

EVALUACIÓN FINANCIERA CON EL ENFOQUE DE OPCIONES REALES PARA  
UN PROYECTO DE INSTALACIÓN DEL SISTEMA DE LEVANTAMIENTO  
ARTIFICIAL EN POZOS DEL CAMPO ESCUELA COLORADO

EDWIN FABIAN QUIROGA PINEDA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECHANICAS  
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES  
BUCARAMANGA

2015

EVALUACION FINANCIERA CON EL ENFOQUE DE OPCIONES REALES PARA  
UN PROYECTO DE INSTALACIÓN DEL SISTEMA DE LEVANTAMIENTO  
ARTIFICIAL EN POZOS DEL CAMPO ESCUELA COLORADO

EDWIN FABIAN QUIROGA PINEDA

Proyecto de grado para optar al Título de  
Ingeniero Industrial

Director

CARLOS ENRIQUE VECINO ARENAS

Ingeniero Industrial, Ph.D

Co- Director

FERNANDO ENRIQUE CALVETE GONZALEZ.

Ingeniero Industrial, MS.c

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FALCULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECHANICAS  
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES  
BUCARAMANGA

2015

## DEDICATORIA

*¡Oh profundidad de las riquezas de la sabiduría y de la ciencia de Dios!  
¡Cuán insondables son sus juicios, e inescrutables sus caminos!  
Porque ¿quién entendió la mente del Señor? ¿O quién fue su consejero?  
¿O quién le dio a él primero, para que le fuese recompensado?  
Porque de él, y por él, y para él, son todas las cosas.  
A él sea la gloria por los siglos. Amén.  
Romanos 11: 33 - 36*

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi madre hermosa, por todo el ejemplo, esfuerzo, dedicación, paciencia, cariño, ternura y dulces palabras que desde que tengo memoria me ha demostrado.

A mi padre y mis hermanos, por la guía y el acompañamiento que me han dado a lo largo de todo este proceso.

A Laura Santander, por todo este tiempo, por el cariño, por escucharme, por aconsejarme, por tenerme paciencia, por abrazarme y ser mi ayuda idónea.

Al profesor Carlos Vecino, por su guía a lo largo de este proyecto, por sus precisas correcciones y comentarios.

Al profesor Fernando Calvete, por la disponibilidad siempre prestada para desarrollar este proyecto.

A las Ingenieras Scarlet y Laura y demás empleados de C.E.C, por la ayuda prestada en el acceso a la información.

A mis compañeros de carrera, Lucy, Mario, Carlos, Cristian, Julieth, Guillermo, Wilmar entre otros, por los agradables momentos que pasé junto a ellos.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág</b>
INTRODUCCION.....	17
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
2. JUSTIFICACION.....	20
3. OBJETIVOS .....	21
3.1 OBJETIVO GENERAL .....	21
3.1.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	21
4. MARCO TEORICO .....	22
4.2. FLUJO DE CAJA DESCONTADO Y OPCIONES REALES.....	22
4.3. OPCIONES REALES.....	23
4.4. OPCIONES FINANCIERAS Y OPCIONES REALES .....	27
4.5. VOLATILIDAD .....	29
4.5.1. Volatilidad del factor predominante .....	30
4.5.2. Volatilidad implícita.....	30
4.5.3. Volatilidad del activo réplica: .....	31
4.6. VALOR DE LA FLEXIBILIDAD .....	31
4.7. CLASIFICACION DE LAS OPCIONES.....	34
4.7.1. Opción de abandono.....	34
4.7.2. Opción de contracción .....	34

4.7.3.	Opción de espera.....	34
4.7.4.	Opción de cambio.....	35
4.7.5.	Opción de expansión: .....	35
4.7.6.	Opción de aprendizaje .....	35
4.8.	METODOS PARA VALORACIÓN DE OPCIONES.....	35
4.8.1.	Black Scholes Merton .....	36
4.8.2.	Árbol binomial .....	36
4.8.3.	Simulación de Monte Carlo .....	36
4.9.	CURVAS DE DECLINACIÓN.....	37
4.9.1.	Declinación exponencial .....	38
4.9.2.	Declinación hiperbólica .....	39
4.9.3.	Declinación armónica .....	39
4.10.	PROYECTO ACELERADO.....	40
4.11.	OPEX .....	40
4.12.	CAPEX.....	41
4.13.	PRODUCCION DE PETROLEO.....	41
4.14.	BOMBEO MECÁNICO.....	42
4.15.	GAS LIFT .....	43
4.16.	CAMPO ESCUELA COLORADO .....	43
5.	METODOLOGIA .....	45
5.1.	FASE 1: PLANTEAMIENTO DE LA OPCIÓN REAL .....	45
5.2.	FASE 2: ESTRUCTURA DEL CÁLCULO .....	45

5.3.	FASE 3: FUENTES DE INCERTIDUMBRE.....	45
5.4.	FASE 4: MODELACION PROBABILISTICA.....	46
5.5.	FASE 5: VALOR DE LA OPCIÓN REAL .....	46
6.	DESARROLLO.....	47
6.1.	PLANTEAMIENTO DE LA OPCIÓN REAL .....	47
6.2.1.	Producción .....	49
6.2.2.	Capex .....	52
6.2.3.	Opex .....	53
6.2.4.	Regalías .....	54
6.2.5.	Tasa de interés.....	54
6.2.7.	Tiempo de maduración. ....	55
6.3.	FUENTES DE INCERTIDUMBRE .....	55
6.3.1.	Precio del petróleo – Incertidumbre financiera. ....	55
6.3.2.	Movimiento geométrico browniano - reversión a la media –reversión a la media con saltos .....	58
6.3.3.	Media de largo plazo.....	60
6.3.4.	Reversión a la media .....	62
6.3.5.	Volatilidad .....	63
6.3.6.	Proceso de difusión de saltos .....	64
6.3.7.	Predicción del marcador WTI mediante el modelo MRM .....	68
6.3.8.	Predicción del marcador WTI mediante el modelo MRM con saltos .....	70
6.3.9.	Comparación de modelos.....	73

7.	VALOR DE LA OPCIÓN REAL.....	75
7.1.	EVALUCIÓN FINANCIERA BAJO CONDICIONES DE C.E.C.....	75
7.2.	EVALUACIÓN FINANCIERA BAJO CONDICIONES DE LA INDUSTRIA COLOMBIANA.....	77
7.2.1.	Simulación siguiendo el modelo MRM .....	78
7.2.2.	Simulación siguiendo el modelo MRM con saltos .....	83
8.	CONCLUSIONES .....	89
9.	RECOMENDACIONES .....	91
	BIBLIOGRAFIA.....	92

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág</b>
Figura 1: Diagrama de rentabilidad opción tipo Call .....	29
Figura 2: Valor de la opción real en función de flexibilidad gerencial e incertidumbre .....	32
Figura 3: Beneficio de la opción real en función del VPN y la incertidumbre .....	33
Figura 4: Curvas de declinación.....	39
Figura 5: Bombeo mecánico .....	42
Figura 6: Ubicación de los pozos con mejor prospecto para realizar el diseño del sistema gas lift en C.E.C.....	47
Figura 7: Margen de producción bombeo mecánico vs gas lift .....	52
Figura 8: Media de largo plazo mayor a precio actual .....	60
Figura 9: Media de largo plazo menor a precio actual .....	61
Figura 10: Efecto de la velocidad de reversión. ....	62
Figura 11: Variación porcentual histórica mes a mes. ....	65
Figura 12: Distribución de probabilidad ajustada para serie de cambios porcentuales .....	65
Figura 13: Escenario Modelo MRM.....	68
Figura 14: Distribución de probabilidad Diciembre de 2023 modelo MRM. ....	68
Figura 15: Resumen de tendencia modelo MRM.....	70
Figura 16: Escenario modelo MRM con saltos.....	71
Figura 17: Distribución de probabilidad Diciembre 2023 modelo MRM con saltos. .....	71
Figura 18: Resumen de tendencia modelo MRM con saltos.....	73
Figura 19: Opción real de espera para C.E.C .....	76
Figura 20: Distribuciones de probabilidad opción de espera del modelo MRM.....	78
Figura 21: Distribución de probabilidad espera un año modelo MRM.....	79
Figura 22: Distribución de probabilidad espera 2 años modelo MRM.....	80
Figura 23: Distribución de probabilidad espera 3 años modelo MRM.....	80
Figura 24: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 0 y año 1 modelo MRM. ....	81
Figura 25: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 2 y año 3 modelo MRM. ....	82
Figura 26: Distribuciones de probabilidad modelo MRM con saltos.....	83

Figura 27: Distribución de probabilidad espera un año modelo MRM con saltos...84  
Figura 28: Distribución de probabilidad espera 2 años modelo MRM con saltos...85  
Figura 29: Distribución de probabilidad espera 3 años modelo MRM con saltos...85  
Figura 30: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 0 y año 1 modelo MRM con saltos.....86  
Figura 31: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 2 y año 3 modelo MRM con saltos.....87

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág</b>
Tabla 1: Analogía entre opciones financieras y opciones reales .....	28
Tabla 2: Tasa de producción por tecnología y por pozo .....	50
Tabla 3: Declinación histórica y acelerada por pozo .....	51
Tabla 4: Factores de Valoración del crudo de Campo Escuela Colorado 2013 .....	53
Tabla 5: Calculo de velocidad de reversión a la media .....	63
Tabla 6: Parámetros de entrada simulación de saltos. ....	66
Tabla 7: Estadística descriptiva modelo MRM Diciembre de 2023 .....	69
Tabla 8: Percentiles modelo MRM Diciembre 2023 .....	69
Tabla 9: Estadística descriptiva modelo MRM con saltos Diciembre 2023 .....	72
Tabla 10: Percentiles modelo MRM con saltos Diciembre 2023 .....	72
Tabla 11: Valoración de opción de espera.....	75
Tabla 12: Valor de la opción real en C.E.C .....	77
Tabla 13: Resumen valoración de opción de espera modelo MRM. ....	79
Tabla 14: Sensibilidad valor de la opción real al costo de levantamiento modelo MRM .....	83
Tabla 15: Resumen valoración de opción de espera modelo MRM con saltos.....	84
Tabla 16: Sensibilidad costo del valor de la opción real costo de levantamiento modelo MRM con saltos.....	88

## LISTA DE ANEXOS

Pág

**Anexo 1.** Estimación del W.A.A.C

**Anexo 2.** Covarianza marcador WTI

**Anexo 3.** Identificación de saltos

**Anexo 4.** Resumen de tendencia media y desviación estándar mensual modelo MRM

**Anexo 5.** Resumen de tendencia media y desviación estándar mensual modelo MRM con saltos

**Anexo 6.** Artículo: Evaluación financiera de una opción real de espera usando simulación

**NOTA : LOS ANEXOS DE ESTE PROYECTO PUEDEN SER CONSULTADOS EN SALA BASE DE DATOS DE LA BIBLIOTECA DE LA UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

## RESUMEN

### TITULO:

Evaluación financiera con el enfoque de opciones reales para un proyecto de instalación del sistema de levantamiento artificial en pozos del campo escuela colorado.\*

### AUTOR:

QUIROGA PINEDA, Edwin Fabian \*\*

### PALABRAS CLAVE:

Opciones Reales, Opción De Espera, Incertidumbre Financiera, Campo Escuela Colorado, Movimiento Geométrico Browniano.

### DESCRIPCIÓN:

En este proyecto se elabora una evaluación financiera en el enfoque de opciones reales, estimando el valor de la opción de espera para un proyecto de cambio de tecnología de levantamiento en pozos del campo escuela colorado. Además se estima el valor de la opción usando un costo de levantamiento aproximado al promedio de la industria de hidrocarburos colombiana. Se asume que la volatilidad del proyecto es la volatilidad del factor predominante, el cual es el precio del crudo, indicado por el marcador WTI. La simulación de la volatilidad se logra considerando que los precios evolucionan de acuerdo al movimiento browniano con reversión a la media. A este, se le agrega un proceso de difusión de saltos como segundo modelo, con el objetivo de tomar en cuenta este comportamiento. De esta manera, la volatilidad resultante alimenta la estructura de flujo de caja del proyecto, arrojando una distribución de probabilidad para el VPN.

Los resultados del ejercicio muestran el valor existente en la opción de esperar, como consecuencia de la expectativa de mejores condiciones financieras y el derecho de invertir. Además exponen como a pesar de la existencia de un beneficio de la opción real, este, podría no agregar valor al proyecto. Se evidencian también los beneficios de aplicar simulación como herramienta de valoración de opciones en vez de métodos como Black & Scholes y reticulados binomiales.

---

\* Proyecto de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.  
Director: Carlos Enrique Vecino Arenas, Ph. D. en Administración

## ABSTRACT

### TITLE:

VALUATION IN THE REAL OPTIONS APPROACH FOR AN ARTIFICIAL LIFT SYSTEM INSTALLATION PROJECT IN CAMPO ESCUELA COLORADO WELLS.\*

### AUTHOR:

QUIROGA PINEDA, EDWIN FABIAN \*\*

### KEYWORDS:

Real Options, Option To Wait, Financial Uncertainty, Campo Escuela Colorado, Geometric Brownian Motion.

### DESCRIPCIÓN:

In the present project, a valuation in the real options approach is conducted, estimating the value of the option to wait for an artificial lift project in campo escuela colorado wells. Besides, the option value is also estimated using a lifting cost approximate to the Colombian hydrocarbon industry average lifting cost. The project volatility is assumed to be equal to the predominant factor volatility, which is the oil price in this study, indicated by the WTI grade. The volatility simulation is achieved considering that oil prices evolve according to Brownian motion with mean reversion. A jump diffusion process is added as second model, in order to take into account this behavior. Thus, the resulting volatility feeds the project cash flow structure, yielding a probability distribution which prove the NPV media and the NPV limits reached.

The results show the existing value in the option to wait, due to the better financial conditions expectation and the right to invest execution. Nevertheless, the results indicate that despite a real option benefit existence, this, might not add value to the project. The bonus of applying montecarlo simulation as an assessment tool rather than methods such as Black & Scholes and binomial lattice models are also evident.

---

\* Degree project

\*\* Industrial University of Santander. Faculty of Physique Mechanics Engineering. School of Industrial and Managerial Studies. Project Manager: Carlos Enrique Vecino Arenas Ph.D.

## INTRODUCCION

En Colombia, la industria petrolera juega un papel fundamental en la economía, siendo la principal fuente de regalías y empleo para los departamentos con extracción, promoviendo así la sostenibilidad y el desarrollo de estas regiones. Los altos precios del crudo durante los últimos años han jalonado la economía del país, sin embargo, la incertidumbre en la evolución de los precios del petróleo principalmente, somete a esta industria a altos grados de volatilidad, impidiendo que exista certeza de los resultados esperados a partir de las costosas inversiones en exploración y desarrollo.

Las opciones reales como técnica de evaluación financiera se enfocan en capturar el valor de la flexibilidad, generada por la incertidumbre a la que se enfrentan los proyectos. Aunque la aplicación de este enfoque es limitada en la actualidad debido en su mayoría a las recientes investigaciones en este tema, junto con la falta de entrenamiento gerencial y la complejidad de algunos modelos; expertos como Tom Copeland en su publicación "New developments in valuation" del año 2000, se han atrevido a asegurar que en el futuro el enfoque de opciones reales acabará sustituyendo el modelo tradicional de flujo de caja descontado.

En el presente proyecto se usa el enfoque de opciones reales como complemento del flujo de caja descontado para la evaluación financiera de un proyecto de levantamiento artificial que busca reemplazar la tecnología de levantamiento mecánico ya usada en pozos del campo escuela colorado (en adelante C.E.C.). Se quiere conocer el valor agregado, mostrado en el valor presente neto (VPN) del proyecto, por medio de la compra de una opción de espera, esto basado en la incertidumbre financiera. El presente estudio se encuentra seccionado en siete capítulos, el primer capítulo introduce las generalidades del proyecto, el problema de investigación y la justificación de su realización, así como los objetivos del estudio. El segundo capítulo presenta una revisión de literatura, se incluye el marco teórico que rodea las opciones reales y su implementación como herramienta de evaluación financiera, además de principios básicos de producción petrolera. En el tercer capítulo se presenta la metodología usada en este proyecto para estudiar el efecto de la opción de espera en el valor del proyecto base.

El capítulo cuarto expone el procedimiento para la estimación de la producción esperada por la nueva tecnología. La modelación de la incertidumbre financiera se logra asumiendo que los precios del crudo evolucionan siguiendo los procesos

estocásticos movimiento browniano con reversión a la media y movimiento browniano con reversión a la media con saltos.

En el capítulo quinto, en primera instancia se evalúa la opción de esperar uno, dos y tres años bajo las condiciones financieras del C.E.C., posteriormente se estima el valor de la opción real en las condiciones financieras de la industria de hidrocarburos colombiana. Por último se hace un análisis de sensibilidad sobre el valor de la opción real variando el costo de levantamiento. En el capítulo sexto y séptimo, se entregan las conclusiones del estudio, así como recomendaciones hacia futuras investigaciones.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la industria de los hidrocarburos, los proyectos permanecen atados a altos grados de incertidumbre, impulsada en su mayoría por los efectos del precio del crudo y el gas; además del desconocimiento de la existencia real de hidrocarburos en el subsuelo y la incertidumbre en el volumen de extracción. Los proyectos en esta industria se caracterizan por estar desarrollados por etapas, entre ellas sobresalen la exploración, la evaluación y el desarrollo. Con frecuencia las inversiones dependen de la información generada por su inmediata etapa predecesora o por la información que es liberada en el mercado a medida que transcurre el tiempo.

Actualmente, este tipo de proyectos son evaluados a través de herramientas tradicionales como el flujo de caja descontado, payback-period, razón beneficio-coste, retorno sobre la inversión, entre otros. Sin embargo, estos métodos ignoran la flexibilidad que rodea a los proyectos. Como menciona Contreras y Muñoz,<sup>1</sup> las metodologías tradicionales no son útiles para las decisiones que se dan de manera secuencial y contingente en la vida real, es decir que las inversiones se van haciendo en función de la información que se va obteniendo.

El principal problema a atacar en el presente proyecto de grado, es la necesidad de valorar la flexibilidad que rodea a las inversiones y los rendimientos de los proyectos; los cuales son en su mayoría realizados por etapas, requieren tanto estudios como mejores condiciones financieras para ser desarrollados y en consecuencia obtener el retorno sobre la inversión esperado. Aunque el actual uso del flujo de caja descontado (FCD) como herramienta de valoración financiera muy aceptado y recibe gran consentimiento por parte de los inversionistas, no siempre permite hacer una adecuada valoración de los proyectos, ni toma en cuenta la flexibilidad generada por la volatilidad en los precios del petróleo. Antes bien, el enfoque del flujo de caja descontado evalúa el proyecto como un todo, acotando el escenario a una decisión de “ahora o nunca”. Según Van Putten & MacMillan<sup>2</sup> el reto es encontrar una manera para capturar el valor perdido por el enfoque determinístico del FCD mientras se protege de riesgos considerables al perseguir proyectos de alta incertidumbre.

---

<sup>1</sup> CONTRERAS, Hernán; Muñoz, Guillermo. “Opciones reales, enfoque para decisiones de inversión”. BOGOTÁ D.C.: Ediciones de la U, 2013. P. 73.

<sup>2</sup> VAN PUTTEN, Alexander; MACMILLAN, Ian. Making real options really work. En: Harvard business review. Diciembre 2004, vol. 82, no 12, p. 134-142.

## 2. JUSTIFICACION

De acuerdo a Copeland y Antikarov<sup>3</sup> el ROA por sus siglas en inglés “real option valuation” o valoración por opciones reales, es la metodología de valoración más apropiada partiendo del criterio de flexibilidad operativa en la toma de decisiones estratégicas. Amram y Kulatilaka<sup>4</sup> mencionan que el enfoque de opciones reales es una manera de pensar que ayuda a los gerentes a formular desde las inversiones actuales las opciones estratégicas que serán sus oportunidades futuras.

La pertinencia práctica del presente trabajo de grado se enmarca en la aplicación del enfoque de opciones reales para evaluar la opción de posponer la inversión sobre un proyecto en espera de mejores condiciones financieras lo suficientemente atractivas. El enfoque por opciones reales entra en contexto ofreciéndose como el mejor complemento del FCD para la valoración financiera de las campañas que se desarrollan por etapas y/o que involucran flexibilidad y acciones contingentes en el futuro. Además la valoración por opciones reales resalta como un enfoque novedoso, debido a su limitada aplicación en la industria y su hasta ahora reciente inclusión en la academia Colombiana.

Para la resolución del problema se propone usar la categoría de opción de espera, analizando el valor agregado en el VPN por la opción de esperar para el desarrollo del proyecto. El contexto de la caída del precio del crudo desde finales del 2014 y su evolución en precios bajos durante el 2015 proporciona un entorno apropiado para la evaluación de esta opción real. La aplicación de esta metodología se realizará a la inversión en nueva tecnología en pozos del C.E.C. El C.E.C en su calidad de unidad académico administrativa dedicada al desarrollo científico y tecnológico permite la aplicación de este tipo de estudios en sus locaciones, proveyendo la información técnica necesaria para su desarrollo. Además del acompañamiento y guía experimentada de sus funcionarios para abordar el contexto técnico del proyecto.

---

<sup>3</sup> COPELAND, Tom; ANTIKAROV, Vladimir. Real options. New York.: Texere, 2001.

<sup>4</sup> AMRAM, Martha; KULATILAKA, Nalin. “Strategy and shareholder value creation: The real options frontier”. En: Journal of Applied Corporate Finance. Verano. 2000, vol. 13, no. 2, p. 15.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Realizar evaluación financiera a la implementación de un sistema de levantamiento artificial en Campo Escuela Colorado aplicando el enfoque de opciones reales.

##### **3.1.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Revisar la literatura existente relacionada con el uso de las opciones reales como técnica de evaluación financiera.
- Plantear las posibles alternativas de implementación.
- Definir los parámetros para la valoración por opciones reales.
- Valorar las alternativas de Implementación planteadas.
- Escribir un artículo publicable donde se presenten los principales resultados de la investigación.

## **4. MARCO TEORICO**

En el presente capítulo se explica brevemente el contexto que rodea el enfoque de opciones reales iniciando con la relación que se mantiene entre la técnica tradicional del valor presente neto y la teoría de opciones reales. A continuación se recordarán sus inicios, las características y parámetros, las ventajas que este enfoque ofrece y la fuerte dependencia que recae sobre la volatilidad del proyecto para darle un uso relevante y que genere valor agregado a los interesados.

### **4.1. FLUJO DE CAJA DESCONTADO**

El FCD es el método más utilizado en la evaluación de proyectos de inversión así como de organizaciones, su propósito principal es permitir calcular el valor presente neto, el cual es usado por el inversor para tomar cualquier decisión sobre el proyecto. Para una comprensión más acertada del el FCD podemos descomponerlo en sus dos componentes principales: el primero, el flujo de caja representa la cantidad de dinero que ingresa al inversor durante cada periodo de tiempo que integra el proyecto. Por otro lado, la segunda parte del término, “*descontado*”, hace referencia a la pérdida de valor adquisitivo del dinero en el tiempo. La función del FCD es traer al valor presente todos aquellos flujos de dinero que ingresarán al proyecto en el futuro. En estos términos un proyecto será atractivo o no, en la medida en que sea capaz de generar una mayor cantidad de dinero o flujo de dinero positivo a lo largo de su ciclo de vida.

El flujo de caja descontado usa una tasa de descuento para traer los valores futuros a un valor presente y hallar el VPN, la tasa de descuento que se aplica al proyecto tiene relación directa con la percepción que el inversor posee acerca del riesgo de este; cuanto más riesgo, mayor será la tasa de descuento que se aplica.

### **4.2. FLUJO DE CAJA DESCONTADO Y OPCIONES REALES**

A pesar de que el flujo de caja es el modelo más utilizado para la evaluación de proyectos, presenta ciertas suposiciones que no le permiten representar el comportamiento del mundo real y lo convierten en un modelo estático. El FCD asume que los rendimientos futuros son determinísticos y que permanecen inalterados durante el ciclo de vida del proyecto; por el otro lado la vida real nos plantea un entorno donde los rendimientos son influenciados por factores como bajas y subidas de la demanda, cambios legislativos, cambios climáticos,

catástrofes naturales, etc. Además de la reacción contingente de la gerencia a todos estos tipos de cambios. Uno de las consecuencias del FCD es el hecho de que puede llegar a sobrevalorar los proyectos.

De acuerdo a Costa Lima y Suslick<sup>5</sup> en proyectos donde existen flexibilidades gerenciales para posponer, diferir, abandonar una inversión, entre otros; la teoría tradicional de VPN recomienda reglas de decisión no óptimas, la teoría de opciones reales aparece para entregar resultados más realistas. Desde el enfoque de las opciones reales, el futuro es una fuente de oportunidades y alternativas de la cuales se puede tomar ventaja para aumentar el valor creado por el proyecto. Así, la volatilidad del mundo real y la flexibilidad en las decisiones de los gerentes, conllevan al surgimiento de opciones en las etapas de la vida económica de un proyecto.

Es importante entender que aunque las opciones reales se presentan como un camino alternativo para la valoración de proyectos, no es una herramienta separada a los métodos tradicionales de valoración financiera ni pretenden desplazarlos. Por el contrario, se ofrece un complemento, con el objetivo de capturar el valor de la flexibilidad del proyecto producida por la incertidumbre, para obtener una mayor visión estratégica.

### **4.3. OPCIONES REALES**

El término “*opciones reales*” fue introducido por primera vez por Myers<sup>6</sup> en su estudio acerca de la posibilidad de aplicar la teoría de opciones a activos no financieros, donde la flexibilidad en las decisiones es el valor agregado. Según Copeland<sup>7</sup> una opción real puede entenderse como el derecho más no la obligación de comprar o vender un activo en un punto de un determinado periodo de tiempo a un determinado precio. Las opciones reales son una adaptación de las opciones financieras para activos de origen real o no financieros. Poseen un enfoque hacia los proyectos de ingeniería que provee un marco para evaluar oportunidades de inversión bajo la incertidumbre dinámica del mercado y la generación de información a través del tiempo.

---

<sup>5</sup> LIMA, Gabriel; SUSLICK, Saul. Estimation of volatility of selected oil production projects. En: Journal of petroleum science and engineering. Julio. 2006, vol. 54, no. 3, p. 130

<sup>6</sup> MYERS, Stewart. "Determinants of corporate borrowing." En: Journal of financial economics. Noviembre, 1977, vol. 5, no. 2, p. 147-175.

<sup>7</sup> COPELAND, Thomas E. How much is flexibility worth?. En: The McKinsey Quarterly, 1998, no 2, p. 40.

Ross<sup>8</sup> En un análisis profundo de proyectos riesgosos, encontró las grandes oportunidades inversión que estos proyectos tienen implícitas; refiriéndose a estas como opciones reales, posteriormente discute los conceptos y la teoría de estas opciones.

El primer paso de aplicación de la teoría de las opciones a la industria petrolera fue hecho por Toutinho,<sup>9</sup> donde compara la decisión de ejercer una opción de compra perpetua americana con la decisión de extraer recursos. Posteriormente uno de los ejemplos más citados en el contexto de la industria de los hidrocarburos,

Myers<sup>10</sup> resaltó las limitaciones que posee el modelo tradicional de flujos de caja descontados en el análisis del proceso estratégico del manejo del presupuesto. Dentro de sus recomendaciones se recalca la importancia de que los gerentes tomen decisiones a partir de la teoría de opciones en vez del enfoque de flujos de caja descontados.

Brennan y Sehwaaz<sup>11</sup> estudiaron el problema de estimación del valor de una mina de extracción de cobre que presenta flujos de caja descontados con una alta incertidumbre. Obteniendo una ecuación diferencial parcial para el valor del cobre, a partir de la construcción de un portafolio financiero que incluye activos y contratos de futuros a corto plazo junto con activos de recursos minerales de largo plazo.

Como mencionan Trigeorgis y Mason,<sup>12</sup> cuando los gerentes usan enfoques tradicionales como FCD o VPN, sus supuestos están basados en la premisa de flujos futuros conocidos. Por lo tanto, de existir la incertidumbre los enfoques tradicionales no pueden estimar el valor de la flexibilidad en los cambios de decisiones respecto al rumbo de los proyectos.

---

<sup>8</sup> ROSS, Stephen. A simple approach to the valuation of risky streams. En: Journal of business, Vol, 51. No. 3. 1978, p. 453-475.

<sup>9</sup> TOURINHO, Octavio. "The option value of reserves of natural resources". University of California at Berkeley. No. 94. 1979.

<sup>10</sup> MYERS, Stewart. Finance theory and Financial strategy En: Interfaces, Vol. 14, No. 1, 1984, pp 126 - 137

<sup>11</sup> BRENNAN, S; SEHWAAZ, E. Evaluating natural resource invesments. En: Journal of Business, Vol. 58, no 2, 1985, pp. 135 – 158.

<sup>12</sup> L. Trigeorgis and S. P. Mason, "Valuing Managerial Flexibility," Midland Corporate Finance Journal, Vol. 5, No. 1, 1987, pp. 14-21.

Paaddock, Sieguel y Smith<sup>13</sup> presentan el modelo más famoso para para valoración de proyectos costa afuera, dividiendo el análisis a tres etapas: exploración, desarrollo y extracción, la evaluación de cada etapa se logra evaluando las etapas futuras por medio de una valoración por opciones compuestas.

Trigeorgis<sup>14</sup> analizó la evaluación de un proyecto de recursos naturales multinacional, el cual presentaba en un inicio un VPN negativo. Por lo cual, a través de la metodología de árboles binarios los gerentes identificaron durante el curso del proyecto las opciones de espera, abandono, expansión y contracción. Al final concluyeron que el VPN del proyecto es positivo y tiene éxito finalmente.

Dixit y Pindyck<sup>15</sup> subrayan que los enfoques tradicionales asumen que las decisiones estratégicas o planes corporativos no pueden ser aplazados. Lo que a la larga representa una evaluación errónea, por lo cual las compañías deben tener en cuenta el valor que puede agregar la espera en la toma de decisiones hasta la aparición de nueva información.

Laughton<sup>16</sup> por su parte encontró que aunque la incertidumbre en el precio del petróleo y el tamaño de las reservas a extraer aumentan el valor de la opción real, la incertidumbre en el precio del petróleo aplaza las opciones de un estado de exploración a un estado de abandono.

En el trabajo presentado por Amram y Kulatilaka<sup>17</sup> se aplica la teoría de opciones reales y la reglas de mercados financieros para la evaluación de activos no tranzados, ayudando a los gerentes a ejercer su derecho de tomar decisiones en campos como investigación y desarrollo, inversiones estratégicas y selección de proyectos. Desde la perspectiva de las opciones reales el valor de un activo está ligado íntimamente al plan para la gestión de este, solo se puede conseguir su mayor valor cuando se gestiona y se planea de manera adecuada. En otras palabras

---

<sup>13</sup> PAADOCK, James; SIEGUEL, Daniel; SMITH, James. Option valuation of claims on real assets: The case of offshore petroleum leases. En: The Quarterly Journal of Economics, 1988, p. 479-508.

<sup>14</sup> TRIGEORGIS, Lenos. Real option application in natural resource investments. En: Advance in Futures and Options research. Vol 4, 1990. Pp. 153 – 164.

<sup>15</sup> DIXIT, Avinash; PINDYCK, Robert. The options approach to capital investment. Real options and investment under uncertainty: En: Harvard Business Review, Vol, 77. No, 03, 1995. Pp 105 - 115.

<sup>16</sup> LAUGHTON, David. The management of flexibility in the upstream petroleum industry. *The Energy Journal*, Vol, 19, no, 1. Enero. 1998, p. 83-114.

<sup>17</sup> AMRAM, Martha; KULATILAKA, Nalin. Uncertainty: the new rules for strategy. En: Journal of Business Strategy, 1999, vol. 20, no 3, p. 25-29.

el mejor resultado solo puede ser obtenido cuando se aprovecha la información que se genera a lo largo de la vida del proyecto, para tomar las decisiones más acertadas que a su vez generen valor. Por lo tanto, su uso se encuentra acotado a proyectos en los cuales existe la posibilidad de que se genere información útil para que la gerencia tenga la potestad a la hora realizar cambios al proyecto cada vez que recibe esta nueva información.

Bravo, Mogollón y Parra<sup>18</sup> definen una metodología soportada en el enfoque de opciones reales, que les permite medir el impacto hecho por las variaciones en la ejecución de los proyectos sobre el portafolio de inversiones de la vicepresidencia de producción de Ecopetrol S.A. La metodología propuesta involucra la clasificación del valor potencial de las opciones reales a la vez que se calculan mediante arboles binomiales y simulación de Montecarlo y el cálculo de la volatilidad explícita.

Rozo<sup>19</sup> identifica las ventajas y las desventajas del uso de las opciones reales frente a técnicas tradicionales como FCD. Rozo utiliza Black & Schooles y arboles binomiales como métodos de valoración de opciones reales aplicando una y múltiples iteraciones.

Maya, Hernandez y Gallego<sup>20</sup> Valoran con base en el enfoque de opciones reales proyectos de generación de energía eólica en Colombia. Para estimar la volatilidad, parámetro fundamental en la valoración de la opción real se simulan los parámetros que tienen alta incidencia en ella, como el precio de la energía y los vientos. Concluyen que estos proyectos no serían viables financieramente usando métodos tradicionales de valoración, pero si con el enfoque de opciones reales.

Arango, Arroyave y Hernandez<sup>21</sup> Valoran una planta a base de carbón para la generación de energía térmica en un país latinoamericano considerando sus opciones reales. Utilizan modelos ARIMA-GARCH para pronosticar la media y

---

<sup>18</sup> BRAVO, Oscar; MOGOLLÓN, Luis; PARRA, José. Valuation of real options portafolio. En: En *Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference*. Society of Petroleum Engineers, 2009.

<sup>19</sup> ROZO, Viviana. Contraste entre técnicas tradicionales de inversión y valoración de opciones reales en ambientes de incertidumbre, utilizando el modelo de Black and Scholes y el modelo Binomial. Tesis de pregrado ingeniería industrial. Barranquilla: Universidad del Norte. 2012.

<sup>20</sup> MAYA, Cecilia; HERNANDEZ, Juan; GALLEGOS, Oscar. "La valoración de proyectos de energía eólica en Colombia bajo el enfoque de opciones reales." *En: Cuadernos de Administración*. Enero – Junio, 2012, vol. 25, no. 44, p. 193-231.

<sup>21</sup> ARANGO, Mónica; ARROYAVE, Elizabeth; HERNANDEZ Juan. Valoración de proyectos de energía térmica bajo condiciones de incertidumbre a través de opciones reales. *En: Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. Julio 2013, vol 12, no. 23, p. 83 – 100.

demás variables que afectan el flujo de caja. Al considerar las opciones de expansión y abandono se obtienen resultados en los cuales las campañas son competitivas, a diferencia de lo encontrado mediante los métodos tradicionales.

#### **4.4. OPCIONES FINANCIERAS Y OPCIONES REALES**

Las opciones reales tienen su fundamento en la teoría de las opciones financieras propuesta por Black & Scholes<sup>22</sup> Merton<sup>23</sup> como un modelo para evaluar opciones financieras de tipo europeo. Las opciones financieras se definen como un título que otorga a su poseedor el derecho, más no la obligación de comprar o vender un activo en un precio determinado y en una fecha establecida. El objeto de estas es el activo subyacente que es el instrumento que se toma como referencia para las negociaciones. Como en una opción financiera, el inversor paga un adicional para tener el derecho de compra una acción, pero solo ejecuta este derecho si el precio de compra de la opción es más bajo que el valor de la acción.

Es importante resaltar las diferencias entre las opciones reales y las opciones financieras para reconocer su respectiva aplicabilidad y complejidad relativa. Como primera diferencia las opciones financieras han sido usadas por muchos años mientras que las opciones reales presentan un desarrollo reciente. Las opciones financieras son reguladas y sus modelos se basan en un mercado formal, incrementando la transparencia de los precios de los activos y haciéndola más objetiva. Por el otro lado, las opciones reales son creadas por la empresa poseedora del activo, no se negocian en un mercado formal dado que la información financiera solo está disponible para la propia administración, que con su capacidad de proveerse opciones para sí mismas aumentan la posibilidad de incrementar el valor del proyecto en el futuro.

Las opciones financieras pueden ser de dos tipos: opciones de compra (opciones call) y opciones de venta (opciones put). La opción de venta otorga al poseedor el derecho más no la obligación de vender una cantidad de un bien (activo subyacente). Por el otro lado la opción de compra da al poseedor el derecho más no la obligación de comprar una parte de un bien a un determinado precio. Ambas opciones están sujetas a un momento en el futuro cuando puede llegar a ejercerse la opción; dependiendo de esto las opciones pueden ser europeas y americanas,

---

<sup>22</sup> BLACK, Fischer; SCHOLLES, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. En: The journal of political economy, 1973, p. 637-654.

<sup>23</sup> MERTON, Robert. "On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation." En: Journal of financial economics. Mayo – Junio 1980, vol. 8, no. 4, p. 323-361.

donde en la primera la opción solo puede ejercerse al final del periodo, mientras que en la segunda la opción puede ejercerse en cualquier momento durante la vida del contrato.

Tabla 1: Analogía entre opciones financieras y opciones reales

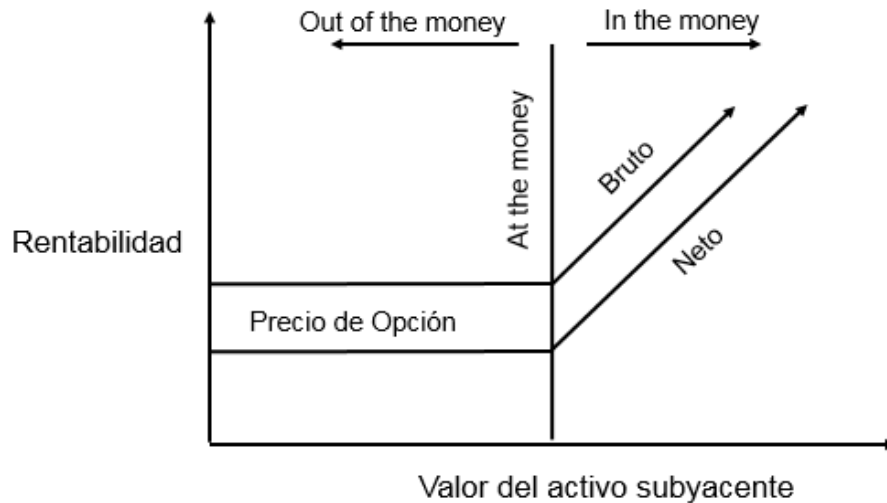
<b>OPCIONES FINANCIERAS</b>		<b>OPCIONES REALES</b>
Precio de la Acción	S	VPN de los Flujos de Caja del proyecto
Precio del Ejercicio	X	Costo de adquirir el proyecto
Plazo de Expiración de la acción	T	Tiempo en el que ejercer la opción es viable
Volatilidad de los rendimientos de la acción	$\Sigma$	Volatilidad del Proyecto
Tasa de Interés Libre de Riesgo	R	Tasa de interés libre de riesgo

Fuente: Modificado de BRACH, Marion. Real options in practice. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.

En el contexto de las opciones reales el precio activo subyacente (S) es el valor presente neto (VPN) de los flujos de caja del proyecto, así como dividendos ganancias de capital, etc. (X) representa el valor presente de los costos en los que incurrirá la compañía para llevar a cabo el proyecto y es análogo al precio del ejercicio que se asume al tomar la decisión de ejercer la opción. El tiempo en el cual existe la oportunidad de ejercer la opción (T) depende de las circunstancias que hacen parte del contexto de cada proyecto, tales como ventajas competitivas, contratos, ciclo de vida del proyecto; e implícitamente al tipo de opción que desee aplicarse, las cuales se mencionarán más adelante.

La tasa libre de riesgo (R), representa el rendimiento de los bonos gubernamentales carentes de riesgo y se utiliza para hacer el descuento de los ingresos proyectados para una opción financiera y una opción real. La volatilidad del proyecto ( $\Sigma$ ) es la medida de la incertidumbre y se calcula como la desviación estándar de los flujos de caja descontados del activo subyacente ya sea para las opciones reales o financieras. Debido a la importancia de la volatilidad de los rendimientos en la valoración de un proyecto con el enfoque de opciones reales, se dedica a continuación un mayor espacio.

Figura 1: Diagrama de rentabilidad opción tipo Call



Fuente: Modificado de KODUKULA, Prasad; PAPUDESU, Chandra. Project Valuation Using Real Options, a practitioner's guide. J. Ross Publishing, 2006.

En una opción tipo compra (call), si el valor del activo subyacente es menor que el precio del ejercicio para el momento en que piensa ejercerse la opción, la opción se considera como “out of the money”, de manera racional esta opción no es ejercida. Si el valor del activo subyacente excede el precio del ejercicio la opción está en este caso “in the money” en consecuencia, la ganancia bruta es positiva y la opción es ejercida. Para el caso de una opción tipo venta (Put) las consideraciones son inversas a la opción de compra, dado que la opción se considera “in the money” si el precio del ejercicio es mayor al valor del activo subyacente. Cuando el valor del activo y el precio del ejercicio son iguales, la ganancia neta es cero y la opción es considerada “at the money.”.

#### 4.5. VOLATILIDAD

La volatilidad, entendida como la desviación estándar, es una cantidad que expresa lo impredecible es la evolución del activo o del proyecto. Black y Scholes<sup>24</sup> definieron la volatilidad como la irregularidad de los retornos de los activos fijos. Copeland y

<sup>24</sup> BLACK. Op. cit, p. 640.

Tufano<sup>25</sup> definen la volatilidad como la probabilidad de cambio del valor del proyecto. Este parámetro es mucho más fácil de calcular para las opciones financieras dado que éstas cuentan con un registro de transacciones hechas a lo largo de su historia, utilizando este historial de transacciones se puede calcular la volatilidad del activo y usarse para aproximar los rendimientos futuros del proyecto. Debido a que en las opciones reales, el activo subyacente no es tranzado, se deben utilizar métodos para calcular la volatilidad del proyecto.

Existen diversos métodos que permiten calcular la volatilidad del activo, según el análisis realizado por Hernández, Maya y Gallego<sup>26</sup> a una opción de expansión de un proyecto de energía eólica, el valor de la opción real varía con la metodología usada para la estimación de la volatilidad. Además cabe resaltar que cada método tiene sus pros y sus contras, aunque su uso puede ser identificado con facilidad dependiendo de las características del proyecto. A continuación se mencionan aquellos que reciben mayor aceptación.

**4.5.1. Volatilidad del factor predominante** Asume que la volatilidad del proyecto es igual a la volatilidad del factor predominante, el cual es el elemento que afecta en mayor grado el flujo de caja del proyecto; para el presente estudio el factor predominante es el precio del petróleo. Entre las críticas a este método se encuentra el hecho de que solo muestra una porción de la incertidumbre y no tiene en cuenta la volatilidad de los otros factores que se correlacionan en el proyecto y que pueden atenuar el riesgo afectando los rendimientos de este. Dentro de los primeros en aplicar este método se puede citar a Pickles y Smith<sup>27</sup>.

**4.5.2. Volatilidad implícita** Tiene en cuenta múltiples variables que afectan al proyecto y suavizan el riesgo de este. Tomando la volatilidad de las variables que más influyen en el flujo de caja y su comportamiento estocástico respectivo, se calcula la desviación estándar de las rentabilidades futuras proyectadas con el método de evaluación tradicional, posteriormente se simulan los flujos de caja con el método Monte-Carlo obteniendo la rentabilidad del proyecto y su volatilidad.

---

<sup>25</sup> COPELAND, Tom; TUFANO, Peter. "A real-world way to manage real options". En: Harvard business review. Marzo, 2004, vol. 82, no. 3, p. 94.

<sup>26</sup> MAYA, Cecilia; HERNANDEZ, Juan; GALLEGO, Oscar. "La valoración de proyectos de energía eólica en Colombia bajo el enfoque de opciones reales." En: Cuadernos de Administración. Enero – Junio, 2012, vol. 25, no. 44, p. 193-231.

<sup>27</sup> PICKLES, Eric; SMITH, James. "Petroleum property valuation: a binomial lattice implementation of option pricing theory." En: The Energy Journal. 1993, vol. 14, no. 2, p. 1-26.

**4.5.3. Volatilidad del activo réplica:** Si el proyecto a estudiar es similar a proyectos realizados previamente por la misma firma o por una distinta, suele aplicarse el cálculo de la volatilidad del activo réplica, el cual consiste en calcular la volatilidad de un proyecto o de otras firmas que negocien en el mismo mercado, este método asume que la volatilidad experimentada por un proyecto anterior es igual a la volatilidad que experimentará el proyecto propio o actual. Sin embargo, no es posible afirmar que la comparación hecha sea factible; debido a que cada proyecto presenta sus propias particularidades tales como condiciones del mercado, gerentes a cargo, regulaciones legislativas, cambios políticos, etc.

#### **4.6. VALOR DE LA FLEXIBILIDAD**

Entendiendo que la razón de la existencia de las opciones reales son las flexibilidades inherentes de cada etapa del proyecto, se hace evidente que el valor agregado de las opciones reales debe obtenerse como producto de aprovechar dicha flexibilidad. La flexibilidad, es entendida como la capacidad de los agentes económicos de adaptar, acomodar o cambiar decisiones, en la medida en que se genera y se obtiene mayor información Myers<sup>28</sup>.

Cuando se hace la evaluación económica de un proyecto meramente desde la perspectiva del VPN se dice desde el principio que la inversión debe realizarse si y solo si cuando el VPN sea positivo; es decir, que este exceda el monto de la inversión. De lo contrario, el proyecto se rechaza. Debemos reconocer que en la práctica, el gestor del proyecto no se comporta como un ente pasivo y los proyectos no permanecen inalterados; antes bien, el gerente actúa en reacción a los acontecimientos que rodean el proyecto y busca maximizar sus utilidades cualquiera que sea la antigüedad del proyecto. En el enfoque de las opciones reales se procura calcular el valor presente neto expandido o valor con flexibilidad, el cual es la suma del VPN estático o tradicional y el valor que genera la Opción.

$$Vf = VPN_{Estatico} + OR$$

Dónde:

*Vf* : Valor del proyecto bajo el enfoque de opciones reales.

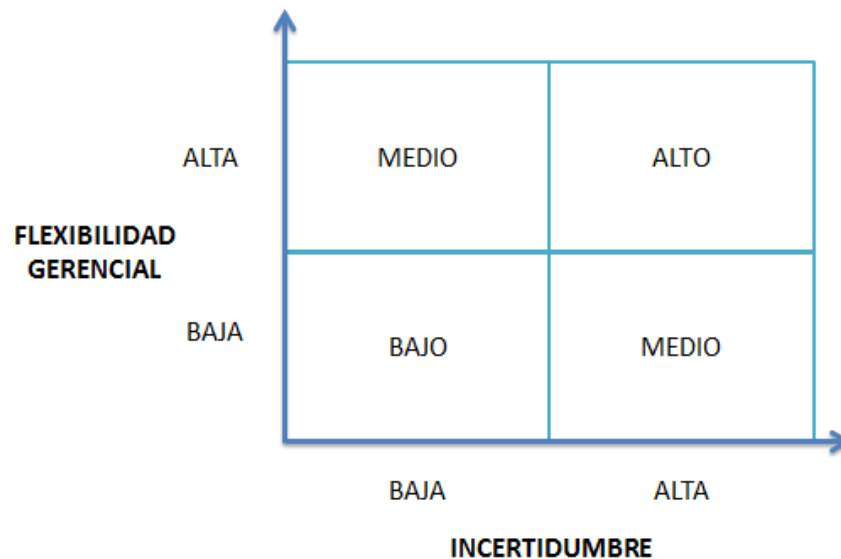
*VPN* : Valor presente neto estático del proyecto (sin considerar flexibilidad).

---

<sup>28</sup> MYERS. Op. Cit., p. 151.

OR : Valor de la opción real o valor de la flexibilidad.

Figura 2: Valor de la opción real en función de flexibilidad gerencial e incertidumbre



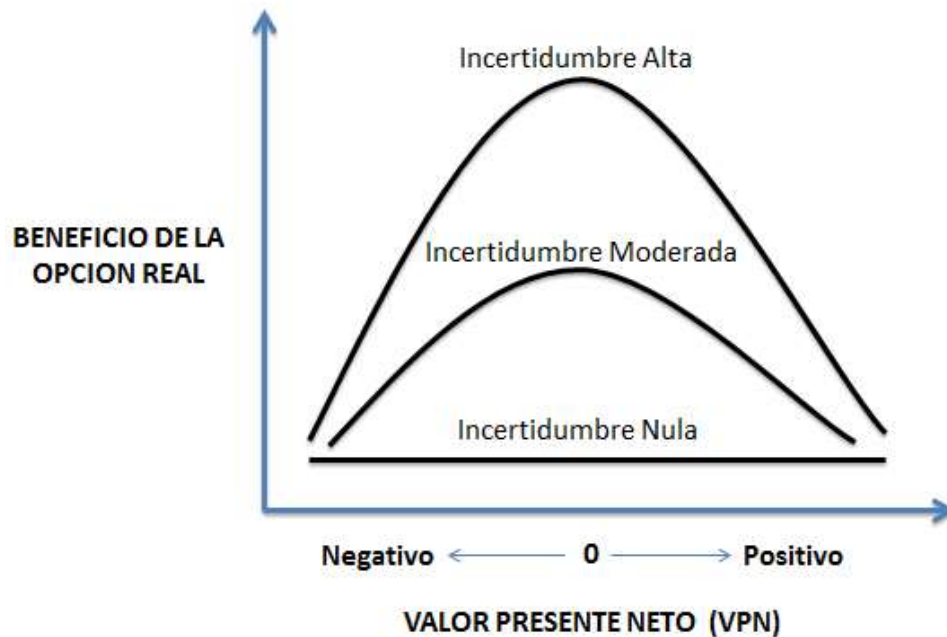
Fuente: Modificado de COPELAND, Thomas E. How much is flexibility worth?. En: The McKinsey Quarterly, 1998, no 2, p. 38-49.

Profundizando en el valor agregado de las opciones reales, cabe resaltar que estas muestran su valor en mayor magnitud cuando el proyecto está rodeado de incertidumbre con respecto al valor del activo subyacente y cuando los gerentes del proyecto tienen la flexibilidad y la habilidad para tomar decisiones contingentes en respuesta a las circunstancias que los rodean. Por el otro lado, una baja incertidumbre y una pobre flexibilidad gerencial eliminan el valor agregado que produciría la opción real. Ver figura 2. En concreto los mayores efectos en el valor de la flexibilidad son dados por una alta incertidumbre, flexibilidad gerencial y por último un VPN cercano a cero. Copeland<sup>29</sup>. Suponiendo que un proyecto evaluado con el FCD tradicional indica un VPN alto, este, sin necesidad de introducir una motivación adicional ya es atractivo para los inversionistas; adicionalmente, si el proyecto no está sujeto a una alta incertidumbre, el valor que agregan las opciones reales es limitado. En ambos casos, no se produciría un cambio significativo en la decisión de los inversionistas. Por el contrario cuando un VPN es cercano a cero sin

<sup>29</sup> COPELAND. Op. Cit., P. 46

importar si es positivo o negativo, la flexibilidad suministra un gran valor agregado dado que percibirá mayores posibilidades de ser usada.

Figura 3: Beneficio de la opción real en función del VPN y la incertidumbre



Fuente: Modificado de KODUKULA, Prasad; PAPUDESU, Chandra. Project Valuation Using Real Options, a practitioner's guide. J. Ross Publishing, 2006.

Según Kodukula y Papudesu<sup>30</sup>, alimentándose de la incertidumbre futura, el beneficio de las opciones reales se incrementa cuando el VPN del proyecto es cero o cercano a cero.

La figura 3 muestra claramente, que siguiendo los patrones de incertidumbre, el beneficio de las opciones reales alcanza su pico con un VPN cercano a cero y es prácticamente nulo en los extremos de la gráfica, donde el VPN es muy positivo o muy negativo. Como menciona Copeland,<sup>31</sup> si el VPN es muy alto, el proyecto se ejecutará sin complicaciones y la flexibilidad probablemente aprovechada, por lo

<sup>30</sup> KODUKULA, Prasad; PAPUDESU, Chandra. Project valuation using real options: a practitioner's guide. Florida. J. Ross Publishing, 2006. p. 59.

<sup>31</sup> COPELAND. Op. cit., p. 46.

tanto, tampoco ejecutada. Adicionalmente, si el VPN es fuertemente negativo, la flexibilidad no será de mucha ayuda y será poco valorada.

#### **4.7. CLASIFICACION DE LAS OPCIONES**

Dependiendo de la información que se obtiene a lo largo de la vida del proyecto, la gerencia tiene diferentes alternativas de opciones que podrá ejercer sobre el activo. En 1993 Trigeorgis<sup>32</sup> dio los primeros pasos en dividir las opciones reales en categorías, a continuación se hace una breve descripción de los tipos de opción más comunes.

**4.7.1. Opción de abandono:** Este tipo de opción que guarda similitud con una opción de venta (put), surge cuando los desembolsos de inversión para el proyecto se hacen por etapas, ofreciendo al inversor abandonar el proyecto en alguna de las etapas si el rendimiento del proyecto deja de ser el esperado, evitando también inversiones futuras que puedan llegar a requerirse.

**4.7.2. Opción de contracción:** Si las condiciones del mercado no son las esperadas y no se espera que este mejore en el futuro, la empresa poseedora de la opción puede decidir reducir la capacidad de producción reduciendo la escala de las operaciones, de esta manera se ahorraría parte de las inversiones planeadas. El precio del ejercicio para este caso es igual al ahorro de los costos.

**4.7.3. Opción de espera:** Suele usarse cuando el proyecto no tiene los ingresos que se tenían planeados previamente, pero se presenta a futuro la posibilidad de que las condiciones del mercado sean más favorables, entra en contexto la opción de cerrar temporalmente las inversiones y esperar a mejores circunstancias. Este tipo de opción permite que el poseedor detenga por un tiempo las operaciones hasta que las condiciones del mercado vuelvan a mejorar. Este tipo de opción es análoga a la opción financiera de compra (call).

---

<sup>32</sup> TRIGEORGIS, Lenos. "Real options and interactions with financial flexibility." *En: Financial management* 1993, vol. 22, no. 3, p .202-224.

**4.7.4. Opción de cambio:** La opción de cambio puede ser usada cuando las empresas utilizan insumos de manera alternativa para la fabricación de sus productos. Así, la empresa puede intercambiar tecnologías y/o insumos dependiendo de las circunstancias del mercado actuales y cambiarlos nuevamente en el futuro cuando las condiciones del mercado sean mejores para otro tipo de productos.

**4.7.5. Opción de expansión:** Este tipo de opciones son consideradas en similitud con la opción financiera de compra (call), Su aplicación entra en contexto en el caso en el que el activo subyacente llegue a ser más provechoso de lo inicialmente pensado y el comportamiento futuro del mercado se muestre favorable; en este escenario el poseedor de la opción puede considerar expandir el proyecto. El valor en una opción real de expansión será el máximo entre cero y la diferencia del valor presente de los mayores flujos de caja obtenidos en la expansión y la inversión asociada a esta.

**4.7.6. Opción de aprendizaje:** Son aquellas en las que la compañía que tiene la opción paga para conocer la incertidumbre que rodea una tecnología, por ejemplo. De esta manera evita hacer inversiones de grandes magnitudes apoyadas en amplias incertidumbres. A partir de la información que es revelada, la compañía puede decidir qué acciones tomar respecto a inversiones futuras y evitar pérdidas.

#### **4.8. METODOS PARA VALORACIÓN DE OPCIONES**

A continuación se presentan los métodos de valoración de las opciones reales más comunes y aceptadas en la literatura.

**4.8.1. Black Scholes Merton:** Nace del trabajo seminal de Black y Scholes<sup>33</sup> en el que se busca enmarcar en una ecuación diferencial parcial la relación existente entre el precio del activo subyacente y el valor de la opción. A partir de este trabajo, Merton<sup>34</sup>, publica un modelo más generalizado para la valoración de opciones, con el propósito de estimar el valor de una opción sobre acciones, basándose en una serie de supuestos. Su diseño sirve para valorar opciones financieras de tipo europeo, es decir opciones que solo pueden ser ejercidas al final de su vida y cuyo activo subyacente no paga dividendos. Para Copeland y Tufano<sup>35</sup> su intento de aplicación para opciones reales en general es inadecuado, dado que fue diseñado exclusivamente para opciones de tipo europeo.

**4.8.2. Árbol binomial:** El modelo Binomial; Cox, Ross y Rubinstein<sup>36</sup> fue construido alrededor de árboles de decisiones para valorar las opciones reales, asumiendo que la volatilidad del activo subyacente es constante en el periodo de tiempo, además hace la modelación del comportamiento del activo partiendo de un proceso estocástico discreto de tipo binomial. Cada periodo de tiempo el valor del activo solo puede ir hacia arriba (u) o hacia abajo (d) mostrando su evolución. El activo subyacente puede pasar de un estado a otro a través de un árbol binomial multiplicativo guiando sus movimientos de subida con una probabilidad  $p$  y descender con una probabilidad  $1-p$ . Su uso es muy común debido a su facilidad de lectura y comprensión.

**4.8.3. Simulación de Monte Carlo:** El método de Montecarlo fue propuesta por Boyle<sup>37</sup> como un método para calcular el valor de opciones reales, permitiendo iterar miles de veces las múltiples trayectorias posibles en el futuro y de esta manera obtener la distribución de probabilidad para el momento de expiración de la opción. Este método permite capturar la flexibilidad de cualquier inversión sin importar la naturaleza de las incertidumbres o de las opciones a ejercer. Suele usarse junto con métodos estadísticos de regresión utilizando la información generada previamente por simulaciones; de la misma manera, hace posible identificar la estrategia óptima para cada trayectoria de simulación. La principal razón por la que se seleccionó este método de evaluación es debido a que arroja un resultado probabilístico, es decir, provee una distribución de probabilidad para los resultados del proyecto, dando espacio a la realidad de los posibles escenarios a ser generados.

---

<sup>33</sup> BLACK. Op., cit, p.640

<sup>34</sup> MERTON, Op., cit. 325

<sup>35</sup> COPELAND, TUFANO. Op. Cit., p. 96.

<sup>36</sup> COX, John; ROSS, Stephen; RUBINSTEIN, Mark. Option pricing: A simplified approach. En: Journal of financial Economics, 1979, vol. 7, no 3, p. 229-263

<sup>37</sup> BOYLE, Phelim P. Options: A monte-carlo approach. Journal of financial economics, 1977, vol. 4, no 3, p. 323-338.

#### 4.9. CURVAS DE DECLINACIÓN

Frente a la necesidad de conocer el comportamiento futuro y el límite económico hasta el cual podrán avanzar los trabajos de extracción, la variable *tasa de producción* es clave para obtener respuestas, a través de la extrapolación de su conducta histórica con respecto al tiempo o con respecto a la producción acumulada. El análisis de declinación es una técnica usada por los ingenieros para extrapolar la tendencia de producción de petróleo y gas. Su propósito principal del análisis de declinación es generar el pronóstico de la tasa de producción. Se parte del supuesto de que el comportamiento del pozo hacia el futuro está ligado a la tendencia o relación matemática dependiente del rendimiento histórico de este.

El análisis de curvas de declinación parte de la clasificación propuesta por Arps<sup>38</sup> las cuales describen una tendencia exponencial, hiperbólica, armónica o razón de declinación; esta última poco es de rara aplicación. Además presenta las relaciones matemáticas de los primeros tres tipos de declinación con respecto al tiempo y la tasa de producción acumulada. Posteriormente en un segundo documento Arps<sup>39</sup> publica la fórmula matemática simplificada para la relación Tasa- tiempo y tasa-producción acumulada. La tasa de declinación nominal es entendida como el cambio en términos fraccionales de la tasa de producción respecto al tiempo, su resultado es una pendiente negativa que es representada como el logaritmo natural de la tasa de producción versus el tiempo.

$$D = - \frac{d \ln q}{dt}$$

La tasa de declinación efectiva es la disminución de la tasa de producción en un periodo de tiempo determinado dividido en la tasa de producción al inicio del periodo.

$$d = \frac{q_i - q}{q_i}$$

Las relaciones matemáticas de las curvas de declinación parten de la siguiente expresión básica que relaciona el cambio de la tasa de producción y la tasa de declinación con el tiempo:

$$\frac{D}{D_i} = \left( \frac{q}{q_i} \right)^n$$

---

<sup>38</sup> ARPS, Jan. "Analysis of decline curves." Transactions of the American Institute of Mining. En: Metallurgical and Petroleum Engineers Mayo 1945, vol. 160, p. 228-247.

<sup>39</sup> ARPS, Jan. Estimation of primary oil reserves. 1956.

Donde:

$n$  = Exponente de declinación

$D_i$  = Tasa de declinación al comienzo del periodo

$Q_i$  = tasa de producción inicial

**4.9.1. Declinación exponencial** También llamada geométrica, semilog. Se caracteriza por su popularidad y simplicidad de uso; inclusive, es utilizada como menciona Escobar<sup>40</sup> “cuando se es consciente que la declinación hiperbólica describe mejor las características de los pozos”. Al ser utilizado un valor de  $n$  igual a cero, la caída en la tasa de producción por unidad de tiempo es proporcional a la tasa de producción, resultando en una caída constante.

$$D = D_i \left( \frac{q}{q_i} \right)^0 \rightarrow D = D_i$$

Al integrar la ecuación anterior para un  $D$  constante se obtiene la tasa de producción en función del tiempo.

$$q_t = q_i e^{-d_i t}$$

La ecuación para la tasa de producción versus producción acumulada es la siguiente.

$$Q_p = \frac{q_i - q_t}{d_i}$$

La tasa de declinación exponencial a pesar de ser la menos exacta es mucho más simple de utilizar que los otros dos tipos, su aplicación se apoya en que un gran número de curvas aparentan declinación exponencial en ciertos intervalos. Su uso es motivado también por su comportamiento pesimista, evitando que efectos negativos en la producción afecten los resultados esperados en los pozos.

---

<sup>40</sup> ESCOBAR, Freddy. Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos. Editorial Universidad Surcolombiana. Neiva Colombia

**4.9.2. Declinación hiperbólica** También conocida como log-log es el tipo de declinación que se presenta de manera más común apoyado en el hecho de que la gran mayoría de yacimiento posee un valor de n entre cero y uno; se debe tener en cuenta que las declinaciones exponencial y armónica son casos especiales de declinación hiperbólica donde se asume que el valor de n es 0 o 1.

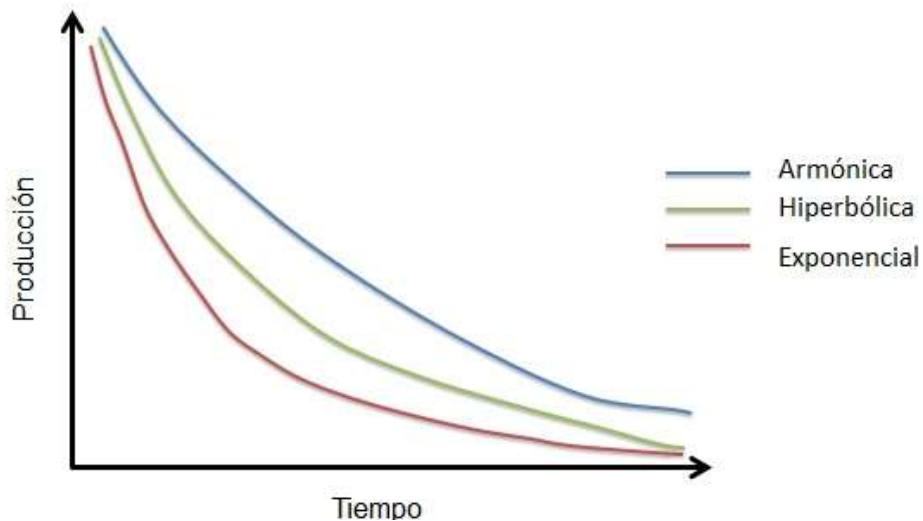
$$q_i = \frac{q_i}{(1 + nd_it)^{1/n}}$$

La ecuación para la tasa de producción versus producción acumulada es la siguiente:

$$Q_p = \frac{q_i^n}{(1+n)d_i} (q_i^{1-n} - q_t^{1-n})$$

Su uso amerita el cálculo de tres parámetros ( $q_i$ ,  $d_t$  y  $n$ ) lo que lo hace el tipo de declinación más complejo de aplicar.

Figura 4: Curvas de declinación



**4.9.3. Declinación armónica** Dado que para la aplicación de este tipo de declinación se asume un valor de (n) igual a 1 los resultados esperados suelen ser optimistas por lo que en muy pocos casos el yacimiento aplica para el escenario de n igual a 1. Para este caso la tasa de declinación y directamente proporcional a la tasa de producción.

$$q_t = \frac{q_t}{(1 + d_it)}$$

La ecuación para la tasa de producción versus producción acumulada es la siguiente:

$$Q_p = \frac{q_i}{d_i} \ln\left(\frac{q_i}{q_t}\right)$$

#### 4.10. PROYECTO ACELERADO

En el actual proyecto de grado se plantea pasar del bombeo mecánico como tecnología de extracción a usar tecnología gas lift; con lo cual se pretende aumentar la tasa de producción por unidad de tiempo. Es de esperarse que el aumento en la tasa de producción tenga un efecto sobre la tasa de declinación del yacimiento. Para conocer tal efecto se parte de la relación que posee la tasa de producción con la tasa de declinación:

$$\frac{q_i}{D} = \frac{q_i^a}{D^a}$$

Donde:

$q_i$ : Tasa de producción actual

$q_i^a$ : Tasa de producción acelerada

$D$ : Tasa de declinación actual

$D^a$ : Tasa de declinación acelerada

Despejando la nueva tasa de declinación acelerada

$$D^a = \frac{q_i^a}{q_i} D$$

Siendo el exponente (a) presente en  $q_i^a$  y en  $D^a$  el que indica una aceleración en la tasa de producción y en la tasa de declinación.

#### 4.11. OPEX

Un componente importante de las evaluaciones financieras son los “operating expenses” o costos operacionales, los cuales hacen su principal aparición en el cálculo del flujo de caja de un proyecto. Los opex hacen referencia a todos aquellos costos operativos que se deben llevar a cabo a lo largo de la vida del proyecto para el correcto funcionamiento en el día a día de este. De acuerdo a su definición, se

espera que los opex aumenten a medida que el volumen de operaciones de la compañía también aumenta y se reduzcan cuando las operaciones decrezcan.

#### **4.12. CAPEX**

Otro elemento que influye en la evaluación financiera es el llamado “CAPEX”, el origen de este término se encuentra en la expresión “capital expenditures,” la cual hace referencia a todas las erogaciones que los inversionistas deben hacer para llevar a cabo el proyecto como un todo. Su uso se centra alrededor de los costos relacionados con la compra de activos fijos que se verán involucrados en el proyecto.

#### **4.13. PRODUCCION DE PETROLEO**

La historia de la producción de un yacimiento petrolero puede dividirse en tres etapas cronológicas, que resultan de la declinación progresiva de la energía del pozo, siendo en la segunda y tercera etapa donde se aplican métodos de recobro mejorado y/o levantamiento artificial. La primera etapa que describe la producción inicial, también llamada recobro primario se logra a partir de la energía natural existente en el yacimiento que empuja al crudo y hace que este fluya a la superficie. La segunda etapa o recobro secundario surge como consecuencia de la declinación natural de la producción primaria, en esta etapa suelen aplicarse métodos como la inyección de agua o la inyección de gas, con el propósito de aumentar la presión del yacimiento y en consecuencia el crudo fluya con mayor energía y en mayor cantidad a la superficie.

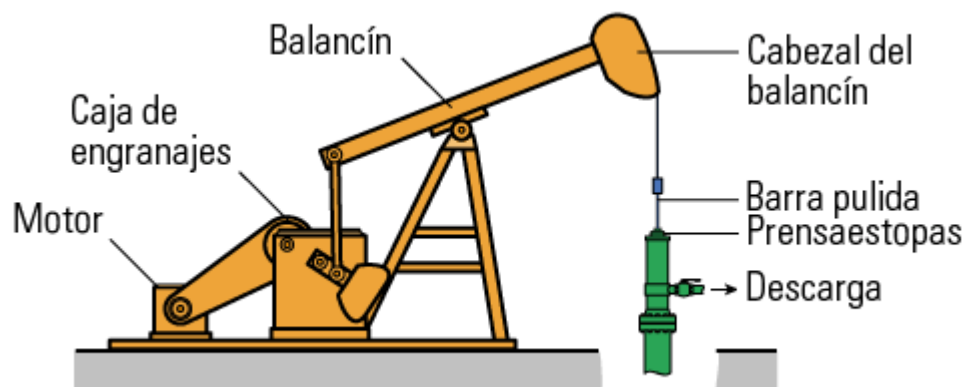
En referencia a la tercera etapa de la producción o técnicas de recuperación terciaria son recurridas cuando la recuperación secundaria deja de ser rentable, en ocasiones los métodos de recobro terciario se aplican después de la debilitación del recobro primario omitiendo aplicar técnicas de recobro mejorado o recobro secundario; también pueden ser usados en cualquier momento de la vida del yacimiento. Por lo tanto, el término recuperación terciaria ha dejado de ser usado con tanta frecuencia, dando paso a la denominación de métodos EOR (siglas de enhancement oil recovery). Se debe tener en cuenta que cada yacimiento tiene sus particularidades y no se suele aplicar los tres tipos de recobro mejorado en la secuencia explicada anteriormente, sino que se busca la manera de obtener la mayor cantidad de crudo posible secuenciando los métodos de recobro mejorado más apropiados y de acuerdo a los planes gerenciales.

Utilizando los métodos de recobro mejorado primario y secundario puede llegar a extraerse del 30% al 35% del crudo presente en la reserva. Los métodos de recobro terciario o EOR pueden ayudar a extraer un adicional de 5 al 20% de crudo. Dependiendo del yacimiento los niveles de recobro pueden ser de entre 50 a 70% de las reservas totales de petróleo en el yacimiento<sup>41</sup>.

#### 4.14. BOMBEO MECÁNICO

El bombeo mecánico convencional está clasificado como un sistema de levantamiento artificial, siendo el más utilizado y el más antiguo. A razón de su mecanismo de funcionamiento simple puede llegar a ser usado en casi cualquier tipo de pozo que requiere levantamiento, sus principales limitaciones se relacionan en el volumen a levantar y la profundidad. Su funcionamiento se basa en un balancín y una manivela que generan un movimiento alternativo sobre una sarta de varillas de bombeo que está conectada a un arreglo de bomba de fondo de pozo, el cual cuenta con pistón y válvula que permiten transformar el movimiento alternativo en un movimiento vertical para los fluidos.

Figura 5: Bombeo mecánico



Fuente: SCHLUMBERGER, Bomba Mecánica. [Citado el 8 de Septiembre de 2015]  
Disponibile en [http://www.glossary.oilfield.slb.com/es/Terms/s/sucker\\_rod\\_pump.aspx#](http://www.glossary.oilfield.slb.com/es/Terms/s/sucker_rod_pump.aspx#)

<sup>41</sup>SHELL, Enhanced Oil Recovery. [citado el 7 de Ene, 2015] Disponible en <http://s05.static-shell.com/content/dam/shell/static/future-energy/downloads/eor/eor-brochure-2012.pdf>

#### **4.15. GAS LIFT**

El gas lift es un método de levantamiento artificial usado como una añadidura al flujo primario del pozo, consiste en inyectar gas a alta presión hasta una válvula que se encuentra a gran profundidad para restablecer el diferencial de presión necesaria entre el pozo y la reserva de petróleo. Las válvulas por los cuales es liberado el gas a la columna de crudo están distribuidas de acuerdo al diseño del sistema, la idea es liberar el gas a la mayor profundidad posible. Cuando la presión de la columna de crudo es igual a la presión estática del yacimiento, el crudo no puede salir por sí solo dado que su propio peso le impide llegar a la superficie, este es el principal problema a atacar con la inyección de gas. Cuando el gas comprimido es inyectado a la base de la columna de crudo se expande y aumenta el volumen del crudo reduciendo la densidad de este y en consecuencia su peso también se reduce. Así, se crea una diferencia entre la presión del yacimiento y la presión de la columna de crudo, permitiendo que este fluya a la superficie y pueda ser extraído. El sistema gas lift puede ser continuo o intermitente.

Continuo: este sistema es idealmente recomendado para pozos con grandes tasas de producción y altas presiones de yacimiento, donde el gas se inyecta de manera continua con el objetivo de optimizar la producción.

Intermitente: suele ser la mejor solución para pozos con tasa de producción baja debido a su naturaleza cíclica, en este sistema el gas se inyecta por ciclos permitiendo que el crudo salga a la superficie y una vez el proceso se termina se repite. Esta configuración de gas lift es la más apropiada para aplicarse en el C.E.C debido a que este es un campo maduro con bajas tasas de producción.

#### **4.16. CAMPO ESCUELA COLORADO**

El Campo Escuela Colorado (C.E.C.) como unidad académico administrativa, dedicada al desarrollo científico y tecnológico nace del convenio entre la Universidad Industrial de Santander y Ecopetrol S.A. la incorporación de un componente práctico dentro de la oferta académica de la universidad fortalece la formación integral de los estudiantes, además de aumentar la calidad de las investigaciones que se puedan desarrollar en dicha unidad. Cabe resaltar que C.E.C es la primera experiencia de interacción Academia - Industria a nivel nacional en el sector hidrocarburos.

El Campo Escuela Colorado se encuentra localizado en el valle medio del Magdalena, en la vereda los colorados, corregimiento de Yarima en inmediaciones del municipio de San Vicente de Chucuri al sur este del municipio de Barrancabermeja, Santander; en la provincia estructural del piedemonte occidental de la cordillera oriental.

La etapa de exploración de C.E.C. se dio entre 1923 y 1932 cuando la empresa "Tropical Oil Company" perforó 7 pozos, posteriormente para 1945 se oficializó el inicio de la producción con la perforación de 8 pozos más y una tasa de 300 BOPD. Entre 1953 y 1964 la empresa Colombiana Ecopetrol finalmente desarrolló el campo perforando 60 pozos adicionales para completar un total de 75 pozos. En este mismo periodo de tiempo, más exactamente en el año de 1961 alcanzó su máximo nivel de producción con un caudal de 1771 BOPD para llegar en 1966 a un caudal de 467 BOPD, después de una rápida declinación motivada por la pérdida de pozos por problemas mecánicos y el taponamiento de líneas por parafina. En 1963 alcanzó el mayor número de pozos activos siendo estos 44; para 1989 el caudal de producción había llegado a ser de 47 BOPD, desde ese entonces la producción se ha mantenido en un promedio de 25 BOPD. El 25 de Enero de 2006 la Universidad Industrial de Santander y Ecopetrol firmaron un convenio para la operación del campo, siendo la entrega de este a la universidad el 1 de Junio del mismo año. En el 2009 se concretó un nuevo convenio con la empresa WELL GROUP, con la intención de fortalecer la capacidad tecnológica de las operaciones que se llevan a cabo en busca de una reactivación del campo. El C.E.C es considerado un campo maduro debido a su baja tasa de producción actual comparada con la inicial, encontrándose en la etapa estabilizada de su curva de declinación además de la baja energía del yacimiento.

## **5. METODOLOGIA**

### **5.1. FASE 1: PLANTEAMIENTO DE LA OPCIÓN REAL**

- Revisión literaria para lograr el entendimiento del concepto de opciones reales y la comprensión de la posible aplicación de este concepto en la evaluación financiera sobre el proyecto en el C.E.C.
- Identificación del proyecto al cual se desea aplicar el estudio; este debía tener una base técnica que permitiera una adecuada evaluación económica.
- Seleccionar el tipo de opción que se puede evaluar a partir de la disponibilidad de información.

### **5.2. FASE 2: ESTRUCTURA DEL CÁLCULO**

En esta fase se pretende establecer la base de cálculo utilizada para obtener el valor presente neto de los dos escenarios. Incluye los elementos particulares que hacen parte del FCD de un proyecto petrolero; los principales cálculos y estimaciones a llevar a cabo en esta fase son los siguientes:

- Flujos de producción dependiendo de la curva de declinación en el tiempo, obtenido a partir de la base de datos de Campo Escuela Colorado.
- Inversión en Opex y Capex (Instalaciones, equipos, mantenimientos, entre otros) a realizar, así como la respectiva depreciación.
- Estructura de impuestos y regalías según las leyes aplicables al caso.
- Identificación de los parámetros propios que conforman la opción real.

### **5.3. FASE 3: FUENTES DE INCERTIDUMBRE**

En esta fase se realizará la estimación de la volatilidad del proyecto.

- El primer paso será la identificación de las principales fuentes de incertidumbre, para tal fin se puede utilizar métodos como la lluvia de ideas, consultas a expertos, revisión de literatura, entre otros.

- Para la modelación de la incertidumbre de la variable “precio del petróleo” se llevará a cabo apoyado en la simulación de monte-carlo, modelando el movimiento browniano con reversión a la media y el movimiento browniano con reversión a la media con saltos, con el propósito de comparar el efecto de estos.

#### **5.4. FASE 4: MODELACION PROBABILISTICA**

Se utilizará simulación de monte-carlo, la cual nos permitirá observar múltiples iteraciones de las variables usadas en el modelo. Para la realización de la simulación de monte-carlo se puede usar herramientas que se encuentran fácilmente en el mercado, tales como *@Risk* o *Cristal Ball*.

Esta sección comprende el montaje de las incertidumbres consideradas en la estructura del cálculo.

#### **5.5. FASE 5: VALOR DE LA OPCIÓN REAL**

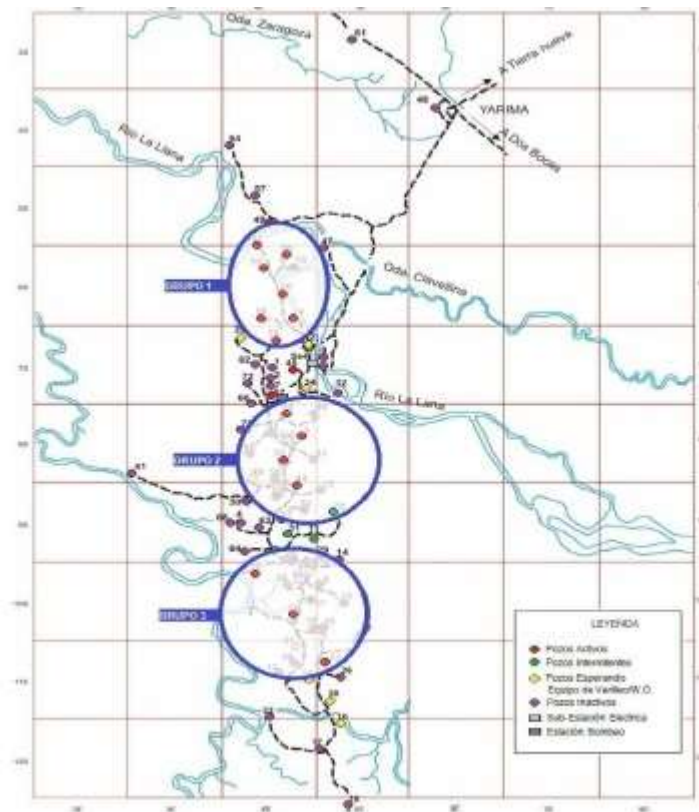
- Evaluación de la opción de espera en campo escuela colorado.
- Evaluación de la opción de espera en condiciones de la industria Colombiana.
- Redacción del documento final, incluyendo el proceso propuesto, conclusiones, recomendaciones y lecciones aprendidas.
- Redacción de un artículo publicable con los principales resultados de la investigación.

## 6. DESARROLLO

### 6.1. PLANTEAMIENTO DE LA OPCIÓN REAL

En el actual trabajo de grado se busca aplicar el enfoque de opciones reales como metodología de evaluación financiera a un proyecto en el que desea implementar la tecnología de levantamiento artificial gas lift para aumentar el flujo de crudo producido en el C.E.C.

Figura 6: Ubicación de los pozos con mejor prospecto para realizar el diseño del sistema gas lift en C.E.C.



Fuente: AMADO, Cristian Fabian. Ingeniería conceptual para la aplicación del sistema gas lift en el campo escuela colorado. Trabajo de grado Ingeniero de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, 2012.

El estudio de factibilidad técnica fue elaborado en el proyecto de grado “Ingeniería conceptual para la aplicación del sistema gas lift en el campo escuela colorado” presentado en el año 2012 por el entonces estudiante de la escuela de ingeniería de petróleos Cristian Fabián Amado Pachón<sup>42</sup>.

El proceso de selección de los pozos candidatos para implementar el sistema de levantamiento artificial inició a partir de una matriz de clasificación y teniendo en cuenta parámetros que representarían el mejor escenario para la aplicación del sistema gas lift, los parámetros fueron divididos en los siguientes tres bloques:

- Bloque 1. Yacimiento: relación del gas-aceite (RGL), producción acumulada del petróleo ( $N_p$ ), presión del fondo fluyendo.
- Bloque 2. Producción: índice de workover (I.W), índice de productividad (J), producción de gas ( $Q_g$ ), producción de agua ( $Q_w$ ), producción neta de líquidos ( $Q_{neta}$ ).
- Bloque 3. Superficie: equipos disponibles, vías de acceso, localización y cercanía entre los pozos y estado actual de estos.

En total, el proyecto comprende 15 pozos, que fueron distribuidos en 3 grupos según el criterio técnico, asignando un compresor por grupo de pozos, cuya capacidad será aprovechada por los pozos de cada grupo aumentando la viabilidad económica. De acuerdo con el plan de ejecución de la gerencia del campo, este podría tener implícitas una cantidad innumerables de opciones. La mayor dificultad se suele tener es saber reconocer las opciones que se pueden ejercer sobre el activo subyacente y una vez identificadas hacer los movimientos adecuados para adquirirlas.

La opción de expansión, cambio de tecnología, piloto, contracción y abandono son los tipos de opciones más comúnmente aplicados en la industria de los hidrocarburos. Sin embargo, para la correcta evaluación del valor agregado de estas opciones, es necesario estimar la volatilidad técnica que se espera del proyecto. En ocasiones, estas estimaciones implican la inversión en información, ya sea comportamiento de una nueva tecnología, reservas existentes y propiedades de yacimiento, entre otras. Teniendo en cuenta la complejidad y/o la disponibilidad de tales estimaciones, se concluyó que la evaluación de este tipo de opciones se encuentra por fuera del alcance de este estudio. Además, analizadas en el contexto

---

<sup>42</sup> AMADO, Cristian. Ingeniería conceptual para la aplicación del sistema gas lift en el campo escuela colorado. Tesis de Pregrado Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, 2012. 148 p.

de precios actuales, tales opciones aunque pueden ser técnicamente viables, pueden no serlo económicamente.

La evaluación de la opción de espera nace como una oportunidad ofrecida por la caída que se ha presentado en los precios del petróleo desde finales del 2014. En el contexto mundial innumerables proyectos se han detenido a causa de la poca rentabilidad que ofrece el operarlos. En consecuencia, la producción de petróleo se ha relegado a campos con altos volúmenes de extracción y bajos costos de levantamiento. De esta manera, se plantea la opción de espera para los pozos en consideración en el presente proyecto. El valor de la opción de espera es el valor agregado que se genera al esperar para invertir en un futuro probable donde el precio del *commodity* es mayor y por lo tanto su extracción es favorable.

## 6.2. ESTRUCTURA DEL CALCULO

**6.2.1. Producción** Con el propósito de conocer la tasa de producción del sistema gas lift se tuvo en cuenta el aumento en la producción debido al cambio de tecnología de extracción lo que en consecuencia genera una curva de declinación acelerada en relación a la histórica. La cual fue calculada en base de los datos históricos de producción de los 15 pozos técnicamente viables, usando la declinación exponencial como método de análisis y proyección.

La tasa de producción hace referencia a la cantidad de barriles que son extraídos en un periodo de tiempo determinado. A partir del estudio técnico realizado por AMADO<sup>43</sup> se espera que el comportamiento de la nueva tasa de producción sea mayor a la obtenida en la anterior tecnología, dado que la nueva tasa de producción es mayor. En la siguiente tabla se presenta el número de barriles que son extraídos usando bombeo mecánico, los barriles a extraer con la tecnología gas lift y la diferencia en la tasa de producción entre las dos tecnologías.

Aunque en el proyecto base se utiliza una tasa de declinación de 15% anual, para la presente evaluación económica es necesario estimar la tasa de declinación de cada pozo con el propósito de obtener una evaluación económica más correcta, dado que el volumen de extracción juega un papel determinante en la evaluación económica.

---

<sup>43</sup> AMADO, Op., cit, p. 77

Tabla 2: Tasa de producción por tecnología y por pozo

GRUPO	# Pozo	Bombeo Mecánico BI/d	Gas Lift (BI/d)	Δ (BI/d)
1	Col 36	20	37,8	17,888
1	Col 37	7	23,52	16,523
1	Col 55	36	143,66	107,663
1	Col 56	10,5	48,33	37,835
1	Col 58	9	39,45	30,455
1	Col 59	20	63,227	43,227
1	Col 74	48,2	64,29	16,091
	Total	150,7	420,277	269,682
2	Col 03	52	80,168	28,168
2	Col 33	15	22,74	7,746
2	Col 40	17	53	36,005
2	Col 44	33	61,27	28,276
2	Col 76	5	17,8	13,809
	Total	122	234,978	114,004
3	Col 23	23	49,09	26,09
3	Col 24	18	57,38	39,38
3	Col 70	3	11,75	9,759
	Total	44	118,22	75,229
	Σ Total	316,7	773,475	458,915

Fuente: Modificado de AMADO, Cristian. Ingeniería conceptual para la aplicación del sistema gas lift en el campo escuela colorado. Tesis de Pregrado Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, 2012. 148 p.

Para tal fin se usa una curva de declinación exponencial en base en el comportamiento mensual histórico de cada uno de los pozos en consideración. Primero se obtiene el valor de la tasa de declinación histórica, esta tasa puede ser usada para proyectar el comportamiento si se sigue usando la tecnología actual y para calcular la tasa de declinación para la nueva tecnología. La tasa de declinación para gas lift es mayor debido al aumento en la tasa de producción, para su cálculo se utiliza la ecuación para calcular la tasa de declinación acelerada. A continuación se muestra el ejemplo con el pozo Col 03.

$$D^a = \frac{q_i^a}{q_i} D$$

$$D^a = \frac{80,168}{52} * 0,007$$

$$D^a = 0,0108$$

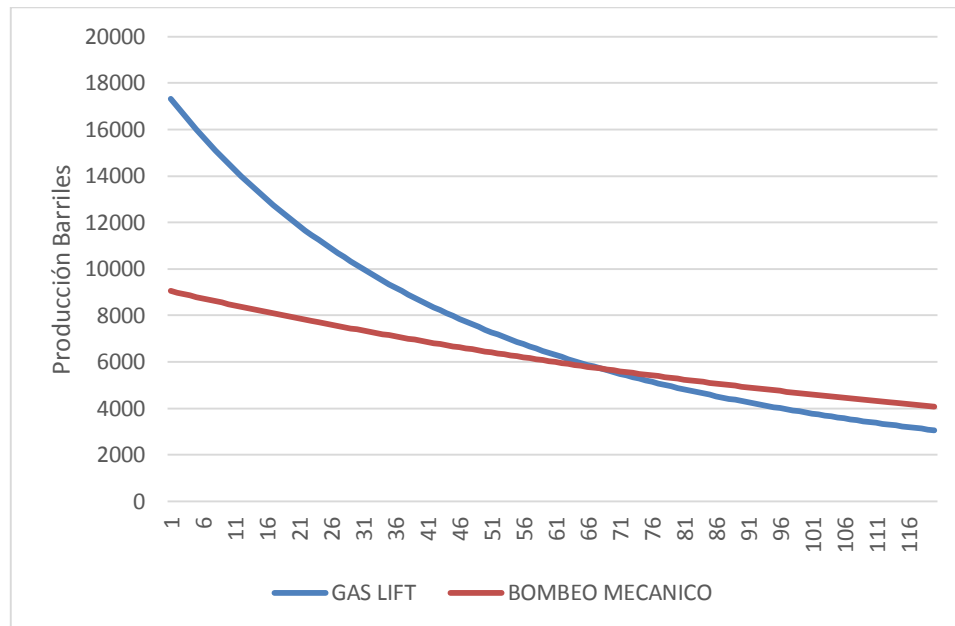
Tabla 3: Declinación histórica y acelerada por pozo

# Pozo	Bombeo Mecánico (Bl/d)	Gas lift (BL/d)	$\Delta$ Bl/d	Declinación Histórica	Declinación Acelerada
Col 36	20	37,8	17,888	0,004	0,0076
Col 37	7	23,52	16,523	0,004	0,0134
Col 55	36	143,66	107,663	0,009	0,0359
Col 56	10,5	48,33	37,835	0,007	0,0322
Col 58	9	39,45	30,455	0,004	0,0175
Col 59	20	63,227	43,227	0,005	0,0151
Col 74	48,2	64,29	16,091	0,004	0,0053
Col 03	52	80,168	28,168	0,007	0,0108
Col 33	15	22,74	7,746	0,005	0,0076
Col 40	17	53	36,005	0,009	0,0281
Col 44	33	61,27	28,276	0,009	0,0167
Col 76	5	17,8	13,809	0,007	0,0249
Col 23	23	49,09	26,09	0,01	0,0213
Col 24	18	57,38	39,38	0,01	0,0319
Col 70	3	11,75	9,759	0,01	0,0294

Una vez obtenidos estos datos es posible proyectar el comportamiento de la extracción con ambos métodos. La figura 7 permite observar el margen de crudo agregado producido al implementar la nueva tecnología. Este volumen de extracción es usado para la evaluación económica ya que la implementación debe hacerse si y solo si el aporte marginal de la nueva tecnología es económicamente atractivo. Para este cálculo se tiene en cuenta que el aporte marginal de cada pozo va hasta el momento en el que su proyección usando gas lift cruza su proyección usando bombeo mecánico. La figura presenta el aporte total de los 15 pozos al sumar el margen de cada uno. El cruce de las proyecciones ocurre en el mes 68, es hasta este punto de tiempo donde se presenta un aporte marginal total por parte de la nueva tecnología con respecto a su predecesora. En consecuencia, la evaluación económica se proyecta a 68 meses.

Es posible que a pesar de que el estudio técnico arroje un resultado positivo concerniente a la viabilidad técnica del proyecto, aun exista incertidumbre técnica, aunque sea mínima, solo puede ser reducida con pruebas de campo.

Figura 7: Margen de producción bombeo mecánico vs gas lift



**6.2.2. Capex** Las principales inversiones en capex están relacionadas con obras civiles, tubería de recolección de la red de recolección de gas, compresores, equipo del sistema de levantamiento y puesta en marcha del sistema. Debido a la confidencialidad que manejan las empresas proveedoras de los equipos y servicios, es necesario estimar la inversión en capex del proyecto de grado de Amado<sup>44</sup> y el proyecto de Carrascal y Diaz<sup>45</sup>, el valor estimado es de 1.693.271 \$USD. Aplicables para depreciación corresponden 907.000 \$USD.

<sup>44</sup> AMADO, Op., cit, op.

<sup>45</sup> CARRASCAL, Andres; DIAZ, Guillermo. Evaluación técnico-financiera de la inyección de gas caliente en campo escuela colorado como sistema de levantamiento artificial. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, 2015 170 p.

**6.2.3. Opex** A petición de la oficina de C.E.C. y por razones de confidencialidad de información para con los interesados en el proyecto C.E.C, los costos de operaciones se resumieron en el costo de levantamiento o mejor conocido como lifting cost en inglés. Este rubro es de \$79,61 USD/bl promedio de 2010 a 2013 para C.E.C., según la oficina de C.E.C. en el contexto de la industria petrolera Colombiana este valor es de \$20 USD/bl en promedio. La gran diferencia que presenta el lifting cost en C.E.C en comparación con la industria Colombiana se debe a la inclusión de costos relacionados con investigaciones, desarrollo de proyectos, salidas de campo, trabajo con comunidades, entre otros. Para efectos de un mejor análisis y por causa de la gran diferencia que existe entre el costo de levantamiento en la industria y el de C.E.C. se incluyeron dos escenarios, para el primero de ellos dicho rubro es de \$79,61 USD/Bbl, para el segundo escenario este valor es de \$20 USD/Bbl.

Tabla 4: Factores de Valoración del crudo de Campo Escuela Colorado 2013

Factores de valoración marzo 2013	US\$/Bbl
Precio crudo vasconia (US\$/Bbl)	106,4
Ajuste por calidad	1,68
Tarifa de transporte	
Tarifa de operación portuaria	-0,611
Galán - Ayacucho	-2,1011
Ayacucho - Coveñas	-2,0775
Impuesto de transporte	
Galán - Ayacucho	-0,1261
Ayacucho - Coveñas	-0,1247
Tarifa por tratamiento	-0,6
Tarifa por exportación	-1,5
Precio crudo colorado (US\$/Bbl)	100,9396

Fuente: Oficina de Campo Escuela Colorado.

El costo relacionado al ajuste de calidad y transporte se aprecian en la tabla 4, se conoce que el termino precio vasconia hace referencia al precio WTI (West Texas Intermediate). Tal rubro se descuenta del precio WTI para efecto de hacer los respectivos cálculos. En total se deben restar \$5,44 USD al precio WTI.

**6.2.4. Regalías** El artículo 332 de la constitución política de Colombia menciona que “El estado es propietario del subsuelo y de los recursos naturales no renovables, sin perjuicio de los derechos adquiridos y perfeccionados con arreglo a las leyes preexistentes”. De la misma manera, en el Artículo 360 de la constitución política de Colombia se define la regalía como “contraprestación económica de propiedad del estado que se causa por la explotación de un recurso natural no renovable”.

El artículo 16 de la ley 456 de 2002 el cual modifica el artículo 16 de la ley 141 de 1994, establece los montos de las regalías por la explotación de los recursos naturales no renovables e hidrocarburos de propiedad nacional. La presente ley contempla que para una producción igual o menor a 5000 BPD, el cual es el caso del presente proyecto, las regalías son del 8%.

El artículo 52 de la resolución 181495 de 2009 establece “por expresa disposición legal y salvo en los casos en los que se exceptúa en tal disposición, todo desperdicio quema o emisión de gas a la atmósfera está prohibida y es objeto del pago de regalías”. En consecuencia para el Campo Escuela Colorado la suma total de regalías a pagar por explotación de recursos naturales y por quema de gas en la tea es del 20%.

**6.2.5. Tasa de interés** El cálculo de la tasa de interés se realiza en el Anexo 1 con respecto al documento “Metodología del cálculo de los WACC para la actividad mayorista y minorista” del Ministerio de Minas y Energía de la República de Colombia.” Conocido como el costo del dinero en el tiempo es 10,38% anual, para aplicación en el presente estudio se utiliza su tasa equivalente mensual de 0,826 %.

**6.2.6. Valor del activo y precio del ejercicio.** El valor del activo subyacente es el valor presente neto de los ingresos del proyecto durante la vida de este. El precio del ejercicio comprende los costos en los que se incurre para tener accesos a la opción, en primera instancia se consideran los costos de operación y la inversión en capex, los cuales hacen parte del cálculo implícito en el flujo de caja descontado. Para la opción de espera de debe tener en cuenta el efecto que tiene en el VPN del proyecto la pérdida de valor de dinero en el tiempo en la que se incurre al posponer el inicio de la campaña.

**6.2.7. Tiempo de maduración.** Generalmente, las empresas operadoras poseen licencias de extracción a determinado horizonte de tiempo, entre otros asuntos la licencia marca el tiempo para el cual debía haber extraído crudo por primera vez. En estas circunstancias, el tiempo de maduración de la opción de espera es desde el momento en que las instalaciones están listas para extraer hasta el día marcado en la licencia para que se dé la primera extracción. Cabe recordar que por tratarse de una opción tipo americana, la decisión de invertir puede darse en cualquier momento dentro del tiempo de maduración. La duración de la licencia puede llegar a ejercer un decrecimiento en el valor del proyecto en el caso de la opción de espera, ya que si se pospone la inversión, la vida del proyecto se reduce a causa de la proximidad de la fecha de expiración de la licencia.

### **6.3. FUENTES DE INCERTIDUMBRE**

A partir de la consulta a expertos y la revisión de literatura las variables que aportan mayor incertidumbre e interfieren en mayor medida en la viabilidad de este son la tasa de producción y el precio del petróleo; los cuales se relacionan de manera directa con la incertidumbre técnica y financiera respectivamente. Debido a que la predicción de la incertidumbre técnica mantiene su complejidad en relación al conocimiento técnico que amerita, se encuentra fuera del alcance del presente estudio. Por lo tanto, la incertidumbre que influye en la evaluación financiera es alimentada únicamente por el precio del crudo siguiendo el marcador WTI.

**6.3.1. Precio del petróleo – Incertidumbre financiera** El precio del petróleo es la principal fuente de incertidumbre financiera, su comportamiento estocástico, ha sido el centro de estudio de innumerables analistas que pretenden encontrar una manera de modelar apropiadamente su comportamiento y de esta manera acercarse a su valor futuro. Como menciona Dias<sup>46</sup> siguiendo los modelos de opciones financieras de Black-Scholes-Merton<sup>47</sup> y Paaddock-Sieguel-Smith<sup>48</sup> el activo subyacente que es el valor de la reserva desarrollada pero que podría ser el precio del crudo mismo, sigue una clase de caminata aleatoria conocida como movimiento geométrico browniano o GBM por las siglas en inglés de geometric brownian motion.

La principal restricción que suele presentar para la modelación de los precios de la variable es la escasa accesibilidad a los datos históricos de dicha variable. Por

---

<sup>46</sup> DIAS, Marco. Mean reverison models. Real Option in Petroleum. [Citado el 15 de Agosto de 2015] Disponible en <http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/revers.html>

<sup>47</sup> MERTON, Robert. "On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation." *En*: Journal of financial economics. Mayo – Junio 1980, vol. 8, no. 4, p. 323-361

<sup>48</sup> PAADOCK; SIEGUEL; SMITH. Op., cit p. 486

fortuna, el precio del petróleo, que para este caso es asumido por el marcador WTI es transado en la bolsa de NASDAQ y su valores históricos pueden ser consultados fácilmente.

En el contexto de las variaciones del precio del crudo, el surgimiento de información en intervalos de tiempo, genera ajustes marginales en los precios. Este efecto es modelado con un proceso de difusión continua; al cual se le conoce también como mean-reversion o reversión a la media, esta es una consideración natural para commodities donde se espera que a pesar de las variaciones a corto-placitas su comportamiento tienda hacia un valor medio en el futuro. Dentro de las principales fuerzas que motivan esta premisa se encuentra la interacción entre demanda y oferta, así como también indicadores de nuevos descubrimientos, inventarios, tasas de declinación, entre otros. En otras palabras, aunque los precios del petróleo son sensibles a oscilaciones de corto plazo, la tendencia normal es volver a una media de largo plazo.

Por otro lado la llegada de información anormal o noticias muy importantes genera saltos estocásticos discretos, que son modelados mediante procesos de poisson. Tales saltos pueden ser tanto hacia precios más altos como más bajos. A lo largo de los años saltos eventuales en los precios del petróleo han ocurrido en cuestión de semanas como consecuencia de sucesos impredecibles. Entre 1973 y 1974 la guerra de Yom Kipur protagonizada por Israel y los estados Árabes llevo a la perdida de producción por parte de las naciones productoras en el medio Oriente. Este conflicto elevó el precio del petróleo de \$3 a \$12 USD por barril. Entre 1979 y 1980 la guerra entre Irak e Irán impulso nuevamente el precio del crudo de \$14 a \$35 USD en poco menos de dos años. En 1986 Arabia incremento agresivamente su producción diaria, ejerciendo una sobre oferta en el mercado lo que conlleva a un precio de \$10 USD para mitad de año. En 1990 la invasión a Kuwait por parte de Irak redujo la producción en el medio oriente impulsando nuevamente los precios de crudo a \$36 USD en un año; en 1991 la derrota Iraquí redujo los precios nuevamente alrededor de \$20 USD. En 1997 y 1998 los precios se redujeron a \$10 USD, rápidamente guiados por el aumento en la producción de la OPEC. En 1999 la producción de la OPEC decayó nuevamente con cortes lo suficientemente amplios como para elevar el precio nuevamente a \$25 USD. El año 2001 el precio del petróleo presentaba una caída hasta la llegada de los ataques terroristas del 11 de Septiembre causaron una caída del 35% para Noviembre de mismo año. En el 2002 cortes en producción por miembros de la OPEC entre ellos Arabia y Rusia. El año 2003 marca el inicio de una tendencia muy diferente a la cualquier antes presentada, la perdida de producción por parte de Venezuela e Irak junto con la creciente demanda de energía a nivel mundial y la reducción de inventarios en Estados Unidos llevo a un aumento continuo durante el 2005, 2006 y 2007; en Julio 3 del 2008 siendo cotizada en el NYMEX el precio del crudo alcanzó un valor record

de \$145,29 USD; ante la recesión ocurrida en este mismo año el precio decayó hasta un valor de \$40 USD para Diciembre del mismo año. El 2009 comenzó con un crecimiento continuo junto a un salto incremental más de \$100 USD para principios de 2011. En 2014 frecuentes condiciones económicas de Estados Unidos y China, además de la decisión de Arabia Saudita de mantener sus altos volúmenes de producción, el precio del petróleo cayó a valores alrededor de \$45 USD para inicios de 2015 con una leve recuperación a precios alrededor de \$60 USD que descendió nuevamente a valores por debajo de los \$50 USD para mitad del mismo año.

Una de las tareas más complejas es la selección del intervalo de tiempo seleccionado como datos históricos, debido a que la volatilidad es una variable que cambia con el tiempo; así, datos muy antiguos no son útiles para las predicciones deseadas. Como menciona Hull<sup>49</sup> la regla comúnmente aceptada es utilizar un intervalo de tiempo al menos igual al tiempo que se espera predecir. Para la presente evaluación se espera predecir hasta 8 años y 8 meses. En concordancia a lo anterior se deben usar al menos este mismo periodo de datos históricos para el cálculo de los parámetros a usar en el modelo.

De acuerdo a los datos históricos, el precio del petróleo antes del 2003 presentaba una media de precios cercanos a los \$30 USD, después del 2003 la tendencia de los precios del petróleo fue al alza manteniéndose con una media cercana a los \$80 USD. Por tal razón los datos útiles para hacer la predicción de precios serán desde Enero del 2003 hasta la actualidad, en lo que se cumplen los doce años históricos para predecir la serie de tiempo futuras. Desde los años 70 hasta el 2003 se presentaron cinco saltos hacia arriba (1974, 1979, 1990, 1999, 2002) y cuatro saltos hacia abajo (1986, 1991, 1997, 2001) completando nueve saltos en 33 años.

---

<sup>49</sup> HULL, John. Options, futures, and other derivatives. 7 ed. India. Pearson Education International, 2006. 814 p

**6.3.2. Movimiento geométrico browniano - reversión a la media – reversión a la media con saltos** El movimiento geométrico browniano más conocido como GBM por las siglas en inglés de geometric brownian motion, es un modelo estocástico aplicado ampliamente en la literatura financiera para modelar la dinámica de los precios de *commodities*, tales como petróleo, oro, gas, etc. Fue utilizado por Brennan and Schwartz<sup>50</sup> para modelar el precio del crudo como una componente en la valoración para inversiones en recursos naturales. La ecuación diferencial que describe el GBM es:

$$dP = \mu dt + \sigma P dz$$

Donde:

$dz$  = Representa el incremento del proceso Gauss-Wiener.

$\mu$  = Representa la tendencia.

$\sigma$  = Representa la volatilidad

Dentro de las principales características del MGB se encuentra que:

- Es un proceso de markov.
- Sus incrementos aleatorios son independientes al historial de incrementos.
- La distribución de probabilidad es log-normal evitando darle probabilidades positivas a precios negativos.

El modelo browniano con reversión a la media, en adelante MRM, es una variación del movimiento browniano, siendo usado en la literatura financiera para aplicaciones a las opciones reales por Dias<sup>51</sup>, Lima y Suslick<sup>52</sup>. Puede ser descrito matemáticamente con la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dP = \eta P(\bar{P} - P)dt + \sigma P dz$$

Dónde:

$\bar{P}$  = equilibrio del precio del petróleo a largo plazo

$\eta$  = La velocidad de reversión

$P$  = precio del petróleo actual

$dP$  = Representa el cambio en el precio

---

<sup>50</sup> BRENNAN, Michael; SCHWARTZ, Eduardo. Evaluating natural resource investments. En: The Journal of Business 58, 135–157. 1985

<sup>51</sup> DIAS. Op., cit, p. 100.

<sup>52</sup> LIMA; SUSLICK, Op. cit. 130

Según Costa Lima y Suslick<sup>53</sup> “este modelo tiene más significado económico puesto que no permite que el precio se mueva hacia arriba o hacia abajo de manera permanente, sino que oscila alrededor de una media”, lo cual hace sentido con las fuerzas de demanda y oferta que experimenta el mercado. Así, si el precio del petróleo se encuentra por encima del equilibrio o media a largo plazo, se producirá la entrada nuevos competidores que aumentarán el suministro y halarán el precio hacia la media. Por el otro lado, si el precio se encuentra por debajo del precio de equilibrio, los productores abandonarán el mercado reduciendo el suministro y en consecuencia el precio será halado hacia la media.

El modelo de reversión a la media con saltos es un proceso estocástico propuesto por Dias y Rocha<sup>54</sup>, donde se recomienda la adición de saltos eventuales al modelo de reversión a la media, para simular las variaciones drásticas en el precio del petróleo producidas por eventos anormales, tales como conflictos diplomáticos, guerras, escases de inventarios, etc. Además mencionan que el modelo con saltos hace más sentido que el MRM, y el GBM dado que considera los eventos modelados por MRM junto con saltos eventuales en los precios. Matemáticamente el proceso se modela con la siguiente ecuación diferencial. Donde  $dq$  es el factor discreto que modela los saltos usando el proceso de poisson.

$$dP = \eta P(\bar{P} - P)dt + \sigma Pdz + Pdq$$

Para Hull<sup>55</sup> el intervalo de tiempo de valores históricos que deben ser usados para predecir los precios del petróleo, debe ser al menos igual al número de años que se desea proyectar. La estimación de los parámetros para la predicción de los precios del petróleo usando el movimiento browniano con reversión a la media y el movimiento browniano con reversión a la media con saltos, se logra a partir de los promedios mensuales del precio del petróleo desde Enero de 2003 hasta Agosto de 2015.

---

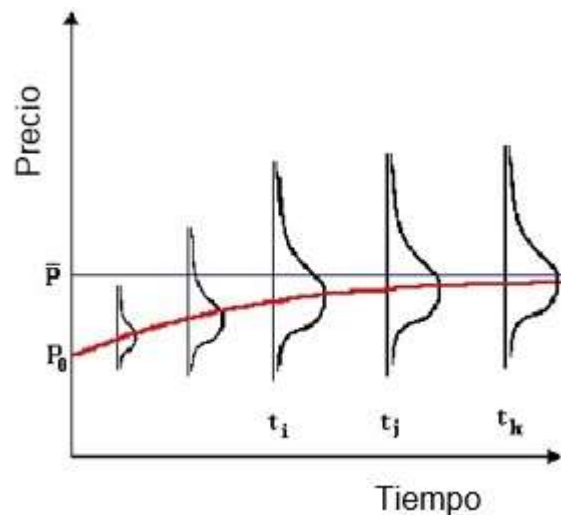
<sup>53</sup> Ibid, p. 132.

<sup>54</sup> DIAS, Marco; ROCHA, Katia. Petroleum concessions with extendible options using mean reversion with jumps to model oil prices. En: 3rd Real Options Conference. Marzo 1999. p. 1-27.

<sup>55</sup> HULL. Op., cit, p. 814

**6.3.3. Media de largo plazo** Es el valor medio al que tiende el precio del petróleo en el futuro. La proyección estática de la variable hacia la media de largo plazo ocurre gracias al comportamiento de reversión a la media que analizaremos posteriormente.

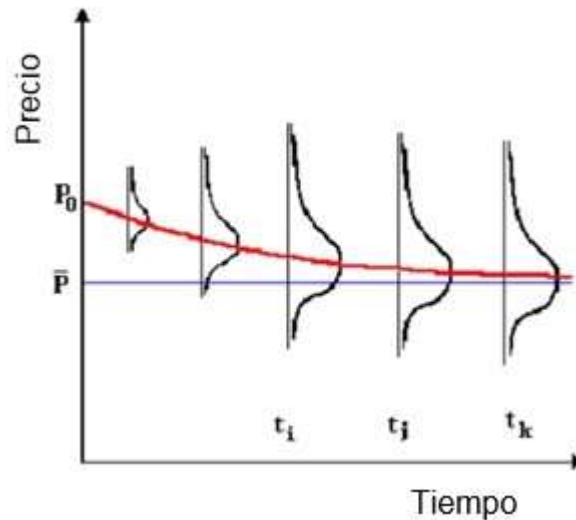
Figura 8: Media de largo plazo mayor a precio actual



Fuente: Modificado de DIAS, Marco. Mean reversion models. Real Option in Petroleum. [Citado el 15 de Agosto de 2015] Disponible en <http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/revers.html>

En las figuras 8 y 9 se observa la manera en que el comportamiento estático de la tendencia busca acercarse a la media de largo plazo a medida que esta avanza en el tiempo, ya sea que la media de largo plazo ( $\bar{P}$ ) se encuentre por encima del valor actual ( $P_0$ ) o por debajo de este. De la misma manera se parecía que la distribución de probabilidad posee una mayor desviación a medida que avanza el tiempo, este fenómeno se debe a que las proyecciones posteriores como  $t_k$  están atadas a proyecciones predecesoras como  $t_j$  y estas a su vez están atadas a  $t_i$ .

Figura 9: Media de largo plazo menor a precio actual



Fuente: Modificado de DIAS, Marco. Mean reversion models. Real Option in Petroleum. [Citado el 15 de Agosto de 2015] Disponible en <http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/revers.html>

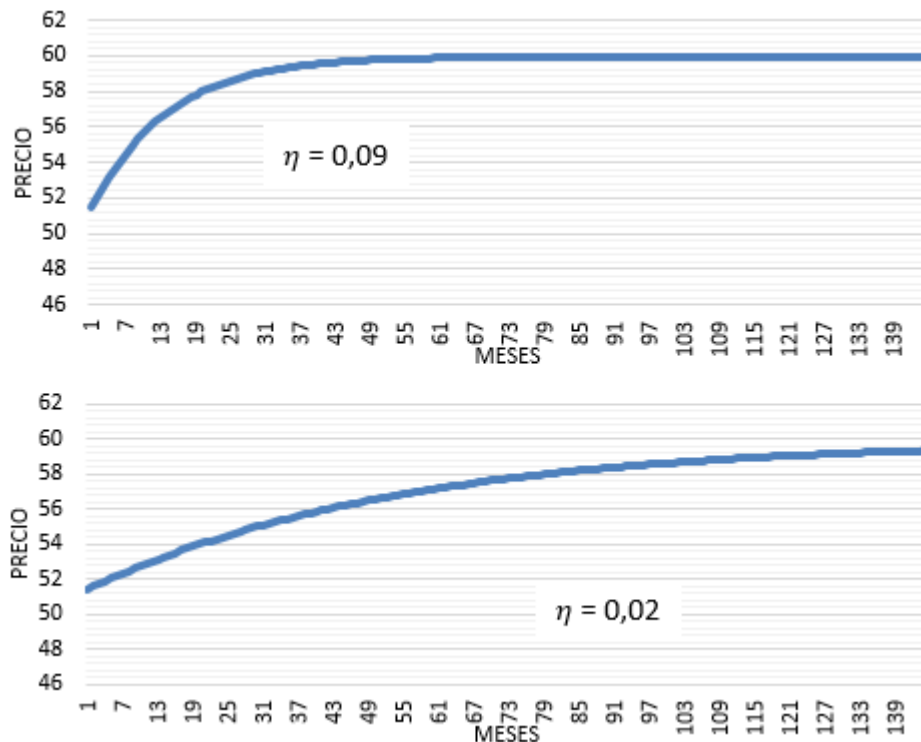
El valor utilizado es tomado de la negociación de futuros del petróleo que se tranzan en el CME group (Chicago Mercantile Exchange Group) para Diciembre del 2023, este es el valor más lejano del que se pueden encontrar transacciones en el horizonte de tiempo. Esta media de largo plazo ofrece una ventana de tiempo de 8 años y 4 meses para realizar las proyecciones. Hay que tener en cuenta de que 8 años en el futuro ofrece un ventana de tiempo suficiente para la evaluación del proyecto que es de 5,6 años (68 meses) y además permite evaluar la opción de espera por hasta tres años más. El valor de la media de largo plazo es de \$62,46 USD <sup>56</sup>.

---

<sup>56</sup> CME GROUP, Crude oil futures quotes. [citado el 15 de Septiembre de 2014] Disponible en: <http://www.cmegroup.com/trading/energy/crude-oil/light-sweet-crude.html>

**6.3.4. Reversión a la media** Se entiende como la velocidad a la que la serie de tiempo vuelve a la media. En relación con las figuras 8 y la figura 9, la velocidad de reversión a la media se refleja en la rapidez con la que el precio del crudo tiende a acercarse a la media de largo plazo. En la figura 10 se ve el efecto que se produce en la evolución estática de los precios al utilizar diferentes valores para la velocidad de reversión a la media manteniendo los demás parámetros constantes. Los valores utilizados en el ejemplo de la figura 10 son arbitrarios con el propósito de representar gráficamente el efecto de este parámetro en la proyección. Se puede interpretar que el cambio en la velocidad de reversión a la media implica que el precio del crudo se acerque a la media de largo plazo con mayor o menor prontitud.

Figura 10: Efecto de la velocidad de reversión.



La velocidad de reversión a la media puede ser descrita por la siguiente ecuación.

$$x_t = x_{t-1} - b[x_{t-1} - E(x)] + \varepsilon_t$$

Donde:

$E(x)$ : Valor medio esperado de la variable aleatoria  $x$

$b$ : Velocidad con la que se aproxima la variable  $x$  a su valor medio.

Esta puede alterarse para que sea similar a la de un modelo auto-regresivo.

$$x_t = (1 - b)x_{t-1} + bE(x) + \varepsilon_t$$

Donde  $\alpha$  es igual a  $bE(x)$  y  $\beta$  es igual a  $(1 - b)$

$$x_t = \alpha + \beta x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Para el cálculo de la velocidad de reversión a la media se construyeron dos columnas paralelas, una del precio WTI ( $x_t$ ) y otra desfasada un periodo ( $x_{t-1}$ ). Se calcula el valor medio de ambas columnas y el valor de su desviación típica. A continuación se obtiene la covarianza de las dos series de tiempo multiplicando la diferencia de cada valor con su media por la diferencia del valor de la otra columna con su media. Así, obtenemos el valor medio de la covarianza, este valor se divide por el valor de la varianza de la columna ( $x_{t-1}$ ); de esta manera obtenemos el valor del coeficiente  $\beta$ .

Tabla 5: Calculo de velocidad de reversión a la media

Concepto	Precio WTI $x_t$	Precio WTI $x_{t-1}$	Covariancia
Media	73,6777483	73,82586667	712,8034537
Desviación	27,1916003	27,22150628	
Variancia	739,38313	741,0104043	
Beta	0,96193447		
Velocidad de Reversión	0,03806553		

Finalmente se conoce que la velocidad ajuste o velocidad de reversión a la media es:

$$b = 1 - \beta = 1 - 0,9619 = 0,038$$

**6.3.5. Volatilidad** Es una medida de la incertidumbre de una variable. Para efectos del actual estudio se toma la volatilidad como la desviación de los retornos, los cuales son calculados de la siguiente manera.

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

Donde  $S_i$  es el valor de la variable en el periodo  $i$ , por lo cual  $u_i$  se considera como el retorno en el periodo  $i$ . La desviación estándar de los retornos está dado por:

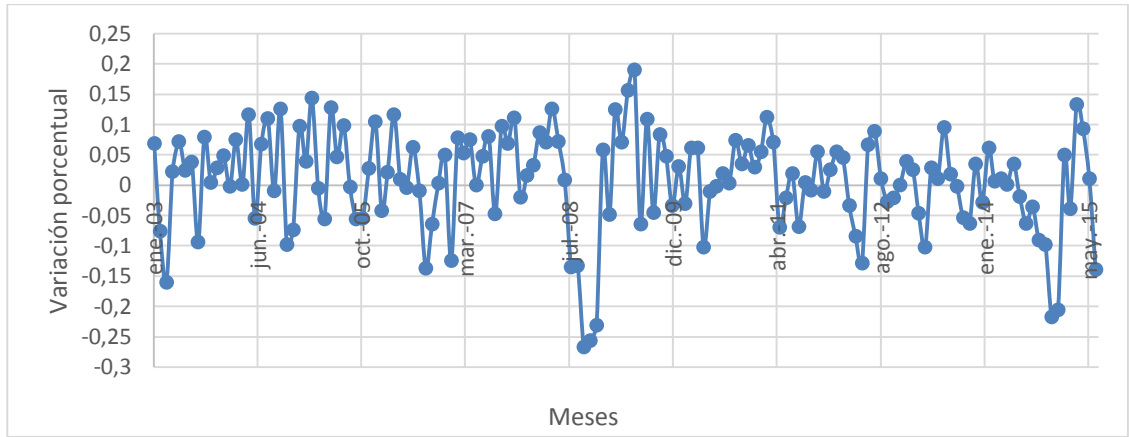
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2}$$

Trabajar la incertidumbre como la desviación de los retornos permite evitar caer en errores producidos por las variaciones absolutas de la variable, además de hacer estacionaria la serie de datos. Reemplazando los parámetros en la fórmula se obtiene el valor de entrada en la desviación estándar del modelo, la cual es 0,0849.

**6.3.6. Proceso de difusión de saltos** Los parámetros requeridos para la simulación de los saltos son: probabilidad de salto, media del tamaño del salto y desviación del tamaño del salto. Para estimar estos parámetros se inicia con una identificación de los saltos en la serie de tiempo. La identificación de los saltos podría hacerse de dos maneras, la primera de ellas es tomar los cambios mes a mes como el valor absoluto del cambio o se podría tomar como el valor porcentual de este. Un aumento en el precio de \$5 USD a partir de un precio de \$100 USD genera un cambio porcentual de tan solo 5%, mientras que un cambio de igual magnitud a partir de un precio de \$30 USD genera un salto de 16,67 %. Es por esta razón que la perspectiva de cambio porcentual en el precio del petróleo es más realista en referencia al efecto del cambio, que si se consideran las variaciones como un valor absoluto. Los saltos eventuales para el presente análisis se consideraron en términos de cambios porcentuales, ósea cambios comparativos respecto a su valor previo.

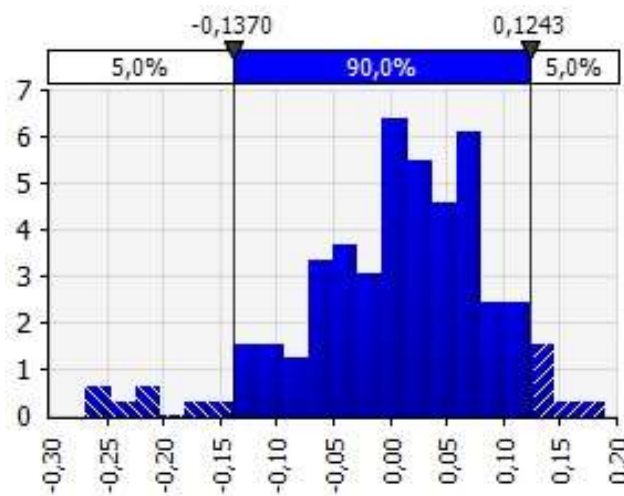
En primera instancia, se toma el promedio mensual desde Enero de 2003 a Agosto de 2015 del marcador WTI, se calcula el cambio porcentual con respecto al valor inmediatamente anterior. La figura 11 revela las variaciones en el periodo de tiempo abarcado, se evidencian cambios relevantes en la zona media de la gráfica, expresando las grandes variaciones porcentuales que tuvieron lugar mes a mes a finales del 2008 e inicios del 2009, entre otras.

Figura 11: Variación porcentual histórica mes a mes.



Se realiza un ajuste a las variaciones de datos obtenidas con el fin de conocer su comportamiento en términos de distribución de probabilidad.

Figura 12: Distribución de probabilidad ajustada para serie de cambios porcentuales



En la caracterización inicial de los cambios porcentuales, se realizó un ajuste de distribución de probabilidad a la serie de datos en la figura 12. Es claro que los movimientos porcentuales no siguen una distribución normal, además que se encuentran sesgados hacia valores positivos; este comportamiento sesgado es producido por la tendencia alcista que presenta la serie de tiempo y no es tomado

en cuenta en la simulación, sin embargo esta tendencia es marcada por la media de largo plazo mayor al precio actual a la que tienden los precios en el futuro. Se acota el 90% de los datos centrales de la distribución, así se revelan los valores que en adelante se consideran como atípicos al hacer parte del extremo 5% negativo y el extremo 5% positivo. En conclusión. Los límites sobre los cuales se reconocen los cambios atípicos en el marcador WTI son cambios porcentuales negativos menores a -13,70% y cambios porcentuales positivos mayores al +12,43%.

En total se encontraron 7 saltos hacia arriba y 8 saltos hacia abajo del total de 152 datos históricos; la media de los saltos hacia arriba es de 14,27% con una desviación de 2,35%, la media de los saltos hacia abajo es de -20,21% con una desviación de 5,10%. De esta manera obtenemos los parámetros para la simular los saltos de poisson.

Tabla 6: Parámetros de entrada simulación de saltos.

Concepto	Salto hacia arriba	Salto hacia abajo
Probabilidad de ocurrencia de salto	0,04635	0,05298
Media	14,27%	-20,21%
Desviación	2,35%	5,10%

Los saltos son modelados por medio de la inclusión de la función binomial que marca la ocurrencia de los saltos en la estructura de cálculo del ejercicio. Con el objetivo de llevar a cabo la simulación, se debe transformar la ecuación diferencial del MRM a su forma discreta. Dias<sup>57</sup> muestra que la ecuación se convierte en:

$$P_t = \exp \left\{ [\ln(P_{t-1}) * \exp(-n\Delta t)] + [\ln(\hat{P}) * (1 - \exp(-n\Delta t))] \right. \\ \left. + \left[ \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2n\Delta t)}{2n}} N(0,1) \right] - \left[ (1 - \exp(-2n\Delta t)) \frac{\sigma^2}{4n} \right] \right\}$$

Donde:

<sup>57</sup> DIAS, Marco. Monte Carlo simulation of mean reversion. Real options in Petroleum. [Citado el 10 de Agosto de 2015] Disponible en [http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/sim\\_stoc\\_proc.html](http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/sim_stoc_proc.html).

- $\hat{P}$  = Equilibrio del precio del petróleo a largo plazo.  
 $P_{t-1}$  = Precio de cierre inmediatamente anterior.  
 $n$  = La velocidad de reversión.  
 $P_t$  = Precio del petróleo actual.  
 $\sigma$  = Representa la desviación estándar mensual en el precio WTI.

En la anterior ecuación el primer y segundo término hace referencia a la tendencia, pesando la media de largo plazo y el precio de inicio de la simulación. El tercer término de la ecuación es el estocástico que genera su valor a partir del resultado de la distribución normal estándar. El cuarto término es el ajuste convexo o ajuste desigual de la tendencia de Jensen.

La simulación de los precios en el modelo MRM con saltos se llevó a cabo con base en la siguiente ecuación, dado que este modelo también sigue un proceso de reversión a la media. Para la simulación de los saltos se añadieron dos términos, el primero de ellos describe el tamaño del salto positivo con su respectiva media y desviación, mientras que el segundo término describe el tamaño del salto negativo una vez más con su respectiva media y desviación.

$$P_t = \exp \left\{ \begin{aligned} & [\ln(P_{t-1}) * \exp(-n\Delta t)] + [\ln(\hat{P}) * (1 - \exp(-n\Delta t))] \\ & + \left[ \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2n\Delta t)}{2n}} N(0,1) \right] - \left[ (1 - \exp(-2n\Delta t)) \frac{\sigma^2}{4n} \right] \\ & + [\Psi * N(\Lambda, \tau) * P_{t-1}] - [\Pi * N(\Omega, \mu) * P_{t-1}] \end{aligned} \right\}$$

Donde:

$\Psi$ : Probabilidad de ocurrencia del salto positivo.

$\Lambda$ : Media del salto positivo.

$\tau$  : Desviación del salto positivo.

$\Pi$  : Probabilidad de ocurrencia del salto negativo.

$\mu$  : Desviación del salto negativo.

$\Omega$ : Media del salto negativo.

**6.3.7. Predicción del marcador WTI mediante el modelo MRM** En la figura 13 se puede observar un escenario del comportamiento mensual del precio seguido por el marcador WTI. Se aprecia que los movimientos seguidos por el precio tienden hacia una media de largo plazo, se ve claramente la corrección hacia dicha media. Además, las variaciones no suelen ser muy pronunciadas ni sus movimientos corregidos de un mes a otro; antes bien, se requiere de varios meses para que la variable se acerque a la media de largo plazo.

Figura 13: Escenario Modelo MRM

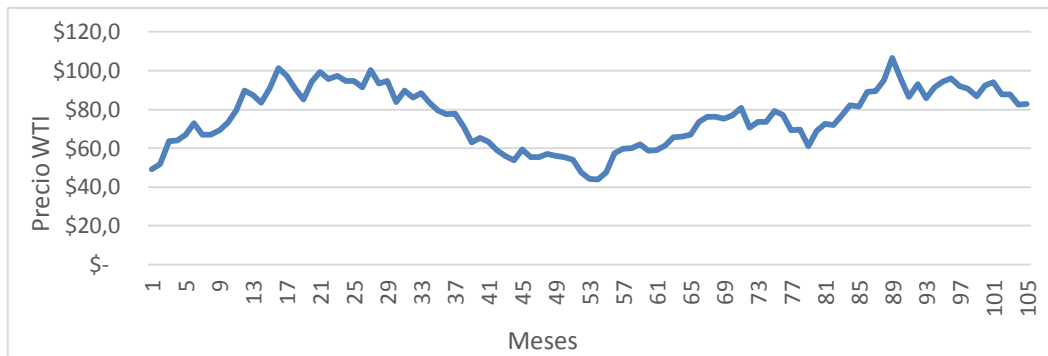
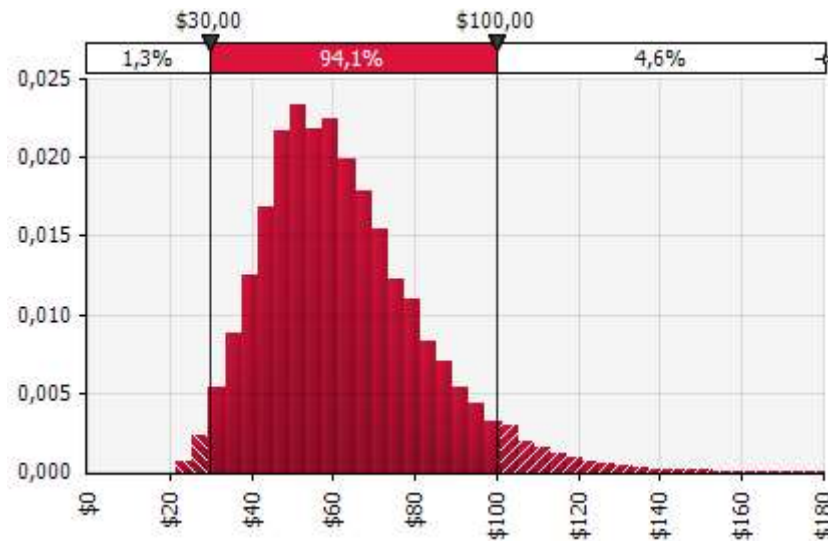


Figura 14: Distribución de probabilidad Diciembre de 2023 modelo MRM.



La distribución de probabilidad generada después de 10,000 iteraciones para la modelación del precio del crudo WTI para Diciembre de 2023 se aprecia en la figura 14, la distribución posee una forma log-normal evitando asignar probabilidad a valores negativos. Se puede observar que según el resultado arrojado por este modelo, hay tan solo un 1,3% de probabilidad de que el precio caiga por debajo de \$30 USD. Además, solo existe un 4,6% de probabilidad de que el precio suba por encima de \$100 USD. Se resalta que el máximo valor posible es de \$181,03 USD y que el mínimo es de \$21,65 USD.

Tabla 7: Estadística descriptiva MRM Diciembre de 2023

CONCEPTO	VALOR
Minimo	\$ 21,65
Maximo	\$ 181,03
Media	\$ 62,50
Moda	\$ 46,57
Mediana	\$ 59,69
Desviación	\$ 16,50
Sesgo	0,92
Kurtosis	4,3957

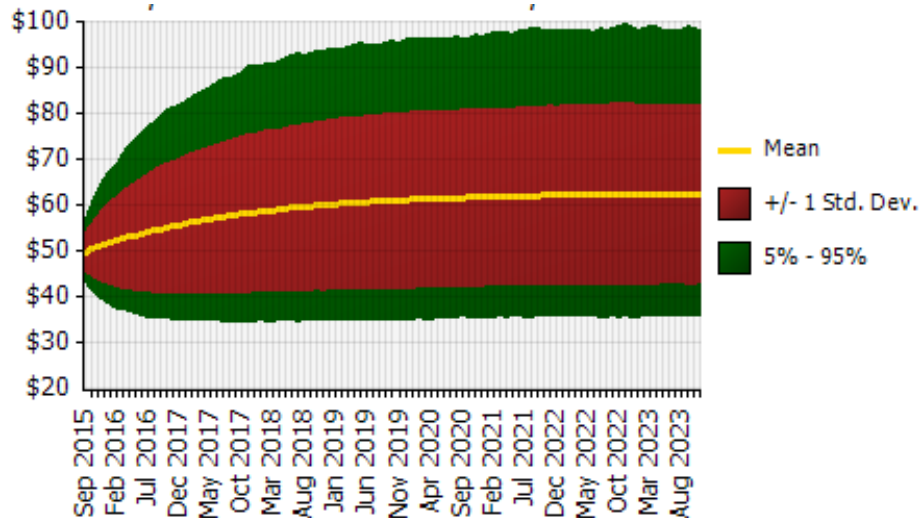
Tabla 8: Percentiles modelo MRM Diciembre 2023

Percentil	Valor	Percentil	Valor
1%	\$ 36,08	55%	\$ 61,91
5%	\$ 40,23	60%	\$ 64,39
10%	\$ 45,44	65%	\$ 67,26
15%	\$ 43,52	70%	\$ 69,93
20%	\$ 46,29	75%	\$ 73,16
25%	\$ 48,58	80%	\$ 77,32
30%	\$ 50,83	85%	\$ 81,83
35%	\$ 52,93	90%	\$ 88,43
40%	\$ 55,10	95%	\$ 98,91
45%	\$ 57,47	99%	\$ 120,00
50%	\$ 59,69		

En el resumen de la tendencia de los 100 meses se presenta en la figura 15, se evidencia el rápido crecimiento de la incertidumbre a medida que transcurren los primeros meses de modelación, además se ve el leve ascenso de la incertidumbre

a mayores precios. Finalmente, de acuerdo al anexo 4 la desviación estándar se estabiliza poco antes de la mitad del tiempo simulado.

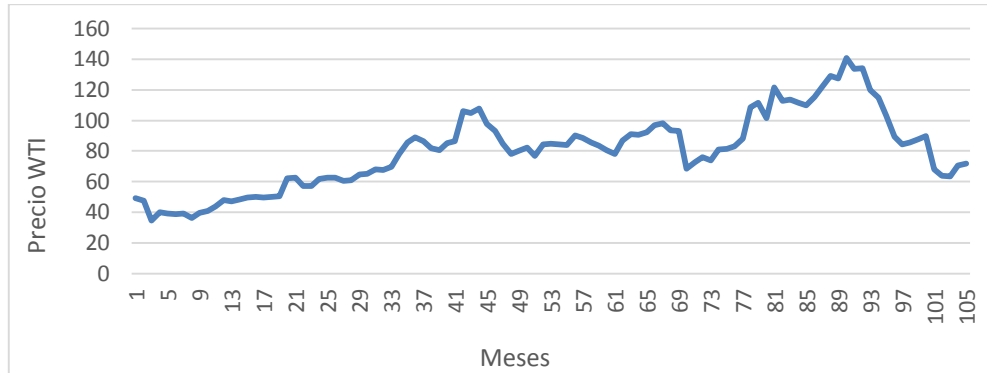
Figura 15: Resumen de tendencia modelo MRM



### 6.3.8. Predicción del marcador WTI mediante el modelo MRM con saltos

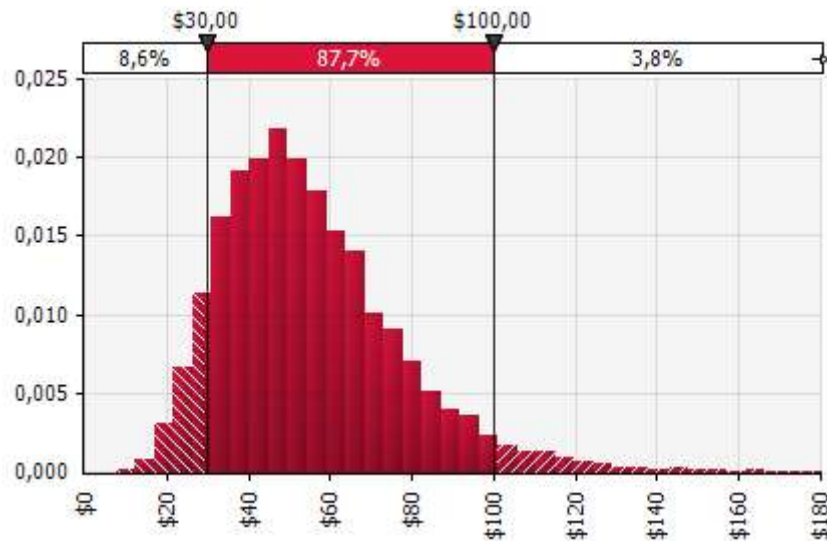
A continuación se presenta el comportamiento mensual del precio del crudo WTI en un escenario simulado para el modelo MRM con saltos. En la figura 16 se aprecia como a medida que la variable avanza a una media de largo plazo, se generan fluctuaciones considerablemente pronunciadas, lo cual se conoce como saltos. Sin embargo, cada vez que ocurren tales fluctuaciones la variable precio intenta volver nuevamente hacia la media de largo plazo.

Figura 16: Escenario modelo MRM con saltos



El estilo descrito se ajusta en gran manera al comportamiento seguido por los precios del crudo ante la ocurrencia de conflictos que afectan las principales regiones productoras o ante aumentos o caídas en los niveles producción. La distribución de probabilidad producida por el modelo MRM con saltos en la figura 17, posee una distribución log-normal, se percibe que hay un 8,6% de probabilidad de que el precio caiga por debajo de 30 \$USD y un 3,8% de que el precio del crudo ascienda por encima de \$100 USD.

Figura 17: Distribución de probabilidad Diciembre 2023 modelo MRM con saltos.



Nótese que los precios extremos alcanzados por el modelo MRM con saltos son \$193,30 USD y \$7,83 USD. Los cuales son mayores y menores respectivamente a

los alcanzados por el modelo MRM. Además, la desviación estándar de salida también es mayor en este modelo.

Tabla 9: Estadística descriptiva MRM con saltos Diciembre 2023

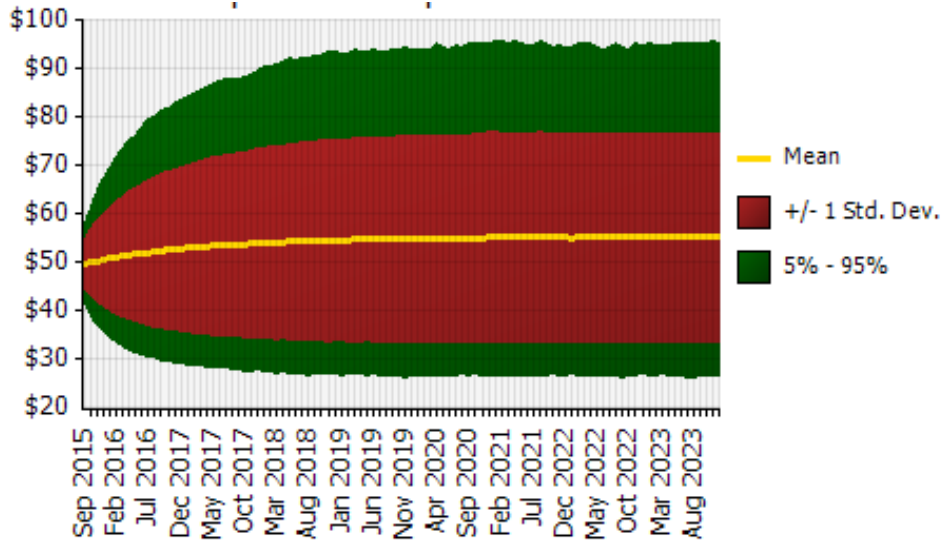
Concepto	Valor
Minimo	\$ 7,83
Maximo	\$ 194,30
Media	\$ 55,12
Moda	\$ 48,23
Mediana	\$ 51,74
Desviación	\$ 21,55
Sesgo	1,0423
Kurtosis	4,8491

Tabla 10: Percentiles modelo MRM con saltos Diciembre 2023

Concepto	Valor	Concepto	Valor
1%	\$ 19,71	55%	\$ 54,23
5%	\$ 26,57	60%	\$ 56,82
10%	\$ 31,00	65%	\$ 59,82
15%	\$ 34,16	70%	\$ 63,18
20%	\$ 37,01	75%	\$ 66,68
25%	\$ 39,59	80%	\$ 70,85
30%	\$ 42,24	85%	\$ 76,09
35%	\$ 44,71	90%	\$ 83,16
40%	\$ 47,16	95%	\$ 95,18
45%	\$ 49,27	99%	\$ 120,85
50%	\$ 51,74		

El resumen de la tendencia en la figura 18 para el modelo MRM con saltos presenta una desviación mayor y una media a largo plazo de menor magnitud a la presentada por el modelo MRM en la figura 15. Los saltos eventuales en el modelo MRM con saltos tienen un efecto de aumento de la desviación estándar, se resalta además que la media de largo plazo alcanzada es menor a la del modelo sin saltos.

Figura 18: Resumen de tendencia modelo MRM con saltos



**6.3.9. Comparación de modelos** En comparación, de acuerdo con los anexos 4 y 5 el modelo MRM con saltos posee una desviación estándar de salida mayor al modelo MRM durante todo el periodo de la simulación; siendo el primero, el que alcanza valores máximos y mínimos más extremos (Tabla 7 y tabla 9). Aunque la desviación estándar de entrada para ambos modelos es la misma, el hecho de que el modelo con saltos cubre un mayor rango de precios es consecuencia de los saltos que empujan el marcador WTI a precios más extremos. Se evidencia que la desviación estándar aumenta a medida que transcurre el tiempo. En el modelo MRM con saltos, la desviación se incrementa con mayor rapidez, este fenómeno se aprecia con mayor claridad grafica si se considera e la figura 18 la franja verde, que hace referencia al rango de 5% - 95% de confianza de presencia de los datos en las figuras de resumen de tendencia 15 y 18.

Otra característica que plantea una diferencia entre los modelos es el valor de la media de largo plazo la cual es de \$55,16 USD para el modelo con saltos y de \$62,57 USD para el MRM, siendo esta última media la más cercana a al parámetro media de largo plazo que se usó como entrada de los modelos. Esta diferencia puede deberse a que el modelo MRM con saltos está expuesto a saltos negativos de mayor amplitud media y mayor probabilidad de ocurrencia que los saltos positivos.

Para ambos modelos, la volatilidad aumenta en gran manera en los primeros años de proyección, siendo el incremento menor posteriormente y presentando a una

estabilidad hacia el futuro. Este efecto hace que el valor aportado por la opción real de espera, sea mayor desde y para los primeros años de modelación; siendo menor para los meses posteriores. Sabiendo que el valor de la opción real proviene de la flexibilidad que poseen las empresas para tomar decisiones y que a su vez esta flexibilidad es directamente proporcional a la incertidumbre futura. Se espera, desde antes de hacer la simulación sobre los flujos de caja del proyecto, que el valor agregado por la opción real de espera año a año sea mayor para el primer año de espera.

## 7. VALOR DE LA OPCIÓN REAL

Con el objetivo de apreciar el valor de la opción real de espera se plantea usar periodos de tiempo de un año para retrasar la inversión. Como se aclaró con anterioridad se considera que el periodo de evaluación económica del proyecto es de 68 meses, que se traducen en 5,67 años, la cual es la duración del margen de producción agregado por la nueva tecnología. De esta manera, para que los 68 meses puedan ser evaluados desde la actualidad hasta Diciembre del año 2023 se puede posponer la inversión un máximo de 3 años.

Tabla 11: Valoración de opción de espera

ESPERA	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6	Año 7	Año 8	Año 9
3									
2									
1									
0									

### 7.1. EVALUACIÓN FINANCIERA BAJO CONDICIONES DE C.E.C.

La evaluación financiera del proyecto bajo las condiciones financieras de C.E.C. posee una dificultad particular debido a su alto costo de operación (\$79,61 USD/BI) y su tasa de Regalías (20%). Partiendo de un cálculo simple, se puede encontrar el precio del crudo que pueda suplir el costo de levantamiento, el rubro destinado a regalías y el descuento por calidad y transporte en C.E.C.

$$\text{Precio} = (\text{Regalías} * \text{Precio}) + (\text{Costo Levantamiento})$$

$$\text{Precio} (1 - \text{Regalías}) = (\text{Costo Levantamiento})$$

$$\text{Precio} = \frac{(\text{Costo Levantamiento})}{(1 - \text{Regalías})}$$

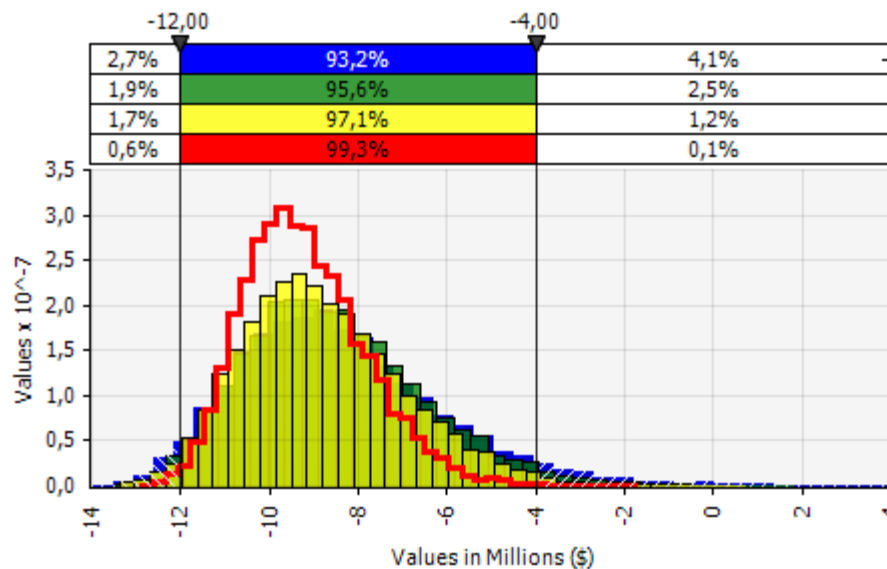
$$99,51 \text{ USD} = \frac{(79,61 \text{ USD})}{(0,8)}$$

Sumando el descuento por calidad y transporte:

$$99,51 \text{ USD} + 5,44 \text{ USD} = 104,95 \text{ USD}$$

En consecuencia, el precio del crudo necesario para que los ingresos mensuales del proyecto sean cero es de \$104,95 USD. Teniendo en cuenta que los modelos para predicción del marcador WTI indican que la probabilidad de que el precio alcance valores incluso superiores a los \$100 USD es menor al 4,7% incluso para un punto de tiempo tan lejano como diciembre del 2023. Por lo tanto no existe un panorama alentador para que se realice la inversión bajo las condiciones financieras mencionadas, dado que solo se generarán pérdidas mientras se mantenga la producción con el precio del crudo por debajo de los \$104,95 USD.

Figura 19: Opción real de espera para C.E.C



En la figura 19 y la tabla 12 se aprecia el resultado obtenido de acuerdo al modelo MRM, la media del VPN del proyecto si decidimos invertir ahora mismo (VPN Año 0) es - \$9.215.126,81 USD, la cual es altamente negativa; bajo estas condiciones es evidente que ninguna compañía aceptaría llevar a cabo esta inversión. El hecho de esperar un año para invertir, adhiere \$ 1.253.280,81 USD como consecuencia de la expectativa de precios mayores a la inversión ahora mismo, sin embargo aun cuando se suma el beneficio de mera evolución de precios, el VPN del proyecto es menos \$8.788.285,51 USD, el cual sigue siendo altamente negativo. De la misma manera el aporte de la opción real de esperar dos o tres años aunque es mayor, no es lo suficientemente atractivo para motivar la inversión y no es posible hacer un análisis de la decisión contingente que podría hacer la gerencia.

Dado que la probabilidad de que la media del VPN sea mayor a cero es mínima en cualquier escenario de espera, el valor añadido a la media del VPN surge únicamente como consecuencia de la expectativa de precios del crudo más altos. Estos resultados son obtenidos alimentado el FCD con la volatilidad generada por el MRM; debido a que resultado no es bueno, no se modelo con el MRM con saltos.

Tabla 12: Valor de la opción real en C.E.C

Espera	Año 1	Año 2	Año 3
VPN	(\$ 8.788.285,62)	(\$ 8.522.191,75)	(\$ 8.416.277,46)
Presente VPN	(\$ 8.788.285,51)	(\$ 6.994.723,03)	(\$ 6.258.191,89)
Opción real de espera	\$ 1.253.280,81	\$ 2.220.403,78	\$ 2.956.934,92

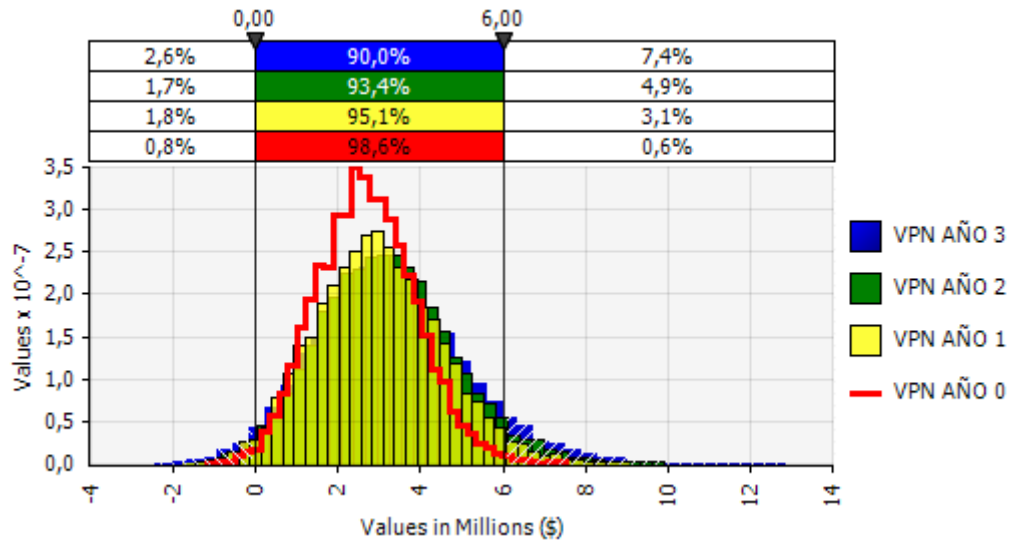
Es evidente que el valor que agrega el esperar, aumenta a medida que se espera un mayor periodo de tiempo, esto sucede debido al incremento en la incertidumbre futura y el aumento de la media de tal incertidumbre según el anexo 4. Un vez más, a pesar de que se comprueba que hay valor en esperar para invertir, el valor agregado por la mera espera, no es lo suficientemente relevante para hacer que el proyecto alcance valores positivos. La mayor limitación que enfrenta financieramente C.E.C. es el alto costo de levantamiento por barril, el cual es \$59,61 USD más alto que el promedio de la industria nacional. Lo cual hace que no sea atractivo invertir. Con el propósito de hacer un mejor análisis se aplica el análisis en el enfoque de opciones reales a un escenario bajo condiciones de la industria de hidrocarburos Colombiana, con un costo de levantamiento menor.

## 7.2. EVALUACIÓN FINANCIERA BAJO CONDICIONES DE LA INDUSTRIA COLOMBIANA

Se plantea la evaluación de la opción real bajo condiciones financieras de la industria de hidrocarburos Colombiana. Los principales parámetros a considerar son: el costo de levantamiento por barril, el cual es de \$20 USD; y el rubro por regalías de 8% (debido al volumen de crudo extraído).

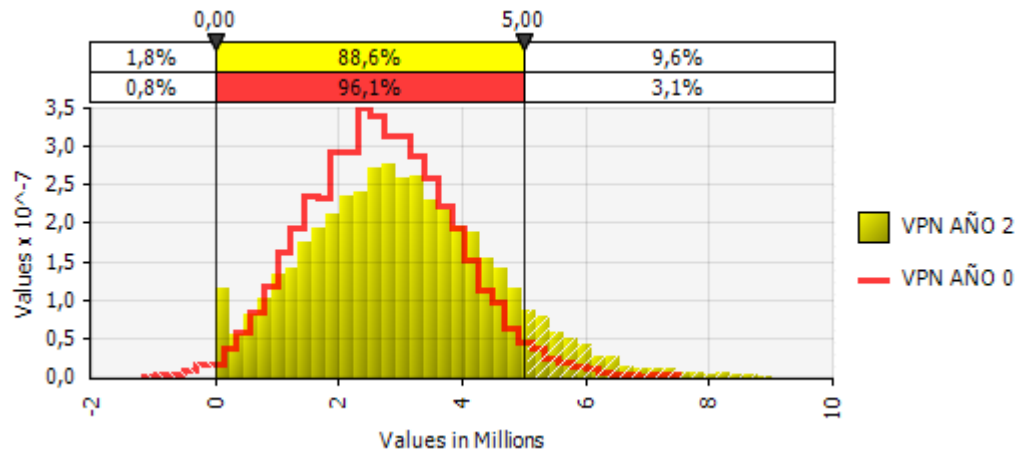
**7.2.1. Simulación siguiendo el modelo MRM** En primera instancia se simulan los flujos de caja del proyecto bajo el modelo MRM. El efecto del valor de la opción real en la distribución de probabilidad del VPN para las inversiones en el año 0 y las esperas de 1, 2 y 3 años se pueden apreciar en la figura 20. Se aprecia que a medida que aumenta la espera, y solo por efectos de espera, la distribución del VPN cubre un mayor dominio de precios, avanzando significativamente a valores mayores.

Figura 20: Distribuciones de probabilidad opción de espera del modelo MRM



La distribución de probabilidad para el VPN de la espera de un año, se encuentra sesgada a valores mayores que su par del año 0, dado que a medida que pasa el tiempo la probabilidad de que se den precios del crudo mayores aumenta. La media del VPN de invertir ahora es \$ 2.686.635,65 USD. Partiendo del hecho que pasado el año de espera, solo se hará la inversión si el VPN es mayor a cero (es decir si los ingresos cubren los egresos), y se omiten los escenarios para los cuales el VPN es menor que cero, dado que no se hará la inversión en estos casos; la gráfica del VPN de esperar un año se trunca en cero, desplazando su media hacia un mayor valor, como se observa en la figura 21.

Figura 21: Distribución de probabilidad espera un año modelo MRM



Al truncar la distribución de la espera de un año en cero, la media se desplaza en \$ 7.704,10 USD, siendo este el valor añadido por el derecho a ejercer la opción de espera en el futuro, resultando en una media de \$ 2.996.355 USD; al traer esta nueva media al presente se obtiene un valor de \$ 2.714.581,76 USD, el cual es mayor que la media de invertir ahora en \$ 27.946,11 USD. Finalmente la opción de esperar un año añade \$ 27.946,11 USD al proyecto, lo cual cataloga esta opción como “in the money”.

Tabla 13: Resumen valoración de opción de espera modelo MRM.

VPN sin espera	\$ 2.686.635,65		
Espera	Año 1	Año 2	Año 3
VPN	\$ 2.988.651,25	\$ 3.185.328,02	\$ 3.263.304,42
Opción	\$ 7.704,10	\$ 7.441,89	\$ 14.833,28
VPN truncado	\$ 2.996.355,35	\$ 3.192.769,91	\$ 3.278.137,70
Presente VPN truncado	\$ 2.714.581,76	\$ 2.620.516,16	\$ 2.437.563,98
Valor de esperar	\$ 27.946,11	(\$ 66.119,48)	(\$ 249.071,67)

El análisis para las opciones de esperar 2 y 3 años se resume en la tabla 14. La fila “VPN” arroja la media del VPN de esperar mejores precios en el futuro (sin truncamiento), la fila “Opción” da el desplazamiento de la media como consecuencia

del derecho de invertir, es decir, al truncar el VPN en cero. La fila “VPN truncado” da la media del VPN una vez el inversor evita los escenarios menores a cero, este valor se trae a presente y se expone en la fila “Presente VPN truncado”. Finalmente el valor agregado por la opción de esperar en el presente proyecto sin espera es presentado en la fila “Valor de esperar”.

Como se aprecia en las figuras 22 y 23, y la tabla 13, la distribución de probabilidad para el VPN de esperar 2 y 3 años presenta valores aún mayores, debido a la probabilidad existencia de precios superiores en el futuro y al derecho que tiene la gerencia de invertir solo en escenarios con un VPN mayor a cero.

Figura 22: Distribución de probabilidad espera 2 años modelo MRM

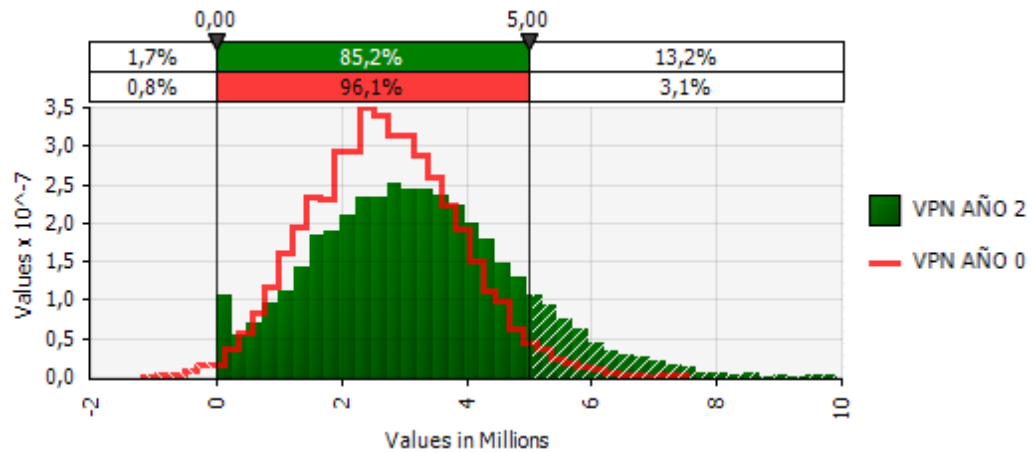
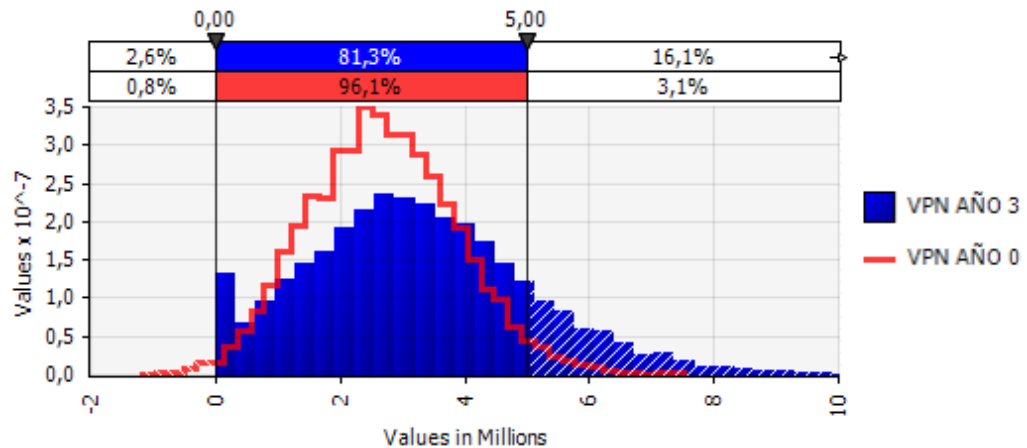


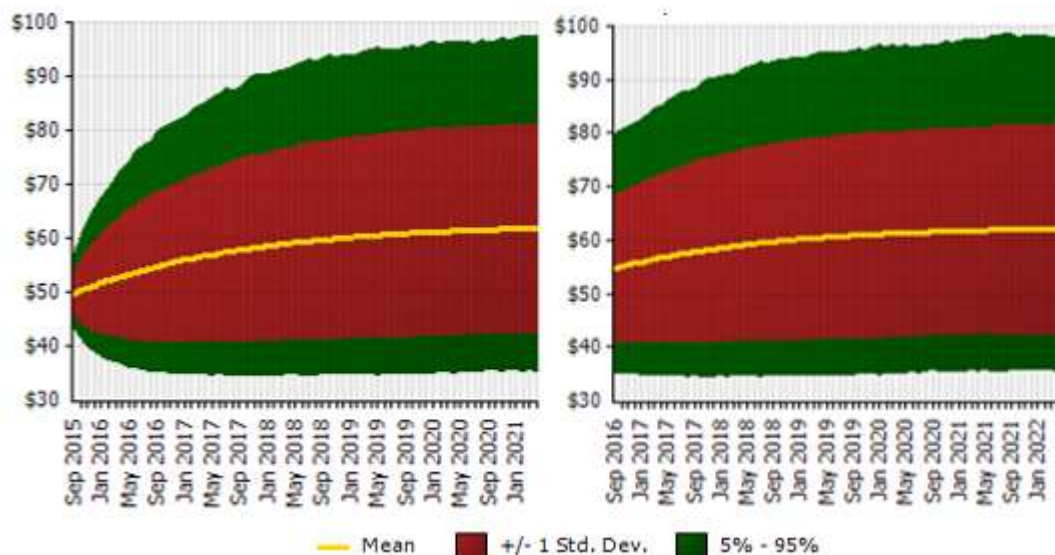
Figura 23: Distribución de probabilidad espera 3 años modelo MRM



Aunque el aporte de la opción al esperar 2 y 3 años para decidir si se invierte en el futuro es de \$ 7.441,89 USD y \$ 14.833,28 USD respectivamente, el valor presente de la media de los VPN truncados no es mayor que el VPN de invertir ahora mismo; por lo tanto, la espera y la opción no añade valor al proyecto en estos dos escenarios, dado que el proyecto ahora mismo es muy rentable.

El desplazamiento de la media en el VPN de espera truncado es mayor por dos razones, primero, el efecto de truncamiento sobre la distribución en cero, de modo que se genera un incremento en la media del VPN. La segunda razón, es avance de la distribución a valores superiores, generada por la expectativa de precios más altos en el futuro. Como se mencionó en la primera sección, el valor de la opción real está directamente relacionado con la volatilidad. Para el presente estudio, la volatilidad del proyecto esta asumida como la volatilidad del factor predominante, es decir el precio del crudo.

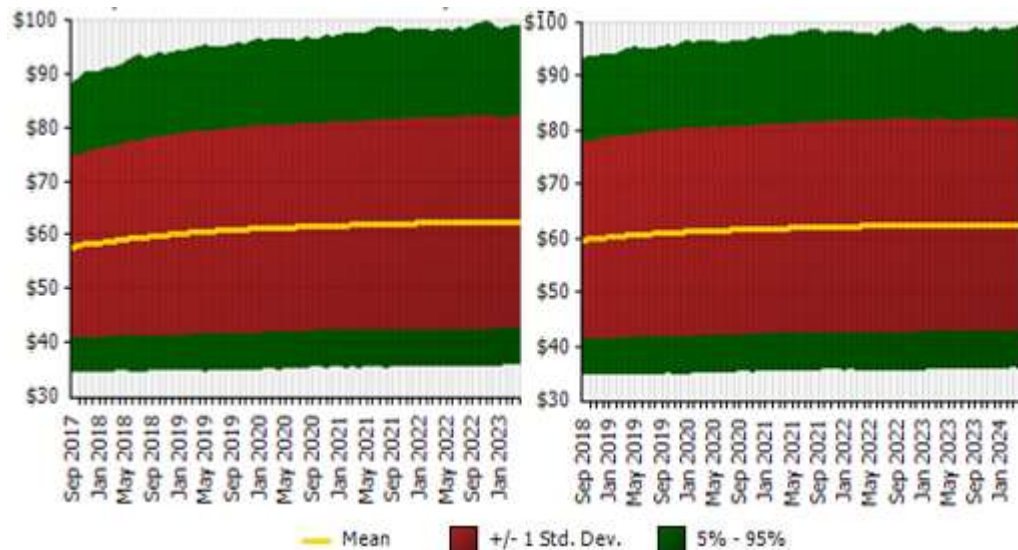
Figura 24: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 0 y año 1 modelo MRM.



Este efecto es percibido antes de hacer el truncamiento de la distribución de probabilidad. Para comprender este fenómeno se toma la figura 15 que gráfica el resumen de tendencia de la proyección del precio del crudo usando el modelo MRM, se seleccionan las franjas de tiempo que intervienen en cada intervalo de espera, las cuales se presentan en las figuras 24 y 25.

Como se observa en la figura 24 y 25 y de acuerdo al anexo 4, la volatilidad que afecta cada escenario de espera, aumenta a medida que transcurre el tiempo. Cada año que es omitido para retrasar la inversión hace que la incertidumbre de los primeros meses del proyecto sea considerablemente mayor. A manera de ejemplo, si se decide invertir en el presente, la desviación estándar del primer mes es \$4,15 USD; por el otro lado, si se invierte el año siguiente, la desviación estándar del primer mes del proyecto es \$13,61 USD; así sucesivamente la desviación es \$16,9 USD y \$18,01 USD para el primer mes del proyecto si se invierte en el año 2 y año 3 respectivamente.

Figura 25: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 2 y año 3 modelo MRM.



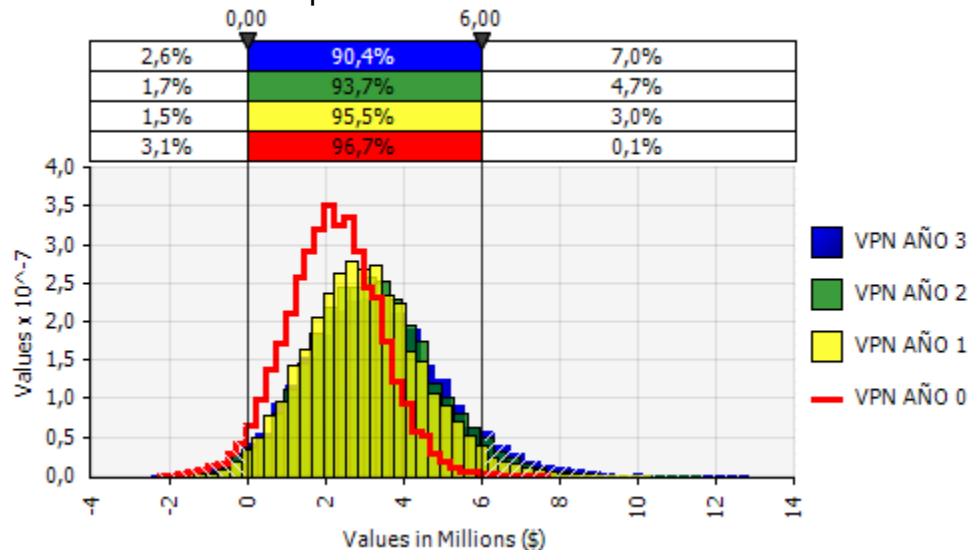
Se conduce además un análisis de sensibilidad sobre el valor de la opción real variando el costo de levantamiento. Se evidencia que a medida que el costo de levantamiento es mayor, el aporte de la opción real de espera se incrementa. Este resultado concuerda con lo visto en la teoría, debido a que un costo de levantamiento superior hace que el VPN del proyecto sea más cercano a 0 y por lo tanto el aporte de las opciones reales sea más significativo. Así, con un costo de levantamiento de \$ 26 USD, el aporte de la opción de espera para cualquiera de los tres escenarios, incrementa el valor del proyecto en lo especificado por la tabla.

Tabla 14: Sensibilidad valor de la opción real al costo de levantamiento modelo MRM

Costo de Levantamiento	Opción Real Espera 1 año	Opción Real Espera 2 años	Opción Real Espera 3 años
14	\$ 52.166,17	\$ 221.652,95	\$ 467.532,91
16	\$ 25.257,91	\$ 172.739,87	\$ 395.755,78
18	\$ 3.253,40	\$ 122.030,02	\$ 321.713,16
20	\$ 34.658,73	\$ 67.915,20	\$ 242.989,42
22	\$ 70.936,50	\$ 8.572,59	\$ 157.523,31
24	\$ 116.407,45	\$ 58.817,25	\$ 63.157,85
26	\$ 175.376,11	\$ 139.787,41	\$ 43.254,23
28	\$ 254.025,64	\$ 238.288,88	\$ 169.585,56
30	\$ 352.372,91	\$ 356.889,69	\$ 314.296,06

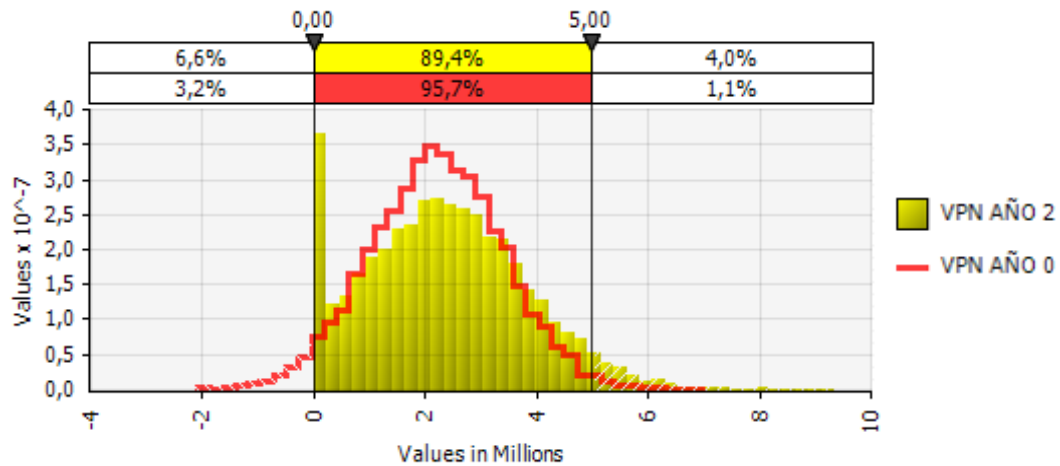
**7.2.2. Simulación siguiendo el modelo MRM con saltos** En esta sección se lleva a cabo el análisis anterior bajo las condiciones financieras proyectadas con el modelo MRM con saltos. En la figura 26 se presentan las distribuciones de probabilidad para los escenarios de invertir ahora, esperar 1, 2 y 3 años. En la figura 26 se evidencia el desplazamiento de las distribuciones de probabilidad para los escenarios de espera hacia valores superiores como consecuencia de la expectativa de mejores precios del crudo.

Figura 26: Distribuciones de probabilidad modelo MRM con saltos



Nuevamente, con motivo del derecho de hacer la inversión esperando un año, se acotan las distribuciones a valores superiores a cero, desplazando las medias del VPN hacía mayores valores, como se observa en las figuras 27, 28 y 29. La media de invertir ahora mismo es \$ 2.209.633,19 USD, siendo menor a la resultante del modelo sin saltos, como consecuencia de la media de precios alcanzada por el modelo MRM con saltos.

Figura 27: Distribución de probabilidad espera un año modelo MRM con saltos

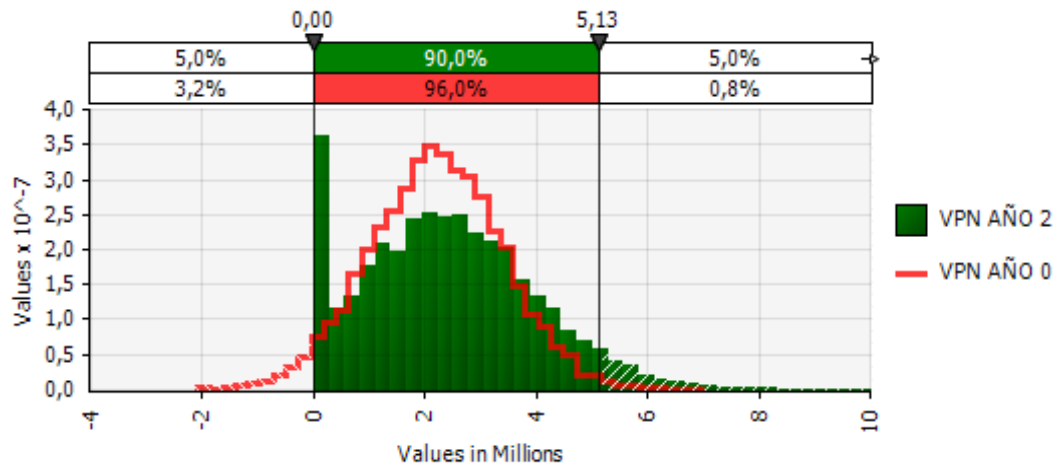


El truncamiento de la distribución de probabilidad para la espera de un año, desplaza la media en \$ 76.247,21 USD desde \$ 2.317.113,32 USD hacia \$ 2.393.360,53 USD. Al traer al presente la media del VPN truncado, se obtiene que el valor que esta aporta es menos \$ 41.341,35 USD a la media de invertir ahora mismo. El aporte es negativo, siendo una opción “out of the money.” El resumen del análisis de las opciones de espera es resumido en la tabla 15.

Tabla 15: Resumen valoración de opción de espera modelo MRM con saltos

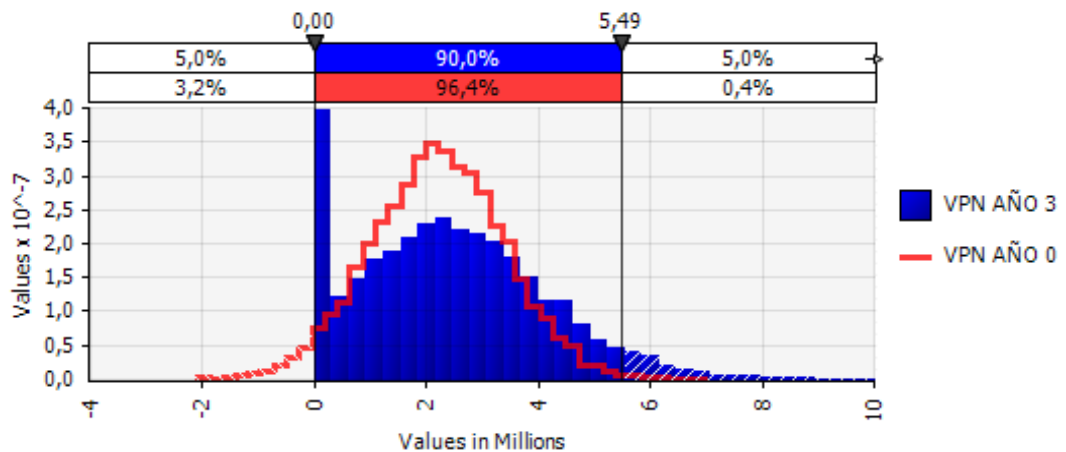
VPN sin espera	\$ 2.209.633,19		
Espera	Año 1	Año 2	Año 3
VPN	\$ 2.317.113,32	\$ 2.380.288,90	\$ 2.400.940,73
Desplazamiento	\$ 76.247,21	\$ 92.630,27	\$ 128.831,57
VPN truncado	\$ 2.393.360,53	\$ 2.472.919,17	\$ 2.529.772,30
Presente VPN t	\$ 2.168.291,84	\$ 2.029.687,33	\$ 1.881.092,98
Opción real	(\$ 41.341,35)	(\$ 179.945,85)	(\$ 328.540,20)

Figura 28: Distribución de probabilidad espera 2 años modelo MRM con saltos



El truncamiento en cero de las medias de espera de 2 y 3 años genera igualmente un desplazamiento en la media del VPN hacia valores mayores. Sin embargo, traídos al presente, las medias de los VPN truncados restan \$ 179.945,85 USD y \$ 328.540,20 USD respectivamente; debido a que el aporte de la opción, sumado a la media del VPN producto de la espera, es menor a la media del VPN de invertir ahora.

Figura 29: Distribución de probabilidad espera 3 años modelo MRM con saltos



De las tablas 13 y 15 se rescata el hecho de que el aporte por la opción en el futuro, es decir, el desplazamiento de la media del VPN producto del truncamiento en cero,

es mayor para el modelo MRM con saltos que para el modelo MRM; esto se debe a que el aporte de la opción real se incrementa a medida que el VPN se acerca a cero. Este aporte creado por el derecho de invertir surge como beneficio de la información que se revela durante la espera.

De nuevo, el valor generado al esperar, es consecuencia en parte de la expectativa de mejores condiciones de en el precio del crudo hacia el futuro. De acuerdo a la figura 18 se seleccionan las secciones que afectan cada intervalo de espera y se presentan en las figuras 30 y 31. A diferencia del modelo MRM que presenta una expectativa de la media de \$ 62 USD (ver anexo 4), el modelo MRM con saltos espera una media del precio del crudo más baja, cercana a los \$ 55 USD.

Figura 30: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 0 y año 1 modelo MRM con saltos

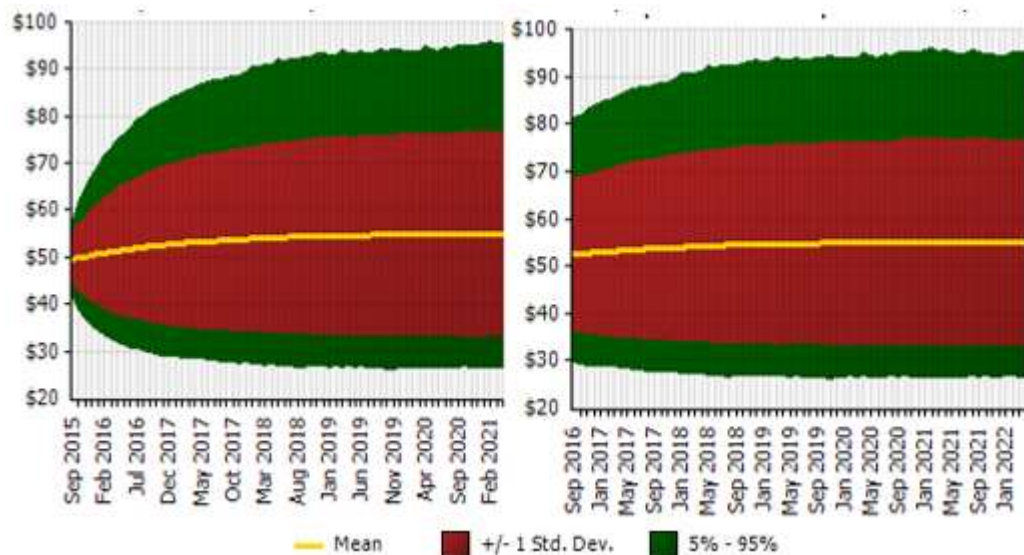
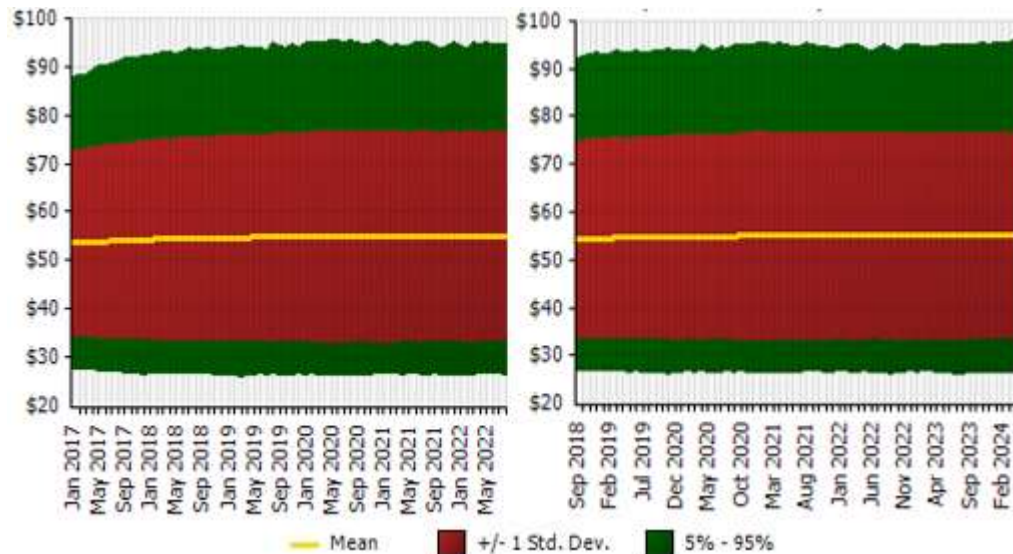


Figura 31: Volatilidad precio del crudo para escenarios año 2 y año 3 modelo MRM con saltos



Las desviaciones estándar del primer mes del proyecto para los escenarios de ejecución inmediata, espera de uno, dos y tres años son \$5, 02 USD, \$15,75 USD, \$19,17 USD y \$20,55 USD respectivamente. Basados en la cantidad de incertidumbre futura se puede esperar que a mayor diferencia de incertidumbre año a año, mayor será el aporte de la opción real. No obstante, lo anterior no es del todo cierto, pues aunque para el modelo MRM la diferencia en las desviaciones era menor, su valor agregado fue mayor, gracias al rápido crecimiento en evolución de la media, el cual supera en todo momento la estimación de la media según el modelo MRM con saltos.

El análisis de sensibilidad del valor de la opción real de esperar, al variar el costo de levantamiento se presenta en la tabla 16. Es claro el incremento en el beneficio otorgado por la opción real a medida que se incrementa el costo de levantamiento como consecuencia de un VPN más cercano a 0. Según el análisis de sensibilidad, para un costo de levantamiento de \$ 28 USD, los tres escenarios de espera aportarían valor al proyecto.

Tabla 16: Sensibilidad costo del valor de la opción real costo de levantamiento modelo MRM con saltos

Costo de Levantamiento	Opción Real Espera 1 año	Opción Real Espera 2 años	Opción Real Espera 3 años
14	(\$ 176.565,00)	(\$ 394.470,95)	(\$ 636.779,96)
16	(\$ 146.559,30)	(\$ 341.697,38)	(\$ 558.170,27)
18	(\$ 112.391,72)	(\$ 284.748,47)	(\$ 474.130,92)
20	(\$ 69.586,95)	(\$ 220.864,22)	(\$ 381.594,20)
22	(\$ 18.504,74)	(\$ 145.507,52)	(\$ 276.715,20)
24	\$ 42.966,41	(\$ 52.991,61)	(\$ 157.883,29)
26	\$ 122.483,89	\$ 55.294,84	(\$ 23.085,47)
28	\$ 228.315,61	\$ 186.613,75	\$ 132.621,95
30	\$ 365.113,05	\$ 343.323,71	\$ 310.916,32

## 8. CONCLUSIONES

- Las herramientas aplicativas de simulación se ofrecen como una ayuda idónea en la evaluación financiera de las opciones reales, siendo facilitadoras del estudio y la investigación de los efectos provocados por infinidad de escenarios modelados. Uno de los principales aportes del uso de la simulación sobre otros métodos como Black & Scholes o arboles binomiales, es la pertinencia de resultados con probabilidad de ocurrencia más que meramente valores determinísticos, lo que brinda una comprensión contextual de la volatilidad que rodea el proyecto.
- El valor que en el VPN presente agregó la opción real de espera dependió de dos factores, el primero de ellos, es la expectativa de mejores condiciones financieras en el futuro; el segundo es el valor creado por la opción al evitar invertir si el VPN es menor que cero. Aunque el aporte otorgado por la opción real siempre es positivo, su valor agregado al proyecto puede ser negativo al ser traído a presente, si en la actualidad la campaña siendo ejecutada ya es altamente rentable y si además la TIR utilizada reduce este aporte.
- La valoración creada por la expectativa de mejores condiciones financieras, es decir un precio más del crudo más alto, puede ser seguida por la media del resumen de tendencia de los modelos de proyección; la cual marcar la dirección en la que avanza la volatilidad. Aunque la incertidumbre futura alberga valor para las opciones reales, la dirección en la que aumenta esta incertidumbre es de relevancia para discernir si realmente existe un aporte reflejado en el VPN del proyecto. Por otro lado, si hay expectativas de que en el futuro el precio del crudo sea menor al precio actual, no existe razón de esperar para hacer la inversión, pues no existe valor agregado por la espera.
- El modelo MRM basado en los mismos parámetros de entrada comunes al modelo MRM con saltos, describe precios mayores en la media y por consiguiente en los escenarios de VPN, a los logrados por el modelo MRM con saltos. Este comportamiento de precios superiores se debe a los saltos negativos de tamaño considerable a los que está expuesto el modelo MRM con saltos.
- El aumento del costo de levantamiento efectúa un incremento el aporte de la opción real, dado que se acerca el VPN del proyecto a 0. Como también se menciona en la teoría, el aporte de las opciones reales se hace más notorio cuando la media del VPN del proyecto cercana a cero. Siendo así, la correcta selección y caracterización de los proyectos a los cuales puede ser aplicado este enfoque es de vital importancia para evitar esfuerzos innecesarios y/o disminuir el potencial del enfoque. Como se observó en los resultados de

este estudio, la existencia de un proyecto con VPN positivo y alto sin aplicar espera, hace que valor agregado por la opción de espera sea pequeño o negativo.

- El enfoque de opciones reales, incluso tan solo como concepto de estimación cualitativa o forma de razonamiento, enriquece la visión de cualquier inversionista, al brindarle argumentos para guiar sus decisiones, ayudándolo a identificar las opciones más rentables para un mismo activo subyacente.
- Aunque la presunción de predecir el futuro de variables tan volátiles como el precio del crudo es atrevida, la correcta selección de los modelos de predicción para este tipo de variables, brindan una idea de cuál puede ser su comportamiento esperado; justificando así decisiones que pueden traer una gran riqueza para el inversor. Sin embargo, el incorrecto uso de las metodologías de predicción, pueden causar una errónea y engañosa valoración, cuyo efecto final es en las finanzas de los inversionistas.

## 9. RECOMENDACIONES

- La inclusión de la variación de la volatilidad a lo largo del tiempo en este tipo de estudios puede ofrecer un contexto un poco más realista de la evolución de los precios proyectados del crudo y su efecto sobre la evaluación financiera de los proyectos. Así también, se recomienda el estudio de los resultados que pueden ser obtenidos con otros modelos de predicción de precios.
- Se recomienda la inclusión de la incertidumbre técnica que aunque puede ofrecer ciertos retos para su estimación es de vital importancia para una mejor estimación de la incertidumbre total que enfrenta el proyecto, esto si se desea evaluar opciones de expansión, reducción, etc.
- Vale la pena profundizar en el estudio de la aplicación opciones compuestas, ya que estas son una realidad en la industria de hidrocarburos colombiana y permiten tener una mejor estimación del valor aportado por opciones cuya existencia depende de la compra o venta de una opción predecesora y del desarrollo y estimación de las posibles opciones futuras.
- Este tipo de estudio está abierto a la posibilidad de incluir y probar diversos modelos de proyección del precio del crudo.

## BIBLIOGRAFIA

ALONSO, Susana; AZOFRA, Valentín; FUENTE, Gabriel. Las opciones reales y la simulación de Monte Carlo. En: *Universia Business Review*, 2007, no 16, p. 52-63.

AMADO, Cristian. Ingeniería conceptual para la aplicación del sistema gas lift en el campo escuela colorado. Tesis de Pregrado Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas, 2012. 148 p.

AMRAM, Martha; KULATILAKA, Nalin. "Strategy and shareholder value creation: The real options frontier". En: *Journal of Applied Corporate Finance*. Verano. 2000, vol. 13, no. 2, p. 15-28.

ARANGO, Mónica; ARROYAVE, Elizabeth; HERNANDEZ, Juan. Valoración de proyectos de energía térmica bajo condiciones de incertidumbre a través de opciones reales. En: *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, Julio – Diciembre, 2013, Vol. 12, no. 23, p. 83-100.

BAILEY, William, et al. Valoración de las opciones reales. *Oilfield Review*, 2004, vol. 15

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. En: *The journal of political economy*, 1973, p. 637-654.

BOYLE, Phelim P. Options: A monte-carlo approach. *Journal of financial economics*, 1977, vol. 4, no 3, p. 323-338.

BRACH, Marion A. Real options in practice. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.

BRENNAN, Michael; SCHWARTZ, Eduardo. Evaluating natural resource investments. *The Journal of Business* 58, 135–157. 1985

CARRASCAL, Andres; DIAZ, Guillermo. Evaluación técnico-financiera de la inyección de gas caliente en campo escuela colorado como sistema de levantamiento artificial. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas, 2015 170 p.

CME GROUP, Crude oil futures quotes. [citado el 15 de Septiembre de 2014] Disponible en: <http://www.cmegroup.com/trading/energy/crude-oil/light-sweet-crude.html>

CONTRERAS, Hernán; Muñoz, Guillermo. "Opciones reales, enfoque para decisiones de inversión". BOGOTA D.C.: Ediciones de la U, 2013. 175 p.

COPELAND, Thomas. How much is flexibility worth?. En: The McKinsey Quarterly, 1998, no 2, p. 38-49.

COPELAND, Thomas E. Making real options real. The McKinsey Quarterly, 1998, no 3, p. 128-141

COPELAND, Tom; ANTIKAROV, Vladimir. Real options. New York.: Texere, 2001.

COPELAND, Tom, TUFANO Peter. "A real-world way to manage real options. " En: Harvard business review. Marzo, 2004, vol. 82, no. 3, p. 94.

COSTA LIMA, Gabriel A.; SUSLICK, Saul B. Estimation of volatility of selected oil production projects. Journal of petroleum science and engineering, 2006, vol. 54, no 3, p. 129-139.

COX, John; ROSS, Stephen; RUBINSTEIN, Mark. Option pricing: A simplified approach. En: Journal of financial Economics, 1979, vol. 7, no 3, p. 229-263.

DIAS, Marco. Real option approach to petroleum investment.[Citado el 1 de Mayo de 2015] Disponible en: <http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/>.

DIAS, Marco. Monte Carlo simulation of mean reversion. Real options in Petroleum. [Citado el 10 de Agosto de 2015] Disponible en [http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/sim\\_stoc\\_proc.html](http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/sim_stoc_proc.html).

DIAS, Marco. Valuation of exploration and production assets: an overview of real options models. En: Journal of Petroleum Science and Engineering, 2004, vol. 44, no 1, p. 93-114.

DIAS, Marco; ROCHA, Katia. Petroleum concessions with extendible options using mean reversion with jumps to model oil prices. En: 3rd Real Options Conference. Marzo 1999. p. 1-27.

DIAZ, Venus. Valoración financiera de un proyecto piloto de inyección de agua como una opción real. Tesis de Maestría. Bucaramanga: Universidad Industria de Santander. 2012. 99 p.

HULL, John. Options, futures, and other derivatives. 7 ed. India. Pearson Education International, 2006. 814 p

KODUKULA, Prasad; PAPUDESU, Chandra. Project Valuation Using Real Options, a practitioner's guide. Florida. J. Ross Publishing, 2006.

LAMOTHE, Prosper; MÉNDEZ, Mariano. Valoración de un parque eólico con opciones reales. *Universia Business Review*, 2007, no 15, p. 26-41.

LIMA, Gabriel; SUSLICK, Saul. Estimation of volatility of selected oil production projects. En: *Journal of petroleum science and engineering*. Julio. 2006, vol. 54, no. 3, p. 130.

LOHRENZ, John. "Net Values of Our Information". En: *Journal of petroleum technology*. Abril 1988, vol. 40, no. 04, p. 499 - 503.

MANOTAS, Diego; MANYOMA, Pablo. La evaluación de proyectos de inversión mediante opciones reales: aspectos conceptuales. En: *Revista Ingeniería y Competitividad*. Junio 2011, vol. 3, no. 1, p. 7 – 18.

MAYA, Cecilia; HERNANDEZ, Juan; GALLEGO, Oscar. "La valoración de proyectos de energía eólica en Colombia bajo el enfoque de opciones reales." En: *Cuadernos de Administración*. Enero – Junio, 2012, vol. 25, no. 44, p. 193-231.

MERTON, Robert. "On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation." En: *Journal of financial economics*. Mayo – Junio 1980, vol. 8, no. 4, p. 323-361.

MYERS, Stewart. "Determinants of corporate borrowing." En: *Journal of financial economics*. Noviembre, 1977, vol. 5, no. 2, p. 147-175.

PAADOCK, James; SIEGUEL, Daniel; SMITH, James. Option valuation of claims on real assets: The case of offshore petroleum leases. En: *The Quarterly Journal of Economics*, 1988, p. 479-508.

PICKLES, Eric; SMITH, James. "Petroleum property valuation: a binomial lattice implementation of option pricing theory." En: *The Energy Journal*. 1993, vol. 14, no. 2, p. 1-26.

SHELL, Enhanced Oil Recovery. [citado el 7 de Dic, 2014] Disponible en <http://s05.static-shell.com/content/dam/shell/static/future-energy/downloads/eor/eor-brochure-2012.pdf>

SMITH, James E.; MCCARDLE, Kevin F. Options in the real world: Lessons learned in evaluating oil and gas investments. *Operations Research*, 1999, vol. 47, no 1, p. 1-15.

TOURINHO, Octavio. The option value of reserves of natural resources. University of California at Berkeley, no 94. 1979

TRIGEORGIS, Lenos. "Real options and interactions with financial flexibility." *En: Financial management* 1993, vol. 22, no. 3, p .202-224.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER. Campo Escuela Colorado [citado el 4 de Dic, 2014] Disponible en <http://www.uis.edu.co/webUIS/es/academia/facultades/fisicoQuimicas/campoEscuela/index.html>

VAN PUTTEN, Alexander; MACMILLAN, Ian . Making real options really work. *En: Harvard business review*. Diciembre 2004, vol. 82, no 12, p. 134-142.

VASSEUR, Julián Pareja, et al. Estimación de la Volatilidad en Opciones Reales para un Proyecto en Colombia

WEATHERFORD. Gas lift, [Citado el 20 de Dic, 2014] Disponible en: <http://www.weatherford.com/weatherford/groups/web/documents/weatherfordcorp/WFT000787.pdf>