

Práctica social en Básica Primaria a través de los Círculos Matemáticos en el Colegio

Sociedad Pedagógica para Infantes

Mariana Gutiérrez Delgado

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada en Matemáticas

Directora

Jenny Patricia Acevedo Rincón

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bucaramanga

2026

### **Agradecimientos**

*Expreso mi sincero agradecimiento a Dios por brindarme la fortaleza, la sabiduría y la perseverancia necesaria para concluir esta etapa de formación académica.*

*A mi directora de tesis Jenny Patricia Acevedo Rincón, por su orientación acompañamiento y valiosos aportes durante esta investigación.*

*Al Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes y los estudiantes que participaron, quienes hicieron posible la realización de este estudio mediante su disposición y compromiso.*

*A los docentes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, por los conocimientos compartidos y por contribuir a mi formación profesional.*

*A mi familia, especialmente a mi padre, mi hijo y a mi pareja, por su apoyo constante, por su comprensión y por la motivación durante todo este proceso académico.*

*Finalmente, agradezco a todas las personas que, de una u otra manera, contribuyeron al desarrollo y culminación de este trabajo.*

**Dedicatoria**

*A mi hijo, la razón de todos mis esfuerzos y la inspiración que me impulsa a ser mejor cada día.*

*A mi pareja, compañero de vida, por su amor, paciencia y apoyo incondicional durante  
cada etapa de este proceso.*

*A mi padre, por su ejemplo de trabajo, fortaleza y perseverancia. Gracias por creer en mí, por  
sus consejos y su apoyo que me ha brindado a lo largo de mi vida.*

*A mi madre, quien, aunque ya no está físicamente a mi lado, vive en cada recuerdo, en cada  
enseñanza y en cada paso que doy. Este logro lleva también su huella, porque gran parte de lo  
que soy se lo debo a ella.  
Con amor y gratitud.*

## Tabla de Contenido

Pág.

|                                                                                      |                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| <b><u>INTRODUCCIÓN</u></b> .....                                                     | <b><u>20</u></b> |
| <b><u>1. APROXIMACIÓN AL PROBLEMA</u></b> .....                                      | <b><u>22</u></b> |
| <b><u>2. CÍRCULOS MATEMÁTICOS</u></b> .....                                          | <b><u>27</u></b> |
| <b>2.1. CONCEPTUALIZACIÓN DE LOS CÍRCULOS MATEMÁTICOS</b> .....                      | <b>27</b>        |
| <b>2.2. ORIGEN E HISTORIA DE LOS CÍRCULOS MATEMÁTICOS</b> .....                      | <b>27</b>        |
| <b>2.3. VENTAJAS DE LOS CÍRCULOS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA</b> .....  | <b>28</b>        |
| <b><u>3. MODELO PEDAGÓGICO DE LAS 5E</u></b> .....                                   | <b><u>29</u></b> |
| <b><u>4. CONTEXTO INSTITUCIONAL Y DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA</u></b> ..... | <b><u>31</u></b> |
| <b>4.1. CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA</b> .....                        | <b>31</b>        |
| <b>4.2. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA SOCIAL</b> .....                                   | <b>31</b>        |
| <b>4.3. PROYECCIÓN DE LA PRÁCTICA SOCIAL</b> .....                                   | <b>32</b>        |
| <b><u>5. PREPARACIÓN DE LOS TALLERES</u></b> .....                                   | <b><u>35</u></b> |
| <b>5.1. TALLER 1</b> .....                                                           | <b>36</b>        |
| 5.1.1. PLANEACIÓN DEL TALLER .....                                                   | 37               |
| 5.1.2. ENTREGABLE GRADO 2º .....                                                     | 42               |

PRÁCTICA SOCIAL COLSOPEIN: CIRCULOS MATEMATICOS Y 5E 5

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| 5.1.3. ENTREGABLE GRADO 3º.....    | 44        |
| 5.1.4. ENTREGABLE GRADO 4º .....   | 46        |
| <b>5.2. TALLER 2 .....</b>         | <b>48</b> |
| 5.2.1. PLANEACIÓN DEL TALLER ..... | 49        |
| 5.2.2. ENTREGABLE GRADO 2º .....   | 52        |
| 5.2.3. ENTREGABLE GRADO 3º .....   | 54        |
| 5.2.4. ENTREGABLE GRADO 4º .....   | 56        |
| <b>5.3. TALLER 3 .....</b>         | <b>58</b> |
| 5.3.1. PLANEACIÓN DEL TALLER ..... | 59        |
| 5.3.2. ENTREGABLE GRADO 2º.....    | 62        |
| 5.3.3. ENTREGABLE GRADO 3º.....    | 64        |
| 5.3.4. ENTREGABLE GRADO 4º.....    | 66        |
| <b>5.4. TALLER 4 .....</b>         | <b>68</b> |
| 5.4.1. PLANEACIÓN DEL TALLER.....  | 69        |
| 5.4.2. ENTREGABLE GRADO 2º.....    | 72        |
| 5.4.3. ENTREGABLE GRADO 3º .....   | 74        |
| 5.4.4. ENTREGABLE GRADO 4º .....   | 76        |
| <b>5.5. TALLER 5 .....</b>         | <b>78</b> |
| 5.5.1. PLANEACIÓN DEL TALLER.....  | 78        |
| 5.5.2. ENTREGABLE GRADO 2º .....   | 82        |
| 5.5.3. ENTREGABLE GRADO 3º .....   | 84        |
| 5.5.4. ENTREGABLE GRADO 4º .....   | 86        |
| <b>5.6. TALLER 6 .....</b>         | <b>88</b> |
| 5.6.1. PLANEACIÓN DEL TALLER.....  | 88        |

PRÁCTICA SOCIAL COLSOPEIN: CIRCULOS MATEMATICOS Y 5E 6

5.6.2. ENTREGABLE GRADO 2º..... 93

5.6.3. ENTREGABLE GRADO 3º..... 95

5.6.4. ENTREGABLE GRADO 4º..... 97

**6. ANÁLISIS DE RESULTADOS ..... 99**

**6.1. TALLER 1..... 99**

6.1.1. ENGANCHAR..... 100

6.1.2. EXPLORAR ..... 102

6.1.3. EXPLICAR..... 107

6.1.4. Elaborar

6.1.5. EVALUAR .....114

6.1.6. SÍNTESIS .....119

**6.2. TALLER 2..... 121**

6.2.1. ENGANCHAR..... 121

6.2.2. EXPLORAR..... 123

6.2.3. EXPLICAR..... 127

6.2.4. ELABORAR..... 127

6.2.5. EVALUAR.....129

6.2.6. SÍNTESIS..... 133

**6.3. TALLER 3..... 134**

6.3.1. ENGANCHAR..... 135

6.3.2. EXPLORAR..... 139

6.3.3. EXPLICAR..... 142

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| 6.3.4. ELABORAR.....      | 143        |
| 6.3.5. EVALUAR.....       | 147        |
| 6.3.6. SÍNTESIS.....      | 154        |
| <b>6.4. TALLER 4.....</b> | <b>155</b> |
| 6.4.1. ENGANCHAR .....    | 156        |
| 6.4.2. EXPLORAR.....      | 162        |
| 6.4.3. EXPLICAR.....      | 167        |
| 6.4.4. ELABORAR.....      | 168        |
| 6.4.5. EVALUAR.....       | 173        |
| 6.4.6 SÍNTESIS .....      | 180        |
| <b>6.5. TALLER 5.....</b> | <b>182</b> |
| 6.5.1. ENGANCHAR.....     | 183        |
| 6.5.2. EXPLORAR.....      | 189        |
| 6.5.3. EXPLICAR.....      | 199        |
| 6.5.4. ELABORAR.....      | 200        |
| 6.5.5. EVALUAR.....       | 207        |
| 6.5.6. SÍNTESIS.....      | 213        |
| <b>6.6. TALLER 6.....</b> | <b>215</b> |
| 6.6.1. ENGANCHAR.....     | 216        |
| 6.6.2. EXPLORAR.....      | 221        |
| 6.6.3. EXPLICAR.....      | 228        |
| 6.6.4. ELABORAR.....      | 229        |
| 6.6.5. EVALUAR.....       | 238        |
| 6.6.6. SÍNTESIS.....      | 249        |

|                                     |                   |
|-------------------------------------|-------------------|
| <b><u>7. CONCLUSIONES</u></b> ..... | <b><u>253</u></b> |
|-------------------------------------|-------------------|

|                                                |                   |
|------------------------------------------------|-------------------|
| <b><u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b> ..... | <b><u>256</u></b> |
|------------------------------------------------|-------------------|

|                               |                   |
|-------------------------------|-------------------|
| <b><u>APÉNDICES</u></b> ..... | <b><u>258</u></b> |
|-------------------------------|-------------------|

**Lista de Tablas**

|                                         | <b>Pág.</b> |
|-----------------------------------------|-------------|
| Tabla 1 Cronograma de actividades. .... | 33          |
| Tabla 2 Planeación taller 1 .....       | 38          |
| Tabla 3 Planeación taller 2 .....       | 48          |
| Tabla 4 Planeación taller 3 .....       | 60          |
| Tabla 5 Planeación taller 4 .....       | 72          |
| Tabla 6 Planeación taller 5 .....       | 83          |
| Tabla 7 Planeación taller 6 .....       | 96          |

### Lista de Figuras

|                                                                                                                                      | Pág. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Figura 1. Distribución por niveles de desempeño en las Pruebas Saber 2022 y 2023. ....                                               | 23   |
| Figura 2. La enseñanza basada en la indagación y el ciclo de aprendizaje 5E .....                                                    | 29   |
| Figura 3. Agrupación de cantidades iguales en los grados segundo, tercero y cuarto. ....                                             | 101  |
| Figura 4. Respuesta de cuarto grado en la actividad de representación de agrupaciones iguales.<br>.....                              | 102  |
| Figura 5. Evidencias de la fase de exploración del Taller 1. ....                                                                    | 103  |
| Figura 6. Diferencias en agrupaciones iguales entre los grados segundo, tercero y cuarto .....                                       | 104  |
| Figura 7. Respuesta de una estudiante de tercer grado que evidencia dificultades en la construcción<br>de agrupaciones iguales. .... | 105  |
| Figura 8. Uso inadecuado del material manipulativo durante la representación de agrupaciones<br>iguales.....                         | 106  |
| Figura 9. Producción de una estudiante vinculada a procesos de inclusión en la actividad de suma<br>repetitiva.....                  | 108  |
| Figura 10. Evidencias de comprensión de las agrupaciones iguales y la suma repetitiva .....                                          | 110  |
| Figura 11. Evidencias de dificultades en la transición entre representaciones de la suma repetitiva.<br>.....                        | 112  |
| Figura 12. Evidencia de error en el cálculo de una suma repetitiva .....                                                             | 112  |
| Figura 13. Evidencia de comprensión de la relación entre suma repetitiva y multiplicación. ....                                      | 113  |
| Figura 14. Respuesta que evidencia dificultades en la interpretación de la suma repetitiva .....                                     | 114  |
| Figura 15. Respuestas que evidencian dificultades en la representación gráfica de agrupaciones                                       |      |

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| iguales.....                                                                                        | 115 |
| Figura 16. Respuesta que evidencia dificultades en la representación simbólica de la suma           |     |
| repetitiva.....                                                                                     | 116 |
| Figura 17. Respuesta de un estudiante con dificultades en la representación de la suma repetitiva.  |     |
| .....                                                                                               | 117 |
| Figura 18. Respuestas que evidencian dificultades en el conteo de cantidades. ....                  | 118 |
| Figura 19. Respuesta que evidencia dificultades en la transición hacia representaciones simbólicas. |     |
| .....                                                                                               | 119 |
| Figura 20. Evidencias de comprensión de la suma repetitiva mediante representaciones visuales.      |     |
| .....                                                                                               | 122 |
| Figura 21. Respuestas que evidencian el uso de representaciones concretas para resolver una suma    |     |
| repetitiva.....                                                                                     | 123 |
| Figura 22. Uso de material manipulativo para favorecer la participación y el aprendizaje .....      | 124 |
| Figura 23. Evidencia de exploración autónoma de situaciones multiplicativas. ....                   | 125 |
| Figura 24. Respuesta que evidencia dificultades en la determinación del total de una agrupación.    |     |
| .....                                                                                               | 126 |
| Figura 25. Evidencias de dificultades en la relación entre la suma repetitiva y la multiplicación.  |     |
| .....                                                                                               | 128 |
| Figura 26. Respuestas que evidencian dificultades en el uso del símbolo de multiplicación. ....     | 130 |
| Figura 27. Respuesta sobre la transición de representaciones concretas a representaciones           |     |
| numéricas.....                                                                                      | 131 |
| Figura 28. Respuesta que evidencia mezcla de representaciones concretas y simbólicas. ....          | 132 |

|                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 29. Evidencias de comprensión de la relación entre dibujo y multiplicación. ....                               | 132 |
| Figura 30. Respuestas de estudiantes de segundo grado en la actividad de reconocimiento de agrupaciones iguales. .... | 136 |
| Figura 31. Respuesta de un estudiante de tercer grado en la actividad de reconocimiento de agrupaciones iguales. .... | 137 |
| Figura 32. Respuestas que evidencian dificultades en la interpretación de agrupaciones iguales. ....                  | 138 |
| Figura 33. Respuestas de estudiantes de segundo grado en la resolución de situaciones multiplicativas. ....           | 144 |
| Figura 34. Respuestas de estudiantes de tercer grado en la resolución de situaciones multiplicativas. ....            | 145 |
| Figura 35. Respuesta que evidencia dificultades en la interpretación de agrupaciones iguales. ....                    | 146 |
| Figura 36. Respuestas de estudiantes de segundo grado en la etapa de evaluación. ....                                 | 149 |
| Figura 37. Respuestas de estudiantes de tercer grado que presentan dificultades en el conteo de elementos. ....       | 150 |
| Figura 38. Evidencia de inconsistencias entre las representaciones usadas en la resolución de la situación. ....      | 151 |
| Figura 39. Respuestas que presentan dificultades en la determinación del total de elementos. ..                       | 153 |
| Figura 40. Respuesta correcta de un estudiante de segundo grado en la actividad de enganche. ....                     | 158 |
| Figura 41. Respuestas que presentan dificultades en la representación simbólica de la multiplicación. ....            | 159 |

|                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 42. Respuesta de una estudiante con dificultades en la representación gráfica de las agrupaciones. ....                | 161 |
| Figura 43. Respuesta correcta de un estudiante de cuarto grado en la actividad de enganche ....                               | 162 |
| Figura 44. Respuesta correcta de un estudiante de segundo grado en la actividad de exploración. ....                          | 163 |
| Figura 45. Respuesta de un estudiante que suma los resultados de ambas situaciones. ....                                      | 164 |
| Figura 46. Respuesta de una estudiante que obtiene resultados diferentes en multiplicaciones conmutativas. ....               | 165 |
| Figura 47. Respuestas de estudiantes que suman los resultados de ambas situaciones. ....                                      | 166 |
| Figura 48. Respuestas de estudiantes que presentan dificultades en la representación de agrupaciones iguales. ....            | 170 |
| Figura 49. Respuesta de una estudiante que asigna el mismo resultado a situaciones no equivalentes. ....                      | 171 |
| Figura 50. Respuesta de un estudiante que duplica los resultados obtenidos en cada situación.                                 | 172 |
| Figura 51. Respuesta de un estudiante que plantea una situación multiplicativa sin representar la propiedad conmutativa. .... | 174 |
| Figura 52. Respuesta de un estudiante que presenta dificultades en la construcción de una situación conmutativa. ....         | 175 |
| Figura 53. Respuesta de un estudiante que generaliza la propiedad conmutativa a multiplicaciones de dos cifras. ....          | 176 |
| Figura 54. Respuesta que plantea una situación multiplicativa sin representar la propiedad conmutativa. ....                  | 177 |

|                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 55. Respuesta de una estudiante que presenta dificultades en la representación de agrupaciones iguales..... | 178 |
| Figura 56. Respuesta que representa adecuadamente la propiedad conmutativa .....                                   | 179 |
| Figura 57. Respuesta de una estudiante que plantea una situación asociada a la división. ....                      | 180 |
| Figura 58. Respuestas correctas de los estudiantes de grado segundo en la etapa de enganche del Taller 5. ....     | 185 |
| Figura 59. Estudiante con dificultades en la identificación de la equivalencia y en la consigna matemática.....    | 186 |
| Figura 60. Respuesta de grado tercero de inclusión en la identificación de operaciones matemáticas. ....           | 187 |
| Figura 61. Respuesta de una estudiante (caso 1 – grado cuarto).....                                                | 188 |
| Figura 62. Respuesta de un estudiante (caso 2 – grado cuarto).....                                                 | 189 |
| Figura 63. Respuesta de un estudiante con omisión de un grupo en la representación. ....                           | 191 |
| Figura 64. Respuesta de un estudiante sin organización de agrupaciones. ....                                       | 192 |
| Figura 65. <i>Respuesta de un estudiante con error en el conteo de agrupaciones.</i> .....                         | 193 |
| Figura 66. Respuestas correctas del reto 1 en grado tercero. ....                                                  | 194 |
| Figura 67. <i>Respuesta de una estudiante con error en el reto 2.</i> .....                                        | 195 |
| Figura 68. Respuesta de un estudiante con justificación adecuada .....                                             | 195 |
| Figura 69. Respuestas correctas del reto 1 en grado cuarto. ....                                                   | 196 |
| Figura 70. Respuestas de estudiantes que utilizan el “arcoíris”. ....                                              | 197 |
| Figura 71. Respuesta de un estudiante con comprensión de la propiedad distributiva .....                           | 198 |

|                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 72. Respuesta de un estudiante basado en la actividad de enganche .....                                | 199 |
| Figura 73. Construcción de la tabla de multiplicación con fichas: respuestas correctas y con error.<br>.....  | 203 |
| Figura 74. Respuestas de estudiantes con dificultades en la identificación de propiedades.....                | 204 |
| Figura 75. Respuesta correcta sobre la identificación de la propiedad. ....                                   | 205 |
| Figura 76. Respuestas de estudiantes con dificultades en la identificación de propiedades y<br>procesos. .... | 207 |
| Figura 77. Respuesta correcta de la actividad de evaluación en grado segundo. ....                            | 209 |
| Figura 78. Respuestas de estudiantes con dificultades en la evaluación. ....                                  | 210 |
| Figura 79. Respuesta de la estudiante de inclusión mediante representaciones gráficas. ....                   | 211 |
| Figura 80. Respuesta de un estudiante con confusión entre propiedades. ....                                   | 212 |
| Figura 81. Respuesta de un estudiante con confusión entre propiedades. ....                                   | 213 |
| Figura 82. Respuestas de estudiantes con dificultades en la representación simbólica .....                    | 218 |
| Figura 83. Respuesta correcta de la actividad de enganche en grado tercero .....                              | 219 |
| Figura 84. Respuesta con omisión de la operación multiplicativa .....                                         | 219 |
| Figura 85. Error en la representación simbólica de la multiplicación. ....                                    | 220 |
| Figura 86. Casos particulares en la resolución de sumas repetitivas en grado segundo. ....                    | 223 |
| Figura 87. Respuesta con representación parcial de la situación. ....                                         | 224 |
| Figura 88. Identificación incorrecta de la propiedad de la multiplicación .....                               | 225 |
| Figura 89. Respuesta con omisión y resultado incorrecto. ....                                                 | 225 |
| Figura 90. Respuesta con error en el cálculo del resultado. ....                                              | 227 |
| Figura 91. Respuesta con error en el resultado e identificación de propiedad .....                            | 227 |

|                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 92. Respuesta con dificultad en el conteo de agrupaciones. ....                       | 231 |
| Figura 93. Respuesta con dificultades en representación y cálculo. ....                      | 232 |
| Figura 94. Respuesta con dificultades generalizadas en la actividad. ....                    | 232 |
| Figura 95. Confusión entre propiedad distributiva y asociativa. ....                         | 233 |
| Figura 96. Error en la aplicación del procedimiento distributivo. ....                       | 234 |
| Figura 97. Uso incorrecto de la propiedad asociativa. ....                                   | 235 |
| Figura 98. Ausencia de representación gráfica en la resolución. ....                         | 236 |
| Figura 99. Confusión entre propiedad distributiva y procedimiento asociativo. ....           | 237 |
| Figura 100. Aplicación correcta de la propiedad asociativa en ambos ejercicios.....          | 238 |
| Figura 101. Respuesta correcta en la tabla de multiplicaciones. ....                         | 240 |
| Figura 102. Respuesta con errores en la secuencia de sumas. ....                             | 241 |
| Figura 103. Identificación correcta de propiedades con apoyo en representación gráfica ..... | 242 |
| Figura 104. Resolución correcta sin uso de paréntesis .....                                  | 243 |
| Figura 105. Uso correcto de paréntesis y propiedades matemáticas. ....                       | 244 |
| Figura 106. Dificultades en identificación de propiedades y representación gráfica .....     | 244 |
| Figura 107. Resolución correcta de operaciones e identificación de propiedades. ....         | 245 |
| Figura 108. Representación gráfica e identificación correcta de propiedades. ....            | 246 |
| Figura 109. Inconsistencias en identificación y aplicación de propiedades. ....              | 247 |
| Figura 110. Registro de datos sin resolución de la situación. ....                           | 248 |
| Figura 111. Uso de estrategia de flechas (arcoíris) en resolución de problemas. ....         | 248 |
| Figura 112. Dificultades en la identificación de propiedades. ....                           | 249 |

**Lista de Apéndices**

|                                            |     |
|--------------------------------------------|-----|
| Apéndice A. Asentimiento informado .....   | 258 |
| Apéndice B. Consentimiento informado. .... | 25  |

### Resumen

**Título:** Práctica educativa en básica primaria desde los Círculos Matemáticos en el Colegio

Sociedad Pedagógica para Infantes\*

**Autor:** Mariana Gutiérrez Delgado\*\*

**Palabras Clave:** Círculos Matemáticos, pensamiento matemático, educación básica primaria, modelo pedagógico 5E, inclusión educativa

**Descripción:** La presente práctica social se realiza con el propósito de Evaluar la implementación de un conjunto de talleres basados en el Proyecto Círculos Matemáticos a partir del modelo pedagógico 5E (Enganchar, Explorar, Explicar, Elaborar y Evaluar), con el fin de desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes de básica primaria de colegio COLSOPEIN, considerando los casos de inclusión de estudiantes con necesidades educativas. La propuesta es desarrollada con base en la diversidad del aula y los casos de inclusión reportados en Educación Básica Primaria, lo que exige la adaptación de actividades y metodologías que favorecieran la participación y el aprendizaje significativo. La metodología se basa en experimentos formulados a partir de talleres pedagógicos estructurados a partir del modelo didáctico de la 5E, desarrollados en el marco del programa de extensión de la Escuela de Matemáticas: *Círculos Matemáticos*. Posteriormente, se realizó un análisis con el fin de valorar el desarrollo de las actividades y su contribución al aprendizaje matemático de los estudiantes.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Directora: Jenny Patricia Acevedo Rincón. Doctora en Educación.

### Abstract

**Title:** Educational Practice in Elementary School Using Math Circles at the Sociedad Pedagógica para Infantes School\*

**Author:** Mariana Gutiérrez Delgado\*\*

**Key Words:** Math Circles, mathematical thinking, elementary education, 5E pedagogical model, educational inclusion.

**Description:** This social practice is conducted with the purpose of evaluating the implementation of a set of workshops based on the Mathematical Circles Project using the 5E (Engage, Explore, Explain, Elaborate, and Evaluate), pedagogical model, with the aim of developing mathematical thinking in elementary school students at the COLSOPEIN school, considering cases of inclusion of students with special educational needs. The proposal is developed based on classroom diversity and reported cases of inclusion in elementary education, which requires the adaptation of activities and methodologies that promote participation and meaningful learning. The methodology is based on experiments formulated from pedagogical workshops structured according to the 5E instructional model, developed within the framework of the School of Mathematics' outreach program: Mathematical Circles. Subsequently, an analysis was conducted to assess the implementation of the activities and their contribution to students' mathematical learning.

---

\* Degree Work

\*\* Sciences Faculty. Mathematics Department. Director: Jenny Patricia Acevedo Rincón. PhD in Education.

### **Introducción**

La Educación Matemática en los primeros niveles escolares presenta un espacio fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico, el razonamiento y la resolución de problemas. En la Educación Básica Primaria, las experiencias de aprendizaje influyen de manera significativa en el aprendizaje de los niños, lo cual exige la implementación de estrategias pedagógicas que favorezcan la participación, la exploración y la comprensión del conocimiento matemático.

Sin embargo, en los contextos escolares aún persisten prácticas de enseñanza centradas en actividades rutinarias, lo que pueden limitar la construcción de aprendizajes significativos y el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes (Bosch Saldaña, 2012). Esta situación se refleja en los resultados nacionales reportados por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, los cuales evidencian la necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento matemático en la Educación Básica Primaria (ICFES, 2023).

Adicionalmente, la educación actual enfrenta el desafío de responder a la diversidad presente en las aulas. En este sentido, la educación inclusiva reconoce dicha diversidad como un valor y promueve la eliminación de barreras para el aprendizaje y la participación de todos los

estudiantes (UNESCO, 2017). Esto implica diseñar estrategias pedagógicas que favorezcan ambientes de aprendizaje equitativos y participativos, donde cada estudiante tenga la oportunidad de desarrollar sus capacidades.

En este sentido, aunque en el Colegio Sociedad Pedagógica Para Infantes se evidencian resultados académicos favorables, durante el desarrollo de las clases se observan diferencias en los niveles de desempeño matemático, así como dificultades asociadas a la interpretación de enunciados y la resolución de problemas. Asimismo, la presencia de estudiantes vinculados a procesos de inclusión demanda propuestas pedagógicas que respondan a las características y necesidades de la población estudiantil.

Debido a esto surge la necesidad de implementar estrategias didácticas que fortalezcan el pensamiento matemático mediante experiencias de aprendizaje colaborativo y significativo. Una alternativa para responder a esta necesidad la constituyen los círculos matemáticos, entendidos como espacios donde las matemáticas se conciben como una actividad social basada en la exploración, la discusión de ideas y la resolución de problemas. En Colombia, esta propuesta ha sido impulsada desde programas de extensión universitaria, particularmente desde la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, lo que ha permitido adaptar esta estrategia a diferentes contextos educativos.

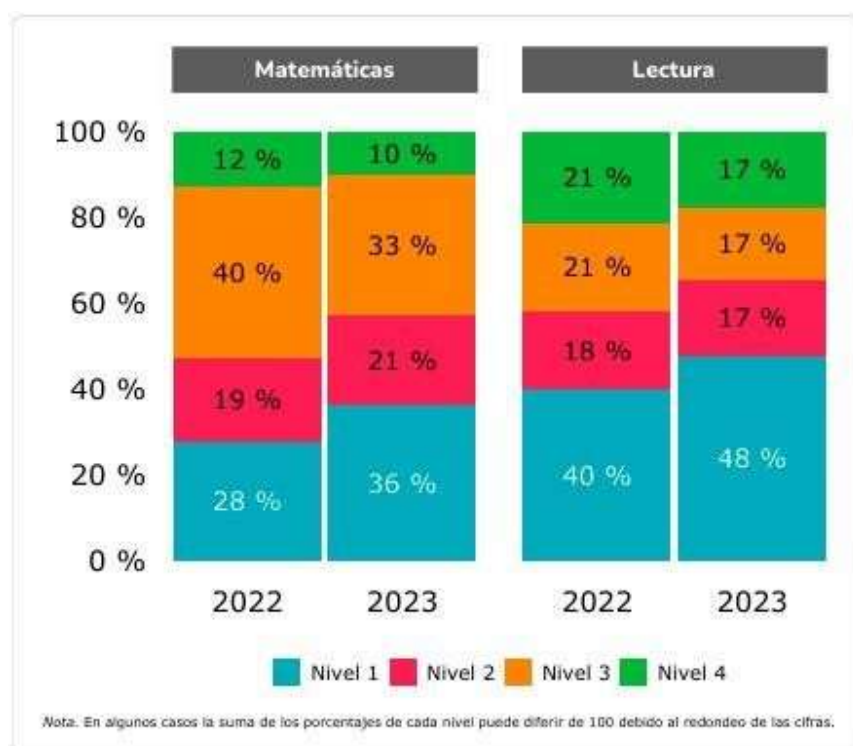
### **1. Aproximación al problema**

Diversas investigaciones han evidenciado dificultades persistentes en el desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Básica Primaria. En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional (2006) reconoce que los primeros años de escolaridad constituyen una etapa fundamental para la construcción y fortalecimiento de las competencias matemáticas, razón por la cual resulta necesario desarrollar los procesos de investigación e innovación pedagógica que permitan atender las necesidades de los estudiantes y favorecer el desarrollo de su pensamiento matemático.

Pese al avance constante de la línea de Educación Matemática, centrados en el desarrollo del pensamiento matemático en los primeros niveles educativos, estos avances aún no tienen el impacto esperado en el aula. Esto es, debido a que la enseñanza del conocimiento matemático continúa realizándose a través de tareas rutinarias, olvidando el planteamiento de problemas verbales y contextualizados, ya que siempre siguen una estructura semántica repetitiva y esto permite que los estudiantes automaticen las respuestas (Bosch Saldaña, 2012). Además, se considera que el aprendizaje matemático debe surgir desde la curiosidad y el interés del estudiante, mediante propuestas didácticas que relacionen problemáticas de su contexto y que promuevan la exploración, la investigación y la comunicación matemática, favoreciendo así la construcción significativa del conocimiento (MEN, 1998; NCTM, 2000). Desde esta perspectiva, resulta necesario cuestionar concepciones tradicionales en donde las actividades matemáticas solo preparan a los estudiantes para aprobar un nivel educativo o, en cambio, que la comprensión matemática sea una habilidad innata y que no pueda desarrollarse a través de experiencias significativas (Marín Rodríguez, 2021).

La necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas también se evidencia en los resultados nacionales reportados por el ICFES. En las pruebas 2023 se observó un incremento en el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño más bajo en matemáticas, pasando del 28% en 2022 al 36% en 2023. Asimismo, se presentó una disminución en los porcentajes correspondientes a los niveles de desempeño más altos, lo que refleja desafíos persistentes en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes colombianos (ICFES, 2023).

**Figura 1.** *Distribución por niveles de desempeño en las Pruebas Saber 2022 y 2023.*



*Nota. Adaptado de los resultados nacionales de las Pruebas Saber reportados por el ICFES (2023).*

Estos resultados ponen de manifiesto la necesidad de implementar estrategias pedagógicas que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros años de escolaridad, promoviendo procesos de aprendizaje más participativos, reflexivos y contextualizados.

En este contexto se encuentra el Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes (COLSOPEIN), institución educativa de carácter privado que ofrece formación desde prejardín hasta quinto grado de Educación Básica Primaria y cuenta con una población aproximada de 108 estudiantes. La presente investigación se desarrollará con estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado, conformados por 19, 15 y 13 estudiantes respectivamente, para un total de 47 participantes.

Si bien el desempeño académico en matemáticas es favorable y acorde con las características de la institución, durante el desarrollo de las clases se evidencian diferencias significativas en los niveles de desempeño de los estudiantes. Mientras algunos alcanzan con facilidad los aprendizajes esperados para su grado, otros presentan dificultades relacionadas con la interpretación de enunciados, la resolución de problemas y los procesos de razonamiento matemático. Asimismo, se identifican estudiantes vinculados a procesos de inclusión que requieren apoyos y adaptaciones pedagógicas para favorecer su participación y aprendizaje.

De igual manera, las dinámicas de aula muestran oportunidades de mejora en cuanto a la interacción entre los estudiantes, ya que predominan las respuestas individuales y existen pocos espacios para la discusión, argumentación e intercambio de ideas matemáticas. Estas situaciones limitan la construcción colectiva del conocimiento y justifican la necesidad de implementar estrategias didácticas que promuevan una participación más activa de los estudiantes.

Frente a esta realidad, los Círculos Matemáticos se presentan como una alternativa pedagógica pertinente. Esta propuesta, impulsada en Colombia mediante programas de extensión de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, concibe las matemáticas como una actividad social fundamentada en la exploración, la discusión de ideas y la resolución colaborativa de problemas. Su carácter participativo e inclusivo permite responder a la diversidad presente en el aula y favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

En consecuencia, surge la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué experiencias de aprendizaje se generan a partir de la implementación de Círculos Matemáticos en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado de Educación Básica Primaria del Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes?*

Por lo tanto, el presente trabajo tiene como objetivo general: Evaluar la implementación de un conjunto de talleres basados en el Proyecto Círculos Matemáticos, estructurados a partir del modelo pedagógico 5E, con el fin de desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes de educación básica primaria del Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes (COLSOPEIN), considerando los casos de inclusión de estudiantes con necesidades educativas y analizando los aprendizajes y dificultades surgidos durante su implementación. Para ello se debe:

- Diseñar una secuencia de talleres fundamentados en el modelo pedagógico 5E que incorporen ajustes didácticos orientados a atender la diversidad de necesidades identificadas en el aula.
- Implementar los talleres del proyecto Círculos Matemáticos en un aula diversa del

Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes (COLSOPEIN), promoviendo la participación, el trabajo colaborativo y la comunicación matemática.

- Analizarlos aprendizajes, las dificultades y los procesos de inclusión evidenciados durante la implementación de los talleres, valorando las posibilidades y los desafíos de los Círculos Matemáticos como estrategia para el desarrollo del pensamiento matemático en Educación Básica Primaria.

## **2. Círculos matemáticos**

Este capítulo se presenta la estrategia de Círculos Matemáticos como una herramienta pedagógica para fortalecer el pensamiento matemático en educación básica primaria. En primer lugar, se presenta una definición y caracterización de los círculos matemáticos. Luego se expone sus orígenes y recorrido a lo largo de la historia y finalmente se analiza las ventajas pedagógicas que ofrece para este proyecto de la Escuela de Matemáticas en las instituciones.

### **2.1. Conceptualización de los círculos matemáticos**

Los Círculos Matemáticos constituyen una estrategia educativa orientada al desarrollo del pensamiento matemático por medio de la resolución de problemas, la exploración y la discusión de ideas grupal. Este enfoque concibe las matemáticas como una actividad social, en la cual el aprendizaje se construye a través de la interacción entre los estudiantes y la mediación del docente, en un ambiente de participación, diálogo y reflexión.

La metodología de los círculos matemáticos se fundamenta en la participación, independientemente de su nivel de desempeño, promoviendo el respeto por las ideas de cada uno, generando la curiosidad y el interés por las matemáticas, presentando problemas significativos que invitan a la exploración de diferentes soluciones y con esto favoreciendo las habilidades matemáticas.

### **2.2. Origen e historia de los Círculos Matemáticos**

Los Círculos matemáticos tuvieron su origen en Rusia a principios del siglo XX, donde se realizaban reuniones informales con el objetivo de resolver problemas matemáticos o preparar a los estudiantes para competencias (Hernández González, 2024). Posteriormente en la década de 1990, estos espacios se extendieron a Estados Unidos, establecidos por profesores rusos que habían participado en ellos donde se han obtenido buenos resultados. Luego, en México se iniciaron en el 2016 a través de un grupo piloto en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y desde el 2017 se consolidó mediante convocatorias abiertas.

En Colombia, los Círculos Matemáticos iniciaron en el año 2018 a partir de una convocatoria realizada por la Sociedad Colombiana de Matemáticas, con el fin de identificar y promover el talento e interés por las matemáticas en el país. Actualmente, la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS), con el fin de fortalecer la cultura matemática, creó el proyecto de extensión de carácter solidario, orientando inicialmente a estudiantes de educación media (grados 9° a 11°) y actualmente busca extender su estrategia a estudiantes de Educación Básica Primaria y secundaria en los colegios de la región.

### **2.3. Ventajas de los Círculos Matemáticos en educación básica primaria**

En la Educación Básica Primaria, los Círculos Matemáticos constituyen una estrategia que promueve la exploración, la comunicación y la resolución de problemas mediante actividades desafiantes y colaborativas (Zvonkin, 2011). Asimismo, al favorecer la participación de los estudiantes y la construcción de significados a partir de experiencias cercanas a su contexto, contribuyen al desarrollo de aprendizajes significativos (Ausubel, 2002) y al fortalecimiento de procesos como el razonamiento y la comunicación matemática (NCTM, 2000).

En este sentido, y considerando las ventajas de los Círculos Matemáticos para fortalecer los procesos del pensamiento matemático en la Educación Básica Primaria, se espera que una

secuencia de talleres diseñada con el fin de atender a la diversidad de los estudiantes de un salón de clases regular, permita desarrollar aprendizajes en un contexto escolar concreto, favoreciendo el aprendizaje significativo a través de actividades contextualizadas e interesantes de modo que mejore también el rendimiento de todos los estudiantes del aula de clase.

### 3. Modelo pedagógico de las 5E

El presente capítulo tiene como propósito describir el modelo pedagógico de las 5E como marco de referencia para el diseño y desarrollo de la propuesta didáctica del presente trabajo. Este modelo ha sido utilizado mayormente en la enseñanza de las ciencias y matemáticas, se fundamenta en el aprendizaje activo y en la construcción del conocimiento a partir del enganche, la exploración, la explicación, la elaboración y la evaluación. Este modelo fue desarrollado hacia el año 1950, considerándose como el ciclo de los aprendizajes, buscando proyectar la forma como construimos el conocimiento. Este método ha sido implementado bajo un enfoque socio constructivista donde los participantes están activos durante todo el proceso (Vilcapoma et al., 2024). El modelo propone una secuencia didáctica (Figura 2) organizada en cinco fases: *Engage* (enganchar), *Explore* (explorar), *Explain* (explicar), *Elaborate* (elaborar) y *Evaluate* (evaluar), las cuales orientan el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera estructurada y coherente.

**Figura 2.** La enseñanza basada en la indagación y el ciclo de aprendizaje 5E



*Nota.* Tomado de Incidencia del ciclo de aprendizaje basado en el modelo de las 5E como estrategia en el desarrollo del pensamiento numérico variacional asociado a la noción de derivada, en estudiantes de grado 11° del colegio La Salle Montería, por Maya Martínez, R. L. (2023), tesis de maestría, Universidad de Córdoba.

*Enganchar*, es la fase donde el docente busca captar la atención de los estudiantes y generar curiosidad mediante preguntas o situaciones problemáticas relacionadas con su vida cotidiana. Esta fase es fundamental para generar una disposición positiva hacia el aprendizaje y para establecer la conexión entre lo que el estudiante ya sabe y lo que está por aprender.

*Explorar*, en esta fase se realiza un descubrimiento guiado donde los estudiantes trabajan de manera activa, realizan pruebas, registran observaciones y formulan hipótesis. En esta fase, el maestro identifica los saberes previos, valores e intereses de los estudiantes, con el fin de ir confrontando en el curso de la guía de trabajo los posibles errores conceptuales (Vilcapoma et al., 2024).

*Explicar* es la etapa donde los estudiantes tienen la oportunidad de explicar con sus propias palabras lo que han comprendido. En esta etapa el maestro debe brindar explicaciones claras del tema que ayuden a los estudiantes a resolver las dudas que surgieron y comprender los conceptos fundamentales. Esta etapa permite que los estudiantes construyan sus propias conclusiones a partir de sus ideas propias y las de sus compañeros.

*Elaborar*, es crucial para profundizar en la comprensión, desarrollar habilidades nuevas y consolidar un aprendizaje significativo. Esto ocurre cuando los estudiantes se enfrentan a nuevos retos y contextos más amplios, lo que les permite transferir lo aprendido, fortaleciendo la flexibilidad del pensamiento matemático.

*Evaluar*, en esta última fase, la idea no es que el maestro evalúe lo realizado por los estudiantes sino más bien que ellos mismos sean los que se evalúen o evalúen el trabajo de sus compañeros, con el fin de generar un espacio de reflexión, esto se puede realizar por medio de tareas escritas, presentaciones orales e incluso un proyecto.

#### **4. Contexto institucional y diseño de la intervención pedagógica**

Este capítulo contiene la caracterización de la institución educativa, el diseño y la intervención pedagógica, que se representa a través de la proyección de la práctica social.

##### **4.1. Caracterización de la institución educativa**

El Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes se encuentra ubicado en el barrio Mutis (Bucaramanga). Es una institución educativa de carácter privado que ofrece formación desde el nivel de prejardín hasta quinto grado de Educación Básica Primaria.

En la institución educativa se evidencia la presencia de varios estudiantes con características asociadas a procesos de inclusión, lo que refleja la diversidad existente en el aula. En cada grado encontramos aproximadamente entre 10 y 15 estudiantes, la práctica pedagógica se va a realizar en los grados segundo, tercero y cuarto, en el grado cuarto no encontramos casos de inclusión, mientras que en los otros grados tenemos por lo menos un caso de inclusión en cada salón.

En este contexto, se reconoce la diversidad como un elemento fundamental del proceso educativo, lo cual demanda la implementación de diferentes estrategias didácticas que motiven a todos los estudiantes a participar en las clases y a fortalecer su aprendizaje en el área de matemáticas.

##### **4.2. Desarrollo de la práctica social**

La metodología de la presente práctica social se organiza en tres fases principales. La primera corresponde a la fase de preparación, en la cual se realiza el diseño y la planificación de los talleres, estructurándolos a partir del modelo 5E. Posteriormente, en la fase de implementación, se desarrollan los talleres con los estudiantes de Educación Básica Primaria, garantizando la participación de todos en un ambiente inclusivo. Finalmente, en la fase de sistematización, se lleva a cabo el análisis pedagógico de cada taller implementado, permitiendo reflexionar sobre el desarrollo de las actividades, los aprendizajes alcanzados y los posibles ajustes necesarios para

fortalecer la práctica social.

### 4.3. Proyección de la práctica social

**Tabla 1.**

*Cronograma de actividades*

| <b>Actividad</b>   | <b>Descripción</b>                                     | <b>Fecha de inicio</b> | <b>Fecha de fin</b> |
|--------------------|--------------------------------------------------------|------------------------|---------------------|
| Preparación T1     | Revisión teórica y diseño del Taller 1                 | Febrero 02             | Febrero 13          |
| Implementación T1  | Desarrollo del Taller 1 del círculo matemático         | Abril 21               | Abril 24            |
| Sistematización T1 | Análisis de estrategias utilizadas por los estudiantes | Abril 28               | Abril 30            |
| Preparación T2     | Diseño del Taller 2                                    | Febrero 16             | Febrero 27          |
| Implementación T2  | Desarrollo del Taller 2 del círculo matemático         | Abril 28               | Abril 30            |
| Sistematización T2 | Sistematización de procedimientos                      | Mayo 04                | Mayo 08             |
| Preparación T3     | Diseño del Taller 3                                    | Marzo 02               | Marzo 13            |
| Implementación T3  | Desarrollo del Taller 3 del círculo matemático         | Mayo 04                | Mayo 08             |
| Sistematización T3 | Análisis del razonamiento matemático                   | Mayo 11                | Mayo 15             |
| Preparación T4     | Diseño del Taller 4                                    | Marzo 16               | Marzo 27            |
| Implementación T4  | Desarrollo del Taller 4                                | Mayo 11                | Mayo 15             |
| Sistematización T4 | Análisis de procedimientos                             | Mayo 19                | Mayo 22             |
| Preparación T5     | Diseño del Taller 5                                    | Marzo 30               | Abril 10            |
| Implementación T5  | Desarrollo del Taller 5 del círculo matemático         | Mayo 19                | Mayo 22             |
| Sistematización T5 | Sistematización de avances                             | Mayo 25                | Mayo 29             |
| Preparación T6     | Diseño del Taller 6                                    | Abril 13               | Abril 24            |

|                    |                                                                 |          |          |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------|----------|----------|
| Implementación T6  | Desarrollo del Taller 6 del círculo matemático                  | Mayo 25  | Mayo 29  |
| Sistematización T6 | Sistematización de desarrollo del taller                        | Junio 01 | Junio 05 |
| Divulgación        | Redacción del informe final para la socialización de resultados | Junio 06 | Junio 16 |

### 4.3 Aspectos éticos

La presente práctica social se fundamenta en los principios éticos mencionados por en el informe Belmont, para la investigación con seres humanos: respeto por las personas, beneficencia y justicia (Comisión Nacional para la Protección de los Sujetos Humanos en Investigación Biomédica y del Comportamiento, 1979).

De manera general, el *principio de respeto* por las personas implica reconocer a cada individuo como un sujeto autónomo, con dignidad, capacidades y particularidades propias, así como brindar protección especial a quienes se encuentran en situaciones de mayor vulnerabilidad (Comisión Nacional para la Protección de los Sujetos Humanos en Investigación Biomédica y del Comportamiento, 1979). En el contexto de la práctica social, este principio se refleja en la creación de estos espacios pedagógicos en los que no se segregan a los estudiantes por su nivel de desempeño de matemáticas, si no que, por el contrario, se promueve la participación de todos, incluyendo a aquellos que presentan mayores dificultades en el área.

Continuando con el *principio de justicia*, según el informe de Belmont, se relaciona con la necesidad de garantizar la distribución equitativa de los beneficios y las cargas de la investigación, evitando cualquier forma de discriminación o exclusión (Comisión Nacional para la Protección de los Sujetos Humanos en Investigación Biomédica y del Comportamiento, 1979). La conformación de círculos matemáticos con estudiantes del programa de inclusión y con estudiantes de distintos niveles de desempeño académico permite reconocer que todos son capaces de participar y resolver problemas matemáticos, fortaleciendo su confianza y motivación por aprender.

Por último, el *principio de la beneficencia* hace referencia a la obligación de maximizar los beneficios y minimizar los posibles riesgos de los participantes (Comisión Nacional para la Protección de los Sujetos Humanos en Investigación Biomédica y del Comportamiento, 1979). En esta práctica social se garantiza que las actividades desarrolladas no vulneran los derechos de los estudiantes ni generan situaciones que puedan afectar su bienestar. Por el contrario, se busca que todos los participantes se beneficien del proceso, especialmente los que presentan mayores dificultades en el área.

Para garantizar el cumplimiento de los principios éticos establecidos en el informe Belmont, se elaboraron formato de consentimiento informado dirigidos a los padres o acudientes de los estudiantes y los asentimientos informados para los estudiantes, los cuales se presentan en los apéndices del presente trabajo (Apéndices A y B).

## **5. Preparación de los talleres**

El presente capítulo describe el proceso de diseño y estructura de los talleres didácticos que fueron implementados en la investigación, los cuales están orientados a fortalecer el pensamiento multiplicativo en estudiantes de básica primaria.

El desarrollo del pensamiento multiplicativo trasciende la memorización de las tablas de multiplicar y la aplicación mecánica de algoritmos. Implica que los estudiantes construyan el significado de la multiplicación a partir de diferentes situaciones, establezcan relaciones entre cantidades y utilicen diversas estrategias para interpretar y resolver problemas. En este proceso, la comprensión de la multiplicación se favorece mediante el uso de diferentes representaciones, como las agrupaciones de igual cantidad, la suma repetitiva, el material manipulativo, las representaciones gráficas y la expresión simbólica de la operación, permitiendo que los estudiantes construyan aprendizajes con significado (Bosch Saldaña, 2012; Duval, 1999). Desde esta perspectiva, promover el pensamiento multiplicativo implica favorecer una comprensión relacional de la multiplicación, en la que los estudiantes comprendan el significado de los

procedimientos y puedan aplicarlos de manera flexible en distintos contextos, superando un aprendizaje basado únicamente en la memorización (Skemp, 1976).

En concordancia con estos planteamientos, los talleres fueron diseñados a partir del Proyecto Círculos Matemáticos y estructurados mediante el modelo pedagógico 5E, buscando promover la exploración, la argumentación y la construcción progresiva del conocimiento matemático a través de situaciones problema contextualizadas.

El capítulo se encuentra dividido en diferentes secciones, en las cuales se presentan los talleres de manera individual, describiendo su contexto, la planeación de cada taller y los talleres entregados a cada grado.

Aunque los talleres conservan una estructura común basada en el proyecto Círculos Matemáticos y en el modelo pedagógico 5E, las expectativas de aprendizaje fueron diferenciadas de acuerdo con cada grado escolar. En grado segundo se buscó que los estudiantes construyeran el significado de la multiplicación a partir de diferentes representaciones, como la suma repetitiva, las agrupaciones de igual cantidad, el uso de material manipulativo y las representaciones gráficas, favoreciendo además el reconocimiento inicial de la propiedad conmutativa. En tercero y cuarto grado, la intervención partió de estos conocimientos para promover una comprensión más amplia de la multiplicación como operación, orientada al reconocimiento, interpretación y aplicación de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en diferentes contextos y situaciones problema. Aunque los propósitos para estos dos grados fueron similares, las actividades se ajustaron al nivel de complejidad, al rango numérico y al grado de autonomía esperado en cada nivel.

### 5.1. Taller 1

En este taller se plantea una estrategia introductoria para acercar a los estudiantes al concepto de la multiplicación a través de un contexto significativo y motivador. Para ello se utiliza la narrativa de una “búsqueda del tesoro”, donde los estudiantes asumen el rol de ayudantes del capitán pirata, quien necesita organizar cofres, monedas y otros elementos del tesoro.

Partir de estas situaciones, se busca que los estudiantes identifiquen la idea de agrupación como base fundamental de la multiplicación, promoviendo el uso de representaciones concretas como fichas, dibujos y conteo.

#### 5.1.1. Planeación del taller

**Tabla 2.**

*Planeación del taller 1*

| <b>Grado</b>       | <b>Grado 2.º</b>    |    | <b>Grado 3.º</b>    |    | <b>Grado 4.º</b>    |    |
|--------------------|---------------------|----|---------------------|----|---------------------|----|
| <b>Fecha</b>       | 20 al 24 de abril   |    | 20 al 24 de abril   |    | 20 al 24 de abril   |    |
| <b>Tema</b>        | Multiplicación      |    | Multiplicación      |    | Multiplicación      |    |
| <b>Competencia</b> | Desarrollar         | la | Desarrollar         | la | Desarrollar         | la |
|                    | capacidad           | de | capacidad           | de | capacidad           | de |
|                    | identificar         | y  | identificar         | y  | identificar         | y  |
|                    | representar         |    | representar         |    | representar         |    |
|                    | situaciones         | de | situaciones         | de | situaciones         | de |
|                    | agrupación          | de | agrupación          | de | agrupación          | de |
|                    | cantidades iguales, |    | cantidades iguales, |    | cantidades iguales, |    |
|                    | comprendiendo la    |    | comprendiendo la    |    | comprendiendo la    |    |

|                    |                      |       |                      |       |                      |       |
|--------------------|----------------------|-------|----------------------|-------|----------------------|-------|
|                    | multiplicación       |       | multiplicación       |       | multiplicación       |       |
|                    | como una forma       |       | como una forma       |       | como una forma       |       |
|                    | abreviada            | de    | abreviada            | de    | abreviada            | de    |
|                    | expresar             | sumas | expresar             | sumas | expresar             | sumas |
|                    | repetidas            | en    | repetidas            | en    | repetidas            | en    |
|                    | diferentes           |       | diferentes           |       | diferentes           |       |
|                    | contextos.           |       | contextos.           |       | contextos.           |       |
| <b>Actividades</b> | <b>Enganche.</b>     | El    | <b>Enganche.</b>     | Se    | <b>Enganche.</b>     | Se    |
| <b>pedagógicas</b> | docente presenta la  |       | presenta la historia |       | presenta la historia |       |
|                    | historia del mapa    |       | del mapa del tesoro  |       | del mapa del tesoro  |       |
|                    | del tesoro           |       | matemático.          |       | matemático.          |       |
|                    | matemático           | y     | <b>Exploración.</b>  | Se    | <b>Exploración.</b>  | Se    |
|                    | explica que para     |       | plantea la           |       | plantea la           |       |
|                    | abrir el cofre deben |       | situación: en una    |       | situación: en una    |       |
|                    | encontrar llaves     |       | isla hay 3 cofres y  |       | isla hay 3 cofres y  |       |
|                    | resolviendo retos.   |       | en cada cofre hay 6  |       | en cada cofre hay 8  |       |
|                    | <b>Exploración.</b>  | Los   | monedas.             | Los   | monedas.             | Los   |
|                    | estudiantes          |       | estudiantes          |       | estudiantes          |       |
|                    | trabajan             | con   | representan          | los   | representan          | los   |
|                    | material concreto    |       | grupos con fichas,   |       | grupos con fichas,   |       |
|                    | (fichas)             | para  | cuentan              | los   | cuentan y escriben   |       |
|                    | representar grupos.  |       | elementos            | y     | la suma repetida.    |       |
|                    | Resuelven            |       | escriben la suma     |       | <b>Explicación.</b>  | Se    |

---

|                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| situaciones de agrupación y escriben sumas repetidas.                                                                                                                | repetida.                                                                                                                                                                                               | socializan las respuestas y se relaciona la suma repetida con la multiplicación.                                                                                                                        |
| <b>Explicación.</b> Se socializan las respuestas y se explica la relación entre agrupaciones y suma repetida.                                                        | <b>Explicación.</b> Se socializan las respuestas y se explica que repetir varias veces una misma cantidad corresponde a una suma repetida, relacionada con la multiplicación.                           | <b>Elaboración.</b> Resuelven nuevos retos. <b>Evaluación.</b> Reto final: en un parque hay 7 cofres con 8 monedas cada uno. ¿Cuántas monedas hay en total? Resuelven mediante dibujos o suma repetida. |
| <b>Elaboración.</b> Resuelven nuevos retos del mapa del tesoro.                                                                                                      | <b>Elaboración.</b> Resuelven nuevos retos. <b>Evaluación.</b> Reto final: en un parque hay 6 cofres con 6 monedas cada uno. ¿Cuántas monedas hay en total? Resuelven mediante dibujos o suma repetida. |                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Evaluación.</b> Reto final: en un parque hay 4 cofres con 3 monedas cada uno. ¿Cuántas monedas hay en total? Representan con dibujos y escriben la suma repetida. |                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                         |

---

|                   |                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                   |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Evaluación</b> | Observación de las estrategias utilizadas, participación, representación mediante dibujos o sumas repetidas y resolución correcta del reto final. | Observación de las estrategias utilizadas, participación, representación mediante dibujos o sumas repetidas y resolución correcta del reto final. | Observación de las estrategias utilizadas, participación, representación mediante dibujos o sumas repetidas y resolución correcta del reto final. |
| <b>Recursos</b>   | Tarjetas con retos matemáticos, fichas o tapas, hojas de trabajo, mapa del tesoro, llaves de papel, tablero y marcadores.                         | Tarjetas con retos matemáticos, fichas o tapas, hojas de trabajo, mapa del tesoro, llaves de papel, tablero y marcadores.                         | Tarjetas con retos matemáticos, fichas o tapas, hojas de trabajo, mapa del tesoro, llaves de papel, tablero y marcadores.                         |

**Nota.** *Elaboración propia*

## 5.1.2. Entregable grado 2º

| <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b> |             |               |   |               |  |
|------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                   | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 2 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                   |             |               |   |               |  |

**ENGAGE**

Un día, mientras explorabas la escuela, encontraste un antiguo mapa del tesoro. El mapa dice que el tesoro está escondido en una isla, pero el cofre está cerrado con varios candados. Para abrir el cofre necesitas encontrar las llaves matemáticas.

**Actividad 1:** En el mapa aparece el primer lugar de la isla. Allí encuentras 3 cofres pequeños. En cada cofre hay 2 monedas.  
 Dibuja las monedas en cada cofre.

¿Cuántas monedas hay en total?

**EXPLORE**

Mientras continuas explorando la isla del tesoro encuentras una bolsa con fichas mágicas. Estas fichas te ayudarán a resolver los retos del mapa. Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican.

**Reto 1:** Hay 2 árboles con 3 manzanas en cada uno.

**Reto 2:** Hay 3 platos con 4 galletas en cada plato.

**Reto 3:** Hay 4 cajas con 3 lápices en cada caja.

**EXPLAIN**

Los exploradores descubren algo importante. **Cuando se repite el mismo número varias veces, se puede representar con una suma repetida.**  
 Observa el ejemplo:  
 $2 + 2 + 2$   
 Significa que el número **2 se repite tres veces.**  
 Observa las sumas que realizaste.

- ¿Qué tienen en común los ejercicios anteriores?

- Cuando hay grupos con la misma cantidad, podemos representarlo con sumas repetitivas.

Completa:  
 3 grupos de 3 se puede escribir como:

$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$



**Para conseguir las llaves debes resolver los siguientes retos.**

**Wave 1:**

Hay 3 canastas con 2 naranjas en cada una.

Suma repetitiva:

Total de naranjas:

**Lave 2:**

Hay 5 bolsas con 2 dulces en cada una.

Suma repetitiva:

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.

Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.

Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **4 cofres pequeños** y en cada cofre hay **3 monedas de oro**.

1. Escribe la suma repetitiva que representa la situación:

2. ¿Cuántas monedas de oro hay en total?

3. Dibuja los cofres con sus monedas para comprobar tu respuesta.



## 5.1.3. Entregable grado 3º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                              | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 3 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                              |             |               |   |               |  |



**ENGAGE**

Un día, mientras explorabas la escuela, encontraste un antiguo mapa del tesoro. El mapa dice que el tesoro está escondido en una isla, pero el cofre está cerrado con varios candados. Para abrir el cofre necesitas encontrar las llaves matemáticas.

**Actividad 1:** En el mapa aparece el primer lugar de la isla. Allí encuentras 3 cofres pequeños. En cada cofre hay 6 monedas.

 Dibuja las monedas en cada cofre.



¿Cuántas monedas hay en total?



**EXPLORE**

Mientras continúas explorando la isla del tesoro encuentras una bolsa con fichas mágicas. Estas fichas te ayudarán a resolver los retos del mapa. Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican.

**Reto 1:** Hay 3 árboles con 4 manzanas en cada uno.

**Reto 2:** Hay 6 platos con 3 galletas en cada plato.

**Reto 3:** Hay 8 cajas con 5 lápices en cada caja.



**EXPLAIN**

Los exploradores descubren algo importante. **Cuando se repite el mismo número varias veces, se puede representar con una suma repetida.**

Observa el ejemplo:  
 $5 + 5 + 5 + 5 + 5$   
 Significa que el número **5 se repite cinco veces.**

Observa las sumas que realizaste.

2. ¿Qué tienen en común los ejercicios anteriores?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Cuando hay grupos con la misma cantidad, podemos representarlo con sumas repetitivas.

Completa:  
 3 grupos de 4 se puede escribir como:

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_



Para conseguir las llaves debes resolver los siguientes retos.

**Wave 1:**

Hay 7 canastas con 3 naranjas en cada una.  
Suma repetitiva:

Total de naranjas:

**Lave 2:**

Hay 6 bolsas con 2 dulces en cada una.  
Suma repetitiva:

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.  
El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.  
Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.  
Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **6 cofres pequeños** y en cada cofre hay **6 monedas de oro**.

1. Escribe la suma repetitiva que representa la situación:

2. ¿Cuántas monedas de oro hay en total?

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

3. Dibuja los cofres con sus monedas para comprobar tu respuesta.



## 5.1.4. Entregable grado 4°

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                              | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 4 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                              |             |               |   |               |  |



**ENGAGE**

Un día, mientras explorabas la escuela, encontraste un antiguo mapa del tesoro. El mapa dice que el tesoro está escondido en una isla, pero el cofre está cerrado con varios candados. Para abrir el cofre necesitas encontrar las llaves matemáticas.

**Actividad 1:** En el mapa aparece el primer lugar de la isla. Allí encuentras 3 cofres pequeños. En cada cofre hay 8 monedas.

 Dibuja las monedas en cada cofre.



¿Cuántas monedas hay en total?



**EXPLORE**

Mientras continúas explorando la isla del tesoro encuentras una bolsa con fichas mágicas. Estas fichas te ayudarán a resolver los retos del mapa. Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican.

**Reto 1:** Hay 4 árboles con 5 manzanas en cada uno.

**Reto 2:** Hay 6 platos con 4 galletas en cada plato.

**Reto 3:** Hay 8 cajas con 6 lápices en cada caja.



**EXPLAIN**

Los exploradores descubren algo importante. **Cuando se repite el mismo número varias veces, se puede representar con una suma repetida.**

Observa el ejemplo:  
 $6+6+6+6+6+6$   
 Significa que el número **6 se repite siete veces.**

Observa las sumas que realizaste.

3. ¿Qué tienen en común los ejercicios anteriores?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Cuando hay grupos con la misma cantidad, podemos representarlo con sumas repetitivas.

Completa:  
 3 grupos de 9 se puede escribir como:

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_



**Para conseguir las llaves debes resolver los siguientes retos.**

**Uave 1:**

Hay 7 canastas con 5 naranjas en cada una.

Suma repetitiva:

~~Total~~ de naranjas:

### Lave 2:

Hay 8 bolsas con 9 dulces en cada una.

Suma repetitiva:

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.

Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.

Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **7 cofres pequeños** y en cada cofre hay **8 monedas de oro**.

2. Escribe la suma repetitiva que representa la situación:

3. ¿Cuántas monedas de oro hay en total?

4. Dibuja los cofres con sus monedas para comprobar tu respuesta.



## 5.2. Taller 2

En este taller se busca que los estudiantes reconozcan la multiplicación como una forma abreviada de representar sumas repetitivas, estableciendo relaciones entre agrupaciones de cantidades iguales y la expresión simbólica de la multiplicación.

Para ello, se proponen actividades contextualizadas que permiten transitar de representaciones concretas y gráficas hacia representaciones numéricas. Inicialmente, los estudiantes identifican agrupaciones a partir de imágenes de cofres con monedas, escribiendo la suma repetitiva correspondiente.

Posteriormente, mediante el uso de fichas, construyen sus propias agrupaciones y analizan la relación entre el número de grupos, la cantidad de elementos en cada grupo y el total de elementos obtenidos.

De igual manera, se plantean situaciones cotidianas en las que los estudiantes representan la información tanto mediante sumas repetitivas como mediante expresiones multiplicativas. Finalmente, a partir de un problema contextualizado, realizan representaciones gráficas de las agrupaciones propuestas y utilizan la información obtenida para construir la expresión de multiplicación correspondiente.

Con estas actividades se pretende fortalecer la comprensión del significado de la multiplicación y la relación existente entre las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

### 5.2.1. Planeación del taller

#### Tabla 3.

#### *Planeación del taller 2*

| Grado | Grado 2.º | Grado 3.º | Grado 4.º |
|-------|-----------|-----------|-----------|
|-------|-----------|-----------|-----------|

|                                     |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fecha</b>                        | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                  | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                      | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                        |
| <b>Tema</b>                         | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                    | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                        | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                          |
| <b>Competen<br/>cia</b>             | Comprender<br>la multiplicación<br>como una<br>agrupación de<br>cantidades iguales,<br>relacionándola con<br>situaciones<br>cotidianas.                                                                               | Comprender<br>la multiplicación<br>como una<br>agrupación de<br>cantidades iguales,<br>relacionándola con<br>situaciones<br>cotidianas.                                                                                   | Comprender<br>la multiplicación<br>como una<br>agrupación de<br>cantidades iguales,<br>relacionándola con<br>situaciones<br>cotidianas.                                                                     |
| <b>Actividade<br/>s pedagógicas</b> | <b>Enganche.</b><br>Se inicia con una<br>historia sobre<br>piratas y cofres de<br>monedas. Se<br>retoman los<br>aprendizajes de la<br>clase anterior<br>mediante un dibujo<br>que los estudiantes<br>representan como | <b>Enganche.</b><br>Se inicia con la<br>historia de los<br>piratas y los cofres<br>de monedas. Se<br>retoman los<br>aprendizajes de la<br>clase anterior<br>mediante un dibujo<br>que los estudiantes<br>representan como | <b>Enganche.</b><br>Se inicia con la<br>historia de los<br>piratas y los cofres<br>de monedas. Se<br>retoman los<br>aprendizajes de la<br>clase anterior<br>mediante<br>situaciones de<br>agrupación y suma |

|                                 |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| una suma repetida.              | una suma repetida.              | repetida.                       |
| <b>Exploración.</b> Los         | <b>Exploración.</b>             | <b>Exploración.</b>             |
| estudiantes forman              | Forman grupos                   | Forman grupos                   |
| grupos iguales con              | iguales con fichas,             | iguales con fichas,             |
| fichas, los                     | los representan                 | los representan                 |
| representan                     | mediante dibujos y              | mediante dibujos y              |
| mediante dibujos y              | describen la                    | describen la                    |
| describen la                    | cantidad de grupos              | cantidad de grupos              |
| cantidad de grupos              | y elementos.                    | y elementos.                    |
| y elementos en cada             | <b>Explicación.</b> Se          | <b>Explicación.</b> Se          |
| grupo.                          | relacionan las                  | establece la                    |
| <b>Explicación.</b> Se          | agrupaciones con la             | relación entre                  |
| establece la                    | suma repetida y la              | agrupación, suma                |
| relación entre                  | multiplicación: $3$             | repetida y                      |
| agrupación, suma                | grupos de $4 \rightarrow 4 + 4$ | multiplicación: $3$             |
| repetida y                      | $+ 4 \rightarrow 3 \times 4.$   | grupos de $4 \rightarrow 4 + 4$ |
| multiplicación: $3$             | <b>Elaboración.</b>             | $+ 4 \rightarrow 3 \times 4.$   |
| grupos de $4 \rightarrow 4 + 4$ | Representan                     | <b>Elaboración.</b>             |
| $+ 4 \rightarrow 3 \times 4.$   | agrupaciones,                   | Representan                     |
| <b>Elaboración.</b>             | escriben la suma                | agrupaciones,                   |
| Representan                     | repetida y la                   | escriben la suma                |
| agrupaciones,                   | multiplicación                  | repetida y la                   |
| escriben la suma                | correspondiente.                | multiplicación                  |

|                   |                     |                     |                     |
|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                   | repetida y la       | <b>Evaluación.</b>  | correspondiente.    |
|                   | multiplicación      | Resuelven un        | <b>Evaluación.</b>  |
|                   | correspondiente.    | problema mediante   | Resuelven un        |
|                   | <b>Evaluación.</b>  | dibujo,             | problema            |
|                   | Resuelven un        | identificación de   | representando la    |
|                   | problema mediante   | información y       | situación,          |
|                   | dibujo,             | escritura de la     | identificando la    |
|                   | identificación de   | multiplicación.     | información y       |
|                   | información y       |                     | escribiendo la      |
|                   | escritura de la     |                     | multiplicación      |
|                   | multiplicación.     |                     | correspondiente.    |
| <b>Evaluación</b> | Comprende           | Comprende           | Comprende           |
| <b>n</b>          | la agrupación en    | la agrupación en    | la agrupación en    |
|                   | cantidades iguales. | cantidades iguales. | cantidades iguales. |
|                   | Relaciona la suma   | Relaciona la suma   | Relaciona la suma   |
|                   | repetida con la     | repetida con la     | repetida con la     |
|                   | multiplicación.     | multiplicación.     | multiplicación.     |
|                   | Representa          | Representa          | Representa          |
|                   | correctamente las   | correctamente las   | correctamente las   |
|                   | situaciones         | situaciones         | situaciones         |
|                   | planteadas.         | planteadas.         | planteadas.         |

| Recursos                               | Fichas                                                                               | Fichas                                                                               | Fichas hojas                   |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
|                                        | (monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores. | (monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores. | del taller, lápices y colores. |
| <b>Nota.</b> <i>Elaboración propia</i> |                                                                                      |                                                                                      |                                |

### 5.2.2. Entregable grado 2º



## COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA PARA INFANTES



ASIGNATURA: Matemáticas

GRADO: 2

FECHA:

ESTUDIANTE:



Ya saben organizar monedas... pero los verdaderos piratas usan un código secreto para contar más rápido.  
¿estás listo para encontrar el código secreto?

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y escribe cual sería el código indicado para descubrir la cantidad de monedas que hay en total.



¿Cuántas monedas hay en total?

=



Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican, luego escribe la información correspondiente

**Reto 1:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 3:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 4:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

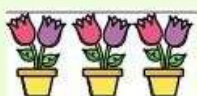
¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_



**MULTIPLICACIÓN:**

Es una forma fácil de contar cuando tenemos varios grupos con la misma cantidad.

Ejemplo:



3 macetas con 2 flores cada una  
Lo cual se puede representar como una suma:

$2+2+2=6$

Pero también la podemos representar de la siguiente manera:

$2 \times 3=6$

- El primer número es el que se repite
- El segundo número es la cantidad de veces que se repite
- El resultado es igual al proceso con la suma





Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de suma y en forma de multiplicación

Hay 5 canastas con 2 naranjas en cada una.  
Suma repetitiva:

Multiplicación:

Total de naranjas:

Hay 6 bolsas con 3 dulces en cada una.  
Suma repetitiva:

Multiplicación:

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.  
El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.  
Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.  
Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **4 cofres pequeños** y en cada cofre hay **5 monedas de oro**.

1. Dibuja la situación del problema:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

2. Responde las siguientes preguntas

- ¿Cuántos cofres hay?
- ¿Cuántas monedas tiene cada uno?
- ¿Cuántas monedas hay en total?

3. Escribe el problema en forma de multiplicación:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



## 5.2.3. Entregable grado 3º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                                   | <b>GRADO:</b> 3 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                         |                 |                     |



**ENGAGE**

Ya saben organizar monedas... pero los verdaderos piratas usan un código secreto para contar más rápido.  
¿estas listo para encontrar el código secreto?

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y escribe cual sería el código indicado para descubrir la cantidad de monedas que hay en total.



¿Cuántas monedas hay en total?

=



**EXPLORE**

Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican, luego escribe la información correspondiente

**Reto 1:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 3:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 4:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

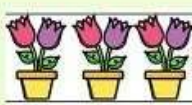


**EXPLAIN**

**MULTIPLICACIÓN:**

Es una forma fácil de contar cuando tenemos varios grupos con la misma cantidad.

Ejemplo:



3 macetas con 2 flores cada una  
Lo cual se puede representar como una suma:

$2+2+2=6$

Pero también la podemos representar de la siguiente manera:

$2 \times 3=6$

- El primer número es el que se repite
- El segundo número es la cantidad de veces que se repite
- El resultado es igual al proceso con la suma





Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de suma y en forma de multiplicación

Hay 6 canastas con 4 naranjas en cada una.  
Suma repetitiva:

Multiplicación:

Total de naranjas:

Hay 7 bolsas con 6 dulces en cada una.  
Suma repetitiva:

Multiplicación:

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.  
El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.  
Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.  
Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **6 cofres pequeños** y en cada cofre hay **8 monedas de oro**.

2. Dibuja la situación del problema:

3. Responde las siguientes preguntas

- ¿Cuántos cofres hay?
- ¿Cuántas monedas tiene cada uno?
- ¿Cuántas monedas hay en total?

4. Escribe el problema en forma de multiplicación:



## 5.2.4. Entregable grado 4º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                             | <b>GRADO:</b> 4 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                   |                 |                     |



Ya saben organizar monedas... pero los verdaderos piratas usan un código secreto para contar más rápido.  
¿estás listo para encontrar el código secreto?

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y escribe cual sería el código indicado para descubrir la cantidad de monedas que hay en total.



¿Cuántas monedas hay en total?

=



Trabaja con las fichas y forma los grupos que se indican, luego escribe la información correspondiente

**Reto 4:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 1:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 3:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

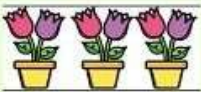
¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_



**MULTIPLICACIÓN:**

Es una forma fácil de contar cuando tenemos varios grupos con la misma cantidad.

Ejemplo:



3 macetas con 2 flores cada una  
Lo cual se puede representar como una suma:

$2+2+2=6$

Pero también la podemos representar de la siguiente manera:

$2 \times 3=6$

- El primer número es el que se repite
- El segundo número es la cantidad de veces que se repite
- El resultado es igual al proceso con la suma





Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de suma y en forma de multiplicación

Hay 7 canastas con 8 naranjas en cada una.  
Suma repetitiva:

**Multiplicación:**

Total de naranjas:

Hay 8 bolsas con 9 dulces en cada una.  
Suma repetitiva:

**Multiplicación:**

Total de dulces:

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

El explorador dejó una nota:

"Dentro del tesoro hay varios cofres pequeños.

Cada cofre tiene la misma cantidad de monedas.

Si logras descubrir cuántas monedas hay en total, podrás abrir el tesoro."



Hay **7 cofres pequeños** y en cada cofre hay **9 monedas de oro**.

3. Dibuja la situación del problema:

4. Responde las siguientes preguntas

- ¿Cuántos cofres hay?
- ¿Cuántas monedas tiene cada uno?
- ¿Cuántas monedas hay en total?

5. Escribe el problema en forma de multiplicación:

Blank lined paper for writing.



### **5.3. Taller 3**

En este taller se busca que los estudiantes identifiquen la multiplicación a partir de representaciones gráficas de agrupaciones de cantidades iguales, fortaleciendo la relación entre las representaciones pictóricas y el lenguaje matemático. Para ello, se proponen actividades que favorecen la observación, el análisis y la construcción de representaciones propias como estrategia para comprender el significado de la multiplicación.

Inicialmente, los estudiantes observan diferentes imágenes y analizan las agrupaciones representadas, identificando cuántos grupos hay, cuántos elementos contiene cada grupo y cuántos elementos hay en total. Posteriormente, elaboran sus propias representaciones gráficas de agrupaciones con cantidades iguales y responden preguntas relacionadas con la estructura de dichas agrupaciones.

A continuación, se presentan situaciones problemáticas que los estudiantes deben representar mediante dibujos para determinar la cantidad total de elementos involucrados. Finalmente, a partir de una actividad contextualizada con cofres y monedas, los estudiantes realizan representaciones gráficas, calculan el total de elementos y expresan la situación mediante una multiplicación.

Como cierre, se promueve un espacio de reflexión en el que los estudiantes comparan las diferentes estrategias utilizadas durante el taller, identificando si les resulta más sencillo representar las situaciones mediante dibujos, sumas repetitivas o expresiones multiplicativas. De esta manera, se busca fortalecer la comprensión de la multiplicación y reconocer las distintas formas de representar una misma situación matemática.

#### ***5.3.1. Planeación del taller***

**Tabla 4.***Planeación taller 3*

| Grado                               | Grado 2.º                                                                                                                                                                       | Grado 3.º                                                                                                                                                                                | Grado 4.º                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fecha</b>                        | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                            | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                     | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Tema</b>                         | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                              | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                       | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Competen<br/>cia</b>             | Comprender<br>la multiplicación<br>como una<br>agrupación de<br>cantidades iguales y<br>representarla<br>mediante<br>situaciones<br>cotidianas, dibujos<br>y material concreto. | Utilizar la<br>multiplicación para<br>resolver situaciones<br>problemáticas de su<br>entorno,<br>estableciendo<br>relaciones entre<br>grupos iguales y<br>representaciones<br>numéricas. | Aplicar la<br>multiplicación<br>como estrategia<br>para resolver y<br>argumentar la<br>solución de<br>problemas de<br>diferentes<br>contextos,<br>empleando diversas<br>representaciones y<br>procedimientos<br>matemáticos. |
| <b>Actividade<br/>s pedagógicas</b> | <b>Enganche.</b><br>Se presenta la<br>situación: “Los                                                                                                                           | <b>Enganche.</b><br>Se presenta la<br>situación de los                                                                                                                                   | <b>Enganche.</b><br>Se presenta la<br>situación de los                                                                                                                                                                       |

|                           |                         |                         |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| piratas ya                | piratas y se            | piratas y se            |
| aprendieron el            | formulan preguntas      | formulan preguntas      |
| código secreto, pero      | para activar            | para activar            |
| ahora el reto es más      | conocimientos           | conocimientos           |
| difícil. Los              | previos sobre el        | previos sobre el        |
| problemas no              | símbolo de la           | símbolo de la           |
| vienen organizados;       | multiplicación y la     | multiplicación y la     |
| tendrás que leer,         | organización de         | organización de         |
| imaginar y dibujar        | grupos y elementos.     | grupos y elementos.     |
| para poder                | <b>Exploración.</b> Los | <b>Exploración.</b> Los |
| resolverlos”. Se          | estudiantes             | estudiantes             |
| formulan preguntas        | observan imágenes       | observan imágenes       |
| orientadoras: ¿Cuál       | del taller,             | del taller,             |
| es el símbolo que         | identifican grupos y    | identifican grupos y    |
| representa la             | cantidades y            | cantidades y            |
| multiplicación?           | realizan dibujos de     | realizan                |
| ¿Cuál es el orden         | agrupaciones.           | representaciones        |
| para escribir los         | <b>Explicación.</b> El  | gráficas.               |
| grupos y la cantidad      | docente introduce       | <b>Explicación.</b> El  |
| de elementos?             | la multiplicación       | docente introduce       |
| <b>Propósito:</b> activar | como suma repetida      | la multiplicación       |
| conocimientos             | mediante el             | como suma repetida      |
| previos.                  | ejemplo: 5 grupos       | mediante el             |

|                                      |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <b>Exploración.</b> Los              | de $2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$ . | ejemplo: 5 grupos                    |
| estudiantes                          | Se explica el                        | de $2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$ . |
| observan imágenes                    | significado de cada                  | Se explica el                        |
| del taller que                       | número y se                          | significado de cada                  |
| representan grupos                   | escriben                             | número y se                          |
| de objetos.                          | multiplicaciones a                   | formaliza el                         |
| Responden:                           | partir de                            | procedimiento.                       |
| ¿Cuántos grupos                      | representaciones                     | <b>Elaboración.</b> Se               |
| hay? ¿Cuántos                        | gráficas.                            | resuelven                            |
| elementos hay en                     | <b>Elaboración.</b> Se               | problemas                            |
| cada grupo?                          | resuelven                            | relacionados con                     |
| ¿Cuántos hay en                      | problemas                            | monedas en cofres,                   |
| total? Realizan                      | relacionados con                     | pizzas en grupos y                   |
| dibujos de                           | monedas en cofres,                   | pelotas                              |
| agrupaciones en los                  | pizzas en grupos y                   | organizadas. Los                     |
| retos 1 y 2.                         | pelotas                              | estudiantes dibujan                  |
| <b>Explicación.</b> El               | organizadas. Los                     | las situaciones, las                 |
| docente introduce                    | estudiantes dibujan                  | representan                          |
| la multiplicación                    | la situación, la                     | mediante sumas                       |
| como una suma                        | representan                          | repetidas y escriben                 |
| repetida mediante                    | mediante una suma                    | las multiplicaciones                 |
| el ejemplo: 5                        | repetida y escriben                  | correspondientes.                    |
| grupos de $2 \rightarrow 5 \times 2$ | la multiplicación                    | <b>Evaluación.</b>                   |

---

|                      |                      |                     |                      |
|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| = 10. Se explica qué | correspondiente.     | Resuelven           | la                   |
| representa cada      | <b>Evaluación.</b>   | actividad final del |                      |
| número y los         | Resuelven            | la                  | taller y reflexionan |
| estudiantes escriben | actividad final del  | sobre               | el                   |
| multiplicaciones a   | taller y reflexionan | procedimiento       |                      |
| partir de dibujos.   | sobre                | qué                 | utilizado.           |
| <b>Elaboración.</b>  | procedimiento        | les                 |                      |
| Resuelven            | resultó              | más                 |                      |
| problemas del taller | sencillo: dibujar,   |                     |                      |
| relacionados con     | sumar o multiplicar. |                     |                      |
| situaciones de       |                      |                     |                      |
| piratas,             |                      |                     |                      |
| representándolos     |                      |                     |                      |
| mediante dibujos y   |                      |                     |                      |
| sumas repetidas y    |                      |                     |                      |
| escribiendo la       |                      |                     |                      |
| multiplicación       |                      |                     |                      |
| correspondiente.     |                      |                     |                      |
| <b>Evaluación.</b>   |                      |                     |                      |
| Resuelven            | el                   |                     |                      |
| problema             | final                |                     |                      |
| dibujando            | la                   |                     |                      |
| situación,           |                      |                     |                      |

---

|                   |                       |                     |                     |
|-------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
|                   | escribiendo la        |                     |                     |
|                   | información y         |                     |                     |
|                   | planteando la         |                     |                     |
|                   | multiplicación. Se    |                     |                     |
|                   | realiza la reflexión: |                     |                     |
|                   | ¿Qué fue más fácil:   |                     |                     |
|                   | dibujar, sumar o      |                     |                     |
|                   | multiplicar?          |                     |                     |
| <b>Evaluación</b> | Comprende             | Comprende           | Comprende           |
| <b>n</b>          | la agrupación en      | la agrupación en    | la agrupación en    |
|                   | cantidades iguales.   | cantidades iguales. | cantidades iguales. |
|                   | Relaciona la suma     | Relaciona la suma   | Relaciona la suma   |
|                   | repetida con la       | repetida con la     | repetida con la     |
|                   | multiplicación.       | multiplicación.     | multiplicación.     |
|                   | Representa            | Representa          | Representa          |
|                   | correctamente las     | correctamente las   | correctamente las   |
|                   | situaciones.          | situaciones.        | situaciones.        |
| <b>Recursos</b>   | Fichas,               | Fichas,             | Fichas,             |
|                   | hojas del taller,     | hojas del taller,   | hojas del taller,   |
|                   | lápices y colores.    | lápices y colores.  | lápices y colores.  |

**Nota.** *Elaboración propia*

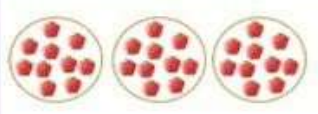
## 5.3.2. Entregable grado 2°

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                             | <b>GRADO:</b> 2 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                   |                 |                     |



Los piratas ya aprendieron el código secreto...  Pero ahora el capitán tiene un reto más difícil: ¡Los problemas ya no vienen organizados! Tendrás que leer, imaginar y descubrir cómo resolverlos.

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y responde las preguntas



¿Qué ves? \_\_\_\_\_

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en total? \_\_\_\_\_



Inventa grupos de cantidades iguales, realiza el dibujo y responde las preguntas

**Reto 1:**  
**Dibujo:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**  
**Dibujo:**

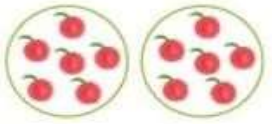
  
  
  
  
  
  
  

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**MULTIPLICACIÓN:**



$5 \times 2 = 10$

5 elementos en cada grupo

2 grupos





**Felicidades pirata,**  
has terminado tu misión!

## 5.3.3. Entregable grado 3º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |               |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                               | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 3 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                               |             |               |   |               |  |



Los piratas ya aprendieron el código secreto... 🟡 Pero ahora el capitán tiene un reto más difícil: ¡Los problemas ya no vienen organizados! Tendrás que leer, imaginar y descubrir cómo resolverlos.

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y responde las preguntas



¿Qué ves? \_\_\_\_\_

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en total? \_\_\_\_\_



Inventa grupos de cantidades iguales, realiza el dibujo y responde las preguntas

**Reto 1:**  
**Dibujo:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**  
**Dibujo:**

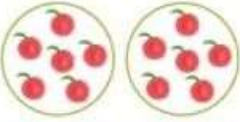
  
  
  
  
  

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**MULTIPLICACIÓN:**



$5 \times 2 = 10$

5 elementos en cada grupo

2 grupos






Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de dibujo y escribe su resultado

Hay 6 cuadros con 3 pelotas en cada una.  
Dibujo:

Total:

Hay 5 círculos con 4 pizzas en cada una.  
Dibujo:

Total:

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encuentras el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.



Hay **8 cofres pequeños** y en cada cofre hay **6 monedas de oro**.

2. Dibuja la situación del problema:

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

¿Cómo se escribe en forma de multiplicación? \_\_\_\_\_

### ★ Reflexiona

¿Qué fue más fácil para ti?

- ☐ Dibujar
- ☐ Sumar
- ☐ Multiplicar



## 5.3.4. Entregable grado 4º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                                   | <b>GRADO:</b> 4 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                         |                 |                     |



**ENGAGE**

Los piratas ya aprendieron el código secreto... ☀ Pero ahora el capitán tiene un reto más difícil: ¡Los problemas ya no vienen organizados! Tendrás que leer, imaginar y descubrir cómo resolverlos.

**Actividad 1:** Observa la imagen a continuación y responde las preguntas



¿Qué ves? \_\_\_\_\_

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántos hay en total? \_\_\_\_\_



**EXPLORE**

Inventa grupos de cantidades iguales, realiza el dibujo y responde las preguntas

**Reto 1:**  
**Dibujo:**

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**Reto 2:**  
**Dibujo:**

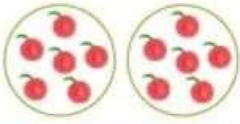
  
  
  
  
  

¿Cuántos grupos hay? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas fichas hay en total? \_\_\_\_\_

**MULTIPLICACIÓN:**



$5 \times 2 = 10$

5 elementos en cada grupo

2 grupos






**Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de dibujo y escribe su resultado**

Hay 7 cuadros con 7 pelotas en cada una.  
Dibujo:

Total:

Hay 9 círculos con 4 pizzas en cada una.  
Dibujo:

Total:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.



Hay **9 cofres pequeños** y en cada cofre hay **7 monedas de oro**.  
3. Dibuja la situación del problema:

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

¿Cómo se escribe en forma de multiplicación? \_\_\_\_\_

**★ Reflexiona**  
¿Qué fue más fácil para ti?

☐ Dibujar

☐ Sumar

☐ Multiplicar



#### 5.4. Taller 4

En este taller se busca que los estudiantes comprendan la propiedad conmutativa de la multiplicación, reconociendo que el orden de los factores puede cambiar sin alterar el resultado de la operación.

Para ello, se proponen actividades basadas en representaciones gráficas y situaciones contextualizadas que permitan a los estudiantes comparar diferentes formas de organizar una misma cantidad.

Inicialmente, los estudiantes observan y representan dos situaciones en las que los grupos y los elementos se encuentran organizados de manera diferente, pero conservan la misma cantidad

total.

Posteriormente, a través de una situación protagonizada por el capitán pirata, analizan cómo una misma colección de cofres puede organizarse de distintas formas, identificando las expresiones multiplicativas correspondientes y comprobando que ambas producen el mismo resultado.

A continuación, se presentan situaciones cotidianas que los estudiantes deben representar mediante dibujos, escribir utilizando dos expresiones multiplicativas equivalentes y determinar la cantidad total de elementos.

Finalmente, se propone la creación de un problema de multiplicación elaborado por los propios estudiantes, con el propósito de que apliquen la propiedad conmutativa en un contexto diseñado por ellos mismos.

**5.4.1. Planeación del taller****Tabla 5.***Planeación del taller 4*

| Aspecto                 | Grado 2.º                                                                                                                                                                                                                                          | Grado 3.º                                                                                                                                                                                                                             | Grado 4.º                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fecha</b>            | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                                               | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                                  | 20 al 24 de<br>abril                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Tema</b>             | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                                                 | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                                    | Multiplicaci<br>ón                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Competen<br/>cia</b> | Reconocer<br>que una misma<br>multiplicación<br>puede representarse<br>mediante diferentes<br>agrupaciones de<br>cantidades iguales,<br>identificando que el<br>total permanece<br>constante aunque<br>cambie la<br>organización de los<br>grupos. | Comprender<br>la propiedad<br>conmutativa de la<br>multiplicación<br>mediante<br>representaciones<br>gráficas y<br>situaciones<br>cotidianas,<br>estableciendo<br>relaciones entre<br>expresiones<br>multiplicativas<br>equivalentes. | Aplicar y<br>justificar la<br>propiedad<br>conmutativa de la<br>multiplicación en la<br>resolución y<br>creación de<br>situaciones<br>problemáticas,<br>comunicando sus<br>razonamientos<br>mediante diferentes<br>representaciones<br>matemáticas. |

| Actividade    | Enganche.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Enganche.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Enganche.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| s pedagógicas | Se inicia con la historia del capitán: “No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!”. Se plantea la situación: 4 cofres con 3 monedas y luego 3 cofres con 4 monedas. <b>Pregunta generadora:</b> ¿Cambia la cantidad total si cambiamos el orden? <b>Propósito:</b> generar curiosidad y activar conocimientos previos. | Se inicia con la historia del capitán: “No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!”. Se plantea la situación: 7 cofres con 2 monedas y luego 2 cofres con 7 monedas. <b>Pregunta generadora:</b> ¿Cambia la cantidad total si cambiamos el orden? <b>Propósito:</b> generar curiosidad y activar conocimientos previos. | Se inicia con la historia del capitán: “No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!”. Se plantea la situación: 8 cofres con 6 monedas y luego 6 cofres con 8 monedas. <b>Pregunta generadora:</b> ¿Cambia la cantidad total si cambiamos el orden? <b>Propósito:</b> generar curiosidad y activar conocimientos previos. |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Exploración.</b> Los estudiantes desarrollan las primeras actividades del taller. Dibujan ambas situaciones (<math>4 \times 3</math> y <math>3 \times 4</math>), representan grupos de diferentes formas y utilizan material concreto para formar grupos equivalentes en distinto orden. Descubren de manera práctica que el total no cambia.</p> <p><b>Explicación.</b> Se socializan los resultados y se comparan las respuestas. El</p> | <p><b>Exploración.</b> Los estudiantes dibujan ambas situaciones (<math>7 \times 2</math> y <math>2 \times 7</math>), representan grupos de diferentes formas y utilizan material concreto para formar grupos equivalentes en distinto orden.</p> <p><b>Explicación.</b> Se socializan los resultados y el docente formaliza la propiedad conmutativa mediante ejemplos. Se establece que el orden de los factores no cambia el resultado.</p> <p><b>Elaboración.</b> Los</p> | <p><b>Exploración.</b> Los estudiantes dibujan ambas situaciones (<math>8 \times 6</math> y <math>6 \times 8</math>), representan grupos de diferentes formas y utilizan material concreto para formar grupos equivalentes en distinto orden.</p> <p><b>Explicación.</b> Se socializan los resultados y el docente formaliza la propiedad conmutativa mediante ejemplos. Se establece que el orden de los factores no cambia el resultado.</p> <p><b>Elaboración.</b> Los</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                            |           |                         |                         |
|----------------------------|-----------|-------------------------|-------------------------|
| docente                    | formaliza | estudiantes             | estudiantes             |
| el                         | concepto  | resuelven               | resuelven               |
| mediante                   | el        | problemas               | problemas               |
| ejemplo: $4 \times 3 = 12$ |           | contextualizados en     | contextualizados en     |
| y $3 \times 4 = 12$ .      |           | barcos, espadas y       | barcos, espadas y       |
| <b>Elaboración.</b> Los    |           | cofres y representan    | cofres y representan    |
| estudiantes                |           | las situaciones         | las situaciones         |
| desarrollan                |           | mediante dibujos y      | mediante dibujos y      |
| actividades                |           | multiplicaciones.       | multiplicaciones.       |
| centrales del taller       |           | <b>Evaluación.</b> Cada | <b>Evaluación.</b> Cada |
| relacionadas con           |           | estudiante crea su      | estudiante crea su      |
| barcos, espadas y          |           | propio problema, lo     | propio problema, lo     |
| cofres. Representan        |           | resuelve y socializa    | resuelve y socializa    |
| las situaciones            |           | su respuesta para       | su respuesta para       |
| mediante dibujos y         |           | reflexionar sobre la    | reflexionar sobre la    |
| multiplicaciones.          |           | comprensión de la       | comprensión del         |
| <b>Evaluación.</b> Cada    |           | propiedad               | concepto trabajado.     |
| estudiante crea su         |           | conmutativa.            |                         |
| propio problema, lo        |           |                         |                         |
| representa y               |           |                         |                         |
| socializa su               |           |                         |                         |
| respuesta para             |           |                         |                         |
| reflexionar sobre la       |           |                         |                         |

|                   |                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                   | comprensión del<br>concepto trabajado.                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                |
| <b>Evaluación</b> | Reconoce                                                                                                                                                                                       | Reconoce                                                                                                                                                                                       | Reconoce                                                                                                                                                                                       |
| <b>n</b>          | que el orden de los factores no altera el resultado, representa multiplicaciones de forma gráfica, resuelve problemas aplicando la propiedad conmutativa y explica el procedimiento utilizado. | que el orden de los factores no altera el resultado, representa multiplicaciones de forma gráfica, resuelve problemas aplicando la propiedad conmutativa y explica el procedimiento utilizado. | que el orden de los factores no altera el resultado, representa multiplicaciones de forma gráfica, resuelve problemas aplicando la propiedad conmutativa y explica el procedimiento utilizado. |
| <b>Recursos</b>   | Fichas<br>(monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores.                                                                                                 | Fichas<br>(monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores.                                                                                                 | Fichas<br>(monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores.                                                                                                 |

**Nota.** *Elaboración propia*

### 5.4.2. Entregable grado 2º

| <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b> |             |               |   |
|------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                         | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 2 |
| <b>FECHA:</b>                                              |             |               |   |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                         |             |               |   |

**ENGAGE**

El capitán dice: "No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!" ¿Será verdad? ¡Vamos a descubrirlo!

**Actividad 1:** resuelve las siguientes actividades

**3 grupos de 2 monedas**

Dibuja: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_

**2 grupos de 3 monedas**

Dibuja: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_

**EXPLORE**

El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata. Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata.

El capitán organizó 4 cofres con 3 monedas en cada uno. Pero luego los cambió a 3 cofres con 4 monedas. Dibuja ambas situaciones:

Responde:

$4 \times 3 =$  \_\_\_\_\_

$3 \times 4 =$  \_\_\_\_\_

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

**EXPLAIN**

**Propiedad conmutativa:**  
Si tienes grupos de objetos, no importa cómo los organices:

- Puedes tener **3 grupos de 2** O **2 grupos de 3**

La cantidad total será la misma.

**ELABORATE**

Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de dibujo y multiplicación

Hay 4 filas con 3 espadas en cada una.  
Luego se organizan en 3 filas con 4 espadas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

Hay 6 barcos con 2 piratas en cada uno.  
Luego se organizan en 2 barcos con 6 piratas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

El explorador dejó una nota:

"tu imaginación es super importante para ser un gran pirata es por eso que quiero que demuestres cuanto puedes imaginar y ser creativo, deberás crear tu p  
dibuja las situaciones y encuentra la respuesta"



Crea tu problema aquí:



## 5.4.3. Entregable grado 3º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                         | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 4 |
| <b>FECHA:</b>                                                                                                                                                                                                              |             |               |   |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                         |             |               |   |



**ENGAGE**

El capitán dice: "No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!" ¿Será verdad? ¡Vamos a descubrirlo!

**Actividad 1:** resuelve las siguientes actividades

**8 grupos de 6 monedas**

Dibujo: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_

**6 grupos de 8 monedas**

Dibujo: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_



**EXPLORE**

El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata. Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata.

El capitán organizó 7 cofres con 4 monedas en cada uno. Pero luego los cambió a 4 cofres con 7 monedas. Dibuja ambas situaciones:

Responde:

$7 \times 4 =$  \_\_\_\_\_

$4 \times 7 =$  \_\_\_\_\_

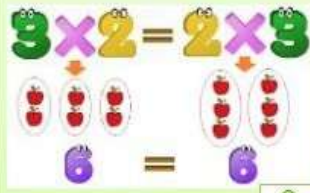
¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_



**EXPLAIN**

**Propiedad conmutativa:**  
El orden de los números en una multiplicación no cambia el resultado.  
Es decir:

$$a \times b = b \times a$$







**ELABORATE**

Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de dibujo y multiplicación

Hay 8 filas con 5 espadas en cada una.  
Luego se organizan en 5 filas con 8 espadas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

Hay 9 barcos con 4 piratas en cada uno.  
Luego se organizan en 4 barcos con 9 piratas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.  
El explorador dejó una nota:

*"tu imaginación es super importante para ser un gran pirata es por eso que quiero que demuestres cuanto puedes imaginar y ser creativo, deberás crear tu p dibuja las situaciones y encuentra la respuesta"*



Crea tu problema aquí:



## 5.4.4. Entregable grado 4°

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA</b><br><b>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |               |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                               | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 3 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                               |             |               |   |               |  |



**ENGAGE**

El capitán dice: "No importa cómo organices los cofres... ¡las monedas siguen siendo las mismas!" ¿Será verdad?  
¡Vamos a descubrirlo!

**Actividad 1:** resuelve las siguientes actividades

**7 grupos de 2 monedas**  
Dibuja: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_

**2 grupos de 7 monedas**  
Dibuja: \_\_\_\_\_

Multiplicación: \_\_\_\_\_

Total: \_\_\_\_\_



**EXPLORE**

El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata. Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata.

El capitán organizó 7 cofres con 3 monedas en cada uno. Pero luego los cambió a 3 cofres con 7 monedas. Dibuja ambas situaciones:

Responde:

$7 \times 3 =$  \_\_\_\_\_

$3 \times 7 =$  \_\_\_\_\_

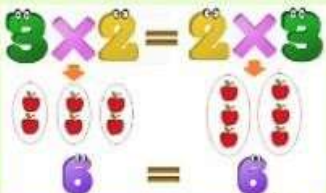
¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_



**EXPLAIN**

**Propiedad conmutativa:**  
El orden de los números en una multiplicación no cambia el resultado.  
Es decir:

$a \times b = b \times a$





**ELABORATE**

Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de dibujo y multiplicación

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Hay 3 filas con 8 espadas en cada una.<br/>Luego se organizan en 8 filas con 3 espadas.<br/>Dibujo:</p><br><br><br><br><br><br><br><br><p>Multiplicación:</p><br><br><br><br><br><p>Total:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>Hay 7 barcos con 4 piratas en cada uno.<br/>Luego se organizan en 4 barcos con 7 piratas.<br/>Dibujo:</p><br><br><br><br><br><br><br><br><p>Multiplicación:</p><br><br><br><br><br><p>Total:</p> |
| <p>¡Has llegado al último lugar del mapa!<br/>Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.<br/>El explorador dejó una nota:</p> <p><i>"tu imaginación es super importante para ser un gran pirata es por eso que quiero que demuestres cuanto puedes imaginar y ser creativo, deberás crear tu p dibuja las situaciones y encuentra la respuesta"</i></p> <div style="text-align: right;"></div> <div style="border: 1px solid black; height: 200px; margin-top: 10px; width: 100%;"></div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;"></div> |                                                                                                                                                                                                     |

### 5.5. Taller 5

En este taller se desarrollan actividades diferenciadas de acuerdo con el nivel de los estudiantes. Para el grado segundo, las actividades están orientadas al reconocimiento y uso de las tablas de multiplicar del 2 al 5, promoviendo la identificación de patrones numéricos y la relación entre la multiplicación y las agrupaciones de cantidades iguales.

Por su parte, en los grados tercero y cuarto se aborda el estudio de las propiedades distributiva y asociativa de la multiplicación. A través de situaciones contextualizadas, representaciones gráficas y desafíos matemáticos, los estudiantes exploran diferentes formas de descomponer y reorganizar cantidades para obtener un mismo resultado. Estas actividades buscan fortalecer la comprensión de las propiedades de la multiplicación y promover el análisis de distintas estrategias de resolución.

### 5.5.1. Planeación del taller

**Tabla 6.**

#### *Planeación taller 5*

| Grado              | Grado 2.º                                                | Grado 3.º                                              | Grado 4.º                                              |
|--------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <b>Fecha</b>       | 20 al 24 de<br>abril                                     | 20 al 24 de<br>abril                                   | 20 al 24 de<br>abril                                   |
| <b>Tema</b>        | Tablas de<br>multiplicar del 2 al<br>5                   | Propiedad<br>asociativa y<br>propiedad<br>distributiva | Propiedad<br>asociativa y<br>propiedad<br>distributiva |
| <b>Competencia</b> | Fortalecer el<br>dominio de las<br>tablas de multiplicar | Reconocer<br>y utilizar<br>propiedades de la           | Reconocer<br>y utilizar<br>propiedades de la           |

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                | del 2 al 5 mediante el uso de material concreto, representaciones gráficas y situaciones contextualizadas.                                                                                                                                                               | multiplicación para resolver situaciones matemáticas de manera eficiente.                                                                                                                                                              | multiplicación para resolver situaciones matemáticas de manera eficiente.                                                                                                                                                              |
| <b>Actividades pedagógicas</b> | <b>Enganche.</b><br>Se inicia la clase con una ambientación narrativa basada en la temática de los piratas. El docente presenta un reto planteado por el capitán, quien necesita organizar su tesoro en grupos iguales. Se formulan preguntas para activar conocimientos | <b>Enganche.</b><br>El docente presenta una situación en la que el capitán resuelve una misma operación de dos maneras diferentes, agrupando y separando números. Se invita a los estudiantes a identificar si los resultados cambian, | <b>Enganche.</b><br>El docente presenta una situación en la que el capitán resuelve una misma operación de dos maneras diferentes, agrupando y separando números. Se invita a los estudiantes a identificar si los resultados cambian, |

---

|                             |                         |                         |                         |
|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| previos:                    | ¿Qué                    | promoviendo la          | promoviendo la          |
| significa                   |                         | curiosidad y el         | curiosidad y el         |
| multiplicar? ¿Cómo          |                         | análisis mediante       | análisis mediante       |
| podemos                     |                         | la narrativa de         | la narrativa de         |
| representar $2 \times 3$ ?  |                         | búsqueda del            | búsqueda del            |
| Se proponen                 | tesoro.                 | tesoro.                 | tesoro.                 |
| ejercicios mentales         | <b>Exploración.</b> Los | <b>Exploración.</b> Los | <b>Exploración.</b> Los |
| sencillos, como $2 \times$  | estudiantes             | estudiantes             | estudiantes             |
| $2$ y $3 \times 2$ , con el | utilizan fichas para    | utilizan fichas para    | utilizan fichas para    |
| propósito de                | representar             | representar             | representar             |
| motivar la                  | agrupaciones            | agrupaciones            | agrupaciones            |
| participación y             | relacionadas con        | relacionadas con        | relacionadas con        |
| reconocer los               | la propiedad            | la propiedad            | la propiedad            |
| conocimientos               | asociativa y            | asociativa y            | asociativa y            |
| iniciales de los            | separaciones            | separaciones            | separaciones            |
| estudiantes.                | relacionadas con        | relacionadas con        | relacionadas con        |
| <b>Exploración.</b> Los     | la propiedad            | la propiedad            | la propiedad            |
| estudiantes trabajan        | distributiva.           | distributiva.           | distributiva.           |
| con material                | Realizan dibujos y      | Realizan dibujos y      | Realizan dibujos y      |
| concreto (fichas,           | comparan                | comparan                | comparan                |
| tapas o semillas)           | resultados para         | resultados para         | resultados para         |
| para formar                 | identificar             | identificar             | identificar             |
| diferentes                  | regularidades.          | regularidades.          | regularidades.          |

---

|                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| agrupaciones, por ejemplo, 3 grupos de 2 y 4 grupos de 3. Posteriormente, representan las agrupaciones mediante dibujos y establecen relaciones entre la acción concreta y su representación gráfica. | <p><b>Explicación.</b> El docente formaliza las propiedades:</p> <p><b>Propiedad asociativa:</b> la forma de agrupar los factores no cambia el resultado: <math>(a \times b) \times c = a \times (b \times c)</math>.</p> <p><b>Propiedad distributiva:</b> la multiplicación se puede distribuir sobre una suma: <math>a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)</math>. Se construyen las definiciones a partir de las experiencias de los estudiantes.</p> <p><b>Elaboración.</b> Los</p> | <p><b>Explicación.</b> El docente formaliza las propiedades:</p> <p><b>Propiedad asociativa:</b> la forma de agrupar los factores no cambia el resultado: <math>(a \times b) \times c = a \times (b \times c)</math>.</p> <p><b>Propiedad distributiva:</b> la multiplicación se puede distribuir sobre una suma: <math>a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)</math>. Se construyen las definiciones a partir de las experiencias de los estudiantes.</p> <p><b>Elaboración.</b> Los</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

---

|                         |                       |                       |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| tablas del 2 al 5,      | estudiantes           | estudiantes           |
| resaltando patrones     | desarrollan el        | desarrollan el        |
| y relaciones entre      | taller mediante       | taller mediante       |
| los resultados. Se      | ejercicios con        | ejercicios con        |
| promueve que los        | paréntesis,           | paréntesis,           |
| estudiantes             | aplicación de         | aplicación de         |
| expliquen sus           | propiedades,          | propiedades,          |
| procedimientos y        | problemas             | problemas             |
| comparen                | contextualizados y    | contextualizados y    |
| respuestas.             | actividades de        | actividades de        |
| <b>Elaboración.</b> Los | identificación de     | identificación de     |
| estudiantes             | propiedades.          | propiedades.          |
| desarrollan el taller   | <b>Evaluación.</b> Se | <b>Evaluación.</b> Se |
| propuesto, que          | evalúa mediante la    | evalúa mediante la    |
| incluye ejercicios      | resolución de         | resolución de         |
| de multiplicación,      | problemas, la         | problemas, la         |
| representaciones        | identificación        | identificación        |
| mediante dibujos,       | correcta de las       | correcta de las       |
| uso de sumas            | propiedades, una      | propiedades, una      |
| repetidas,              | actividad final en    | actividad final en    |
| completación de         | tabla y la            | tabla y la            |
| tablas y resolución     | argumentación de      | argumentación de      |
| de pequeños retos.      | las respuestas.       | las respuestas.       |

---

---

Estas actividades permiten aplicar lo aprendido en diferentes contextos y fortalecer la comprensión y agilidad en el cálculo.

**Evaluación.** Se realiza de manera formativa mediante la observación del trabajo con fichas, la resolución de la tabla final, la participación en clase y la resolución de un problema contextualizado. Se tiene en cuenta la comprensión del concepto y no

---

|                   | únicamente el        |                       |                       |
|-------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
|                   | resultado numérico.  |                       |                       |
| <b>Evaluación</b> | <b>Desarrolla el</b> | <b>Reconoce</b>       | <b>Reconoce</b>       |
|                   | pensamiento          | y utiliza             | y utiliza             |
|                   | multiplicativo a     | propiedades de la     | propiedades de la     |
|                   | partir de la         | multiplicación        | multiplicación        |
|                   | comprensión de la    | para resolver         | para resolver         |
|                   | multiplicación       | situaciones           | situaciones           |
|                   | como agrupación de   | matemáticas de        | matemáticas de        |
|                   | cantidades iguales.  | manera eficiente y    | manera eficiente y    |
|                   |                      | explica los           | explica los           |
|                   |                      | procedimientos        | procedimientos        |
|                   |                      | utilizados.           | utilizados.           |
| <b>Recursos</b>   | <b>Fichas</b>        | <b>Fichas</b>         | <b>Fichas</b>         |
|                   | (monedas, tapas o    | (monedas, tapas o     | (monedas, tapas o     |
|                   | representaciones de  | representaciones      | representaciones      |
|                   | tesoros), hojas del  | de tesoros), hojas    | de tesoros), hojas    |
|                   | taller, lápices y    | del taller, lápices y | del taller, lápices y |
|                   | colores.             | colores.              | colores.              |

**Nota.** *Elaboración propia*

## 5.5.2. Entregable grado 2º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                             | <b>GRADO:</b> 2 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                   |                 |                     |



**ENGAGE**

El capitán dice:  
☞ "Para encontrar el tesoro, debes ser rápido multiplicando..."  
¡Es hora de entrenar! ✂

|                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Actividad 1:</b> utilizando las fichas resuelve</p> <p><math>2 \times 3 =</math> _____</p> <p><math>3 \times 4 =</math> _____</p> <p><math>4 \times 2 =</math> _____</p> <p><math>5 \times 3 =</math> _____</p> | <p><b>Actividad 2:</b> utilizando la suma repetida</p> <p><math>3 \times 2 =</math> _____</p> <p><math>3 + 3 =</math> _____</p> <p><math>4 \times 3 =</math> _____</p> <p><math>4 + 4 + 4 =</math> _____</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



**EXPLORE**

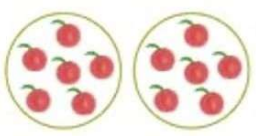
Dibuja y resuelve las multiplicaciones de manera correcta

|                                                                                                              |                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Reto 1:</b><br/><math>3 \times 5</math></p><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><p>Total: _____</p> | <p><b>Reto 2:</b><br/><math>4 \times 7</math></p><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><p>Total: _____</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**MULTIPLICACIÓN:**



$5 \times 2 = 10$   
5 elementos en cada grupo  
2 grupos







Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás completar la siguiente tabla utilizando las fichas

| x | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 2 |   |   |   |
| 3 |   |   |   |
| 4 |   |   |   |
| 5 |   |   |   |
| 6 |   |   |   |
| 7 |   |   |   |
| 8 |   |   |   |
| 9 |   |   |   |

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla.  
Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.



Hay **12 cofres pequeños** y en cada cofre hay **4 monedas de oro**.

1. Dibuja la situación del problema:

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

¿Cómo se escribe en forma de multiplicación? \_\_\_\_\_



## 5.5.3. Entregable grado 3°

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |             |               |   |               |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                                                                                                                                                                                         | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 3 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                                                                                                                                                                                         |             |               |   |               |  |



El capitán descubrió dos trucos secretos para multiplicar mejor...

- 👉 **Agrupar (asociativa)**
- 👉 **Separar (distributiva)**

**Actividad 1:** utilizando las fichas resuelve  
Nota: resuelve primero la multiplicación en paréntesis  
 $(2 \times 3) \times 4 =$

$2 \times (3 \times 4) =$

👉 ¿El resultado es igual? \_\_\_\_\_

**Actividad 2:** utilizando las fichas resuelve teniendo en cuenta la indicación dada

$4 \times (3 + 2)$

$= (4 \times 3) + (4 \times 2)$

$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

👉 ¿Qué operaciones encontramos en este ejercicio?

\_\_\_\_\_



Inventa grupos de cantidades iguales, realiza el dibujo y responde las preguntas

**Reto 1:** usando las fichas resuelve

$(5 \times 2) \times 4 =$  \_\_\_\_\_

$5 \times (2 \times 4) =$  \_\_\_\_\_

👉 ¿Cuál fue más fácil? \_\_\_\_\_

**Reto 2:** Completa y explica tu respuesta (puedes usar las fichas)

$6 \times (3 + 2)$

$(6 \times \underline{\hspace{1cm}}) + (6 \times \underline{\hspace{1cm}}) =$  \_\_\_\_\_

¿Por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

 **Propiedad asociativa**

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

👉 Podemos cambiar la forma de agrupar, pero el resultado es el mismo.

 **Propiedad distributiva**

$a(b + c) = ab + ac$

👉 Podemos multiplicar por partes y luego sumar.




Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema y la propiedad que utilizaste para resolverlo

El capitán tiene 2 barcos. En cada barco hay 3 cofres. Y en cada cofre hay 4 monedas.

👉 ¿Cuántas monedas hay en total?

Resuelve de dos formas:

$$(2 \times 3) \times 4 = \underline{\quad} \times 4 = \underline{\quad}$$

$$2 \times (3 \times 4) = 2 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Resultado: \_\_\_\_\_

👉 ¿Qué propiedad utilizaste?

En un cofre hay 3 monedas de oro y 2 monedas de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales.

👉 ¿Cuántas monedas hay en total?

Primero:

$$5 \times (3 + 2)$$

Luego separa:

$(5 \times 3) + (5 \times 2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

Resultado: \_\_\_\_\_

👉 ¿Qué propiedad utilizaste?

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla.  
Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío. Escribe que propiedad se utiliza  
Para resolver cada problema.



| Problema                                                                                       | Propiedad |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Hay 3 cajas, en cada una hay 2 bolsas, y cada bolsa tiene 5 dulces.<br>$(3 \times 2) \times 5$ |           |
| Hay 4 cofres, y en cada uno hay (6 monedas + 2 monedas).<br>$4 \times (6 + 2)$                 |           |
| Hay 2 grupos de 3 paquetes y cada paquete tiene 4 pelotas.<br>$2 \times (3 \times 4)$          |           |
| Hay 6 bolsas, y en cada una hay (3 manzanas + 1 pera).<br>$6 \times (3 + 1)$                   |           |
| Hay 5 grupos de 2 cajas, y cada caja tiene 3 libros.<br>$(5 \times 2) \times 3$                |           |

### ★ Reflexiona

¿Cuál propiedad te parece más sencilla?



## 5.5.4. Entregable grado 4º

| <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b> |             |               |   |               |  |
|------------------------------------------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b>                                   | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 4 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b>                                   |             |               |   |               |  |

**ENGAGE**

El capitán descubrió dos trucos secretos para multiplicar mejor...

👉 **Agrupar (asociativa)**

👉 **Separar (distributiva)**

**Actividad 1:** utilizando las fichas resuelve  
Nota: resuelve primero la multiplicación en paréntesis

$(2 \times 3) \times 4 =$

$2 \times (3 \times 4) =$

👉 ¿El resultado es igual? \_\_\_\_\_

**Actividad 2:** utilizando las fichas resuelve teniendo en cuenta la indicación dada

$4 \times (3 + 2)$

$= (4 \times 3) + (4 \times 2)$

$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

👉 ¿Qué operaciones encontramos en este ejercicio?

\_\_\_\_\_

**EXPLORE**

Inventa grupos de cantidades iguales, realiza el dibujo y responde las preguntas

**Reto 1:** usando las fichas resuelve

$(5 \times 2) \times 4 =$  \_\_\_\_\_

$5 \times (2 \times 4) =$  \_\_\_\_\_

👉 ¿Cuál fue más fácil? \_\_\_\_\_

**Reto 2:** Completa y explica tu respuesta (puedes usar las fichas)

$6 \times (3 + 2)$

$(6 \times \underline{\hspace{1cm}}) + (6 \times \underline{\hspace{1cm}}) =$  \_\_\_\_\_

¿Por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Propiedad asociativa**

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

👉 Podemos cambiar la forma de agrupar, pero el resultado es el mismo.

**Propiedad distributiva**

$a(b + c) = ab + ac$

👉 Podemos multiplicar por partes y luego sumar.

X



Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema y la propiedad que utilizaste para resolverlo

El capitán tiene 2 barcos. En cada barco hay 3 cofres. Y en cada cofre hay 4 monedas.

👉 ¿Cuántas monedas hay en total?

Resuelve de dos formas:

$$(2 \times 3) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}} \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \times (3 \times 4) = 2 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Resultado:                                 

👉 ¿Qué propiedad utilizaste?

En un cofre hay 3 monedas de oro y 2 monedas de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales.

👉 ¿Cuántas monedas hay en total?

Primero:

$$5 \times (3 + 2)$$

Luego separa:

$$(5 \times 3) + (5 \times 2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

Resultado:                                 

👉 ¿Qué propiedad utilizaste?

¡Has llegado al último lugar del mapa!

Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío. Escribe que propiedad se utiliza Para resolver cada problema.



| Problema                                                                                       | Propiedad |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Hay 3 cajas, en cada una hay 2 bolsas, y cada bolsa tiene 5 dulces.<br>$(3 \times 2) \times 5$ |           |
| Hay 4 cofres, y en cada uno hay (6 monedas + 2 monedas).<br>$4 \times (6 + 2)$                 |           |
| Hay 2 grupos de 3 paquetes y cada paquete tiene 4 pelotas.<br>$2 \times (3 \times 4)$          |           |
| Hay 6 bolsas, y en cada una hay (3 manzanas + 1 pera).<br>$6 \times (3 + 1)$                   |           |
| Hay 5 grupos de 2 cajas, y cada caja tiene 3 libros.<br>$(5 \times 2) \times 3$                |           |

### ★ Reflexiona

¿Cuál propiedad te parece más sencilla?



### 5.6. Taller 6

En este taller se propone la resolución de problemas como estrategia para consolidar los aprendizajes construidos en las sesiones anteriores. Las actividades se diseñan de acuerdo con el nivel de cada grado, favoreciendo la aplicación de los conocimientos adquiridos sobre la multiplicación en situaciones cercanas a los estudiantes.

Para el grado segundo, se presentan problemas que involucran las tablas de multiplicar del 6 al 10, con el propósito de fortalecer la comprensión de las relaciones multiplicativas y promover el uso de estrategias de cálculo para encontrar soluciones. Por su parte, los estudiantes de tercero y cuarto grado resuelven situaciones problemáticas que requieren la aplicación de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva de la multiplicación, permitiéndoles reconocer diferentes formas de abordar un mismo problema.

A través de estas actividades se busca fortalecer el razonamiento matemático, la interpretación de situaciones problemáticas y la comunicación de estrategias de solución, promoviendo que los estudiantes utilicen la multiplicación de manera flexible y significativa en diversos contextos.

#### 5.6.1. Planeación del taller

**Tabla 7.**

*Planeación taller 6*

| <b>Grado</b> | <b>Grado 2.º</b> | <b>Grado 3.º</b> | <b>Grado 4.º</b> |
|--------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Fecha</b> | 20 al 24 de      | 20 al 24 de      | 20 al 24 de      |
|              | abril            | abril            | abril            |

| <b>Tema</b>        | <b>Resolución</b>                                                                                                                                                                                                  | <b>Resolució</b>                                                                                                                                                                                                                             | <b>Resolució</b>                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                    | de problemas con<br>tablas del 6 al 10                                                                                                                                                                             | n de problemas<br>con propiedades<br>de la<br>multiplicación                                                                                                                                                                                 | n de problemas<br>con propiedades<br>de la<br>multiplicación                                                                                                                                                                                 |
| <b>Competenci</b>  | <b>Desarrollar</b>                                                                                                                                                                                                 | <b>Resolver</b>                                                                                                                                                                                                                              | <b>Resolver</b>                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>a</b>           | el pensamiento<br>multiplicativo<br>mediante la<br>resolución de<br>problemas que<br>implican la<br>organización de<br>cantidades en grupos<br>iguales, utilizando<br>las tablas de<br>multiplicar del 6 al<br>10. | problemas<br>multiplicativos<br>utilizando<br>estrategias<br>basadas en las<br>propiedades de la<br>multiplicación<br>(conmutativa,<br>asociativa y<br>distributiva),<br>interpretando y<br>justificando los<br>procedimientos<br>empleados. | problemas<br>multiplicativos<br>utilizando<br>estrategias<br>basadas en las<br>propiedades de la<br>multiplicación<br>(conmutativa,<br>asociativa y<br>distributiva),<br>interpretando y<br>justificando los<br>procedimientos<br>empleados. |
| <b>Actividades</b> | <b>Enganche.</b>                                                                                                                                                                                                   | <b>Enganche</b>                                                                                                                                                                                                                              | <b>Enganche</b>                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>pedagógicas</b> | El docente retoma la<br>narrativa del                                                                                                                                                                              | . Se inicia con el<br>primer problema                                                                                                                                                                                                        | . Se inicia con el<br>problema del                                                                                                                                                                                                           |

---

|                        |        |                         |                           |
|------------------------|--------|-------------------------|---------------------------|
| capitán:               | “Ahora | del taller:             | “El taller:               |
| resolverás             |        | capitán organizó 8      | capitán organizó 8 cofres |
| problemas usando       |        | cofres con 7            | con 7 monedas y           |
| las tablas del 6 al    |        | monedas y luego 7       | luego 7 cofres con        |
| 10”. Se pregunta:      |        | cofres con 8            | 8 monedas”. Los           |
| ¿Qué debemos hacer     |        | monedas”. El            | estudiantes               |
| primero para           |        | docente lee el          | analizan las dos          |
| resolver un            |        | problema, solicita      | situaciones,              |
| problema? Se           |        | que los                 | realizan dibujos y        |
| identifican en el      |        | estudiantes             | responden si              |
| tablero las            |        | dibujen ambas           | cambia el                 |
| preguntas: ¿Cuántos    |        | situaciones y           | resultado.                |
| grupos hay?            |        | pregunta:               | <b>Exploración.</b>       |
| ¿Cuántos elementos     |        | ¿Cambia el              | Resuelven                 |
| hay en cada grupo?     |        | resultado? Se           | problemas básicos         |
| Se resuelve            |        | genera una              | relacionados con          |
| oralmente un           |        | discusión inicial.      | barcos y cofres,          |
| ejemplo sencillo       |        | <b>Exploración.</b> Los | representan cada          |
| para activar           |        | estudiantes             | situación                 |
| conocimientos          |        | resuelven               | mediante dibujos          |
| previos.               |        | problemas               | y plantean la             |
| <b>Exploración.</b> Se |        | básicos, como 6         | multiplicación            |
| trabaja la parte       |        | barcos con 2            | correspondiente.          |

---

---

|                                        |                        |                        |  |
|----------------------------------------|------------------------|------------------------|--|
| inicial del taller                     | piratas y 4 cofres     | <b>Explicación.</b> Se |  |
| relacionada con la                     | con 3 monedas.         | retoman las            |  |
| suma repetida,                         | Dibujan cada           | propiedades            |  |
| mediante ejercicios                    | situación y            | conmutativa,           |  |
| como $7 \times 3$ , $8 \times 4$ , $7$ | escriben la            | asociativa y           |  |
| $\times 6$ y $8 \times 9$ . Los        | multiplicación y el    | distributiva y se      |  |
| estudiantes                            | resultado,             | relacionan con los     |  |
| representan las                        | estableciendo una      | problemas              |  |
| multiplicaciones con                   | base para trabajar     | previamente            |  |
| fichas, forman los                     | las propiedades.       | resueltos. Los         |  |
| grupos físicamente y                   | <b>Explicación.</b> Se | estudiantes            |  |
| escriben las sumas                     | retoman las            | identifican            |  |
| repetidas                              | propiedades            | ejemplos de cada       |  |
| correspondientes.                      | conmutativa,           | propiedad en sus       |  |
| <b>Explicación.</b> Se                 | asociativa y           | procedimientos.        |  |
| realiza la transición                  | distributiva. El       | <b>Elaboración.</b> Se |  |
| hacia la resolución                    | docente relaciona      | desarrollan            |  |
| de problemas. El                       | cada propiedad         | problemas que          |  |
| docente presenta                       | con los problemas      | requieren aplicar      |  |
| situaciones como                       | previamente            | las propiedades de     |  |
| “Hay 8 cajas con 2                     | resueltos y los        | la multiplicación,     |  |
| pelotas” y orienta                     | estudiantes            | incluyendo             |  |
| preguntas sobre la                     | identifican            | situaciones de         |  |

---

---

|                         |                        |                        |
|-------------------------|------------------------|------------------------|
| cantidad de grupos y    | ejemplos en sus        | cofres con             |
| elementos en cada       | propios                | diferentes tipos de    |
| grupo. Se construye     | procedimientos.        | objetos para           |
| colectivamente la       | <b>Elaboración.</b> Se | utilizar la            |
| multiplicación y se     | desarrollan            | propiedad              |
| explica el proceso      | problemas que          | distributiva y         |
| problema →              | implican               | situaciones de         |
| multiplicación →        | propiedades de la      | barcos y cofres        |
| resultado.              | multiplicación,        | para aplicar la        |
| <b>Elaboración.</b> Los | como situaciones       | asociativa. Los        |
| estudiantes             | de cofres con 3        | estudiantes            |
| resuelven problemas     | unidades de oro y      | dibujan, plantean      |
| como 8 cajas con 2      | 2 de plata para        | la multiplicación e    |
| pelotas, 6 cofres con   | aplicar la             | identifican la         |
| 2 monedas, 6 barcos     | propiedad              | propiedad              |
| con 7 piratas y 8 filas | distributiva, y        | utilizada.             |
| con 5 espadas. En       | situaciones de         | <b>Evaluación.</b> Los |
| cada situación          | barcos y cofres        | estudiantes leen       |
| dibujan, escriben la    | para aplicar la        | los cinco              |
| multiplicación y        | propiedad              | problemas finales,     |
| hallan el total.        | asociativa. Los        | escriben la            |
| <b>Evaluación.</b> Se   | estudiantes            | operación, hallan      |
| utiliza la tabla final  | dibujan, plantean      | el resultado e         |

---

---

|                         |                       |                 |           |
|-------------------------|-----------------------|-----------------|-----------|
| del taller. Se verifica | la multiplicación e   | identifican     | la        |
| la correcta             | identifican           | la              | propiedad |
| identificación de       | propiedad             | utilizada.      | Se        |
| grupos, el              | utilizada.            | promueve        | la        |
| planteamiento de la     | <b>Evaluación.</b> Se | justificación   | de        |
| multiplicación y el     | trabaja la tabla      | los             |           |
| dominio de las tablas   | final del taller. Los | procedimientos. |           |
| del 6 al 10. Se cierra  | estudiantes leen      |                 |           |
| con la narrativa del    | los problemas,        |                 |           |
| “cofre del tesoro”.     | escriben la           |                 |           |
|                         | operación, hallan     |                 |           |
|                         | el resultado e        |                 |           |
|                         | identifican la        |                 |           |
|                         | propiedad             |                 |           |
|                         | correspondiente.      |                 |           |
|                         | Se solicita           |                 |           |
|                         | justificar al menos   |                 |           |
|                         | uno de los            |                 |           |
|                         | procedimientos y      |                 |           |
|                         | se cierra con la      |                 |           |
|                         | narrativa del         |                 |           |
|                         | “último desafío       |                 |           |
|                         | del capitán”.         |                 |           |

---

| <b>Evaluación</b> | Comprensió                                                                           | Resolució                                                                            | Resolució                                                                            |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|                   | n de problemas multiplicativos.                                                      | n de problemas multiplicativos.                                                      | n de problemas multiplicativos.                                                      |
|                   | Identificación de grupos y cantidades.                                               | Aplicación de las propiedades de la multiplicación.                                  | Aplicación de las propiedades de la multiplicación.                                  |
|                   | Uso de la multiplicación como estrategia. Dominio de las tablas del 6 al 10.         | Selección de estrategias adecuadas.                                                  | Selección de estrategias adecuadas.                                                  |
|                   |                                                                                      | Interpretación y justificación de procedimientos.                                    | Interpretación y justificación de procedimientos.                                    |
| <b>Recursos</b>   | Fichas                                                                               | Fichas                                                                               | Fichas                                                                               |
|                   | (monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores. | (monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores. | (monedas, tapas o representaciones de tesoros), hojas del taller, lápices y colores. |

**Nota.** *Elaboración propia*

## 5.6.2. Entregable grado 2º

|  <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b>  |                 |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                             | <b>GRADO:</b> 2 | <b>FECHA:</b> _____ |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                   |                 |                     |



El capitán dice:

“Ahora resolverás problemas usando las tablas del 6 al 10”

**Recuerda**

Antes de resolver: ¿Cuántos grupos hay? ¿Cuántos hay en cada grupo?

**Actividad 1:** resuelve las siguientes situaciones

|                                                                                                                              |                                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Hay 6 cofres con 2 monedas en cada uno.</b></p> <p>Dibujo:</p><br><br><br><br><br><p>Multiplicación:</p> <p>Total:</p> | <p><b>Hay 8 cajas con 2 pelotas en cada una.</b></p> <p>Dibujo:</p><br><br><br><br><br><p>Multiplicación:</p> <p>Total:</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata.

Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata

Resuelve las multiplicaciones dadas, escribiendo su suma y trabajando con las fichas

|                                                                |                                       |
|----------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| $7 \times 3 = \_ + \_ + \_ = \_$                               | $8 \times 3 = \_ + \_ + \_ = \_$      |
| $8 \times 4 = \_ + \_ + \_ + \_ = \_$                          | $9 \times 4 = \_ + \_ + \_ + \_ = \_$ |
| $7 \times 6 = \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ = \_$                |                                       |
| $8 \times 9 = \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ = \_$ |                                       |



Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido el día de hoy, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de multiplicación

Hay 8 filas con 5 espadas en cada una.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

Hay 6 barcos con 7 piratas en cada uno.  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

| X | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| 2 |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |
| 7 |   |   |   |   |
| 8 |   |   |   |   |
| 9 |   |   |   |   |





# COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA PARA INFANTES



|                    |             |               |   |               |  |
|--------------------|-------------|---------------|---|---------------|--|
| <b>ASIGNATURA:</b> | Matemáticas | <b>GRADO:</b> | 3 | <b>FECHA:</b> |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b> |             |               |   |               |  |

---



El capitán dice: "Llegamos a la fase final, me alegra que todos estén aquí por eso el día de hoy vamos a hacer un recorrido por todo lo visto, hasta aquí. ¡Espero que lo recuerdes todo!"

**Actividad 1:** resuelve las siguientes actividades

**Hay 4 cofres con 3 monedas en cada uno.**  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:

**Hay 6 barcos con 2 piratas en cada uno.**  
Dibujo:

Multiplicación:

Total:



El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata.  
Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata

El capitán organizó 8 cofres con 7 monedas en cada uno.  
Pero luego los cambió a 7 cofres con 8 monedas.  
Dibuja ambas situaciones:

Responde:

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

¿Qué propiedad usaste? \_\_\_\_\_



- ◆ Propiedad conmutativa  
👉 El orden de los factores no altera el resultado.  
 $a \times b = b \times a$
- ◆ Propiedad asociativa  
👉 La forma de agrupar los factores no cambia el resultado.  
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- ◆ Propiedad distributiva  
👉 La multiplicación se puede distribuir sobre una suma.  
 $a(b+c) = ab + ac$

X



Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de multiplicación y resultado

Hay 2 barcos.  
En cada barco hay 3 cofres.  
En cada cofre hay 4 monedas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Propiedad:

Hay 5 cofres.  
En cada uno hay (3 monedas de oro +  
2 de plata).  
Dibujo:

Multiplicación:

Propiedad:



¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación | Propiedad |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? |           |           |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     |           |           |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           |           |           |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        |           |           |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  |           |           |



## 5.6.4. Entregable grado 4º

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                      |                                                                                     |                                |                 |                     |                          |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------|---------------------|--------------------------|--|--|
|                                                                                                                                                                                                                          | <b>COLEGIO SOCIEDAD PEDAGÓGICA<br/>PARA INFANTES</b> |  |                                |                 |                     |                          |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;"><b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas</td> <td style="width: 10%;"><b>GRADO:</b> 4</td> <td style="width: 60%;"><b>FECHA:</b> _____</td> </tr> <tr> <td colspan="3"><b>ESTUDIANTE:</b> _____</td> </tr> </table> |                                                      |                                                                                     | <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas | <b>GRADO:</b> 4 | <b>FECHA:</b> _____ | <b>ESTUDIANTE:</b> _____ |  |  |
| <b>ASIGNATURA:</b> Matemáticas                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>GRADO:</b> 4                                      | <b>FECHA:</b> _____                                                                 |                                |                 |                     |                          |  |  |
| <b>ESTUDIANTE:</b> _____                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                      |                                                                                     |                                |                 |                     |                          |  |  |



El capitán dice: "Llegamos a la fase final, me alegra que todos estén aquí por eso el día de hoy vamos a hacer un recorrido por todo lo visto, hasta aquí. ¡Espero que lo recuerdes todo!"

**Actividad 1:** resuelve las siguientes actividades

|                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Hay 4 cofres con 3 monedas en cada uno.</b><br/>Dibujo:</p> <div style="height: 100px; border: 1px solid #ccc; margin: 10px 0;"></div> <p>Multiplicación:</p> <p>Total:</p> | <p><b>Hay 6 barcos con 2 piratas en cada uno.</b><br/>Dibujo:</p> <div style="height: 100px; border: 1px solid #ccc; margin: 10px 0;"></div> <p>Multiplicación:</p> <p>Total:</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



El capitán te pone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata. Sigue las instrucciones y demuestra si eres buen pirata

El capitán organizó 8 cofres con 7 monedas en cada uno.  
Pero luego los cambió a 7 cofres con 8 monedas.  
Dibuja ambas situaciones:

**EXPLAIN**

- ◆ Propiedad conmutativa  
El orden de los factores no altera el resultado.  
 $a \times b = b \times a$
- ◆ Propiedad asociativa  
La forma de agrupar los factores no cambia el resultado.  
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- ◆ Propiedad distributiva  
La multiplicación se puede distribuir sobre una suma.  
 $a(b+c) = ab+ac$

Responde:

¿Cuántas monedas hay en total? \_\_\_\_\_

¿Qué propiedad usaste? \_\_\_\_\_



**ELABORATE**

Para la siguiente actividad vamos a reunir el anterior conocimiento con el aprendido, por lo tanto, deberás escribir la solución de cada problema en forma de multiplicación y resultado

Hay 2 barcos.  
En cada barco hay 3 cofres.  
En cada cofre hay 4 monedas.  
Dibujo:

Multiplicación:

Propiedad:

Hay 5 cofres.  
En cada uno hay (3 monedas de oro +  
2 de plata).  
Dibujo:

Multiplicación:

Propiedad:



¡Has llegado al último lugar del mapa!  
Después de seguir todas las pistas, encontraste el cofre del tesoro escondido en la isla. Pero antes de abrirlo debes resolver el último desafío.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación | Propiedad |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? |           |           |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     |           |           |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           |           |           |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        |           |           |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  |           |           |



## 6. Análisis de resultados

En el presente capítulo se realiza el análisis de los resultados obtenidos durante la implementación de los talleres diseñados bajo la estrategia de círculos matemáticos y orientados mediante el modelo 5E, para los grupos de segundo, tercero y cuarto. Estos talleres tuvieron como propósito fortalecer el pensamiento multiplicativo de los estudiantes, especialmente de aquellos que presentaban mayores dificultades en el área de matemáticas y particularmente en la comprensión de la multiplicación. Asimismo, la propuesta busco generar espacios de aprendizaje más participativos, dinámicos y accesibles para atender la diversidad presente dentro del aula, incluyendo estudiantes que requerían acompañamiento más cercano y casos de inclusión.

El análisis se centra en las producciones realizadas por los estudiantes, las estrategias utilizadas durante el desarrollo de las actividades, las dificultades evidenciadas y los avances observados en la construcción del pensamiento multiplicativo. Para ello, se tendrán en cuenta las diferentes etapas del modelo 5E (enganchar, explorar, explicar elaborar y evaluar), permitiendo describir como los estudiantes interactuaron con el material concreto, las representaciones graficas y las expresiones simbólicas propuestas en cada taller.

### 6.1. Taller 1

En el presente apartado se analizarán los resultados obtenidos durante la implementación del Taller 1, desarrollado bajo la estrategia de *círculos matemáticos* y contextualizado a una narrativa de piratas para generar interés en los estudiantes. El objetivo principal de este taller fue que los estudiantes reconocieran la multiplicación como una suma repetitiva y como agrupaciones de igual cantidad.

El análisis tendrá en cuenta la participación de los estudiantes, la comprensión de la suma repetitiva, el uso de material concreto y las diferentes dificultades observadas durante el desarrollo de actividades.

De igual manera se van a reconocer las respuestas de los estudiantes en cada una de las etapas del modelo pedagógico 5E, identificando avances, errores y diferencias entre los grupos de segundo tercero y cuarto.

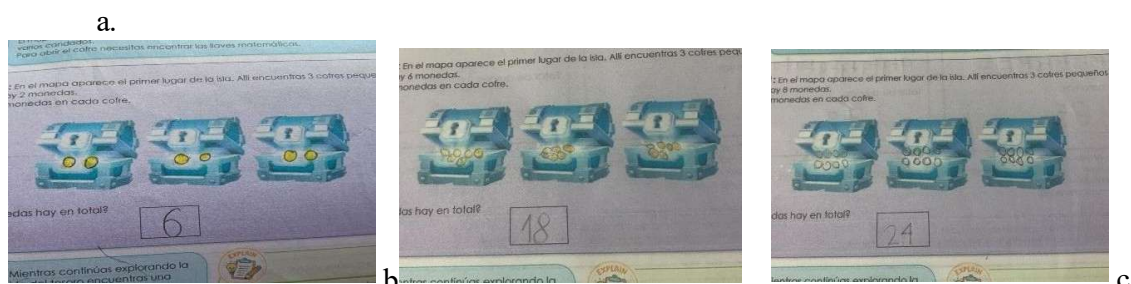
Debido a que la propuesta fue la misma para los tres grados, variando únicamente el nivel de complejidad, el análisis se realizara de manera paralela, permitiendo comparar los procesos y resultados observados en cada grupo.

#### ***6.1.1. Enganchar***

La actividad inicial del taller se desarrolló a partir de la narrativa de los piratas y la búsqueda del tesoro. En esta actividad los estudiantes debían observar tres cofres y dibujar dentro de ellos cierta cantidad de monedas según el grado escolar. En segundo debían representar dos monedas en cada cofre, en tercero seis monedas y en cuarto ocho monedas. Posteriormente, debían identificar cuantas monedas había en total.

En los tres grados se evidenció que la narrativa de los piratas y la búsqueda del tesoro logró captar la atención de los estudiantes y generar motivación frente al desarrollo del taller. La mayoría demostró interés por participar, especialmente por tratarse de una actividad diferente a las clases dadas. También la actividad inicial tenía un lenguaje claro, lo cual permitió que la mayoría de los estudiantes la realizara de manera correcta.

Acontinuación, se muestran las respuestas correctas de cada uno de los grados en esta actividad.

**Figura 3.** Agrupación de cantidades iguales en los grados segundo, tercero y cuarto.

*Nota.* (a) Respuesta de estudiante de segundo grado. (b) Respuesta de estudiante de tercer grado. (c) Respuesta de estudiante de cuarto grado.

Es de resaltar que, para esta actividad, se presenta el caso de Emma de grado segundo, quien no trabajó durante la actividad. Aunque se intentó motivarla, no logró involucrarse, lo cual parece estar más relacionado con su disposición que con la dificultad de la actividad.

En grado cuarto se evidencio un caso particular donde una estudiante, en lugar de representar ocho monedas en cada cofre, distribuyo un total de ocho figuras en los tres cofres, realizando tres en el primero, tres en el segundo y dos en el último. Además, los dibujos realizados no correspondían a monedas, sino a figuras similares a personas.

Esto permite identificar que la estudiante centró su atención en el número total solicitado, pero no logro establecer correctamente la relación entre agrupaciones iguales y la cantidad repetida, aspecto fundamental en la construcción del pensamiento multiplicativo. Al respecto, Richard Skemp (1976) señala que algunos estudiantes logran reconocer resultados numéricos sin comprender las relaciones matemáticas involucradas en la situación.

A continuación, se presenta la respuesta realizada por la estudiante durante la actividad propuesta.

**Figura 4.** Respuesta de cuarto grado en la actividad de representación de agrupaciones iguales.



En la Figura 4 se muestra que la estudiante distribuyó un total de ocho elementos entre tres cofres, en lugar de representar ocho elementos en cada uno de ellos, lo que evidencia dificultades para establecer la relación entre el número de grupos y la cantidad de elementos por grupo.

#### **6.1.2. Explorar**

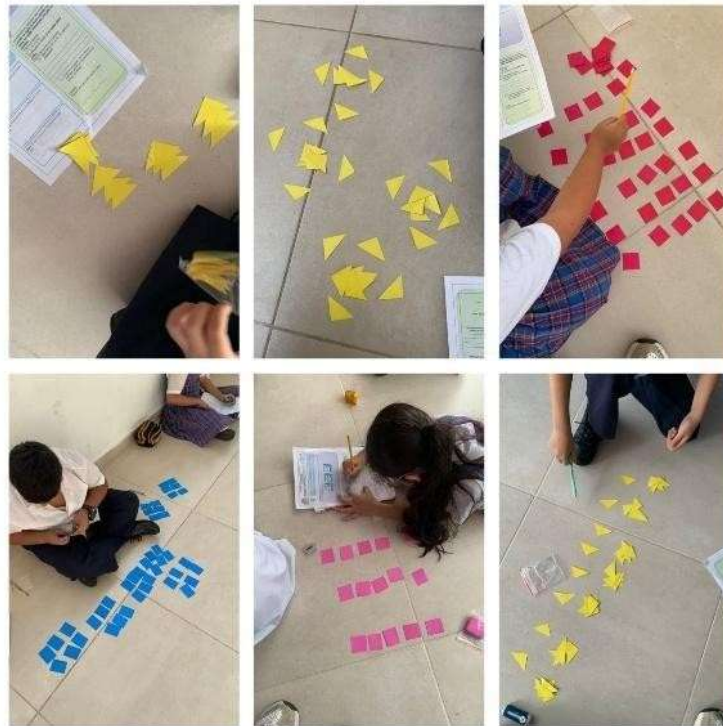
En esta etapa se continuó trabajando la narrativa de las islas del tesoro, motivando a los estudiantes a resolver diferentes retos relacionados con agrupaciones iguales. La actividad estaba compuesta por tres retos en los que los estudiantes debían representar cantidades iguales utilizando fichas.

En grado segundo, el primer reto planteaba dos árboles con tres manzanas en cada uno; el segundo, tres platos con cuatro galletas; y el tercero, cuatro cajas con tres lápices en cada uno. En grado tercero se aumentó el nivel de complejidad, trabajando tres árboles con cuatro manzanas, seis platos con tres galletas y ocho cajas con cinco lápices. Finalmente, en grado cuarto las situaciones propuestas fueron cuatro árboles con cinco manzanas, seis platos con cuatro galletas y ocho cajas con seis lápices.

A través de estas actividades se buscaba que los estudiantes comenzaran a identificar las agrupaciones iguales y la suma repetitiva mediante el uso de material concreto. A continuación, se presenta un collage fotográfico del trabajo realizado por los estudiantes durante la etapa de la

exploración, donde utilizaron material manipulativo para construir agrupaciones iguales y encontrar la respuesta a cada reto planteado.

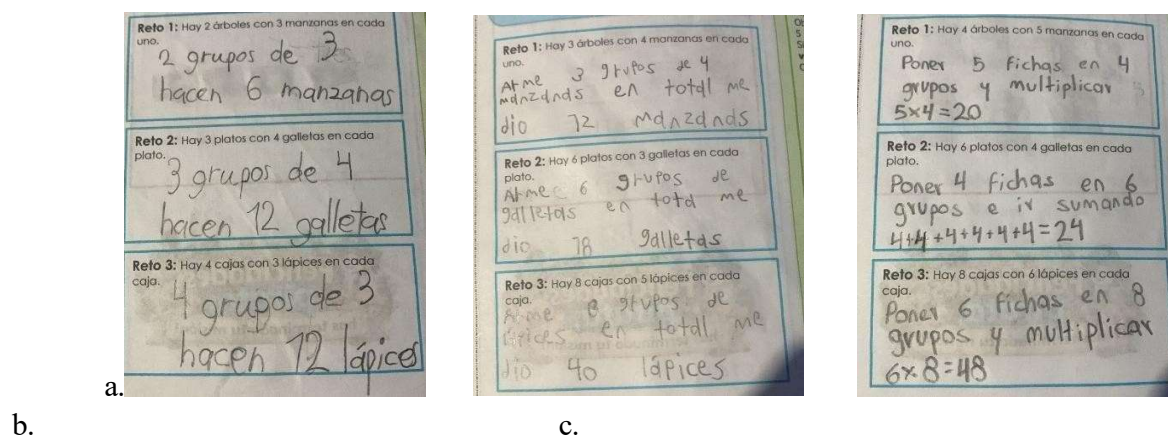
**Figura 5.** *Evidencias de la fase de exploración del Taller 1.*



*Nota.* Estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado desarrollan actividades de exploración mediante el uso de fichas y otros materiales concretos para representar agrupaciones iguales e identificar relaciones asociadas a la multiplicación.

En general, el uso del material concreto favoreció la manipulación y comprensión de las situaciones planteadas, al respecto, Jean Piaget (1975) señala que el aprendizaje matemático en los niños se fortalece a partir de la manipulación concreta y la interacción con objetos.

**Figura 6.** *Diferencias en agrupaciones iguales entre los grados segundo, tercero y cuarto*



*Nota.* (a) Respuesta de estudiante de segundo grado. (b) Respuesta de estudiante de tercer grado. (c) Respuesta de estudiante de cuarto grado.

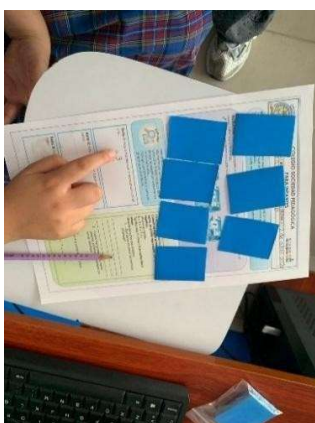
Sin embargo, se observaron diferencias importantes entre los grados al comprender la actividad. En grado segundo, varios estudiantes lograban resolver las actividades mediante conteo, aunque se les hizo difícil organizar los grupos de manera correcta. En cambio, en grado tercero se evidenció una comprensión más rápida de la actividad y un mejor manejo del material manipulativo. La mayoría logró organizar de manera adecuada los grupos que se requerían en cada situación planteada. Por último, en grado cuarto se presentó una situación inesperada en esta actividad; aunque los estudiantes conocían la multiplicación y podían resolver las situaciones, muchos tuvieron dificultades para representar las operaciones con las fichas. Esto evidenció que varios manejaban las multiplicaciones de forma mecánica, pero no comprendían completamente su significado de agrupación.

Las diferencias observadas entre los grados permiten evidenciar que los estudiantes no construyen el pensamiento multiplicativo al mismo ritmo ni de la misma manera, aun cuando se enfrentan a la misma actividad. Según Piaget (1975) el desarrollo de las estructuras

lógicomatemáticas ocurre progresivamente y depende de las experiencias concretas que los estudiantes tengan con los objetos y las situaciones propuestas. Las respuestas evidenciaban que algunos estudiantes ya comenzaban a establecer relaciones entre agrupaciones y cantidades, mientras que otros aún dependían del conteo o de procedimientos mecánicos para resolver las actividades. Estas diferencias observadas también se relacionan con la estrategia de círculos matemáticos, la cual favorece espacios de exploración y participación donde los estudiantes pueden enfrentarse a las situaciones matemáticas desde sus propios ritmos, estrategias y niveles de comprensión.

En grado tercero, se presentaron algunos casos particulares: Dos estudiantes no formaban los grupos, sino que separaban las cantidades (por ejemplo, ponían 3 fichas y luego 2 fichas) y después las sumaban, sin comprender la idea de grupos iguales. Además, una de estas estudiantes mantuvo esta dificultad durante todo el taller; y, otra logró mejorar hacia el final. A continuación, en la Figura 7 se muestra la respuesta de la estudiante que no comprendió que debía armar grupos de iguales cantidades.

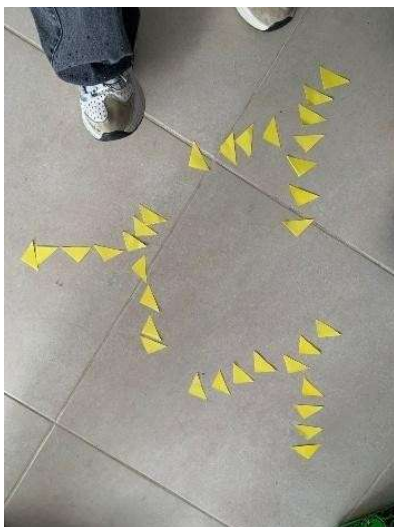
**Figura 7.** *Respuesta de una estudiante de tercer grado que evidencia dificultades en la construcción de agrupaciones iguales.*



*Nota.* La estudiante representaba con las fichas las cantidades los números escritos en los retos sin utilizar la operación correcta, sin construir las agrupaciones iguales solicitadas.

También se presentó una dificultad con el uso del material, ya que algunos estudiantes, cometieron errores porque contaban mal las fichas ya que intentaban hacer el dibujo de la situación planteada; es decir, si decía árboles intentaban hacer árboles y no grupos con las fichas.

**Figura 8.** *Uso inadecuado del material manipulativo durante la representación de agrupaciones iguales.*



Algunos estudiantes utilizaron las fichas para representar los objetos mencionados en el problema, en lugar de construir las agrupaciones requeridas para resolver la situación. Por otro lado, se destaca el caso de la estudiante de inclusión, quien trabajó todo el taller con fichas y logró buenos resultados. El uso de fichas permitió que los estudiantes manipularan y organizaran cantidades de manera concreta, favoreciendo la construcción del pensamiento lógico-matemático, tal como lo plantea Piaget (1978).

Por último, en grado cuarto varios estudiantes resolvieron las situaciones utilizando directamente la multiplicación, sin realizar previamente el trabajo con las fichas. Aunque lograban obtener la respuesta correcta, omitían la construcción de agrupaciones iguales, evidenciando una comprensión más mecánica que significativa que de la multiplicación. Como

Richard Skemp (1976) lo menciona existe una diferencia entre la comprensión instrumental de la comprensión racional en el aprendizaje matemático.

### ***6.1.3. Explicar***

En esta etapa se socializaron en el tablero algunos ejercicios relacionados con la suma repetitiva y las agrupaciones iguales construidas en los retos anteriores. A partir de esto, los estudiantes debían responder que tenían en común los retos anteriores, buscando que identificaran que en cada situación se formaban grupos de igual cantidad de elementos.

Posteriormente, debían completar un ejercicio de suma repetitiva según el grado escolar. En segundo grado trabajaron tres grupos de tres elementos, en tercero tres grupos de cuatro elementos, y en cuarto tres grupos de 9 elementos. Con esta actividad se buscaba que los estudiantes comenzaran a relacionar las agrupaciones construidas con la representación escrita de la suma repetitiva.

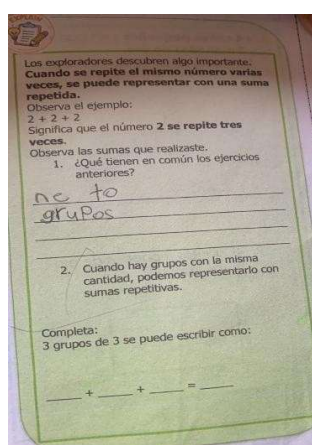
A pesar de contar con ejemplos y explicaciones previas, muchos estudiantes continuaron presentando dificultades para expresar qué tenían en común los ejercicios anteriores o para explicar con palabras el proceso realizado. Esto permitió evidenciar que, aunque varios estudiantes lograban resolver correctamente las actividades, se les dificulta verbalizar los procesos realizados y argumentarlos. Las dificultades para expresar verbalmente los procesos matemáticos evidencian la importancia del lenguaje en la construcción del pensamiento, como lo plantea Vygotsky (1978).

Sin embargo, durante la revisión de las respuestas se pudo observar que la mayoría de los estudiantes logro responder adecuadamente las preguntas planteadas, aunque no todos mencionaron que los grupos debían ser de igual cantidad, si identificaron que en las actividades

anteriores habían trabajado formando grupos con las fichas y lograron resolver el ejercicio de la suma repetitiva propuesto para cada grado.

En grado segundo, el caso particular mas significativo fue el de la estudiante de inclusión, quien únicamente escribió la palabra “grupos” en la respuesta y no realizo el ejercicio de completar la suma repetitiva.

**Figura 9.** Producción de una estudiante vinculada a procesos de inclusión en la actividad de suma repetitiva.



*Nota.* Se observa el reconocimiento del término "grupo", aunque no se desarrolla la representación de la suma repetitiva propuesta. Por otra parte, en los grados de tercero y cuarto se encontraron diferentes respuestas como las siguientes:

“Hice grupos de 5 en 5 contando así: 5, 10, 15 ,20” (esto haciendo referencia solo al último ejercicio).

“Que todos se repiten” (se logra acercar a la respuesta solo que lo expresa en grupos)

“Que siempre se armó grupos” (muy cerca de la idea y manejo bien las fichas para realizar los ejercicios).

“Hice grupos y sumé fichas” (una respuesta muy acertada a los ejercicios realizados)

“Sumar” (se observa que se quedó solo en la operación realizada pero no describió el trabajo realizado con las fichas).

|                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>“Hice grupos de iguales cantidades” (una respuesta muy acertada a lo que se estaba trabajando).</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Estas respuestas evidencian diferentes niveles de comprensión frente a la construcción de agrupaciones iguales y la suma repetitiva. Algunas respuestas, como “Hice grupos de iguales cantidades” o “hice grupos y sume fichas”, muestran que los estudiantes lograron reconocer tanto el trabajo realizado con el material manipulativo como la relación entre los grupos y la suma repetitiva. Esto evidencia una comprensión más cercana al significado de la multiplicación como agrupación, aspecto que Richard Skemp (1976) relaciona con una comprensión relacional de las matemáticas.

Otras respuestas, como “Que todos se repiten” o “Que siempre se armó grupos”, aunque presentan dificultades en la forma de expresar la idea matemáticamente, muestran que los estudiantes comenzaron a identificar características comunes entre las actividades desarrolladas, especialmente la repetición de cantidades y la construcción de grupos iguales. Esto permite evidenciar avances en la interpretación de las situaciones trabajadas y en la verbalización de sus procesos matemáticos.

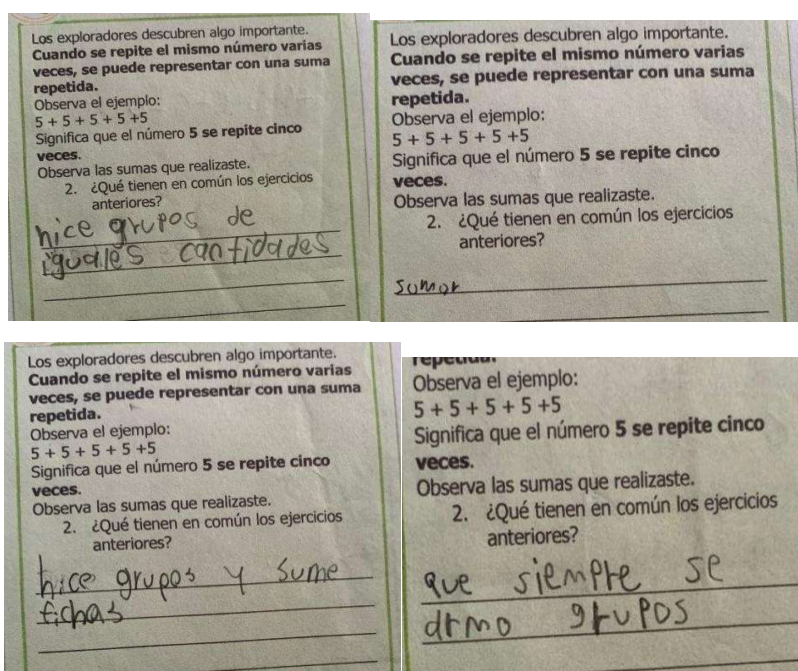
Por otro lado, respuestas como “Sumar” reflejan que algunos estudiantes centraron su atención únicamente en la operación realizada, sin lograr describir completamente el trabajo concreto desarrollado con las fichas. Esto puede relacionarse con las dificultades que menciona

Raymond Duval (1999) respecto a la interpretación y comunicación de las representaciones matemáticas, especialmente cuando los estudiantes deben explicar verbalmente procesos realizados de manera concreta.

Finalmente, respuestas como “Hice grupos de 5 en 5 contando así: 5, 10, 15, 20” muestran que algunos estudiantes comenzaron a utilizar estrategias de conteo repetitivo y

acumulativo para explicar las agrupaciones realizadas, evidenciando una aproximación inicial al pensamiento multiplicativo mediante secuencias numéricas repetidas. Al respecto, Jean Piaget (1975) plantea que los niños construyen progresivamente las nociones lógico-matemáticas a partir de acciones concretas y procesos de repetición que posteriormente permiten avanzar hacia formas más abstractas del razonamiento matemático.

**Figura 10.** Evidencias de comprensión de las agrupaciones iguales y la suma repetitiva.



*Nota.* Las respuestas permiten identificar diferentes niveles de comprensión sobre la construcción de grupos iguales, la suma repetitiva y las estrategias empleadas durante la actividad.

#### 6.1.4. Elaborar

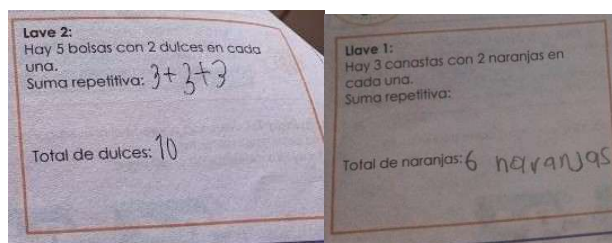
En esta etapa los estudiantes debían resolver diferentes retos para “conseguir las llaves” dentro de la narrativa de piratas. Las actividades buscaban que los estudiantes representaran las situaciones mediante suma repetitiva y encontraran la cantidad total de elementos en cada caso.

En grado segundo, el primer reto planteaba tres canastas con dos naranjas en cada uno y el segundo reto cinco bolsas de dulces en cada una. En ambos casos los estudiantes debían escribir la suma repetitiva y el total de elementos. En grado tercero se trabajó con siete canastas con tres naranjas y seis bolsas con dos dulces en cada una, por otra parte en grado cuarto las situaciones propuestas fueron siete canastas con cinco naranjas y ocho bolsas con nueve dulces en cada una, aumentando así el nivel de complejidad y la cantidad de elementos a representar.

En grado segundo se observó que la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las actividades propuestas, identificando la suma repetitiva y el total de elementos en cada situación. Sin embargo, se presentaron algunos casos particulares, el primero de ellos, el estudiante escribió únicamente el resultado, pero omitía el proceso de representación matemática requerido en la actividad.

En otro caso, el estudiante realizó correctamente la suma repetitiva en el primer ejercicio, pero en el segundo escribió  $3 + 3+3$  y obtuvo diez como resultado, esto permite evidenciar las dificultades en el conteo y en la correspondencia entre la suma realizada y el resultado obtenido. Finalmente, otro estudiante expresó mediante palabras que debía sumar para encontrar el total pero no represento la suma repetitiva de manera numérica. Esto evidencia que comenzaba a comprender la acción matemática involucrada, aunque presentaba dificultades para trasladarla a una representación simbólica. Frente a esto, Raymond Duval (1999) plantea que una de las principales dificultades en el aprendizaje matemático se encuentra en la conversión entre diferentes tipos de representación.

**Figura 11.** Evidencias de dificultades en la transición entre representaciones de la suma repetitiva.

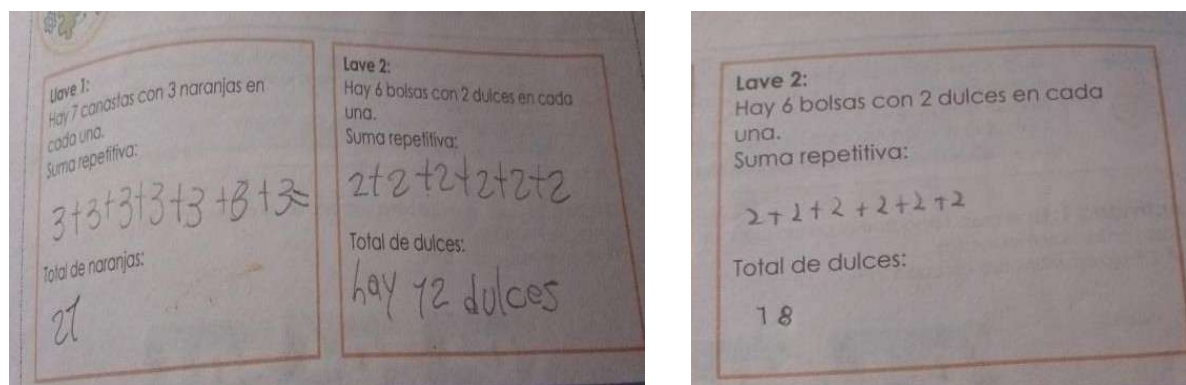


*Nota.* Las respuestas muestran errores asociados al conteo y a la conversión entre representaciones verbales y numéricas de una misma situación matemática.

En grado tercero en esta etapa se obtuvo un resultado muy positivo ya que todos lograron desarrollar la actividad de manera acertada, sin embargo, en las respuestas se encontró un estudiante que en el segundo ejercicio colocó la suma repetitiva bien, pero de resultado 18, el cual se evidencia una dificultad puntual en el conteo de cantidades.

**Figura 12.** Evidencia de error en el cálculo de una suma repetitiva.

a.



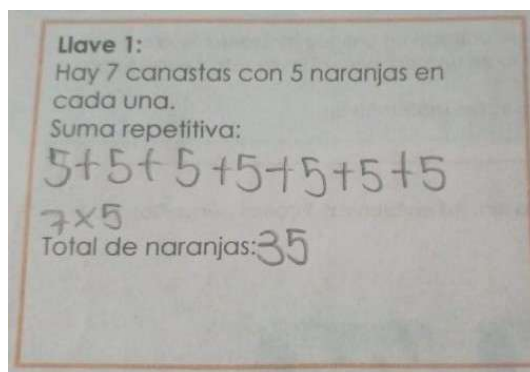
b.

*Nota.* Se muestra en la imagen **a** la respuesta correcta de la actividad en el grado tercero y en la imagen **b** el caso particular de grado tercero donde se encontró mal una respuesta.

En grado cuarto también la mayoría de los estudiantes respondió de manera correcta, sin embargo, se evidenciaron algunos casos particulares. Uno de ellos corresponde a un estudiante

que además de realizar correctamente la suma repetitiva, escribió también la multiplicación correspondiente, evidenciando una relación adecuada entre ambas representaciones y una comprensión más sólida del pensamiento multiplicativo.

**Figura 13.** *Evidencia de comprensión de la relación entre suma repetitiva y multiplicación.*

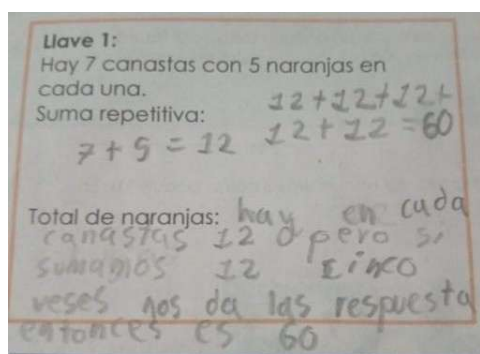


*Nota.* Se encuentra un estudiante que relaciona de manera adecuada la suma repetitiva y la multiplicación evidenciándolo en su respuesta, donde escribe las dos representaciones.

Por otro lado, se presentó el caso de una estudiante que, ante la situación de “siete canastas con cinco naranjas”, sumó inicialmente  $7 + 5 = 12$  y posteriormente repitió el número 12 cinco veces hasta obtener 60, la misma estrategia fue utilizada en el segundo ejercicio, donde sumó  $8 + 9 = 17$  y luego repitió ese resultado nueve veces. Esto evidencia dificultades para identificar qué cantidad debía repetirse y cuál representaba el número de grupos dentro de la suma. Aunque la estudiante intentó construir procedimiento lógico para resolver la actividad, aun no lograba comprender la relación entre agrupaciones iguales y repetición de cantidades, Raymond Duval (1999) como se ha mencionado anteriormente señala que muchas dificultades en matemáticas surgen cuando los estudiantes no logran interpretar correctamente las relaciones entre las diferentes representaciones matemáticas, y Richard Skemp (1976) plantea que algunos

estudiantes desarrollan procedimientos sin alcanzar una comprensión relacional de las operaciones y sus significados.

**Figura 14.** *Respuesta que evidencia dificultades en la interpretación de la suma repetitiva.*



*Nota.* La estudiante construyó un procedimiento propio para resolver la situación, pero presentó dificultades para identificar la cantidad que debía repetirse y el número de grupos involucrados.

#### 6.1.5. Evaluar

Para iniciar esta etapa se presentó a los estudiantes la parte final de la narrativa del mapa del tesoro, donde se les indicaba que habían llegado al último lugar de la isla y que, antes de abrir el cofre del tesoro, debían resolver un último desafío planteado por el explorador. La actividad consistía en descubrir cuantas monedas había en total dentro de varios cofres pequeños que contenían la misma cantidad de monedas.

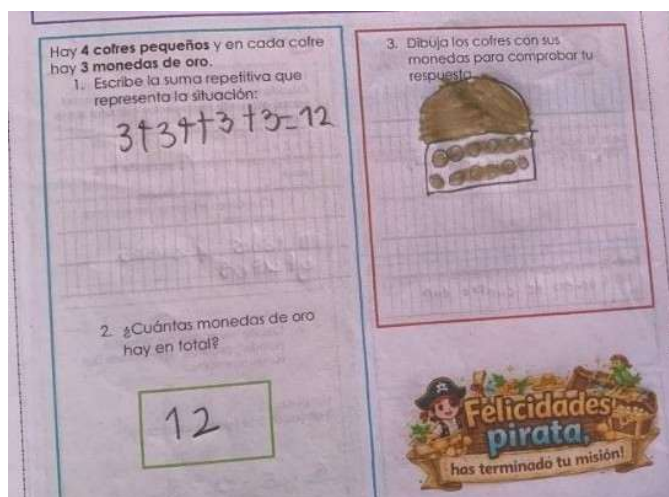
En esta actividad los estudiantes debían escribir la suma repetitiva, encontrar el total de monedas y realizar un dibujo de los cofres con las monedas para comprobar la respuesta obtenida.

En grado segundo se trabajó con cuatro cofres y tres monedas de oro cada uno, en grado tercero con seis cofres pequeños y seis monedas de oro, y en grado cuarto con siete cofres pequeños y ocho monedas de oro.

A través de esta actividad se buscaba que los estudiantes integraran las habilidades trabajadas durante el taller, relacionando la representación gráfica, la suma repetitiva y la comprensión de las agrupaciones iguales como base del pensamiento multiplicativo.

En grado segundo, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente la actividad, escribiendo la suma repetitiva, encontrando el total y realizando el dibujo correspondiente. Sin embargo, se presentaron algunos casos particulares. Dos estudiantes realizaron adecuadamente la suma repetitiva y encontraron correctamente el total de monedas, pero en el dibujo representaron un solo cofre con las 12 monedas, en lugar de distribuirlas en cuatro cofres con la misma cantidad. Esto permite evidenciar que los estudiantes lograban comprender la operación desde lo numérico, pero aún presentaban dificultades para trasladar esa comprensión a una representación gráfica organizada en agrupaciones iguales.

**Figura 15.** Respuestas que evidencian dificultades en la representación gráfica de agrupaciones iguales.



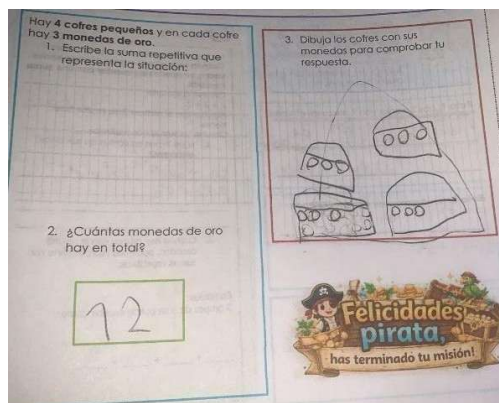
*Nota.* Los estudiantes determinaron correctamente el total de elementos, pero no distribuyeron las cantidades en los grupos solicitados en la representación gráfica.

Desde lo planteado por Raymond Duval (1999), este tipo de situaciones ocurre cuando los estudiantes logran desenvolverse en un tipo de representación matemática, como la

numérica, pero presentan dificultades al momento de transformar esa información hacia otra representación, en este caso la gráfica. El autor señala que comprender matemáticamente no solo implica obtener un resultado correcto, sino también poder interpretar y coordinar diferentes formas de representación de un mismo concepto.

Asimismo, se encontró un caso donde el estudiante realizó el dibujo y escribió el total correctamente, pero no representó la suma repetitiva, se identifica que fue el mismo estudiante que en la anterior actividad en lugar de escribir la suma repetitiva solo escribió que debía sumar. Esto muestra que todavía presentaba dificultades para expresarla simbólicamente.

**Figura 16.** *Respuesta que evidencia dificultades en la representación simbólica de la suma repetitiva.*

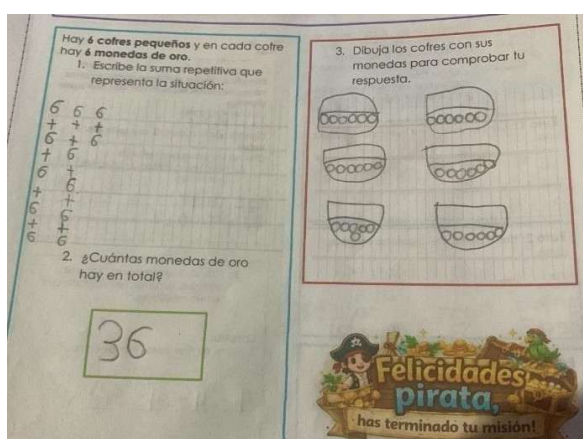


*Nota.* El estudiante realizó correctamente la representación gráfica y determinó el total, pero no expresó la situación mediante una suma repetitiva.

Finalmente, se observó un caso donde el estudiante dibujó únicamente tres cofres con dos monedas en cada uno, pero realizó correctamente la suma repetitiva y encontró el total adecuado. Esto evidencia que algunos estudiantes lograban comprender la relación numérica de la actividad, aunque todavía presentaban dificultades en la representación gráfica de las cantidades propuestas.

En grado tercero también se evidenció un buen desempeño en esta actividad, ya que la mayoría de los estudiantes logró escribir correctamente la suma repetitiva, encontrar el total y representar gráficamente la situación propuesta. Solo se presentó un caso particular donde un estudiante escribió la suma repetitiva agregando el número 6 doce veces, aunque la situación planteaba únicamente seis grupos de seis monedas. Sin embargo, el estudiante logró encontrar correctamente el resultado y realizó adecuadamente el dibujo de los cofres y las monedas

**Figura 17.** Respuesta de un estudiante con dificultades en la representación de la suma repetitiva.



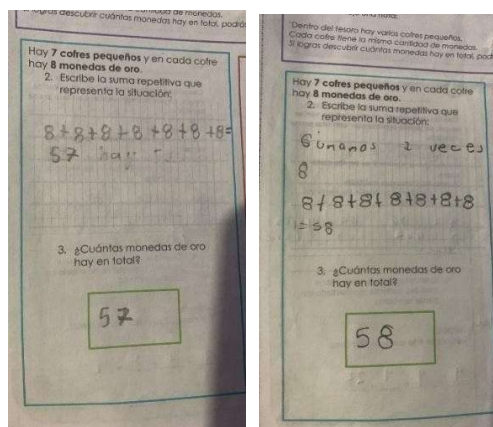
*Nota.* El estudiante representó correctamente la situación y obtuvo el resultado esperado, aunque agregó más sumandos de los requeridos en la suma repetitiva.

Esta situación evidencia que el estudiante comprendía la idea de repetición y agrupación, pero aún presentaba dificultades para identificar con precisión la cantidad de veces que debía repetirse el número dentro de la suma. Según lo plantea Jean Piaget (1975), la construcción de las nociones lógico-matemáticas se desarrolla progresivamente, por lo que es común que durante este proceso los estudiantes presenten errores relacionados con el conteo, la correspondencia y la organización de las cantidades, aun cuando logren comprender parcialmente la situación trabajada.

En grado cuarto también se evidenció un buen desempeño en esta actividad, ya que la mayoría de los estudiantes logró realizar correctamente la suma repetitiva, representar el dibujo y encontrar el total de monedas. Sin embargo, se presentaron algunos casos particulares relacionados principalmente con dificultades en el conteo y en la claridad de las representaciones gráficas.

En dos casos específicos, los estudiantes realizaron correctamente la suma repetitiva y representaron adecuadamente los cofres y las monedas en el dibujo; sin embargo, al momento de contar obtuvieron resultados incorrectos, encontrando 57 y 58 monedas en lugar de 56. Esto evidencia que comprendían la organización en grupos iguales y la estructura de la actividad, pero todavía presentaban dificultades en procesos de conteo y correspondencia de cantidades, especialmente al trabajar con representaciones gráficas más amplias.

**Figura 18.** Respuestas que evidencian dificultades en el conteo de cantidades.

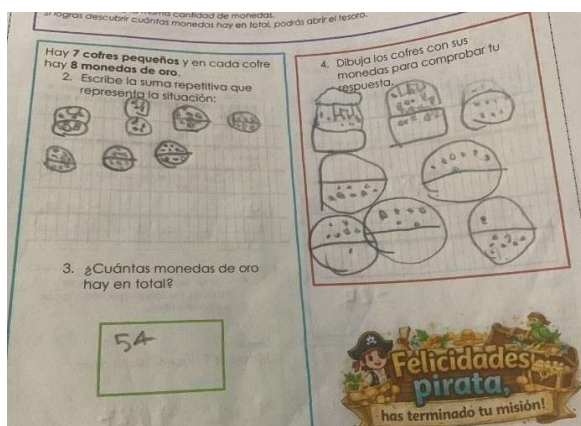


*Nota.* Los estudiantes representaron correctamente las agrupaciones y la suma repetitiva, pero obtuvieron resultados incorrectos al realizar el conteo total de los elementos.

Asimismo, se presentó un caso donde el estudiante, en lugar de escribir la suma repetitiva, realizó dibujos tanto en el espacio de la suma como en la parte destinada a la representación gráfica. Además, los elementos representados no eran claramente monedas, sino

puntos, lo que dificultó el conteo y llevó a obtener como resultado 54 monedas. Esta situación permite evidenciar que algunos estudiantes aún dependían principalmente de representaciones gráficas para resolver las actividades y presentaban dificultades para pasar de una representación concreta a una representación simbólica. En relación con esto, Jerome Bruner (1966) plantea que el aprendizaje matemático avanza progresivamente desde representaciones concretas y visuales hacia formas más abstractas y simbólicas del pensamiento.

**Figura 19.** *Respuesta que evidencia dificultades en la transición hacia representaciones simbólicas.*



*Nota.* El estudiante utilizó representaciones gráficas en lugar de escribir la suma repetitiva, mostrando una mayor dependencia de estrategias visuales para resolver la situación.

#### **6.1.6. Síntesis**

El desarrollo del taller 1 permitió evidenciar aspectos positivos relacionados con la implementación de los círculos matemáticos dentro del aula, especialmente en la manera en que los estudiantes participaron, exploraron y construyeron diferentes estrategias para resolver las actividades propuestas. La narrativa de piratas y búsqueda del tesoro generó motivación e interés en los tres grados, favoreciendo un ambiente de participación activa y disposición frente al trabajo matemático.

Uno de los aspectos más importantes fue el uso del material manipulativo, ya que permitió que muchos estudiantes comprendieran las agrupaciones iguales y la suma repetitiva desde la experiencia concreta. Jean Piaget (1975) plantea que el aprendizaje lógico-matemático se fortalece a partir de la manipulación y la interacción con objetos concretos, situación que se evidenció especialmente en aquellos estudiantes que requerían apoyo constante con las fichas para resolver las actividades.

Asimismo, durante el taller se observaron diferentes formas de razonamiento y representación matemática. Algunos estudiantes lograron relacionar rápidamente las agrupaciones con la suma repetitiva, mientras que otros presentaron dificultades en el conteo, la organización de grupos o la representación gráfica de las situaciones. En relación con esto, Raymond Duval (1999) señala que la comprensión matemática implica coordinar diferentes tipos de representación, como dibujos, lenguaje verbal y expresiones numéricas, aspecto que estuvo presente durante todas las actividades desarrolladas.

También se evidenció que varios estudiantes, especialmente en grado cuarto, resolvían las multiplicaciones de manera rápida, pero presentaban dificultades para representar concretamente el significado de las agrupaciones iguales. Frente a esto, Richard Skemp (1976) diferencia la comprensión instrumental de la comprensión relacional, resaltando la importancia de que los estudiantes comprendan el significado de las operaciones y no únicamente el procedimiento.

## **6.2. Taller 2**

Este taller tuvo como objetivo fortalecer la comprensión de la multiplicación a partir de la relación entre la suma repetitiva y su representación simbólica. Para ello, se continuó

trabajando desde la narrativa de piratas y búsqueda del tesoro, estrategia que permitió mantener la motivación y el interés de los estudiantes frente a las actividades propuestas.

Durante el desarrollo del taller se utilizaron nuevamente fichas como material manipulativo, con el propósito de que los estudiantes construyeran agrupaciones iguales y pudieran identificar la cantidad de grupos, la cantidad de elementos que se repetían y la manera de representar estas situaciones mediante sumas repetitivas y multiplicaciones. Las actividades fueron adaptadas para los grados segundo, tercero y cuarto, aumentando progresivamente el nivel de complejidad según las necesidades y procesos de cada grupo.

Asimismo, el taller buscó favorecer espacios de exploración, participación y construcción de estrategias matemáticas, aspectos relacionados con la propuesta de los círculos matemáticos. A través de las diferentes actividades, los estudiantes tuvieron la oportunidad de experimentar, representar y socializar sus respuestas, permitiendo evidenciar distintos niveles de comprensión frente al pensamiento multiplicativo.

#### ***6.2.1. Enganchar***

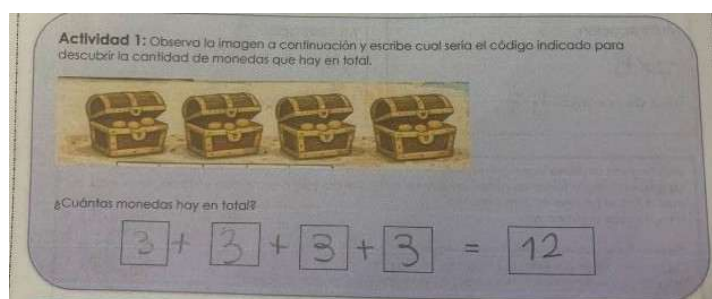
La narrativa de los piratas continuó generando motivación e interés en los estudiantes de los tres grados, el ir avanzando por el recorrido pirata los mantuvo conectados con el taller anterior y la mayoría mostró disposición para participar en las actividades y logró comprender fácilmente las primeras situaciones propuestas.

La actividad inicial al tener apoyo gráfico permitió que la mayoría de los estudiantes resolviera correctamente las preguntas planteadas. Sin embargo, algunos estudiantes utilizaron dibujos para escribir las respuestas y no números. Esto evidencio que algunos estudiantes permanecen en representaciones gráficas y presentan dificultades para realizar completamente la transición hacia representaciones simbólicas, lo cual coincide con lo planteado por Raymond

Duval (1999) donde expone que una de las principales dificultades en el aprendizaje matemático se encuentra en la conversión entre diferentes registros de representación como lo concreto, lo gráfico y lo simbólico.

En general, se observó que los estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado lograron desarrollar correctamente esta actividad. El apoyo visual brindado mediante los cofres y las monedas permitió que los estudiantes identificaran con mayor facilidad las cantidades que debían repetir y el total que debían encontrar. Esto favoreció la comprensión de la suma repetitiva y permitió que la mayoría resolviera exitosamente la actividad propuesta.

**Figura 20.** *Evidencias de comprensión de la suma repetitiva mediante representaciones visuales.*



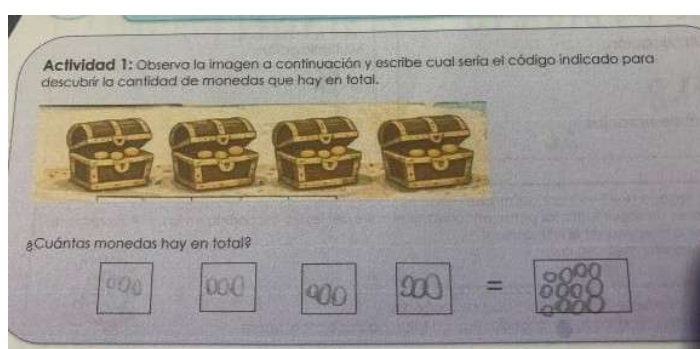
*Nota.* Los estudiantes utilizaron la información representada en los cofres y las monedas para construir la suma repetitiva y encontrar el total correspondiente.

Al respecto, Raymond Duval (1999) señala que las representaciones gráficas facilitan la comprensión de las relaciones matemáticas, ya que permiten que los estudiantes interpreten visualmente las cantidades antes de trasladarlas a representaciones numéricas y simbólicas. Esto se evidenció en la actividad, donde las imágenes ayudaron a que los estudiantes reconocieran más fácilmente las agrupaciones y la repetición de cantidades presentes en cada situación.

Solo se encontraron dos casos particulares en grado cuarto, donde los estudiantes, en lugar de escribir la suma repetitiva utilizando números, realizaron dibujos de monedas para

representar cada cantidad y posteriormente encontraron el total correcto. Esto evidencia que algunos estudiantes aún se encontraban en un proceso de transición entre las representaciones concretas y las representaciones simbólicas. Frente a esto, Jerome Bruner (1966) plantea que el aprendizaje matemático avanza progresivamente desde formas de representación concretas y visuales hacia representaciones simbólicas más abstractas.

**Figura 21.** *Respuestas que evidencian el uso de representaciones concretas para resolver una suma repetitiva.*



*Nota.* Aunque la respuesta fue correcta se evidencio el uso de dibujos en lugar de números para responder.

### 6.2.2. Explorar

En esta etapa los estudiantes debían construir libremente diferentes grupos con las fichas entregadas y, a partir de ellos, responder preguntas relacionadas con la cantidad de grupos formados, la cantidad de fichas que tenía cada grupo y el total de fichas utilizadas. La actividad buscaba que los estudiantes exploraran las agrupaciones iguales desde la manipulación y la observación directa, favoreciendo la construcción de relaciones entre las cantidades representadas y la suma repetitiva.

En esta etapa se evidenciaron aspectos muy positivos relacionados con la propuesta de los círculos matemáticos, especialmente porque la actividad permitió atender diferentes ritmos y niveles de comprensión dentro del aula sin limitar el aprendizaje de aquellos estudiantes que

ya presentaban mayores avances en multiplicación. El hecho de que cada estudiante contara con 100 fichas permitió que quienes aún necesitaban fortalecer las agrupaciones iguales y apoyarse constantemente en el material manipulativo pudieran construir sus grupos, contar las cantidades y responder las preguntas propuestas con mayor seguridad.

**Figura 22.** *Uso de material manipulativo para favorecer la participación y el aprendizaje*



*Nota.* El material concreto facilitó que los estudiantes avanzaran según sus propios ritmos de aprendizaje y necesidades de apoyo.

Al mismo tiempo, los estudiantes que ya manejaban con mayor facilidad las tablas de multiplicar encontraron en la actividad un espacio para explorar multiplicaciones más grandes y construir agrupaciones con cantidades superiores a las trabajadas habitualmente en clase. Esto favoreció procesos de exploración y construcción de estrategias propias, aspectos fundamentales dentro de los círculos matemáticos, donde se busca que todos los estudiantes participen desde sus posibilidades y avancen en su razonamiento matemático. En relación con esto, Lev Vygotsky (1978) plantea que el aprendizaje se fortalece cuando las actividades permiten atender diferentes niveles de desarrollo y brindar apoyos que favorezcan el avance progresivo de cada estudiante.

**Figura 23.** Evidencia de exploración autónoma de situaciones multiplicativas.

**Reto 1:**  
 ¿Cuántos grupos hay? en 1909 91,00  
1909 091,00  
 ¿Cuántas fichas tiene cada grupo? 72  
 ¿Cuántas fichas hay en total? 72

**Reto 2:**  
 ¿Cuántos grupos hay? 3 grupos  
 ¿Cuántas fichas tiene cada grupo? 72  
Fichas  
 ¿Cuántas fichas hay en total? 36

**Reto 3:**  
 ¿Cuántos grupos hay? 21 grupos  
 ¿Cuántas fichas tiene cada grupo? 20  
Fichas  
 ¿Cuántas fichas hay en total? 80 Fichas

*Nota.* El estudiante amplió la actividad propuesta mediante la construcción de multiplicaciones de dos cifras con apoyo del material manipulativo.

En grado segundo solo se presentó un caso particular donde una estudiante evidenció dificultades para construir correctamente las agrupaciones y relacionarlas con el total de fichas utilizadas. Por ejemplo, realizó cinco grupos de tres y escribió un total de 19 fichas; posteriormente construyó cuatro grupos de dos y escribió un total de 16 fichas. Esto evidencia dificultades en el conteo y en la correspondencia entre las agrupaciones realizadas y la cantidad total obtenida. Sin embargo, el uso del material manipulativo permitió observar el proceso seguido por la estudiante y reconocer las dificultades específicas que presentaba durante la actividad.

De manera similar, en grado tercero también se encontró un caso particular donde el estudiante lograba construir los grupos y mencionar la cantidad de fichas en cada uno; sin embargo, el total escrito no correspondía con las agrupaciones realizadas. Por ejemplo, escribió seis grupos de seis fichas y señaló como total 18 fichas. Estas situaciones permiten evidenciar que algunos estudiantes aún presentaban dificultades para relacionar correctamente las

agrupaciones con el conteo total de elementos, especialmente cuando las cantidades comenzaban a ser mayores.

**Figura 24.** *Respuesta que evidencia dificultades en la determinación del total de una agrupación.*

The image shows a worksheet with three challenges (Reto 1, 2, 3) and handwritten student answers. The answers are incorrect, showing difficulties in determining the total.

| Reto    | ¿Cuántos grupos hay? | ¿Cuántas fichas tiene cada grupo? | ¿Cuántas fichas hay en total? |
|---------|----------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| Reto 1: | 3 grupos             | 3                                 | 9                             |
| Reto 2: | 6 grupos             | 6                                 | 18                            |
| Reto 3: | 5 grupos             | 5                                 | 15                            |

*Nota.* Aunque las agrupaciones fueron representadas adecuadamente, el total escrito no coincide con la cantidad de fichas organizadas.

Por otro lado, en grado cuarto todas las respuestas fueron acertadas. Los estudiantes lograron construir adecuadamente las agrupaciones, identificar la cantidad de grupos, la cantidad de fichas en cada uno y encontrar correctamente el total, evidenciando un mayor dominio de las relaciones entre agrupaciones iguales y suma repetitiva.

### 6.2.3 Explicar

En la etapa de explicar del modelo 5E se busca que los estudiantes socialicen, organicen y comprendan las ideas construidas durante la exploración, permitiendo relacionar las experiencias realizadas con el lenguaje y los conceptos matemáticos trabajados. Por lo cual en esta etapa se realizaron explicaciones guiadas utilizando ejemplos en el tablero y el material concreto. Se socializo con los estudiantes que numero representaba la cantidad de grupos y cual representaba la cantidad de elementos que se repetían en cada grupo, durante la explicación se

retomaron ejemplos contruidos por los mismos estudiantes con las fichas, favoreciendo la relación entre el trabajo concreto y la representación multiplicativa.

Sin embargo, a pesar de las explicaciones, algunos estudiantes continuaron presentando dificultades para diferenciar entre la suma repetitiva y la multiplicación, especialmente al identificar que representaba cada número dentro de la operación, cabe resaltar que en el taller los estudiantes contaban con un ejercicio explicado para que fuera más fácil que lo recordaran.

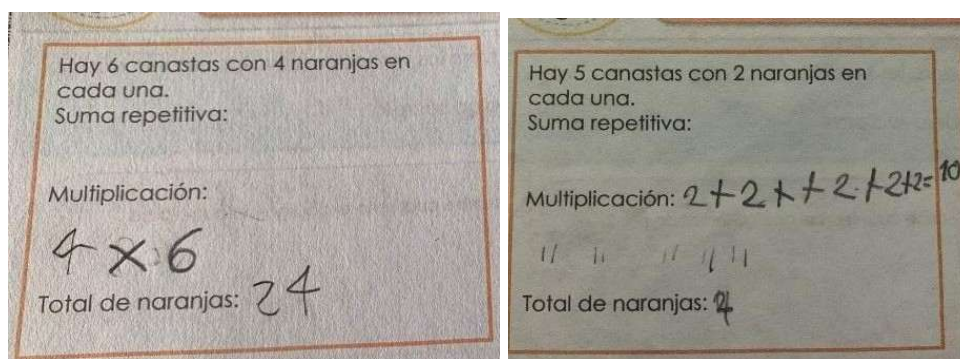
#### ***6.2.4. Elaborar***

En esta etapa los estudiantes debían escribir tanto la suma repetitiva como la multiplicación correspondiente y el resultado a cada situación planteada. En grado segundo el primer problema se trabajó con 5 canastas con dos naranjas cada uno y 6 bolsas con 3 dulces en cada una, en grado tercero fueron 6 canastas con 4 naranjas y 7 bolsas con 6 dulces, y por último, en grado cuarto 7 canastas con 8 naranjas y 8 bolsas con nueve dulces. Se pudo observar que la mayoría logro realizar las dos representaciones de la situación de forma correcta, sin embargo, en esta actividad que ya no requería el uso de las fichas algunos estudiantes manifestaron necesitar el uso de estas, el cual se les permitió para que no sintieran que se estaban enfrentando a una situación difícil, lo cual me permitió observar que la seguridad que les trasmitía usar las fichas los llevo a resolver la actividad de manera exitosa.

Durante esta etapa también se presentaron algunos casos particulares relacionados con la transición entre la suma repetitiva y la representación simbólica de la multiplicación. En grado segundo se observó un caso donde el estudiante escribió correctamente la suma repetitiva, pero no logró representar la multiplicación. Por el contrario, en grado tercero se presentó un estudiante que escribió únicamente la multiplicación y omitió la suma repetitiva. Estas situaciones evidencian que algunos estudiantes comenzaban a comprender una de las

representaciones trabajadas, pero todavía presentaban dificultades para relacionar ambas formas de representación matemática.

**Figura 25.** Evidencias de dificultades en la relación entre la suma repetitiva y la multiplicación.



*Nota.* Se presentan respuestas de estudiantes que lograron representar una de las formas de representación matemática trabajadas, pero no establecieron la relación con la otra.

En relación con esto, Raymond Duval (1999) señala que la comprensión matemática implica la coordinación entre diferentes registros de representación, como las expresiones numéricas, gráficas y simbólicas. Por esta razón, es común que durante el proceso de aprendizaje algunos estudiantes logren desenvolverse mejor en una representación que en otra.

#### 6.2.5. Evaluar

En esta última etapa se mantuvo la narrativa de los piratas y la búsqueda del tesoro. Los estudiantes debían representar gráficamente la situación planteada, responder cuántos cofres había, cuántas monedas tenía cada uno, cuántas monedas había en total y, finalmente, escribir la situación en forma de multiplicación.

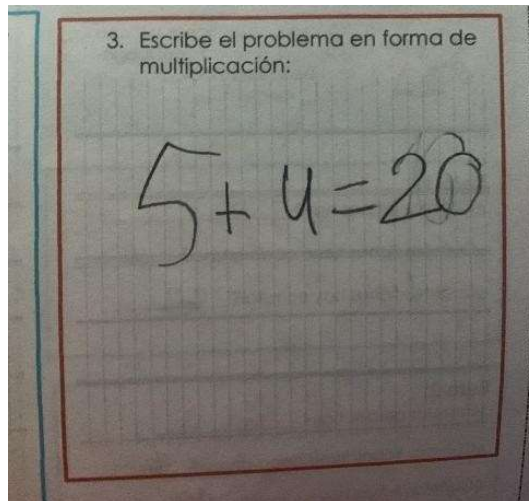
En grado segundo la actividad se trabajó con cuatro cofres pequeños y cinco monedas de oro en cada uno. En grado tercero se trabajó con seis cofres pequeños y ocho monedas de oro, mientras que en grado cuarto se utilizaron siete cofres pequeños y nueve monedas de oro.

A través de esta actividad se buscaba que los estudiantes integraran lo trabajado durante el taller, relacionando las representaciones gráficas, la suma repetitiva y la representación simbólica de la multiplicación. En relación con esto, Raymond Duval (1999) señala que la comprensión matemática se fortalece cuando los estudiantes logran coordinar diferentes tipos de representación de un mismo concepto matemático.

En esta etapa, la mayoría de los estudiantes logró desarrollar correctamente la actividad, relacionando el dibujo, la cantidad de grupos, el total de monedas y la representación de la multiplicación. Sin embargo, se presentaron algunos casos particulares que permitieron evidenciar diferentes niveles de comprensión frente al uso de los símbolos matemáticos y las representaciones trabajadas durante el taller.

En grado segundo se observaron tres casos donde los estudiantes, en lugar de utilizar el signo de multiplicación, escribieron el símbolo de suma. Por ejemplo, escribieron " $5 + 4$ " en lugar de " $5 \times 4$ ", aunque el resultado final sí correspondía correctamente a 20 monedas. Esto evidencia que los estudiantes comprendían la relación entre las cantidades y el total, pero aún presentaban dificultades para apropiarse del símbolo convencional de la multiplicación. Frente a esto, Raymond Duval (1999) plantea que el aprendizaje matemático implica no solo comprender las cantidades, sino también reconocer y coordinar adecuadamente los diferentes registros de representación simbólica.

**Figura 26.** *Respuestas que evidencian dificultades en el uso del símbolo de multiplicación.*



3. Escribe el problema en forma de multiplicación:

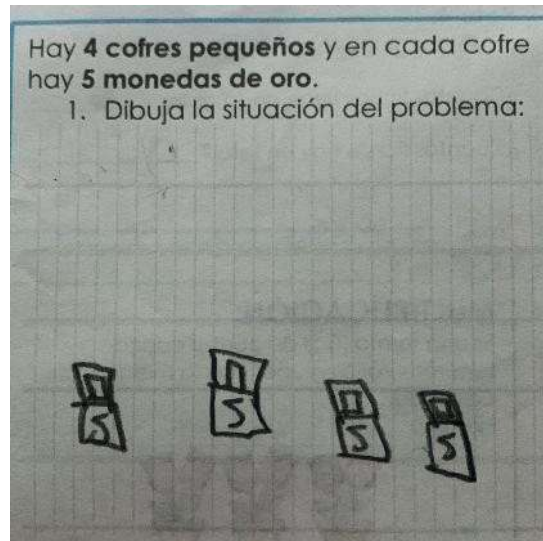
$$5 + 4 = 20$$

*Nota.* Los estudiantes identificaron correctamente las cantidades y el resultado, pero utilizaron el signo de suma en lugar del símbolo convencional de la multiplicación.

Asimismo, se presentó un caso donde el estudiante realizó correctamente los cuatro cofres, pero en lugar de dibujar las cinco monedas dentro de cada uno escribió únicamente el número 5.

Esta situación muestra que el estudiante comenzaba a reemplazar la representación concreta por una representación numérica más abstracta, evidenciando un proceso de transición entre diferentes formas de representación matemática.

**Figura 27.** Respuesta sobre la transición de representaciones concretas a representaciones numéricas.



*Nota.* El estudiante sustituyó el dibujo de las monedas por números, manteniendo la organización correcta de las agrupaciones.

En grado tercero se encontró un caso particular donde el estudiante, en lugar de realizar el dibujo de la situación, escribió la suma repetitiva; posteriormente, en el espacio destinado para escribir la multiplicación, realizó el dibujo de los cofres y las monedas. Esto evidencia que el estudiante aún presentaba dificultades para diferenciar la función de cada representación dentro de la actividad.

En relación con esto, Jerome Bruner (1966) señala que el aprendizaje matemático se desarrolla progresivamente entre representaciones concretas, gráficas y simbólicas, por lo que es común que algunos estudiantes mezclen diferentes formas de representación durante el proceso de aprendizaje.

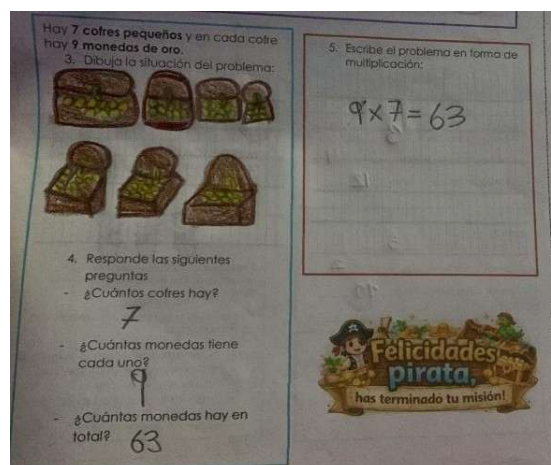
**Figura 28.** Respuesta que evidencia mezcla de representaciones concretas y simbólicas.



*Nota.* El estudiante escribió la suma repetitiva en el espacio del dibujo y realizó la representación gráfica en el espacio destinado a la multiplicación, mostrando dificultades para diferenciar la función de cada representación.

Por otro lado, en grado cuarto todos los estudiantes desarrollaron exitosamente la actividad, logrando representar adecuadamente el dibujo, identificar las cantidades y escribir correctamente la multiplicación correspondiente.

**Figura 29.** Evidencias de comprensión de la relación entre dibujo y multiplicación.



*Nota.* Los estudiantes representaron adecuadamente la situación mediante dibujos e identificaron correctamente la multiplicación correspondiente.

### **6.2.6. Síntesis**

El desarrollo del taller 2 permitió fortalecer la comprensión de la multiplicación a partir de la relación entre la suma repetitiva y su representación simbólica. La utilización de la narrativa de piratas continuó generando motivación y participación en los estudiantes, favoreciendo la disposición para resolver las actividades propuestas y explorar diferentes estrategias de solución. Durante las distintas etapas del taller se evidenció que la mayoría de los estudiantes logró establecer relaciones entre las agrupaciones iguales, la suma repetitiva y la escritura de expresiones multiplicativas, mostrando avances respecto a los aprendizajes construidos en el taller anterior.

Uno de los aspectos más significativos fue el papel del material manipulativo en la construcción de estos aprendizajes. En diferentes momentos, algunos estudiantes manifestaron la necesidad de continuar utilizando las fichas para representar las situaciones planteadas, incluso cuando las actividades requerían únicamente registros escritos. Esta situación evidencia la importancia de los procesos de representación concreta en la construcción del conocimiento matemático. En este sentido, Piaget (1975) plantea que el aprendizaje lógico-matemático se fortalece a partir de la acción sobre los objetos y de las experiencias concretas que permiten a los estudiantes construir progresivamente nuevas estructuras de pensamiento.

Asimismo, durante el taller se observaron avances en la transición entre la suma repetitiva y la multiplicación. Sin embargo, algunos estudiantes lograron representar correctamente una de estas formas de expresión, pero presentaron dificultades para relacionarla con la otra. Estas situaciones evidencian que la comprensión de la multiplicación implica coordinar diferentes registros de representación matemática. Desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión de un concepto matemático no depende únicamente del dominio de una

representación, sino de la capacidad para establecer relaciones entre distintos registros semióticos.

En términos generales, los resultados muestran que los estudiantes avanzaron en la comprensión de la multiplicación como una forma abreviada de representar sumas repetitivas. Aunque persistieron algunas dificultades en la transición entre representaciones, la mayoría logró establecer relaciones entre agrupaciones, sumas repetitivas y expresiones multiplicativas, favoreciendo la construcción progresiva del pensamiento multiplicativo y sentando bases importantes para el trabajo desarrollado en los talleres posteriores.

### **6.3. Taller 3**

El taller 3 tuvo como propósito fortalecer la comprensión de la multiplicación a partir de representaciones gráficas de agrupaciones iguales. Para ello, se mantuvo la narrativa de los piratas y la búsqueda del tesoro, utilizada en los talleres anteriores, con el fin de ofrecer un contexto familiar y motivador para los estudiantes. A través de diferentes actividades, se buscó que los participantes identificaran la relación entre los dibujos, las agrupaciones iguales, y la representación simbólica de la multiplicación.

La secuencia de actividades permitió avanzar progresivamente desde la observación de representaciones gráficas hasta la construcción de sus propias agrupaciones y la expresión de estas mediante operaciones multiplicativas. Inicialmente, los estudiantes analizaron imágenes con grupos de cantidades iguales para identificar el número de grupos, la cantidad de elementos en cada uno y el total. Posteriormente, construyeron sus propias representaciones gráficas, resolvieron situaciones contextualizadas mediante dibujos y establecieron la relación entre las agrupaciones representadas y la escritura de multiplicaciones.

Finalmente, se promovió un espacio de reflexión en el que los estudiantes expresaron qué estrategia les resultó más sencilla para resolver las actividades: dibujar, sumar o multiplicar. Esto permitió identificar no solo los avances en la comprensión del pensamiento multiplicativo, sino también las preferencias y estrategias utilizadas por los estudiantes durante el proceso de aprendizaje.

### ***6.3.1. Enganchar***

La etapa de enganchar tuvo como propósito activar los conocimientos construidos en los talleres anteriores y preparar a los estudiantes para trabajar la multiplicación a partir de representaciones gráficas. Para ello, se retomó la narrativa de los piratas, explicando que los aprendices ya conocían parte del código secreto de la multiplicación, pero que ahora debían enfrentarse a nuevos retos donde las respuestas no estarían organizadas previamente, sino que tendrían que observar, interpretar y descubrir cómo resolver las situaciones presentadas.

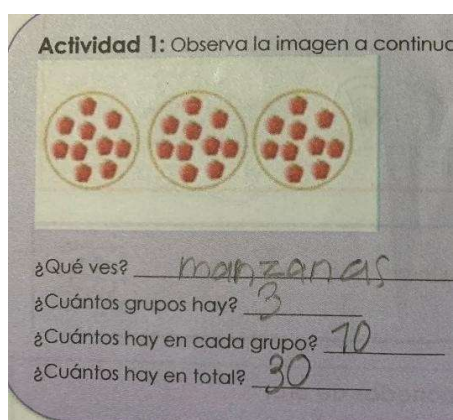
En esta actividad se presentaron imágenes conformadas por agrupaciones iguales, adaptadas al nivel de complejidad de cada grado. En segundo grado se mostraron tres grupos con diez manzanas cada uno; en tercer grado, diez grupos con dos paletas cada uno; y en cuarto grado, siete grupos con seis dulces cada uno. A partir de estas representaciones, los estudiantes debían responder cuatro preguntas orientadas a identificar la estructura multiplicativa de la situación: ¿qué observan en la imagen?, ¿cuántos grupos hay?, ¿cuántos elementos hay en cada grupo? y ¿cuántos elementos hay en total?

Con esta actividad se buscó promover la observación, la interpretación de representaciones gráficas y el reconocimiento de las agrupaciones iguales como fundamento del pensamiento multiplicativo. En este sentido, Bruner (1966) plantea que el aprendizaje se construye progresivamente a través de diferentes formas de representación, pasando de

experiencias concretas a representaciones icónicas y posteriormente a representaciones simbólicas. Por ello, el análisis de imágenes y agrupaciones constituye una estrategia que favorece la comprensión de conceptos matemáticos antes de su formalización mediante símbolos y operaciones.

En grado segundo se evidenció un desempeño muy favorable, ya que todos los estudiantes identificaron correctamente las agrupaciones y respondieron adecuadamente las preguntas propuestas. Solo se presentaron dos casos particulares: un estudiante omitió responder qué observaba en la imagen y una estudiante escribió “tres grupos de diez” en lugar de “manzanas”. No obstante, ambos lograron identificar correctamente las agrupaciones y determinar el total de elementos representados.

**Figura 30.** *Respuestas de estudiantes de segundo grado en la actividad de reconocimiento de agrupaciones iguales.*

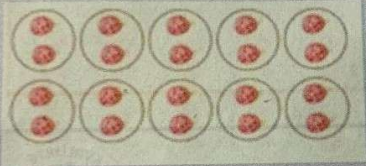


*Nota.* Los estudiantes identificaron correctamente el número de grupos, la cantidad de elementos por grupo y el total representado en la imagen.

En grado tercero también se evidenció un desempeño favorable, ya que la mayoría de los estudiantes respondió correctamente las preguntas planteadas. Solo se presentó un caso particular en el que un estudiante indicó que había cinco grupos en lugar de diez; sin embargo, al realizar el conteo de los elementos logró encontrar correctamente el total. Esto sugiere que,

aunque presentó una dificultad inicial en la identificación de los grupos, logró interpretar adecuadamente la información representada en la imagen.

**Figura 31.** Respuesta de un estudiante de tercer grado en la actividad de reconocimiento de agrupaciones iguales.



Actividad 1: Observa la imagen a continuación y responde lo que se pregunta.

¿Qué ves? dulces

¿Cuántos grupos hay? 5

¿Cuántos hay en cada grupo? 2

¿Cuántos hay en total? 20

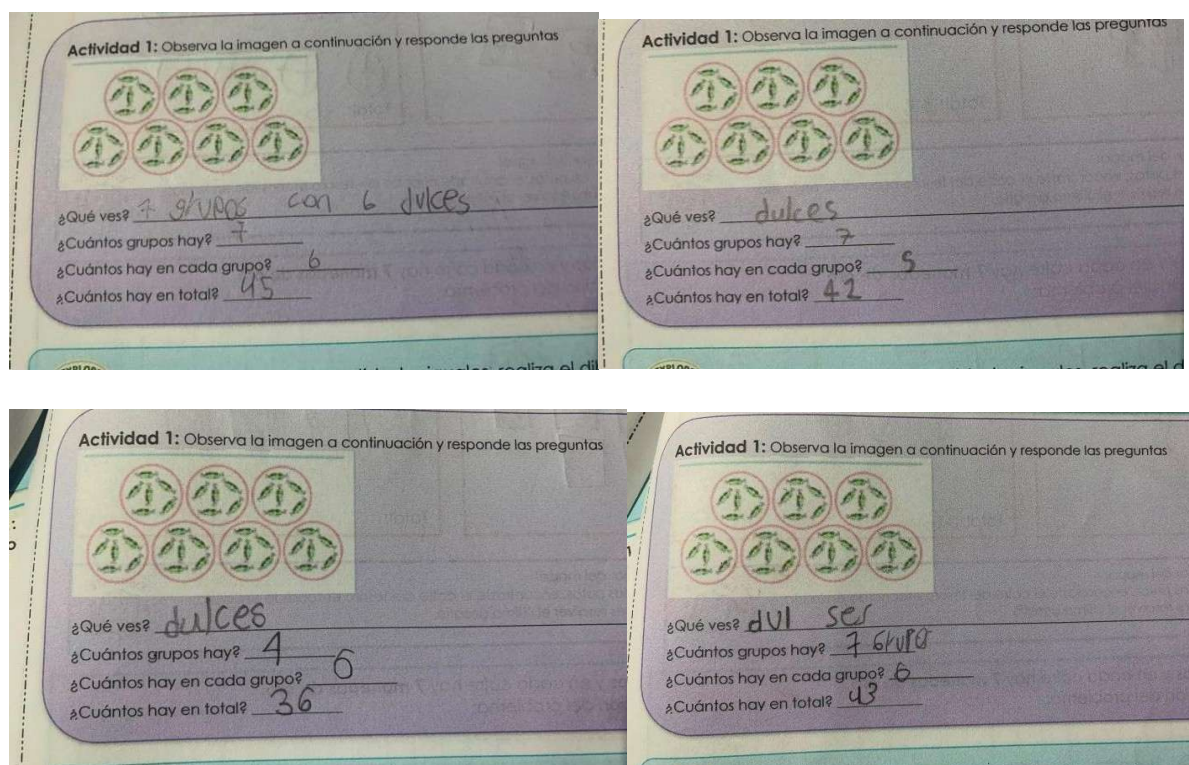
*Nota.* El estudiante presentó una dificultad en la identificación del número de grupos, pero determinó correctamente el total de elementos representados.

En grado cuarto se evidenciaron más dificultades que en los demás grados. Aunque la mayoría de los estudiantes logró identificar que se trataba de agrupaciones iguales, varios presentaron errores al determinar la cantidad de elementos en cada grupo o al calcular el total. Algunos estudiantes reconocieron correctamente los siete grupos, pero indicaron cantidades incorrectas de elementos por grupo, mientras que otros identificaron adecuadamente tanto los grupos como los elementos, pero cometieron errores en el conteo final, obteniendo resultados como 39, 43, 45 o 48 en lugar de 42.

Estas respuestas permiten evidenciar que los estudiantes reconocían la estructura general de la situación multiplicativa, pero aún presentaban dificultades en procesos de conteo y en la coordinación entre el número de grupos, la cantidad de elementos por grupo y el total resultante.

Al respecto, Piaget (1975) señala que la construcción de las nociones lógico-matemáticas se desarrolla progresivamente y requiere la coordinación de diferentes relaciones numéricas para comprender adecuadamente las situaciones planteadas.

**Figura 32.** Respuestas que evidencian dificultades en la interpretación de agrupaciones iguales.



*Nota.* Se observan errores relacionados con la identificación de los grupos, la cantidad de elementos por grupo y la determinación del total de elementos representados.

### 6.3.2. Explorar

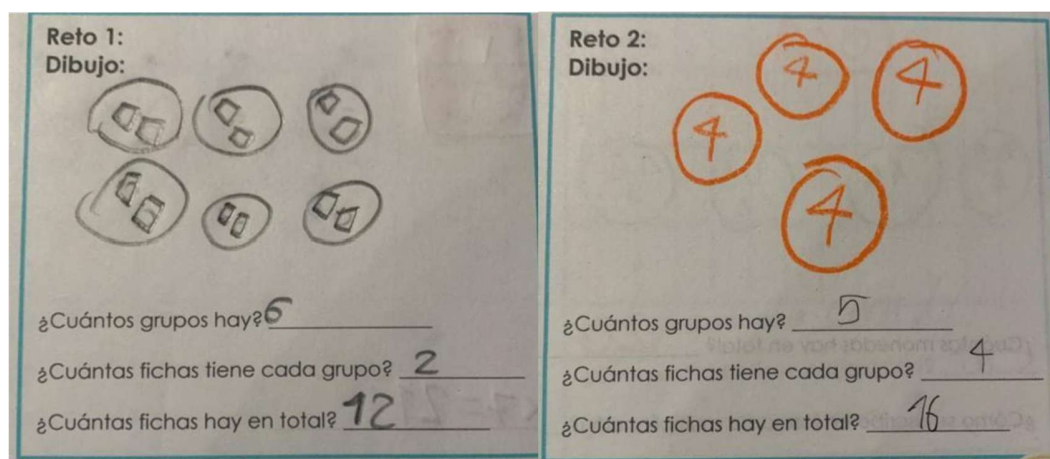
En la etapa de exploración se buscó que los estudiantes construyeran sus propias representaciones de agrupaciones iguales a partir de situaciones creadas por ellos mismos. Para ello, se plantearon dos retos en los que debían dibujar grupos con la misma cantidad de elementos y posteriormente responder las preguntas: ¿cuántos grupos hay?, ¿cuántos elementos tiene cada grupo? y ¿cuántos elementos hay en total?

A diferencia de la actividad anterior, donde los estudiantes interpretaban una imagen ya elaborada, en esta etapa fueron ellos quienes diseñaron las agrupaciones y organizaron las cantidades. Esto permitió explorar con mayor libertad diferentes estrategias de representación, así como identificar el nivel de comprensión que tenían sobre la relación entre los grupos, la cantidad de elementos en cada uno y el total. En este sentido, Bruner (1966) señala que el aprendizaje se fortalece cuando los estudiantes participan activamente en la construcción de sus propias representaciones, favoreciendo la comprensión de los conceptos matemáticos a partir de la exploración y la acción.

En grado segundo se evidenció una buena comprensión de la actividad, ya que todos los estudiantes lograron construir agrupaciones iguales y responder correctamente las preguntas planteadas. La principal diferencia se observó en las estrategias de representación utilizadas. Mientras algunos estudiantes realizaron los grupos mediante dibujos de los elementos, otros representaron las cantidades escribiendo números dentro de cada agrupación. Sin embargo, ambas estrategias les permitieron identificar correctamente el número de grupos, la cantidad de elementos en cada uno y el total correspondiente.

Estas respuestas evidencian que los estudiantes comenzaron a utilizar diferentes formas de representación para expresar una misma situación matemática, mostrando avances en la comprensión de las agrupaciones iguales y del pensamiento multiplicativo.

***Figura 33. Estrategias de representación utilizadas por estudiantes de segundo grado.***

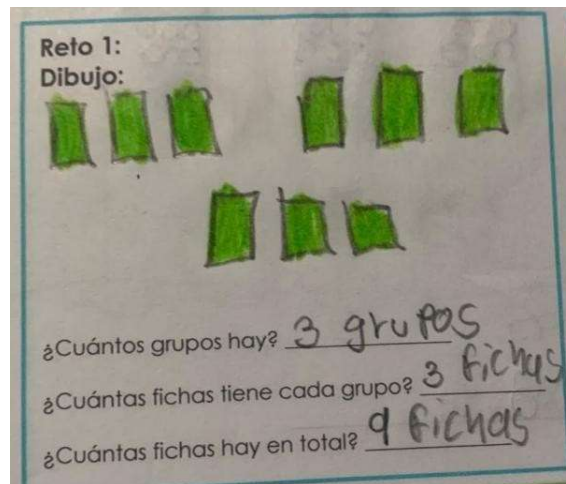


***Nota.** Se observan diferentes formas de representar agrupaciones iguales, mediante dibujos de los elementos y mediante el uso de números dentro de cada grupo.*

En grado tercero también se evidenció una adecuada comprensión de la actividad, ya que todos los estudiantes lograron construir agrupaciones iguales y responder correctamente las preguntas planteadas. A diferencia de grado segundo, la totalidad de los estudiantes representó las situaciones mediante dibujos de los elementos dentro de cada grupo.

Durante el desarrollo de la actividad, varios estudiantes solicitaron nuevamente el uso de las fichas para organizar las agrupaciones antes de realizar los dibujos. De igual manera, la estudiante de inclusión utilizó este material como apoyo para desarrollar la actividad. Esto evidencia que el material manipulativo continuó siendo un recurso importante para algunos estudiantes en la construcción y representación de las agrupaciones iguales, aunque posteriormente lograron trasladarlas adecuadamente al dibujo.

*Figura 34. Representación de agrupaciones iguales mediante dibujos realizada por un estudiante de tercer grado.*



*Nota. El estudiante organizó las agrupaciones mediante representaciones gráficas y respondió correctamente las preguntas relacionadas con el número de grupos, la cantidad de elementos por grupo y el total.*

En grado cuarto también se obtuvo un resultado favorable, ya que los estudiantes lograron construir agrupaciones iguales mediante dibujos y responder correctamente las preguntas propuestas. Las representaciones realizadas evidenciaron una adecuada comprensión de la relación entre el número de grupos, la cantidad de elementos en cada uno y el total correspondiente.

Solo se presentó un caso particular en el que un estudiante respondió correctamente las preguntas, pero no realizó el dibujo en la hoja. Durante el desarrollo de la actividad se observó que trabajó utilizando las fichas como apoyo, por lo que es posible que haya construido las agrupaciones con el material manipulativo y posteriormente omitiera trasladar la representación gráfica al formato escrito. No obstante, sus respuestas muestran que comprendía la estructura de la situación planteada.

Figura 35. Respuesta de un estudiante de cuarto grado en la actividad de construcción de agrupaciones iguales.

Reto 1:  
Dibujo:

¿Cuántos grupos hay? 4

¿Cuántas fichas tiene cada grupo? 3

¿Cuántas fichas hay en total? 12

Nota. El estudiante respondió correctamente las preguntas relacionadas con las agrupaciones, aunque omitió la representación gráfica en la hoja de trabajo.

### 6.3.3. *Explicar*

En la etapa de explicación se buscó fortalecer la relación entre las representaciones gráficas y la escritura simbólica de la multiplicación. Para ello, se presentaron diferentes ejemplos mediante diapositivas en los que los estudiantes observaron agrupaciones iguales y analizaron cómo estas podían expresarse mediante una multiplicación. Durante la explicación se hizo énfasis en el significado de cada factor, identificando la cantidad de elementos en cada grupo y el número de grupos representados.

Adicionalmente, en la guía de trabajo se incluyó un ejemplo de referencia donde se representaban dos grupos con cinco manzanas cada uno. A partir de esta situación, se mostró cómo la representación gráfica podía expresarse mediante la multiplicación correspondiente, permitiendo que los estudiantes contaran con un modelo para desarrollar las actividades posteriores. En este sentido, Bruner (1966) señala que el aprendizaje se favorece cuando los estudiantes establecen relaciones entre diferentes formas de representación, facilitando la transición desde las representaciones visuales hacia formas más abstractas y simbólicas del conocimiento matemático.

#### **6.3.4. Elaborar**

En la etapa de elaboración se propusieron situaciones contextualizadas con el fin de que los estudiantes aplicaran los conocimientos construidos durante las fases anteriores. A diferencia de las actividades previas, donde debían interpretar o crear agrupaciones libres, en esta ocasión se presentaron problemas específicos que requerían representar gráficamente las cantidades mediante dibujos y determinar el total de elementos en cada situación.

Las actividades fueron adaptadas al nivel de complejidad de cada grado. En segundo grado se trabajó con situaciones que involucraban cuatro cuadros con tres pelotas en cada uno y seis círculos con dos fichas en cada uno. En tercer grado se propusieron seis cuadros con tres pelotas en cada uno y cinco círculos con cuatro fichas en cada uno. Por su parte, en cuarto grado se plantearon siete cuadros con siete pelotas en cada uno y nueve círculos con cuatro fichas en cada uno. Con estas actividades se buscó que los estudiantes fortalecieran la relación entre las agrupaciones iguales, su representación gráfica y la determinación del total de elementos, favoreciendo la consolidación del pensamiento multiplicativo a partir de situaciones cercanas y significativas.

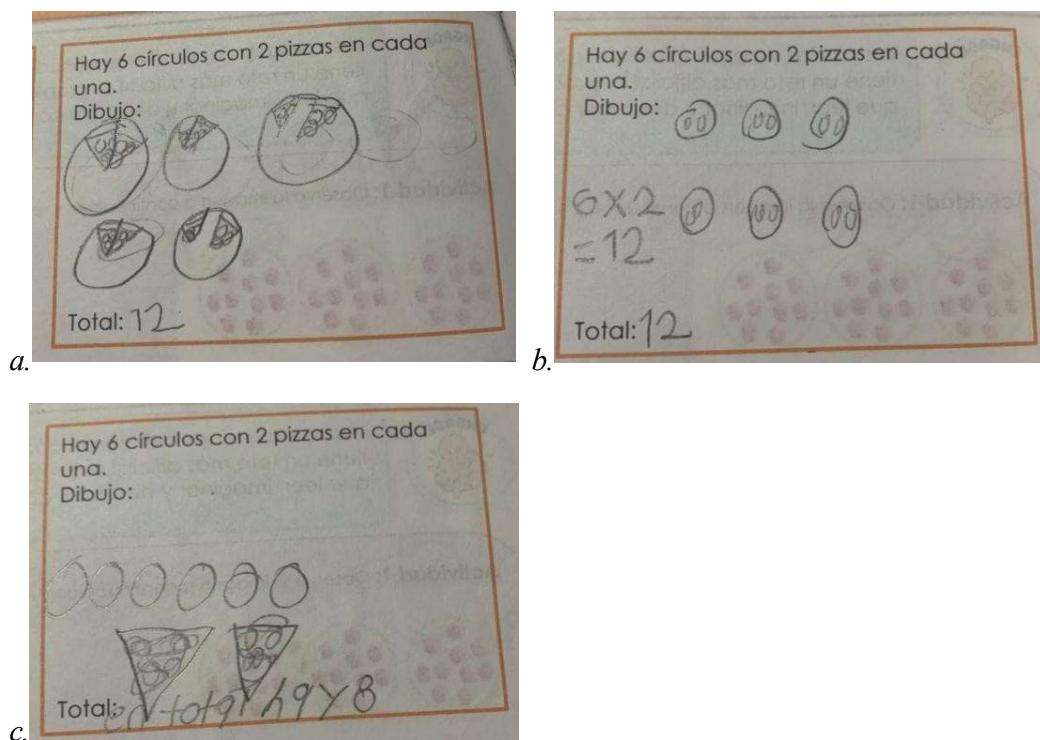
En grado segundo, la mayoría de los estudiantes desarrolló correctamente la actividad, realizando los dibujos solicitados y determinando adecuadamente el total de elementos en cada situación. Esto evidencia que lograban interpretar la información presentada y representarla mediante agrupaciones iguales.

No obstante, se identificaron algunos casos particulares. En uno de ellos, el estudiante dibujó correctamente los seis círculos y las dos fichas en cada uno; sin embargo, al determinar el total sumó únicamente las cantidades mencionadas en el enunciado, obteniendo como

respuesta ocho. Esta situación evidencia una dificultad para relacionar la representación gráfica con la cantidad total de elementos presentes en los grupos.

Por otro lado, se observó el caso de una estudiante que, además de realizar correctamente la representación gráfica y encontrar el total, escribió la multiplicación correspondiente a la situación planteada. Esto permite evidenciar avances en la relación entre las representaciones gráficas y simbólicas de la multiplicación, aspecto que constituye uno de los propósitos centrales del taller.

**Figura 33.** Respuestas de estudiantes de segundo grado en la resolución de situaciones multiplicativas.



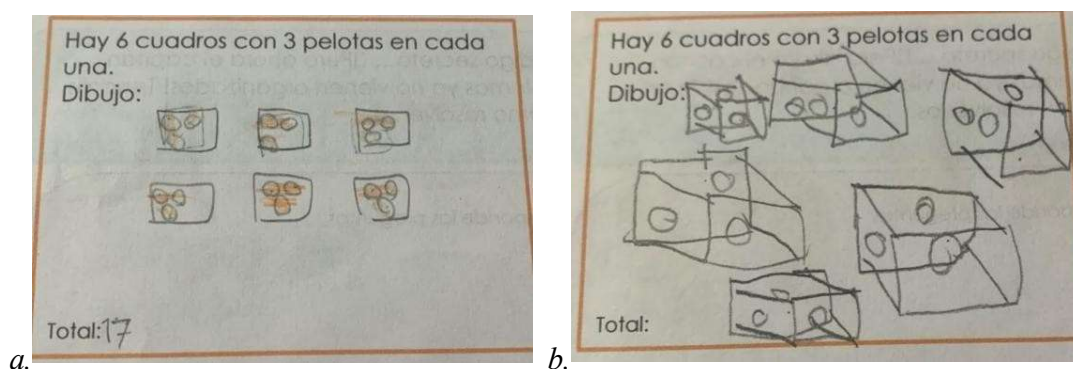
En la imagen 33.a se evidencia la respuesta correcta con la representación adecuada del problema. En la imagen 33.b se observa igualmente un procedimiento correcto, en el cual el estudiante realiza la operación de multiplicación de forma explícita y obtiene el resultado esperado. En la imagen 33.c, el estudiante únicamente realiza la representación mediante el

dibujo de los círculos y las pistas por separado, posteriormente los suma, obteniendo un total de 8, sin establecer la relación de multiplicación requerida por la situación planteada

En grado tercero también se evidenció un desempeño favorable, ya que la mayoría de los estudiantes logró representar correctamente las situaciones mediante dibujos y determinar el total de elementos en cada caso. Esto muestra una adecuada comprensión de las agrupaciones iguales y de su representación gráfica.

Sin embargo, se identificaron dos casos particulares. En el primero, el estudiante realizó correctamente la representación gráfica, pero omitió escribir el total de elementos. En el segundo, la estudiante representó adecuadamente la situación planteada, aunque presentó un error en el conteo al determinar el total. A pesar de estas dificultades, ambos estudiantes evidenciaron comprensión de la estructura de las agrupaciones propuestas.

**Figura 34.** *Respuestas de estudiantes de tercer grado en la resolución de situaciones multiplicativas.*



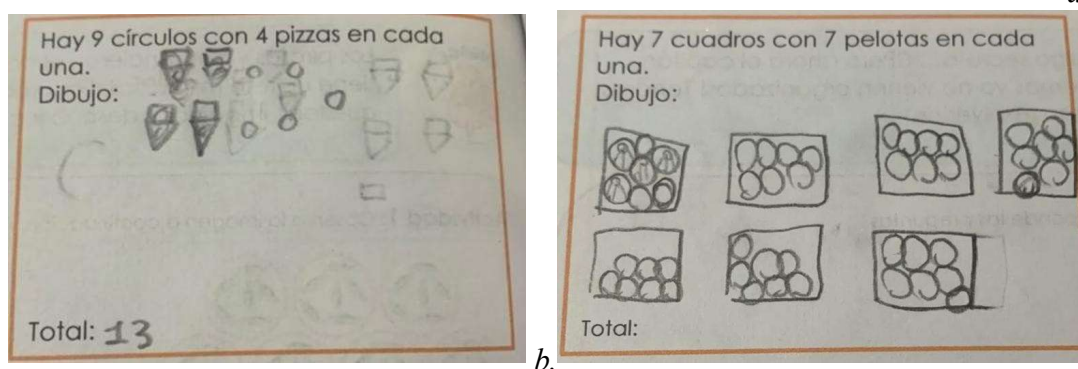
*Nota.* En la imagen 34.a se observa una representación correcta mediante el dibujo; sin embargo, la respuesta final es incorrecta, ya que no corresponde con la situación planteada. En la imagen

34.b el estudiante realiza únicamente la representación gráfica del problema, pero no registra el total ni la respuesta final.

En grado cuarto también la mayoría de los estudiantes logró realizar correctamente las representaciones gráficas propuestas. Sin embargo, se presentaron varios casos en los que los estudiantes elaboraron adecuadamente los dibujos, pero omitieron escribir el total de elementos solicitado. Esto sugiere que centraron su atención en la construcción de las agrupaciones, sin completar el proceso de cuantificación requerido por la actividad.

Asimismo, se identificó un caso particular similar al observado en grado segundo. La estudiante representó nueve círculos y cuatro fichas, pero en lugar de construir los grupos correspondientes, sumó ambas cantidades y obtuvo como resultado trece. Esta respuesta evidencia una dificultad para interpretar la estructura multiplicativa de la situación, ya que la estudiante consideró únicamente los datos numéricos presentes en el enunciado sin establecer la relación de agrupaciones iguales necesaria para determinar el total.

**Figura 35.** Respuesta que evidencia dificultades en la interpretación de agrupaciones iguales.



*Nota. En la imagen 35.a la estudiante identificó las cantidades presentes en el enunciado, pero las sumó directamente sin construir los grupos requeridos para determinar el total de elementos, y en la imagen 35.b el estudiante solo realizó la representación gráfica pero no escribió la respuesta.*

### **6.3.5. Evaluar**

En la etapa de evaluación se planteó una situación problema contextualizada dentro de la narrativa de piratas que acompañó el desarrollo del taller. Para ello, se presentó a los estudiantes un texto en el que se indicaba que habían llegado al último lugar del mapa y, tras seguir todas las pistas, encontrado el cofre del tesoro escondido en la isla. Sin embargo, antes de abrirlo debían resolver un último desafío matemático relacionado con agrupaciones iguales y multiplicación.

La actividad solicitaba a los estudiantes representar gráficamente la situación planteada mediante dibujos, determinar la cantidad total de monedas, escribir la situación en forma de multiplicación y responder una pregunta de reflexión acerca del procedimiento que consideraban más sencillo entre dibujar, sumar o multiplicar. Con ello se buscó valorar el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes respecto a las agrupaciones iguales y la relación entre las representaciones gráficas, numéricas y simbólicas de la multiplicación.

Las situaciones fueron adaptadas de acuerdo con el grado escolar. En segundo grado se propuso una situación en la que había siete cofres y cada cofre contenía tres monedas. En tercer grado se trabajó con ocho cofres pequeños que contenían seis monedas de oro cada uno. Por su parte, en cuarto grado se planteó una situación compuesta por nueve cofres pequeños con siete monedas de oro en cada uno. Estas variaciones permitieron ajustar el nivel de complejidad de la actividad y evidenciar los avances de los estudiantes en la resolución de situaciones multiplicativas mediante diferentes formas de representación.

En grado segundo, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente la situación planteada, realizando la representación gráfica de los siete cofres con tres monedas en cada uno, determinando el total de monedas y escribiendo la multiplicación correspondiente. Estos

resultados evidencian avances en la comprensión de las agrupaciones iguales y en la relación entre diferentes formas de representación de una misma situación multiplicativa.

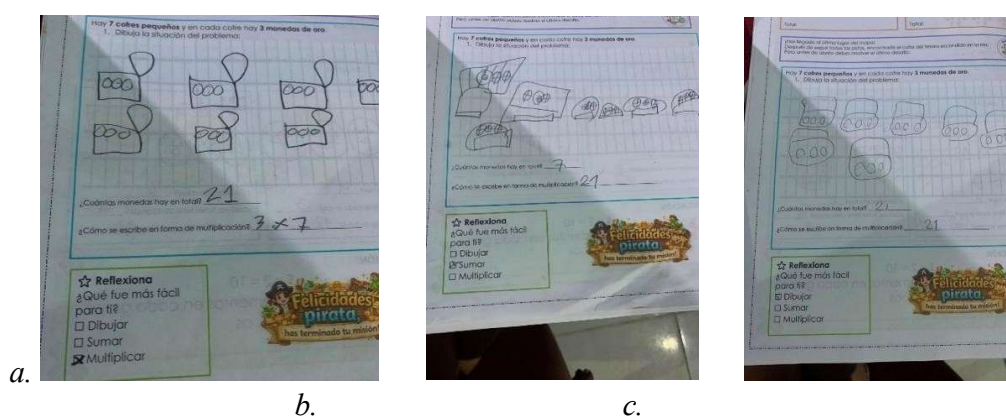
No obstante, se identificaron algunos casos particulares. En el primero de ellos, el estudiante realizó correctamente el dibujo solicitado, representando los siete cofres con tres monedas en cada uno. Sin embargo, al responder cuántas monedas había en total escribió el número siete, mientras que en la pregunta relacionada con la escritura de la multiplicación registró el número veintiuno. Esta respuesta permite inferir que el estudiante comprendió parcialmente la situación, pero presentó dificultades para diferenciar la información requerida en cada pregunta. Desde la perspectiva de Duval (1999), esta situación puede interpretarse como una dificultad en la coordinación de los distintos registros de representación, ya que el estudiante logró construir la representación gráfica de la situación, pero no estableció adecuadamente la relación entre esta representación y la información numérica solicitada en cada apartado.

De manera similar, se observó un segundo caso en el que el estudiante escribió el número veintiuno tanto en la pregunta correspondiente al total de monedas como en aquella que solicitaba la representación multiplicativa. Aunque identificó correctamente la cantidad total de elementos, no logró expresar la situación mediante la escritura simbólica de la multiplicación. Esta situación evidencia que la transición entre la representación gráfica y la representación simbólica aún se encuentra en proceso de consolidación. De acuerdo con Bruner (1966), la construcción de conceptos matemáticos implica avanzar progresivamente desde representaciones concretas e icónicas hacia representaciones simbólicas más abstractas, proceso que no ocurre de manera inmediata ni uniforme en todos los estudiantes.

Por otra parte, se identificaron respuestas que evidencian una comprensión más consolidada de la estructura multiplicativa trabajada durante el taller. Algunos estudiantes

realizaron correctamente la representación gráfica, determinaron el total de monedas y escribieron la multiplicación correspondiente. Además, en la pregunta de reflexión señalaron que multiplicar había sido la tarea más sencilla. Este tipo de respuestas sugiere que los estudiantes lograron establecer relaciones entre las agrupaciones iguales y su representación simbólica, favoreciendo la construcción del pensamiento multiplicativo. Desde la perspectiva de Piaget (1978), estos desempeños reflejan procesos de coordinación de relaciones y organización de estructuras cognitivas que permiten comprender una situación más allá del conteo individual de elementos.

**Figura 36.** Respuestas de estudiantes de segundo grado en la etapa de evaluación.

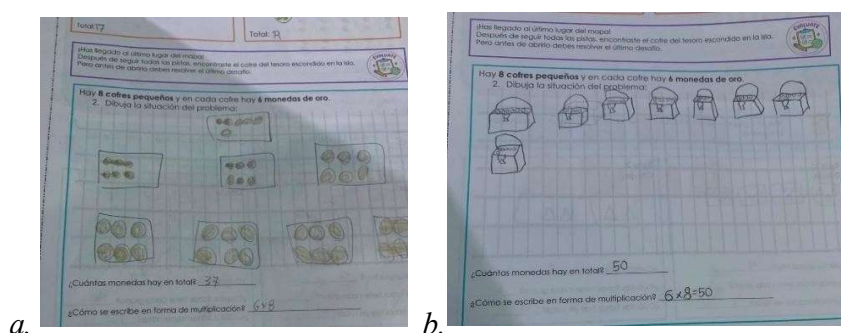


En la imagen 36.a se observa una respuesta correcta en la que el estudiante realiza la representación gráfica de la situación, determina adecuadamente el total de monedas y escribe la multiplicación correspondiente. En la imagen 36.b el estudiante representa correctamente la situación mediante el dibujo. Sin embargo, responde siete a la pregunta sobre el total de monedas y veintiuno en la pregunta relacionada con la multiplicación. En la imagen 36.c el estudiante registra el número veintiuno tanto para el total de monedas como para la representación multiplicativa, evidenciando dificultades para diferenciar la información solicitada en cada apartado.

En grado tercero, la mayoría de los estudiantes resolvió correctamente la situación planteada, representando las agrupaciones propuestas, determinando el total de monedas y escribiendo la multiplicación correspondiente. Asimismo, en la pregunta de reflexión se evidenció una distribución más equilibrada entre las opciones dibujar, sumar y multiplicar, ya que varios estudiantes manifestaron sentirse cómodos con cada una de estas estrategias. Esto sugiere que los estudiantes recurren a diferentes formas de representación y resolución según sus procesos de comprensión, aspecto que Bruner (1966) reconoce como fundamental en la construcción del conocimiento matemático.

No obstante, se identificaron dos casos en los que los estudiantes realizaron correctamente la representación gráfica de la situación y escribieron adecuadamente la multiplicación correspondiente; sin embargo, presentaron errores al determinar la cantidad total de monedas, registrando resultados de 37 y 40. Estas respuestas evidencian dificultades asociadas al conteo o al cálculo del total de elementos, más que a la comprensión de la estructura multiplicativa de la situación, ya que ambos estudiantes lograron identificar y representar correctamente las agrupaciones iguales propuestas.

**Figura 37.** Respuestas de estudiantes de tercer grado que presentan dificultades en el conteo de elementos.

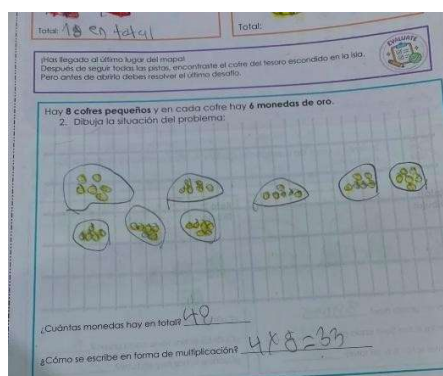


*Nota.* En las imágenes A y B los estudiantes realizan correctamente la representación gráfica de la situación y escriben la multiplicación correspondiente; sin embargo, presentan

errores al determinar la cantidad total de monedas, registrando resultados que no corresponden con las agrupaciones representadas.

Asimismo, se identificó un caso particular en el que el estudiante representó adecuadamente la situación planteada y escribió correctamente que había 48 monedas en total. Sin embargo, al expresar la situación en forma de multiplicación registró la operación  $4 \times 8 = 33$ . Esta respuesta evidencia una contradicción entre las diferentes representaciones utilizadas para resolver la actividad. Desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión matemática implica la coordinación entre distintos registros de representación semiótica; por tanto, aunque el estudiante logró determinar correctamente el total de monedas, presentó dificultades para establecer correspondencia entre la representación gráfica, el resultado numérico y la representación simbólica de la multiplicación. Este tipo de situaciones muestran que la construcción del pensamiento multiplicativo no depende únicamente de obtener una respuesta correcta, sino también de la capacidad para relacionar coherentemente las distintas formas de representación involucradas en la actividad.

**Figura 38.** Evidencia de inconsistencias entre las representaciones usadas en la resolución de la situación



*Nota.* El estudiante representa adecuadamente la situación y determina correctamente que hay 48 monedas en total; sin embargo, al escribir la multiplicación correspondiente registra

la operación  $4 \times 8 = 33$ , evidenciando dificultades para coordinar las diferentes representaciones de la situación planteada.

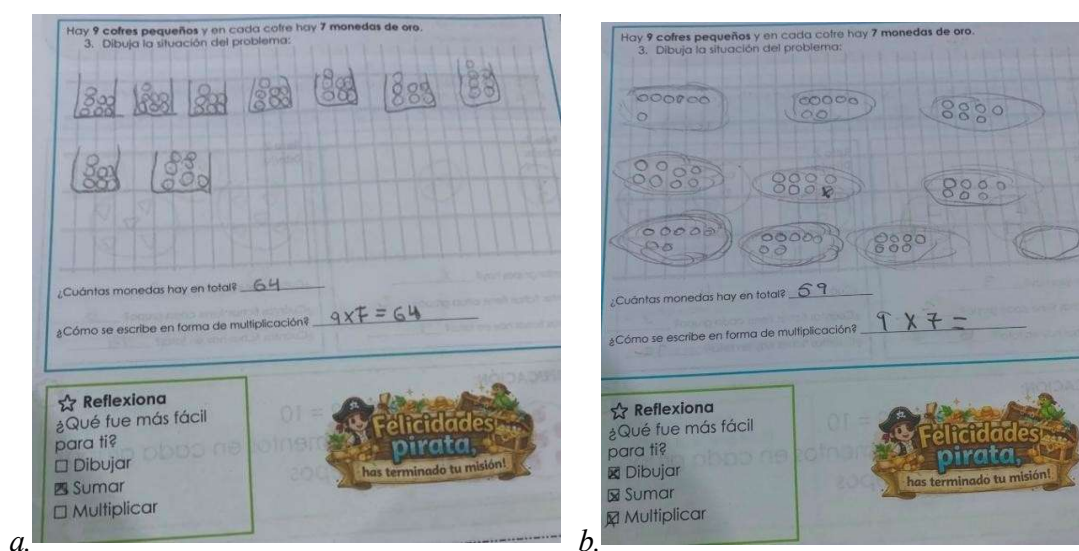
En grado cuarto, la mayoría de los estudiantes resolvió correctamente la situación planteada, representando los nueve cofres con siete monedas en cada uno y escribiendo la multiplicación correspondiente. No obstante, se identificaron varios casos en los que los estudiantes realizaron adecuadamente la representación gráfica de la situación y registraron correctamente la multiplicación  $9 \times 7$ , pero presentaron errores al determinar la cantidad total de monedas.

Estas respuestas evidencian que los estudiantes lograron comprender la estructura multiplicativa de la situación, identificando correctamente el número de grupos y la cantidad de elementos en cada uno. Sin embargo, las dificultades se presentaron en el proceso de conteo o cálculo del total de elementos. Desde la perspectiva de Piaget (1978), este tipo de errores puede interpretarse como parte del proceso de construcción de las relaciones cuantitativas, en el que los estudiantes ya reconocen las agrupaciones involucradas, pero aún presentan dificultades para coordinar correctamente todas las cantidades presentes en la situación.

De manera similar, Duval (1999) señala que la comprensión matemática implica no solo la construcción de representaciones adecuadas, sino también la articulación coherente entre ellas. En este caso, los estudiantes lograron establecer correspondencia entre la representación gráfica y la representación simbólica de la multiplicación, pero presentaron inconsistencias al determinar el resultado numérico final. Esto permite inferir que la comprensión de la estructura multiplicativa se encuentra más consolidada que los procedimientos de cálculo empleados para obtener el total de elementos.

Las respuestas observadas muestran que, aunque algunos estudiantes cometieron errores en el conteo, lograron identificar correctamente las agrupaciones iguales y representarlas mediante dibujos y expresiones multiplicativas. Estos desempeños evidencian avances significativos en la construcción del pensamiento multiplicativo, ya que los errores encontrados no estuvieron asociados a la interpretación de la situación, sino principalmente a la cuantificación final de los elementos representados.

**Figura 39.** Respuestas que presentan dificultades en la determinación del total de elementos.



En las imágenes 43.a y 43.b los estudiantes realizan correctamente la representación gráfica de los nueve cofres con siete monedas en cada uno y escriben adecuadamente la multiplicación  $9 \times 7$ . Sin embargo, al determinar la cantidad total de monedas registran respuestas de 59 y 64 respectivamente, resultados que no corresponden con las agrupaciones representadas en la situación planteada.

### 6.3.6. Síntesis

El desarrollo del taller 3 permitió fortalecer la comprensión de la multiplicación a partir de la representación de agrupaciones iguales en diferentes contextos. Las actividades propuestas

favorecieron que los estudiantes relacionaran dibujos, cantidades totales y expresiones multiplicativas, promoviendo el uso de distintas estrategias para resolver las situaciones planteadas. La narrativa de búsqueda del tesoro continuó generando interés y participación en los tres grados, facilitando la vinculación de los estudiantes con las actividades matemáticas desarrolladas.

A lo largo de las diferentes etapas se evidenció un avance progresivo en la identificación y representación de agrupaciones iguales. Los estudiantes lograron interpretar situaciones, construir representaciones gráficas y establecer relaciones entre el número de grupos, la cantidad de elementos en cada grupo y el total resultante. De acuerdo con Bruner (1966), el aprendizaje matemático se fortalece cuando los estudiantes pueden transitar entre diferentes formas de representación, desde aquellas de carácter más concreto y visual hasta representaciones simbólicas más abstractas. Este proceso se observó en múltiples actividades del taller, donde los estudiantes utilizaron dibujos, conteos y expresiones multiplicativas para comunicar sus razonamientos.

No obstante, también se identificaron dificultades relacionadas con la coordinación entre diferentes representaciones matemáticas. Algunos estudiantes lograron construir correctamente los dibujos, pero presentaron errores al determinar el total de elementos o al expresar la situación mediante una multiplicación. Estas situaciones coinciden con lo planteado por Duval (1999), quien señala que una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas radica en la articulación entre distintos registros de representación semiótica. Los errores observados muestran que la comprensión de una representación no garantiza necesariamente la coordinación con las demás.

De igual manera, se evidenció una progresión entre los grados escolares. Mientras en segundo grado algunos estudiantes presentaron dificultades para diferenciar la información solicitada en cada pregunta, en tercero y cuarto grado los errores se concentraron principalmente en procesos de conteo o cálculo, aun cuando las representaciones gráficas y las expresiones multiplicativas eran correctas. Desde la perspectiva de Piaget (1978), estos avances reflejan procesos de reorganización y coordinación progresiva de las relaciones cuantitativas, fundamentales para la construcción del pensamiento multiplicativo. En términos generales, el taller permitió consolidar aprendizajes relacionados con las agrupaciones iguales y fortalecer las conexiones entre representaciones gráficas, numéricas y simbólicas de la multiplicación.

#### **6.4. Taller 4**

El cuarto taller tuvo como propósito favorecer la comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación, permitiendo que los estudiantes identificaran que el orden de los factores puede variar sin modificar el resultado obtenido. Para ello, se diseñaron actividades centradas en la representación de agrupaciones iguales organizadas de diferentes maneras, promoviendo la observación, comparación y análisis de distintas disposiciones de una misma cantidad de elementos.

A lo largo del taller se plantearon situaciones contextualizadas en las que los estudiantes debían interpretar, representar y reorganizar agrupaciones, utilizando expresiones asociadas al cambio de orden y a diferentes formas de organización de los elementos. Estas actividades buscaban que los estudiantes reconocieran que una misma situación multiplicativa puede representarse de diversas maneras, manteniendo constante la cantidad total de elementos. En este sentido, Bruner (1966) señala que la construcción del conocimiento matemático se fortalece

cuando los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar con diferentes formas de representación, favoreciendo la comprensión progresiva de conceptos cada vez más abstractos.

Las actividades propuestas permitieron que los estudiantes exploraran la reorganización de grupos y elementos mediante dibujos, comparaciones y situaciones problema, fortaleciendo progresivamente la comprensión de la propiedad conmutativa. Asimismo, de acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática requiere la coordinación de distintos registros de representación semiótica; por ello, las tareas planteadas buscaron que los estudiantes establecieran relaciones entre representaciones gráficas, numéricas y simbólicas de una misma situación multiplicativa. Finalmente, en la etapa de evaluación se propuso la creación de situaciones multiplicativas por parte de los propios estudiantes, con el fin de identificar el nivel de apropiación alcanzado respecto a la propiedad trabajada y su capacidad para representarla en diferentes contextos.

#### ***6.4.1. Enganchar***

La etapa de enganche inició retomando la narrativa del capitán pirata que acompañó el desarrollo de los talleres. En esta ocasión, se presentó a los estudiantes la siguiente afirmación:

“No importa cómo organice los cofres, las monedas siguen siendo las mismas. ¿Será verdad? Vamos a descubrirlo”. A partir de esta situación, se buscó despertar el interés de los estudiantes y promover la exploración inicial de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

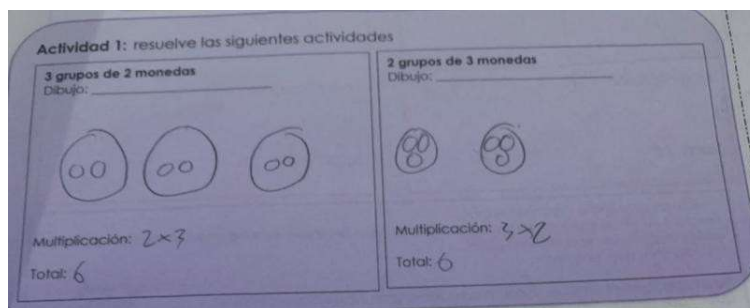
Para ello, se propusieron actividades en las que los estudiantes debían representar gráficamente agrupaciones organizadas de diferentes maneras, escribir la multiplicación correspondiente y determinar la cantidad total de monedas en cada caso. El propósito era que compararan las distintas formas de organización y reconocieran que, aunque cambiara el orden de los factores, la cantidad total de elementos permanecía constante.

Las situaciones fueron adaptadas de acuerdo con el grado escolar. En segundo grado se trabajó con tres grupos de dos monedas y, posteriormente, con dos grupos de tres monedas. En tercer grado se plantearon siete grupos de dos monedas y dos grupos de siete monedas. Por su parte, en cuarto grado se propusieron ocho grupos de seis monedas y seis grupos de ocho monedas. En cada una de las situaciones los estudiantes debían realizar la representación mediante dibujos, escribir la multiplicación correspondiente y determinar el total de monedas.

Mediante estas actividades se pretendía que los estudiantes identificaran regularidades entre las distintas representaciones y reconocieran que el cambio en el orden de los factores no modifica el producto obtenido. En este sentido, las tareas favorecen la coordinación entre diferentes registros de representación matemática, aspecto que, según Duval (1999), resulta fundamental para la comprensión de los conceptos matemáticos y para el establecimiento de relaciones entre diversas formas de representar una misma situación.

En grado segundo, la mayoría de los estudiantes resolvió correctamente la actividad propuesta, realizando las representaciones gráficas correspondientes, escribiendo las multiplicaciones asociadas a cada situación y determinando adecuadamente la cantidad total de monedas. Las respuestas evidencian que los estudiantes lograron reconocer que, aunque las agrupaciones se organizaban de manera diferente, la cantidad total de elementos permanecía constante. Este tipo de producciones permite identificar una comprensión inicial de la propiedad conmutativa de la multiplicación, al establecer relaciones entre las representaciones gráficas y simbólicas de una misma situación. De acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática requiere la coordinación de distintos registros de representación, proceso que se evidencia cuando los estudiantes logran relacionar dibujos, expresiones multiplicativas y resultados numéricos.

**Figura 40.** Respuesta correcta de un estudiante de segundo grado en la actividad de enganche.



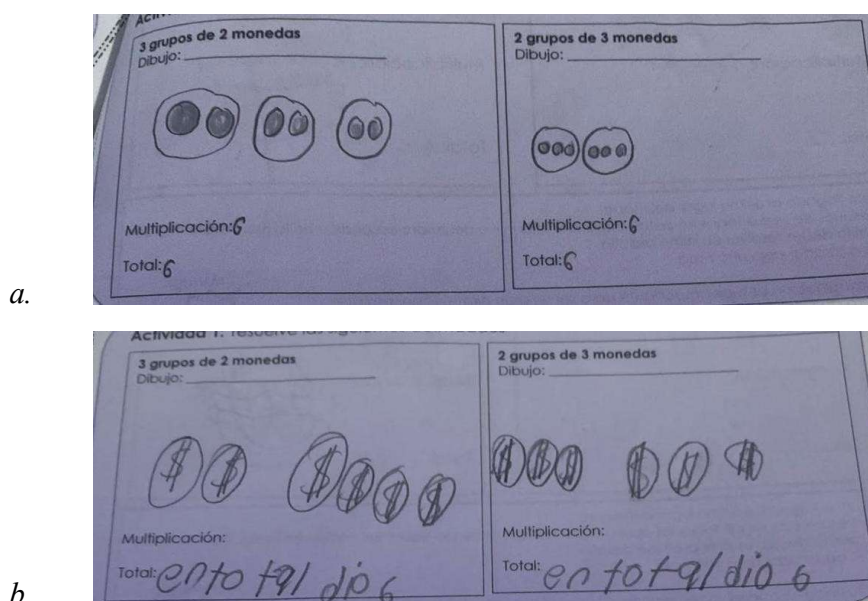
*Nota.* El estudiante representa correctamente ambas situaciones mediante dibujos, escribe las multiplicaciones correspondientes y determina adecuadamente el total de monedas en cada caso, identificando que ambas organizaciones producen la misma cantidad de elementos.

No obstante, se identificaron algunos casos particulares. En uno de ellos, el estudiante realizó adecuadamente la representación gráfica de las agrupaciones y determinó correctamente que el total correspondía a seis monedas; sin embargo, en el espacio destinado para la multiplicación escribió nuevamente el número seis, sin registrar la expresión multiplicativa correspondiente. De manera similar, otro estudiante representó correctamente la situación y escribió el total de monedas, pero dejó en blanco el espacio destinado a la multiplicación. En ambos casos, las respuestas sugieren que los estudiantes lograron establecer la cantidad total de elementos a partir de las representaciones gráficas, pero aún presentan dificultades para expresar la situación mediante el lenguaje simbólico de la multiplicación.

Estas producciones evidencian que algunos estudiantes continúan apoyándose principalmente en representaciones gráficas para resolver las situaciones planteadas, mientras que la representación simbólica aún se encuentra en proceso de consolidación. En concordancia con lo planteado por Bruner (1966), la construcción del conocimiento matemático implica una transición progresiva entre diferentes formas de representación, desde aquellas más

concretas e icónicas hacia formas simbólicas más abstractas. Por ello, aunque los estudiantes lograron comprender la situación propuesta, las dificultades observadas indican que la relación entre las representaciones gráficas y la escritura formal de la multiplicación aún requiere fortalecerse.

**Figura 41.** Respuestas que presentan dificultades en la representación simbólica de la multiplicación.



*Nota.* En la imagen 41.a el estudiante realiza correctamente la representación gráfica de la situación y escribe el total de monedas; sin embargo, registra el número seis tanto en el espacio destinado a la multiplicación como en el total. En la imagen 41.b el estudiante representa adecuadamente la situación y determina la cantidad total de monedas, pero deja en blanco el espacio correspondiente a la escritura de la multiplicación.

En grado tercero, los estudiantes resolvieron satisfactoriamente la actividad propuesta, realizando las representaciones gráficas, escribiendo las multiplicaciones correspondientes y determinando adecuadamente la cantidad total de monedas en ambas situaciones. Estos resultados evidencian que lograron identificar que, aunque las agrupaciones se organizaban de

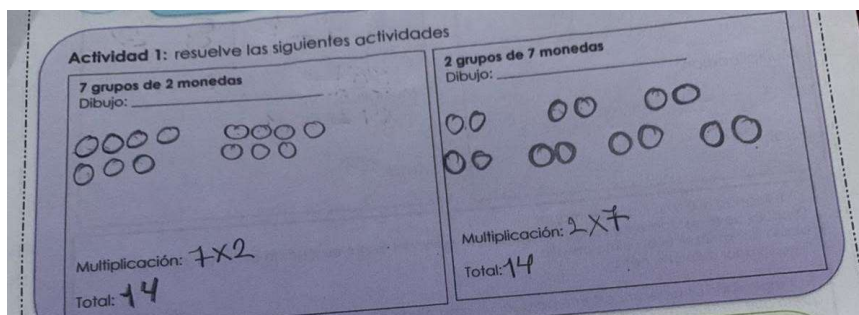
manera diferente, la cantidad total de elementos permanecía constante, aspecto fundamental para la comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Sin embargo, se identificó un caso particular en el que la estudiante escribió correctamente las multiplicaciones y determinó adecuadamente el total de monedas en ambas situaciones, pero presentó dificultades en la representación gráfica. En lugar de representar siete grupos de dos monedas, dibujó dos grupos de siete monedas y, de manera similar, en la segunda situación realizó la organización inversa a la solicitada. Aunque la estudiante comprendió que ambas situaciones producían el mismo resultado, presentó dificultades para diferenciar la estructura específica de cada agrupación.

Esta respuesta evidencia una comprensión parcial de la propiedad conmutativa. La estudiante reconoció que ambas multiplicaciones generan la misma cantidad total de elementos, pero no distinguió adecuadamente cuál factor representaba el número de grupos y cuál la cantidad de elementos en cada grupo.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta situación puede interpretarse como una dificultad en la coordinación entre las representaciones gráficas y las expresiones simbólicas, pues aunque logró operar correctamente con los números involucrados, la representación visual no conservó la estructura de las agrupaciones planteadas en el ejercicio.

**Figura 42.** Respuesta de una estudiante con dificultades en la representación gráfica de las agrupaciones.

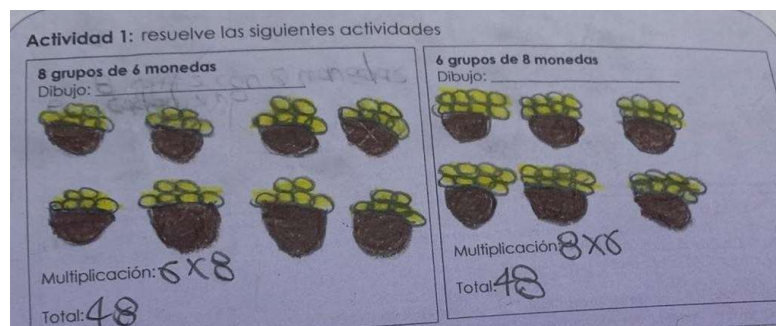


*Nota.* La estudiante determina correctamente el total de monedas y escribe adecuadamente las multiplicaciones correspondientes; sin embargo, al realizar los dibujos intercambia la organización de las agrupaciones, representando dos grupos de siete monedas en lugar de siete grupos de dos monedas y viceversa.

En grado cuarto, todos los estudiantes respondieron correctamente la actividad propuesta. Las producciones realizadas evidencian que lograron identificar que, aunque las agrupaciones se organizaban de manera diferente, la cantidad total de elementos permanecía constante. Asimismo, establecieron relaciones adecuadas entre las representaciones gráficas, las expresiones multiplicativas y los resultados obtenidos, mostrando comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

En concordancia con lo planteado por Duval (1999), la coordinación entre distintos registros de representación favorece la comprensión de los conceptos matemáticos. En este caso, los estudiantes lograron relacionar adecuadamente los dibujos, las expresiones simbólicas y las cantidades totales, reconociendo que el cambio en el orden de los factores no modifica el producto obtenido.

**Figura 43.** Respuesta correcta de un estudiante de cuarto grado en la actividad de enganche.



*Nota.* El estudiante representa adecuadamente ambas situaciones mediante dibujos, escribe las multiplicaciones correspondientes y determina correctamente el total de monedas en cada caso, evidenciando comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

#### 6.4.2. Explorar

En la etapa de exploración se continuó con la narrativa del capitán pirata, quien planteó a los estudiantes el siguiente desafío: “El capitán te propone un reto para comprobar si sigues siendo un buen pirata. Sigue las instrucciones y demuestra si eres un buen pirata”. A partir de esta situación, se propusieron actividades orientadas a que los estudiantes compararan diferentes formas de organizar una misma cantidad de elementos, con el propósito de identificar que el cambio en el orden de los factores no modifica el resultado de una multiplicación.

Para ello, los estudiantes debían representar gráficamente dos situaciones equivalentes, escribir las multiplicaciones correspondientes y determinar la cantidad total de monedas en cada caso. Posteriormente, se esperaba que compararan los resultados obtenidos y reconocieran que ambas organizaciones producían la misma cantidad de elementos.

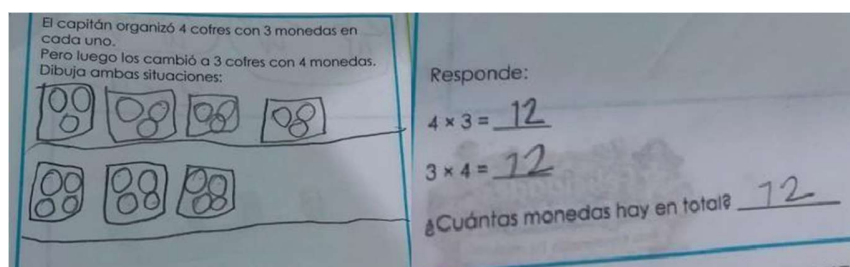
Las actividades fueron adaptadas según el grado escolar. En segundo grado se trabajó con cuatro cofres que contenían tres monedas cada uno y posteriormente con tres cofres que contenían cuatro monedas cada uno. En tercer grado se plantearon siete cofres con tres monedas

cada uno y tres cofres con siete monedas cada uno. Por su parte, en cuarto grado se propusieron siete cofres con cuatro monedas cada uno y cuatro cofres con siete monedas cada uno. En cada situación los estudiantes debían realizar la representación mediante dibujos, escribir las multiplicaciones correspondientes y determinar el total de monedas.

Durante el desarrollo de la actividad se identificó una situación común en los tres grados. Al momento de responder cuántas monedas había en total, varios estudiantes interpretaron que debían sumar los resultados obtenidos en las dos organizaciones presentadas, en lugar de registrar el total correspondiente a una de las situaciones. Por esta razón, fue necesario realizar una aclaración colectiva, explicando que ambas representaciones correspondían a la misma cantidad de monedas y que la pregunta hacía referencia al total de una de las organizaciones representadas.

En grado segundo, la mayoría de los estudiantes resolvió correctamente la actividad propuesta, realizando las representaciones gráficas correspondientes, escribiendo las multiplicaciones asociadas a cada situación y determinando adecuadamente la cantidad total de monedas. Las respuestas evidencian que los estudiantes lograron reconocer que las dos organizaciones presentadas producían la misma cantidad de elementos, estableciendo relaciones entre las representaciones gráficas, las expresiones multiplicativas y los resultados obtenidos.

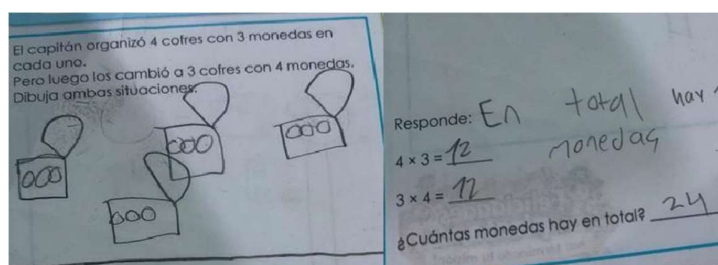
**Figura 44.** Respuesta correcta de un estudiante de segundo grado en la actividad de exploración.



*Nota.* El estudiante representa adecuadamente ambas situaciones, escribe las multiplicaciones correspondientes y determina correctamente que las dos organizaciones producen la misma cantidad total de monedas.

No obstante, se identificaron tres estudiantes que registraron como respuesta un total de 24 monedas. En estos casos, los estudiantes determinaron correctamente que cada una de las situaciones contenía 12 monedas; sin embargo, posteriormente sumaron ambos resultados y registraron 24 como respuesta final. Esta situación evidencia dificultades en la interpretación de la información solicitada, más que en la comprensión de la propiedad conmutativa, ya que los estudiantes lograron representar correctamente las agrupaciones y obtener el resultado de cada multiplicación. Desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión matemática no depende únicamente de la ejecución correcta de procedimientos, sino también de la interpretación adecuada de las representaciones y de las consignas asociadas a ellas. En este caso, las respuestas sugieren que los estudiantes comprendieron las relaciones multiplicativas involucradas en la actividad, pero presentaron dificultades para identificar con precisión la información requerida en la pregunta planteada.

**Figura 45.** Respuesta de un estudiante que suma los resultados de ambas situaciones.

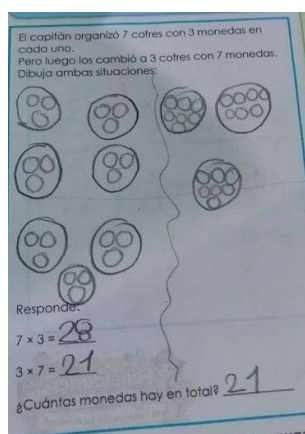


*Nota.* El estudiante representa correctamente las agrupaciones y determina que cada situación contiene 12 monedas; sin embargo, suma ambos resultados y registra 24 como respuesta final al interpretar que debía contabilizar conjuntamente las dos organizaciones presentadas.

En grado tercero, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente la actividad propuesta, identificando que las dos organizaciones representadas producían la misma cantidad de monedas. Sin embargo, se identificó un caso particular en el que la estudiante obtuvo resultados diferentes para las dos multiplicaciones planteadas. Mientras que en la operación  $3 \times 7$  registró correctamente un total de 21 monedas, en la operación  $7 \times 3$  escribió que el resultado era 28. Esta respuesta evidencia dificultades en el proceso de conteo o cálculo, ya que la estudiante no reconoció que ambas expresiones representan la misma cantidad de elementos organizados de manera diferente.

Desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión de la propiedad conmutativa implica establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación matemática. En este caso, aunque la estudiante logró representar las agrupaciones y resolver correctamente una de las multiplicaciones, no estableció equivalencia entre ambas expresiones, lo que sugiere que la comprensión de la propiedad trabajada aún se encontraba en proceso de consolidación.

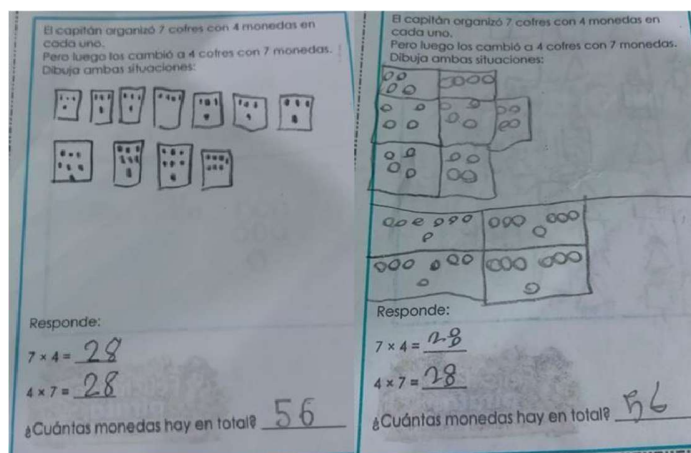
**Figura 46.** Respuesta de una estudiante que obtiene resultados diferentes en multiplicaciones conmutativas.



*Nota.* La estudiante registra correctamente que  $3 \times 7$  es igual a 21; sin embargo, en la operación  $7 \times 3$  obtiene como resultado 28, sin reconocer que ambas expresiones representan la misma cantidad de elementos organizados de manera diferente.

En grado cuarto, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente la actividad propuesta, identificando que las dos organizaciones representadas producían la misma cantidad de monedas. No obstante, se identificaron dos casos en los que los estudiantes registraron como respuesta un total de 56 monedas. En ambas producciones se observa que determinaron correctamente que cada una de las situaciones representadas contenía 28 monedas; sin embargo, posteriormente sumaron ambos resultados y escribieron 56 como respuesta final. Esta situación coincide con la observada en otros grados durante el desarrollo de la actividad, donde algunos estudiantes interpretaron que debían contabilizar conjuntamente las dos organizaciones presentadas.

Estas respuestas sugieren dificultades en la interpretación de la información solicitada más que en la comprensión de la propiedad conmutativa. Los estudiantes lograron reconocer que tanto  $7 \times 4$  como  $4 \times 7$  producen 28 monedas; sin embargo, consideraron que la pregunta hacía referencia a la suma de ambos resultados. De acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática también implica interpretar adecuadamente las representaciones y las consignas asociadas a ellas, aspecto que influyó en las respuestas registradas por estos estudiantes.

**Figura 47.** *Respuestas de estudiantes que suman los resultados de ambas situaciones.*

*Nota.* Los estudiantes determinan correctamente que cada una de las organizaciones contiene 28 monedas; sin embargo, suman ambos resultados y registran 56 como respuesta final al interpretar que debían contabilizar conjuntamente las dos situaciones representadas.

#### 6.4.3. Explicar

En la etapa de explicación se retomaron las situaciones trabajadas durante la fase de exploración con el propósito de analizar colectivamente las respuestas obtenidas y orientar a los estudiantes hacia la identificación de la propiedad conmutativa de la multiplicación. Para ello, se resolvió en el tablero una de las actividades desarrolladas previamente, revisando las representaciones gráficas, las multiplicaciones correspondientes y los resultados obtenidos, de manera que los estudiantes pudieran reconocer que, aunque cambiara el orden de los factores, la cantidad total de elementos permanecía constante.

Posteriormente, se presentó de manera explícita la propiedad conmutativa de la multiplicación y se propusieron ejemplos adicionales para fortalecer su comprensión. Finalmente, en el taller se incluyó un cuadro explicativo que contenía la definición de la propiedad y una representación gráfica en la que se mostraba que  $3 \times 2$  y  $2 \times 3$  producen la

misma cantidad de elementos, acompañada de las respectivas representaciones mediante dibujos y del resultado obtenido.

Esta etapa permitió formalizar los conocimientos construidos durante las actividades anteriores, favoreciendo el tránsito desde las representaciones concretas e icónicas hacia la comprensión de una propiedad matemática expresada de manera simbólica. De acuerdo con Bruner (1966), el aprendizaje se fortalece cuando los estudiantes pueden avanzar progresivamente entre diferentes formas de representación, construyendo significados cada vez más abstractos a partir de experiencias previas. Asimismo, la articulación entre representaciones gráficas, numéricas y simbólicas favorece la comprensión de los conceptos matemáticos, aspecto que Duval (1999) considera fundamental para la construcción del conocimiento matemático.

#### ***6.4.4. Elaborar***

En la etapa de elaboración se propusieron situaciones contextualizadas con el propósito de que los estudiantes aplicaran los conocimientos construidos durante las fases anteriores y fortalecieran la comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación. Para ello, debían representar gráficamente las situaciones planteadas, escribir las multiplicaciones correspondientes y determinar la cantidad total de elementos en cada caso.

Las actividades fueron adaptadas de acuerdo con el nivel escolar. En segundo grado se trabajó con una situación en la que se organizaban cuatro filas con tres espadas en cada una y posteriormente tres filas con cuatro espadas. Asimismo, se presentó una segunda situación en la que aparecían seis barcos con dos piratas en cada uno y luego dos barcos con seis piratas. En tercer grado se propusieron tres filas con ocho espadas y ocho filas con tres espadas, así como siete barcos con cuatro piratas y cuatro barcos con siete piratas. Por su parte, en cuarto grado se

trabajó con ocho filas con cinco espadas y cinco filas con ocho espadas, además de nueve barcos con cuatro piratas y cuatro barcos con nueve piratas. En todas las situaciones los estudiantes debían realizar la representación mediante dibujos, escribir las multiplicaciones correspondientes y determinar el total de elementos.

Durante el desarrollo de la actividad se observó una situación común en los tres grados relacionada con la elaboración de los dibujos. Algunos estudiantes manifestaron dificultades para representar ciertos elementos, particularmente las espadas, debido al espacio reducido disponible en la guía y a la complejidad que implicaba realizar múltiples representaciones. Ante esta situación, se les sugirió utilizar trazos o marcas simples para representar las espadas, manteniendo el énfasis de la actividad en la organización de las agrupaciones y no en la calidad estética de los dibujos. Esta adaptación permitió que los estudiantes continuaran desarrollando la actividad y concentraran su atención en las relaciones multiplicativas involucradas.

En grado segundo, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones propuestas. Sin embargo, se identificaron dos casos particulares asociados a dificultades en la representación gráfica de las agrupaciones.

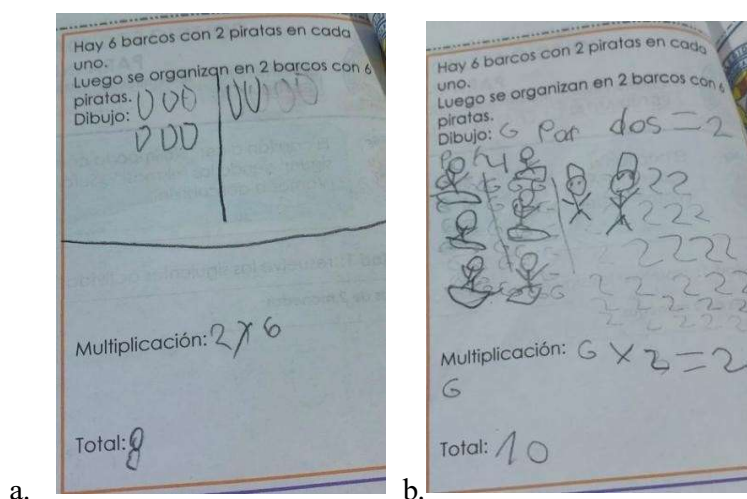
En el primer caso, el estudiante representó únicamente los seis barcos solicitados, pero omitió dibujar los dos piratas que debían ubicarse en cada uno de ellos. Aunque escribió correctamente la multiplicación  $2 \times 6$ , al determinar el total sumó únicamente las cantidades mencionadas en la situación, obteniendo como respuesta ocho. Esta producción evidencia dificultades para relacionar la representación gráfica con la cantidad total de elementos presentes en las agrupaciones.

En el segundo caso, el estudiante escribió correctamente las multiplicaciones correspondientes y reconoció la equivalencia entre  $6 \times 2$  y  $2 \times 6$ . Sin embargo, en la

representación gráfica no incluyó los piratas dentro de cada barco y únicamente dibujó diez piratas de manera aislada. Como consecuencia, registró como total el número de figuras dibujadas y no la cantidad de elementos que debía obtener a partir de las agrupaciones planteadas.

Estas respuestas muestran que algunos estudiantes identificaron las expresiones multiplicativas involucradas en la actividad, pero presentaron dificultades al coordinar la representación gráfica con la determinación del total de elementos. De acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática requiere establecer relaciones entre distintos registros de representación; por ello, cuando la representación gráfica no conserva la estructura de la situación planteada, pueden surgir errores en la interpretación y cuantificación de las agrupaciones.

**Figura 48.** Respuestas de estudiantes que presentan dificultades en la representación de agrupaciones iguales.



*Nota.* En la imagen A el estudiante representa únicamente los barcos y omite los piratas que debían ubicarse en cada agrupación, por lo que determina incorrectamente el total de elementos. En la imagen B el estudiante escribe adecuadamente las multiplicaciones, pero dibuja

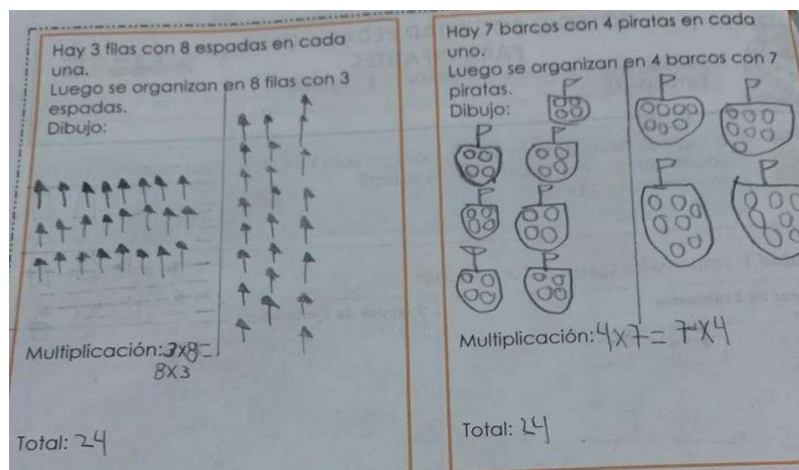
únicamente diez piratas y registra esta cantidad como respuesta final, sin representar las agrupaciones indicadas en la situación.

En grado tercero, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones propuestas. Sin embargo, se identificó un caso particular en el que la estudiante realizó adecuadamente las representaciones gráficas y escribió correctamente las multiplicaciones correspondientes. No obstante, al determinar el total de elementos registró 24 en ambas situaciones, a pesar de que la segunda agrupación contenía 28 elementos.

Esta respuesta evidencia que la estudiante reconoció la idea de que en la propiedad conmutativa dos multiplicaciones pueden producir el mismo resultado; sin embargo, aplicó esta generalización a situaciones que no correspondían a una relación conmutativa. Mientras que la primera situación representaba  $3 \times 8 = 24$ , la segunda correspondía a  $7 \times 4 = 28$ , por lo que ambas debían producir cantidades diferentes.

Desde la perspectiva de Piaget (1978), la construcción de conceptos matemáticos implica procesos progresivos de organización y coordinación de relaciones. En este caso, la estudiante parece haber identificado una regularidad asociada a la propiedad trabajada, pero la aplicó de manera general sin analizar las características particulares de cada situación. Esto sugiere que la comprensión de la propiedad conmutativa aún se encontraba en proceso de consolidación, pues reconocía la equivalencia de algunas multiplicaciones, pero no diferenciaba cuándo dicha propiedad era aplicable.

**Figura 49.** Respuesta de una estudiante que asigna el mismo resultado a situaciones no equivalentes.



*Nota.* La estudiante realiza correctamente las representaciones gráficas y las multiplicaciones correspondientes; sin embargo, registra 24 como resultado en ambas situaciones, aunque la segunda agrupación corresponde a 28 elementos.

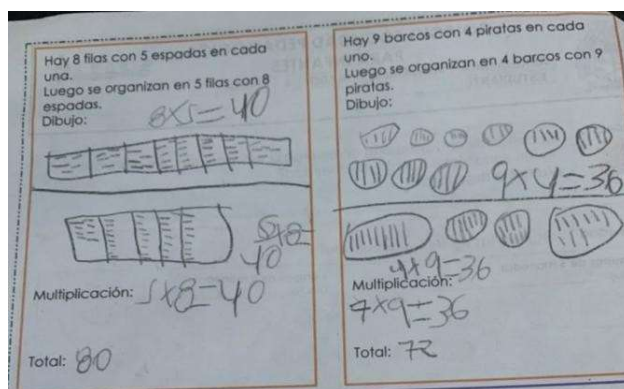
En grado cuarto, la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones propuestas. Sin embargo, se identificó un caso particular en el que el estudiante realizó adecuadamente las representaciones gráficas y escribió correctamente las multiplicaciones correspondientes. No obstante, al determinar el total de elementos registró 80 en la primera situación y 72 en la segunda, resultados obtenidos al sumar dos veces el total de cada agrupación.

Esta respuesta evidencia que el estudiante logró establecer las relaciones multiplicativas presentes en las situaciones y determinar correctamente la cantidad de elementos en cada agrupación. Sin embargo, al momento de registrar la respuesta final interpretó que debía sumar nuevamente los resultados obtenidos, produciendo cantidades que no correspondían a las situaciones planteadas. Este error es similar al observado en actividades anteriores, donde

algunos estudiantes asociaron la pregunta sobre el total con la necesidad de combinar o duplicar los resultados obtenidos.

De acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática implica no solo la coordinación entre diferentes representaciones, sino también la interpretación adecuada de la información presentada y de las consignas asociadas a la actividad. En este caso, la respuesta sugiere una dificultad en la interpretación de la tarea solicitada más que en la comprensión de la propiedad conmutativa, ya que el estudiante logró representar correctamente las agrupaciones y escribir las expresiones multiplicativas correspondientes.

**Figura 50.** Respuesta de un estudiante que duplica los resultados obtenidos en cada situación.



*Nota.* El estudiante realiza correctamente las representaciones gráficas y las multiplicaciones correspondientes; sin embargo, registra 80 como resultado de una situación que contiene 40 elementos y 72 en una situación que contiene 36 elementos, al sumar nuevamente cada uno de los totales obtenidos.

#### 6.4.5. Evaluar

En la etapa de evaluación se invitó a los estudiantes a asumir un papel más activo dentro de la narrativa del taller. Para ello, se les presentó el siguiente mensaje: \**“Tu imaginación es muy importante para ser un gran pirata. Por eso queremos que demuestres cuánto puedes*

imaginar y ser creativo. Deberás crear tu propio problema, dibujar las situaciones y encontrar la respuesta”\*. A partir de esta consigna, se buscó que los estudiantes aplicaran de manera autónoma los conocimientos construidos durante las actividades anteriores mediante la creación de sus propias situaciones multiplicativas.

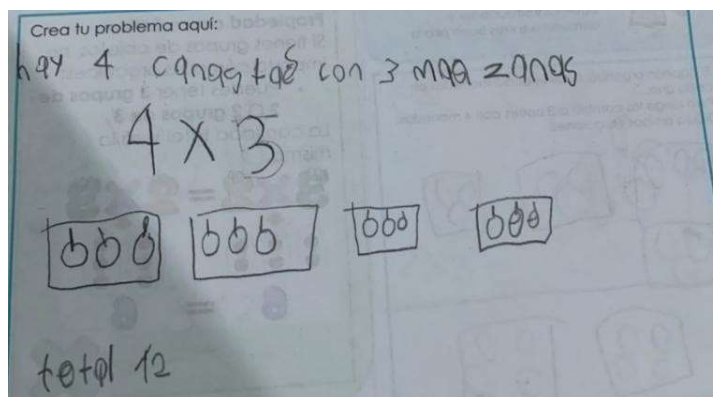
A diferencia de las etapas previas, en las que los estudiantes resolvían situaciones previamente diseñadas, en esta ocasión debían plantear un problema propio, realizar las representaciones gráficas correspondientes y determinar el total de elementos involucrados. Esta actividad fue la misma para los tres grados y tuvo como propósito identificar si los estudiantes lograban utilizar de manera autónoma las agrupaciones iguales y reconocer situaciones en las que la organización de los elementos podía variar sin modificar la cantidad total.

En grado segundo se identificaron diferentes tipos de respuestas. Aunque varios estudiantes lograron crear situaciones que evidenciaban la propiedad conmutativa de la multiplicación, también se observaron producciones en las que los estudiantes plantearon únicamente situaciones multiplicativas sin incluir una segunda organización que permitiera establecer la equivalencia entre dos expresiones conmutativas. En estos casos, los estudiantes propusieron problemas como cuatro canastas con tres manzanas, realizaron la representación gráfica, escribieron la multiplicación correspondiente y determinaron el total de elementos, pero no incorporaron una segunda disposición que permitiera evidenciar la propiedad trabajada durante el taller.

Esta situación sugiere que los estudiantes lograron apropiarse de la idea de multiplicación como agrupaciones iguales; sin embargo, algunos aún no diferenciaban completamente entre una situación multiplicativa y una situación diseñada específicamente para representar la propiedad conmutativa. Desde la perspectiva de Piaget (1978), la construcción de

nuevos conceptos requiere procesos progresivos de reorganización de los conocimientos previos, por lo que resulta esperable que algunos estudiantes centren su atención en la multiplicación antes que en las relaciones particulares asociadas a una de sus propiedades.

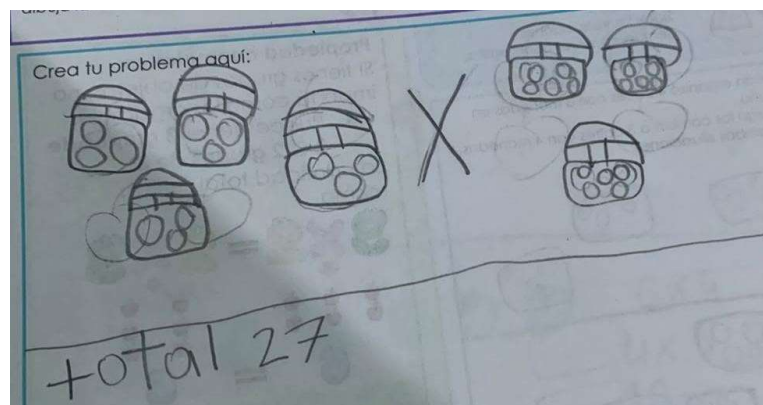
**Figura 51.** Respuesta de un estudiante que plantea una situación multiplicativa sin representar la propiedad conmutativa.



*Nota.* El estudiante crea una situación de multiplicación, realiza la representación gráfica correspondiente y determina correctamente el total de elementos; sin embargo, no incluye una segunda organización que permita evidenciar la propiedad conmutativa.

Asimismo, se identificó un caso en el que el estudiante representó dos situaciones diferentes mediante dibujos de cofres y monedas. No obstante, planteó agrupaciones que no conservaban la misma cantidad de elementos, ya que representó cuatro cofres con tres monedas y posteriormente tres cofres con cinco monedas. Al determinar el total, realizó un conteo incorrecto de los elementos representados y registró como respuesta final el número 27. Esta producción evidencia dificultades tanto en la construcción de una situación que represente la propiedad conmutativa como en la cuantificación de los elementos involucrados.

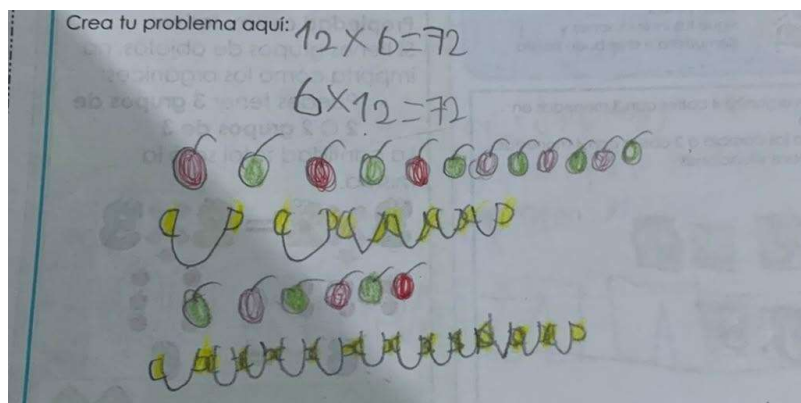
**Figura 52.** Respuesta de un estudiante que presenta dificultades en la construcción de una situación conmutativa.



*Nota.* El estudiante representa dos agrupaciones diferentes, pero estas no conservan la misma cantidad de elementos. Además, registra un total que no corresponde con la cantidad de elementos representados en los dibujos.

Por otra parte, se observó una respuesta que evidencia un nivel de comprensión más avanzado. En este caso, el estudiante creó una situación propia utilizando multiplicaciones de dos cifras, representó gráficamente las agrupaciones y estableció correctamente que  $12 \times 6$  y  $6 \times 12$  producen el mismo resultado. Esta producción muestra que el estudiante logró generalizar la propiedad conmutativa más allá de los ejemplos trabajados durante el taller, aplicándola a cantidades diferentes a las abordadas inicialmente.

**Figura 53.** Respuesta de un estudiante que generaliza la propiedad conmutativa a multiplicaciones de dos cifras.

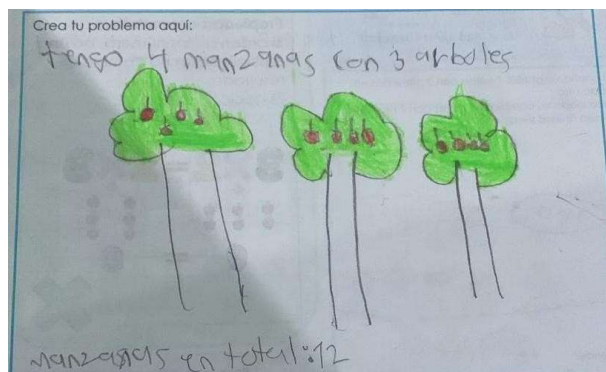


*Nota.* El estudiante crea una situación propia utilizando las expresiones  $12 \times 6$  y  $6 \times 12$ , realiza las representaciones correspondientes y determina correctamente que ambas multiplicaciones producen el mismo resultado.

En grado tercero se identificaron diferentes tipos de respuestas. En primer lugar, se encontraron dos casos en los que los estudiantes plantearon situaciones de multiplicación, pero no representaron la propiedad conmutativa. En estas producciones, los estudiantes crearon problemas de agrupaciones iguales, realizaron los dibujos correspondientes y determinaron el total de elementos; sin embargo, no incluyeron una segunda organización que permitiera evidenciar que el cambio en el orden de los factores conserva la misma cantidad total. Estas respuestas sugieren que los estudiantes lograron apropiarse de la multiplicación como agrupación de elementos, aunque aún no diferenciaban completamente entre una situación multiplicativa y una situación orientada específicamente a representar la propiedad conmutativa.

**Figura**  
**54.**

*Respuesta que plantea una situación multiplicativa sin representar la propiedad conmutativa.*



*Nota.* El estudiante crea una situación de multiplicación, realiza la representación gráfica correspondiente y determina correctamente el total de elementos, pero no incluye una segunda organización que permita evidenciar la propiedad conmutativa.

Asimismo, se identificó el caso de una estudiante que planteó una situación en la que representó cinco flores y dos árboles, y posteriormente dos flores y cinco árboles. Aunque escribió correctamente las expresiones  $5 \times 2$  y  $2 \times 5$ , las representaciones gráficas no conservaron la estructura de agrupaciones requerida por la multiplicación, ya que los elementos fueron dibujados de manera independiente y no organizados en grupos. Como consecuencia, la estudiante determinó el total a partir del conteo de todas las figuras representadas, obteniendo como resultado 14.

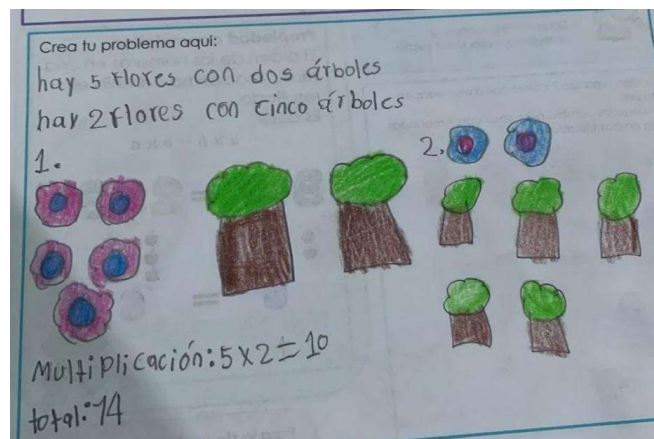
Esta respuesta evidencia que la estudiante reconocía la relación entre las expresiones multiplicativas asociadas a la propiedad conmutativa, pero presentó dificultades para representarlas mediante agrupaciones iguales. De acuerdo con Duval (1999), la comprensión matemática implica coordinar diferentes registros de representación; en este caso, aunque la

**Figura**

estudiante utilizó correctamente el registro simbólico, la representación gráfica no conservó la estructura necesaria para expresar la relación multiplicativa planteada.

55.

*Respuesta de una estudiante que presenta dificultades en la representación de agrupaciones iguales.*



*Nota.* La estudiante escribe correctamente las expresiones multiplicativas, pero representa los elementos de manera aislada y determina el total a partir del conteo de todas las figuras dibujadas, sin organizar agrupaciones que permitan representar la situación planteada.

Por otra parte, se resalta la producción de una estudiante vinculada a los procesos de inclusión del grupo, quien creó una situación en la que representó un pirata y tres triángulos, estableciendo que  $1 \times 3$  y  $3 \times 1$  producen el mismo resultado. Aunque utilizó cantidades pequeñas, logró identificar la equivalencia entre ambas expresiones y representar adecuadamente la propiedad conmutativa.

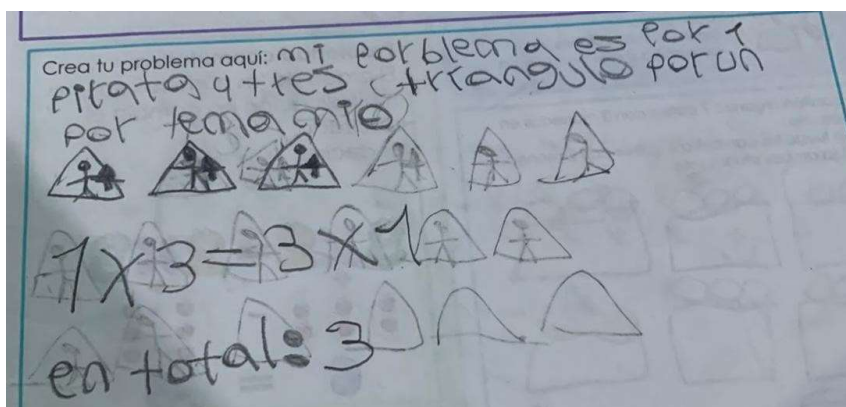
Esta respuesta evidencia la comprensión de la idea central trabajada durante el taller, al reconocer que el cambio en el orden de los factores no modifica la cantidad total obtenida. Asimismo, constituye una evidencia de que las actividades propuestas favorecieron la

**Figura**

participación y la construcción de aprendizajes matemáticos por parte de estudiantes con diferentes ritmos y formas de aprendizaje, permitiéndoles aproximarse a la comprensión de la propiedad conmutativa desde sus propias posibilidades.

**56.**

*Respuesta que representa adecuadamente la propiedad conmutativa.*



*Nota.* La estudiante plantea una situación propia utilizando las expresiones  $1 \times 3$  y  $3 \times 1$ , determina correctamente que ambas producen el mismo resultado y evidencia comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

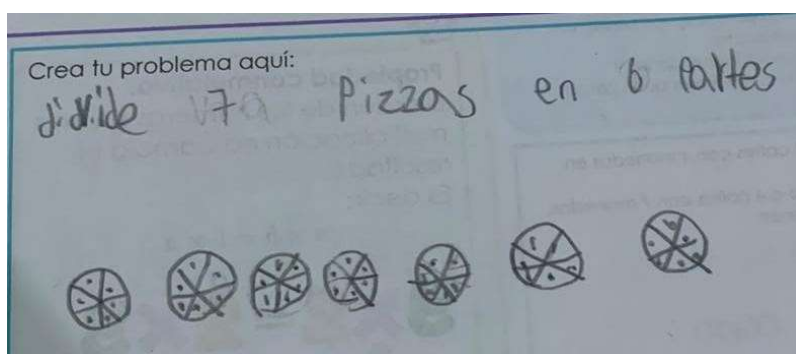
En grado cuarto, la mayoría de los estudiantes logró crear situaciones que representaban adecuadamente la propiedad conmutativa de la multiplicación. Sin embargo, se identificó un caso particular en el que la estudiante planteó la situación “dividir 7 pizzas en 6 partes” y realizó la representación gráfica correspondiente.

Esta respuesta evidencia que la estudiante construyó una situación matemática diferente a la trabajada durante el taller, ya que el problema planteado se relaciona con una estructura de reparto asociada a la división y no con agrupaciones iguales ni con la propiedad conmutativa de la multiplicación. Aunque la estudiante comprendió la consigna de crear un problema propio y

representarlo mediante dibujos, no logró establecer una situación que permitiera evidenciar la propiedad matemática abordada en las actividades previas.

De acuerdo con Piaget (1978), la construcción de los conceptos matemáticos implica procesos progresivos de diferenciación y organización de las relaciones entre distintas nociones. En este caso, la respuesta sugiere que la estudiante reconocía la existencia de diversas situaciones matemáticas, pero aún presentaba dificultades para identificar las características específicas de aquellas asociadas a la propiedad conmutativa de la multiplicación.

**Figura 57.** *Respuesta de una estudiante que plantea una situación asociada a la división.*



*Nota.* La estudiante crea una situación relacionada con el reparto de elementos y realiza la representación gráfica correspondiente; sin embargo, el problema planteado no permite evidenciar la propiedad conmutativa de la multiplicación trabajada durante el taller.

#### 6.4.6 Síntesis

El desarrollo del taller 4 permitió fortalecer la comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación a partir de la exploración de agrupaciones iguales organizadas de diferentes maneras. Las actividades propuestas favorecieron que los estudiantes identificaran que el orden de los factores puede variar sin alterar el resultado, promoviendo la relación entre representaciones gráficas, expresiones numéricas y situaciones contextualizadas.

La narrativa del capitán pirata continuó facilitando la participación e interés de los estudiantes en los tres grados, consolidando su vinculación con las actividades matemáticas propuestas.

A lo largo de las diferentes etapas se evidenció un avance progresivo en la identificación de la propiedad conmutativa, así como en la representación de agrupaciones iguales mediante dibujos y expresiones multiplicativas. Los estudiantes lograron reconocer que distintas disposiciones de una misma cantidad de elementos pueden representarse mediante diferentes multiplicaciones que conservan el mismo producto. En este sentido, de acuerdo con Bruner (1966), el aprendizaje matemático se fortalece cuando los estudiantes transitan entre múltiples formas de representación, lo cual se evidenció en el uso de registros gráficos, numéricos y simbólicos durante el desarrollo del taller.

No obstante, también se identificaron dificultades relacionadas principalmente con la coordinación entre los distintos registros de representación y la interpretación de las consignas. En algunos casos, los estudiantes tendieron a sumar resultados de ambas organizaciones o a duplicar cantidades, lo que evidencia una comprensión parcial de la tarea más que de la propiedad trabajada. Estas situaciones coinciden con lo planteado por Duval (1999), quien señala que la comprensión matemática requiere la articulación coherente entre diferentes registros semióticos, ya que la correcta representación en uno de ellos no garantiza su traducción adecuada en los demás.

Asimismo, se evidenció una progresión entre los grados escolares. En segundo grado se observaron dificultades en la escritura de la multiplicación, mientras que en tercero y cuarto grado los estudiantes lograron mayor dominio de las representaciones simbólicas, presentándose errores principalmente en la interpretación de la consigna o en la generalización de la propiedad.

Desde la perspectiva de Piaget (1978), estos avances reflejan procesos de reorganización progresiva del pensamiento lógico-matemático, fundamentales para la consolidación del concepto de multiplicación y sus propiedades.

En términos generales, el taller permitió consolidar la comprensión inicial de la propiedad conmutativa de la multiplicación, fortaleciendo las relaciones entre representaciones gráficas, numéricas y simbólicas, así como la capacidad de los estudiantes para reconocer regularidades en distintas situaciones multiplicativas.

### **6.5. Taller 5**

El desarrollo del taller 5 se orientó al fortalecimiento progresivo del pensamiento multiplicativo en los estudiantes, atendiendo a las particularidades de cada grado escolar. En grado segundo, las actividades estuvieron enfocadas en la consolidación de las tablas de multiplicar del 1 al 5, promoviendo la comprensión de la multiplicación como suma reiterada y el reconocimiento de patrones numéricos básicos. En los grados tercero y cuarto, el trabajo se centró en la exploración y comprensión de las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación, favoreciendo el análisis de la estructura de las operaciones y las relaciones entre distintos factores dentro de una misma expresión.

En este sentido, el taller se diseñó de manera diferenciada según el nivel de complejidad de los contenidos, permitiendo que los estudiantes avanzaran desde procesos más concretos de cálculo y repetición en grado segundo, hacia niveles de mayor abstracción en los que se requiere la reorganización y descomposición de las operaciones multiplicativas en los grados tercero y cuarto. Esta organización posibilitó el abordaje progresivo del concepto de multiplicación y sus propiedades, promoviendo la construcción de significados matemáticos acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Asimismo, el taller mantuvo una estructura didáctica común basada en situaciones contextualizadas, el uso de representaciones múltiples y la resolución de problemas, lo cual favoreció la participación de los estudiantes y la conexión entre las experiencias previas y los nuevos aprendizajes.

#### **6.5.1. Enganchar**

La etapa de enganchar tuvo como propósito introducir a los estudiantes en el desarrollo de las actividades mediante situaciones problemáticas contextualizadas, orientadas a activar

conocimientos previos y generar motivación frente a los nuevos contenidos matemáticos. En este sentido, se buscó favorecer la participación de los estudiantes a través de la narrativa del capitán pirata, quien planteó retos relacionados con el hallazgo del tesoro, promoviendo el uso de estrategias de cálculo rápido y el reconocimiento de relaciones multiplicativas.

En grado segundo, la actividad se centró en el fortalecimiento de las tablas de multiplicar del 1 al 5. El capitán pirata invitó a los estudiantes a “entrenarse para ser más rápidos en la búsqueda del tesoro”, proponiendo una serie de multiplicaciones que debían resolverse de manera ágil, ya fuera mediante el uso de fichas o mediante cálculo mental. Las operaciones planteadas incluyeron expresiones como  $2 \times 3$ ,  $3 \times 4$ ,  $4 \times 2$  y  $5 \times 3$ , con el objetivo de que los estudiantes identificaran el resultado correspondiente a cada una. Posteriormente, se propusieron nuevas situaciones en las que debían resolver multiplicaciones a partir de la suma reiterada, tales como  $3 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 3$  y  $4 \times 4$ , favoreciendo la comprensión de la multiplicación como adición repetida y el reconocimiento progresivo de patrones numéricos.

En los grados tercero y cuarto, la actividad de enganche se orientó a la introducción de las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación. Inicialmente, se explicó a los estudiantes que la propiedad asociativa se relaciona con la agrupación de factores y la propiedad distributiva con la descomposición de una multiplicación respecto a una suma.

Posteriormente, se propusieron situaciones en las que debían resolver multiplicaciones con tres factores, iniciando con la operación  $(2 \times 3) \times 4$  para ambos grados. Luego se presentó la equivalencia con la expresión  $2 \times (3 \times 4)$ , con el propósito de que los estudiantes compararan los resultados y verificaran si estos eran iguales.

De manera complementaria, se planteó una segunda actividad orientada a la propiedad distributiva, en la cual se presentó la expresión  $4 \times (3 + 2)$ , junto con su descomposición en  $(4 \times 3) +$

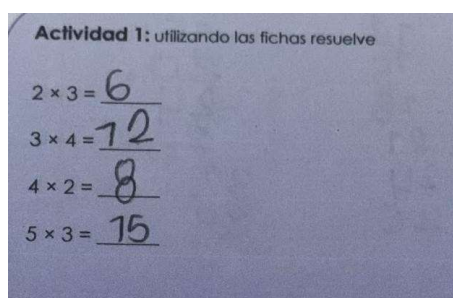
(4×2). Los estudiantes debían resolver las operaciones paso a paso y posteriormente identificar las relaciones entre ambas expresiones, reconociendo la estructura de la distribución de la multiplicación sobre la suma y diferenciando los procedimientos involucrados.

En grado segundo, los resultados de la actividad evidencian un desempeño satisfactorio por parte de los estudiantes, ya que todos lograron resolver correctamente las multiplicaciones propuestas. Este resultado sugiere una apropiación progresiva de las tablas de multiplicar del 1 al 5, así como la consolidación de estrategias de cálculo mental en la mayoría del grupo.

Se identificó que únicamente siete de los diecinueve estudiantes recurrieron al uso de fichas como apoyo concreto para la resolución de las operaciones, mientras que el resto logró resolver las multiplicaciones de manera mental. Este hecho evidencia un avance en el tránsito desde estrategias apoyadas en lo manipulativo hacia formas más abstractas de pensamiento matemático, en las que los estudiantes comienzan a interiorizar los procedimientos de cálculo.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este proceso refleja la transición desde el modo inactivo e icónico hacia el modo simbólico, en el cual los estudiantes logran operar con números sin necesidad de apoyos concretos. En este sentido, el uso reducido de material manipulativo sugiere un avance en la interiorización de las estructuras multiplicativas y en la automatización de los hechos numéricos básicos.

**Figura 58.** *Respuestas correctas de los estudiantes de grado segundo en la etapa de enganche del Taller 5.*

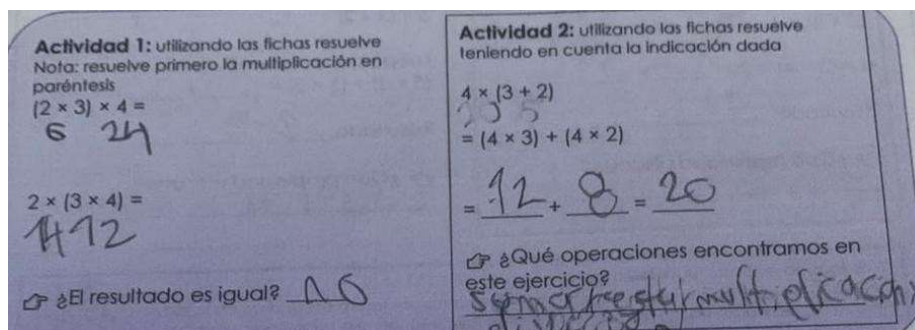


*Nota.* Los estudiantes resuelven correctamente las multiplicaciones propuestas ( $2 \times 3$ ,  $3 \times 4$ ,  $4 \times 2$ ,  $5 \times 3$ , entre otras), evidenciando el uso de cálculo mental en la mayoría de los casos. Solo siete estudiantes recurrieron al uso de fichas como apoyo concreto para la resolución de las operaciones, mientras que el resto logró realizar los cálculos de manera mental.

En grado tercero se identificó un primer caso particular en el que un estudiante resolvió correctamente la primera parte de la actividad relacionada con la propiedad asociativa; sin embargo, en la segunda parte presentó dificultades en el procedimiento, lo que generó que no obtuviera los mismos resultados en ambas expresiones. Al responder la pregunta sobre si los resultados eran iguales, el estudiante escribió que no, lo cual evidencia que su respuesta se basó en los resultados obtenidos más que en la comprensión de la equivalencia estructural entre las expresiones multiplicativas.

Asimismo, en la segunda actividad, el estudiante logró resolver adecuadamente las operaciones propuestas; no obstante, al identificar las operaciones presentes en el ejercicio, incluyó suma, resta, multiplicación y división, lo cual evidencia una dificultad en la interpretación de la consigna, ya que debía reconocer únicamente la suma y la multiplicación como operaciones involucradas. Esto sugiere una falta de precisión en la identificación de los elementos matemáticos requeridos por la actividad. Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades pueden explicarse por la complejidad que implica la coordinación entre distintos registros de representación semiótica, ya que los estudiantes no solo deben ejecutar procedimientos, sino también interpretar adecuadamente la información presentada en lenguaje simbólico y verbal. En este sentido, algunos errores no se relacionan con el cálculo en sí, sino con la comprensión de lo que la tarea solicita.

**Figura 59.** *Estudiante con dificultades en la identificación de la equivalencia y en la consigna matemática.*



*Nota.* El estudiante resuelve correctamente la primera parte de la actividad asociativa, pero presenta inconsistencias en la segunda parte, lo que lo lleva a concluir que los resultados no son iguales. Además, identifica incorrectamente las operaciones involucradas en el ejercicio, incluyendo suma, resta, multiplicación y división.

Por otro lado, se resalta el caso del estudiante de inclusión, quien en la segunda actividad resolvió correctamente las operaciones propuestas, evidenciando comprensión del procedimiento matemático tanto en la multiplicación como en la suma. Sin embargo, al momento de identificar las operaciones presentes en el ejercicio, utilizó las expresiones “por” y “más” en lugar de los términos matemáticos convencionales “multiplicación” y “suma”. Esta respuesta refleja una forma de comunicación en desarrollo, en la que el estudiante comprende las relaciones operativas, aunque aún no ha consolidado completamente el lenguaje matemático formal. Desde la perspectiva de Bruner (1966), esta producción puede interpretarse como una manifestación del tránsito entre modos de representación, donde el estudiante aún se encuentra en proceso de consolidación del lenguaje simbólico formal, aunque ya evidencia comprensión de las relaciones operativas a nivel conceptual.

**Figura 60.** Respuesta de grado tercero de inclusión en la identificación de operaciones matemáticas.

Actividad 2: utilizando las fichas resuelve teniendo en cuenta la indicación dada

$$4 \times (3 + 2)$$

$$= (4 \times 3) + (4 \times 2) = 12 + 8 = 20$$

¿Qué operaciones encontramos en este ejercicio?  
por y más

*Nota.* El estudiante resuelve correctamente las operaciones propuestas, pero al identificar las operaciones presentes en el ejercicio utiliza expresiones no convencionales (“por” y “más”), lo cual evidencia avances en la comprensión de las relaciones matemáticas, aunque con dificultades en la formalización del lenguaje simbólico.

En grado cuarto se presentaron dos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de aprendizaje. En el primero, una estudiante logró resolver correctamente las operaciones propuestas en la actividad 2; sin embargo, al responder la pregunta relacionada con las operaciones presentes en el ejercicio, realizó una combinación incorrecta de los valores numéricos, escribiendo “ $12 + 8 = 20$ ”. Esta respuesta evidencia una dificultad en la interpretación de la consigna, ya que en lugar de identificar las operaciones involucradas (suma y multiplicación), reorganiza los datos sin atender a lo solicitado.

**Figura 61.** Respuesta de una estudiante (caso 1 – grado cuarto).

Actividad 2: utilizando las fichas resuelve teniendo en cuenta la indicación dada

$$4 \times (3 + 2) \quad 6 \times 4 = 24$$

$$= (4 \times 3) + (4 \times 2) \quad 20 \quad \begin{array}{r} 12 \\ + 8 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$= 12 + 8 = 20$$

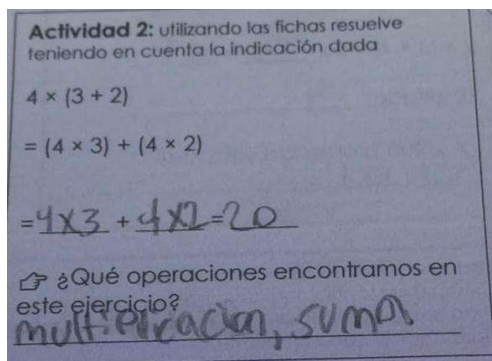
¿Qué operaciones encontramos en este ejercicio?  
 $12 + 8$  es igual a 20

*Nota.* La estudiante resuelve correctamente las operaciones, pero al identificar las operaciones presentes en el ejercicio realiza una combinación incorrecta de los valores numéricos ( $12 + 8 = 20$ ), evidenciando dificultades en la interpretación de la consigna.

En el segundo caso, un estudiante resolvió adecuadamente la actividad; sin embargo, al momento de registrar el resultado de los paréntesis en la actividad 2, repitió nuevamente el contenido de estos en lugar de escribir su resultado. A pesar de ello, la respuesta final de la operación fue correcta, lo que indica que el error se relaciona con el registro del procedimiento más que con la comprensión del cálculo.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este tipo de producciones puede interpretarse como una transición incompleta hacia la representación simbólica consolidada, en la que el estudiante aún requiere apoyo para organizar y formalizar adecuadamente los pasos intermedios del procedimiento matemático.

**Figura 62.** Respuesta de un estudiante (caso 2 – grado cuarto).



Actividad 2: utilizando las fichas resuelve teniendo en cuenta la indicación dada

$$4 \times (3 + 2)$$
$$= (4 \times 3) + (4 \times 2)$$
$$= 4 \times 3 + 4 \times 2 = 20$$

¿Qué operaciones encontramos en este ejercicio?  
mult. y adición, suma

*Nota.* El estudiante resuelve correctamente la actividad, pero en lugar de escribir el resultado de los paréntesis repite su contenido, evidenciando dificultades en la organización del procedimiento matemático.

### 6.5.2. *Explorar*

En la etapa de exploración se propusieron situaciones orientadas a la aplicación de los conceptos trabajados en la fase de enganche, con el propósito de que los estudiantes resolvieran problemas mediante el uso de estrategias personales, representaciones concretas y procedimientos multiplicativos. En esta fase se buscó que los estudiantes no solo ejecutaran operaciones, sino que también compararan procedimientos, identificaran regularidades y justificaran sus respuestas a partir de las relaciones entre las expresiones matemáticas.

En grado segundo, se planteó una propuesta en la que los estudiantes debían resolver y representar situaciones multiplicativas mediante dibujos y procedimientos de cálculo. Los retos propuestos fueron  $3 \times 5$  y  $4 \times 7$ , con el objetivo de fortalecer la comprensión de la multiplicación como agrupaciones repetidas y su representación gráfica, promoviendo la relación entre la operación y su resultado. El uso de material concreto (fichas) estuvo disponible como apoyo opcional para aquellos estudiantes que lo requirieran durante el desarrollo de la actividad.

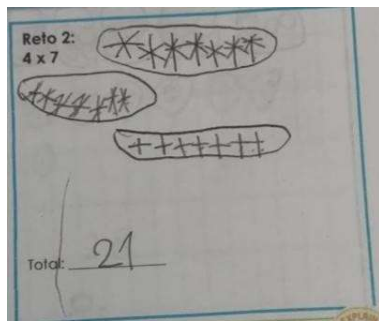
En los grados tercero y cuarto, se desarrolló una misma propuesta de trabajo en la que los estudiantes debían resolver situaciones asociadas a la multiplicación y a la estructura aditiva de expresiones, utilizando representaciones simbólicas y, de manera opcional, material concreto como apoyo. En el primer reto se plantearon expresiones de la forma  $(5 \times 2) \times 4$  y su equivalente  $5 \times (2 \times 4)$ , con el propósito de que los estudiantes compararan ambas formas de agrupación y determinaran que conducen al mismo resultado, identificando la propiedad asociativa de la multiplicación. Posteriormente, se propuso un segundo reto en el que debían completar la expresión  $6 \times 3 + 2$  y su descomposición en  $6 \times 3 + 6 \times 2$ , resolviendo las operaciones y explicando las relaciones entre ambas expresiones.

Esta etapa permitió que los estudiantes avanzaran hacia niveles de mayor complejidad en el pensamiento multiplicativo, promoviendo la comparación de procedimientos, el uso de diferentes representaciones y la justificación de resultados a partir de relaciones entre operaciones, de acuerdo con el nivel de desarrollo correspondiente a cada grado escolar.

En grado segundo, el desarrollo de la actividad de exploración evidenció en términos generales un desempeño adecuado en la representación de situaciones multiplicativas mediante dibujos y el uso de estrategias de conteo. La mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones propuestas, estableciendo relaciones entre el número de grupos, la cantidad de elementos en cada grupo y el total correspondiente. Asimismo, se observó que algunos estudiantes hicieron uso del material concreto de manera opcional, mientras que otros resolvieron las situaciones únicamente a partir de representaciones gráficas y conteo mental.

Sin embargo, se identificaron algunos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de comprensión de la multiplicación. En un primer caso, un estudiante realizó la representación de la situación correspondiente a  $4 \times 7$ , pero únicamente dibujó tres grupos en lugar de cuatro. A pesar de esta omisión, al realizar el conteo total obtuvo 21, lo cual corresponde a los tres grupos representados. Esta producción evidencia que el estudiante logró establecer correctamente la estructura multiplicativa, aunque presentó una omisión en la representación completa de los grupos.

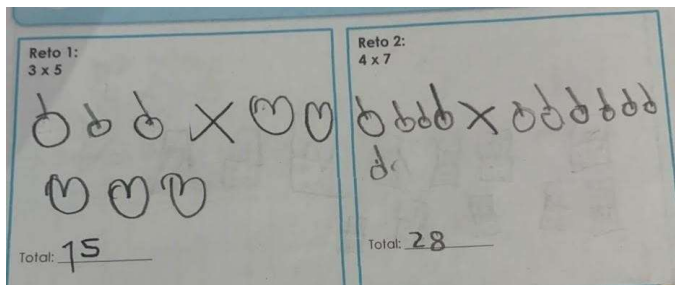
**Figura 63.** Respuesta de un estudiante con omisión de un grupo en la representación.



*Nota.* El estudiante representa tres grupos en lugar de cuatro en la situación  $4 \times 7$ ; sin embargo, realiza correctamente el conteo de los elementos de los grupos representados, obteniendo 21 como resultado.

En un segundo caso, un estudiante representó las operaciones  $3 \times 5$  y  $4 \times 7$  sin organizar los elementos en grupos, sino mediante la representación de tres dibujos seguidos del símbolo de multiplicación y cinco dibujos adicionales e igual lo hizo con la otra operación. Aunque logró llegar al resultado correcto, se evidencia que no establece de manera clara la estructura de agrupaciones iguales, lo cual indica una comprensión parcial del concepto de multiplicación como organización de grupos equivalentes. Desde la perspectiva de Bruner (1966), esta producción puede interpretarse como un proceso en el que el estudiante aún no consolida plenamente el paso hacia la representación simbólica estructurada, ya que, aunque opera correctamente con los números, no logra mantener la estructura conceptual de la multiplicación como agrupación. Esto sugiere que el estudiante se apoya en representaciones más intuitivas o icónicas sin una organización formal del concepto.

**Figura 64.** Respuesta de un estudiante sin organización de agrupaciones.



*Nota.* El estudiante representa las multiplicaciones mediante dibujos aislados en lugar de agrupaciones, aunque logra determinar correctamente el resultado de la operación.

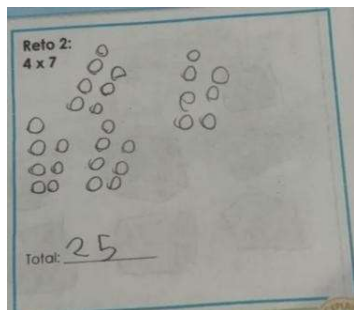
Asimismo, se identificaron varios casos de dificultades en el conteo de los elementos representados. En una de las producciones, el estudiante realizó correctamente la representación de cuatro grupos de siete elementos; sin embargo, registró como resultado 25, evidenciando un error en el proceso de cuantificación.

Situaciones similares se observaron en otros estudiantes que registraron resultados como 32, lo que sugiere dificultades en la correspondencia entre la representación gráfica y el resultado numérico.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades pueden asociarse a problemas en la coordinación entre registros de representación, en particular entre el registro icónico (dibujos) y el registro numérico (resultado de la multiplicación), lo cual no garantiza automáticamente la correcta interpretación del total.

**Figura 65.**

*Respuesta de un estudiante con error en el conteo de agrupaciones.*



*Nota.* El estudiante representa correctamente cuatro grupos de siete elementos, pero registra un resultado incorrecto (25), evidenciando dificultades en el conteo total de la situación.

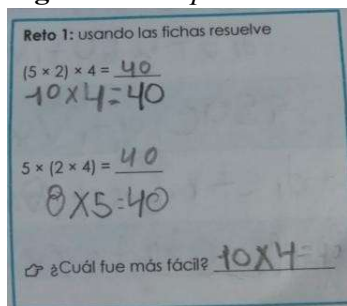
En grado tercero, el desarrollo de la actividad de exploración evidenció un desempeño general satisfactorio en la resolución de las situaciones propuestas. En el reto 1, la totalidad de los estudiantes logró obtener los resultados correctos en las expresiones planteadas; sin embargo, en la justificación de sus respuestas se observó una tendencia a considerar como más sencilla la primera operación, correspondiente a  $10 \times 4$ .

La mayoría de los estudiantes argumentó que esta operación resultaba más fácil debido a su familiaridad con la tabla del 10, lo cual facilitó el cálculo en comparación con la expresión  $8 \times 5$ .

Desde la perspectiva de Bruner (1966), esta preferencia puede asociarse al uso de estrategias basadas en patrones numéricos ya interiorizados, lo que facilita el tránsito hacia procedimientos más automáticos de cálculo.

En este sentido, el reconocimiento de regularidades en las tablas de multiplicar influye en la percepción de dificultad de las operaciones, incluso cuando los resultados son equivalentes.

**Figura 66.** *Respuestas correctas del reto 1 en grado tercero.*

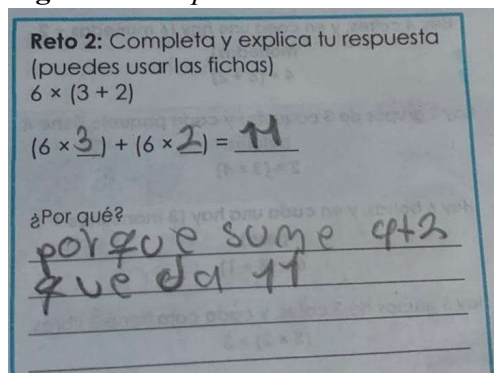


*Nota.* Los estudiantes resuelven correctamente las operaciones planteadas y expresan que la multiplicación  $10 \times 4$  resulta más sencilla de resolver en comparación con  $8 \times 5$ , debido a la familiaridad con la tabla del 10.

En el reto 2, la mayoría de los estudiantes también logró resolver correctamente la situación y proporcionar justificaciones coherentes, explicando el procedimiento realizado a partir de la multiplicación de los paréntesis y las operaciones posteriores. En sus respuestas se evidenció una comprensión adecuada de la estructura de las expresiones, así como la capacidad de explicar los pasos seguidos para llegar al resultado final.

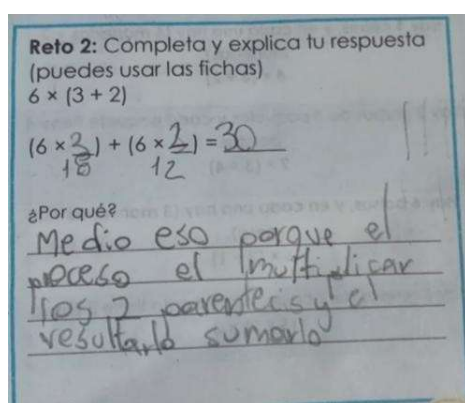
No obstante, se identificó un caso particular en el que una estudiante obtuvo como resultado 11, justificando su respuesta al señalar que había realizado la suma de 9 más 2. Esta producción sugiere que la estudiante interpretó la situación como una adición de resultados parciales, en lugar de aplicar correctamente la operación multiplicativa planteada en la expresión.

Desde la perspectiva de Duval (1999), este tipo de error puede explicarse por una dificultad en la coordinación entre el registro simbólico de la expresión matemática y su interpretación procedimental, lo que lleva a una transformación incorrecta de la operación original.

**Figura 67.** Respuesta de una estudiante con error en el reto 2.

*Nota.* La estudiante obtiene como resultado 11 y justifica su respuesta indicando la suma de  $9 + 2$ , evidenciando dificultades en la interpretación de la operación multiplicativa planteada.

Por otro lado, se resalta que varios estudiantes lograron elaborar justificaciones adecuadas, en las que explicaron correctamente los procedimientos realizados, haciendo referencia a la multiplicación de los paréntesis y a las operaciones posteriores. Estas producciones evidencian un nivel de comprensión más avanzado, en el que los estudiantes no solo obtienen el resultado correcto, sino que también logran explicar el proceso seguido, lo cual fortalece la comprensión conceptual de las propiedades trabajadas.

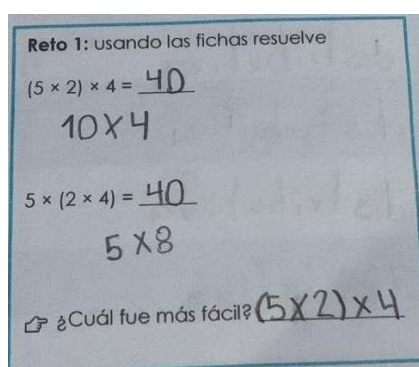
**Figura 68.** Respuesta de un estudiante con justificación adecuada.

*Nota.* El estudiante explica correctamente el procedimiento realizado, haciendo referencia a la multiplicación de los paréntesis y a las operaciones posteriores para justificar el resultado obtenido.

En grado cuarto, el desarrollo de la actividad de exploración evidenció un desempeño general adecuado en la resolución de las situaciones planteadas. En el reto 1, la totalidad de los estudiantes logró resolver correctamente las operaciones propuestas; sin embargo, en la justificación de sus respuestas se observó que un número significativo de estudiantes (10 en total) manifestó que la primera operación les resultó más sencilla. Esta percepción se asoció principalmente con la presencia de la multiplicación por 10, la cual los estudiantes reconocen como más directa y de mayor facilidad en comparación con otras combinaciones numéricas como  $8 \times 5$ .

Desde la perspectiva de Bruner (1966), esta situación puede explicarse por la consolidación progresiva de patrones numéricos, los cuales facilitan la resolución de ciertas operaciones mediante estrategias de reconocimiento de regularidades, lo que reduce la carga cognitiva del cálculo y permite mayor fluidez en la resolución de multiplicaciones.

**Figura 69.** Respuestas correctas del reto 1 en grado cuarto.

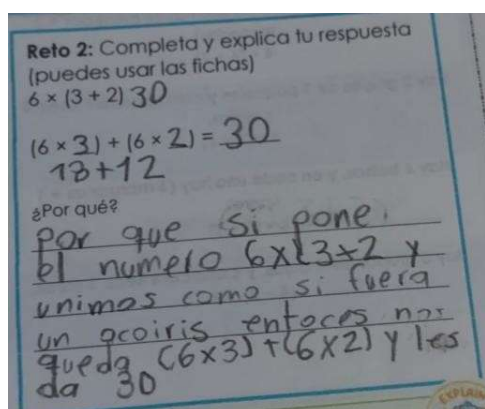


*Nota.* Los estudiantes resuelven correctamente las operaciones planteadas y la mayoría manifiesta que la multiplicación por 10 resulta más sencilla en comparación con otras combinaciones numéricas.

En el reto 2, se identificaron diferentes tipos de respuestas que permiten analizar los procesos de comprensión de la propiedad distributiva. En tres casos, los estudiantes explicaron que para resolver la operación recurren a la estrategia del “arcoíris”, haciendo referencia a la representación gráfica trabajada previamente mediante flechas o descomposición de la operación. Esta estrategia evidencia el uso de representaciones como apoyo para comprender la descomposición de la multiplicación.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas producciones reflejan la articulación entre diferentes registros de representación, especialmente entre la representación gráfica y la simbólica, lo cual favorece la comprensión de la estructura interna de las operaciones matemáticas y permite que los estudiantes establezcan relaciones entre procedimientos visuales y expresiones numéricas.

**Figura 70.** Respuestas de estudiantes que utilizan el “arcoíris”.



*Nota.* Los estudiantes explican la resolución de la actividad mediante la estrategia del “arcoíris”, utilizando representaciones gráficas como apoyo para la comprensión de la propiedad distributiva.

Asimismo, se identificó una respuesta en la que el estudiante afirma que “no importa, siempre dará lo mismo”, argumentando que la suma de  $3 + 2$  es 5 y que  $6 \times 5$  da como resultado 30, lo cual corresponde a la aplicación correcta de la propiedad distributiva. Esta producción evidencia

una comprensión conceptual adecuada de la propiedad trabajada, al reconocer la equivalencia entre diferentes formas de descomposición de la operación.

Desde la perspectiva de la construcción del conocimiento matemático, este tipo de respuesta sugiere un nivel de generalización de la propiedad distributiva, en el cual el estudiante no solo ejecuta el procedimiento, sino que reconoce la invariancia del resultado frente a la descomposición de los factores. Este tipo de razonamiento indica un avance en la comprensión estructural de la multiplicación.

**Figura 71.** Respuesta de un estudiante con comprensión de la propiedad distributiva.

Reto 2: Completa y explica tu respuesta  
(puedes usar las fichas)  
 $6 \times (3 + 2)$   
 $(6 \times 3) + (6 \times 2) = 30$   
 $18 + 12$   
¿Por qué?  
No importa siempre  
da lo mismo

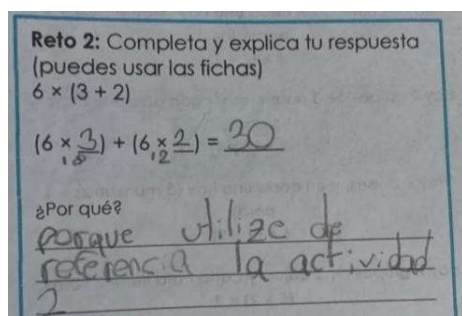
Nota. El estudiante reconoce la equivalencia entre la descomposición de la operación y la aplicación de la propiedad distributiva, justificando correctamente que ambas expresiones conducen al mismo resultado.

Por otro lado, se identificó un caso en el que el estudiante justifica su procedimiento haciendo referencia a la actividad 2 de la etapa de enganche, lo cual evidencia la activación de conocimientos previos como estrategia para la resolución de la tarea. Esta situación sugiere que el estudiante logra establecer conexiones entre diferentes momentos del proceso de enseñanza, lo cual favorece la consolidación del aprendizaje significativo.

Desde la perspectiva de Ausubel (1968), el aprendizaje significativo ocurre cuando el estudiante puede relacionar nueva información con estructuras cognitivas previas. En este caso, la

referencia explícita a una actividad anterior indica que el estudiante no aborda la tarea de manera aislada, sino que integra experiencias previas como apoyo para justificar su procedimiento.

**Figura 72.** *Respuesta de un estudiante basado en la actividad de enganche.*



*Nota.* El estudiante justifica su procedimiento haciendo referencia a la actividad 2 de la etapa de enganche, evidenciando la activación de conocimientos previos como apoyo para la resolución de la tarea.

### 6.5.3. Explicar

En la etapa de explicación se buscó consolidar los aprendizajes construidos en las fases anteriores mediante la formalización progresiva de los conceptos trabajados, apoyándose en las producciones de los estudiantes y en la resolución conjunta de ejercicios en el tablero.

En grado segundo, esta etapa se desarrolló como un proceso de repaso y fortalecimiento de las tablas de multiplicar del 2 al 5. A partir de los ejercicios propuestos en la guía, se realizaron actividades de socialización en las que los estudiantes participaron resolviendo multiplicaciones tanto de manera oral como escrita. Algunos estudiantes fueron invitados a pasar al tablero para representar y resolver operaciones, lo cual permitió reforzar la relación entre la operación, la representación y el resultado. En este grado no se incluyeron registros adicionales en imágenes, ya que el trabajo se centró en la práctica guiada y el refuerzo de las tablas de multiplicar.

En los grados tercero y cuarto, la etapa de explicación incluyó un nivel de formalización mayor, ya que en el taller se incorporó un recuadro conceptual donde se presentaron de manera

introductoria la propiedad asociativa y la propiedad distributiva de la multiplicación. La propiedad asociativa se explicó como la posibilidad de cambiar la forma de agrupar los factores sin alterar el resultado, acompañada de un ejemplo con letras que permitía visualizar la estructura de la expresión. Por su parte, la propiedad distributiva se presentó como la posibilidad de multiplicar por partes y luego sumar los resultados obtenidos, también apoyada en ejemplos simbólicos sencillos.

Estas explicaciones fueron complementadas con la resolución de los ejercicios desarrollados en las etapas anteriores, los cuales sirvieron como punto de partida para la construcción colectiva del conocimiento. A partir de la participación de los estudiantes, se fueron retomando las respuestas dadas en la exploración y se ampliaron con nuevos ejemplos en el tablero, con el fin de reforzar la comprensión de ambas propiedades.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este proceso permite el tránsito desde representaciones más concretas hacia niveles progresivamente más formales del conocimiento matemático, en los cuales el estudiante comienza a interiorizar estructuras generales a partir de experiencias previas. Asimismo, la interacción constante entre representación, explicación y ejemplificación favorece la construcción de significados matemáticos más estables.

#### **6.5.4. *Elaborar***

En la etapa de elaboración se propuso la aplicación autónoma de los conocimientos trabajados en las fases anteriores, con el propósito de que los estudiantes resolvieran situaciones multiplicativas a partir de la representación, el cálculo y la identificación de propiedades matemáticas, según el nivel escolar correspondiente.

En grado segundo, la actividad consistió en completar una tabla de multiplicación del 2 al 9, utilizando como estrategia el uso de fichas o la realización de sumas repetidas. Los estudiantes

debían resolver multiplicaciones del 2, 3 y 4, estableciendo relaciones entre la operación, el procedimiento utilizado y el resultado obtenido. Esta actividad buscó fortalecer la comprensión de la multiplicación como suma reiterada, promoviendo el uso de estrategias concretas y simbólicas según las necesidades de cada estudiante.

En los grados tercero y cuarto, la actividad se desarrolló a partir de la narrativa del capitán, mediante la presentación de situaciones problema contextualizadas. En el primer problema se planteó que el capitán tenía dos barcos, en cada barco había tres cofres y en cada cofre cuatro monedas, y se preguntaba cuántas monedas había en total. Para su resolución, se orientó a los estudiantes a representar la situación de dos formas: primero como  $(2 \times 3) \times 4$  y posteriormente como  $2 \times (3 \times 4)$ , con el fin de comparar ambas agrupaciones y evidenciar la propiedad asociativa de la multiplicación. Finalmente, los estudiantes debían determinar el resultado y señalar la propiedad utilizada.

En el segundo problema se presentó la situación de un cofre con tres monedas de oro y dos de plata, y cinco cofres iguales en total. Los estudiantes debían representar la situación como  $5 \times (3 + 2)$  y posteriormente descomponerla como  $(5 \times 3) + (5 \times 2)$ , resolviendo cada parte y sumando los resultados obtenidos. Esta actividad tenía como propósito evidenciar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma, permitiendo que los estudiantes reconocieran la equivalencia entre ambas formas de representación y cálculo.

Estas actividades permitieron avanzar hacia niveles más formales de comprensión de las propiedades de la multiplicación, promoviendo la transición entre diferentes formas de representación y el reconocimiento de estructuras matemáticas generales a partir de situaciones concretas.

En grado segundo, la etapa de elaboración se centró en el fortalecimiento de la comprensión de la multiplicación mediante la construcción de una tabla del 2 al 9, utilizando fichas como apoyo concreto o, en algunos casos, estrategias de cálculo mediante suma repetida. Los estudiantes debían representar el incremento progresivo de las cantidades a partir de la adición reiterada de grupos, especialmente evidenciando la estructura de la multiplicación como suma sucesiva.

En el caso del uso de fichas, los estudiantes iniciaban con dos elementos y, de manera progresiva, iban incorporando dos fichas adicionales en cada paso, lo que les permitía visualizar el aumento constante en las cantidades. Esta dinámica facilitó la comprensión del proceso multiplicativo, ya que los estudiantes podían observar de forma directa cómo se construyen las tablas a partir de la repetición de una misma cantidad.

En términos generales, la actividad fue desarrollada de manera adecuada por la mayoría de los estudiantes, quienes lograron completar correctamente la tabla y establecer las relaciones entre las sumas repetidas y los resultados de la multiplicación. Se evidenció además un alto nivel de participación e interés, ya que el uso de fichas permitió una experiencia más concreta y visual del proceso de construcción de las tablas.

No obstante, se identificaron algunos errores de cálculo en casos puntuales, especialmente en la fila correspondiente a la tabla del 7, donde algunos estudiantes registraron resultados incorrectos. Estos errores parecen estar asociados más a descuidos en el proceso de conteo que a una falta de comprensión del procedimiento, dado que en las demás tablas los estudiantes demostraron un desempeño adecuado.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), el uso de material concreto favorece la transición entre la acción y la representación simbólica, permitiendo que los estudiantes construyan

significados a partir de la experiencia directa. En este caso, las fichas funcionaron como un apoyo que facilitó la comprensión progresiva de la multiplicación como suma reiterada.

**Figura 73.** Construcción de la tabla de multiplicación con fichas: respuestas correctas y con error.

a.

| x | 2  | 3  | 4  |
|---|----|----|----|
| 2 | 4  | 6  | 8  |
| 3 | 6  | 9  | 12 |
| 4 | 8  | 12 | 16 |
| 5 | 10 | 15 | 20 |
| 6 | 12 | 18 | 24 |
| 7 | 14 | 21 | 28 |
| 8 | 16 | 24 | 32 |
| 9 | 18 | 27 | 36 |

b.

| x | 2  | 3  | 4  |
|---|----|----|----|
| 2 | 4  | 6  | 8  |
| 3 | 6  | 9  | 12 |
| 4 | 8  | 12 | 16 |
| 5 | 10 | 16 | 20 |
| 6 | 12 | 18 | 24 |
| 7 | 12 | 15 | 22 |
| 8 | 19 | 24 | 30 |
| 9 | 18 | 27 | 32 |

*Nota.* Se presentan dos producciones de estudiantes en la construcción de la tabla de multiplicación mediante el uso de fichas. En la imagen A se observa el desarrollo correcto de la actividad, donde el estudiante logra representar adecuadamente la suma repetida y completar la tabla sin errores. En la imagen B se evidencia una respuesta con algunos errores de cálculo, particularmente en la tabla del 7, aunque se conserva el procedimiento general de suma progresiva con fichas.

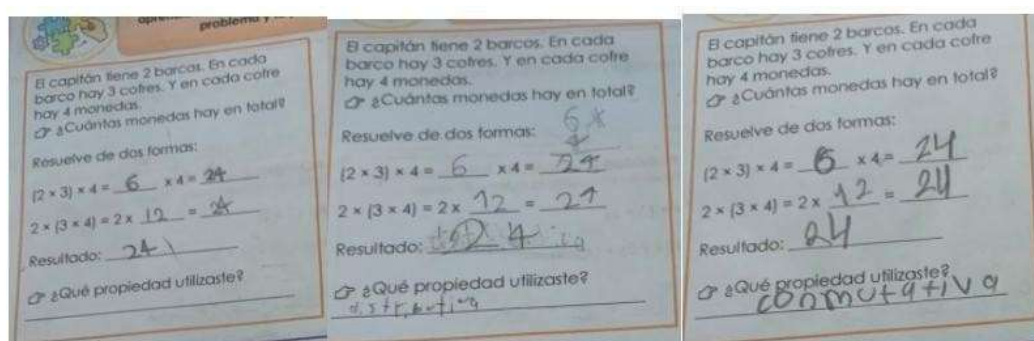
En grado tercero, el desarrollo de la actividad de elaboración evidenció un desempeño general satisfactorio en la resolución de las situaciones propuestas, ya que la mayoría de los estudiantes logró obtener los resultados correctos y establecer adecuadamente las relaciones entre las expresiones trabajadas. Sin embargo, se identificaron tres casos particulares relacionados con

la identificación de la propiedad matemática utilizada en la resolución de los ejercicios, lo cual permite profundizar en el nivel de comprensión conceptual alcanzado.

En el primer caso, un estudiante señaló como propiedad utilizada la distributiva en ambas situaciones, lo que evidencia una confusión entre las propiedades trabajadas en la actividad. En el segundo caso, otro estudiante no respondió la pregunta, lo que sugiere dificultades en la verbalización o identificación explícita del concepto matemático aplicado. Finalmente, en el tercer caso, un estudiante indicó como respuesta las propiedades conmutativa y asociativa, lo cual refleja una generalización incorrecta de las propiedades, sin una adecuada discriminación entre ellas.

Estas respuestas evidencian que, aunque los estudiantes logran resolver correctamente las situaciones numéricas, algunos aún presentan dificultades para identificar y diferenciar las propiedades matemáticas involucradas. Desde la perspectiva de Duval (1999), esta situación puede explicarse por una falta de coordinación entre el registro de resolución (procedimental y simbólico) y el registro conceptual o verbal, lo que dificulta la correcta denominación de las propiedades utilizadas.

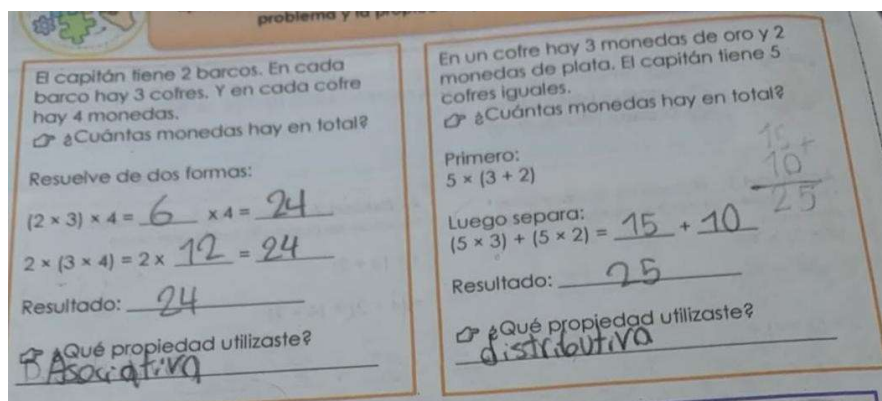
**Figura 74.** Respuestas de estudiantes con dificultades en la identificación de propiedades.



*Nota.* Se presentan tres casos: un estudiante que identifica incorrectamente la propiedad distributiva en ambas situaciones, un estudiante que no responde la pregunta y un estudiante que

Menciona simultáneamente las propiedades conmutativa y asociativa sin diferenciarlas adecuadamente.

**Figura 75.** Respuesta correcta sobre la identificación de la propiedad.



*Nota.* El estudiante identifica correctamente la propiedad utilizada en la resolución de las situaciones propuestas, evidenciando comprensión adecuada del concepto trabajado.

En grado cuarto, el desarrollo de la actividad de elaboración evidenció que la mayoría de los estudiantes logró resolver adecuadamente las situaciones propuestas, estableciendo correctamente las relaciones entre las expresiones y obteniendo los resultados esperados.

Sin embargo, se identificaron algunos casos particulares relacionados principalmente con la identificación de la propiedad utilizada y con la interpretación de las operaciones dentro de los problemas, lo cual permite analizar el nivel de comprensión conceptual alcanzado.

En un primer caso, un estudiante logró obtener correctamente el resultado del segundo problema; sin embargo, al momento de responder qué propiedad utilizó, escribió los números 15 y 10, haciendo referencia a los resultados parciales de la operación en lugar de nombrar la propiedad matemática correspondiente. Esta respuesta evidencia una dificultad en la transición del nivel procedimental al nivel conceptual, ya que el estudiante identifica resultados numéricos pero no logra verbalizar la estructura matemática que los relaciona.

En un segundo caso, un estudiante presentó dificultades en la resolución del primer problema, ya que registró incorrectamente el resultado de  $2 \times 2$  como 20 y posteriormente realizó la suma de  $20 + 24$ , cuando debía identificar únicamente el resultado de 24 para establecer la comparación entre ambas expresiones.

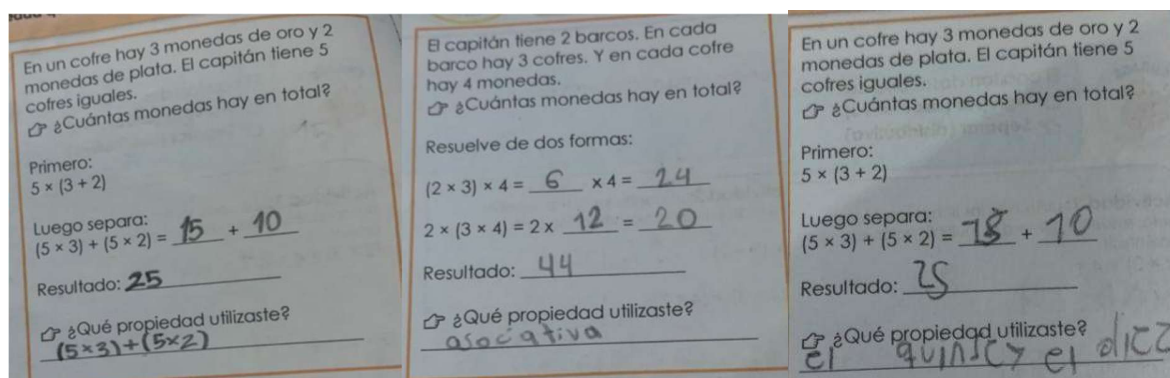
Aunque el estudiante logró identificar de manera general la idea de comparación, se evidencian errores en el cálculo que afectan la coherencia del procedimiento.

Finalmente, se identificó un caso en el que el estudiante, en lugar de escribir la propiedad utilizada, repitió el procedimiento de resolución, registrando nuevamente expresiones como  $5 \times 3 + 5 \times 2$  en ambos apartados. Este tipo de respuesta sugiere que el estudiante asocia la pregunta sobre la propiedad con la repetición del procedimiento, más que con la identificación conceptual de la misma.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas producciones reflejan dificultades en la coordinación entre el registro de tratamiento (resolución de operaciones) y el registro discursivo (identificación y nominación de propiedades), lo que dificulta la expresión conceptual de los procedimientos realizados.

Aunque los estudiantes logran avanzar en la resolución numérica, aún presentan retos en la explicitación de las propiedades matemáticas involucradas.

**Figura 76.** Respuestas de estudiantes con dificultades en la identificación de propiedades y procesos.



*Nota.* Se presentan tres casos: un estudiante que escribe resultados numéricos en lugar de la propiedad utilizada, un estudiante que presenta errores en el cálculo del primer problema y un estudiante que repite el procedimiento en lugar de identificar la propiedad matemática.

#### 6.5.5. Evaluar

En la etapa de evaluación se propuso la aplicación autónoma de los conocimientos construidos a lo largo del taller, con el propósito de identificar el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes respecto a la multiplicación y las propiedades trabajadas en cada grado escolar. En esta fase, los estudiantes debían resolver situaciones sin apoyo guiado, haciendo uso de representaciones gráficas, operaciones y la identificación de propiedades matemáticas según correspondiera.

En grado segundo, la actividad consistió en una situación contextualizada en la que se planteó que había 12 cofres y en cada cofre 4 monedas de oro. Los estudiantes debían representar la situación mediante dibujos, determinar la cantidad total de monedas y escribir la operación correspondiente en forma de multiplicación. Esta actividad buscó fortalecer la comprensión de la multiplicación como agrupaciones iguales, promoviendo la relación entre representación gráfica, conteo y expresión simbólica.

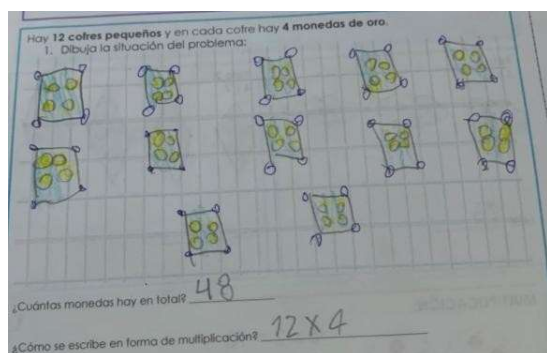
En los grados tercero y cuarto, la actividad se estructuró en formato de tabla, en la cual los estudiantes debían leer diferentes problemas y determinar qué propiedad o propiedades matemáticas estaban presentes en cada situación. El primer problema planteaba que hay 3 cajas, en cada caja 2 bolsas y en cada bolsa 5 dulces, lo cual implicaba la identificación de la propiedad asociativa de la multiplicación. El segundo problema indicaba que hay 4 cofres con 6 monedas de oro más 2 monedas de plata, situación que involucraba la propiedad distributiva respecto a la suma. El tercer problema planteaba 2 grupos de 3 paquetes y en cada paquete 3 pelotas, nuevamente asociado a la propiedad asociativa. El cuarto problema describía 6 bolsas con 3 manzanas y una pera en cada una, lo cual requería el uso de la propiedad distributiva. Finalmente, el quinto problema planteaba 5 grupos de 2 cajas y cada caja con 3 libros, nuevamente relacionado con la propiedad asociativa. Esta actividad permitió evaluar no solo la resolución de situaciones multiplicativas, sino también la capacidad de los estudiantes para identificar y diferenciar las propiedades matemáticas trabajadas durante el taller, evidenciando el nivel de apropiación conceptual alcanzado en cada grado escolar.

En grado segundo, el desarrollo de la actividad de evaluación evidenció un desempeño general satisfactorio, ya que la mayoría de los estudiantes logró representar adecuadamente la situación propuesta, establecer la relación entre la multiplicación y el conteo total de elementos, y escribir correctamente la expresión simbólica correspondiente. En términos generales, los estudiantes demostraron comprensión de la multiplicación como agrupaciones iguales, articulando de manera adecuada la representación gráfica, el conteo y la escritura de la operación. Sin embargo, se identificaron algunos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de comprensión. En dos producciones, los estudiantes únicamente escribieron el resultado final correspondiente al total de monedas, sin registrar la forma de la multiplicación solicitada. Esta

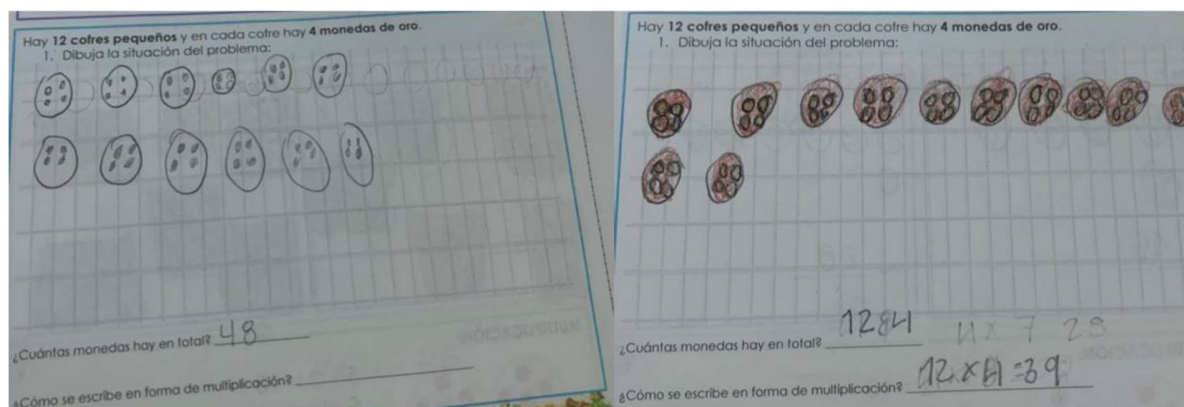
situación evidencia que, aunque logran determinar la cantidad total de elementos, aún presentan dificultades para representar simbólicamente la operación que da origen a dicho resultado, lo que sugiere una comprensión parcial del lenguaje multiplicativo.

En otro caso, un estudiante registró como respuesta los valores 12 y 4, lo cual parece estar relacionado con los datos presentes en el enunciado (12 cofres y 4 monedas por cofre), pero no logra integrarlos correctamente en una expresión multiplicativa. Adicionalmente, el estudiante escribió la multiplicación  $12 \times 4$ , pero registró como resultado 39, lo que evidencia un error en el proceso de cálculo, posiblemente asociado a dificultades de conteo o de correspondencia entre la representación y el resultado numérico. Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades pueden explicarse por una descoordinación entre los diferentes registros de representación, particularmente entre el registro verbal (enunciado), el registro simbólico (multiplicación) y el registro numérico (resultado). Aunque los estudiantes logran avanzar en la identificación de los datos relevantes, no siempre logran integrarlos de manera coherente en una representación matemática correcta.

**Figura 77.** Respuesta correcta de la actividad de evaluación en grado segundo.



*Nota.* El estudiante representa adecuadamente la situación, escribe correctamente la expresión multiplicativa y determina el total de monedas sin errores.

**Figura 78.** *Respuestas de estudiantes con dificultades en la evaluación.*

*Nota.* Se presentan casos en los que los estudiantes únicamente escriben el resultado final sin la operación, así como en el que registra incorrectamente la expresión  $12 \times 4$  con resultado 39.

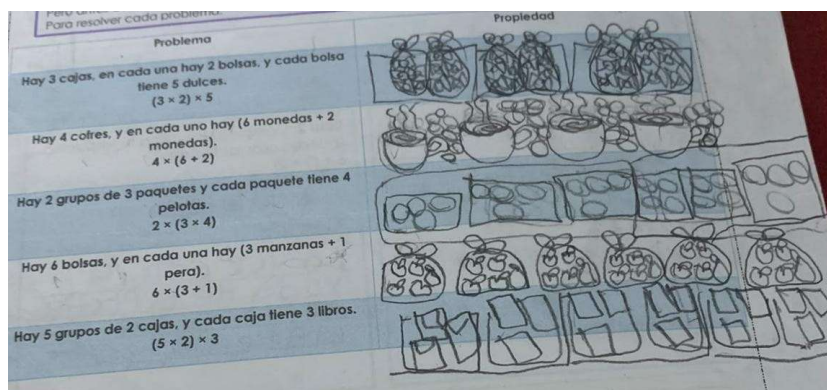
En grado tercero, el desarrollo de la actividad de evaluación evidenció un desempeño general muy satisfactorio, ya que la totalidad de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones propuestas e identificar de manera adecuada las propiedades matemáticas correspondientes en cada uno de los problemas planteados. Esto indica un nivel de apropiación conceptual adecuado respecto a las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación.

No obstante, se identificaron dos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de comprensión. En el primer caso, la estudiante vinculada a los procesos de inclusión no escribió de manera convencional el nombre de las propiedades, sino que realizó representaciones mediante dibujos para cada una de las situaciones planteadas. Esta producción se considera válida en el marco del proceso de aprendizaje, ya que evidencia comprensión a través de un registro alternativo de representación.

Desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión matemática no se limita a un único registro simbólico, sino que implica la capacidad de movilizar diferentes formas de representación para dar sentido a las situaciones. En este caso, la estudiante logra expresar las propiedades a través

de representaciones gráficas, lo cual indica un avance en la comprensión conceptual, aunque aún no haya consolidado el lenguaje formal asociado a las propiedades matemáticas.

**Figura 79.** Respuesta de la estudiante de inclusión mediante representaciones gráficas.



*Nota.* La estudiante representa mediante dibujos las propiedades trabajadas en lugar de escribir sus nombres, evidenciando comprensión a través de un registro gráfico alternativo.

Por otro lado, se identificó un caso en el que un estudiante confunde la propiedad utilizada, ya que, en lugar de aplicar la propiedad distributiva, identifica la propiedad conmutativa en la resolución del problema. Esta respuesta evidencia que el estudiante reconoce algunas propiedades de la multiplicación, pero aún presenta dificultades para diferenciarlas y aplicarlas de manera precisa según la estructura del problema.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este tipo de errores puede interpretarse como parte del proceso progresivo de construcción del conocimiento, en el cual los estudiantes aún están en la etapa de reorganización de conceptos y pueden generalizar propiedades sin discriminar adecuadamente sus condiciones de aplicación.

**Figura 80.** Respuesta de un estudiante con confusión entre propiedades.

| Problema                                                                                       | Propiedad  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Hay 3 cajas, en cada una hay 2 bolsas, y cada bolsa tiene 5 dulces.<br>$(3 \times 2) \times 5$ | Asociativa |
| Hay 4 cofres, y en cada uno hay (6 monedas + 2 monedas).<br>$4 \times (6 + 2)$                 | Comutativa |
| Hay 2 grupos de 3 paquetes y cada paquete tiene 4 pelotas.<br>$2 \times (3 \times 4)$          | Asociativa |
| Hay 6 bolsas, y en cada una hay (3 manzanas + 1 pera).<br>$6 \times (3 + 1)$                   | Comutativa |
| Hay 5 grupos de 2 cajas, y cada caja tiene 3 libros.<br>$(5 \times 2) \times 3$                | Asociativa |

*Nota.* El estudiante identifica incorrectamente la propiedad distributiva, respondiendo con la propiedad conmutativa, lo que evidencia dificultades en la diferenciación de las propiedades de la multiplicación.

En grado cuarto, el desarrollo de la actividad de evaluación evidenció un desempeño general muy satisfactorio, ya que la totalidad de los estudiantes logró resolver adecuadamente la tabla propuesta e identificar correctamente las propiedades matemáticas asociadas a cada uno de los problemas planteados. Esto indica un nivel de apropiación consolidado respecto a las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación, evidenciando que los estudiantes logran reconocerlas en contextos problemáticos sin apoyo guiado.

Sin embargo, se identificó un caso particular en el que un estudiante presentó una confusión en la identificación de las propiedades, específicamente en el tercer problema, el cual correspondía a la propiedad asociativa. En su respuesta, el estudiante indicó la propiedad distributiva, lo que evidencia una dificultad en la diferenciación entre ambas propiedades, a pesar de que el procedimiento general de resolución del ejercicio fue adecuado.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este tipo de situaciones refleja un proceso de construcción conceptual en el que los estudiantes aún pueden presentar generalizaciones o interferencias entre conceptos cercanos, especialmente cuando estos han sido trabajados en

secuencia. En este sentido, aunque el estudiante demuestra avances en la comprensión de las estructuras multiplicativas, aún requiere fortalecer la discriminación precisa entre las propiedades.

**Figura 81.** Respuesta de un estudiante con confusión entre propiedades.

| Problema                                                                                       | Propiedad    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Hay 3 cajas, en cada una hay 2 bolsas, y cada bolsa tiene 5 dulces.<br>$(3 \times 2) \times 5$ | asociativa   |
| Hay 4 cofres, y en cada uno hay (6 monedas + 2 monedas).<br>$4 \times (6 + 2)$                 | distributiva |
| Hay 2 grupos de 3 paquetes y cada paquete tiene 4 pelotas.<br>$2 \times (3 \times 4)$          | distributiva |
| Hay 6 bolsas, y en cada una hay (3 manzanas + 1 pera).<br>$6 \times (3 + 1)$                   | distributiva |
| Hay 5 grupos de 2 cajas, y cada caja tiene 3 libros.<br>$(5 \times 2) \times 3$                | asociativa   |

*Nota.* El estudiante identifica incorrectamente la propiedad asociativa, respondiendo con la propiedad distributiva en el tercer problema, lo que evidencia dificultades en la diferenciación conceptual entre propiedades de la multiplicación.

### 6.5.6 Síntesis

El desarrollo del Taller 5 permitió consolidar los procesos de comprensión de la multiplicación y sus propiedades en los diferentes grados escolares, avanzando desde la resolución de situaciones concretas hacia la identificación y uso de estructuras matemáticas más formales. A lo largo del taller se evidenció una progresión en el nivel de complejidad de las tareas propuestas, así como en las formas de representación utilizadas por los estudiantes, lo cual permitió fortalecer la relación entre el pensamiento aritmético, la argumentación y la comprensión de las propiedades asociativa y distributiva.

En términos generales, el taller favoreció la articulación entre distintos registros de representación, promoviendo que los estudiantes transitaran entre lo gráfico, lo numérico y lo simbólico para dar sentido a las situaciones planteadas. Este proceso se alinea con lo propuesto

por Duval (1999), quien señala que la comprensión matemática se fortalece cuando el estudiante logra coordinar diferentes registros de representación, más allá de la simple ejecución de procedimientos.

Asimismo, el uso de la narrativa del capitán y la organización de las actividades en forma de retos permitió mantener la motivación y la participación de los estudiantes, favoreciendo un aprendizaje situado y significativo. En este sentido, el taller se enmarca en un enfoque de círculos matemáticos, en tanto las situaciones problemáticas promovieron la exploración, la discusión, la justificación de procedimientos y la construcción colectiva de significados matemáticos, más que la repetición mecánica de algoritmos.

Desde la perspectiva del modelo pedagógico implementado (5E), el taller evidenció coherencia entre las fases de enganche, exploración, explicación, elaboración y evaluación, permitiendo que los estudiantes avanzaran progresivamente desde la manipulación de representaciones concretas hasta la identificación de propiedades matemáticas más abstractas. Este tránsito fue especialmente visible en los grados superiores, donde los estudiantes lograron reconocer y diferenciar las propiedades asociativa y distributiva en contextos diversos.

En conjunto, el Taller 5 permitió evidenciar avances importantes en la consolidación del pensamiento multiplicativo, destacándose el desarrollo de habilidades como la resolución de problemas, la argumentación matemática y la capacidad de reconocer estructuras generales en situaciones particulares. No obstante, también se identificaron algunos casos que muestran que la identificación conceptual de las propiedades aún se encuentra en proceso de consolidación en ciertos estudiantes, lo cual abre la posibilidad de seguir fortaleciendo estos procesos en intervenciones posteriores.

En síntesis, el taller contribuyó no solo al aprendizaje de contenidos matemáticos específicos, sino también al fortalecimiento de dinámicas de aula basadas en la exploración, el razonamiento y la construcción colectiva del conocimiento, propias de un enfoque de círculos matemáticos dentro del aula escolar.

### **6.6. Taller 6**

El Taller 6 se diseñó como una actividad de cierre y consolidación de los aprendizajes relacionados con la multiplicación y sus propiedades, buscando fortalecer los procesos desarrollados en los talleres anteriores mediante el trabajo integrado de los conceptos abordados. En este sentido, el taller se orientó a favorecer la sistematización de los conocimientos matemáticos construidos por los estudiantes, promoviendo la aplicación de estrategias diversas para la resolución de situaciones multiplicativas.

Para el grado segundo, el taller se centró en el repaso de las tablas de multiplicar del 5 al 10, mediante actividades que involucraban la representación de situaciones, el uso de la suma repetitiva y completar las tablas de multiplicación. Estas tareas permitieron reforzar la comprensión del concepto de multiplicación como agrupaciones iguales, así como fortalecer la fluidez en el cálculo y la relación entre distintas formas de representación de una misma operación.

En los grados tercero y cuarto, el taller mantuvo una estructura común orientada al trabajo integrado de las tres propiedades de la multiplicación: conmutativa, asociativa y distributiva. A través de diversas situaciones problema, los estudiantes debían identificar, aplicar y justificar el uso de cada propiedad, promoviendo la articulación entre procedimientos, representaciones y argumentos matemáticos. Este enfoque permitió avanzar hacia una comprensión más global de la estructura de la multiplicación, más allá de la aplicación aislada de cada propiedad.

En conjunto, el Taller 6 se planteó como un espacio de síntesis y fortalecimiento conceptual, en el que los estudiantes tuvieron la oportunidad de poner en juego los aprendizajes construidos a lo largo de la intervención, integrando diferentes formas de representación y razonamiento matemático en la resolución de situaciones diversas.

#### **6.6.1. Enganchar**

En la etapa de enganche del Taller 6 se dio continuidad a la narrativa del capitán, con el propósito de generar un cierre motivador del proceso y activar los conocimientos previos construidos a lo largo de los talleres anteriores. Esta fase se orientó a la recuperación de los conceptos fundamentales de la multiplicación, especialmente la identificación de agrupaciones iguales, el número de grupos y la cantidad de elementos en cada grupo, como base para la resolución de las situaciones propuestas.

Para el grado segundo, se introdujo la consigna de que en esta ocasión se trabajarían las tablas de multiplicar del 6 al 10, invitando a los estudiantes a recordar, antes de resolver cada situación, cuántos grupos se tenían y cuántos elementos había en cada uno. A partir de ello, se propusieron dos situaciones problema: la primera con seis cofres con dos monedas cada uno y la segunda con dos cajas con dos pelotas cada una. En ambas situaciones los estudiantes debían realizar la representación gráfica, escribir la multiplicación correspondiente y determinar el total de elementos, fortaleciendo así la relación entre representación concreta, simbólica y numérica.

En los grados tercero y cuarto, la narrativa del capitán se orientó a presentar la actividad como una fase final de consolidación del proceso, en la que se retomaban los aprendizajes desarrollados a lo largo de los talleres anteriores. En este sentido, se invitó a los estudiantes a integrar lo visto hasta el momento en la resolución de situaciones multiplicativas.

Las actividades propuestas consistieron en dos situaciones problema: la primera con cuatro cofres con tres monedas cada uno y la segunda con seis barcos con dos piratas en cada uno. En ambos casos, los estudiantes debían realizar el dibujo correspondiente, escribir la expresión multiplicativa y determinar el total de elementos, favoreciendo la articulación entre representación gráfica, procedimiento y resultado.

Desde esta perspectiva, la etapa de enganche del Taller 6 no solo funcionó como activación de conocimientos previos, sino también como un espacio de transición hacia la integración de los aprendizajes, preparando a los estudiantes para el trabajo más complejo de las siguientes fases del taller.

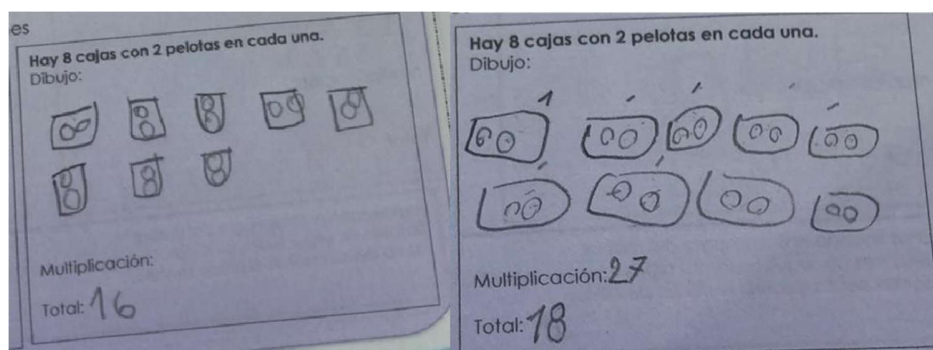
En grado segundo, el desarrollo de la etapa de enganche evidenció en general un desempeño adecuado por parte de los estudiantes, quienes lograron comprender las situaciones propuestas y representarlas correctamente mediante dibujos, estableciendo relaciones coherentes entre los elementos y las agrupaciones planteadas. En la mayoría de los casos, los estudiantes lograron determinar el total de elementos a partir de las representaciones gráficas, lo que refleja un avance en la comprensión de la multiplicación como suma de grupos iguales.

No obstante, se identificaron dos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de representación matemática. En el primer caso, dos estudiantes realizaron correctamente la representación gráfica de las situaciones y lograron determinar el total de elementos, pero no registraron la expresión multiplicativa correspondiente, limitándose a escribir únicamente el resultado final. Esta situación evidencia que, aunque los estudiantes comprenden la situación desde lo visual y numérico, aún presentan dificultades para formalizarla en el lenguaje simbólico de la multiplicación.

En el segundo caso, un estudiante logró realizar adecuadamente la representación gráfica y determinó correctamente el total de elementos; sin embargo, en el espacio destinado a la multiplicación realizó una operación incorrecta, al sumar el total de elementos con la cantidad de grupos (por ejemplo, 18 con cofres y monedas, y 27 con cajas y pelotas). Esta respuesta sugiere una confusión en la interpretación de la estructura multiplicativa, ya que el estudiante no establece la relación entre número de grupos y cantidad de elementos por grupo, sino que combina los totales con los elementos de manera aditiva.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades pueden interpretarse como una desarticulación entre los registros de representación gráfico, numérico y simbólico, lo cual afecta la construcción coherente del significado matemático de la multiplicación. Aunque los estudiantes logran avanzar en la representación concreta de las situaciones, aún requieren fortalecer la transición hacia la expresión simbólica formal de la operación.

**Figura 82.** *Respuestas de estudiantes con dificultades en la representación simbólica.*

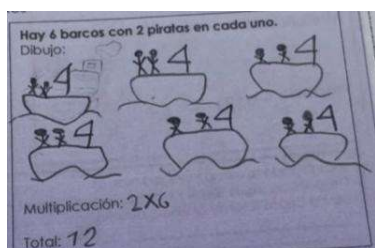


*Nota.* Se evidencian casos en los que los estudiantes no registran la operación multiplicativa y otros en los que combinan incorrectamente el total de elementos con el número de grupos.

En grado tercero, el desarrollo de la etapa de enganche evidenció un desempeño altamente positivo por parte de los estudiantes, quienes lograron comprender adecuadamente las situaciones planteadas, representarlas mediante dibujos y determinar correctamente los totales

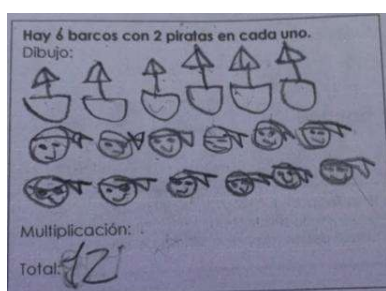
correspondientes. En general, se observó una adecuada articulación entre la representación gráfica y el resultado numérico, lo cual evidencia comprensión del concepto de multiplicación.

**Figura 83.** *Respuesta correcta de la actividad de enganche en grado tercero*



El estudiante representa correctamente la situación mediante dibujo, escribe la operación multiplicativa y determina adecuadamente el total de elementos. Sin embargo, se identificó un caso particular que permite profundizar en el análisis del proceso de representación matemática. En este caso, dos estudiantes realizaron correctamente la representación gráfica de la situación y determinaron adecuadamente el total de elementos; no obstante, no registraron la expresión multiplicativa correspondiente, omitiendo el paso simbólico de la operación.

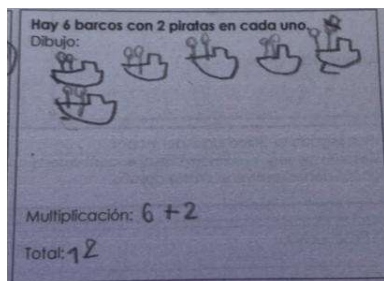
**Figura 84.** *Respuesta con omisión de la operación multiplicativa.*



El estudiante realiza correctamente la representación gráfica y el conteo del total de elementos, pero no escribe la expresión multiplicativa correspondiente. Esta situación sugiere que, aunque los estudiantes logran resolver la situación desde lo visual y lo numérico, aún presentan dificultades para consolidar el lenguaje simbólico de la multiplicación, lo que indica que la transición entre registros de representación no está completamente integrada en todos los casos. Desde la perspectiva de Duval (1999), este tipo de dificultades se relaciona con la coordinación entre los

registros de representación gráfico, numérico y simbólico, siendo esta articulación fundamental para la comprensión matemática. En grado cuarto, el desarrollo de la etapa de enganche evidenció un desempeño en general adecuado por parte de los estudiantes, quienes lograron comprender las situaciones planteadas, representarlas mediante dibujos y determinar correctamente los resultados correspondientes. Esto refleja una apropiación inicial de las relaciones multiplicativas trabajadas en la actividad. Sin embargo, se identificó un caso particular en el que el estudiante realizó correctamente la representación gráfica de la situación y determinó de manera adecuada el resultado; no obstante, al momento de registrar la operación, en lugar de escribir  $6 \times 2$ , escribió  $6 + 2$ , evidenciando una confusión en el uso del símbolo de la multiplicación. A pesar de ello, el resultado numérico fue correcto, lo que indica que la dificultad se centra en la notación simbólica más que en el proceso de conteo o comprensión de la situación.

**Figura 85.** *Error en la representación simbólica de la multiplicación.*



*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica y determina el resultado, pero utiliza el símbolo de suma en lugar del de multiplicación al escribir la operación.

Esta situación puede interpretarse, desde la perspectiva de Duval (1999), como una dificultad en la coordinación entre registros de representación semiótica, especialmente entre el registro gráfico-numérico y el simbólico. Aunque el estudiante logra comprender la estructura multiplicativa de la situación y obtener el resultado correcto, aún no consolida completamente el

uso convencional del lenguaje simbólico matemático, lo cual es fundamental para la formalización del concepto de multiplicación.

### **6.6.2. Explorar**

En la etapa de exploración se presentó a los estudiantes una situación dentro de la narrativa del capitán pirata, con el propósito de fortalecer la comprensión de la multiplicación a partir de la representación de sumas repetitivas y la identificación de relaciones entre distintas formas de organización de los elementos.

Para grado segundo, se invitó a los estudiantes a demostrar sus habilidades como “buenos piratas”, resolviendo diversas multiplicaciones mediante la escritura de la suma repetitiva y, cuando fuera necesario, el uso de fichas como apoyo concreto. Las operaciones propuestas fueron:  $7 \times 3$ ,  $8 \times 3$ ,  $8 \times 4$ ,  $9 \times 4$ ,  $7 \times 6$  y  $8 \times 9$ . El objetivo de esta actividad fue fortalecer la transición entre la suma repetitiva y la operación multiplicativa, favoreciendo la comprensión del significado de la multiplicación como agrupaciones iguales.

En los grados tercero y cuarto se planteó la misma narrativa, pero orientada a la identificación de propiedades de la multiplicación. En este caso, el capitán organizó inicialmente 8 cofres con 7 monedas en cada uno y posteriormente reorganizó la situación en 7 cofres con 8 monedas en cada uno. Los estudiantes debían realizar la representación gráfica, determinar la cantidad total de monedas y responder qué propiedad de la multiplicación estaba presente en la situación.

En grado segundo, el desarrollo de la etapa de exploración evidenció un avance en la comprensión de la multiplicación a partir de la suma repetitiva, aunque también se identificaron algunas dificultades relacionadas principalmente con el cálculo del resultado final.

De los 19 estudiantes, ocho presentaron errores en por lo menos uno de los ejercicios propuestos. Es importante señalar que en la mayoría de los casos los estudiantes lograron escribir correctamente la suma repetitiva correspondiente a cada multiplicación; sin embargo, presentaron dificultades al momento de determinar el total, lo que sugiere que la comprensión del procedimiento aditivo aún se encuentra en proceso de consolidación, especialmente en operaciones con mayor complejidad numérica.

Asimismo, se identificó un caso particular de un estudiante que no completó la totalidad de la actividad, dejando dos ejercicios sin resolver, sin registrar ni la suma repetitiva ni el resultado final. Esta situación evidencia dificultades en la finalización de tareas matemáticas y en la continuidad del procedimiento requerido.

En conjunto, estos casos reflejan que las principales dificultades no se encuentran en la construcción de la suma repetitiva, sino en la precisión del cálculo y en la culminación completa de los procedimientos solicitados.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades pueden interpretarse como una falta de coordinación completa entre los registros de representación, ya que aunque los estudiantes logran transitar adecuadamente del lenguaje multiplicativo a la suma repetitiva, presentan inconsistencias en el registro numérico final, lo cual afecta la coherencia global de la resolución.

**Figura****86.***Casos particulares en la resolución de sumas repetitivas en grado segundo.*

Handwritten student work showing multiplication problems solved using repeated addition:

$$7 \times 3 = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$8 \times 3 = 8 + 8 + 8 = 24$$

$$8 \times 4 = 8 + 8 + 8 + 8 = 32$$

$$9 \times 4 = 9 + 9 + 9 + 9 = 36$$

$$7 \times 6 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 42$$

$$8 \times 9 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 72$$

Handwritten student work showing multiplication problems solved using repeated addition, with some errors and incomplete work:

$$7 \times 3 = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$8 \times 3 = 8 + 8 + 8 = 24$$

$$8 \times 4 = 8 + 8 + 8 + 8 = 32$$

$$9 \times 4 = 9 + 9 + 9 + 9 = 36$$

$$7 \times 6 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8 \times 9 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

*Nota.* Se observan errores en el cálculo del resultado final en algunos ejercicios, así como casos en los que el estudiante deja actividades sin resolver, omitiendo tanto la suma repetitiva como el resultado correspondiente.

En grado tercero, el desarrollo de la etapa de exploración evidenció un desempeño en general adecuado, ya que la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones planteadas, representando las agrupaciones y determinando el total de elementos de manera adecuada. Esto refleja una comprensión inicial de la relación entre la organización de los elementos y el resultado de la multiplicación, así como el reconocimiento de la equivalencia entre distintas disposiciones de una misma cantidad.

Sin embargo, se identificaron tres casos particulares que permiten profundizar en el análisis de la comprensión de la actividad.

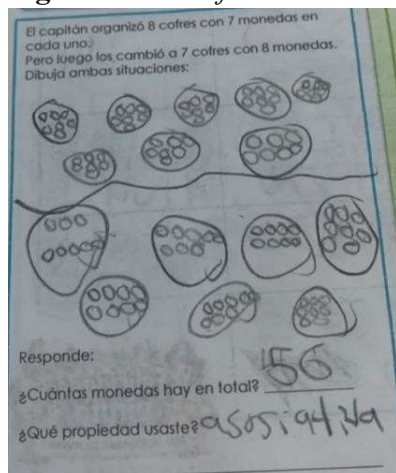
En el primer caso, el estudiante realizó únicamente una de las dos representaciones solicitadas, es decir, representó la situación de 8 cofres con 7 monedas, pero no desarrolló la reorganización de 7 cofres con 8 monedas. A pesar de ello, logró determinar correctamente el total de elementos, lo que sugiere una comprensión parcial del procedimiento sin consolidar la idea de equivalencia entre ambas disposiciones.

**Figura 87.** *Respuesta con representación parcial de la situación.*



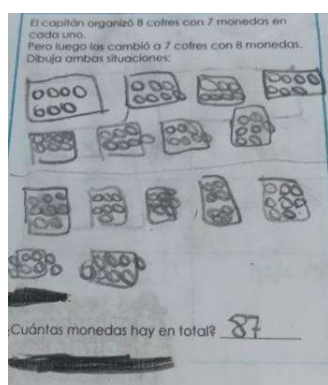
*Nota.* El estudiante realiza únicamente una de las dos representaciones solicitadas y determina correctamente el total de elementos, sin evidenciar la reorganización de la situación.

En el segundo caso, el estudiante realizó correctamente la representación gráfica y determinó adecuadamente el total de monedas; sin embargo, al responder sobre la propiedad utilizada, indicó la propiedad asociativa en lugar de la propiedad conmutativa. Este error evidencia dificultades en la identificación y diferenciación de las propiedades de la multiplicación, lo que indica que aún no se ha consolidado completamente el lenguaje conceptual asociado a las mismas.

**Figura 88.** *Identificación incorrecta de la propiedad de la multiplicación*

*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica y el cálculo del total, pero identifica de manera incorrecta la propiedad utilizada.

En el tercer caso, el estudiante realizó correctamente la representación gráfica de la situación, pero dejó en blanco el espacio correspondiente a la segunda pregunta. Posteriormente, registró como resultado final 87 monedas, valor que no corresponde con la situación planteada, lo que evidencia dificultades en la interpretación global de la actividad y en la verificación del resultado obtenido.

**Figura 89.** *Respuesta con omisión y resultado incorrecto.*

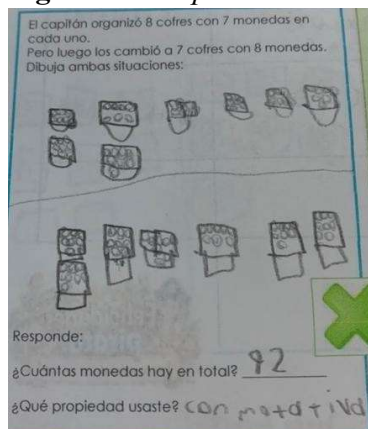
*Nota.* El estudiante deja en blanco una de las preguntas y registra un resultado final que no corresponde con la situación planteada.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades reflejan una coordinación incompleta entre los registros de representación, ya que, aunque los estudiantes logran realizar representaciones gráficas adecuadas, presentan inconsistencias al momento de traducirlas al lenguaje simbólico y conceptual, especialmente en la identificación de propiedades matemáticas y en la validación de resultados.

En grado cuarto, el desarrollo de la etapa de exploración mostró un desempeño en general adecuado, ya que la mayoría de los estudiantes logró resolver correctamente las situaciones planteadas, representando las agrupaciones, determinando los totales y reconociendo las propiedades de la multiplicación asociadas a la actividad.

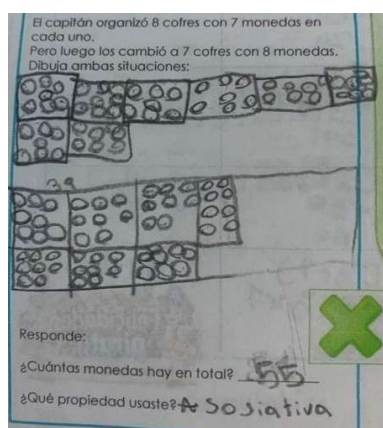
Esto evidencia avances en la comprensión de las relaciones multiplicativas y en la identificación de regularidades entre distintas disposiciones de una misma cantidad. Sin embargo, se identificaron dos casos particulares que permiten profundizar en el análisis del proceso de aprendizaje.

En el primer caso, el estudiante realizó correctamente la representación gráfica de la situación y logró identificar la propiedad correspondiente; no obstante, al momento de realizar el conteo obtuvo como resultado 42 en lugar de 56. Este error evidencia dificultades en el cálculo o en la verificación del resultado final, más que en la comprensión del concepto de la propiedad trabajada.

**Figura 90.** *Respuesta con error en el calculo de resultado*

*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica e identifica la propiedad, pero presenta un error en el conteo final al registrar 42 en lugar de 56.

En el segundo caso, el estudiante realizó adecuadamente la representación gráfica de la situación; sin embargo, registró un resultado incorrecto de 55 y, además, identificó la propiedad asociativa en lugar de la propiedad correspondiente a la situación planteada. Este caso evidencia dificultades tanto en el cálculo como en la identificación conceptual de las propiedades de la multiplicación.

**Figura 91.** *Respuesta con error en el resultado e identificación de propiedad.*

*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica, pero presenta errores en el resultado final y en la identificación de la propiedad matemática.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas producciones evidencian dificultades en la coordinación entre los registros de representación, ya que, aunque los estudiantes logran construir representaciones gráficas adecuadas, presentan inconsistencias al momento de traducirlas al registro numérico y conceptual, especialmente en la verificación de resultados y en la identificación de las propiedades matemáticas.

### **6.6.3. *Explicar***

En la etapa de explicación, en grado segundo se realizó un trabajo de reforzamiento en el cuaderno orientado al repaso de las secuencias numéricas asociadas a las tablas de multiplicar del 2 al 9. A través de actividades de conteo progresivo de 2 en 2, 3 en 3 y así sucesivamente, se buscó fortalecer la comprensión de la multiplicación como suma repetida y consolidar el reconocimiento de los patrones numéricos presentes en las tablas trabajadas durante el taller. Este espacio no contó con actividades incluidas dentro del material del taller, ya que el énfasis se centró en el trabajo guiado en clase como momento de explicación y consolidación de los aprendizajes.

En los grados tercero y cuarto, la etapa de explicación se orientó al repaso y profundización de las propiedades de la multiplicación trabajadas previamente. En el taller se incluyó un cuadro de síntesis donde se presentaban la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva, junto con su definición y un ejemplo representativo en cada caso. A partir de este insumo, se desarrollaron ejercicios en el tablero que permitieron a los estudiantes identificar las características de cada propiedad, así como establecer diferencias y relaciones entre ellas.

Durante el desarrollo de la clase se enfatizó en la comprensión del significado de cada propiedad más allá de su definición formal, promoviendo la identificación de situaciones en las

que se aplicaba cada una. En este sentido, se buscó fortalecer la capacidad de los estudiantes para reconocer cuándo el orden de los factores no altera el resultado, cuándo se pueden agrupar de diferentes maneras sin modificar el producto y cuándo la multiplicación puede distribuirse sobre una suma.

De acuerdo con Bruner (1966), este tipo de procesos favorece la construcción progresiva del conocimiento matemático al permitir que los estudiantes transiten entre experiencias concretas y representaciones más formales del concepto. Asimismo, desde la perspectiva de Duval (1999), la comprensión de las propiedades matemáticas se fortalece cuando los estudiantes logran coordinar diferentes registros de representación, en este caso, el lenguaje verbal, simbólico y los ejemplos trabajados en el tablero.

#### **6.6.4. *Elaborar***

En la etapa de elaboración se propusieron situaciones problema con el propósito de que los estudiantes aplicaran los conocimientos trabajados previamente en contextos más estructurados, fortaleciendo la comprensión de la multiplicación a través de la representación gráfica, simbólica y la determinación del total de elementos.

En grado segundo, los estudiantes resolvieron dos situaciones en las que debían realizar el dibujo, escribir la multiplicación correspondiente y determinar el total de elementos. En la primera situación se plantearon ocho filas con cinco espadas en cada una, y en la segunda seis barcos con siete piratas en cada uno. Estas actividades buscaron reforzar la comprensión de la multiplicación como agrupaciones iguales, consolidando la relación entre la representación gráfica, la operación y el resultado numérico.

En los grados tercero y cuarto, las situaciones se orientaron al reconocimiento y aplicación de las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación. En la primera situación se planteó

un problema con dos barcos, en cada uno tres cofres y en cada cofre cuatro monedas, con el fin de que los estudiantes representaran la situación, escribieran la expresión multiplicativa correspondiente y determinaran el total, identificando la propiedad asociativa. En la segunda situación se propuso un problema con cinco cofres, en cada uno tres monedas de oro y dos de plata, donde los estudiantes debían representar la situación, descomponerla mediante la propiedad distributiva, resolverla y reconocer la propiedad utilizada.

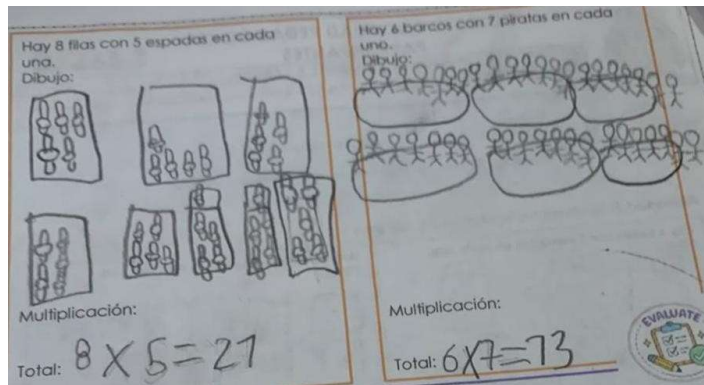
Estas actividades permitieron que los estudiantes establecieran relaciones entre distintas formas de agrupar y descomponer cantidades, favoreciendo la comprensión de las propiedades de la multiplicación en contextos problemáticos. En este sentido, se promovió el tránsito entre representaciones gráficas, numéricas y simbólicas, fortaleciendo la coordinación entre registros semióticos, tal como lo plantea Duval (1999), así como la construcción progresiva del conocimiento matemático a partir de la manipulación de situaciones concretas, en concordancia con Bruner (1966).

En grado segundo, el desarrollo de la etapa de elaboración mostró que la mayoría de los estudiantes logró resolver adecuadamente las situaciones propuestas, realizando representaciones gráficas de las agrupaciones y estableciendo relaciones entre la multiplicación y el total de elementos. Sin embargo, se identificaron algunos casos particulares que permiten analizar diferentes niveles de comprensión del proceso multiplicativo.

En el primer caso, el estudiante realizó correctamente las representaciones gráficas de las situaciones; sin embargo, presentó dificultades en el conteo de los elementos, lo que afectó la determinación del resultado final. En la situación de  $8 \times 5$  registró 21 y en  $6 \times 7$  escribió 13, realizando en este último caso una suma incorrecta de  $6 + 7$ . Este tipo de respuesta evidencia que el estudiante logra construir la estructura de agrupaciones iguales, pero aún no consolida el proceso

de conteo asociado a la multiplicación, lo que genera errores en la transición hacia el resultado numérico.

**Figura 92.** Respuesta con dificultad en el conteo de agrupaciones.

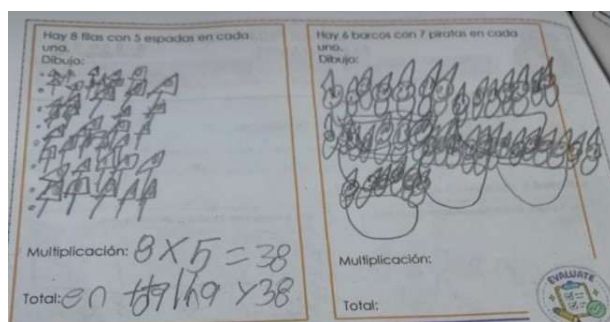


*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica de las agrupaciones, pero presenta errores en el conteo y en la obtención del resultado final.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta situación evidencia una dificultad en la coordinación entre el registro gráfico y el registro numérico, ya que el estudiante logra interpretar la representación visual, pero no logra traducirla de manera adecuada al lenguaje aritmético.

En el segundo caso, el estudiante presentó dificultades tanto en la organización de las agrupaciones como en la determinación del resultado. En la primera situación registró 38 como resultado de  $8 \times 5$ , lo que evidencia errores en el conteo de los elementos, y en la segunda situación no consignó ni la operación ni el resultado.

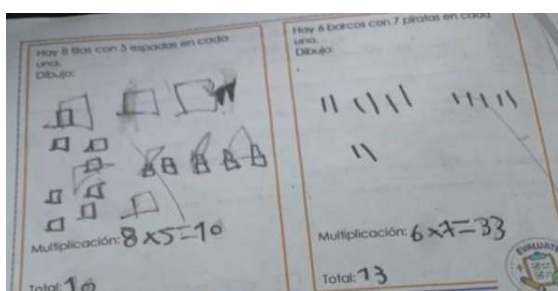
Además, la representación gráfica no permite identificar con claridad la estructura de los grupos, lo que sugiere una comprensión incompleta de la multiplicación como agrupaciones iguales.

**Figura 93.** *Respuesta con dificultades en representación y cálculo.*

*Nota.* El estudiante presenta inconsistencias en la representación gráfica de las agrupaciones y omite parcialmente el registro de la operación y el resultado.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), estas dificultades pueden relacionarse con una transición incompleta entre representaciones concretas y simbólicas, lo que indica que el estudiante aún depende de apoyos visuales poco estructurados para interpretar la situación multiplicativa.

En el tercer caso, se evidencian dificultades generalizadas en el desarrollo de la actividad, ya que el estudiante no logra construir adecuadamente las agrupaciones ni establecer relaciones coherentes entre la representación gráfica, la operación y el resultado. En la situación de  $8 \times 5$  registra 10, en  $6 \times 7$  escribe 33 y finalmente consigna 3 como resultado total, lo que evidencia una comprensión fragmentada de la multiplicación y del proceso de conteo.

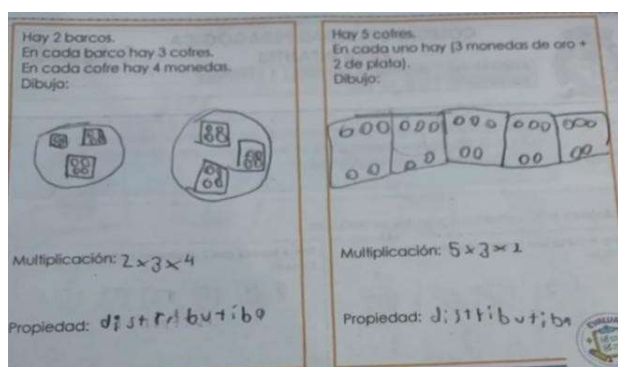
**Figura 94.** *Respuesta con dificultades generalizadas en la actividad.*

*Nota.* El estudiante presenta errores en la representación de agrupaciones, en el cálculo de los resultados y en la interpretación de la situación planteada.

Desde la perspectiva de Piaget (1978), este tipo de producciones reflejan que el estudiante se encuentra en un proceso inicial de construcción de la noción de multiplicación, en el cual aún no logra coordinar de manera estable las relaciones entre cantidad, agrupación y resultado.

En grado tercero, durante la etapa de elaboración se evidencian dificultades significativas en la aplicación de la propiedad distributiva, especialmente en la descomposición de las expresiones y en la diferenciación entre las propiedades asociativa y distributiva. En varios casos, los estudiantes tienden a operar de manera global sin reconocer la estructura de suma dentro de la multiplicación, lo que afecta la resolución correcta de las situaciones planteadas. En el primer caso, el estudiante realiza correctamente la representación gráfica en la primera parte de la actividad y resuelve adecuadamente la multiplicación correspondiente; sin embargo, en la segunda situación vuelve a multiplicar de manera global, sin aplicar la descomposición requerida por la propiedad distributiva. Además, en su respuesta final indica que ambas situaciones corresponden a la propiedad distributiva, lo que evidencia dificultades para diferenciar entre las propiedades asociativa y distributiva y comprender sus características específicas.

*Figura 95. Confusión entre propiedad distributiva y asociativa.*



*Nota.* El estudiante realiza correctamente una parte de la representación, pero no aplica adecuadamente la descomposición en la segunda situación y confunde la propiedad utilizada.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta dificultad refleja una coordinación insuficiente entre los registros de representación, ya que el estudiante no logra articular de manera adecuada la expresión simbólica con el procedimiento de descomposición requerido por la propiedad distributiva.

En el segundo caso, el estudiante intenta aplicar un procedimiento relacionado con la propiedad distributiva, pero inicia sumando los valores internos y posteriormente los multiplica, lo que conduce a un resultado incorrecto de 125 a partir de  $25 \times 5$ . Este error evidencia una comprensión parcial del procedimiento, ya que reconoce la necesidad de agrupar y operar, pero no mantiene la estructura correcta de la descomposición.

**Figura 96.** *Error en la aplicación del procedimiento distributivo.*



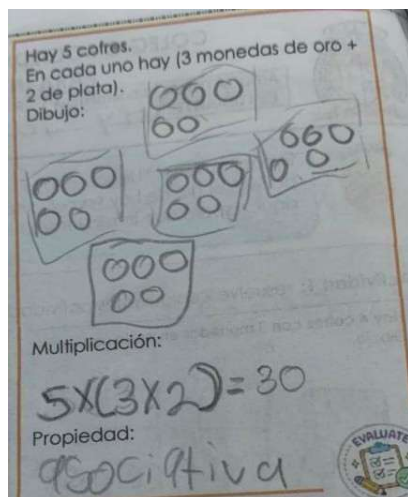
*Nota.* El estudiante realiza un procedimiento incorrecto al sumar previamente los valores y luego multiplicarlos, obteniendo un resultado erróneo.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este tipo de dificultades refleja una transición incompleta entre la comprensión operativa y la comprensión estructural del concepto, lo que indica que el estudiante aún no consolida la lógica de descomposición propia de la propiedad distributiva.

En el tercer caso, el estudiante representa la expresión de forma asociativa utilizando paréntesis, pero aplica incorrectamente la propiedad al interpretarla como una multiplicación

simple. Aunque escribe  $5 \times (3 \times 2)$ , realiza el procedimiento sin reconocer la estructura de la propiedad que está utilizando, lo que evidencia una confusión entre la forma de representación y el significado de la propiedad asociativa.

**Figura 97.** *Uso incorrecto de la propiedad asociativa.*

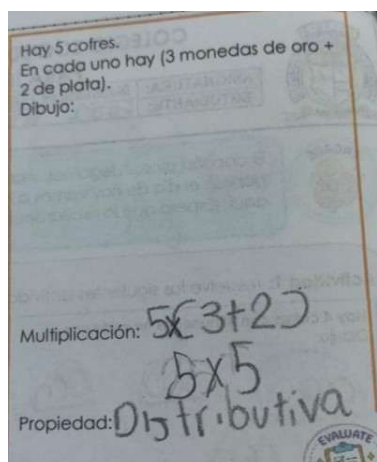


*Nota.* El estudiante representa correctamente la expresión con paréntesis, pero no interpreta adecuadamente la propiedad aplicada.

Desde la perspectiva de Piaget (1978), esta situación refleja un proceso de construcción conceptual aún en desarrollo, en el cual el estudiante comienza a identificar estructuras matemáticas, pero aún no logra diferenciarlas ni aplicarlas de manera coherente.

En el cuarto caso, el estudiante escribe correctamente la primera parte de la expresión  $5 \times (3 + 2)$  y posteriormente la desarrolla como  $5 \times 5$ ; sin embargo, no realiza la representación gráfica solicitada en la actividad. Aunque reconoce la estructura de la propiedad distributiva y obtiene el resultado correcto, la ausencia de la representación indica una desconexión entre los distintos registros de representación.

**Figura 98.** Ausencia de representación gráfica en la resolución.



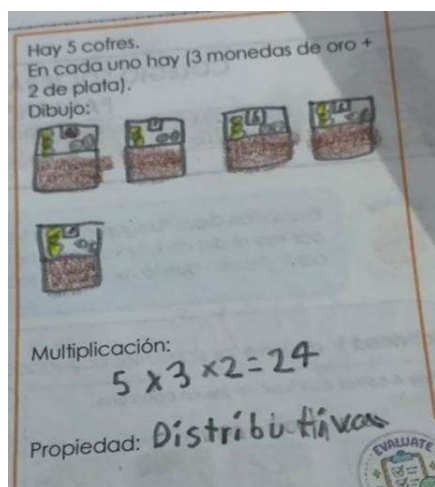
*Nota.* El estudiante resuelve correctamente la operación, pero no realiza la representación gráfica solicitada en la actividad.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta situación evidencia una limitación en la coordinación entre registros, ya que el estudiante logra operar en el registro simbólico, pero no integra la representación gráfica como parte del proceso de comprensión.

En grado cuarto, durante la etapa de elaboración se observan dificultades puntuales en la diferenciación y aplicación de las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación. Aunque en general los estudiantes logran representar adecuadamente las situaciones y reconocer las propiedades trabajadas, algunos casos evidencian confusiones en la aplicación del procedimiento correcto según la propiedad solicitada.

En el primer caso, el estudiante realiza correctamente la representación gráfica de la situación y reconoce que corresponde a la propiedad distributiva; sin embargo, al momento de desarrollar la operación expresa  $5 \times 3 \times 2$  y obtiene 24, lo que corresponde a una aplicación propia de la propiedad asociativa. Este caso evidencia una incoherencia entre la identificación de la propiedad y el procedimiento ejecutado, ya que el estudiante reconoce conceptualmente la distributiva, pero opera bajo una estructura asociativa.

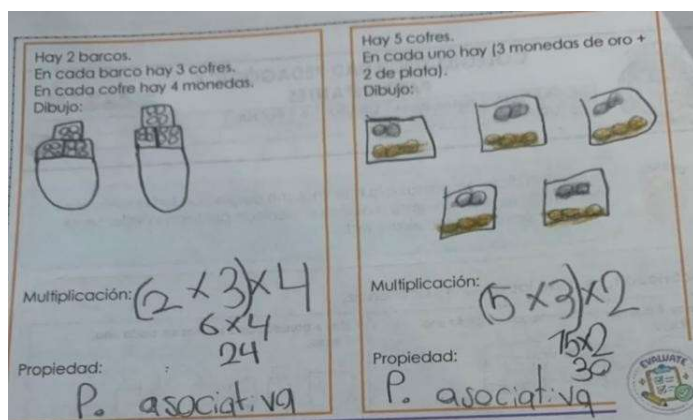
**Figura 99.** *Confusión entre propiedad distributiva y procedimiento asociativo.*



*Nota.* El estudiante realiza correctamente la representación gráfica y reconoce la propiedad distributiva, pero desarrolla la operación como  $5 \times 3 \times 2$ , aplicando incorrectamente un procedimiento asociativo.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta dificultad refleja una desarticulación entre el registro simbólico y el registro conceptual, ya que el estudiante no logra coordinar adecuadamente la estructura de la propiedad con el procedimiento de resolución.

En el segundo caso, el estudiante identifica correctamente la propiedad asociativa y la aplica de manera coherente en los ejercicios propuestos, escribiendo adecuadamente la expresión multiplicativa correspondiente. Sin embargo, su procedimiento no corresponde a la segunda situación planteada, la cual requería el uso de la propiedad distributiva. Esto indica que el estudiante mantiene una comprensión estable de la propiedad asociativa, pero presenta dificultades para diferenciar cuándo debe aplicarse cada propiedad según la estructura del problema.

**Figura 100.** *Aplicación correcta de la propiedad asociativa en ambos ejercicios.*

*Nota.* El estudiante identifica correctamente la propiedad asociativa y la aplica adecuadamente en sus procedimientos, aunque no reconoce la necesidad de aplicar la propiedad distributiva en la segunda situación.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), este tipo de respuestas evidencia una generalización prematura de un procedimiento, lo que indica que el estudiante aún no ha consolidado la flexibilidad cognitiva necesaria para seleccionar la propiedad adecuada según la estructura del problema.

#### 6.6.5. *Evaluar*

En la etapa de evaluación se propuso una actividad de cierre con el propósito de verificar la comprensión alcanzada por los estudiantes respecto a las tablas de multiplicar y las propiedades de la multiplicación trabajadas a lo largo del taller. En este momento se buscó que los estudiantes integraran los conocimientos construidos durante las etapas anteriores, aplicándolos en situaciones de repaso y análisis de propiedades.

En grado segundo, la actividad se presentó en forma de una tabla en la que los estudiantes debían completar multiplicaciones correspondientes a las tablas del 5 al 9, combinando diferentes factores entre el 2 y el 9. Esta propuesta tuvo como finalidad reforzar el cálculo de las tablas de

multiplicar y fortalecer la agilidad en la resolución de operaciones básicas, a partir de un contexto narrativo relacionado con el hallazgo del cofre del tesoro.

En los grados tercero y cuarto, la actividad se organizó en una tabla con tres columnas: problema, operación y propiedad. En este caso, se indicó a los estudiantes que podían realizar la representación gráfica como apoyo en la columna de operación. Las situaciones planteadas involucraron el uso de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva de la multiplicación en distintos contextos.

Entre los problemas propuestos se incluyeron situaciones como la organización de filas de espadas, la distribución de cofres en barcos, la combinación de monedas de oro y plata en cofres, la agrupación de cajas con libros y la descomposición de cantidades en diferentes estructuras multiplicativas. Estas actividades permitieron a los estudiantes identificar la propiedad correspondiente a cada situación, resolver las operaciones y justificar su elección, integrando los distintos registros de representación trabajados durante el taller.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta etapa favorece la coordinación entre los registros de representación, ya que los estudiantes deben relacionar el enunciado verbal del problema con la operación matemática y la identificación de la propiedad correspondiente.

Asimismo, de acuerdo con Bruner (1966), este tipo de actividades promueve la consolidación del aprendizaje al permitir que los estudiantes apliquen los conceptos en situaciones de cierre que integran lo trabajado previamente.

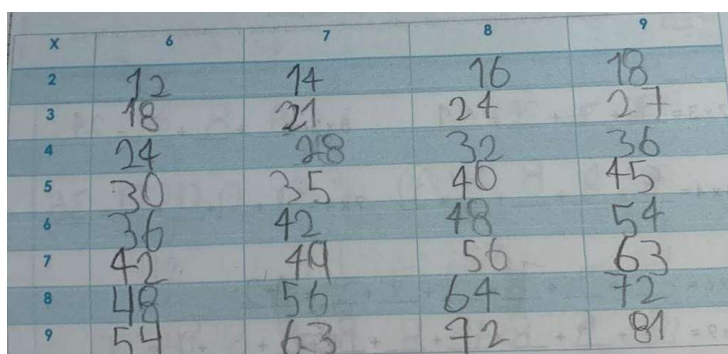
En grado segundo, el desarrollo de la etapa de evaluación mostró un desempeño en general satisfactorio, ya que la mayoría de los estudiantes logró completar correctamente la tabla de multiplicaciones propuesta, evidenciando apropiación del proceso de suma repetida como estrategia para resolver operaciones multiplicativas. En total, 15 de los 19 estudiantes resolvieron

adecuadamente la actividad, siguiendo la secuencia establecida de agrupaciones y manteniendo la coherencia en los cálculos.

Sin embargo, se identificaron cuatro estudiantes que presentaron dificultades en la resolución de la tabla. En estos casos, el error inicial en un cálculo afectó el desarrollo de los pasos posteriores, generando una cadena de resultados incorrectos. Es decir, al partir de un valor errado, las sumas sucesivas se vieron igualmente alteradas, lo que evidencia dificultades en la verificación de los resultados y en la continuidad del proceso aritmético.

En el primer caso se presenta una respuesta correcta, en la cual el estudiante sigue adecuadamente la secuencia de sumas repetidas, iniciando desde la base de  $6 \times 2$  y avanzando progresivamente de manera ordenada.

**Figura 101.** *Respuesta correcta en la tabla de multiplicaciones.*



| x | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|----|----|----|----|
| 2 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 54 | 63 | 72 | 81 |

*Nota.* El estudiante completa adecuadamente la secuencia de sumas repetidas, manteniendo la coherencia en los resultados.

En el segundo caso se observa una respuesta incorrecta, en la cual el estudiante presenta errores en los cálculos iniciales, lo que afecta toda la continuidad de la tabla. A partir de un resultado errado, las sumas posteriores también se ven afectadas, generando inconsistencias en la secuencia numérica.

**Figura 102.** *Respuesta con errores en la secuencia de sumas.*

| X   | 6  | 7  | 8  | 9  |
|-----|----|----|----|----|
| (2) | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3   | 18 | 21 | 24 | 38 |
| 4   | 24 | 48 | 52 | 56 |
| 5   | 30 | 38 | 40 | 45 |
| 6   | 30 | 38 | 42 | 48 |
| 7   | 42 | 49 | 56 | 62 |
| 8   | 48 | 57 | 62 | 73 |
| 9   | 54 | 64 | 74 | 84 |

*Nota.* El estudiante presenta errores en los cálculos iniciales, lo que genera una cadena de resultados incorrectos en la tabla de multiplicación.

Desde la perspectiva de Duval (1999), estas dificultades evidencian una falta de control en la coordinación del registro numérico, ya que el error en un paso intermedio afecta la coherencia global del procedimiento. Asimismo, desde la propuesta de Bruner (1966), este tipo de situaciones refleja la importancia de consolidar progresivamente las representaciones de la multiplicación como suma repetida, antes de avanzar hacia procedimientos más abstractos.

En grado tercero, el desarrollo de la etapa de evaluación evidenció un desempeño en general positivo, ya que la mayoría de los estudiantes logró resolver adecuadamente las situaciones propuestas, identificando las propiedades de la multiplicación y estableciendo relaciones entre los enunciados, las operaciones y las representaciones gráficas. Esto muestra avances en la comprensión de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, así como en su aplicación en diferentes contextos.

En el primer caso, el estudiante realizó correctamente las representaciones gráficas en el espacio de la operación y logró identificar de manera adecuada las propiedades utilizadas en cada problema. Este desempeño evidencia una buena comprensión de las situaciones planteadas, así

como la capacidad de relacionar la representación gráfica con el concepto matemático correspondiente.

**Figura 103.** Identificación correcta de propiedades con apoyo en representación gráfica.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación | Propiedad                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? |           | Commutativa                |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     |           | $4 \times 2 \times 3 = 24$ |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           |           | distributiva               |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        |           | asociativa                 |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  |           | distributiva               |

*Nota.* El estudiante realiza adecuadamente las representaciones gráficas y reconoce correctamente las propiedades asociadas a cada situación.

Desde la perspectiva de Duval (1999), este tipo de producción evidencia una adecuada coordinación entre el registro gráfico y el registro conceptual, lo que favorece la comprensión de las propiedades de la multiplicación.

En el segundo caso, el estudiante resolvió correctamente las operaciones de multiplicación e identificó de manera adecuada las propiedades correspondientes; sin embargo, no utilizó paréntesis en las expresiones. Aunque el procedimiento matemático es correcto, la ausencia de los paréntesis evidencia una dificultad en el uso del lenguaje simbólico formal para representar adecuadamente la estructura de las operaciones.

**Figura 104.** Resolución correcta sin uso de paréntesis.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                              | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | $3 \times 5 = 15$<br>$5 \times 3 = 15$ | conmutativa  |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | $2 \times 4 \times 3 = 24$             | asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | $4 + 2 \times 5 = 30$                  | distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | $3 \times 2 \times 5 = 30$             | asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | $6 \times 3 + 7 = 19$                  | distributiva |

*Nota.* El estudiante realiza correctamente las operaciones e identifica las propiedades, pero no utiliza paréntesis en la expresión simbólica.

Desde la perspectiva de Bruner (1966), esta situación refleja una transición en proceso hacia la formalización del lenguaje matemático, en la que el estudiante comprende el procedimiento, pero aún no incorpora completamente las convenciones simbólicas.

En el tercer caso, el estudiante realiza correctamente las operaciones, identifica adecuadamente las propiedades y utiliza de manera apropiada los paréntesis en las expresiones matemáticas. Este desempeño evidencia una comprensión más consolidada de las propiedades de la multiplicación y de su representación simbólica, así como una adecuada integración entre los distintos registros de representación.

**Figura 105.** *Uso correcto de paréntesis y propiedades matemáticas.*

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                                                  | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | $3 \times 5 = 15$<br>$5 \times 3 = 15$                     | comutativa   |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | $2 \times 4 \times 3 = 24$<br>$4 \times 2 \times 3 = 24$   | asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | $5 \times (4 + 2) = 30$                                    | distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | $3 \times (2 \times 5) = 30$<br>$2 \times 3 \times 5 = 30$ | asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | $6 \times 3 + 1 = 19$                                      | distributiva |

El estudiante resuelve correctamente las situaciones, identifica las propiedades y utiliza adecuadamente la notación simbólica. En el cuarto caso, se observa que el estudiante no logra resolver adecuadamente la actividad, ya que presenta dificultades tanto en la representación gráfica como en la identificación de las propiedades de la multiplicación. En el primer problema identifica incorrectamente la propiedad conmutativa como distributiva; en el segundo problema acierta en la propiedad asociativa, pero los dibujos no son claros; y en el tercer problema identifica correctamente la propiedad distributiva, aunque la representación gráfica no corresponde adecuadamente a la situación planteada.

**Figura 106.** *Dificultades en identificación de propiedades y representación gráfica.*

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                                                                                              | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | <del><math>3 \times 5 = 15</math></del><br><del><math>5 \times 3 = 15</math></del>                     | distributiva |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | <del><math>2 \times 4 \times 3 = 24</math></del><br><del><math>4 \times 2 \times 3 = 24</math></del>   | asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | <del><math>5 \times (4 + 2) = 30</math></del>                                                          | distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | <del><math>3 \times (2 \times 5) = 30</math></del><br><del><math>2 \times 3 \times 5 = 30</math></del> | asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | <del><math>6 \times 3 + 1 = 19</math></del>                                                            | distributiva |

**Nota.** El estudiante presenta inconsistencias en la identificación de las propiedades y en la representación gráfica de las situaciones propuestas.

Desde la perspectiva de Piaget (1978), estas dificultades evidencian que el proceso de construcción de las propiedades matemáticas aún se encuentra en desarrollo, lo que implica una necesidad de fortalecer la diferenciación entre conceptos y la coordinación entre representación y significado.

En grado cuarto, el desarrollo de la etapa de evaluación evidenció en general un buen desempeño por parte de los estudiantes, especialmente en la resolución de las situaciones propuestas a través de la representación gráfica y simbólica de las operaciones. Se observó que varios estudiantes lograron identificar correctamente las propiedades de la multiplicación, así como representar adecuadamente las situaciones planteadas, lo que evidencia avances en la comprensión de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva. En el primer caso se encuentra un grupo de estudiantes que resolvió correctamente las operaciones planteadas, identificando de manera adecuada las propiedades correspondientes en cada situación. Este desempeño evidencia una comprensión consolidada de las relaciones entre los enunciados, las operaciones y las propiedades matemáticas trabajadas durante el taller.

**Figura 107.** Resolución correcta de operaciones e identificación de propiedades.

| Problema                                                                                                                                      | Operación                                                     | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | $3 \times 5 = 15$<br>$5 \times 3 = 15$                        | Conmutativa  |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | $2 \times (4 \times 3)$<br>$2 \times 12$<br>24                | Asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | $4 \times (2 + 5)$<br>$4 \times 2 + 4 \times 5$<br>8 20<br>28 | Distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | $3 \times (2 \times 5)$<br>$3 \times 10$<br>30                | Asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | $6 \times (3 + 1)$<br>$6 \times 3 + 6 \times 1$<br>18 6<br>24 | Distributiva |

**Nota.** Los estudiantes realizan correctamente las operaciones y reconocen adecuadamente las propiedades asociadas a cada situación.

Este resultado puede explicarse desde la propuesta de Bruner (1966), quien plantea que el aprendizaje matemático se fortalece cuando el estudiante logra pasar de acciones concretas a representaciones simbólicas, consolidando progresivamente la comprensión conceptual.

Asimismo, se identificó un estudiante que logró representar correctamente todas las situaciones mediante dibujos y, además, identificó de manera adecuada cada una de las propiedades trabajadas. Este caso evidencia un nivel de comprensión sólido, en el que se articulan adecuadamente los diferentes registros de representación.

**Figura 108.** Representación gráfica e identificación correcta de propiedades.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? |           | Conmutativa  |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     |           | Asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           |           | Distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        |           | Conmutativa  |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  |           | Distributiva |

*Nota. El estudiante representa adecuadamente las situaciones mediante dibujos e identifica correctamente las propiedades de la multiplicación.*

En coherencia con Duval (1999), este desempeño muestra una adecuada coordinación entre registros de representación (gráfico y simbólico), lo cual es fundamental para la comprensión matemática.

Por otra parte, se identificó un estudiante que, aunque resolvió correctamente los dos primeros problemas, presentó inconsistencias en la asignación de las propiedades matemáticas. En el tercer problema, aunque identifica la propiedad distributiva, realiza la operación como multiplicación directa sin descomponerla, en suma, lo que afecta el procedimiento esperado. En

los problemas posteriores, se observan errores en la correspondencia entre la propiedad seleccionada y la estructura del problema.

**Figura 109.** *Inconsistencias en identificación y aplicación de propiedades.*

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                              | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | $3 \times 5 = 15$<br>$5 \times 3 = 15$ | asociativa   |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | $2 \times 4 \times 3 = 24$             | conmutativa  |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | $4 \times 2 \times 5 = 40$             | distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | $3 \times 2 \times 5 = 30$             | asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | $6 \times 3 \times 1 = 18$             | conmutativ   |

*Nota.* El estudiante presenta errores en la asignación de propiedades y en la aplicación del procedimiento en situaciones de tipo distributivo.

Desde la perspectiva de Duval (1999), esta dificultad refleja una ruptura en la coordinación entre el registro simbólico y el significado matemático, ya que el estudiante puede ejecutar operaciones, pero no necesariamente reconoce la estructura que las define. De igual manera, se encontró un estudiante que no logró establecer correctamente la relación entre los problemas y las propiedades matemáticas. En su producción no se evidencian representaciones gráficas ni procedimientos de resolución, sino únicamente la escritura de los datos de cada problema, acompañada de la asignación incorrecta de propiedades.

**Figura 110.** Registro de datos sin resolución de la situación.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                                          | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | organizo de diferente manera                       | comutativa   |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | 2 barcos<br>4 cofres<br>3 monedas                  | distributiva |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | 5 cofres<br>4 monedas de oro<br>2 monedas de plata | asociativa   |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | 3 grupos de 2 cajas<br>5 libros                    | comutativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | 6 cofres<br>3 monedas de oro<br>1 moneda de plata  | asociativa   |

*Nota.* El estudiante no desarrolla procedimientos de resolución ni representaciones, limitándose a transcribir datos y asignar propiedades de manera incorrecta.

Este tipo de respuesta, según Piaget (1978), puede interpretarse como un proceso aún en transición, en el que el estudiante no ha consolidado la reversibilidad ni la diferenciación entre estructuras operativas, lo cual es necesario para la comprensión de las propiedades. También se identificó un caso en el que el estudiante utilizó representaciones gráficas en los dos primeros problemas y posteriormente empleó un procedimiento basado en flechas para descomponer las operaciones en situaciones de tipo distributivo. En estos casos, logra resolver correctamente las operaciones y representar adecuadamente las situaciones.

**Figura 111.** Uso de estrategia de flechas (arcoíris) en resolución de problemas.

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                         | Propiedad    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|--------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? | <br>1 1 1                         | comutativa   |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     | 2 barcos<br>4 cofres<br>3 monedas | asociativa   |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           | 4x(2+5)<br>4x2+4x5                | distributiva |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        | 3x(2x5)<br>70x3=30                | asociativa   |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro y 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  | 6x(3+1)<br>6x3+6x1                | distributiva |

*Nota.* El estudiante utiliza representaciones gráficas y un procedimiento de descomposición para resolver correctamente las situaciones.

Este tipo de estrategia evidencia, desde Bruner (1966), el uso de representaciones intermedias que permiten al estudiante organizar el pensamiento antes de llegar a la formalización simbólica. Asimismo, se observó un estudiante que realizó representaciones mediante dibujos en todos los problemas; sin embargo, presentó inconsistencias en la identificación de propiedades, especialmente al confundir la propiedad distributiva con la asociativa en varios ejercicios.

**Figura 112.** *Dificultades en la identificación de propiedades.*

| Problema:                                                                                                                                     | Operación                                                                           | Propiedad                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. El capitán organizó 3 filas con 5 espadas en cada una. Luego decidió organizarlas en 5 filas con 3 espadas. ¿Cuántas espadas hay en total? |    | comutativa                        |
| 2. Hay 2 barcos. En cada barco hay 4 cofres y en cada cofre hay 3 monedas. ¿Cuántas monedas hay en total?                                     |   | Asociativa                        |
| 3. En un cofre hay 4 monedas de oro y 2 de plata. El capitán tiene 5 cofres iguales. ¿Cuántas monedas hay en total?                           |  | Asociativa                        |
| 4. Hay 3 grupos de 2 cajas, y en cada caja hay 5 libros. ¿Cuántos libros hay en total?                                                        |  | Asociativa                        |
| 5. El capitán tiene 6 cofres y en cada uno hay 3 monedas de oro / 1 de plata. ¿Cuántas monedas hay en total?                                  |  | Asociativa<br>Felicidades pirata. |

*Nota.* El estudiante realiza representaciones gráficas correctas, pero presenta errores en la identificación de las propiedades matemáticas.

Desde Duval (1999), esta situación evidencia que la producción de representaciones correctas no garantiza la comprensión conceptual si no existe una adecuada coordinación entre los diferentes registros.

#### 6.6.6. Síntesis

El desarrollo del Taller 6, enmarcado en el trabajo con la multiplicación y sus propiedades, permitió consolidar procesos de aprendizaje en los tres grados mediante situaciones progresivas que integraron la narrativa del capitán y la búsqueda del tesoro. A lo largo de las distintas etapas

del modelo pedagógico 5E, los estudiantes tuvieron la oportunidad de movilizar conocimientos previos, fortalecer procedimientos de cálculo y avanzar hacia la comprensión de propiedades matemáticas como la conmutativa, asociativa y distributiva.

En términos generales, el taller evidenció la importancia de la articulación entre diferentes representaciones matemáticas —gráficas, simbólicas y procedimentales— como eje central del aprendizaje. En este sentido, se observó que los estudiantes lograron, en distintos niveles, pasar de representaciones concretas (dibujos y agrupaciones) a expresiones más formales (operaciones y uso de propiedades), lo cual se relaciona con lo planteado por Bruner (1966), quien enfatiza la transición entre modos inactivo, icónico y simbólico como base del aprendizaje significativo en matemáticas.

Asimismo, el trabajo desarrollado evidenció la relevancia de la coordinación entre registros de representación, ya que las principales dificultades no se centraron únicamente en el cálculo, sino en la interpretación de las relaciones entre las operaciones y las propiedades. En este sentido, Duval (1999) permite comprender que la comprensión matemática no depende solo de ejecutar procedimientos correctos, sino de establecer conexiones coherentes entre distintos registros semióticos, lo cual se evidenció en los casos donde los estudiantes confundieron propiedades o no lograron relacionar adecuadamente las representaciones.

Por otra parte, se observó una progresión entre los grados escolares. Mientras en segundo grado el énfasis se centró en la construcción de la multiplicación como suma repetida y el reconocimiento de agrupaciones iguales, en tercero y cuarto grado los estudiantes avanzaron hacia la identificación y aplicación de propiedades, lo que implicó un mayor nivel de abstracción. Desde la perspectiva de Piaget (1978), este proceso refleja una reorganización progresiva del pensamiento

lógico-matemático, en la que los estudiantes van consolidando estructuras operativas cada vez más complejas.

Finalmente, el trabajo desarrollado dentro del enfoque de círculos matemáticos permitió que los estudiantes asumieran un rol activo en la resolución de situaciones problemáticas, promoviendo la exploración de diferentes estrategias y la socialización de procedimientos. Este enfoque favoreció la construcción colectiva del conocimiento, al permitir que los estudiantes contrastaran sus formas de resolver, justificaran sus respuestas y reconocieran diferentes caminos de solución frente a una misma situación matemática.

De manera general, la implementación de los talleres permitió evidenciar avances progresivos en la forma en que los estudiantes comprendían y resolvían las situaciones relacionadas con la multiplicación. En los primeros encuentros era frecuente que algunos asociaran la multiplicación únicamente con la memorización de tablas o manifestaran no saber cómo iniciar la resolución de un problema. Sin embargo, a medida que avanzó la intervención, los estudiantes comenzaron a emplear diferentes estrategias para construir el significado de la multiplicación, recurriendo a representaciones como las agrupaciones de igual cantidad, la suma repetitiva, el material manipulativo, los dibujos y, posteriormente, la operación multiplicativa cuando el nivel de comprensión lo permitía. Asimismo, en los grados tercero y cuarto se observó un progreso en la identificación y aplicación de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva dentro de distintos contextos, evidenciando que los estudiantes no solo resolvían los problemas, sino que comenzaban a reconocer las relaciones matemáticas presentes en ellos. Aunque los avances fueron diferentes en cada estudiante, todos lograron progresar desde su nivel inicial de comprensión, fortaleciendo sus estrategias para interpretar y resolver situaciones multiplicativas.

En cuanto a los estudiantes vinculados a procesos de inclusión, se optó por mantener los mismos talleres desarrollados por el grupo, evitando modificaciones en el contenido que pudieran generar sentimientos de diferencia o exclusión frente a sus compañeros. Las adaptaciones se centraron en el uso permanente de material manipulativo, representaciones gráficas y un acompañamiento más cercano durante el desarrollo de las actividades, permitiendo que las respuestas se expresaran mediante dibujos u otras representaciones antes que a través de la operación convencional. Estas estrategias favorecieron una comprensión gradual del concepto de multiplicación y permitieron que los estudiantes encontraran formas propias de interpretar y resolver las situaciones planteadas. Si bien el ritmo de aprendizaje fue diferente al del resto del grupo, se evidenciaron avances significativos en la construcción del significado de la multiplicación y, en algunos casos, en el reconocimiento de las propiedades trabajadas, demostrando que las adaptaciones implementadas promovieron una participación positiva y un aprendizaje acorde con sus posibilidades.

## 7. Conclusiones

La implementación de los Círculos Matemáticos articulados con el modelo pedagógico 5E favoreció el desarrollo del pensamiento multiplicativo en los estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado, permitiendo alcanzar el propósito planteado en esta investigación. La secuencia de talleres promovió la construcción progresiva del significado de la multiplicación mediante la exploración, la discusión, la representación y la resolución de situaciones problema contextualizadas, favoreciendo la participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Asimismo, el uso de diferentes formas de representación, como el material manipulativo, las agrupaciones de igual cantidad, la suma repetitiva, los dibujos y las expresiones simbólicas, contribuyó a una comprensión más amplia de la multiplicación y de sus propiedades. No obstante, el análisis evidenció que las principales dificultades no estuvieron asociadas únicamente al cálculo numérico, sino a la coordinación entre diferentes representaciones y al reconocimiento de las propiedades asociativa y distributiva.

Durante la implementación se evidenció una evolución progresiva en las estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver las situaciones propuestas. Mientras que en los primeros talleres era frecuente que algunos estudiantes recurrieran únicamente a procedimientos memorísticos o manifestaran dificultades para interpretar los problemas planteados, al finalizar la intervención empleaban con mayor seguridad diferentes estrategias de representación para construir el significado de la multiplicación y seleccionar procedimientos acordes con cada situación. En los grados tercero y cuarto, además, se observó un avance en el reconocimiento y la aplicación de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en distintos contextos. Aunque no todos los estudiantes alcanzaron el mismo nivel de desempeño al finalizar la intervención, todos lograron avanzar desde su punto de partida.

Algunos consolidaron el uso de la multiplicación como operación y el reconocimiento de sus propiedades, mientras que otros fortalecieron la comprensión del concepto mediante representaciones concretas y gráficas, evidenciando que cada proceso de aprendizaje fue diferente, pero igualmente significativo.

En relación con los procesos de inclusión, los resultados mostraron que la implementación de los mismos talleres para todos los estudiantes, acompañada de ajustes en las estrategias de enseñanza y en las formas de representación, favoreció una participación más equitativa dentro del aula. El uso permanente de material manipulativo, representaciones gráficas y un acompañamiento más cercano permitió que los estudiantes vinculados a procesos de inclusión construyeran el significado de la multiplicación de acuerdo con sus posibilidades, participando activamente en las actividades propuestas sin requerir una propuesta curricular diferente a la de sus compañeros. Estos resultados evidencian que la inclusión no implica necesariamente diseñar actividades diferentes, sino ofrecer los apoyos necesarios para que cada estudiante pueda acceder al aprendizaje desde sus propias capacidades y ritmos.

Finalmente, esta investigación permitió evidenciar que los Círculos Matemáticos, articulados con el modelo pedagógico 5E, constituyen una estrategia pertinente para favorecer el desarrollo del pensamiento multiplicativo en Educación Básica Primaria, al promover espacios donde los estudiantes exploran, argumentan, representan y construyen conocimientos matemáticos de manera colaborativa. Más allá del aprendizaje de procedimientos, la propuesta favoreció la construcción de significados, el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y la participación de estudiantes con diferentes ritmos y formas de aprendizaje.

En este sentido, uno de los principales hallazgos de la investigación fue reconocer que, aunque no todos los estudiantes alcanzaron el mismo nivel de desempeño, todos lograron avanzar desde su punto de partida, evidenciando que el aprendizaje adquiere mayor significado cuando se reconocen las particularidades y los procesos individuales de cada estudiante.

### Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. P. (1968). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Paidós.
- Bosch Saldaña, M. A. (2012). *Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles*. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1(1), 15–37.  
<http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>
- Bruner, J. S. (1966). *Hacia una teoría de la instrucción*. UTEHA.
- Comisión Nacional para la Protección de los Sujetos Humanos en Investigación Biomédica y del Comportamiento. (1979). *Informe Belmont: Principios éticos y directrices para la protección de los sujetos humanos de investigación*. Departamento de Salud, Educación y Bienestar de los Estados Unidos.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Hernández González, S. (2024). *El círculo matemático infantil: Una propuesta para el aprendizaje de las matemáticas a nivel primaria en un contexto extraescolar* (Tesis de maestría). Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2023). *Informe nacional de resultados: Pruebas Saber 3°, 5°, 7° y 9°*. ICFES.
- Marín-Rodríguez, M. (2021). *Pensamiento matemático y cuentos en educación infantil*. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 10(1), 30–44.
- Maya Martínez, R. L. (2023). *Incidencia del ciclo de aprendizaje basado en el modelo de las 5E como estrategia en el desarrollo del pensamiento numérico variacional asociado a la*

- noción de derivada, en estudiantes de grado 11° del colegio La Salle Montería* (Tesis de maestría). Universidad de Córdoba, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1975). *La formación del símbolo en el niño*. Fondo de Cultura Económica.
- Piaget, J. (1978). *La equilibración de las estructuras cognitivas*. Siglo XXI.
- Skemp, R. R. (1976). *Comprensión relacional y comprensión instrumental*. Mathematics Teaching, 77, 20–26.
- Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata.
- UNESCO. (2017). *Guía para asegurar la inclusión y la equidad en la educación*. UNESCO.
- Vilcapoma, V. B., Candela Carbonero, M. Y., & Pariona, R. G. A. (2024). *Modelo 5E en la mediación pedagógica para el logro de las competencias en el área de ciencia y tecnología*. Revista Aula Virtual, 5(12), 928–947. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13312708>
- Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.
- Vygotsky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Paidós.

Zvonkin, A. K. (2011). *De los tres a los siete años: La historia de un círculo matemático para preescolares*. American Mathematical Society.

## Apéndices

## Apéndice A. Asentimiento informado



**La búsqueda del tesoro matemático**

Hola 😊

Te invitamos a participar en una aventura llamada **La búsqueda del tesoro matemático**, donde resolverás retos de matemáticos junto con tus compañeros en los círculos matemáticos.

**Tu participación es importante.**  
Si decides participar, podrás aprender, compartir tus ideas y descubrir que todos somos capaces de aprender matemáticas.

Nombre: \_\_\_\_\_

Acepto participar: ☐ Sí ☐ No



**Apéndice B. Consentimiento informado**

**Título del proyecto:** Práctica social en básica primaria desde los Círculos Matemáticos en el Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes

**Investigadora:** Mariana Gutiérrez

Por medio del presente documento, se informa a los padres de familia sobre el desarrollo del proyecto de investigación titulado “*Práctica social en básica primaria desde los Círculos Matemáticos en el Colegio Sociedad Pedagógica para Infantes*”, desarrollado en el marco de la Escuela de Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander, cuyo propósito es analizar la implementación de los círculos matemáticos como estrategia pedagógica para fortalecer el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de educación básica primaria.

La participación de los estudiantes consistirá en la realización de actividades pedagógicas propias de los círculos matemáticos, tales como la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y la observación del proceso de aprendizaje. La información recolectada será utilizada exclusivamente con fines académicos, garantizando la confidencialidad de los datos personales.

La participación es voluntaria y no implica riesgos para los estudiantes. Los padres o acudientes podrán retirar su autorización en cualquier momento sin que esto genere consecuencias académicas.

Habiendo leído la información anterior, autorizo la participación de mi hijo(a) en el proyecto de investigación.

Marque con una X según corresponda:

1. Participación en el proyecto

☐ **Sí autorizo** la participación de mi hijo(a) en el proyecto.

☐ **No autorizo** la participación de mi hijo(a) en el proyecto.

2. Registro fotográfico o audiovisual (uso académico)

☐ **Sí autorizo** el uso de fotografías o registros audiovisuales con fines académicos y educativos.

☐ **No autorizo** el uso de fotografías o registros audiovisuales.

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

Nombre del padre/madre o acudiente: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Documento de identidad: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

