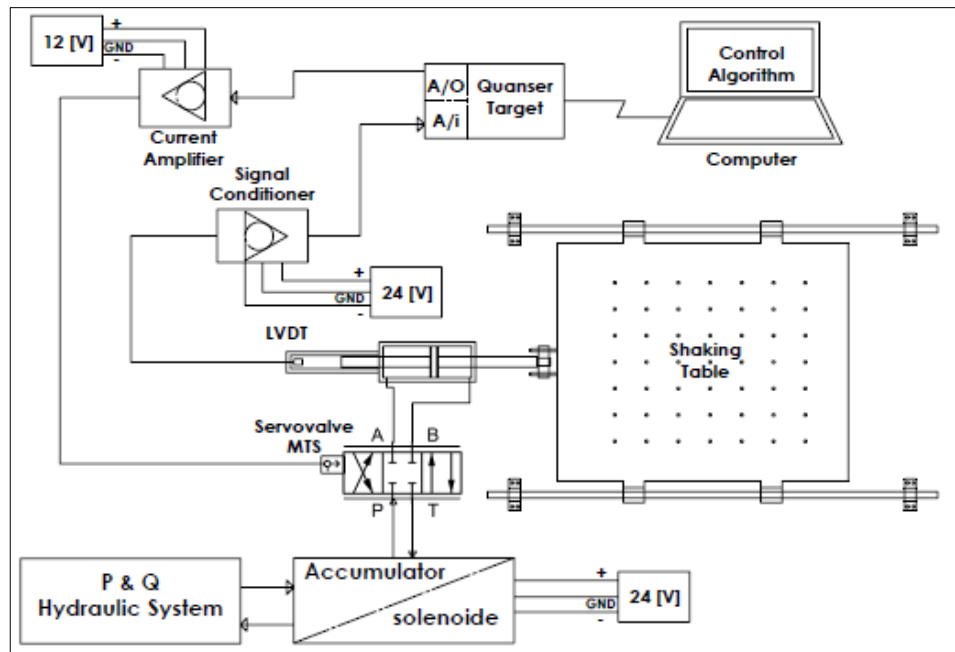
Mesa Sísmica Universidad Industrial de Santander		
ESPECIFICACION	VALOR	UNIDADES
Área de carga	0,9 x 1,1	M
Capacidad de carga	300	Kg
Recorrido máximo	25	Cm
Velocidad máxima	39	cm/s
Aceleración máxima	2g	m/s ²
Rango de frecuencia	0 – 100	Hz
Tipo de movimiento	Unidireccional	

En el siguiente esquema se representa el sistema completo de la mesa sísmica.

¹ Rubiano, F., Cediel J. Diseño y construcción de un banco para experimentación para servosistema hidráulico de control de posición (servovalvula Moog 760 y actuador). 2011. Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial de Santander.

² TORRES G., RODRIGUEZ P., Diseño y desarrollo de un sistema de control de posición y velocidad de una mesa sísmica. Bucaramanga, 2014. 159 p. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

Figura 1: Sistema de control experimental de mesa sísmica.



2.2. DESCRIPCIÓN MESA SÍSMICA UIS.

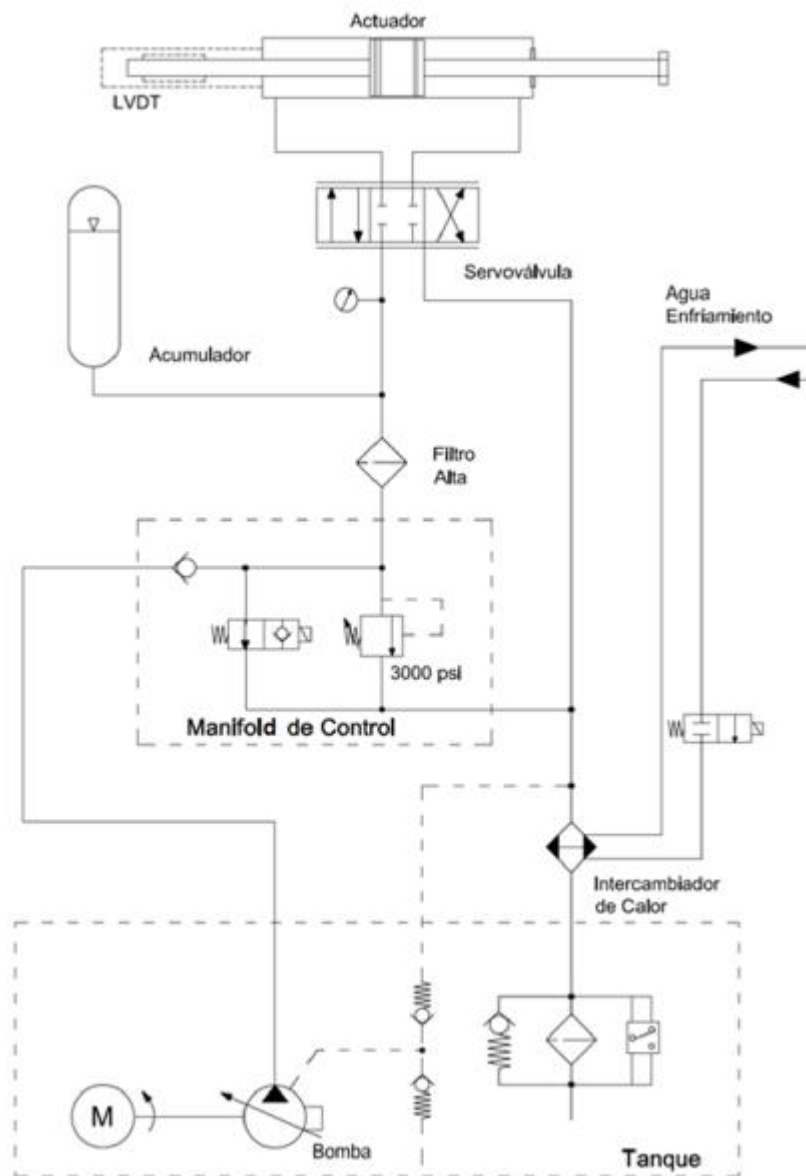
La mesa sísmica y todos sus componentes que se describen a continuación fueron suministrados por el grupo de investigación en dinámica, control y robótica (DICBoT), dirigido por el profesor Carlos Borrás.

Para describir de la forma más clara posible el sistema de la mesa sísmica se puede decir que consta de tres módulos:

- Módulo de potencia
- Módulo mecánico
- Módulo de control

2.2.1. Módulo de potencia. Conformado por la unidad de potencia MTS y su banco de acumuladores MTS. Está encargado de entregar la potencia hidráulica al banco para reproducir los movimientos deseados.

Figura 2: Esquema completo del circuito hidráulico.



Fuente: Rubiano, F., Cediel J. Diseño y construcción de un banco para experimentación para servosistema hidráulico de control de posición (servoválvula Moog 760 y actuador). 2011. Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial de Santander.

➤ Unidad de potencia:

Este es el sistema, que dará la potencia y las características de aceleración y frecuencia a la mesa sísmica. Este sistema consta de una fuente de energía hidráulica, la cual provee al sistema de una presión constante mediante un fluido hidráulico. Dentro de la unidad de potencia, encontramos otros elementos como manifolds de servicio, mangueras, acumuladores, bomba hidráulica, Reservorio o tanque.

El banco del laboratorio cuenta con un equipo MTS 505.11 con bomba de desplazamiento variable de 11 [gpm] de caudal nominal y 3000 [psi] de presión de operación, acumulador, válvula de seguridad, manómetros, indicadores de temperatura y otros.

Figura 3: Unidad de potencia.



Tabla 2: Características generales de la unidad de potencia.

Características generales UPH	
Temperatura de operación	5-40°C (41-104°F)
Fluido hidráulico	Shell Tellus 46 AW
Filtro	3 micrones
Capacidad del tanque	174 L (46 gal)
Voltaje potencia	220 V AC 50 Hz
Voltaje control	24 V DC
Máxima presión	21 MPa (3000 psi)
Máximo flujo bomba	41,6 L/min (11 gpm)
Potencia motor	18,6 Kw (25 hp)
Acumulador externo unidad	1 galón

- Unidad de acumulador: Manifold hidráulico MTS 293.11^a-02, compuesto por un filtro de presión, electroválvula proporcional de dos vías y dos posiciones, manómetro y acumulador de pistón MTS A2.5N005817ES de 58 pulgadas cúbicas de capacidad y 4000 psi de presión máxima de operación.

Figura 4: Unidad de acumulador.



- Torre de enfriamiento: torre de enfriamiento de tiro inducido a contracorriente. Cumple la función de refrigerar el aceite.

Figura 5: Torre de enfriamiento.



2.2.2 Modulo mecánico. Tiene que ver con todos los elementos que componen como tal el banco de pruebas, la mesa sísmica y la servo-válvula.

- Bastidor: estructura rectangular de 0,8 x 2[m] de acero A36 perfil IPE 120. Soporte para anclar el actuador hidráulico. Conjunto anclado y reforzado con lámina HR de ½ [pulg].

Figura 6: Bastidor.



➤ Plataforma móvil:

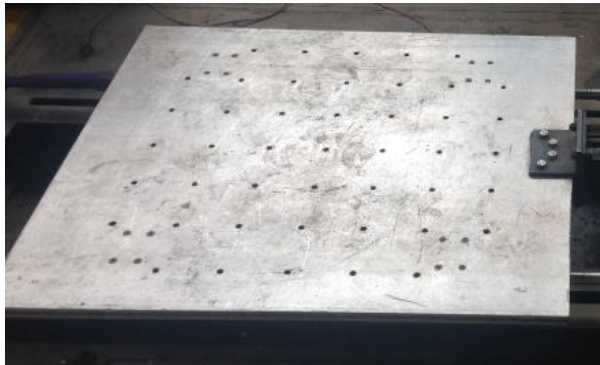
Proporciona la superficie para el anclaje del modelo a simular, esta plataforma es montada a través de un sistema de cojinetes lineales a la masa de reacción y su movimiento es controlado por el movimiento del actuador, La plataforma del simulador, debe ser lo suficientemente rígida, en las dos direcciones diferentes a la determinada para su movimiento. Adicionalmente, su peso debe ser adecuado, con el fin de minimizar los efectos de un modelo vibratorio en la mesa.

Esta plataforma cumple con tres condiciones:

- La frecuencia natural de la plataforma es superior a la máxima frecuencia de operación de la mesa.
- La masa de esta plataforma es ligera, con el fin de minimizar las fuerzas de inercia que el actuador puede imprimir en esta por el movimiento. A mayor aceleración de la mesa, menor debe ser el peso de esta.
- La plataforma es lo suficientemente rígida para prevenir la excesiva rotación de los rodamientos de deslizamiento.

La plataforma está construida en lámina de aluminio 1100 calibrado de 0,9 x 1,1[m] y de 25[mm] de espesor. Posee matriz de agujeros para anclar los modelos de ensayo con tornillos de $\frac{1}{2}$ [pulg].

Figura 7: Plataforma móvil.



➤ Sistema de deslizamiento:

Este sistema provee una superficie de deslizamiento a la plataforma de simulación, el cual tiene las siguientes características:

- Baja fricción para minimizar la distorsión de la respuesta deseada en las simulaciones de estructuras.
- Rigidez que limite los movimientos ajenos a la simulación, por ejemplo la rotación.
- Gran capacidad de carga, para realizar los estudios de los modelos a escala sin aumentar efectos de fricción en el movimiento de la plataforma.

El sistema de deslizamiento cuenta con cuatro rodamientos lineales Thompson XR-48-OPN montados sobre dos ejes de acero cromados sujetos al bastidor como se muestra en la siguiente figura.

Figura 8: Sistema de deslizamiento.



2.2.3. Módulo de control. Encargado de realizar el posicionamiento de la mesa al enviar la señal de entrada a la servo-válvula y recibir la señal de posición de la mesa. Está conformado por el actuador, la servo-válvula, el pc, la tarjeta de adquisición de datos de Quanser, el sensor LVDT, la tarjeta acondicionadora de señal del LVDT, la tarjeta servo-amplificadora y sus respectivas fuentes de voltaje. La tarjeta acondicionadora de señal del LVDT y la tarjeta servo-amplificadora van conectadas a la tarjeta de adquisición de datos de Quanser por medio de sus entradas y salidas analógicas quienes reciben y envían las señales hacia y desde el pc.

➤ Actuador hidráulico:

El actuador consiste en un cilindro hidráulico lineal que transmite el movimiento a la plataforma rígida de la mesa. La mesa sísmica cuenta con un cilindro Parker 2H de doble vástago, de diámetro de pistón de 2,5 [pulg], y diámetro de vástago de 1,75 [pulg] y carrera de 10 [pulg].

Figura 9: Actuador hidráulico.



➤ Servo-válvula:

Las servo-válvulas son el elemento final de control en un sistema de lazo cerrado, y son las que permiten los cambios de dirección y movimientos del actuador. El banco cuenta con una servo-válvula MTS modelo 252.24G-04 de alto desempeño dinámico de 10 [gpm], 200 [Hz] y hasta 4500 [psi].

Figura 10: servoválvula MTS serie 252.



El siguiente componente es el servo-controlador, este es el puente entre la señal de comando enviada por el computador y los puertos del actuador de la servo-válvula. El Servo-Regulador utiliza dos niveles de control para regular el movimiento del actuador. El primer nivel del control se llama el “lazo interno” y regula los puertos del fluido de la servo-válvula. El segundo nivel de control, llamado el “lazo externo”, utiliza la señal de desplazamiento del LVDT montado en

el actuador y la compara a la señal de comando enviada por la computadora de control. La señal del error se envía de nuevo al “lazo interno” que corrige el error usando la abertura correcta de la válvula. El “lazo externo” es el nivel más alto del control del Servo-controlador y está compuesto por:

➤ Sensor de posición:

Es un transformador diferencial variable lineal también llamado LVDT. El banco cuenta con un LVDT Trans-Teck de 10 [pulg] de rango y 0,5% de no linealidad.

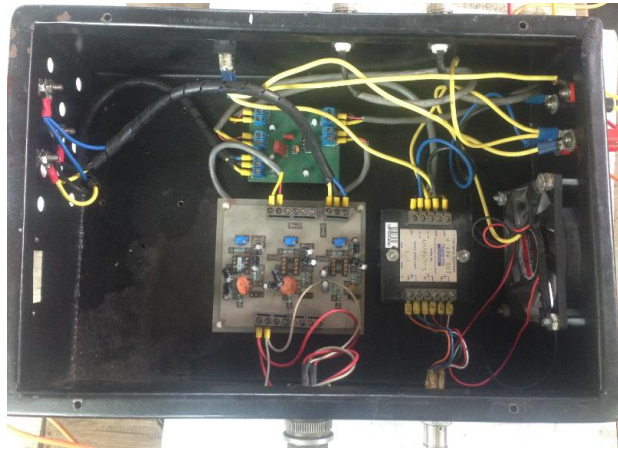
Figura 11: Sensor de posición LVDT.



➤ Demulador o acondicionador del LVDT:

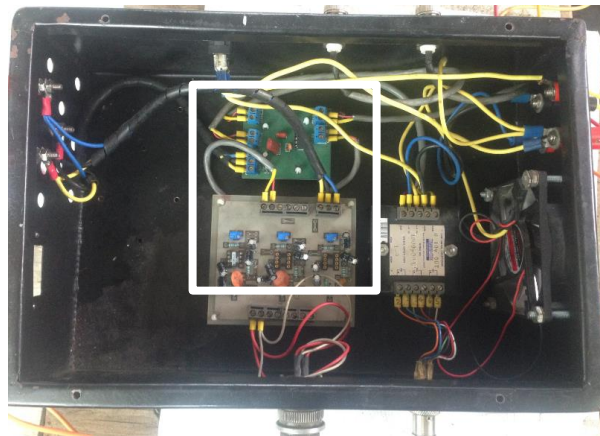
Realiza el acondicionamiento de la señal emitida por el LVDT, es un acondicionador de señal Trans-Teck 1000 que puede ser conectado a una tarjeta de adquisición de datos, PLC o convertidores A/D.

Figura 12: Acondicionador del LVDT.



- Servo-amplificador: realiza la amplificación de la señal enviada desde el PC a la servo-válvula.

Figura 13: Servo-amplificador.



- Tarjeta Quanser Q8-USB:

La tecnología de adquisición de datos USB de Quanser ofrece un rendimiento confiable en tiempo real a través de una interfaz USB. Q8-USB se combina con una placa de terminales para un acceso fácil y rápido a las

señales, cuenta con 8 puertos de entrada y 8 de salida analógica de hasta ± 10 [V].

Figura 14: Tarjeta de adquisición de datos Quanser Q8USB



Fuente: Catálogo de Quanser. 2017.

➤ Sistemas de adquisición y procesamiento de datos:

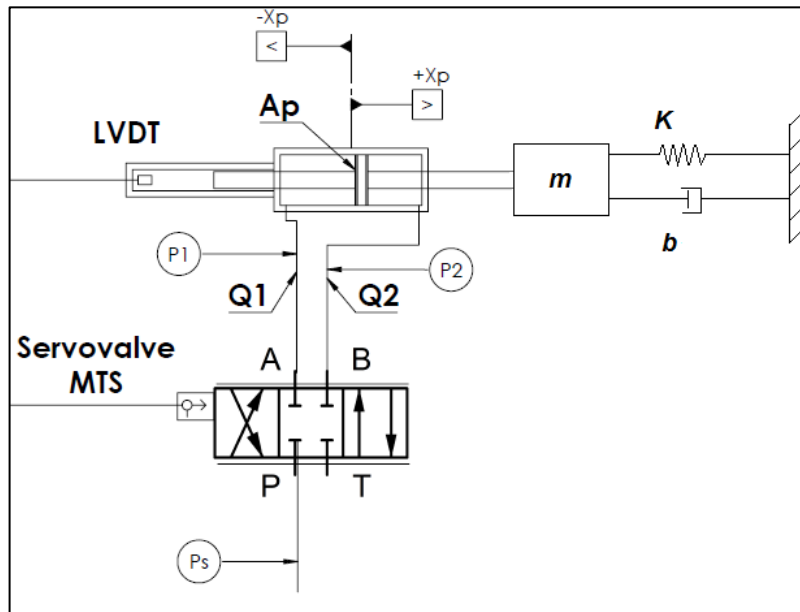
Es el sistema de controlar y actuar el servo-controlador, Esto se hace mediante software diseñado especialmente para este tipo de equipos, el cual envía datos acerca de los movimientos de la mesa para la simulación y recibe y procesa los provenientes de las estructuras de prueba en la mesa.

En este proyecto de grado se utilizó el software SIMULINK® & MATLAB®. Para realizar la comunicación entre la tarjeta Quanser y el software es necesario insertar el módulo QUARC (Quanser Real-Time Control) real time rapid control and prototyping software v2.5, que es compatible únicamente con las versiones R2014a, R2014b, R2015a y R2014b de MATLAB®. Para instalar este módulo es necesario tener un compilador de C (Visual Studio).

2.3. MODELO MATEMATICO TEÓRICO DE LA MESA SÍSMICA.

Para el diseño y desarrollo del sistema de control propuesto se debe comenzar por el modelamiento matemático que resulta del análisis del sistema dinámico que corresponde a un esquema simplificado y el conjunto de los componentes de la mesa sísmica.

Figura 15: Esquema dinámico mesa sísmica.



Se realiza a partir de la aplicación de las leyes físicas que describen el comportamiento de cada componente³.

2.3.1. Análisis actuador hidráulico. La dinámica del movimiento de la carga del actuador se obtiene al aplicar la segunda ley de Newton:

$$m\ddot{x}_p = A_p P_L - b\dot{x}_p - kx_p \quad (2.1)$$

³ BORRÁS PINILLA, Carlos, José Luis SARMIENTO y Juan Felipe ORTIZ. "Dynamic model and control design for a nonlinear hydraulic actuator". En: ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2018). Pittsburgh, PA, USA, 2018, págs. 1-10.

Donde m , b y k son la masa, el coeficiente de fricción viscosa y la rigidez de la carga respectivamente, x_p es el desplazamiento del actuador, A_p el área anular del pistón y P_L el diferencial de presión a través del pistón, definido como:

$$P_L = P_1 - p_2 \quad (2.2)$$

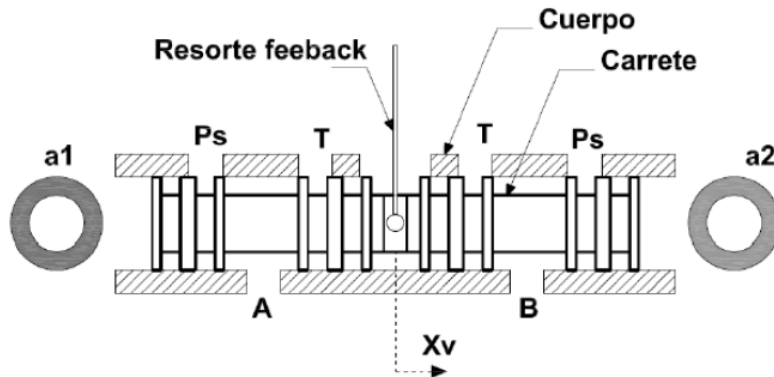
La dinámica del actuador se obtiene al aplicar el principio de continuidad:

$$Q_L = A_p \dot{x}_p + \frac{V_t}{4\beta} \dot{P}_L \quad (2.3)$$

Donde β es el módulo de Bulk efectivo, V_t el volumen total de fluido hidráulico en las cámaras del actuador y las tuberías, y Q_L es el flujo suministrado por la servo-válvula para mover la carga, definido como $Q_L = (Q_1 + Q_2)/2$.

2.3.2. Análisis servo-válvula. El flujo suministrado por la servo-válvula se relaciona con el desplazamiento del spool a través de la siguiente ecuación asumiendo que los orificios son simétricos:

Figura 16: Componentes de la servo-válvula.



Fuente: MARIÑO, Carlos. CHAVARRO, Johan. MODELADO Y CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE UN SERVOACTUADOR HIDRÁULICO. 2010. Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial de Santander.

$$Q_L = C_d \omega x_v \sqrt{\frac{P_s - P_L}{\rho}} \quad (2.4)$$

Donde C_d es el coeficiente de descarga a través del orificio, ω es el gradiente de área del orificio, x_v es el desplazamiento del spool, P_s es la presión de suministro y ρ es la densidad del fluido hidráulico.

La relación entre el voltaje de control y el desplazamiento del spool se obtiene a partir de la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$u = \frac{1}{k_v} \left(\frac{1}{\omega_v^2} \ddot{x}_v + \frac{2\zeta_v}{\omega_v} \dot{x}_v + x_v \right) \quad (2.5)$$

Donde k_v , ζ_v y ω_v son la ganancia, el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural de la servo-válvula u es el voltaje de control.

2.3.3. Obtención del modelo matemático teórico. Se realiza la integración de todo en un solo modelo matemático que describa el comportamiento conjunto de la planta.

Usando las ecuaciones anteriores y definiendo los estados como:

$$x_1 = x_p$$

$$x_2 = \dot{x}_p$$

$$x_3 = P_L$$

$$x_4 = x_v$$

$$x_5 = \dot{x}_v$$

Se definen las ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.6)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m} [A_p x_3 - b x_2 - k x_1] \quad (2.7)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{4\beta}{V_t} \left[C_d \omega x_4 \sqrt{\frac{P_s - x_3}{\rho}} - A_p x_2 \right] \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_4 = x_5 \quad (2.9)$$

$$\dot{x}_5 = \omega_v^2 \left[k_v u - \frac{2\zeta_v}{\omega_v} x_5 - x_4 \right] \quad (2.10)$$

A continuación, se realiza una linealización del modelo en un punto de operación denotado con el subíndice 0:

$$\Delta \dot{x}_1 = \Delta x_2$$

$$\Delta \dot{x}_2 = \frac{1}{m} [A_p \Delta x_3 - b \Delta x_2 - k \Delta x_1]$$

$$\Delta \dot{x}_3 = \frac{4\beta}{V_t} [k_f \Delta x_4 + k_p \Delta x_3 - A_p \Delta x_2]$$

$$\Delta \dot{x}_4 = \Delta x_5$$

$$\Delta \dot{x}_5 = \omega_v^2 \left[k_v \Delta u - \frac{2\zeta_v}{\omega_v} \Delta x_5 - \Delta x_4 \right]$$

Escribiendo las constantes k_f y k_p como se muestra,

$$k_f = C_d \omega \sqrt{\frac{P_s - P_{L0}}{\rho}} \quad (2.11)$$

$$k_p = \frac{C_d \omega x_{v0}}{2\sqrt{\rho(P_s - P_L)}} \quad (2.12)$$

Se obtiene el modelo representado en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \\ \Delta \dot{x}_3 \\ \Delta \dot{x}_4 \\ \Delta \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k/m & -b/m & A_p/m & 0 & 0 \\ 0 & -4\beta A_p/V_t & -4\beta k_p/V_t & 4\beta k_f/V_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_v^2 & -2\zeta_v \omega_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_v \omega_v^2 \end{bmatrix} [\Delta u]$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix}$$

A continuación se especifica el valor de los parámetros involucrados en el modelo:

Tabla 3: Valores de los parámetros de la planta.

Símbolo	Parámetro	Valor	Unidades
Variables conocidas			
P_s	Presión de suministro	3000	Psi

m	Masa	85,3	Kg
A_p	Área anular del pistón	16,15e-4	m ²
β	Módulo de Bulk efectivo	6,89e8	N/m ²
ρ	Densidad del fluido	847	Kg/m ³
V_t	Volumen total de fluido hidráulico	4,34e-4	m ³
Variables asumidas			
ω	gradiente de área del orificio	20,75e ⁻³	m ² /m
C_d	coeficiente de descarga a través del orificio	0,6	—
k_v	Ganancia de la servo-válvula	5e ⁻⁵	(m/V)
ζ_v	coeficiente de amortiguamiento de la servo-válvula	0.7	
ω_v	frecuencia natural de la servo-válvula	200	Hz
b	Coeficiente de fricción viscosa	1000	Ns/m
k	Rigidez de la carga	0	N/m

Las variables asumidas fueron asignadas teniendo como referencia el trabajo de sepheri y karpenco⁴.

2.4. CARACTERIZACIÓN DEL LVDT.

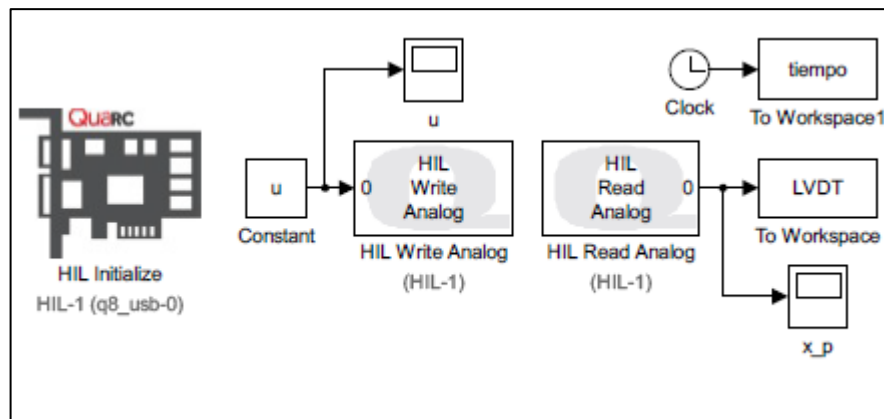
Con el banco, mesa sísmica, en funcionamiento procedemos a la caracterización del LVDT.

La caracterización del LVDT fue realizada llevando el actuador a las posiciones extremas y la posición central, donde se midió el valor del voltaje de este mismo. Los dos puntos extremos se definieron como menos la mitad de la carrera total del actuador y la mitad de la carrera del actuador respectivamente, para tomar como cero la posición central del actuador. Teniendo estos datos se procedió a

⁴ SEPEHRI, N. KARPENKO, M. Robust position control of an electrohydraulic actuator with a faulty actuator piston seal. Journal of dynamic systems, measurement and control.125, September 2003. Pg. 415.

determinar la relación existente entre la posición del cilindro y la señal de voltaje emitida por el LVDT, sabiendo que el LVDT posee la característica de linealidad; Los datos son cargados en el workspace de MATLAB® y posteriormente guardados en Excel para su análisis. En la siguiente imagen se observa la forma de implementación del software para realizar la caracterización.

Figura 17: Diagrama para caracterización del LVDT.



El bloque u representa la señal de control, en este se ingresa el valor en unidades de voltaje, el bloque *HIL Write Analog* envían la señal de control a la tarjeta Quanser, el bloque *HIL Read Analog* recibe o lee la señal del retroalimentación y en el bloque *LVDT* se guardan los datos de voltaje del LVDT.

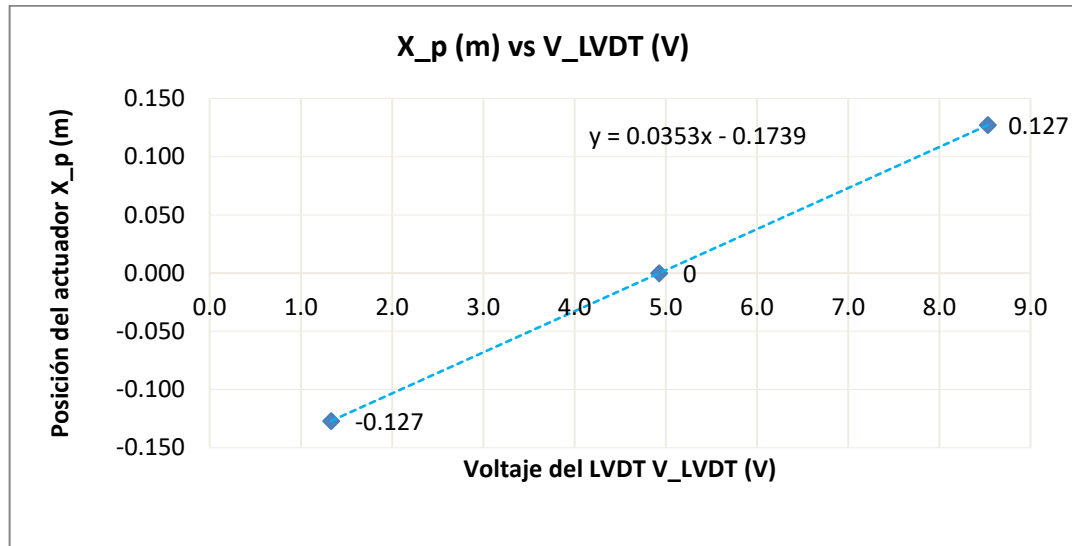
En la tabla que sigue se pueden ver los valores obtenidos para las posiciones extremas y la posición central del actuador del actuador.

Tabla 4: caracterización del LVDT.

Posición del actuador (m)	Voltaje LVDT (V)
-0,127	1,3306
0	4,9263
0,127	8,5320

En siguiente figura se puede observar la función que relaciona los dos parámetros mencionados anteriormente, a saber, el voltaje emitido por el LVDT y la posición del cilindro hidráulico.

Figura 18: Caracterización del LVDT.

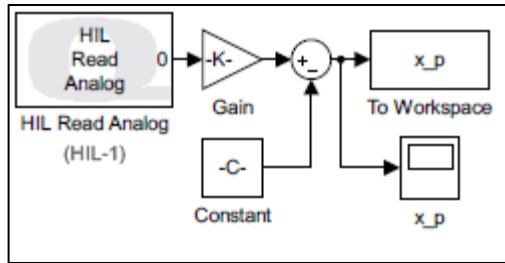


La relación obtenida es de la forma $y = mx + b$, de esta forma se obtiene:

$$X_p = 0,0353 * V_{LVDT} - 0,1739 \quad (2.13)$$

El valor de la pendiente y del punto de corte de esta función fueron implementados para hacer la conversión de unidades de voltaje que emite el LVDT a metros para el posicionamiento del actuador, como se muestra en la siguiente figura, donde el bloque denominado *Gain* contiene el valor de la pendiente de la recta y el bloque denominado *Constant* contiene el valor del punto de corte con el eje de las ordenadas.

Figura 19: Implementación caracterización del LVDT.



2.5. DETERMINACIÓN DEL MODELO MEDIANTE GREY BOX.

Para realizar la determinación del modelo matemático primero debe estar caracterizado el sensor que mide la posición del cilindro para establecer la relación que existe entre la posición del cilindro y la señal que el sensor, en este caso el LVDT emite. La caracterización de LVDT luego se realiza la estimación y finalmente se valida un modelo.

2.5.1. Estimación de modelos matemáticos. Como se puede observar en la sección anterior se obtiene un modelo de quinto orden en espacio de estados de la mesa sísmica usando leyes físicas y teoría de hidráulica ya que se conocen las características del sistema, pero se desconocen los valores de algunos parámetros sin los cuales no se puede describir el comportamiento de la mesa sísmica de manera apropiada. Así para obtener un modelo matemático que represente al sistema real se usa el método de identificación de sistemas llamado caja gris o Grey Box de MATLAB®⁵.

Este proceso consiste en estimar un modelo matemático a partir de un conjunto de datos (señal de entrada y salida) del sistema real en lazo abierto. Este método de identificación de modelos tiene la ventaja de que permite realizar una pre-

⁵ LJUNG, Lennart. "System Identification Toolbox, for use with MATLAB®. User's Guide". Prentice Hall, Natick, USA. 6 edition, 2004.

estimación para limitar el modelo que se va a obtener ya que se define como estado inicial para la estimación el modelo teórico obtenido en el capítulo anterior.

La estructura para un sistema lineal invariante en el tiempo es

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_c(t) &= \mathbf{A}_c(\boldsymbol{\theta}_c)\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c(\boldsymbol{\theta}_c)\mathbf{u}_c(t) \\ \mathbf{y}_c(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}_c)\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{v}(t)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Donde $\boldsymbol{\theta}_c$ es el vector de parámetros y $\mathbf{v}(t)$ es el ruido. Esta parametrización refleja la percepción del sistema modelado derivado de principios y aplicación de leyes físicas. También se supone que la entrada del sistema es una señal constante por partes, $\mathbf{u}_c(t) = \mathbf{u}(k)$ para $t \in [kT_s, (k+1)T_s]$ y que la salida se muestrea periódicamente $\mathbf{y}(k) = \mathbf{y}_c(kT_s)$, donde T_s es el periodo de muestreo y k es un entero.

Mientras la parte determinística del modelo Grey box está bien establecido, la parte estocástica, el filtro de ruido, suele ser desconocido. Una estructura de modelo que refleja bastante bien la distribución del ruido, es el modelo ARMAX (AutoRegressive Moving Average with eXternal input). El método para estimar los parámetros es el enfoque de error de predicción, donde se eligen los parámetros del modelo para minimizar la diferencia entre la salida del modelo (predicha) y la salida medida. Esto implica una búsqueda numérica iterativa para lograr el mejor ajuste.

De manera general se puede denotar un modelo lineal de entrada $\mathbf{u}$ y salida $\mathbf{y}$ como:

$$A(q)y(t) = \sum_{i=1}^{nu} \left[\frac{B_i(q)}{F_i(q)} \right] u_i(t - nk_i) + \left[\frac{C(q)}{D(q)} \right] e(t)\tag{2.15}$$

Donde u_i representa la entrada número i , y A , B_i , C , D y F_i son polinomios en el operador de cambio q . La estructura general se define al dar los tiempos de retardos nk y los órdenes de estos polinomios.

En el caso del modelo ARMAX se puede escribir como:

$$\mathbf{A}(q)\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}(q)\mathbf{u}(t - nk) + \mathbf{C}(q)\mathbf{e}(t) \quad (2.16)$$

Los “polinomios del operador de cambio” son simplemente formas compactas de escribir ecuaciones de diferencia. El modelo ARMAX en extenso queda así:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) + a_1\mathbf{y}(t - 1) + \dots + a_{na}\mathbf{y}(t - na) \\ = b_1\mathbf{u}(t - nk) + \dots + b_{nb}\mathbf{u}(t - nk - nb + 1) + \mathbf{e}(t) \\ + c_1\mathbf{e}(t - 1) + \dots + c_{nc}\mathbf{e}(t - nc) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Donde $A(q)$ corresponde a los polos que son comunes entre el modelo dinámico y el modelo de perturbaciones (útil si las perturbaciones ingresan al sistema “cerca de” la entrada). Asimismo, determina los polos que son únicos para la dinámica de la entrada # i , y $D(q)$ los polos que son únicos para las perturbaciones.

El método conocido como PEM (predictor Error Method) es aplicado para realizar la estimación; este se basa en la minimización iterativa de un criterio, el error de predicción. Las iteraciones se inician en valores de parámetros calculados, donde la parametrización de las matrices A , B , C , D y K es libre.

Con el fin de simplificar la estimación algunos parámetros se asocian y se representan como se muestra a continuación:

$$a_1 = k/m$$

$$a_2 = b/m$$

$$a_3 = A_p/m$$

$$a_4 = 4\beta A_p/V_t$$

$$a_5 = 4\beta k_p/V_t$$

$$a_6 = 4\beta A_f/V_t$$

$$a_7 = k_v \omega_v^2$$

Quedando la ecuación de estados así:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \\ \Delta \dot{x}_3 \\ \Delta \dot{x}_4 \\ \Delta \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_1 & -a_2 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & -a_4 & -a_5 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_v^2 & -2\zeta_v \omega_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_7 \end{bmatrix} [\Delta u]$$

En la siguiente tabla se muestra la pre-estimación de los parámetros simplificados realizada con los valores presentados en la tabla 3:

Tabla 5: Parámetros pre-estimados simplificados.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
0	11,723	1,893e-5	1,0256e10	603,272	7,131e12	1,6240

Mediante la herramienta mencionada se estimaron cuatro modelos matemáticos de la mesa sísmica mediante grey box. Las estimaciones se llevaron a cabo para señales tipo Chirp, que es una señal de tipo sinusoidal modulada en frecuencia, desde un valor inicial hasta un valor final.

Tabla 6: Señales para identificación de la planta.

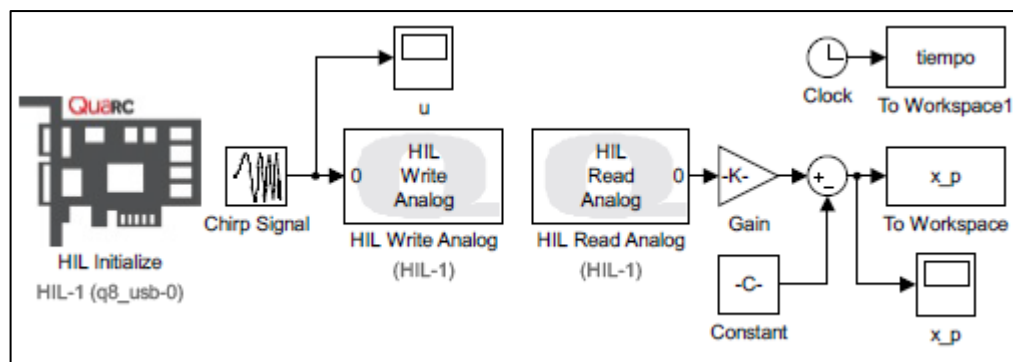
Señal	Tipo de señal	Amplitud [V]	Rango de frecuencia [Hz]
Señal 1	Chirp	0,25	0-30

Señal 2	Chirp	0,5	0-30
Señal 3	Chirp	0,75	0-30
Señal 4	Chirp	1	0-30

Inicialmente se había seleccionado un rango de frecuencia de 0 a 100 Hz para la identificación, pero debido al error introducido a altas frecuencias (recorridos muy pequeños del cilindro) se realizó la identificación en el rango de 0 a 30 Hz. Otra razón para la selección de ese rango es que una mesa sísmica trabaja máximo a 15 Hz simulando sismos.

Finalmente después de definir los parámetros se realizan las estimaciones. La implementación del software se muestra en la siguiente imagen.

Figura 20: Diagrama para identificación de la planta.



En el bloque denominado *Chirp Signal* se configuran los parámetros de frecuencia y amplitud para cada toma de datos.

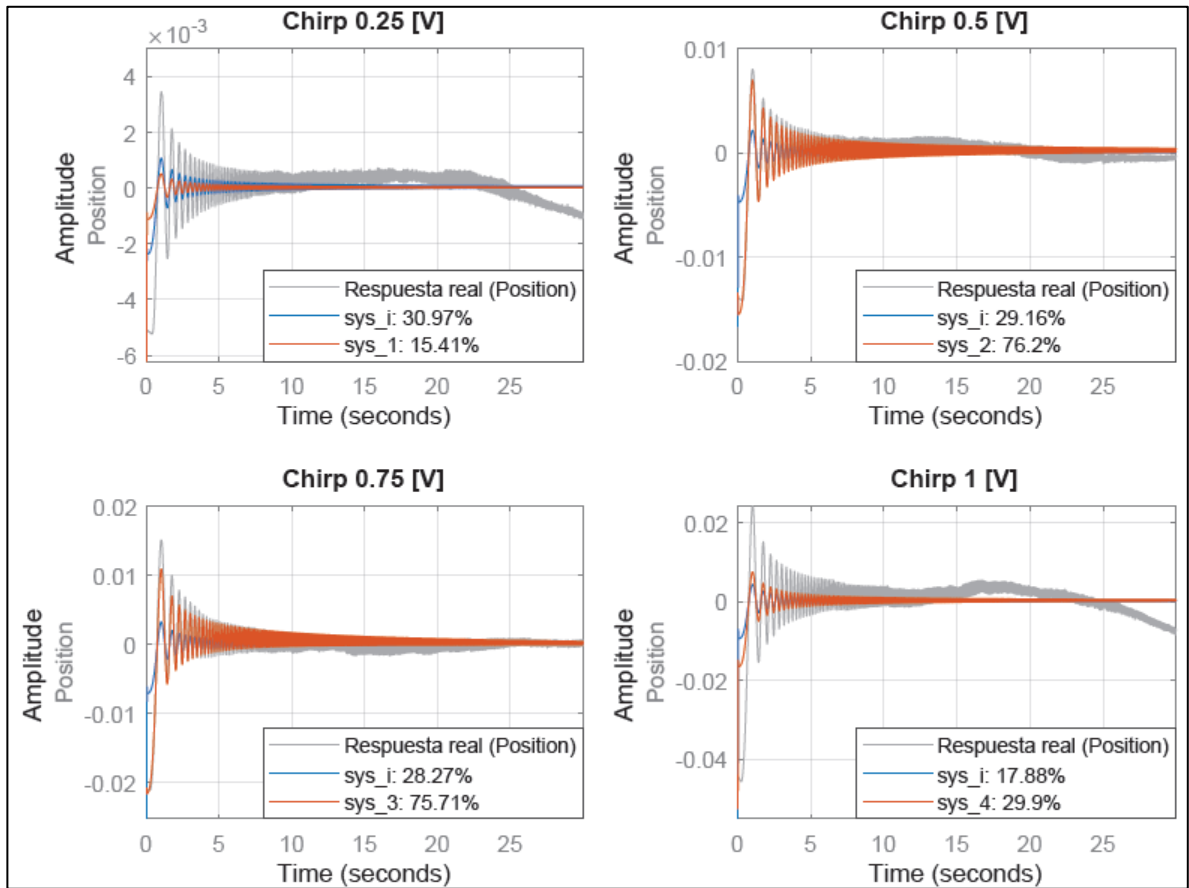
En las siguientes graficas se muestra el porcentaje de ajuste de la señal de salida entre los modelos matemáticos teórico y el obtenido mediante grey box respecto a cada una de las señales tomadas de la mesa sísmica.

El porcentaje de ajuste se calcula⁶:

$$Ajuste = \frac{1 - \text{norma}(y_m - y)}{\text{norma}(y - \text{media}(y))} * 100$$

Donde y_m es la salida de la simulación y y es la salida medida.

Figura 21: Porcentaje de ajuste de los modelos matemáticos.



En la siguiente tabla se presentan los valores del porcentaje de ajuste de cada modelo y del modelo teórico respecto a la señal con que fueron estimados.

⁶ LJUNG, Lennart. "System Identification Toolbox, for use with MATLAB®. User's Guide". Prentice Hall, Natick, USA. 6 edition, 2004.

Tabla 7: porcentaje de ajuste de los modelos matemáticos.

	Porcentaje de ajuste [%]	
	Modelo estimado	Modelo teórico
Modelo 1	15,91	30,97
Modelo 2	76,2	29,16
Modelo 3	75,71	28,27
Modelo 4	29,9	17,88

2.5.2. Validación de un modelo matemático. El desarrollo del modelo dinámico de cualquier sistema requiere ser comparado con una referencia para garantizar que la estimación realizada se acerca a la realidad y reproduce de una manera aceptable el comportamiento de dicho sistema o planta. Por esta razón se hace necesario comparar el modelo dinámico de la mesa sísmica, para comprobar su cercanía con el sistema real mediante la realización de experimentos.

La validación de un modelo se realizó al comparar los cuatro modelos matemáticos obtenidos con ocho tipos de señales de respuesta del sistema obtenidas al introducir ocho tipos de señales de entrada con las siguientes características:

Tabla 8: Señales para validar el modelo matemático.

	Tipo de señal	Amplitud [V]	Frecuencia [Hz]
Señal 1	Onda cuadrada	0,5	1
Señal 2	Onda cuadrada	0,5	2
Señal 3	Onda cuadrada	0,25	1
Señal 4	Onda cuadrada	0,25	2
Señal 5	Escalón continuo	0,5	1
Señal 6	Escalón continuo	0,5	2
Señal 7	Escalón continuo	0,25	1
Señal 8	Escalón continuo	0,25	2

Figura 22: Validación modelo matemático mediante onda escalón.

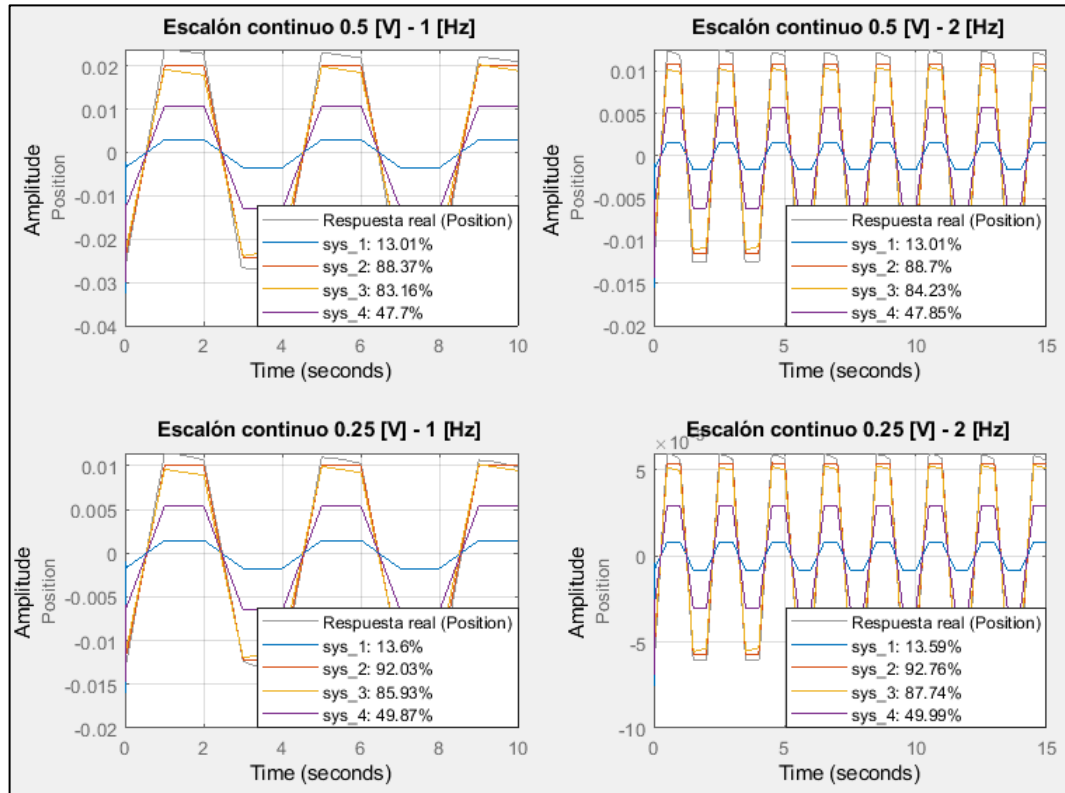
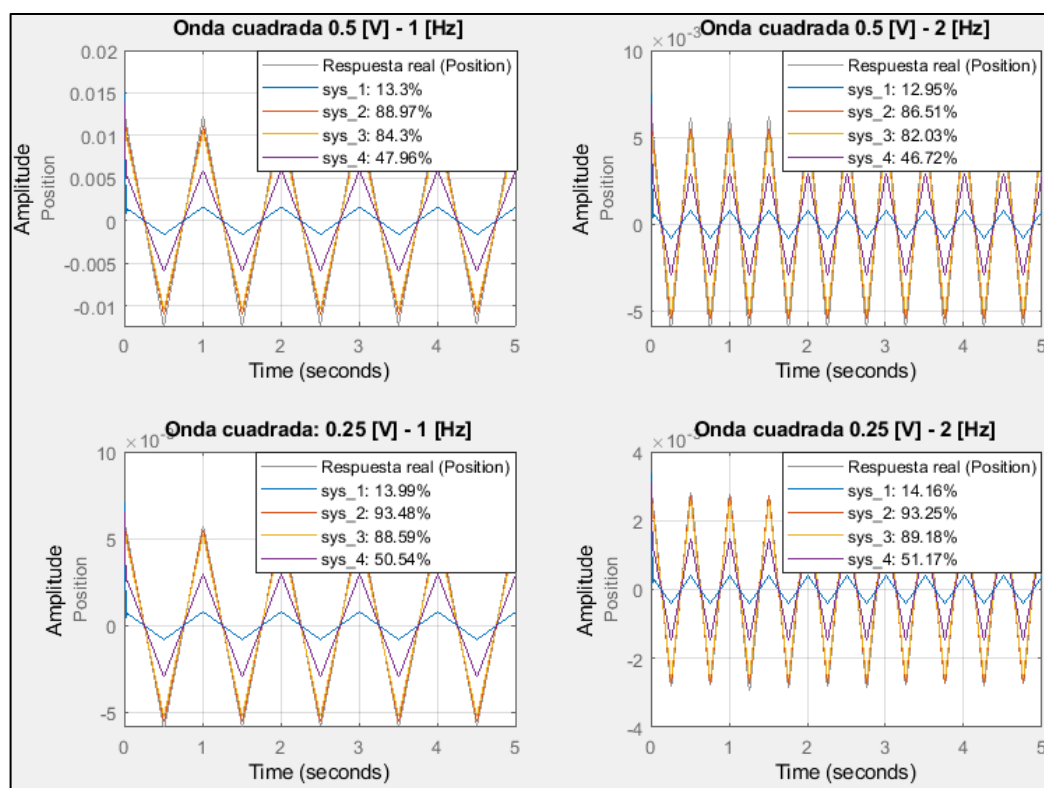


Figura 23: Validación modelo matemático mediante onda cuadrada.



En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de ajuste de los modelos para la validación:

Tabla 9: Validación de un modelo matemático.

Señal de validación	Porcentaje de ajuste [%]			
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Señal 1	13,3	88,97	84,3	47,96
Señal 2	12,95	86,51	82,03	46,72
Señal 3	13,99	93,48	88,59	50,54
Señal 4	14,16	93,25	89,18	51,17
Señal 5	13,01	88,37	83,16	47,7
Señal 6	13,01	88,7	84,23	47,85
Señal 7	13,6	92,03	85,93	49,87
Señal 8	13,59	92,76	87,74	49,99

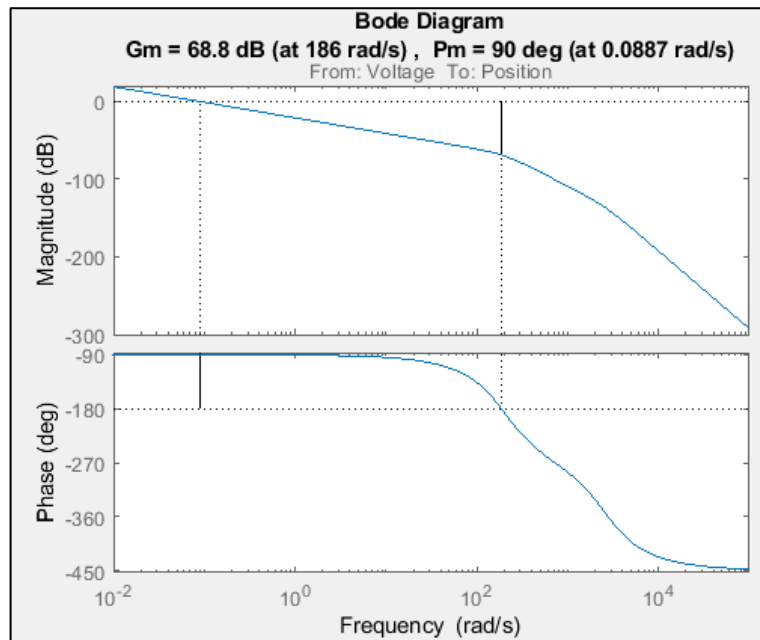
Después de estimar y validar los modelos se determina que el modelo matemático que mejor representa la mesa sísmica es el modelo 2, que expresado en variables de estado queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0438 & -1,504 * 10^3 & 3,449 * 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -1,026 * 10^{10} & -2,09 * 10^3 & 7,13 * 10^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4e4 & -280 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9,65 \end{bmatrix} [u]$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura se observa el diagrama de bode correspondiente al modelo matemático escogido:

Figura 24: Diagrama de Bode modelo matemático.



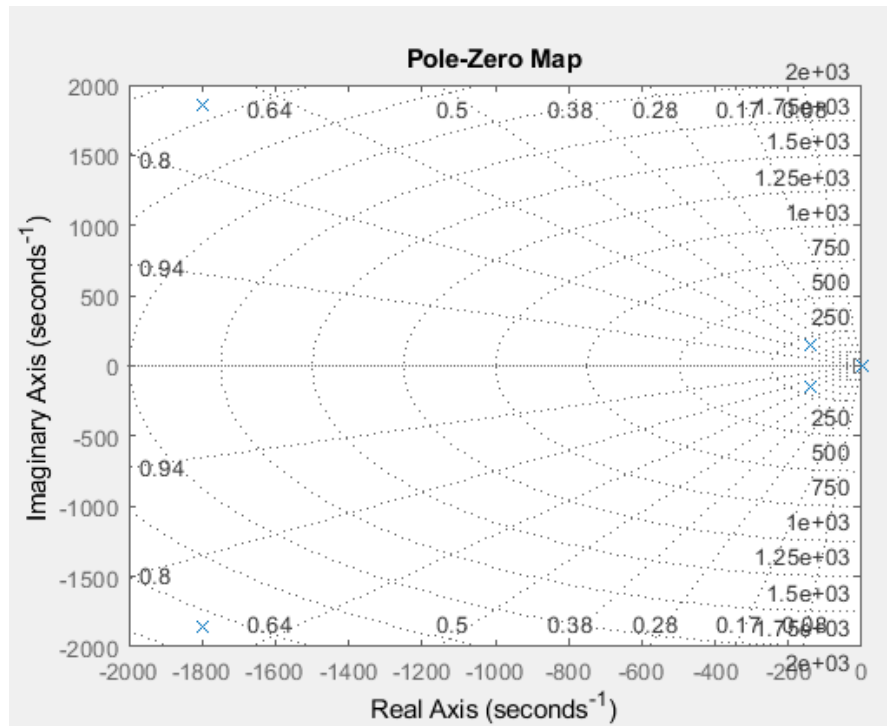
Mediante el diagrama de bode se observa que el modelo matemático que describe el comportamiento de la planta es estable ya que el margen de ganancia y el margen de fase son positivos.

También establecidos los parámetros del sistema se calcula la frecuencia natural del servo-actuador dado por la siguiente ecuación:

$$\omega = \sqrt{\frac{4\beta A_p^2}{mV_t}} = 360 \left[\frac{rad}{s} \right] = 57,3 [Hz] \quad (2.13)$$

Lo que indica que alrededor de este valor hay un régimen de resonancia.

Figura 25: Diagrama de polos y ceros modelo matemático.



En el diagrama de polos y ceros se observan cinco polos, uno ubicado en cero que corresponde a la masa inercial del sistema, que limita la dinámica del mismo,

los otros un poco más alejados, que corresponden al sistema hidráulico y los más alejados de cero que corresponden a la servo-válvula.

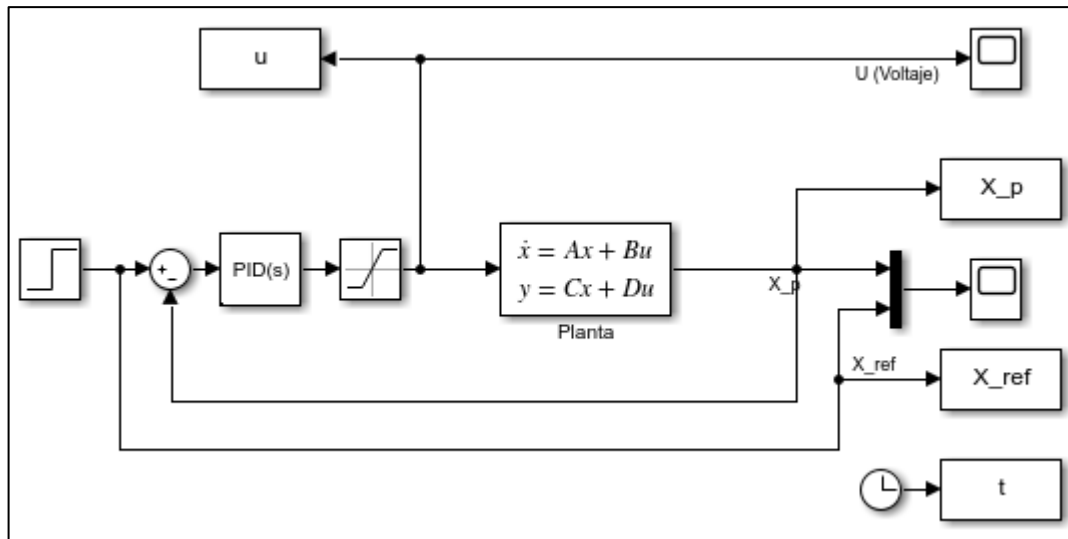
3. DESARROLLO DEL SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN DE LA MESA SÍSMICA.

3.1. DESARROLLO CONTROL DE POSICIÓN PID.

Una vez obtenido el modelo matemático de la planta se pueden obtener las variables que permitirán la sintonización del control PID.

Teniendo el modelo dinámico de la mesa sísmica se implementa el control de posición PID a la planta. Para esto se utiliza una herramienta que ofrece la interfaz de SIMULIK®, donde se introducen los valores de la constante, proporcional, integral y derivativa que definirán el comportamiento del sistema para alcanzar la respuesta deseada y se realiza la respectiva sintonización para encontrar las constantes que darán un mejor control de la posición del actuador.

Figura 26: Diagrama para simulación controlador PID.



La sintonización del controlador arrojó las constantes proporcional, integral y derivativa mostradas en la siguiente imagen:

Figura 27: Parámetros controlador PID.

Controller parameters	
Source:	internal
Proportional (P):	60
Integral (I):	0.03
Derivative (D):	0.3
Filter coefficient (N):	100

3.2. DESARROLLO CONTROL DE POSICIÓN LQR CON OBSERVADOR DE ESTADOS.

El primer paso en el proceso de diseño en variables de estado es suponer que todos los estados están disponibles para la realimentación, es decir, que se tiene acceso al estado completo, $x(t)$. Para todo tiempo la entrada al sistema está dada por:

$$u = -Kx \quad (3.1)$$

El objetivo del proceso de realimentación del vector de estado completo es determinar la matriz de ganancia K con el objetivo de minimizar la función de coste

$$J = \int_0^{\infty} (x^* Q x + u^* R u) dt \quad (3.2)$$

donde Q es una matriz hermítica definida positiva (o semidefinida positiva) o simétrica real y R es una matriz hermítica definida positiva o simétrica real. Obsérvese que el segundo término del miembro derecho de la ecuación (3.2) considera el coste de energía de las señales de control. Las matrices Q y R determinan la importancia relativa del error y del coste de esta energía. Además se supone que el vector de control $u(t)$ no está restringido.

La ley de control lineal obtenida mediante la ecuación (3.1) es la ley de control óptimo. Por tanto, si se determinan los elementos desconocidos de la matriz K para minimizar la función de coste, entonces $u(t) = -Kx(t)$ es óptima para cualquier estado inicial $x(0)$.

Los pasos del diseño se plantean del modo siguiente:

3. Resolver la ecuación matricial reducida de Riccati que se muestra a continuación, para la matriz P . (Si existe una matriz P definida, el sistema es estable o la matriz $A - BK$ es estable).

$$A * P + PA - PBR^{-1}B * P + Q = 0 \quad (3.3)$$

2. Sustituir esta matriz P en la siguiente ecuación. La matriz K resultante es la matriz óptima.

$$K = T^{-1}(T^*)^{-1}B * P = R^{-1}B * P \quad (3.4)$$

Si la matriz $A - BK$ es estable, el método propuesto siempre da el resultado correcto.

3.2.1. Controlabilidad. Para desarrollar el sistema de control de posición LQR, primero se debe comprobar que el sistema sea controlable.

Dado un sistema,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.5)$$

se puede determinar si el sistema es controlable examinando la condición algebraica:

$$\text{Rango } [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n$$

La matriz $\mathbf{A}$ tiene dimensión $n \times n$ y $\mathbf{B}$ $n \times 1$, o $n \times m$ para un sistema con múltiples entradas m . Para un sistema de única entrada, única salida, la matriz de controlabilidad $\mathbf{P}_c$ se describe en términos de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ como,

$$\mathbf{P}_c = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (3.6)$$

Que es una matriz $n \times n$. por lo tanto si el determinante es distinto de cero, el sistema es controlable.

Para esto se calcula el determinante de la matriz $\mathbf{P}_c$ del modelo matemático seleccionado

Las matrices A y B que corresponden al modelo dinámico de la mesa sísmica se representan a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0438 & -1,504 * 10^3 & 3,449 * 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -1,026 * 10^{10} & -2,09 * 10^3 & 7,13 * 10^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 * 10^4 & -280 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9,655 \end{bmatrix}$$

Así, se calcula la matriz P_c mediante la siguiente ecuación y su determinante $\det(P_c)$

$$P_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B]$$

$$P_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2,374 * 10^{10} \\ 0 & 0 & 0 & 2,374 * 10^{10} & -9,213 * 10^{13} \\ 0 & 0 & 6,884 * 10^{17} & 1,635 * 10^{17} & 1,0194 * 10^{20} \\ 0 & 9,654 & -2,703 * 10^3 & 4 * 10^5 & 4,3 * 10^6 \\ 9,654 & -2,703 * 10^3 & 4 * 10^5 & 4,3 * 10^6 & 1,604 * 10^{10} \end{bmatrix}$$

$$\det(P_c) = 3,619 * 10^{36}$$

De esta forma se comprueba que el modelo dinámico de la mesa sísmica es controlable ya que $\det(P_c) \neq 0$.

3.2.2. Observabilidad. En la práctica no todas las variables de estado están accesibles para poder realimentarse. Entonces se necesita estimar las variables de estado que no están disponibles. Un dispositivo que estima u observa las

variables de estado se denomina observador de estados. Un observador de estado estima las variables de estado basandose en las mediciones de las variables de salida y control. El observador es un subsistema para reconstruir el vector de estado de la planta.

Los observadores de estado pueden diseñarse si y solo si se satisface la siguiente condicion de observabilidad:

$$\det(P_o) \neq 0$$

Definiendo P_o como:

$$P_o = [C \quad CA \quad CA^2 \quad \dots \quad CA^{n-1}]$$

Suponiendo que un sistema es completamente observable y se utiliza el control mediante la realimentacion del estado observado, entonces las ecuaciones para el observador estan dadas por:

$$\dot{\hat{x}} = (A - K_{ob}C)\hat{x} + Bu + K_{ob}y \quad (3.7)$$

$$u = -K\hat{x} \quad (3.8)$$

Donde $\hat{x}$ es el vector de estados observado o estimado por el observador y K_{ob} es el matriz de ganancias del observador, que se calcula mediante el metodo de asignación de polos, utilizando la fórmula de ackerman modificada mostrada en la ecuación (3.9), donde $\varphi(s)$ es el polinomio caracteristico deseado para el observador con polos en $\mu_1, \mu_1, \dots, \mu_n$:

$$K_{ob} = \varphi(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\varphi(s) = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (3.10)$$

Los polos del observador se seleccionaron 4 veces mas grandes que el polo más lento de cada uno de los sistemas de realimentación propuestos, que según el criterio de diseño debe ser entre dos y cinco veces más rápido que los polos del controlador⁷.

En el caso de la mesa sísmica se calcula P_o como:

$$P_o = [C \quad CA \quad CA^2 \quad CA^3 \quad CA^4]$$

$$P_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4,4 * 10^{-2} & -1,504 * 10^3 & 6,884 * 10^{17} & 0 & 0 \\ -65,875 & -1,275 * 10^6 & -1,242 & 3,449 * 10^{-4} & 0 \\ -5,586 * 10^4 & 1,465 * 10^{10} & 2,162 * 10^3 & -8,85 * 10^{12} & 2,45 * 10^9 \end{bmatrix}$$

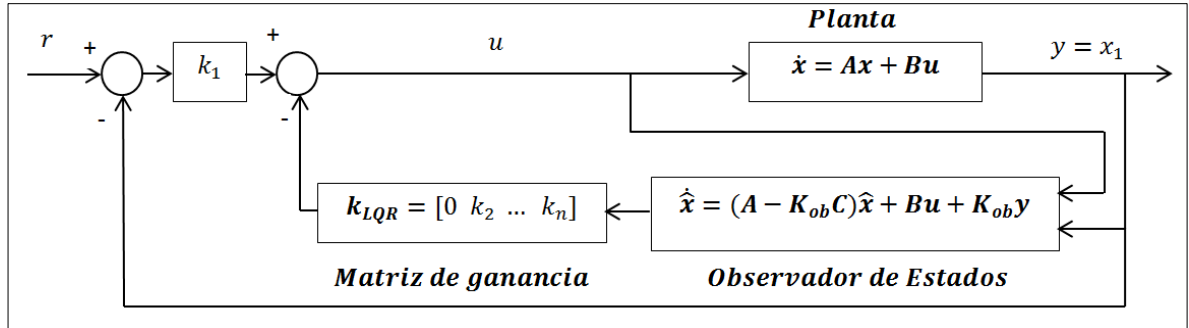
Y su determinante:

$$\det(P_o) = 2,086 * 10^{15}$$

Se comprueba que el modelo dinámico de la mesa sísmica además de controlable es observable y se procede al desarrollo del control de posición LQR con observador, ya que $\det(P_o) \neq 0$.

⁷ OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna. Quinta edición. Madrid, Pearson Educación S. A., 2010, 904

Figura 28: Diagrama general controlador LQR con observador de estados.



3.2.3. Diseño y sintonización del controlador y el observador de estados. A continuación se definen las matrices de penalidades Q y R . Para obtener estas matrices se aplica inicialmente la regla de Bryson, que recomienda relacionar la diagonal de la matriz Q con el rango de cada variable de estado o con su valor máximo admisible, de la siguiente manera:

$$Q_{ii} = \frac{1}{\text{maximo valor aceptable de } x_i(t)^2} \quad (3.11)$$

$$R = \frac{1}{\text{maximo valor aceptable de } u(t)} \quad (3.12)$$

Si se obtiene la respuesta deseada del controlador las matrices de penalidades se dejan así, de lo contrario se sintonizan manualmente hasta obtener una respuesta deseada.

Las matrices de penalidades obtenidas para el control de la mesa sísmica son:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 * 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 * 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 * 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = 1,83$$

Ahora se calcula la matriz simétrica P usando la ecuación (3.3) y se reemplaza en la ecuación (3.4) para hallar la matriz de ganancias K . De esta manera se encuentra que la matriz de ganancia esta dada por:

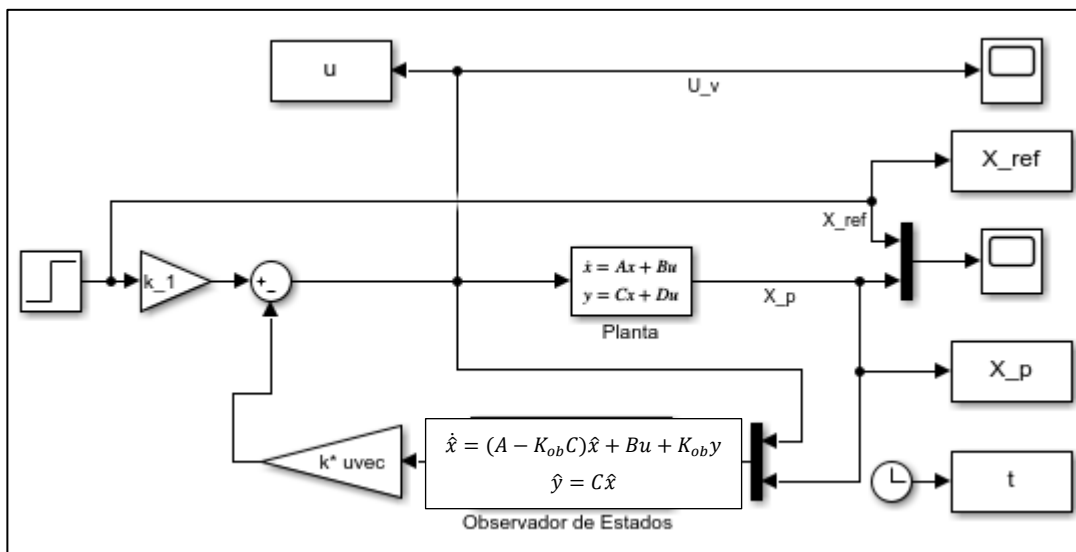
$$K = [84,51 \quad 0,0265 \quad 4,35 * 10^{-9} \quad 387,5 \quad 25,08]$$

También se determina el vector de ganancias del observador según la ecuación (3.9):

$$K_{ob} = [5,66 * 10^4 \quad 1,23 * 10^9 \quad 4,16 * 10^{16} \quad 4,16 * 10^7 \quad 9,36 * 10^{10}]$$

Una vez obtenidos los vectores de ganancias se aplica al modelo dinámico de la mesa sísmica realimentando el modelo como se muestra en la siguiente figura.

Figura 29: Diagrama para simulación controlador LQR.



4. RESULTADOS.

Luego de desarrollar el modelo y diseñar los controladores se llevan acabo simulaciones virtuales y pruebas para el siguiente tipo de ondas:

Tabla 10: Tipos de ondas para análisis de los controladores.

	Amplitud [cm]	Frecuencia [Hz]
Escalón	1	-
	2	-
	3	-
	4	-
	5	-
	6	-
Seno	0,5	0,5
		1
		2,5
		5
	1	0,5
		1
		2,5
		5
Cuadrada	3	0,25
Secuencia	1-4	0,25

Primero se realizan simulaciones virtuales para poner a punto los valores de las ganancias de los controladores y luego se realizan pruebas experimentales.

4.1. SIMULACIONES VIRTUALES.

4.1.1. Respuesta a la función escalón. En la siguiente tabla se reporta el tiempo de establecimiento, el error promedio de la posición en estado estacionario y la señal de control o entrada al sistema. Las gráficas muestran la posición del cilindro y la señal de control para una amplitud de 0,01 [cm].

El tiempo de establecimiento se calculó como el tiempo en el que se alcanza el 98% de la señal de referencia, es decir con el criterio de tolerancia del 2%.

$$t_{establecimiento} = t(0,98 * X_d) \quad (4.1)$$

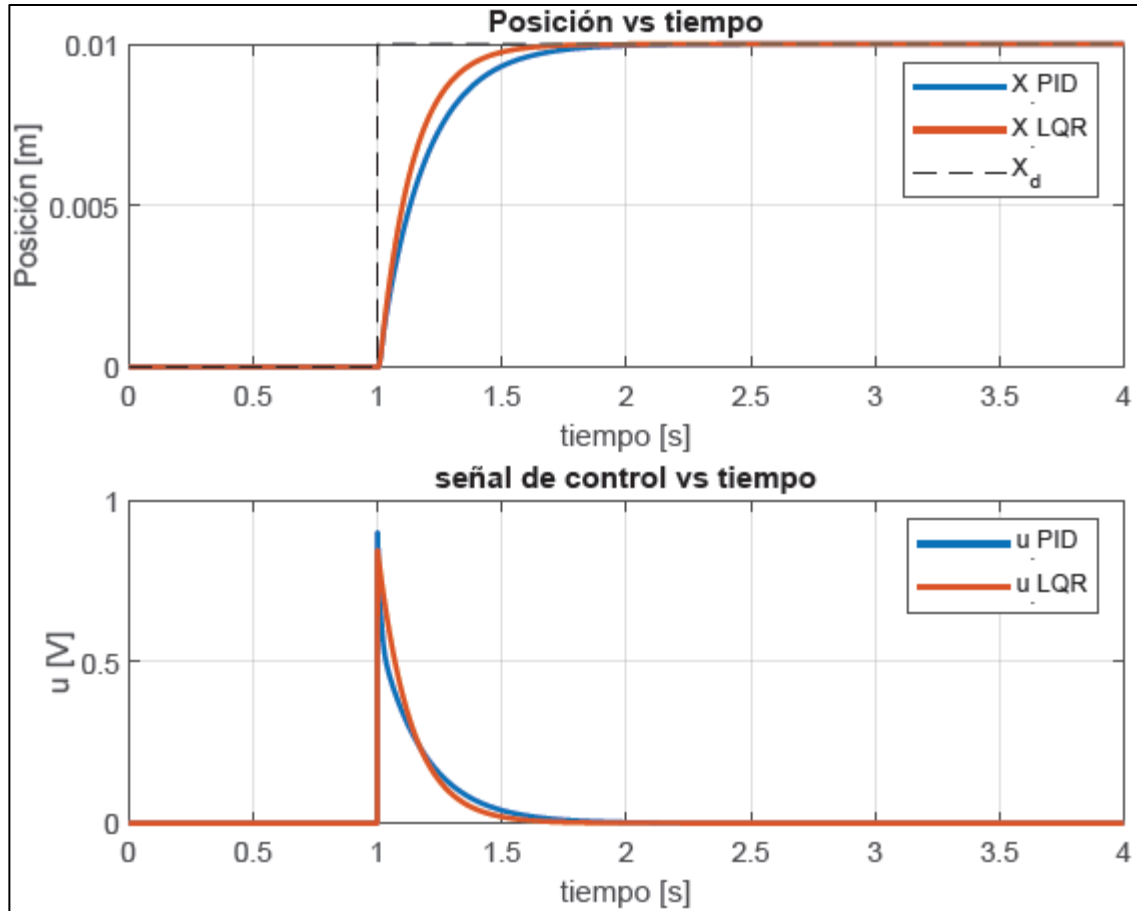
Y el error absoluto promedio se calculó como se muestra en la siguiente formula:

$$E.A_{prom} = \frac{|X_{set} - X_i|}{X_{set}} \quad (4.2)$$

Tabla 11: Resultados simulaciones virtuales, función escalón.

Amplitud [cm]	Tiempo de establecimiento [s]		U máximo [V]		Error A. estacionario [%]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.7280	0.5300	0.9000	0.8452	0.01649	0.00320
2	0.7280	0.5300	1.8000	1.6903	0.01649	0.00320
3	0.7280	0.5300	2.7000	2.5354	0.01649	0.00320
4	0.7280	0.5300	3.6000	3.3806	0.01649	0.00320
5	0.7280	0.5300	4.500	4.2257	0.01649	0.00320
6	0.7280	0.5300	5.399	5.0709	0.01649	0.00320

Figura 30: Resultado simulación, escalón de 1 [cm].



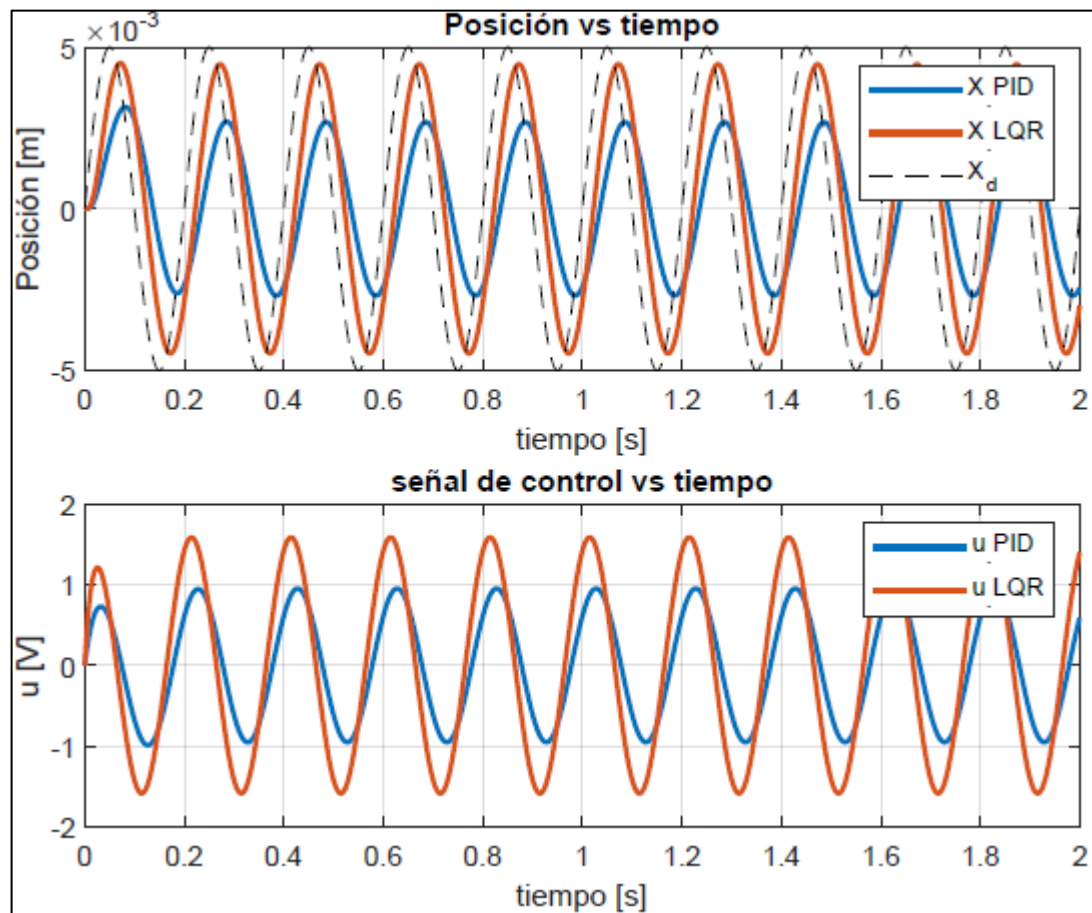
4.1.2. Respuesta a la función sinusoidal. Para este tipo de onda se tomaron datos para amplitudes de $\pm 0,5$ [cm] y ± 1 [cm], a frecuencias de 0.5, 1, 2.5 y 5 [Hz]. En las siguientes tablas se reporta el tiempo de retraso, el error máximo relativo de la posición del cilindro y la señal de control en función del tiempo. En las gráficas se muestra la posición del cilindro y la señal de control para las frecuencias de 5 [Hz].

Tabla 12: Resultados simulaciones virtuales, onda sinusoidal ± 0.5 [cm].

Amplitud ± 0.5 [cm]

Frecuencia [Hz]	Tiempo retraso [s]		Error relativo máx. [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
0.5	0.0570	0.0250	1.365	0.1251	0.1745	0.1767
1	0.0560	0.0250	5.076	0.4979	0.3355	0.3522
2.5	0.0480	0.0250	19.424	2.9767	0.6817	0.8584
5	0.0370	0.0240	36.966	9.889	0.9498	1.5824
Promedio	0,049	0,025	-	-	-	-

Figura 31: Resultado simulación, onda sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].

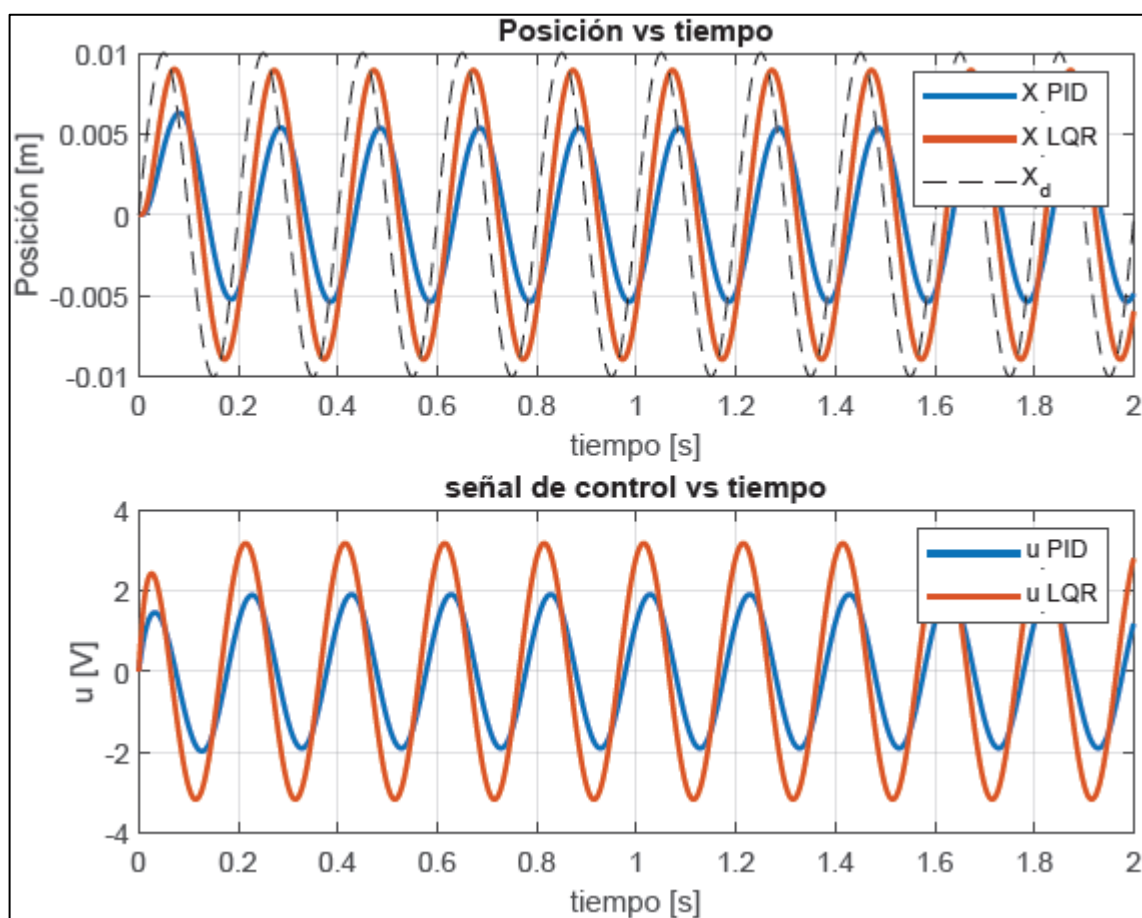


Y para una amplitud de ± 1 [cm] se obtienen los siguientes resultados de la simulación:

Tabla 13: Resultados simulaciones virtuales, onda sinusoidal ± 1 [cm].

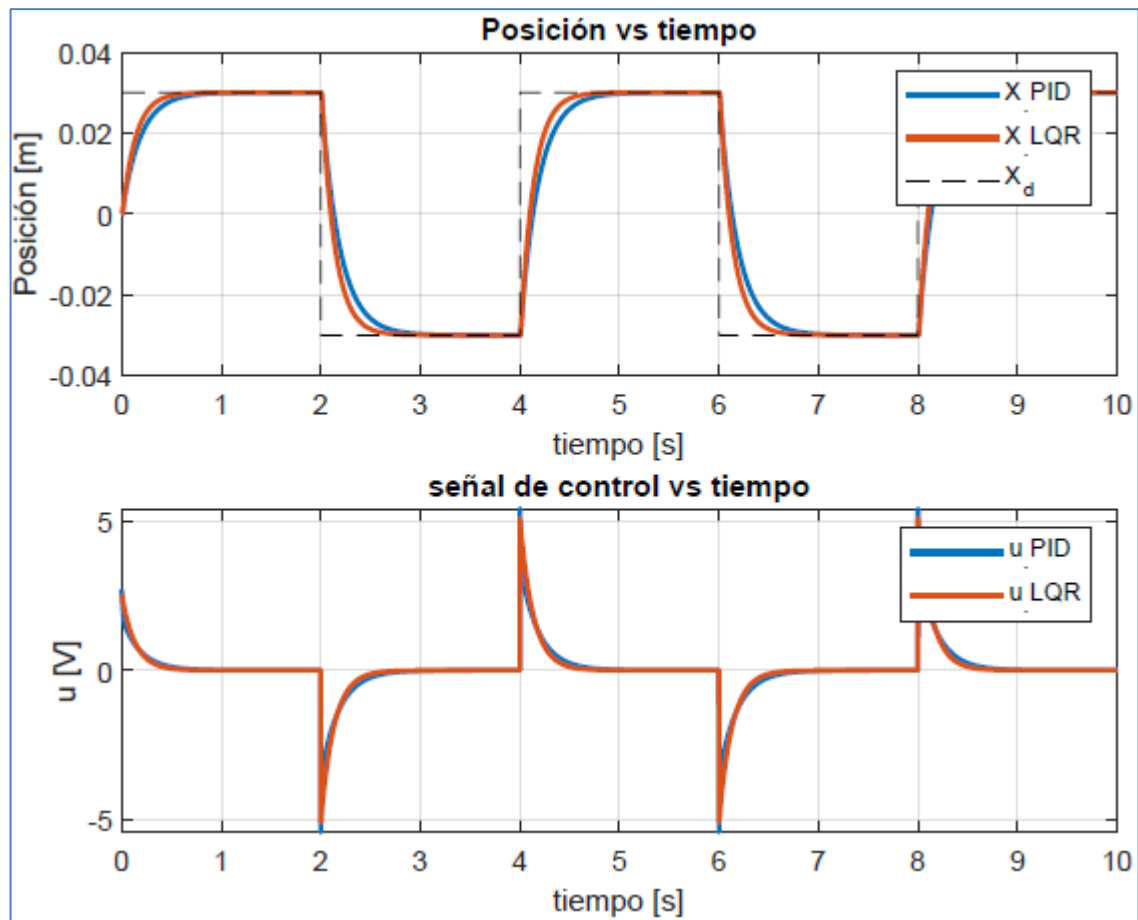
Amplitud ± 1 [cm]						
Frecuencia [Hz]	Tiempo retraso [s]		Error relativo máx. [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
0.5	0.057	0.0250	1.365	0.1251	0.3491	0.3535
1	0.0560	0.0250	5.076	0.4979	0.6711	0.7045
2.5	0.0480	0.0250	19.424	2.976	1.3635	1.7163
5	0.0370	0.0240	36.966	9.889	1.8996	3.1648
Promedio	0,049	0,025	-	-	-	-

Figura 32: Resultado simulación, onda sinusoidal ± 1 [cm].



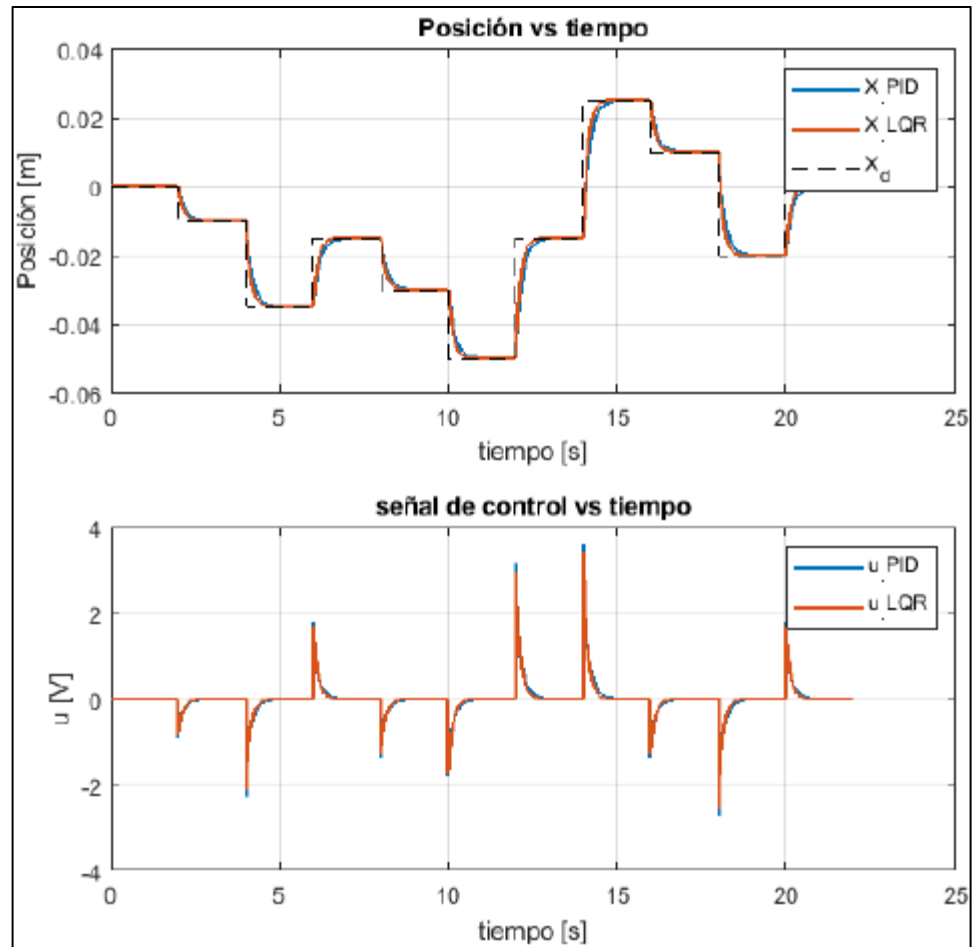
4.1.3. Respuesta a la función onda cuadrada. Se simuló una onda tipo cuadrada con amplitud de ± 3 [cm] y se observa un buen desempeño por parte de los dos controladores tanto en la extensión como en la inserción del cilindro como se ve en las siguientes gráficas, donde se reporta la posición del cilindro y la señal de control en el tiempo.

Figura 33: Resultado simulación, onda cuadrada $\pm 0,3$ [cm].



4.1.4. Respuesta a la función aleatoria. También se simuló el comportamiento de los controladores para una señal aleatoria de diferentes amplitudes. En las siguientes gráficas se muestra la posición del cilindro y la señal de control.

Figura 34: Resultado simulación, onda aleatoria.

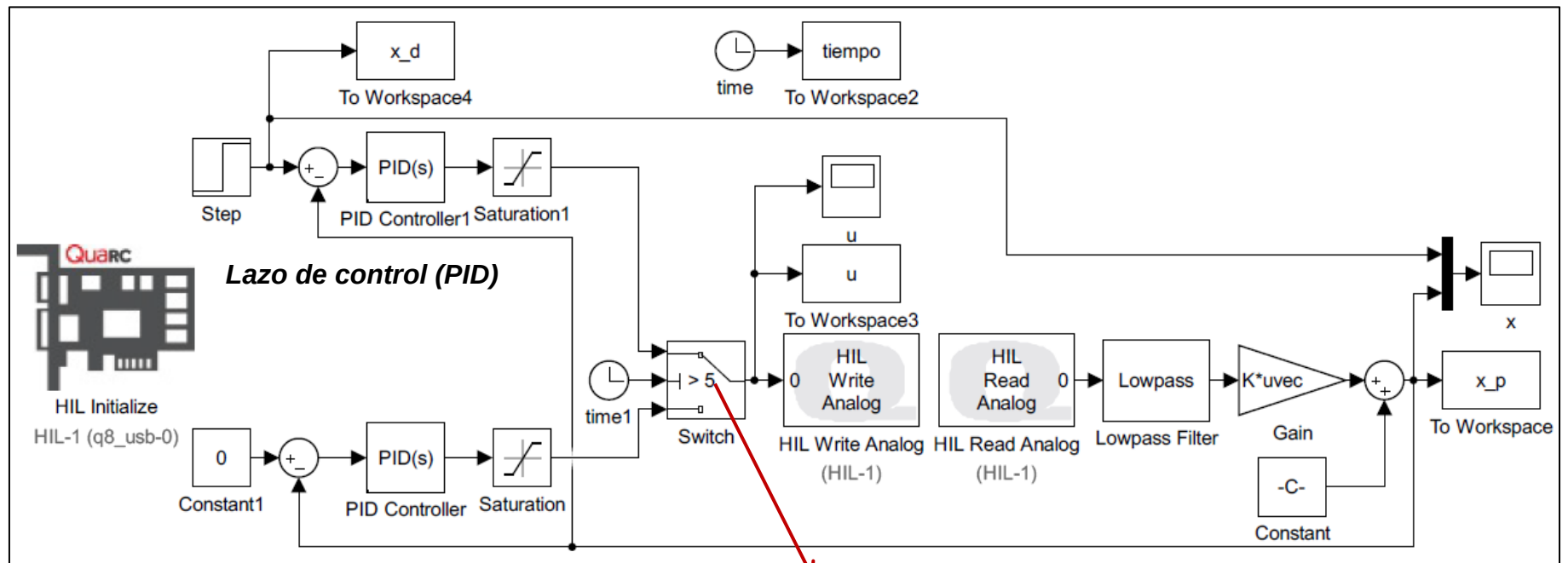


4.2. PRUEBAS EXPERIMENTALES.

Una vez definido los algoritmos de control PID y LQR, junto con el sistema de adquisición de datos se aplica a la planta para observar su respuesta a diferentes tipos de señales propuestas. En las siguientes graficas se muestra la forma de

implementacion del los controladores en SIMULINK®, que permiten trabajar sobre la mesa sismica para el control de posicion del actuador en tiempo real.

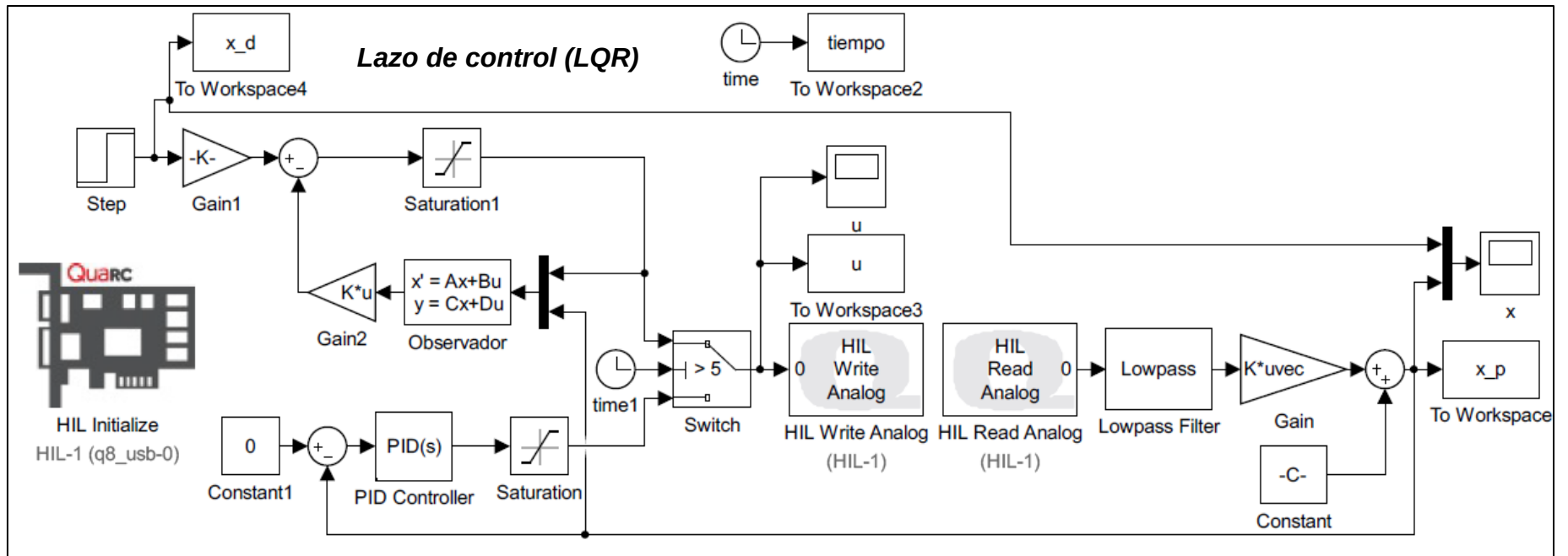
Figura 35: Diagrama implementación experimental, controlador PID.



**Lazo de control para
posicionamiento en
cero**

**Cambio de lazo de control
transcurridos 5 segundos**

Figura 36: Diagrama implementación experimental, controlador LQR.



4.2.1. Respuesta a la función escalón. Para cada una de las amplitudes (1-6 [cm]), se realizaron 5 tomas de datos con cada controlador y los resultados se muestran en las tablas y graficas siguientes. En las tablas se reporta el tiempo de retardo, el tiempo de establecimiento, la posición promedio del servo-actuador en estado estacionario, el error promedio de la posición en estado estacionario y la señal de control o entrada al sistema. Las gráficas muestran la posición del cilindro, la señal de control y el error absoluto en el tiempo para una de las 5 tomas de datos de cada amplitud.

El tiempo de retardo se calculó como el tiempo en el que se alcanza la mitad del valor de la señal de referencia.

$$t_{retardo} = t(X_d/2) \quad (4.1)$$

El tiempo de establecimiento se calculó como el tiempo en el que se alcanza el 98% de la señal de referencia, es decir con el criterio de tolerancia del 2%.

$$t_{establecimiento} = t(0,98 * X_d) \quad (4.4)$$

La posición promedio en estado estacionario se calculó de acuerdo a la siguiente formula:

$$X_{prom} = \frac{\sum X_{p_i}}{n} \quad (4.5)$$

Donde n es el número total de datos. Y el error absoluto promedio se calculó como se muestra en la siguiente formula:

$$E.A_{prom} = \frac{\sum E.A_i}{n} \quad (4.6)$$

Donde $E.A_i$ es:

$$E.A_i = \frac{|X_{set} - X_i|}{X_{set}} \quad (4.7)$$

Tabla 14: Resultados experimentales, función escalón de 1 [cm].

Amplitud 1 [cm]										
Toma	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error A. promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.117	0.104	0.609	0.535	0.0100603	0.0100734	0.738	0.839	0.870	0.758
2	0.119	0.105	0.605	0.541	0.0100724	0.0100696	0.844	0.797	0.868	0.755
3	0.116	0.105	0.609	0.537	0.0100656	0.0100693	0.779	0.796	0.867	0.753
4	0.117	0.105	0.608	0.538	0.0100693	0.0100717	0.824	0.818	0.867	0.755
5	0.117	0.105	0.609	0.541	0.0100662	0.0100714	0.798	0.824	0.862	0.755
Prom	0,117	0,105	0,608	0,538	0,0100667	0,0100710	0,797	0,815	0,867	0,755

Figura 37: Resultado experimental, posición escalón de 1 [cm].

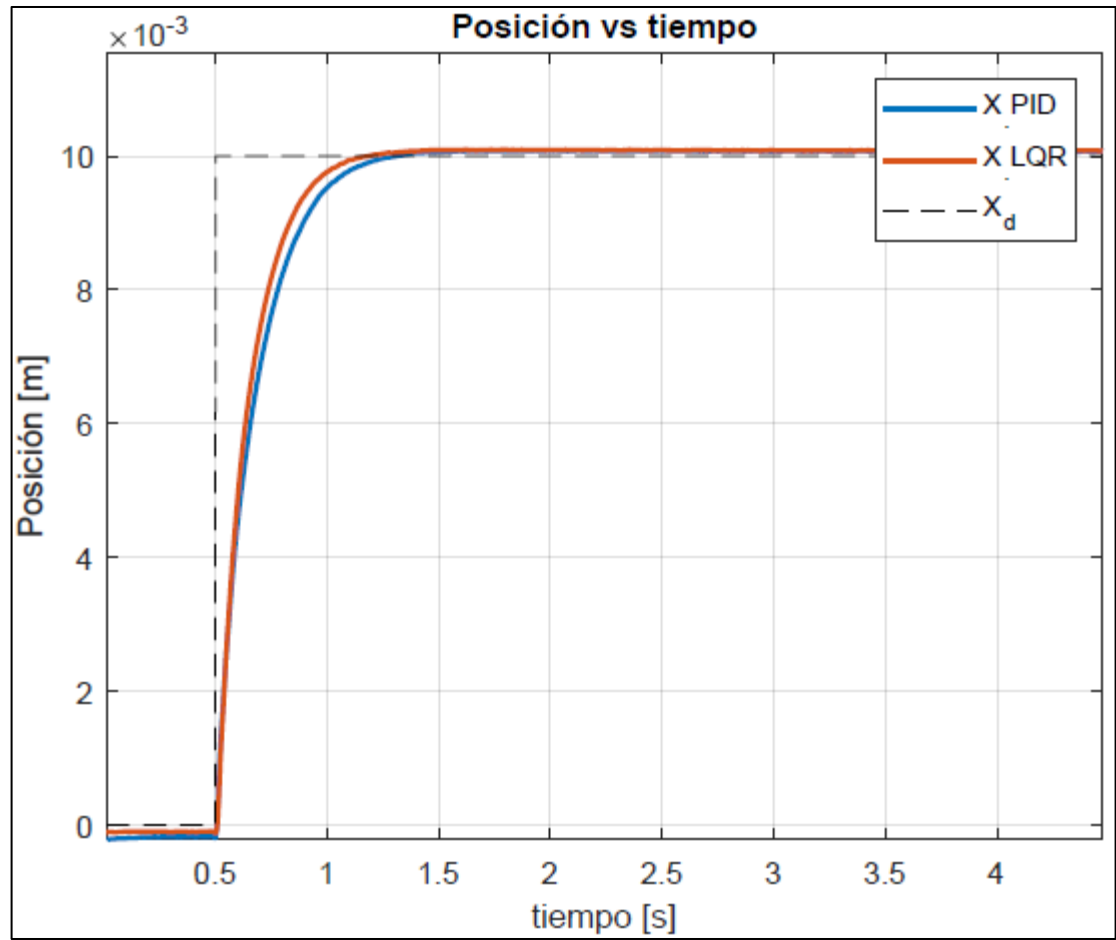


Figura 38: Resultado experimental, señal de control escalón de 1 [cm].

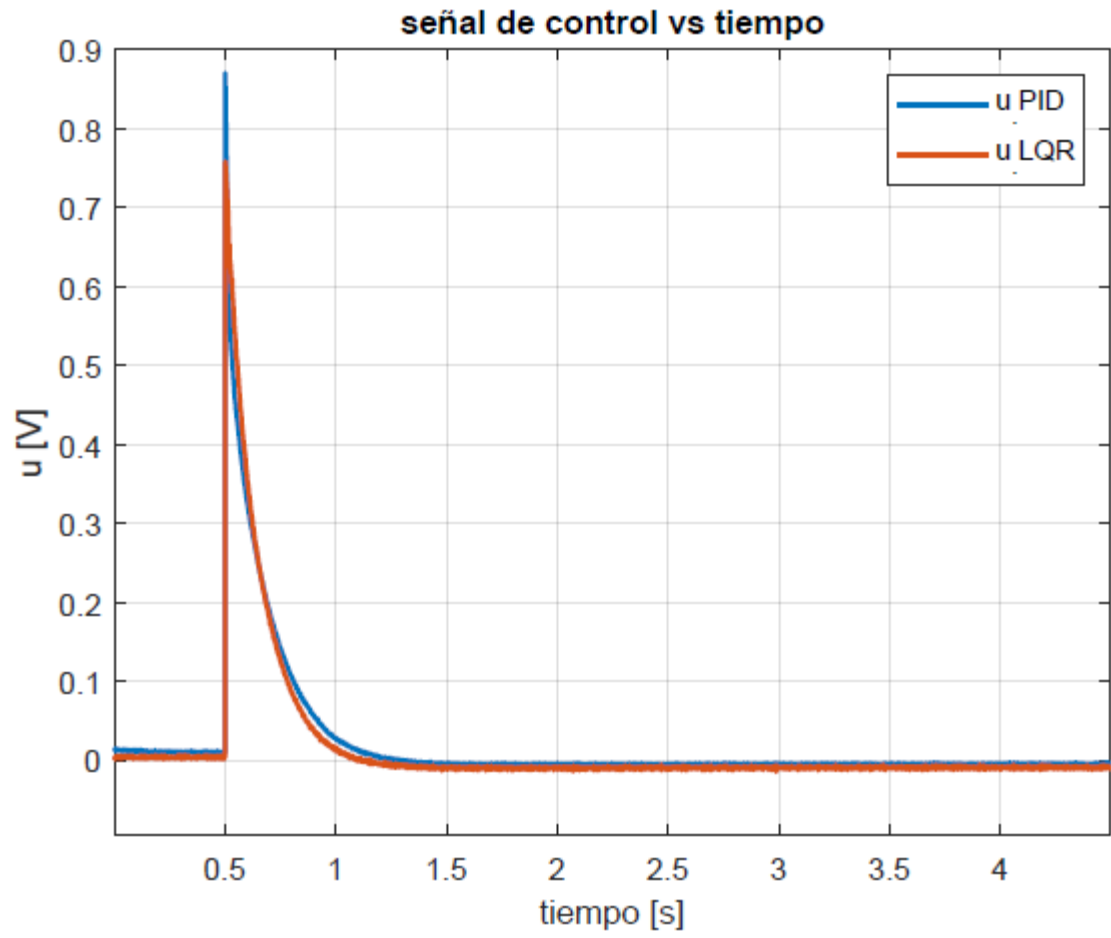


Figura 39: Resultado experimental, error escalón de 1 [cm].

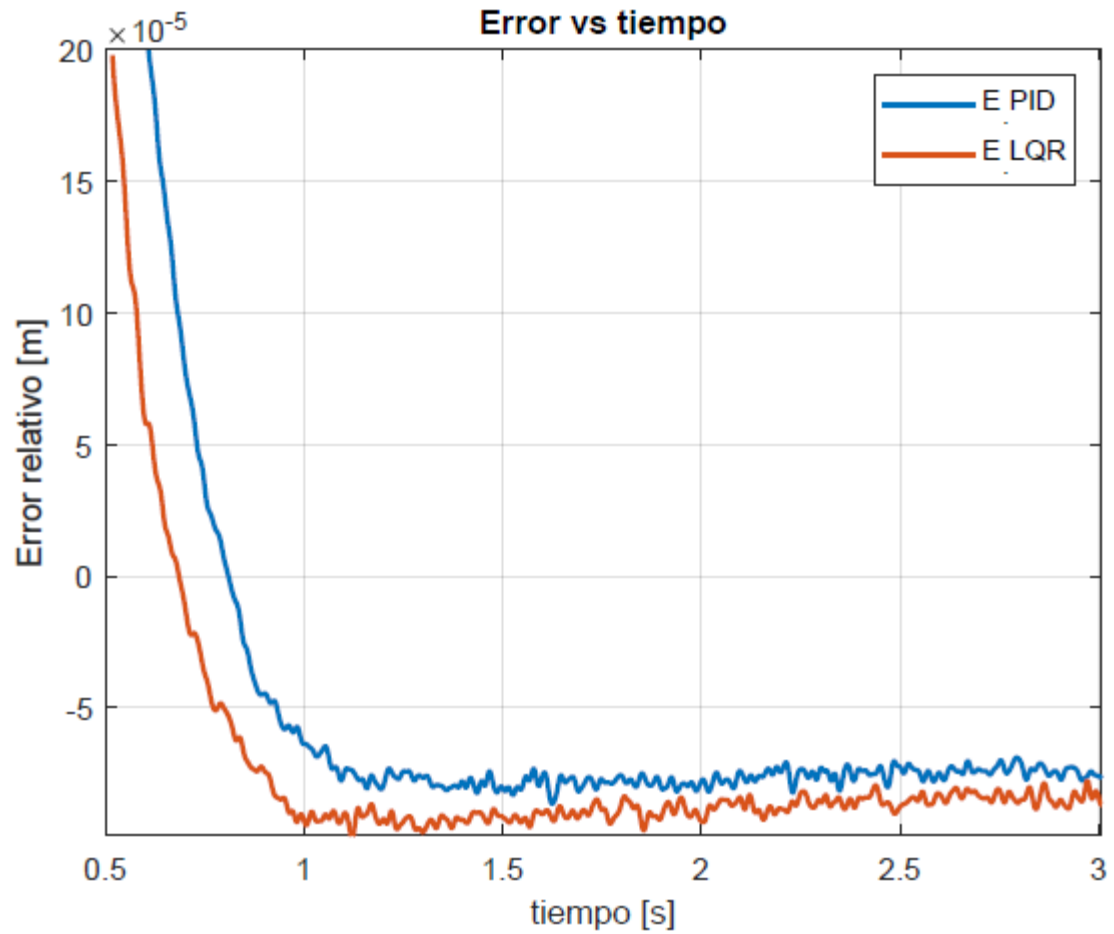


Tabla 15: Resultados experimentales, función escalón de 2 [cm].

Amplitud 2 [cm]										
Toma	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.108	0.095	0.630	0.516	0.0199911	0.0200563	0.184	0.411	1.734	1.515
2	0.109	0.094	0.625	0.517	0.0199923	0.0200644	0.164	0.438	1.731	1.514
3	0.104	0.092	0.620	0.509	0.0200013	0.0200652	0.200	0.450	1.731	1.516
4	0.109	0.095	0.628	0.518	0.0199921	0.0200711	0.151	0.476	1.732	1.514
5	0.107	0.093	0.630	0.512	0.0200014	0.0200693	0.191	0.467	1.730	1.512

Prom	0,107	0,094	0,627	0,514	0,0199956	0,0200652	0,178	0,448	1,732	1,514
------	-------	-------	-------	-------	-----------	-----------	-------	-------	-------	-------

Figura 40: Resultado experimental, escalón de 2 [cm].

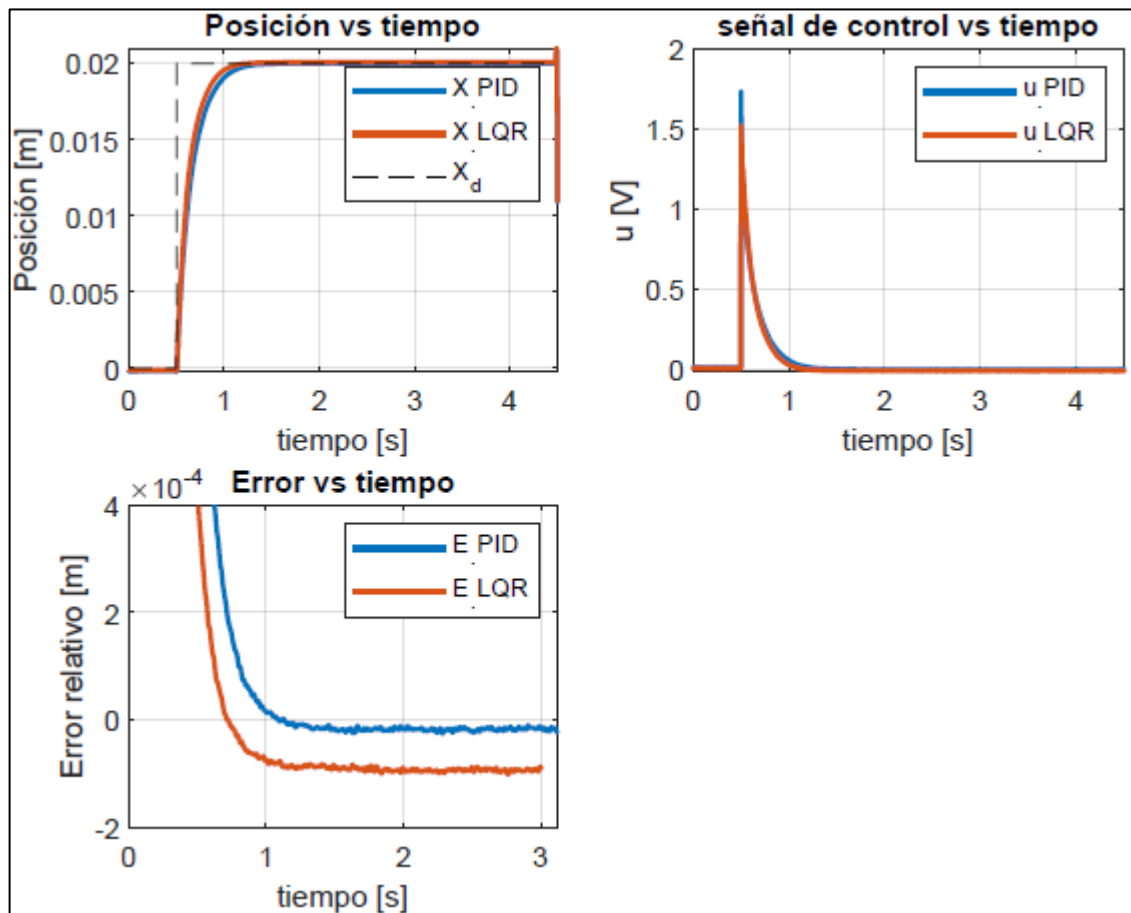


Tabla 16: Resultados experimentales, función escalón de 3 [cm].

Amplitud 3 [cm]										
Toma	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.105	0.093	0.612	0.517	0.0300127	0.0300401	0.224	0.280	2.595	2.275

2	0.103	0.093	0.605	0.515	0.0300430	0.0300476	0.315	0.308	2.591	2.272
3	0.102	0.087	0.604	0.507	0.0300528	0.0300599	0.346	0.343	2.594	2.273
4	0.102	0.093	0.613	0.513	0.0300361	0.0300551	0.294	0.320	2.592	2.273
5	0.103	0.093	0.607	0.517	0.0300483	0.0300584	0.329	0.336	2.591	2.273
Prom	0,103	0,092	0,608	0,514	0,0300385	0,0300522	0,302	0,317	2,592	2,273

Figura 41: Resultado experimental, escalón de 3 [cm].

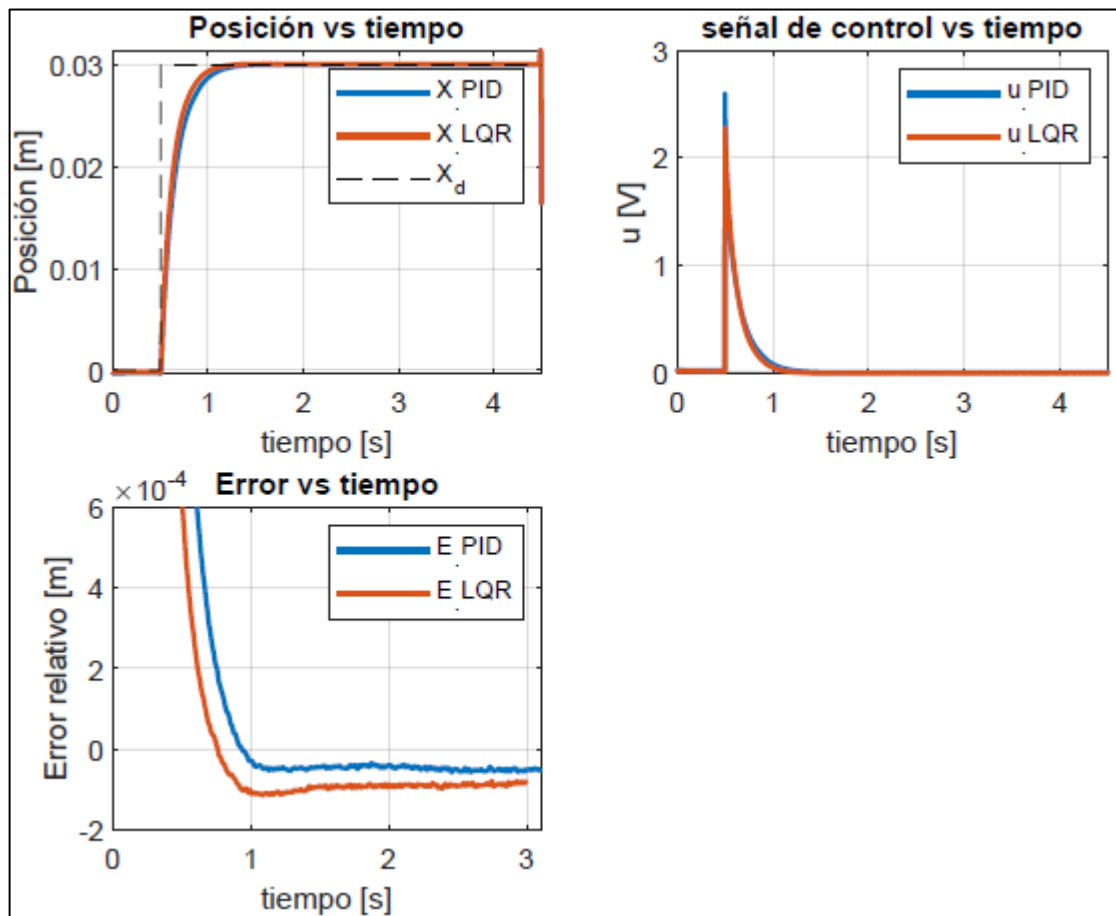


Tabla 17: Resultados experimentales, función escalón de 4 [cm].

Amplitud 4 [cm]					
Toma	Tiempo	Tiempo	Posición promedio	Error	U máximo

	retardo [s]		establecimiento [s]		[m]		promedio [%]		[V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.104	0.092	0.620	0.508	0.0400163	0.0400419	0.249	0.263	3.451	3.031
2	0.103	0.091	0.615	0.513	0.0399958	0.0400375	0.189	0.252	3.457	3.029
3	0.101	0.092	0.617	0.509	0.0399746	0.0400415	0.142	0.258	3.457	3.030
4	0.105	0.088	0.615	0.502	0.0399774	0.0400390	0.152	0.255	3.458	3.031
5	0.105	0.092	0.617	0.509	0.0399768	0.0400472	0.153	0.272	3.457	3.029
Prom	0,104	0,091	0,617	0,508	0,0399881	0,0400414	0,177	0,260	3,456	3,030

Figura 42: Resultado experimental, escalón de 4 [cm].

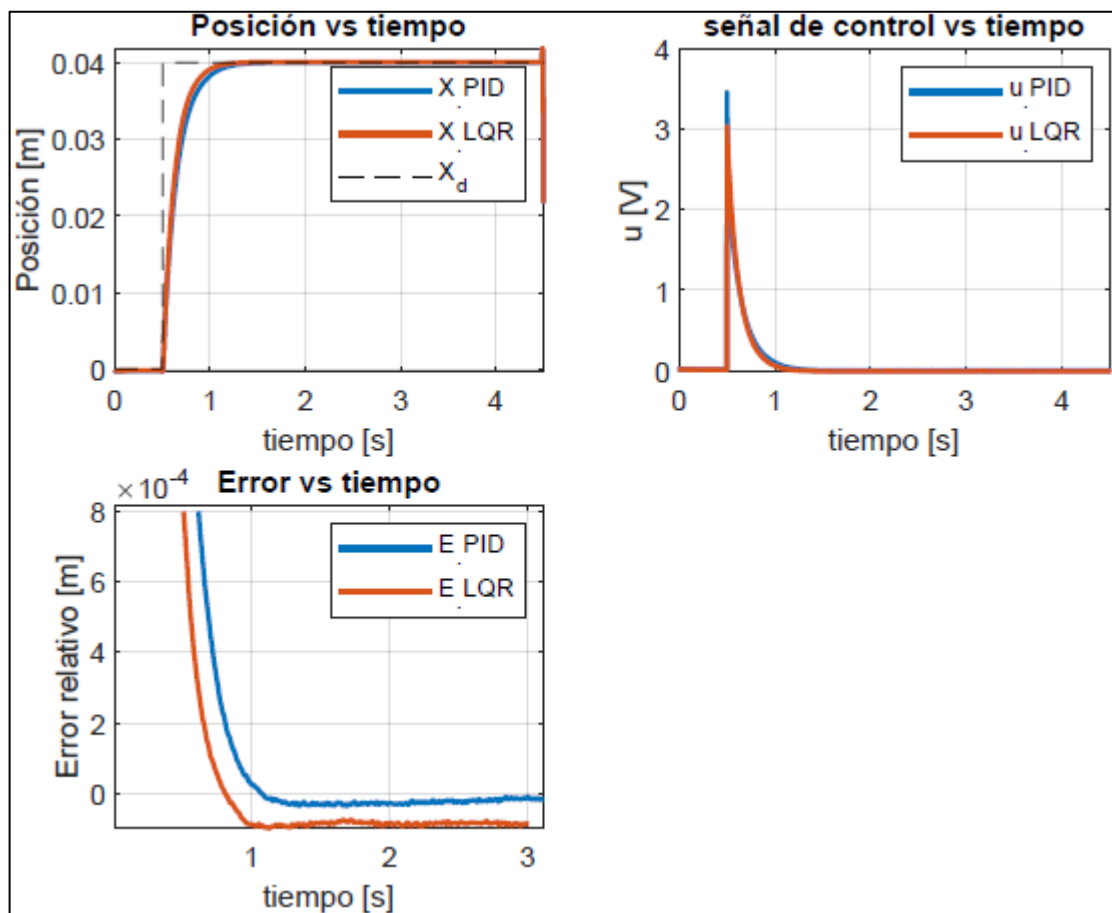


Tabla 18: Resultados experimentales, función escalón de 5 [cm].

Amplitud 5 [cm]										
Toma	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.102	0.091	0.605	0.511	0.0500164	0.0500249	0.230	0.219	4.320	3.787
2	0.104	0.091	0.606	0.512	0.0500114	0.0500256	0.224	0.214	4.319	3.787
3	0.105	0.091	0.612	0.511	0.0500134	0.0500229	0.229	0.214	4.318	3.786
4	0.101	0.088	0.603	0.504	0.0500094	0.0500299	0.221	0.227	4.317	3.784
5	0.103	0.091	0.608	0.513	0.0500141	0.0500515	0.228	0.264	4.318	3.786
Prom	0,103	0,090	0,607	0,510	0,0500129	0,0500309	0,226	0,228	4,318	3,786

Figura 43: Resultado experimental, escalón de 5 [cm].

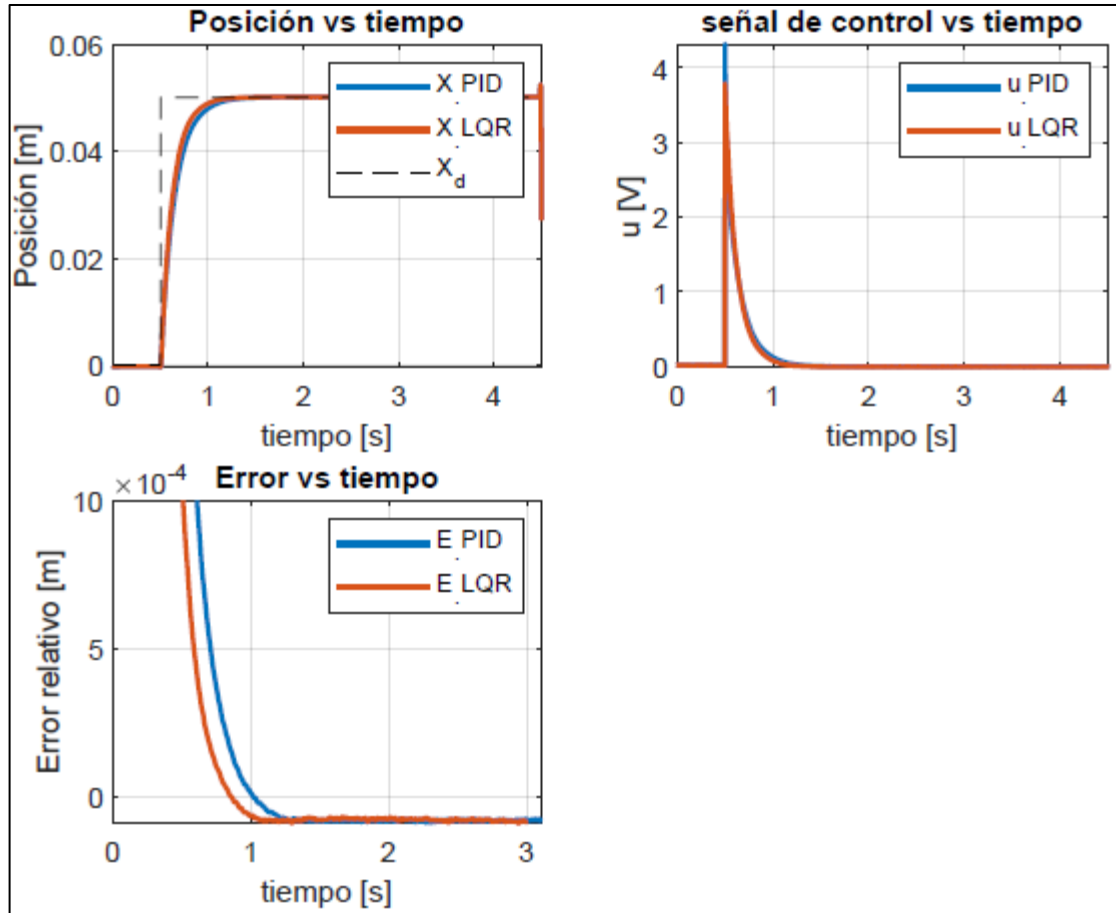
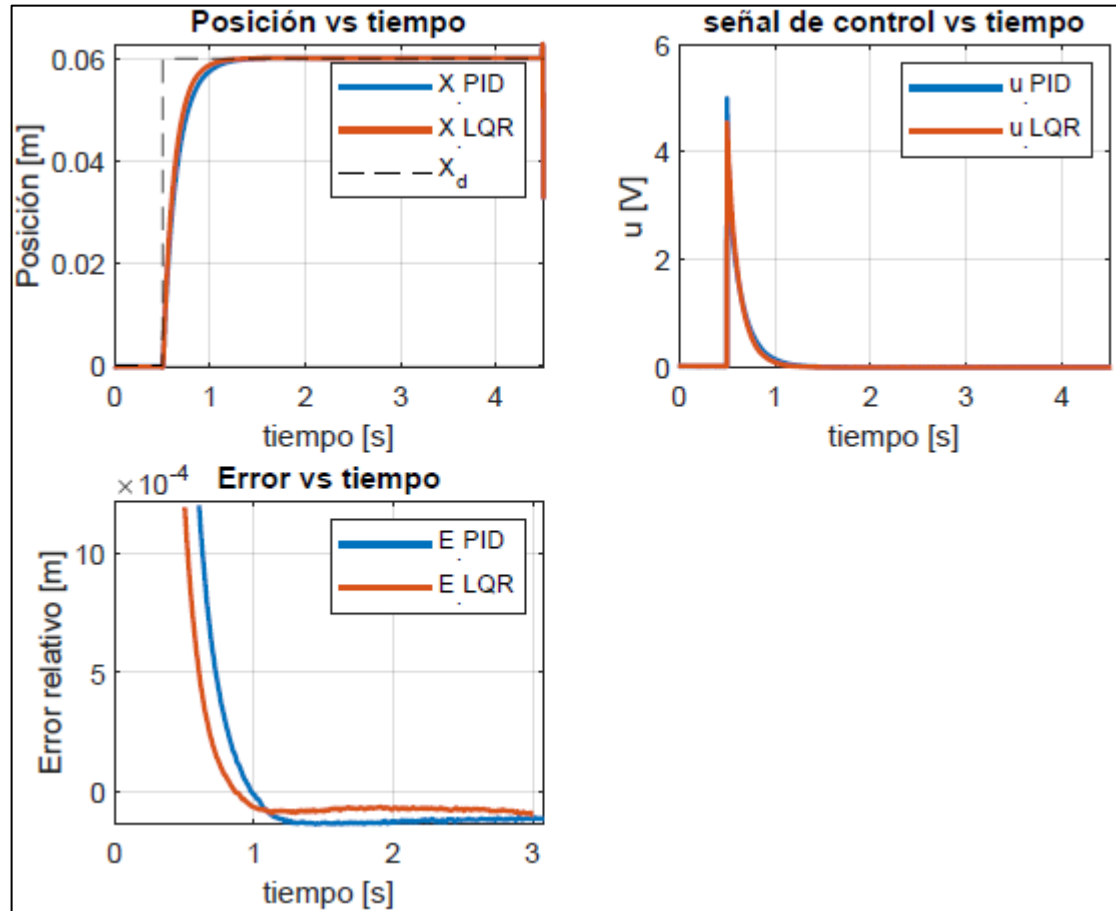


Tabla 19: Resultados experimentales, función escalón de 6 [cm].

Amplitud 6 [cm]										
Toma	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.104	0.091	0.606	0.508	0.0600397	0.0600065	0.263	0.181	5	4.543
2	0.103	0.091	0.602	0.503	0.0599738	0.0600106	0.175	0.189	5	4.542
3	0.102	0.091	0.601	0.508	0.0599924	0.0600103	0.194	0.187	5	4.545
4	0.104	0.092	0.608	0.507	0.0599873	0.0600136	0.189	0.194	5	4.543
5	0.102	0.088	0.605	0.503	0.0599933	0.0600093	0.197	0.188	5	4.543

Prom	0,103	0,091	0,604	0,506	0,0599973	0,0600100	0,204	0,188	5	4,543
------	-------	-------	-------	-------	-----------	-----------	-------	-------	---	-------

Figura 44: Resultado experimental, escalón de 6 [cm].



4.2.2. Repetibilidad. Con el fin de observar la capacidad de la servo-válvula de repetir un determinado valor de referencia para la posición del servo-actuador usando el controlador PID y LQR se calculó la repetibilidad para los datos obtenidos al aplicar la función escalón. De esta forma se calcula la repetibilidad

para amplitudes de 1-6 [cm]. Para este cálculo se tomaron 5 datos para cada valor de referencia en la posición del servo-actuador.

La repetibilidad se calcula usando la siguiente expresión:

$$Repetibilidad = \sqrt{\frac{\sum S_w^2}{p}} * 100 \quad (4.8)$$

En donde S_w es la desviación estándar de cada medición con respecto al valor de referencia y p es el promedio de las mediciones obtenidas para cada valor de referencia.

En las siguientes tablas se reporta el valor de las desviaciones obtenidas en cada toma para cada uno de los controladores

Tabla 20: Desviaciones estándar, controlador LQR.

Controlador PID						
Amplitud [cm]	Desv 1	Desv 2	Desv 3	Desv 4	Desv 5	Promedio [m]
1	4,263e-05	5,119e-05	4,638e-05	4,900e-05	4,681e-05	0,0100667
2	6,293e-06	5,444e-06	9,192e-07	5,586e-06	9,899e-07	0,0199956
3	8,980e-06	3,040e-05	3,733e-05	2,552e-05	3,415e-05	0,0300385
4	1,152e-05	2,969e-06	1,796e-05	1,598e-05	1,640e-05	0,0399881
5	1,159e-05	8,061e-06	9,475e-06	6,646e-06	9,970e-06	0,0500129
6	2,807e-05	1,852e-05	5,374e-06	8,980e-06	4,737e-06	0,0599973

Tabla 21: Desviaciones estándar, controlador PID.

Controlador LQR						
Amplitud [cm]	Desv 1	Desv 2	Desv 3	Desv 4	Desv 5	Promedio [m]
1	5,190e-05	4,921e-05	4,900e-05	5,069e-05	5,048e-05	0,0100710
2	3,981e-05	4,553e-05	4,610e-05	5,027e-05	4,900e-05	0,0200652
3	2,835e-05	3,365e-05	4,235e-05	3,896e-05	4,129e-05	0,0300522
4	2,962e-05	2,651e-05	2,934e-05	2,757e-05	3,337e-05	0,0400414
5	1,760e-05	1,810e-05	1,619e-05	2,114e-05	3,641e-05	0,0500309
6	4,596e-06	7,495e-06	7,283e-06	9,616e-06	6,576e-06	0,0600100

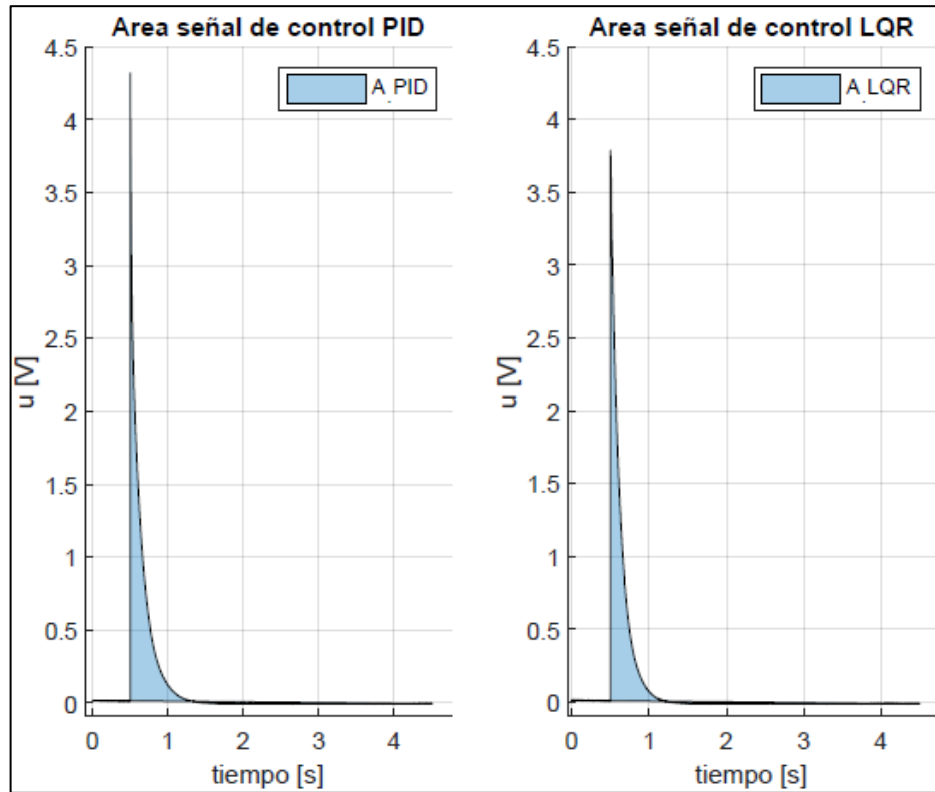
Finalmente se calculó la repetibilidad para cada una de las amplitudes y se obtuvieron los valores mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 22: Repetibilidad.

Amplitud [cm]	Repetibilidad [%]	
	PID	LQR
1	0.1054	0.1120
2	0.00715	0.07306
3	0.03747	0.04810
4	0.01572	0.03283
5	0.00930	0.02311
6	0.01451	0.00666

4.2.3. Índice de gasto de energía. Para determinar el índice del gasto de energía de cada controlador se calculó el área bajo la curva de la gráfica de la señal de control versus tiempo, como se muestra en la gráfica siguiente, donde se muestra el área para una amplitud de 5 [cm].

Figura 45: Área bajo la curva, señal de control.



En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos, para cada toma de datos.

Tabla 23: Área bajo la curva señal de control, función escalón.

Área [V*s]												
Amplitud	1 [cm]		2 [cm]		3 [cm]		4 [cm]		5 [cm]		6 [cm]	
Toma	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.1195	0.1160	0.2041	0.2004	0.2961	0.2909	0.3876	0.3841	0.4712	0.4702	0.5738	0.5692
2	0.1144	0.1117	0.2042	0.2003	0.2911	0.2909	0.3839	0.3856	0.4753	0.4715	0.5625	0.5617

3	0.1141	0.1145	0.1998	0.2035	0.2919	0.2905	0.3811	0.3817	0.4797	0.4735	0.5630	0.5648
4	0.1154	0.1133	0.2035	0.2032	0.2921	0.2913	0.3876	0.3820	0.4704	0.4713	0.5717	0.5644
5	0.1167	0.1155	0.2025	0.2021	0.2936	0.3000	0.3877	0.3822	0.4767	0.4754	0.5665	0.5577
Prom	0.1160	0.1142	0.2028	0.2019	0.2929	0.2927	0.3855	0.3831	0.4747	0.4723	0.5675	0.5635

4.2.4. Respuesta a la función sinusoidal. Para este tipo de onda se tomaron datos para amplitudes de $\pm 0,5$ [cm] y ± 1 [cm], a frecuencias de 0.5, 1, 2.5 y 5 [Hz]. En las siguientes tablas se reporta el tiempo de retraso, el error promedio de la posición del cilindro y la señal de control en función del tiempo. En las gráficas se muestra la posición del cilindro, la señal de control y el error absoluto de la posición del cilindro para las frecuencias de 5 [Hz].

Tabla 24: Resultados experimentales, función sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].

Amplitud ± 0.5 [cm]						
Frecuencia [Hz]	Tiempo retraso [s]		Error relativo máx. [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
0.5	0.0510	0.0230	0.1562	0.2987	0.1576	0.1568
1	0.0500	0.0240	2.2624	0.0501	0.2978	0.3111
2.5	0.0470	0.0240	13.8825	2.3390	0.6435	0.7657
5	0.0390	0.0220	36.5304	9.3753	0.9354	1.3745
Promedio	0,04675	0,02325	-	-	-	-

Figura 46: Resultado experimental, onda sinusoidal $\pm 0,5$ [cm].

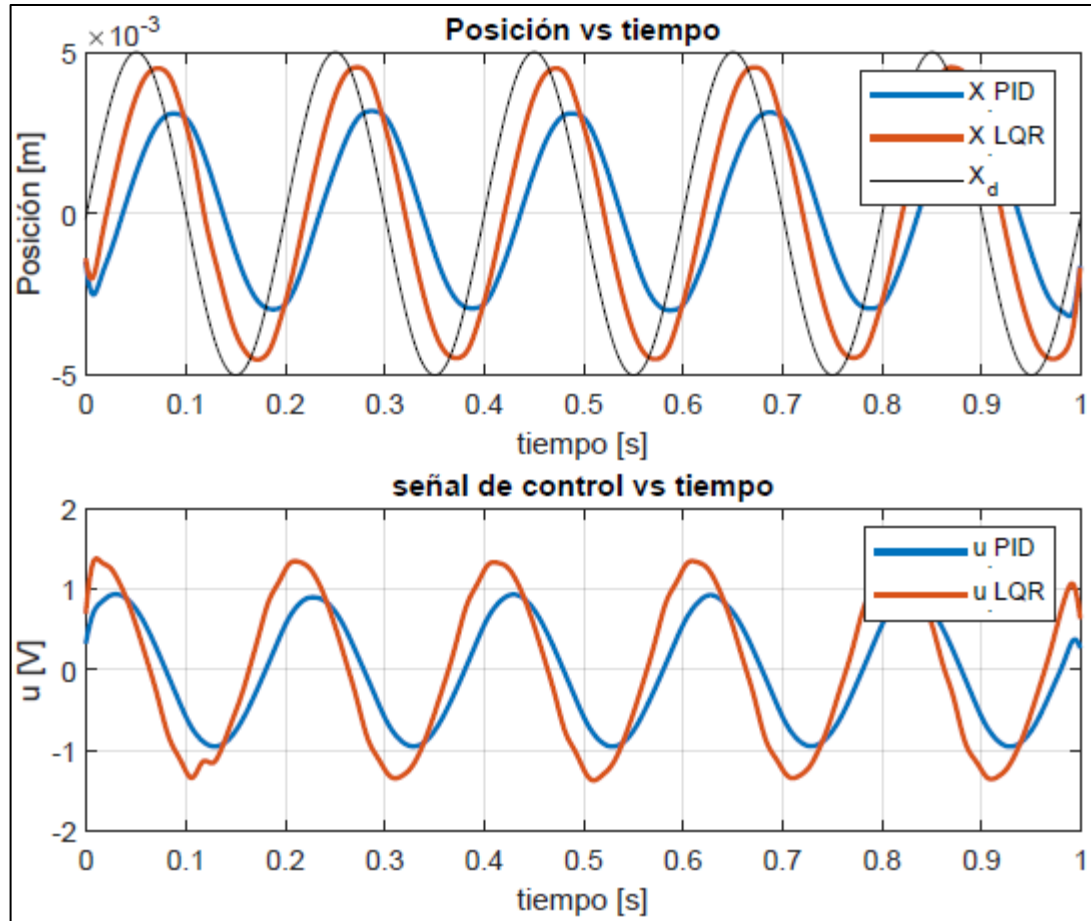
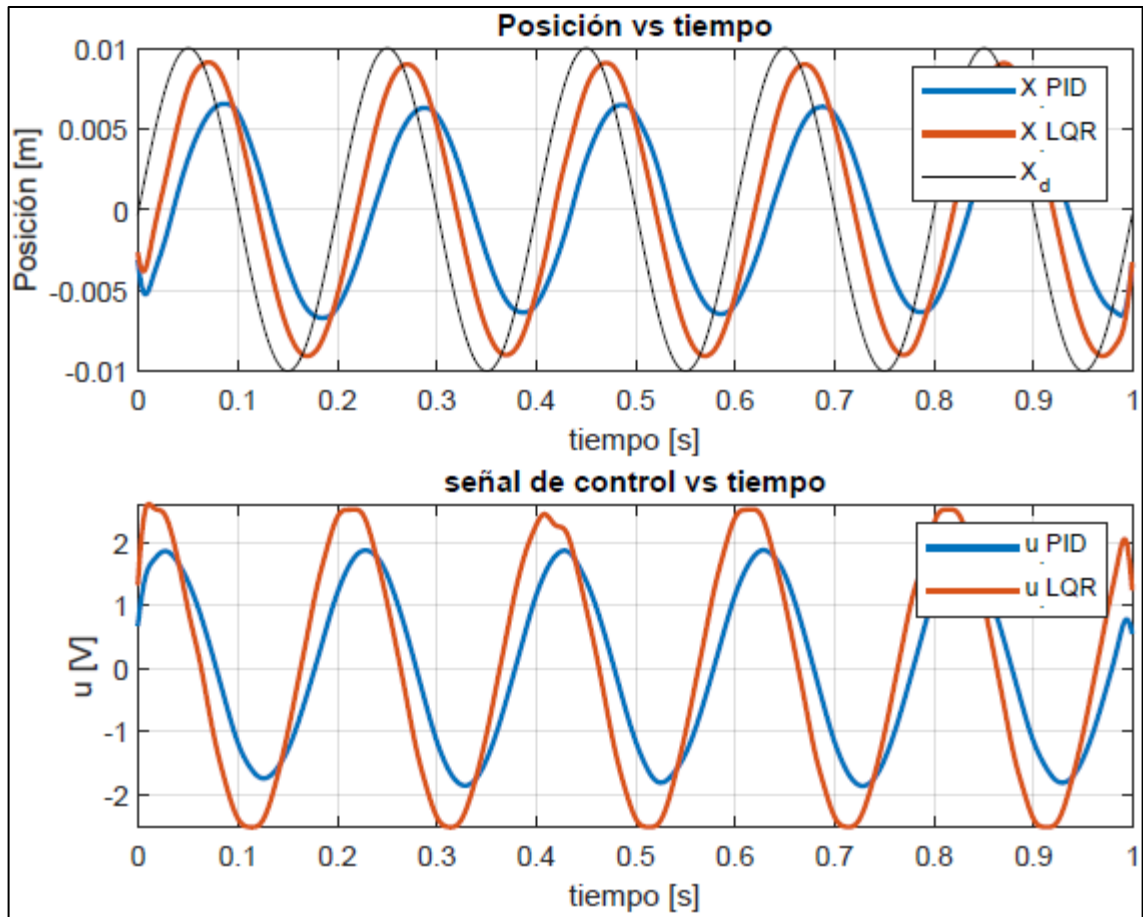


Tabla 25: Resultados experimentales, función sinusoidal ± 1 [cm].

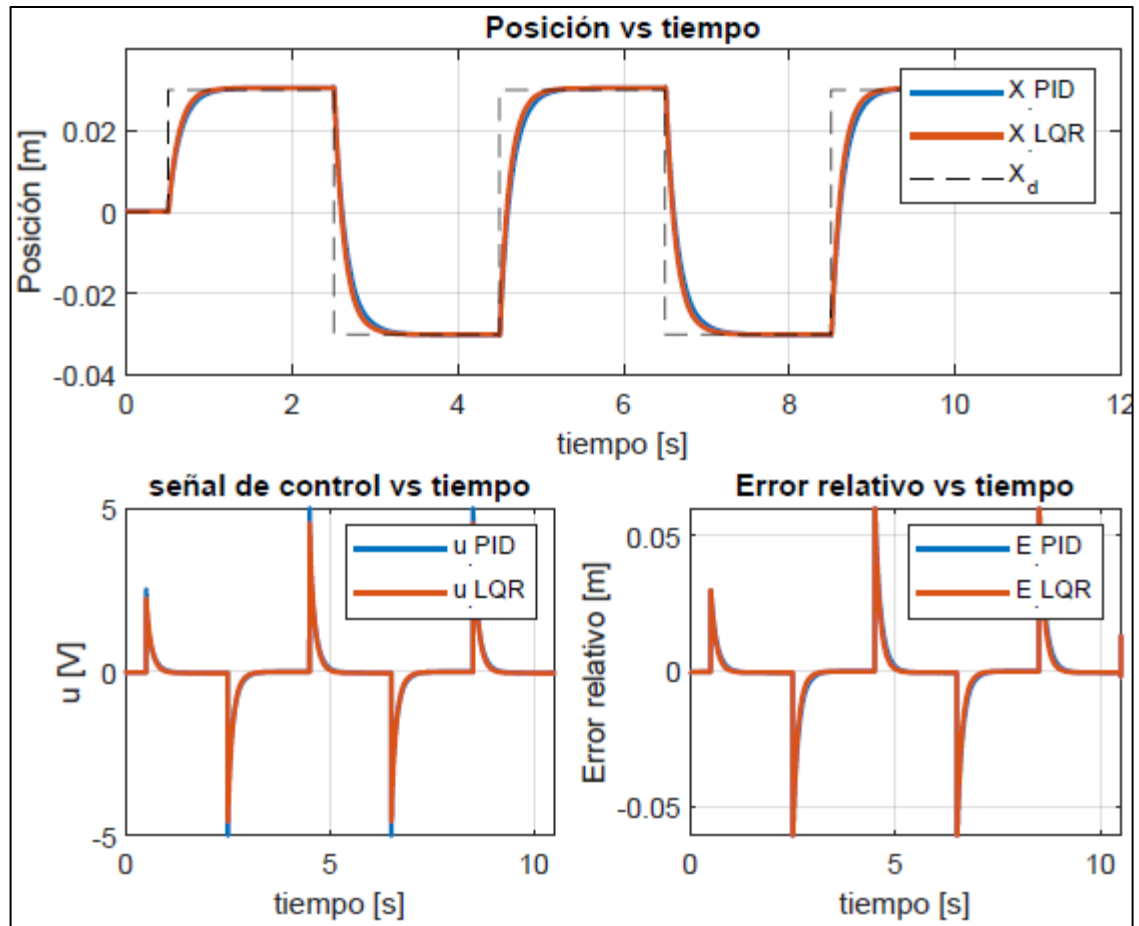
Amplitud ± 1 [cm]						
Frecuencia [Hz]	Tiempo retraso [s]		Error máx. relativo [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
0.5	0.0490	0.0240	0.3637	0.0955	0.3089	0.3158
1	0.0500	0.0230	2.5230	0.1673	0.6062	0.6068
2.5	0.0460	0.0230	14.2135	2.2780	1.2690	1.5029
5	0.0370	0.0220	34.5040	8.8151	1.8742	2.6017
Promedio	0,0455	0,023	-	-	-	-

Figura 47: Resultado experimental, onda sinusoidal ± 1 [cm].



4.2.5 Respuesta a la onda cuadrada. Otro tipo de señal con la que se evaluaron los controladores es una onda cuadrada con amplitud total de 6 [cm], para evaluar el comportamiento en la extensión y la inserción del actuador hidráulico. En las siguientes graficas se muestra la respuesta del sistema para la posición del cilindro, la señal de control y el error absoluto.

Figura 48: Resultado experimental, onda cuadrada $\pm 0,3$ [cm].



4.2.6. Respuesta a la función aleatoria. También se evaluó el comportamiento de los controladores para una señal aleatoria de diferentes amplitudes. En las siguientes graficas se muestra la posición del cilindro, la señal de control y el error absoluto de la posición del cilindro en el tiempo.

Figura 49: Resultado experimental, onda aleatoria.

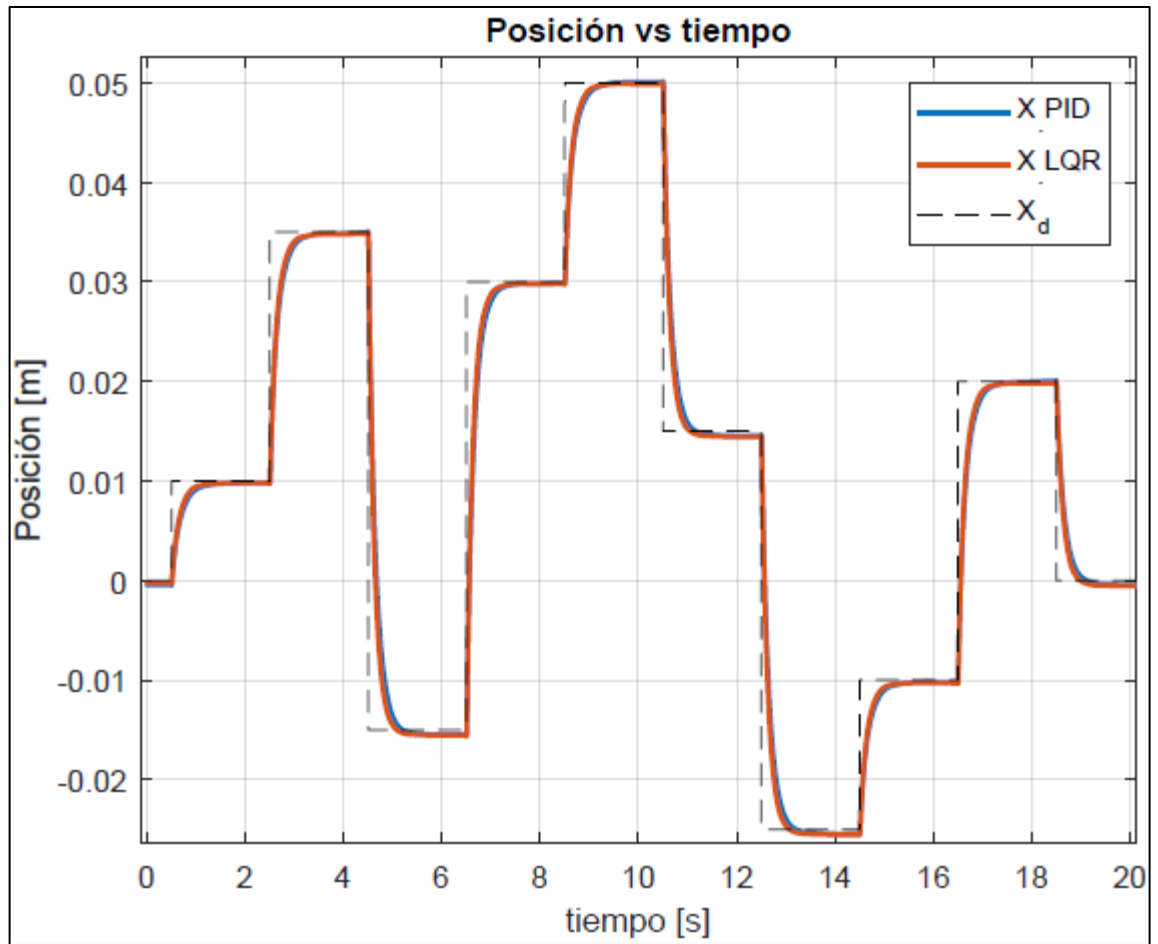
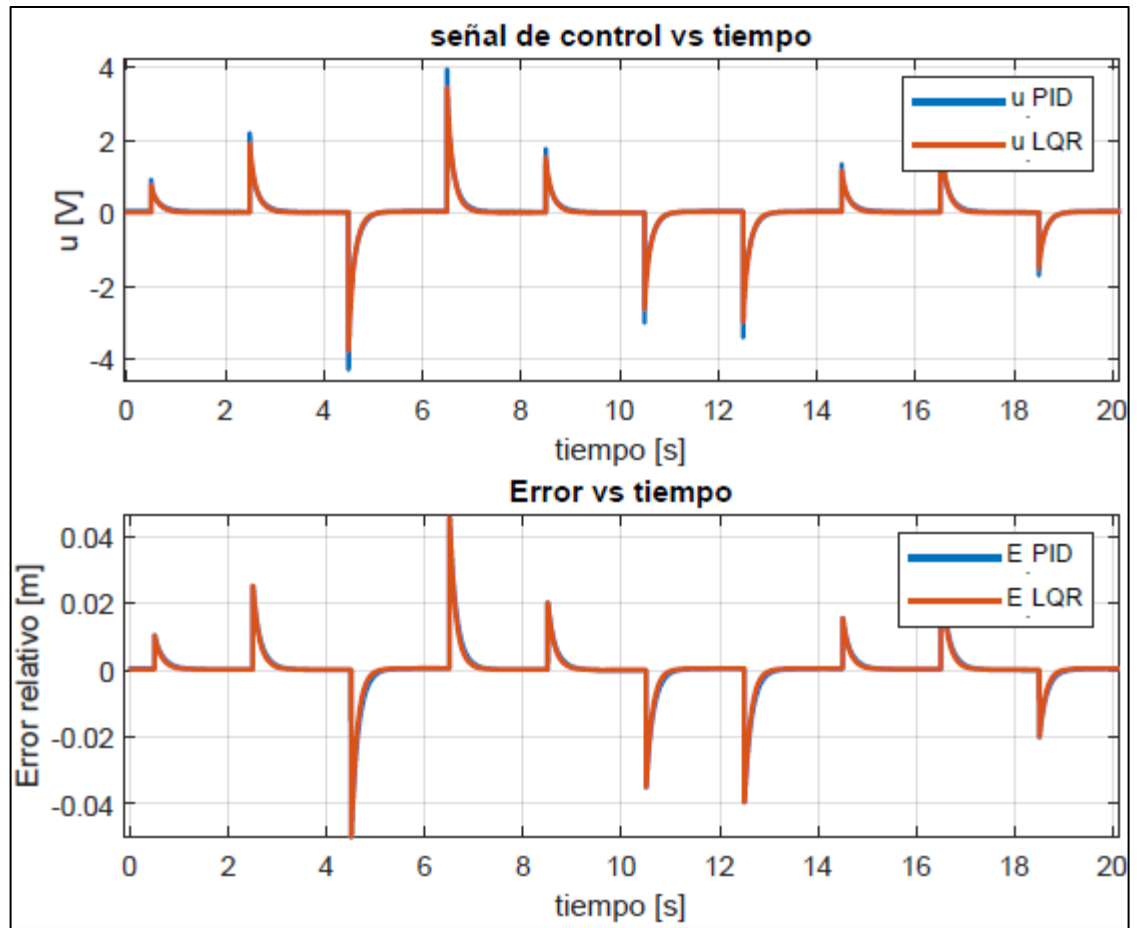


Figura 50: Resultado experimental, onda aleatoria.



4.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Tabla 26: Resultados experimentales, función escalón.

Función escalón										
Amp. [cm]	Tiempo retardo [s]		Tiempo establecimiento [s]		Posición promedio [m]		Error A. promedio [%]		U máximo [V]	
	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR	PID	LQR
1	0.117	0.104	0.608	0.538	0.0100667	0.0100710	0.797	0.815	0.867	0.755
2	0.107	0.094	0.627	0.514	0.0199956	0.0200652	0.178	0.448	1.732	1.514
3	0.103	0.092	0.608	0.514	0.0300385	0.0300522	0.302	0.317	2.592	2.273
4	0.104	0.091	0.617	0.508	0.0399881	0.0400414	0.177	0.260	3.456	3.030
5	0.103	0.090	0.607	0.510	0.0500129	0.0500309	0.226	0.228	4.318	3.786
6	0.103	0.091	0.604	0.506	0.0599973	0.0600100	0.204	0.188	5	4.543
prom	0,106	0,094	0,612	0,515	-	-	0,314	0,376	-	-

Tiempo de retardo: En todos los casos analizados el control LQR presenta un tiempo de retardo menor. En promedio el tiempo de retardo con el controlador LQR es 0,094 [s] y el tiempo de retardo con el controlador PID es de 0,106 [s], es decir, el controlador LQR responde 0,0125 [s] más rápido que el controlador PID.

Tiempo de establecimiento: En todos los casos analizados el control LQR presenta un tiempo de establecimiento menor. En promedio el tiempo de establecimiento con el controlador LQR es 0,515 [s] y el tiempo de establecimiento con el controlador PID es de 0,612 [s], es decir, el controlador LQR es aproximadamente 0,1 [s] más rápido que el controlador PID para alcanzar el valor deseado en el posicionamiento del cilindro hidráulico.

Error en estado estacionario: Ambos controladores presentan un error menor al 1% en el posicionamiento del cilindro hidráulico para todas las amplitudes de la función Step consideradas, sin embargo con el controlador PID el error del

posicionamiento es un poco menor que con el controlador LQR. En promedio el error en estado estacionario usando el controlador PID es del 0,314% y del 0,376% usando el controlador LQR.

Señal de control: Para todas las amplitudes consideradas se encontró que el posicionamiento del cilindro hidráulico con el controlador LQR presenta valores pico menores en la señal de control; en la práctica se observó que al usar el controlador PID se genera un golpe en el sistema debido al valor pico de la señal de control, especialmente para las amplitudes más grandes, debido al cambio brusco de la señal de control. Usando el controlador LQR el golpe se atenúa pues los picos de la señal de control son menores.

En la siguiente tabla se observa el valor promedio del área bajo la curva de la señal de control en el tiempo, para cada amplitud considerada, donde se observa que el área bajo la curva usando el controlador LQR es menor que usando el controlador PID, lo que indica un gasto energético menor, desde el punto de vista de la señal de control.

Tabla 27: Resultados experimentales, diferencia área bajo la curva de la señal de control.

Amplitud [cm]	Área [V*s]		
	PID	LQR	Diferencia [%]
1	0.1160	0.1142	1,576
2	0.2028	0.2019	0,4457
3	0.2929	0.2927	0,0683
4	0.3855	0.3831	0,6264
5	0.4747	0.4723	0,5081
6	0.5675	0.5635	0,7098

Finalmente en el caso de la función escalón se calculó la repetibilidad para cada una de las amplitudes y se encontró que el controlador LQR presenta una repetibilidad un poco mayor en cada caso, como se puede observar en la tabla 22.

Al implementar los controladores para seguir una señal de tipo sinusoidal se observó que el error en la variable de salida para frecuencias menores a 1 [Hz] usando el controlador LQR es similar al error usando el controlador convencional PID, pero al trabajar a frecuencias mayores a 1 [Hz], el controlador PID presenta errores mayores al 5%, mientras el controlador LQR mantiene errores relativamente pequeños.

5. CONCLUSIONES.

Se desarrolló un modelo dinámico y matemático que describe el comportamiento del servo-actuador hidráulico de la mesa sísmica del banco de laboratorio de dinámica estructural del grupo de investigación (DICBoT), que sirvió como estado inicial para determinar un modelo virtual que simula el comportamiento de la mesa sísmica.

Se diseñó y simuló un sistema de control moderno óptimo basado en la estrategia LQR para control de posición, del servo actuador hidráulico que acciona la mesa sísmica del laboratorio de dinámica estructural, perteneciente al grupo DICBoT, mediante el software de cálculo numérico y de programación MATLAB&SIMULINK®, donde se determinó que el controlador LQR es mejor que el controlador PID respecto al tiempo de establecimiento y la señal de control, ya que es 0,2 segundos más rápido y el pico de la señal de control es un 8% menor aproximadamente.

Se implementó y validó experimentalmente el sistema de control óptimo LQR en el servo-actuador de la mesa sísmica, donde se determinó que el tiempo de establecimiento es de 0,515 segundos con un error en estado estable de 0,376%.

Al comparar los dos controladores propuestos, se concluye que el sistema de control óptimo presentó un mejor desempeño dinámico frente a un sistema de control convencional PID, desde el punto de vista del tiempo de establecimiento. Al comparar los tiempos de respuesta se observa que el controlador óptimo LQR es 0,1 segundos más rápido, es decir una diferencia del 18,8%; el sistema de control óptimo es más eficiente porque el consumo de energía es aproximadamente un 0,7% menor que el del controlador PID desde el punto de vista de la señal de control.

6. RECOMENDACIONES.

Siempre que se realicen pruebas experimentales en la mesa sísmica debe asegurarse que la temperatura del aceite este en un rango de 45 – 49 °C.

Antes de realizar cualquier toma de datos se debe purgar cilindro hidráulico, eso se hace llevándolo a las posiciones extremas.

Para un trabajo a futuro, se recomienda incluir un transductor de diferencial de presiones para calcular esta variable ya que actualmente se está estimando ($x_3 = P_L$) y esto introduce imprecisión a la dinámica del controlador.

BIBLIOGRAFIA.

ARNÁEZ, Braschi. Enfoque práctico del control moderno. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). Perú. 2009.

BORRÁS PINILLA, Carlos, José Luis SARMIENTO y Juan Felipe ORTIZ. "Dynamic model and control design for a nonlinear hydraulic actuator". En: ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2018). Pittsburgh, PA, USA, 2018, págs. 1-10.

Borrás C., Sarmiento, J., Ortiz, J. Modelo dinámico y diseño de estrategias de control para un actuador no lineal hidráulico. XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos XI-CCMN. Agosto, 2017, UIS Bucaramanga, Colombia.

CLAVIJO, J., RAMIREZ, L. Diseño, modelamiento y simulación de una mesa sísmica unidireccional hidráulica. Bucaramanga, 2011. 122 p. Tesis de grado. Universidad industrial de Santander. Facultad de ingenierías físico-mecánicas. Escuela de ingeniería mecánica.

CARRILLO, Alí. Sistemas Automáticos de Control: Fundamentos Básicos de Análisis y Modelado. 2da. edición. Universidad Nacional Experimental "Rafael María Baralt". Venezuela. 2011.

Karpenko, Mark. Sepehri, Nariman. Quantitative Fault Tolerant Control Design for a Leaking Hydraulic Actuator. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 132(5):054505–1 – 054505–7, 2010.

KUO, Benjamín. Sistemas de Control Automático. Séptima Edición. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A ,1996.

LJUNG, Lennart. "System Identification Toolbox, for use with MATLAB®. User's Guide ". Prentice Hall, Natick, USA. 6 edition, 2004.

MARIÑO C., CHAVARRO J., "Modelado y caracterización dinámica de un servoactuador hidráulico". Bucaramanga, 2010. 168 p. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

MAZZONE, Virginia. Controladores PID. Automatización y Control Industrial Universidad Nacional de Quilmes. Marzo 2002.

MORALES, Rubén, RAMÍREZ, Ricardo. Sistemas de control moderno. Volumen I: sistemas de tiempo continuo. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México 2013.

OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna. Quinta edición. Madrid, Pearson Educación S. A., 2010, 904.

Rubiano, F., Cediel J. Diseño y construcción de un banco para aexperimentacion para servosistema hidráulico de control de posición (servovalvula Moog 760 y actuador). Bucaramanga, 2011. 184 p. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

SARMIENTO, José Luis y Carlos BORRÁS PINILLA. "Modelling, design and analysis of three controllers based on LQR formulation for a non-linear hydraulic uniaxial seismic shake table". En: 7th International Conference on Mechatronics and Control Engineering (ICMCE 2018). Amsterdam, Netherlands, 2018, págs. 1-6

SEPEHRI, N. KARPENKO, M. Robust position control of an electrohydraulic actuator with a faulty actuator piston seal. Journal of dynamic systems, measurement and control.125, September 2003. Pg. 415.

TORRES G., RODRIGUEZ P., Diseño y desarrollo de un sistema de control de posición y velocidad de una mesa sísmica. Bucaramanga, 2014. 159 p. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.

ANEXOS

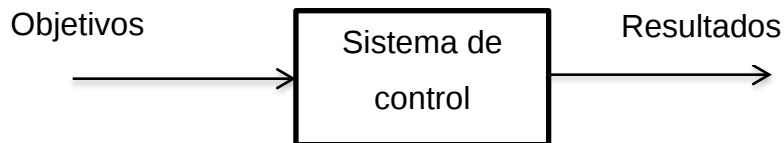
ANEXO A: MARCO TEÓRICO

SISTEMAS DE CONTROL.

Se define un sistema de control como el conjunto de elementos que funcionan de manera concatenada para proporcionar una salida o respuesta deseada. Los componentes básicos de un sistema de control pueden ser descritos por:

- Objetivos de control.
- Componentes del sistema de control.
- Resultados o salida.
-

Figura 51: Esquema general de un sistema de control.



Fuente: Autor

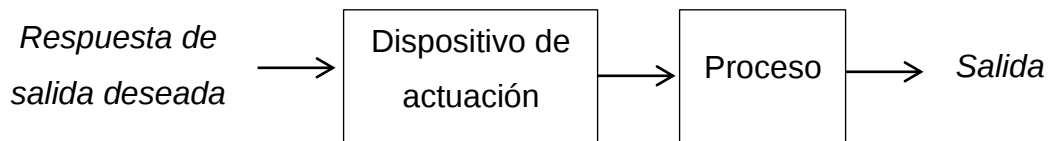
La relación básica entre estos tres componentes se muestra en la Figura anterior. Los objetivos de control pueden ser identificados como entradas o señales entrantes, los resultados son considerados las salidas o las variables controladas; en general, el objetivo del sistema de control es controlar la salida de manera ordenada actuando los elementos de control sobre la señal de entrada.

En términos generales existen dos tipos de sistemas de control de acuerdo a su configuración, control en lazo abierto y control en lazo cerrado.

CONTROL EN LAZO ABIERTO

Se denomina control en lazo abierto a aquel en el que la señal de salida no tiene efecto sobre la acción de control, es decir, en un sistema de control en lazo abierto no se mide la señal de salida ni se realimenta para compararla con la señal de entrada, de esta manera a cada entrada de referencia le corresponde una condición fija de operación; así la precisión de este depende de la calibración, pero si se presentan perturbaciones, el sistema de control en lazo abierto no realizara la tarea deseada. Por esta razón el sistema de control en lazo abierto se usa en plantas donde se conoce la relación entre la entrada y la salida, y que además no tengan perturbaciones internas ni externas.

Figura 52: Esquema de un sistema de control en lazo abierto

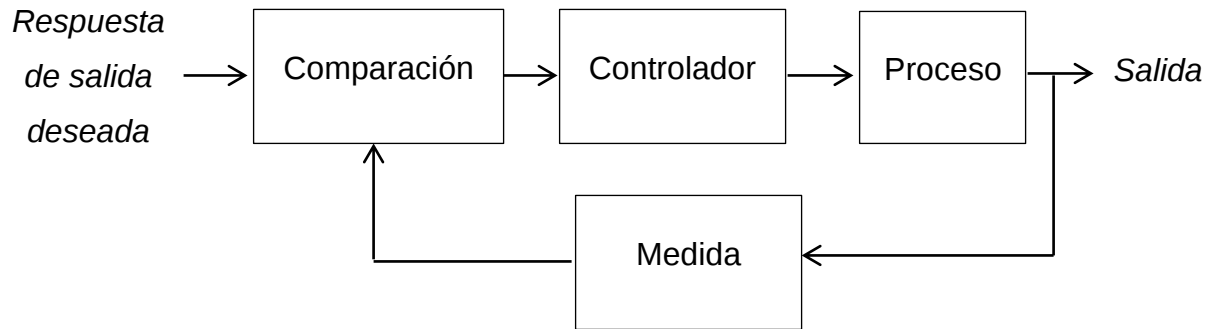


Fuente: Autor.

CONTROL EN LAZO CERRADO

A diferencia de un control en lazo abierto, un sistema de control en lazo cerrado usa una medida adicional de la señal de salida real para comprarla con la respuesta de la salida deseada. La medida de la salida se denomina señal de realimentación. En un sistema de control en lazo cerrado, se alimenta al controlador la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación, con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor deseado.

Figura 53: Esquema de un sistema de control en lazo cerrado.



Fuente: Autor.

Una ventaja del sistema de control en lazo cerrado es que el uso de la realimentación vuelve la respuesta del sistema insensible en cierta medida a las perturbaciones externas y a las variaciones internas en los parámetros del sistema. Es así posible usar componentes relativamente poco precisos y baratos para obtener el control adecuado de una planta determinada, mientras que hacer eso es imposible en el caso de un sistema en lazo abierto.

Desde el punto de vista de estabilidad, el sistema de control en lazo abierto es más fácil de desarrollar, porque la estabilidad del sistema no es un problema importante. Por otra parte, la estabilidad es un gran problema en el sistema de control en lazo cerrado, que puede conducir a corregir en exceso errores que producen oscilaciones de amplitud constante o cambiante.

Los sistemas de control en lazo cerrado sólo tienen ventajas cuando se presentan perturbaciones y/o variaciones impredecibles en los componentes del sistema. La potencia nominal de salida determina en forma parcial el coste, peso y tamaño de un sistema de control. El número de componentes usados en un sistema de control en lazo cerrado es mayor que el que se emplea para un sistema de control

equivalente en lazo abierto. Por tanto, el sistema de control en lazo cerrado suele tener costes y potencias más grandes. Para disminuir la potencia requerida de un sistema, se emplea un control en lazo abierto siempre que pueda aplicarse. Por lo general, una combinación adecuada de controles en lazo abierto y en lazo cerrado es menos costosa y ofrecerá un comportamiento satisfactorio del sistema global. Las ventajas fundamentales de los sistemas de control en lazo abierto son las siguientes:

- Construcción simple y facilidad de mantenimiento.
- Menos costosos que el correspondiente sistema en lazo cerrado.
- No hay problemas de estabilidad.
- Convenientes cuando la salida es difícil de medir o cuando medir la salida de manera precisa no es económicamente viable.

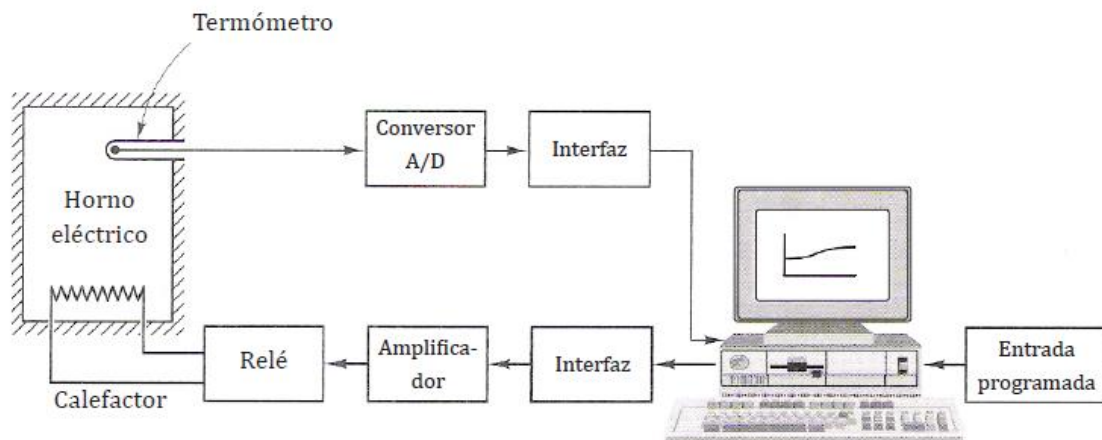
Las desventajas fundamentales de los sistemas de control en lazo abierto son las siguientes:

- Las perturbaciones y los cambios en la calibración originan errores, y la salida puede ser diferente de lo que se desea.
- Para mantener la calidad requerida en la salida, es necesaria la recalibración de vez en cuando.

Las necesidades industriales de controlar precisamente la posición, velocidad y presión en sistemas hidráulicos han llevado a la combinación de la hidráulica proporcional con el control en lazo cerrado.

Un ejemplo de un sistema de control es el que mantiene una determinada temperatura de un horno eléctrico. La temperatura se mide con un termómetro, el cual es un dispositivo analógico, esta medición se convierte en datos digitales mediante un convertidor analógico-digital (convertidor A/D), este dato digital se introduce en el controlador a través de una interfaz, se compara con la temperatura programada o deseada y si hay una diferencia, el controlador (computador) envía una señal al calefactor a través de una interfaz, al amplificador y relé para que la temperatura disminuya o aumente según sea el caso, a la temperatura deseada. La salida del sistema es la temperatura, el controlador es el computador y la entrada es la señal del termómetro.

Figura 54: Ejemplo de un sistema de control de temperatura.



Fuente: CARRILLO, Alí. *Sistemas Automáticos de Control*.

Hay dos divisiones principales de la teoría de control, a saber, control clásico y control moderno, los cuales tienen implicaciones directas sobre las aplicaciones de ingeniería de control.

Desde la teoría clásica de control, considerando el caso más sencillo de un sistema lineal de una entrada y una salida (SISO) del diseño del sistema. Esta dinámica normalmente se expresa haciendo uso de ecuaciones diferenciales ordinarias, y en el caso de sistemas lineales, usando de igual manera la

transformada de Laplace para obtener así de una representación matemática que relaciona la señal que se quiere controlar y la señal de entrada al sistemas. Un controlador diseñado por la teoría clásica por lo general requiere que se realice una sintonía debido a las aproximaciones de diseño. Los controladores de diseñado con la teoría de control clásica comunes son los CONTROLADORES PID.

En contraste, la teoría de control moderna se lleva acabo estrictamente en el complejo o el dominio de la frecuencia y puede lidiar con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) de sistemas. Esto para diseño sofisticado, como el control de aviones de combate etc.

Todo sistema de control debe tener una estabilidad relativa razonable; es decir, la respuesta debe mostrar un amortiguamiento razonable. Asimismo, la velocidad de respuesta debe ser razonablemente rápida, y el sistema de control debe ser capaz de reducir los errores a cero, o a un valor pequeño tolerable. Cualquier sistema de control, para ser útil, debe satisfacer estos requisitos. El requisito de estabilidad relativa razonable y el de la precisión de estado estacionario tienden a ser incompatibles, por lo tanto, al diseñar sistemas de control resulta necesario efectuar el mejor compromiso entre estos dos requerimientos.

A continuación se explican dos metodologías para el desarrollo e implementación de un sistema de control en lazo cerrado para controlar la posición de un servo actuador de mesa sísmica, estos son; el control PID y el control LQR.

CONTROL PID

El sistema de control PID (Proporcional, Integral, Derivativo) es un mecanismo de control por realimentación ampliamente usado en sistemas de control industrial. Este calcula la desviación o error entre un valor medido y un valor deseado.

Para un controlador con acción de control proporcional, la relación entre la señal de salida y la señal de error es:

$$u(t) = k_p e(t) \quad (A.1)$$

Donde k_p es la ganancia proporcional. En esencia el control proporcional es un amplificador con una ganancia ajustable. Un controlador proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero posee desempeño limitado y error en régimen permanente (off-set).

En un controlador con acción de control integral, el valor de la salida del controlador se cambia a una razón proporcional a la señal de error. Como la acción de control integral da una salida del controlador que es proporcional al error acumulado, implica que es un modo de controlar lento.

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{k_p}{T_i} e(t) \quad (A.2)$$

O también,

$$u(t) = \frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (A.3)$$

Donde T_i es el tiempo integral.

La acción de control derivativa, contribuye con valores proporcionales a la razón de cambio de los errores de control. Es un modo de reacción rápido a los cambios,

el cual desaparece en presencia de errores constantes. Conocido a veces como el modo predictivo. Su principal limitación es generar grandes señales en presencia de errores de control de frecuencias altas.

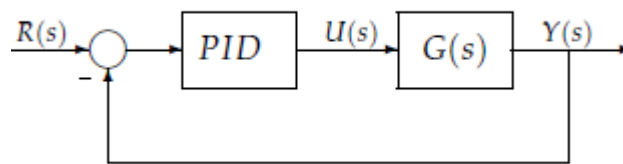
El algoritmo del control PID consiste de tres parámetros distintos: el proporcional, el integral, y el derivativo. El valor Proporcional depende del error actual. El Integral depende de los errores pasados y el Derivativo es una predicción de los errores futuros. La suma de estas tres acciones es usada para ajustar al proceso por medio de un elemento de control como la posición de una válvula de control o la potencia suministrada a un calentador.

La ecuación de un controlador con esta acción combinada está dada por:

$$u(t) = k_p e(t) + \frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + k_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (A.4)$$

Donde T_d es el tiempo derivativo.

Figura 55: Diagrama de bloques de un sistema con control PID.



Fuente: OGATA, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson, Madrid, quinta edición, 2010.

Ajustando estas tres variables en el algoritmo de control del PID, el controlador puede proveer una acción de control diseñado para los requerimientos del proceso en específico. La respuesta del controlador puede describirse en términos de la respuesta del control ante un error, el grado el cual el controlador sobrepasa el

punto de ajuste, y el grado de oscilación del sistema. Nótese que el uso del PID para control no garantiza control óptimo del sistema o la estabilidad del mismo.

Algunas aplicaciones pueden solo requerir de uno o dos modos de los que provee este sistema de control. Un controlador PID puede ser llamado también PI, PD, P o I en la ausencia de las acciones de control respectivas. Los controladores PI son particularmente comunes, ya que la acción derivativa es muy sensible al ruido, y la ausencia del proceso integral puede evitar que se alcance al valor deseado debido a la acción de control.

Sintonización de un controlador PID

Si se puede obtener un modelo matemático de una planta entonces es posible determinar los parámetros del controlador que cumpla las especificaciones del transitorio y el estacionario, sin embargo, si el modelo de la planta es complejo, tampoco es posible un método analítico para el diseño de un controlador PID.

Este proceso de seleccionar los parámetros del controlador que cumplan con las especificaciones de comportamiento dadas es lo que se conoce como sintonización.

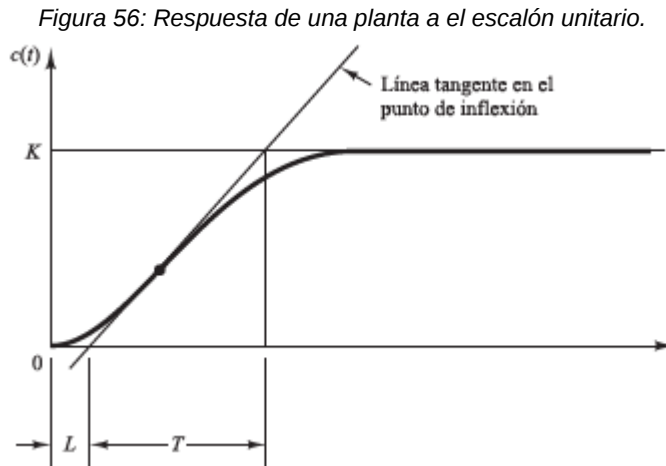
Ziegler y Nichols sugirieron reglas para sintonizar los controladores PID basándose en las respuestas escalón experimentales o en el valor de k_p que produce estabilidad marginal cuando solo se usa la acción de control proporcional. Tales reglas sugieren un conjunto de valores de k_p , T_i y T_d que darán una operación estable al sistema. Las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols dan una estimación de los parámetros del controlador como punto de partida para una sintonía fina.

Método de sintonización de Ziegler-Nichols

❖ Método 1:

En este método la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental, y el método se puede aplicar si la respuesta muestra una curva con forma de S. esta respuesta se puede obtener experimentalmente o mediante una simulación dinámica de la planta.

La curva con forma de S se caracteriza por dos parámetros, el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T , estos parámetros se determinan trazando una tangente en el punto de inflexión de la curva S y determinando la intersección con el eje del tiempo y con la línea $C(t) = K$.



Fuente: OGATA, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson, Madrid, quinta edición, 2010.

Según la regla de sintonía de Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta, las constantes se determinan:

$$k_p = 1,2 \frac{T}{L} \quad (A.5)$$

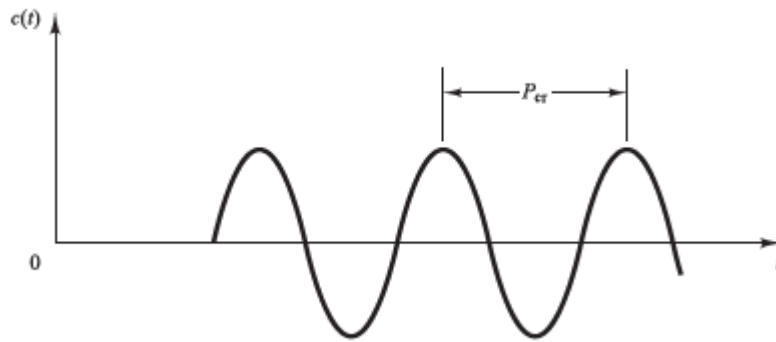
$$T_i = 2L \quad (A.6)$$

$$T_d = 0,5L \quad (A.7)$$

❖ Método 2:

En este caso primero se fija $T_i = \infty$ y $T_d = 0$. Usando solo la acción de control proporcional se incrementa k_p desde 0 hasta un valor crítico k_{cr} , en donde la salida presenta oscilaciones sostenidas. Así la ganancia y el periodo se determinan experimentalmente.

Figura 57: Respuesta de un sistema a la variable proporcional.



Fuente: OGATA, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson, Madrid, quinta edición, 2010.

Según la regla de sintonía de Ziegler-Nichols basada en la ganancia y periodo críticos, las constantes se determinan:

$$k_p = 0,6k_{cr} \quad (A.8)$$

$$T_i = 0,5P_{cr} \quad (A.9)$$

$$T_d = 0,125P_{cr} \quad (A.10)$$

CONTROL LQR

El control óptimo es una rama del control moderno que se relaciona con el diseño de controladores para sistemas dinámicos tal que se minimice una función de medición que se denomina índice de desempeño o costo del sistema.

En términos más formales, el objetivo principal de la teoría de control óptimo es determinar las señales de control que causan a un proceso el satisfacer las restricciones físicas que se tengan y asimismo minimizar o maximizar según sea el caso cierto criterio de desempeño deseado.

La solución de algunos problemas de control no es posible obtenerla usando métodos de control clásicos. Esto puede ser ya sea debido a su complejidad, o que se requieran satisfacer ciertos parámetros relacionados con su desempeño.

El problema de control óptimo se puede representar matemáticamente en las siguientes partes:

- La descripción del proceso a controlar (modelo del sistema).
- La descripción de las restricciones físicas.
- La descripción del objetivo buscado.

- La descripción de algún criterio para describir el desempeño óptimo (índice de desempeño).

Normalmente se está interesado en controlar el sistema con una señal de control, $\mathbf{u}(t)$, que es función de distintas medidas de variables de estado. Entonces se desarrolla un controlador en variables de estado que opera sobre la información disponible en forma medida.

El diseño mediante realimentación de todos los estados normalmente se basa en la asignación de polos. Es importante tener en cuenta que el sistema debe ser totalmente controlable y observable, para que permita colocar todos los polos de manera arbitraria.

Un sistema es completamente controlable si existe un control sin restricción $\mathbf{u}(t)$ que puede llevar cualquier estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ a cualquier otro estado deseado $\mathbf{x}(t)$ en un tiempo finito $t_0 < t < T$.

Dado un sistema

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (\text{A.11})$$

se puede determinar si un sistema es controlable examinando la condición algebraica:

$$\text{Rango } [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n$$

La matriz $\mathbf{A}$ tiene dimensión $n \times n$ y $\mathbf{B}$ $n \times 1$, o $n \times m$ para un sistema con múltiples entradas m .

Para un sistema de unica entrada, unica salida, la matriz de controlabilidad P_c se describe en terminos de A y B como,

$$P_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (A.12)$$

Que es una matriz $n \times n$. por lo tanto si el determinante es distinto de cero, el sistema es controlable.

El primer paso en el proceso de diseño en variables de estado es suponer que todos los estados estan disponibles para la realimentación, es decir, que se tienen acceso al estado completo, $x(t)$ para todo t la entrada al sistema esta dada por:

$$u = -Kx \quad (A.13)$$

El objetivo del proceso de realimentación del vector de estado completo es determinar la matriz de ganancia K con el objetivo de minimizar la funcion de coste

$$J = \int_0^{\infty} (x^* Q x + u^* R u) dt \quad (A.14)$$

donde Q es una matriz hermítica definida positiva (o semidefinida positiva) o simétrica real y R es una matriz hermítica definida positiva o simétrica real. Obsérvese que el segundo término del miembro derecho de la ecuación (2.14) considera el coste de energía de las señales de control. Las matrices Q y R determinan la importancia relativa del error y del coste de esta energía. Además se supone que el vector de control $u(t)$ no está restringido.

La ley de control lineal obtenida mediante la ecuación (2.13) es la ley de control óptimo. Por tanto, si se determinan los elementos desconocidos de la matriz $\mathbf{K}$ para minimizar la función de coste, entonces $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ es óptima para cualquier estado inicial $\mathbf{x}(0)$.

Ahora se resuelve el problema de optimización. Sustituyendo la Ecuación (2.13) en la Ecuación (2.11), se obtiene

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} \quad (\text{A.15})$$

En las deducciones siguientes, se supone que la matriz $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ es estable, o que los valores propios de $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ tienen partes reales negativas. Al sustituir la ecuación (2.13) en la ecuación (2.14) resulta

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^* \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^* \mathbf{K}^* \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{x}) dt \quad (\text{A.16})$$

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^* (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^* \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} dt \quad (\text{A.17})$$

Si se iguala,

$$\mathbf{x}^* (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^* \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\frac{d}{dt} (\mathbf{x}^* \mathbf{P} \mathbf{x}) \quad (\text{A.18})$$

Donde $\mathbf{P}$ es una matriz hermítica definida positiva o simétrica real. Así, se obtiene,

$$\mathbf{x}^* (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^* \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\dot{\mathbf{x}}^* \mathbf{P} \mathbf{x} - \mathbf{x}^* \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{x}^* [(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^* \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})] \mathbf{x} \quad (\text{A.19})$$

Al comparar ambos lados de esta última ecuación y considerando que la misma debe ser válida para cualquier x , se requiere que

$$(A - BK) * P + P(A - BK) = -(Q + K * RK) \quad (A.20)$$

Se puede demostrar que si $A - BK$ es una matriz estable, existe una matriz P definida positiva que satisface la ecuación (A.20).

Por tanto, el procedimiento se basa en determinar los elementos de P a partir de la ecuación (A.20) y ver si es definida positiva. Es importante resaltar que más de una matriz P puede satisfacer esta condición. Si el sistema es estable, siempre existe una matriz P definida positiva que satisface esta ecuación. Esto significa que, si se despeja la ecuación y se encuentra una matriz P definida positiva, el sistema es estable. Otras matrices P que satisfacen esta ecuación no son definidas positivas y deben descartarse.

El índice de comportamiento J se calcula como:

$$J = \int_0^{\infty} x * (Q + K * RK) x dt = -x * Px \Big|_0^{\infty} = -x * (\infty) Px(\infty) + x * (0) Px(0) \quad (A.21)$$

Como se supone que todos los valores propios de $A - BK$ tienen partes reales negativas, tenemos que $x(\infty) \rightarrow 0$. Por tanto, se obtiene:

$$J = x * (0) Px(0) \quad (A.22)$$

Así, el índice de comportamiento J se obtiene en términos de la condición inicial $x(0)$ y P .

Para obtener la solución al problema de control óptimo cuadrático, se procede del modo siguiente.

Como se ha supuesto que R es una matriz hermítica definida positiva o simétrica real, se puede escribir:

$$R = T^* T \quad (A.23)$$

Donde T es una matriz no singular. Así, la Ecuación (A.20) se escribe como

$$(A^* - K^* B^*)P + P(A - BK) + Q + K^* T^* TK = 0 \quad (A.24)$$

Que puede reescribirse como:

$$A^* P + PA + [TK - (T^*)^{-1} B^* P]^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P] - PBR^{-1} B^* P + Q = 0 \quad (A.25)$$

La minimización de J con respecto a K requiere la minimización de la siguiente expresión

$$x^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P]^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P] x \quad (A.26)$$

Como esta última expresión es no negativa, el mínimo ocurre cuando es cero, o cuando

$$TK = (T^*)^{-1} B^* P \quad (A.27)$$

por tanto,

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{T}^*)^{-1}\mathbf{B}^* \mathbf{P} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^* \mathbf{P} \quad (\text{A.28})$$

La Ecuación (A.28) da la matriz óptima $\mathbf{K}$. Así, la ley del control óptimo para el problema de control óptimo cuadrático es lineal cuando el índice de comportamiento está dado por la ecuación (A.14) y se puede expresar como

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^* \mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (2.29)$$

La matriz $\mathbf{P}$ en la Ecuación (A.28) debe satisfacer la Ecuación (A.20) o la ecuación reducida siguiente:

$$\mathbf{A}^* \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^* \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (\text{A.30})$$

La Ecuación (2.30) se denomina ecuación matricial reducida de Riccati. Los pasos del diseño se plantean del modo siguiente:

1. Resolver la Ecuación (A.30), ecuación matricial reducida de Riccati, para la matriz $\mathbf{P}$. (Si existe una matriz $\mathbf{P}$ definida positiva (ciertos sistemas pueden no tener una matriz $\mathbf{P}$ definida positiva), el sistema es estable o la matriz $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ es estable).
2. Sustituir esta matriz $\mathbf{P}$ en la Ecuación (A.28). La matriz $\mathbf{K}$ resultante es la matriz óptima.

Obsérvese que, si la matriz $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ es estable, el método propuesto siempre da el resultado correcto.

Por último, obsérvese que si el índice de comportamiento se obtiene en términos del vector de salida en lugar del vector de estado, es decir,

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{y} * \mathbf{Q}\mathbf{y} + \mathbf{u} * \mathbf{R}\mathbf{u})dt \quad (\text{A.31})$$

Entonces el índice se modifica mediante la ecuación de salida

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (\text{A.32})$$

A

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x} * \mathbf{C} * \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{u} * \mathbf{R}\mathbf{u})dt \quad (\text{A.33})$$

Y los pasos del diseño que se presentaron en esta sección se pueden aplicar para obtener la matriz $\mathbf{K}$ óptima.

CONTROL DE POSICIÓN EN SERVO-SISTEMAS DE POTENCIA

Los sistemas hidráulicos tienen la ventaja de manejar y controlar potencias muy elevadas con componentes relativamente pequeños. La hidráulica tiene dos ramas principales, la hidráulica no proporcional y la hidráulica proporcional. La hidráulica no proporcional se refiere al estudio de los sistemas hidráulicos donde las válvulas son de tipo ON/OFF o todo/nada, es decir, donde sus posiciones son únicamente conmutables en sus estados extremos. La hidráulica proporcional se refiere a la los sistemas hidráulicos donde las válvulas tienen infinitas posiciones de conmutación entre sus estados extremos.

En la hidráulica proporcional se maneja el control de dirección (sentido), el control de presión y el control de caudal por medio de los distintos tipos de válvulas. Los

tipos de válvulas que se manejan son las válvulas proporcionales y las servoválvulas. Algunas ventajas técnicas de la hidráulica proporcional son:

- Control de las posiciones intermedias.
- Número reducido de componentes hidráulicos para determinadas funciones.
- Accionamientos más sencillos, más rápidos y más precisos.
- Control en el comportamiento de las conmutaciones, lo cual elimina picos de presión y tiene por efecto una mayor vida útil de los elementos mecánicos e hidráulicos.

VÁLVULAS PROPORCIONALES

Las válvulas proporcionales difieren de las válvulas no proporcionales (todo/nada) en que es posible controlar la posición de la corredera dentro del cuerpo de la válvula por medio de la variación de la corriente suministrada a la bobina del solenoide, suministrando un control eléctrico del caudal que atraviesa la válvula.

Con válvulas proporcionales son posibles accionamientos más sencillos, más rápidos y más exactos, controlándose el comportamiento también en las conmutaciones, permitiendo eliminar picos de presión, lo que resulta en una mayor vida útil de los elementos mecánicos e hidráulicos.

El hecho de que la señal para dirección y caudal sea eléctrica permite instalar las válvulas proporcionales cerca del consumidor, mejorando el comportamiento dinámico del accionador.

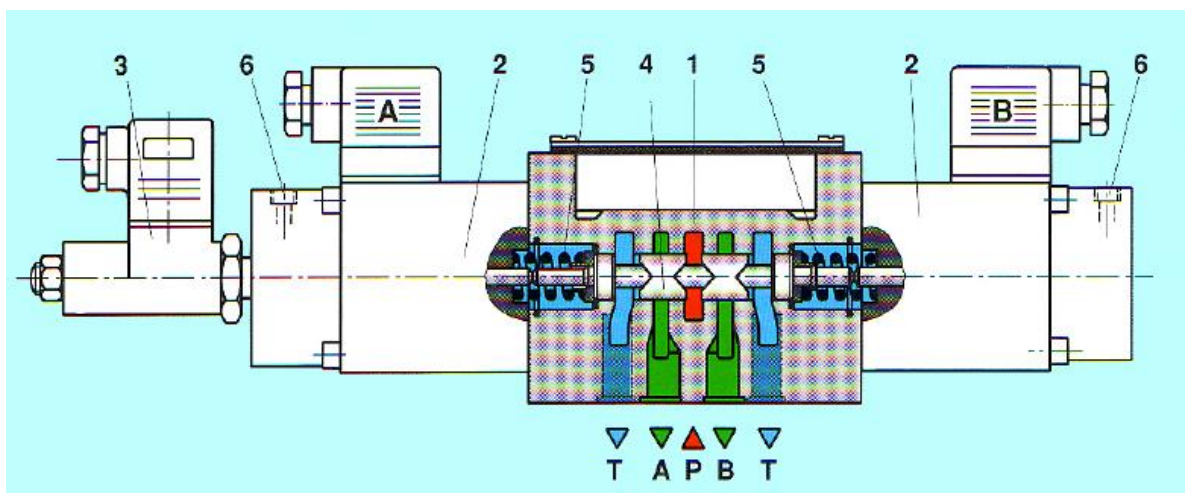
Las válvulas proporcionales direccionales actúan sobre la dirección y magnitud de un caudal. Al igual que las válvulas direccionales convencionales el solenoide actúa directamente sobre la corredera.

Una válvula de este tipo se compone básicamente como se muestra en la figura 1 de:

- 1) una carcasa.
- 2) uno o dos solenoides proporcionales con comportamiento analógico carrera-intensidad.
- 3) Captador inductivo de la posición.
- 4) la corredera.
- 5) uno o dos resortes de retorno.

Si los solenoides no están activados, los resortes mantienen la corredera en su posición centrada.

Figura 58: Componentes de una válvula proporcional.



*Fuente: Técnica de válvulas proporcionales y de servoválvulas, Training hidráulico compendio 2.
MANNESMANN REXROTH. 1989.*

El solenoide que poseen las válvulas proporcionales es un solenoide variable, de corriente continua, y está fabricado de un material altamente magnetizable junto con un cono no magnético.

Las válvulas proporcionales se dividen en válvulas proporcionales sin realimentación, válvulas proporcionales con realimentación y válvulas proporcionales de prestaciones elevadas.

Válvulas proporcionales sin realimentación.

A este grupo pertenecen las válvulas proporcionales sin realimentación de mando directo y las válvulas de dos etapas con una sola realimentación.

La principal ventaja de estas válvulas respecto a las electroválvulas todo/nada es el control de velocidad por medios electrónicos, así como la aceleración y desaceleración con cierto grado de control que permite movimientos más suaves y evita golpes de ariete en el sistema.

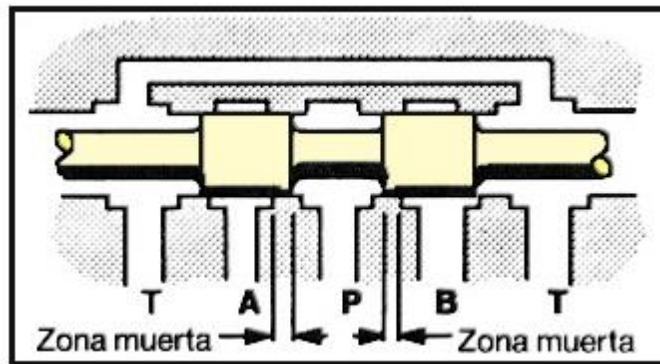
Dependiendo del tamaño de estas válvulas los tiempos de respuesta varían entre los 50 y 150 ms, aunque se pueden mejorar usando generadores de rampa en el amplificador.

En sistemas hidráulicos de control estas válvulas se encuentran acompañadas por interruptores de posición o proximidad, y son usadas en sistemas abiertos o de

cadena cerrada discontinuos, debido a que no cuentan con los dispositivos necesarios para la realimentación.

Una de sus principales desventajas es la zona muerta de desplazamiento, ya que los émbolos presentes en las corredera descansan sobre superficies de largos no despreciables, haciendo que parte de la señal que reciben los solenoides sea utilizada para desplazar el embolo sobre esta superficie hasta que no haya contacto entre las superficies e inicia la circulación del flujo.

Figura 59: Spool de una válvula proporcional sin realimentación.



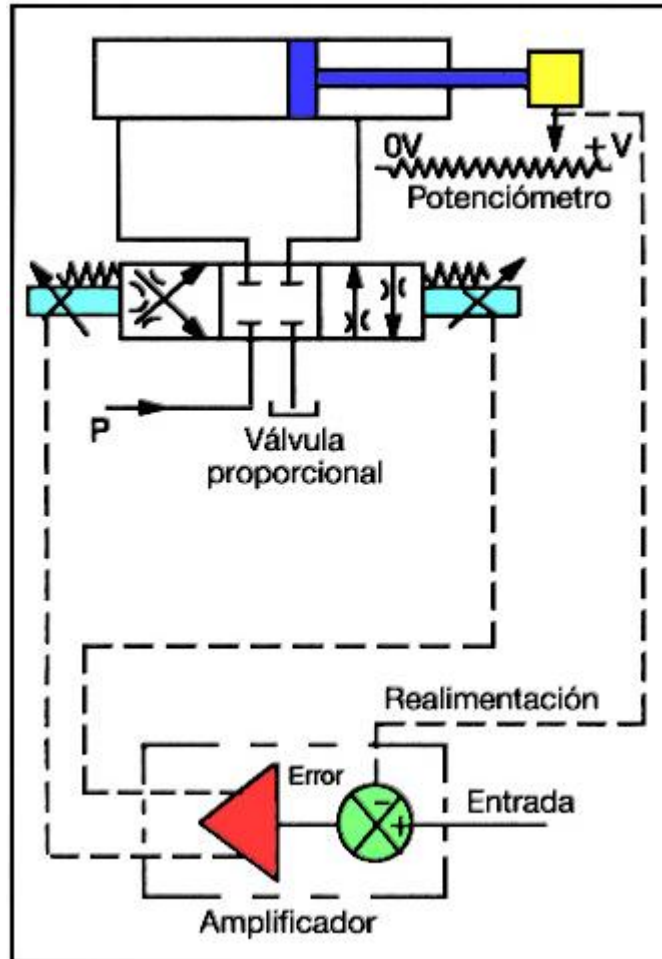
Fuente: Manual para servoválvulas y válvulas en cadena cerrada. VICKERS. 1990.

Válvulas proporcionales con realimentación.

La técnica de realimentación da lugar a los sistemas de cadena cerrada continua y se caracteriza por reincorporar los valores que se desean controlar al elemento controlador para realizar una corrección a estos valores y emitir una nueva señal. De esta forma el controlador puede realizar una comparación continua de los valores controlados con los de referencia y puede iniciar una acción correctiva cada vez que los valores controlados se aparten de la referencia.

Para conseguir un control de lazo cerrado continuo es necesario dotar el actuador con un transductor continuo, que a diferencia de los interruptores sencillos de proximidad o posición suministran una señal continua de realimentación que varía proporcionalmente a la variable que se desea controlar, en este caso, la posición.

Figura 60: control continuo de posición en lazo cerrado.



Fuente: Manual para servoválvulas y válvulas en cadena cerrada. VICKERS. 1990.

En general se incluyen como válvulas proporcionales con realimentación las válvulas de accionamiento directo con realimentación y las válvulas de dos etapas con realimentación doble.

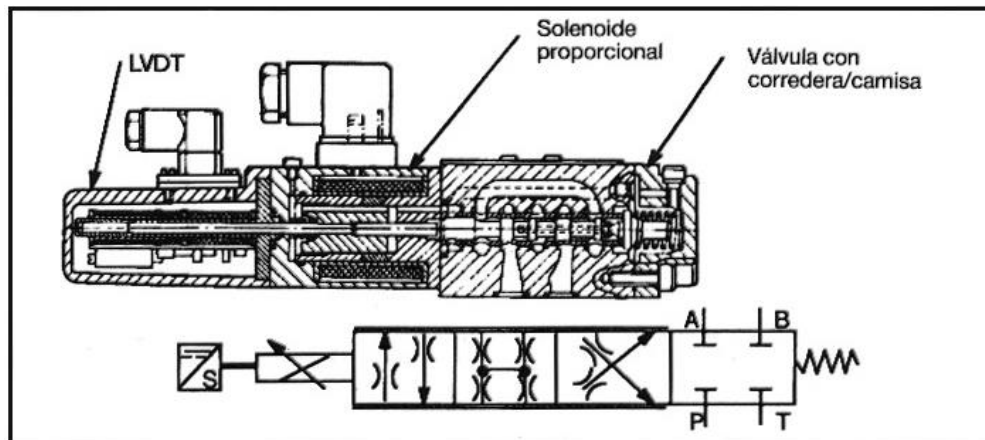
El tiempo de respuesta de este tipo de válvulas oscila entre los 12 y 37 ms y la histéresis es aproximadamente del 1%, haciendo el sistema de control sea más rápido en comparación con las válvulas proporcionales sin realimentación, pero siguen presentando la desventaja debida a la zona muerta, lo cual afecta la precisión en los sistemas de control en lazo cerrado continuos.

Válvulas proporcionales de prestaciones elevadas.

Para controlar la posición de la corredera dentro del cuerpo de la válvula se cuenta con un solo solenoide. También se cuenta con un sensor de posición que envía la señal a un amplificador y posteriormente al solenoide.

La posición central de la corredera se obtiene manteniendo el solenoide accionado parcialmente, lo que permite a la corredera moverse en ambas direcciones, aumentando o disminuyendo la señal parcial de centrado. Con esta configuración se obtienen tiempos de respuesta menores a 10 ms. Además para eliminar la zona muerta se adiciona una camisa al cuerpo de la válvula, haciendo posible un control preciso de los recubrimientos de la corredera con relación a los orificios de la válvula, consiguiendo así una válvula virtualmente sin recubrimientos.

Figura 61: Válvula proporcional para prestaciones elevadas.



Fuente: Manual para servoválvulas y válvulas en cadena cerrada. VICKERS. 1990.

La diferencia entre una válvula proporcional sin realimentación y una válvula proporcional con realimentación, es que esta última incluye un sensor de posición (LVDT) de la corredera, el cual añade más precisión. Las válvulas proporcionales de prestaciones elevadas poseen un conjunto camisa-corredera, un solo solenoide para el posicionamiento de la corredera dentro de la camisa, y siempre incluyen un LVDT.

MODELADO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

La teoría de control moderna permite el modelado de sistemas de múltiples entradas con múltiples salidas, lineales o no lineales y variantes en el tiempo, basándose en el concepto de estado.

El estado de un sistema dinámico es el conjunto de variables más pequeño, de forma que el conocimiento de estas variables en $t = t_0$, junto con el conocimiento de la entrada para $t \geq t_0$, determinan el comportamiento del sistema para cualquier $t \geq t_0$.

Las variables de estado de un sistema dinámico son el conjunto más pequeño de variables que se necesita para definir completamente un sistema dinámico.

Las variables de estado no necesitan ser físicamente medibles o cantidades observables, sin embargo es conveniente elegir como variables de estado cantidades físicamente medibles, porque las leyes de control óptimo requerirán realimentar todas las variables de estado con una ponderación adecuada.

Si se necesitan n variables de estado para describir el comportamiento de un sistema, dichas variables se pueden considerar como las n componentes de un vector $\mathbf{X}$ denominado vector de estado.

Así, se denomina espacio de estados al espacio formado por los ejes $x_1, x_2, \dots, x_n$, donde $x_1, x_2, \dots, x_n$ son las variables de estado.

En el análisis en el sistema de estados, se centra la atención en tres tipos de variables; variables de entrada, variables de salida y variables de estado. El sistema dinámico debe contener elementos que recuerden los valores de entrada para $t \geq t_1$. Como los integradores de un sistema de control en tiempo continuo sirven como dispositivos de memoria, las salidas de tales integradores pueden ser consideradas como las variables que describen el comportamiento interno del sistema dinámico. De esta manera las salidas de los integradores sirven como variables de estado, así, por cada integrador que haya, habrá una variable de estado $x_1, x_2, \dots, x_n$, entonces el sistema se puede escribir como:

Suponiendo un sistema de múltiples entradas y salidas con n integradores, r salidas $U_1, U_2, \dots, U_r$, m salidas $y_1, y_2, \dots, y_m$, se definen las n salidas de los integradores como variables de estado $x_1, x_2, \dots, x_n$. El sistema se puede describir como:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\
\dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t)
\end{aligned} \tag{A.34}$$

Las salidas del sistema se obtienen mediante:

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\
y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\
&\vdots \\
y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t)
\end{aligned} \tag{A.35}$$

Definiendo:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{U}, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{U}, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \\ \vdots \\ g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; U_1, U_2, \dots, U_r; t) \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_r \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden escribir como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{U}, t) \tag{A.36}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{U}, t) \tag{A.37}$$

Si las funciones vectoriales $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ involucran explícitamente el tiempo t , el sistema se denomina variante con el tiempo. Linealizando las ecuaciones alrededor del estado de operación se obtiene:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{U}(t) \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{U}(t) \quad (\text{A.39})$$

Siendo estas la ecuación de estado y la ecuación de salida respectivamente, donde $\mathbf{A}(t)$ se denomina matriz de estado, $\mathbf{B}(t)$ matriz de entrada, $\mathbf{C}(t)$ matriz de salida y $\mathbf{D}(t)$ matriz de transmisión directa.

Por otro lado si las funciones vectoriales $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ no involucran explícitamente el tiempo t , el sistema se denomina invariante con el tiempo y las ecuaciones se escriben así:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \quad (4.7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{U}(t) \quad (4.8)$$

ANEXO B: CATÁLOGO SERVO VÁLVULA.

MTS Model 252 Servovalves are two stage, four-way valves designed for servocontrol of hydraulic systems. These high performance servovalves are available in a range of flow rates from 4 to 227 lpm (11 to 60 gpm).



Model 252.3x Servovalve



Model 252.2x Servovalve

Model 252 Servovalves

Typical Applications

- Position, load, or velocity control of a hydraulic actuator in highly dynamic applications.
- Pressure control in a dynamic pressurization system.

Standard Features & Benefits

- Rugged design for long operating life in dynamic applications.
- High resolution and low hysteresis for precise flow control.
- 31 MPa (4500 Psi) operating pressure for 252.2x and 252.4x models. 21 MPa (3000 Psi) for 252.3x models.
- Internal filtration to protect nozzle orifices from contamination.
- High spool driving forces reduce the likelihood of a sticking spool due to dirty oil.
- Standard mounting configuration for 252.2x and 252.4x models allows interchangeability between valves of different flow ratings.

252 Servovalve Options

External Pilot Pressure – The 252 Series Servovalves are available with a fifth port for external pilot pressure. External pilot pressure allows the second stage spool position circuit to be pressurized and controlled without applying system pressure to the actuator. This option is recommended when precise control of the servo-actuator must be maintained when system pressure is first turned on.

Operation

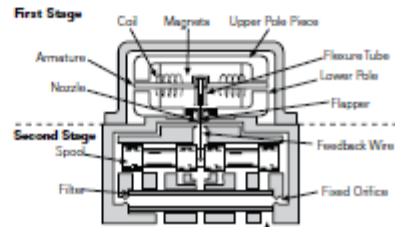
The Series 252 Servovalves utilize a two stage design for precise control of the flow of hydraulic oil. The first stage consists of a torque motor which deflects the armature and flapper assembly when an electrical signal is applied. The deflection of the flapper causes the flow through one of the nozzles to increase and the other to decrease. This creates a differential pressure at the ends of the spool in the second stage causing it to move.

The spool moves until the feedback torque equals the armature torque, and the flapper is re-centered. When the flapper is re-centered the pressure on the two sides of the spool is equal and the spools stays where it is.

Performance Notes

The flow versus frequency performance curves indicate the relative performance capabilities of the various 252 models at different frequencies. The valves were tested by driving them with a sine wave at $\pm 100\%$ of the rated current. The actual performance of a servo-controlled system is influenced by many other variables and the maximum operating frequency will depend on the other components of the system as well as the test specimen itself.

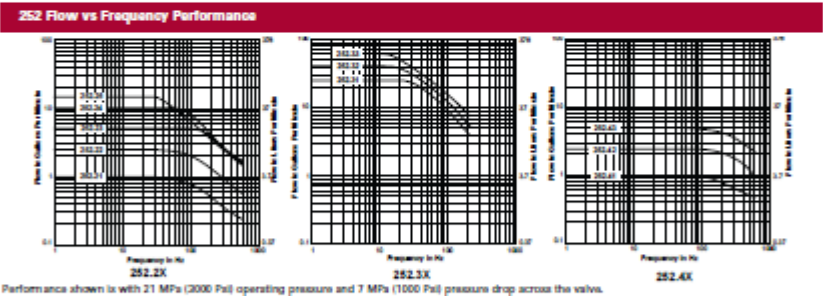
The 252 Servovalves can be connected in parallel to double the flow rate when higher flows are required. A dual valve configuration can offer advantages such as increased response



Model 252 Servovalves

252 Servovalve Specifications					
Model	Flow Rating*		90° Point @ 10% Command (Hz)	Max. Operating Press.	
	LPM	GPM			
252.21	4	1	240	31	4500
252.41	4	1	300	31	4500
252.22	9.5	2.5	240	31	4500
252.42	9.5	2.5	280	31	4500
252.23	19	5	240	31	4500
252.43	19	5	280	31	4500
252.24	37	10	200	31	4500
252.25	56	15	170	31	4500
252.31	93	25	80	21	3000
252.32	151	40	60	21	3000
252.33	227	60	50	21	3000

* Flow rating are with 7 MPa (1000 psi) pressure drop across the valve.
Specifications subject to change without notice. Please contact MTS for specifications critical to your application.



252 Servovalve Order Information	
You can order a 252 Servovalve by selecting the model that meets your performance requirements and designating either the 4 port internal or 5 port external pilot pressure connection.	
See MTS Model 252 Product Specification number 200016-03 for more information.	
252 Servovalve Catalog Number (Pick one from each category - example: 252.24G-01 for the 37 lpm 252.2X Model with internal pilot pressure)	
Servovalve	☐ 252.12G 4 lpm (1 gpm) ☐ 252.22G 9.5 lpm (2.5 gpm) ☐ 252.23G 19 lpm (5 gpm) ☐ 252.24G 37 lpm (10 gpm) ☐ 252.25G 56 lpm (15 gpm) ☐ 252.31 93 lpm (25 gpm) ☐ 252.32 151 lpm (40 gpm) ☐ 252.33 227 lpm (60 gpm) ☐ 252.41G 4 lpm (1 gpm) ☐ 252.42G 9.5 lpm (2.5 gpm) ☐ 252.43G 19 lpm (5 gpm)
Ports	☐ -01 4 Port (Internal pilot pressure) ☐ -04 5 Port (External pilot pressure)

ANEXO C: CATÁLOGO CILINDRO PARKER

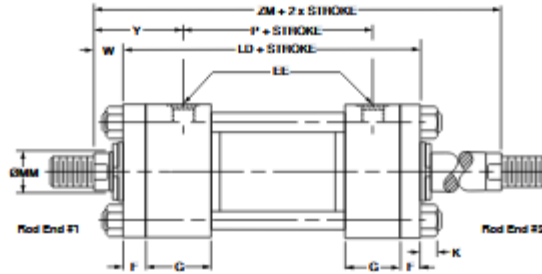
Catalog HY25-1114-SINA

Double Rod Models – 1.50" to 6.00" Bore

Heavy Duty Hydraulic Cylinders

Series 2H

Double Rod Cylinder
Style K



Mounting Styles for Single Rod Models	Mounting Styles for Corresponding Double Rod Models ¹	Dimensions Shown on This Page Supplement Dimensions on Pages Listed Below 1.50" - 6.00" Bore Page No.
T	KT	12
TS	KTBS	12
TD	KTD	12
J	KJ	13
JS	KJS	14
JL	KJL	15
D	KD	19
F	KF	20
D	KD	22
DD	KDD ²	24
DE	KDE ²	25

¹ If only one end of these Double Rod Cylinders is to be cushioned, be sure to specify clearly which end this will be.

² Specify X1 dimension from rod end #1.

Bore Ø	Rod No.	MM Rod Ø	Add Stroke			Add 2X Stroke
			LD	SNK	SSK	ZM
1.50	1 (std.)	0.625	5.63	5.58	4.13	6.58
	2	1.000	5.63	5.58	4.13	7.63
2.00	1 (std.)	1.000	6.13	5.58	3.58	7.63
	2	1.375	6.13	5.58	3.58	8.13
2.50	1 (std.)	1.000	6.25	3.00	3.63	7.75
	2	1.750	6.25	3.00	3.63	8.75
3.25	3	1.375	6.25	3.00	3.63	8.25
	1 (std.)	1.375	7.25	3.50	4.38	9.00
3.25	2	2.000	7.25	3.50	4.38	9.75
	3	1.750	7.25	3.50	4.38	9.50
4.00	1 (std.)	1.750	7.75	3.75	4.25	9.75
	2	2.500	7.75	3.75	4.25	10.50
4.00	3	2.000	7.75	3.75	4.25	10.00
	1 (std.)	2.000	8.25	4.25	4.75	10.50
5.00	2	3.500	8.25	4.25	4.75	11.00
	3	2.500	8.25	4.25	4.75	11.00
5.00	4	3.000	8.25	4.25	4.75	11.00
	1 (std.)	2.500	9.38	4.88	5.13	11.58
6.00	2	4.000	9.38	4.88	5.13	11.58
	3	3.000	9.38	4.88	5.13	11.58
	4	3.500	9.38	4.88	5.13	11.58
Replaces: On single rod mounting styles:			LB	SN	SS	—
			All Mtg. Styles	F	D	All Mtg. Styles

How to Use Double Rod Cylinder Dimension Drawings

To determine dimensions for a double rod cylinder, first refer to the desired single rod mounting style cylinder shown on preceding pages of this catalog. (See table above.) After selecting necessary dimensions from that drawing, return to this page supplement the single rod dimensions with those shown on drawing at right and dimension table below. Note that double rod cylinders have a head (Dim. G) at both ends and that dimension LD replaces LB. The double rod dimensions differ from, or are in addition to those for single

rod cylinders shown on preceding pages and provide the information needed to completely dimension a double rod cylinder.

On a double rod cylinder where the two rod ends are different, be sure to clearly state which rod end is to be assembled at which end. Port position 1 is standard. If other than standard, specify pos. 2, 3 or 4 when viewed from rod end #1 only. See port position information in Section E.



27
www.parker.com/cylinder

Parker Hannifin Corporation
Industrial Cylinder Division
Des Plaines, Illinois USA

ANEXO D: CATÁLOGO LVDT.

Series 210-220

Long Stroke AC LVDTs

The Series 210-220 AC LVDTs offer precision linear displacement measurements for applications with strokes from 0.5 to 60 inches. The transducers have been designed with an extremely low temperature coefficient, and non-linearity of less than $\pm 0.25\%$ F.S. Variable pitch secondary windings are incorporated into the design with computer controlled winding machines to minimize package length to stroke ratio, and assure a uniform product.



KEY FEATURES

Ranges from $\pm 0.25"$ to $60"$	Stainless Steel Construction
Non-linearity $\leq 0.25\%$	High Sensitivity
Low Temperature Coefficient	Splashproof

TRANSDUCER SPECIFICATIONS

MODEL NUMBER	FULL STROKE $\pm$ Inches (mm)	MAX. USABLE STROKE $\pm$ Inches (mm)	BODY LENGTH, L, Inches (mm)	CORE P/N	CORE LENGTH, Lc, Inches (mm)	CORE MASS Grams	INPUT IMPEDANCE Ohms	DC INPUT IMPEDANCE Ohms	OUTPUT IMPEDANCE Ohms	PHASE ANGLE Degrees
0215-0000	0.25 (6.4)	0.65 (16.5)	2.50 (63.5)	C005-0106	1.00 (25.4)	5.1	205	22	255	13
0216-0000	0.50 (12.7)	0.95 (24.1)	3.25 (82.6)	C005-0106	1.00 (25.4)	5.1	235	31	310	17
0217-0000	1.00 (25.4)	1.45 (36.8)	4.50 (114.3)	C005-0113	1.25 (31.8)	6.6	195	36	205	19
0218-0000	2.00 (50.8)	2.70 (68.6)	7.50 (190.5)	C005-0107	1.50 (38.1)	8.1	200	46	255	22
0219-0000	3.00 (76.2)	3.80 (96.5)	10.00 (254.0)	C005-0106	1.90 (48.3)	10.9	225	57	285	25
0220-0000	5.00 (127.0)	5.95 (151.1)	15.00 (381.0)	C005-0105	2.50 (63.5)	14.7	390	89	460	31
0221-0000	7.50 (190.5)	8.45 (214.6)	21.50 (546.1)	C005-0104	4.00 (101.6)	24.5	235	55	235	30
0222-0000	10.00 (254.0)	11.00 (279.4)	28.00 (711.2)	C005-0103	5.50 (139.7)	34.4	330	72	285	31
0223-0000	15.00 (381.0)	16.40 (416.6)	40.00 (1016)	C005-0100	7.00 (177.8)	44.4	450	57	395	25
0224-0000	20.00 (508.0)	21.30 (541.0)	50.00 (1270)	C005-0100	7.00 (177.8)	44.4	660	100	580	30
0225-0000	25.00 (635.0)	26.20 (665.5)	60.00 (1524)	C005-0100	7.00 (177.8)	44.4	210	41	355	28
0226-0000	30.00 (762.0)	31.30 (795.0)	70.00 (1778)	C005-0100	7.00 (177.8)	44.4	200	45	410	30

(SPECIFICATIONS AT REFERENCE FREQUENCY)

NON-LINEARITY	$\leq \pm 0.25\%$ FS (BEST FIT STRAIGHT LINE)
REFERENCE FREQUENCY	MODELS 0215-0000 THRU 0222-0000, 7.0KHz; MODELS 0223-0000 THRU 0226-0000, 3.0KHz
SENSITIVITY	0.50 V/V $\pm 10\%$ AT FULL SCALE
INPUT VOLTAGE	20 VRMS, MAX.
NULL VOLTAGE	$\leq 1.0\%$ EXCITATION VOLTAGE
TEMPERATURE COEFFICIENTS	$\leq \pm 0.001\%$ FS/ $^{\circ}$ F ZERO, $\leq \pm 0.01\%$ READING/ $^{\circ}$ F SPAN
OPERATING TEMPERATURE RANGE	-67 $^{\circ}$ F TO +257 $^{\circ}$ F (-55 $^{\circ}$ C TO +125 $^{\circ}$ C)
STORAGE TEMPERATURE RANGE	-67 $^{\circ}$ F TO +275 $^{\circ}$ F (-55 $^{\circ}$ C TO +135 $^{\circ}$ C)
OUTER HOUSING AND BORE LINER	300 SERIES STAINLESS STEEL
CORE	CHROME PLATED IRON/NICKEL ALLOY

DC-DC OPERATION WITH OPTIONAL OSCILLATOR/DEMODULATOR

To facilitate prototyping, or in instances where a DC in – DC out system is preferred, any of the standard, high temperature or vented Series 210-220 can be used in conjunction with the Series 1000 Oscillator/Demodulator. The DC system provides the same level of performance as a stand-alone AC LVDT. The high level DC output voltage can be directly interfaced with analog circuits as well as data acquisition cards, PLCs, or A/D converters. Each Oscillator/Demodulator can be customized to provide a zero-offset and nonstandard gain, meeting specific user requirements. Detailed connection information can be found in the Sales portion of the datasheet.

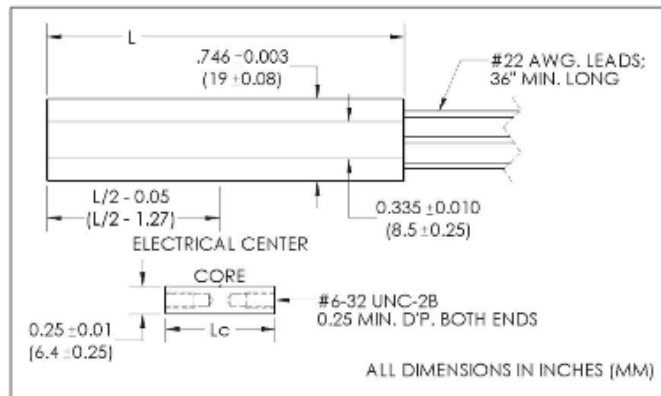
(Combined Performance of LVDT and Oscillator/Demodulator)

SELECTED OSCILLATOR/DEMODULATOR	MODEL 1000-0011: MODELS 0220-0000 THRU 0226-0000 MODEL 1000-0012: MODELS 0215-0000 THRU 0222-0000
NON-LINEARITY	< ±0.25% FS (BEST FIT STRAIGHT LINE)
INPUT	±14.5 TO ±28.0 VDC, ±100mA MAX., INTERNAL REGULATION AND INPUT REVERSAL PROTECTION PROVIDED
OUTPUT	ADJUSTABLE TO ±5.0 VDC AT END OF LINEAR STROKE, VIA SPAN ADJUSTMENT
FREQUENCY RESPONSE (-3dB)	SYSTEMS WITH 1000-0011: 500Hz MIN.; SYSTEMS WITH 1000-0012: 1000Hz MIN.
OUTPUT RIPPLE	< 0.03 VRMS MAX.
TEMPERATURE COEFFICIENTS	< ±0.0035% FS/°F ZERO, < ±0.02% READING/°F SPAN
TEMPERATURE RANGE	LVDT: -67°F TO +257°F (-55°C TO +125°C) OPERATING LVDT: -67°F TO +275°F (-55°C TO +135°C) STORAGE OSC/DEM: +32°F TO +158°F (0°C TO +70°C) OPERATING OSC/DEM: -67°F TO +257°F (-55°C TO +125°C) STORAGE

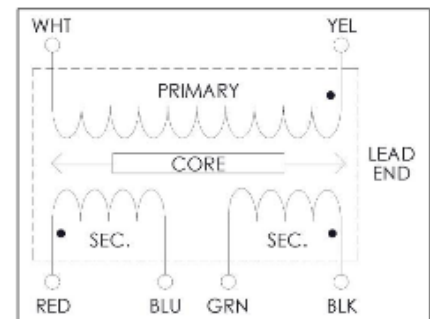
Tel: 800-828-3964 | Fax: 860-872-4211 | Web: www.transtekinc.com
S012-0069 Revision 1



DIMENSIONAL DIAGRAM



DIMENSIONAL DIAGRAM



CORE EXTENSION RODS (Sold Separately)

MODEL NUMBER	RECOMMENDED CORE EXTENSION ROD	DIMENSION A Inches (mm)
0215-0000	C006-0174	3.00 (76.2)
0216-0000	C006-0175	3.60 (91.4)
0217-0000	C006-0176	4.70 (119.4)
0218-0000	C006-0177	7.20 (182.8)
0219-0000	C006-0178	9.30 (236.2)
0220-0000	C006-0179	13.70 (348.0)
0221-0000	C006-0180	19.00 (482.6)
0222-0000	C006-0181	24.20 (614.7)
0223-0000	C006-0182	35.00 (889.0)
0224-0000	C006-0183	45.50 (1156)
0225-0000	C006-0184	56.00 (1422)
0226-0000	C006-0185	66.50 (1689)

The recommended core extension rods are made of nonmagnetic stainless steel and are sized to allow the transducers to operate over their full range. Extension rods from models with longer strokes may be used to facilitate installation. Using extension rods shorter than recommended may reduce the LVDTs usable measurement range.

