

Solución al problema de VMI para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística.

Fabián Darío Garavito Camargo y Elena Patricia Márquez Coronel

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Industrial

Director

Carlos Eduardo Díaz Bohórquez

Magister en Ingeniería Industrial

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2024

Dedicatoria

A nuestras hijas, Irene y Amelia, nuestras mayores fuentes de inspiración y motivación.
"La tortuga Constanza es lenta, pero muy firme va... con constancia ganarás la carrera."
— Fragmento de la canción " La Tortuga Constanza " de Biper Y Sus Amigos.

Agradecimientos

Este logro no habría sido posible sin la ayuda y el apoyo de muchas personas e instituciones a lo largo del proceso.

A DIOS, por Su constante fidelidad y guía en nuestras vidas.

A nuestros padres, por su incondicional amor y apoyo durante todo nuestro recorrido académico.

A nuestro profesor, el MSc. Carlos Díaz, por su comprensión, motivación, y orientación continua, que fueron fundamentales en el desarrollo de este proyecto.

A nuestros amigos, quienes brindaron su valiosa retroalimentación y apoyo moral en los momentos más desafiantes.

A nosotros mismos, por la unión, el apoyo mutuo y la fuerza compartida en este camino.

Finalmente, a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron a este proyecto, les expresamos nuestro más sincero agradecimiento.

Fabián y Elena

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción _____	13
1. Objetivos _____	15
1.1. Objetivo General _____	15
1.2. Objetivos Específicos _____	15
2. Planteamiento del Problema _____	16
3. Revisión de la Literatura _____	19
3.1. Análisis Bibliométrico _____	19
3.1.1. Criterios de Inclusión _____	19
3.1.2. Scopus _____	20
3.1.3. Web of Science _____	24
3.2. Análisis de la Literatura _____	28
4. Marco de Referencia _____	34
4.1. Marco de Antecedentes _____	34
4.2. Marco Teórico _____	38
4.2.1. Inventario _____	38
4.2.2. Sistema de Inventario _____	38
4.2.3. Gestión de Inventario _____	38

PROBLEMA DE VMI CON TRANSFERENCIA DE INVENTARIO	5
4.2.4. Clasificación de los Modelos de Inventario _____	39
4.2.5. Componentes de un Modelo de Inventario _____	40
4.2.6. Costos Asociados a la Gestión de Inventarios _____	40
4.2.6.1. Costos de ordenar (C) _____	41
4.2.6.2. Costos de Almacenamiento (Ca) _____	41
4.2.6.3. Costos por Faltantes, Agotamiento o Escasez (Cs) _____	41
4.2.6.4. Costo de Transporte o Transferencia (Ct) _____	42
4.2.7. Modelos Deterministas de Inventarios _____	42
4.2.7.1. Modelos con Demanda Determinística Estática. _____	42
4.2.7.2. Modelos con Demanda Determinística Dinámica _____	43
4.2.7.2.1. Lote por Lote _____	43
4.2.7.2.2. Balanceo de período fragmentado (BPF) _____	43
4.2.7.2.3. Algoritmo de Silver-Meal (SM) _____	44
4.2.7.2.4. Costo unitario mínimo (CUM) _____	44
4.2.7.2.5. Algoritmo de Wagner-Whitin (WW) _____	44
4.2.8. Inventario administrado por el proveedor _____	44
4.2.8.1. VMI descentralizado. _____	45
4.2.8.2. VMI en consignación. _____	45
4.2.9. Complejidad Computacional _____	45
4.2.10. Métodos de Solución Determinísticos _____	46

PROBLEMA DE VMI CON TRANSFERENCIA DE INVENTARIO	6
4.2.10.1. Programación Lineal	46
4.2.11. Heurísticas	47
4.2.11.1. Branch and Cut.	47
4.2.11.2. Relajación Lagrangiana.	47
4.2.11.3. Algoritmo de Silver-Meal (SM).	47
4.2.12. Metaheurísticas	47
4.2.12.1. Optimización por Enjambre de Partículas.	48
4.2.12.2. Búsqueda Tabú.	49
4.2.12.3. Recocido simulado.	49
4.2.13. Algoritmo Genético	50
4.2.13.1.1. Operador de selección	51
4.2.13.1.2. Operador de cruce	52
4.2.13.1.3. Operador de mutación	53
5. Descripción del Modelo de Optimización para el Problema de VMI Planteado	54
5.1. Supuestos	55
5.2. Notaciones	56
5.3. Modelo Matemático	57
5.3.1. Función Objetivo	57
5.3.2. Restricciones	57
6. Método: Algoritmo Genético	58

PROBLEMA DE VMI CON TRANSFERENCIA DE INVENTARIO	7
6.1. Algoritmo	59
6.1.1. Representación del Cromosoma	60
6.1.2. Población Inicial	61
6.1.3. Función de Aptitud	62
6.1.4. Solver	62
6.1.5. Factibilidad y Penalización	62
6.1.6. Criterio de Parada	63
6.1.7. Operador de Selección	63
6.1.8. Operador de Cruce	64
6.1.9. Operador de Mutación	65
6.1.10. Nueva Población	66
6.2. Ejemplos numéricos y casos de evaluación	66
6.2.1. Caso 1: capacidades de almacenamiento y de transporte ilimitadas	67
6.2.2. Caso 2: capacidades de almacenamiento limitadas y capacidades de transporte ilimitadas	67
6.2.3. Caso 3: capacidades de almacenamiento y capacidades de transporte limitadas	67
7. Resultados	67
8. Conclusiones	70
9. Recomendaciones	70
Bibliografía	71

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 <i>Cumplimiento de objetivos</i> _____	14
Tabla 2 <i>Clasificación por complejidad computacional</i> _____	45
Tabla 3 <i>Métodos de selección</i> _____	51
Tabla 4 <i>Métodos de cruce</i> _____	52
Tabla 5 <i>Notaciones del modelo matemático</i> _____	56
Tabla 6 <i>Comparación de resultados de las variables de decisión discretas</i> _____	68
Tabla 7 <i>Comparación de resultados de las variables de decisión continuas</i> _____	68
Tabla 8 <i>Comparación de resultados de costo total y tiempo de ejecución</i> _____	69

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 <i>Representación del sistema considerado</i> _____	18
Figura 2 <i>Relación entre documentos/citaciones</i> _____	21
Figura 3 <i>Documentos por autor</i> _____	21
Figura 4 <i>Documentos por país/territorio</i> _____	22
Figura 5 <i>Documentos por institución</i> _____	23
Figura 6 <i>Documentos por año</i> _____	24
Figura 7 <i>Documentos por autor</i> _____	25
Figura 8 <i>Documentos por país o territorio</i> _____	26
Figura 9 <i>Documentos por institución</i> _____	27
Figura 10 <i>Documentos y citas por año</i> _____	28
Figura 11 <i>Secuencia del algoritmo genético</i> _____	50
Figura 12 <i>Diagrama de flujo del algoritmo genético</i> _____	59
Figura 13 <i>Estructura del cromosoma</i> _____	61
Figura 14 <i>Ejemplo del proceso del operador de cruce</i> _____	64
Figura 15 <i>Proceso del operador de mutación</i> _____	65
Figura 17 <i>Tiempos de CPU del experimento</i> _____	69

Lista de Apéndices

Ver apéndices adjuntos y pueden ser consultados en la base de datos de la Biblioteca UIS.

APÉNDICE A. Código para MATLAB del algoritmo genético

APÉNDICE B. Resultados

APÉNDICE C. Artículo

Resumen

Título: Solución al problema de VMI para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística*

Autor: Fabian Darío Garavito Camargo, Elena Patricia Márquez Coronel**

Palabras clave: Inventario administrado por el vendedor, Gestión de inventario, Cadena de suministro, Demanda determinística, Transferencia de inventario, Múltiples minoristas, Algoritmo genético.

Descripción:

El inventario administrado por el vendedor (VMI por sus siglas en inglés) es una estrategia ampliamente adoptada en la industria, la integración del VMI tiene efectos sobre el proceso colaborativo que reúne los diferentes procesos de planificación de cada socio. (Marqués et al., 2010) En muchos casos, estos efectos son positivos para los socios, especialmente en escenarios específicos como el que se plantea en el presente trabajo de investigación.

Este trabajo aborda un problema de VMI en un sistema compuesto por un vendedor y múltiples minoristas que operan bajo una política de inventario en consignación, lo que permite la transferencia de inventario entre minoristas. En este escenario, el vendedor realiza envíos a los minoristas, quienes a su vez pueden transferir inventario entre ellos. El inventario puede pasar por varios minoristas antes de llegar al minorista final. La función objetivo del modelo propuesto busca minimizar los costos del sistema. Se presenta un modelo matemático que describe el problema y se propone un algoritmo genético, implementado en MATLAB R2023B, como técnica de solución. Para validar el algoritmo, se utilizan escenarios e instancias extraídas de la literatura. Los resultados obtenidos demuestran la eficacia del algoritmo para generar soluciones factibles y eficientes, confirmando su aplicabilidad en la optimización de sistemas de VMI con múltiples minoristas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudio Industriales y Empresariales. Director: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez M. Sc. Ingeniería Industrial.

Abstract

Title: Solution to the VMI problem for a system with one vendor and multiple retailers with inventory transfer between retailers under deterministic demand*

Author: Fabian Darío Garavito Camargo, Elena Patricia Márquez Coronel**

Key words: Vendor-managed inventory, Inventory management, Supply chain, Deterministic demand, Transshipment, Multiple retailers, Genetic algorithm.

Description:

Vendor-managed inventory (VMI) is a widely adopted strategy in the industry. The integration of VMI has effects on the collaborative process that brings together the different planning processes of each partner (Marqués et al., 2010). In many cases, these effects are positive for the partners, especially in specific scenarios such as the one addressed in the present research.

This paper addresses a VMI problem in a system composed of one vendor and multiple retailers operating under a consignment inventory policy, which allows inventory transfer between retailers. In this scenario, the vendor ships products to the retailers, who in turn can transfer inventory among themselves. The inventory may pass through several retailers before reaching the final retailer. The objective function of the proposed model seeks to minimize system costs. A mathematical model describing the problem is presented, and a genetic algorithm, implemented in MATLAB R2023B, is proposed as a solution technique. To validate the algorithm, scenarios and instances from the literature are used. The results demonstrate the algorithm's effectiveness in generating feasible and efficient solutions, confirming its applicability in optimizing VMI systems with multiple retailers.

* Bachelor Thesis

** Faculty of Physic-Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies. Director: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez M. Sc. in Industrial Engineering

Introducción

Para una mejor gestión de la cadena de suministro, se hace necesario que las empresas piensen en gestionar mejor sus fuentes de costos. El inventario es considerado el elemento más importante de la cadena de suministro que genera los diferentes costos logísticos, principalmente el costo de mantenimiento de inventario y el costo de transporte. La presencia de todos los factores anteriores requiere nuevas formulaciones y modelos teóricos que faciliten la toma de decisiones y permitan a las empresas comprender las formas en que invierten los recursos. Uno de los temas que más preocupa a los investigadores y empresarios en el campo de la gestión de inventarios es el problema de administrar eficientemente los inventarios, entregar productos al cliente final, mitigar el efecto látigo y responder de manera oportuna a los cambios repentinos en la demanda y las preferencias de los clientes (Kumar Verma & Chatterjee, 2016).

El presente trabajo tiene como objetivo plantear una solución al problema de inventario administrado por el proveedor (VMI) para múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas con el fin de minimizar los costos en la gestión de la cadena de suministro, para el logro de este objetivo se propone una revisión bibliográfica, considerando artículos publicados desde el 2010, con respecto a modelos VMI de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas, considerando sus variantes en cuanto a condicionantes o criterios de mejora; de manera que genere discusión y análisis para la formulación de un modelo pertinente; así mismo, resalte vacíos, diferencias teóricas y tendencias de conocimiento, que demuestran las características gerenciales y de negocio consideradas para la resolución de problemas, y comparan la efectividad de diferentes modelos heurísticos y técnicas de optimización para la resolución de VMI.

Este documento presenta, en el capítulo 2, el planteamiento del problema. A continuación, en los capítulos 3 y 4, se ofrece una revisión de la literatura y un marco referencial que relacionan los antecedentes investigativos y teóricos de la investigación. En el capítulo 5, se realiza una descripción detallada del modelo matemático, junto con sus supuestos y notaciones. Posteriormente, en el capítulo 6, se explican los detalles del diseño del algoritmo genético propuesto. Finalmente, en los capítulos 7 y 8, se presentan los resultados, su comparación con estudios previos descritos en la literatura, y su respectivo análisis, para luego dar paso a las conclusiones y recomendaciones para tener en cuenta en investigaciones futuras.

El cumplimiento de los objetivos propuestos por la investigación se describe a continuación (ver Tabla 1):

Tabla 1

Cumplimiento de objetivos

Objetivo específico	Cumplimiento
Realizar una revisión de literatura del problema: inventario administrado por vendedor para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística.	Capítulo 3
Definir el modelo matemático con los supuestos, variables y restricciones del problema de inventario administrado por vendedor para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística.	Capítulo 5
Establecer la solución a través de un algoritmo genético	Capítulo 6
Evaluar los resultados a partir de instancias de la literatura.	Capítulo 7
Elaborar un artículo académico de carácter publicable basado en los resultados de la investigación	Apéndice C

1. Objetivos

1.1. Objetivo General

Determinar una solución al problema de inventario administrado por vendedor para múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas con el fin de minimizar los costos en la gestión de la cadena de suministro

1.2. Objetivos Específicos

- Realizar una revisión de literatura del problema: inventario administrado por vendedor para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística.
- Definir el modelo matemático con los supuestos, variables y restricciones del problema de inventario administrado por vendedor para un sistema de un vendedor y múltiples minoristas con transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda determinística.
- Establecer la solución a través de un algoritmo genético
- Evaluar los resultados a partir de instancias de la literatura.
- Elaborar un artículo académico de carácter publicable basado en los resultados de la investigación

2. Planteamiento del Problema

En el entorno empresarial actual la fuerte competencia es cada vez mayor, por lo tanto, para garantizar la supervivencia las empresas deben dejar de operar de forma individual y autónoma, y hacerlo de manera integrada con la cadena de suministro (SC), donde los objetivos individuales están alineados con el de toda la cadena (Hariga et al., 2022). En la gestión de la cadena de suministro (SCM), existen diversos enfoques para mitigar los problemas inherentes al enfoque tradicional. Uno de ellos es la respuesta eficiente al consumidor (ECR), cuya filosofía es la cooperación mutua a través del intercambio de información. Una de las prácticas del ECR es el VMI que es una variante del (SSM) donde el vendedor gestiona las existencias en lugar del minorista (Morana & Morana, 2018).

Administrar eficientemente los inventarios, entregar productos al cliente final, mitigar el efecto látigo y responder de manera oportuna a los cambios repentinos en la demanda y las preferencias de los clientes, depende en esencia del alto nivel de coordinación y cooperación entre los socios de la SC. El VMI es uno de los tantos mecanismos que las empresas han diseñado e implementado en la práctica para lograr altos niveles de coordinación y mayor eficiencia en la gestión de inventario de las cadenas de suministro (Hariga et al., 2022).

Según lo visto, al menos, desde 1994 se han propuesto modelos VMI de un vendedor y múltiples clientes bajo demandas determinísticas y estocásticas. En la práctica, se sabe que las demandas de los clientes tienen comportamiento probabilístico. Por esta razón, se sugiere profundizar en este tipo de modelos (Pramudyo & Luong, 2019). Sin embargo, a nivel de pregrado el abordar este tipo de demanda supone una complejidad en el problema que excede el alcance de este proyecto.

Por otro lado, en la revisión preliminar de la literatura, se encontraron pocas investigaciones sobre transferencia de inventario entre minoristas en sistemas VMI, todo lo anterior teniendo en cuenta las limitaciones inherentes de revisión bibliográfica en bases de datos. Sin embargo, se considera este factor como uno de interés investigativo. Por esta razón se ha decidido realizar un trabajo de investigación que aborda un problema de VMI en un sistema de un proveedor y múltiples minoristas con demanda determinística y transferencias de inventario entre minoristas.

En la búsqueda continua de la optimización de los procesos dentro de la cadena de suministros, es importante la reducción de costos. Así mismo, a través del diseño de un modelo de transferencia de inventario entre minoristas administrado por el vendedor (VMI) se hace un aporte desde la parte práctica ya que proporciona un análisis de los posibles escenarios desde este enfoque que pueden ser aplicados en la vida real y la idoneidad de las diversas políticas de reabastecimiento para el vendedor y los minoristas en la transferencia de inventarios sobre la base de parámetros de costo y no costo.

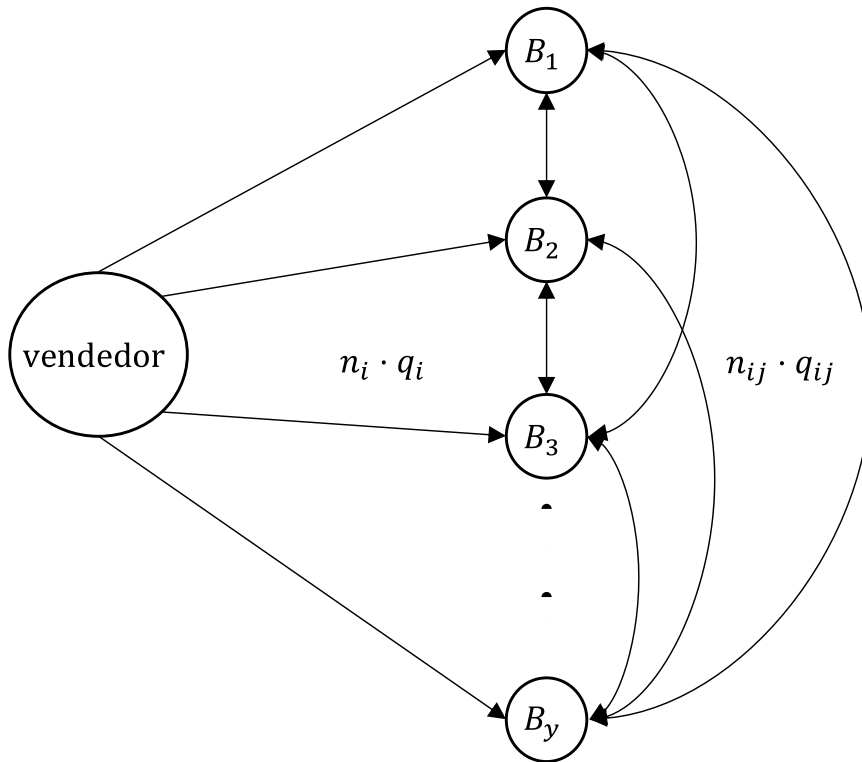
Teniendo en cuenta lo anterior, en la presente investigación se aborda una variación del problema VMI bajo una política de inventario en consignación, que permite la transferencia de inventario entre minoristas. En este contexto, se asume una relación entre las cantidades a transportar (q), el tiempo de ciclo (T), y el número de envíos del vendedor a los minoristas y entre minoristas (n). Para dar solución a este problema, se busca determinar el valor óptimo de cada una de estas variables con el fin de minimizar el costo total del sistema.

El sistema manejado en este estudio se caracteriza por dos etapas clave. En la primera, se encuentra el vendedor, y se deben definir tanto las cantidades a enviar como el número de envíos

que este realizará a cada minorista. En la segunda etapa, se determinan las cantidades y el número de transferencias entre los minoristas. Estos aspectos se ilustran en la Figura 1.

Figura 1

Representación del sistema considerado



Nota: El gráfico representa la forma en que se mueve el inventario dentro del sistema. Tomado de *Consignment stock; Economic production quantity; Inventory management; Transshipment*, por H. Tarhini, M. Karam, M. Jaber, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.107568>

Dado que el problema abordado es de optimización combinatoria de tipo NP-Hard, esta investigación propone la implementación de un algoritmo genético (GA) como técnica para encontrar una solución. Adicionalmente, se utilizarán datos extraídos de la literatura existente. En el contexto local, existen negocios en los que un vendedor provee a múltiples minoristas, y

donde se realizan transferencias de inventario entre estos. Estos sistemas pueden formar parte de una misma sociedad matriz, como es el caso de la industria del calzado, en la que un fabricante cuenta con múltiples puntos de venta. Por esta razón, esta investigación aportará conocimiento valioso para profundizar en el estudio del VMI como una ventaja competitiva para las empresas. De este modo, se contribuye al cumplimiento de una de las funciones misionales del grupo OPALO y de la Universidad Industrial de Santander.

3. Revisión de la Literatura

3.1. Análisis Bibliométrico

La búsqueda de información científica se realizó usando las bases de datos de Scopus® y Web of Science™ dando prioridad absoluta al tema principal *inventario administrado por vendedor* en conjunto con los tópicos *múltiples minoristas* y *transferencia de inventario*.

El proceso de revisión bibliográfica se inició con la identificación de los términos que se utilizarán en la búsqueda y sus correspondientes descriptores en inglés. Por lo tanto, los términos clave definidos para llevar a cabo la búsqueda incluyen: *vendor-managed inventory*, *multiple retailers* y *transshipment*.

Así mismo, se definieron criterios para la búsqueda bibliográfica, los cuales tienen como finalidad la de definir el tema de la manera más precisa para procurar que los artículos obtenidos brinden información pertinente sobre el tema de investigación.

3.1.1. Criterios de Inclusión

- Alguno y/o todos los términos claves seleccionados deben estar contenidos en los campos de búsqueda como el título, el resumen, contenido y/o palabras claves descritas por los autores.

- Artículos originales escritos en español e inglés y publicados en una revista científica.

Para el diseño de la ecuación de búsqueda, el término “vendor-managed inventory” siempre debe aparecer en los campos de título y resumen de forma independiente a los demás términos. Para esto se utilizaron los operadores booleanos de intersección y unión, un operador de truncamiento y un operador de proximidad. Se realizó un diseño de orden de precedencia del cual se espera que la búsqueda contenga todos los resultados posibles. Para los términos derivados se busca que contenga al menos uno de los términos asociados. Se realizó el diseño de la ecuación que permitió generar los resultados pertinentes para cada base de datos.

3.1.2. Scopus

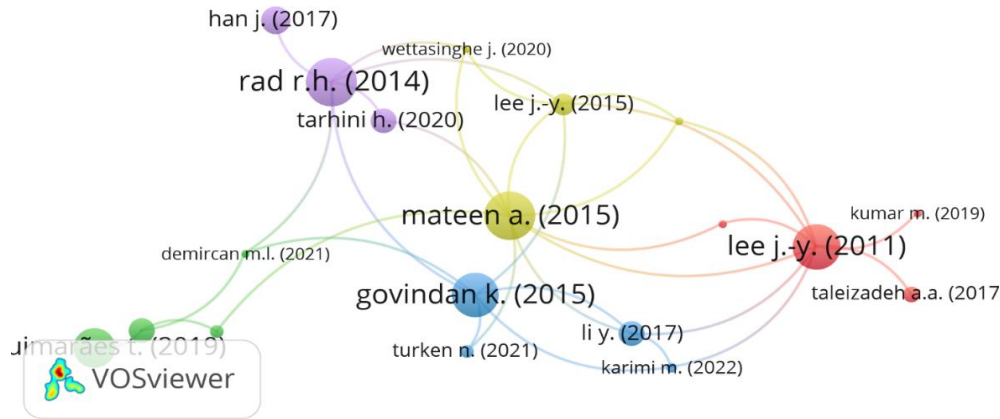
Al aplicar y ejecutar la búsqueda de documentos en Scopus®, usando la ecuación de búsqueda descrita a continuación y teniendo en cuenta los criterios de inclusión, se encontraron 23 artículos.

*TITLE-ABS ("vendor-managed inventory" OR vmi) AND ((tran*shipment OR (transfer* W/1 inventor*)) AND ((single OR one) W/10 (vendor OR supplier)) AND ((n OR multi*) W/10 (retailer OR buyer OR consumer OR client)) AND (demand)) AND (LIMIT-TO (SRCTYPE , "j")) AND (LIMIT-TO (DOCTYPE , "ar")) AND (LIMIT-TO (LANGUAGE , "English") OR LIMIT-TO (LANGUAGE , "Spanish"))*

En la Figura 2 se observan los cinco documentos más citados, estos son Rad, Razmi, Sangari & Ebrahimi. (2014); Mateen, Chatterjee & Mitra, (2015); Lee & Ren, (2011); Govindan, (2015); A. Guimarães, Coelho, Schenekemberg & Scarpin, (2019). Además, podemos ver su relación con otros documentos de esta búsqueda.

Figura 2

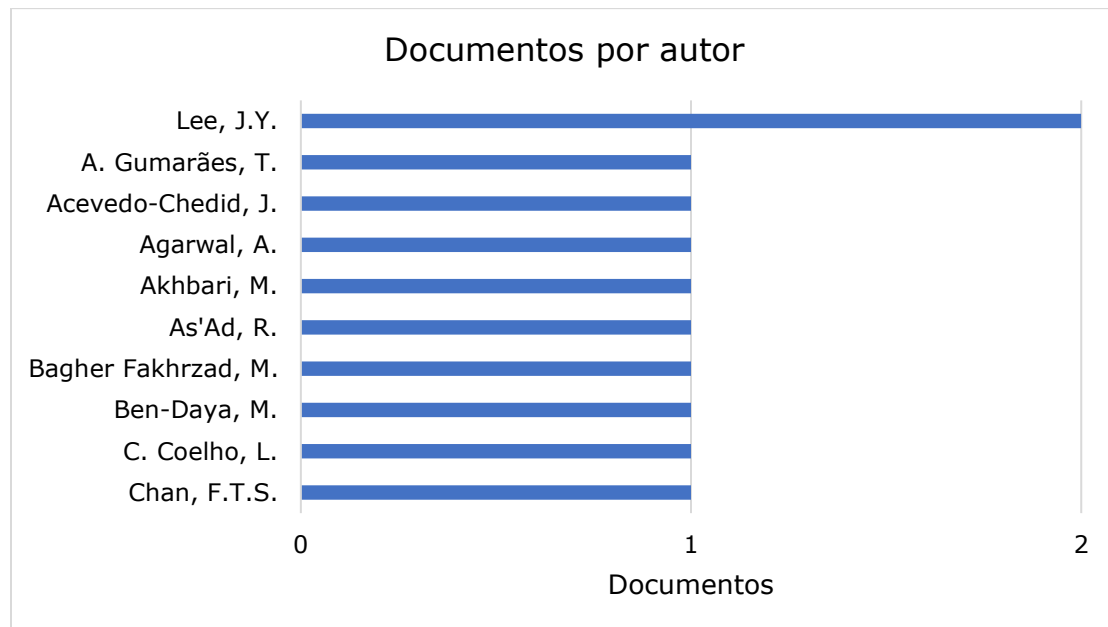
Relación entre documentos/citaciones



Por ejemplo; Rad, Razmi, Sangari & Ebrahimi. (2014), fue citado en Govindan, (2015); y Lee & Ren (2015), es citado en ocho de los documentos hallados. Además, Lee, J. Y. es el autor con mayor número de documentos publicados (ver Figura 3).

Figura 3

Documentos por autor

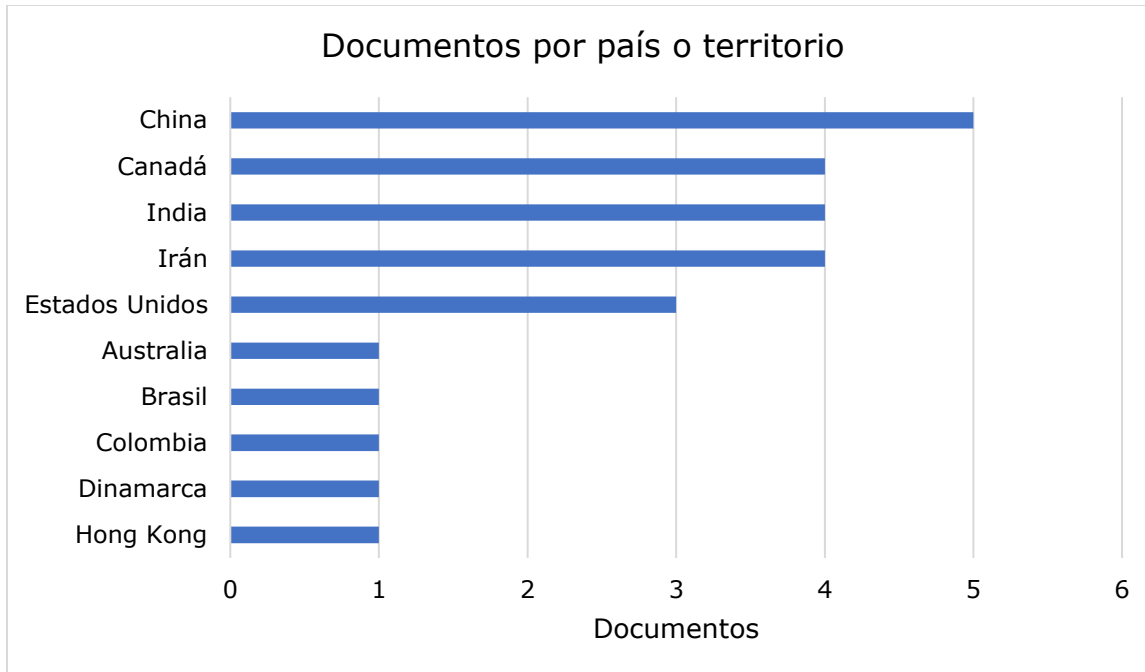


Nota. Gráfico tomado del análisis de resultados generado por Scopus®

Los países con mayor número de publicaciones en el tema tratado se ubican en Asia y Norteamérica, siendo China el país con mayor número de publicaciones al respecto. (ver Figura 4).

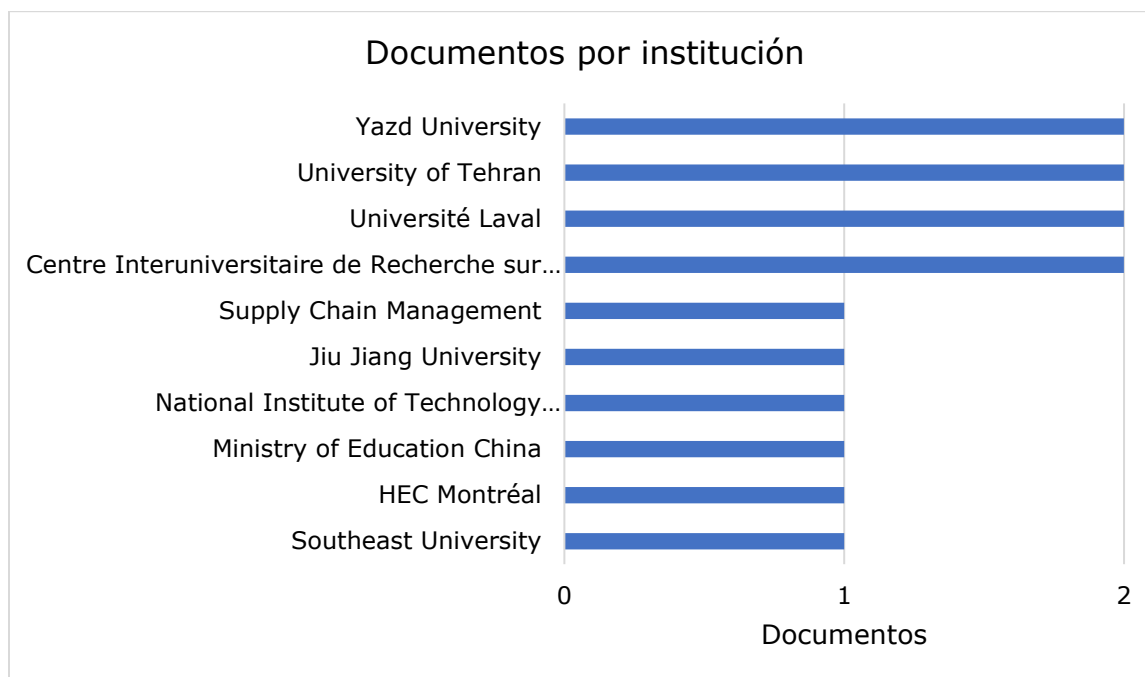
Figura 4

Documentos por país/territorio



Nota. Gráfico tomado del análisis de resultados generado por Scopus®

Sin embargo, las universidades con mayores publicaciones son *Yazd University* y *University of Tehran*, en Irán, y *Université laval* y *Centre Interuniversitaire de Recherche*, en Canadá (ver Figura 5).

Figura 5*Documentos por institución*

Nota. Gráfico tomado del análisis de resultados generado por Scopus®

Por otra parte, las publicaciones por año del tema tratado no parecen tener una tendencia específica, sin embargo, en todos los años siguientes del 2016 ha habido publicaciones al respecto, siendo el 2020 el año con mayor número de publicaciones en los últimos cinco años (ver Figura 6).

Figura 6*Documentos por año*

Nota. Gráfico tomado del análisis de resultados generado por Scopus®

3.1.3. Web of Science

Al aplicar y ejecutar la búsqueda de documentos Web of Science™, usando la ecuación de búsqueda descrita a continuación y teniendo en cuenta los criterios de inclusión, se encontraron 14 documentos de los cuales fue excluido un artículo por encontrarse duplicado.

*TS=("vendor-managed inventory" OR vmi) AND TS=("tran*shipment" OR (transfer* NEAR/1 inventor*)) AND ((single OR one) NEAR/10 (vendor OR supplier*)) AND ((n OR multi*) NEAR/10 (retail* OR buyer OR consumer OR client)) AND (demand)) AND DT=(Article) AND LA=(English OR Spanish)*

En la Figura 7, el autor con el mayor número de publicaciones es Rekik, Y. con tres publicaciones, seguido de Al-e-hashem con dos publicaciones. Sin embargo, se encontró que el documento más citado es el de Coelho, Cordeau, & Laporte, (2012) con 146 citaciones.

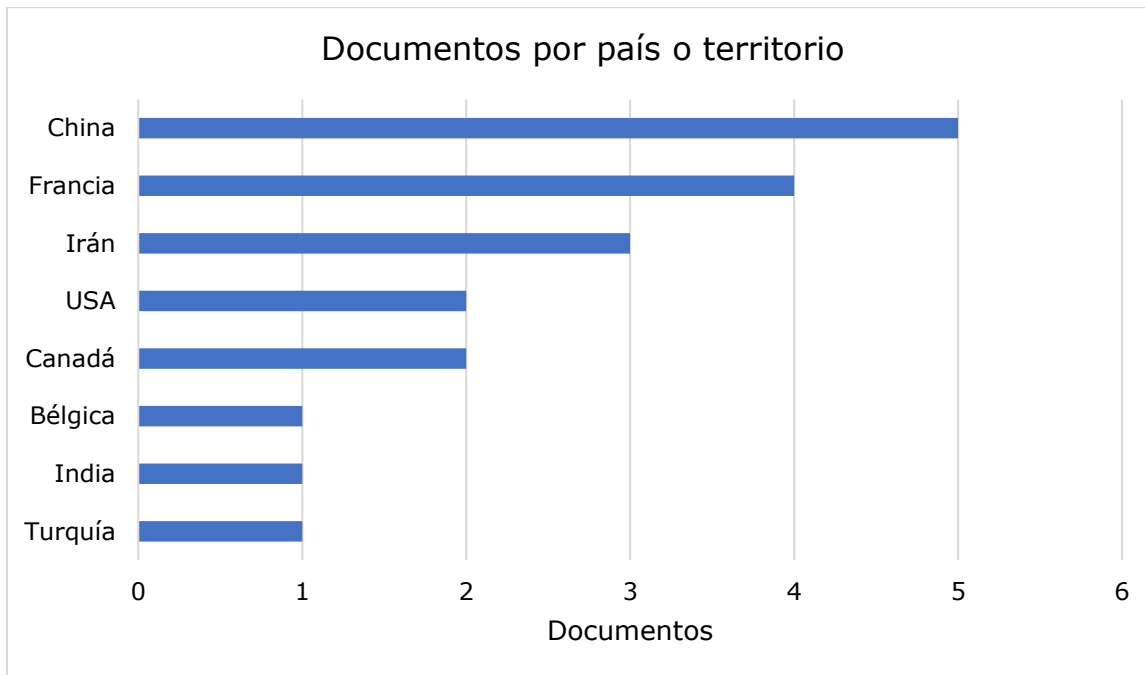
Figura 7

Documentos por autor



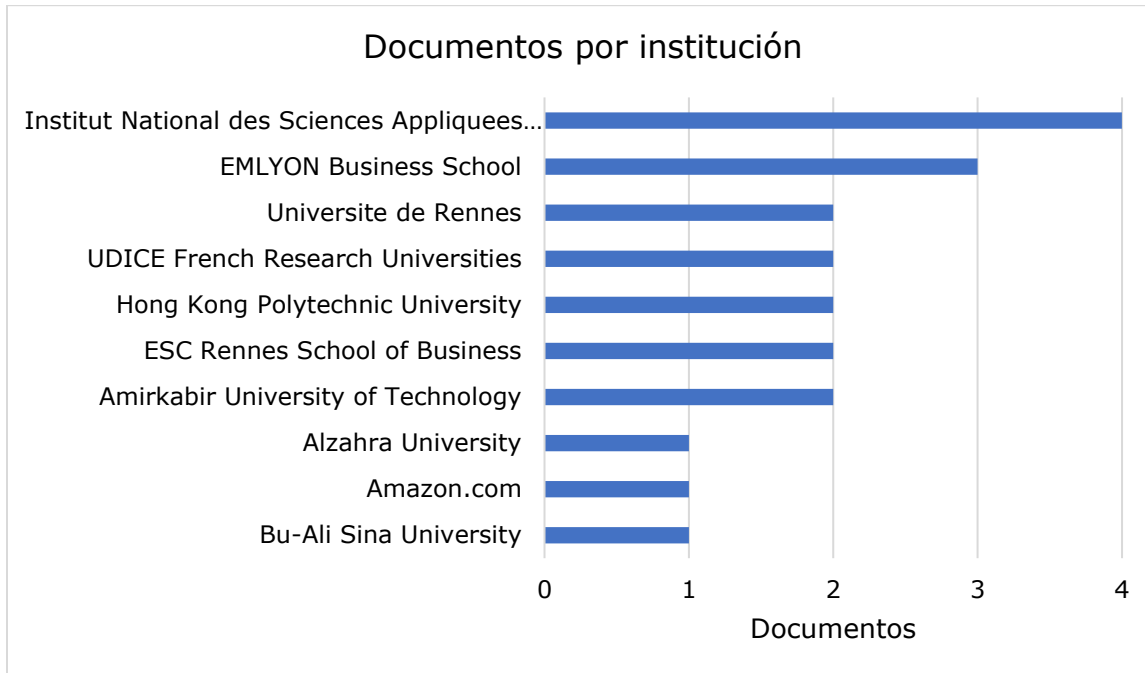
Nota. Gráfico adaptado del Análisis de Resultados de Web of Science™

Nuevamente, para esta búsqueda China, Irán, EE. UU y Canadá se encuentran dentro de los cinco países con mayor número de publicaciones. Y de nuevo, China ocupa el primer lugar en la lista con cinco publicaciones, seguido de Francia con cuatro publicaciones (ver Figura 8).

Figura 8*Documentos por país o territorio*

Nota. Gráfico adaptado del Análisis de Resultados de Web of Science™

En cuanto a la distribución de documentos por instituciones, aquellas que produjeron la mayor cantidad fueron el *Institut National Des Sciences Appliquees De Lyon INSA Lyon* y el *Emlyon Business School* ambos en Francia. Juntos aportan el 50% de la producción literaria encontrada en esta búsqueda (ver Figura 9).

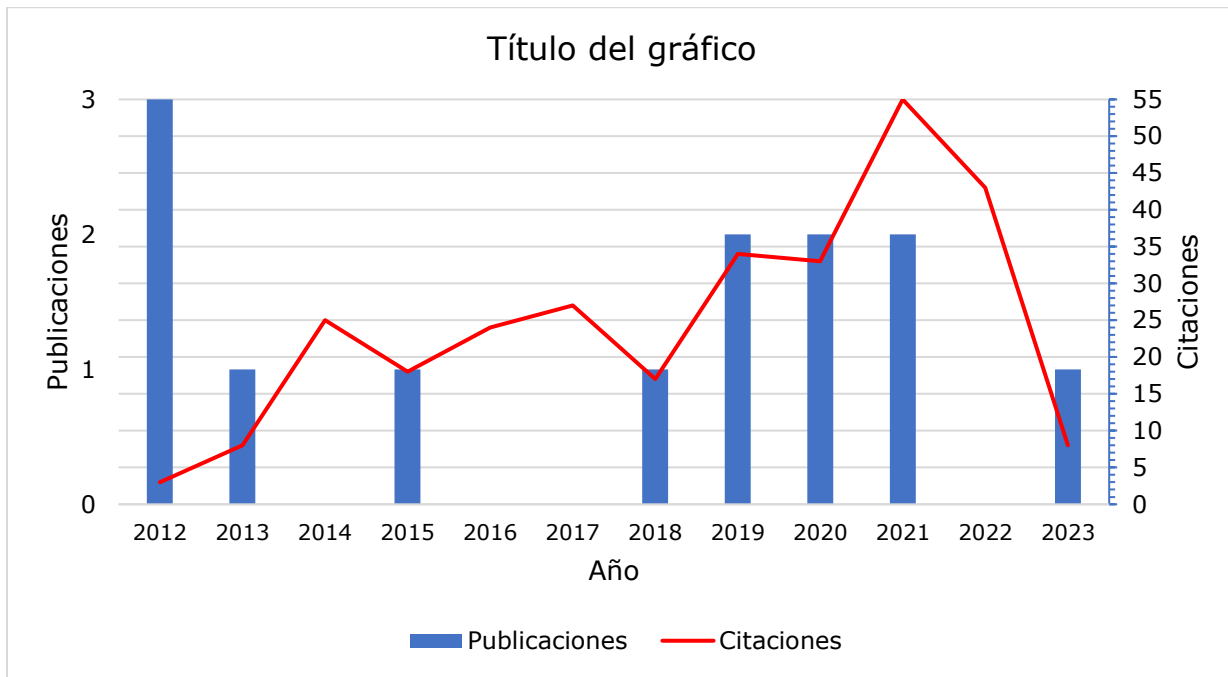
Figura 9*Documentos por institución*

Nota. Gráfico adaptado del Análisis de Resultados de Web of Science™

En lo referente a la distribución por año, desde 2012 hasta el 2023, el mayor número de publicaciones se hizo en el 2012. Pero, desde entonces hasta el 2021 la cantidad de citaciones de estos documentos tuvo una tendencia a ir aumentando, habiendo sido el 2021 el año en que se citaron en mayor medida los documentos de esta búsqueda (ver Figura 10).

Figura 10

Documentos y citas por año



Nota. Gráfico tomado del Análisis de Resultados de Web of Science™

3.2. Análisis de la Literatura

El tema de gestión de la cadena de suministro ha tenido especial interés durante las dos últimas décadas a raíz de los avances tecnológicos que permiten su investigación, implementación y control. Sobre todo, por los avances recientes de computación en la nube, macrodatos, inteligencia artificial, entre otros. Dentro de los sistemas colaborativos se encuentra el VMI. En el mundo real los tomadores de decisiones deben determinar la forma de distribución en la cadena de suministro. Entonces el VMI trae de forma inherente un problema de ruteo IRP. Sin embargo, este estudio no se extiende hasta el problema de ruteo y se consideran sus variables como parámetros fijos de costo. Por otro lado, se tienen en cuenta los métodos de solución

abordados y propuestos en la literatura. Dentro de las investigaciones de VMI se encontraron diversas aproximaciones.

Lee & Ren (2011) analizaron un modelo estocástico de revisión periódica de inventario simple en un sistema VMI. Mishra y Chan (2012) construyeron una plataforma de simulación para cadena de suministros con capacidad multinivel y multi producto con la cual se puede estudiar el VMI y transferencia de inventarios. (Chen y otros, 2012) evaluaron el impacto de la variabilidad en la demanda y la transferencia de inventarios en las políticas de distribución del vendedor bajo una estrategia VMI de un vendedor y dos minoristas. El trabajo de (Coelho y otros, 2012) introduce un problema de IRP con transferencia de inventarios y desarrollan una heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) para cuatro variantes del modelo que producen soluciones de alta calidad. (Jemai y otros, 2013) tuvieron en cuenta IRP en un escenario VMI con un vendedor y múltiples minoristas bajo demanda estocástica y transferencia de inventarios. Al igual que en anteriores estudios, el trabajo en mención muestra que la transferencia de inventarios mejora el desempeño de la cadena de suministros. Rad, Razmi, Sangari y Ebrahimi (2014) consideraron una cadena de suministro VMI de dos niveles con un vendedor y dos minoristas teniendo en cuenta factores asociados al costo de pedido del vendedor. La investigación de Zhong, Jiang y Zheng (2015) se extiende hasta múltiples vendedores y minoristas en un contexto de centro de suministro y transferencia de inventarios lateral, respectivamente, donde la demanda es aleatoria, pero con distribución uniforme. En el anterior trabajo se ideó un algoritmo de solución basado en GA debido a la dificultad de encontrar una solución exacta. Coelho y Laporte (2015) introducen en su trabajo una política *Optimised target-level* (OTL) de reabastecimiento de inventario para sistemas VMI que muestra tener mayores ventajas frente a otras políticas cuyo modelo matemático es solucionado a través de un algoritmo

Branch-and-cut (B&C). Govidan (2015) considera un sistema VMI con un vendedor y múltiples minoristas bajo demanda estocástica que varía con el tiempo que es solucionado con una heurística de tipo *Silver-Meal* con el fin de hallar una política óptima de reabastecimiento. Lee, Paik, & Cho (2015) realizó una revisión de literatura sobre estudios teóricos y empíricos de VMI y la orientación de futuras investigaciones donde hallaron, entre otras cosas, que la mayoría de las investigaciones teóricas se centran en reducción de costos. El trabajo de Mateen, Chatterjee y Mitra (2015) consideró un sistema VMI para un vendedor y múltiples minoristas bajo demanda estocástica con un acuerdo contractual de almacenamiento y penalización con el fin de minimizar los costos globales. Li, Wan y Liu (2017) construyeron un modelo de programación estocástica bi-nivel para plantear modelos VMI de un vendedor y múltiples minoristas que se solucionan usando una conversión *Mathematical Program with Complementarity Constraints* (MPCC) determinista. Li, Wang y Chan (2017) consideraron una política de ruteo de inventario en un contexto VMI bajo tiempo de reabastecimiento y demanda estocástica con un proveedor y dos minoristas. El trabajo de Han, Lu y Zhang (2017) considera un problema de planeación para un VMI descentralizado de tres niveles compuesto de un vendedor, múltiples distribuidores tercerizados y múltiples minoristas bajo demanda determinística. Taleizadeh (2017) estudió un sistema VMI con un vendedor y un minorista bajo demanda determinista con retrasos parciales de pedidos para un producto de materia prima química vaporosa. Lefever, Aghezzaf, Hadj-Hamou y Penz (2018) analizó una formulación mejorada del B&C para el problema de IRP con transferencia de inventarios logrando una reducción significativa en la carga computacional y superando los mejores resultados de la literatura hasta ese momento, incluso llegando a encontrar la solución óptima para dos casos de los cuales no se conocía antes. Wei, Chen y Hongwei (2018) abordaron un sistema VMI de tiempo discreto para un vendedor y un minorista con el fin

de evaluar las dinámicas de inventario y producción. Al-e-Hashem, Rekik y Hoseinhajlou (2019) proponen un modelo bi-objetivo estocástico de IRP con transferencia de inventario que resolvieron con un método híbrido L-Shaped. También señalaron la importancia sobre las emisiones de gases en el medio ambiente siendo precisamente uno de los dos objetivos. Timajchi, Al-e-Hashem y Rekik (2019) plantean un problema de ruteo IRP para productos peligrosos sujetos a deterioro con presencia de riesgo de accidentes con opción de transferencia de inventarios para un proveedor y múltiples minoristas con demanda determinista. A pesar de que el trabajo no habla de VMI, plantea un método de solución CPLEX¹ y lo compara con *Hybrid Genetic Algorithm* (HGA), lo cual puede ser provechoso. Kumar, Garg y Agarwal (2019) realizaron una aproximación integrada de AHP y TOPSIS difusos para el modelado del diseño contractual de un mecanismo de coordinación de inventario de una cadena de suministro. Guimarães, Coehlo, Schenekemberg y Scarpin (2019) se inspiraron en un caso real para introducir un problema de inventario y ruteo IRP de dos niveles con múltiples depósitos donde la capa intermedia toma las decisiones. Propusieron una formulación *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP) y un algoritmo B&C para resolver el problema. Al final desarrollaron un algoritmo metaheurístico compuesto de un ALNS mejorado por la solución exacta de un subproblema MILP que funciona bien para casos de mayor tamaño. El trabajo de Avci y Yildiz (2020) va más allá al proponer un problema de ruteo *Production Routing Problem* (PRP) considerando transferencias de inventarios con el fin de reducir los costos totales. El algoritmo de solución propuesto *Mathematical Programming-based Heuristic* (MPH) reduce la carga computacional y provee resultado de calidad para casos de gran tamaño. Zhang, Xu, Shi y Zhu (2020) fueron los primeros en haber analizado la competencia simultánea de inventario en una

¹ Esto es el IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Software

cadena de suministro con un proveedor y dos minoristas con transferencias de inventarios entre ellos bajo demanda aleatoria. En sus resultados prueban que un contrato *Overstock-risk and transshipment-cost sharing* (RCS) con VMI puede coordinar la cadena de suministro. Dai, Gao y Giri (2020) estudiaron un IRP cíclico bajo una política VMI con productos perecederos donde se busca minimizar el costo total promedio. El método de solución es un algoritmo híbrido heurístico desarrollado mediante la combinación de un algoritmo *cuckoo* y un algoritmo mejorado de ahorros Clarke-Wright. Wettasinghe y Luong (2020) estudiaron un modelo de posicionamiento de inventario en un sistema VMI de un vendedor y dos minoristas bajo demanda de Poisson. Mehrjerdi y Akhbari (2020) investigaron un sistema VMI de un vendedor y múltiples minoristas bajo la función de demanda Cobb-Douglas que se soluciona mediante un modelo de juego de Stackelberg. En el trabajo de Tarhini, Karam y Jaber (2020) se investigó un modelo VMI de un vendedor y múltiples minoristas bajo demanda determinista con una política de inventario en consignación donde existe colaboración entre los minoristas al permitirse transferencias de inventarios entre ellos. Se desarrolló un algoritmo genético para minimizar el costo y encontrar el número de envíos entre el vendedor y los minoristas. Demircan y Merdan (2021) propusieron una metodología de orden de predicción para un sistema VMI en un sector de bienes de consumo de alta rotación en almacén *Fast-Moving Consumer Goods* (FMCG) basado en *Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets* (IVIFS) donde se busca hacer predicciones bajo la vaguedad y subjetividad de los juicios de los seres humanos. Turken, Geda y Takasi (2021) estudiaron las decisiones de inventario y producción entre un vendedor y un comprador dentro de una cadena de suministro de un vendedor, múltiples minorista y múltiples productos bajo diversas regulaciones ambientales. Lei, Ru, Shi y Zhang (2022) estudiaron un problema de un modelo de vendedor de periódicos de dos productos con sustitución parcial de la demanda.

Fattahi y Tanhatlab (2022) diseñaron una cadena de suministro IRP estocástica con productos perecederos, transferencia de inventarios y demanda incierta. El modelo matemático, al ser complejo, se soluciona de forma aproximada basándose en una heurística de relajación lagrangiana (LR). Karimi, Khademi-Zare, Zare-Mehrjerdi y Bagher Fakhrazad (2022) manifestaron que en su investigación encontraron que los estudios sobre cadenas de suministro VMI en general no han considerado la competencia entre minoristas. Consideran un sistema con un vendedor y múltiples minoristas bajo una demanda determinística lineal. Proponen un algoritmo de solución para buscar el equilibrio de Nash en un modelo de juego de Stackelberg. Además, sugieren investigar este tipo de problema con demanda estocástica. Malleeswaran y Uthayakumar (2022) consideraron el impacto de las inversiones en sostenibilidad y las políticas de carbono en una cadena de suministro encontrando que el costo total es menor en las políticas de emisión de carbono en VMI que en el problema clásico. También, abordaron algoritmos de optimización programación, evolucionarios y genéticos. En su trabajo, Hariga, As'ad y Ben-Daya (2022) abordaron un problema de VMI con un proveedor y múltiples minoristas teniendo en cuenta el impacto ambiental. Para esto, consideraron un acuerdo contractual con límite al nivel de inventario y penalización, además, del desarrollo de modelos económicos y ambientales junto con modelos combinados de políticas límite y tasas de carbono. Emplearon un uso novedoso de los multiplicadores de Lagrange que proporciona una herramienta para la toma de decisiones. También, recomiendan considerar la demanda estocástica en lugar de determinista. Salas-Navarro y otros (2023) propusieron un modelo VMI para una SC de tres capas (fabricantes, proveedores y minoristas) con múltiples miembros en cada de ellas para productos perecederos con demanda probabilística donde el objetivo es maximizar los beneficios de la cadena de suministro a través de un modelo de optimización conjunta.

Dentro de esta revisión se encontró que el VMI ha tenido una evolución en cuanto a la complejidad en que se aborda e investiga el problema. Se evidencia la necesidad de ampliar el estudio de la demanda desde el ámbito determinista hasta el estocástico junto a modelos multinivel de múltiples integrantes. Allí se incluyen diversos parámetros, consideraciones y políticas. Dentro de estos resaltan el inventario en consignación, la competencia entre minoristas, productos perecederos y recientemente el aspecto ambiental dentro de políticas de carbono. Por otro lado, se hallaron múltiples métodos de solución para los diversos modelos matemáticos que se pueden diferenciar entre exactos y heurísticos, siendo estos últimos los más abordados, de forma conjunta (híbridos) con otros métodos o con variaciones novedosas de los mismos.

4. Marco de Referencia

4.1. Marco de Antecedentes

El modelo de Loaiza Maya (2013), presentado en el trabajo titulado Modelo de Inventario Manejado por el Proveedor para una Cadena de Suministros Compuesta por un Productor y Múltiples Minoristas, es una extensión del planteado por (Darwish y Odah, 2010) en el que se considera una cadena de suministro compuesta por un productor con una tasa de producción P y m minoristas, cada uno con un tiempo de ciclo menor que el tiempo de ciclo del productor. Además, el modelo considera las restricciones de capacidad de almacenamiento y transporte mediante la selección de un alto costo de penalización por las unidades enviadas en exceso desde el productor hacia los minoristas.

El algoritmo desarrollado en el trabajo permite calcular los valores óptimos para las variables del modelo, y mediante la simulación de Montecarlo se generan instancias aleatorias para realizar experimentos numéricos de sensibilidad y evaluar la utilidad y robustez del modelo propuesto (Loaiza Maya, 2013).

Es importante destacar que la implementación de este modelo solo sería útil en cadenas de suministro que cumplan con ciertas condiciones, como restricciones en las cantidades enviadas desde el productor a cada minorista y un costo de penalización mayor por la violación de esta restricción que los costos regulares de almacenamiento y pedido de la cadena (Loaiza Maya, 2013). Además, el modelo solo sería beneficioso si existe un productor con costos de ordenar y almacenar inventarios inferiores al 30% y al 90% de los costos normales de ordenar y almacenar de cada minorista.

El trabajo de Loaiza Maya (2013) se relaciona con este trabajo debido a que en ambos se aborda el problema de coordinar inventarios en una cadena de suministro. Sin embargo, el modelo propuesto en cada trabajo se enfoca en diferentes aspectos del problema. Mientras que en este trabajo se enfoca en la transferencia de inventario entre minoristas bajo demanda estocástica, el trabajo de Loaiza Maya se enfoca en las restricciones de capacidad de almacenamiento y transporte. Ambos trabajos son complementarios y pueden ayudar a desarrollar una estrategia integral de gestión de inventarios para una cadena de suministro.

En el trabajo titulado Política de Inventario Integrada con Precios para una Cadena de Suministro Administrada por el Vendedor y Consolidación de Envíos con Flota Heterogénea para Productos Sujetos a Deterioro de Lozano Suárez (2020), se tiene como objetivo establecer un modelo matemático que integre decisiones de producción, inventario, distribución y marketing considerando la provisión de materias primas y la asignación de lotes de entrega a la flota heterogénea para maximizar la utilidad total de la cadena de VMI. El estudio se centra en abordar el problema de desperdicio y deterioro que afecta las cadenas de suministro de alimentos debido a la mala gestión del inventario y la falta de coordinación entre sus miembros.

En este sentido, se considera el mecanismo de colaboración VMI para abordar el problema de la gestión del inventario de productos perecederos y se incluye la decisión de asignación de vehículos. Se establece un modelo matemático para integrar las decisiones de producción, inventario, distribución y marketing con el fin de maximizar la utilidad total de la cadena VMI. Para resolver el modelo se desarrolla un algoritmo, la Optimización por Enjambre de Partículas (PSO, por sus siglas en inglés), y se generan ejemplos numéricos para su validación. Se descubre que la utilidad total aumenta cuando se considera una flota heterogénea en comparación con una flota homogénea a medida que aumenta el número de minoristas (Lozano Suarez, 2020).

Se obtiene que una política de gestión integrada del inventario para la cadena de un fabricante y múltiples minoristas con flota heterogénea afecta principalmente los costos de mantenimiento del inventario, los costos de deterioro de las materias primas y los productos terminados y el costo del transporte. Se acepta la hipótesis de que la inclusión de una flota heterogénea en la política de inventario integrado mejora la utilidad de la cadena en un sistema de dos etapas de VMI gestionado por el vendedor. Sin embargo, se destaca que el algoritmo PSO requiere un alto esfuerzo computacional y que es importante que los miembros de la cadena de suministro de alimentos se coordinen adecuadamente para evitar el desperdicio y mejorar la eficiencia (Lozano Suarez, 2020).

En el trabajo de (Romero Montes, 2018) titulado diseño de un modelo de optimización VMI para el aprovisionamiento de productos perecederos bajo escenarios de incertidumbre se describe un modelo de inventario de varios niveles y varios productos para el sector lácteo en el Departamento de Sucre, que utiliza métodos exactos, matemáticas descriptivas y cálculos analíticos para lograr el beneficio óptimo total. El modelo se desarrolla en un contexto de

incertidumbre debido a la sensibilidad de los productos a la deterioración y los defectos en el proceso de producción, y la demanda es modelada mediante una función de demanda probabilística basada en la distribución exponencial. El objetivo es maximizar el beneficio total esperado en la cadena de suministro.

(Romero Montes, 2018) también revisa la literatura existente sobre modelos de colaboración con participación en VMI en cadenas de suministro de dos niveles, la mayoría de los cuales se modelan en escenarios de demanda determinística y solo el 16% involucra la deterioración como factor de incertidumbre. Los métodos heurísticos y metaheurísticos se utilizan cada vez más para resolver estos modelos, lo que permite un menor desgaste computacional y un tiempo de ejecución más corto.

El modelo de inventario desarrollado en el trabajo de (Romero Montes, 2018) es una extensión del modelo propuesto por (Taleizadeh et al., 2015) para una cadena de suministro de dos niveles con múltiples minoristas y un fabricante que gestiona el inventario expuesto a la deterioración del minorista. El modelo de Taleizadeh se resuelve mediante métodos metaheurísticos y la teoría del juego de Stackelberg. El modelo propuesto amplía la cadena de suministro a tres niveles y se aplica al sector lácteo del Departamento de Sucre, y se busca maximizar el beneficio total esperado (Romero Montes, 2018).

La conclusión del trabajo es que el modelo propuesto puede ser una estrategia de colaboración eficaz para mejorar la competitividad del sector lácteo en la región, y que se obtuvo un beneficio total de 68,342,000 millones de pesos colombianos al aplicar el modelo a la cadena de suministro integrada por minoristas, fabricantes y proveedores. También se sugiere la posibilidad de definir esquemas de colaboración con los proveedores para maximizar el beneficio total de la cadena (Romero Montes, 2018).

De este modo, los trabajos anteriores se relacionan con el presente trabajo al centrarse en el tema relacionado con el inventario en cadenas de suministro con múltiples minoristas, pero se diferencian con este trabajo al no abordar la transferencia de inventario entre minoristas, tema que no ha sido tratado en trabajos de grado de las universidades colombianas y en general latinoamericanas que fueron consultadas para la realización de este trabajo.

4.2. Marco Teórico

4.2.1. Inventario

Los inventarios son las existencias de materias primas, componentes, trabajo en proceso y productos terminados que se encuentran en varios puntos a lo largo de la cadena de producción y logística de una empresa (Ballou, 2004). Estos bienes y materiales son esenciales para la venta, producción o suministro de servicios de una empresa. Los inventarios incluyen suministros de oficina, productos semiterminados, bienes en tránsito, entre otros.

4.2.2. Sistema de Inventario

El sistema de inventario es un conjunto de políticas, procedimientos y herramientas utilizadas por una empresa para controlar y administrar su inventario. Este sistema tiene como objetivo optimizar la gestión de inventarios de la empresa, lo que implica el mantenimiento de niveles adecuados de inventario para satisfacer la demanda del cliente y minimizar los costos asociados al almacenamiento y al mantenimiento de inventario (Rincón Soto, 2012).

4.2.3. Gestión de Inventario

La gestión de inventario se refiere a la planificación, organización y control de los niveles de inventario de una empresa, con el objetivo de satisfacer la demanda del cliente de manera efectiva y eficiente, minimizando al mismo tiempo los costos de inventario. Esta gestión incluye el monitoreo continuo de los niveles de inventario, la predicción de la demanda futura, la

planificación de la producción y la gestión de los pedidos de los clientes, entre otras actividades (De la Rosa-Mercado y Dovale-Castaño, 2008).

4.2.4. Clasificación de los Modelos de Inventario

De manera general, los modelos de inventario se pueden clasificar según el tipo de demanda del producto. Esta demanda puede ser determinística o estocástica. La demanda determinística es aquella que se conoce con certeza dentro del horizonte de planificación, mientras que la demanda estocástica es aquella que no se puede predecir con exactitud o se desconoce. En este último caso, la demanda es una variable aleatoria a la cual se le puede asignar una distribución de probabilidad.

De acuerdo con lo anterior, existen dos grandes clases de modelos de inventario:

- Modelos determinísticos
- Modelos estocásticos

Por otra parte, (Guerrero Salas, 2022) los inventarios se pueden subclasificar dentro de un determinado modelo según las condiciones descritas a continuación:

- Tipo de producto: Si son productos perecederos, no perecederos o productos sustitutos.
- Cantidad de productos: Si el modelo es para un solo producto o para varios artículos distintos.
- Permiso de faltantes: Si el modelo permite o no la existencia de faltantes.
- Tiempos de entrega: Al igual que la demanda, estos tiempos pueden ser determinísticos o probabilísticos.
- Inclusión de costos fijos: Si el modelo incluye o no los costos fijos asociados al inventario.

- Tipo de revisión: Relacionado con la forma en la que se revisa el inventario, esta puede ser continua o periódica. (Hillier y Liberman, 2002). En la revisión continua, el pedido se realiza cuando el nivel de inventario baja a un punto de reorden predeterminado. En la revisión periódica, se verifica el nivel del inventario a intervalos regulares, por ejemplo, al final de cada semana, y es en ese momento cuando se decide si se realiza un pedido o no.
- Tipo de reposición: Según el tipo de reposición, un modelo puede ser de reposición continua, cuando el producto se produce en una planta de manufactura, o de reposición instantánea, cuando el producto es comprado.
- Horizonte de planificación: Dependiendo si el modelo incluye uno o varios períodos de planificación.

4.2.5. Componentes de un Modelo de Inventario

Los componentes que se pueden identificar en un modelo de inventario son los siguientes:

- Costos: estos se describirán en la sección 4.2.6.
- Demanda: la demanda de un producto es la cantidad de unidades que se proyecta vender de este a un periodo futuro (Guerrero Salas, 2022)
- Tiempo de entrega: es el tiempo transcurrido desde que se ordena el reabastecimiento del inventario, ya sea para producción o compra, hasta que el momento en que se reciben los artículos. (Hillier y Liberman, 2002)

4.2.6. Costos Asociados a la Gestión de Inventarios

Determinar la cantidad correcta para pedir a un proveedor, o el tamaño de un lote para enviar a las instalaciones de producción de una empresa, implica encontrar el costo total más

bajo resultante de los efectos combinados de cuatro costos separados: costo de mantenimiento, costo de preparación, costo de pedido, costo de transporte y costo de agotamiento de existencias (Ciudad, 2016).

4.2.6.1. Costos de ordenar (C) Se refieren a los costos administrativos y de oficina para la preparación de órdenes de compra o de producción. Los costes de los pedidos incluyen todos los detalles, como el recuento de artículos y el cálculo de las cantidades de los pedidos. Los costos asociados con el mantenimiento de los sistemas necesarios para rastrear pedidos también se incluyen en estos costos (Ciudad, 2016).

4.2.6.2. Costos de Almacenamiento (C_a) Incluye costos de instalaciones de almacenamiento, manejo, seguro, robo, rotura, obsolescencia, depreciación, impuestos y costo de oportunidad de los materiales. Es el costo de tener una unidad de inventario durante un lapso. Comprende el costo de almacenamiento, de seguro, de impuesto sobre existencias, de la posibilidad de degradación, robo u obsolescencia. El costo más importante, comprendido dentro del costo de almacenamiento, es el costo de oportunidad en el que se incurre por sujetar capital al inventario (Ciudad, 2016; UDLAP, 2020).

4.2.6.3. Costos por Faltantes, Agotamiento o Escasez (C_s) Cuando un cliente pide un producto y su demanda no se cumple a tiempo. Si el cliente acepta una entrega en una fecha posterior se tiene el caso de venta pendiente, si no acepta una entrega atrasada se tiene el caso pérdida de venta (UDLAP, 2020).

4.2.6.4. Costo de Transporte o Transferencia (C_t) Incluyen todos los gastos asociados a la transferencia física de los productos desde el depósito del vendedor hacia los minoristas, así como entre los minoristas. Esto puede comprender el costo de combustible, mantenimiento de vehículos, salarios del personal de transporte, seguros, entre otros (Estrada Mejía y otros, 2010).

4.2.7. Modelos Deterministas de Inventarios

Los modelos determinísticos de inventario son aquellos que se basan en la suposición de que la demanda de los productos es constante y predecible en el tiempo, es decir, que no existen fluctuaciones o variaciones aleatorias en la demanda. En este sentido, estos modelos son adecuados para empresas que tienen una demanda estable y que no enfrentan cambios significativos en sus patrones de compra (Silver et al., 1998). Existen dos tipos de modelos de inventarios con demanda determinística. estática y dinámica. Ambas son conocidas, sin embargo, la primera permanece invariable en el tiempo, mientras que la segunda puede cambiar de un periodo a otro o describir una función.

4.2.7.1. Modelos con Demanda Determinística Estática. Uno de los modelos más presentes en la literatura, que describe la variación del inventario en el tiempo bajo demanda determinística, es el modelo del lote económico, también conocido como modelo EOQ (Economic Order Quantity). Este modelo puede tener variantes.

El modelo EOQ busca encontrar la frecuencia y la cantidad de inventario por reabastecer que minimice la suma de los costos por unidad de tiempo (Hillier y Liberman, 2002). Para ello utiliza las ecuaciones:

$$T = \sqrt{\frac{2K}{ah}} \quad (1)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\alpha K}{h}} \quad (2)$$

Donde:

- Q es la cantidad de artículos por pedir,
- α es la tasa de demanda,
- k es el costo de preparación o de ordenar
- h el costo de mantener el inventario por unidad por unidad de tiempo.

En conclusión, los inventarios con demanda determinística estática son aquellos en los que se conoce con certeza la demanda de un artículo y se utilizan los modelos de cantidad económica de pedido (EOQ) para determinar el tamaño óptimo del pedido.

4.2.7.2. Modelos con Demanda Determinística Dinámica. En el caso de demanda determinísticas dinámicas, se hace necesario el uso de modelos matemáticos para determinar el tamaño de lote óptimo que permita mantener un inventario suficiente para satisfacer la demanda sin incurrir en costos excesivos de almacenamiento.

Existen varios modelos matemáticos para gestionar inventarios con demanda determinística dinámica. Algunos de ellos son:

4.2.7.2.1. Lote por Lote Consiste en realizar un pedido de inventario justo cuando se necesita, con lo cual se mantiene un inventario exacto que satisface la demanda sin generar costos excesivos de almacenamiento (Namihas, 2007).

4.2.7.2.2. Balanceo de período fragmentado (BPF). Este método busca el equilibrio entre los costos de mantener inventario y los costos de realizar pedidos, dividiendo el horizonte de planificación en varios períodos y realizando pedidos que cubran la demanda de cada uno de estos períodos (Silver y Peterson, 1985).

4.2.7.2.3. Algoritmo de Silver-Meal (SM). Es un método heurístico que busca dar una solución óptima al problema de gestión de inventarios a través de reglas de decisión. Este método se enfoca en minimizar el costo total de mantener inventario y realizar pedidos (Hadley y Whitin, 1963).

4.2.7.2.4. Costo unitario mínimo (CUM). Este método se enfoca en minimizar el costo unitario de producción a través de la comparación de los costos de mantener inventario y realizar pedidos para diferentes tamaños de lote, y eligiendo el tamaño que presente la menor diferencia entre ambos costos (Namihas, 2007).

4.2.7.2.5. Algoritmo de Wagner-Whitin (WW). Este método utiliza programación dinámica para minimizar los costos de mantener inventario y realizar pedidos en un horizonte de planificación determinado (Wagner y Whitin, 1958).

4.2.8. Inventario administrado por el proveedor

Corresponde a una política de gestión en la que el proveedor es responsable de la gestión de inventario del cliente. En este modelo, el proveedor tiene acceso a la información de los niveles de inventario del cliente y se encarga de reabastecer el inventario de manera oportuna. El proveedor es el encargado de tomar las decisiones de reordenamiento y envío de productos, mientras que el cliente solo se encarga de proporcionar la información necesaria. Este modelo puede ayudar a reducir los niveles de inventario, minimizar el riesgo de agotamiento de inventario y mejorar la eficiencia en la cadena de suministro (Marqués et al., 2010).

Existen múltiples tipos del modelo VMI y cada uno de ellos tiene características y requisitos propios. Su elección dependerá de las necesidades, objetivos y circunstancias específicas de cada empresa y su relación con los socios de la cadena de suministro. A

continuación, se describen algunos ejemplos de tipos de VMI que se utilizan en la gestión de inventario en la cadena de suministro.

4.2.8.1. VMI descentralizado. En este modelo tanto el cliente como el proveedor, colaboran entre sí para tomar decisiones de manera conjunta. Por lo tanto, que ambos deben coordinarse para decidir acerca del reabastecimiento, la programación de entregas y la reposición de inventario (Han et al., 2017).

4.2.8.2. VMI en consignación. En este tipo de VMI el proveedor hace entregas al minorista, sin embargo, el proveedor sigue manteniendo la propiedad sobre el inventario hasta que se produce la venta al cliente final (Tarhini et al., 2020).

4.2.9. Complejidad Computacional

Los problemas de optimización y decisión se clasifican según la medición del tiempo o memoria computacional empleados para llegar a una solución. La complejidad de un problema radica en el hecho de si se puede comprobar o hallar una solución en un tiempo polinomial mediante un algoritmo determinista o no determinista. Un problema fácil es posible resolverlo con métodos determinísticos como el de Programación Lineal. Un problema difícil requerirá de aproximaciones exhaustivas o heurísticas. Si un problema es de complejidad factorial la solución estará dada en un tiempo exponencial y será poco práctica. Para esto se usan heurísticas y metaheurísticas (McGovern & Gupta, 2011).

Tabla 2

Clasificación por complejidad computacional

Clase	Descripción
P	Problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial mediante un algoritmo determinista.
NP	Problemas que no pueden ser resueltos en un tiempo polinomial mediante un algoritmo no determinista, pero se puede verificar una solución en tiempo

	polinomial.
NP-Complete	Son los problemas más difíciles y solo pueden ser de decisión. Son la intersección entre los problemas NP y NP-Hard. Cumplen con la propiedad de satisfactibilidad (SAT). El problema TSP es de esta clase.
NP-Hard	Son problemas que son al menos igual de difíciles que el problema más difícil de NP, y pueden ser incluso más difíciles.

Nota. Tomado de *Computational Complexity of Combinatorial Problems (Primera ed.)* por S. McGovern y S. Gupta, 2011.

4.2.10. Métodos de Solución Determinísticos

4.2.10.1. Programación Lineal. Un problema de programación lineal es un problema de optimización en el que tanto el objetivo (es decir, la expresión que se va a optimizar) y las restricciones en la solución se puede expresar como una serie de expresiones lineales en las variables de decisión. Si el problema tiene variables, las restricciones definen un conjunto de hiperplanos en espacio n-dimensional. Estos son los límites de una región n-dimensional que define el conjunto de soluciones factibles del problema y se conoce como región factible (Dowsland, 2014).

4.2.11. Heurísticas. Son técnicas de solución aproximada, las cuales se han utilizado desde los comienzos de la investigación de operaciones para abordar problemas combinatorios difíciles. Con el desarrollo de la teoría de la complejidad a principios de la década de 1970, quedó claro que, desde la mayoría de estos problemas eran de hecho *NP-Hard*, por lo cual había pocas esperanzas de encontrar alguna vez procedimientos eficientes de solución exacta para ellos. Esta realización enfatizó el papel de heurísticas para resolver los problemas combinatorios que se encontraron en la vida real y eso necesitaba ser abordado. Mientras tanto, se han propuesto experimentar enfoques diferentes, el más popular se basaba en escalar colinas (Burke y Kendall, 2014).

4.2.11.1. Branch and Cut. Es una técnica de computación que estudia el uso de algoritmos de plano de corte para clases de problemas especializados, se utiliza para resolver problemas lineales enteros. Dicha técnica mostró cómo los cortes podrían mejorar en gran medida la rama básica y el límite (Bosch y Trick, 2014).

4.2.11.2. Relajación Lagrangiana. La Relajación Lagrangiana es el uso de las teorías de la dualidad para abordar restricciones complicadas en un problema de optimización. Su objetivo es tratar estas restricciones transfiriéndolas a la función objetivo mediante la introducción de parámetros especiales llamados multiplicadores de Lagrange o variables duales (González et al., 2011).

4.2.11.3. Algoritmo de Silver-Meal (SM). Es un método heurístico que busca dar una solución óptima al problema de gestión de inventarios a través de reglas de decisión. Este método se enfoca en minimizar el costo total de mantener inventario y realizar pedidos (Hadley y Whitin, 1963).

4.2.12. Metaheurísticas

Hace referencia a una estrategia maestra o superior que se encarga de modificar a las heurísticas (técnicas de solución aproximada) con el objetivo de llegar a metasoluciones, es decir, soluciones superiores o que van más allá a las que usualmente se producen en la búsqueda de la optimización local. Las metaheurísticas también cuenta con una gran adaptabilidad ya que se puede ejecutar tanto en heurísticas muy complejas como en otras más simples, es importante resaltar que la metaheurística debe apoyarse en una función de evaluación para que los cambios realizados sean acertados. Este concepto también se puede usar para describir técnicas como recocido simulado, búsqueda tabú, algoritmos genéticos, entre otros (Burke y Kendall, 2014).

4.2.12.1. Optimización por Enjambre de Partículas. Método para la optimización de funciones desarrollado por Kennedy y Eberhart en 1995. Consiste en que el algoritmo mantiene una población de partículas (el enjambre), donde cada partícula representa una ubicación en un espacio de búsqueda multidimensional (también llamado espacio del problema). Las partículas comienzan en ubicaciones aleatorias y buscan el mínimo (o máximo) de una función objetivo dada moviéndose a través del espacio de búsqueda. La analogía con realidad (en el caso de una búsqueda de un máximo) es que la función mide la calidad o cantidad del alimento en cada lugar y el enjambre de partículas busca el lugar con mejor o más comida. Los movimientos de una partícula dependen únicamente de su velocidad y las ubicaciones donde la propia partícula u otras partículas (vecinas) en el enjambre ya han encontrado buenas soluciones (Merkle y Middendorf, 2014).

4.2.12.2. Búsqueda Tabú. Es un método metaheurístico introducido por Taillard Glover en 1977, el cual proporciona soluciones muy cerca de lo óptimo y se encuentran entre los más efectivos para abordar problemas difíciles. Es una búsqueda local, en donde la solución va cambiando en la medida que se encuentran mejores soluciones, pero permitiendo movimientos que no mejoran, teniendo en cuenta una lista tabú, que prohíbe movimientos recientes. El uso de memorias, llamadas listas tabú, evita que se vuelva a las soluciones visitadas anteriormente. Por otro lado, la idea clave de explotar la información para guiar la búsqueda se puede vincular a los métodos de búsqueda informada propuestos a fines de la década de 1970 en el campo de la inteligencia artificial. Es importante señalar que Glover no veía la búsqueda tabú como una heurística propiamente dicha, sino más bien como una metaheurística, es decir, una estrategia general para guiar y controlar las heurísticas internas diseñadas específicamente para los problemas en cuestión (Gendreau y Potvin, 2014).

4.2.12.3. Recocido simulado. Es un enfoque metaheurístico que converge a una solución óptima de un problema combinatorio en un tiempo de computación infinito. También puede interpretarse como una forma de caminata aleatoria controlada en el espacio de soluciones factibles. Originalmente este concepto se inspiró en gran medida en una analogía entre el proceso de recocido físico de sólidos y el problema de resolver grandes problemas de optimización combinatoria. También al comparar el recocido simulado con la mejora iterativa, es evidente que el recocido simulado puede verse como una generalización, sin embargo, el recocido simulado se vuelve idéntico a la mejora iterativa en el caso en que el valor del control parámetro se toma igual a cero (Aarts et al., 2014).

4.2.13. Algoritmo Genético

En un problema de búsqueda los GA codifican las variables de decisiones en cadenas, llamadas cromosomas. Estas, a su vez, están conformadas por alfabetos de cardinalidad específica, denominados genes. Los valores de estos genes se llaman alelos.

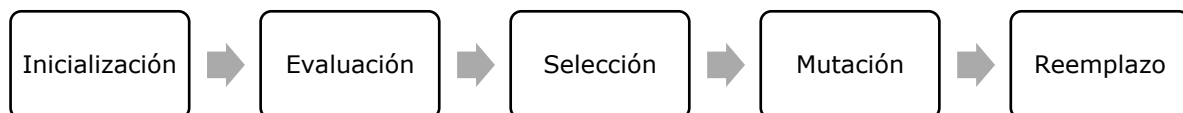
En el caso de los modelos matemáticos la función objetivo funcionara como la medida que permite distinguir entre las soluciones candidatas cuáles soluciones son aptas y cuáles no. Esta medida se utiliza para guiar la evolución del algoritmo hacia soluciones mejores.

Luego de que sea codificado en problema en cromosomas y se ha determinado una medida de aptitud, puede empezar a operar el GA siguiendo la secuencia descrita en la figura 10. Esta secuencia puede repetirse de dos a seis veces hasta que cumpla con uno o más los criterios de detención (Sastry et al., 2014).

Luego de que sea codificado en problema en cromosomas y se ha determinado una medida de aptitud, puede empezar a operar el GA siguiendo la secuencia descrita en la Figura 11. Esta secuencia puede repetirse de dos a seis veces hasta que cumpla con uno o más los criterios de detención (Sastry et al., 2014).

Figura 11

Secuencia del algoritmo genético



4.2.13.1.1. Operador de selección El proceso de selección busca escoger las mejores soluciones, para ello existen múltiples métodos, algunos de ellos se describen en la Tabla 3. En la selección por el método de ruleta se le asigna a cada solución un valor proporcional a su aptitud relativa. Este valor es la probabilidad de ser seleccionado en comparación con el resto de la población (Sastry et al., 2014).

Una forma de calcular esta probabilidad a partir de la medida de aptitud (fitness), f_i , es:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j} \quad (3)$$

Donde n es el tamaño de la población.

Tabla 3

Métodos de selección

Métodos	Descripción
Ruleta	Se le asigna a cada individuo (soluciones) de la población un espacio de la ruleta con un tamaño proporcional a su aptitud. Las soluciones con mayor aptitud tendrán una porción mayor de la ruleta por tanto mayor probabilidad de ser elegidos.
Aleatorio	En ella el tamaño del espacio de cada individuo dentro de la ruleta es el mismo. Un puntero se mueve a través de la ruleta en proporción a su aptitud relativa. Se usa el mismo operador descrito anteriormente para calcular esta proporción.
Torneo	Se determina el valor de s , que es el tamaño del grupo para cada torneo, luego se elige aleatoriamente cromosomas (ya sea con o sin reemplazo) y se enfrentan en un torneo entre sí. En cada torneo gana el cromosoma con mayor aptitud y se elige de padre.
Truncamiento	Se ordenan los cromosomas de forma descendente según su aptitud y se escogen un porcentaje fijo de los mejores cromosomas de la población.

Nota: Información adaptada de Sastry, K., Goldberg, D. E., & Kendall, G. 2014. Genetic Algorithms. En E. K. Burke, & G. Kendall (Edits.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., págs. 93-117). New York: Springer.

4.2.13.1.2. Operador de cruce Luego de la selección, el conjunto de descendientes se recombina o se cruzan, para la creación de nueva descendencia. Por lo general los métodos de cruce se diseñan para un problema en específico. En la tabla 3 describimos algunos de ellos de forma genérica. Es importante mencionar que para los problemas de búsqueda *hard* estos operadores no son escalables, pero pueden ser usados como primera opción. No obstante, hoy en día los investigadores han tenido avances significativos en la innovación de nuevos tipos de operadores de cruce escalables que se adecúan a la relación entre los genes (Sastry et al., 2014).

Gran parte de los operadores de cruce usa el siguiente mecanismo para determinar si el cruce entre dos padres ocurrirá, utilizando una probabilidad de cruce p_c determinada:

- Se selecciona aleatoriamente dos individuos
- Se genera un número aleatorio r que está en el rango entre 0 y 1
- Se evalúa si $r \leq p_c$, en ese caso ocurre el cruce entre los dos padres seleccionados
- En el caso contrario $r > p_c$, no ocurre el cruce pues los descendientes son copias idénticas de los padres.

Tabla 4

Métodos de cruce

Método de Cruce	Descripción
<i>k-point</i>	Es una extensión del concepto del cruce de punto. En este caso se selecciona más de un punto aleatorio dentro de una cadena. Se puede seleccionar k puntos aleatorios dentro de la cadena y en estos sitios se hace un intercambio de alelos entre los dos individuos emparejados.
Cruce uniforme	En el cruce uniforme, se determina una probabilidad de intercambio llamada p_e , se selecciona aleatoriamente un par de cromosomas para el intercambio, y el intercambio de alelos ocurre con una probabilidad p_e . El valor de esta probabilidad es por lo general 0.5
<i>Uniform order-based</i>	Este método combina los genes de los dos padres P1 y P2, utilizando una plantilla binaria que dicta qué genes se toman de cada padre y en qué orden se colocan

	en los descendientes. Esto permite la creación de nuevas soluciones que heredan características de ambos padres.
<i>Order-based</i>	Se seleccionan dos padres, P1 y P2. Para crear un descendiente C1 se fija un segmento de los cromosomas de uno de los padres, por ejemplo, P1, entre dos puntos de corte determinados dentro de la cadena y luego completa el resto del cromosoma copiando los genes faltantes del padre alternativo (P2) de forma aleatoria. Esto permite la creación de descendientes que heredan características de ambos padres.
(PMX) <i>Partially matched crossover</i>	En este método de cruce, se seleccionan aleatoriamente dos padres y se determinan dos puntos de cruce también aleatorios. Los puntos de cruce dictan las posiciones dentro de los cromosomas donde ocurrirán los intercambios. Luego se intercambian los alelos entre cada par de alelos. Este intercambio se repite para los otros puntos de cruce. Al realizar todos los intercambios, se puede observar que se produce una duplicación del orden de los genes entre los puntos de cruce dentro del cromosoma opuesto.

Nota: información tomada de Sastry, K., Goldberg, D. E., & Kendall, G. (2014). Genetic Algorithms. En E. K. Burke, & G. Kendall (Edits.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., págs. 93-117). New York: Springer.

4.2.13.1.3. Operador de mutación En general, los operadores de mutación se utilizan en los algoritmos genéticos para introducir cambios aleatorios en los individuos de la población. Estos cambios permiten explorar nuevas regiones del espacio de búsqueda. La mutación desempeña un papel importante al agregar diversidad genética a la población, lo que a su vez puede facilitar la convergencia hacia soluciones óptimas.

La mutación por inversión de bits es una de las más usadas en los operadores de mutación. Consiste en seleccionar una cadena binaria, es decir un individuo, hacer un recorrido por cada bit de la cadena y se invierte el valor de cada bit con una probabilidad p_m , que se denomina probabilidad de mutación.

Además de la mutación de inversión de bits, existen otros operadores de mutación. Algunos modelos incluyen operadores de mutación que intercambian genes entre posiciones

diferentes de la cadena, y operadores utilizados en función de las características de un problema específico (Sastry et al., 2014).

5. Descripción del Modelo de Optimización para el Problema de VMI Planteado

En esta sección se realizará una descripción detallada del modelo diseñado para el problema abordado en la presente investigación, el cual es un problema de optimización combinatoria. El objetivo es determinar el número de envíos n_i , cada uno con una cantidad específica q_i para cada comprador, así como el número de transbordos entre minoristas n_{ij} y la cantidad respectiva de artículos a transferir q_{ij} . Además, se busca determinar un tiempo de ciclo T en el cual se realice todo este movimiento de inventario, asegurando que la demanda de cada comprador sea satisfecha dentro del ciclo. De manera que se minimice el costo total del sistema.

El modelo matemático utilizado en esta investigación fue originalmente propuesto por (Tarhini et al., 2020) y es muy similar en todos los aspectos al modelo de (Zavanella y Zanoni, 2009). Sin embargo, este modelo, permite la transferencia de inventario entre minoristas.

En él se considera un proveedor que suministra un único producto a múltiples minoristas, quienes gestionan el inventario bajo la estrategia de VMI. El inventario se maneja mediante una política de consignación, lo que permite al proveedor mantener parte de su inventario en las instalaciones de los minoristas y, además, transferir inventario de un minorista a otro. Los minoristas involucrados en la transferencia de inventario son seleccionados en función de su capacidad de almacenamiento y de la capacidad de transferencia entre ellos. De esta manera, los minoristas actúan como centros de redistribución. Y el inventario puede pasar por múltiples centros de redistribución. La configuración de la cadena de suministro se ilustra en la Figura 1.

Los supuestos, parámetros y variables de decisión se describirán en las siguientes subsecciones.

5.1. Supuestos

Para dar solución al problema se tienen en cuenta los siguientes supuestos.

- El comprador tiene capacidad de almacenamiento limitada
- La demanda es determinística y constante.
- El ciclo, para el presente trabajo se define como en tiempo durante el cual el proveedor incurre en costos de preparación y envío de todas las unidades producidas, agrupadas en lotes, a cada comprador para satisfacer la demanda de cada uno. Además, durante el ciclo se realizan transferencias de inventario entre los minoristas sin incumplir el requisito anterior. Como fue considerado por (Tarhini et al., 2020)
- Un comprador recibe y envían las transferencias de inventario al principio del ciclo
- La tasa producción es mayor la suma de todas tasas de demandas

$$\left(P > \sum_i^y d_i \right) \quad (4)$$

- No hay tiempo de entrega para o envíos del proveedor a los compradores, ni para las transferencias entre compradores.
- Los costos de ordenar incluyen todos los costos asociados a el transporte, la preparación de la orden carga y descarga, entre otros. Tal como lo considera (Jemai et al., 2013)
- Se asume que las transferencias de inventario se realizan únicamente entre minoristas que se encuentran en la misma zona geográfica, donde los costos de

mantenimiento son similares; para los fines de este trabajo, se considera que dichos costos son equivalentes.

5.2. Notaciones

En la Tabla 5 se describen los parámetros y las variables de decisión usadas en el modelo.

Tabla 5

Notaciones del modelo matemático

Parámetros	
A	Costos de preparación o producción del vendedor
A_i	Costo de ordenar del minorista i (\$/ lote)
A_{ij}	Costo de transferencia del minorista i al minorista j (\$/lote)
h_1	Costo de mantenimiento del vendedor por unidad por unidad de tiempo
h_{2i}	Costo de mantenimiento del minorista i por unidad por unidad de tiempo
P	Tasa de producción continua del vendedor
d_i	Tasa de demanda del comprador i
y	Número de compradores
C_i	Capacidad de almacenamiento del minorista i
C_v	Capacidad de almacenamiento del vendedor
s_i	Capacidad de transporte al comprador i
s_{ij}	Capacidad de transporte del comprador i al comprador j
TC	Costo total promedio del sistema por unidad de tiempo
Variables de decisión	
q_i	Cantidad transportada por envío al comprador i
q_{ij}	Cantidad transportada del comprador i al j por envío
T	Duración del ciclo de reabastecimiento
n_i	Número de envío al comprador i
n_{ij}	Numero de envíos del comprador i al comprador j

5.3. Modelo Matemático

5.3.1. Función Objetivo

$$TC = \frac{A}{T} + \frac{h_1}{2PT} \sum_{i=1}^y n_i q_i^2 + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^y \left[n_i A_i + \sum_{j=1, j \neq i}^y n_{ij} A_{ij} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^y h_{2i} \left[n_i q_i - \frac{q_i^2 n_i (n_i - 1)}{TP} \right] \quad (5)$$

5.3.2. Restricciones

$$n_i q_i + \sum_{k=1}^y n_{ki} q_{ki} - \sum_{k=1}^y n_{ik} q_{ik} = d_i T, \quad \forall i \quad (6)$$

$$n_i q_i - \frac{(n_i - 1) q_i d_i}{P} + \sum_{k=1}^y n_{ki} q_{ki} - \sum_{k=1}^y n_{ik} q_{ik} \leq C_i, \quad \forall i \quad (7)$$

$$q_i + \sum_{k=1}^y n_{ki} q_{ki} - \sum_{k=1}^y n_{ik} q_{ik} \geq \frac{q_i d_i}{P}, \quad \forall i \quad (8)$$

$$q_i \leq C_v, \quad \forall i \quad (9)$$

$$q_i \leq s_i, \quad \forall i \quad (10)$$

$$q_{ij} \leq s_{ij}, \quad \forall i, j \quad (11)$$

$$n_{ij} = 0, 1, \quad \forall i \quad (12)$$

$$n_i > 0, \quad n_i \in \mathbb{Z}, \quad \forall i \quad (13)$$

$$q_i \geq 0, \quad \forall i \quad (14)$$

$$q_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \quad (15)$$

$$T > 0 \quad (16)$$

La primera restricción, ecuación (6), asegura que la cantidad total que ingresa al nodo de un comprador i , sumando todo lo enviado por el vendedor y lo recibido de otros compradores, menos lo que sale de dicho nodo, sea igual a la demanda total del comprador i en T . La segunda restricción, ecuación (7), garantiza que el nivel de inventario de un comprador i no exceda su capacidad de almacenamiento. La tercera restricción, ecuación (8), asegura que lo que un

comprador i transfiere a otro comprador, o a otros compradores, no exceda la cantidad recibida del vendedor más lo recibido de los otros compradores. La cuarta restricción, ecuación (9), garantiza que la cantidad producida por el vendedor para su envío no exceda su capacidad de almacenamiento. La quinta y sexta restricciones, ecuaciones (10) y (11), aseguran que la cantidad enviada del vendedor al comprador i y la cantidad enviada del comprador i al comprador j , en un envío, no excedan la capacidad de transporte. La séptima restricción, ecuación (12), garantiza que el número de transferencias de inventario de un comprador a otro sea cero o uno. La octava restricción, ecuación (13), asegura que el número de envíos sea estrictamente un entero positivo. La novena y décima restricciones, ecuaciones (14) y (15), aseguran que las cantidades enviadas sean positivas. Finalmente, la última restricción, ecuación (16), garantiza que la duración del ciclo sea positiva y mayor que cero.

6. Método: Algoritmo Genético

En este capítulo se aborda cómo se desarrolló el algoritmo utilizado para resolver el modelo matemático propuesto. El método de solución es GA. La elección de esta metaheurística se realizó con base en la revisión de la literatura, en la cual diversos autores con problemas similares sugerían esta técnica.

El texto utilizado como guía para la realización del presente trabajo es la publicación de (Tarhini et al., 2020), en la cual los autores proponen un algoritmo genético para la solución del problema. Aunque se decidió optar por un algoritmo genético, al igual que en Tarhini, durante el desarrollo del capítulo se podrán observar las diferencias entre ambas propuestas, así como los desafíos que presenta el modelo matemático.

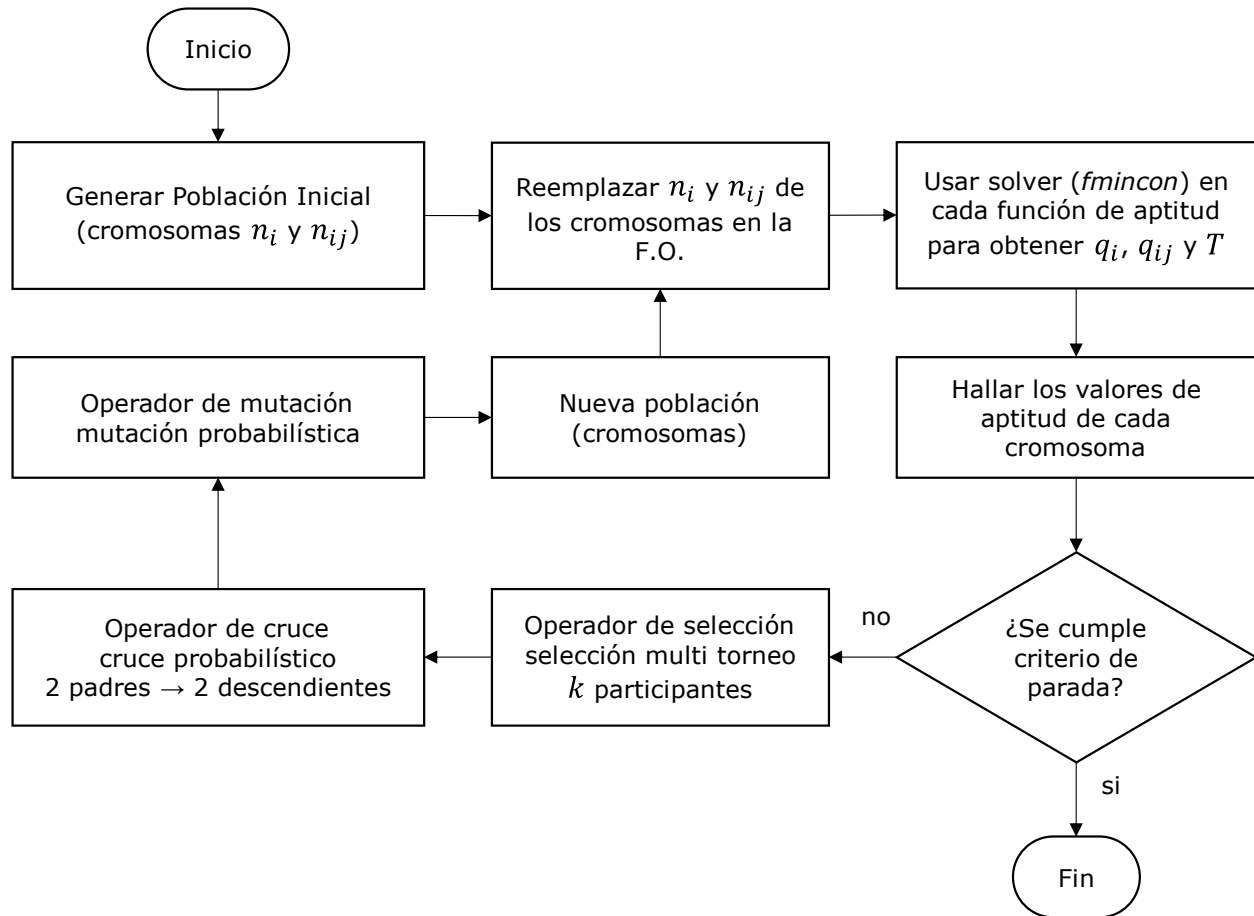
Una de las características destacable que se incorporó en este algoritmo es que puede trabajar con un número n arbitrario de minoristas e ingresar sus parámetros particulares acorde con la necesidad del problema. Para acceder al algoritmo ver Apéndice A.

6.1. Algoritmo

El algoritmo genera una población inicial de cromosomas compuesto de las variables enteras. Luego, estos cromosomas son usados como parámetros en la función objetivo y se obtienen las funciones de aptitud. Las funciones de aptitud son resueltas por un *solver* distinto para obtener el resto de las variables continuas y el valor fitness de cada cromosoma. Si un criterio de parada no se cumple entonces se ejecuta el GA con sus operadores de selección, cruce y mutación. La nueva población pasa por el mismo proceso hasta satisfacer el criterio de parada o hasta agotar el número de generaciones y/o corridas establecido. El proceso se puede visualizar en la Figura 12.

Figura 12

Diagrama de flujo del algoritmo genético



Cabe resaltar que el programa MATLAB tiene un paquete llamado *Optimization Toolbox* que contiene un *solver* llamado *ga*. Este *solver* tiene un limitante: no admite restricciones que sean igualdades no lineales de variable entera. Justamente, la ecuación (6) tiene esas características. Por tal motivo, se decidió resolver el problema por partes como se describió en el anterior párrafo, al igual que en el texto guía. Por otra parte, el Algoritmo Genético (GA) desarrollado se codificó en MATLAB R2023b. El código del algoritmo se encuentra en el Apéndice B.

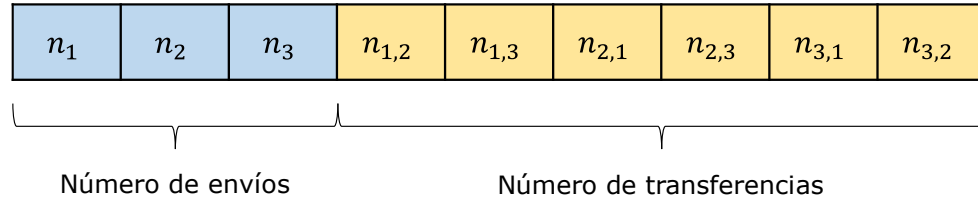
6.1.1. Representación del Cromosoma

Cada cromosoma está compuesto por y^2 número de genes, donde y es el número de minoristas, y se divide en dos partes. La primera parte del cromosoma contiene y número de genes que representan el número de envíos que reciben los minoristas por parte del vendedor

expresado en la variable n_i . La segunda parte contiene $(y^2 - y)$ genes, los cuales representan cada posible transferencia de inventarios entre minoristas. En la Figura 13 se observa la estructura del cromosoma.

Figura 13

Estructura del cromosoma



Nota. Representación del cromosoma para tres (3) minoristas. La primera parte es el número de despachos del vendedor al minorista y la segunda parte es el número de transferencias de inventarios entre dos minoristas.

6.1.2. Población Inicial

El algoritmo propuesto inicia creando una población inicial de cromosomas cuyos valores son generados de forma aleatoria. En el proceso, se asegura que cada cromosoma represente un abastecimiento completo, es decir, que ningún minorista se quede sin recibir inventario durante el ciclo. Si esto no se cumple, se obtiene una solución no factible y el algoritmo genera un nuevo cromosoma que sustituye al cromosoma no factible.

A diferencia de Tarhini, en la población inicial de este modelo no se incluyen soluciones como la del árbol de mínima expansión MST o la del modelo propuesto sin transferencia de inventarios (donde se considera la solución de Zavanella & Zanoni para el Caso 1 en particular). La razón es que se busca observar el comportamiento del algoritmo sin la necesidad de incluir estas soluciones, las cuales pueden influir significativamente en la convergencia de soluciones.

6.1.3. Función de Aptitud

Una vez creada la población inicial, se procede a reemplazar los valores de cada cromosoma en la función objetivo para obtener funciones fitness derivadas de la función objetivo, cuya cantidad es igual al tamaño de la población inicial. Estas funciones fitness, llamada también función de aptitud, se solucionan mediante un *solver* para obtener los valores q_i , q_{ij} y T que minimizan el costo total. El costo total de cada función de aptitud es el valor fitness correspondiente a su respectivo individuo (cromosoma).

6.1.4. Solver

En Tarhini et al. (2020) no se especifica el tipo de *solver* utilizado en su trabajo. En este trabajo se considera el uso de un *solver* para funciones multivariable restringidas porque las funciones de aptitud, además de que sus restricciones son lineales, presentan la siguiente forma:

$$f(\underline{x}) = \frac{A}{x_1} + \frac{1}{x_1} \cdot \sum_{i=2}^n B_i \cdot x_i^2 + \sum_{i=2}^n C_i \cdot x_i \quad (17)$$

La función se compone de una variable de exponente -1 , n variables de grado 1 y n variables de grado 2. El *solver* empleado en este algoritmo es el *fmincon* incluido en la *Optimization ToolBox* de MATLAB.

6.1.5. Factibilidad y Penalización

Al *solver fmincon* se le habilitó el modo de factibilidad con el fin de evitar búsquedas sin resultado. Para tal efecto se establecieron los siguientes criterios en el código:

- `EnableFeasibilityMode: true`
- `SubproblemAlgorithm: 'cg'`

De manera que, las soluciones de los cromosomas a los cuales no es posible hallarle una solución factible resultan en valores fitness considerablemente altos, por lo tanto, esta es la forma de penalizar individuos no factibles.

6.1.6. Criterio de Parada

El algoritmo utiliza un criterio de parada para decidir si debe continuar o detenerse. En caso de detenerse, se selecciona el cromosoma con el valor de fitness más bajo entre los evaluados al momento de la detención. En este estudio, se ha optado por utilizar el número de generaciones como criterio de parada.

6.1.7. Operador de Selección

La búsqueda de una mejor solución comienza con un operador de selección. En este trabajo se optó por un método de selección multi torneo. En el estudio de (Deep et al., 2009) se hace referencia a que Goldberg & Deb (1991) demuestran que un torneo de selección tiene una convergencia, propiedades de complejidad y tiempo computacional equivalentes o mejores que cualquier otro operador de reproducción en la literatura, al menos hasta ese momento. Por esta razón, se utiliza este tipo de selección, ya que se considera suficientemente adecuada.

Por otro lado, (Tarhini et al., 2020) utilizó dos selecciones separadas: una selección elitista basada en el valor fitness y una selección de padres basada en la expectativa. En contraposición, la selección multi torneo utilizada en este trabajo es inherentemente elitista, pero también balancea la exploración y la explotación del espacio de búsqueda. Este proceso se describe a continuación.

Primero, se determina el número de participantes k por torneo, siendo el número de torneos igual al tamaño de la población inicial. El *mating pool* se genera incluyendo k veces cada individuo de la población inicial. Posteriormente, se crea un vector índice de números enteros aleatorios sin repetición (vector de números no ordenados) para cada individuo del *mating pool*, y se seleccionan los primeros k participantes; el ganador es el que tiene mejor fitness. El individuo con mejor fitness es seleccionado al menos una vez, o hasta k veces si no compete

consigo mismo. El peor individuo solo puede ser seleccionado una vez en el caso de que compita en un torneo donde los k participantes sean él mismo.

6.1.8. Operador de Cruce

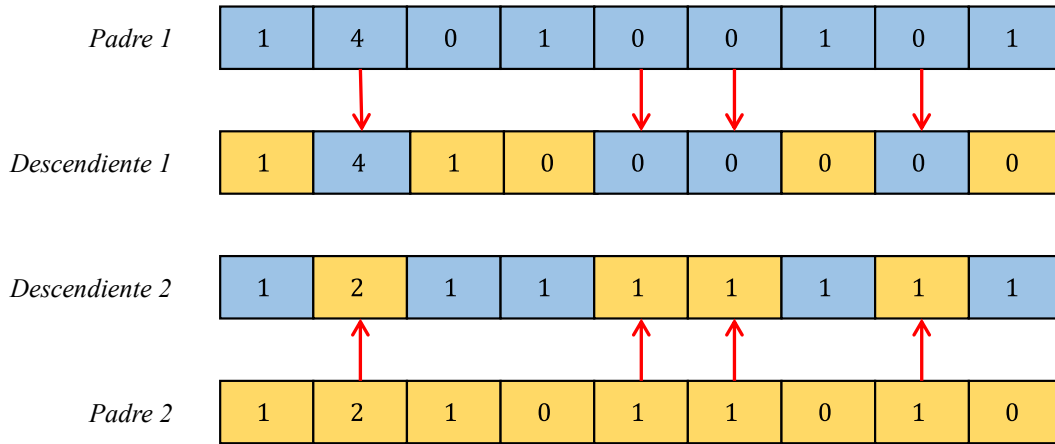
De forma aleatoria se eligen dos padres (*padre 1* y *padre 2*) de la población seleccionada, los cuales generan dos descendientes (*descendiente 1* y *descendiente 2*). Estos padres no volverán a ser seleccionados en los cruces posteriores. Una probabilidad de cruce determina si ocurre el cruce entre ambos padres. Si no ocurre cruce, se generan dos descendientes idénticos a los padres. En caso contrario, puede ocurrir lo siguiente según un criterio que sigue una distribución de probabilidad uniforme:

- No se cumple el criterio: el *descendiente-1* hereda el gen particular del *padre-1* y el *descendiente-2* hereda el gen particular del *padre-2*.
- Se cumple el criterio: el *descendiente-1* hereda el gen particular del *padre-2* y el *descendiente-2* hereda el gen particular del *padre-1*

Así se procede gen por gen hasta completar los dos descendientes. Una vez obtenidos los dos descendientes, se evalúa si ambos cumplen con el criterio de abastecimiento completo. Si uno de ellos, o ambos, no cumplen con este criterio, se repite el proceso de cruce. El proceso se describe en la Figura 14.

Figura 14

Ejemplo del proceso del operador de cruce



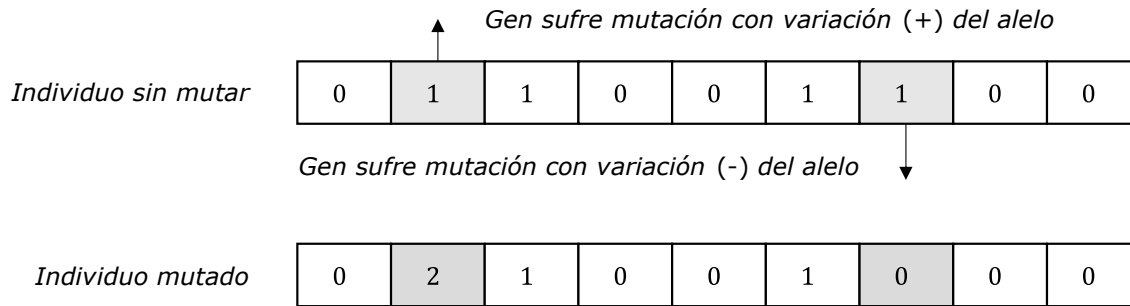
Nota. Las flechas en rojo indican que en esos casos no se cumplió el criterio de cruce para esos genes en particular.

6.1.9. Operador de Mutación

El operador de mutación se basa en la probabilidad de que el alelo de un gen en un cromosoma sufra un cambio en su valor. Si se cumple el criterio de probabilidad de mutación, los alelos de uno o varios genes de un cromosoma aumentan o disminuyen su valor siguiendo una distribución normal con media igual a cero (0) y desviación estándar igual a uno (1). Si el cambio de valor viola alguna restricción entonces se genera un nuevo valor que la satisfaga. Una vez finaliza el proceso para un cromosoma, se evalúa si el individuo mutado cumple con el criterio de factibilidad de abastecimiento completo. Si no lo cumple, se vuelve a ejecutar el operador de mutación. De este modo, se crea la primera generación de individuos. El proceso de mutación se ilustra en la Figura 15.

Figura 15

Proceso del operador de mutación



Nota. El operador de mutación varía el valor del gen seleccionado según una distribución normal con media $\mu = 0$ y desviación estándar $\sigma = 1$.

6.1.10. Nueva Población

En este punto, se evalúan los cromosomas de la nueva población de individuos para generar las correspondientes funciones de aptitud, y mediante el *solver* se obtienen los valores q_i , q_{ij} y T de los nuevos individuos. Con estos valores se calcula el valor de aptitud de cada nuevo individuo, tras lo cual se aplica el criterio de parada. Si el criterio de parada no se satisface, el proceso se repite y se vuelven a utilizar los operadores de selección, cruce y mutación para obtener una nueva generación.

Este ciclo continúa hasta satisfacer el criterio de parada. El proceso se puede visualizar nuevamente en la Figura 12.

6.2. Ejemplos numéricos y casos de evaluación

(Tarhini et al., 2020) produjo resultados a través de un ejemplo numérico que se deriva en tres (3) casos diferentes que dependen de las capacidades de almacenamiento y de transporte. Estos casos son usados como instancias de comparación.

6.2.1. Caso 1: capacidades de almacenamiento y de transporte ilimitadas

En este caso se consideran que los parámetros s_i , s_{ij} , C_v y C_i tienden teóricamente a infinito según (Tarhini et al., 2020). Por lo tanto, no limitan el problema.

6.2.2. Caso 2: capacidades de almacenamiento limitadas y capacidades de transporte ilimitadas

En este caso se consideran que los parámetros s_i y s_{ij} tienden teóricamente a infinito. Sin embargo, los parámetros C_v y C_i ahora se consideran limitantes del problema.

6.2.3. Caso 3: capacidades de almacenamiento y capacidades de transporte limitadas

En este caso se consideran que los parámetros s_i , s_{ij} , C_v y C_i son limitantes del problema.

7. Resultados

El algoritmo se ejecutó usando un procesador Intel® Core™ i5-8250U con 8 GB de memoria RAM DDR4 SO-DIMM a 2400 MHz a través del programa MATLAB R2023b.

Se ejecutó el algoritmo para comprobar si los resultados obtenidos convergían a los de la instancia o se obtenían mejores resultados. Para esto, se ejecutaron diez corridas para cada caso, cada una con la misma secuencia de números aleatorios para repetibilidad del experimento y un criterio de parada de diez generaciones teniendo en cuenta las limitaciones computacionales.

Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 6, Tabla 7, Tabla 8 y Figura 16. En el Caso 1, las diez corridas produjeron un cromosoma diferente cuyo costo total fue de \$3309.88, un 1,4478% menor que el de la instancia, por lo tanto, se obtuvieron mejores resultados. En el Caso 2, las diez corridas convergieron a una misma solución, sin embargo, el costo total obtenido fue ligeramente mayor a pesar de todo. En el Caso 3, nueve de las diez instancias convergieron la misma solución de la instancia. Se observa también que los tiempos de CPU promedio fueron

mejores para el Caso 2 seguidos de los Casos 1 y 3. Los resultados del experimento se pueden detallar en el Apéndice B.

Tabla 6

Comparación de resultados de las variables de decisión discretas

		n_1	n_2	n_3	$n_{1,2}$	$n_{1,3}$	$n_{2,1}$	$n_{2,3}$	$n_{3,1}$	$n_{3,2}$
Caso 1	Algoritmo	0	2	1	0	0	1	0	0	0
	Tarhini et al.	0	1	0	0	0	1	1	0	0
Caso 2	Algoritmo	0	1	0	0	0	1	1	0	0
	Tarhini et al.	0	1	0	0	0	1	1	0	0
Caso 3	Algoritmo	1	4	1	0	0	0	0	0	0
	Tarhini et al.	1	4	1	0	0	0	0	0	0

Nota. Comparación de los resultados experimentales con la instancia literaria, en este caso se observan los mejores resultados de las variables discretas por caso.

Tabla 7

Comparación de resultados de las variables de decisión continuas

		q_1	q_2	q_3	$q_{1,2}$	$q_{1,3}$	$q_{2,1}$	$q_{2,3}$	$q_{3,1}$	$q_{3,2}$	T
Caso 1	Algoritmo	0	317,18	101,50	0	0	126,87	0	0	0	0,2537
	Tarhini et al.	0	449	0	0	0	77,41	61,93	0	0	0,1548
Caso 2	Algoritmo	0	362,50	0	0	0	62,50	50	0	0	0,1250
	Tarhini et al.	0	362,5	0	0	0	62,5	50	0	0	0,1251
Caso 3	Algoritmo	80	80	64	0	0	0	0	0	0	0,1600
	Tarhini et al.	80	80	64	0	0	0	0	0	0	0,1600

Nota. Comparación de los resultados experimentales con la instancia literaria, en este caso se observan los mejores resultados de las variables continuas por caso.

Tabla 8

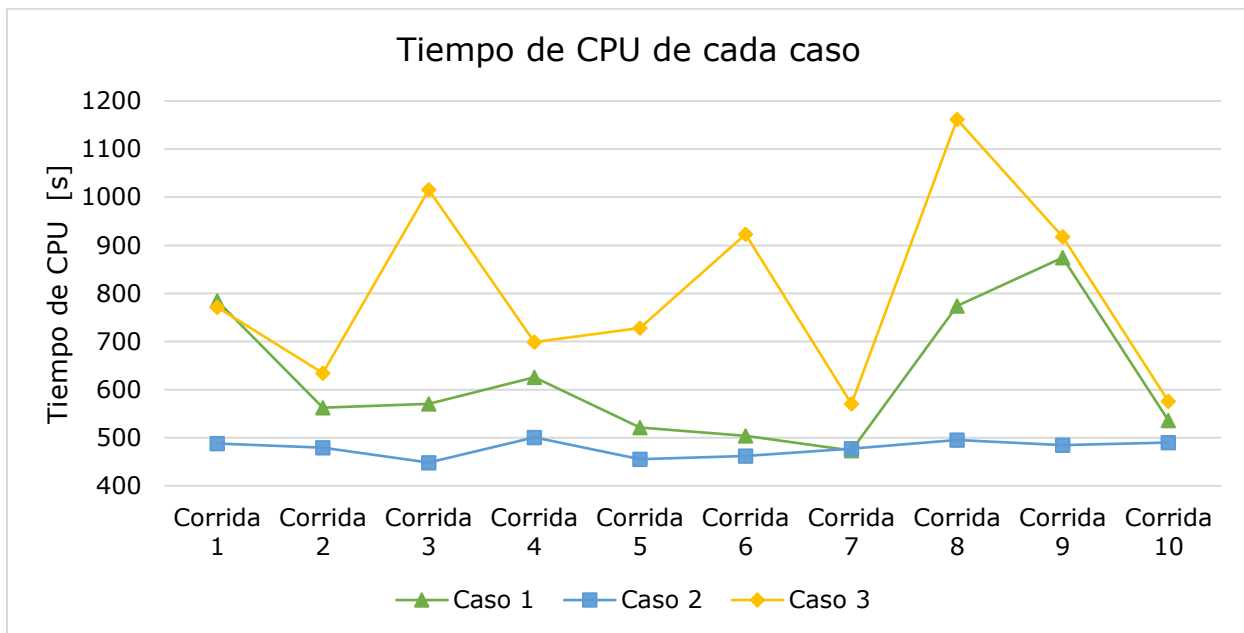
Comparación de resultados de costo total y tiempo de ejecución

Caso	Número de corridas	Tiempo de CPU promedio [s]	Mejor solución [\$]	Tarhini et al. [\$]	Diferencia [%]
1	10	622,71	3309,88	3358,5	1,4478%
2	10	478,05	3435,75	3434,5	-0,0364%
3	10	799,56	5058,88	5058,9	0,0004%

Nota. Comparación de los resultados experimentales con la instancia literaria. Se observan tiempos de ejecución computacional y costo total en unidades monetarias para cada caso.

Figura 16

Tiempos de CPU del experimento



Nota. Comportamiento de los tiempos de ejecución para cada caso. En el experimento se usó el controlador de números aleatorios *rgn* con semilla de 1 a 10 y generador *twister*.

8. Conclusiones

Según la revisión de la literatura, el VMI es un tema que ha sido ampliamente estudiado en diversas formas y enfoques. Los estudios de casos donde el impacto ambiental o los productos perecederos son los temas más recurrentes además del modelado de problemas teóricos. En este caso la transferencia de inventarios (*transshipment*) es un tópico que ha cobrado interés reciente en el ámbito de la competencia colaborativa.

La complejidad computacional inherente del tipo modelo matemático abordado en este trabajo, esto es, funciones no lineales sujetas a restricciones de igualdad no lineales de variable entera o mixta, involucra el uso de métodos no convencionales de solución como el que se abordó en este trabajo, los cuales son tópicos que han cobrado mayor interés en la última década.

Al analizar los resultados se concluye que el algoritmo propuesto es lo suficientemente robusto para ser usado como herramienta para la toma de decisiones. Esto se infiere del hecho que los resultados se obtuvieron en tiempos de computación razonables y en un caso los resultados fueron mejores en un 1.45%.

9. Recomendaciones

Para futuras investigaciones se puede extender el modelo a un problema de ruteo IRP considerando despachos de diferente tamaño y diferentes capacidades de transporte. También se recomienda aplicar el modelo a escenarios reales.

Bibliografía

- Aarts, E., Korst, J., & Michiels, W. (2014). Simulated Annealing. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 265-285). New York: Springer.
- Al-e-Hashem, S. M., Rekik, Y., & Hoseinhajlou, E. M. (2019). A hybrid L-shaped method to solve a bi-objective stochastic transshipment-enabled inventory routing problem. *International Journal of Production Economics*, 209, 381-398.
- Arrieta Pérez, S. J., & Villar Ortega, A. L. (2018). *Modelo estocástico de inventario multiartículo, con restricciones de espacio, presupuesto, frecuencia de pedido y nivel de servicio*. Montería: (Tesis de grado))Universidad de Córdoba.
<https://repositorio.unicordoba.edu.co/handle/ucordoba/677>
- Avci, M., & Yildiz, S. T. (2020). A mathematical programming-based heuristic for the production routing problem with transshipments. *Computers & Operations Research*, 123.
- Ballou, R. H. (2004). *Logística: Administración de la cadena de suministro* (E. Quintanar Duarte ed.). México D.F.: Pearson Ed.
- Barratt, M. (2004). Understanding the meaning of collaboration in the supply chain. *Supply Chain Management*, 9(1), 30-42.
- Bender, H. (2011). Vendor-managed inventory (VMI) with multiple retailers: A game theoretic analysis. *Journal of Reetailing*, 87(4), 509-524.
- Bosch, R., & Trick, M. (2014). Integer Programming. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 67-92). New York: Springer.

- Burke, E. K., & Kendall, G. (2014). Introducción. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 5-18). New York: Springer.
- Burke, E. K., & Kendall, G. (Eds.). (2014). *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Second ed.). Springer.
- Cai, G., & Yang, H. (2014). Vendor-managed inventory system for a two-level supply chain with multiple retailers under stochastic demand. *Applied Mathematical Modelling*, 38(1), 283-296.
- Chase, R. B., Jacobs, R. F., & Aquilano, N. J. (2009). *Administración de operaciones: Producción y cadena de suministros*. México D.F.: McGraw-Hill.
- Chen, X., Hao, G., Li, X., & Yiu, K. F. (2012). The impact of demand variability and transshipment on vendor's distribution policies under vendor managed inventory strategy. *International Journal of Production Economics*, 139(1), 42-48.
- Ciudad, M. (2016). *Aplicación Web De Inventarios Con Demanda Estocastica*. EUPLA.
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2012). The inventory-routing problem with transshipment. *Computers & Operations Research*, 39(11), 2537-2548.
- Coelho, L., & Laporte, G. (2015). An optimised target-level inventory replenishment policy for vendor-managed inventory systems. *International Journal of Production Research*, 53(12), 3651-3660.
- Dai, Z., Gao, K., & Giri, C. B. (2020). A hybrid heuristic algorithm for cyclic inventory-routing problem with perishable products in VMI supply chain. *Expert Systems with Applications*, 153.

- Darwish, M., & Odah, O. (2010). Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains. *European Journal of Operational Research*, 473-484.
- De la Rosa-Mercado, A. F., & Dovale-Castaño, P. (2008). *Optimización de los Procesos de Almacenamiento: Diseño de un Sistema de Gestión y Control de Inventarios para la Empresa ECA Ltda* (Tesis de pregrado ed.). Universidad de Cartagena.
- Deep, K., Singh, K. P., Kansal, M., & Mohan, C. (2009). A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 212(2), 505-518. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.02.044](https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.02.044)
- Demircan, M. L., & Merdan, E. (2021). A proposed order prediction methodology for vendor-managed inventory system in fmcg sector based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 14(1), 1489-1500.
- Dowland, K. A. (2014). Classical Techniques. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 19-65). New York: Springer.
- Estrada Mejía, S., Restrepo de Ocampo, L., & Ballesteros Silva, P. (2010). Análisis de los costos logísticos en la administración en la cadena de suministro. *Scientia Et Technica*, 16(45), 271-277.
- Fattahi, P., & Tanhatlab, M. (2022). Stochastic inventory-routing problem with lateral transshipment for perishable product. *Journal of Modelling in Management*, 17(2), 539-568.
- Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2014). Tabu Search. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 243-263). New York: Springer.

- González, F., Fariña, L., Martínez, E., Vargas, E., & Arce, A. (2011). Lagrangean Relaxation Parallel Method for Optimizing of a Hydroelectric Generation System. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 101-111. <https://doi.org/10.1016/j.entcs.2011.11.028>
- Govidan, K. (2015). The optimal replenishment policy for time-varying stochastic demand under vendor managed inventory. *European Journal of Operational Research*, 242(2), 402-423.
- Guerrero Salas, H. (2022). *Inventarios: manejo y control* (Tercera ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones. <https://www.perlego.com/book/3738756/inventarios-3ra-edicin-manejo-y-control-pdf>
- Guimarães, T. A., Coehlo, L. C., Schenekemberg, C. M., & Scarpin, C. T. (2019). The two-echelon multi-depot inventory-routing problem. *Computers and Operations Research*, 101, 220-233.
- Hadley, G., & Whitin, T. (1963). *ANALYSIS OF INVENTORY SYSTEMS*. Prentice-Hall.
- Han, J., Lu, J., & Zhang, G. (2017). Tri-level decision-making for decentralized vendor-managed inventory. *Information Sciences*, 421, 85-103.
- Hariga, M., As'ad, R., & Ben-Daya, M. (2022). Vendor Managed Inventory Coordination Under Contractual Storage Agreement and Carbon Regulation Policies. *IEEE Access*, 10, 66098-66112.
- Hariga, M., As'ad, R., & Ben-Daya, M. (2022). Vendor Managed Inventory Coordination Under Contractual Storage Agreement and Carbon Regulation Policies. *IEEE Access*, 10, 66098-66112.
- Hillier, F. S., & Liberman, G. J. (2002). *Investigación de Operaciones*. Mexico, D.F.: McGraw-Hill.

- Jemai , Z., Rekik, Y., & Kalai, R. (2013). Inventory routing problems in a context of vendor-managed inventory system with consignment stock and transshipment. *Production Planning & Control*, 24(8-9), 671-683.
- Karimi, M., Khademi-Zare, H., Zare-Mehrjerdi, Y., & Bagher Fakhrzad, M. (2022). Optimizing service level, price, and inventory decisions for a supply chain with retailers' competition and cooperation under VMI strategy. *RAIRO - Operations Research*, 56(2), 1051-1078.
- Kumar Verma, N., & Chatterjee, A. K. (2016). A multiple-retailer replenishment model under VMI: Accounting for the retailer heterogeneity. *Computers & Industrial Engineering*.
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2016.12.001>
- Kumar, M., Garg, D., & Agarwal, A. (2019). An integrated approach of fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS in modelling contractual design of supply chain inventory coordination mechanism. *International Journal of Management and Decision Making*, 18(4), 407-454.
- Lee, J. -Y., & Ren, L. (2011, Abril). Vendor-managed inventory in a global environment with exchange rate uncertainty. *International Journal of Production Economics*, 130(2), 169-174.
- Lee, J.-Y., Paik, S.-K., & Cho, R. K. (2015). Vendor-managed inventory: A literature review on theoretical and empirical studies and future research directions. *International Journal of Advanced Operations Management*, 7(3), 199-228.
- Lefever, W., Aghezzaf, E.-H., Hadj-Hamou, K., & Penz, B. (2018). Analysis of an improved branch-and-cut formulation for the Inventory-Routing Problem with Transshipment. *Computers & Operations Research*, 98, 137-148.

- Lei, L., Ru, J., Shi, R., & Zhang, J. (2022, Marzo). A Two-Product Newsvendor Problem with Partial Demand Substitution. *Production and Operations Management*, 31(3), 1157-1173.
- Li, M., Wang, Z., & Chan, F. T. (2017). An inventory routing policy under replenishment lead time. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(12), 3150-3164.
- Li, Y., Wan, Z., & Liu, J. (2017). Bi-level programming approach to optimal strategy for vendor-managed inventory problems under random demand. *ANZIAM Journal*, 59(2), 247-270.
- Loaiza Maya, J. R. (2013). *Modelo de inventario manejado por el proveedor para una cadena de suministros compuesta por un productor y múltiples minoristas* (Trabajo de grado de maestría ed.). Universidad de los Andes.
- Lozano Suarez, L. (2020). *Política de inventario integrada con precios para una cadena de suministro administrada por el vendedor y consolidación de envíos con flota heterogénea para productos sujetos a deterioro* (Tesis de grado de maestría ed.). Universidad Industrial de Santander.
- Malleeswaran, B., & Uthayakumar, R. (2022). A Vendor-Managed Inventory Model for Imperfect Production Process Using Sustainability Investment and Energy Consumption Under Different Carbon Policies. *Process Integration and Optimization for Sustainability*, 6(3), 707-722.
- Marqués, G., Thierry, C., Lamothe, J., & Gourc, D. (2010). A review of Vendor Managed Inventory (VMI): from concept to processes. *Journal Production Planning & Control*, 20, 547-561.
- Mateen, A., Chatterjee, A. K., & Mitra, S. (2015). VMI for single-vendor multi-retailer supply chains under stochastic. *Computers & Industrial Engineering*, 79, 95-102.

- McGovern, S. M., & Gupta, S. M. (2011). *Computational Complexity of Combinatorial Problems* (Primera ed.). New York: McGraw Hill. <https://www-accessengineeringlibrary-com.bibliotecavirtual.uis.edu.co/content/book/9780071622875/chapter/chapter6>
- Meana Coalla, P. (2017). *Gestión de inventarios*. Madrid: Ediciones Paraninfo S.A.
- Mehrjerdi, Y. Z., & Akhbari, M. (2020). The stackelberg game model for vendor-managed inventory systems: A wholesale price versus a two-part tariff contract. *International Journal of Supply and Operations Management*, 7(2), 148-163.
- Merkle, D., & Middendorf, M. (2014). Swarm Intelligence. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 213-242). New York: Springer.
- Mishra, M., & Chan, F. T. (2012). Impact evaluation of supply chain initiatives: a system simulation methodology. *International Journal of Production Research*, 50(6), 1554-1567.
- Morana, J., & Morana, J. (2018). *Logistics*. John Wiley & Sons, Incorporated.
- Namihas , S. (2007). *Análisis de la producción y las operaciones*. McGraw-Hill.
- Olsson, A. E. (Ed.). (2010). *Particle Swarm Optimization: Theory, Techniques and Applications*. Nova Science Publishers, Incorporated.
- Pramudyo, C. S., & Luong, H. T. (2019). One vendor and multiple retailers system in vendor managed inventory problem with stochastic demand. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 31(1), 113-136.
- Rad, R. H., Razmi, J., Sangari, M. S., & Ebrahimi, Z. F. (2014, Julio). Optimizing an integrated vendor-managed inventory system for a single-vendor two-buyer supply chain with

- determining weighting factor for vendors ordering cost. *International Journal of Production Economics*, 153, 295-308.
- Rincón Soto, C. (2012). *Contabilidad siglo XXI* (Segunda ed.). Bogotá D.C.: ECOE ediciones.
- Romero Montes, J. M. (2018). *Diseño de un modelo de optimización VMI (inventario administrado por el proveedor) para el aprovisionamiento de productos perecederos bajo escenarios de incertidumbre*. Cartagena De Indias D.T.: (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Bolívar .
- Salas-Navarro, K., Romero-Montes, J. M., Acevedo-Chedid, J., Ospina-Mateus, H., Florez, W. F., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2023). Vendor managed inventory system considering deteriorating items and probabilistic demand for a three-layer supply chain. *Expert Systems with Applications*, 218.
- Santos, D. (2005). *Inventarios y compra*. Madrid: Reverté.
- Sastry, K., Goldberg, D. E., & Kendall, G. (2014). Genetic Algorithms. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques* (Segunda ed., pp. 93-117). New York: Springer.
- Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*. Wiley.
- Silver, E., & Peterson, R. (1985). *Sistemas de Decisión para Administración de Inventarios y Planeación de la Producción*. John Wiley & Sons.
- Taleizadeh, A. (2017). Vendor-managed inventory system with partial backordering for evaporating chemical raw material. *Scientia Iranica*, 24(3), 1483-1492.
- Taleizadeh, A. A., Noori-Daryan, M., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2015). Joint optimization of price, replenishment frequency, replenishment cycle and production rate in vendor

- managed inventory system with deteriorating items. *International Journal of Production Economics*, 285-295.
- Tarhini, H., Karam, M., & Jaber, M. Y. (2020). An integrated single-vendor multi-buyer production inventory model with transshipments between buyers. *International Journal of Production Economics*, 225. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.107568>
- Timajchi, A., Al-e-Hashem, S. M., & Rekik, Y. (2019). Inventory routing problem for hazardous and deteriorating items in the presence of accident risk with transshipment option. *International Journal of Production Economics*, 209, 302-315.
- Turken, N., Geda, A., & Takasi, V. D. (2021). The impact of co-location in emissions regulation clusters on traditional and vendor managed supply chain inventory decisions. *Annals of Operations Research*.
- UDLAP. (2020). *Inventarios*. Universidad de Las Américas Puebla.
- Vidal Holguin, C. (2010). *Fundamentos de control y gestión de inventarios*. Santiago de Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Wagner, H., & Whitin, T. (1958). Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. *Management Science*, 5(1), 89-96.
- Wei, Y., Chen, F., & Hongwei, W. (2018). Inventory and Production Dynamics in a Discrete-Time Vendor-Managed Inventory Supply Chain System. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2018.
- Wettasinghe, J., & Luong, H. T. (2020). An inventory positioning model under vendor managed inventory system. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 34(2), 241-282.

- Zavanella, L., & Zanoni, S. (2009). *A one-vendor multi-buyer integrated production-inventory model: The 'Consignment Stock' case*. Brescia, Italia: Elsevier.
- Zhang, P., Xu, X., Shi, V., & Zhu, J. (2020). Simultaneous inventory competition and transshipment between retailers. *International Journal of Production Economics*, 230.
- Zhong, J.-H., Jiang, R.-X., & Zheng, G. (2015). Multi-Item Distribution Policies with Supply Hub and Lateral Transshipment. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.