

**SIMULACIÓN AUTOCONSISTENTE DE LA ACELERACIÓN CICLOTRÓNICA
DE UN HAZ DE ELECTRONES EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO
CON UNA ONDA VIAJERA MODO CIRCULAR TE11**

HENRY GUTIÉRREZ AMAYA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

MAESTRÍA EN FÍSICA

BUCARAMANGA

2016

**SIMULACIÓN AUTOCONSISTENTE DE LA ACELERACIÓN CICLOTRÓNICA
DE UN HAZ DE ELECTRONES EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO
CON UNA ONDA VIAJERA MODO CIRCULAR TE11**

HENRY GUTIÉRREZ AMAYA

**MONOGRAFÍA REALIZADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL TÍTULO
DE MAGISTER EN FÍSICA**

DIRECTOR: VALERIY D. DUGAR-ZHABON

Doctor en Física.

CODIRECTOR: EDUARDO. A OROZCO OSPINO

Doctor en Ciencias Naturales (Física).

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

MAESTRIA EN FÍSICA

BUCARAMANGA

2016

AGRADECIMIENTOS

- A Dios, por todo.

Por su apoyo, consejo, colaboración, paciencia, orientación oportuna y la disponibilidad de su valioso tiempo agradezco:

- A mi director de proyecto: PhD. Valeriy Dougar Zhabon.
- A mi codirector de proyecto: PhD. Eduardo A. Orozco O.

Por contribuir a mi formación como físico y profesional:

- A la Universidad Industrial de Santander, en especial a los profesores de la Escuela de Física.

Por su amistad, apoyo, consejo y orientación durante los estudios de maestría agradezco:

- A mis amigos físicos: Carlos Jaimes, Freddy Parada, Ely Dannier, Carlos Sierra, Jimmy Mantilla, Lina Guerrero y Ana M. Herrera.

Agradecimientos especiales:

- A mi tía Carmen y mi tío Luis por su paciencia y aguantarme tanto tiempo.
- A mi madre Zenaida por su confianza.

Agradecimientos muy especiales:

- ♥ A Laura Rodríguez por llegar a mi vida, porque nuestras líneas de universo se unieron y se entrelazaron, por su amor, apoyo, confianza, motivación, paciencia, colaboración, por acompañarme y estar ahí siempre presente.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1.RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA CON ONDA VIAJERA.....	13
1.1.DEDUCCIÓN DE LA CONDICIÓN DE RESONANCIA.....	14
1.2.ESQUEMA FÍSICO.....	17
1.3.GUÍA DE ONDA ELECTROMAGNÉTICA MODO CIRCULAR TE ₁₁ .	
EXPRESIONES ANÁLITICAS.....	18
1.4.INTERACCIÓN DE LOS ELECTRONES CON LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS.....	20
2.MODELO NUMÉRICO.....	22
2.1.ALGORITMO DE YEE.....	22
2.2.CONDICIONES DE FRONTERA UPML.....	24
2.3.MÉTODO DE BUNEMANN-BORIS.....	25
2.4.MÉTODO PARTICLE-IN-CELL (PIC).....	26
3.RESULTADOS DE SIMULACIÓN.....	28
3.1.RESULTADOS PARA PARTÍCULA SIMPLE.....	28
3.1.1.Onda viajera.....	28
3.1.2.Modo TE ₁₁ analítico.....	35
3.2.RESULTADOS PARA HAZ DE ELECTRONES NO INTERACTUANTES.....	40
3.3.RESULTADOS PARA HAZ DE ELECTRONES INTERACTUANTES.....	45
3.3.1.Resultados con corriente de 1[A].....	45
3.3.2.Resultados con corriente de 3[A].....	48
4.CONCLUSIONES.....	51
BIBLIOGRAFÍA.....	53

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: TRAYECTORIA HELICOIDAL DEL MOVIMIENTO DEL ELECTRÓN EN EL CAMPO MAGNÉTICO PARALELO AL VECTOR DE ONDA.	14
FIGURA 2: SISTEMAS DE REFERENCIA CON MOVIMIENTO RELATIVO.	14
FIGURA 3: COMPONENTES LONGITUDINAL Y TRASVERSAL DE LA VELOCIDAD DEL ELECTRÓN.	15
FIGURA 4: ESQUEMA FÍSICO. 1: CAÑÓN DE ELECTRONES; 2: BOMBA DE VACÍO PARA EL CAÑÓN DE ELECTRONES; 3: VÁLVULA DE COMPUERTA NEUMÁTICA; 4: ACOUPLE DE ENTRADA PARA LAS MICROONDAS; 5: GUÍA DE ONDAS ACELERADORA; 6: ABSORBENTE DE MICROONDAS, 7: SALIDA DEL HAZ ACELERADO. FUENTE: [18].....	18
FIGURA 5: PATRÓN DE LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO, VISTA TRASVERSAL. A: EN LA GUÍA DE ONDAS RECTANGULAR; B: EN LA GUÍA DE ONDAS CILÍNDRICA. FUENTE: [18]	20
FIGURA 6: SUPERPOSICIÓN DE DOS ONDAS CON POLARIZACIÓN CIRCULAR OPUESTA Y LA RESULTANTE CON POLARIZACIÓN LINEAL. FUENTE: [18].....	21
FIGURA 7: CELDA DE LA MALLA DE YEE. SE MUESTRAN LAS COMPONENTES DE LOS CAMPOS ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO. FUENTE: [18].	23
FIGURA 8: GUÍA DE ONDAS CILÍNDRICA Y LAS ZONAS UPML, EN COLOR GRIS. A LA IZQUIERDA, VISTA LATERAL. A LA DERECHA VISTA FRONTAL. A:GUÍA CILÍNDRICA; B: GUÍA RECTANGULAR; C) CAÑÓN DE ELECTRONES; D) ZONA UPML.....	24
FIGURA 9: CICLO COMPUTACIONAL PARA EL CÁLCULO DE LOS CAMPOS Y LAS TRAYECTORIAS. FUENTE [18].	27
FIGURA 10: GRÁFICA DE LA VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_z / c) EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE LORENTZ Γ	30
FIGURA 11: GRÁFICA DE G VS z [CM] PARA ONDA PLANA.....	31
FIGURA 12: EN COLOR ROJO SE MUESTRA LA VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_z / c). EN COLOR VERDE, LA VELOCIDAD TRASVERSAL (V_{\perp} / c). AMBAS EN FUNCIÓN DE z [CM]	32
FIGURA 13: ENERGÍA CINÉTICA DEL ELECTRÓN[KEV] EN FUNCIÓN DE z [CM].	33
FIGURA 14: TRAYECTORIA SEGUIDA POR EL ELECTRÓN.....	33
FIGURA 15: PROYECCIÓN EN EL PLANO XY DE LA TRAYECTORIA DEL ELECTRÓN.	34
FIGURA 16: PROYECCIÓN EN EL PLANO YZ DE LA TRAYECTORIA DEL ELECTRÓN.....	34
FIGURA 17: DIAGRAMA DE DISPERSIÓN PARA LA GUÍA DE ONDAS.....	36
FIGURA 18: VELOCIDAD TRASVERSAL (V_z/c) EN FUNCIÓN DEL FACTOR RELATIVISTA Γ , PARA LAS FRECUENCIAS DE OPERACIÓN TRATADAS.	37
FIGURA 19: GRÁFICAS DE G VS z [CM] PARA LAS FRECUENCIAS DE OPERACIÓN TRATADAS.	38
FIGURA 20: VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_z/c) EN FUNCIÓN DE z [CM].	39

FIGURA 21: VELOCIDAD TRASVERSAL (V_L / c) EN FUNCIÓN DE Z [CM].	39
FIGURA 22: ENERGÍA CINÉTICA [KEV] EN FUNCIÓN DE Z [CM].	40
FIGURA 23: GRÁFICA DE ENERGÍA CINÉTICA [KEV] VS Z [CM] PARA EL HAZ DE ELECTRONES NO INTERACTUANTES.	42
FIGURA 24: VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_Z / c) EN COLOR ROJO Y VELOCIDAD TRASVERSAL (V_L / c) DE LOS ELECTRONES EN FUNCIÓN DE LA COORDENADA Z [CM] PARA EL HAZ DE ELECTRONES NO INTERACTUANTES.	43
FIGURA 25: COCIENTE G VS Z [CM].	43
FIGURA 26: TRAYECTORIA HELICOIDAL DEL HAZ DE ELECTRONES PARA UN INSTANTE DE TIEMPO.	44
FIGURA 27: PROYECCIÓN DE LA TRAYECTORIA DEL HAZ EN EL PLANO XY .	44
FIGURA 28: ENERGÍA CINÉTICA [KEV] VS Z [CM], PARA EL HAZ INTERACTUANTE DE 1[A].	46
FIGURA 29: VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_Z / c) EN COLOR ROJO Y VELOCIDAD TRASVERSAL (V_L / c) DE LOS ELECTRONES EN FUNCIÓN DE LA COORDENADA Z [CM] PARA EL CASO DE HAZ INTERACTUANTE DE 1[A].	46
FIGURA 30: GRÁFICA DE G VS Z [CM]. FOCALIZACIÓN DE LA FASE.	47
FIGURA 31: GRÁFICA DE ENERGÍA CINÉTICA [KEV] VS COORDENADA Z [CM] PARA EL HAZ INTERACTUANTE DE 3[A].	49
FIGURA 32: VELOCIDAD LONGITUDINAL (V_Z / c) EN COLOR ROJO Y VELOCIDAD TRASVERSAL (V_L / c) DE LOS ELECTRONES EN FUNCIÓN DE LA COORDENADA Z [CM] PARA EL HAZ INTERACTUANTE DE 3[A].	49
FIGURA 33: G VS Z [CM]. FOCALIZACIÓN DEL HAZ EN RESONANCIA.	50

RESUMEN

Título: SIMULACIÓN AUTOCONSISTENTE DE LA ACELERACIÓN CICLOTRÓNICA DE UN HAZ DE ELECTRONES EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO CON UNA ONDA VIAJERA MODO CIRCULAR TE_{11} *

Autor: Henry Gutiérrez Amaya**

Palabras claves: Haz de electrones, autoresonancia ciclotrónica, guía de onda, método PIC.

DESCRIPCIÓN:

Se estudia la aceleración de un haz de electrones interactuantes en una guía de ondas cilíndrica de sección transversal circular por una onda electromagnética en modo TE_{11} . Paralelo al eje de la guía se establece un campo magnético constante de tal modo que los electrones describen trayectorias helicoidales mientras son acelerados por un mecanismo de autoresonancia ciclotrónica tomando en consideración el corrimiento Doppler de la frecuencia de la onda electromagnética percibida por los electrones a medida que incrementan su velocidad longitudinal. En estas condiciones la variación Doppler de la frecuencia compensa el efecto del incremento de la masa electrónica al factor de Lorentz. De tal manera se conserva la resonancia ciclotrónica a lo largo de la trayectoria del electrón en la guía de onda pero la igualdad entre las frecuencias de onda y de la rotación ciclotrónica electrónica en un haz de electrones puede ser afectada por los campos electromagnéticos autoconsistentes asociado al mismo haz. En este trabajo se estudia la influencia de dichos campos autoconsistentes sobre las condiciones de autoresonancia ciclotrónica al movimiento de un haz de baja densidad en una onda electromagnética del modo TE_{11} .

Para el estudio, los campos eléctricos y magnéticos autoconsistentes se calculan mediante resolución numérica de las ecuaciones de Maxwell aplicando el algoritmo Yee-FDTD. Posteriormente se buscan los campos en las posiciones de los electrones mediante el método Particle-In-Cell (PIC). El movimiento de los electrones se analiza mediante la resolución numérica de la ecuación de Newton-Lorentz aplicando el esquema de Boris y usando el método de leap-frog. Se realizan simulaciones para aproximación de haz no interactuante o partícula simple. Luego se simula la dinámica del haz teniendo en cuenta el campo autoconsistente. Al contrastar los resultados obtenidos en ambas situaciones se evidencia el efecto que tiene el campo autoconsistente en la dinámica del haz.

*Tesis

** Facultad de ciencias, Maestría en física. Director: Valeriy D. Dugar-Zhabon, PhD.

ABSTRACT

Title: SELF-CONSISTENT SIMULATION OF THE CYCLOTRON ACCELERATION OF AN ELECTRON BEAM IN A HOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD WITH A TRAVELLING WAVE IN THE CIRCULAR MODE TE₁₁*

Author: Henry Gutiérrez Amaya.**

Key words: Electron Beam, cyclotron autoresonance, waveguide, PIC method.

DESCRIPTION:

The acceleration of an interacting electron beam in a cylindrical waveguide with circular cross section by an electromagnetic wave in the TE₁₁ mode is studied. Parallel to the waveguide axis a constant magnetic field is established such that electrons follow helical paths as they are accelerated by a cyclotron autoresonance mechanism taking in to account the Doppler shift of the electromagnetic wave frequency perceived by the electrons as they increase their longitudinal speed.

In these conditions the Doppler shift variation of the frequency compensates the increase effect of the electron mass to the Lorentz factor. By this way the cyclotron resonance is conserved along the electron's path in the waveguide but the equality between the wave and the electron cyclotron frequencies in an electron beam can be affected by the self-consistent electromagnetic fields associated to the beam itself. In this work the influence of such a field on the cyclotron autoresonance conditions of a low density beam in an electromagnetic wave TE₁₁ mode is studied.

For this study, the self-consistent electric and magnetic fields are calculated solving numerically the Maxwells equations applying the Yee-FDTD. Afterwards the fields in the particles positions are calculated using the PIC method. The motion of the electrons is analyzed by numerical solution of the Newton_Lorentz equation using the leap-frog method. Simulations are realized for single particle and non-interacting beam. Then the dynamics of the beam is studied taking in to account thee self-consistent field. Contrasting the results obtained in both situations the effect of the self-consistent field is evident in the dynamics of the beam.

*Thesis

** Facultad de ciencias, Maestría en física. Director: Valeriy D. Dugar-Zhabon, PhD.

INTRODUCCIÓN

El movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos y magnéticos ha sido de particular interés desde mediados del siglo XX. Sin embargo, dificultades intrínsecas en el estudio teórico surgen debido a que las ecuaciones que gobiernan las interacciones entre las partículas cargadas y los campos electromagnéticos pueden conducir a expresiones de carácter no lineal que hacen que encontrar una solución analítica sea bastante complicado o imposible. Gracias al desarrollo de los métodos numéricos y herramientas computacionales, se pueden hallar soluciones numéricas que reproducen y predicen con gran fidelidad resultados experimentales; además que permiten simular, manipular y optimizar parámetros de un sistema antes de su implementación.

Entre los fenómenos que surgen en este tipo de estudios se encuentra el de la resonancia ciclotrónica (RC) en el cual las partículas cargadas aumentan su energía de manera eficiente al moverse en un campo magnético guía e interactuar con los campos de ondas electromagnéticas [1]. Diversos mecanismos de aceleración de partículas cargadas se basan en este fenómeno con aplicaciones en estudios de confinamiento de plasmas [2], generación de rayos X [3], entre otros. Otras aplicaciones relacionadas con este fenómeno se dan también en la implementación de espectrómetros de masa de alta resolución [4].

Los estudios de la interacción resonante ciclotrónica de electrones se remontan a los años 60 del siglo 20, siendo Davydovskii [5] e independientemente Kolomenskii y Levedev [6], los primeros en reportarla. Roberts y Buchsbaum realizan un estudio teórico para la interacción de electrones con una onda viajera en un campo magnético guía constante. En este estudio se encuentra que la energía de la partícula tiene un comportamiento periódico de ganancia y pérdida debido al efecto Doppler y al efecto relativista en la masa [7]. Posteriormente Jory y Trivelpiece estudian la optimización de las condiciones para la interacción

resonante en campos de guías de ondas y cavidades resonantes con polarización lineal y circular [8].

En busca de sostener la aceleración se han desarrollado diversos mecanismos de mantenimiento de la resonancia ciclotrónica. La implementación de un campo magnético guía que varía en el tiempo de manera apropiada fue estudiada por Golovanivsky [9], que propuso un mecanismo conocido como GYRAC [10]. Un esquema de aceleración por autoresonancia con microondas (SACA) también ha sido estudiado. En este se consigue el mantenimiento de la resonancia mediante la variación apropiada del vector de onda [11]. La interacción resonante con una onda viajera y un campo magnético ajustado espacialmente ha demostrado que es posible sostener la aceleración continua de los electrones, es el esquema denominado AMA [12]. Esquemas de aceleración de electrones mediante pulsos láser (ALA) también han sido estudiados [13]. En la actualidad se estudia la posibilidad de implementar el mecanismo de aceleración mediante pulsos cortos [14].

En el grupo de investigación en física y tecnología del plasma y corrosión (FITEK) de la Universidad Industrial de Santander, se ha venido estudiando la implementación del mecanismo de resonancia ciclotrónica electrónica (ECR) en cavidades resonantes de microondas y en guías de onda para el desarrollo de fuentes compactas de rayos X. Se ha propuesto el esquema de autoresonancia ciclotrónica espacial (SARA) en el cual la interacción de los electrones con un campo electromagnético estacionario se lleva a cabo en un campo magnetostático no homogéneo cuyo perfil se ajusta de manera apropiada para mantener las condiciones RCE [15] [16]. En este trabajo se estudia el efecto que tiene el campo autogenerado a la aceleración de un haz por una onda electromagnética con polarización lineal. El haz se propaga en una guía de onda en un campo magnetostático homogéneo.

1. RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA CON ONDA VIAJERA.

Es sabido que las partículas con carga eléctrica, al interactuar con un campo magnético constante, experimentan una fuerza que es perpendicular tanto a la velocidad de las partículas como a dicho campo. El movimiento así descrito por las partículas es en general una trayectoria helicoidal caracterizada por la frecuencia ciclotrónica Ω que para el caso de los electrones está dada por

$$\Omega = \frac{eB}{\gamma m} \quad (1)$$

donde e es la carga fundamental, B es el campo magnético, m es la masa del electrón y γ es el factor de Lorentz. La energía del electrón en este caso es constante ya que el campo magnético no realiza trabajo.

Si al sistema anterior se le superpone una onda electromagnética viajera de frecuencia ω polarizada circularmente y propagándose paralela al campo magnético, el campo eléctrico de esta puede interactuar con el electrón de tal manera que en cada giro la partícula se acelere aumentando entonces su energía. Este fenómeno se denomina resonancia ciclotrónica electrónica.

La resonancia en un campo magnético uniforme puede verse afectada por dos factores: La variación del factor de Lorentz y el corrimiento Doppler. Por una parte, a medida que el electrón aumenta su energía el factor relativista γ se varía y por lo tanto también Ω . De otra parte, la componente longitudinal de la velocidad del electrón hace que este perciba la onda con corrimiento Doppler. Sin embargo, estudios han demostrado [7] que estos dos efectos se compensan permitiendo la interacción autoresonante. Básicamente, en la interacción resonante, la frecuencia de la onda y la frecuencia ciclotrónica satisfacen la relación

$$\omega - \vec{k} \cdot \vec{v} \approx \Omega \quad (2)$$

donde \vec{k} es el vector de onda y \vec{v} es la velocidad del electrón.

1.1. DEDUCCIÓN DE LA CONDICIÓN DE RESONANCIA.

Consideremos la interacción de un electrón con un campo magnético constante $\vec{B} = B\hat{z}$ y una onda electromagnética viajera plana con vector de onda $\vec{k} = k\hat{z}$ como se muestra en la Figura 1.

Figura 1: Trayectoria helicoidal del movimiento del electrón en el campo magnético paralelo al vector de onda.

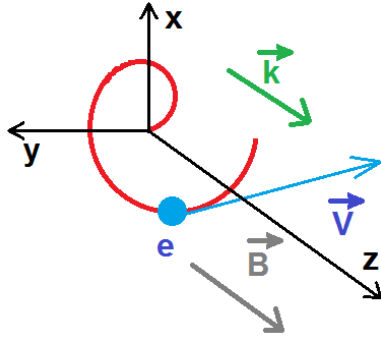
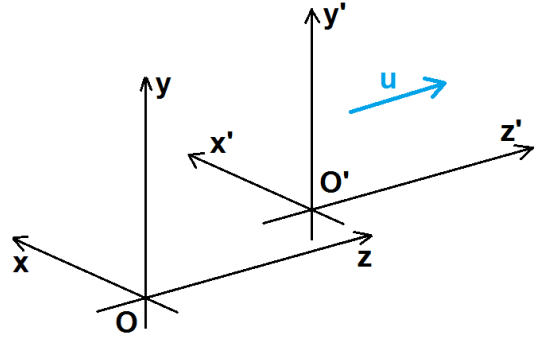


Figura 2: Sistemas de referencia con movimiento relativo.



En un sistema de referencia O de laboratorio, la velocidad del electrón está dada por

$$\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z} = \vec{v}_\perp + v_z\hat{z} \quad (3)$$

En un sistema de referencia O' tal que se mueva con respecto a O con velocidad $\vec{u} = u\hat{z}$, como se muestra en la Figura 2, la velocidad del electrón será

$$\vec{v}' = v'_x\hat{x}' + v'_y\hat{y}' + v'_z\hat{z}' \quad (4)$$

La transformación relativista entre las componentes de las velocidades \vec{v} y \vec{v}' está dada por

$$v_x = \frac{v'_x}{\gamma_u \left(1 + \frac{uv'_z}{c^2}\right)} \quad (5.a)$$

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma_u \left(1 + \frac{uv'_z}{c^2}\right)} \quad (5. b)$$

$$v_z = \frac{u + v'_z}{1 + \frac{uv'_z}{c^2}} \quad (5. c)$$

donde el factor relativista entre los sistemas de referencia es

$$\gamma_u = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \quad (6)$$

Establecemos la siguiente condición: en O' el movimiento del electrón es tal que $v'_z = 0$. Entonces las expresiones (5) se reducen a

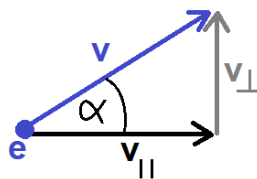
$$v_x = \frac{v'_x}{\gamma_u} \quad (7), \quad v_y = \frac{v'_y}{\gamma_u}, \quad (8) \quad v_z = u \quad (9)$$

La magnitud de la velocidad del electrón vista por cada sistema de referencia es:

$$\text{En } O: v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{v_{\perp}^2 + u^2} \quad (10. a)$$

$$\text{En } O': v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y + v'^2_z} = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = \gamma_u \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \gamma_u v_{\perp} \quad (10. b)$$

Figura 3: Componentes longitudinal y transversal de la velocidad del electrón.



Ahora, desarrollando el cociente y teniendo en cuenta la Figura 3 se tiene que:

$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{v_{\perp}^2 + u^2}{(\gamma_u v_{\perp})^2} = \frac{1 + ctg^2 \alpha}{\gamma_u^2} = \left(\frac{1}{\gamma_u \text{sen } \alpha} \right)^2$$

Entonces

$$v' = (\gamma_u \text{sen } \alpha) v \quad (11)$$

De otra parte, el movimiento del electrón puede ser caracterizado por el radio de Larmor ρ_L y la frecuencia ciclotrónica Ω .

En O se tiene que

$$\rho_L = \frac{v_{\perp}}{\Omega}, \quad \Omega = \frac{eB}{\gamma m_e}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (12.a)$$

Y en O'

$$\rho'_L = \frac{v'}{\Omega'}, \quad \Omega' = \frac{eB}{\gamma' m_e}, \quad \gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \quad (12.b)$$

Ya que las longitudes perpendiculares al movimiento relativo de los sistemas de referencia no se ven afectadas se tiene que

$$\rho_L = \rho'_L \Rightarrow \frac{v_{\perp}}{\Omega} = \frac{v'}{\Omega'} \Rightarrow \frac{v \text{ sen } \alpha}{\Omega} = \frac{\gamma v \text{ sen } \alpha}{\Omega'}$$

Y por lo tanto

$$\Omega' = \gamma \Omega \quad (13)$$

Ya que existe un movimiento relativo entre el electrón y la onda, habrá un corrimiento Doppler dado por

$$\omega' = \left(\frac{1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} \omega \quad (14)$$

que indica que la frecuencia ω de la onda será percibida por el electrón como ω' . La resonancia exacta se da cuando $\Omega' = \omega'$ visto en el sistema O' . Se tiene que

$$\gamma \Omega = \left(\frac{1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} \omega \quad (15)$$

Elevando al cuadrado ambos lados y desarrollando el factor γ

$$\frac{\Omega^2}{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} = \frac{\Omega^2}{\left(1 - \frac{u}{c}\right)\left(1 + \frac{u}{c}\right)} = \frac{1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}} \omega^2 \Rightarrow \Omega^2 = \left(1 - \frac{u}{c}\right)^2 \omega^2$$

Entonces

$$\Omega = \omega - u \frac{\omega}{c} ; \quad k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \Omega = \omega - ku$$

Ya que

$$v_z = u \Rightarrow \Omega = \omega - kv_z$$

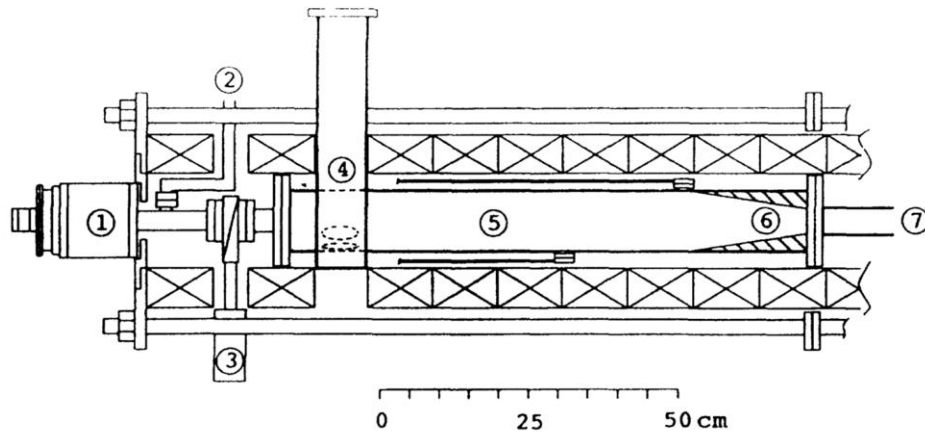
Y como

$$\vec{k} = k\hat{z} \Rightarrow kv_z = \vec{k} \cdot \vec{v} \Rightarrow \Omega = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v} \quad \blacksquare$$

1.2. ESQUEMA FÍSICO.

El sistema de aceleración estudiado en este trabajo está conformado por una guía de ondas cilíndrica de sección transversal circular como se muestra en la Figura 4. En esta guía se excita el modo TE_{11} mediante el acople en la parte lateral posterior con una guía de onda rectangular en la cual se propaga el modo TE_{10} . El campo magnético homogéneo se consigue con un sistema de bobinas concéntricas con la guía de onda. Mediante un cañón de electrones ubicado en la parte trasera de la guía se inyecta el haz de partículas con cierta energía inicial.

Figura 4: Esquema físico. 1: Cañón de electrones; 2: Bomba de vacío para el cañón de electrones; 3: Válvula de compuerta neumática; 4: Acople de entrada para las microondas; 5: Guía de ondas aceleradora; 6: Absorbente de microondas; 7: Salida del haz acelerado. Fuente: [18]



1.3. GUÍA DE ONDA ELECTROMAGNÉTICA MODO CIRCULAR TE_{11} . EXPRESIONES ANÁLITICAS.

La interacción resonante de los electrones en el esquema de aceleración planteado en este trabajo se llevará a cabo en una guía de ondas cilíndrica, en la cual se excitará una onda electromagnética con polarización lineal a partir del acople con una guía de ondas rectangular. Analíticamente las componentes de los campos eléctrico y magnético de la onda TE_{np} se expresan de manera conveniente en coordenadas cilíndricas circulares (r, θ, z) como se muestran en la Tabla 1:

CAMPO ELÉCTRICO	CAMPO MAGNÉTICO
$E_r = E_{or} J_n \left(\frac{X'_{np}}{a} r \right) \text{sen } n\theta e^{-j\beta_g z}$	$H_r = H_{or} J'_n \left(\frac{X'_{np}}{a} r \right) \text{cos } n\theta e^{-j\beta_g z}$
$E_\theta = E_{o\theta} J'_n \left(\frac{X'_{np}}{a} r \right) \text{cos } n\theta e^{-j\beta_g z}$	$H_\theta = H_{o\theta} J_n \left(\frac{X'_{np}}{a} r \right) \text{sen } n\theta e^{-j\beta_g z}$
$E_z = 0$	$H_z = H_{oz} J_n \left(\frac{X'_{np}}{a} r \right) \text{cos } n\theta e^{-j\beta_g z}$

Tabla 1: Componentes cilíndricas de la onda TEnp

Donde a es el radio de la sección transversal de la guía, J_n es la función de Bessel de orden n , X_{np} es la raíz p de J_n , J'_n es la derivada de J_n y X'_{np} es la raíz p de J'_n . E_{or} , $E_{o\theta}$, H_{or} , $H_{o\theta}$, H_{oz} son las amplitudes de las respectivas componentes de los campos. La constante de fase con que se propagan las ondas está dada por

$$\beta_g = \pm \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{X'_{np}}{a} \right)^2}$$

La guía de onda es caracterizada por la frecuencia de corte, dada por

$$f_c = \frac{X'_{np}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$$

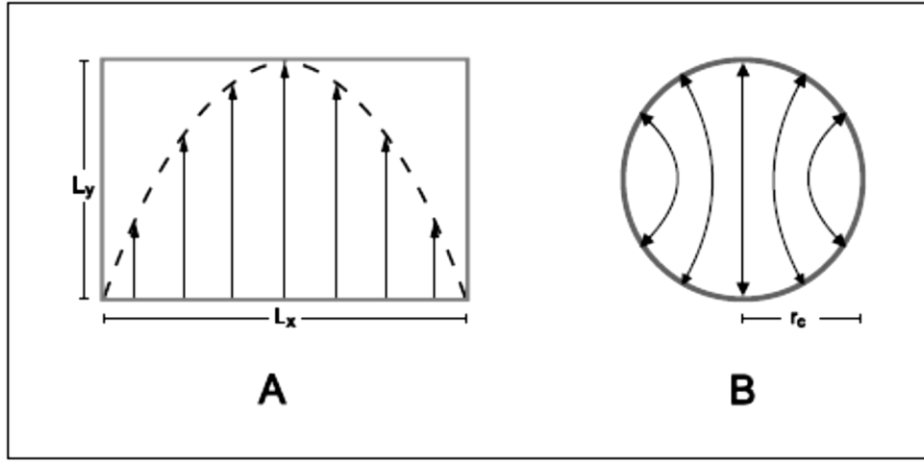
y por la impedancia Z_g

$$Z_g = \frac{E_r}{H_\theta} = \frac{E_\theta}{H_r}$$

Para este caso en particular entonces $n=1$, $p=1$ y se tiene que $X'_{np} = 1,841$.

La razón para usar el modo TE₁₁ en particular es que en una guía de ondas cilíndrica en la región cercana al eje dicho modo se aproxima a una onda plana, ver Figura 5.

Figura 5: Patrón de líneas de campo eléctrico, vista trasversal. A: En la guía de ondas rectangular; B: En la guía de ondas cilíndrica. Fuente: [18]



1.4. INTERACCIÓN DE LOS ELECTRONES CON LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS.

Los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{B} excitados en el interior de la guía de onda cilíndrica interactuarán con los electrones del haz de tal manera que estos estarán sometidos a la acción de la fuerza eléctrica y la fuerza magnética por lo que el movimiento de los electrones estará determinado mediante la ecuación de Newton-Lorentz:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(\gamma m_e \vec{v})}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (16)$$

donde \vec{P} es la cantidad de movimiento del electrón.

La energía de cada electrón que conforma el haz varía de acuerdo a su interacción con el campo eléctrico de la onda TE_{11} y el campo eléctrico generado por los demás electrones del haz. El balance de energía de los electrones se expresa como

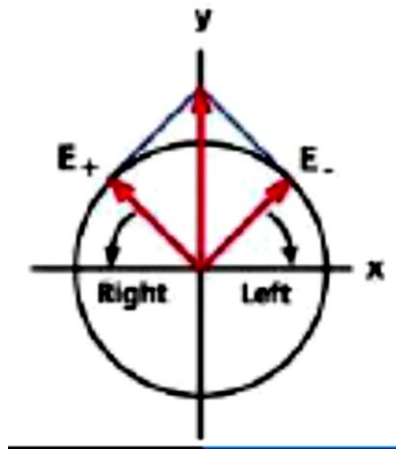
$$\frac{d(\gamma m_e c^2)}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = -e\vec{E} \cdot \vec{v} \quad (17)$$

Ya que los electrones poseen un movimiento acelerado, parte de la energía que estos ganan se emite luego en forma de radiación sincrotrónica, que para el caso

en cuestión no es determinante puesto que las energías alcanzadas por el haz no superan 1MeV.

La onda electromagnética TE_{11} de polarización lineal puede modelarse como la superposición de dos ondas: Una de polarización circular derecha y otra de polarización circular izquierda, como se muestra en la Figura 6. Estudios realizados [19] han demostrado que los electrones interactúan de manera efectiva con la componente circular derecha y en la región cercana al eje de la guía donde la onda puede considerarse plana. Esta interacción resonante se lleva a cabo siempre y cuando la diferencia de fase φ entre la velocidad transversal del electrón y el campo eléctrico se encuentre en el intervalo $\pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2$ es decir, la banda de aceleración siendo $\varphi = \pi$ el caso de resonancia exacta.

Figura 6: Superposición de dos ondas con polarización circular opuesta y la resultante con polarización lineal. Fuente: [18]



Es de destacar que el efecto del campo autoconsistente introduce un comportamiento no lineal en las ecuaciones de movimiento y estas no tienen solución analítica al tratarse de un gran número de partículas que generan campos que las afectan mutuamente alterando sus movimientos, lo cual conduce a un sistema acoplado de ecuaciones.

2. MODELO NUMÉRICO

2.1. ALGORITMO DE YEE.

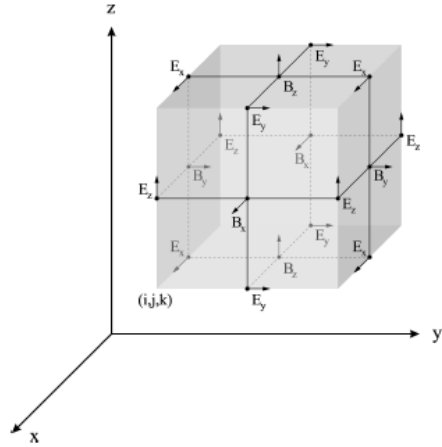
Los campos de la onda electromagnética que se propaga en la guía, satisfacen tanto la ecuación de onda viajera como las ecuaciones de Maxwell junto con las respectivas condiciones de frontera en las paredes de la guía. Para el cálculo de tales campos, en lugar de resolver la ecuación de ondas, que es de segundo orden, el algoritmo de Yee se basa en la resolución de las ecuaciones de Faraday-Lenz y de Ampere-Maxwell (\vec{J} = densidad de corriente, μ_0 =permeabilidad magnética del vacío, ϵ_0 = permitividad eléctrica del vacío),

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (18)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (19)$$

que son de primer orden. Las componentes de los campos \vec{E} y \vec{B} se expresan en una malla tridimensional conformada por celdas, una de las cuales se muestra en la Figura 7. Como se puede observar, cada componente de campo magnético está rodeada por cuatro componentes coplanares de campo eléctrico y de igual forma las componentes de campo eléctrico están rodeadas por cuatro componentes de campo magnético.

Figura 7: Celda de la malla de Yee. Se muestran las componentes de los campos eléctrico y magnético. Fuente: [18].



En un esquema de diferencias finitas, las coordenadas cartesianas de la malla quedan definidas mediante índices enteros:

$$(x, y, z) \rightarrow (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \rightarrow (i, j, k)$$

donde $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ representan el paso de la malla en los ejes respectivos. Si se considera una malla de separación homogénea entonces $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.

Planteado las ecuaciones (18) y (19) en un esquema de diferencias finitas en correspondencia con la celda de Yee estas quedan expresadas como

$$\nabla \times \vec{E}^n = -\frac{\vec{B}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{B}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (20)$$

$$\nabla \times \vec{B}^{n+\frac{1}{2}} = \mu_0 \vec{J}^{n+\frac{1}{2}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\vec{E}^{n+1} - \vec{E}^n}{\Delta t} \quad (21)$$

que en total son seis ecuaciones escalares de primer orden a partir de las cuales es posible obtener la distribución y evolución de las componentes de los campos electromagnéticos.

Los campos de microondas TE_{11} excitados en la guía de onda cilíndrica se obtienen resolviendo numéricamente las ecuaciones (20) y (21) mediante el método de Yee. Dichos campos provienen de una guía de ondas rectangular

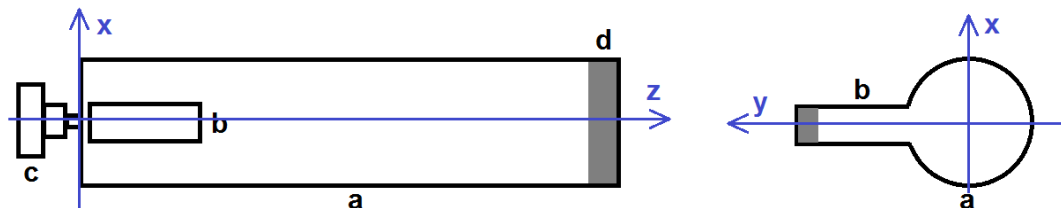
acoplada a la guía cilíndrica. En la guía rectangular se excita el modo TE_{10} que pasa a través de un iris a la guía cilíndrica.

Este sistema de inyección de microondas en principio permite realizar una transición suave del modo TE_{10} rectangular al TE_{11} circular. Sin embargo, debido a la simetría del sistema, aunque es el modo predominante, no es posible excitar un modo TE_{11} puro en la guía de ondas cilíndrica. En lugar de esto, se encuentra que un modo TE_{11} puro no satisface por sí solo las condiciones de frontera en la zona de inyección de microondas y por ende en el sistema se resultan excitando otros modos de orden superior, aunque estos últimos son de menor amplitud que el modo predominante TE_{11} . En un sistema real y para futuros trabajos, el efecto de estos otros modos podría ser estudiado a través de técnicas de simulación computacional.

2.2. CONDICIONES DE FRONTERA UPML.

En las fronteras del volumen de simulación los campos electromagnéticos deben ser definidos de manera apropiada con el fin de evitar resultados que no corresponden con la situación física planteada. Para el caso en estudio, la guía de onda tiene una longitud finita, por lo que en el extremo opuesto al punto de inyección deben absorberse apropiadamente la onda electromagnética con el fin de evitar reflexiones computacionales. Para esto, se utilizan condiciones de frontera absorbentes uniaxiales perfectamente acopladas (UPML) [18] (ver Figura 8).

Figura 8: Guía de ondas cilíndrica y las zonas UPML, en color gris. A la izquierda, vista lateral. A la derecha vista frontal. a: Guía cilíndrica; b: Guía rectangular; c) Cañón de electrones; d) Zona UPML.



2.3. MÉTODO DE BUNEMANN-BORIS.

La interacción de los electrones con los campos electromagnéticos y el movimiento consecuente de las partículas es descrita mediante la ecuación de Newton-Lorentz

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(\gamma m_e \vec{v})}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (22)$$

Esta ecuación se resuelve numéricamente, para lo cual es necesario definir las variables adimensionales mostradas en la Tabla 2:

Momentum	$\vec{U} = \frac{\vec{P}}{m_e c}$
Campo eléctrico	$\vec{g} = \frac{\vec{E}}{(-B_o C)}$
Campo magnético	$\vec{b} = \frac{\vec{B}}{(-B_o)}$
Tiempo	$\tau = \omega_c t$
Factor relativista	$\gamma = (1 + U^2)^{1/2}$

Tabla 2: Variables adimensionales para la ecuación de movimiento.

Entonces, la ecuación de Newton-Lorentz queda en su forma adimensional como

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{U}}{\gamma} \times \vec{b} \quad (23)$$

Ahora, en forma discretizada en diferencias centradas mediante el esquema de leap-frog, la ecuación (23) tiene la forma:

$$\frac{\vec{U}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{U}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} = \vec{g}^n + \frac{\vec{U}^{n+\frac{1}{2}} + \vec{U}^{n-\frac{1}{2}}}{2\gamma^n} \times \vec{b}^n \quad (24)$$

El método de Bunemann-Boris es empleado para resolver esta ecuación, de la cual se pueden obtener el momentum y la posición de la partícula en cada paso de tiempo mediante:

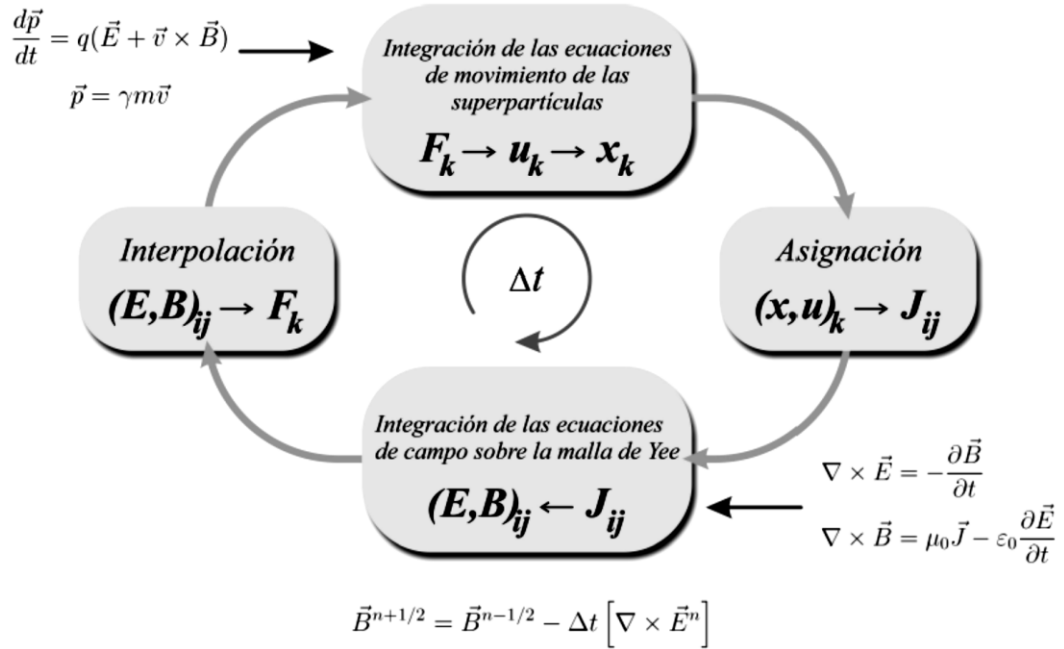
$$\vec{x}^{n+1} = \vec{x}^n + \vec{U}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\Delta\tau}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

2.4. MÉTODO PARTICLE-IN-CELL (PIC)

Los haces de electrones están conformados por un gran número de partículas, por lo que el costo computacional de calcular las velocidades y las posiciones sucesivas de todas y cada una de ellas puede ser muy alto. Con el fin de reducir dicho costo se implementa el método PIC conservativo [20] en el cual se considera que los electrones se encuentran distribuidos en “nubes” llamadas superpartículas que se mueven y se superponen en el espacio de fase y que satisfacen también las ecuaciones de movimiento y de continuidad, permitiendo describir los efectos colectivos del sistema en cuestión [21].

Ya que los campos eléctricos y magnéticos calculados mediante el método de Yee no necesariamente coinciden con las posiciones de las partículas, es necesario interpolar los valores de dichos campos en las posiciones donde se encuentran las cargas eléctricas.

Figura 9: Ciclo computacional para el cálculo de los campos y las trayectorias.
Fuente [18].



El método PIC queda entonces resumido en el siguiente algoritmo (ver Figura 9):

- (i) Determinar la densidad de corriente del haz a partir del flujo de electrones utilizando un método de conservación de carga.
- (ii) Calcular los campos eléctrico y magnético de microondas y el producido por el mismo haz de electrones (campo autosostenido) en todos los puntos de la malla 3D utilizando el método de Yee.
- (iii) Calcular el campo magnético estático y el campo autosostenido en las posiciones de los electrones.
- (iv) Obtener las nuevas posiciones y velocidades de los electrones, evolución energética y evolución de diferencia de fases a partir de la solución numérica de la ecuación relativista de Newton-Lorentz utilizando el método de Boris.

3. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El haz de electrones está conformado por un gran número de partículas ($\sim 10^{24}$) y cada una de ellas genera sus propios campos eléctricos y magnéticos, afectando al resto de partículas del haz. Con el propósito de comprender la interacción resonante entre los electrones y la onda viajera y el campo magnético constante se realizaron primero unas simulaciones en aproximación de partícula simple con una onda plana viajera. Posteriormente y también en aproximación de partícula simple, se muestran los resultados de la simulación mediante las expresiones analíticas de los campos de la onda TE₁₁. Luego se muestran los resultados obtenidos simulando los campos resultantes de la excitación en la guía de onda rectangular y su acople a la guía de onda circular. Para este caso se considera un haz compuesto de electrones que interactúan con la onda pero no interactúan entre sí. Finalmente, se considera el caso anterior pero esta vez teniendo en cuenta las interacciones mutuas de los electrones, es decir, el campo autoconsistente.

3.1. RESULTADOS PARA PARTÍCULA SIMPLE.

3.1.1. Onda viajera. Para el caso de onda viajera en el vacío, se emplearon los parámetros mostrados en la Tabla 3

Tabla 3

Frecuencia de microondas [GHz]	2,69
Amplitud de campo eléctrico [kV/cm]	16,66
Magnitud de campo magnetostático [mT]	1,1343
Energía de inyección del haz [keV]	10

Tabla 3: Parámetros de la simulación con onda viajera y partícula simple.

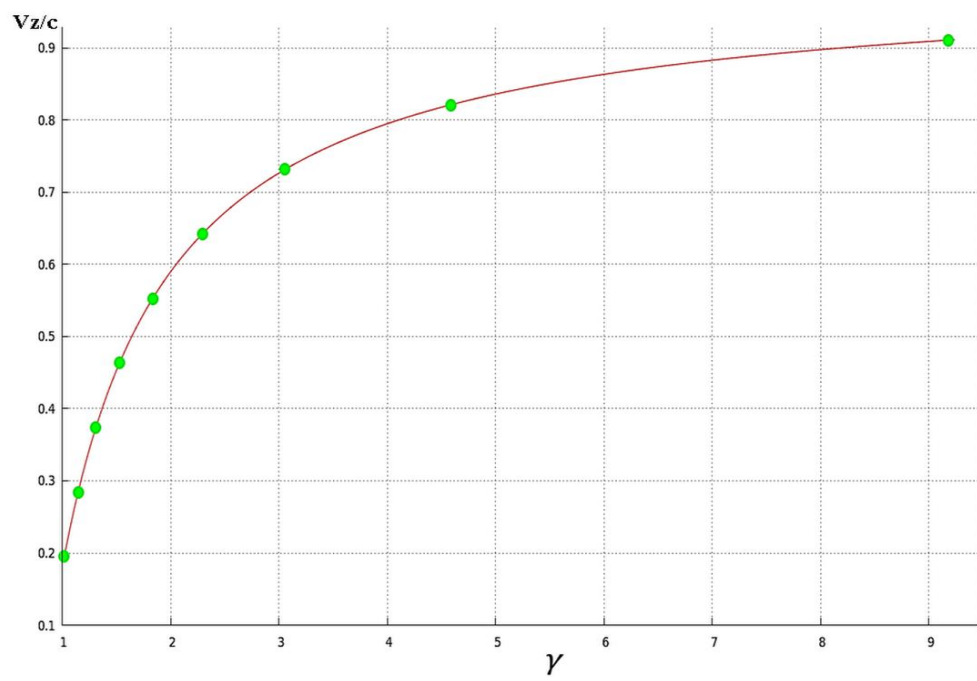
Los primeros estudios realizados acerca de la interacción resonante, mencionados en la introducción, indican que para que la igualdad indicada por la condición de resonancia (2) sea válida se requiere que el índice de refracción del medio de propagación sea igual a 1. Es el caso llamado sincrónico en [7]. Esto solo se cumple para una onda viajera cuyo frente de onda es plano, de tal manera que los campos eléctrico y magnético de la onda son mutuamente perpendiculares entre sí y respecto a la dirección de propagación. Asumiendo la igualdad exacta en la ecuación (2) se puede encontrar que la relación entre la velocidad longitudinal v_z y el factor relativista de Lorentz γ es

$$\frac{v_z}{c} = 1 - \left[1 - \frac{v_{z0}}{c}\right] \left(\frac{\gamma_0}{\gamma}\right) \quad (26)$$

donde v_{z0} y γ_0 son la velocidad y el factor de Lorentz iniciales.

En la Figura 10 se muestran (en puntos verdes) los valores teóricos para v_z/c predichos por la ecuación (26) y la curva obtenida a partir de los datos respectivos obtenidos en la simulación. La correspondencia exacta mostrada en esta gráfica permite validar el código empleado.

Figura 10: Gráfica de la velocidad longitudinal (V_z / c) en función del factor de Lorentz γ .



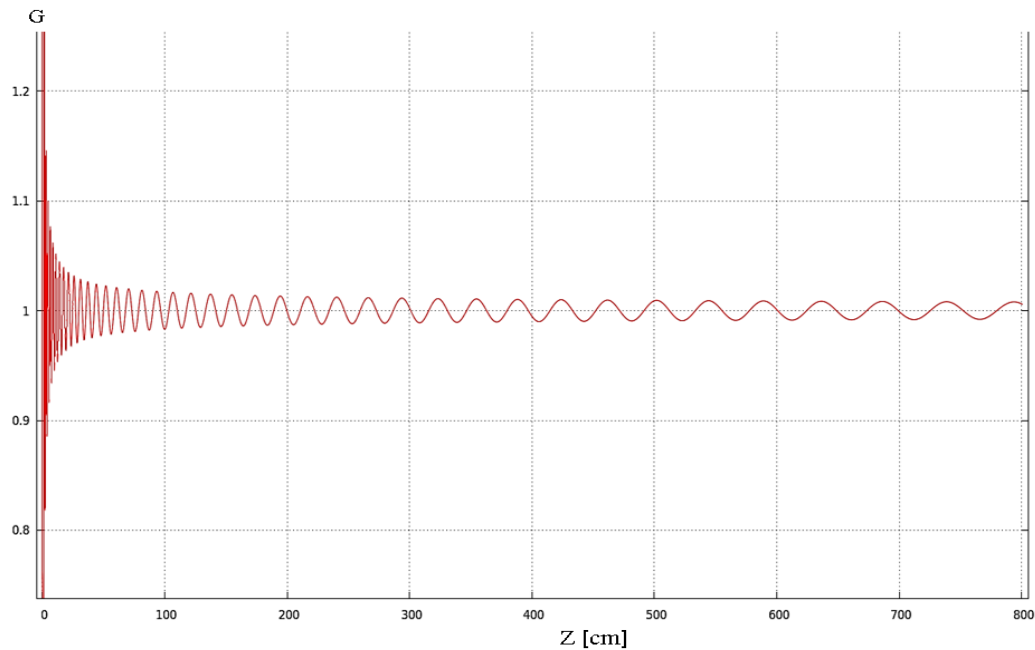
Dicha correspondencia indica que el electrón en este caso se encuentra en resonancia acorde con el caso sincrónico mencionado arriba. En la referencia [7] se considera la interacción de un electrón con una onda viajera con polarización circular derecha. Para la situación aquí estudiada la onda plana con polarización lineal puede considerarse compuesta de dos ondas con polarizaciones circulares contrarias, como se indicó en la Figura 6. Para verificar la igualdad indicada por la relación (2) podemos definir el cociente

$$G = \frac{\Omega}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} \quad (27)$$

En la Figura 11 se muestra la gráfica de G vs la coordenada z obtenida a partir de la simulación. Esta gráfica indica que la igualdad exacta dada por la ecuación (2) no se consigue mediante la onda plana de polarización lineal sino que en cambio el electrón interactúa con la onda oscilando alrededor de $G=1$. Estas oscilaciones indican que la interacción del electrón se da predominantemente con la onda de polarización derecha mientras que la interacción con la onda de polarización izquierda da como resultado tales oscilaciones. Al comienzo del movimiento, cerca de $z=0$, se observa una amplia dispersión del valor de G . Esto se debe a que en

esta posición el radio de la trayectoria es nulo y se produce una indeterminación en la definición de la frecuencia ciclotrónica.

Figura 11: Gráfica de G vs $z[\text{cm}]$ para onda plana.



En la Figura 12 se muestra la evolución de las componentes longitudinal (color rojo) y transversal (color verde) de la velocidad del electrón, normalizadas respecto a la velocidad de la luz c . Inicialmente, la componente transversal de la velocidad aumenta a lo largo de aproximadamente 30[cm] para después decaer mientras que la componente longitudinal muestra un crecimiento continuo. Esto evidencia la acción del campo magnético de la onda, acelerando a la partícula en la dirección de propagación.

La evolución de la energía cinética del electrón se muestra en la Figura 13. Se evidencia nuevamente que a pesar de que la partícula no satisface siempre la condición de auto-resonancia exacta, el hecho de que las oscilaciones de G se mantengan alrededor de $G=1$ le permiten al electrón ganar energía de manera continua. Las oscilaciones que se presentan en la curva de energía son igualmente debidas a la interacción del electrón con la onda circular izquierda.

Figura 12: En color rojo se muestra la velocidad longitudinal (V_z/c). En color verde, la velocidad transversal (V_{\perp}/c). Ambas en función de $z[\text{cm}]$

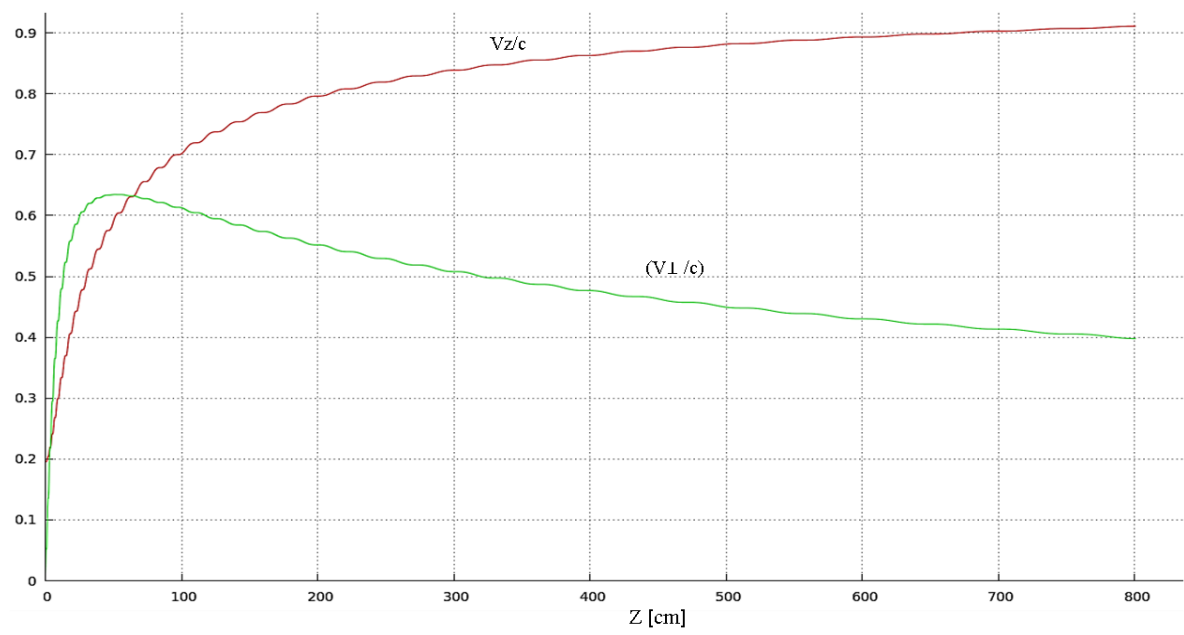
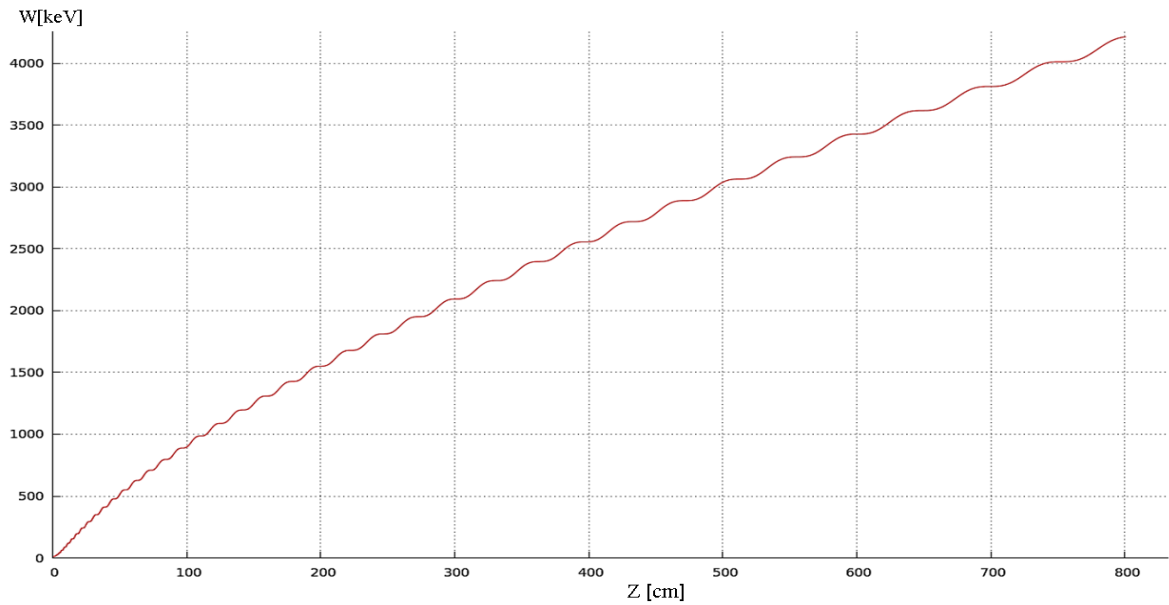


Figura 13: Energía cinética del electrón[keV] en función de z[cm].



La trayectoria helicoidal seguida por el electrón en este caso se muestra en la Figura 14. Proyecciones de la misma en los planos XY y YZ se muestran en la Figura 15y la Figura 16 respectivamente.

Figura 14: Trayectoria seguida por el electrón.

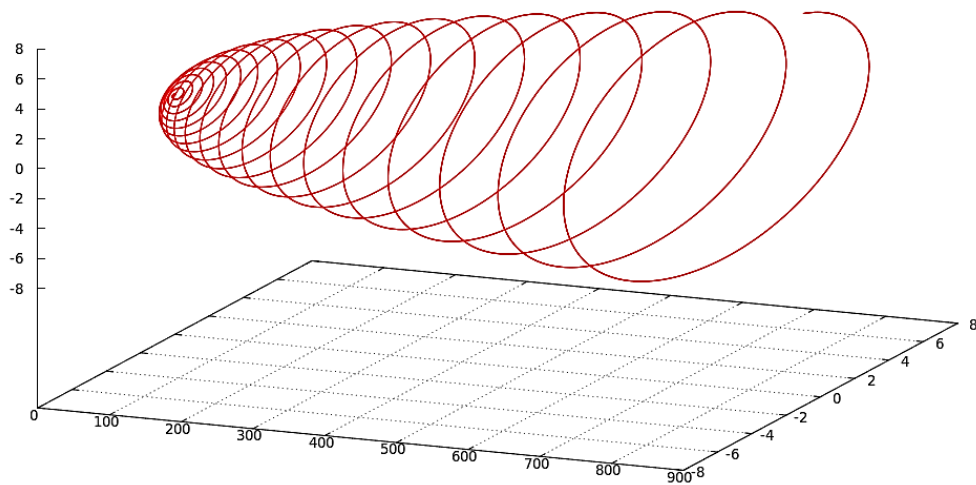


Figura 15: Proyección en el plano XY de la trayectoria del electrón.

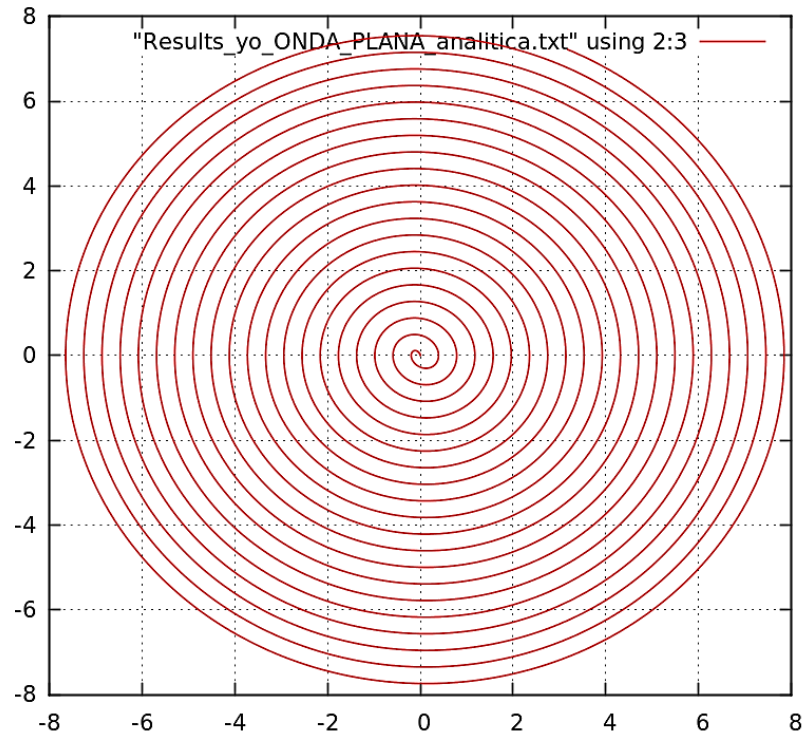
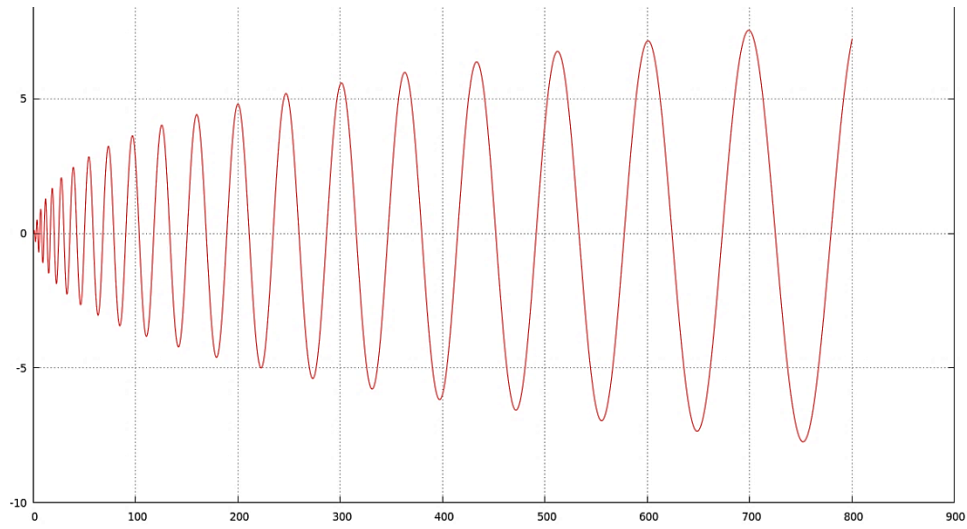


Figura 16: Proyección en el plano YZ de la trayectoria del electrón.



3.1.2. Modo TE11 analítico. Los parámetros empleados para la simulación en este caso se muestran en la Tabla 4 :

Radio de la guía [cm]	4
Frecuencia de microondas [GHz]	2,69
	10,69
	20,69
Amplitud de campo eléctrico [kV/cm]	16,66
Magnitud de campo magnetostático [mT]	1,1343
Energía de inyección del haz [keV]	10

Tabla 4: Parámetros de simulación para guía de onda TE11 con campos analíticos y partícula simple.

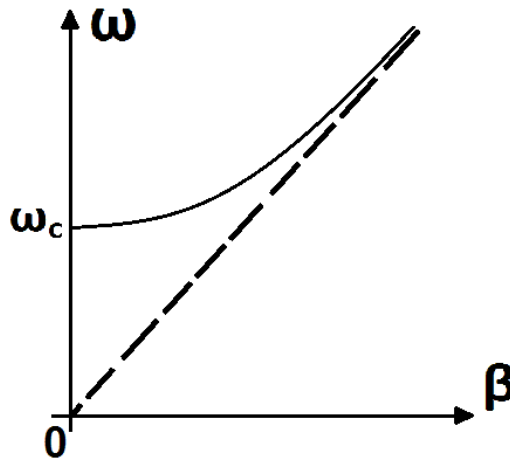
En este caso, se simula la dinámica del electrón con los campos de la onda TE11 mediante las expresiones analíticas indicadas en la Tabla 1 para el caso $n=m=1$. La razón para seleccionar este modo es porque para el caso de la guía cilíndrica la configuración de líneas de campo eléctrico (ver Figura 5) es aproximadamente similar al de onda plana para regiones cercanas al eje de la guía.

En la Figura 17 se muestra la frecuencia de la onda ω en función de la constante de propagación β . Esta gráfica se conoce como diagrama de dispersión para la guía de ondas. La pendiente de la curva $\omega(\beta)$ da la velocidad de grupo $d\omega/d\beta$. La línea punteada se da para el caso $\omega=c\beta$, es decir la situación de onda plana viajera cuya velocidad de fase es la velocidad de grupo e igual a la velocidad de la luz c . Ondas cuyas frecuencias estén por debajo de la frecuencia de corte ω_c no se propagan en la guía sino que se desvanecen mientras que aquellas que estén por encima de ω_c corresponden a modos de orden superior al fundamental. Del diagrama de dispersión se observa también que a medida que la frecuencia de operación de la onda se aleja del valor de la frecuencia de corte, la propagación se asemeja más al caso de onda plana.

Se reportan aquí tres experimentos con tres frecuencias diferentes, con el fin de confirmar que a medida que nos alejamos de la frecuencia de corte la interacción resonante del electrón en la guía de onda se asemeja al caso de la onda plana. Las curvas de color rojo mostradas en las siguientes gráficas corresponden al

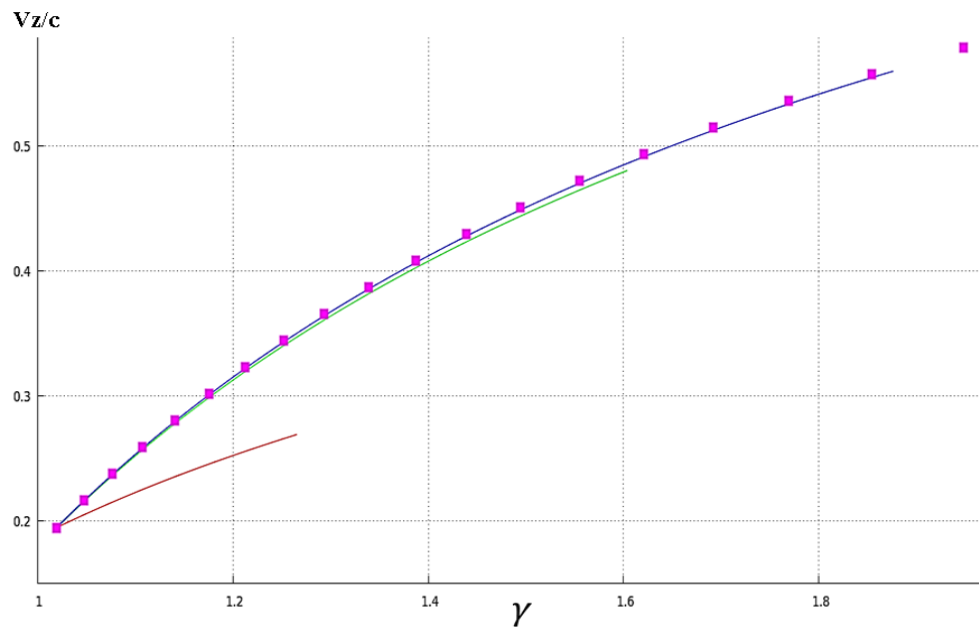
caso para frecuencia de 2,69 GHz, las de color verde corresponden a la frecuencia de 10,69 GHz y las de color azul a 20,69 GHz.

Figura 17: Diagrama de dispersión para la guía de ondas.



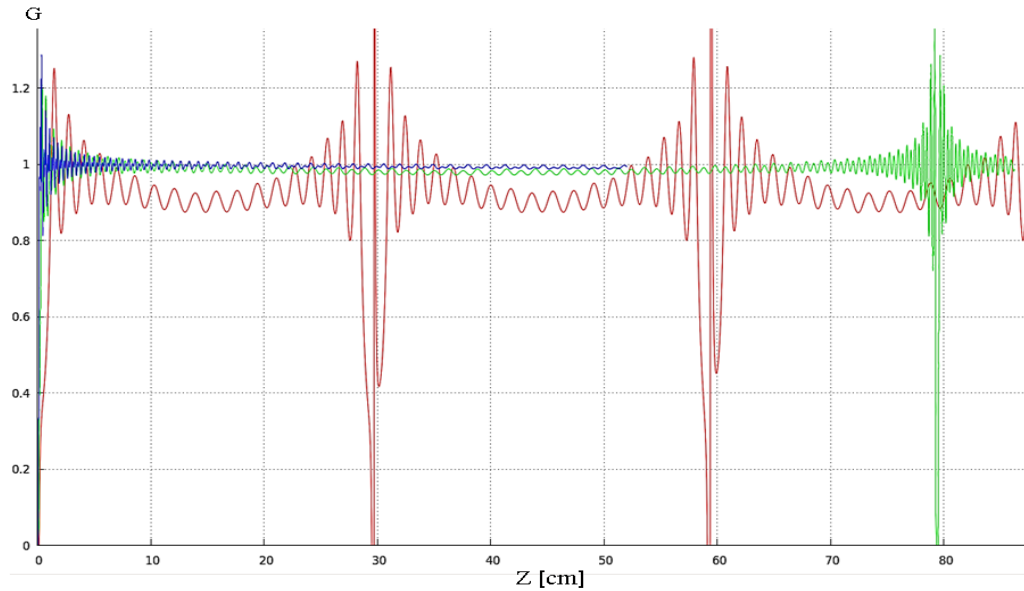
En la Figura 18 se muestran las gráficas equivalentes a las de la Figura 10, para la velocidad longitudinal v_z/c correspondientes a las frecuencias de operación mencionadas. Los valores indicados mediante cuadrados purpura corresponden al caso de onda plana. Se nota que a medida que la frecuencia de operación se hace mayor el comportamiento se asemeja más al de la onda plana.

Figura 18: Velocidad transversal (V_z/c) en función del factor relativista γ , para las frecuencias de operación tratadas.



En la Figura 19 se muestran las gráficas de G en función de la coordenada z , correspondientes a las frecuencias de operación. Para el caso de 2,69 GHz los valores de G se encuentran notoriamente desviados de $G=1$. En $z=30[\text{cm}]$ y en $z=60[\text{cm}]$ la gráfica presenta unos saltos, debido a que en esos puntos el radio de la trayectoria del electrón es cero. Para el caso de 10,69 GHz se presenta este mismo comportamiento en $z=80[\text{cm}]$, sin embargo, siendo mayor la frecuencia que en caso anterior, el comportamiento de G vs z en este caso se mantiene alrededor de $G=1$. Finalmente, para el caso de 20,69 GHz el comportamiento es básicamente similar al caso observado para la onda plana manteniéndose el valor de G oscilando alrededor de $G=1$.

Figura 19: Gráficas de G vs $z[\text{cm}]$ para las frecuencias de operación tratadas.



En la Figura 20 se muestra la velocidad longitudinal en función de la coordenada z , para cada uno de los casos. Para la frecuencia de 2,69 GHz, en el intervalo $0 < z < 15$ cm, el electrón gana energía, correspondiente con el hecho (ver la Figura 19) de que en ese intervalo G oscila cercano a $G=1$. El comportamiento es oscilatorio debido a que la condición (2) no es satisfecha plenamente en todo el movimiento. La tendencia periódica se manifiesta también parcialmente para el caso con 10,69 GHz y para 20,69 GHz la velocidad aumenta de manera continua, asemejándose al caso de onda plana. Este mismo comportamiento se manifiesta para la componente transversal de la velocidad del electrón en la Figura 21 y para la energía cinética en la Figura 22.

Figura 20: Velocidad longitudinal (V_z/c) en función de z [cm].

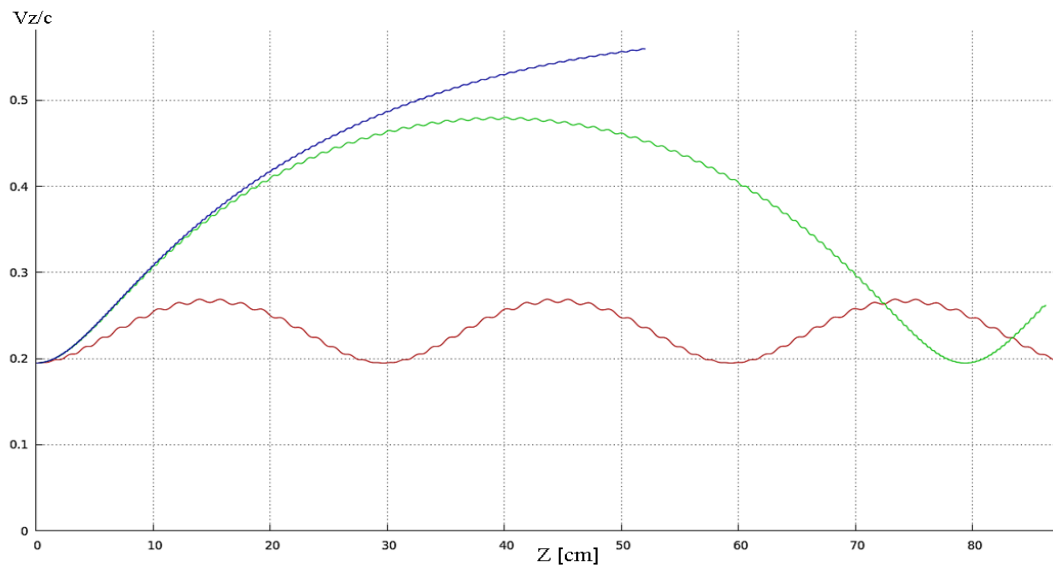


Figura 21: Velocidad trasversal (V_{\perp}/c) en función de z [cm].

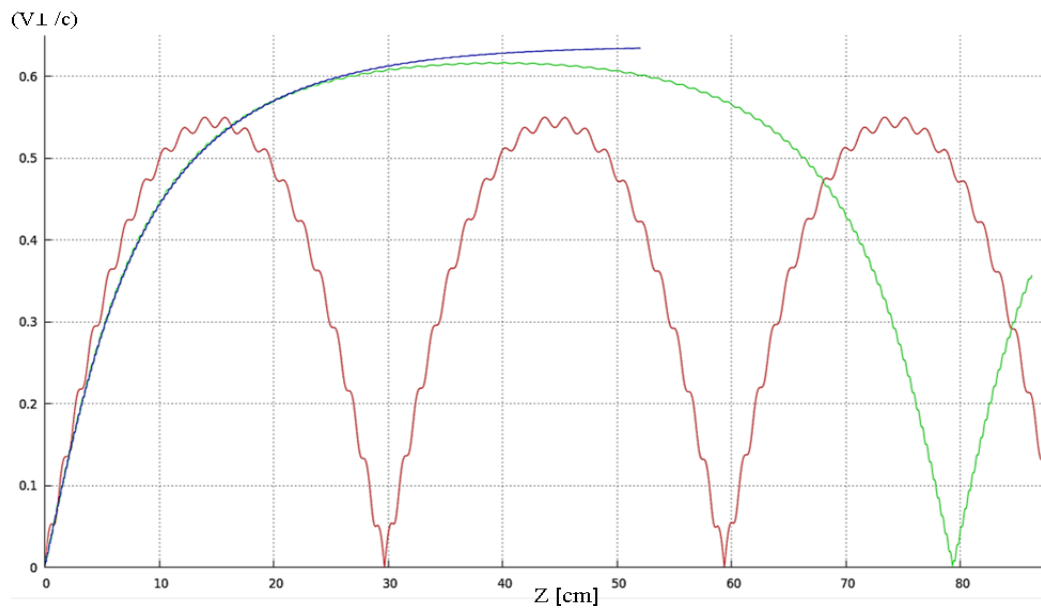
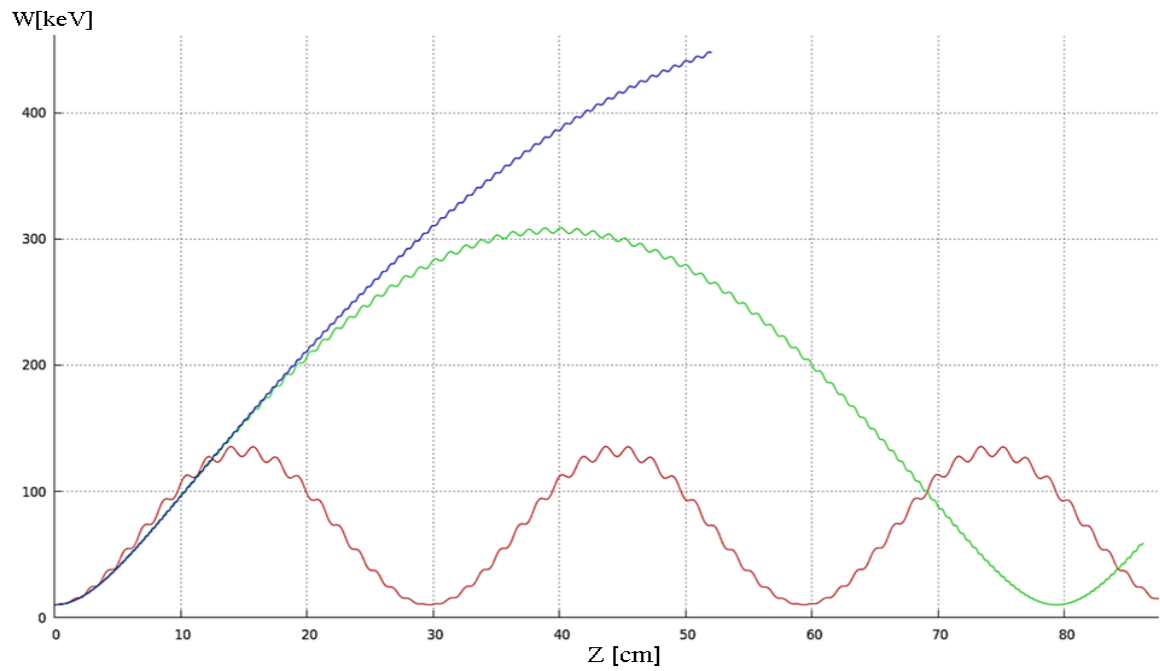


Figura 22: Energía cinética [keV] en función de z[cm].



3.2. RESULTADOS PARA HAZ DE ELECTRONES NO INTERACTUANTES.

Los parámetros de simulación para este caso se muestran en la *Tabla 5*.

Radio de la guía [cm]	4
Frecuencia de microondas [GHz]	2,69
Amplitud de campo eléctrico [kV/cm]	16,66
Magnitud de campo magnetostático [mT]	1,02
Energía de inyección del haz [keV]	10

Tabla 5: parámetros de simulación para haz no interactuante.

Cabe aclarar que aquí no se emplean expresiones analíticas para los campos de la onda TE₁₁, sino que se simula el sistema de inyección de microondas. Como se indicó en la sección de esquema físico, dicho esquema consta de una guía de onda rectangular en la cual se excita el modo TE₁₀. Esta guía se encuentra acoplada a la guía circular en la cual la onda con el modo anterior pasa a propagarse como TE₁₁.

En la Figura 23 se muestra la evolución de la energía cinética del haz de electrones para la aproximación de haz de electrones no interactuantes. Inicialmente, hasta $z=3$ [cm] aproximadamente la energía tiende a permanecer constante. Este efecto es debido a que en esa región el patrón de campo eléctrico aun no es una onda viajera ni un modo TE₁₁ puro puesto que al estar cerca del punto de inyección de microondas el perfil se distorsiona y al comienzo la partícula no interactúa efectivamente con la onda aun. Se ha detectado la presencia de modos que de manera no voluntaria se han excitado debido al mecanismo de inyección de microondas, es decir, al acople entre la guía de onda rectangular y la circular. Estos modos identificados son el evanescente TM₀₁ y un modo degenerado TE₁₁ polarizado paralelo al eje x. La energía de las partículas comienza a aumentar a medida que el haz interactúa con el campo de microondas hasta llegar a 230 [keV] en una distancia de 27 [cm]. El decrecimiento que se presenta al final es debido a que las condiciones de resonancia dejan de satisfacerse.

En la Figura 24 se muestra el comportamiento de las componentes longitudinal y transversal de la velocidad (normalizadas respecto a la velocidad de la luz). Hasta $z=5$ [cm] se aprecia una ligera disminución en la velocidad longitudinal, causada por la interacción con el modo TM₀₁ en la región cercana a la zona de inyección de microondas provenientes de la cavidad rectangular. Después de $z=5$ [cm] hasta $z=27$ [cm] la velocidad longitudinal aumenta de manera continua presentando ciertas desaceleraciones debido a la interacción con campo magnético transversal de la onda electromagnética.

En la Figura 25 se muestra la gráfica del cociente G vs la coordenada z . La inyección de los electrones se hace con fases aleatorias, por lo que se observa una amplia dispersión de los valores del cociente inicialmente. Adicionalmente, al igual que en el caso de partícula simple, el radio inicial cero de las partículas introduce una indeterminación en el cálculo de la frecuencia ciclotrónica. Posteriormente el comportamiento mostrado indica una focalización de las fases de los electrones alrededor del valor $G=1$, acorde con la condición de resonancia dada por la ecuación (2).

En la Figura 26 se muestra un ejemplo de la trayectoria helicoidal seguida por el haz no interactuante. En la Figura 27 se muestra la proyección de esta trayectoria en el plano $z=0$.

Figura 23: Gráfica de energía cinética [keV] vs z [cm] para el haz de electrones no interactuantes.

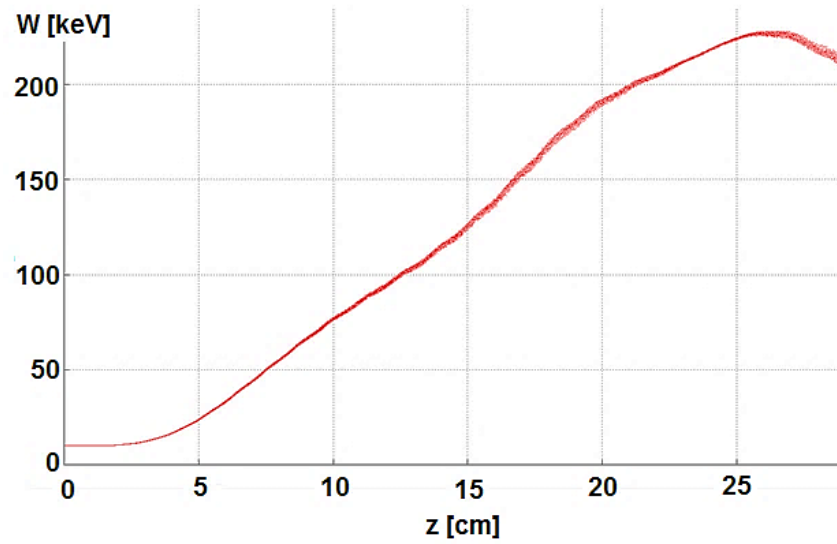


Figura 24: Velocidad longitudinal (V_z / c) en color rojo y velocidad transversal (V_{\perp} / c) de los electrones en función de la coordenada z [cm] para el haz de electrones no interactuantes.

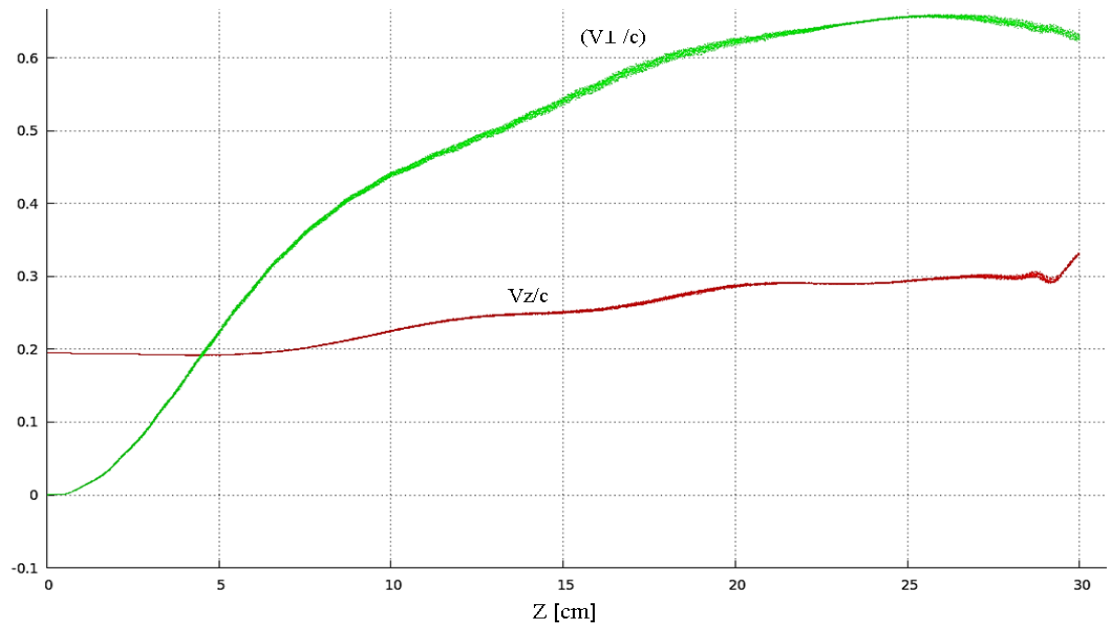


Figura 25: Cociente G vs z [cm].

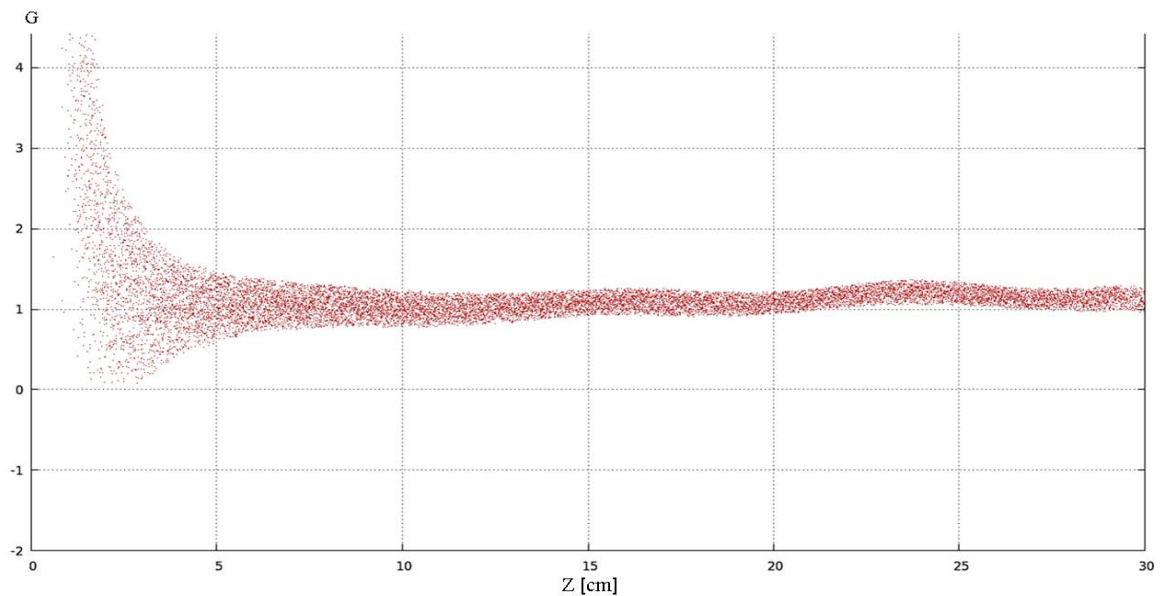


Figura 26: Trayectoria helicoidal del haz de electrones para un instante de tiempo.

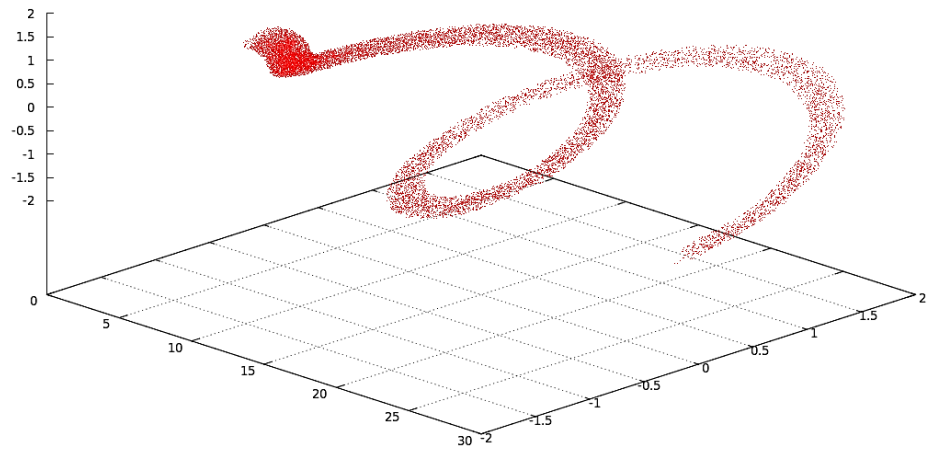
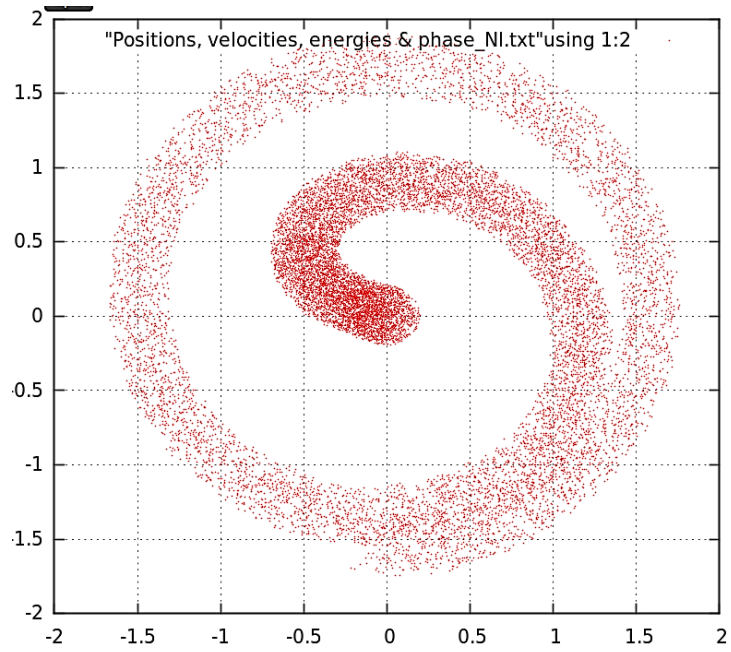


Figura 27: Proyección de la trayectoria del haz en el plano XY.



3.3. RESULTADOS PARA HAZ DE ELECTRONES INTERACTUANTES

Los parámetros de simulación son idénticos al caso anterior y son mostrados en la Tabla 5. Se reportan aquí dos experimentos: En un caso, se inyecta un haz de electrones con corriente de 1[A] y en el otro la corriente es de 3[A]. En general, para las curvas obtenidas correspondientes a las del caso anterior, el comportamiento global es el mismo, sin embargo se aprecian ciertas diferencias, debidas al efecto del campo autoconsistente.

3.3.1. Resultados con corriente de 1[A]. La gráfica de energía cinética se muestra en la Figura 28. Al comparar con la curva respectiva del caso anterior, se aprecia que la curva se torna más densa en unos puntos que en otros. Lo que sucede es que el campo autoconsistente del haz introduce una asimetría en el sistema que hace que los electrones sean afectados de manera diferente por los campos de microondas y el campo guía. Esta asimetría consiste en que el efecto de repulsión entre las diferentes partículas constituyentes del haz introduce una velocidad dirigida hacia el exterior del haz, lo que hace que este tienda a expandirse. El resultado es que esta velocidad provoca que la fuerza magnética ejercida por el campo guía en los diferentes electrones aumente la velocidad en un lado y la disminuya en el otro.

Figura 28: Energía cinética [keV] vs z [cm], para el haz interactuante de 1[A].

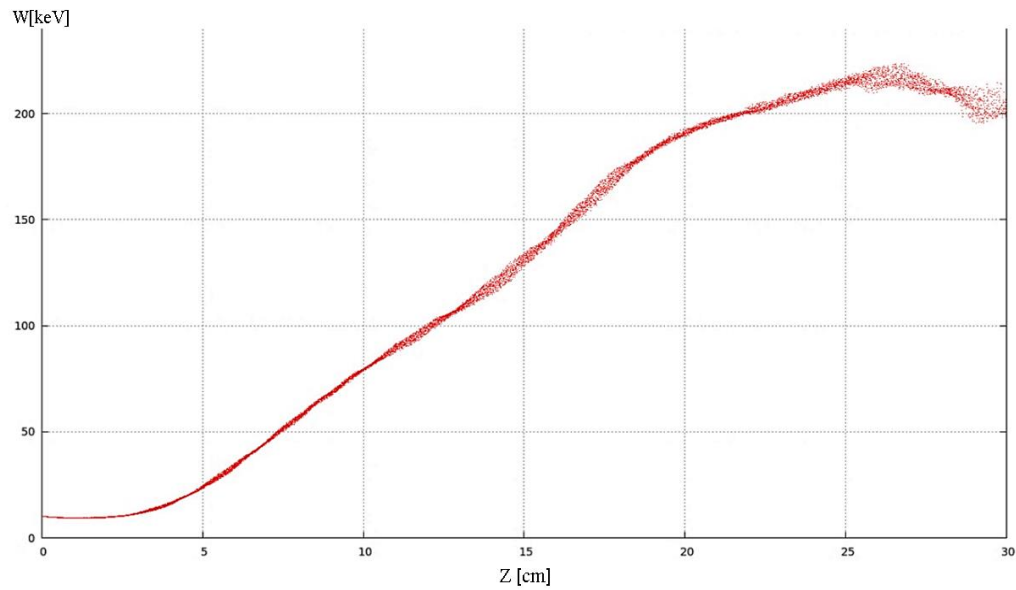
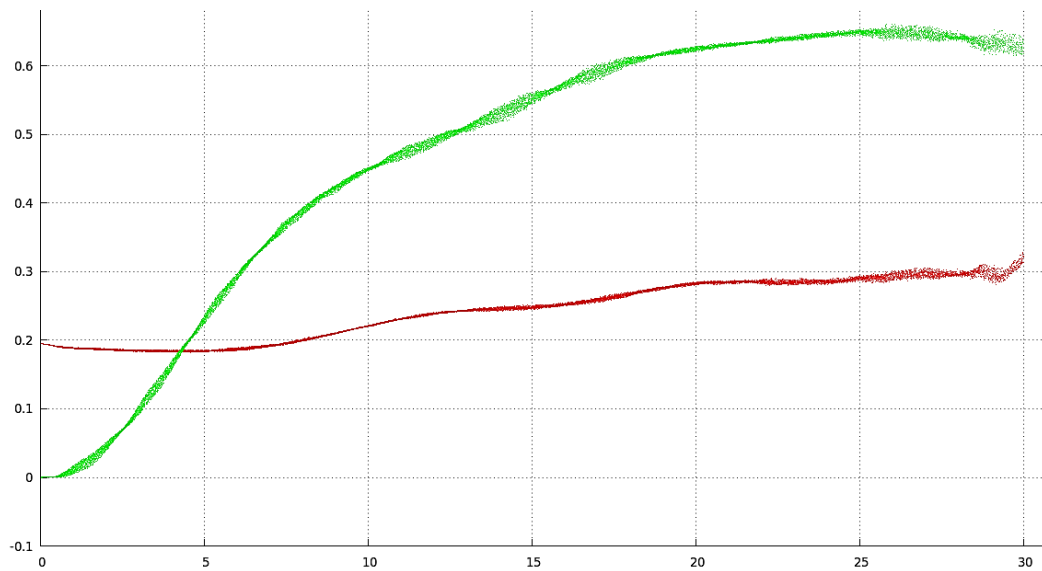


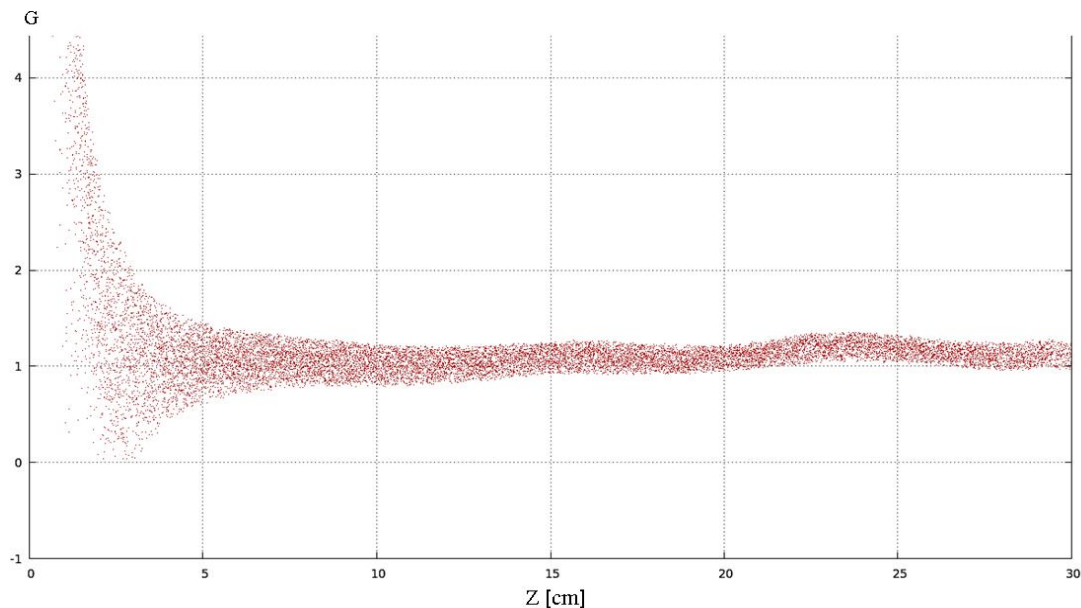
Figura 29: Velocidad longitudinal (V_z / c) en color rojo y velocidad trasversal (V_{\perp} / c) de los electrones en función de la coordenada z [cm] para el caso de haz interactuante de 1[A].



En la Figura 29 se muestra la gráfica de las componentes longitudinal y trasversal de la velocidad en función de la coordenada z . En los primeros 5 cm de avance del haz se nota una desaceleración longitudinal del haz más acentuada que en el caso de haz no interactuante. En este caso, al efecto explicado en el caso anterior, se le superpone el hecho de que el campo autoconsistente del haz de electrones genera un efecto de repulsión sobre los electrones que comienzan a ingresar a la guía de ondas. Sin embargo esta acumulación de carga tiene asociada una acumulación de energía potencial que posteriormente ejerce el efecto de impulsar a los electrones hacia adelante favoreciendo la ganancia de energía.

De igual forma, también se evidencian zonas donde la velocidad del haz se favorece, debido a la velocidad asociada al campo autoconsistente generado por el haz, que hace que la fuerza magnética actúe en sentidos opuestos en diferentes puntos del haz, como se explicó anteriormente. Aproximadamente en $z= 22[\text{cm}]$ el efecto de repulsión se hace bastante notorio generando una dispersión en las velocidades de los electrones.

Figura 30: Gráfica de G vs z [cm]. Focalización de la fase.



En la Figura 30 se aprecia la gráfica de G vs z , y se puede notar que al igual que en el caso de haz no interactuante al comienzo los valores se dispersan ampliamente pero a medida que el haz se propaga este se focaliza alrededor de $G=1$.

3.3.2. Resultados con corriente de 3[A]. Para el caso del haz interactuante de 3[A], los efectos explicados en el caso del haz de 1[A] se acentúan más. En las gráficas mostradas (Figura 31, Figura 32, Figura 33) se nota más la perturbación en la velocidad y la energía, siendo notoria la dispersión provocada en la parte final por el campo autoconsistente. Se observa en la Figura 33 que la condición de resonancia asociada a la relación (2) se mantiene satisfactoriamente.

Figura 31: Gráfica de energía cinética [keV] vs coordenada z[cm] para el haz interactuante de 3[A].

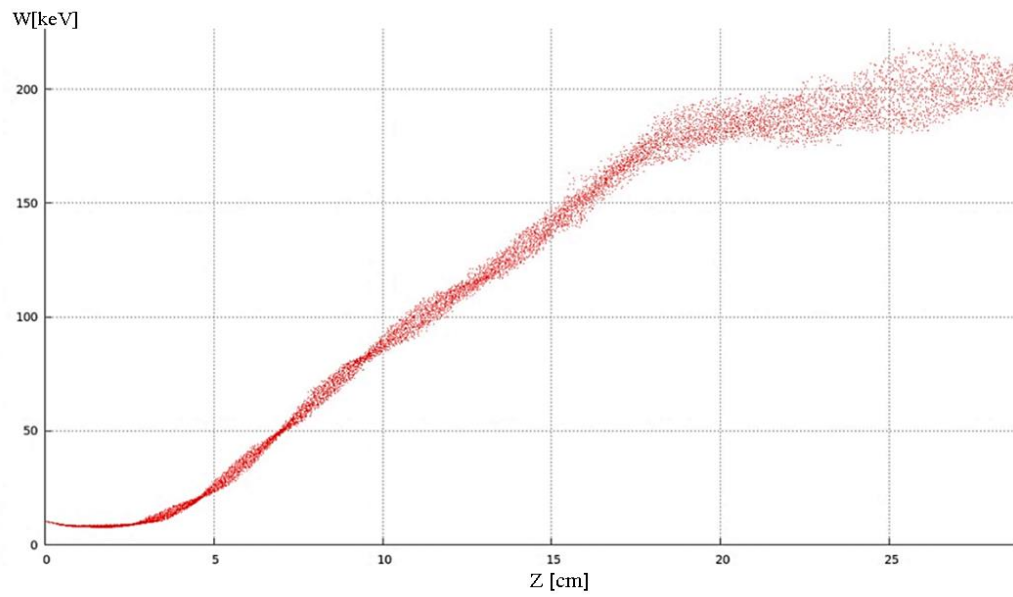


Figura 32: Velocidad longitudinal (V_z / c) en color rojo y velocidad transversal (V_{\perp} / c) de los electrones en función de la coordenada z [cm] para el haz interactuante de 3[A].

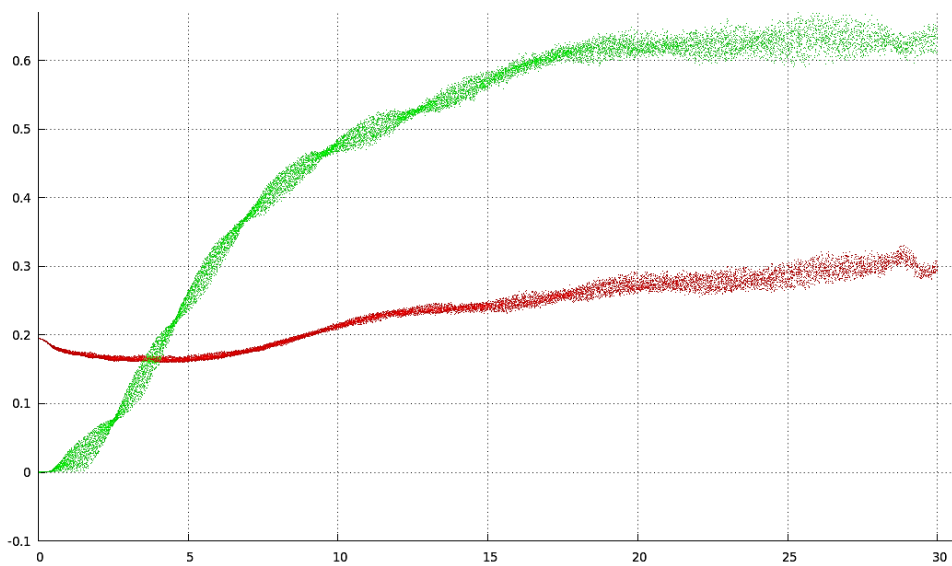
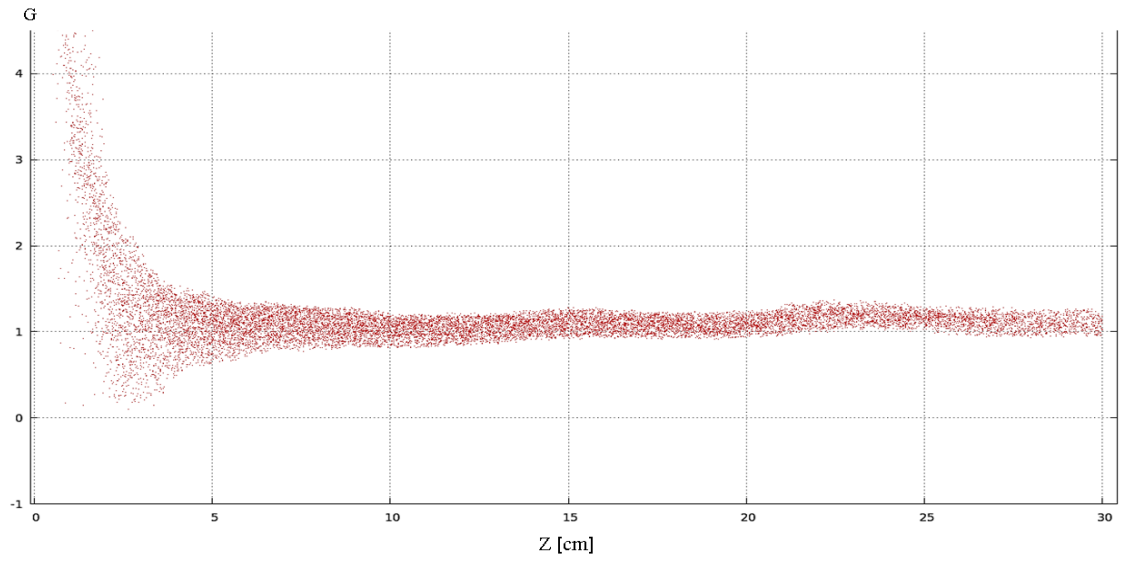


Figura 33: G vs z [cm]. Focalización del haz en resonancia.



4. CONCLUSIONES

- Se estudió la dinámica autoresonante de un electrón (con una onda viajera en una guía de onda cilíndrica).
- Por primera vez se estudió la dinámica autoresonante de un haz de electrones teniendo en cuenta la influencia de los campos autoconsistentes eléctrico y magnético.
- El efecto del campo eléctrico autoconsistente en el haz de electrones se manifiesta como una dispersión en los valores de velocidad y energía de las partículas en su movimiento a lo largo de la guía de onda. Se observa que el campo magnético autosostenido favorece al efecto de la autoresonancia.
- Se mostró que el efecto de la autoresonancia se manifiesta con eficiencia para los haces con corrientes del orden de 1 [A] bajo las condiciones mencionadas y el aumento de la corriente resulta en la disminución de la focalización del haz y desfavorece al mantenimiento de la autoresonancia.
- Se sugiere para futuros trabajos realizar un estudio analítico-computacional sobre el mecanismo de inyección de microondas, es decir, el acople entre la guía rectangular y la guía cilíndrica.
- En el esquema autoresonante estudiado la guía de onda cilíndrica se alimenta mediante una guía de onda rectangular. Es necesario estudiar detalladamente qué tipos de modos además del TE₁₁ se excitan en la guía de onda cilíndrica que puedan afectar a las condiciones de resonancia.
- Se recomienda estudiar la influencia de modos parásitos y modos degenerados sobre la dinámica de los electrones en condiciones de autoresonancia.

- En un sistema acoplado de guías de ondas, la transición de un modo rectangular a uno cilíndrico no genera un modo puro TE_{11} como inicialmente se desearía. En realidad se excitan modos de mayor orden que afectan la interacción resonante de los electrones del haz. El estudio de la influencia de estos modos se sugiere como tema de investigación en futuros trabajos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] F.F. Chen, J. P. Chang., Lectures notes on principles of plasma processing, Kluwer Academic- Plenum Publishers, 2003.
- [2] R. Geller, Electron cyclotron resonance ion sources and ECR plasmas, Institute of Physics, 1996.
- [3] H. R. Gardner, T. Ohkawa, A. M. Howald, A. W. Leonard, L.S. Peranich and J. R. D' Aoust, «An inexpensive x-ray source based on an electron cyclotron,» *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 61, nº 2, 1990.
- [4] A. G. Marshall, C. L. Hendrickson and G.S. Jackson, «Fourier transform ion cyclotron resonance mass spectrometry: A primer,» *Mass Spectrometry Rev.*, vol. 17, 1998.
- [5] V. Y. Davidovskii, «The possibility of accelerating charged particles by electromagnetic waves in a constant magnetic field.,» vol. 16, nº 629, 1962.
- [6] A.N. Levedek, A.A Kolomenzkii, *Phys. Dokl*, vol. 7, nº 492, 1962.
- [7] S. Buschaum and C. Roberts, «Motion of a charged particle in a constant magnetic field and a transverse electromagnetic wave propagating along the field,» vol. 135, nº A381, 1964.
- [8] A. W Trivelpiece and H.R Jory , «Charged particle motion in large amplitude fields,» vol. 39, nº 3053, 1968.
- [9] K. Golovanivsky, «The gyroresonance,» Vols. %1 de %2PS-11, nº 28, 1983.
- [10] O. Gal, «A compact cyclic electron accelerator,» vol. 17, nº 622, 1989.
- [11] L. Friedland, «Spatial autoresonance cyclotron accelerator,» *American Institute of physics*, pp. 421-428, 1993.
- [12] R. Spitalnik, C. Cohen, F. Dothan and J. L Friedland,, «Autoresonance microwave accelerator,» *J. Appl. Phys.*, vol. 70, p. 1101, 1991.

- [13] A. Loeb and L.Friedland, «Autoresonance laser accelerator,» *Phys. Rev A*, vol. 33, nº 3, pp. 1828-1835, 1986.
- [14] Y.I Salamin, Jian-Xing Li, Benjamin J Galow, Christoph. H. Keitel., «Feasibility of electron cyclotron autoresonance acceleration by a short terahertz pulse,» *arXiv*, pp. 1-4, 2015.
- [15] V. Dugar-Zhabon and E.A. Orozco, «Cyclotron spatial autoresonance acceleration model,» *Phys. Rev. ST-AB*, vol. 12, 2009.
- [16] V. Dugar-Zhabon and E.A. Orozco, «Three dimensional particle in cell simulation of spatial autoresonance electron beam motion,» *IEEE transaction on plasma science*, vol. 38, 2009.
- [17] B. Hafizi, P. Sprangle and L. Hirshfield, «Electron beam quality in a cyclotron autoresonance accelerator,» *Phys. Rev E*, vol. 50, nº 4, pp. 3077-3086, 1994.
- [18] A. M. Herrera, Simulación de un haz de electrones en un sistema SARA rectangular y análisis del efecto del campo eléctrico autoconsistente. Tesis de grado maestría. UIS, 2013.
- [19] E. A. Orozco, Estudio analítico y numérico del fenómeno de autoresonancia ciclotrónica espacial, Tesis de grado doctorado., UIS, 2012.
- [20] G. Lapenta, Particle in cell method- A brief description of the PIC method, Centrum voor plasma astrofysica: Katholieke Universiteit Leuven.
- [21] G. Lapenta, F. Inoya, J.U. Brachbioll, «Particle in cell simulation od glow discharges in complex geometries,» *IEEE Trans. Plasma Sci*, vol. 23, pp. 769-779, 1995.