

**SISTEMA DE INVERSIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS BASADOS EN  
SIMULATED ANNEALING PARA OBJETOS GEOMÉTRICOS SIMPLES**

**ERWING MAURICIO NIÑO FERRO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE FÍSICA  
BUCARAMANGA  
2018**

**SISTEMA DE INVERSIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS BASADOS EN  
SIMULATED ANNEALING PARA OBJETOS GEOMÉTRICOS SIMPLES**

**ERWING MAURICIO NIÑO FERRO**

**Trabajo de grado  
para optar al título de Físico.**

**Director  
JOSÉ DAVID SANABRIA GÓMEZ  
Físico, PhD.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE FÍSICA  
BUCARAMANGA  
2018**

# AGRADECIMIENTOS

A mi madre por su apoyo incondicional en cada meta que me propongo, a mi hermano, a mi director por guiarme en la elaboración de este proyecto, a Fernando Cortés por su valiosa colaboración y amigos.

# ÍNDICE GENERAL

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>13</b>
<b>1. MARCO CONCEPTUAL</b>	<b>15</b>
1.1. LEY DE GRAVITACIÓN DE NEWTON . . . . .	15
1.2. CAMPO GRAVITATORIO DE LA TIERRA . . . . .	16
1.3. GRAVEDAD NORMAL O TEÓRICA . . . . .	16
1.4. GEOIDE . . . . .	18
1.5. MEDICIÓN DE LA GRAVEDAD . . . . .	19
1.6. ANOMALÍA . . . . .	20
<b>2. FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE INVERSIÓN</b>	<b>21</b>
2.1. INVERSIÓN GRAVIMÉTRICA . . . . .	21
2.2. SIMULATED ANNEALING . . . . .	22
<b>3. MODELADO DIRECTO E INVERSIÓN</b>	<b>25</b>
3.1. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO SA . . . . .	25
3.2. INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO (GUI) . . . . .	27
3.3. CÁLCULO DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS PRODUCIDAS POR DIFERENTES CUERPOS . . . . .	28
3.4. INTERPRETACIÓN DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS . . . . .	33
3.5. INTERPRETACIÓN INVERSA . . . . .	35
<b>4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>37</b>
4.1. INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO PARA INVERTIR DATOS DE ANO- MALÍAS GRAVIMÉTRICAS . . . . .	37
4.2. MODELADO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DE CUERPOS CON GEOMETRÍA SIMPLE . . . . .	38
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>49</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>52</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>53</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>54</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.	<i>La gravedad en una Tierra elipsoidal es el vector suma de las aceleraciones gravitacional y centrífuga, y como se observa no es radial. La latitud geográfica, <math>\lambda'</math>, es un poco más grande que la latitud geocéntrica, <math>\lambda</math>. Imagen tomada de [16].</i>	17
2.	<i>(a) La masa de una montaña, por fuera del elipsoide o (b) un exceso de masa, por debajo del elipsoide, producen una elevación del geoide respecto al elipsoide, imagen tomada de [16].</i>	19
3.	<i>Esquema general de un gravímetro. Imagen tomada de [26].</i>	20
4.	<i>Probabilidad de aceptación de un nuevo estado en el algoritmo de Metrópolis.</i>	23
5.	<i>Comportamiento del algoritmo SA. Imagen tomada de [23].</i>	23
6.	<i>Dependencia de la solución inicial.</i>	26
7.	<i>Descripción del algoritmo.</i>	27
8.	<i>Entorno de diseño.</i>	28
9.	<i>Efecto de la gravedad vertical de una esfera en un punto <math>P</math> sobre superficie. Imagen tomada de [24].</i>	29
10.	<i>Efecto de la gravedad vertical sobre la superficie debido a un cuerpo cilíndrico horizontal de longitud infinita, proyección del plano a lo largo del eje <math>Y</math>. Imagen tomada de [24].</i>	30
11.	<i>Sucesión de estratos en un pliegue anticlinal <b>A</b> y en un pliegue sinclinal <b>B</b>. Imagen tomada de [5].</i>	31
12.	<i>Anomalía gravimétrica en la superficie debido a una placa semi-infinita: (A) sub-división de la placa en un elemento de línea de longitud <math>dx</math>, (B) placa delgada entre los límites horizontales <math>x_1</math> y <math>x_2</math> y (C) placa delgada semi-infinita. Imagen tomada de [16].</i>	32
13.	<i>Método de Nettleton. Imagen tomada de [20].</i>	33
14.	<i>Cambios del gradiente asociados a los bordes de una placa. Imagen tomada de [9].</i>	34
15.	<i>(A) Anomalía circular, (B) interpretación de la anomalía mediante el modelado de varios cilindros coaxiales verticales, cuyos diámetros disminuyen con la profundidad. Imagen tomada de [9].</i>	36
16.	<i>Panel frontal del programa con subdivisiones.</i>	38

17.	<i>Variación gravimétrica debido a un cuerpo esférico del mismo radio <math>R</math> y contraste de densidad <math>\Delta\rho</math>, pero con su centro de masa a una profundidad diferente <math>Z</math>, a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud <math>\mathbf{B}</math> y la anomalía con una mayor amplitud <math>\mathbf{A}</math>.</i> . . . . .	39
18.	<i>Anomalía gravimétrica debido a un cuerpo esférico del mismo radio <math>R</math> y contraste de densidad <math>\Delta\rho</math> negativo, pero con su centro de masa a una profundidad diferente <math>Z</math>, a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud <math>\mathbf{B}</math> y la anomalía con una mayor amplitud <math>\mathbf{A}</math>.</i> . . . . .	41
19.	<i>Evolución de aproximación de una variación gravimétrica esférica.</i> . . . . .	42
20.	<i>Anomalía gravimétrica debido a un cuerpo cilíndrico horizontal, de mismo radio <math>R</math> y contraste de densidad <math>\Delta\rho</math> (positivo), pero con su centro de masa a una profundidad diferente <math>Z</math>, a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud <math>\mathbf{B}</math> y la anomalía con una mayor amplitud <math>\mathbf{A}</math>.</i> . . . . .	44
21.	<i>Anomalía gravimétrica debido a un cuerpo cilíndrico horizontal, del mismo radio <math>R</math> y contraste de densidad negativo (déficit de masa) <math>-\Delta\rho</math>, pero su centro de masa a una profundidad diferente <math>Z</math> a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud <math>\mathbf{B}</math> y la anomalía con una mayor amplitud <math>\mathbf{A}</math>.</i> . . . . .	45
22.	<i>Comparación entre atracción gravitacional vertical de una esfera y un cilindro horizontal con la misma profundidad, radio y variación de densidad.</i> . . . . .	46
23.	<i>Variación gravimétrica debido a una placa semi-infinita a una profundidad <math>Z</math> y contraste de densidad positivo a lo largo de la superficie.</i> . . . . .	47
24.	<i>Variación gravimétrica debido a una placa semi-infinita a una profundidad <math>Z</math> y contraste de densidad negativo a lo largo de la superficie.</i> . . . . .	48
25.	<i>Interfaz</i> . . . . .	54

# ÍNDICE DE TABLAS

1.	<i>Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio (<math>R</math>) y contraste de densidad positivo (<math>\Delta\rho</math>), a una profundidad diferente (<math>Z</math>), de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 17.</i>	40
2.	<i>Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio (<math>R</math>) y contraste de densidad negativo (<math>\Delta\rho</math>), a profundidades diferentes (<math>Z</math>), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 18.</i>	41
3.	<i>Resultado de los modelos realizados con diferentes condiciones de parada <math>T</math>.</i>	43
4.	<i>Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio (<math>R</math>) y contraste de densidad negativo con respecto al medio circundante (<math>\Delta\rho</math>), a profundidades diferentes (<math>Z</math>), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 20.</i>	45
5.	<i>Resultados de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio (<math>R</math>) y contraste de densidad negativo con respecto al medio circundante (<math>-\Delta\rho</math>), a profundidades diferentes (<math>Z</math>), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas en la Fig. 21.</i>	46
6.	<i>Resultado de las variaciones gravimétricas realizadas para una placa de longitud semi-infinita a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas de las figuras 23 y 24.</i>	48

# LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. Interfaz gráfica de usuario. . . . .	53
---	----

# RESUMEN

**TÍTULO:** SISTEMA DE INVERSIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS BASADOS EN SIMULATED ANNEALING PARA OBJETOS GEOMÉTRICOS SIMPLES \*

**AUTOR:** ERWING MAURICIO NIÑO FERRO \*\*

**PALABRAS CLAVES:** Anomalía, sistema de inversión, variación gravimétrica, Simulated Annealing, contraste de densidad.

Los efectos de las variaciones gravimétricas causadas por anomalías de densidad debido a objetos geométricos simples, son claves en la geofísica y han sido estudiadas por décadas, al analizar el comportamiento de cambios de densidad presentes en el subsuelo terrestre, con el fin de asociarlas a fuentes de anomalías de densidad halladas en un campo de exploración geofísica.

En este trabajo se estudió la forma de invertir datos gravimétricos (perturbaciones gravimétricas causadas por anomalías de densidad de objetos geométricos simples) mediante una rutina computacional, desarrollando un sistema de inversión de datos gravimétricos basado en Simulated Annealing (SA), a través de una herramienta de software matemático MATLAB. Para lo cual, se utilizó la ley de atracción gravitacional de Newton, hallando variaciones en la gravedad vertical ( $\Delta g_z$ ) sobre el campo gravitacional a distancias específicas en la superficie de la Tierra, logrando describir anomalías de densidad en el subsuelo asociadas a modelos sintéticos de figuras geométricas simples como; esferas, cilindros horizontales y placas semi-infinitas (dimensionales).

Se observó una fuerte dependencia de las amplitudes (grado de conicidad) de las curvas que representan las variaciones gravimétricas con respecto a la profundidad en donde se encuentran ubicadas las anomalías de densidad. Además, se mostró la posibilidad de una reestructuración de los parámetros que representan los modelos geométricos. Este trabajo constituye una base para la construcción de variaciones gravimétricas causada por anomalías de densidad más complejas halladas en campo. Puesto que estos tipos de modelos de figuras geométricas simples se ajusta, teniendo en cuenta información geológica, geométrica y de otras investigaciones geofísicas disponible de la zona de estudio.

---

\*Trabajo de Grado.

\*\*Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: José David Sanabria Gómez.

# ABSTRACT

**TITLE:** GRAVIMETRIC DATA INVESTMENT SYSTEM BASED ON SIMULATED ANNEALING FOR SIMPLE GEOMETRIC OBJECTS \*\*\*

**AUTHOR:** ERWING MAURICIO NIÑO FERRO \*\*\*\*

**KEYWORDS:** anomaly, investment system, gravimetric variation. Simulated Annealing, density contrast.

The effects of gravimetric variations caused by density anomalies due to simple geometric objects are key in geophysics and have been studied for decades, when analyzing the behavior of density changes present in the earth's subsoil, in order to associate them with sources of density anomalies found in a geophysical exploration field.

In this work we studied the way to invert gravimetric data (gravimetric disturbances caused by density anomalies of simple geometric objects) by means of a computational routine, developing a gravimetric data inversion system based on Simulated Annealing (SA), through a mathematical software tool MATLAB. For which, Newton's law of gravitational attraction was used, finding variations in vertical gravity ( $\Delta g_z$ ) over the gravitational field at specific distances on the surface of the Earth, managing to describe density anomalies in the subsoil associated with synthetic models of simple geometric figures such as; spheres, horizontal cylinders and semi-infinite plates (dimensional).

We observed a strong dependence of the amplitudes (degree of taper) of the curves that represent the gravimetric variations with respect to the depth where the density anomalies are located. In addition, the possibility of a restructuring of the parameters that represent the geometric models was shown. This work constitutes a basis for the construction of gravimetric variations caused by more complex density anomalies found in the field. Since these types of models of simple geometric figures fits, taking into account geological, geometric and other geophysical research information available from the study area.

---

\*\*\* Degree Work.

\*\*\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: José David Sanabria Gómez.

# INTRODUCCIÓN

Los sistemas de inversión de datos gravimétricos juegan un papel importante en la interpretación de anomalías gravimétricas, los cuales a su vez realizan un gran aporte a diferentes áreas de la Geociencia como la Geología Estructural, Mineralogía, Petrología, Geofísica, entre muchas otras. Por ello, día a día se buscan optimizar paquetes computacionales para la interpretación de anomalías gravimétricas, es decir, valores numéricos que difieren de los valores de referencia de la aceleración de la gravedad que la Tierra tiene por ser un cuerpo masivo, deformado y rotante.

La gravimetría se basa en las medidas de las variaciones de la gravedad en la superficie terrestre, para determinar las desviaciones o anomalías del comportamiento normal del campo gravitacional, ocasionado por cambios de densidad de materiales presentes en el subsuelo. La fuerza de la gravedad se entiende como una fuerza que ejerce la Tierra sobre cada uno de los objetos que se encuentran en la superficie. Sin embargo, la gravedad no ocurre solamente entre la Tierra y los objetos, sino que ocurre entre todas las masas en el Universo. Newton describió este fenómeno mediante la fuerza de atracción gravitacional la cual depende de la masa de los cuerpos y la distancia [22]. Por consiguiente, grandes cuerpos pueden aumentar o disminuir la magnitud de la gravedad en una región determinada, debido a la presencia de minerales de mayor o menor densidad, esto permite diferenciar estructuras y cuerpos subterráneos si poseen densidades diferentes.

La inversión gravimétrica es la obtención de modelos sintéticos del subsuelo a partir de valores de gravedad observada. Mediante la aplicación de un sistema de inversión de datos gravimétricos, se puede encontrar la distribución de masas responsable de una determinada anomalía, a través de los valores de la gravedad observada sobre la superficie de la Tierra. Para su desarrollo, se construye un modelo directo, con base en la información geológica y geofísica disponible en una zona de estudio, en dirección a realizar posibles modelos de la fuente anómala o distribución de masa considerada como responsable de la variación gravimétrica registrada, para luego calcular el efecto gravimétrico de dicho modelo y comparar con la gravedad observada. Finalmente, si estos dos conjuntos de valores de la gravedad no se ajustan de manera satisfactoria, se modifican los parámetros en el modelado directo para obtener una respuesta aproximada a las anomalías observadas.

Se han publicado numerosos trabajos que desarrollan técnicas en la interpretación de anomalías y han aplicado la gravimetría en diferentes áreas. Por ejemplo; datos gravimétricos (medidas de la aceleración de la gravedad definida como la fuerza gravitacional por

unidad de masa), han sido usados para estimar el espesor de la corteza lunar y de la Tierra [14, 33–35]. El interés en el entendimiento de anomalías de densidad de objetos geométricos simples, utilizando modelos de fuentes cuyas densidades van a depender de la profundidad, proviene de la relevancia económica y científica en la interpretación de distribuciones de masas anómalas en el subsuelo terrestre. En este sentido hay que destacar trabajos, tal como el desarrollo de una interfaz para la inversión gravimétrica en la cual el contraste de densidad varía exponencialmente con la profundidad, donde se desarrolla un método para calcular el efecto gravimétrico producido por un prisma vertical bidimensional [7]. Así mismo, se han desarrollado esquemas de inversión regularizadas en dos dimensiones para la interpretación de datos de gravedad residual mediante un modelo de hoja delgada de inversión [17]. También, se han realizado interpretaciones computacionales de inversión tridimensional 3D en datos de gravedad para reconstruir la distribución de densidades de cuerpos minerales, cuencas, corteza, litosfera y manto superior [15]. De igual manera, aplicaciones de inversión gravimétrica tridimensional 3D aplicada en la isla San Miguel en el archipiélago de Azores, para el estudio de la actividad volcánica mediante un modelo de cubos de densidades conocidas [6].

Este trabajo, pretende realizar inversiones de datos gravimétricos mediante el desarrollo de un sistema de inversión basado en SA, para mostrar el comportamiento de las variaciones gravimétricas causadas por anomalías de densidad de formas geométricas simples, en el interior de la superficie terrestre. Así, la organización de este proyecto es la siguiente: En el capítulo 1, se presentan aspectos teóricos sobre la forma de la Tierra, la descripción del campo gravitatorio terrestre y la Ley de atracción gravitacional de Newton. En el capítulo 2, se describen las características básicas de la teoría de inversión, usado para realizar el algoritmo de optimización SA, su explicación física y las condiciones de trabajo de computación. En el capítulo 3, se da una breve descripción del desarrollo de la interfaz gráfica y del algoritmo SA, aplicado a la inversión gravimétrica, para reproducir datos de campo de figuras geométricas simples. En el capítulo 4, se muestran los resultados de la investigación de las variaciones gravimétricas, debido a anomalías de densidad en el subsuelo terrestre, relacionadas con figuras geométricas simples, a la cual se encuentran ligadas, para luego describir el comportamiento de estos objetos geométricos sobre el campo gravitacional de la Tierra. Finalmente se muestran las conclusiones y productos asociados a este trabajo, respectivamente.

# Capítulo 1

## MARCO CONCEPTUAL

El presente capítulo empieza con el planteamiento de la ley de atracción universal en la sección 1.1, posteriormente, en la sección 1.2, se muestran las fórmulas asociadas a un campo conservativo, además, en la sección 1.3 se parte del planteamiento en el que la Tierra tiene una forma elipsoidal y se explica por qué la atracción gravitacional en la superficie de la Tierra, gravedad normal, depende de la latitud y se muestra su respectiva fórmula, sobre cualquier punto de la superficie terrestre. En la sección 1.4, se explica de qué manera se genera la superficie equipotencial física de la Tierra, conocida como geoide, a partir del elipsoide internacional de referencia. Por otra parte, con respecto al proceso de medición de la aceleración de la gravedad se explican tres métodos diferentes en la sección 1.5 y finalmente la sección 1.6 está dedicada a la definición de anomalía gravimétrica.

### 1.1. LEY DE GRAVITACIÓN DE NEWTON

La ley gravitacional de Newton establece que cada partícula con masa en el Universo atrae a otra partícula con masa, con una fuerza directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas y es una fuerza siempre atractiva [18]. La magnitud  $F$  de la fuerza de gravedad entre dos masas  $M$  y  $m$ , separadas por una distancia  $r$ , está dada por

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (1.1)$$

donde  $G$  es la constante de gravitación universal igual a  $6,673 \times 10^{11} N(m/kg)^2$ .

La fuerza de atracción gravitacional que ejerce una fuente de masa  $M$ , sobre una partícula de prueba de masa  $m$ , puede ser cuantificada a través del concepto de campo. “... el concepto de campo, que considera que una partícula modifica de algún modo al espacio alrededor de ella y genera un campo gravitatorio. Este campo, cuya intensidad depende de la masa de la partícula, actúa entonces sobre cualquier otra partícula, ejerciendo la fuerza de atracción gravitatoria sobre ella” [22]. En física newtoniana, el campo gravitatorio se representa mediante un campo vectorial conservativo cuyas líneas de campo son abiertas. Puede definirse como la fuerza por unidad de masa que experimentará una partícula puntual en presencia de una masa  $M$

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \hat{u}_r, \quad (1.2)$$

donde  $r$  es la distancia de un punto en el exterior al centro de masa, y  $\hat{u}_r$  es el vector unitario radial.

La aceleración de la gravedad se mide en unidades de longitud sobre tiempo al cuadrado, en el sistema *MKS* la unidad de aceleración de la gravedad se mide en metros por segundo al cuadrado,  $m/s^2$ , mientras en el sistema *CGS*, la medida es en centímetros por segundo cuadrado, se define como “*Gal*” (en honor a Galileo)  $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm}/s^2$ . En gravimetría se utilizan fracciones de *Gal*, típicamente miligales ( $mGal$ ) o microgales ( $\mu Gal$ ), debido a que las anomalías medidas son en general muy pequeñas [19].

## 1.2. CAMPO GRAVITATORIO DE LA TIERRA

El campo de gravedad de la Tierra es un campo conservativo. Según las leyes de Newton, un campo conservativo, es aquel que produce el mismo trabajo para desplazar una partícula dentro del mismo campo, sin importar que camino recorra [22, 30]. El campo gravitacional se puede describir mediante una función escalar, el potencial gravitacional  $V$ , el cual se define como

$$V(r) = \frac{u(r)}{m}, \quad (1.3)$$

donde  $u(r)$  es la energía potencial y  $m$  una masa de prueba. Es decir, que el potencial es lo mismo que la energía potencial por unidad de masa.

Tomando como referencia la energía potencial de un cuerpo esféricamente simétrico de masa  $M$ , dada por  $u(r) = -GMm/r$ . El potencial gravitatorio se define como

$$V(r) = \frac{u(r)}{m} = -\frac{GM}{r}, \quad (1.4)$$

se observa que el potencial en la fórmula (1.4) es independiente del valor de la masa de prueba  $m$ ; de igual manera, el campo gravitatorio definido de acuerdo con la fórmula (1.2), es independiente de  $m$ . También se puede hallar la componente radial de la fuerza, a partir de  $u(r)$  de acuerdo con  $F = -du/dr$  [22]. La componente radial del campo de gravedad a partir de  $V(r)$ , esta dada por:

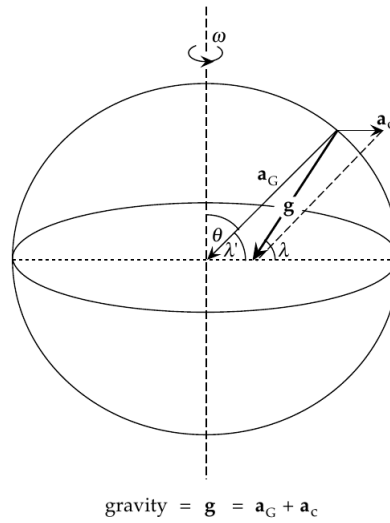
$$g = -\frac{\partial V}{\partial r}. \quad (1.5)$$

## 1.3. GRAVEDAD NORMAL O TEÓRICA

La gravedad que experimenta una partícula sobre la superficie de la Tierra no es exactamente la que corresponde a la fórmula (1.2), ya que, el planeta Tierra se encuentra en rotación y posee un cuerpo de densidad inhomogéneo. Por esta razón, las mediciones de

la variación de la aceleración de la gravedad terrestre pueden proveer información acerca de la geología en una zona de estudio. Esta es la base para la teoría y práctica de las mediciones gravimétricas. Como se puede ver en la Fig. 1, todo cuerpo sobre la superficie del planeta Tierra experimenta dos fuerzas: una de ellas es la atracción gravitacional del planeta y otra es la fuerza centrífuga debida a la rotación del mismo.

Figura 1: La gravedad en una Tierra elipsoidal es el vector suma de las aceleraciones gravitacional y centrífuga, y como se observa no es radial. La latitud geográfica,  $\lambda'$ , es un poco más grande que la latitud geocéntrica,  $\lambda$ . Imagen tomada de [16].



La dirección de la gravedad se ve afectada por dos factores: aceleración gravitacional ( $a_G$ ) y aceleración centrífuga ( $a_c$ ). Por lo tanto, la atracción gravitacional no está dirigida al centro de la Tierra, sino perpendicular a la superficie del geoide de referencia. Además, debido a que la forma de la Tierra es esferoidal, la dirección vertical no es radial en general, excepto en el Ecuador y en los polos. Por tal razón, es necesario definir dos latitudes, la latitud geocéntrica,  $\lambda'$ , que es el complemento del ángulo polar,  $\theta$ , mientras que la latitud geográfica,  $\lambda$ , se obtiene a partir de la línea vertical local que pasa por el plano tangente al elipsoide y se interseca con el Ecuador, (ver Fig. 1). El Elipsoide Internacional de Referencia es la figura estándar de la Tierra, tal que el valor teórico de la gravedad normal para el elipsoide rotante está dado por la siguiente fórmula

$$g_n = g_e(1 + \beta_1 \sin^2(\lambda) + \beta_2 \sin^2(2\lambda)), \quad (1.6)$$

en el que  $g_e = 9,780327m/s^2$  es la gravedad en el Ecuador,  $\beta_1 = 5,30244 \times 10^{-3}$  y  $\beta_2 = -5,8 \times 10^{-6}$ , estas constantes fueron definidas para el Sistema de Referencia Geodésico en 1980. Lo anterior permite el cálculo de la gravedad normal para cualquier latitud con una precisión de  $0,1 \text{ mGal}$ . [16].

Durante los siglos *XIX* y *XX*, un número creciente de medidas y la cooperación internacional condujeron a las llamadas fórmulas estándar desarrolladas por y para geodestas, estas son también utilizadas en la exploración,  $g$  representa la gravedad teórica (o normal) en Gales y  $\varphi$  latitud de la estación [2]

$$1930 : g = 978,0490(1 + 0,0052884 \sin^2(\varphi) - 0,0000059 \sin^2(2\varphi)), \quad (1.7)$$

$$1967 : g = 978,031846(1 + 0,005230024 \sin^2(\varphi) - 0,0000058 \sin^2(2\varphi)), \quad (1.8)$$

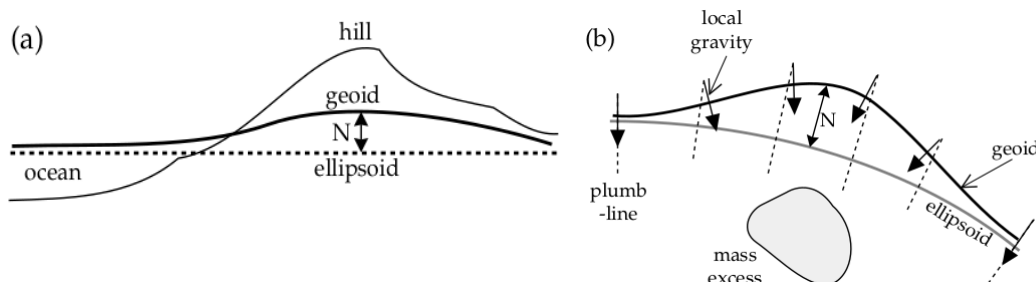
$$1980 : g = 978,031846(1 + \frac{0,00193185138639 \sin^2(\varphi)}{\sqrt{1 - 0,000669437999013 \sin^2(\varphi)}}). \quad (1.9)$$

Como se observa existen diferencias en las fórmulas para el cálculo de gravedad normal, las diferencias que se encuentran en las fórmulas no son importantes en la exploración. Sin embargo, es importante que se utilice la misma fórmula por cada una de las estaciones de medición de gravedad.

## 1.4. GEOIDE

El elipsoide internacional de referencia es una aproximación cercana a la superficie equipotencial de la gravedad de la Tierra, pero es una conveniencia matemática. La superficie equipotencial física de la gravedad de la Tierra es llamada geoide. Ésta refleja la verdadera distribución de masa dentro de la Tierra y difiere del elipsoide teórico por pequeñas cantidades. Lejos de tierra, en mar abierto, el geoide coincide con la superficie oceánica, excluyendo los efectos de las perturbaciones ocasionados por las mareas y por los vientos, mientras que en los continentes el geoide es afectado por la masa de Tierra sobre el nivel promedio del mar, (ver Fig. 2). La masa dentro del elipsoide causa una atracción dirigida hacia el centro de la Tierra, sin embargo, la masa de una montaña tiene un centro de masa que está por fuera del elipsoide y produce una atracción hacia arriba, lo cual causa una elevación local del geoide sobre el elipsoide. El desplazamiento entre el geoide y el elipsoide es llamado ondulación del geoide,  $N$ , cuando la ondulación está sobre el elipsoide se considera una ondulación positiva, [16].

Figura 2: (a) La masa de una montaña, por fuera del elipsoide o (b) un exceso de masa, por debajo del elipsoide, producen una elevación del geoides respecto al elipsoide, imagen tomada de [16].

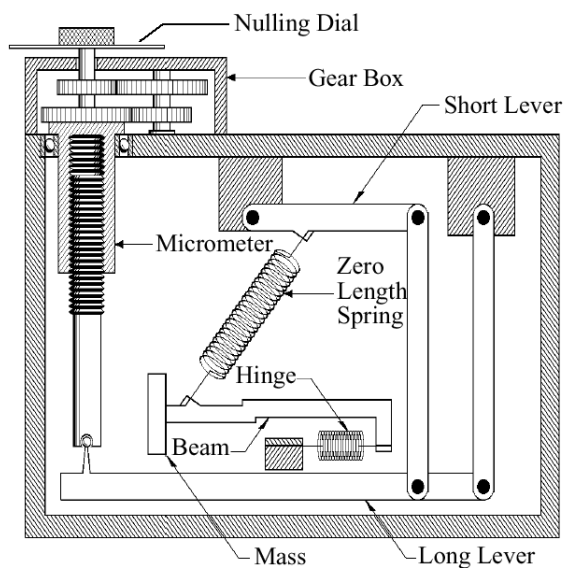


## 1.5. MEDICIÓN DE LA GRAVEDAD

La aceleración de la gravedad puede ser medida de tres formas distintas: Primero, mediante mediciones de la caída libre de un cuerpo, la cual consiste en tirar un objeto y calcular directamente la aceleración que el cuerpo adquiere, midiendo cuidadosamente la distancia recorrida y el tiempo al caer el objeto. Segundo, por mediciones con el péndulo, en donde se estima la aceleración gravitacional midiendo la oscilación periódica de un péndulo. Tercero, haciendo mediciones en donde una masa se suspende de un resorte o fibras de torsión, y se observa que tanto se deforma el resorte bajo la fuerza de la gravedad [24].

Desde 1932, se utilizan instrumentos basados en el principio de balanzas de resorte para medir la aceleración de la gravedad y sus variaciones, estos instrumentos son conocidos como gravímetros. Dentro de éstos se puede mencionar un instrumento utilizado actualmente, el gravímetro *Lacoste&Romberg* Fig.3, es un dispositivo utilizado para medir la aceleración de la gravedad, o más específicamente, las variaciones producidas en el campo gravitacional entre dos o más puntos, un gravímetro es un tipo de acelerómetro especializado en medir la constante de aceleración descendente de la gravedad, la cual varía alrededor de un 0,5% sobre la superficie terrestre, están diseñados para ser sensibles con el fin de medir los pequeños cambios dentro de la gravedad de la Tierra de alrededor de  $1 \text{ mGal}$ , causados por estructuras geológicas cercanas o por la propia forma de la Tierra. Esta sensibilidad significa que los gravímetros son susceptibles a vibraciones externas incluyendo el ruido, el cual tiende a causar aceleración oscilatoria [31].

Figura 3: Esquema general de un gravímetro. Imagen tomada de [26].



Este instrumento sólo mide diferencias de gravedad entre dos estaciones o entre diferentes épocas en la misma estación y se utilizan en la exploración de petróleo y minerales, sismología, geodesia, arqueología, estudios de aguas subterráneas, análisis geofísicos y otras investigaciones geofísicas.

## 1.6. ANOMALÍA

Se define anomalía gravimétrica a la diferencia entre el valor de la gravedad observado ( $g_{obs}$ ) en un determinado lugar de la superficie terrestre y la gravedad teórica ( $g_{teo}$ ), obtenida de un modelo que contempla las magnitudes físicas como rotación del planeta, latitud ó de otro tipo, a causa de la inhomegeniedad en la distribución de densidad de la Tierra. Suponiendo que la densidad de las rocas en la superficie es  $\rho$  y la densidad de las rocas del medio circundante es  $\rho_0$ , la diferencia  $\Delta\rho = \rho - \rho_0$  es llamada la densidad de contraste del cuerpo con respecto al medio circundante. Si el cuerpo tiene una densidad mayor a la del medio, tiene una densidad de contraste positiva; un cuerpo con baja densidad respecto a las rocas del medio, tiene una densidad de contraste negativo. Sobre un cuerpo de alta densidad la medición de la gravedad aumenta, después de la reducción al elipsoide de referencia y la diferencia de la gravedad normal, es obtenida una anomalía de gravedad positiva. Del mismo modo, una anomalía negativa resulta en una región de baja densidad. La presencia de una anomalía de gravedad indica un cuerpo o estructura con densidad anómala; el signo de la anomalía es el mismo que el del contraste de densidad y muestra si la densidad del cuerpo es mayor o menor que la normal [16].

## Capítulo 2

# FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE INVERSIÓN

En este capítulo se incluye información de la inversión gravimétrica, la cual se obtiene a partir de las observaciones de anomalías de la gravedad vertical, se trata de determinar o al menos inferir algunas características como la parametrización del modelo directo, para generar un modelo inverso de la estructura de la anomalía de densidad que las causan. Esto es lo que se denomina método gravimétrico inverso. También se muestran algunas propiedades físicas y computacionales del algoritmo SA.

### 2.1. INVERSIÓN GRAVIMÉTRICA

La inversión gravimétrica es la obtención de modelos sintéticos del subsuelo a partir de valores de gravedad observada. Nuestro sistema de estudio es la superficie de la Tierra, la cual se puede considerar como un cuerpo inhomogéneo que presenta variaciones en la densidad debido a estructuras geométricas simples, cuyas propiedades del sistema se pueden dividir en tres etapas [29]:

- Parametrización del sistema: obtener un conjunto de parámetros que lo caractericen completamente.
- Modelado directo: describir un modelo mediante leyes físicas que permita conocer los valores de los parámetros del modelo, para hacer predicciones sobre los resultados de las mediciones de acuerdo a algunos parámetros observables.
- Modelado Inverso: utilizar resultados reales de algunas mediciones de parámetros observables, es decir los resultados, para inferir los valores reales de los parámetros del modelo.

En general la Teoría de Inversión Geofísica, se define, como un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas que permiten obtener información útil del mundo físico a través de observaciones, con la finalidad de encontrar un modelo que obtenga una respuesta similar a los valores reales medidos [4].

## 2.2. SIMULATED ANNEALING

Los algoritmos heurísticos o de aproximación desempeñan un papel importante en la resolución de problemas de Inversión Geofísica con la idea de encontrar buenas soluciones factibles de manera rápida. Estos métodos se basan en imitar procesos naturales, biológicos, sociales o culturales a nivel computacional y han despertado el interés de la comunidad científica debido a su capacidad para explorar eficientemente espacios de soluciones multimodales y multidimensionales. “*SA pertenece a la clase de algoritmos de búsqueda local que permiten movimientos ascendentes para evitar quedar atrapado prematuramente en un óptimo local*” [21]. Estos algoritmos juegan un papel importante dentro del campo de la optimización, a causa que sus resultados han sido muy exitosos en problemas prácticos y poseen una componente estadística que facilita su convergencia.

Se han publicado numerosos trabajos que utilizan este método aplicando algunas modificaciones como: entrenamiento de una red neuronal artificial, en el que se muestra el desempeño de Simulated Annealing como algoritmo de entrenamiento de esta red neuronal resolviendo dos problemas clásicos en redes neuronales [23]. Otro ejemplo de aplicación es el algoritmo SA aplicado en la identificación de errores de difícil detección en estimación de estado, en este artículo se utiliza la técnica de optimización SA con el fin de resolver el problema de estimación de estado cuando éste presenta errores de difícil detección [25]. También, se ha aplicado SA como una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones, con el fin de operar con más eficiencia y a menores costos [28, 32].

### Explicación física de SA.

El algoritmo SA se plantea sobre un procedimiento físico de templado de metales, para llevar un sólido a un estado de equilibrio térmico. Se basa en tres etapas: la primera etapa, consiste en una fase de calentamiento; la segunda etapa se mantiene la temperatura, permitiendo una reorganización molecular en estados de mínima energía. Finalmente la fase de enfriamiento controlado, disminuyendo gradualmente la temperatura, hasta lograr un sólido cuyas partículas se encuentren en un estado cristalino perfecto [25].

A partir del proceso físico, descrito en el párrafo anterior, se genera una secuencia de estados de un sólido los cuales pasan por un criterio de aceptación. Es decir, dado un sólido en un estado  $i$  y con energía  $E_i$ , se genera un siguiente estado  $j$  con energía  $E_j$ , mediante la aplicación de un mecanismo que lo conduce al siguiente estado a través de una pequeña perturbación [25], si la diferencia de energía  $E_j - E_i$  es menor o igual a cero, el estado  $j$  es aceptado. Si la diferencia de energía es mayor que cero, el estado  $j$  se acepta con cierta probabilidad, la cual está dada por:

$$P = \exp^{\frac{E_j - E_i}{K_b T}}, \quad (2.1)$$

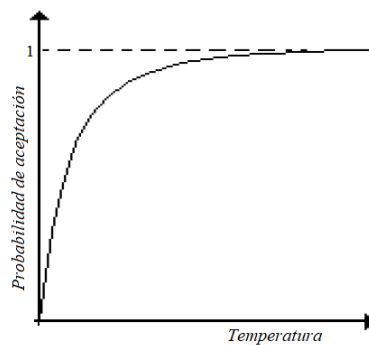
donde  $P$  representa la probabilidad de aceptación,  $T$  la temperatura y  $K_b$  es la constante de Boltzmann. Esta regla de aceptación se conoce como *criterio de Metrópolis* [29]. De forma análoga el criterio de aceptación empleado en el algoritmo SA determina si  $j$  se

acepta a partir de  $i$ , al comparar los valores de la función objetivo y aplicando la siguiente probabilidad de aceptación:

$$p = \begin{cases} 1, & \text{Si } (f_j < f_i) \\ \exp((f_i - f_j)/T), & \text{Si } (f_j > f_i), \end{cases} \quad (2.2)$$

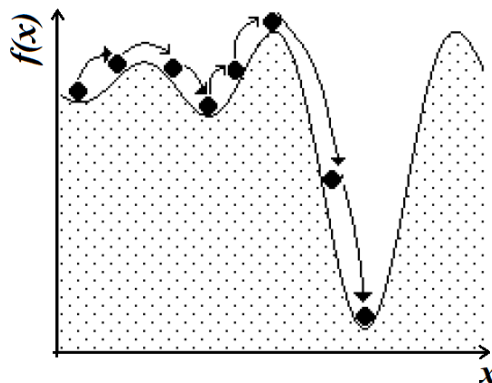
se observa, si la temperatura es alta, la probabilidad de aceptar este nuevo estado, así sea de peor calidad que el anterior, es aproximada a uno (altamente probable de aceptarla) y si la temperatura es baja, es poco probable que se acepte (ver Fig. 4). Esta propiedad que tiene el algoritmo SA de aceptar configuraciones cuya función sea de peor calidad, permite al método explorar diversas regiones del espacio de soluciones, sin quedar atrapado en un óptimo local.

Figura 4: Probabilidad de aceptación de un nuevo estado en el algoritmo de Metrópolis.



La Fig. 5 es una representación aproximada del comportamiento del algoritmo cuando explora varias regiones en un problema de optimización; la propiedad de aceptar soluciones de peor calidad le permite al método “escalar” las regiones de óptimos locales para finalmente alcanzar el óptimo global del sistema, por lo general es la configuración que tiene el menor valor en la función o menor estado de energía [8, 23].

Figura 5: Comportamiento del algoritmo SA. Imagen tomada de [23].



A medida que la temperatura baja, también lo hace la probabilidad de aceptación y es necesario aumentar el número de posibilidades a evaluar en cada paso del proceso iterativo, se conoce con el nombre de la cadena de Markov o modelo de Márkov, se define como un tipo especial de proceso estocástico discreto en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior [23].

### Mecanismo de enfriamiento

Corresponde al proceso de disminución de la temperatura, afectando la probabilidad de aceptación de soluciones de peor calidad. El cálculo de la temperatura en cada ciclo, se puede efectuar de la siguiente manera; enfriamiento basado en sucesivas temperaturas fijadas por el usuario, enfriamiento con descenso constante de temperatura como

$$T_{k+1} = \eta T_k, \quad (2.3)$$

el valor  $\eta$  recomendado es del rango de [0.8,0.99] [21]. Criterio de Boltzmann [23], función estadística desarrollada para modelar el comportamiento de sistemas físicos regidos por la mecánica clásica, rige la distribución de un conjunto de partículas en función de los posibles valores de energía de los estados que éstas pueden ocupar

$$T_k = \frac{T_0}{(1 + \log(k))}, \quad (2.4)$$

por último, el esquema de Cauchy [12]

$$T_k = \frac{T_0}{(1 + k)}. \quad (2.5)$$

### Condición de parada

En teoría, el algoritmo debería finalizar cuando la temperatura es igual a cero,  $T = 0$ , en la práctica, se para cuando la temperatura,  $T$ , alcanza o está por debajo de un valor final  $T_f$ , fijado previamente. También, una buena opción es parar cuando no se haya aceptado ningún vecino aleatorio generado en la iteración actual, en ese caso se evita malgastar recursos de computación.

## Capítulo 3

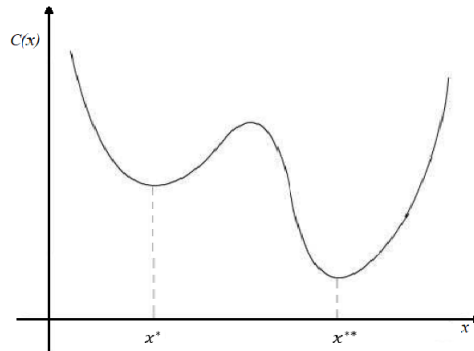
# MODELADO DIRECTO E INVERSIÓN

Las investigaciones científicas corresponden a fenómenos físicos que pueden ser estudiados utilizando ecuaciones de modelos matemáticos (un modelo es una representación cualitativa y/o cuantitativa de un sistema, en el cual se muestran las relaciones predominantes entre sus elementos). La ciencia computacional da soluciones aproximadas a las ecuaciones del modelo matemático en forma discreta, esto se debe a que en la mayoría de situaciones es imposible una solución analítica. Los programas de cómputo permiten la evolución de las ecuaciones que describen el modelo físico, de esta manera se pueden realizar modelos computacionales que reproduzcan de forma aproximada una situación real basada en las leyes físicas.

### 3.1. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO SA

Partiendo del esquema general de un algoritmo de minimización local, SA introduce una variable de control de temperatura ( $T$ ), que permite avanzar en los ciclos empeorando la función objetivo con cierta probabilidad, para así poder salir, si es el caso, de un bucle donde la función objetivo haya podido quedar atrapada en un un mínimo local Fig. 6, se observa cómo la solución final  $x^*$  podría haber quedado atrapada en el mínimo local y no podría ir nunca al mínimo global  $x^{**}$ , el problema que se presenta siguiendo este esquema depende fuertemente de la solución inicial elegida y del rango de búsqueda [32].

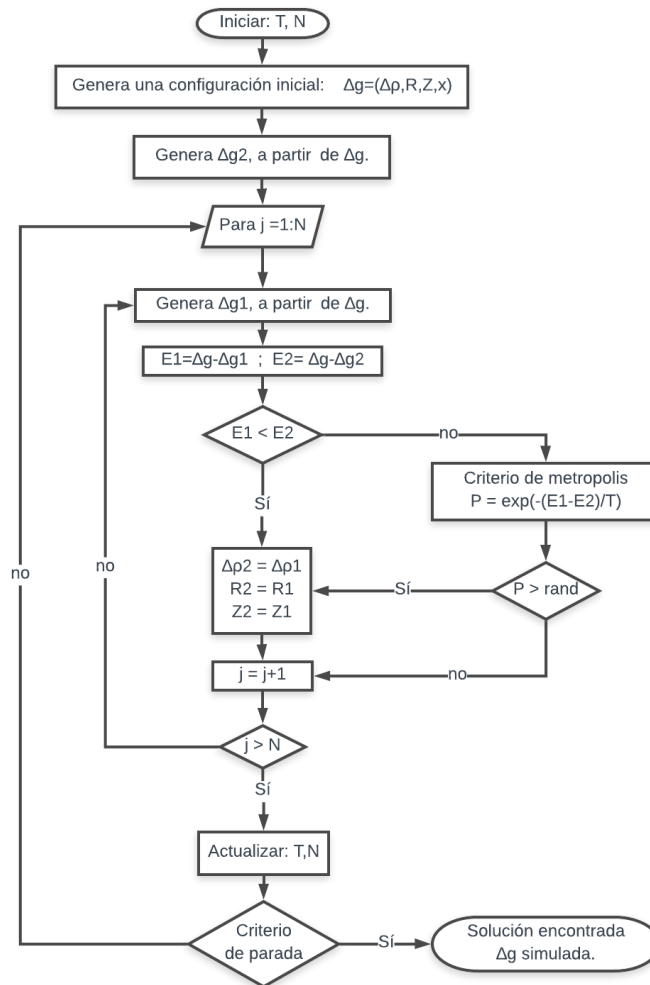
Figura 6: Dependencia de la solución inicial.



La variable de control  $T$ , evita con cierta probabilidad quedar atrapado en el mínimo local. Esta probabilidad se denomina *función de aceptación* que se plantea como:  $\exp(-\delta/T)$ , siendo  $\delta$  el incremento o empeoramiento de la función objetivo. En el caso límite cuando  $T$  tiende a infinito  $T \approx \infty$ , se acepta cualquier empeoramiento de la función; y para el caso de  $T \approx 0$  no se acepta ningún incremento de la función objetivo y se tendría el esquema normal de minimización local.

La probabilidad se introduce a partir de números aleatorios  $rand \in \cup(0, 1)$ . El esquema básico de SA será, del resultado de incluir esta modificación (haciendo tender a cero el parámetro positivo  $T$ , es decir, “enfriando” a lo largo del proceso), se presenta de esta manera el esquema general de un algoritmo SA, incorporando las características explicadas previamente (ver Fig 7).

Figura 7: Descripción del algoritmo.



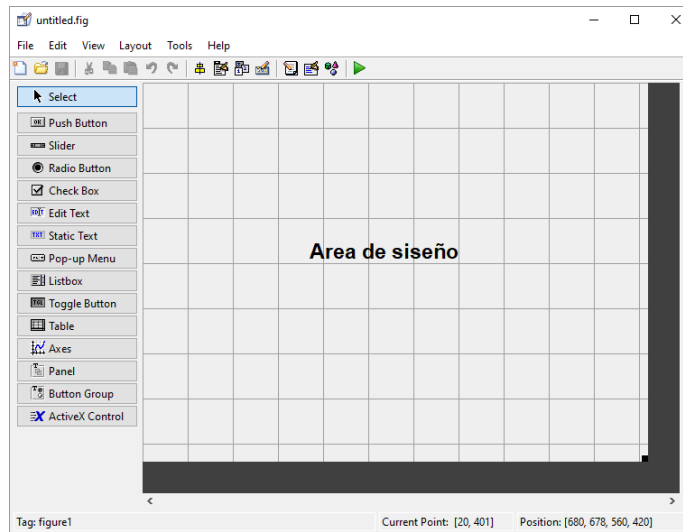
### 3.2. INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO (GUI)

En la vida cotidiana interactuamos constantemente con Interfaces Gráficas de Usuario (Graphical User Interface); no sólo una computadora sino también en objetos de uso diario como el celular, el cajero automático, entre otras [3]. Por lo tanto en la actualidad se busca mejorar al máximo la interacción entre los procesos industriales y el operario haciendo los sistemas de verificación y control más confiables y sencillos, para referirse a la interacción entre humanos y máquinas se usa las interfaces gráficas de usuario aplicable a sistemas de automatización y control de procesos [13].

A continuación se presentan antecedentes que desarrollan técnicas en la aplicación de GUI, aplicadas a diferentes áreas. Por ejemplo; una interfaz gráfica de usuario para el con-

trol de un prototipo de banda seleccionadora de piezas industriales, permitiendo abordar temáticas relacionadas con los sistemas de tele-control, es decir, redes de comunicaciones industriales. Permite interconectar todos sus procesos técnicos con la supervisión y control a distancia [10]. Así mismo, un software que permite modelos de un sistema de medios geológicos, para ello se elaboraron dos modelos o visiones diferentes del mismo sistema: un Lenguaje de Patrones de Interacción y el Modelo Objeto de Interfaz, los cuales van a facilitar la construcción de un prototipo sintético. [1]. Guide es un entorno de programación visual disponible en MATLAB para realizar y ejecutar programas que necesiten ingreso continuo de datos (ver inicio del diseño de una GUI Fig. 8).

Figura 8: *Entorno de diseño.*



Desarrollar una guide (ver Fig. 8) con la finalidad de invertir datos de anomalías gravimétricas, sirve para el control de seleccionar con qué tipo de modelo de densidad sintética asociarla, por ejemplo, realizar interpretaciones para la construcción de densidades de cuerpos minerales, cuencas, corteza, litósfera y manto superior [15]. Aporta a usos industriales con tecnologías abiertas y flexibles, también permite un manejo sencillo para el proceso técnico de un sistema de inversión de datos gravimétricos.

### 3.3. CÁLCULO DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS PRODUCIDAS POR DIFERENTES CUERPOS

El método directo proporciona una relación entre la estructura geológica, asimila muchas veces a cuerpos regulares y la respuesta gravimétrica que ella origina. Consiste en el cálculo de la atracción gravitacional que originan cuerpos de formas geométricas simples y densidades conocidas en el subsuelo de la superficie terrestre, calculando la componente vertical de la gravedad.

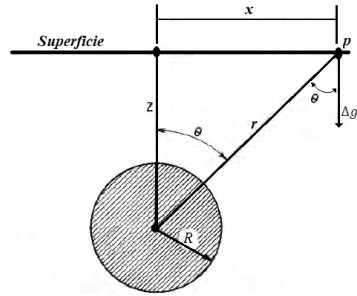
La densidad que se utiliza en los cálculos, es la densidad de contraste o diferencia entre la densidad propia del cuerpo y la del medio circundante. Si el cuerpo tuviera la misma densidad que el medio exterior, su efecto gravimétrico sería nulo. Hay casos en que la forma y densidad de un cuerpo pueden ser conocidas con anterioridad. Por ejemplo, estructuras geológicas observables, montañas, lagos, etc. En tal caso, su efecto gravimétrico puede calcularse directamente y descontarlo de las anomalías observadas para separarlo del efecto que originan otras estructuras geológicas. Sin embargo, la mayor parte de los problemas que se presentan en la geofísica son de tipo inverso. Se conocen los efectos y se trata de inferir a partir de ellos las características de los cuerpos que los causan. Lo que se hace entonces es construir modelos cuyos efectos se calculan por los métodos directos y se van ajustando [27].

### Anomalía debida a un cuerpo esférico

La componente vertical de la atracción gravitacional en un punto  $\mathbf{P}$  sobre la superficie terrestre, debido a un cuerpo esférico enterrado en el subsuelo Fig. 9, de radio  $R$ , con contraste de densidad entre el medio circundante y el cuerpo esférico de  $\Delta\rho$ , a una profundidad  $Z$ , está dada por la fórmula

$$\Delta g_z = \Delta g \sin(\theta). \quad (3.1)$$

Figura 9: Efecto de la gravedad vertical de una esfera en un punto  $P$  sobre superficie. Imagen tomada de [24].



De la ecuación 1.2 del campo gravitacional, reemplazamos la variación con respecto al eje  $Z$ , donde  $\Delta m = \frac{4}{3}\pi\Delta\rho R^3$  es la distribución de masa del cuerpo esférico,  $r^2 = z^2 + x^2$  es la distancia entre el centro de masa y el punto de observación y  $\sin(\theta) = Z/r$ . La componente de la atracción gravitacional vista en la Fig. 9 es igual a

$$\Delta g_z = \frac{4}{3}\pi G R^3 \Delta\rho \frac{Z}{(x^2 + Z^2)^{3/2}}, \quad (3.2)$$

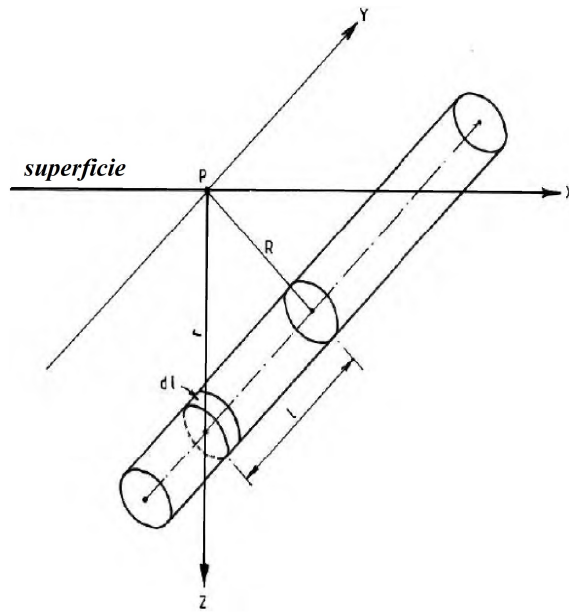
tal que la fuerza gravitacional será máxima en su origen, para  $Z = 0$  y  $x = 0$  en la superficie, además, el valor de la gravedad vertical decrece simétricamente hacia ambos lados del centro de masa de la esfera paulatinamente desde el origen [24, 30].

## Anomalia debida a un cuerpo cilíndrico horizontal

La componente vertical de la atracción gravitacional en un punto  $\mathbf{P}$  sobre la superficie terrestre, debido a un cuerpo cilíndrico horizontal, descrito como la composición de numerosos elementos de línea a una distancia  $l$ , en el subsuelo Fig. 10, está dada por la fórmula

$$dg_z = dg \sin(\psi) \frac{R}{r}. \quad (3.3)$$

Figura 10: *Efecto de la gravedad vertical sobre la superficie debido a un cuerpo cilíndrico horizontal de longitud infinita, proyección del plano a lo largo del eje Y. Imagen tomada de [24].*



De la ecuación 1.2 del campo gravitacional, se reemplaza la variación con respecto al eje  $Z$ . Donde  $dg_z$  es la componente vertical de la fuerza de atracción,  $G$  es la constante gravitacional universal,  $\Delta\rho$  es el contraste de densidad del cilindro horizontal,  $a$  es el radio del cilindro,  $Z$  la profundidad del centro del cilindro y  $x$  es el desplazamiento a lo largo de la superficie. La componente de atracción gravitacional vertical vista en la Fig. 10 es

$$dg_z = \frac{\pi G d\rho a^2 R \sin(\psi)}{r^3} dl,$$

$$\int dg_z = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\pi G d\rho a^2 R \sin(\psi)}{r^3} dl, \quad (3.4)$$

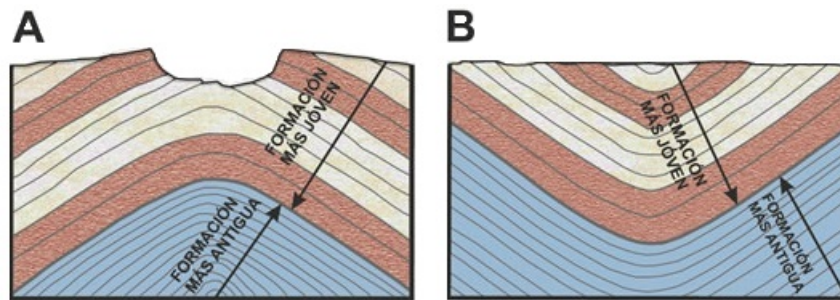
realizando la integral fórmula (3.4) para pequeños elementos  $dl$ , se obtiene la fórmula de la atracción gravitacional vertical, debido a un cilindro de longitud infinita. Imagen tomada

de [24]

$$\Delta Z = 2\pi G \Delta \rho a^2 \frac{1}{(Z^2 + x^2)}. \quad (3.5)$$

El modelo geométrico de un cilindro horizontal infinito se le puede asociar a anomalías gravimétricas de anticlinales (un anticlinal es un tipo de doblez que tiene forma de arco y posee sus lechos más antiguos en su núcleo), puede ser modelado asumiendo que las rocas presentan mayor densidad como se muestra en la Fig. 11A. También se le pueden asociar a sinclinales (un pliegue de la corteza terrestre que presenta los estratos más recientes en su núcleo), modelados asumiendo que está lleno de estratos de menor densidad que causan un contraste de densidad negativo Fig. 11B, resultantes de esfuerzos tectónicos de tipo diversos.

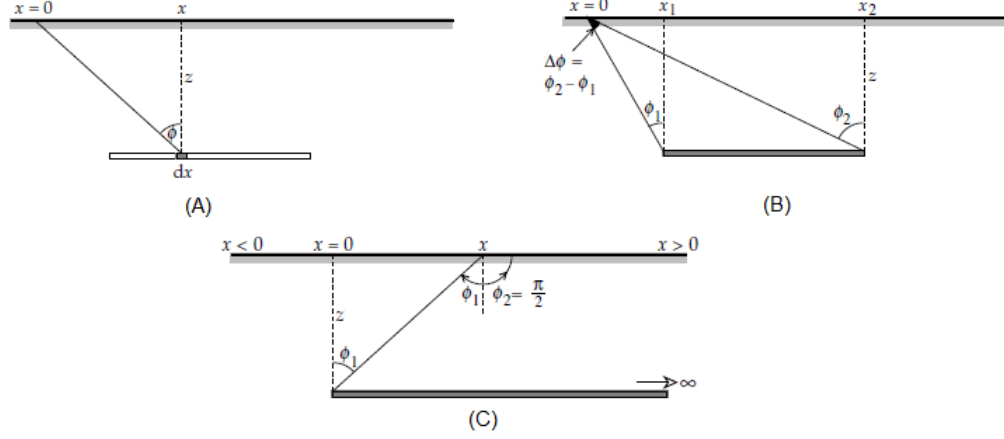
Figura 11: *Sucesión de estratos en un pliegue anticlinal A y en un pliegue sinclinal B. Imagen tomada de [5].*



### Anomalía debida a una placa semi-infinita

Componente vertical de la atracción gravitacional en un punto **P** sobre la superficie terrestre, debido a una placa horizontal semi-infinita (aproximada a una lamina horizontal) Fig. 12A. Donde  $g_z$  es la componente vertical de la gravedad,  $G$  la constante gravitacional universal,  $\Delta\rho$  el contraste de densidad y  $t$  es el área transversal de la placa.

Figura 12: Anomalía gravimétrica en la superficie debido a una placa semi-infinita: (A) sub-división de la placa en un elemento de línea de longitud  $dx$ , (B) placa delgada entre los límites horizontales  $x_1$  y  $x_2$  y (C) placa delgada semi-infinita. Imagen tomada de [16].



Utilizando la fórmula (3.5) de la anomalía de un cilindro horizontal y descrita mediante infinitos elementos de línea, se calcula la anomalía de una placa entre los límites de  $x_1$  y  $x_2$  Fig. 12B. Para determinar la componente vertical  $g_z$ , descrita mediante la siguiente integral

$$\Delta g_z = 2G\Delta\rho t \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{(Z^2 + x^2)},$$

$$\Delta g_z = 2G\Delta\rho t \left[ -\tan^{-1} \frac{x_2}{z} - \tan^{-1} \frac{x_1}{z} \right], \quad (3.6)$$

realizada la integral fórmula (3.6) y reemplazando  $\phi_1 = \tan^{-1}(x_2/Z)$  y  $\phi_2 = \tan^{-1}(x_1/Z)$ , como se observa en la Fig. 12B, la fórmula se escribe entonces

$$\Delta g_z = 2G\Delta\rho t [\phi_2 - \phi_1], \quad (3.7)$$

la anomalía gravimétrica de una placa horizontal es proporcional con el ángulo sobre el punto de observación. Para hacer mas fácil la medida se observa desde el borde de la placa  $x = 0$ , de modo que las distancias a la izquierda son negativas y las de la derecha son positivas [16, 24]. Realizando una aproximación en el cual la placa se comporta como una lámina de sección transversal muy pequeña ( $t$ ), hace  $\tan^{-1}(x_2/z) \approx \pi/2$ , como se observa en la Fig. 12C. Por lo tanto, la anomalía de la placa se puede escribir de esta manera

$$\Delta g_z = 2G \Delta\rho t \left[ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{x_1}{z} \right]. \quad (3.8)$$

### 3.4. INTERPRETACIÓN DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS

Las anomalías gravimétricas, pueden estar originadas en la contribución de diferentes fuentes o masas, tanto superficiales como profundas, esto enmascara la fuente anómala particular que se busca, en nuestro caso, anomalías causadas por cuerpos de objetos geométricos simples.

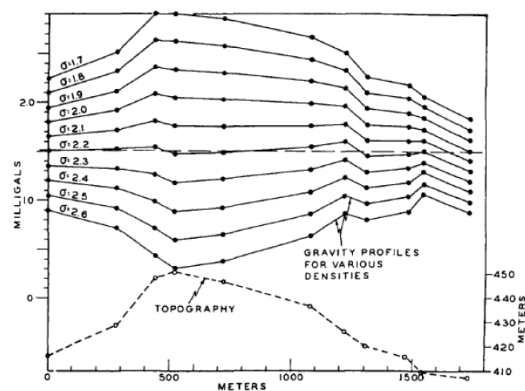
Una tarea importante en la interpretación de datos gravimétricos será entender a qué tipo de fuente anómala corresponde una curva (variación de la gravedad vertical con respecto al desplazamiento sobre la superficie terrestre), utilizando todo tipo de información disponible para su interpretación como: información geológica obtenida de afloramientos, pozos, minas o de otras técnicas geofísicas o técnicas numéricas.

Para poder estimar los parámetros iniciales del modelo directo en la interpretación de una anomalía de densidad, se utilizan los siguientes métodos: método de Nettleton, espesor aproximado, puntos de inflexión, profundidad límite o limitante, método del gradiente-amplitud máxima.

#### Método de Nettleton

Es un procedimiento que requiere valores de gravedad sobre un perfil topográfico con fuertes desniveles pronunciado en el área de interés como una colina, un valle, entre otros. Para cada estación de observación a lo largo de un perfil sobre la superficie de la Tierra se calcula la gravedad vertical insertando distintos valores de densidad, que corrigen el efecto topográfico y el efecto de las masas ubicadas entre el nivel de referencia y el nivel de observación [27]. El valor de densidad, que genera el perfil gravimétrico de menor correlación con el perfil morfológico, es el valor más apropiado y el que se acerca lo más posible al valor real (ver Fig.13).

Figura 13: Método de Nettleton. Imagen tomada de [20].



### Espesor aproximado

Si se conoce el contraste de densidad de un cuerpo,  $\Delta\rho$ , puede estimarse el espesor,  $t$ , desde la misma anomalía utilizando la fórmula de la Placa de Bouguer, es decir

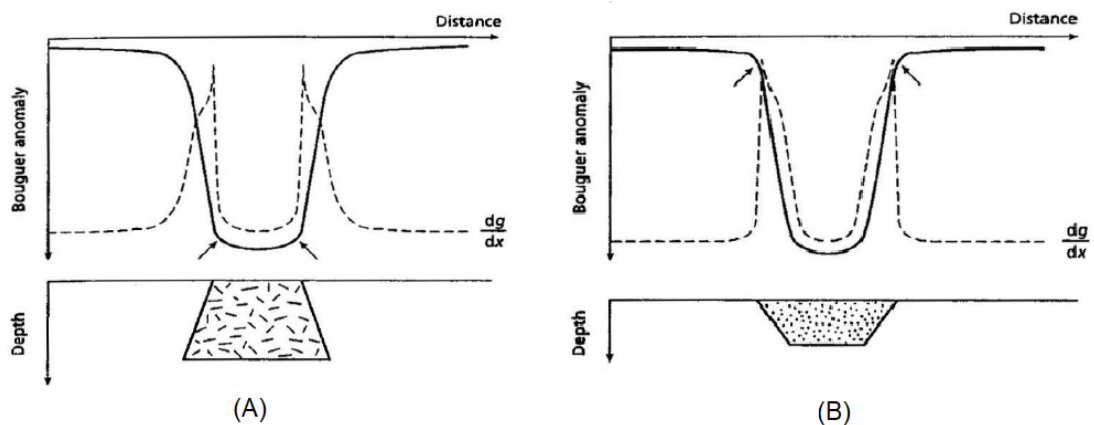
$$\Delta g = 2\pi G \Delta\rho t, \quad (3.9)$$

este espesor siempre será mínimo, pues está restringido por la extensión horizontal del cuerpo. Es muy usado para ubicar el salto de una placa por la diferencia entre los tramos antes y después de la misma.

### Puntos de inflexión

La ubicación de estos puntos en una anomalía, donde el gradiente cambia más rápidamente, nos dicen algo sobre la naturaleza de los bordes de una placa. Estructuras de contactos inclinados hacia adentro, como los cuerpos graníticos (intrusivos) Fig. 14A, los puntos de inflexión están en la base de la anomalía [30]. Las de contactos hacia fuera, como las cuencas sedimentarias, tienen los puntos de inflexión donde comienza la anomalía Fig. 14B.

Figura 14: Cambios del gradiente asociados a los bordes de una placa. Imagen tomada de [9].



A partir del signo de la segunda derivada se puede identificar la concavidad de la función, siempre y cuando se evalúe en los intervalos que contengan a los puntos de inflexión. Así mismo, se pueden encontrar los máximos y mínimos evaluando la segunda derivada en los puntos críticos.

### Profundidad límite o limitante

Se refiere a la máxima profundidad a la cual se encuentra la parte más alta del cuerpo que produce una anomalía dada.

### Método del ancho medio

La distancia horizontal entre el valor máximo de la anomalía y el valor del medio, se define como ancho medio  $x_{1/2}$  [30]. Si la anomalía es producida por un cuerpo de tres dimensiones, se parte de la suposición que resulta de una masa puntual, entonces  $\Delta g = Gmz/r^3$  permite obtener la profundidad en términos del ancho medio:

$$z = 1,30 * x_{1/2}, \quad (3.10)$$

donde  $z$  representa la profundidad del centro de masa. Esta es una sobrestimación de la profundidad, que es la profundidad límite o limitante, por lo tanto será siempre menor que la obtenida por la fórmula anterior.

### Método del Gradiente-Amplitud máxima

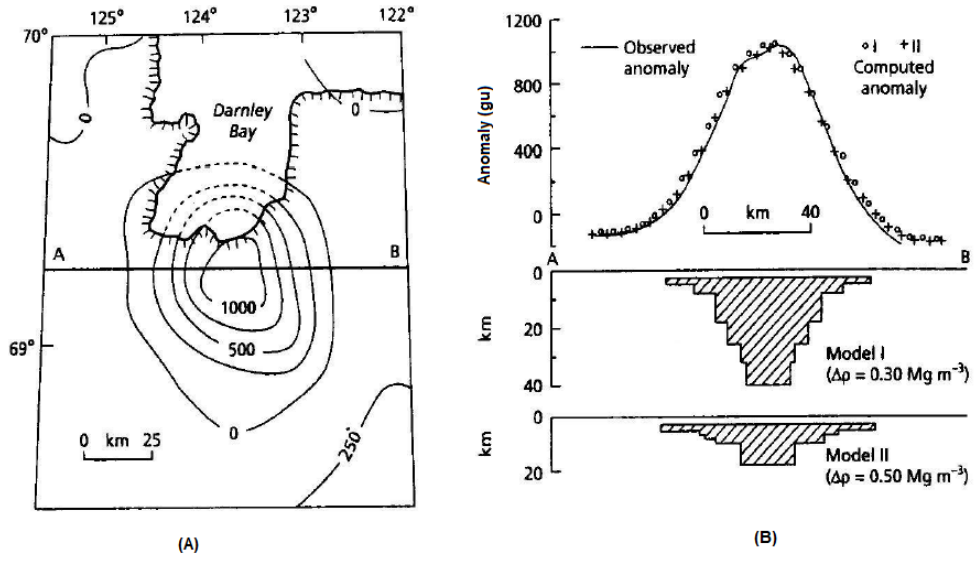
Es posible obtener  $z$  del método ancho medio, de la relación entre el valor máximo de la anomalía, en  $(x = 0)$ , y el valor cuando la pendiente de la curva es máxima (punto de inflexión).

## 3.5. INTERPRETACIÓN INVERSA

Consiste en simular un cuerpo geológico, o modelo, calcular la anomalía que produce y luego compararla con la observada. En un sistema de inversión de datos gravimétricos (perturbaciones gravimétricas causadas por anomalías de densidad de objetos geométricos simples). El objetivo de este método, es obtener imágenes de la geometría y distribución de densidad del subsuelo, cuya respuesta sea aproximada a las anomalías observadas. Se inicia con un modelo ideal de la superficie terrestre y se van realizando ajustes a este modelo, de manera que minimice la diferencia entre la anomalía calculada y la observada. El modelo se ajusta, teniendo en cuenta información geológica, geométrica y de otras investigaciones geofísicas disponibles de la zona de estudio [30].

La Fig. 15 muestra una anomalía circular radialmente simétrica a un perfil  $AB$ . Esta solución no es única. No se puede decidir cuál de los modelos se ajusta más a la realidad si no se cuenta con información extra disponible [9].

Figura 15: (A) Anomalía circular, (B) interpretación de la anomalía mediante el modelado de varios cilindros coaxiales verticales, cuyos diámetros disminuyen con la profundidad. Imagen tomada de [9].



## Capítulo 4

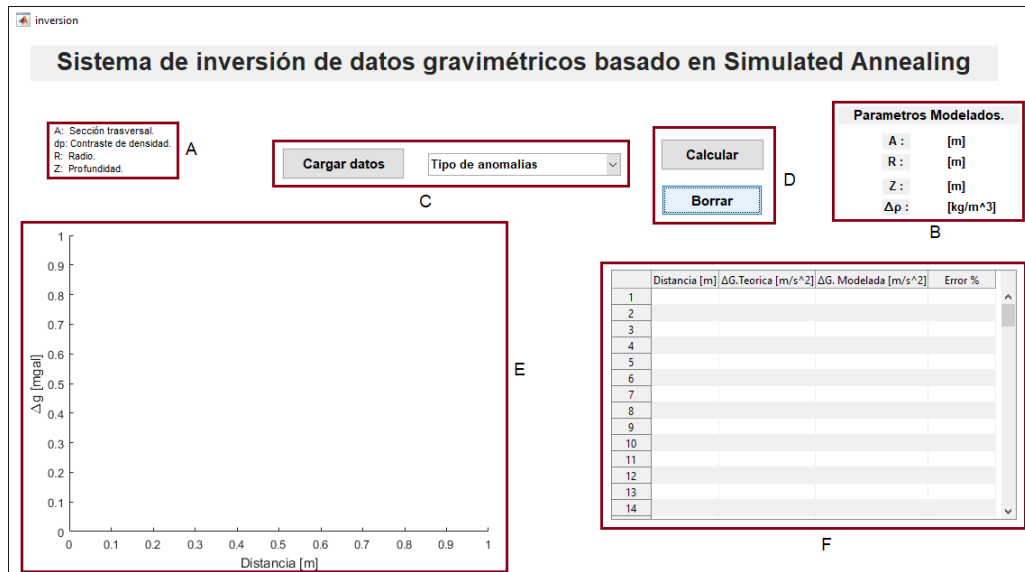
# RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se hace uso de un sistema de inversión de datos gravimétricos basado en el algoritmo Simulated Annealing, con la finalidad de invertir variaciones verticales sobre la superficie terrestre causado por anomalías de densidad de objetos de formas geométricas simples. Además, este capítulo se divide en dos secciones, en la sección 4.1 se explica el funcionamiento de una interfaz gráfica de usuario para realizar inversiones de datos de anomalías gravimétricas y en la sección 4.2 se muestran las inversiones realizadas de las diferentes figuras geométricas.

### 4.1. INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO PARA INVERTIR DATOS DE ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS

Se ha creado una interfaz gráfica de usuario, para facultar el control sencillo del sistema de inversión desarrollado. Se presentan procesos fundamentales para invertir los datos tomados en un campo de exploración geofísica y calcular la anomalía de densidad que causa la variación gravimétrica vertical, el diseño de la GUI permite elegir un modelo sintético de objetos geométricos simples con la finalidad de obtener una variación gravimétrica aproximada a la real.

Figura 16: Panel frontal del programa con subdivisiones.



La comunicación que se utiliza para permitir la interacción entre la interfaz y el procesador, haciendo uso del módulo del sistema de inversión *interfaz.m*, será la siguiente; en la Fig. 16 el bloque A, se observa una pequeña información respecto al significado de los parámetros hallados del modelo sintético (los datos que el sistema de inversión modeló), representados en el bloque B, en la subdivisión C, permite cargar los datos tomados en un campo de exploración, cargando un archivo .txt que contiene toda la información teórica de la anomalía gravimétrica y ofrece las opciones de modelar con algún tipo de anomalía ya sea esférica, cilíndrica o placa horizontal, con la finalidad de aproximar los datos teóricos a los modelados, en la subdivisión D, pone en marcha el sistema, para calcular los datos modelados, también está la opción de reiniciar el sistema para ajustar el modelo sintético, en la subdivisión E se presenta la gráfica de la anomalía teórica y la anomalía modelada con el propósito de ver la similitud y compararlas, finalmente en la subdivisión F los datos de campo teóricos y modelados con su respectivo error porcentual.

## 4.2. MODELADO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DE CUERPOS CON GEOMETRÍA SIMPLE

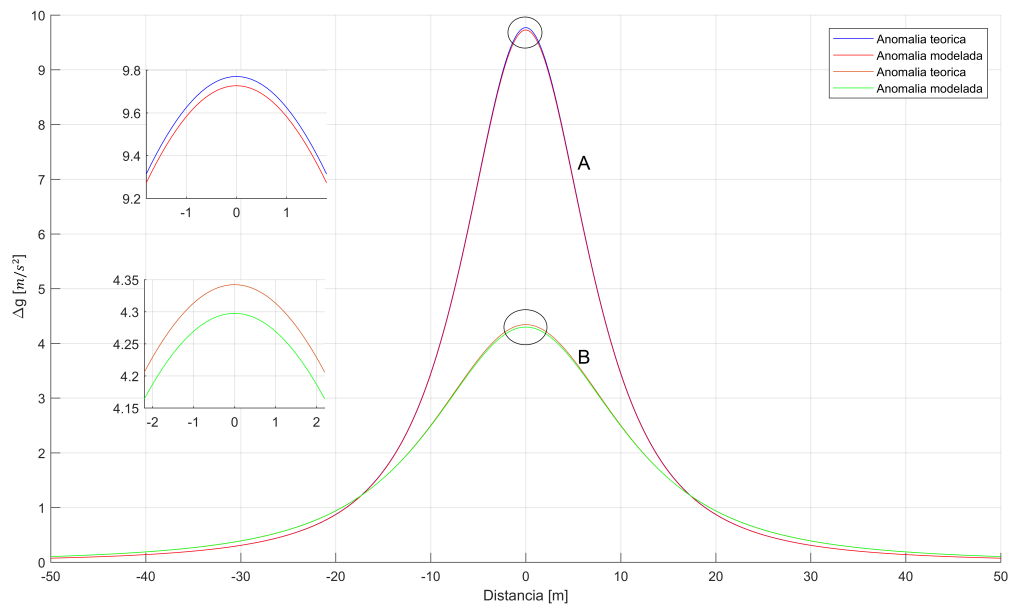
En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante el sistema de inversión de datos gravimétricos basados en el algoritmo SA que se construyó, el cual, describe las mediciones de la gravedad vertical ( $\Delta g_z$ ) a distancias específicas sobre la superficie de la Tierra, debido a anomalías de densidad de cuerpos geométricos simples, como esferas, cilindros y placas a diferentes profundidades.

## Inversión de la anomalía producida por una esfera.

Con el propósito de lograr un entendimiento del sistema de inversión de datos gravimétricos basado en el algoritmo SA para objetos de formas geométricas simples, se realizaron modelos basados: (a) en el conjunto de fórmulas diferenciales (3.2), (3.5) y (3.8) en la soluciones numéricas de la fórmula de la fuerza de atracción gravitacional de Newton, utilizando los mismos parámetros considerados en estudios previos [11, 16]. Mediante la confrontación de los resultados, permitió además validar el algoritmo computacional desarrollado.

Para el modelo desarrollado de una anomalía de densidad esférica en el subsuelo y dada por la fórmula 3.2, correspondiente a las configuraciones de parámetros como; profundidad  $Z$ , radio  $R$  y contraste de densidad  $\Delta\rho$ , se muestran los resultados obtenidos mediante el sistema de inversión de datos gravimétricos basado en el algoritmo SA en la Fig. 17 y Fig. 18, representado con curvas las variaciones gravimétricas medidas sobre la superficie.

Figura 17: Variación gravimétrica debido a un cuerpo esférico del mismo radio  $R$  y contraste de densidad  $\Delta\rho$ , pero con su centro de masa a una profundidad diferente  $Z$ , a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud **B** y la anomalía con una mayor amplitud **A**.



Se observa que las gráficas de la Fig. 17 presentan amplitudes diferentes, esto es debido a dos casos. Primero, si  $Z$  se incrementa a una profundidad de  $Z = 15 m$  curvas de color (verde y marrón), tiene lugar un descenso suave del campo gravitacional vertical, como era de esperar. Ahora, para el caso de  $Z = 10 m$  curvas de color (roja y azul), es decir, un contraste de densidad esférico más somero a la superficie terrestre, la variación gravimétrica presenta una mayor amplitud (grado de conicidad de la curva). Lo cual es debido a que

las variaciones gravimétricas, son inversamente proporcionales a la profundidad, como se observa en la fórmula (3.2). En regiones en donde la anomalía esférica tiene una densidad mayor, a las del medio, presenta una densidad de contraste positiva, por consiguiente se puede concluir que la curva que representa la variación gravimétrica es cóncava hacia abajo, respecto a un punto sobre la superficie. Una anomalía de densidad positiva indica la presencia de un exceso de masa, pueden ser causadas por yacimientos minerales como oro, diamante, entre otros.

Los datos que se utilizaron se muestran en la tabla 1 los cuales corresponden a los datos teóricos y datos modelados respectivamente, se comparan mediante un error porcentual, con el fin de estimar las aproximaciones halladas de las magnitudes físicas ( $Z$ ,  $R$ ,  $\Delta\rho$ ), obtenidas mediante el algoritmo SA,

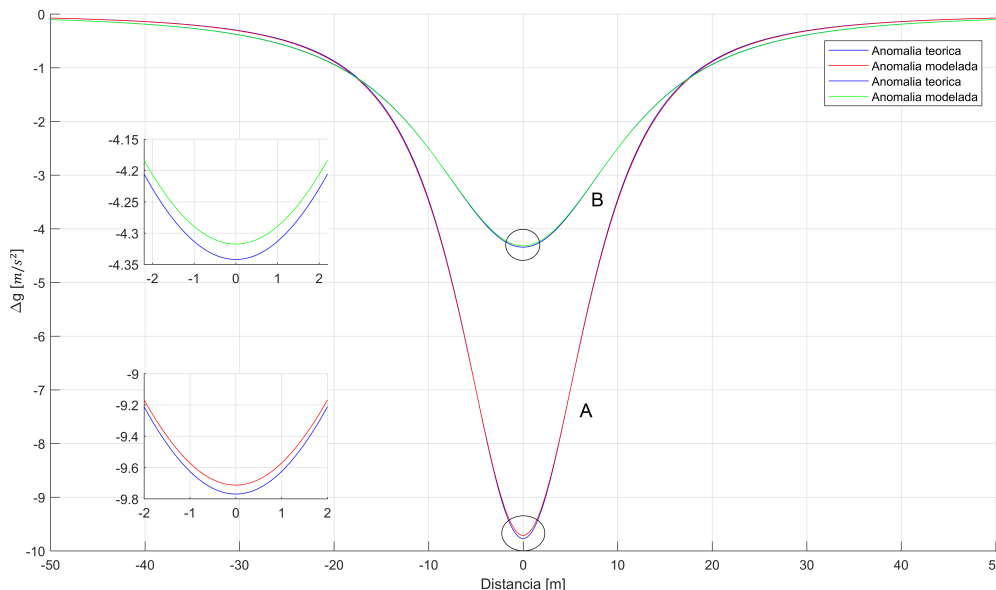
$$Error = \left( \frac{340 - 344,5}{340} \right) * 100 = 1,32\%. \quad (4.1)$$

Tabla 1: *Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio ( $R$ ) y contraste de densidad positivo ( $\Delta\rho$ ), a una profundidad diferente ( $Z$ ), de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 17.*

<b>Parámetros</b>	<b>Datos teóricos (A)</b>	<b>Datos Modelados (A)</b>	<b>Error %</b>	<b>Datos teóricos (B)</b>	<b>Datos Modelados (B)</b>	<b>Error %</b>
$\Delta\rho \text{ kg/m}^3$	340	344.5	1.32	340	342.7	0.79
$R \text{ m}$	0.7	0.7	0	0.7	0.7	0
$Z \text{ m}$	10	10.1	1	15	15.1	0.67

Resulta interesante analizar regiones en donde la anomalía de densidad esférica presenta una densidad menor a la del medio, densidad de contraste negativo (un déficit de masa), por consiguiente la curva que representa la variación gravimétrica es cóncava hacia arriba (ver Fig. 18). También se observan dos casos, para una profundidad de  $Z = 10 \text{ m}$  curvas de color (azul y rojo) y para una profundidad  $Z = 15 \text{ m}$  curvas de color (azul y verde), el mismo caso que el anterior, es decir, se presentan con una mayor amplitud las anomalías de densidad que están más someras a la superficie en comparación con las que están a mayor profundidad, que presentan una amplitud más suave a lo largo de la superficie. Estas anomalías pueden ser causadas por (túneles o cavidades), entre otros.

Figura 18: Anomalía gravimétrica debido a un cuerpo esférico del mismo radio  $R$  y contraste de densidad  $\Delta\rho$  negativo, pero con su centro de masa a una profundidad diferente  $Z$ , a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud **B** y la anomalía con una mayor amplitud **A**.



Los datos que se utilizaron son los mostrados en la tabla 2, los cuales corresponden a los datos teóricos y los datos modelados respectivamente, se compararon mediante un error porcentual, con el fin de estimar las aproximaciones realizadas de los parámetros mediante el algoritmo SA.

Tabla 2: Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio ( $R$ ) y contraste de densidad negativo ( $\Delta\rho$ ), a profundidades diferentes ( $Z$ ), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 18.

Parámetros	Datos teóricos (A)	Datos Modelados (A)	Error %	Datos teóricos (B)	Datos Modelados (B)	Error %
$\Delta\rho \text{ kg/m}^3$	-340	-344.5	1.32	-340	-343.9	1.15
$R \text{ m}$	0.7	0.7	0	0.7	0.7	0
$Z \text{ m}$	10	10.1	1	15	15.1	0.67

De las curvas anteriormente mostradas se puede verificar que los resultados son consistentes con lo esperado y concuerda con el modelo teórico propuesto [24, 29, 30].

Las anomalías de densidad esféricas mas profundas de  $Z = 15 \text{ m}$ , generan las curvas (B)

las cuales son mas achatadas, comparadas con las anomalías de densidad menos profundas  $Z = 10 \text{ m}$  curvas (**A**), que generan una mayor amplitud. Se puede establecer que a mayor profundidad ( $Z$ ) sera menor el grado de conicidad (amplitud) de la curva que representa la variación gravimétrica, dadas por la fórmula (3.2).

Se presentan los resultados del modelado; utilizando los parámetros de la tabla (3). Para el caso de una una anomalía gravimétrica con geometría esférica ubicada a una profundidad de  $15 \text{ m}$ , de radio  $0,4 \text{ m}$  y contraste de densidad de  $330 \text{ kg/m}^3$ , con la finalidad de estudiar el comportamiento de la variación del parámetro de temperatura “T” (condición de parada); se repitieron los modelados 4 veces para diferentes iteraciones de temperatura:  $T_1 = 500$ ,  $T_2 = 700$ ,  $T_3 = 1000$  y  $T_4 = 1500$ , con la intención de aproximar la anomalía gravimétrica modelada con el modelo teórico (ver Fig. 19).

Figura 19: Evolución de aproximación de una variación gravimétrica esférica.

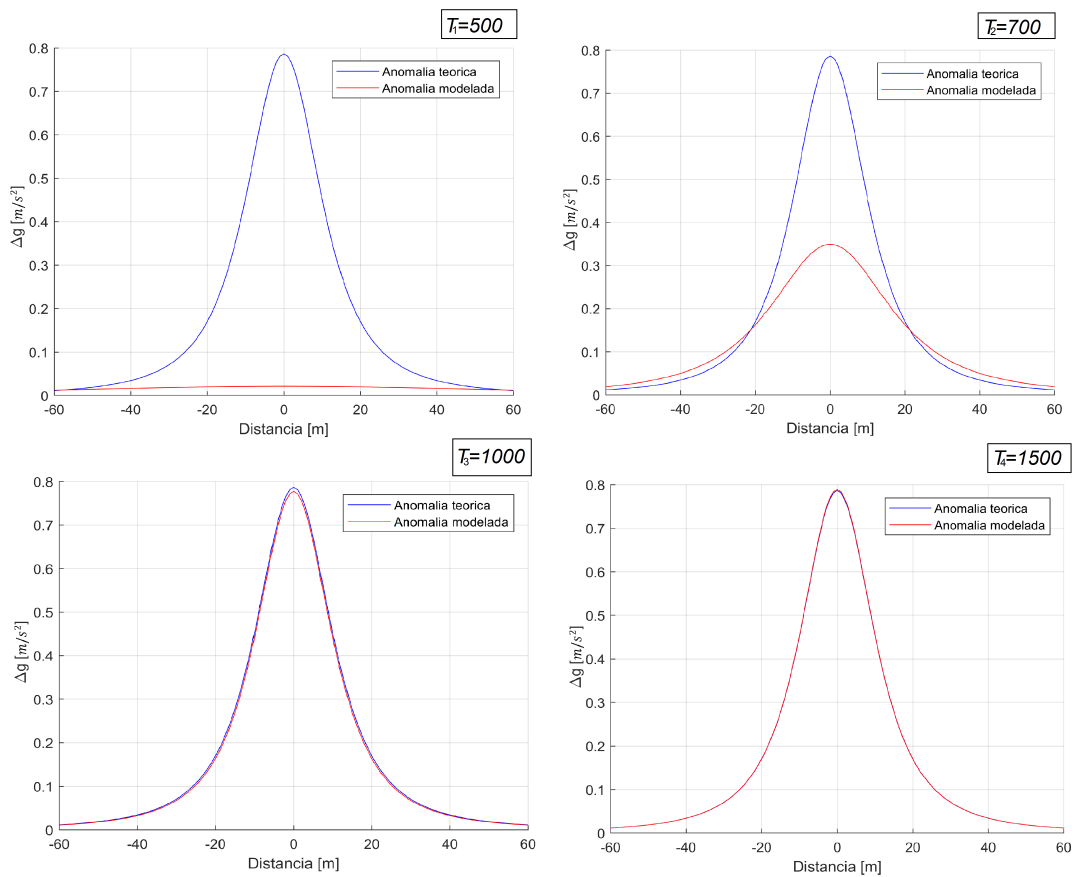


Tabla 3: Resultado de los modelos realizados con diferentes condiciones de parada  $T$ .

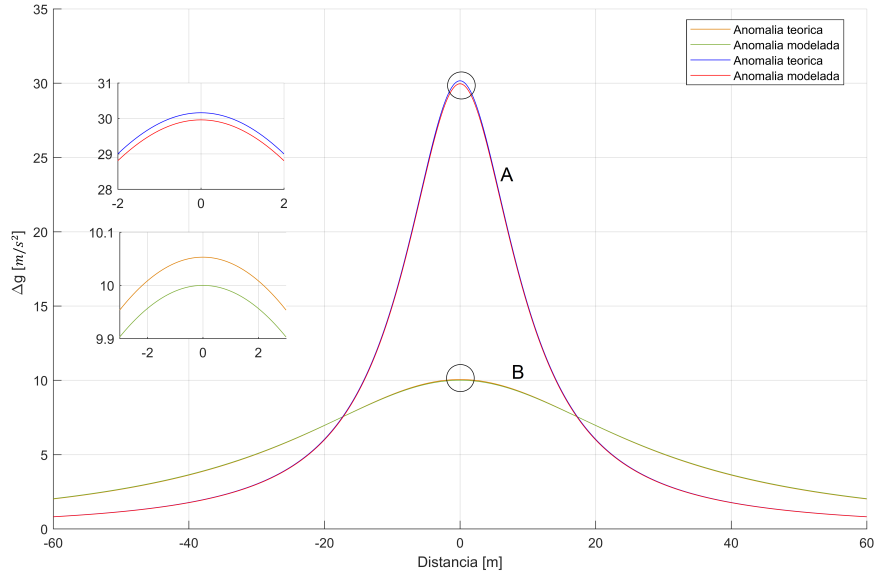
Parámetros	Datos Teóricos	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
$\Delta\rho \text{ kg/m}^3$	330	363.90	309.70	322.30	329.40
$R \text{ m}$	0.4	0.10	0.50	0.40	0.4
$Z \text{ m}$	15	76.90	23.40	14.90	15

De la Fig. 19 se puede establecer que dependiendo de las iteraciones de temperatura  $T$ , depende la aproximación del modelo teórico, respecto al modelado, los datos de color rojo de la tabla 3, indican que son los datos modelados mas aproximados.

### Inversión de la anomalía producida por un cilindro.

Para el modelo desarrollado de una anomalía de densidad en forma de un cilindro horizontal en el subsuelo y dada por la fórmula (3.5), en la sección 1.6, correspondiente a las configuraciones de parámetros como la profundidad ( $Z$ ), radio ( $R$ ) y contraste de densidad ( $\Delta\rho$ ), se muestran los resultados obtenidos mediante el sistema de inversión de datos gravimétricos basado en SA en la Fig. 20 y Fig. 21.

Figura 20: Anomalía gravimétrica debido a un cuerpo cilíndrico horizontal, de mismo radio  $R$  y contraste de densidad  $\Delta\rho$  (positivo), pero con su centro de masa a una profundidad diferente  $Z$ , a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud **B** y la anomalía con una mayor amplitud **A**.



Este tipo de anomalías de densidad cilíndricas horizontales, tienen un parecido con las anomalías de densidad esféricas, es decir, en regiones en donde la anomalía de densidad cilíndrica tiene una densidad mayor, a las del medio, tiene una densidad de contraste positiva, por consiguiente la curva que representa la variación gravimétrica es cóncava hacia abajo y varían el grado de conicidad dependiendo de la profundidad  $Z$ , en donde se encuentre ubicada la anomalía de densidad (ver Fig. 20), a mayor profundidad  $Z = 30 m$  curva(B) (verde y marrón) presenta un menor grado de conicidad en comparación con la profundidad  $Z = 10 m$  curva(A) (roja y azul).

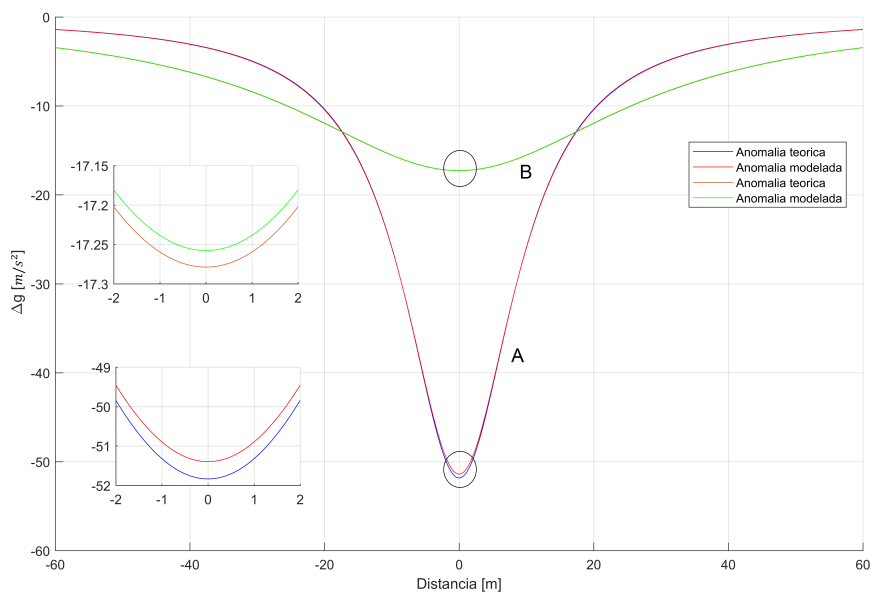
Los datos que se utilizaron son los mostrados en la tabla 4 los cuales corresponden a los datos teóricos y los datos modelados respectivamente, se comparan mediante un error porcentual, con el fin de estimar las aproximaciones halladas de las magnitudes físicas ( $Z$ ,  $R$ ,  $\Delta\rho$ ) mediante el algoritmo SA.

Tabla 4: Resultados de las inversiones de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio ( $R$ ) y contraste de densidad negativo con respecto al medio circundante ( $\Delta\rho$ ), a profundidades diferentes ( $Z$ ), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas mostradas en la Fig. 20.

Parámetros	Datos teóricos (A)	Datos Modelados (A)	Error %	Datos teóricos (B)	Datos Modelados (B)	Error %
$\Delta\rho \text{ kg/m}^3$	300	301.4	0,47	300	298.3	0.57
$a \text{ m}$	0.4	0.4	0	0.4	0.41	2.5
$Z \text{ m}$	10	10	0	30	30,3	1

En regiones en donde la anomalía de densidad cilíndrica horizontal tiene una densidad menor, a las del medio, tiene una densidad de contraste negativo (un déficit de masa), por esta razón, la curva que representa la variación gravimétrica es cóncava hacia arriba. También, se observan dos casos, para una profundidad de  $Z = 10 \text{ m}$  curva de color (rojo y azul) y para una profundidad de  $Z = 30 \text{ m}$  curva de color (marrón y verde). Se presenta con una mayor amplitud las anomalías de densidad que están mas someras a la superficie, en comparación con las que están a mayor profundidad Fig.18.

Figura 21: Anomalía gravimetrica debido a un cuerpo cilindrico horizontal, del mismo radio  $R$  y contraste de densidad negativo (déficit de masa)  $-\Delta\rho$ , pero su centro de masa a una profundidad diferente  $Z$  a lo largo de la superficie. La anomalía de menor amplitud  $B$  y la anomalía con una mayor amplitud  $A$ .



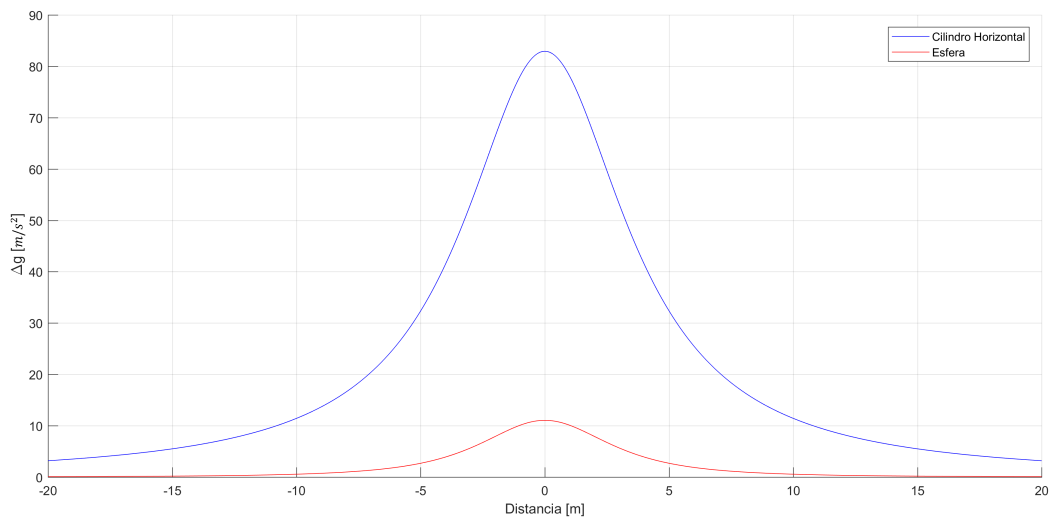
Los datos que se utilizaron son los mostrados en la tabla 5 los cuales corresponden a los datos teóricos y los datos modelados respectivamente, se comparan mediante un error porcentual, con el fin de estimar las aproximaciones halladas de las magnitudes físicas ( $Z$ ,  $R$ ,  $\Delta\rho$ ) mediante el algoritmo SA.

Tabla 5: Resultados de datos gravimétricos realizadas con el mismo radio ( $R$ ) y contraste de densidad negativo con respecto al medio circundante ( $-\Delta\rho$ ), a profundidades diferentes ( $Z$ ), a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas en la Fig. 21.

Parámetros	Datos teóricos (A)	Datos Modelados (A)	Error %	Datos teóricos (B)	Datos Modelados (B)	Error %
$\Delta\rho \text{ kg/m}^3$	-330	-329.5	0.15	-330	-328.5	0.45
$a \text{ m}$	0.5	0.6	20	0.5	0.5	0
$Z \text{ m}$	10	10.1	1	30	29.9	0.33

Dada que la anomalía de una esfera es muy parecida a la producida por un cilindro horizontal, se realizó la Fig. 22, con una profundidad de ( $Z = 4 \text{ m}$ ), radio ( $R = 0,4 \text{ m}$ ) y un contraste de densidad ( $\Delta\rho = 0,4 \text{ kg/m}^3$ ) respecto al medio, iguales para los dos casos, en la cual se comparan estas dos curvas presentadas por la variación gravimétrica vertical sobre la superficie terrestre, se puede concluir que la atracción gravitacional debido al cilindro presenta un mayor grado de conocida, en comparación a la de una esfera a la misma profundidad, densidad y radio. Esto debería de esperarse, ya que la masa contenida en un cilindro es mayor.

Figura 22: Comparación entre atracción gravitacional vertical de una esfera y un cilindro horizontal con la misma profundidad, radio y variación de densidad.

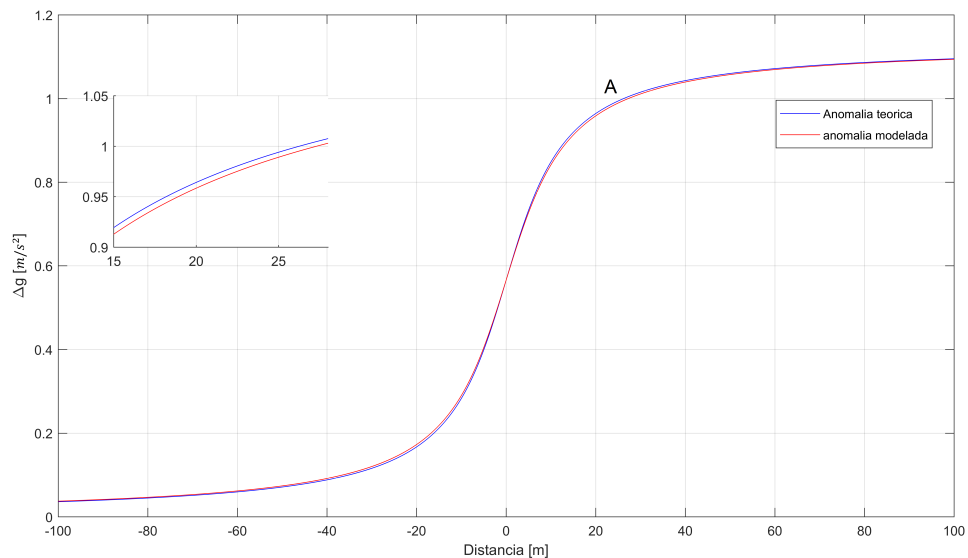


La variación gravimétrica de un anticline puede ser modelada por una estructura de un cilindro horizontal infinito con contraste de densidad positiva y lo mismo para un syncline, pero con un contraste de densidad negativo (ver Fig. 11).

### Inversión de la anomalía producida por una placa semi-infinita.

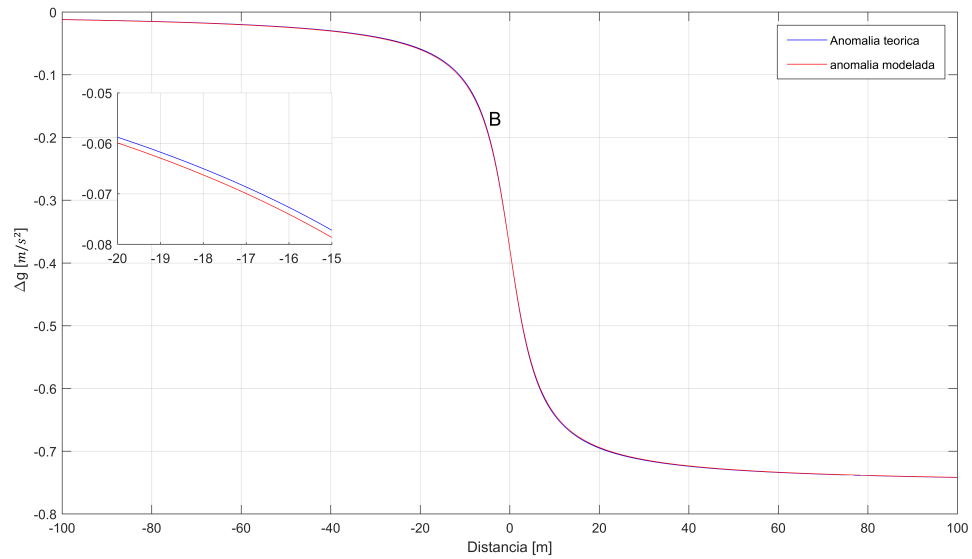
Para el modelo desarrollado de una placa semi-infinita en el subsuelo y dada por la fórmula (3.8) en la sección 1.6, correspondiente a las configuraciones de varios parámetros como la profundidad  $Z$ , sección transversal  $t$  y contraste de densidad  $\Delta\rho$ . Los resultados obtenidos mediante la inversión de datos gravimétricos son mostrados en la Fig. 23 y Fig. 24 que se muestran a continuación.

Figura 23: Variación gravimétrica debido a una placa semi-infinita a una profundidad  $Z$  y contraste de densidad positivo a lo largo de la superficie.



La anomalía de densidad causada por una placa delgada de longitud semi-infinita normal a la superficie, aumenta progresivamente a un valor máximo sobre el lado elevado Fig. 12. Esto se interpreta debido al desplazamiento hacia arriba de material más denso (con contraste de densidad positivo respecto al medio circundante), se asimila como un escalón vertical de altura  $h$  Fig. 23. También se observa para una placa que presenta un contraste de densidad negativo con respecto al medio circundante Fig. 24.

Figura 24: Variación gravimétrica debido a una placa semi-infinita a una profundidad  $Z$  y contraste de densidad negativo a lo largo de la superficie.



Los datos que se utilizaron son los mostrados en la tabla 6 los cuales corresponden a los datos teóricos y los datos modelados respectivamente.

Tabla 6: Resultado de las variaciones gravimétricas realizadas para una placa de longitud semi-infinita a lo largo de la superficie, de las variaciones gravimétricas de las figuras 23 y 24.

Parámetros	Datos teóricos (A)	Datos Modelados (A)	Error %	Datos teóricos (B)	Datos Modelados (B)	Error %
$t$ m	0.3	0.2	33.33	0.2	0.2	0
$Z$ m	10	10	0	5	5.1	2
$\Delta\rho$ $kg/m^3$	0.6	0.7	16.67	-0.6	-0.6	0

## Capítulo 5

# CONCLUSIONES

- Se construyó un sistema de inversión de datos gravimétricos haciendo uso del algoritmo simulated annealing, para invertir datos de anomalías gravimétricas debido a estructuras geométricas simples.
- Bajo el esquema propuesto de invertir datos de anomalías gravimétricas de objetos geométricos simples, se desarrollaron modelos directos como el de una esfera, un cilindro y una placa semi-infinita, mediante la ley de atracción gravitacional de Newton, con la finalidad de reproducir anomalías de densidad en el subsuelo.
- Se desarrolló una interfaz gráfica de usuario mediante la herramienta de software matemático Matlab, para facultar el control sencillo del sistema de inversión de datos gravimétricos basado en Simulated Annealing.

# REFERENCIAS

- [1] ACOSTA, A. E., REYES, A., AND ZAMBRANO, N. Prototipaje de la interfaz de usuario: una experiencia en el dominio de la geología. *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela* 23, 1 (2008), 19–29.
- [2] ADAMS, C., ADAMS, D., AKIRI, T., ALION, T., ANDERSON, K., ANDREPOULOS, C., ANDREWS, M., ANGHEL, I., ANJOS, J. C. C. D., ANTONELLO, M., ET AL. The long-baseline neutrino experiment: exploring fundamental symmetries of the universe. *arXiv preprint arXiv:1307.7335* (2013).
- [3] ALBORNOZ, M. C. Diseño de interfaz gráfica de usuario. In *XVI Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación* (2014).
- [4] ATIENZA, B. M. Modelado e inversión en 2d y3d de anomalías gravimétricas producidas por cuerpos cuya geometría y densidad de masa se describen utilizando funciones polinómicas.
- [5] BOHOYO, F., GALINDO-ZALDIVAR, J., JABALOY, A., MALDONADO, A., RODRÍGUEZ-FERNÁNDEZ, J., SCHREIDER, A., AND SURIÑACH, E. Desarrollo de cuencas extensionales profundas asociadas con la zona de falla transcurrente del límite de placas scotia-antártica. *Revista de la Sociedad geologica de Espana* 20, 1-2 (2007), 89–103.
- [6] CAMACHO, A., MONTESINOS, F., AND VIEIRA, R. A three-dimensional gravity inversion applied to são miguel island (azores). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 102, B4 (1997), 7717–7730.
- [7] CHAI, Y., AND HINZE, W. J. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. *Geophysics* 53, 6 (1988), 837–845.
- [8] CUNQUERO, R. M. Algoritmos heurísticos en optimización combinatoria. *Universidad de Valencia, Facultad de Ciencias Matemáticas* (2003).
- [9] DOBRIN, M. B., AND SAVIT, C. H. *Introduction to geophysical prospecting*, vol. 4. McGraw-hill New York, 1960.
- [10] DOMÍNGUEZ, L. I., VARGAS, J. A., AND CLAVIJO, F. V. Diseño de una interfaz gráfica de usuario para el control de un prototipo de banda seleccionadora de piezas industriales-designing a graphical user interface for controlling a band coach prototype industrial parts. *Ingenium Revista de la facultad de ingeniería* 17, 34 (2017), 47–60.

- [11] EL-TOKHEY, M., ELHABIBY, M., RAGHEB, A., AND SHEBL, M. Gravity and density relationship (forward modeling).
- [12] FELLER, W. *Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones*, vol. 1. Limusa México<sup>^</sup> eD. FDF, 1978.
- [13] GUERRERO, D. O. B. Manual de interfaz gráfica de usuario en matlab. *Parte I-[www.matpic.com](http://www.matpic.com)* (2008).
- [14] ISHIHARA, Y., GOOSSENS, S., MATSUMOTO, K., NODA, H., ARAKI, H., NAMIKI, N., HANADA, H., IWATA, T., TAZAWA, S., AND SASAKI, S. Crustal thickness of the moon: Implications for farside basin structures. *Geophysical Research Letters* 36, 19 (2009).
- [15] LIANG, Q., CHEN, C., AND LI, Y. 3-d inversion of gravity data in spherical coordinates with application to the grail data. *Journal of Geophysical Research: Planets* 119, 6 (2014), 1359–1373.
- [16] LOWRIE, W. *Fundamentals of geophysics*. Cambridge university press, 2007.
- [17] MEHANEH, S. A., AND ESSA, K. S. 2.5 d regularized inversion for the interpretation of residual gravity data by a dipping thin sheet: numerical examples and case studies with an insight on sensitivity and non-uniqueness. *Earth, Planets and Space* 67, 1 (2015), 130.
- [18] MOLINA, J. A. B. Estudio experimental gravimétrico a escala reducida, para observar el efecto en la gravedad debido a una depresión geográfica.
- [19] MONCADA, C. A. T., AND CANALES, E. E. Estudio gravimétrico del cuadrángulo de tegucigalpa, valle del zamorano, valle de san juan de flores y morocelí. *Revista Ciencia y Tecnología*, 9 (2012), 27–67.
- [20] ORTEGA ESTUPIÑÁN, A. M., ET AL. *Modelo de fuentes de anomalías gravimétricas regional y locales del volcán Galeras, asociadas a su estado de actividad entre junio 2008–abril de 2009*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2014.
- [21] PÁRAMO, C. M., CARRILLO, O. B., AND ROMERO, E. M. Propuesta y validación de un algoritmo simulated annealing modificado para la solución de problemas de optimización. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* 30, 4 (2014), 264–270.
- [22] RESNICK, R., HALLIDAY, D., AND KRANE, K. S. Física, volumen ii. *Editorial Continental*, (2002).
- [23] ROJAS, G. A. G., LÓPEZ, J. C. H., AND ISAZA, H. S. Entrenamiento de una red neuronal artificial usando el algoritmo simulated annealing. *Scientia et Technica* 1, 24 (2004).
- [24] ROY, K. K. *Potential theory in applied geophysics*. Springer Science & Business Media, 2007.

- [25] RUIZ, H. A., TORO, E. M., AND GALLEGO, R. A. Algoritmo simulated annealing aplicado en la identificación de errores de difícil detección en estimación de estado. *Scientia et technica* 15, 41 (2009), 1–6.
- [26] SCLUMBERGER. [www.glossary.oilfield.slb.com](http://www.glossary.oilfield.slb.com), consultado 22 de enero de 2018, 2014.
- [27] SIGISMONDI, M. E., MARTÍNEZ, P., CASTIGLIONE, B., RUIZ, F., AND GIMÉNEZ, M. Métodos de prospección geofísicos aplicados al análisis de cuencas sedimentarias.
- [28] SOUILAH, A. Simulated annealing for manufacturing systems layout design. *European Journal of Operational Research* 82, 3 (1995), 592–614.
- [29] TARANTOLA, A. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, vol. 89. siam, 2005.
- [30] TELFORD, W. M., TELFORD, W., GELDART, L., AND SHERIFF, R. E. *Applied geophysics*, vol. 1. Cambridge university press, 1990.
- [31] VALLIANT, H., GEYER, R., AND ASHWEL, M. The lacoste & romberg air/sea gravity meter: An overview. *Handbook of geophysical exploration at sea 1* (1991), 141–176.
- [32] VÉLEZ, M. C., AND MONTOYA, J. A. Metaheurísticos: una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones. *Revista Eia*, 8 (2007), 99–115.
- [33] WIECZOREK, M. A. Gravity and topography of the terrestrial planets. *Treatise on geophysics 10* (2007), 165–206.
- [34] WIECZOREK, M. A., NEUMANN, G. A., NIMMO, F., KIEFER, W. S., TAYLOR, G. J., MELOSH, H. J., PHILLIPS, R. J., SOLOMON, S. C., ANDREWS-HANNA, J. C., ASMAR, S. W., ET AL. The crust of the moon as seen by grail. *Science* (2012), 1231530.
- [35] WIECZOREK, M. A., AND PHILLIPS, R. J. Potential anomalies on a sphere: Applications to the thickness of the lunar crust. *Journal of Geophysical Research: Planets* 103, E1 (1998), 1715–1724.

# BIBLIOGRAFÍA

ACOSTA, Alecia Eleonora; REYES, Aldo; ZAMBRANO, Nancy. Prototipaje de la interfaz de usuario: una experiencia en el dominio de la geología. Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela, 2008, vol. 23, no 1, p. 19-29.

EL-TOKHEY, Mohamed, et al. Gravity and Density Relationship (Forward Modeling).

ISHIHARA, Yoshiaki, et al. Crustal thickness of the Moon: Implications for farside basin structures. Geophysical Research Letters, 2009, vol. 36, no 19.

LOWRIE, William. Fundamentals of geophysics. Cambridge university press, 2007, 43-118.

MEHANEE, Salah A.; ESSA, Khalid S. 2.5 D regularized inversion for the interpretation of residual gravity data by a dipping thin sheet: numerical examples and case studies with an insight on sensitivity and non-uniqueness. Earth, Planets and Space, 2015, vol. 67, no 1, p. 130.

ROJAS, German Alonso Gómez; LÓPEZ, Juan Carlos Henao; ISAZA, Harold Salazar. Entrenamiento de una red neuronal artificial usando el algoritmo simulated annealing. Scientia et technica, 2004, vol. 1, no 24.

ROY, Kalyan Kumar. Potential theory in applied geophysics. Springer Science & Business Media, 2007.

WIECZOREK, Mark A.; PHILLIPS, Roger J. Potential anomalies on a sphere: Applications to the thickness of the lunar crust. Journal of Geophysical Research: Planets, 1998, vol. 103, no E1, p. 1715-1724.

# ANEXOS

## ANEXO A- INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO

Se realizó una interfaz gráfica de usuario (GUI), que permite un control sencillo de la aplicación del código generado mediante el software matemático MATLAB R2017a, que permite invertir datos gravimétricos hallados en campo (ver Fig. 25) [13].

Figura 25: *Interfaz*

