Simulación en tiempo real aplicado a sistemas eléctricos de potencia empleando Matlab

Jorge Andrés Balaguera Parada y Oscar David Nieto Rueda

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Electricista

Director:

Hermann Raúl Vargas Torres

Profesor Titular Universidad Industrial De Santander

**Doctor Ingeniero Electricista** 

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Físico-Mecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Ingeniería eléctrica

Bucaramanga

2022

INTRODUCCIÓN	11
1.OBJETIVOS	12
1.1.OBJETIVO GENERAL	12
1.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
2.MODELADO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA	13
2.1.SIMULACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE UN SISTEMA DE POTENCIA	13
2.2.REPRESENTACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA	15
2.2.1 Ecuación de movimiento	15
2.2.2 Ecuaciones del circuito del rotor	16
2.2.3 Ecuaciones de tensión en el estator	18
2.3. RED DE TRANSMISIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LA CARGA	20
2.4. SOLUCIÓN DEL CONJUNTO DE ECUACIONES DEL SISTEMA	20
2.4.1. Solución mediante regla trapezoidal y método de Newton	21
3.METODOLOGÍA	24
3.1.SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ROTOR	24
3.2.SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ESTATOR	27
3.3.SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA MÁQUINA MEDIANTE INTEGRACIÓN IMPLÍCITA	27
3.4.REPRESENTACIÓN DEL JACOBIANO DEL SISTEMA	

SIMULACIÓN EN TIEMPO REAL EMPLEANDO MATLAB	
4.IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS	31
4.1.HERRAMIENTA COMPUTACIONAL	31
4.2.RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CASO DE ESTUDIO	32
4.2.1.Caso 1	35
4.2.2.Caso 2	42
4.2.3.Caso 3	48
4.2.4.Caso 4	54
4.2.5.Caso 5	56
5.CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS	57
5.1.RESUMEN Y CONCLUSIONES	57
5.2.SUGERENCIAS	59
BIBLIOGRAFÍA	60

# LISTA DE TABLAS

TABLA 1    VALORES DE LA IMPEDANCIA DEL SISTEMA	33
TABLA 2 PARÁMETROS DEL GENERADOR	34
TABLA 3 CONDICIÓN OPERATIVA PRE-FALLA	34

FIGURA 1 MODELO DEL SISTEMA DE POTENCIA PARA EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA	13
FIGURA 2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE LA MÁQUINA SÍNCRONA	16
FIGURA 3 TRANSFORMACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA Y DEFINICIÓN DEL ÁNGULO Δ	
FIGURA 4 EQUIVALENTE DE THÉVENIN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA CONECTADA A UN GRAN SISTEMA A	TRAVÉS DE LÍNEAS DE
TRANSMISIÓN	25
FIGURA 5 SISTEMA CORRESPONDIENTE AL CASO DE ESTUDIO	33
FIGURA 6 ÁNGULO DEL ROTOR PARA EL CASO 1	35
FIGURA 7 TENSIÓN EN LA BARRA DEL GENERADOR PARA EL CASO 1	
FIGURA 8 TENSIÓN EN LA BARRA 3 PARA EL CASO 1	37
FIGURA 9 TENSIÓN EN LA BARRA 6 PARA EL CASO 1	
FIGURA 10 TENSIÓN EN LA BARRA 7 PARA EL CASO 1	
FIGURA 11 TORQUE ELÉCTRICO PARA EL CASO 1	
FIGURA 12 CORRIENTE EN EL GENERADOR PARA EL CASO 1	
FIGURA 13 CORRIENTE DE LA CARGA 1 PARA EL CASO 1	
FIGURA 14 CORRIENTE DE LA CARGA 2 PARA EL CASO 1	40
FIGURA 15 CORRIENTE DE LA CARGA 3 PARA EL CASO 1	40
FIGURA 16 CORRIENTE DE LA BARRA 2 A 3 PARA EL CASO 1	41
FIGURA 17 CORRIENTE DE LA BARRA 3 A 5 PARA EL CASO 1	41
FIGURA 18 ÁNGULO DEL ROTOR PARA EL CASO 2	42
FIGURA 19 TENSIÓN EN LA BARRA DEL GENERADOR PARA EL CASO 2	42
FIGURA 20 TENSIÓN EN LA BARRA 3 PARA EL CASO 2	43
FIGURA 21 TENSIÓN EN LA BARRA 6 PARA EL CASO 2	

FIGURA 22	TENSIÓN EN LA BARRA 7 PARA EL CASO 2	44
Figura 23	TORQUE ELÉCTRICO PARA EL CASO 2	45
Figura 24	CORRIENTE EN EL GENERADOR PARA EL CASO 2	45
Figura 25	CORRIENTE DE LA CARGA 1 PARA EL CASO 2	46
Figura 26	CORRIENTE DE LA CARGA 2 PARA EL CASO 2	46
Figura 27	CORRIENTE DE LA CARGA 3 PARA EL CASO 2	47
Figura 28	CORRIENTE DE LA BARRA 2 A 3 PARA EL CASO 2	47
Figura 29	CORRIENTE DE LA BARRA 3 A 5 PARA EL CASO 2	48
Figura 30	ÁNGULO DEL ROTOR PARA EL CASO 3	48
Figura 31	TENSIÓN EN LA BARRA DEL GENERADOR PARA EL CASO 3	49
Figura 32	TENSIÓN EN LA BARRA 3 PARA EL CASO 3	50
Figura 33	TENSIÓN EN LA BARRA 6 PARA EL CASO 3	50
Figura 34	TENSIÓN EN LA BARRA 7 PARA EL CASO 3	51
Figura 35	TORQUE ELÉCTRICO PARA EL CASO <b>3</b>	51
Figura 36	CORRIENTE EN EL GENERADOR PARA EL CASO 3	52
Figura 37	CORRIENTE DE LA CARGA 1 PARA EL CASO 3	52
Figura 38	CORRIENTE DE LA CARGA 2 PARA EL CASO 3	53
Figura 39	CORRIENTE DE LA CARGA 3 PARA EL CASO 3	53
Figura 40	CORRIENTE DE LA BARRA 2 A 3 PARA EL CASO 3	54
Figura 41	TENSIÓN EN LA BARRA DEL GENERADOR PARA EL CASO 4	54
Figura 42	CORRIENTE EN EL GENERADOR PARA EL CASO 4	55
Figura 43	TENSIÓN EN LA BARRA DEL GENERADOR PARA EL CASO 5	56
Figura 44	Corriente en el generador para el caso 5	56

# LISTA DE APÉNDICES

Ver apéndices adjuntos y pueden ser consultados en la base de datos de la biblioteca UIS.

Apéndice A. Manual de usuario

Apéndice B. Software

### GLOSARIO

**App Designer**: un entorno de desarrollo interactivo para diseñar aplicaciones y programar su comportamiento.

**Cambio de carga:** cambio de valores de potencia activa y reactiva para una carga, un tiempo después comenzado la simulación.

Barra infinita: sistema de potencia ideal donde la tensión y frecuencia son constantes y fijadas por la red.

Falla trifásica: unión accidental de las tres fases de un sistema eléctrico trifásico.

Matlab: software en el cual se permite programar el sistema de potencia.

**Método numérico:** es un proceso matemático iterativo cuyo objetivo es encontrar una aproximación para una solución dada.

Perturbación: un cambio en el comportamiento del sistema.

Simulación: mediante fórmulas matemáticas permite observar el comportamiento del sistema.

Sistema de potencia: Conjunto de aparatos encargados de producir, transformar y transportar energía eléctrica.

**Tiempo real:** permite simular el comportamiento del sistema de potencia con el fin de ver que sucede antes, durante y después de la perturbación.

### RESUMEN

Título: Simulación en tiempo real aplicado a sistemas eléctricos de potencia empleando Matlab\*
 Autores: Jorge Andrés Balaguera Parada y Oscar David Nieto Rueda\*\*
 Palabras Clave: App Designer, Tiempo real, Modelado, Perturbación, Sistema de potencia.

#### Descripción:

Empleando la herramienta Matlab se realiza la elaboración de un software que permita simular un pequeño sistema de potencia en tiempo real el cual se aplica una perturbación, esto con el objetivo de establecer estrategias de operación del sistema.

Para solucionar este problema se divide en tres etapas: La primera etapa está dirigida a presentar los modelos: generador, líneas, transformador y carga, operando en estado permanente y transitorio. Para la segunda etapa se realiza el diseño y elaboración del software que permita la simulación de un sistema de potencia empleando los modelos ya presentados en tiempo real ante dos tipos de perturbación que puede presentar el sistema, las cuales consisten en fallas trifásicas o cambios de carga, el sistema de potencia se modela como un problema algebro-diferencial de condiciones iniciales, el cual se resolvió a través del método de la regla trapezoidal y newton Raphson, con una solución implícita, se encontró las condiciones iniciales del sistema a través del estudio de flujos de potencia antes de la perturbación, y se permitió que la solución de la ecuación algebraica y diferencial se resuelva al mismo tiempo. Para la última etapa se diseñó el aplicativo empleando la herramienta de Matlab App Designer y se muestra los resultados que permiten realizar el análisis del sistema de potencia.

<sup>\*</sup> Trabajo de grado.

<sup>\*\*</sup> Facultad de Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director: Hermann Raúl Vargas Torres.

### ABSTRACT

Title: Real-time simulation applied to electrical power systems using Matlab\*
Authors: Jorge Andrés Balaguera Parada and Oscar David Nieto Rueda\*\*
Key Words: App Designer, Real time, Modeling, Perturbation, Power system.

#### **Description:**

Using the Matlab tool, a software is developed that allows simulating a small power system in real time to which a disturbance is applied, with the aim of establishing operating strategies for the system.

To solve this problem, it is divided into three stages: The first stage is aimed at presenting the models: generator, lines, transformer and load, operating in permanent and transitory states. For the second stage, the design and elaboration of the software that allows the simulation of a power system is carried out using the models already presented in real time before two types of disturbance that the system can present, which consist of three-phase faults or load changes. , the power system is modeled as an algebraic-differential problem of initial conditions, which was solved through the method of the trapezoidal rule and newton Raphson, with an implicit solution, the initial conditions of the system were found through the study of power flows before the disturbance, and the solution of the algebraic and differential equation was allowed to be solved at the same time. For the last stage, the application was designed using the Matlab App Designer tool and the results that allow the analysis of the power system are shown.

<sup>\*</sup> Research work.

<sup>\*\*</sup> Faculty of Physico-Mechanics Engineering. School of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering. Advisor: Hermann Raul Vargas Torres.

# INTRODUCCIÓN

La simulación en tiempo real es un proceso que permite monitorear constantemente lo que sucede en un sistema eléctrico de potencia, proceso desarrollado y posicionado con fuerza debido a sus ventajas en la aplicación de actividades diagnósticas. A nivel industrial y comercial se encuentran progresos tanto en software como en hardware con diversos grados de especialización para permitir simular sistemas eléctricos de gran dimensión. En el primer caso, se hace necesario diseñar y elaborar algoritmos y programas de computador en simultaneidad con la herramienta. La Universidad cuenta con Matlab, la cual permitirá llevar a cabo este reto.

Por eso, este trabajo busca modelar los diferentes elementos del sistema electrónico de potencia, y crear el sistema mencionado, para modelarlo a través del software Matlab, todo esto en tiempo real. Con esto resuelto, se pueden establecer las estrategias de operación con el fin de poder entregar la energía eléctrica sujeto a los más altos estándares de calidad y continuidad en la prestación del servicio a los usuarios que lo requieran.

Se pretende realizar un software que permita simular en tiempo real un pequeño sistema de potencia compuesto por un generador-barra infinita, un transformador elevador sin taps, líneas de transmisión y tres cargas, y no se va a tener en cuenta ningún tipo de compensación. El sistema propuesto operará en condiciones con cambio de carga. También, el sistema podrá estar sometido al tipo de falla trifásica.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1. OBJETIVO GENERAL**

 Diseñar y elaborar un *software* que permita simular en tiempo real un sistema eléctrico de potencia de pequeña dimensión empleando Matlab.

## **1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Emplear modelos de generador, transformador, línea y carga.
- Implementar el sistema generador-barra infinita operando en tiempo real empleando Matlab.
- Elaborar una interfaz gráfica en App Designer que permita visualizar y llevar a cabo la operación del sistema eléctrico propuesto.
- Pruebas y ajustes del *software* propuesto.

# 2. MODELADO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA

En este capítulo se describen de forma general los elementos básicos que conforman un sistema eléctrico de potencia, tales como la máquina síncrona, líneas de transmisión, carga y el transformador.

# 2.1. SIMULACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE UN SISTEMA DE POTENCIA

El análisis de la estabilidad transitoria de los sistemas de potencia implica el cálculo de su dinámica no lineal como respuesta a grandes perturbaciones, se tiene en cuenta una falla de la red de transmisión, seguida del aislamiento del elemento fallado mediante relés de protección, o un cambio de carga dado en un punto de operación del sistema.

En la Figura 1 se muestra la estructura general del modelo de sistema de potencia aplicable al análisis de estabilidad transitoria. Son de interés las tensiones de las barras, los flujos de línea y el desempeño de los sistemas de protección, además de la información básica relacionada con la estabilidad del sistema.

#### Figura 1

modelo del sistema de potencia para el análisis de estabilidad transitoria



**\*\*** Ecuaciones diferenciales

El sistema tiene un conjunto de ecuaciones diferenciales y un conjunto de ecuaciones algebraicas, por lo que el análisis de la estabilidad transitoria es un problema algebraico-diferencial con condiciones iniciales, y éstas tienen que ser organizadas adecuadamente para poder aplicar los métodos numéricos.

Estas condiciones iniciales se conocen a partir del análisis de flujo de potencia previo a la falla, que proporciona valores iniciales para las variables de la red, como la potencia activa, la potencia reactiva y la tensión en bornes del generador.

# 2.2. REPRESENTACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

La máquina síncrona se representa por modelos de diferentes grados de detalle. Para este trabajo se incluye el modelo de las ecuaciones de movimiento, así como el efecto de las variaciones del flujo de campo, se despreciará los efectos del amortiguador y la tensión de campo será asumida constante (control de excitación manual).

A continuación, se presenta un resumen de las ecuaciones de la máquina síncrona como un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, con el tiempo t en segundos, el ángulo del rotor  $\delta$  en radianes y las demás cantidades en por unidad.

#### 2.2.1 Ecuación de movimiento

Las ecuaciones que definen la dinámica oscilatoria de la máquina síncrona son:

$$\rho\Delta\omega_r = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - K_D\Delta\omega_r)$$
(2.1)

$$\rho\delta = \omega_0 \Delta \omega_r \tag{2.2}$$

Donde,

 $\omega_0$ : 2 $\pi$ fo radianes eléctricos /s

SIMULACIÓN EN TIEMPO REAL EMPLEANDO MATLAB

 $\Delta \omega_r$ : variación de la velocidad del rotor en pu

 $\rho$ : operador derivada d/dt

 $T_e$ : torque eléctrico en pu

 $T_m$ : torque mecánico en pu

 $K_{D:}$  factor de amortiguamiento en pu

#### 2.2.2 Ecuaciones del circuito del rotor

Las ecuaciones que modelan la dinámica del circuito rotor de la máquina síncrona son:

$$\rho \psi_{fd} = \omega_0 \left[ e_{fd} - R_{fd} \, i_{fd} \right] \tag{2.3}$$

Para desarrollar las ecuaciones del sistema completo en la forma de espacio de estado, se necesita expresar  $i_{fd}$  y  $T_e$  en términos de las variables de estado determinadas por las ecuaciones de enlace de flujo de máquina y ecuaciones de red. Despreciando los amortiguadores, los circuitos equivalentes que relacionan el flujo de la máquina y las corrientes son como se muestra en la Figura 2.

#### Figura 2

Circuito equivalente de la máquina síncrona



Los flujos de enlace mutuos entre el estator y los ejes d y q están dados por:

$$\psi_{ad} = -L_{ads}i_d + L_{ads}i_{fd} \tag{2.4}$$

$$\psi_{ad} = L_{ads}i_d + \frac{L_{ads}}{L_{fd}} \left( \psi_{fd} - \psi_{ad} \right)$$
(2.5)

$$\psi_{ad} = L'_{ads} \left( -i_d + \frac{\psi_{fd}}{L_{fd}} \right)$$
(2.6)

Donde:

$$L'_{ads} = \frac{1}{\frac{1}{L_{ads}} + \frac{1}{L_{fd}}}$$
(2.7)

Dado que no se consideran circuitos de rotor en el eje q, el enlace de flujo mutuo está dado por:

$$\psi_{aq} = -L_{ads}i_q \tag{2.8}$$

#### 2.2.3 Ecuaciones de tensión en el estator

Teniendo en cuenta que, para el estudio de estabilidad, se desprecian los transitorios del estator y la variación de velocidad, las ecuaciones de tensión del estator se modelan de la siguiente manera:

$$e_d = -R_a i_d - \psi_q \tag{2.9}$$

$$e_d = -R_a i_d + (L_l i_q - \psi_{aq})$$
 (2.10)

$$e_q = -R_a i_q - \psi_d \tag{2.11}$$

$$e_q = -R_a i_q - (L_l i_d - \psi_{ad})$$
(2.12)

Las ecuaciones anteriores están en un marco de referencia d-q que rota de acuerdo con el ángulo de cada máquina. Por esta razón, si se desea analizar la interconexión de las líneas de transmisión en un sistema de potencia, es necesario transformar las variables a un eje de referencia común R-I que permita a medir el ángulo del  $\delta$  de cada máquina. La base de la transformación de un marco de referencia a otro se muestra en la Figura 3.

#### Figura 3

Transformación del marco de referencia y definición del ángulo  $\delta$ 



Las ecuaciones empleadas, con base en la figura 3 se definen de la siguiente manera.

$$i_d = I_R \sin \,\delta - I_I \cos \delta \tag{2.13}$$

$$i_q = I_I \sin \delta + I_R \cos \delta \tag{2.14}$$

$$I_R = i_d \sin \delta + i_a \cos \delta \tag{2.15}$$

$$I_I = i_q \sin \delta - i_d \cos \delta \tag{2.16}$$

Y el par en el entre-hierro requerido para resolver la ecuación de oscilación (2.1) es:

$$T_{e} = \psi_{d}i_{q} - \psi_{q}i_{d} = \psi_{ad}i_{q} - \psi_{aq}i_{d}$$
(2.17)

Por su parte, la corriente de campo en pu viene dada por:

$$i_{fd} = \frac{\psi_{fd} - \psi_{ad}}{L_{fd}} \tag{2.18}$$

### 2.3 RED DE TRANSMISIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LA CARGA

Los transitorios asociados con la red de transmisión decaen muy rápidamente. Por lo tanto, es usual adaptar la red, durante las condiciones de transitorio electromecánico, como si estuviera pasando directamente de un estado estacionario a otro. La carga estática lineal es una carga con una admitancia característica constante, son muy sencillas de manejar y se incluyen en la matriz de admitancia. La carga estática no lineal se trata como una inyección de corriente en el nodo. El valor de la corriente de nodo, ingresando a la red desde tierra es:

$$I_L = -\frac{P_L - jQ_L}{V_L^*}$$
(2.19)

Donde:

 $V_L^*$  = Es el conjugado de la tensión de la barra

 $P_L$  = Potencia activa de la carga

 $Q_L$  = Potencia reactiva de la carga

### 2.4 SOLUCIÓN DEL CONJUNTO DE ECUACIONES DEL SISTEMA

Las ecuaciones del sistema son expresadas de la siguiente forma general como un conjunto de

ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{x} = f(x, V) \tag{2.20}$$

Y un conjunto de ecuaciones algebraicas:

$$I(x,V) = Y_N V \tag{2.21}$$

Donde:

 $\dot{x}$ : Vector de estado del sistema

I: Componentes R-I de inyección de corriente al sistema

V: Componentes R-I de tensión de las barras

 $Y_N$ : La matriz de admitancias de nodo

#### 2.4.1. Solución mediante regla trapezoidal y método de Newton

Para la solución, no se tiene en cuenta los transitorios electromagnéticos en la solución de las ecuaciones algebraico-diferencia es de tipo no lineal de primer orden. Se emplea la regla trapezoidal como algoritmo de solución al sistema de ecuaciones, el cual se presenta a continuación.

Con  $x = x_n$  y  $V = V_n$  en un tiempo  $t = t_n$ , la solución de x en el instante  $t = t_{n+1} = t_n + \Delta t$ aplicando la regla trapezoidal para resolver las ecuaciones (2.20) y (2.21) se tiene:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_{n+1}, V_{n+1}) + f(x_n, V_n)]$$
(2.22)

$$I(x_{n+1}, V_{n+1}) = Y_N V_{n+1}$$
(2.23)

Igualando las anteriores expresiones a cero y definiéndolas como los vectores F y G se obtiene:

$$F(x_{n+1}, V_{n+1}) = x_{n+1} - x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_{n+1}, V_{n+1}) + f(x_n, V_n)]$$
(2.24)

$$G(x_{n+1}, V_{n+1}) = Y_N V_{n+1} - I(x_{n+1}, V_{n+1})$$
(2.25)

Los valores desconocidos de  $x_{n+1} V_{n+1}$  deben satisfacer las siguientes condiciones:

$$F(x_{n+1}, V_{n+1}) = 0 (2.26)$$

$$G(x_{n+1}, V_{n+1}) = 0 (2.27)$$

Para resolver las ecuaciones se emplea el método de Newton, el cual puede ser escrito para la iteración (k+1) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} x_{n+1}^{k+1} \\ V_{n+1}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1}^{k} \\ V_{n+1}^{k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{n+1}^{k} \\ \Delta V_{n+1}^{k} \end{bmatrix}$$
(2.28)

Para obtener los valores de  $\Delta x_{n+1}^k$  y  $\Delta V_{n+1}^k$  se resuelve de la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} -F(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \\ -G(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial V} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{n+1}^k \\ \Delta V_{n+1}^k \end{bmatrix}$$
(2.29)

El jacobiano se halla para  $x = x_{n+1}$  y  $V = V_{n+1}$  y tiene la siguiente estructura:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial V} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_D & B_D \\ C_D & Y_D \end{bmatrix}$$
(2.30)

La solución de las ecuaciones (2.26) y (2.27) pueden expresarse en términos de las matrices como:

$$A_D \Delta x_{n+1}^k + B_D \Delta V_{n+1}^k = -F(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k)$$
(2.31)

$$C_D \Delta x_{n+1}^k + Y_D \Delta V_{n+1}^k = -G(x_{n+1}^k, V_{n+1}^k)$$
(2.32)

A partir de estas ecuaciones es posible hallar  $\varDelta x_{n+1}^k$  y  $\varDelta V_{n+1}^k$  a partir de:

$$\Delta x_{n+1}^k = -A_D^{-1} [F_{n+1}^k, B_D \Delta V_{n+1}^k]$$
(2.33)

$$(Y_D - C_D A_D^{-1} B_D) \Delta V_{n+1}^k = -G_{n+1}^k + C_D A_D^{-1} F_{n+1}^k$$
(2.34)

Finalmente, teniendo estos valores se hallan  $x_{n+1}$  y  $V_{n+1}$  a partir de la ecuación (2.28). Se debe tener en cuenta que el procedimiento anterior es válido cuando las funciones F y G son diferenciables. Cuando se produce una discontinuidad tal como un falla u operación de interruptores, solo se resuelven las ecuaciones de red para corregir los valores del vector V en el instante que ocurre la perturbación, el vector de estado x no se cambia. Luego se continúa con el proceso de integración implícita.

# 3. METODOLOGÍA

En el presente capítulo, se describe el desarrollo del conjunto de ecuaciones que modela un sistema eléctrico de potencia. Además, se describe el método que se emplea para la solución del sistema de ecuaciones en el desarrollo del código.

# 3.1. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ROTOR

Teniendo en cuanta las corrientes de eje directo y cuadratura:

$$i_{d} = \left(\frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} - \frac{E_{B}X_{Tq}}{D} \cos \delta - \frac{E_{B}R_{T}}{D} \sin \delta$$
(3.1)

$$i_q = \left(\frac{L_{ads} * R_T}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} - \frac{E_B R_T}{D} \cos \delta - \frac{E_B X_{Tq}}{D} \sin \delta$$
(3.2)

Donde:

$$X_{Tq} = X_E + (L_{aqs} + L_l) = X_E + X_{qs}$$
$$X_{Td} = X_E + (L'_{ads} + L_l) = X_E + X'_{ds}$$
$$D = R_T^2 + X_{Tq}X_{Td}$$
$$R_T = R_a + R_e$$

Teniendo en cuenta que la  $R_e$  y  $X_E$  corresponde al equivalente de Thévenin de la Figura 4.

#### Figura 4

Equivalente de Thévenin de la máquina síncrona conectada a un gran sistema a través de líneas de

transmisión



# a. Configuración general



## b. Sistema equivalente

El sistema puede reducirse debido al tamaño relativo del sistema al que la máquina está suministrando energía, ya que la dinámica asociada con la máquina prácticamente no provocará ningún cambio en la tensión ni en la frecuencia.

Al ya tener la representación matemática de las corrientes en cada eje de la máquina síncrona, se procede a reemplazar en las expresiones de los flujos de enlace mutuos de los ejes d y q correspondientes a las ecuaciones (2.6) y (2.8). Después de factorizar y ordenar las variables de las ecuaciones resultantes, se tienen las siguientes expresiones:

$$\psi_{ad} = L'_{ads} \left[ \left( \frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D} + \frac{1}{L_{fd}} \right) \psi_{fd} - \frac{E_B X_{Tq}}{D} \cos \delta - \frac{E_B R_T}{D} \sin \delta \right]$$
(3.3)

$$\psi_{aq} = -L_{ads} \left[ \left( \frac{L_{ads} * R_T}{(L_{ads} + L_{fd}) * D} \right) \psi_{fd} - \frac{E_B R_T}{D} \cos \delta - \frac{E_B X_{Tq}}{D} \sin \delta \right]$$
(3.4)

$$i_{fd} = -\frac{L'_{ads}}{L_{fd}} \left[ \left( \frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D} + \frac{1}{L_{fd}} - \frac{1}{L'_{ads}} \right) \psi_{fd} - \frac{E_B X_{Tq}}{D} \cos \delta - \frac{E_B R_T}{D} \sin \delta \right]$$
(3.5)

Con los flujos de enlace mutuos expresados en términos de las variables del sistema y de los parámetros de la máquina se procede a reemplazar en las ecuaciones (2.1),(2.2),(2.3) que representan la dinámica del circuito rotor.

$$\rho \psi_{fd} = \omega_0 \left[ e_{fd} - R_{fd} i_{fd} \right]$$

$$\rho \psi_{fd} = \omega_0 e_{fd} + \frac{\omega_0 R_{fd} L'_{ads}}{L_{fd}} \left[ \left( \frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D} + \frac{1}{L_{fd}} - \frac{1}{L'_{ads}} \right) \psi_{fd} - \frac{E_B X_{Tq}}{D} \cos \delta - \frac{E_B R_T}{D} \sin \delta \right]$$
(3.6)

$$\rho \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \Delta \omega_r)$$

$$\rho \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - \psi_{ad} i_q - \psi_{aq} i_d - K_D \Delta \omega_r)$$
(3.7)

$$\rho \delta = \omega_0 \Delta \omega_r \tag{3.8}$$

# 3.2. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL ESTATOR

Teniendo en cuenta las ecuaciones (3.1) y (3.2) se reemplazan en las ecuaciones (2.15) y (2.16) para hallar los valores de  $I_R$  y  $I_I$ 

$$I_{R} = \left(\frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} \sin \delta + \left(\frac{L_{ads} * R_{T}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} \cos \delta - \frac{E_{B}R_{T}}{2} \left(\frac{E_{B}X_{Tq}}{D}\right) \cos \delta \sin \delta - \frac{E_{B}R_{T}}{D} \sin^{2} \delta - \frac{E_{B}R_{T}}{D} \cos^{2} \delta$$
(3.9)

$$I_{I} = \left(\frac{L_{ads} * R_{T}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} \sin \delta - \left(\frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D}\right) \psi_{fd} \cos \delta$$

$$- \frac{E_{B}X_{Tq}}{D} \sin^{2} \delta + \frac{E_{B}X_{Tq}}{D} \cos^{2} \delta$$
(3.10)

Estas ecuaciones hacen referencia a las corrientes existentes en el transformador por medio de los cuales se conectan las máquinas.

# 3.3. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA MÁQUINA MEDIANTE INTEGRACIÓN IMPLÍCITA

Este proceso se lleva a cabo empleando la regla trapezoidal, dando como resultado las siguientes ecuaciones:

$$f_{1} = \psi_{fd(n+1)} - \psi_{fd(n)} - \Delta t \omega_{0} e_{fd} + \frac{\omega_{0} R_{fd} L'_{ads} \Delta t}{L_{fd}} \left[ \begin{pmatrix} \frac{L_{ads} * X_{Tq}}{(L_{ads} + L_{fd}) * D} + \frac{1}{L_{fd}} - \frac{1}{L'_{ads}} \end{pmatrix} (\psi_{fd(n+1)} + \psi_{fd(n)}) - \frac{E_{B} X_{Tq}}{D} (\cos \delta_{(n+1)} + \cos \delta_{n}) - \frac{E_{B} R_{T}}{D} (\sin \delta_{(n+1)} + \sin \delta_{n}) \right]$$
(3.11)

$$f_{2} = \Delta \omega_{r(n+1)} - \Delta \omega_{r(n)} - \frac{\Delta t}{4H} (T_{m} - (\psi_{ad(n+1)} i_{q(n+1)} + \psi_{ad(n)} i_{q(n)}) - (\psi_{aq(n+1)} i_{d(n+1)} + \psi_{aq(n)} i_{d(n)}) - K_{D} (\Delta \omega_{r(n+1)} + \Delta \omega_{r(n)}))$$
(3.12)

$$f_3 = \delta_{n+1} - \delta_{n-1} \frac{\omega_0 \Delta t}{2} \left( \Delta \omega_{r(n+1)} + \Delta \omega_{r(n)} \right)$$
(3.13)

Siguiendo con el método de la regla trapezoidal, a partir de la ecuación (2.25) se reemplazan los componentes matriciales obtenido el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{NR} & -Y_{NI} \\ Y_{NI} & Y_{NR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{R(n+1)} \\ E_{I(n+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{R(n+1)} \\ I_{I(n+1)} \end{bmatrix}$$
(3.14)

Donde los elementos de la matriz  $Y_N$  se expresan como un arreglo de los componentes reales e imaginarios de la matriz  $Y_{barra}$ . De igual forma, las tensiones de las barras se organizan según el marco de referencia R-I.

A partir de la ecuación (3.14) se obtiene las expresiones que representan la estática de la máquina síncrona tal y como se muestra a continuación:

$$g_{1} = Y_{NR}E_{R(n+1)} - Y_{NI}E_{I(n+1)} - \left(\frac{L_{ads}*X_{Tq}}{(L_{ads}+L_{fd})*D}\right)\psi_{fd}\sin\delta_{(n+1)} - \left(\frac{L_{ads}*R_{T}}{(L_{ads}+L_{fd})*D}\right)\psi_{fd}\cos\delta_{(n+1)} + 2\left(\frac{E_{B}X_{Tq}}{D}\right)\cos\delta_{(n+1)}\sin\delta_{(n+1)} + \frac{E_{B}R_{T}}{D}\sin^{2}\delta_{(n+1)} + \frac{E_{B}R_{T}}{D}\cos^{2}\delta_{(n+1)}$$
(3.15)

$$g_{2} = Y_{NI}E_{R(n+1)} - Y_{NR}E_{I(n+1)} - \left(\frac{L_{ads}*R_{T}}{(L_{ads}+L_{fd})*D}\right)\psi_{fd}\sin\delta_{(n+1)} + \left(\frac{L_{ads}*X_{Tq}}{(L_{ads}+L_{fd})*D}\right)\psi_{fd}\cos\delta_{(n+1)} + \frac{E_{B}X_{Tq}}{D}\sin^{2}\delta_{(n+1)} - \frac{E_{B}X_{Tq}}{D}\cos^{2}\delta_{(n+1)}$$
(3.16)

## 3.4. REPRESENTACIÓN DEL JACOBIANO DEL SISTEMA

El jacobiano del sistema se representa empleando derivadas parciales tal y como se muestra en la ecuación (2.30) . Inicialmente, se hallan los términos de la componente  $A_D$  la cual corresponde a las derivadas parciales de las ecuaciones (3.11) a (3.13) con respecto a las variables de estado definidas según las ecuaciones diferenciales planteadas en las expresiones (3.6) a (3.8).

$$AD = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \psi_{fd(n+1)}} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta \omega_{r(n+1)}} & \frac{\partial f_1}{\partial \delta_{n+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \psi_{fd(n+1)}} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta \omega_{r(n+1)}} & \frac{\partial f_2}{\partial \delta_{n+1}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \psi_{fd(n+1)}} & \frac{\partial f_3}{\partial \Delta \omega_{r(n+1)}} & \frac{\partial f_3}{\partial \delta_{n+1}} \end{bmatrix}$$
(3.17)

Para encontrar los términos de la componente BD del jacobiano, se derivan parcialmente las ecuaciones (3.11) a (3.13) con respecto a las tensiones de las barras enmarcadas en los ejes de referencia R-I.

$$BD = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial E_{R(n+1)}} & \frac{\partial f_1}{\partial E_{I(n+1)}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial E_{R(n+1)}} & \frac{\partial f_2}{\partial E_{I(n+1)}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial E_{R(n+1)}} & \frac{\partial f_3}{\partial E_{I(n+1)}} \end{bmatrix}$$
(3.18)

Para encontrar los términos de la componente CD del jacobiano, se derivan parcialmente las ecuaciones (3.15) a (3.16) con respecto a las variables de estado definidas según las ecuaciones diferenciales planteadas en las expresiones (3.6) a (3.8).

$$CD = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \psi_{fd(n+1)}} & \frac{\partial g_1}{\partial \Delta \omega_{r(n+1)}} & \frac{\partial g_1}{\partial \delta_{n+1}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \psi_{fd(n+1)}} & \frac{\partial g_2}{\partial \Delta \omega_{r(n+1)}} & \frac{\partial g_2}{\partial \delta_{n+1}} \end{bmatrix}$$
(3.19)

Para encontrar los términos de la componente YD del jacobiano, se derivan parcialmente las ecuaciones (3.15) a (3.16) con respecto a las tensiones de las barras enmarcadas en los ejes de referencia R - I.

$$YD = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial E_{R(n+1)}} & \frac{\partial g_1}{\partial E_{I(n+1)}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial E_{R(n+1)}} & \frac{\partial g_1}{\partial E_{I(n+1)}} \end{bmatrix}$$
(3.20)

Por su parte, los términos de la matriz  $Y_N$  resultan de la topología del sistema. De esta manera, se obtiene el jacobiano del sistema expresado de la siguiente manera:

$$[J] = \begin{bmatrix} AD & BD \\ CD & YD \end{bmatrix}$$
(3.21)

Una vez obtenido el jacobiano se prosigue a despejar los valores de  $\Delta x^k_{n+1}$  y  $\Delta V^k_{n+1}$  según la ecuación (2.29) y se resuelve la expresión (2.28) para obtener las nuevas variables de estado y las tensiones del sistema de potencia.

# 4. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al emplear la aplicación desarrollada en App Designer. El caso de estudio corresponde a un pequeño sistema eléctrico de potencia compuesto por un generador, barra infinita, transformador, líneas de transmisión y tres cargas.

### 4.1. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL

En este trabajo de grado se desarrollaron los programas en Matlab con la herramienta App Designer, ya que permite visualizar el comportamiento dinámico del sistema eléctrico de potencia ante una perturbación. El contenido y las principales características se muestran a continuación:

> Permite visualizar el comportamiento de las siguientes variables:

- Tensiones de las barras del sistema
- Ángulo, flujo y desviación de velocidad en el rotor
- Torque eléctrico
- Corrientes del sistema
- Los datos de entrada corresponden a los datos de los elementos del sistema y los parámetros del generador. Adicionalmente, el tiempo de simulación, el tiempo de falla, el tiempo de despeje de falla y el paso de integración se pueden ajustar de acuerdo con la necesidad del usuario.
- Solo se permite evaluar el comportamiento dinámico del sistema en condiciones balanceadas, es decir, se considera solo falla trifásica.
- > Utiliza la regla trapezoidal para resolver las ecuaciones diferenciales y algebraicas del sistema.

### 4.2. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL CASO DE ESTUDIO

El caso de estudio corresponde a sistema de potencia, compuesto de tres cargas, un generador, un transformador, una barra infinita, cuatro líneas de modelo línea corta y dos líneas modelo pi (ver Figura 5). Las impedancias del sistema tienen valores en por unidad sobre las bases de 900 MVA y 230 kV, y las

impedancias se muestran en la Tabla 1.

#### Figura 5

Sistema correspondiente al caso de estudio



#### Tabla 1

Valores de la impedancia del sistema

PARÁMETRO	IMPEDANCIA	REACTANCIA
Línea 1-2_1	0,5j	0
Línea 1-2_2	0,93j	0
Línea 2-3	0,01+0,1j	0,175j
Transformador	0,15j	0
Línea 3-5	0,01+0,1j	0,175j
Línea 5-6	0,5j	0
Línea 5-7	0,93j	0

Los parámetros del generador se encuentran en la Tabla 2, con base de 900 MVA y 20 kV. No se tienen en cuenta los efectos de saturación magnética ni tampoco los amortiguadores en los ejes d y q.

#### Tabla 2

Parámetros del generador

PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD
Xd	1,81	ри
X'd	0,3	ри
X"d	0,23	ри
Ra	0,003	pu
Xq	1,76	ри
X'q	0,65	ри
X"q	0,25	pu
Xi	0,15	pu
KD	0	pu
н	3,5	S
T'd0	8	S

La condición operativa de pre-falla del sistema se muestra en la Tabla 3.

#### Tabla 3

Condición operativa pre-falla

SIMULACIÓN EN TIEMPO REAL EMPLEANDO MATLAB

BARRA	TIPO	VALOR
1/Clask)	V	0,90081 pu
T(SIACK)	Φ	0 grados
3(PQ)	Р	210 MW
	Q	136 MVAr
4(PV)	Р	644 MW
	V	1,03 pu
	Р	267 MW
6(PQ)	Q	100 MVAr
7(PQ)	Р	167 MW
	Q	100 MVAr

#### 4.2.1. Caso 1

Para este primer caso, se considera una falla trifásica entre las barras 3 y 5 ocurriendo en un tiempo de 1 s. La falla se despeja abriendo ambos extremos de la línea 0.07 s después de ocurrida la falla y un paso de integración de 0.01 s. Los resultados obtenidos en la simulación para distintas variables del sistema se pueden apreciar desde la Figura 6 hasta la Figura 15.

#### Figura 6

Ángulo del rotor para el caso 1



Tensión en la barra del generador para el caso 1



#### Tensión en la barra 3 para el caso 1



#### Figura 9

Tensión en la barra 6 para el caso 1



Tensión en la barra 7 para el caso 1





Torque eléctrico para el caso 1



#### Corriente en el generador para el caso 1



#### Figura 13





#### Corriente de la carga 2 para el caso 1



#### Figura 15







Corriente de la barra 2 a 3 para el caso 1

#### Figura 17

Corriente de la barra 3 a 5 para el caso 1



#### 4.2.2. Caso 2

Para este segundo caso, se considera una falla trifásica entre las barras 5 y 7 ocurriendo en un tiempo de 1 s. La falla se despeja abriendo ambos extremos de la línea en 0.07 s después de ocurrida la falla y un paso de integración de 0.01 s. Los resultados obtenidos en la simulación para distintas variables del sistema se pueden apreciar desde la Figura 18 hasta la Figura 29.

#### Figura 18

Ángulo del rotor para el caso 2



#### Figura 19

Tensión en la barra del generador para el caso 2







#### Tensión en la barra 6 para el caso 2



#### Figura 22

#### Tensión en la barra 7 para el caso 2







#### Figura 24









#### Figura 26

Corriente de la carga 2 para el caso 2







#### Figura 28







Corriente de la barra 3 a 5 para el caso 2



En este tercer caso, se considera la desconexión de la carga 3 (barra 3) ocurriendo después de 1 s. Esta desconexión se representa con valores de potencia activa y reactiva iguales a cero, para las demás cargas no se realiza ninguna modificación de potencia. Los resultados obtenidos en la simulación para distintas variables del sistema se pueden apreciar desde la Figura 30 hasta la Figura 40.

#### Figura 30

Ángulo del rotor para el caso 3







Tensión en la barra 3 para el caso 3





Tensión en la barra 6 para el caso 3



Tensión en la barra 7 para el caso 3





Torque eléctrico para el caso 3

















#### Figura 39

Corriente de la carga 3 para el caso 3





Corriente de la barra 2 a 3 para el caso 3



Para el cuarto caso, se considera modificar la carga 3 (barra 3) disminuyendo la potencia activa a 30 [MW], para el resto de las cargas no se realizan modificaciones de potencia. A continuación, se muestran las gráficas de magnitud de tensión y corriente del generador (Figura 41 y Figura 42).

#### Figura 41

Tensión en la barra del generador para el caso 4







#### 4.2.5. Caso 5

Para el quinto caso, se considera modificar la carga 3 (barra 3) aumentando la potencia activa a 290 [MW], para el resto de las cargas no se realizan modificaciones de potencia. A continuación, se muestran las gráficas de magnitud de tensión y corriente del generador (Figura 43 y Figura 44).

#### Figura 43





Figura 44

*Corriente en el generador para el caso 5* 



# **5. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS**

### 5.1. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta que el objetivo general era diseñar y elaborar un *software* que permita simular en tiempo real un sistema eléctrico de potencia de pequeña dimensión empleando Matlab. Según los resultados obtenidos en el capítulo 4 se puede decir que se cumplió ya que:

 Empleando la herramienta de Matlab App Designer, se pudo analizar el sistema en estado estable, cuando se produjo la falla y después de esta, pudiendo obtener las magnitudes de las tensiones de las barras, corrientes del sistema y variables del generador de forma continua en el tiempo.

- El acceso aplicativo de App Designer es muy fácil de obtener ya que el usuario solo necesita tener instalado Matlab, además los parámetros de entrada son sencillos de modificar y solo se necesita tener claro los datos de estado estable del sistema, ya que el resto de los parámetros lo calcula el programa.
- Entre más cerca la falla al generador se observó que el estado subtransitorio y transitorio tiene mayor número de oscilaciones en las tensiones de barra, torque eléctrico, ángulo del rotor y magnitud de corriente.
- El sistema de potencia al tener una barra infinita, tanto las magnitudes de corriente como de tensión de las cargas, no experimentan mayores cambios ni antes ni después de la perturbación en cualquiera de los dos casos.
- Como se observa en el caso 4.2.3 se pueden desconectar o modificar las cargas cambiando los parámetros de potencia activa y reactiva, estas modificaciones se pueden realizar en las tres cargas a la vez.
- Al variar los límites de potencia activa en la carga 3 (casos 4.2.4 y 4.2.5), el generador en un punto no puede encontrar la tensión y corriente necesaria para suministrar la nueva potencia del sistema, esto se explica ya que al no haber control sobre el torque del generador no puede manejar un cambio de potencia activa fuera de un rango de 30 [MW] a 290 [MW].

## 5.2. SUGERENCIAS

Se espera que este trabajo sea tomado como base para posteriores desarrollos e investigaciones, se

sugiere:

- Analizar sistema de potencia de mayor tamaño
- Simular la respuesta del sistema en condiciones desbalanceadas

# BIBLIOGRAFÍA

<sup>1</sup> Camacho Pardo, Óscar, Mendoza Contreras, Diana Sofía, Vargas Torres, Hermann Raúl, & Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Tesis. (2018). MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA S ÍNCRONA CONECTADA A UNA RED DE POTENCIA INFINITA EMPLEANDO SOLUCIÓN SIMULTÁNEA CON INTEGRACIÓN IMPLÍCITA EN JAVASCRIPT PARA ESTUDIOS DE E STABILIDAD DE ÁNGULO DE GRAN PERTURBACIÓN [RECURSO ELECTRÓNICO]. UIS.

<sup>2</sup> Jos (10584). (2022). Getkey (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7465getkey), MATLAB Central File Exchange.

<sup>3</sup> Kundur, Prabha, Lauby, Mark G, & Balu, Neal J. (1994). *POWER SYSTEM STABILITY AND CONTROL*. McGraw-Hill.

<sup>4</sup>Vásquez Calderón, Guerrero Parra, J., & Vargas Torres, H. R. (2016). MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA MÁQUINA SÍNCRONA CONECTADA A UNA BARRA INFINITA EMPLEANDO PROCESAMIENTO PARALELO Y SOLUCIÓN PARTICIONADA [recurso electrónico]. UIS.