

**APLICACIÓN DE UN MODELO VISCOPLASTICO PARA ANALIZAR EL  
COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS ROCAS EN UN POZO  
UTILIZANDO EL SOFTWARE DE SIMULACION ANSYS**

**EDGAR ALEXANDER ILLIDGE ARAUJO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA, JULIO de 2008**

**APLICACIÓN DE UN MODELO VISCOPLASTICO PARA ANALIZAR EL  
COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS ROCAS EN UN POZO  
UTILIZANDO EL SOFTWARE DE SIMULACION ANSYS**

**EDGAR ALEXANDER ILLIDGE ARAUJO**

**Tesis en modalidad de investigación para optar el titulo de ingeniero Civil**

**DIRECTORES**

**Ph.D Gustavo Chio Cho**  
**Docente UIS**

**G. Darwin Mateus Tarazona**  
**Profesional de Proyectos**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**  
**FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL**  
**BUCARAMANGA, JULIO de 2008**

## NOTA DE ACEPTACIÓN

Comentarios:

---

---

---

---

---

---

Presidente del Jurado

---

Evaluador 1

---

Evaluador 2

Bucaramanga, Julio de 2008.

## DEDICATORIA

Este trabajo esta especialmente dedicado a *Judith Maria Araujo Hernández*, la mejor de todas las amigas, la más grata y fiel compañera, amiga de mis amigos y la más grande y mejor de todas las madres. Mami, eres lo más grande y mas hermoso de mi vida. Y a mi padre *José Ceferino Illidge Gómez* que nunca ha dudado ni un instante de mis capacidades, con el amor a su familia y su inmenso corazón, se ha ganado mi total admiración y ha sembrado en mí, el anhelo de ser un gran hombre, como el. Muchas Gracias Padres.

A toda mi familia: mis hermanos *Erick Johan Illidge Araujo*, *Stanley Marcos Illidge Araujo* y *Jorge Mario Illidge Araujo*, que me han acompañado siempre en esta travesía de la vida.

A mis amigos incondicionales, casi hermanos, Guillermo, Cesar, Andrés, y Nicolás, por haberme dado la oportunidad de su amistad, por las noches de farra que pasamos juntos, por los pocos malos momentos y por muchos excelentes momentos.

A mi amiga y siempre compañera Marcela Judith Ochoa sin ella nada de esto hubiese sido posible gracias amor. A mi hijo motor de mis sueños e ilusiones gracias Juan Sebastian Illidge Ochoa (hermoso regalo de Dios).

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor presenta su agradecimiento a todas las entidades y personas que colaboraron de la manera mas desinteresada para poder llevar a cabo este proyecto

A Dios por todas las bendiciones que cobijaron mi camino y las grandes experiencias vividas durante este recorrido

## CONTENIDO

	Pag
INTRODUCCION .....	29
1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECÁNICA APLICADA A LA.....	32
ESTABILIDAD DE POZO .....	32
1.1. GEOMECÁNICA.....	32
1.2. ESTABILIDAD DE POZOS.....	34
1.3. BREVE REVISIÓN DEL MÉTODO QUE COMUNMENTE SE HA UTILIZADO PARA REALIZAR UN ANALISIS DE ESTABILIDAD DE POZO. .....	36
1.3.1 PROPIEDADES MECANICAS.....	36
1.3.2 MODULOS ELASTICOS.....	38
1.3.3 MEDICION DE ESFUERZOS IN-SITU, ORIENTACIONES Y MAGNITUDES.....	39
1.3.3.1 FRACTURACION HIDRAULICA.....	42
1.3.3.2. DIRECCIONES DE PERFORACION.....	44
2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA Y LA SOLUCION .....	50
2.1 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA. ....	50
2.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA.....	50
2.3 JUSTIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN.....	51
3. PRINCIPIOS DE REOLOGIA COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS ROCAS.....	53
3.1 CUERPOS TEÓRICOS Y ANALOGÍAS MECÁNICAS .....	53
3.1.1 <i>Comportamiento elástico</i> .....	54
3.1.2 <i>Comportamiento viscoso</i> .....	55
3.1.3 <i>Comportamiento plástico</i> .....	57
3.2 TEORÍA DE LA ELASTICIDAD LINEAL.....	59
3.2.1 <i>Análisis de deformación</i> .....	65
3.2.2 <i>Relaciones esfuerzo-deformación</i> .....	69
3.2.3 <i>Estado de Esfuerzos planos</i> .....	73

<b>3.2.4 Estado de deformaciones planas generalizadas en elasticidad anisótropa</b> .....	74
<b>3.2.5 Análisis en coordenadas polares</b> .....	76
<b>3.3 TEORÍA DE LA PLASTICIDAD</b> .....	78
<b>3.3.1 Comportamiento uniaxial de sólidos elastoplásticos</b> .....	79
3.3.1.1 Dominio Elástico .....	80
3.3.1.2 Efecto Baushinger .....	80
3.3.1.3 Idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación.....	81
3.3.1.4 Modelo Elastoplástico perfecto.....	81
3.3.1.5 Modelo Elastoplástico perfecto con endurecimiento cinemático lineal.....	83
3.3.1.6 Modelo Elastoplástico perfecto con endurecimiento isótropo.....	84
<b>3.3.2 Sólidos tridimensionales elastoplásticos</b> .....	85
<b>3.4 CRITERIOS DE FALLA</b> .....	86
<b>3.4.1 Modelos para metales</b> .....	86
3.4.1.1 Criterio de Rankine.....	86
3.4.1.2 Criterio de Tresca.....	87
3.4.1.3 Criterio de Von Mises o de la Energía máxima de distorsión.....	89
<b>3.4.2 Modelos para rocas y suelos</b> .....	91
3.4.2.1 Criterio de Mohr Coulomb.....	91
3.4.2.2 Criterio de Drucker-Prager.....	93
3.4.2.3 Modelos No Estándar.....	94
<b>4. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DE LA VISCOPLASTICIDAD Y EL EFECTO CREEP (FLUENCIA LENTA)</b> .....	96
<b>4.1 VISCOPLASTICIDAD</b> .....	96
4.1.1 Modelo de Perzyna.....	96
4.1.2 Modelo de Anand.....	101
<b>4.2 EFECTO CREEP (FLUENCIA LENTA)</b> .....	104
<b>4.2.1 MECANISMOS DE CREEP</b> .....	105
4.2.1.1 Componentes fundamentales.....	105
4.2.1.1.1 Creep transitorio.....	106

4.2.1.1.2 Creep viscoso.....	107
4.2.1.1.3 Rotura por creep.....	109
<b>4.2.2 PROPIEDADES DEL CREEP.....</b>	<b>109</b>
4.2.2.1 Análisis de las curvas de creep.....	109
4.2.2.1.1 Creep Primario.....	112
4.2.2.1.2 Creep Secundario.....	113
4.2.2.1.3 Creep Terciario.....	113
<b>5. GENERALIDADES SOBRE MODELAMIENTO NUMERICO.....</b>	<b>115</b>
<b>5.1 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>115</b>
5.1.1 <i>Concepto</i> .....	116
5.1.2 <i>Proceso de Análisis por Elementos Finitos</i> .....	118
5.1.3 <i>Método Directo</i> .....	119
5.1.3.1 Elemento Resorte.....	119
5.1.3.2 Elemento Barra en Una Dimensión.....	121
5.1.3.3 Elemento Barra en Dos Dimensiones.....	122
5.1.3.4 Elemento Viga.....	125
<b>5.2 GENERALIDADES DEL MODELAMIENTO EN ANSYS.....</b>	<b>128</b>
5.2.1 <i>Estructura de ANSYS</i> .....	130
5.2.1.1 Inicio del Programa.....	131
5.2.1.3 Estructura del menú de preferencias.....	132
5.2.1.4 Estructura del menú principal.....	133
5.2.1.5 Ventanas de diálogo.....	133
5.2.1.6 Opción de ventanas de entrada de comandos.....	133
5.2.2 <i>Generalidades de la Creación Geométrica de modelos sólidos en ansys</i> .....	134
5.2.2.1 Entidades de un modelo solidó.....	136
5.2.2.2 Operaciones booleanas.....	137
5.2.3 <i>Comportamientos de materiales elásticos no lineales e inelásticos en ANSYS</i> .....	138
5.2.3.1 Plasticidad independiente del tiempo en ANSYS.....	139
5.2.3.2 Plasticidad dependiente del tiempo en ANSYS.....	140
<b>6. METODOLOGÍA UTILIZADA PARA LA CONSTRUCCION DE LOS MODELOS DEL CONTORNO DE UN POZO POZOALEX R1, EN ANSYS..</b>	<b>142</b>

<b>6.1. GENERALIDADES DEL CAMPO POZOALEX.....</b>	<b>143</b>
<b>6.2 GENERALIDADES DEL POZO POZOALEX R1.....</b>	<b>144</b>
<b>6.3. ANALISIS Y ADECUACION DE DATOS DE LA FORMACION MIRADOR.....</b>	<b>157</b>
<b>6.4 CREACIÓN DEL MODELO GEOMÉTRICO EN ANSYS. ....</b>	<b>161</b>
<b>6.4.1 Modelo de puntos (en ANSYS “Keypoints”).....</b>	<b>162</b>
<b>6.4.2 Modelo de líneas (en ANSYS “lines o splines”).....</b>	<b>163</b>
<b>6.4.3 Modelo de volúmenes ensamblado.....</b>	<b>164</b>
<b>6.5 ENMALLADO DEL MODELO GEOMÉTRICO. ....</b>	<b>167</b>
<b>6.5.1 Breve descripción de los elementos utilizados para realizar el     enmallado de los modelos del pozo.....</b>	<b>167</b>
<b>6.5.2 Enmallado del modelo elástico lineal isotrópico.....</b>	<b>171</b>
<b>6.6. CARACTERIZACIÓN DE LOS MODELOS (ASIGNACIÓN DE PROPIEDADES DE LAS ROCAS A LOS MODELOS).....</b>	<b>173</b>
<b>6.7 APLICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA (RESTRICCIÓN DE GRADOS DE LIBERTAD), Y DE LAS CARGAS EXTERNAS E INTERNAS AL SOLIDÓ.....</b>	<b>184</b>
<b>6.8 RESULTADOS GRÁFICOS.....</b>	<b>187</b>
<b>6.8.1 Modelo elástico lineal isotrópico.....</b>	<b>187</b>
<b>6.8.1.1 Modelo elástico lineal isotrópico con ISTRESS. ....</b>	<b>187</b>
<b>6.8.1.2 Modelo elástico lineal isotrópico con SFGRAD.....</b>	<b>192</b>
<b>6.8.2 Modelo viscoplástico de Perzyna.....</b>	<b>196</b>
<b>6.8.2 1 Modelo viscoplástico de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>196</b>
<b>6.8.2 2 Modelo viscoplástico de Perzyna con SFGRAD.....</b>	<b>205</b>
<b>6.8.3 Modelo viscoplástico de Anand.....</b>	<b>207</b>
<b>7. VALIDACION DE RESULTADOS .....</b>	<b>210</b>
<b>7.1 ULTRASONIC BOREHOLE IMAGEN (UBI).....</b>	<b>210</b>
<b>7.2 MODELOS VISCOPLASTICOS CON MODELO ELÁSTICO LINEAL ISOTRÓPICO.....</b>	<b>217</b>
<b>7.2.1 Elástico Lineal Isotrópico VS Modelo de Perzyna (caso con         ISTRESS que es el más detallado).....</b>	<b>217</b>
<b>7.2.2 Elástico Lineal Isotrópico VS Modelo de Anand (caso con         SFGRAD por imposibilidad de usar ISTRESS con Anand).....</b>	<b>220</b>
<b>7.3 ELÁSTICO LINEAL ISOTRÓPICO VS REGISTROS UBI.....</b>	<b>223</b>
<b>7.4 MODELO DE PERZYNA VS REGISTROS UBI.....</b>	<b>225</b>

<b>7.5 MODELO DE ANAND VS REGISTROS UBI.....</b>	<b>227</b>
<b>8. CONCLUSIONES.....</b>	<b>228</b>
<b>9. RECOMENDACIONES.....</b>	<b>229</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFIAS.....</b>	<b>231</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>252</b>

## LISTA DE FIGURAS

Pag

Figura N° 1 Propiedades mecánicas en una ventana virtual.....	38
Figura N° 2 Breakout experimental en Laboratorio. Relación de esfuerzos y orientación.....	41
Figura N° 3 Imagen acústica de las paredes del pozo, Proceso de orientación y medición del Breakout para estudios de esfuerzos In Situ.....	42
Figura N° 4 Mapa de anisotropía a partir de Acústicos dipolares cruzados. El color amarillo representa la orientación del esfuerzo máximo horizontal (SH).....	42
Figura N° 5 Esquema del equipo de Hidrofracturación.....	43
Figura N° 6 grafico de las facturas producidas en el ensayo de Hidrofracturación.....	44
Figura N° 7 Modelado en condiciones de régimen de tipo normal.....	46
Figura N° 8 Modelado en condiciones de régimen de tipo inverso.....	46
Figura N° 9 Modelado en condiciones de régimen de tipo transcurrente.....	47
Figura N° 10. Posibles direcciones de perforación.....	47
Figura N° 11. Pozo horizontal hacia el oeste. Condiciones de Breakout= 0°. Presión de lodo demasiado elevada generaría fracturas inducidas = pérdidas de circulación.....	49
Figura N° 12. Pozo horizontal hacia el oeste. Condiciones de Breakout= 30°. La presión de lodo sigue siendo demasiado elevada. Esta opción también debe descartarse Condiciones de Breakout= 60°. Esta opción es factible. ....	49
Figura N° 13. Ventana de lodo segura.....	50
Figura N° 14- Los cuerpos teóricos elementales y sus analogías mecánicas. A- comportamiento elástico. B comportamiento viscoso. C- comportamiento plástico.....	55

Figura N° 15- Relaciones esfuerzo-tiempo y deformación-tiempo para los comportamientos elástico, viscoso, elastoviscoso y viscoelástico (o firmoviscoso).....	56
Figura N° 16- Analogías mecánicas de comportamientos teóricos muy realistas. Los dos inferiores corresponden a cuerpos de Bingham.....	59
Figura N° 17 Esfuerzos en un punto.....	61
Figura N° 18. Convención de signos: componentes de esfuerzos, fuerzas de superficie y fuerzas de volumen referidas a las coordenadas cartesianas $x_1$ , $x_2$ y $x_3$ .....	62
Figura N° 19. Componentes de esfuerzo en la dirección $x_1$ .....	64
Figura N° 20. Definición geométrica del dominio y contorno de un cuerpo.....	64
Figura N° 21. Diagrama de esfuerzos en dos dimensiones.....	66
Figura N° 22. Deformaciones resultantes de esfuerzos unidireccionales (a) normales y (b) cortantes que actúan en un elemento diferencial de material elástico.....	67
Figura N° 23 (a) Plano de simetría material; (b) Plano que no corresponde a una simetría material.....	73
Figura N° 24. Material Ortótropo.....	74
Figura N° 25. Ilustración de estado de esfuerzos planos.....	75
Figura N° 26 Componentes de esfuerzo en coordenadas cilíndricas polares en tres dimensiones.....	78
Figura N° 27 Curva esfuerzo-deformación de metales con efectos de descarga y cargas reversibles.....	81
Figura N° 28 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto en el caso: (a) monotónico, (b) cíclico.....	84
Figura N° 29 Centro del dominio elástico.....	84
Figura N° 30 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto considerando endurecimiento cinemático en el caso cíclico (Modelo de Prager).....	85

Figura N° 31 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto considerando endurecimiento isótropo no lineal en el caso cíclico.....	86
Figura N° 32 Estado general de esfuerzos en un elemento representativo de volumen en sólido tridimensional.....	87
Figura N° 33. Comparación de los Criterios de Rankine, Tresca y Von Mises con datos de algunos ensayos. (Popov (1997)).....	88
Figura N° 34 Superficies de fluencia de Tresca y Von Mises para el estado de esfuerzo tridimensional. (Popov (1997)).....	89
Figura N° 35 Descomposición de esfuerzos principales en esfuerzos dilatacionales y distorsionales.....	91
Figura N° 36 Criterio de Mohr-Coulomb (a) Diagrama de Mohr (b) En el espacio de esfuerzos principales. (Halphen y Salençon (1987)).....	92
Figura N° 37 Criterio de falla de Mohr-Coulomb en el plano deviatorico de ecuación; $\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} = 3P$ . (Halphen y Salençon (1987)).....	93
Figura N° 38 Criterio de falla de Drucker-Prager en el espacio de esfuerzos principales.(Halphen y Salençon (1987)).....	95
Figura N° 39. Criterios de falla de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager en el plano deviatorico.....	96
Figura N° 40 Curva del efecto creep.....	106
Figura N° 41 Curva esfuerzo vs deformación del efecto creep.....	111
Figura N° 42 Elemento Resorte.....	120
Figura N° 43 Elemento Barra en Una Dimensión.....	122
Figura N° 44 Elemento Barra en dos Dimensiones.....	124
Figura N° 45 Elemento Viga.....	127
Figura N° 46 Elemento Viga con $u_i=1$ .....	127
Figura N° 47 Elemento Viga con $v_i=1$ .....	128
Figura N° 48 Elemento Viga con $\theta_i=1$ .....	129
Figura N° 49 Asignación del Jobname.....	132
Figura N° 50 ANSYS Output Window.....	133
Figura N° 51 ANSYS Graphics.....	133
Figura N° 52 ANSYS preference.....	133

Figura N° 53 <i>ANSYS Main Menu</i> .....	134
Figura N° 54 <i>Ventana de dialogo</i> .....	134
Figura N° 55 <i>ANSYS Command Window</i> .....	135
Figura N° 56 <i>ANSYS Workplane Settings Window</i> .....	135
Figura N° 57 <i>Sistemas de coordenadas</i> .....	135
Figura N° 58 <i>Cambio de sistema de Coordenadas</i> .....	136
Figura N° 59 <i>Coordenadas Nodales</i> .....	136
Figura N° 60 <i>Entidades Basicas</i> .....	137
Figura N° 61 <i>Menu delete entities</i> .....	137
Figura N° 62 <i>Preprocessor&gt;-Modeling-Create&gt;</i> .....	138
Figura N° 63 <i>Entidades primitivas en 3D</i> .....	138
Figura N° 64 <i>Preprocessor&gt;-Modeling-Operate&gt;</i> .....	138
Figura N° 65 <i>Preprocessor&gt;-Modeling-Operate&gt;- Booleans-Settings</i> .....	139
Figura N° 66 <i>Comportamiento de materiales no lineales en ANSYS</i> .....	140
Figura N° 67 <i>Las relaciones esfuerzo deformación para el comportamiento plástico</i> .....	141
Figura N° 68 <i>Comportamiento de materiales con Plasticidad dependiente del tiempo en ANSYS</i> .....	141
Figura N° 69 <i>Localización del área del campo Pozoalex. Tomado de Well Review BP, 2001.</i> .....	144
Figura N° 70 <i>Localización del pozo Pozoalex R1. Líneas seleccionadas paraSección transversal. Tomado de Well Review BP, 2001.</i> .....	146
Figura N° 71 <i>Línea sísmica en la que se ubica el pozo Pozoalex R1. Tomado de Well Review BP, 2001</i> .....	147
Figura N° 72 <i>Columna litográfica generalizada del campo Pozoalex (Tomada de Martínez, 2003)</i> .....	158
Figura N° 73 <i>Registros Gamma Ray y Sónico para la formación Mirador-Pozo Cuapiagua A1. (BP well review).</i> .....	159
Figura N° 74 <i>Pozo en planta con información</i> .....	162
Figura N° 75 <i>Estableciendo condiciones de trabajo</i> .....	163

Figura N° 76 Modelo de puntos (Coordenadas del pozo en el espacio).....	164
Figura N° 77 Modelo de líneas.....	165
Figura N° 78 Modelo de líneas con sección transversal.....	167
Figura N° 79 Modelo de volúmenes emsamblado.....	168
Figura N° 80 Elemento solid95.....	169
Figura N° 81 Elemento visco107.....	171
Figura N° 82 Modelo reducido a tres capas y unido.....	173
Figura N° 83 Modelo reducido a tres capas y unido enmallado.....	174
Figura N° 84 Gráficos de modulo de young en X versus temperatura del solidó.....	176
Figura N° 85 Gráficos de Poisson mayor XY versus temperatura del solidó.....	177
Figura N° 86 Gráficos de densidad versus temperatura del solidó.....	177
Figura N° 87 Gráfico de modulo de young en X versus temperatura del material.....	178
Figura N° 88 Gráfico de Poisson mayor XY versus temperatura del material.....	178
Figura N° 89 Gráfico de densidad versus temperatura del material.....	178
Figura N° 90 Distribución de la temperatura en el solidó.....	181
Figura N° 91 Gráfico de opciones de modelo de material con las opciones del modelo de Perzyna.....	181
Figura N° 92 Ventana de la opción multilinear en la sección Mises del modelo de Perzyna.....	182
Figura N° 93 Ventana de la tabla de esfuerzo-deformación en la opción multilinear de Mises del modelo de Perzyna.....	182
Figura N° 94 Ventana del material del modelo de Anand el cual no se asocia directamente con las temperaturas .....	184
Figura N° 95 Desplazamientos totales.....	189
Figura N° 96 Esfuerzos de corte en XY.....	189
Figura N° 97 Esfuerzos en X.....	189

<b>Figura N° 98 Esfuerzos en Y.....</b>	<b>190</b>
<b>Figura N° 99 Esfuerzos en Z.....</b>	<b>190</b>
<b>Figura N° 100 Principal estado de esfuerzos.....</b>	<b>190</b>
<b>Figura N° 101 Intensidad de esfuerzos.....</b>	<b>191</b>
<b>Figura N° 102 Deformación en X.....</b>	<b>191</b>
<b>Figura N° 103 Deformación en Y.....</b>	<b>191</b>
<b>Figura N° 104 Deformación en Z.....</b>	<b>192</b>
<b>Figura N° 105 Deformación de corte XY.....</b>	<b>192</b>
<b>Figura N° 106 Deformación Principal estado.....</b>	<b>192</b>
<b>Figura N° 107 Deformación Intensidad.....</b>	<b>193</b>
<b>Figura N° 108 Desplazamientos totales con SFGRAD.....</b>	<b>193</b>
<b>Figura N° 109 Esfuerzos en X con SFGRAD.....</b>	<b>193</b>
<b>Figura N° 110 Esfuerzos en Y con SFGRAD.....</b>	<b>194</b>
<b>Figura N° 111 Esfuerzos en Z con SFGRAD.....</b>	<b>194</b>
<b>Figura N° 112 Esfuerzos de corte en XY con SFGRAD.....</b>	<b>194</b>
<b>Figura N° 113 Esfuerzos Principal con SFGRAD.....</b>	<b>195</b>
<b>Figura N° 114 Esfuerzos Intensidad con SFGRAD.....</b>	<b>195</b>
<b>Figura N° 115 Deformación en X con SFGRAD.....</b>	<b>195</b>
<b>Figura N° 116 Deformación en Y con SFGRAD.....</b>	<b>196</b>
<b>Figura N° 117 Deformación en Z con SFGRAD.....</b>	<b>196</b>
<b>Figura N° 118 Deformación de corte en XY con SFGRAD.....</b>	<b>196</b>
<b>Figura N° 119 Deformación Principal con SFGRAD.....</b>	<b>197</b>
<b>Figura N° 120 Deformación Intensidad con SFGRAD.....</b>	<b>197</b>
<b>Figura N° 121 Convergencia del modelo Perzyna ISTRESS.....</b>	<b>198</b>
<b>Figura N° 122 Desplazamientos Plásticos de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>198</b>
<b>Figura N° 123 Esfuerzos en X de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>198</b>
<b>Figura N° 124 Esfuerzos en Y de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>199</b>
<b>Figura N° 125 Esfuerzos en Z de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>199</b>
<b>Figura N° 126 Esfuerzos de corte en XY de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>199</b>
<b>Figura N° 127 Esfuerzos Principal de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>200</b>
<b>Figura N° 128 Esfuerzos Intensidad de Perzyna con ISTRESS.....</b>	<b>200</b>

Figura N° 129 Esfuerzos equivalente plástico de Perzyna con ISTRESS.....	200
Figura N° 130 proporción de estado de Esfuerzos de Perzyna con ISTRESS.....	201
Figura N° 131 presión hidrostática de Perzyna con ISTRESS.....	201
Figura N° 132 Deformación en X de Perzyna con ISTRESS.....	201
Figura N° 133 Deformación en Y de Perzyna con ISTRESS.....	202
Figura N° 134 Deformación en Z de Perzyna con ISTRESS.....	202
Figura N° 135 Deformación de corte en XY de Perzyna con ISTRESS.....	202
Figura N° 136 Deformación principal de Perzyna con ISTRESS.....	203
Figura N° 137 Deformación intensidad de Perzyna con ISTRESS.....	203
Figura N° 138 Deformación en X plástica de Perzyna con ISTRESS.....	203
Figura N° 139 Deformación en Y plástica de Perzyna con ISTRESS.....	204
Figura N° 140 Deformación en Z plástica de Perzyna con ISTRESS.....	204
Figura N° 141 Deformación de corte en XY plástica de Perzyna con ISTRESS.....	204
Figura N° 142 Deformación principal plástica de Perzyna con ISTRESS.....	205
Figura N° 143 Deformación Intensidad plástica de Perzyna con ISTRESS.....	205
Figura N° 144 Deformación equivalente plástica de Perzyna con ISTRESS.....	205
Figura N° 145 Convergencia del modelo Perzyna SFGRAD.....	206
Figura N° 146 Desplazamientos Plásticos de Perzyna con SFGRAD.....	206

Figura N° 147 Intensidad de esfuerzos de Perzyna con SFGRAD.....	207
Figura N° 148 Deformación de corte en XY de Perzyna con SFGRAD.....	207
Figura N° 149 Deformación de corte en XY plástica de Perzyna con SFGRAD.....	207
Figura N° 150 Convergencia del modelo Anand SFGRAD.....	208
Figura N° 151 Desplazamiento plástico del modelo Anand SFGRAD.....	208
Figura N° 152 Esfuerzo de corte en XY del modelo Anand SFGRAD.....	209
Figura N° 153 Deformación en X del modelo Anand SFGRAD.....	209
Figura N° 154 Deformación en Y del modelo Anand SFGRAD.....	209
Figura N° 155 Deformación de corte en XY del modelo Anand SFGRAD.....	210
Figura N° 156 Deformación plástica en X del modelo Anand SFGRAD.....	210
Figura N° 157 Deformación plástica en Y del modelo Anand SFGRAD.....	210
Figura N° 158 Deformación plástica en Z del modelo Anand SFGRAD.....	211
Figura N° 159 Transductor de la herramienta UBI. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).....	214
Figura N° 160 Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un keyhole wear. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).....	214
Figura N° 161 Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Breakout. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).....	215

Figura N° 162 Normalización dinámica aplicada a imágenes altamente luminosas y características de borehole. Los colores oscuros representan bajas amplitudes y largos radios, indicando, rugosidad ensanchamientos y materiales atenuantes. Tomado de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).....	216
Figura N° 163 Registro tomado a una sección de hueco abierto, donde se muestra un deslizamiento a través de un plano de fractura (Slip). Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).....	217
Figura N° 164 Sección transversal de un pozo en el cual se observa fallas a partir de planos de cizalla conjugados. Tomada de World Stress Map Project, 2003. Guideline: Four – arm Caliper Logs.....	217
Figura N° 165 Tipos de ensanchamientos en un pozo y su respectiva respuesta en el caliper. Tomada de World Stress Map Project, 2003. Guideline: Four – arm Caliper Logs.....	217
Figura N° 166 Desplazamiento Total. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	218
Figura N° 167 Esfuerzo en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	219
Figura N° 168 Esfuerzo en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	219
Figura N° 169 Esfuerzo de corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	219
Figura N° 170 Intensidad de Esfuerzos. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	220
Figura N° 171 Deformación Total en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	220
Figura N° 172 Deformación Total en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	220
Figura N° 173 Deformación por corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....	221

<b>Figura N° 174 Deformación Intensidad. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).....</b>	<b>221</b>
<b>Figura N° 175 Desplazamiento Total. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).....</b>	<b>222</b>
<b>Figura N° 176 Esfuerzo de corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).....</b>	<b>222</b>
<b>Figura N° 177 Deformación Total en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).....</b>	<b>222</b>
<b>Figura N° 178 Deformación Total en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).....</b>	<b>223</b>
<b>Figura N° 179 Deformación por corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).....</b>	<b>223</b>
<b>Figura N° 180 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo elástico lineal isotrópico: Deformación Por corte en XY (12500 – 12580ft).....</b>	<b>224</b>
<b>Figura N° 181 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo elástico lineal isotrópico: Intensidad de deformación (12500 – 12580ft).....</b>	<b>225</b>
<b>Figura N° 182 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Perzyna: Deformación Por corte en XY (12500 – 12580ft).....</b>	<b>226</b>
<b>Figura N° 183 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Perzyna: Deformación plástica con respecto a X (12500 – 12580ft).....</b>	<b>227</b>
<b>Figura N° 184 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo</b>	

Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Anand:  
Deformación Por corte en XY (12500 –  
12580ft).....228

## LISTA DE TABLAS

	Pag
Tabla N° 1 tabla de datos de entrada para el modelo de Anand en soldaduras.....	105
Tabla N° 2 Propiedades del yacimiento Pozoalex. Tomado de MENDEZ Y y PABON E, Trabajo de grado 2004.....	145
Tabla N° 3 Características del yacimiento Pozoalex. Tomado de MENDEZ Y y PABON E, Trabajo de grado 2004.....	145
Tabla N° 4 Ficha Técnica-Información general del pozo Pozoalex R1.....	146
Tabla N° 5 Gradientes de Esfuerzos in situ y Presión de Poro.....	160
Tabla N° 6 Parámetros de Resistencia.....	160
Tabla N° 7 Parámetros Elásticos Viscosidad.....	161
Tabla N° 8 Geometría del Pozo.....	161
Tabla N° 9 Geometría del Pozo escalada.....	162
Tabla N° 10 Geometría del Pozo escalada (modelo de Puntos).....	164
Tabla N° 11 Modelo de líneas (en negrilla las entradas utilizadas).....	165
Tabla N° 12 Datos para la creación de la sección transversal usada.....	166
Tabla N° 13 Comandos de entrada usados para la generación de los volúmenes.....	167
Tabla N° 14 Definición de los resultados arrojados por el elemento.....	170
Tabla N° 15 Definición de los resultados arrojados por el elemento.....	172
Tabla N° 16 Tipo de Elementos de Modelos.....	173
Tabla N° 17 Densidad.....	174
Tabla N° 18 Parámetros principales interpolados.....	175
Tabla N° 19 Temperaturas principales interpoladas.....	175
Tabla N° 20 Entrada del Modulo de Young para cada uno de los Volúmenes.....	175
Tabla N° 21 Entrada del Coeficiente de Poisson para cada uno de los Volúmenes.....	175
Tabla N° 22 Entrada de la Densidad para cada uno de los Volúmenes...	176
Tabla N° 23 Entrada de Temperaturas para cada uno de los Volúmenes	176
Tabla N° 24 Entrada de Temperaturas para el material utilizado.....	177

<b>Tabla N° 25 Entrada de propiedades asociadas a las temperaturas.....</b>	<b>178</b>
<b>Tabla N° 26 Entrada de las temperaturas corporales para puntos.....</b>	<b>179</b>
<b>Tabla N° 27 Entrada de las temperaturas corporales para líneas.....</b>	<b>180</b>
<b>Tabla N° 28 Entrada de las temperaturas corporales para Áreas.....</b>	<b>180</b>
<b>Tabla N° 29 KEYOPT´s necesario para no linealidad del material.....</b>	<b>183</b>
<b>Tabla N° 30 Comando por medio del cual se activan las tablas de Miso para 6 puntos de temperatura.....</b>	<b>183</b>
<b>Tabla N° 31 Seis puntos de temperatura para las tablas de datos.....</b>	<b>183</b>
<b>Tabla N° 32 Tabla de esfuerzo deformación como comando de entrada Miso dependiente cada punto de cada punto de temperatura de la tabla 30.....</b>	<b>183</b>
<b>Tabla N° 33 Comando por medio del cual se activan las tablas de Rate dependent con el modelo de Perzyna para 6 puntos de temperatura.....</b>	<b>183</b>
<b>Tabla N° 34 tabla de datos para el modelo de Perzyna C1 es la tasa de endurecimiento por deformación y C2 es el parámetro de viscosidad.....</b>	<b>184</b>
<b>Tabla N° 35 Definición del elemento Visco 107 para el modelo de Anand.....</b>	<b>184</b>
<b>Tabla N° 36 Comando por medio del cual se activa el material de Anand.....</b>	<b>185</b>
<b>Tabla N° 37 tabla de parámetros de Anand fundamentado en la teoría de Anand (capitulo 4).....</b>	<b>185</b>
<b>Tabla N° 38 Entrada de los nueve datos de entrada del modelo de Anand.....</b>	<b>185</b>
<b>Tabla N° 39 Aplicación de Condiciones de Frontera Verticales.....</b>	<b>185</b>
<b>Tabla N° 40 Aplicación de Condiciones de Frontera laterales.....</b>	<b>186</b>
<b>Tabla N° 41 Calculo de esfuerzos y gradiente utilizados en verde se muestran los datos entrados para ambas opciones.....</b>	<b>187</b>
<b>Tabla N° 42 ISTRESS.....</b>	<b>187</b>
<b>Tabla N° 43 SFGRAD Y SF para aplicación de esfuerzos en todos los Nodos.....</b>	<b>188</b>

<b>Tabla N° 44 Activación de criterios de falla para el material 1 elástico...</b>	<b>189</b>
<b>Tabla N° 45 Asignación del criterio de falla (Mohr – Coulomb) para el material 1, con énfasis en el sentido XY.....</b>	<b>189</b>
<b>Tabla N° 46 Convenciones utilizadas para el tipo de falla en los registros UBI.....</b>	<b>219</b>

## LISTA DE ANEXOS

	Pag
<b>ANEXO I.....</b>	<b>236</b>
<b>ANEXO II.....</b>	<b>238</b>

**TITULO: APLICACIÓN DE UN MODELO VISCOPLASTICO PARA ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS ROCAS EN UN POZO UTILIZANDO EL SOFTWARE DE SIMULACION ANSYS\*.**

**AUTOR: EDGAR ALEXANDER ILLIDGE ARAUJO\*\*.**

**PALABRAS CLAVE:** Geomecánica, Viscoplasticidad, Estabilidad del Pozo, Elementos Finitos, software ANSYS, Comportamiento variado, Análisis Tenso – Deformacional, Perzyna, Anand.

### **RESUMEN**

En la industria del petróleo el no conocer las respuestas positivas o negativas del macizo rocoso a la rotura de su estado de equilibrio tensional y no contar con una caracterización analítica tenso – deformacional del contorno del pozo, constituye un problema para realización óptima de los procesos de perforación, lo cual también representa un problema en la estabilidad del pozo.

Aun con el desarrollo que han tenido los estudios geomecánicos en Colombia en los últimos años, se continúa analizando el comportamiento de los macizos rocosos de forma generalizada y no específicamente tal como lo requiere el comportamiento variado que presentan las rocas alrededor del pozo. Ante esto cualquier tipo de estudio que pueda ayudar a realizar el análisis mencionado y así disminuya de alguna forma el grado de incertidumbre, con respecto a las respuestas de la roca a la alteración de su equilibrio tensional, es de gran ayuda.

Con el desarrollo de este proyecto se pretende obtener una caracterización viscoplástica tenso - deformacional del contorno de un pozo (Pozoalex R1), utilizando el método de los elementos finitos por medio del software ANSYS (que posee los modelos de viscoplasticidad de Perzyna y Anand), permitiendo la posibilidad de analizar cada sector del pozo con un tratamiento diferenciado para realizar evaluaciones geomecánicas mas detalladas, lo que posiblemente reducirá el grado de incertidumbre a la hora de seleccionar las condiciones apropiadas de perforación, tales como peso del lodo entre otras.

---

\* Trabajo de Investigación.

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Gustavo Chio Cho

**TITLE: APPLICATION OF A MODEL VISCOPLASTIC TO ANALYZE THE MECHANICAL BEHAVIOR OF THE ROCKS IN A WELL UTILIZING THE SOFTWARE OF SIMULATION ANSYS.\***

**AUTHOR: EDGAR ALEXANDER ILLIDGE ARAUJO\*\*.**

**KEYWORDS:** Geomechanical, Viscoplasticity, Stability of Well, Finite Elements, software ANSYS, varied Behavior, Tense - Deformational Analyses, Perzyna, Anand.

### **ABSTRACT**

In the oil industry don't have knowledge of the positive or negatives answers of the rocky massif when the stress status equilibrium has lost and even don't have an analytical tense - deformational characterization of the well contour, constitute a problem for optimal realization of drilling processes, it also represent a problem in Wellbore Stability.

Even with the development that Geomechanical studies have had in Colombia lately, it keeps on examining the rocky massifs behavior from a generalized and not a specific way just like the varied behavior shown in the rocks around the well requires. Due to this any kind of study than might help to make the analysis said before and of this way decrease somehow the grade of uncertainty, respecting to the rock behavior by the alteration of its stress equilibrium, is helpful.

With the development of this project it is pretended to obtain a well (Pozoalex R1) viscoplastic characterization tense – deformational contour using the method of the finite elements by means of the software ANSYS (Than has viscoplastics models of Perzyna and Anand) allowing the possibility to analyze every sector of the well with a treatment differed to do geomechanics evaluations more detailed, this possibly will reduce the grade of uncertainty when the sorting of right drilling conditions are made, such as mud weight etc.

---

\*Work of Investigation.

\*\* Ability of Physical-mechanical Engineering's School of Civil Engineering. Gustavo Chio Cho

## INTRODUCCION

Las formaciones de roca en el subsuelo se encuentran bajo la acción de esfuerzos compresivos, tensiles o una combinación de ellos. Estos esfuerzos se denominan esfuerzos in situ y generalmente pueden ser descompuestos en tres componentes llamados esfuerzo vertical, esfuerzo horizontal máximo y esfuerzo horizontal mínimo. Las operaciones de perforación o producción causan distorsiones en el estado de esfuerzos in situ en la cara del pozo causando problemas de estabilidad como breakouts, derrumbes de pozo, ocasionados por fallas de colapso. También se pueden presentar pérdidas de circulación, producto de fallas tensiles, que pueden conllevar tanto a la pérdida parcial o total de hueco como a problemas posteriores en las operaciones de cementación, cañoneo y producción entre otras.

Cuando se perforan pozos en yacimientos de petróleo o gas, generalmente se presentan problemas de estabilidad de pozo, que causan a la industria pérdidas de tiempo y excesivos costos de operación que se estiman, están en un rango de 600 millones a 1 billón de dólares anuales (Fuente: AMOCO, Wellbore Stability, 2003).

Los problemas mecánicos son en gran parte consecuencia de una selección no adecuada de las condiciones de perforación tales como trayectoria de pozo (inclinación y azimut del pozo), ángulo de ataque, y/o densidad del lodo, las cuales dependen de muchos factores tales como litología, régimen de esfuerzos in situ, propiedades mecánicas de la roca de formación, entre otras.

No conocer las respuestas positivas o negativas del macizo rocoso a la rotura de su estado de equilibrio tensional y no contar con una caracterización analítica tenso – deformacional del contorno del pozo, constituye un problema para realización óptima de los procesos de perforación. De tal manera el desarrollo de una caracterización analítica tenso – deformacional del contorno de un pozo utilizando un método discreto como lo es el método de los elementos finitos, permite la posibilidad de analizar cada sector del pozo con un

tratamiento diferenciado para realizar evaluaciones geomecánicas mas detalladas.

El método de los elementos finitos es muy versátil y poderoso y permite resolver problemas en estado estático o dependiente del tiempo, lineal o no lineal. Se pueden manejar materiales especiales: no homogéneos, ortotrópicos, anisotrópicos. Se pueden además considerar efectos especiales sobre los materiales: plasticidad, propiedades dependientes de la temperatura, creep.

En todos los modelos de elementos finitos el dominio o continuo (el sólido en problemas de mecánica de sólidos) se divide en un numero finito de formas simples denominadas elementos. Las propiedades y las relaciones gobernantes del fenómeno estudiado se asignan sobre estos elementos, y se expresan matemáticamente en términos de valores desconocidos en puntos específicos de los elementos denominados nodos. Estos nodos sirven de conexión entre los elementos.

Los problemas de estabilidad de pozo se acentúan más en áreas geológicamente complejas y son más notables aún en áreas tectónicamente activas como es el caso del Piedemonte llanero colombiano. Debido a estos problemas mencionados es necesario desarrollar análisis tenso – deformacionales diferidos que representen el comportamiento mecánico de las rocas durante y después de la perforación.

El objetivo final de este trabajo es obtener una caracterización viscoplástica tenso – deformacional del contorno de un pozo (Pozoalex R1), facilitando en forma significativa cualquier evaluación o pronostico de inestabilidad mecánica, lo que posiblemente reducirá el grado de incertidumbre a la hora de seleccionar las condiciones apropiadas de perforación, tales como densidad del lodo entre otras. El tener un mayor número de opciones a la hora de escoger los datos de entrada para realizar un cálculo de peso de lodo óptimo, permite tener más de un punto de referencia adicional que posiblemente puede ajustarse mejor a la realidad.

En el primer capítulo se tratarán de manera general sobre lo que es la geomecánica y la estabilidad de pozos, así como los diferentes campos en los que estas dos disciplinas son aplicadas además se hará un breve revisión del método que comúnmente se ha utilizado para realizar un análisis de estabilidad de pozo. En el segundo capítulo se describe la identificación del problema, la justificación para solucionar el problema y una justificación de la solución. En el capítulo tres se abarcarán los temas más importantes para un estudio geomecánico, como principios de reología, los estados de esfuerzos, deformaciones, relaciones esfuerzo-deformación, criterios de falla.

El capítulo cuatro contiene una revisión bibliográfica de la viscoplasticidad, del efecto creep (fluencia lenta) y la teoría de los modelos viscoplásticos utilizados para las simulaciones realizadas en este trabajo. En el capítulo cinco se presentan generalidades del método de los elementos finitos, estructura gráfica de ANSYS, Modelamiento de sólidos en ANSYS, opciones de Comportamientos de materiales elásticos no lineales e inelásticos en ANSYS. En el capítulo seis se desarrolla la metodología utilizada para la construcción de los modelos del contorno de un pozo Pozoalex R1 (elástico lineal isotrópico, viscoplástico de Anand y Viscoplástico de Perzyna) este capítulo incluye además generalidades del campo y del pozo Pozoalex R1.

El capítulo siete contiene la comparación de las deformaciones y tensiones obtenidas de las simulaciones realizadas con modelos viscoplásticos, con las obtenidas de simulaciones realizadas con el modelo elástico lineal isotrópico y una comparación de los resultados gráficos de las simulaciones con registros de imagen (UBI) del pozo Pozoalex R1.

# **1. ASPECTOS GENERALES DE LA GEOMECÁNICA APLICADA A LA ESTABILIDAD DE POZO**

## **1.1. GEOMECÁNICA**

La geomecánica Es una disciplina que estudia las características mecánicas de los materiales geológicos que conforman las rocas de formación (Sánchez y Vásquez, 1999). También es definida como la disciplina técnica que se dedica al diagnóstico, el modelado y el control de la deformación de las rocas. Tiene su origen en la ingeniería civil, en el estudio de suelos y rocas como materiales fundamentales en la construcción de obras tales como: presas, túneles, vías, etc. Sus aplicaciones posteriormente se extendieron para fines mineros; en la construcción de túneles en minería subterránea y estabilidad de taludes en minería a cielo abierto.

En la industria del petróleo, los geomecánicos se ocupan de las deformaciones y fallas de las rocas sedimentarias durante el ciclo de perforación y producción de hidrocarburos. Por ejemplo la inestabilidad del hueco, la generación de fracturas inducidas como el fracturamiento hidráulico, la producción de arena y el hundimiento de la superficie. En algunos casos, la extracción de hidrocarburos provoca la formación de nuevas fallas y fracturas o deslizamientos sobre fallas preexistentes.

Las primeras aplicaciones de la geomecánica en la industria petrolera aparecen en las décadas de los 50's y 60's, usada en actividades para dar explicación acerca del operaciones como el fracturamiento hidráulico, la estabilidad de pozos y subsidencia / compactación; sin embargo sólo llega a tomar un papel protagónico en las décadas de los 70s – 80s.

La geomecánica se fundamenta en conceptos de las teorías: mecánica de suelos y mecánica de rocas, igualmente de áreas como: Mecánica de fluidos, Termodinámica, Geología Física, entre otras.

La geomecánica es la rama de la ingeniería que trata con las propiedades mecánicas y el comportamiento de las formaciones geológicas, las cuales tienen gran influencia en la exploración, perforación y producción de petróleo y gas. Esta se centra en el cálculo de algunos factores como lo son la presión de poro, propiedades mecánicas de las diferentes formaciones y estado de esfuerzos, puede determinarse por la combinación de estos el grado de inestabilidad que tendrá una formación durante el proceso de perforación. Algunas de las áreas en las cuales la geomecánica petrolera presenta aplicaciones son:

- Predicción de la presión de poro
- Fracturamiento hidráulico
- Pronóstico y control de la estabilidad del pozo
- Optimización de la localización del pozo y de la trayectoria
- Predicción y control de la producción de arena
- Predicción y control de la compactación y subsidencia del yacimiento
- Diseño de estimulaciones
- Caracterización de yacimientos fracturados
- Diagnóstico de problemas de perforación
- Análisis de esfuerzos en el subsuelo

Como objeto de este estudio se tomó la geomecánica aplicada a la estabilidad de pozos, para realizar un análisis tenso-deformacional de un pozo con el fin de obtener mayor información pertinente para realizar una evaluación geomecánica de los pozos del área del Piedemonte Llanero Colombiano.

## 1.2. ESTABILIDAD DE POZOS

La geomecánica es una herramienta que permite determinar el potencial de inestabilidad de un pozo con el propósito de disminuir los problemas relacionados con esta y con el propósito de perforar pozos lo mas estables posibles.

La inestabilidad de pozos ocurre por efectos mecánicos, químicos o por una combinación de ellos; causa problemas considerables en las operaciones de perforación, completamiento, evaluación de formaciones, cementación, registros y producción. Es un problema que se presenta a nivel mundial. Se estiman costos anuales que exceden los 2 billones de dólares como consecuencia de colapsos de pozos, sidetracks, pérdida de herramientas y abandono de pozos antes de alcanzar la zona de interés. Este tema es de gran importancia para la perforación de pozos en el área del Piedemonte Colombiano debido a la alta complejidad estructural de la zona y por ende es tenido en cuenta a la hora de realizar el planeamiento de perforación de un nuevo pozo.

Los problemas de inestabilidad aparecen no sólo en pozos desviados (y/o horizontales) sino incluso en pozos verticales. Estos problemas se acentúan aún más cuando:

- Se perfora bajo condiciones de altas presiones y temperatura (HP/HT).
- Existe interacción química entre el fluido de perforación y la roca de formación.
- La alta complejidad estructural de zona que esta siendo perforada, lo que influye en la presencia de fallas, formaciones repetidas, sobrepresiones lo cual es muy común en el Piedemonte colombiano y aún más en zonas tectónicamente activas.

Los problemas de inestabilidad de pozo más frecuentemente presentados durante la perforación y algunas de sus consecuencias se listan en seguida:

- Ensanchamiento del pozo
- Reducción del tamaño del pozo debido al flujo plástico de la roca dentro del pozo (generalmente en formaciones de shale)
- Pérdida de circulación
- Exceso de torques y altas presiones de bombeo en la perforación
- Daño del pozo inducido por los esfuerzos
- Fallas de pozo inducidas por la perforación
- Pega de tubería
- Consolidación
- Dificultades en la toma de registros.
- Side-tracking.
- Problemas de washouts o zonas de lavado
- Pobre cementación con sus respectivos problemas

Consecuencias de estos problemas, son los altos costos de perforación como es el caso del Piedemonte llanero colombiano (zona geológicamente compleja y tectónicamente activa), donde los costos de perforación de algunos pozos superan los 40 millones de dólares. Un análisis de estabilidad involucra los siguientes aspectos (Sánchez y Vásquez, 1999):

- Toma de núcleos geológicos
- Realizar ensayos geomecánicos en el laboratorio con muestras del núcleo
- Elaborar modelo sobre el comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia mecánica
- Realizar pruebas de campo
- Tomar registros especiales
- Elaborar correlaciones núcleo-perfil
- Usar métodos analíticos o numéricos con los parámetros obtenidos para predecir las condiciones de estabilidad
- Emplear juicio ingenieril

### **1.3. BREVE REVISIÓN DEL MÉTODO QUE COMUNMENTE SE HA UTILIZADO PARA REALIZAR UN ANALISIS DE ESTABILIDAD DE POZO.**

En el proceso de perforación estamos alterando el equilibrio de los esfuerzos que prevalecen en toda la columna de roca atravesada. Para compensar este desequilibrio se usa el lodo de perforación con densidad variable con la profundidad. Si la presión de lodo no es adecuada y las formaciones no son lo suficientemente resistentes, las paredes del pozo colapsarán creando problemas de encogimiento o ensanchamiento del hoyo, lo cual causaría posibles atascamientos del equipo de perforación. Por otro lado, si la presión de lodo es muy alta, se puede llegar a fracturar la formación y tener problemas de pérdidas de circulación. A partir de los cálculos de las propiedades geomecánicas de las rocas se pueden predecir estas situaciones y diseñar correctivos para las mismas.

El estudio presentado a continuación tuvo como objetivo principal determinar y analizar las propiedades mecánicas de la columna de roca atravesada por un pozo, con la finalidad de calcular la ventana del peso del lodo de perforación necesario para evitar los derrumbes.

#### **1.3.1 PROPIEDADES MECANICAS.**

Para realizar el cálculo de la ventana de lodo de perforación es necesario estimar las propiedades mecánicas que rigen el comportamiento de las rocas y los esfuerzos a los que éstas están sometidos, tales como: módulos elásticos, esfuerzos in situ y resistencia de la roca.

Es sabido que las mediciones en subsuelo de propiedades mecánicas calculadas a partir de perfiles de pozo, si bien tienen la ventaja de la continuidad y el costo, adolecen de ser solo parcialmente representativas de todos los fenómenos mecánicos que suceden en el reservorio; dado que el tipo de medición usada (estimulación acústica) tiene la restricción de la escala de energía aplicada. Básicamente la mayor diferencia se halla en la interacción y

estimulación de microfisuras previamente abiertas o inducidas durante la perforación.

El avance de los sistemas computarizados ha permitido avanzar en la simulación y correlación de mediciones en subsuelo versus comportamiento en laboratorio. De hecho en estos momentos se han aceptado ampliamente las mejoras de software que simulan a partir de datos dinámicos (calculados a partir de perfiles) comportamientos estáticos (medidos en laboratorio), mediante la creación de coronas virtuales (ver figura N° 1) y otros medios de inteligencia artificial o sistemas expertos.

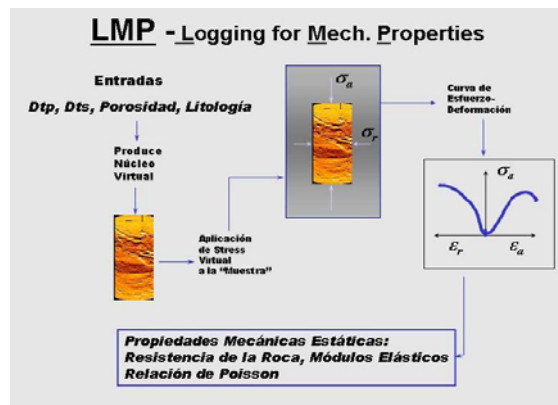


Figura N° 1 Propiedades mecánicas en una ventana virtual.

Es de notar que la integración cuantitativa de parámetros dinámicos propios de la perforación no siempre es lineal y directa, pero es allí donde los grupos interdisciplinarios juegan su rol principal, y de hecho una de las bases mas importantes es siempre la “experiencia y criterio del staff de perforación” y el detallado análisis de los parámetros mensurables.

En ciertos casos, el simple uso de relaciones sencillas puede aportar soluciones locales y de fácil aplicabilidad, tal el uso de ciertas correlaciones tales como:

- Tasa de Derrumbe versus Densidad de Lodo.
- UCS versus ROP
- UCS/VSH versus ROP
- DTS/DTC versus ROP

### 1.3.2 MODULOS ELASTICOS.

En este método de análisis se supone a la roca un material isotrópico y linealmente elástico, entonces los esfuerzos y las deformaciones están relacionados por la ley de Hooke, utilizando módulos elásticos. Los módulos elásticos se miden generalmente utilizando experimentos de cizalla y compresión (deformación estática) o propagación de ondas elásticas (deformación dinámica). Midiendo las velocidades de propagación de las ondas de compresión (P) y corte (S) con los sondeos sísmicos de refracción, y, tras determinar los pesos volumétricos de los materiales en estudio, se obtiene la cuantificación de la relación de Poisson y de los Módulos Elásticos Dinámicos; datos con los que es factible calcular las deformaciones inmediatas.

Los geofísicos dedicados a la exploración del petróleo han detallado la compacidad, fracturamiento, porosidad, y la maleabilidad de los materiales geológicos así como la cuantificación de los yacimientos de hidrocarburos, a través de las mediciones de las ondas  $V_p$  y  $V_s$  asociadas a la relación de Poisson.

Las velocidades de propagación de las ondas de cuerpo están relacionadas con los módulos elásticos “K” y “G” que representan las medidas cuantitativas de la capacidad de los materiales geológicos para resistir el cambio de volumen y forma cuando se someten a cambios de esfuerzo. Las ecuaciones que muestran esta relación son:

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad \text{Ec1}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{Ec2}$$

Donde “ $V_p$ ” depende de la “K” y de “G”, mientras que la onda “ $V_s$ ” únicamente “G”; pero ambas están intrínsecamente relacionadas con la densidad “ $\rho$ ”.

Los módulos de Bulk “K” y Rigidez “G” son constantes de proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación, mientras que la relación de Poisson representa la “maleabilidad” del material. La relación de Poisson esta dada, en función de las velocidades de onda, por:

$$\nu = \frac{0.5(V_p/V_s)^2 - 1}{(V_p/V_s)^2 - 1} \quad \text{Ec3}$$

Con la relación de poisson y con los pesos volumétricos se pueden hallar los Módulos Elásticos Dinámicos: a)  $G = \rho \dot{V}s^2$  (Módulo de rigidez), b)  $E = 2G(1 + \nu)$  Módulo de young, c)  $K = E/3(1 - 2\nu)$  (Módulo de Bulk)

El volumen total de fluido “Vflui” puede ser expresado como la suma de volumen líquido “Vliq” y del volumen de gas “Vgas”; durante un cambio de presión se produce un cambio de volumen de tal forma que:

$$\Delta V_{flui} = \Delta V_{liq} + \Delta V_{gas} \quad \text{Ec4}$$

El módulo de Bulk del líquido y gas están definidos por:

$$K_{liq} = -\frac{\Delta p}{\Delta V_{liq}/V_{liq}} \quad \text{Ec5}$$

$$K_{gas} = -\frac{\Delta p}{\Delta V_{gas}/V_{gas}} \quad \text{Ec6}$$

Al combinar las ecuaciones resulta:

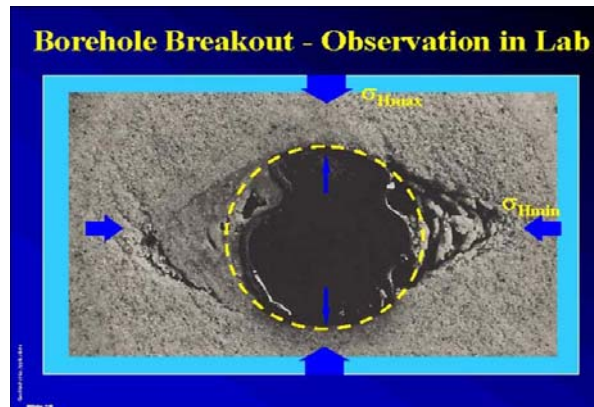
$$K = \frac{K_{liq}}{1 + (V_{gas}/V)(K_{liq}/K_{gas} - 1)} \quad \text{Ec7}$$

### 1.3.3 MEDICION DE ESFUERZOS IN-SITU, ORIENTACIONES Y MAGNITUDES

En la actualidad una diversidad de herramientas nos permite conocer las orientaciones de los esfuerzos in-situ. Desde aquellas más sencillas tales como

calibres orientados e independientes, seguidos en complejidad por registros de imágenes de la pared del pozo<sup>1</sup> y recientemente se han introducido herramientas acústicas que posibilitan la orientación cierta<sup>2</sup> y ponderación en magnitud de la anisotropía de esfuerzos.

Esfuerzos corticales no equilibrados causan “descascaramiento” a lo largo de la orientación del mínimo esfuerzo actual, dependiendo además de la densidad de lodo usada y de la resistencia de la roca; con la resultante elongación de la sección del pozo. Este tipo de rotura, con una geometría tan particular (elíptica) es llamado Breakout (ver figura N° 2) y su origen es puramente mecánico.



**Figura N° 2 Breakout experimental en Laboratorio. Relación de esfuerzos y orientación.**

Cuando se habla de un pozo vertical se puede decir que la dirección de mayor radio del breakout indica la dirección del mínimo esfuerzo horizontal y la dirección del menor radio indica la del máximo esfuerzo horizontal<sup>3</sup>. De igual forma, las fracturas inducidas durante la perforación y las fracturas hidráulicas, también aportan información al respecto; las mismas se extenderán en la dirección ortogonal al mínimo esfuerzo horizontal<sup>4</sup>

En la imagen acústica de un pozo que se muestra en la figura N° 3 se distingue como franjas oscuras y equidistantes un breakout. La imagen se muestra como

---

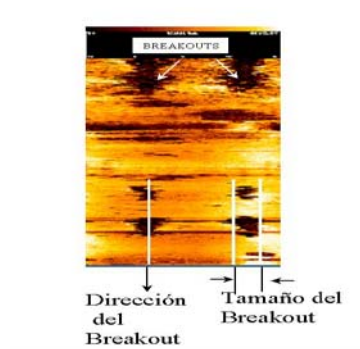
<sup>1</sup> (Prensky, 1992)

<sup>2</sup> (Tang et al, 1999)

<sup>3</sup> (Mastin 1988)

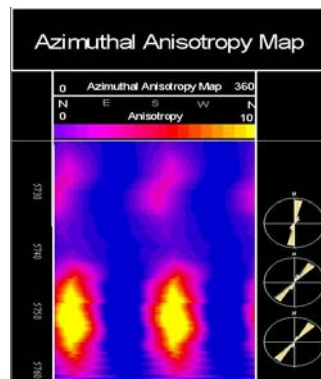
<sup>4</sup> (Miller et al, 1994)

un cilindro desplegado, por lo que se puede medir sobre la misma la dirección de breakout, que puede ser la misma dirección del mínimo esfuerzo horizontal ( $S_h$ ) y el tamaño de breakout.



**Figura N° 3 Imagen acústica de las paredes del pozo, Proceso de orientación y medición del Breakout para estudios de esfuerzos In Situ.**

El fenómeno de anisotropía es uno de los problemas más difíciles de modelar a la hora de realizar un análisis de estabilidad de pozo y este se puede ver plasmado en un mapa generado a partir de ensayos acústicos dipolares cruzados realizados in situ (figura N° 4). En el mapa de anisotropía se observa la zona rápida que representa la dirección de  $S_H$ , ya que el sistema se halla referenciado al norte mediante una orientación.



**Figura N° 4 Mapa de anisotropía a partir de Acústicos dipolares cruzados. El color amarillo representa la orientación del esfuerzo máximo horizontal ( $S_H$ ).**

En cuanto a la ponderación de la magnitud de los esfuerzos, si bien hay avances que posibilitan su cuantificación a través del uso de anisotropías acústicas y mediciones de laboratorio (Tang et al., 1999), aun parecería ser que el uso de imágenes (a través de la medición del ancho del breakout) y la

integración de LOT (leak off test) o minifrac es el método mas extendido actualmente.

El campo de esfuerzos esta constituido por cinco parámetros fundamentales que son: esfuerzo de sobre carga o esfuerzo vertical,  $\sigma_v$ , esfuerzo horizontal máximo, SH, esfuerzo horizontal mínimo, Sh, dirección del esfuerzo mínimo (o el máximo) y presión de poro o de formación, Po.

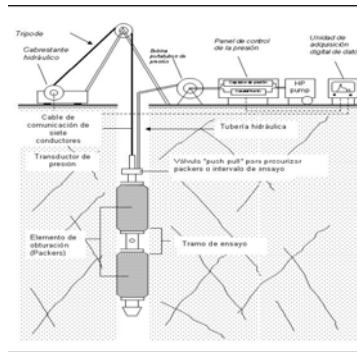
La magnitud del esfuerzo horizontal mínimo puede ser estimada basándose en los datos de una prueba LOT, o FIT, o a partir de ensayos de fracturación hidráulica (Addis et al, 1998).

### **1.3.3.1 FRACTURACION HIDRAULICA**

El objetivo de la fracturación hidráulica es medir el estado de tensiones “in situ” en el interior de un sondeo, proporcionando las magnitudes y las direcciones de las tensiones máximas y mínimas existentes.

El ensayo consiste en inyectar un fluido a presión en un tramo de sondeo previamente aislado por un doble obturador especial hasta conseguir inducir una fractura o estimular una preexistente en la roca. Se mide la presión de fluido necesaria para generar, mantener y reabrir la fractura, mediante ciclos posteriores de presurización, a caudales variables, reabriéndose las fracturas producidas por lo cual el esfuerzo que se opone a la apertura es el esfuerzo mínimo horizontal (Sh).

En la Figura N° 5 se muestra un esquema simplificado de un equipo empleado para llevar a cabo un ensayo de fracturación hidráulica.



**Figura N° 5 Esquema del equipo de Hidrofracturación.**

La magnitud del esfuerzo vertical se puede calcular a partir de la integración en profundidad de los datos de densidad de formación. En un caso en el que se tuvieran en cuenta las siguientes simplificaciones: que el esfuerzo vertical es igual a la carga litostática ( $\rho g z$ ), que la roca es homogénea, isotrópica e inicialmente impermeable y que las fracturas generadas en el ensayo de fracturamiento hidráulico tienen orientación perpendicular al esfuerzo horizontal mínimo,  $\sigma_h$ , o  $S_h$ . Los esfuerzos existentes en el terreno también podrían ser calculados por medio de las relaciones:

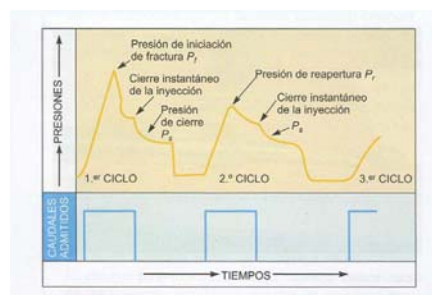
$$\bullet \sigma_h = P_s \tag{Ec8}$$

$$\bullet \sigma_H = 3 P_s - P_r - u \tag{Ec9}$$

$$\bullet \sigma_v = \rho \cdot g \cdot z \tag{Ec10}$$

Donde:  $P_s$ : Presión de cierre.  $P_r$ : Presión de reapertura.

En la figura N° 6 se muestra un grafico de las facturas producidas.



**Figura N° 6 grafico de las facturas producidas en el ensayo de Hidrofracturación.**

El esfuerzo máximo horizontal se puede calcular como función de los esfuerzos antes calculados, un perfil de presión de poros, la densidad de lodo y hasta encontrar un ancho de breakout pertinente o ya medido en una imagen de

pozo, entonces por medio de un software se puede cuantificar el esfuerzo horizontal máximo. Recién cuando se han calculado las propiedades mecánicas y las componentes de esfuerzos actuales, se está en condiciones de analizar la estabilidad de pozo en condiciones de perforación, de completación y de producción.

### **1.3.3.2. DIRECCIONES DE PERFORACION**

Tradicionalmente la tendencia para perforar pozos horizontales fue perforar en una dirección paralela al mínimo esfuerzo actual ( $S_h$ ). Esto reduce la diferencia (anisotropía) de las componentes del esfuerzo que actúan sobre las paredes del pozo. De acuerdo a Anderson (1951), existen tres regímenes de esfuerzo in situ:

Normal (donde  $S_V > S_H > S_h$ )

Inverso (donde  $S_H > S_h > S_V$ )

Transcurrente (donde  $S_H > S_V > S_h$ )

A manera de una mejor comprensión se muestra unos ejemplos encontrados en la bibliografía<sup>1</sup> en donde se considero:

Que el esfuerzo horizontal principal tiene dirección este-oeste.

Profundidad = 3000 metros

Presión Poral = 4300 psi

UCS (Resistencia a la Compresión no confinada) 9500 psi

Resistencia a la Tracción = -950 psi

Relación de Poisson = 0.3

Modulo de Young = 2.000.000 psi

Coefficiente de Biot = 1

Angulo de Fricción Interna = 40°

---

<sup>1</sup> El rol de la geomecanica Mario Mallaviabarrena, JuanMartín Paris Baker Atlas

En los gráficos presentes en las figuras N° 7 a 9 se consideran todas las posibles direcciones de perforación de acuerdo al régimen de esfuerzo en que se encuentre; para comprensión de las graficas, las posibles inclinaciones de pozo se muestran dentro de la figura N° 10. En el borde exterior del gráfico se encuentran los azimuth para el sondeo, representando al norte con cero grados.

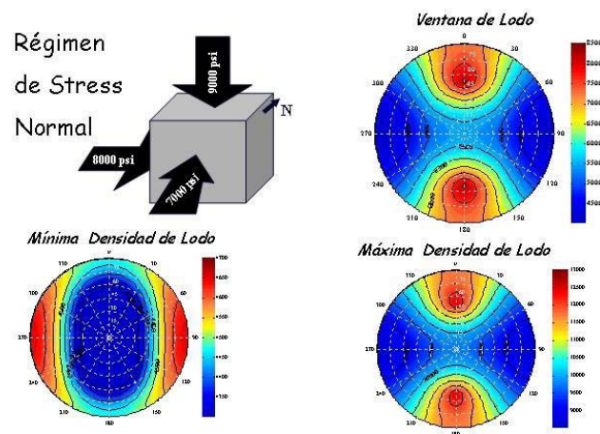


Figura N° 7 Modelado en condiciones de régimen de tipo normal

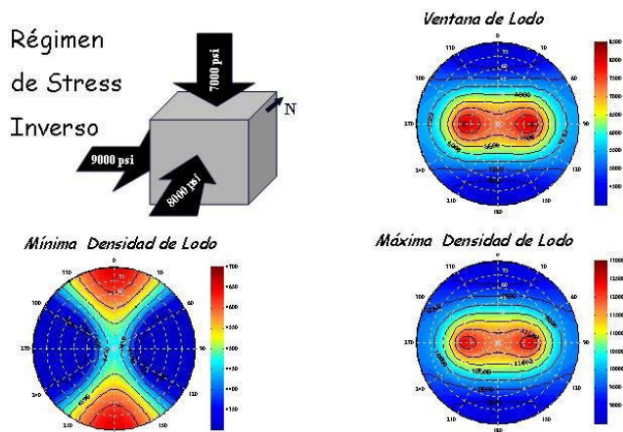


Figura N° 8 Modelado en condiciones de régimen de tipo inverso.

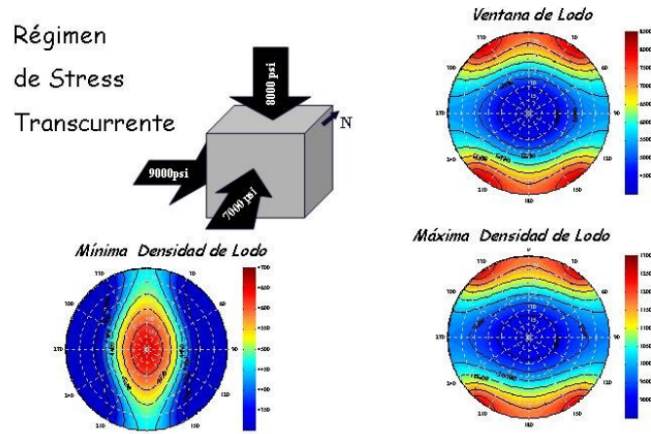


Figura N° 9 Modelado en condiciones de régimen de tipo transcurrente.

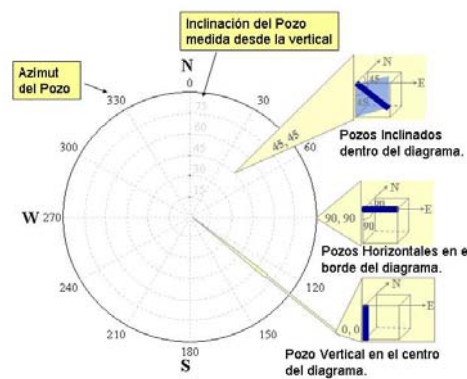


Figura N° 10. Posibles direcciones de perforación.

En cada caso se consideraron tres gráficos. Gráfico de presión de lodo mínima para obtener un pozo con “cero breakout” (calibre perfecto), gráfico de presión de lodo máxima para no inducir fracturas y gráfico de ventana de lodo segura (intermedio entre los dos gráficos anteriores).

**Régimen de esfuerzo NORMAL (ver figura N° 7):** El mínimo esfuerzo tiene dirección norte-sur y  $SV > SH > Sh$ . Pozos verticales e inclinados en la dirección de  $Sh$  (norte-sur), se pueden perforar usando la menor presión de lodo (área azul en el gráfico de mínima presión de lodo). Pozos desviados entre  $45^\circ$  y  $60^\circ$  en dirección norte-sur, tienen la ventana de lodo más amplia (área roja en gráfico de ventana de lodo).

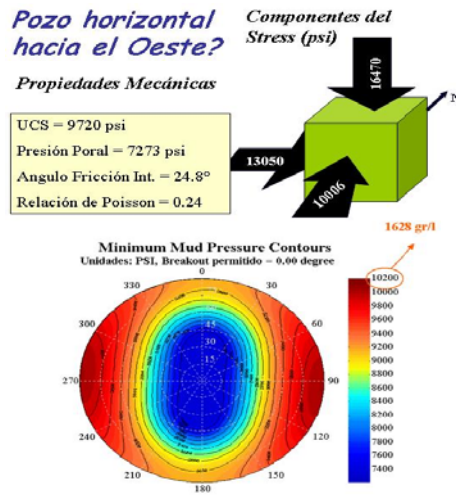
**Régimen de esfuerzo INVERSO (figura N° 8):** El mínimo esfuerzo es el vertical, siendo sistemas muy compresivos ( $SH > Sh > SV$ ). Los pozos inclinados a horizontales en dirección norte-sur (paralelos a  $Sh$ ) necesitan mayor densidad de lodo para estar en calibre. La ventana de lodo más amplia se encuentra en pozos inclinados  $30^\circ$  a  $45^\circ$  en dirección este-oeste (área roja en gráfico de ventana de lodo).

**Régimen de Esfuerzo TRANSCURRENTE ver figura N° 9):** Esta caracterizado por  $SH > SV > Sh$ . Dentro de este campo de esfuerzo los pozos verticales presentan las condiciones menos favorables para perforar (área roja en el gráfico de mínima densidad de lodo). Pozos horizontales con direcciones NE-SW y NW-SE tienen la ventana de lodo más amplia.

Al analizar los ejemplos presentados, se desprende que la regla que indica perforar en la dirección del mínimo esfuerzo horizontal es solo válida en el caso de un régimen de esfuerzos normal. Finalmente, los ejemplos mostrados no deben ser tomados como una guía para direcciones de perforación. Cada caso es particular y en todos los casos deben cuantificarse las variables antes de realizar un análisis de estabilidad de pozo.

En el siguiente caso se estimaba atravesar, una sección arcillosa, la cual tuvo problemas de estabilidad en pozos previos, con un pozo horizontal con azimuth  $90^\circ$ .

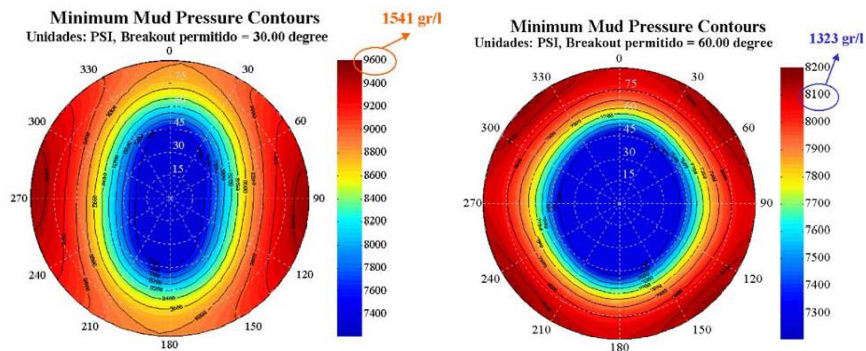
El primer paso fue realizar la Caracterización Geomecánica de la formación (cálculo de las propiedades mecánicas “estáticas” a partir de perfiles de pozo y cuantificación del campo de esfuerzo a partir de mediciones de direcciones y anchos de breakout en imágenes acústicas de pozo. En primera instancia se analizó la mínima densidad de lodo necesaria para perforar un pozo horizontal hacia el oeste con “cero breakout” (ver figura N° 11). Para ello deberíamos usar una densidad de lodo de 1628 gr/l.



**Figura N° 11. Pozo horizontal hacia el oeste. Condiciones de Breakout= 0°. Presión de lodo demasiado elevada generaría fracturas inducidas = pérdidas de circulación.**

Se Sabe, por datos de LOT de pozos vecinos, que al superar los 1500 gr/l fracturaríamos la formación. Tendríamos por lo tanto pérdida de circulación durante la perforación, por lo tanto esta opción debe ser desechada.

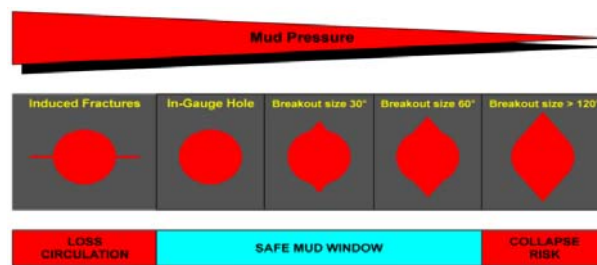
De igual forma, se realizó el mismo análisis permitiendo que se genere un breakout de 30° (ver figura N° 12). En este caso la densidad mínima de lodo necesaria es de 1541 gr/l la cual es una presión de lodo demasiado elevada. La única opción viable para no tener pérdidas de circulación, es un pozo con breakout de 60° (ver figura N° 12), para el cuál la densidad de lodo mínima requerida es 1323 gr/l, la cual no generará fracturas inducidas. Esta es la mejor opción.



**Figura N° 12. Pozo horizontal hacia el oeste. Condiciones de Breakout= 30°. La presión de lodo sigue siendo demasiado elevada. Esta opción también debe descartarse.**

**Condiciones de Breakout= 60°. Esta opción es factible.**

La ventana de lodo segura para perforar este pozo esta definida entre un pozo en calibre y un pozo con 60° de breakout (ver figura N° 13). Por lo tanto, permitirle al pozo desarrollar un breakout de 60° no pone en peligro su estabilidad. Para que exista riesgo de “colapso” el ancho de breakout debe exceder los 120° (Zheng, Z., 1998).



**Figura N° 13. Ventana de lodo segura.**

Sin embargo un breakout de 60° implica un volumen importante de cutting agregado al pozo, por lo cual se deberá optimizar la limpieza del mismo durante la perforación; especialmente teniendo en cuenta que el pozo es horizontal. No siempre es posible perforar un pozo con buen calibre, pero si es posible cuantificar los riesgos.

## **2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA Y LA SOLUCION**

### **2.1 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.**

Durante la perforación de un pozo petrolero, se rompe el estado de equilibrio de esfuerzos que existía en el macizo rocoso antes de su apertura, lo que da lugar a una redistribución de tensiones que incide directamente en el comportamiento de las rocas que circundan la perforación, esta incidencia puede dificultar o facilitar la perforación.

El No conocer las respuestas positivas o negativas del macizo rocoso a la rotura de su estado de equilibrio tensional y no contar con una caracterización analítica tenso – deformacional del contorno del pozo, constituye un problema para realización óptima de los procesos de perforación. Aun con el desarrollo que han tenido los estudios geomecánicos en Colombia en los últimos años, se continúa analizando el comportamiento de los macizos rocosos de forma generalizada y no específicamente como lo requiere el comportamiento variado que presentan las rocas alrededor del pozo.

Actualmente en el ICP, para el estudio de los campos tenso – deformacionales que surgen en las formaciones y para la evaluación de la presión actuante, elección y diseño de los métodos de sostenimiento de los pozos, los estudios no son diferidos según el comportamiento geomecánicos de la roca, motivo por el cual se ha inspirado el presente estudio.

### **2.2 JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA**

Con el objetivo de contribuir con la misión de la Universidad Industrial de Santander, de atender las necesidades y fortalecer las relaciones existentes con el sector industrial, este trabajo de grado pretende dar soporte científico y tecnológico en desarrollo de nuevas maneras de planificar el estado de esfuerzos y deformaciones de la roca.

Para la realización de este trabajo de grado, se cuenta con el soporte económico y científico del laboratorio de mecánica de rocas del ICP y la Universidad Industrial de Santander respectivamente a través del convenio del grupo de investigación en estabilidad de pozo, el cual se encarga de investigar sobre la variación de esfuerzos y deformaciones en la productividad de los campos de perforación del área del *piedemonte llanero* y reducir costos de perforación ocasionados por problemas de inestabilidad durante las perforaciones<sup>1</sup>.

De tal manera el desarrollo de una caracterización analítica tenso – deformacional del contorno de un pozo utilizando un modelo visco plástico, permite la posibilidad de dar a cada sector del pozo un tratamiento diferido para realizar evaluaciones geomecánicas mas detalladas.

Muchas compañías perforadoras en Colombia se ven muy afectadas por la incertidumbre de las causas de inestabilidad mecánica durante y después de la perforación del pozo, esto causa enormes pérdidas de tiempo, incrementando substancialmente los costos en la etapa de perforación y en otras como la cementación, toma de registros e incluso durante la producción y mantenimiento.

En conclusión con el desarrollo de este proyecto se obtendrá una caracterización visco plástica tenso - deformacional del contorno de un pozo, facilitando en forma significativa cualquier evaluación o pronostico de inestabilidad mecánica, lo que posiblemente reducirá el grado de incertidumbre a la hora de seleccionar las condiciones apropiadas de perforación, tales como densidad del lodo, ángulo de ataque entre otras.

### **2.3 JUSTIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN**

Para dar solución al problema establecido, se ha empleado la teoría visco plástica, la cual se emplea para modelar el problema de fluencia lenta y

---

<sup>1</sup>Información suministrada por el grupo de investigación en Estabilidad de Pozo.

eventualmente captar el fenómeno de rotura diferida en el tiempo; entre las teorías a utilizar se tiene la teoría de visco plasticidad de anand y de perzyna.

La teoría de perzyna considera que el potencial visco plástico, (el cual es una función que depende del estado de tensión, de la temperatura y un conjunto de variables internas como el modulo de Young, poisson etc.), depende de parámetros como la rata de endurecimiento por deformación y la viscosidad del material. En comparación a la teoría ya mencionada, el modelo de anand tiene en cuenta otro parámetro que es la rata de relajamiento por deformación.

Ambos modelos son utilizados para definir el comportamiento de fluencia plástica, dilatación y contractancia y deformación diferida en el tiempo en el sólido, sucesos que se presentan en el macizo rocoso del pozo petrolero, lo que ayudara a dar otro punto de vista diferente a los modelos usados actualmente en el ICP, en el momento de la toma de decisiones referente a las condiciones oportunas de perforación.

De entre todos los programas de simulación, que se pueden utilizar para este problema, se escogido el software ANSYS, el cual es un programa que maneja los elementos finitos que funcionan eficientemente para calcular el campo de desplazamiento y a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones, y presenta una alta convergencia hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones. Además es un software que está licenciado en la universidad y es utilizable gratuitamente para todo el campo universitario.

### 3. PRINCIPIOS DE REOLOGIA COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS ROCAS.

#### 3.1 CUERPOS TEÓRICOS Y ANALOGÍAS MECÁNICAS

Este capítulo trata del comportamiento de las rocas al serles aplicado un campo de esfuerzos. El comportamiento se estudia en el laboratorio en condiciones muy variadas, algunas de las cuales pretenden simular las condiciones naturales, y se lleva a cabo sometiendo a las rocas a esfuerzos suficientes como para producir deformación interna. En realidad, las clases de deformación elástica, viscosa y plástica son tipos de comportamiento de los cuerpos ante los esfuerzos, que se pueden considerar como puros o ideales, siendo el comportamiento común de las rocas una combinación de estos tipos.

Cada uno de los tipos de deformación dúctil puede compararse con un determinado elemento mecánico y, a partir de esa comparación, establecer ecuaciones que relacionen en cada caso el esfuerzo aplicado con la deformación obtenida. Son las denominadas **analogías mecánicas** de la deformación. Las ecuaciones que relacionan el esfuerzo y la deformación para un determinado material en unas condiciones dadas se denominan **ecuaciones constitutivas** o **modelos reológicos**. La **reología** es el estudio de la deformación y el flujo de la materia y deriva de **reodo** (“*rheid*”), una sustancia que puede fluir deformándose por debajo de su temperatura de fusión y que no es exactamente ni un sólido ni un líquido, sino algo intermedio entre estos dos estados. Las deformaciones naturales pueden compararse con combinaciones de los elementos mecánicos de los tipos ideales, lo que permite obtener ecuaciones constitutivas aproximadas también para ellas.

La reología es una de las ramas de la ciencia que trata sobre la deformación en todos sus aspectos, desde la formación de fracturas (deformación no continua) hasta el flujo de materiales viscosos (deformación continua). La aplicación de esta disciplina en el campo de la geología es imprescindible para comprender la mayor parte de los procesos que regulan la deformación de la litósfera y que

tienen relación con la tectónica y con la formación de las estructuras que se encuentran en la parte superior de la corteza. El emplazamiento de los cuerpos ígneos está estrechamente relacionado con el campo de esfuerzos regional y con las propiedades reológicas del magma y de la caja, siendo el contraste reológico entre ambos, una de las características que más influye en la forma y tamaño de los cuerpos ígneos

### 3.1.1 Comportamiento elástico

El **comportamiento elástico**, también denominado **Hookeano** o de Hooke, en honor al físico que lo investigó, es aquel en el cual existe una relación lineal, es decir, de proporcionalidad directa, entre el esfuerzo aplicado y la deformación obtenida y, además, la respuesta es instantánea. Un **cuerpo perfectamente elástico** que se deformase una cierta cantidad al serle aplicado un esfuerzo, se deformaría exactamente el doble al serle aplicado un esfuerzo doble del anterior. Además, la deformación se alcanzaría instantáneamente en cada caso. Si el esfuerzo dejase de aplicarse, la deformación desaparecería, recuperando de nuevo el cuerpo su forma original. La relación esfuerzo-deformación es lineal y en un gráfico vendría representada por una recta que pasa por el origen (Figura N° 14). La tangente de esa recta es el módulo de Young.

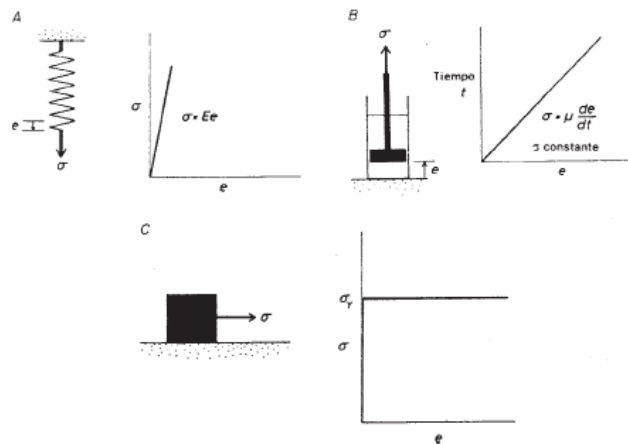


Figura N° 14- Los cuerpos teóricos elementales y sus analogías mecánicas. A- comportamiento elástico. B comportamiento viscoso. C- comportamiento plástico.

Las relaciones esfuerzo-tiempo y deformación-tiempo están representadas en la Figura N° 15 y, como puede apreciarse, son semejantes. Es importante

destacar que la capacidad de deformación elástica de las rocas es muy limitada, por lo que las elongaciones que pueden obtenerse mediante este comportamiento son mínimas, del orden de  $e = 0'001$  (0'1%) como mucho.

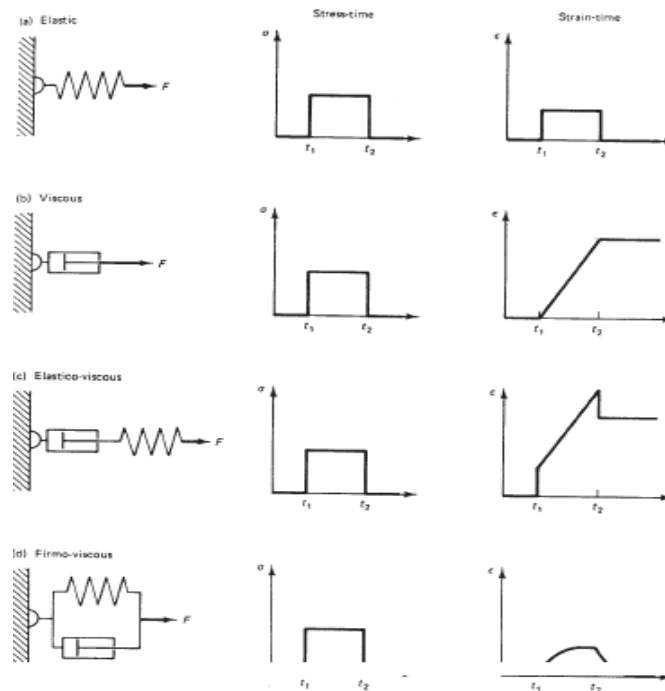


Figura N° 15- Relaciones esfuerzo-tiempo y deformación-tiempo para los comportamientos elástico, viscoso, elastoviscoso y viscoelástico (o firmoviscoso).

### 3.1.2 Comportamiento viscoso

El **comportamiento viscoso** se caracteriza por una relación de proporcionalidad directa entre el esfuerzo aplicado y la velocidad de deformación obtenida. En este caso, la deformación es permanente, es decir, no desaparece si se elimina el esfuerzo. Se define expresamente para un esfuerzo de cizalla y una deformación por cizallamiento simple:

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \tag{Ec11}$$

Donde  $\dot{\gamma}$  es la velocidad de deformación por cizalla ( $\dot{\gamma} = \gamma / t$ , siendo  $t$  el tiempo) y  $\tau$  el esfuerzo de cizalla (un punto encima del signo que indica un parámetro suele indicar velocidad de ese parámetro). Si la relación es lineal, se

denomina **comportamiento viscoso linear** o **Newtoniano**, en honor de Newton. En este caso, la ecuación constitutiva es:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$$

Ec12

Donde  $\mu$  se denomina viscosidad. La **viscosidad** es, por tanto, la relación entre el esfuerzo de cizalla aplicado y la velocidad de deformación por cizallamiento simple obtenida. El inverso de la viscosidad se denomina **fluidez** ( $=1/\mu$ ). La unidad más empleada para medir la viscosidad es el poise, correspondiente al sistema c.g.s. Un **poise** es la viscosidad de un material que sometido a un esfuerzo de cizalla de una baria se deforma por cizallamiento simple a una velocidad de  $45^\circ$  de cizallamiento ( $\Psi = 45^\circ$ ,  $\dot{\gamma} = 1$ ) cada segundo.

Otra unidad que se utiliza a veces es el bar-millón de años:

1 bar . m.a. =  $3'1536 \cdot 10^{19}$  poises. En el Sistema Internacional se usa el pascal-segundo: 1 Pa \* seg = 10 poises.

El comportamiento Newtoniano es típico de los líquidos y la viscosidad, un término del lenguaje común, expresa la dificultad que un líquido opone a fluir y es lo contrario de su fluidez. En determinadas condiciones, las rocas sólidas se comportan de hecho como reodos, es decir, de forma similar a los líquidos de viscosidad muy grande. Eso quiere decir que pueden deformarse con velocidades proporcionales a los esfuerzos aplicados. Si los esfuerzos no son muy grandes, la deformación será muy lenta, lo que es el caso de la mayor parte de las deformaciones naturales. Para dar una idea, la viscosidad del agua a  $30^\circ\text{C}$  es de  $0'008$  poises, la del aceite de oliva 1 poise y la del aceite de motor unos 6 poises. La viscosidad de las lavas basálticas es de unos  $10^3$  poises y la de las lavas riolíticas (ácidas), de  $10^9$  poises. La sal tiene una viscosidad de  $10^{17}$  poises y la viscosidad de las rocas cristalinas oscila entre  $10^{19}$  y  $10^{24}$  poises en la mayor parte de los casos. A diferencia del comportamiento elástico, el comportamiento viscoso permite acumular grandes cantidades de deformación.

El elemento mecánico que muestra un comportamiento viscoso es un émbolo o pistón que se mueve dentro de un cilindro lleno de un líquido perfecto, es decir, incompresible y de viscosidad linear, de forma que existe una pequeña holgura entre ambos y el líquido puede pasar de un lado a otro del pistón. La Figura N° 14 B muestra la analogía mecánica y la recta deformación-tiempo para un cuerpo Newtoniano. Su pendiente es proporcional al esfuerzo aplicado. La Figura N° 15 b muestra las relaciones esfuerzo-tiempo y deformación-tiempo; puede observarse que aunque se suprima el esfuerzo (tiempo t2), la deformación permanece.

Muchos cuerpos viscosos no siguen una ley linear, sino que el esfuerzo y la deformación están relacionados por una ecuación más compleja. En las rocas, es frecuente un comportamiento viscoso determinado por lo que se denomina una **ley de potencia**:

$$\dot{\gamma} = f(\tau^n), \text{ ó, p. ej., } \tau^n = k \cdot \dot{\gamma} \quad \text{Ec13}$$

Es decir, la deformación por cizalla es proporcional al esfuerzo de cizalla elevado a una potencia, n, que puede ser o no un número entero.

### 3.1.3 Comportamiento plástico

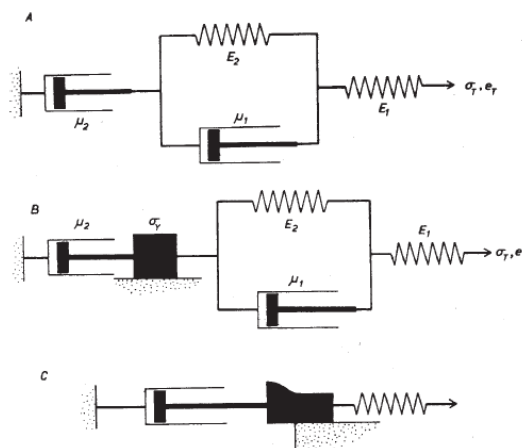
El **comportamiento plástico perfecto** o de **Saint Venant**, al de los materiales que no se deforman en absoluto hasta que el esfuerzo aplicado alcanza un cierto valor. Una vez alcanzado ese valor o **esfuerzo de cesión**, el cuerpo se deforma de manera continua hasta que el esfuerzo sea retirado o disminuya, en cuyo caso, la deformación alcanzada permanece, es decir, el cuerpo no se recupera en absoluto.

El elemento mecánico que simula un comportamiento plástico es un peso apoyado sobre una superficie (Figura N° 14 C). Si se le aplica una fuerza pequeña, el rozamiento de su cara inferior con la superficie crea una fuerza igual y de sentido contrario que se opone al movimiento y que es consecuencia

de la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento es igual al peso del cuerpo multiplicado por el coeficiente de rozamiento entre él y la superficie y por su superficie basal. Una vez que la fuerza aplicada iguala a la fuerza de rozamiento, el cuerpo empieza a moverse con movimiento uniforme, es decir, a velocidad constante, y sigue haciéndolo mientras la fuerza aplicada mantenga su valor.

A diferencia de los dos comportamientos descritos previamente, el comportamiento plástico no implica que para cualquier esfuerzo se produzca una deformación interna. En detalle, las ecuaciones constitutivas para casos tridimensionales son complicadas en cualquiera de los comportamientos anteriores y para calcularlas y aplicarlas se utiliza el álgebra tensorial. Las más complicadas son, no obstante, las del comportamiento plástico, debido a la falta de relación entre esfuerzo y deformación cuando no se alcanza el esfuerzo diferencial necesario para la cesión y a que, cuando éste se alcanza, el factor de proporcionalidad varía a lo largo del cuerpo, incluso si este es inicialmente homogéneo, y es necesario efectuar una serie de asunciones o suposiciones para calcularlo.

La Figura N° 16 muestra otras combinaciones posibles de los elementos mecánicos que simulan muy bien los comportamientos naturales de las rocas. La Figura N° 16 A consiste en un elemento viscoelástico intercalado en serie en medio de una configuración elastoviscosa.



**Figura N° 16- Analogías mecánicas de comportamientos teóricos muy realistas. Los dos inferiores corresponden a cuerpos de Bingham.**

En la Figura N° 16 B y C incluyen un peso, lo que introduce una componente plástica en el sistema: la deformación no progresará más allá de cierto límite (y será, además, recuperable) salvo que el esfuerzo supere un valor determinado (esfuerzo de cesión o cedencia). Estas analogías son las que mejor simulan el comportamiento natural de las rocas. Se denomina **comportamiento plástico general** al representado por este modelo y **materiales de Bingham** a los materiales que lo exhiben. La diferencia entre B y C es que en C, la parte elástica muestra elasticidad lineal perfecta, mientras que en B tiene una cierta componente inelástica o inelástica. En C, además, el peso va apoyándose progresivamente en la superficie, con lo que el esfuerzo necesario para producir deformación no tiene un valor único, sino que va aumentando a medida que se produce la deformación. Esto simula un fenómeno que se da a menudo en las rocas, consistente en que éstas se hacen más resistentes a medida que se deforman y hay que suministrar esfuerzos cada vez mayores para que la deformación progrese. Este fenómeno se denomina **endurecimiento por deformación** (“*strain hardening*” o “*work hardening*”).

### 3.2 Teoría de la elasticidad lineal.

El principal objetivo de este subcapítulo es describir el tipo de material más simple que es el denominado elástico lineal. En él el comportamiento se planteo anteriormente en analogías mecánicas.

El análisis de esfuerzos es un cálculo estático a través del cual se obtiene el estado de esfuerzos de un cuerpo considerado. Este análisis es independiente de las propiedades del material del cuerpo, que puede ser elástico, plástico, viscoso o cualquier otro tipo. Sin embargo en este subcapítulo se estudiará solo el caso elástico.

#### *Definición de Esfuerzo:*

En general un cuerpo de materia continua puede estar sujeto a 2 tipos de fuerzas: fuerzas de volumen y fuerzas de superficie. Las fuerzas de volumen

son producidas sin que exista ningún contacto físico con otros cuerpos. Ejemplos de este tipo de fuerzas son las gravitatorias, las magnéticas y las fuerzas internas. Por otro lado, las fuerzas de superficie son causadas por el contacto físico con otros cuerpos. Estas pueden ser fuerzas concentradas o no. El esfuerzo se define como la fuerza por unidad de área. En la figura N° 17 se puede observar una fuerza externa  $\Delta F$  actuando en un punto **P** en un plano de un cuerpo en el cual  $n$  es la normal al mismo y  $\Delta A$  es un área pequeña alrededor del punto **P** en el plano.

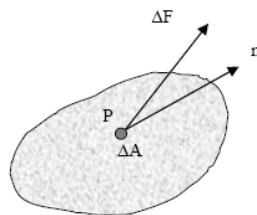


Figura N° 17 Esfuerzos en un punto.

Matemáticamente el esfuerzo puede ser definido como:

$$S_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \text{Ec14}$$

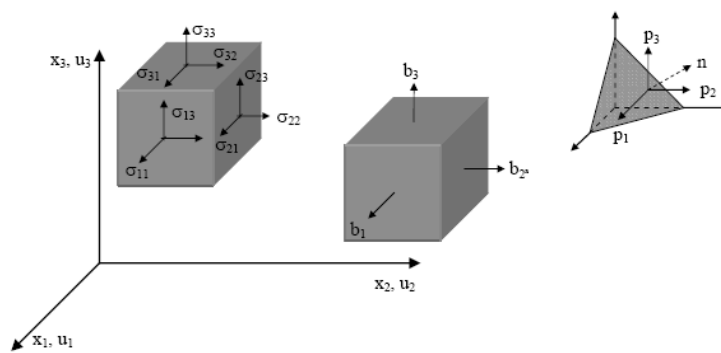
Por lo general, la dirección de  $\Delta F$  o  $S_n$  no es la misma que la normal al área  $\Delta A$ . En consecuencia,  $S_n$  puede descomponerse en:  $\sigma_n$  perpendicular al área  $\Delta A$  y  $\sigma_{nt}$  paralela al área  $\Delta A$ .  $\sigma_n$  es llamado esfuerzo normal y  $\sigma_{nt}$  esfuerzo cortante. De allí que:

$$\begin{aligned} S_n^2 &= \sigma_n^2 + \sigma_{nt}^2 \\ \sigma_n &= S_n \cos(S_n, n) \\ \sigma_{nt} &= S_n \text{sen}(S_n, n) \end{aligned} \quad \text{Ec15}$$

*Estado de esfuerzos en un punto:*

Debido a que en un punto P hay un número infinito de esfuerzos, el estado de esfuerzos está relacionado con algunos planos particulares que pasan a través de él en los cuales el esfuerzo es descompuesto en sus componentes

normales y cortantes. Típicamente como se muestra en la figura N° 18, el estado de esfuerzos en un punto puede estar dado por las coordenadas cartesianas. En esta figura se puede observar la convención utilizada para la designación de los esfuerzos normales  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  y los esfuerzos cortantes  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{23}$ ,  $\sigma_{31}$ . Un esfuerzo normal que sale de la cara es considerado un esfuerzo de tensión y definido como positivo. Un esfuerzo normal que entra a la cara es llamado esfuerzo de compresión y por definición negativo. Para los esfuerzos cortantes se toma la siguiente convención: un esfuerzo cortante es positivo si tanto el esfuerzo cortante como el vector unitario normal están orientados ambos en la dirección coordenada positiva o negativa correspondiente. Signos diferentes en estas direcciones coordenadas indica un valor negativo para el esfuerzo cortante.



**Figura N° 18. Convención de signos: componentes de esfuerzos, fuerzas de superficie y fuerzas de volumen referidas a las coordenadas cartesianas  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ .**

El estado de esfuerzo en un punto P en coordenadas cartesianas puede ser expresado como:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad \text{Ec16}$$

De la consideración del equilibrio de momentos en un elemento de material, se puede observar que el tensor de esfuerzos es simétrico y por lo tanto de las 6 componentes cartesianas de los esfuerzos cortantes sólo son independientes tres de ellas. Esto es,

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ji} \quad 0 \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21}, \quad \sigma_{23} = \sigma_{32}, \quad \sigma_{31} = \sigma_{13} \end{aligned} \quad \text{Ec17}$$

En consecuencia, la totalidad del campo de esfuerzos tridimensionales en un punto puede ser determinado por seis componentes. Debido a que estas son cantidades tensoriales, deben ser medidas en términos de un grupo de coordenadas como se muestra en la Ec16.

*Tensor de esfuerzos en notación matricial:*

Para la representación matricial del tensor de esfuerzos se reemplazará el par de subíndices ij de las componentes de la Ec16 por un único subíndice de acuerdo a la siguiente equivalencia (11→1), (22→2), (33→3), (23→4), (31→5), (12→6). En este trabajo para referirse a la matriz de esfuerzos se usará indistintamente las notaciones  $\sigma$  o  $\{\sigma\}$ :

$$\sigma^t = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}\} \quad \text{Ec18}$$

El superíndice t indica la transpuesta de la matriz.

*Ecuaciones de equilibrio:*

Si un cuerpo se encuentra en estado de equilibrio, cada punto de él debe estar en equilibrio. La figura N° 19 muestra un elemento vecino al punto **O**, el estado de esfuerzos y el incremento de los mismos a lo largo de la dirección  $x_1$ .  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son las fuerzas de volumen como se muestra en la figura N° 18. Las ecuaciones de equilibrio se obtienen haciendo la sumatoria de las fuerzas en las direcciones  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  iguales a cero ya que el punto **O** está en equilibrio, obteniéndose las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + b_1 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + b_2 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + b_3 &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec19}$$

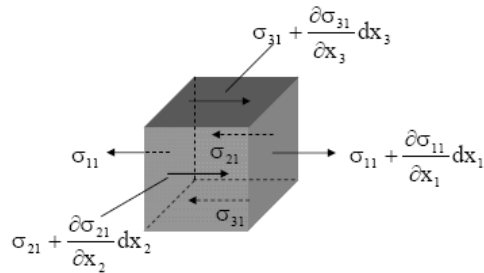


Figura N° 19. Componentes de esfuerzo en la dirección  $x_1$ .

Las ecuaciones Ec19 también pueden ser escritas en notación indicial como:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i = 0 \quad \text{o} \quad \sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (i,j=1,2,3) \quad \text{Ec20}$$

Donde  $\Omega$  es el dominio en el que se aplica la ecuación y se supone que está limitada por la superficie  $\Gamma$  (ver figura N° 20).

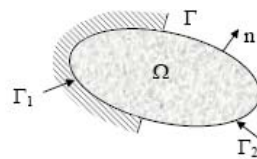


Figura N° 20. Definición geométrica del dominio y contorno de un cuerpo.

*Condiciones de contorno:*

Las componentes de esfuerzo son proyectadas en un diferencial del contorno  $d\Gamma$  y produce fuerzas de superficies o tracciones que son denotadas por  $p_i$  (ver figura N° 18) de modo que:

$$\begin{aligned} p_1 &= \sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 \\ p_2 &= \sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2 + \sigma_{23}n_3 \\ p_3 &= \sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 + \sigma_{33}n_3 \end{aligned} \quad \text{Ec21}$$

En notación matricial se expresan como:

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \quad \text{Ec22}$$

Donde:  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  son los cósenos directores de la normal  $n$  con respecto a los ejes  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , esto es:  $n_1 = \cos (n,x_1)$ ,  $n_2 = \cos (n,x_2)$  y  $n_3 = \cos (n,x_3)$ . La ecuación (22) puede ser escrita en notación indicial como:

$$p_i = \sigma_{ij}n_j \quad \text{en } \Gamma \quad (i,j=1,2,3) \quad \text{Ec23}$$

Se supone que las tracciones son conocidas en la parte  $\Gamma_2$  del contorno y que son las condiciones de borde para este problema. De aquí que:

$$\begin{aligned} p_1 &= \bar{p}_1 \\ p_2 &= \bar{p}_2 \quad \text{en } \Gamma_2 \\ p_3 &= \bar{p}_3 \end{aligned} \quad \text{Ec24}$$

Donde los términos con barra representan valores conocidos. Estas condiciones implican que las tracciones aplicadas  $\bar{p}_i$  tienen que estar en equilibrio con las componentes de tracciones obtenidas de los esfuerzos internos en el contorno, esto es:

$$p_i = \sigma_{ij}n_j = \bar{p}_i \quad \text{en } \Gamma_2 \quad \text{Ec25}$$

### *Esfuerzos Principales:*

En cada punto de un cuerpo existen planos, conocidos como planos principales, en los cuales los esfuerzos actuantes son perpendiculares al mismo. Esto implica que no hay esfuerzos cortantes actuando en estos planos y la dirección de la normal a cada plano es llamada dirección principal.

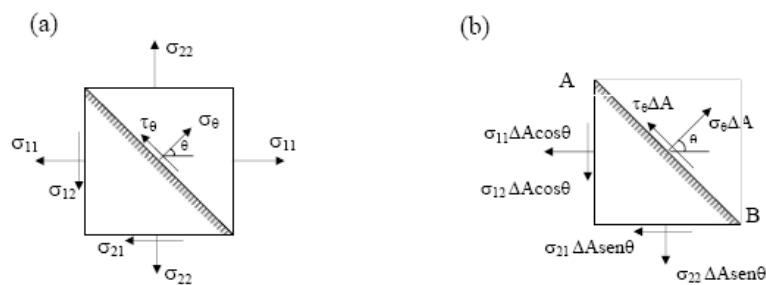
Considérese un sólido en un estado de esfuerzos planos como el que se muestra en la figura N° 21a. Se suponen conocidos los esfuerzos  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{33}$  y que los esfuerzos  $\sigma_\theta$  y  $\tau_\theta$  normales y tangenciales respectivamente, actúan en el plano AB. En la figura N° 21b se muestra el diagrama de fuerzas siendo  $\Delta A$  el área del plano. Suponiendo que el elemento está en equilibrio y haciendo sumatoria de fuerzas en las direcciones de  $\sigma_\theta$  y  $\tau_\theta$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum F\sigma_{\theta} &= \sigma_{\theta}\Delta A - \sigma_{11}\Delta A \cos^2\theta - \sigma_{22}\Delta A \sin^2\theta - 2\sigma_{12}\Delta A \cos\theta \sin\theta = 0 \\ \sum F\tau_{\theta} &= \tau_{\theta}\Delta A - \sigma_{12}\Delta A \sin^2\theta - \sigma_{12}\Delta A \cos^2\theta + \sigma_{11}\Delta A \cos\theta \sin\theta - \sigma_{22}\Delta A \sin\theta \cos\theta = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec26}$$

Expresando las ecuaciones en términos de funciones trigonométricas se obtiene:

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos 2\theta + \sigma_{12} \sin 2\theta \quad \text{Ec27}$$

$$\tau_{\theta} = \sigma_{12} \cos 2\theta - \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\sin 2\theta \quad \text{Ec28}$$



**Figura N° 21. Diagrama de esfuerzos en dos dimensiones**

De acuerdo a la definición de plano principal,  $\tau_{\theta} = 0$  por lo que el ángulo  $\theta$  puede ser obtenido de la ecuación 28:

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} \right) \quad \text{Ec29}$$

Con esta ecuación se determinan las direcciones del máximo y del mínimo esfuerzo normal. Sustituyendo estos valores en la ecuación (27) se obtienen los valores de dichos esfuerzos.

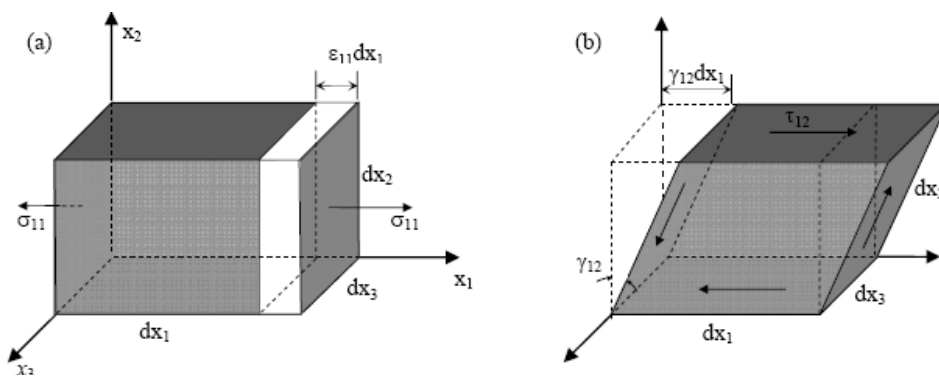
### 3.2.1 Análisis de deformación.

Todo cuerpo compuesto por una distribución continua de materia sufre deformaciones cuando se somete a esfuerzos, esto es, las posiciones relativas de varios puntos en el cuerpo se alteran entre ellas y con respecto a los ejes coordenados. El objetivo del análisis de deformación consiste en usar una

técnica matemática que permita describir la deformación de un cuerpo. Es necesario distinguir entre un desplazamiento que resulta en el movimiento de cuerpo rígido y un desplazamiento que produce deformación. Debido a que en el primero el tamaño y la forma del cuerpo permanecen intactos, es decir, no se producen deformaciones, por lo general los desplazamientos de cuerpo rígido son despreciados en el análisis de deformación.

*Definición de Deformación:*

La deformación es una cantidad geométrica que depende del movimiento relativo de dos o tres puntos en el cuerpo y en consecuencia está relacionada a los desplazamientos correspondientes a los esfuerzos normal y cortante presentados en las secciones previas. Existen dos tipos de deformación, la deformación normal  $\epsilon$ , definida como el cambio en la longitud por unidad de longitud inicial del segmento de línea, y la deformación cortante  $\gamma$ , definida como el cambio angular entre dos segmentos de línea que originalmente eran perpendiculares (ver figura N° 22).



**Figura N° 22. Deformaciones resultantes de esfuerzos unidireccionales (a) normales y (b) cortantes que actúan en un elemento diferencial de material elástico.**

Siendo  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  los desplazamientos en las direcciones  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , matemáticamente, las deformaciones normales pueden ser definidas como:

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \epsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad \epsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$$

Ec30

Un signo positivo de estas ecuaciones implica alargamiento mientras que uno negativo se aplica a la contracción. Similarmente, por definición las deformaciones cortantes pueden ser escritas como:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\gamma_{12}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right); \quad \varepsilon_{23} = \frac{\gamma_{23}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right); \quad \varepsilon_{31} = \frac{\gamma_{31}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) \quad \text{Ec31}$$

La deformación cortante es positiva cuando el ángulo entre dos ejes positivos decrece. En cualquier otro caso es negativa.

En Mecánica de Sólidos las ecuaciones (30) y (31) son conocidas como las relaciones desplazamiento-deformación. También son llamadas relaciones cinemáticas. En forma similar a las componentes de esfuerzos cortante, en las componentes de deformaciones cortantes se cumple:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}, \quad \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32}, \quad \varepsilon_{31} = \varepsilon_{13} \quad \text{Ec32}$$

Las ecuaciones (30) y (31) se pueden expresar en notación indicial como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{o} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (i, j = x, y, z) \quad \text{Ec33}$$

El estado de deformación en un punto puede expresarse en forma tensorial como:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad \text{Ec34}$$

Como se puede observar existen solo seis componentes de deformaciones independientes. En  $\Gamma_1$  (figura N° 20) se definen las siguientes condiciones de borde:

$$\begin{aligned} u_1 = \bar{u}_1; \quad u_2 = \bar{u}_2; \quad u_3 = \bar{u}_3 & \quad \text{en } \Gamma_1 \\ \text{o} \\ u_j = \bar{u}_j \quad (j=1,2,3) & \quad \text{en } \Gamma_1 \end{aligned} \quad \text{Ec35}$$

Donde  $\bar{u}_j$  son los valores prescritos. Nótese que la superficie total  $\Gamma$  del contorno es igual a  $\Gamma_1 + \Gamma_2$ .

*Tensor de deformación en notación matricial:*

Al igual que en el caso de las componentes de esfuerzo, para la representación matricial del tensor de deformaciones se reemplaza los subíndices  $ij$  de las componentes de la expresión (34) por un único subíndice de acuerdo a la siguiente equivalencia (11→1), (22→2), (33→3), (23→4), (31→5), (12→6). En consecuencia en notación matricial las componentes del tensor de deformaciones se agrupan en  $\epsilon$  (o  $\{\epsilon\}$ ) de la siguiente manera:

$$\epsilon^t = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5, \epsilon_6\} = \{\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \gamma_{23}, \gamma_{31}, \gamma_{12}\} \quad \text{Ec36}$$

*Compatibilidad de las deformaciones:*

Las ecuaciones (30) y (31) relacionan seis componentes de deformación con solo 3 componentes de desplazamiento, es decir, se tienen seis ecuaciones y 3 incógnitas ( $u_1, u_2, u_3$ ). Con el fin de garantizar una única solución para los desplazamientos  $u_1, u_2$  y  $u_3$ , las componentes de deformaciones no pueden ser asignadas arbitrariamente sino que deben satisfacer ciertas restricciones o condiciones de compatibilidad. Las ecuaciones de compatibilidad se obtienen eliminando las componentes de desplazamiento  $u_1, u_2$  y  $u_3$  en las ecuaciones (30) y (31), diferenciando la parte derecha de las ecuaciones con respecto a  $x_1, x_2$  y  $x_3$  e intercambiando el orden de diferenciación. De esta manera las ecuaciones de compatibilidad en problemas tridimensionales son:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} & ; & & 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2 \partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial \gamma_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial \gamma_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial x_3} \right) \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_2^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{23}}{\partial x_2 \partial x_3} & ; & & 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_3 \partial x_1} &= \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial \gamma_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \gamma_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial x_3} \right) \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_3^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{13}}{\partial x_1 \partial x_3} & ; & & 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} &= \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial \gamma_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial \gamma_{13}}{\partial x_2} - \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial x_3} \right)
\end{aligned}$$

Ec37

Estas seis ecuaciones deben ser satisfechas si las componentes de deformaciones y las componentes de desplazamiento  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  son funciones continuas del espacio coordenado  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ .

### 3.2.2 Relaciones esfuerzo-deformación.

Las ecuaciones de equilibrio (19) y las relaciones desplazamiento-deformación o ecuaciones cinemáticas (30) y (31) son independientes del tipo de material del cuerpo en consideración. Las relaciones entre las componentes de esfuerzo y de deformaciones, por el contrario, dependen del tipo de material. En esta sección se supone que el material de un cuerpo es lineal, elástico y homogéneo de allí que sus propiedades elásticas sean completamente identificadas a través de las siguientes constantes mutuamente independientes: módulo de Young  $E$  y relación de Poisson  $\nu$ . La linealidad implica que si el cuerpo se somete a un esfuerzo entonces la deformación en la dirección del mismo es directamente proporcional a los esfuerzos aplicados, esto significa que se cumple la Ley de Hooke. Si el tamaño y forma del cuerpo regresa exactamente a su estado original una vez que los esfuerzos se anulan, se dice que el cuerpo tiene un comportamiento perfectamente elástico. Finalmente, la homogeneidad significa que el material de un cuerpo está distribuido uniformemente a través del volumen del mismo y que las propiedades elásticas son las mismas en todos los puntos del cuerpo.

Estas propiedades son ideales. Ningún material satisface todos estos requerimientos. Sin embargo, la mayoría de los materiales estructurales, los minerales y las rocas poseen características y propiedades elásticas que permiten ser analizados a través de la teoría de elasticidad.

Hasta ahora se ha descrito el tensor de esfuerzos que se obtuvo a través de consideraciones de equilibrio y el tensor de deformaciones obtenido a partir de consideraciones cinemáticas. Estos tensores están relacionados entre si a través de las leyes constitutivas que dependen de la naturaleza del material. Debido a que se considera el comportamiento como elástico lineal, cada componente del esfuerzo está relacionada linealmente, en el caso general, con todas las deformaciones a través de la Ley de Hooke generalizada que tiene la forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{Ec38}$$

o en notación indicial:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{Ec39}$$

Donde  $\mathbf{C}$  es un tensor de orden 4, cuyos 81 componentes son los coeficientes de elasticidad. Debido a que  $\sigma_{ij}$  y  $\varepsilon_{kl}$  son simétricos,  $C_{ijkl}$  también es simétrico en  $ij$  y en  $kl$  reduciéndose el número de componentes independientes a 36. Por otra parte, se admite la existencia de la función escalar de energía de deformación  $U$  tal que  $dU = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ . Cumpliendo la Ley de Hooke esta función debe tener la forma a  $U = 1/2 C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl}$  y el tensor  $C_{ijkl}$  debe cumplir la siguiente propiedad de simetría:

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad \text{Ec40}$$

En consecuencia, de los restantes treinta y seis términos de  $C_{ijkl}$ , solo veintiuno son independientes. Si se considera que el material es homogéneo, podemos considerar  $C_{ijkl}$  como un grupo de constantes para una referencia dada.

En el caso de que el material sea isótropo, las relaciones esfuerzo-deformación en el caso tridimensional, se pueden escribir matricialmente, como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec41}$$

es decir:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} = 2\mu \left[ \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + \varepsilon_{ij} \right] \quad \text{Ec42}$$

Donde:  $\delta_{ij}$  es la función Delta de Kronecker ( $\equiv 1$  para  $i = j$ ,  $\equiv 0$  para  $i \neq j$ )

$\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$  y  $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$  = constante de Lamé, donde: E= módulo de Young,  $\nu$  = relación de Poisson. Las componentes de deformación pueden ser obtenidas a partir de los esfuerzos mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = S\sigma \quad \text{Ec43}$$

o

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec44}$$

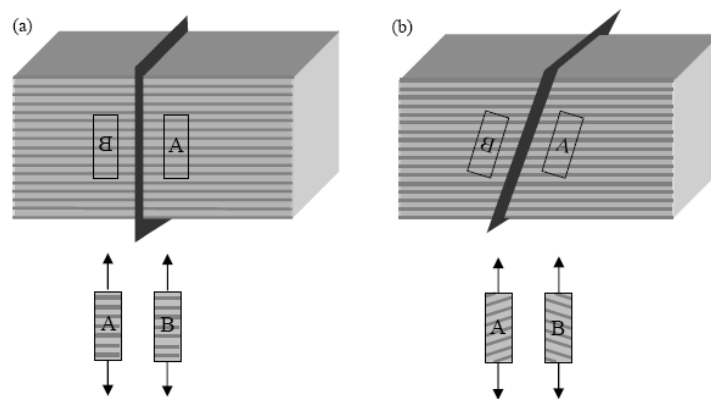
donde  $S = C^{-1}$ .

### *Ortotropía y planos de simetría elástica:*

Es importante hacer notar que un material isótropo solo tiene 2 constantes elásticas independientes, por lo que de conocerse dos propiedades cualesquiera las otras pueden ser calculadas a partir de ellas. En el caso más general el material puede ser anisótropo. En este caso el número total de

constantes elásticas es veintiuno. Este número de constantes para un material elástico, puede ser reducido cuando la estructura del material tiene uno o más planos de simetría elástica.

Un material posee un plano de simetría elástica si los coeficientes de la matriz C permanecen idénticos en un par de sistemas de coordenadas que son imágenes el uno del otro (véase figura N° 23).



**Figura N° 23 (a) Plano de simetría material; (b) Plano que no corresponde a una simetría material**

Materiales con dos planos de simetría ortogonales se llaman ortótropos y el número de coeficientes independientes se reduce de 21 a 9. En el caso ortótropo, las componentes de deformación pueden ser obtenidas a partir de los esfuerzos mediante la siguiente ecuación:

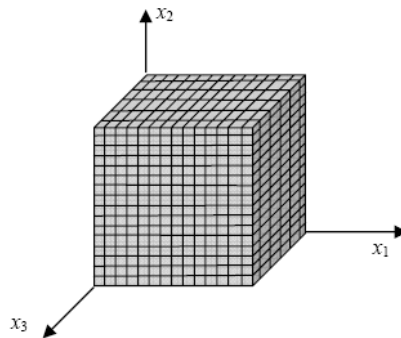
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec45}$$

De acuerdo a las condiciones de simetría se tiene:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}, \quad \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}, \quad \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \quad \text{Ec46}$$

Este tipo de material en el sistema de ejes coordenados mostrado en la figura N° 24 tiene entonces 9 coeficientes independientes, que son:

- 3 módulos de elasticidad,  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$
- 3 módulos de corte,  $G_{12}$ ,  $G_{23}$  y  $G_{31}$
- 3 coeficientes de Poisson  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$  y  $\nu_{31}$ .



**Figura N° 24. Material Ortótropo**

Las 3 ecuaciones de equilibrio (ecuaciones 29), las 6 relaciones desplazamiento-deformación (ecuaciones 30 y 31) y las 6 ecuaciones constitutivas (ecuaciones 38 o 43) forman un sistema de ecuaciones del cual se pueden determinar las 6 componentes de esfuerzo, las 6 componentes de deformaciones y los 3 desplazamientos.

### **3.2.3 Estado de Esfuerzos planos**

La condición de esfuerzos planos se usa para analizar problemas de elasticidad en los cuales un cuerpo es sometido a fuerzas en el plano y una de sus dimensiones es muy pequeña en comparación con el resto del cuerpo. Como se muestra en la figura N° 25 las condiciones de contorno para la placa delgada son:

$$\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

Ec47

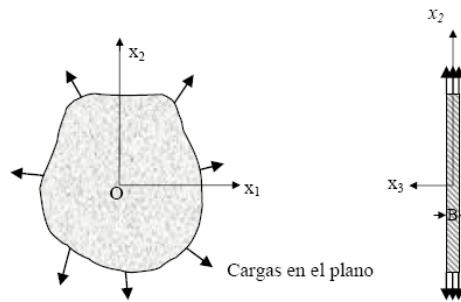


Figura N° 25. Ilustración de estado de esfuerzos planos

Debido a que el espesor  $B$  es suficientemente pequeño comparado con las otras dos dimensiones de la placa y ya que las cargas aplicadas en el contorno son uniformes a lo largo del espesor  $B$ , se puede suponer que las condiciones anteriores son también válidas en la sección transversal de la placa. En este caso, se supone que los esfuerzos restantes  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{12}$  no varían a lo largo del espesor  $B$ . En consecuencia, este problema se transforma en uno bidimensional en el cual la tercera dimensión, en sentido del eje  $x_3$ , puede ser ignorada y la Ley de Hooke se aplica como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{1}{E}(\sigma_{11} - \nu\sigma_{22}) \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{E}(\sigma_{22} - \nu\sigma_{11}) \\ \gamma_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{\mu}\end{aligned}$$

Ec48

### 3.2.4 Estado de deformaciones planas generalizadas en elasticidad anisótropa

En problemas de deformaciones planas en elasticidad anisótropa se considera que el desplazamiento  $\mathbf{u}^t = \{u_1, u_2, u_3\}$  depende solo de las coordenadas  $x_1$  y  $x_2$ . Este caso se presenta cuando la geometría y la carga no varían en dirección del eje  $x_3$ , es decir, en la dirección fuera del plano. Si el material anisótropo tiene un plano de simetría paralelo al plano  $x_1$ - $x_2$  entonces las deformaciones en el plano ( $u_1$  y  $u_2$ ) y las deformaciones fuera del plano ( $u_3$ ) están desacopladas. En cualquier otro caso, existe acoplamiento total entre las dos deformaciones.

Utilizando un único índice para representar las componentes de los tensores de esfuerzos y deformaciones, como se describió anteriormente, y en ausencia de fuerzas de volumen, las ecuaciones de equilibrio se reducen a:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_6}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_6}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_5}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_4}{\partial x_2} &= 0\end{aligned}\tag{Ec49}$$

Las componentes de deformación no nulas están dadas por:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_4 = \frac{\partial u_3}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_5 = \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_6 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\tag{Ec50}$$

Las relaciones esfuerzo-deformación están dadas por:

$$\varepsilon_M = \sum_{N=1,2,4,5,6} S_{MN} \sigma_N \quad (M=1,2,4,5,6)\tag{Ec51}$$

donde  $S_{MN}$  es la inversa de la matriz de coeficientes elásticos reducida como:

$$S_{MN} = s_{MN} - (s_{M3}s_{3N})/s_{33} \quad (M, N = 1, 2, 4, 5, 6)\tag{Ec52}$$

en función de los términos de  $s_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ).

Las ecuaciones de compatibilidad están dadas por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_6}{\partial x_1 \partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_4}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_5}{\partial x_2} &= 0\end{aligned}\tag{Ec53}$$

### 3.2.5 Análisis en coordenadas polares

En general los problemas en teoría de elasticidad pueden ser simplificados desde el punto de vista matemático si el contorno del cuerpo se hace coincidir con el sistema coordenado escogido. Por ejemplo, los problemas que involucran dimensiones cilíndricas pueden ser resueltos mas fácilmente usando un sistema cilíndrico de coordenadas polares con el origen del sistema en el centro del cilindro. A continuación se presentan los principios generales de las coordenadas cilíndricas polares y se deducen las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad.

#### *Componentes de esfuerzo en coordenadas cilíndricas polares*

En la figura N° 26 se muestran las componentes de esfuerzos en coordenadas cilíndricas polares. El estado de esfuerzo en un punto puede ser dado en coordenadas cilíndricas polares como:

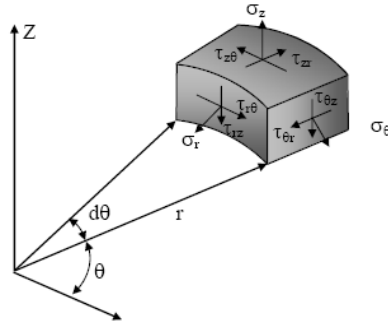
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (i, j = r, \theta, z) \quad \text{Ec54}$$

en donde:

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r}, \quad \sigma_{zr} = \sigma_{rz}, \quad \sigma_{\theta z} = \sigma_{z\theta} \quad \text{Ec55}$$

#### *Ecuaciones de equilibrio en términos de coordenadas cilíndricas polares*

De manera similar a como se dedujeron las ecuaciones de equilibrio en coordenadas cartesianas, éstas ecuaciones en términos de coordenadas cilíndricas polares pueden ser deducidas suponiendo que el estado de esfuerzos que se muestra en la figura N° 26 está en equilibrio.



**Figura N° 26 Componentes de esfuerzo en coordenadas cilíndricas polares en tres dimensiones**

En consecuencia, en ausencia de fuerzas de volumen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{r} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} &= 0 \end{aligned}$$

Ec56

donde:

$r$  = distancia desde el origen,  $\theta$  = ángulo.

### *Relaciones desplazamiento-deformación*

En coordenadas cilíndricas polares las deformaciones normales y cortantes se definen como:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u_1}{\partial r}; \quad \epsilon_\theta = \frac{u_1}{r} + \frac{\partial u_2}{r \partial \theta}; \quad \epsilon_z = \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\partial u_1}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{u_2}{r}; \quad \gamma_{\theta z} = \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{r \partial \theta}; \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial r} \end{aligned}$$

Ec57

Donde:

$u_1$  = desplazamiento en la dirección  $r$ , es decir, desplazamiento radial

$u_2$  = desplazamiento en la dirección  $\theta$ , es decir, desplazamiento tangencial

$u_3$  = desplazamiento en la dirección  $z$ , es decir, desplazamiento vertical

### *Ecuaciones de Compatibilidad*

Considerando el caso de problemas bidimensionales, la ecuación de compatibilidad se obtiene eliminando las componentes de desplazamiento de la ecuación (57):

$$\frac{\partial^2(\sigma_r + \sigma_\theta)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2(\sigma_r + \sigma_\theta)}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial(\sigma_r + \sigma_\theta)}{r \partial r} = 0 \quad \text{Ec58}$$

o

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial}{r \partial r} \right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = 0 \quad \text{Ec59}$$

es decir:

$$\nabla^2(\sigma_r + \sigma_\theta) = 0 \quad \text{Ec60}$$

### **3.3 Teoría de la plasticidad.**

La teoría de plasticidad es una rama de la mecánica que se ocupa del cálculo de los esfuerzos y las deformaciones en un cuerpo de material dúctil, en el cual se producen deformaciones permanentes como consecuencia de las cargas aplicadas. La teoría se basa en observaciones experimentales del comportamiento de metales sometidos a estados de esfuerzos combinados. Los resultados observados son idealizados en formulaciones matemáticas que permiten describir el comportamiento de metales sujetos a esfuerzos complejos. A diferencia de los sólidos elásticos, en los cuales el estado de deformación depende solo del estado final de esfuerzo, la deformación que se produce en un sólido plástico se determina a partir de la historia completa de sollicitaciones.

En metales dúctiles, bajo condiciones favorables, las deformaciones plásticas pueden tener una extensión considerable sin que se produzca la falla por fractura.

### **3.3.1 Comportamiento uniaxial de sólidos elastoplásticos**

En la figura N° 27 se muestra una curva típica esfuerzo-deformación correspondiente a un material dúctil sometido a tracción simple. La parte inicial de la curva OA corresponde a una línea recta de pendiente E que es el módulo de Young. Hasta este momento, como el esfuerzo es suficientemente pequeño, el material se comporta elásticamente y el espécimen recupera su tamaño original una vez que se eliminan las cargas aplicadas. El punto A representa el límite de proporcionalidad a partir del cual la relación esfuerzo-deformación deja de ser lineal. Generalmente el rango elástico se extiende un poco más allá del límite de proporcionalidad. Para la mayoría de los metales la transición del comportamiento elástico al plástico es gradual debido a la cedencia sucesiva de los granos individuales de cristal. La ubicación del punto de cedencia B es en consecuencia una convención. El esfuerzo correspondiente  $\sigma$  conocido como esfuerzo de cedencia se define generalmente como aquel para el cual se observa una pequeña cantidad de deformaciones permanentes.

Más allá del límite de cedencia, el esfuerzo sigue aumentando continuamente produciendo mayores deformaciones plásticas. En la curva BC se observa como la pendiente de la curva esfuerzo-deformación, que representa la tasa de endurecimiento por deformación, decrece de manera estable con el incremento del esfuerzo.

Si el espécimen es cargado hasta un punto C en el rango plástico y se elimina la carga, se produce una descarga elástica que sigue la trayectoria CD muy parecida a una línea recta de pendiente E. La deformación permanente que se obtiene al finalizar la descarga es igual a OE. Cuando se aplica carga de nuevo, el espécimen se deforma elásticamente hasta que alcanza un nuevo punto de cedencia F. Si se desprecia el lazo de fluencia angosto que se forma durante la carga y descarga, se puede considerar que F coincide con C. A

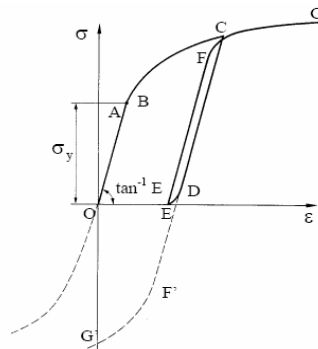
mayor carga, la curva esfuerzo-deformación sigue la trayectoria FG, como una continuación virtual de la curva BC. La curva EFG puede ser considerada como la curva esfuerzo-deformación del metal cuando está pre-deformado una cantidad OE. A mayor grado de deformación previa, el punto de fluencia es mayor y la curva de endurecimiento por deformación es más plana.

### 3.3.1.1 Dominio Elástico

Se define el dominio elástico como el conjunto de valores de esfuerzo para los cuales la respuesta es elástica. En la gráfica N° 27, y en ausencia de deformaciones plásticas previas, el dominio elástico es la zona comprendida entre ( $\sigma_y$  y  $-\sigma_y$ ).

### 3.3.1.2 Efecto Baushinger

Supóngase que un espécimen que ha sido descargado totalmente desde un estado de tensión plástica representado por el punto C, se recarga en compresión simple (figura N° 27).



**Figura N° 27 Curva esfuerzo-deformación de metales con efectos de descarga y cargas reversibles**

La curva esfuerzo-deformación seguirá la línea DF', donde el nuevo punto de cedencia F' corresponde a un esfuerzo que es apreciablemente de menor magnitud que el correspondiente al punto C. Este fenómeno es conocido como el efecto Baushinger que ocurre en los metales reales siempre que se produce un cambio de signo en las cargas aplicadas. El subsiguiente endurecimiento

por deformación sigue la trayectoria F'G' y se aproxima a la curva esfuerzo-deformación en compresión a medida que se sigue aplicando carga. El esfuerzo de cedencia menor en cargas reversibles es causado principalmente por la existencia de esfuerzos residuales que permanecen en el espécimen a escala microscópica debido a estados de esfuerzos diferentes en los cristales individuales.

### 3.3.1.3 Idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación

Cuando se realizan simulaciones iterativas es necesario representar una determinada curva experimental esfuerzo-deformación mediante ecuaciones matemáticas. Las ecuaciones cinemáticas y de equilibrio descritas en la sección de elasticidad siguen siendo válidas en el caso de que el elemento incurra en el rango plástico. Por el contrario, es necesario plantear una nueva ley de comportamiento que considere la existencia de deformaciones permanentes. Para ello se introduce la variable interna  $\varepsilon_p$  que conjuntamente con la deformación  $\varepsilon$  permite calcular el esfuerzo  $\sigma$  de manera única. La expresión que permite este cálculo se llama ley de estado. Para calcular la nueva variable es necesario plantear una nueva ecuación que es la ley de evolución de  $\varepsilon_p$ .

Existen diversos modelos que idealizan dicha curva algunos de estos cuales se describen a continuación (Flórez-López (1999)).

### 3.3.1.4 Modelo Elastoplástico perfecto

Este modelo propone la siguiente ley de estado para relacionar esfuerzos con deformaciones:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad \text{Ec61}$$

donde E es el módulo de Young.

La ley de evolución de las deformaciones plásticas se plantea en términos de una función de fluencia  $f = f(\sigma)$  que indica cuando hay o no plasticidad. Este modelo propone la siguiente función de fluencia:

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \quad \text{Ec62}$$

donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de cedencia. La ley de evolución de  $\epsilon_p$  se define como:

$$\dot{\epsilon}_p = 0 \quad \text{si } f < 0 \quad \text{o } \dot{f} < 0 \quad \text{Ec63}$$

$$\dot{\epsilon}_p \neq 0 \quad \text{si } f = 0 \quad \text{y } \dot{f} = 0 \quad \text{Ec64}$$

La ecuación (63) indica que no hay incremento de la deformación plástica, o sea, que  $\epsilon_p$  se mantiene constante, cuando la función de fluencia es negativa, lo que implica que el esfuerzo es menor que el esfuerzo de cedencia o cuando el incremento de  $f$  es negativo, lo que ocurre durante las descargas elásticas. La ecuación (64) implica que hay aumento de la deformación plástica cuando el esfuerzo alcanza el valor del esfuerzo de cedencia y  $f$  no tiene tendencia a disminuir, es decir, que no comience un proceso de descarga.

Con este modelo se obtienen curvas esfuerzo-deformación como la que se muestra en la figura N° 28a. Como se puede observar, este modelo no considera el efecto de endurecimiento por deformación. En la figura N° 28b se muestra la respuesta cíclica obtenida con el modelo elastoplástico perfecto. En esta figura se puede observar que este modelo no describe el efecto Baushinger ya que supone que el límite elástico es constante.

El modelo elastoplástico perfecto es adecuado para determinar capacidades resistentes en términos de fuerzas pero es muy deficiente para describir procesos de falla como en el caso de la ingeniería sísmica.

El conjunto formado por la ley de estado (61) y la ley de evolución de  $\epsilon_p$  (63) y (64) representa la ley de comportamiento uniaxial del modelo elastoplástico perfecto.

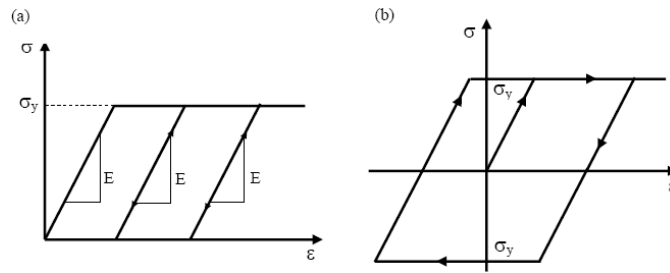


Figura N° 28 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto en el caso: (a) monotónico, (b) cíclico.

### 3.3.1.5 Modelo Elastoplástico perfecto con endurecimiento cinemático lineal.

Este modelo fue propuesto por W. Prager (1955) quien supuso que el efecto Baushinger se produce debido al desplazamiento del dominio elástico como consecuencia de la plasticidad. Teniendo en cuenta que el dominio elástico es definido exclusivamente por la función de fluencia, se conservan las leyes de estado (Ec61) y las de evolución (Ec63) y (Ec64) del modelo elastoplástico perfecto. Para ello propuso una nueva función de fluencia de la forma:

$$f(\sigma, X) = |\sigma - X| - \sigma_y \leq 0 \quad \text{Ec65}$$

donde X representa la ubicación del centro del dominio elástico como se muestra en la figura N° 29 Cuando el endurecimiento es lineal se calcula como:

$$X = c\varepsilon^p \quad \text{Ec66}$$

donde c es una constante propiedad del material que se obtiene experimentalmente.

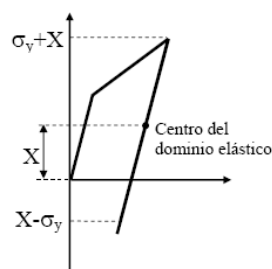
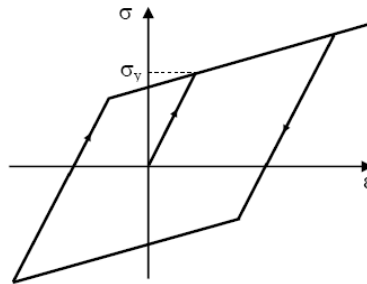


Figura N° 29 Centro del dominio elástico

Considerando esta función de fluencia en las leyes evolución de la deformación plástica (Ec63) y (Ec64) se obtiene el comportamiento mostrado en la figura N° 30.

Para esfuerzos positivos, la plastificación en este modelo comienza cuando el esfuerzo alcanza el valor de  $c\varepsilon^p + \sigma_y$  (f es igual a cero), mientras que para esfuerzos negativos la plasticidad ocurre cuando el esfuerzo es igual a  $c\varepsilon^p - \sigma_y$ . El dominio elástico es por lo tanto el conjunto de valores  $(c\varepsilon^p + \sigma_y, c\varepsilon^p - \sigma_y)$ . Cuando la deformación plástica es nula, el dominio elástico en ambos modelos es coincidente. La rama plástica definida por  $f = 0$  en ambos modelos, ahora es una recta inclinada cuya pendiente depende de la constante  $c$ .



**Figura N° 30 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto considerando endurecimiento cinemático en el caso cíclico (Modelo de Prager)**

Como puede observarse este modelo permite representar el efecto Baushinger, pero no impone límite al máximo esfuerzo que el material puede soportar.

### 3.3.1.6 Modelo Elastoplástico perfecto con endurecimiento isótropo.

El modelo descrito en la sección precedente presenta el inconveniente respecto al modelo elastoplástico perfecto de no limitar los esfuerzos admisibles del material. En el modelo anterior el esfuerzo en el material puede aumentar indefinidamente si la constante  $c$  es estrictamente positiva. Para solventar este inconveniente se introduce un término  $R(p)$  de endurecimiento isótropo en la función de fluencia de la forma:

$$f(\sigma, X, R) = |\sigma| - (\sigma_y + R(p)) \leq 0 \tag{Ec67}$$

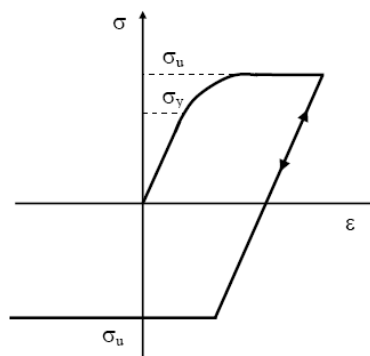
Para el término de endurecimiento isótropo se considera una expresión no lineal de la forma:

$$R(p) = (\sigma_u - \sigma_y)(1 - e^{-\alpha p}) \quad \text{Ec68}$$

Donde  $\alpha$  es una propiedad del material y  $p$  es la deformación plástica acumulada que se define como:

$$dp = |d\varepsilon_p| \quad \text{Ec69}$$

Con la introducción del término de endurecimiento isótropo no lineal además de limitar el esfuerzo en el material permite que el dominio elástico aumente su tamaño con la plasticidad. La curva esfuerzo-deformación resultante se muestra en la figura (Nº 31).



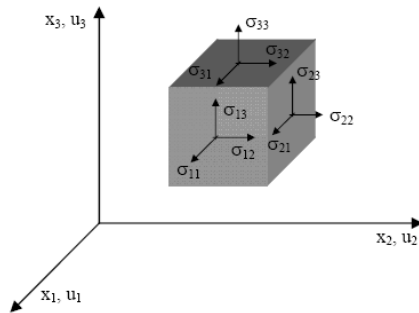
**Figura Nº 31 Curva esfuerzo-deformación obtenida con el modelo elastoplástico perfecto considerando endurecimiento isótropo no lineal en el caso cíclico.**

### 3.3.2 Sólidos tridimensionales elastoplásticos

Como se mencionó anteriormente en el caso de la elastoplasticidad las ecuaciones cinemáticas y de equilibrio, descritas en la sección de elasticidad siguen siendo válidas. Por el contrario, es necesario plantear una nueva ley de comportamiento que considere la existencia de las deformaciones plásticas.

Cuando se analizan sólidos tridimensionales elastoplásticos, se debe considerar el estado de esfuerzos que se describió en la sección de elasticidad

y que se muestra en la figura N° 32 Como se mencionó en esa sección, debido a que en un punto **P** hay un número infinito de esfuerzos, el estado de esfuerzos está relacionado con algunos planos particulares que pasan a través de él y por lo tanto la magnitud de sus componentes depende del sistema coordinado considerado.



**Figura N° 32 Estado general de esfuerzos en un elemento representativo de volumen en sólido tridimensional.**

La ley de comportamiento en este caso está dada por la ley de estado:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon - \varepsilon^p\} \quad \text{o} \quad \{\varepsilon - \varepsilon^p\} = [S]\{\sigma\} \quad \text{Ec70}$$

donde  $[C]$  es la matriz de coeficientes elásticos del material y  $[S] = [C]^{-1}$  tal y como fueron definidas en la sección de elasticidad.  $\{\varepsilon_p\}$  agrupa las deformaciones permanentes asociadas a las deformaciones  $\{\varepsilon\}$ .

### 3.4 Criterios de Falla.

Para la función de fluencia han sido propuestas diversas expresiones. A continuación se presenta la descripción de algunas de ellas.

#### 3.4.1 Modelos para metales.

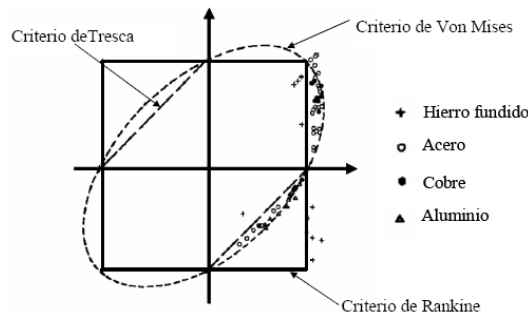
##### 3.4.1.1 Criterio de Rankine.

Rankine propone una función de fluencia que depende de los esfuerzos principales, como:

$$f = \max(\sigma_I, -\sigma_{III}) - \sigma_y$$

Ec71

donde  $\sigma_I$  es el esfuerzo principal máximo (mayor valor a tracción) y  $\sigma_{III}$  es el esfuerzo principal mínimo (mayor valor a compresión). En la figura N° 33 se muestra la comparación de algunos resultados experimentales obtenidos de ensayo de metales como hierro colado, acero, cobre y aluminio, sometidos a un estado de esfuerzos biaxiales, con el criterio de fluencia de Rankine (Popov (1997)).



**Figura N° 33. Comparación de los Criterios de Rankine, Tresca y Von Mises con datos de algunos ensayos. (Popov (1997))**

Como se puede observar en esta figura, el criterio de Rankine es adecuado para describir el comportamiento de materiales frágiles como el hierro fundido pero no muy acertado para otros materiales en los cuales la plasticidad es consecuencia de la existencia de esfuerzos cortantes.

### 3.4.1.2 Criterio de Tresca.

Este criterio resulta de la observación de que en un material dúctil durante la fluencia, aparece deslizamiento a lo largo de planos críticamente orientados. En consecuencia, el esfuerzo cortante máximo desempeña el papel clave y se supone que la fluencia depende únicamente del máximo esfuerzo cortante que se alcanza dentro de un elemento. De acuerdo a este criterio, las deformaciones plásticas aparecen en un cierto punto cuando el máximo esfuerzo tangente alcanza un cierto valor  $\tau_y$ . Este criterio es también conocido como criterio del esfuerzo cortante máximo y representa de manera adecuada

el comportamiento de metales puros como el acero, el cobre y el aluminio. El criterio de Tresca se expresa como:

$$f = \tau_{\max} - \tau_y \leq 0 \tag{Ec72}$$

donde:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \tag{Ec73}$$

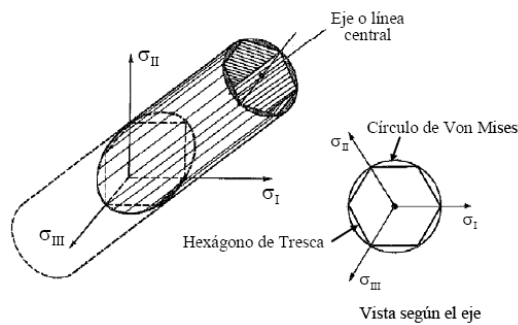
y

$$\tau_y = \frac{\sigma_y}{2} \tag{Ec74}$$

Introduciendo (Ec73) y (Ec74) en (Ec72) se obtiene:

$$f = \sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_y \leq 0 \tag{Ec75}$$

Como se muestra en la figura N° 33 con este criterio se puede describir de manera adecuada el comportamiento de metales dúctiles como el acero, cobre y aluminio. La superficie de fluencia obtenida con el criterio de Tresca para el estado de esfuerzo tridimensional es una superficie hexagonal inscrita en un cilindro como se muestra en la figura N° 34.



**Figura N° 34 Superficies de fluencia de Tresca y Von Mises para el estado de esfuerzo tridimensional. (Popov (1997))**

### 3.4.1.3 Criterio de Von Mises o de la Energía máxima de distorsión.

En este criterio se supone que la energía total de deformación se divide en dos partes: una asociada a los cambios volumétricos del material, y otra que produce distorsiones por corte. Adicionalmente considera que la plasticidad no produce cambios volumétricos por lo que el criterio de fluencia se establece igualando la energía de distorsión o de deformación por corte en el punto de fluencia en tensión simple con la energía correspondiente al esfuerzo combinado.

Para obtener el criterio de fluencia se utiliza el principio de superposición. Se considera que el tensor de esfuerzos correspondiente a los tres esfuerzos principales  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  y  $\sigma_{III}$  está compuesto de dos tensores componentes aditivos. Uno de estos tensores se denomina tensor de esfuerzo dilatacional y el otro se denomina tensor de esfuerzo distorsional (o desviatorio). Esto se escribe matricialmente como:

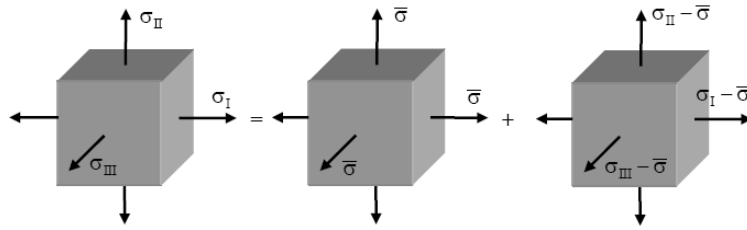
$$\begin{bmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_I - \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} - \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} - \bar{\sigma} \end{bmatrix} \quad \text{Ec76}$$

donde  $\bar{\sigma}$  es el esfuerzo hidrostático medio que se define como

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} \quad \text{Ec77}$$

Esta descomposición se muestra gráficamente en la figura N° 35. Se sabe que el último estado de esfuerzos mostrado en esta figura, no produce cambios volumétricos sino que sólo distorsiona o desvía al elemento de su forma cúbica inicial. La energía total de deformación por unidad de volumen en términos de los esfuerzos principales es:

$$U_{\text{total}} = \frac{1}{2E}(\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2) - \frac{v}{E}(\sigma_I\sigma_{II} + \sigma_{II}\sigma_{III} + \sigma_{III}\sigma_I) \quad \text{Ec78}$$



**Figura N° 35 Descomposición de esfuerzos principales en esfuerzos dilatacionales y distorsionales**

La energía de deformación por unidad de volumen debida a esfuerzos dilatacionales se obtiene a partir de la ecuación (78) haciendo primero  $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III} = p$  y sustituyendo p por  $\bar{\sigma} = (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})/3$  resultando:

$$U_{\text{dilatación}} = \frac{3(1-2\nu)}{2E} p^2 = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^2 \quad \text{Ec79}$$

Restando la ecuación (78) de (79) y considerando que  $G = E / (1+ \nu)$  se obtiene la energía de distorsión:

$$U_{\text{distorsión}} = \frac{1}{12G} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2] \quad \text{Ec80}$$

Igualando la energía de distorsión con la energía de distorsión máxima en tensión simple  $2 \sigma_y / 12G$  se obtiene:

$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = 2\sigma_y^2 \quad \text{Ec81}$$

El criterio de fluencia para una material idealmente plástico se escribe como:

$$f = \sigma_{\text{eq}} - \sigma_y \quad \text{Ec82}$$

donde:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{eq}} &= \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]} \end{aligned} \quad \text{Ec83}$$

Para  $\sigma_{III} = 0$  la ecuación (81) corresponde a una elipse como se muestra en la figura N° 33 La superficie de fluencia en el estado de esfuerzos tridimensionales resulta en un cilindro como se muestra en la figura N° 34.

### 3.4.2 Modelos para rocas y suelos.

#### 3.4.2.1 Criterio de Mohr Coulomb.

El criterio de Mohr establece que la falla es gobernada por la relación:

$$|\tau| = f(\sigma) \tag{Ec84}$$

donde el esfuerzo límite  $\tau$  depende solo del esfuerzo normal  $\sigma$  en el mismo plano en cierto punto. La envolvente de falla  $f(\sigma)$  es una función determinada experimentalmente. De acuerdo al criterio de Mohr, la falla del material ocurre para todos los estados de esfuerzos en los cuales el círculo de Mohr es tangente a la envolvente de falla. Esto implica que el esfuerzo intermedio  $\sigma_{II}$  no tiene influencia en la condición de falla. La forma más simple de la envolvente de falla de Mohr es una línea recta como la que se muestra en la figura (N° 36a). La ecuación de la línea recta está dada por

$$|\tau| = C + \sigma \tan\phi \tag{Ec85}$$

donde  $C$  y  $\phi$  son propiedades del material;  $C$  representa la cohesión y  $\phi$  representa el ángulo de fricción interna.

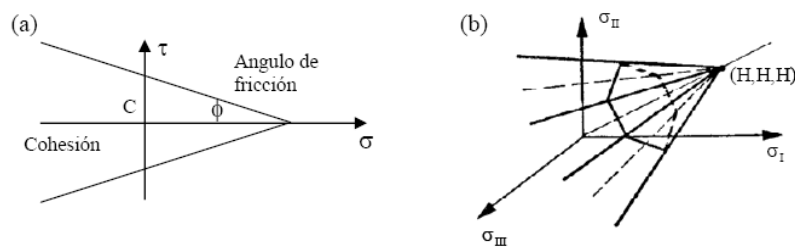


Figura N° 36 Criterio de Mohr-Coulomb (a) Diagrama de Mohr (b) En el espacio de esfuerzos principales. (Halphen y Salençon (1987))

El criterio de falla asociado con la ecuación (85) es llamado criterio de Mohr-Coulomb y se expresa como:

$$f = \tau_{\max} - K(\sigma) \tag{Ec86}$$

donde:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \tag{Ec87}$$

y

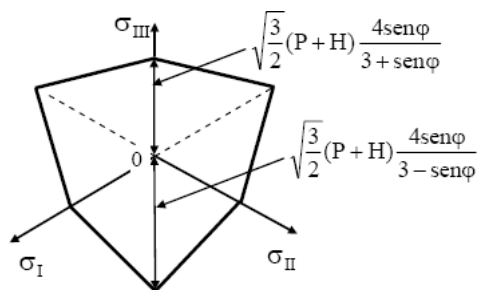
$$K(\sigma) = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \text{sen}\phi + C \text{cos}\phi \tag{Ec88}$$

Introduciendo (Ec88) y (Ec87) en (Ec86) se obtiene:

$$f = \sigma_I - \sigma_{III} - (\sigma_I + \sigma_{III}) \text{sen}\phi - 2C \text{cos}\phi \tag{Ec89}$$

En el espacio de esfuerzos principales, el criterio de Mohr-Coulomb representa una pirámide hexagonal irregular como la que se muestra en la figura N° 36b.

En la figura N° 37 se muestra la sección del dominio elástico para un plano deviatorico de ecuación  $\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} = 3P$ .



**Figura N° 37 Criterio de falla de Mohr-Coulomb en el plano deviatorico de ecuación  $\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} = 3P$ . (Halphen y Salençon (1987))**

El criterio de Mohr-Coulomb presenta dos deficiencias. Primero, asume que el esfuerzo principal intermedio no tiene influencia en la falla, aspecto que es contrario a la evidencia experimental. Segundo, las meridianas y la envolvente

de falla son líneas rectas en el diagrama de Mohr, lo que implica que el parámetro  $\Phi$  no cambia con la presión de confinamiento (presión hidrostática). Adicionalmente, como se puede observar la superficie de falla tiene esquinas (o singularidades) que como se sabe son difíciles de manejar en los análisis numéricos. Sin embargo, debido a su simplicidad y buena precisión, este criterio es ampliamente usado en la actualidad para aplicaciones prácticas en suelos que presentan una cantidad limitada de presión de confinamiento.

### 3.4.2.2 Criterio de Drucker-Prager.

Este criterio, que es una modificación del criterio de Von Mises, es usado frecuentemente en aplicaciones prácticas. En él se incorpora la dependencia con respecto a la presión hidrostática. El criterio de Drucker-Prager se expresa como:

$$f(\sigma) = \sigma_{eq} - K(\sigma) \quad \text{Ec90}$$

donde  $\sigma_{eq}$  tiene la expresión mostrada en (Ec83), y

$$K(\sigma) = \alpha(H - 3\sigma_h) \quad \text{Ec91}$$

H es la cotangente del ángulo de fricción interna,  $\sigma_h$  la presión hidrostática y  $\alpha$  tiene la expresión

$$\alpha = \frac{3\text{sen}\phi}{\sqrt{3(3 + \text{sen}^2\phi)}} \quad \text{Ec92}$$

La superficie de falla de Drucker-Prager en el espacio de esfuerzos principales se muestra en la figura N° 38. Como se puede observar en la figura, esta superficie es un cono circular recto cuyos ejes corresponden a los ejes de esfuerzos hidrostáticos  $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ . La traza de falla en el plano deviatorico se muestra en la figura N° 39.

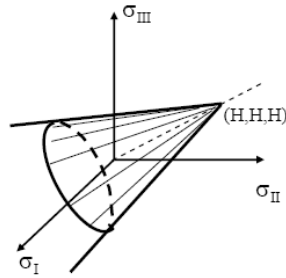


Figura N° 38 Criterio de falla de Drucker-Prager en el espacio de esfuerzos principales. (Halphen y Salençon (1987))

### 3.4.2.3 Modelos No Estándar.

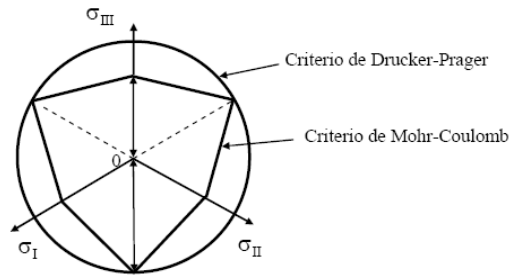
Como se puede observar en la figura N° 38, la superficie de falla del modelo de Drucker-Prager resulta matemáticamente más conveniente que la de Mohr-Coulomb cuando se realizan análisis tridimensionales por no presentar esquinas (o singularidades). Ahora bien, cuando se superponen las trazas deviatoricas de ambos modelos (ver figura N° 39) se puede observar que el criterio de Drucker-Prager, que corresponde a un círculo, sobrestima la resistencia del material y no guarda semejanza con las observaciones experimentales. Para solventar esta situación se utiliza un modelo llamado “no estándar” en el cual se considera el criterio de Mohr-Coulomb para definir la ley de evolución del flujo plástico y la función de Drucker-Prager para definir su correspondiente dirección. De este modo el modelo resulta

$$de^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma} \tag{Ec93}$$

Siendo la ley de evolución:

$$\begin{cases} d\lambda = 0 & \text{si } f < 0 \text{ o } df < 0 \\ d\lambda \neq 0 & \text{si } f = 0 \text{ y } df = 0 \end{cases} \tag{Ec94}$$

donde F corresponde a la función de fluencia de Drucker-Prager (ecuación (90)) y f la correspondiente al modelo de Mohr-Coulomb (ecuación (89)).



**Figura N° 39. Criterios de falla de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager en el plano deviatorico**

## 4. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DE LA VISCOPLASTICIDAD Y EL EFECTO CREEP (FLUENCIA LENTA).

### 4.1 Viscoplasticidad.

Es un fenómeno de plasticidad tiempo-dependiente donde el desarrollo de las deformaciones plásticas son dependientes tanto del tiempo como de la frecuencia de carga. Sus principales aplicaciones se dan en metales a altas temperaturas, como en los procesos de laminado, forjado que involucran grandes deformaciones y desplazamientos plásticos con pequeñas deformaciones elásticas.

La opción tiempo dependiente de ANSYS describe el material bajo un gran periodo de baja deformación. La opción plasticidad dependiente del tiempo adopta una aproximación unificada de creep<sup>1</sup> para describir el comportamiento de los materiales con deformación dependiente del tiempo. La viscoplasticidad de Anand es otra opción a la hora de escoger un modelo de plasticidad dependiente del tiempo pero más aplicado para simulaciones con metales.

El software ANSYS permite introducir el efecto de tasa de tensión en modelos esenciales para simular la respuesta dependiente en tiempo de materiales. Dos opciones están disponibles para este tipo de materiales, el modelo de Perzyna y el de Peirce. En este trabajo hablaremos del modelo de Perzyna y el de Anand.

#### 4.1.1 Modelo de Perzyna.

Se considera una función  $Q$  dependiente del estado de tensiones  $\sigma_{ij}$ , de la temperatura  $T$  y de un conjunto de variables internas  $\alpha_i$ , tal que  $Q(\sigma_{ij}, T, \alpha_i)$  sea continua, diferenciable y relativa a la componente de tensión  $\sigma_{ij}$ . Esta función es mas conocida como potencial viscoplástico, y hace parte de la ecuación de

---

<sup>1</sup> tema tratado en el próximo subcapítulo

flujo de deformación de Perzyna (Ec95), en donde  $\Phi$  representa una función escalar.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \phi \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Ec95}$$

Otros autores asumen que el potencial viscoplástico es parte de la función de cedencia ( $F$ ). Así la función escalar  $\Phi$  puede darle características de deformación y cedencia del material con la particularidad de tomar el valor cero cuando  $F \leq 0$  y para  $F > 0$  tomar valores positivos. La notación de perzyna y las componentes de tasa de deformación pueden establecerse como se muestra

$$\dot{\varepsilon}_{ij} \propto \bar{\eta}(T) \langle \phi(F) \rangle \quad \text{Ec96}$$

Donde la notación  $\langle \cdot \rangle$  significa que:

$$\langle \phi(F) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{para } F < 0 \\ F & \text{para } F \geq 0 \end{cases}$$

donde  $\bar{\eta}(T)$  representa una característica de viscosidad dependiente de la temperatura.

El modelo Viscoplástico de Perzyna ha sido utilizado como una técnica de regularización en los procesos dinámicos transitorios. Aquí, será utilizado para regularizar un problema del quasi-estático. Para el análisis dinámico (o sea los efectos de inercia son considerados) la ancho de banda de la localización<sup>2</sup> puede ser considerada *a priori* como una función de parámetros del material.

Según Lubliner<sup>3</sup> el modelo de Perzyna es una generalización del modelo Prager<sup>4</sup>, del cual se extrae la siguiente expresión:

---

<sup>2</sup> ANSYS, Inc. Theory Reference

<sup>3</sup> ANSYS, Inc. Theory Reference

<sup>4</sup> R. M. Natal Jorge Viscoplasticidade (2004/2005)

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left( 1 - \frac{\tau_{Y0}}{\sqrt{J_2}} \right) s_{ij} \quad \text{para } \sqrt{J_2} \geq \tau_{Y0} \quad \text{Ec97}$$

Una posible generalización puede estar asociada con tomar el modelo de Prager de la siguiente manera:

$$Q = \frac{1}{2\mu} \langle \phi(F) \rangle^2 \quad \text{Ec98}$$

Se admite que es un material perfectamente plástico y como criterio de cedencia el criterio de von mises, cuya superficie de cedencia tiene la siguiente representación matemática:

$$F = \sqrt{3J_2} - \sigma_{Y0} = 0 \quad \text{Ec99}$$

O en función de la tensión de cedencia al corte:

$$F = \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_2} - \sigma_{Y0}}{\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow F = \sqrt{J_2} - \frac{\sigma_{Y0}}{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow F = \sqrt{J_2} - \tau_{Y0} = 0 \quad \text{Ec100}$$

Combinando las expresiones 95, 98 y 100 se obtiene la siguiente expresión para las componentes del tensor de tasa de deformación:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{1}{2\mu} \langle \phi(F) \rangle^2 \right) = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{1}{2\mu} (\sqrt{J_2} - \tau_{Y0})^2 \right) \quad \text{Ec101}$$

Realizando la derivación indicada:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{1}{2\mu} (\sqrt{J_2} - \tau_{Y0})^2 \right) = \frac{1}{2\mu} \times 2(\sqrt{J_2} - \tau_{Y0}) \times \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{J_2} - \tau_{Y0}) \quad \text{Ec102}$$

De donde:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{J_2} - \tau_{Y0}) = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left( J_2^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2} J_2^{-\frac{1}{2}} \times \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Ec103}$$

Donde la derivada del segundo invariante de tensores de desviación  $J_2$  es fácilmente calculado a partir de la siguiente expresión:

$$J_2 = \frac{1}{3} (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx})) + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \quad \text{Ec104}$$

Resultando para todos los componentes:

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} = \begin{cases} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{xx}} \\ \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{yy}} \\ \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{zz}} \\ \frac{\partial J_2}{\partial \tau_{xy}} \\ \frac{\partial J_2}{\partial \tau_{yz}} \\ \frac{\partial J_2}{\partial \tau_{xz}} \end{cases} = \begin{cases} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{3} \\ \frac{2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{3} \\ \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{3} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{cases} \quad \text{Ec105}$$

es decir, se derivada del segundo invariante de tensiones con el fin de desviar los componentes del tensor de tensiones y conduzca a los componentes del tensor de las tensiones de desviación:

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} = s_{ij} \quad \text{Ec106}$$

Finalmente, combinando 102, 103 y 106, y substituyendo en 101

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \times 2(\sqrt{J_2} - \tau_{Y0}) \times \frac{1}{2} J_2^{-\frac{1}{2}} \times s_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\sqrt{J_2} - \tau_{Y0}}{\sqrt{J_2}} \right) s_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left( 1 - \frac{\tau_{Y0}}{\sqrt{J_2}} \right) s_{ij} \quad \text{Ec107}$$

La cual es la misma expresión del modelo de prager que hace referencia al comportamiento viscoplástico.

De una manera más general se puede asumir que las componentes de la tasa de deformación son obtenidas a partir de un parámetro de viscosidad del

material  $\bar{\mu}$  (seudo viscosidad), del potencial viscoplástico  $Q(\sigma_{ij})$  y de la función de potencial viscoplástico  $\phi(Q)$ :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{\bar{\mu}} \langle \phi(Q) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Ec108}$$

De manera similar a lo que se consideraba la teoría de la plasticidad, también aquí se puede asumir para el potencial viscoplástico una función representativa par al superficie de cedencia  $F(\sigma_{ij})$ , llamando a este procedimiento por viscoplasticidad asociada, pasando luego a escribir:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{\bar{\mu}} \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Ec109}$$

Siendo la función de cedencia dependiente del estado de tensión, y asumiendo que las componentes del tensor de tensiones dependen de su invariante, por lo que se puede escribir:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Ec110}$$

Donde  $\sigma_m$  corresponde al esfuerzo o tensión media:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{I_1}{3} \quad \text{Ec111}$$

Y  $J_3$  el tercer invariante de tesiones o esfuerzos de desviación:

$$J_3 = s_{xx}s_{yy}s_{zz} + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - s_{xx}\tau_{yz}^2 - s_{yy}\tau_{xz}^2 - s_{zz}\tau_{xy}^2 \quad \text{Ec112}$$

Particularizando la derivada de la función de cedencia para el criterio de von Mises se tiene:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_m} = \frac{\partial F}{\partial J_3} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial J_2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{J_2}} \quad \text{Ec113}$$

Sustituyendo 106 y 113 en 110 resulta:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{J_2}} s_{ij} \quad \text{Ec114}$$

Considerando F en  $\Phi(F)$  una función coincidente con la función de cedencia de von Mises:

$$\Phi(F) = \left( \sqrt{J_2} - \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}} \right)^n \quad \text{Ec115}$$

Donde n es una constante característica del material.

Sustituyendo 114 y 115 en 109 se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de las tasas de deformación viscoplásticas:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{\mu} \left( \sqrt{J_2} - \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}} \right)^n \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{J_2}} s_{ij} \quad \text{Ec115}$$

#### 4.1.2 Modelo de Anand.

Un simple juego de ecuaciones constitutivas para grandes, isotrópicas y viscoplásticas deformaciones pero pequeñas deformaciones elásticas con un solo escalar como variable interna, es el modelo propuesto por Anand y Brown. Hay dos características básicas en este modelo Anand.

Primero, este modelo no necesita condición explícita de cedencia condición y ningún criterio de carga/descarga. Se asume que la deformación plástica toma valores siempre que el esfuerzo sea diferente de cero, Aunque en el punto bajo de esfuerzo la tasa de flujo plástico puede inconmensurablemente ser pequeña. Segundo, este modelo utiliza un solo escalar como una variable interna para representar la resistencia isotrópica para el flujo plástico ofrecido por la condición interna del material.

Esta variable interna se denota por “s” que tiene las dimensiones de esfuerzo y es llamada la resistencia a la deformación. Es una consideración razonable para las simplificaciones que solo un solo escalar se use para representar las características estructurales internas de un material (Brown et al.). El de ecuaciones constitutivas de Anand que se presentara aquí da una explicación sobre los fenómenos físicos de la sensibilidad a la tasa de esfuerzos y temperatura, los efectos de registros de tasa de deformación, strain- hardening y el proceso de restauración dinámica.

La variable interna “s” representa una resistencia isotrópica promediada para el flujo plástico microscópico ofrecida por los mecanismos isotrópicos fundamentales de consolidación como la densidad de dislocación, consolidación sólida de solución, subgrano, y los efectos de tamaño de grano, etc. La resistencia a la deformación “s” es consecuentemente proporcional al equivalente de esfuerzo  $\sigma$  esto puede verse en la ecuación numero 116:

$$\sigma = c \cdot s; \quad c < 1 \tag{Ec116}$$

donde la  $c$  es un parámetro del material y variable en la función de rata de deformación experimental, el cual esta definido en la ecuación numero 117:

$$c = \frac{1}{\xi} \sinh^{-1} \left[ \left( \frac{\dot{\epsilon}_P}{A} e^{Q/RT} \right)^m \right] \tag{Ec117}$$

donde  $\dot{\epsilon}_P$  es la tasa de deformación inelástica,  $A$  es el factor preexponencial,  $Q$  es la energía de activación,  $m$  es la sensibilidad a tasas de deformación,  $\xi$  es el multiplicador de esfuerzos,  $R$  es la constante de los gases y  $T$  es la temperatura absoluta, respectivamente.

La función de flujo de deformación, expuesta en la ecuación número 118, fue seleccionada para acoplar la rata de deformación dependiente del esfuerzo constante en el material. En esta ecuación se puede notar que la variable interna de estado entra en la ecuación de flujo solo como un porcentaje del

equivalente de esfuerzo. La dependencia a la temperatura es incorporada por medio del término clásico de Arrhenius.

$$\dot{\epsilon}_P = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \left[ \sinh\left(\frac{\xi \sigma}{s}\right) \right]^{1/m} \quad \text{Ec118}$$

La ecuación de evolución para la variable “s” esta detallada en la ecuación numeró 119:

$$\dot{s} = g(\sigma, s, T) \dot{\epsilon}_P \quad \text{Ec119}$$

donde la función  $g(\sigma, s, T)$  esta asociada con procesos dinámicos, que son, strain hardening y recuperación dinámica.

Una forma simple de la ecuación de evolución de la ecuación 119 fue propuesta por Anand como se muestra en la ecuación numeró 120:

$$\dot{s} = \left\{ h_0 \left| 1 - \frac{s}{s^*} \right|^a \cdot \text{sign}\left(1 - \frac{s}{s^*}\right) \right\} \cdot \dot{\epsilon}_P; \quad a > 1 \quad \text{Ec120}$$

con  $s^*$  dada en la ecuación numeró 121:

$$s^* = \hat{s} \left[ \frac{\dot{\epsilon}_P}{A} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \right]^n \quad \text{Ec121}$$

donde  $h_0$  es la constante de endurecimiento/ablandamiento,  $a$  es la sensibilidad a tasas de deformación por endurecimiento/ablandamiento. La cantidad  $s^*$  representa un valor de saturación de  $s$  asociada con el set de temperatura y tasa de deformación como se ve en la ecuación 21.  $\hat{s}$  es un coeficiente, y  $n$  es la sensibilidad a tasas de deformación para el valor de saturación de resistencia a la deformación ( $s^*$ ), respectivo.

Del citado modelo viscoplastico de Anand, están nueve parámetros del material:  $A, Q, \xi, m, h_0, \hat{s}, n, a,$  y  $s_0$ , este ultimo es el valor inicial de la resistencia a la deformación, que es necesario para determinar la evolución de la resistencia

a la deformación en la ecuación numero 20. En la tabla N° 1 se expone una tabla con valores para cada uno de los parámetros de entrada del modelo de Anand aplicado en soldaduras.

Table Material parameters of viscoplastic Anand model for solders				
Material Parameters	Solders			
	60Sn40Pb	62Sn36Pb2Ag	96.5Sn3.5Ag	97.5Pb2.5Sn
$A$ ( $s^{-1}$ )	$1.49(10^7)$	$2.30(10^7)$	$2.23(10^4)$	$3.25(10^{13})$
$Q/R$ ( $^{\circ}K$ )	10830	11262	8900	15583
$\xi$	11	11	6	7
$m$	0.303	0.303	0.182	0.143
$\dot{\epsilon}$ (MPa)	80.42	80.79	73.81	72.73
$n$	0.0231	0.0212	0.018	0.00437
$h_0$ (MPa)	2640.75	4121.31	3321.15	1787.02
$a$	1.34	1.38	1.82	3.73
$s_0$ (MPa)	56.33	42.32	39.09	15.09

Tabla N° 1 tabla de datos de entrada para el modelo de Anand en soldaduras

## 4.2 Efecto Creep (Fluencia lenta).

En muchas aplicaciones los componentes se ven obligados a soportar cargas constantes durante lapsos prolongados, como por ejemplo álabes de rotor de turbina, filamento de tubos y válvulas, cables de acero, etc. En tales circunstancias el material puede continuar deformándose hasta que su utilidad se ve seriamente perjudicada. Tales tipos de deformaciones dependientes del tiempo pueden ser casi imperceptibles, pero crecen durante toda la vida útil de la pieza y llevan a la rotura, aún sin que la carga haya aumentado.

Con cargas aplicadas por corto tiempo, como en un ensayo de tracción estático, hay una deformación inicial que aumenta simultáneamente con la carga. Si, bajo cualquier circunstancia, la deformación continúa mientras la carga se mantiene constante, a esta deformación adicional se la conoce como CREEP.

El fenómeno conocido como "creep", se define como: "la parte dependiente del tiempo de las deformaciones provenientes de tensiones".

Debido a su estrecha conexión con altas temperaturas en aplicaciones importantes, se suele asociar al creep con problemas vinculados con

temperaturas elevadas. Esto es cierto únicamente si las temperaturas elevadas se definen relativas al punto de fusión  $T_m$ , el plomo muestra un creep significativo a temperatura ambiente y el asfalto, por ejemplo, a temperaturas menores.

#### 4.2.1 MECANISMOS DE CREEP.

##### 4.2.1.1 Componentes fundamentales.

La Figura N° 40 representa una curva de creep. La misma se obtiene aplicando una tensión o carga constante a la pieza y midiendo las deformaciones que se van produciendo con el tiempo, manteniendo la temperatura constante.

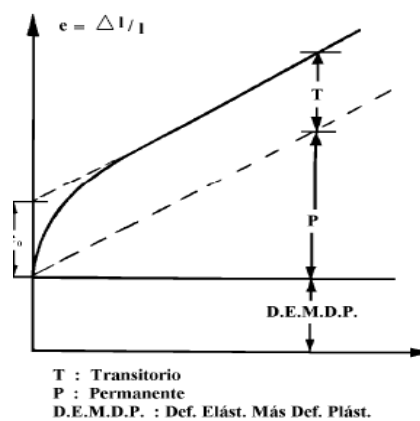


Figura N° 40 Curva del efecto creep

Las deformaciones representadas por las ordenadas pueden asociarse a tres tipos distintos de mecanismos, que pueden visualizarse dividiendo la deformación en las tres partes indicadas en la Figura N° 40.

La **primera** parte es la **deformación elástica** (más la deformación plástica si la tensión es suficientemente alta) y ocurre casi instantáneamente, bajo la acción de la tensión aplicada: es la deformación ordinaria dada por el diagrama de tensión-deformación. Si la expansión térmica que la temperatura produce es significativa, puede ser incluida en este componente.

La **segunda** es la **componente transitoria** cuya característica principal es que tiene tasa (“velocidad”) decreciente. La deformación es rápida al comienzo pero gradualmente se hace más lenta a medida que se aproxima a un valor fijo determinado.

La **tercera** es la **componente permanente** que aumenta continuamente, a tasa constante bajo tensión constante. Por tratarse de un movimiento similar al flujo viscoso, se lo conoce a veces como **creep viscoso**.

**NOTA:** la parte primaria se omite a veces de la curva de creep. Las otras dos partes – componentes transitoria y permanente - constituyen la deformación total identificable con el creep. Ambas componentes son dependientes de la temperatura mediante la ecuación de Arrhenius. El creep viscoso es comúnmente insignificativo a temperaturas inferiores al 50 % del punto de fusión, mientras que el creep transitorio se observa en todas las temperaturas, aún cerca del cero absoluto. De ahí que al creep transitorio a veces se lo llama **creep frío**, y al creep viscoso **creep caliente**.

A continuación se analizan los mecanismos supuestos en los dos componentes del creep.

#### **4.2.1.1.1 Creep transitorio.**

Se identifica al creep transitorio con diversos mecanismos, dependiendo su importancia del material y magnitud de las tensiones involucradas. Dentro del régimen elástico la componente más importante es el "post-efecto elástico" (ver su acción en Anexo I), especialmente en materiales amorfos como es el caso de la respuesta configuracional en polímeros (desenrollado de moléculas). En los cristalinos su importancia es menor comparada con los mecanismos que se producen en el régimen plástico. En todos los casos, el post-efecto elástico constituye prácticamente toda la deformación elástica en el creep transitorio de todo material (en régimen elástico).

Dentro del régimen plástico, el creep transitorio en materiales *crystalinos* consiste en pequeñas cantidades de fluencia producidas por activación térmica: la aplicación de tensión provoca una deformación plástica inicial, que cesa tan pronto como la tensión se ve equilibrada por el "strain hardening" (endurecimiento por deformación). A partir de ahí los impulsos de energía térmica continúan provocando pequeños incrementos de deformación; pero como cada incremento produce su cuota de "strain hardening", el siguiente tendrá un desarrollo más dificultoso y serán entonces menos frecuentes, hasta alcanzar un techo. En los materiales *amorfo*s, que no sufren strain-hardening, el fenómeno de post-efecto elástico es la única fuente de creep transitorio.

#### **4.2.1.1.2 Creep viscoso.**

En todos los materiales este componente es inelástico. En materiales *no crystalinos* como los polímeros amorfo

s o termoplásticos, el creep viscoso constituye la forma inelástica normal de creep viscoso, por la ausencia de "strain hardening". La cantidad de deformación varía con la temperatura y la tensión. A tensiones pequeñas y bajas temperaturas casi no existe, mientras que a temperaturas altas o tensiones grandes llega a ser muy importante. Se hace uso de esta capacidad de deformación viscosa en procesos como extrusión y moldeo.

En materiales *crystalinos* (que sufren strain hardening), el flujo viscoso tiene lugar cuando el efecto de strain hardening se equilibra con el ablandamiento producido por el calor: cada incremento de deformación plástica se ve acompañado por un incremento en la resistencia a la fluencia, que a su vez es gradualmente disminuida por el ablandamiento térmico que lleva a más deformación plástica, repitiéndose así el ciclo. Este es el mecanismo primario por el cual la deformación tiene lugar: el deslizamiento (como en la fluencia plástica normal). El ablandamiento ocurre en su mayor parte mediante un proceso por el cual los átomos del cristal emigran o se difunden a posiciones de menor energía, ayudados por la alta energía térmica. Un efecto de esta difusión es que las dislocaciones se hacen más móviles y puede desviarse alrededor de obstáculos.

La difusión parece tener lugar más fácilmente a lo largo de bordes altamente deformados (energía alta) que a través de los cristales en sí mismos. Así un metal de grano fino, que tiene más de tales bordes que un metal de grano grueso, está sujeto a más difusión, y consiguientemente más creep a altas temperaturas.

Un proceso secundario en materiales *policristalinos* lo constituye el flujo de los granos como cuerpos rígidos, que resulta en una rotación de los granos durante el proceso de creep. No es importante en la deformación, pero sí en la rotura por creep. A temperaturas altas el creep viscoso ocurre a tensiones por debajo de la tensión de fluencia para esa temperatura, es decir, a tensiones que ocasionan solo deformaciones elásticas si son aplicadas por periodos cortos, debido a que la tensión de fluencia es mucho más dependiente de las altas temperaturas. La energía térmica alta puede inducir movimiento de dislocaciones bajo tensiones menores si se la deja actuar suficiente tiempo.

En materiales *amorfos* como el vidrio, el creep es como el flujo viscoso de los líquidos. Estos materiales son frecuentemente considerados como líquidos superenfriados a causa de su estructura desordenada de átomos o moléculas pequeñas.

El mecanismo de flujo consiste en una reestructuración dentro de muchos grupos pequeños de átomos o moléculas: el grupo puede deformarse simplemente por el movimiento de dos moléculas centrales; según como se muevan estas moléculas, el grupo entero se deformará. Esta distorsión se suma a una deformación por corte local. Los factores controladores son la activación térmica y la tensión de corte. Sin la tensión, la activación térmica ocasionará cambios aleatorios en el material. El resultado neto será cero distorsión total. Bajo una tensión dirigida, sin embargo, los cambios son predominantemente en la dirección de la tensión de corte, y resulta en una deformación total. Si la temperatura es lo suficientemente alta, los grupos continuamente se reestructuran a sí mismos. Así la deformación continúa, y el material experimenta flujo viscoso.

#### **4.2.1.1.3 Rotura por creep.**

El creep viscoso tiende inevitablemente a la rotura debido a la reducción de sección transversal que siempre acompaña a la elongación. La fractura puede tener lugar de diversas maneras:

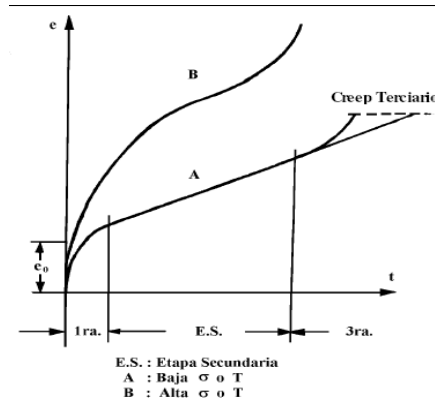
- a) A altas tensiones y temperaturas moderadas (involucrando tiempos relativamente cortos), se desenvuelve como la rotura por tracción simple. Si el material es dúctil, romperá luego de una gran deformación plástica y de la formación de un cuello.
- b) A mayores temperaturas o tiempos más largos, los metales dúctiles comienzan a perder su capacidad para endurecerse por deformación: tiene lugar el comportamiento denominado "acción térmica". Debido a ello, se requiere más elongación para balancear los efectos de la deformación térmica, por lo que la tasa de elongación se hace mayor, llegándose a una rotura sin formación de cuello. Si la deformación es grande, la rotura sigue siendo dúctil.
- c) A altas temperaturas o largos períodos de carga, los metales pueden fracturarse con muy poca deformación plástica. En tales casos el mecanismo de rotación de granos mencionado anteriormente, se transforma en importante. El movimiento relativo entre los granos ocasiona rupturas que se abren entre ellos, cuando una fisura llega a ser lo suficientemente grande, o varias fisuras se unen para formar una más grande, crece lentamente a través de la pieza hasta que fractura tiene lugar. A tensiones bajas que actúan por largo tiempo la deformación es a veces casi insignificante, y la fractura tiende a ser de carácter frágil.

#### **4.2.2 PROPIEDADES DEL CREEP.**

##### **4.2.2.1 Análisis de las curvas de creep.**

El comportamiento anteriormente descrito se detalla en la Figura N° 41, en las que se grafica la deformación por creep en función del tiempo (para

temperatura y carga constantes). En esta ilustración particular la deformación instantánea se ha omitido, para que la deformación mostrada sea enteramente la que resulta del creep.



**Figura N° 41 Curva esfuerzo vs deformación del efecto creep**

El tiempo total hasta la rotura se lo divide fenomenológicamente en tres etapas:

- a) La etapa primera está dominada por el creep transitorio. La tasa de deformación comienza con la dejada por la deformación instantánea, que es comparativamente alta, pero rápidamente disminuye hacia un valor constante. Este es el **creep primario**.
- b) El **creep secundario** se desarrolla una vez que el creep transitorio ha alcanzado un valor prácticamente constante: la deformación continúa aumentando a una tasa de creep más o menos constante,  $\epsilon_{cr}$ , bajo la acción de la componente viscosa.
- c) El **creep terciario**, la tasa de creep aumenta nuevamente hasta que se llega a la rotura final.

No siempre aparecen las tres etapas. Si la fractura es frágil, la tercera etapa puede desaparecer completamente. La segunda etapa se hace cada vez menos importante a medida que la tensión o la temperatura aumentan (comparar las curvas A y B de la Figura N° 41). Si la tensión o temperatura son lo suficientemente bajas, la segunda etapa se transforma en horizontal ("cero creep viscoso") y se extiende indefinidamente.

Debe recalcar que las altas temperaturas pueden producir otras alteraciones no explicitadas en las curvas, comúnmente no incluidas en los efectos de creep. Así, los metales pueden sufrir transformaciones en las estructuras cristalinas, tal como la transformación en los aceros de ferrita en austenita, recristalización y crecimiento de grano. En plásticos, maderas y rocas, las altas temperaturas pueden inducir cambios químicos y aun desintegración.

Es más difícil analizar el creep que otros comportamientos mecánicos debido a que su predicción es a largo plazo, por lo cual se debe extrapolar a partir de resultados obtenidos en ensayos de corto tiempo. Debe tenerse en cuenta que mientras un ensayo de creep está limitado usualmente a 1000 horas (6 semanas), las vidas en servicio de los materiales o piezas pueden ser de 10.000 hs., 100.000 hs., y aún más (350.000 hs. representa la vida de una planta de poder). Por lo tanto, una comprensión teórica es aun más deseable en creep que en otros tipos de comportamientos, aunque el entendimiento teórico del creep aún no es completo. Una teoría adecuada ha sido desarrollada muy lentamente, los análisis han progresado a lo largo de líneas empíricas, tratando de determinar la mejor relación entre los resultados experimentales disponibles.

Existe una complicación adicional derivada del número de variables en juego; ellas son: **deformación por creep, tiempo, tensión y temperatura**. En este análisis se considerará la curva creep-tiempo como la variación primaria y se estudiarán los efectos de la tensión y la temperatura sobre ella.

Como en otros procesos térmicos, la teoría básica se construye alrededor de la ecuación de Arrhenius:

$$\Phi = A e^{-E_a/kT}$$

Ec122

Dado que el creep no es un proceso termodinámico simple, esta ecuación no puede aplicarse sin modificaciones. Si consideramos  $F$  como la tasa de creep,  $\epsilon_{cr}$ , es posible que las "constantes"  $A$  y  $E_a$  varíen con la temperatura y tensión,

así como también con otros factores. Numerosas expresiones se han propuesto para  $E_a$ , y  $A$ , pero ninguna se ha verificado completamente.

#### 4.2.2.1.1 Creep Primario.

En esta etapa, la tasa de creep disminuye desde un valor grande hasta un valor constante. Esta disminución es ocasionada principalmente por un aumento en la energía de activación requerida,  $E_a$  (o una disminución en los mecanismos atómicos que pueden activarse). Para una dada tensión, la variación de la tasa de creep con el tiempo puede ser expresada por:

$$\epsilon_{cr} = C_1 t^{-n} \quad \text{Ec123}$$

donde  $C_1$  es una constante y  $n$  puede valer entre 0 y 1. Para  $n = 2/3$ , esta expresión puede integrarse para obtener la deformación, que estará dada por:

$$\epsilon_{cr} = C_2 t^{1/3} \quad \text{Ec124}$$

que es la ley de Andrade para el creep transitorio.

Timoshenko dedujo una expresión empírica diferente:

$$\epsilon_{cr} = C_3 e^{at} \quad \text{Ec125}$$

donde  $C_3$  y  $a$  son constantes. De esta ecuación, la deformación por creep resulta:

$$\epsilon_{cr} = C_4 (1 - e^{-at}) \quad \text{Ec126}$$

(para la condición inicial  $\epsilon_{cr} = 0$  para  $t = 0$ )

De hecho, se sabe relativamente poco sobre el creep transitorio. No se ha estudiado tan extensivamente como el creep viscoso porque no es

ordinariamente un factor crítico en el diseño. Un problema en que el creep transitorio es de importancia considerable es la relajación de tensiones.

#### 4.2.2.1.2 Creep Secundario.

Al final de la primera etapa el creep transitorio es prácticamente nulo, y el remanente es casi enteramente viscoso. En este caso, la ecuación para la segunda etapa responde a:

$$\epsilon_{cr} = \epsilon_0 + v_0 \cdot t \quad \text{Ec127}$$

donde  $\epsilon_0$  es la intercepción marcada en las Figuras N° 40 y 41, y  $v_0$  es la tasa de creep viscoso. De la curva puede deducirse que se trata de la tasa mínima de creep (tmc) (\*). Se expresa en cm/cm/h, o más comúnmente en  $h^{-1}$ .

(\*)La tasa mínima de creep aumenta con el incremento de la tensión. Esta variación se expresa comúnmente por:

$$v_0 = B \cdot \sigma^n \quad \text{Ec128}$$

donde  $n$  (que es mayor que 1) y  $B$  son constantes. La tensión aplicada es  $\sigma$ .

#### 4.2.2.1.3 Creep Terciario.

Se trata del incremento de la tasa que precede a la fractura. Hay dos razones para este incremento:

- (i) si el ensayo tiene lugar bajo carga constante, la disminución de la sección transversal provoca el aumento de la tensión verdadera, lo cual a su vez incrementa la tasa de creep (ver ecuación 128). Este incremento pasa a menudo desapercibido hasta que se forma un cuello; a partir de este instante la tasa de creep aumenta rápidamente produciendo el creep terciario. Este tipo de creep terciario puede ser prevenido completamente manteniendo la tensión constante (en vez de la carga); en principio esto puede hacerse

disminuyendo la carga en proporción directa a la reducción de área. En tal caso seguiría el creep secundario hasta la fractura, como se señala en la curva A (a trazos) de la Figura N° 41.

- (ii) La otra causa de creep terciario es la acción térmica ya mencionada, la deformación por creep se acelera debido a la disminución de la capacidad del metal de producir "strain hardening". No hay expresiones para el creep terciario.

## 5. GENERALIDADES SOBRE MODELAMIENTO NUMERICO.

### 5.1 El método de los elementos finitos.

El método de los **elementos finitos** (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método de cálculo utilizado en diversos problemas de ingeniería, que se basa en considerar al cuerpo o estructura dividido en elementos discretos, con determinadas condiciones de vínculo entre sí, generándose un sistema de ecuaciones que se resuelve numéricamente y proporciona el estado de tensiones y deformaciones. También se utiliza en matemáticas como método nodal aproximado para resolver ecuaciones diferenciales en forma numérica.

El método de los elementos finitos es muy versátil y poderoso y permite resolver problemas en estado estático o dependiente del tiempo, lineal o no lineal. Se pueden manejar materiales especiales: no homogéneos, ortotrópicos, anisotrópicos. Se pueden además considerar efectos especiales sobre los materiales: plasticidad, propiedades dependientes de la temperatura, creep.

Es un procedimiento numérico aplicable a un gran número de problemas con condiciones de borde impuestas (en las formaciones las condiciones de borde serían: restricciones y cargas externas e internas). Varios de estos problemas no tienen solución analítica o es muy difícil obtenerla, por lo que se convierte en la única alternativa de resolución. Con este método se pueden resolver sistemas los cuales no son fáciles de resolver mediante modelos matemáticos simples. Existen dos tipos de caminos para su formulación, basándose en el principio de los trabajos virtuales, es decir, formulaciones variacionales, o mediante el método de Galerkin, Método directo o bien con Raleigh Ritz. Si bien fue originalmente desarrollado para el análisis de estructuras, con este método se pueden representar entre otros, los siguientes fenómenos físicos:

- Fenómenos termodinámicos: distribución de temperaturas en un sólido.
- Simulación de efectos dinámicos: Choque de dos cuerpos.
- Geomecánica: Comportamiento de la corteza terrestre.

### 5.1.1 Concepto.

La base del método de los elementos finitos es la representación de un cuerpo por un ensamble de subdivisiones llamadas elementos. Estos elementos se interconectan a través de puntos llamados nodos.

Para todo elemento finito hemos de escoger una o varias funciones (en este caso nos centramos en el campo de desplazamientos). Estas se expresan en función de los valores particulares que toman en los nodos. Valores que se convierten en incógnitas nodales.

La unión de los grados de libertad comunes entre dos elementos adyacentes más un tercero, permite reconstruir, pieza por pieza la solución completa “ensamblaje”. Para llegar a un resultado válido, estas operaciones deben respetar algunas reglas, llamadas, criterios de convergencia.

Una manera de discretizar un cuerpo o estructura es dividirla en un sistema equivalente de cuerpos pequeños, tal que su ensamble representa el cuerpo original. La solución que se obtiene para cada unidad se combina para obtener la solución total. Por ende, La solución del problema consiste en encontrar los desplazamientos de estos puntos y a partir de ellos, las deformaciones y las tensiones del sistema analizado. Las propiedades de los elementos que unen a los nodos, están dadas por el material asignado al elemento, que definen la rigidez del mismo, y la geometría de la estructura a modelizar. Las deformaciones y las fuerzas externas se relacionan entre si mediante la rigidez y las relaciones constitutivas del elemento. Trabajando en régimen elástico, las ecuaciones que definen el sistema pueden expresarse de forma matricial como se muestra a continuación:

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{F\}$$

Ec129

Donde:

- $[K]$ : es la matriz rigidez del sistema
- $\{\delta\}$ : es el vector desplazamientos

- $\{F\}$ : es el vector de esfuerzos

Los tipos de elementos utilizados generalmente en la resolución a través de Fem son:

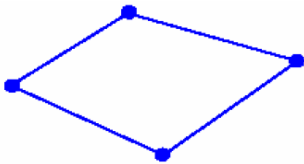
- Elementos Lineales (1-D).



Estos pueden ser:

- o Resorte
- o Barras
- o Vigas
- o Caños

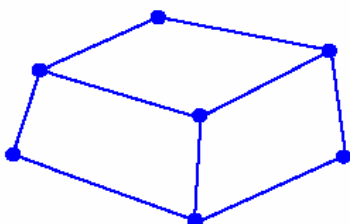
- Elementos Planos (2-D).



Estos pueden ser:

- o membranas
- o placas

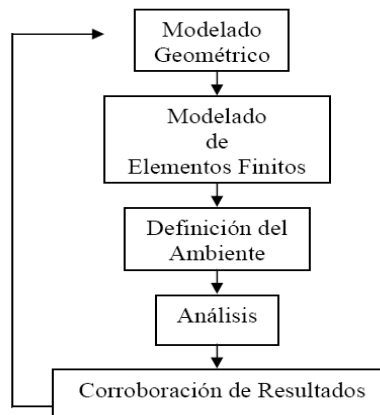
- Elementos Sólidos (3-D).



Es importante destacar que se puede utilizar combinaciones de estos elementos actuando en conjunto.

### 5.1.2 Proceso de Análisis por Elementos Finitos

El proceso de análisis por elementos finitos se puede describir como:



- *Modelado Geométrico*: Creación del modelo matemático del objeto o del conjunto. Reproducción del sólido en forma precisa y de la geometría de la superficie.
- *Modelado de Elementos Finitos*: Subdividir la geometría del modelo en elementos discretos. Asignar las propiedades del material y del elemento.
- *Definición del Ambiente*: Aplicar las cargas y las condiciones de borde para simular el ambiente de la operación.
- *Análisis*: Computar los resultados (tensiones, deformaciones, etc.) a partir de análisis estáticos, dinámicos o de transferencia de calor.
- *Corroboración de Resultados*: Comparar los resultados con los criterios de diseño. Rediseñar la estructura y repetir el proceso si fuese necesario.

En la actualidad la utilización de este método ha crecido notablemente debido a la utilización de software avanzado (además de un hardware potente que debe poseer gran velocidad y mucha memoria).

Los software mas utilizados en la actualidad son:

- Msc Nastran
- Msc Patran
- Ansys
- Dyna 3D
- Abaqus

Cabe destacar que la utilización de software no implica la obtención del resultado exacto y real, es solo una aproximación y esta en el criterio del usuario el saber discernir entre un resultado coherente y uno que no lo es; además de conocer los márgenes de error y las limitaciones del modelo y el método.

### 5.1.3 Método Directo.

#### 5.1.3.1 Elemento Resorte.

Dado un resorte con fuerzas aplicadas en la dirección longitudinal del mismo:

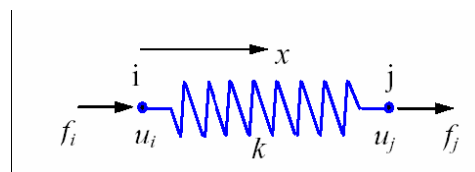


Figura N° 42 Elemento Resorte

El sistema se compone de:

- Dos Nodos:  $i, j$ .
- Constante Elástica del Resorte:  $k$

El mismo esta sometido:

- Fuerzas en los Nodos:  $f_i, f_j$

El elemento tiene dos grados de libertad, en el sentido longitudinal del elemento, cualquier desplazamiento de los nodos en el sentido normal al elemento no generara esfuerzos internos:

- Dos desplazamientos:  $u_i, u_j$

La relación entre la fuerza  $F$  y el desplazamiento  $\Delta$  en régimen lineal será:

$$F = K \cdot \Delta \quad \text{donde } \Delta = u_j - u_i \quad \text{Ec130}$$

Donde  $K$  es la rigidez del elemento o la constante elástica del resorte.

Haciendo equilibrio de fuerzas internas en los Nodos:

Haciendo equilibrio de fuerzas internas en los Nodos:

Nodo i:

$$f_i = -F = -k(u_j - u_i) = ku_i - ku_j \quad \text{Ec131}$$

Nodo j:

$$f_j = F = k(u_j - u_i) = -ku_i + ku_j \quad \text{Ec132}$$

Expresado matricialmente:

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} \quad \text{Ec133}$$

O bien,  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f}$

Donde:

- $\mathbf{k}$ : es la matriz rigidez.
- $\mathbf{u}$ : es la vector desplazamiento.
- $\mathbf{f}$ : es la vector de fuerzas internas.

Como conclusión, para un sistema de “n” nodos, el método de elementos finitos permite generar “n” ecuaciones, las cuales deberán tener “n” incógnitas para ser un sistema definido. Las incógnitas podrán ser parte del vector desplazamiento o ser parte del vector fuerza. Cada nodo deberá tener su desplazamiento o su fuerza actuante como condición de borde impuesta. Este sistema permite, como veremos más adelante resolver sistemas isoestáticos e hiperestáticos sin necesidad de cambiar el método.

### 5.1.3.2 Elemento Barra en Una Dimensión.

Consideremos una barra de sección constante:

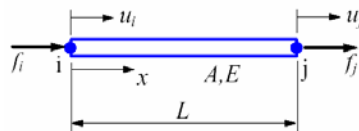


Figura N° 43 Elemento Barra en Una Dimensión.

El sistema se compone de:

- Dos Nodos:  $i, j$
- Modulo de Elasticidad:  $E$
- Área de la Sección Transversal:  $A$
- Longitud del Elemento:  $L$

El mismo esta sometido:

- Fuerzas en los Nodos:  $f_i, f_j$

El elemento tiene dos grados de libertad, en el sentido longitudinal del elemento, cualquier desplazamiento de los nodos en el sentido normal al elemento no generara esfuerzos internos:

- Dos desplazamientos:  $u_i, u_j$ .

Sabiendo que la rigidez a tracción / compresión de una barra es:

$$\frac{EA}{L} \quad \text{Ec134}$$

Por lo tanto,

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Ec135}$$

O bien,

$$\mathbf{k} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec136}$$

Por lo tanto, la ecuación de equilibrio del Elemento será:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} \quad \text{Ec137}$$

Para la resolución de este sistema se procede de la misma manera que en el elemento resorte.

### 5.1.3.3 Elemento Barra en Dos Dimensiones.

Local	Global
x,y	X,Y
$u_i, v_i'$	$u_i, v_i$
1 grado de Libertad	2 grados de Libertad

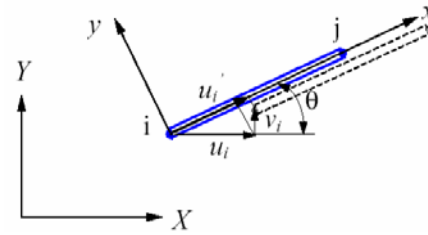


Figura N° 44 Elemento Barra en dos Dimensiones.

Nota: El desplazamiento lateral  $v_i'$  no contribuye a la deformación de la barra. La idea es trabajar con las coordenadas globales, por lo tanto se deben hacer las siguientes transformaciones:

$$u_i' = u_i \cos \theta + v_i \sin \theta = [l \quad m] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad \text{Ec138}$$

$$v_i' = -u_i \sin \theta + v_i \cos \theta = [-m \quad l] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad \text{Ec139}$$

Donde:

$$l = \cos \theta, \quad m = \sin \theta \quad \text{Ec140}$$

Escrito en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} u_i' \\ v_i' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m \\ -m & l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad \text{Ec141}$$

Donde la *matriz transformación*:

$$\tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} l & m \\ -m & l \end{bmatrix} \quad \text{Ec142}$$

Donde la relación con la *matriz ortogonal*:

$$\tilde{\mathbf{T}}^{-1} = \tilde{\mathbf{T}}^T \quad \text{Ec143}$$

A modo de ejemplo, se puede decir que para un sistema de elemento barra con dos nodos tenemos que:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 \\ -m & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & m \\ 0 & 0 & -m & l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad \text{Ec144}$$

O bien,

$$\mathbf{u}' = \mathbf{Tu} \quad \text{Ec145}$$

Con,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{T}} \end{bmatrix} \quad \text{Ec146}$$

Las fuerzas nodales son transformadas de la misma manera:

$$\mathbf{f}' = \mathbf{Tf} \quad \text{Ec147}$$

Para obtener la matriz rigidez en dos dimensiones en el sistema local de coordenadas tenemos que:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} \quad \text{Ec148}$$

Esto se puede escribir en su totalidad como:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ 0 \\ f_j \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Ec149}$$

O bien,

$$\mathbf{k}' \mathbf{u}' = \mathbf{f}' \quad \text{Ec150}$$

Utilizando las transformaciones  $\mathbf{u}' = \mathbf{T}\mathbf{u}$  y  $\mathbf{f}' = \mathbf{T}\mathbf{f}$  Obtenemos:

$$\mathbf{k}'\mathbf{T}\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{f} \quad \text{Ec151}$$

Multiplicando ambos lados por  $\mathbf{T}^T$  y como  $\mathbf{T}^T\mathbf{T}=\mathbf{I}$ , obtenemos:

$$\mathbf{T}^T\mathbf{k}'\mathbf{T}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \text{Ec152}$$

La matriz rigidez en el sistema global quedara de la siguiente manera:

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}^T\mathbf{k}'\mathbf{T} \quad \text{Ec153}$$

La cual es una matriz simétrica de 4X4. Escrita de manera explicita tenemos que:

$$\mathbf{k} = \frac{EA}{L} \begin{matrix} & \begin{matrix} u_i & v_i & u_j & v_j \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} l^2 & lm & -l^2 & -lm \\ lm & m^2 & -lm & -m^2 \\ -l^2 & -lm & l^2 & lm \\ -lm & -m^2 & lm & m^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{Ec154}$$

Donde los cosenos directores l y m son:

$$l = \cos\theta = \frac{X_j - X_i}{L}, \quad m = \sin\theta = \frac{Y_j - Y_i}{L} \quad \text{Ec155}$$

### 5.1.3.4 Elemento Viga

Se considera una viga en el plano. Esta toma esfuerzos de Corte, Axiales y Momentos, todas consideradas en el plano. Cada Nodo posee tres Grados de Libertad (u, v, q). Un elemento que toma estas cargas, tiene asociado para el calculo a E, J, I y A.

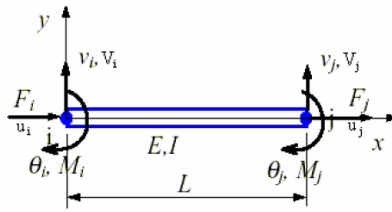


Figura N° 45 Elemento Viga.

El sistema se compone de:

- Dos Nodos:  $i, j$
- Modulo de Elasticidad  $E$
- Área de la Sección Transversal  $A$
- Longitud del Elemento  $L$
- Momento de Inercia  $I$

El mismo esta sometido:

- Fuerzas en los Nodos:  $F_i, F_j, V_i, V_j$
- Momento en los Nodos:  $M_i, M_j$

Habrán tres grados de libertad por cada nodo

- Cuatro desplazamientos:  $u_i, u_j, v_i, v_j$
- Dos Giros:  $\theta_i, \theta_j$

Para crear la Matriz Rigidez se suponen casos con desplazamientos unitarios, que luego mediante Superposición se ensamblan y dan forma a dicha matriz. Se adoptan giros en sentido horario y desplazamientos positivos. Se supone:  $u_i=1$  y  $u_j, v_i, v_j, \theta_i, \theta_j=0$

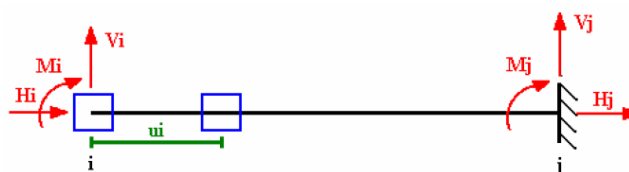


Figura N° 46 Elemento Viga con  $u_i=1$ .

Aplicando la Ley de Hooke, tal como se hace con elemento barra, tenemos que:

$$H_i = \frac{EA}{l} \cdot u_i \quad \text{Ec156}$$

Por lo tanto,

$$H_i = \frac{EA}{l} \quad \text{Ec157}$$

Realizando un equilibrio de fuerzas,

$$H_j = -\frac{EA}{l} \quad \text{Ec158}$$

Se supone:  $v_i = 1$  y  $u_i, u_j, v_j, \theta_i, \theta_j = 0$

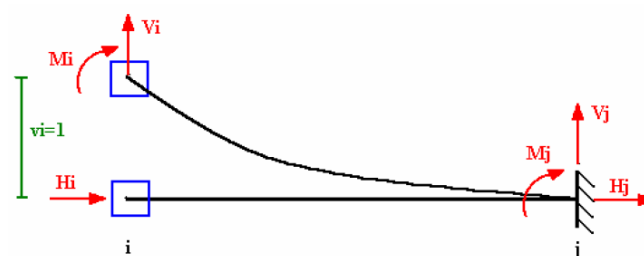


Figura N° 47 Elemento Viga con  $v_i = 1$ .

Se puede demostrar calculando por Método de las Fuerzas que para un Desplazamiento Transversal en el extremo i, los esfuerzos en el sistema son:

$$V_i = \frac{12EJ}{l^3}$$

$$M_i = \frac{6EJ}{l^2}$$

$$V_j = -\frac{12EJ}{l^3}$$

$$M_j = \frac{6EJ}{l^2}$$

$$H_i = 0$$

$$H_j = 0$$

Ec159

Se supone:  $\theta_i=1$  y  $u_i, u_j, v_i, v_j, \theta_j = 0$ .



Figura N° 48 Elemento Viga con  $\theta_i=1$ .

De la misma manera que en el caso anterior, tenemos que:

$$V_i = -\frac{6EJ}{l^2}$$

$$M_i = \frac{4EJ}{l}$$

$$V_j = \frac{6EJ}{l^2}$$

$$M_j = \frac{2EJ}{l}$$

$$H_i = 0$$

$$H_j = 0$$

Ec160

Procediendo de forma análoga para los desplazamientos del Nodo j, obtendremos los restantes coeficientes de la Matriz Rigidez del Elemento.

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Ec161

## 5.2 Generalidades del Modelamiento en ANSYS.

El método de los elementos finitos como formulación matemática es relativamente nuevo; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos como en el programa ansys, que funciona como una herramienta de simulación muy eficaz.

El software ANSYS cuenta con una familia de productos afines como lo son: ANSYS LS DYNA, ANSYS Emag, ANSYS FLOTRAN, ANSYS Mechanical, ANSYS CivilFEM, ANSYS Structural y ANSYS Professional. Todos son parte de la presentación Multiphysics.

Entre las opciones de ANSYS se encuentran:

- Análisis estructural.
- Análisis Térmico.
- Análisis Electromagnético.
- Análisis de Fluidos (CFD).
- Análisis de Campos Acoplados (Multidisciplinar).

Para análisis estático estructural (lineal y no lineal):

- Pandeo (lineal y no lineal)
- Anisotropía.
- Contactos y superficies de contacto no lineales
- No linealidades geométricas (grandes desplazamientos y deformaciones, rigidización tensional, etc).
- Materiales no lineales

Para análisis dinámicos:

- Análisis modal
- Análisis Sísmico
- Análisis Armónicos
- Análisis Transitorios lineales o no lineales

Tiene opciones de optimización de diseño para cualquier análisis, interacción fluido-estructura (hidráulica, eólica, etc.) con flotran, campos acoplados (térmico-estructural, fluido-estructural, etc.), estimación del error de mallado y

mallado inteligente, mallado zonal (o por capas); numerosos controles del mallado, tensión inicial sin deformación (suelos, pretensión, etc.)

### **5.2.1 Estructura de ANSYS.**

El programa de simulación ansys tiene mucha capacidad de análisis de elementos finitos comenzando desde un análisis simple, lineal, estático a uno complejo, no lineal, análisis dinámico transitorio. A continuación se describe el procedimiento regular para la creación de un modelo analítico en ansys:

- Especificar la geometría. Esto puede hacerse dibujando la geometría directamente en el paquete o importando el modelo desde un modelador solidó (Solid Edge, Pro/Engineer).
- Definir el tipo de elemento y asignar las propiedades del material.
- Enmallar el objeto. Consiste en dividir el objeto en pequeños elementos.
- Aplicar las condiciones de frontera (restricciones), las cargas externas e internas.
- Generar una solución.
- Postprocesamiento. Los datos obtenidos como resultado pueden visualizarse a través de graficas o dibujos.
- Refinar la malla. El método de Elementos Finitos es un método aproximado, y en general la precisión de la solución se incrementa con el número de elementos usado. El número de elementos requerido para obtener una respuesta confiable depende del problema específico; sin embargo, es recomendable siempre incrementar el número de elementos en el objeto de observar la variación en los resultados.
- Interpretación de los resultados. Este paso es el más importante de todo el análisis, pues requiere de los conocimientos y la habilidad del ingeniero para entender e interpretar los resultados arrojados por el programa. Este paso es crítico para lograr la aplicación de los resultados en la solución de los problemas reales, o para identificar los posibles errores cometidos durante la etapa de modelamiento.

### 5.2.1.1 Inicio del Programa.

Una vez instalado el programa, se inicia seleccionado el icono de ANSYS los parámetros más importantes al inicio del programa son:

Initial Jobname: nombre del proyecto a desarrollar en ANSYS. Por defecto es el ultimo nombre especificado; si no se ha especificado alguno, este nombre será *file*.

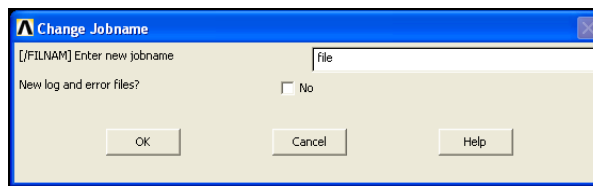


Figura N° 49 Asignación del Jobname

### 5.2.1.2 Interfaz grafica de ANSYS.

El entorno grafico de ANSYS se compone de seis ventanas:

- Menú de utilidades (*ANSYS Menu*): contiene funciones de aplicación general como control de archivos, de selección, de gráficos, acceso a la ayuda, y otros parámetros generales del programa.
- Ventana de comandos (*ANSYS Input*): muestra mensajes del programa y permite la introducción de comandos mediante teclado.
- Barra de acceso rápido (*ANSYS Toolbar*): permite acceder a las funciones mas usadas en ANSYS; se puede personalizar para añadir los botones deseados.
- Menú principal (*ANSYS Main Menu*): contiene las funciones principales de ANSYS, esta organizado por procesadores, sugiriendo la secuencia de ejecución de los comandos en una sesión de ANSYS.
- Ventana de salida (*ANSYS Output Window*): muestra los mensajes de salida del programa.

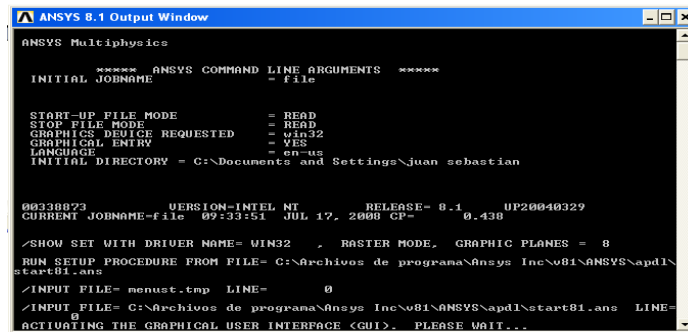


Figura N° 50 ANSYS Output Window

- Ventana de gráficos (ANSYS Graphics): muestra las gráficas generadas por el programa.

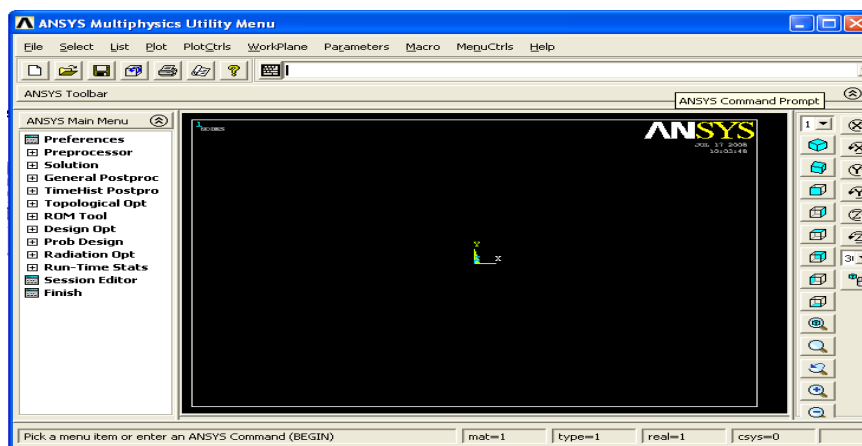


Figura N° 51 ANSYS Graphics

### 5.2.1.3 Estructura del menú de preferencias.

El cual define el tipo de uso que se le quiere dar al modelo y la disciplina que se quiera utilizar para la solución.

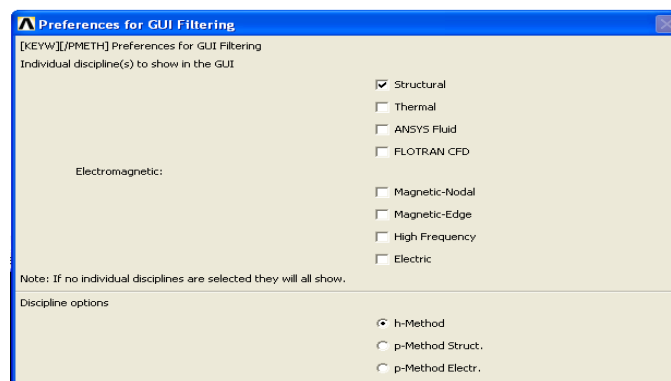


Figura N° 52 ANSYS preference

### 5.2.1.4 Estructura del menú principal

Los menús, submenús y cajas de dialogo están organizados en bloques de comandos, separados por una línea horizontal. El menú principal, por ejemplo, contiene cinco bloques de comandos, como se observa:

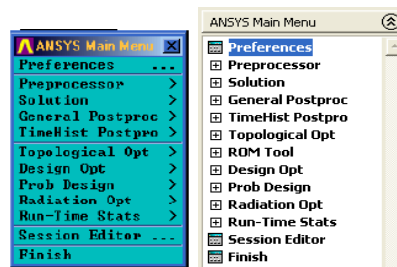


Figura N° 53 ANSYS Main Menu

### 5.2.1.5 Ventanas de diálogo.

Las ventanas de dialogo presentan dos botones diferentes para la ejecución de una acción el botón OK ejecuta la acción y cierra la ventana de dialogo, mientras que el botón *Apply* ejecuta la acción pero no cierra la ventana de dialogo, de forma que el comando se puede ejecutar repetidamente.

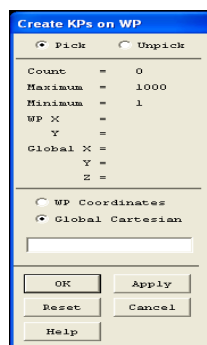


Figura N° 54 Ventana de dialogo

### 5.2.1.6 Opción de ventanas de entrada de comandos.

A través de esta ventana se introducen los comandos requeridos para la creación, manipulación y modificación de la aplicación, modelo, etc.

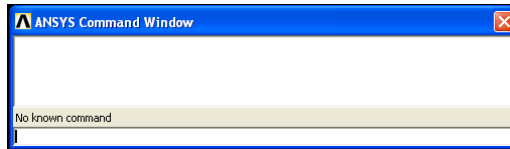


Figura N° 55 ANSYS Command Window

### 5.2.2 Generalidades de la Creación Geométrica de modelos sólidos en ansys.

El modelamiento sólido se usa en el caso en que la geometría del elemento a modelar resulte demasiado compleja como para crear el modelo de elementos finitos por generación directa (es decir dibujando directamente los elementos). Para crear un modelo geométrico en ansys primero es necesario tener una idea preliminar de lo que se va dibujar, luego escoger el sistema de coordenadas más apropiado para la realización del modelo en cuestión, que en ansys es utilizado como sistema de referencia global.

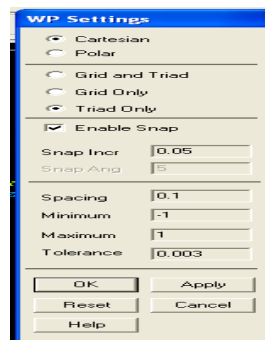
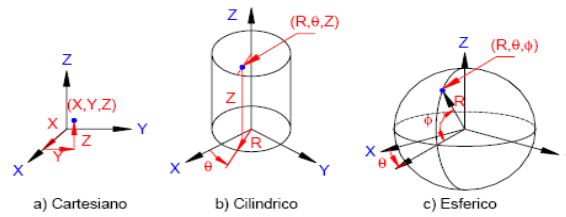


Figura N° 56 ANSYS Workplane Settings Window

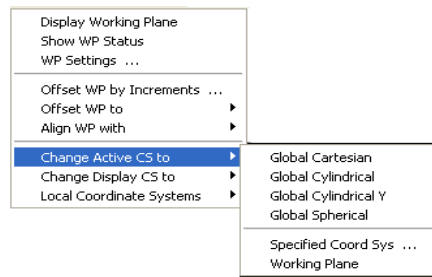
Un sistema de referencia global puede ser visto como un marco de referencia absoluto para el espacio de modelado; este sistema global se identifica con un número, y puede ser de tres tipos: cartesiano, cilíndrico y esférico.

- Sistema cartesiano: coordenadas  $x, y, z$ . Sistema coordenado 0 (CS 0).
- Sistema cilíndrico: coordenadas  $R, \theta, z$ . Sistema coordenado 1 (CS 1).
- Sistema esférico: coordenadas  $R, \theta, \Phi$ . Sistema coordenado 2 (CS 2).



**Figura N° 57 Sistemas de coordenadas.**

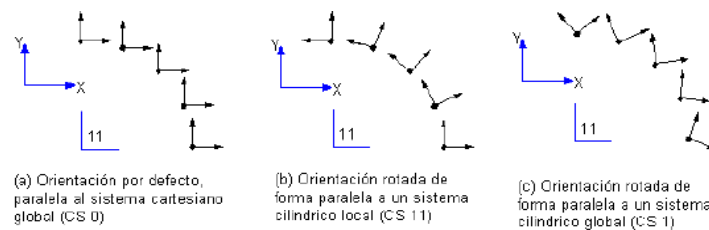
En la figura numero 58 se observa el submenú correspondiente para definir un nuevo sistema de coordenadas. En cualquier momento solo esta activo un sistema coordenado, que puede cambiarse mediante el comando *Change Active CS to*, ubicado en el menú *Workplane* (Figura N° 56).



**Figura N° 58 Cambio de sistema de Coordenadas**

### *Sistema de coordenadas nodales.*

El sistema de coordenadas nodal determina las direcciones de los grados de libertad en cada nodo y la orientación de los resultados nodales. Cada nodo tiene su propio sistema, que por defecto es paralelo al sistema global cartesiano (sin importar el sistema en el que fue definido el nodo). Estos sistemas nodales se pueden rotar de acuerdo a la conveniencia en el análisis, como se observa en la figura N° 59.



**Figura N° 59 Coordenadas Nodales**

### 5.2.2.1 Entidades de un modelo solidó.

Las entidades básicas en un modelo solidó son los puntos, las líneas, las áreas y volúmenes y se pueden ver en la figura N° 60. Estas entidades tienen un orden jerárquico, de menor a mayor, la jerarquía es puntos- líneas- áreas y volúmenes. Esta jerarquía implica que no puede borrarse una entidad si forma parte de una entidad de nivel superior; por ejemplo, no puede borrarse una línea si forma parte de un área. Sin embargo si se desea borrar un área (por ejemplo), pueden elegir dos opciones: borrar solamente el área (*Delete – Áreas Only*) o borrar el área y las entidades de menor nivel que la conforman (*Delete – Áreas and Below*) como se muestra en la figura N° 61.

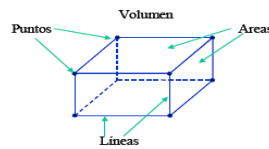


Figura N° 60 Entidades Basicas

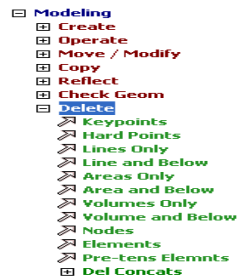


Figura N° 61 Menu delete entities

Existen otro tipo de entidades que son formas básicas predefinidas que pueden utilizar para ahorrar tiempo en el desarrollo de un modelo, estas son las entidades primitivas. Las primitivas en 2D son básicamente de tres formas rectángulos, círculos y polígonos. La creación de estas entidades se puede lograr a través del menú principal seleccionando *Preprocessor>-Modeling-Create>*(Figura N° 62), en este menú se elige la entidad primitiva que se requiera.

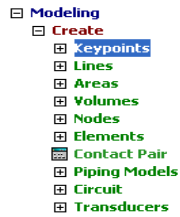


Figura N° 62 *Preprocessor>-Modeling-Create>*

Las entidades primitivas en 3D son los bloques, cilindros, prismas, esferas, conos y toroides; estas entidades se pueden observar en la figura N° 63.



Figura N° 63 Entidades primitivas en 3D

### 5.2.2.2 Operaciones booleanas

Las operaciones booleanas permiten combinar diferentes entidades mediante operaciones lógicas como adición, sustracción, etc. Generalmente se permiten la ejecución de operaciones booleanas sobre entidades que componen entidades de mayor orden. Estas operaciones no pueden ejecutarse sobre entidades que componen entidades enmalladas; se debe eliminar el enmallado antes de realizar la operación. El menú de operaciones booleanas se puede observar seleccionando *Preprocessor>-Modeling-Operate>* (Figura N° 64).

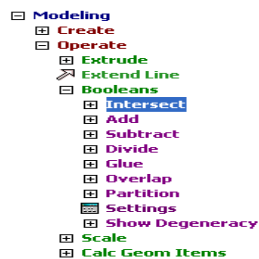


Figura N° 64 *Preprocessor>-Modeling-Operate>*

Por defecto todas las operaciones booleanas borran las entidades iniciales; sin embargo estas entidades originales se pueden conservar mediante las opciones que presenta la operación al seleccionar *Preprocessor>-Modeling-Operate>- Booleans-Settings...* (Figura N° 65).

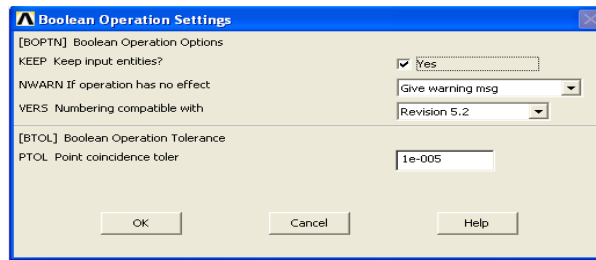


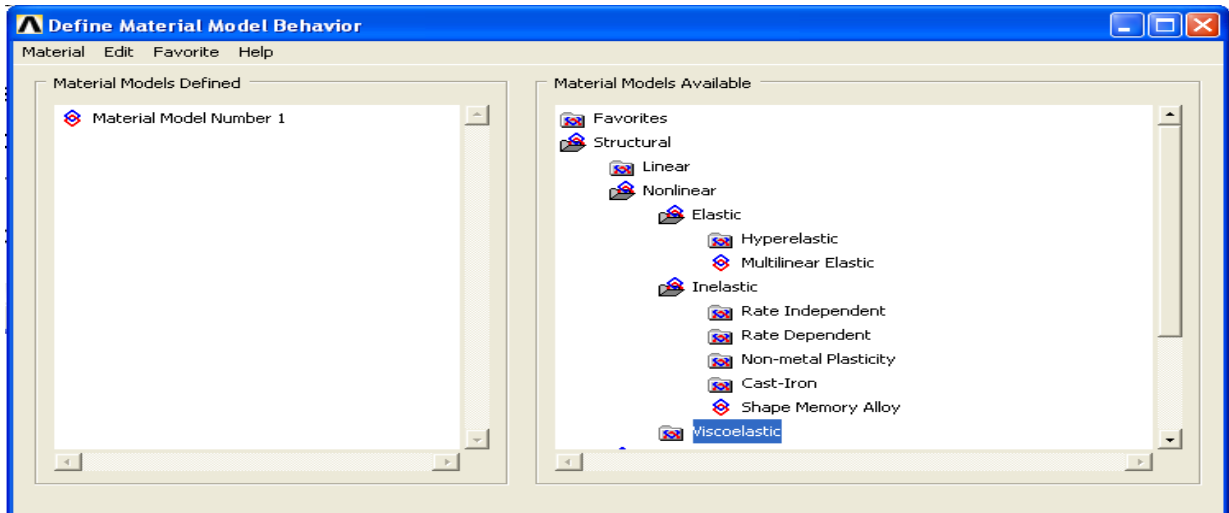
Figura N° 65 *Preprocessor>-Modeling-Operate>- Booleans-Settings...*

### 5.2.3 Comportamientos de materiales elásticos no lineales e inelásticos en ANSYS.

En la practica nos damos cuenta que la mayoría de los materiales no tienen un comportamiento puramente lineal cuando están bajo la acción de grandes esfuerzos, sin embargo su comportamiento puede ser descrito por relaciones de elasticidad lineal para cambios de esfuerzos suficientemente pequeños.

Para este tipo de materiales no lineales el software ANSYS tiene gran variedad de comportamientos (figura N° 66) entre estos están:

- Plasticidad independiente del tiempo.
- Plasticidad dependiente del tiempo.
- Material envolvente.
- Elasticidad no lineal.
- hyperelasticidad
- viscoelasticidad
- Concreto
- inflado
- modelo de la zona cohesiva del material



**Figura N° 66 Comportamiento de materiales no lineales en ANSYS**

### **5.2.3.1 Plasticidad independiente del tiempo en ANSYS.**

Plasticidad independiente del tiempo es caracterizada por deformaciones irreversibles que ocurren en el material cuando se alcanza un cierto nivel de esfuerzo. La deformación plástica es asumida como desarrollada instantáneamente, lo cual significa que es independiente de el tiempo. El software ansys proporciona varias opciones diferentes para caracterizar tipos de comportamientos del material:

- Opciones de comportamiento del material.
- Endurecimiento bilinear isotrópico.
- Endurecimiento multilinear isotrópico.
- Endurecimiento no linear isotrópico.
- Endurecimiento cinemática bilinear clásico.
- Endurecimiento multilinear cinemático.
- Endurecimiento no linear cinemático.
- Anisotrópico.
- Drucker- Prager.
- Hierro colado. Etc

Las relaciones esfuerzo deformación para el comportamiento plástico se ven en la figura numero 67.

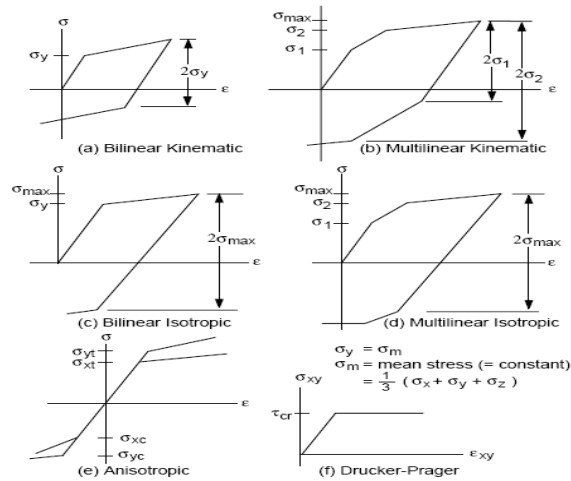


Figura N° 67 Las relaciones esfuerzo deformación para el comportamiento plástico.

### 5.2.3.2 Plasticidad dependiente del tiempo en ANSYS.

Estos materiales describen los materiales dependientes del tiempo. La deformación en estos materiales es asumida como desarrollada en función del tiempo. Una importante aplicación de esta teoría se da a altas temperaturas describiendo el fenómeno de “creep”. El software ANSYS proporciona diferentes tipos de materiales con comportamiento dependiente del tiempo.

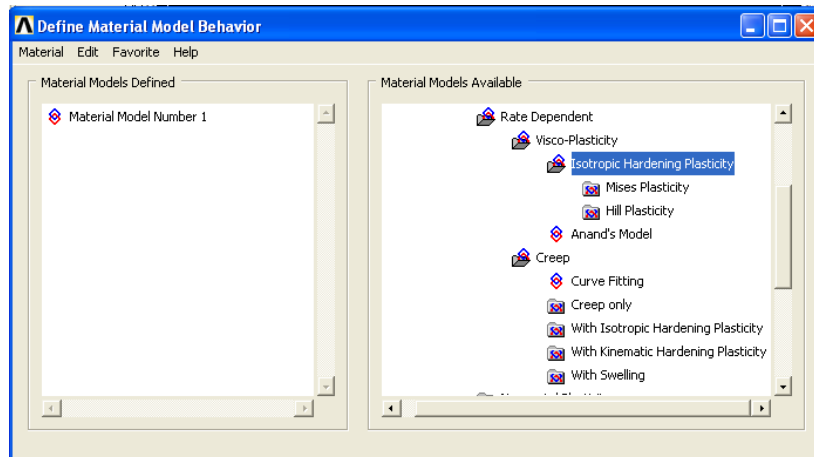


Figura N° 68 Comportamiento de materiales con Plasticidad dependiente del tiempo en ANSYS

En esta grafica la opción *Isotropic Hardening Plasticity* esta gobernada por dos modelos analíticos de comportamiento, Perzyna y Peirce, estos asu vez están controlados por las opciones *Mises* y *Hill* que corresponden a los criterios de falla de estos.

La opción creep de ANSYS describe el material creep bajo un gran periodo de baja deformación. La opción plasticidad dependiente del tiempo adopta una aproximación unificada de creep para describir el comportamiento de los materiales con deformación dependiente del tiempo. La viscoplasticidad de Anand es otra opción a la hora de escoger un modelo de plasticidad dependiente del tiempo pero más aplicado para simulaciones con metales.

## **6. METODOLOGÍA UTILIZADA PARA LA CONSTRUCCION DE LOS MODELOS DEL CONTORNO DE UN POZO POZOALEX R1, EN ANSYS**

El objetivo de este capítulo es realizar las simulaciones respectivas a los modelos propuestos inicialmente. La metodología utilizada está fundamentada en el procedimiento general de solución usando el método de elementos finitos y por las estructuras de funcionamiento posibles en ANSYS, pero esta metodología está influenciada más que todo por el criterio y discernimiento del autor y sus tutores.

La simulación fue aplicada al pozo Pozoalex R1, específicamente a la formación Mirador, debido a la carencia de información (como los parámetros de resistencia: cohesión, ángulo de fricción y resistencia ténsil) para hacer un buen análisis de mecánico para todo el pozo. Se seleccionó la formación Mirador por ser la que posee mayor información para dicho análisis (registro UBI, RFT, datos petrofísicos y parámetros elásticos, entre otros).

Los pasos a seguir para desarrollar cada uno de los modelos entonces son:

- Creación del modelo geométrico (El contorno del pozo Pozoalex R1).
- Definición del tipo de elemento y de las propiedades de los materiales.
- Enmallado del modelo geométrico de la manera más adecuada para obtener los resultados esperados.
- Aplicación de las condiciones de frontera (restricción de grados de libertad), de las fuerzas de corporales (temperatura) y de las cargas externas e internas al sólido.
- Generación de la solución previo condicionamiento para la solución (en los casos no lineales).
- Postprocesamiento. Presentación y análisis de los resultados.

## 6.1. GENERALIDADES DEL CAMPO POZOALEX.

El campo Pozoalex está localizado en la cuenca de los Llanos (Figura N° 69), la cual es una cuenca asimétrica, localizada al Este de los Andes y hace parte de las cuencas subandinas de antepaís (ECOPETROL, 1995). La cuenca de los Llanos Orientales cubre un área aproximada de 190.000 km<sup>2</sup> y geográficamente se divide en tres áreas principales; una zona norte, Arauca, una parte central, Casanare y un sector sur, Meta (ROJAS, 2002). La cuenca está limitada al Oeste por el Piedemonte de la cordillera Oriental, al Este por el Escudo Precámbrico de Guyana y al Sur por la serranía de La Macarena y el arco de basamento.

La cuenca de los llanos tiene continuidad hacia el Norte en las cuencas Venezolanas de Apure Occidental y Barinas, las cuales están separadas de la cuenca de los Llanos Orientales Colombianos, desde el Terciario temprano, por el alto estructural del Arco de Arauca (Rojas, 2002).

El campo Pozoalex fue descubierto en 1993. Algunas características generales del campo se resumen en las tablas N° 2 y 3.



Figura N° 69 Localización del área del campo Pozoalex. Tomado de Well Review BP, 2001.

	CUPIAGUA
<b>Fracción de intervalo</b>	Mirador, Barco
<b>Roca tipo</b>	Cuarzoarenitas
<b>Porosidad</b>	5 – 6% en areniscas puras
<b>Permeabilidad</b>	0,5 - 10 md.
<b>Saturación inicial de agua</b>	10,00%
<b>Presión</b>	6000 psi
<b>Temperatura</b>	240 – 285 °F
<b>Fluidos del yacimientos</b>	Gas condensado, 3500 GOR

**Tabla N° 2 Propiedades del yacimiento Pozoalex. Tomado de MENDEZ Y y PABON E, Trabajo de grado 2004.**

Profundidad	14.000-18000 ft
Gradiente de esfuerzo máximo horizontal	1.2 – 1.7 psi/ft.
Dirección del $\sigma_H$	NW – SE
Gradiente del esfuerzo vertical	1.07 psi/ft.
Gradiente de esfuerzo mínimo horizontal	0.65 - 0.77 psi/ft.
Dirección del $\sigma_h$	NE – SW
Gradiente de Presión de poro	0.44 psi/ft
Formación del yacimiento	Cuarzoarenitas, Area tectónicamente activa.
Fluido que produce	Gas condensado
Principales problemas de inestabilidad presentados	Ensanchamiento del hueco, derrumbes, pega de tubería.
Estructura del yacimiento	Anticlinal fallado
Formación problema.	Carbonera y Cuervos (Shales)

**Tabla N° 3 Características del yacimiento Pozoalex. Tomado de MENDEZ Y y PABON E, Trabajo de grado 2004.**

## 6.2 GENERALIDADES DEL POZO POZOALEX R1

Este pozo se ubica en la región central de Pozoalex Figura N° 70, en la parte crestal de la estructura Figura N° 71. Se comenzó a perforar el 12 de marzo de 1992 y se alcanzó la profundidad total el primero de febrero del 2003; su objetivo fue determinar la distribución y productividad del yacimiento, y tipo de fluido de las formaciones Carbonera, Mirador, Barco y Guadalupe. La profundidad total perforada fue de 14721ft. La tabla N° 4 muestra la información general del pozo.

Nombre del Pozo	CUPIAGUA A1
Cuenca Sedimentaria	LLanos Orientales
Bloque de Exploración	Cupiagua
Clasificación del Pozo	A-3
Coordenadas Geográficas (Gauss, Origen Bogotá)	E: 1 161 670 N: 1 067 963
Profundidad final perforada	14721
Profundidad al tope de los objetivos MD	Mirador : 12439 Barco : 13464 Guadalupe : 14139
Formaciones Objetivo	Mirador, Barco, Guadalupe

Tabla N° 4 Ficha Técnica-Información general del pozo Pozoalex R1.

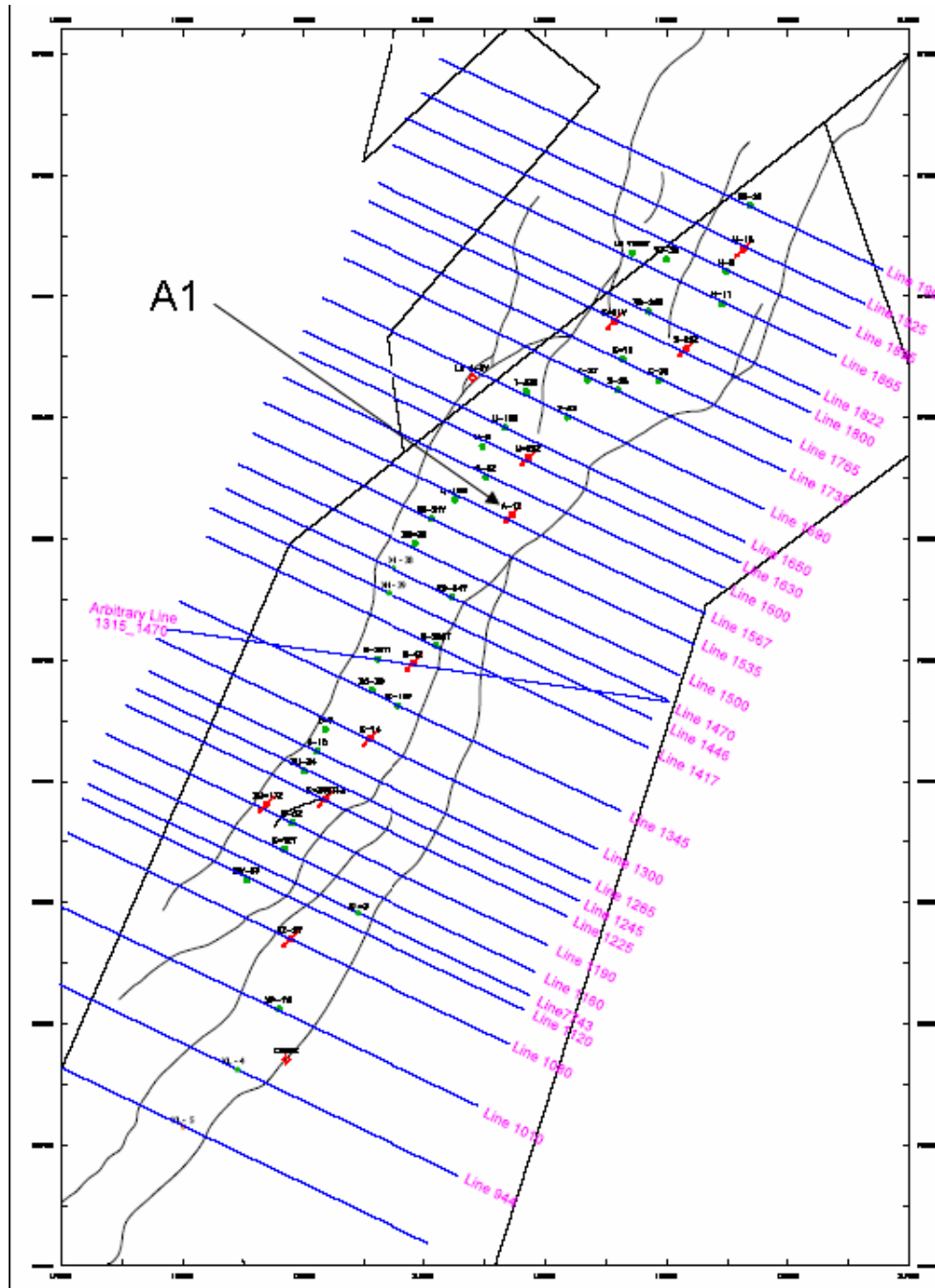


Figura N° 70 Localización del pozo Pozoalex R1. Líneas seleccionadas para Sección transversal. Tomado de Well Review BP, 2001.

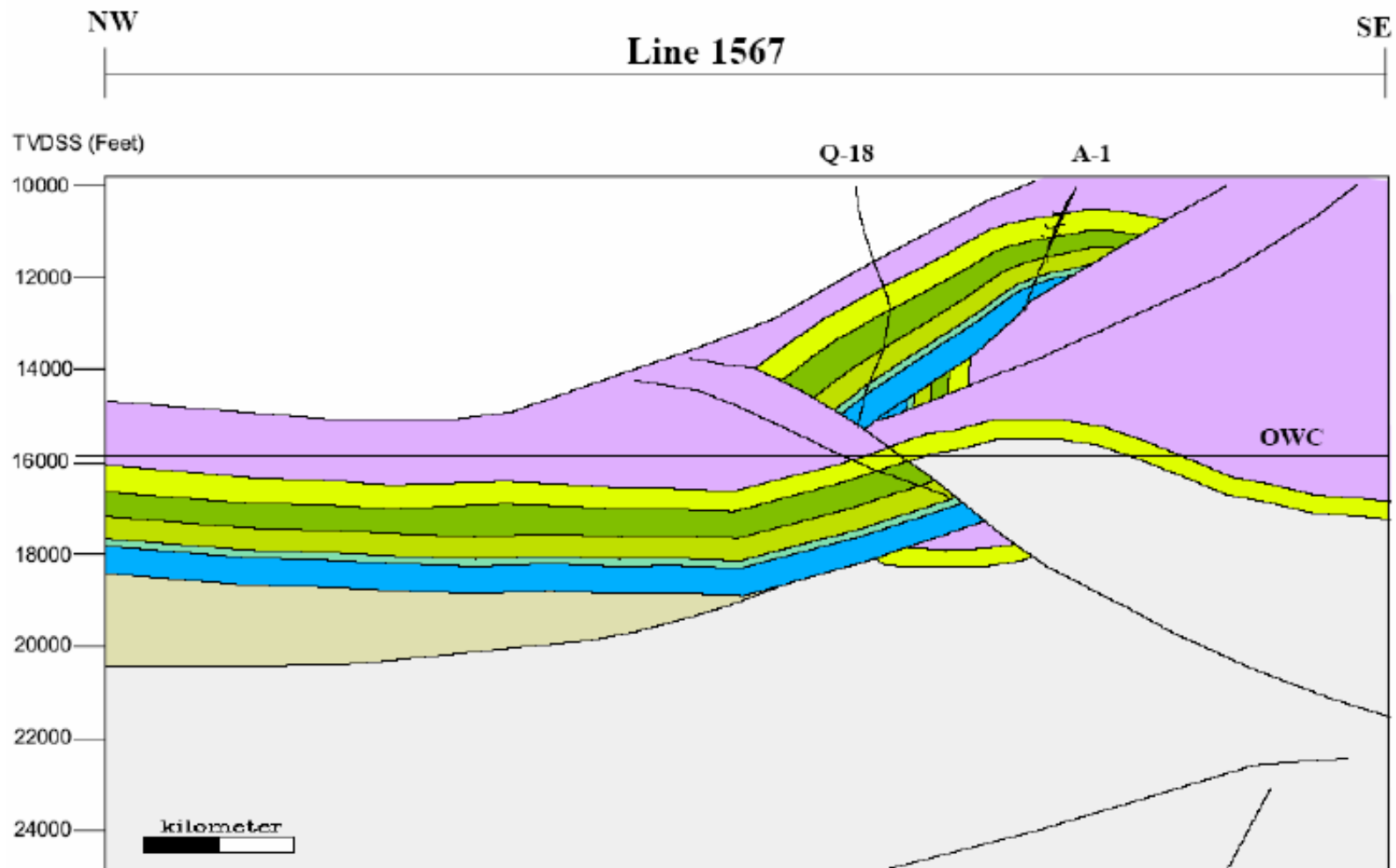


Figura N° 71 Línea sísmica en la que se ubica el pozo Pozoalex R1. Tomado de Well Review BP, 2001.

A continuación se describe la secuencia atravesada durante la perforación del pozo Pozoalex R1 (**Well Review BP, 2001**).

### **Formación Guayabo (Mioceno Superior a Plioceno).**

**Tope: 345' Base: 3485'**

**Espesor: 3140'**

Esta formación esta representada principalmente por arcillositas variacoloáreadas, intercaladas con niveles de arenisca friable y ocasionalmente de limonita; hacia la parte inferior de la formación, se incrementan los niveles de arenisca.

De 345' a 550': predomina arena conglomerática compuesta por cuarzo y fragmentos líticos. En menor cantidad arcillosita café, rojiza, algunas grises manchadas de rojo, moderadamente consolidadas, ligeramente limosas, no calcáreas.

De 550' a 800': predomina arcillolita de color café, amarillenta, café rojiza, en bloques, ligeramente limosas, algunas con inclusiones de cuarzo, con intercalaciones de arena cuarzosa, translucida, algunas amarillas claras de grano medio a grueso, ocasionalmente muy grueso subangulares a subredondeadas de regular selección.

De 800' a 1550': Arcillosita de color rojo ladrillo, en menor cantidad, amarilla ocre, limosas, ligeramente hidratables. Con pequeños niveles intercalados de limonitas, café, amarillentos, arcillosos, no calcáreos; hacia la parte media aparecen niveles de arena cuarzosa, de grano medio a fino. En trazas abundantes limonita y fragmentos de chert, amarillo mostaza, gris verdoso, de fractura concoide.

De 1550' a 2250': principalmente arcillolita, color café, rojiza, amarillenta, rojo ladrillo, en menor cantidad blanca grisácea, algunas manchadas de rojo, moderadamente consolidadas, limosas, no calcáreas. Aparecen, intercalaciones de arenisca cuarzosa, blanca, blanca amarillenta,

moderadamente friable, de grano fino a muy fino, subangular a subredondeado, algunos subesféricos, subenlongados. Arena, cuarzosa, algunos fragmentos líticos y chert.

De 2250' a 3100': Continúa predominando la arcillolita color rojo ladrillo, con intercalaciones de arenisca cuarzosa translúcida, de grano fino a medio. En menor cantidad arena cuarzosa, blanca, translúcida, de grano fino a medio, ocasionalmente grueso, subredondeado a subangular, con pobre selección.

De 3100' a 3485': se incrementa la cantidad de arena cuarzosa, blanca, translúcida, de grano fino a medio, ocasionalmente grueso, subredondeado a subangular, subesférico, con pobre selección, con algunas intercalaciones de arcillolita, generalmente de color rojo ladrillo, en menor cantidad gris, ocasionalmente gris verdosa. Moderadamente consolidadas a blandas, en bloques, limosas, no calcáreas y ligeramente hidratables.

### **Formación León (Mioceno medio a superior).**

**Tope: 3485' a 5530'**

**Espesor: 2045'**

Esta formación está compuesta principalmente por arcillolitas grises, grises claras, gris verdosas, ocasionalmente con inclusiones microcarbonáceas, algunas veces limosas. Hay trazas de dolomita marrón a marrón cremosa, dura masiva. Hacia la base aparece arena cuarzosa de grano fino a medio, menor de grano grueso, subtranslúcida, subredondeada, subesférica a subelongada, con selección regular, sin fluorescencia ni corte; también aparecen pequeñas intercalaciones de limonita gris muy clara a gris blancuzca, moderadamente consolidada.

De 3485 a 4250': la secuencia presenta predominio de arcillolitas de color gris claro, gris verdoso, en menor cantidad rojo ladrillo y algunas grises manchadas de rojo, moderadamente consolidadas a blandas; dicha secuencia esta intercalada con niveles de limonita gris claro a medio, a veces gris verdoso,

arcillosa, en bloques, no calcárea. En menor cantidad arena cuarzosa, translúcida de grano fino a medio.

De 4250' a 4850': este paquete presenta predominio de arcillositas de color gris claro y gris verdoso. Se mantienen intercalaciones de limonita gris clara a gris verdosa. Hacia la base aparecen gruesos paquetes de arena cuarzosa, translúcida, de grano fino a medio.

De 4850' a 5530': este intervalo se caracteriza por se una secuencia homogénea, de arcillolita de color gris verdoso, gris claro, ocasionalmente gris parduzco, moderadamente consolidadas, en bloques, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables, algunas con materia orgánica. Hacia el tope presenta algunos niveles de limonita. Hacia la base se presenta trazas de dolomita, de color crema.

### **Grupo Carbonera (Oligoceno a Mioceno Medio).**

El grupo carbonera esta constituido por una potente secuencia de arcillositas, que en las formaciones o miembros impares (C1, C3, C5 y C7) presenta intercalaciones arenosas.

#### **Carbonera C1**

**Tope: 5530' Base 7491'**

**Espesor: 1961'**

De 5530' a 6030': este intervalo esta caracterizado por intercalaciones de arenisca, arcillolita variacoloáreadas y en menor cantidad limonitas. La arenisca es cuarzosa, blanca translúcida, de grano fino a muy fino, ocasionalmente de tamaño medio, subredondeado a subangular, de selección regular, matriz ligeramente arcillosa, moderadamente friable. La arcillolita, es gris verdosa, gris clara, en menor cantidad blanca cremosa y ocasionalmente marrón a marrón rojizo. En general todas son moderadamente consolidadas, en bloque, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables y solubles. Algunas presentan inclusiones de materia orgánica y pirita diseminada. La limolita es de color

marrón oscuro, menor gris oscuro, moderadamente consolidada, localmente arenosa, no calcárea, localmente con inclusiones de materia orgánica.

De 6030' a 6300': la secuencia se torna predominantemente arcillota, con abundancia de colores gris, gris claro, café, grisáceo y en menor cantidad café, rojizo, moderadamente consolidadas, muy limosas, localmente micropiritosas y con inclusiones de materia orgánica. Se presentan pequeñas intercalaciones de limolita.

De 6300' a 6470': este intervalo, se caracteriza por la predominancia de arena cuarzosa, blanca translúcida, de grano fino a medio, con predominio de grano medio, subredondeado a subangular, subesféricos, con buena selección. Aumentan las trazas de pirita.

De 6470' a 7000': la secuencia presenta predominancia de arcillolita, gris clara, café, grisácea, crema, moderadamente consolidada en algunos niveles y blanda en otros. Generalmente limosa, ligeramente hidratable, soluble, alguna con materia orgánica, con pequeñas intercalaciones de arenisca cuarzosa, blanca, a veces gris verdosa clara, de grano fino a muy fino, moderadamente friable, con cemento ligeramente calcáreo, localmente grada a limolita. Hacia la parte media del intervalo presenta algunos niveles de limolita gris verdosa clara. En trazas, pirita y carbón.

De 7000' a 7491'; intercalaciones de arcillositas variacoloradas, con predominio de del gris verdoso y el café, grisáceo; pequeños niveles de arena cuarzosa de grano muy fino a fino; limolita café, a café claro en menor cantidad de carbón negro, vítreo, micropirítico. Con abundantes trazas de pirita.

### **Carbonera C2**

**Tope: 7491' Base: 8060'**

**Espesor: 569'**

Este miembro es netamente arcilloso, predominando el color gris verdoso, en menor cantidad el gris a gris claro y crema; las arcillositas son consolidadas, en

bloque a sublaminares, algunas subfísiles, limosas, no calcáreas, ligeramente hidratables, algunas micropiritosas y carbonosas. Hacia la base se presentan trazas de limonita café, y pirita.

### **Carbonera C3**

**Tope: 8060' a 8400'**

**Espesor: 340'**

Este miembro se caracteriza por ser una secuencia de intercalaciones de arcillositas, areniscas; en trazas limolitas y carbón.

Las arcillositas son gris verdosas, ocasionalmente gris claras y cremas. Las areniscas son cuarzosas, blandas translucidas, de grano fino a muy fino, moderadamente friables, matriz ligeramente arcillosa. Las limolitas son de color café, a café claro, moderadamente consolidadas, arcillosas, con inclusiones carbonosas. El carbón es negro, vítreo, en bloque, alguno sublaminar con fractura concoidea, a veces micro piritoso.

### **Carbonera C4**

**Tope: 8400' Base: 8605'**

**Espesor: 205'**

Este miembro esta compuesto fundamentalmente por arcillolita de color gris a gris medio, en menor cantidad gris pardusca, localmente gris verdosa clara, moderadamente consolidada, ocasionalmente blanda, en bloque, sublaminar, alguna subfísil; ligeramente limosa, no calcárea, algo hidratable, poco soluble. Pequeños niveles de limolita café, clara y pirita.

### **Carbonera C5**

**Tope: 8605' Base: 9900'**

**Espesor: 1295'**

Este miembro presenta predominio de arcillositas con intercalaciones de arenisca y limolita.

De 8605' a 8850': arcillolita variacoloáreada con predominio de gris parduzco y gris claro, con intercalaciones de limolita café, clara, moderadamente consolidada, arcillosa, carbonosa. Arena cuarzosa, blanca translúcida, de grano muy fino a fino, subredondeado a subangular, subesférico, con selección regular. Se presentan niveles de limolita color gris pardusca y en menor cantidad carbón, pirita y anhidrita.

De 8850' a 9400': este intervalo es arcilloso, con colores gris parduzco y gris claro, en menor cantidad, gris verdoso y café. Esta arcillolita es moderadamente consolidada a blanda, generalmente en bloque, alguna sublamina y subfísil, generalmente limosa, no calcárea, ligeramente hidratable, soluble, ocasionalmente micropiritica y carbonosa.

De 9400' a 9900': aumenta el porcentaje de niveles arenosos. Arenisca cuarzosa, subtranslúcida, gris clara de grano muy fino. Moderadamente friable, de matriz arcillosa, cemento ligeramente calcáreo, sin manifestaciones de aceite. Intercalada con arcillolita y limolita como las anteriormente descritas. Se mantienen los niveles delgados de carbón; en trazas de pirita y anhidrita.

### **Carbonera C6**

**Tope: 9900' a 10250'**

**Espesor: 445'**

Este miembro está compuesto por arcillositas, con pequeños niveles arenosos hacia la base.

De 9900 a 10250': predomina la arcillolita gris verdosa, en menor cantidad café, clara y crema, moderadamente consolidada a blanda, en bloque a sublamina, a veces subfísil, astillosa, limosa, ocasionalmente calcárea, ligeramente hidratable, soluble. Con trazas abundantes de limolita café, clara y verde clara. Aparecen trazas de calcita.

De 10250' a 10350': Este intervalo presenta intercalaciones arenosas, compuestas por arenisca cuarzosa, subtranslucida a gris clara, de grano muy fino, ligeramente friable, de matriz arcillosa, con trazas de aceite residual, color café, oscuro. Limolita café clara y gris clara, consolidada en bloque, arcillosa con inclusiones carbonosas. Trazas de anhidrita y pirita.

### **Carbonera C7**

**Tope: 10345' Base: 11912'**

**Espesor 1567'**

De 10345' a 10900': intercalaciones de arcillolita, arenisca y limolita en trazas. La arcillolita es gris clara a café, en menor cantidad gris verdosa y crema, moderadamente consolidada, a veces blanda, generalmente en bloque a sublaminar, alguna subfísil y astillosa, limosa, no calcárea, ligeramente hidratable, soluble micro piritosa y carbonosa. La arenisca es cuarzosa, subtranslucida, de textura granular, con predominio de grano fino a muy fino, subredondeado a subangular, moderadamente friable, con cemento ligeramente silíceo, sin manifestaciones de aceite. La limolita es café, clara a veces gris verdosa, consolidada, en bloque con inclusiones carbonosas. Se presentan niveles muy delgados de carbón negro, micro laminar, moderadamente consolidado, ocasionalmente micropiritoso.

### **Falla Yopal a 10500**

De 10900' a 11600': este intervalo presenta intercalaciones como las anteriormente descritas, con predominio de arcillolita de color gris verdoso, gris medio a claro, en menor cantidad café claro, consolidada, limosa alguna micro piritosa. Se mantienen los pequeños niveles de limolita, carbón y las trazas de pirita.

De 11600' a 11912': en esta sección continúan las intercalaciones, predominando la limolita y la arcillolita. Hacia la base se presentan niveles de arenisca cuarzosa, subtranslucida a gris clara, de textura granular, de grano muy fino a fino, ocasionalmente grano medio, subangular a subredondeado,

generalmente subesférico, con selección regular, moderadamente friable, con cemento ligeramente silíceo, sin manifestaciones de aceite. La limolita es café, clara consolidación, en bloque, localmente carbonosa. Aumente el porcentaje de carbón.

### **Carbonera C8**

**Tope: 11912' base: 12439'**

**Espesor: 527'**

Este miembro es predominante en arcillolita de color gris, gradando de medio a claro, en menor cantidad crema café y púrpura grisácea, moderadamente consolidada a blanda, en bloque a sublaminar, alguna subastillosa y subfísil, quebradiza, ligeramente limosa, ocasionalmente con raras venas de calcita, no hidratable. También presenta trazas de arena y limolita como las anteriores descritas.

### **Formación Mirador (Eoceno superior).**

**Tope: 12439' Base: 12890'**

**Espesor: 451'**

Esta formación está caracterizada por ser una secuencia arenosa con intercalaciones arcillosas en la parte media y hacia la base (descripción de corazonamientos).

La arenisca es cuarzosa, localmente cuarcítita, blanca, marrón amarillenta, ocasionalmente marrón oscura, de textura granular, grano fino a medio, ocasionalmente grano grueso (hacia la base se torna conglomerática); cuarzo translúcido a blanco translúcido, en menor cantidad amarillento, subangular a subredondeado, subesférico, con pobre selección, cemento silíceo, dura, a veces con fractura angular, con porosidad visible muy pobre.

Hacia la parte media y base de la formación presenta intercalaciones de arcillolita, de color gris medio a oscuro, en menor cantidad crema a gris claro, moderadamente consolidadas, en bloque a sublaminar, localmente limosa,

ocasionalmente carbonosa, no calcárea. También se aprecian pequeños niveles de limolita, color café, clara a gris clara y carbón negro, microlaminar moderadamente consolidado.

#### **Formación Los Cuervos (Paleoceno).**

**Tope: 12890' Base: 13461'**

**Espesor: 571'**

Caracterizada por arcillolita gris pardusca, marrón medio a oscura, en menor porcentaje, marrón rojiza y roja ladrillo, ocasionalmente negra, marrón amarillenta y gris verdosa, homogénea, ligeramente limosa, no calcárea, dura a moderadamente dura, localmente micropiritica y carbonosa. La arenisca es cuarzosa, subtranslucida a gris clara, ocasionalmente ligeramente verdosa, de textura granular, de grano fino a medio, algunos gruesos, subangular a subredondeado, moderadamente friable, de cemento ligeramente silíceo, algunas con matriz arcillosa ligeramente calcáreas, con abundantes inclusiones de materiales líticos de color oscuro, con porosidad visible regular sin manifestaciones de aceite. Existen niveles de limolitas hacia la parte media y base de la formación, es gris clara a blancuzca, algunas marrones claras, consolidadas, localmente carbonosas, micromicáceas, algunas gradan a arenisca de grano muy fino.

#### **Formación Barco (Paleoceno).**

**Tope: 13461' Base: 13958'**

**Espesor: 497'**

Esta formación esta representada por un paquete homogéneo de arenisca, cuarzosa locamente cuarcítica, predominantemente blanca grisácea, a gris clara, en menor cantidad café, clara amarillenta, de textura granular a cristalina, de grano medio a muy grueso, con ínter laminaciones de grano fino; cuarzo, translucido, subangular a subredondeado, subesférico, abundante cemento silíceo, porosidad visible nula a muy pobre. Presenta niveles de arcillolita a través de la sección y en trazas piritita y carbón principalmente hacia la base.

### **Formación Guaduas (Cretáceo: Maestr- Sant)**

**Tope: 13958' Base: 14212'**

**Espesor: 254'**

Esta formación se caracteriza por arcillolita gris oscura a muy oscura, homogénea moderadamente dura a muy dura, ocasionalmente silícea, en bloque a sublaminar, subfísil a veces astillosa, localmente limosa, localmente con pequeñas intercalaciones o lentes de arenisca cuarzosa, color marrón clara, de grano fino a muy fino, gradando a limolita.

### **Formación Guadalupe (Cretáceo: Maestr- Sant)**

**Tope: 14212' Base: 14600'**

**Espesor: 388'**

Esta formación esta principalmente compuesta por arenisca de color gris blancuzca clara, de grano fino a muy fino, localmente glauconítica, ligeramente calcárea, intercalada, con niveles de arcillosita, principalmente hacia la parte media.

La arenisca es cuarzosa subtranslucida a gris blancuzca clara, en menor cantidad café, clara, generalmente de textura granular, a veces cristalina, localmente de aspecto cuarcítico; cuarzo blanco, translucido, de grano fino, localmente de grano medio a grueso, con selección regular, con abundante cemento silíceo, a veces con cemento calcáreo, comúnmente dura, con inclusiones de fragmentos líticos oscuros, localmente glauconítica, ocasionalmente con diseminaciones piríticas, sin porosidad visible, sin manifestaciones de aceite.

Las intercalaciones de arcillolita, son de color gris oscuro a negro oliva, generalmente sublaminar, subfísil, homogénea, localmente limosa, muy consolidada, micromicacea y micropiritica, localmente con delgadas interlaminações de arenisca de grano muy fino.

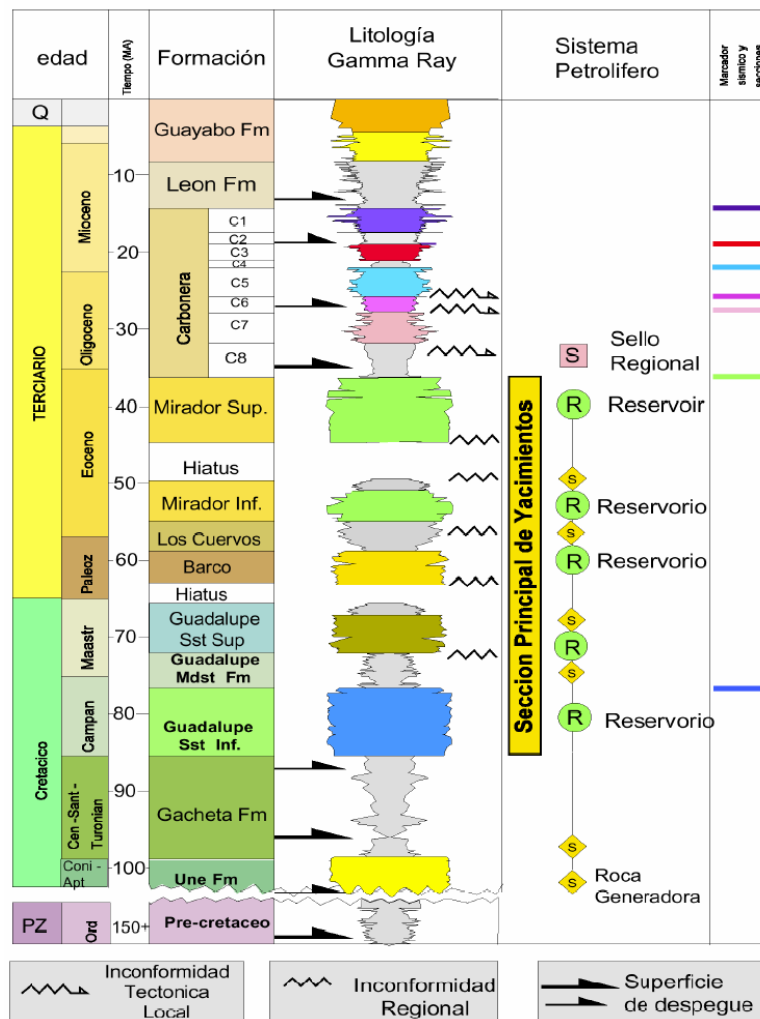
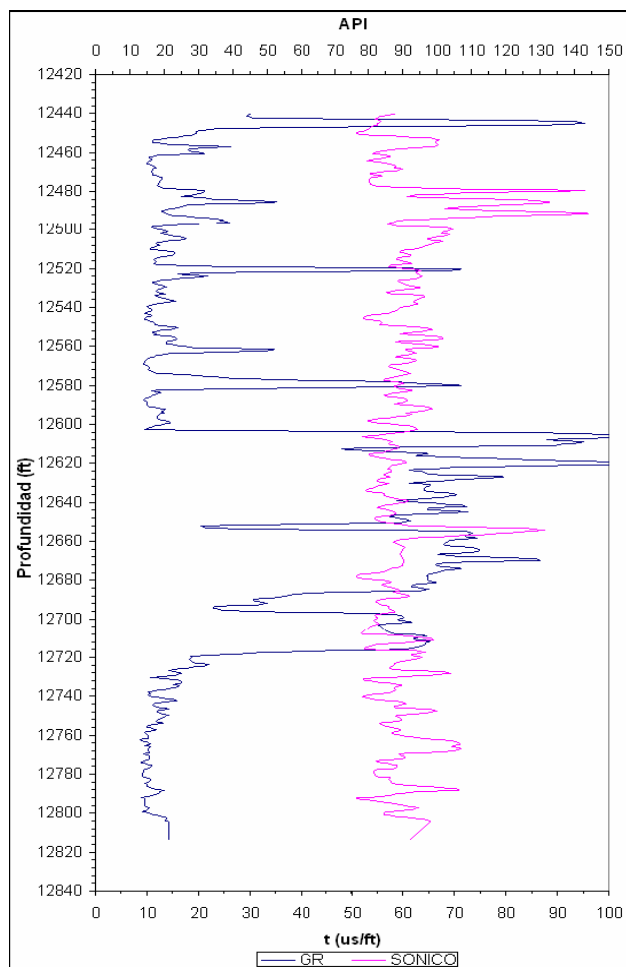


Figura N° 72 Columna litográfica generalizada del campo Pozoalex (Tomada de Martínez, 2003).

### 6.3. ANALISIS Y ADECUACION DE DATOS DE LA FORMACION MIRADOR.

A partir de la descripción litológica y el registro Gamma Ray (Figura N° 73) se subdividió la formación Mirador en 12 subcapas para el análisis, las cuales quedaron intercaladas, empezando por una capa de arenisca seguida por una de shale, y así sucesivamente, es decir, las capas impares son areniscas y las capas impares shales. A continuación se describe brevemente la procedencia de los datos requeridos para la simulación del pozo A1-formación Mirador.



**Figura N° 73 Registros Gamma Ray y Sónico para la formación Mirador-Pozo Cuapiagua A1. (BP well review).**

La tabla N° 5 muestra los gradientes de esfuerzos in situ y la presión de poro utilizados en el análisis. El esfuerzo horizontal mínimo se determinó de pruebas de Leak-off del pozo A1 y de pozos aledaños; el esfuerzo vertical se determinó con la ecuación 162, la densidad de matriz usada en dicha ecuación, fue hallada mediante el registro sónico de la Figura N° 73 utilizando las ecuaciones 163; el esfuerzo horizontal máximo se calculó usando la ecuación 164; la presión de poro se tomó del reporte de perforación y de un registro RFT. La dirección del esfuerzo máximo horizontal (15,75° NE), fue tomada de un análisis de registro UBI realizado por Schlumberger (HOSANA).

$$\sigma_z = \int_0^z \rho(z)gdz \quad \text{Ec162}$$

$$\rho_b = 1.75V_p^{0.265} \quad \text{Ec163a}$$

$$\rho_b = 1.66V_p^{0.261} \quad \text{Ec163b}$$

$$\sigma_H = 3\sigma_h + T_o - p_w - p_o \quad \text{Ec164}$$

Donde  $\rho_b$  es la densidad de matriz de la roca dada en g/cc y  $V_p$  es la velocidad de onda compresional en km/s. La relación (163 a) se usa para shale y la (163 b) para arenas.

Capa	Espesor(Ft)	Esfuerzos in situ y Presion de Poro (psi/ft)			
		$\sigma_h$	$\sigma_H$	$\sigma_v$	$P_o$
1	24.49	0.76	1.27	1.07	0.44
2	8.17	0.76	1.29	1.12	0.44
3	14.53	0.76	1.29	1.09	0.44
4	6.36	0.76	1.29	1.14	0.44
5	2.73	0.76	1.28	1.05	0.44
6	3.63	0.76	1.27	1.09	0.44
7	149.25	0.76	1.28	1.09	0.44
8	85.66	0.76	1.28	1.12	0.44
9	9.25	0.76	1.3	1.1	0.44
10	15.74	0.76	1.29	1.14	0.44
11	83.94	0.76	1.25	1.09	0.48
12	9.17	0.76	1.28	1.15	0.48

**Tabla N° 5 Gradientes de Esfuerzos in situ y Presión de Poro.**

Los parámetros de resistencia presentados en la tabla N° 6 fueron calculados usando las ecuaciones 165 a 169 (propuestas por Schlumberger y Àmoco) y los registros sínico y gamma ray de la Figura N° 73.

$$S_o = 5.48 \times 10^{-21} \rho^2 V_p^4 \left( \frac{1+V}{1-V} \right)^2 (1-2V)(1+0.78V_{sh}) \quad \text{Ec165}$$

$$S_o = 5 \frac{(V_p - 1)}{\sqrt{V_p}} \quad \text{Ec166}$$

$$\phi = \arcsen \left( \frac{V_p - 1}{V_p + 1} \right) \quad \text{Ec167}$$

$$\phi = 0.0002848 \text{Exp} \left( \frac{0.7068V_p}{0.3048} \right) + 23.14 \quad \text{Ec168}$$

$$T_o = \frac{1}{12} C_o = 0.8333UCS \quad \text{Ec169}$$

Capa	Parámetros de Resistencia			Capa	Parámetros de Resistencia		
	So (psi)	$\phi$ (°)	To (psi)		So (psi)	$\phi$ (°)	To (psi)
1	4306.7	39.8	361.62	7	5450.08	41.09	465.33
2	2081.16	31.63	593.47	8	1548.96	30.03	485.98
3	4278.76	38.41	638.67	9	4265.56	37.35	774.37
4	2235.61	31.75	659.5	10	2169.11	31.46	682.47
5	2572.25	33.79	472.24	11	5222.58	41.64	370.9
6	1291.69	28.48	413.8	12	2596.97	31.82	803.31

**Tabla N° 6 Parámetros de Resistencia.**

Los parámetros elásticos y viscosidad de la tabla N° 7, se calcularon a partir de las ecuaciones 170 y 171 y de criterio general del capítulo 3 para comportamiento viscoso de rocas.

$$v = \frac{V_p^2 - 2V_s^2}{2(V_p^2 - V_s^2)} \quad \text{Ec170}$$

$$E = \frac{\rho V_s^2 (3V_p^2 - 4V_s^2)}{(V_p^2 - V_s^2)} \quad \text{Ec171}$$

Capa	Parámetros elásticos y viscosidad		
	v	E (psi)	μ (poises)
1	0.19	8218970.92	0.00007
2	0.19	8259667.43	0.00007
3	0.18	8713299.71	0.00007
4	0.17	9662943.19	0.00007
5	0.24	5995965.57	0.00007
6	0.24	5774511.92	0.00007
7	0.17	9756958.73	0.00007
8	0.2	8064918.21	0.00007
9	0.18	9043615.57	0.00007
10	0.18	9437492.12	0.00007
11	0.18	9398582.18	0.00007
12	0.16	10408805.2	0.00007

**Tabla N° 7 Parámetros Elásticos Viscosidad.**

La tabla N° 8 muestra el tamaño de la broca y la trayectoria del pozo, datos que se tomaron de los reportes de perforación suministrados por BP. El azimut mostrado está dado con respecto al esfuerzo horizontal máximo.

Capa	Geometría del pozo		
	Radio (in)	Azimut (Grados)	Inclinación (Grados)
1	12.25	47.33	24.97
2	8.5	46.9	24.89
3	8.5	47.05	24.81
4	8.5	47.11	24.78
5	8.5	47.27	24.68
6	8.5	47.27	24.68
7	8.5	48.58	24.58
8	8.5	53.06	23.06
9	8.5	53.27	22.47
10	8.5	53.23	22.35
11	8.5	54.8	22.55
12	8.5	59.14	22.42

**Tabla N° 8 Geometría del Pozo.**

Los datos fueron escalados a una escala 1:10 para mejor visibilidad de resultados y por medio de formulas topográficas explicadas en la figura N° 74,

se obtuvieron los de deltas horizontales ( $\Delta x$  y  $\Delta y$ ) por profundidad inicial por capa en la tabla N° 9.

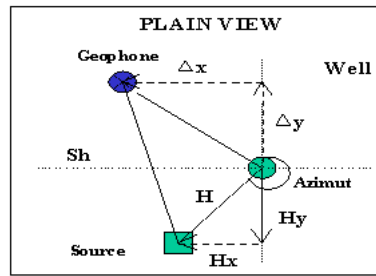


Figura N° 74 Pozo en planta con información

Capa	Geometría del pozo escalada			
	Radio (in)	$\Delta x$ (ft)	$\Delta y$ (ft)	TVD
1	1.225	13.9723742	2.64687403	1242
2	0.85	13.8063898	3.65611733	1246
3	0.85	13.9473657	3.37258589	1250
4	0.85	13.9790451	3.23755032	1254
5	0.85	13.9933672	2.82194371	1258
6	0.85	13.9933672	2.82194371	1262
7	0.85	13.9933672	2.82194371	1266
8	0.85	13.6264861	3.8277867	1270
9	0.85	13.8986498	3.5016603	1274
10	0.85	13.8597519	3.57617823	1278
11	0.85	13.8597519	3.57617823	1282
12	0.85	13.8597519	3.57617823	1284

Tabla N° 9 Geometría del Pozo escalada.

La temperatura fue cambiada a Kelvin por facilidad de manejo en el software ANSYS.

fahrenheit a Kelvin
$K=(5/9)*(F-32)+273$

F	K
240	389
285	414

Con esta información se procedió a la creación geométrica del modelo la cual sería la misma para todas las simulaciones.

#### 6.4 Creación del modelo geométrico en ANSYS.

Para crear un modelo geométrico en ansys primero es necesario tener una idea preliminar de lo que se va dibujar, luego escoger el sistema de coordenadas

más apropiado para la realización del modelo en cuestión, que en ANSYS es utilizado como sistema de referencia global. Para crear esta aplicación se hace uso de las opciones iniciales para crear un modelo sólido, es decir crear un modelo inicial de keypoints utilizando un sistema de coordenadas cartesianas.

#### 6.4.1 Modelo de puntos (en ANSYS “Keypoints”).

Para la generación del modelo de puntos es necesario definir el espacio de trabajo primero, lo cual se logra estableciendo las condiciones de trabajo entre las cuales se encuentra la escala, el entorno visual, el sistema de coordenadas entre otras.

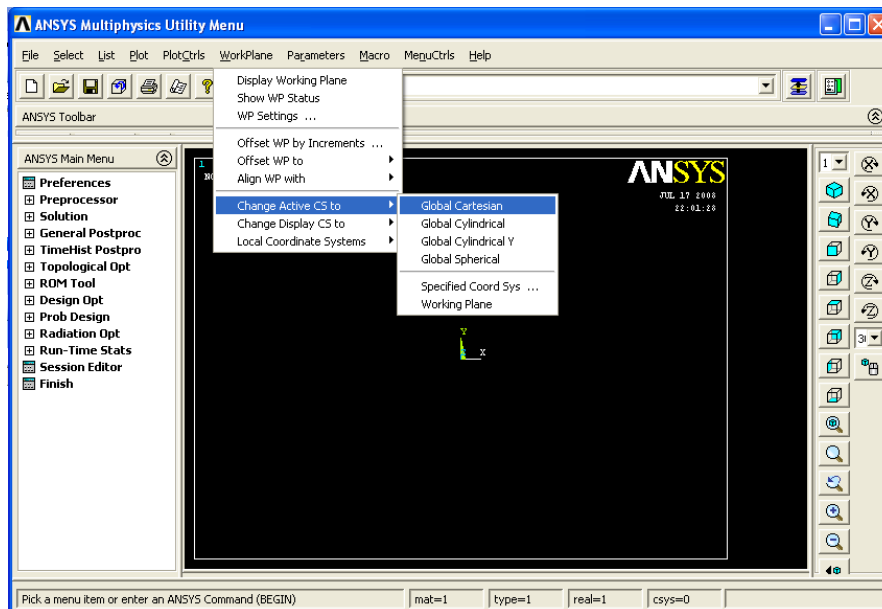


Figura N° 75 Estableciendo condiciones de trabajo.

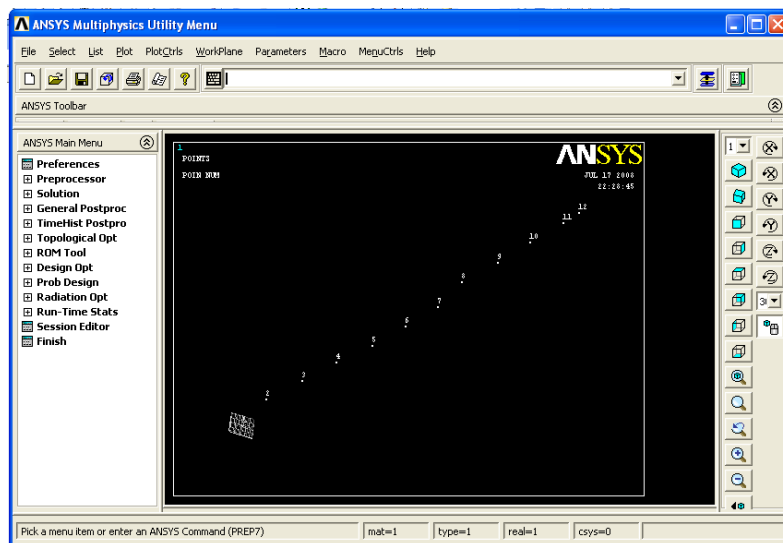
Luego de establecer las condiciones se procede a adaptar los datos geométricos a coordenadas geométricas de ANSYS, utilizando hojas de cálculo de EXCEL. De acuerdo a lo citado en capítulos anteriores los sólidos en ANSYS están compuestos por Entidades que van en orden jerárquico desde la menor que es el punto o keypoint hasta el volumen, como en esta sección lo que se quiere es crear un modelo de puntos se utiliza como entidad el keypoint y como comando: (**K**, *NPT*, *X*, *Y*, *Z*, donde *K* es la entidad *NPT* es el numero *X*,

Y, Z son las coordenadas) pero antes se activa la sección de preprocesamiento de ANSYS con el comando */Prep7*.

Modelo de PUNTOS					
Entidad	Numero	Coord' X	Coord' Y	Coord' Z	Keypoints
		$\Delta x$ (ft)	$\Delta y$ (ft)	TVD	
K	1	13.97	2.65	1242	K,1,13.97,2.65,1242
K	2	13.81	3.66	1246	K,2,13.81,3.66,1246
K	3	13.95	3.37	1250	K,3,13.95,3.37,1250
K	4	13.98	3.24	1254	K,4,13.98,3.24,1254
K	5	13.99	2.82	1258	K,5,13.99,2.82,1258
K	6	13.99	2.82	1262	K,6,13.99,2.82,1262
K	7	13.99	2.82	1266	K,7,13.99,2.82,1266
K	8	13.63	3.83	1270	K,8,13.63,3.83,1270
K	9	13.90	3.50	1274	K,9,13.9,3.5,1274
K	10	13.86	3.58	1278	K,10,13.86,3.58,1278
K	11	13.86	3.58	1282	K,11,13.86,3.58,1282
K	12	13.86	3.58	1284	K,12,13.86,3.58,1284

**Tabla N° 10 Geometría del Pozo escalada (modelo de Puntos).**

Con esta tabla de datos se obtiene el siguiente modelo de puntos:



**Figura N° 76 Modelo de puntos (Coordenadas del pozo en el espacio).**

#### 6.4.2 Modelo de líneas (en ANSYS “lines o splines”).

Al tener el modelo de puntos se procede a crear el modelo de puntos el cual define la trayectoria del pozo en las doce capas tratadas de la formación mirador. Para generar este modelo de líneas ANSYS permite varias opciones como generarlo a través de la interfaz grafica o por comandos, en este caso se realizara por comandos para seguir mas atados a una base de datos, por cuestiones de continuidad en la creación del modelo de de volúmenes, para

crear el modelo de líneas se resuelve utilizar el comando “spline” y no el comando “line” ya que el comando “spline” genera líneas curvas asegurando así la continuidad de los volúmenes.

El comando **SPLINE**, *P1, P2, P3, P4, P5, P6, XV1, YV1, ZV1, XV6, YV6, ZV6* donde *P1, P2, P3, P4, P5, P6* son los puntos posibles en una sola corrida del comando y *YV1, ZV1, XV6, YV6, ZV6* son las coordenadas de los vértices de la curva creada que por default son definidos por el programa. Por inconvenientes con la continuidad de la curvatura con el comando “spline” se concluye utilizar el comando en grupos de 3 puntos *P1, P2, P3*, erradicando este inconveniente.

Modelo de líneas			
Entidad	Numero	Comando	SPLINE
K	1	SPLINE	<b>SPLINE.1,2,3</b>
K	2	SPLINE	
K	3	SPLINE	<b>SPLINE.3,4,5</b>
K	4	SPLINE	
K	5	SPLINE	<b>SPLINE.5,6,7</b>
K	6	SPLINE	
K	7	SPLINE	<b>SPLINE.7,8,9</b>
K	8	SPLINE	
K	9	SPLINE	<b>SPLINE.9,10,11</b>
K	10	SPLINE	
K	11	SPLINE	<b>SPLINE.11,12,</b>
K	12	SPLINE	

Tabla N° 11 Modelo de líneas (en negrilla las entradas utilizadas).

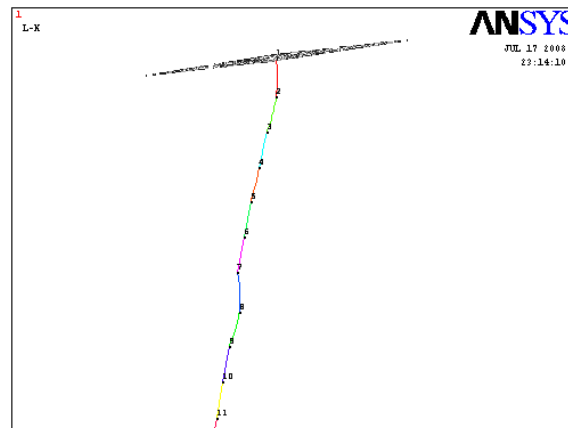


Figura N° 77 Modelo de líneas

### 6.4.3 Modelo de volúmenes ensamblado.

Luego de la generación grafica de la trayectoria del pozo se pasa a asignarle la sección transversal. Para asignar los datos de la sección transversal del pozo

fue necesario ponderar los datos de espesor para esfuerzos y de radio de la broca, con respecto a la profundidad real (TVD).

Se asume un radio del pozo igual a 2 veces el radio de la broca, el espesor de esfuerzos como radio exterior del pozo y ambos continúan escalados a una escala 1:10.

Capa	Espesor(Ft)	Radio (in)	TVD	E*TVD	R*TVD
1	2.45	1.225	1242	3041.66	1521.45
2	0.82	0.85	1246	1017.98	1059.1
3	1.45	0.85	1250	1816.25	1062.5
4	0.64	0.85	1254	797.54	1065.9
5	0.27	0.85	1258	343.43	1069.3
6	0.36	0.85	1262	458.11	1072.7
7	14.93	0.85	1266	18895.05	1076.1
8	8.57	0.85	1270	10878.82	1079.5
9	0.93	0.85	1274	1178.45	1082.9
10	1.57	0.85	1278	2011.57	1086.3
11	8.39	0.85	1282	10761.11	1089.7
12	0.92	0.85	1284	1177.43	1091.4
<b>suma</b>	<b>41.29</b>	<b>10.58</b>	<b>15166</b>	<b>52377.40</b>	<b>13356.85</b>
	<b>Espesor ponderado</b>	<b>3.45</b>	<b>Radio ponderado*2</b>	<b>1.76</b>	

**Tabla N° 12 Datos para la creación de la sección transversal usada.**

Para la generación de la sección transversal en ANSYS es necesario alinear el plano de trabajo perpendicular al eje del pozo y así generar una sección realmente transversal al eje del pozo y esto posible por medios del comando **LWPLAN**, **WN**, **NL1**, **RATIO**, donde el **WN** es el plano de trabajo donde se creara la sección del pozo y **NL1** es el numero de la línea de la cual será ortogonal el plano de trabajo y **ratio** es la ubicación en la longitud de la línea a la cual se quiere que sea ubicado el plano de trabajo, esta ubicación es por defecto el inicio de la línea.

Al tener el plano de trabajo perpendicular a la línea del eje del pozo se crea la sección del pozo por medio del comando **CYL4**, **XCENTER**, **YCENTER**, **RAD1**, **THETA1**, **RAD2**, **THETA2**, **DEPTH**, el cual genera una entidad primitiva en forma de anillo con coordenadas **XCENTER**, **YCENTER** de radio inicial **RAD1** y radio final **RAD2** con ángulo inicial **THETA1** y ángulo final **THETA2** y guarda la opción de un cilindro en la variable **DEPTH**, la cual no será utiliza en este caso pues la intención es generar la sección transversal mostrada en la figura N° 78.

Sección transversal del pozo
Lwplan,1,1,0
Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0

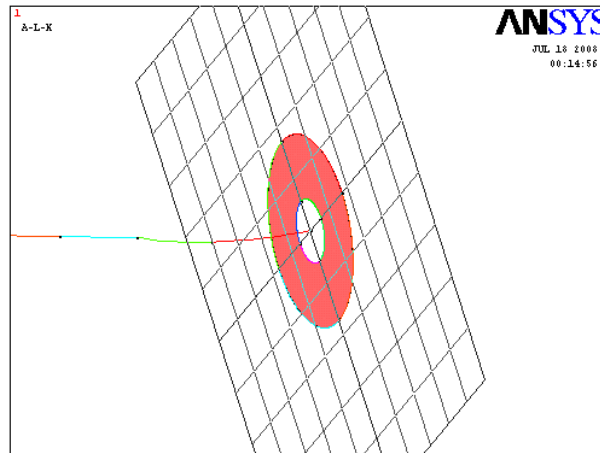


Figura N° 78 Modelo de líneas con sección transversal

Y finalmente para generar la estructura geométrica del pozo se barre el área de la sección transversal a través del eje o trayectoria del pozo generando un volumen mediante el comando **VDRAG**, *NA1*, *NA2*, *NA3*, *NA4*, *NA5*, *NA6*, *NLP1*, *NLP2*, *NLP3*, *NLP4*, *NLP5*, *NLP6*, el cual especifica el área (*NA1*) a utilizar y la línea (*NLP1*) recorrida por dicha área. Este volumen, es mostrado en la figura N° 79, representara en el modelo la columna de roca que recubre el pozo y que contiene las paredes del pozo.

comando barrido	N° línea recorrida	N° Área utilizada	Comando entrado
Vdrag	1	1	<b>lwplan.1.1.0</b> Vdrag,1,0,0,0,0,0,1
Vdrag	2	10	<b>lwplan.1.2.0</b> Vdrag,10,0,0,0,0,0,2
Vdrag	3	19	<b>lwplan.1.3.0</b> Vdrag,19,0,0,0,0,0,3
Vdrag	4	28	<b>lwplan.1.4.0</b> Vdrag,28,0,0,0,0,0,4
Vdrag	5	37	<b>lwplan.1.5.0</b> Vdrag,37,0,0,0,0,0,5
Vdrag	6	46	<b>lwplan.1.6.0</b> Vdrag,46,0,0,0,0,0,6
Vdrag	7	55	<b>lwplan.1.7.0</b> Vdrag,55,0,0,0,0,0,7
Vdrag	8	64	<b>lwplan.1.8.0</b> Vdrag,64,0,0,0,0,0,8
Vdrag	9	73	<b>lwplan.1.9.0</b> Vdrag,73,0,0,0,0,0,9
Vdrag	10	82	<b>lwplan.1.10.0</b> Vdrag,82,0,0,0,0,0,10
Vdrag	11	91	<b>lwplan.1.11.0</b> Vdrag,91,0,0,0,0,0,11

Tabla N° 13 Comandos de entrada usados para la generación de los volúmenes.

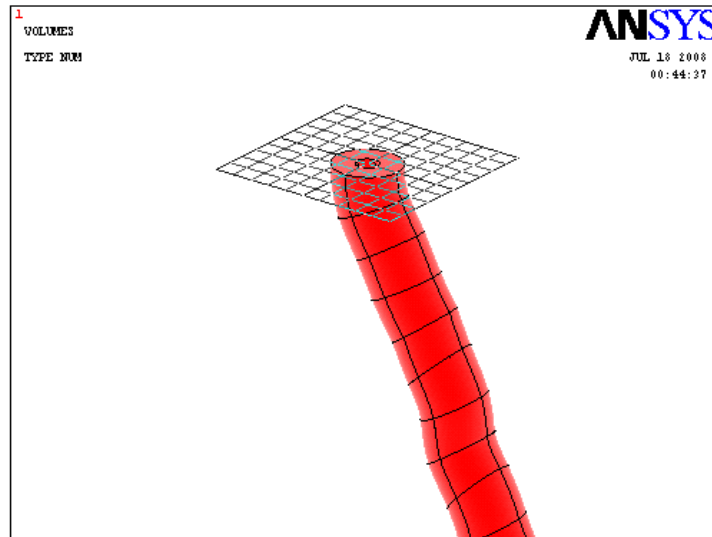


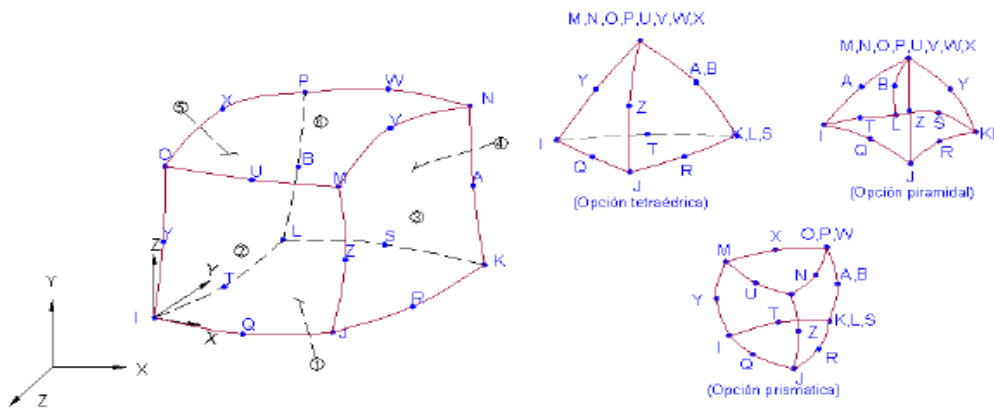
Figura N° 79 Modelo de volúmenes emsanblado.

## 6.5 Enmallado del modelo geométrico.

### 6.5.1 Breve descripción de los elementos utilizados para realizar el enmallado de los modelos del pozo.

Por cuestión de observación se utilizara una pequeña fracción del modelo geométrico completo, para enmallar esta fracción se utilizaran los siguientes elementos para cada modelo analítico de comportamiento, utilizado en este trabajo, según las condiciones en ANSYS.

El primer elemento utilizado es el elemento **solid95** el cual se utiliza en la discretización de elementos tridimensionales. El elemento se muestra en la figura N° 80, este es un elemento de orden superior; se define con 20 nodos, con uno en cada punto medio de las aristas. Cada uno de los nodos tiene tres grados de libertad, que corresponden a las tres direcciones de desplazamiento. El elemento básico tiene la forma de hexaedro, pero puede utilizarse como prisma e incluso como tetraedro sin que implique pérdidas de precisión en los resultados. Son muy apropiados para modelar formas irregulares



**Figura N° 80 Elemento solid95**

El elemento solid95 se puede utilizar para describir los comportamientos tales como:

- La plasticidad
- Creep
- Dilatando
- Rigidización por esfuerzos.
- Deflexión grande.
- Adaptación al descenso.
- Importación de esfuerzos iniciales.

Los resultados arrojados por el solid95: el sentido de los esfuerzos en el elemento es paralelo al sistema de coordenadas del elemento. La orientación de las cargas se superficie es adoptada de la orientación de los nodos internos del elemento, por ultimo la tabla N° 14 contiene la definición de los resultados arrojados por el elemento.

Name	Definition	O	R
EL	Element number and name	Y	Y
CORNER NODES	Nodes - I, J, K, L, M, N, O, P	Y	Y
MAT	Material number	Y	Y
VOLU:	Volume	Y	Y
XC, YC, ZC	Location where results are reported	Y	5
PRES	Pressures P1 at nodes J, I, L, K; P2 at I, J, N, M; P3 at J, K, O, N; P4 at K, L, P, O; P5 at L, I, M, P; P6 at M, N, O, P	Y	Y
TEMP	Temperatures T(I), T(J), ..., T(Z), T(A), T(B)	Y	Y
S:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Stresses	Y	Y
S:1, 2, 3	Principal stresses	Y	Y
S:INT	Stress intensity	Y	Y
S:EQV	Equivalent stress	Y	Y
EPEL:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Elastic strains	Y	Y
EPEL:1, 2, 3	Principal elastic strains	Y	-
EPEL:EQV	Equivalent elastic strain [6]	Y	Y
EPth:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Average thermal strains	1	1

Name	Definition	O	R
EPth:EQV	Equivalent thermal strain [6]	1	1
EPPL:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Average plastic strains	1	1
EPPL:EQV	Equivalent plastic strain [6]	1	1
EPCR:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Average creep strains	1	1
EPCR:EQV	Equivalent creep strain [6]	1	1
EPSW:	Swelling strain	1	1
NL:EPEQ	Average equivalent plastic strain	1	1
NL:SRAT	Ratio of trial stress to stress on yield surface	1	1
NL:SEPL	Average equivalent stress from stress-strain curve	1	1
NL:HPRES	Hydrostatic pressure	-	1
FACE	Face label	2	2
AREA	Face area	2	2
TEMP	Face average temperature	2	2
EPEL(X, Y, XY)	Surface elastic strains	2	2
PRES	Surface pressure	2	2
S(X, Y, XY)	Surface stresses (X-axis parallel to line defined by first two nodes which define the face)	2	2
S(1, 2, 3)	Surface principal stresses	2	2
SINT	Surface stress intensity	2	2
SEQV	Surface equivalent stress	2	2
FC1, ..., FC6, FCMAX	Failure criterion values and maximum at each integration point	3	-
FC	Failure criterion number (FC1 to FC6, FCMAX)	4	Y
VALUE	Maximum value for this criterion (if value exceeds 9999.999, 9999.999 will be printed)	4	Y
LN	Layer number where maximum occurs	4	Y
EPELF(X, Y, Z, XY, YZ, XZ)	Elastic strains (in layer local coordinates) causing the maximum value for this criterion in the element.	4	Y
SF(X, Y, Z, XY, YZ, XZ)	Stresses (in layer local coordinates) causing the maximum value for this criterion in the element.	4	Y
LOCI:X, Y, Z	Integration point locations	-	Y

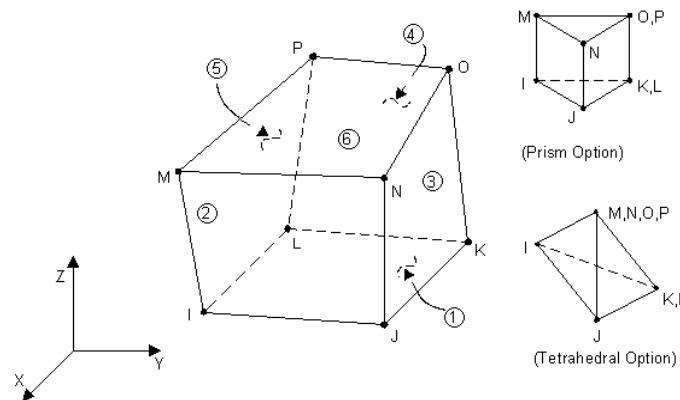
**Tabla N° 14 Definición de los resultados arrojados por el elemento.**

1. La solución no lineal (devuelva sólo si el elemento tiene un material no lineal)

2. Revele salida (si KEYOPT (6) es 1, 2, o 4)
3. Resulta sólo si KEYOPT (1) = 1, KEYOPT (5) = 1, y los criterios de falla fueron especificados (**TB**, **FAIL**).
4. El resultado elástico de esfuerzo y deformación para cada criterio de falla y el máximo de todos los criterios (FCMAX). Devuelve sólo si KEYOPT (1) = 1 y los criterios de falla fueron especificados (**TB**, **FAIL**).
5. Disponible solo en el centroide como un artículo \* **GET**

La columna de la O indica la disponibilidad de los artículos en el archivo, la columna R indica la disponibilidad de los artículos en el archivo de resultados. Ya sea en la columna O o R, Y señala que el artículo está siempre disponible, Un número se aplica a una nota al pie de la mesa que describe cuando el artículo está condicionalmente disponible. Y a - indica que el artículo no está disponible.

El elemento **VISCO107** sirve para 3-D modelado de estructuras sólidas. Está definido por ocho nodos teniendo tres grados de libertad en cada nodo: deformaciones nodales en las direcciones X, Y y Z. El elemento esta diseñado para solucionar problemas (conservando el volumen), de plasticidad independiente y dependiente del tiempo con grandes deformaciones. Los procedimientos iterativos de solución deben ser usados con VISCO107 desde que se use para representar comportamiento altamente no lineal. El elemento es mostrado en la figura N° 81.



**Figura N° 81 Elemento visco107.**

Por ultimo la tabla N° 15 contiene la definición de los resultados arrojados por el elemento. La columna de la O indica la disponibilidad de los artículos en el archivo, la columna R indica la disponibilidad de los artículos en el archivo de resultados. Ya sea en la columna O o R, Y señala que el artículo está siempre disponible, Un número se aplica a una nota al pie de la mesa que describe cuando el artículo está condicionalmente disponible. Y a - indica que el artículo no está disponible.

Name	Definition	O	R
EL	Element Number	Y	Y
NODES	Nodes - I, J, K, L, M, N, O, P	Y	Y
MAT	Material number	Y	Y
VOLU:	Volume	Y	Y
XC, YC, ZC	Location where results are reported	Y	1
PRES	Pressures P1 at nodes J, I, L, K; P2 at I, J, N, M; P3 at J, K, O, N; P4 at K, L, P, O; P5 at L, I, M, P; P6 at M, N, O, P	Y	Y
TEMP	Temperatures T(I), T(J), T(K), T(L), T(M), T(N), T(O), T(P)	Y	Y
S:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Stresses	Y	Y
S:1, 2, 3	Principal stresses	Y	Y
S:INT	Stress intensity	Y	Y
S:EQV	Equivalent stress	Y	Y
EPEL:X, Y, XY, YZ, XZ	Elastic strains	-	Y
EPEL:1, 2, 3	Principal elastic strains	-	Y
EPEL:EQV	Equivalent elastic strains [2]	-	Y
EPth:X, Y, Z, XY	Average thermal strains	-	Y
EPth:EQV	Equivalent thermal strain [2]	-	Y
EPPL:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Plastic strains	-	Y
EPPL:EQV	Equivalent plastic strain [2]	-	Y
EPTO:X, Y, Z, XY, YZ, XZ	Total mechanical strains (EPEL + EPPL)	Y	Y
EPTO:EQV	Total equivalent mechanical strain (EPEL + EPPL)	-	Y
NL:PSV	Plastic state variable	Y	Y
NL:PLWK	Plastic work/volume	Y	Y
URS	Right stretch tensor (X, Y, Z, XY, YZ, XZ)	-	Y

**Tabla N° 15 Definición de los resultados arrojados por el elemento.**

1. Disponible solo en el centroide como un artículo \* **GET**.
2. Las tensiones equivalentes usan la proporción de Poisson: Para elástico y termal este valor está dado por el usuario (**MP**, **PRXY**); Pues para el plástico este valor es determinado por 0.5.

### 6.5.2 Enmallado del modelo elástico lineal isotrópico.

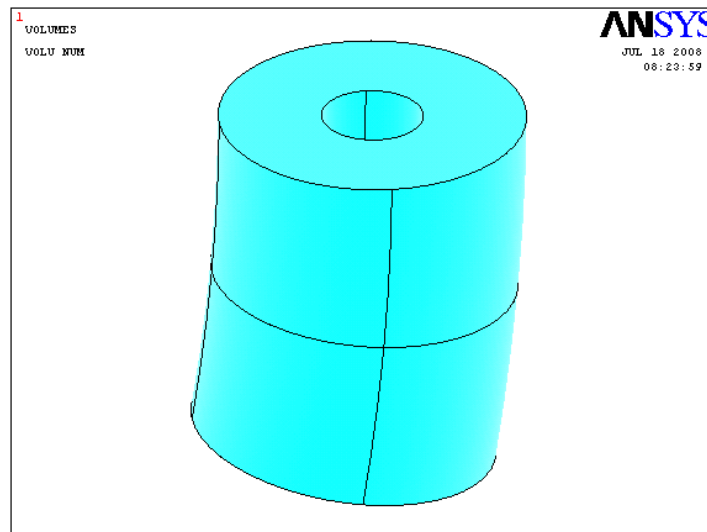
Al conocer las características de lo elementos utilizados para la enmallar los modelos se procede a definir los elementos en la memoria de ANSYS por

medio del comando **ET**, *ITYPE*, *Ename*, *KOP1*, *KOP2*, *KOP3*, *KOP4*, *KOP5*, *KOP6*, *INOPR*, donde *ITYPE* es el numero del elemento, *Ename*, es el nombre que tiene el elemento en la librería de ANSYS con las propiedades y condiciones de este, *KOP1*, *KOP2*, *KOP3*, *KOP4*, *KOP5*, *KOP6*, son los KEYOPT o condiciones del elemento y *INOPR* elimina todas las condiciones anteriores.

Formato de asignación de elementos y propiedades de los mismos										Tipo de Elementos de Modelos
ET	ITYPE	Ename	KOP1	KOP2	KOP3	KOP4	KOP5	KOP6	INOPR	
ET	1	solid95	1					1		ET,1,solid95,1,,,,,1,
ET	2	visco107								ET,2,visco107,,,,,,

**Tabla N° 16 Tipo de Elementos de Modelos**

Como se esta utilizando una fracción del modelo de 12 capas mostrado anteriormente el modelo geométrico es un poco más pequeño y con menos entidades, se utilizan entonces de 3 en tres cada capa comenzando con la capa a 12500 ft y las 2 siguientes. De este procedimiento resultan dos volúmenes los cuales por cuestiones de contacto y transmisión de efectos son unidos por medio del comando **VADD**, *NV1*, *NV2*, *NV3*, *NV4*, *NV5*, *NV6*, *NV7*, *NV8*, *NV9*, donde *NV* es el número del volumen que se quiere unir resultando un nuevo volumen:



**Figura N° 82 Modelo reducido a tres capas y unido**

Con este modelo formado se procede a enmallarlo por medio del comando **VSWEEP**, *VNUM*, *SRCA*, *TRGA*, *LSMO*, donde *VNUM*, es el volumen a enmallar, y da como resultado:

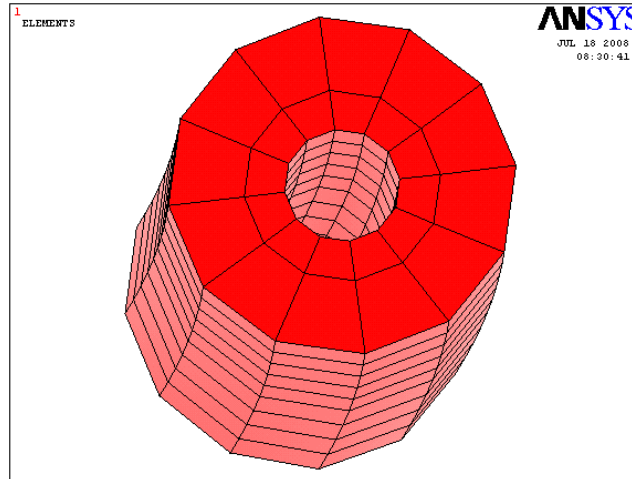


Figura N° 83 Modelo reducido a tres capas y unido enmallado

### 6.6. Caracterización de los modelos (asignación de propiedades de las rocas a los modelos).

Para la caracterización de los modelos se utiliza el modelo geométrico construido en el trabajo anterior mostrado en la figura No 83 procurando tener una geometría continua para que las propiedades usadas estén ligadas. Para la caracterización de estos modelos se probaron dos opciones entre tantas que el software ANSYS posee.

La primera fue utilizando varios volúmenes, uno para cada punto o coordenada en profundidad del pozo en donde se caracterizaba cada volumen por separado y cada uno se le asignaban las propiedades de la tabla N° 7 para modelos elásticos adicionando parámetros de densidad definidos en la tabla N° 17

Espesor(Ft)	TVD	Densidad (g/cc)
24.49	12420	2.596197802
8.17	12460	2.596197802
14.53	12500	2.43974725
6.36	12540	2.532800891
2.73	12580	2.690449558
3.63	12620	2.68503431
149.25	12660	2.704303947
85.66	12700	2.758895026
9.25	12740	2.612990192
15.74	12780	2.600102638
83.94	12820	2.522622408
9.17	12840	2.522622408

Tabla N° 17 Densidad.

En ANSYS para todos los modelos estructurales introducidos es necesario definir propiedades elásticas esto fundamentado en la teoría expuesta en el

capitulo 3 las cuales son E (Modulo de Young) y  $\nu$  (coeficiente de Poisson), pero por cuestiones de mayor semejanza con un análisis de estabilidad se le asignara a todos los elementos la variable de densidad.

Para definir los datos para el volumen más pequeño es necesario refinar mas los datos requeridos por medio de interpolación de datos obteniendo la siguiente tabla:

Numero	TVD	Parámetros elásticos y viscosidad			Densidad (g/cc)
		$\nu$	E (psi)	$\mu$ (poises)	
1	12500	0.18	8218970.92	0.00007	2.43974725
2	12516	0.176	9093157.1	0.00007	2.47696871
3	12532	0.172	9473014.49	0.00007	2.51419016
4	12548	0.184	8929547.67	0.00007	2.56433062
5	12564	0.212	7462756.62	0.00007	2.62739009
6	12580	0.24	5995965.57	0.00007	2.69044956

**Tabla N° 18 Parámetros principales interpolados.**

Lo mismo se hizo para la temperatura y los otros datos de importancia en el desarrollo de las simulaciones:

Numero	TVD	Temperatura	
		F	K
1	12500	240	389
2	12516	249	394
3	12532	258	399
4	12548	267	404
5	12564	276	409
6	12580	285	414

**Tabla N° 19 Temperaturas principales interpoladas.**

Al mismo tiempo se adecuaron los datos como datos de entrada al software:

Numero	Formato de entrada para las propiedades mecánicas y densidad						Modulo de Young
	Comando	$\nu$	E (psi)	Material	Label		
1	MP	0.18	8218970.92	1	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,1,8218970.92
2	MP	0.176	9093157.1	2	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,2,9093157.102
3	MP	0.172	9473014.49	3	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,3,9473014.494
4	MP	0.184	8929547.67	4	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,4,8929547.666
5	MP	0.212	7462756.62	5	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,5,7462756.618
6	MP	0.24	5995965.57	6	Ex	PRXY DENS	MP,Ex,6,5995965.57

**Tabla N° 20 Entrada del Modulo de Young para cada uno de los Volúmenes.**

Numero	Formato de entrada para las propiedades mecánicas y densidad						Poisson
	Comando	$\nu$	E (psi)	Material	Label		
1	MP	0.18	8218970.92	1	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,1,0.18
2	MP	0.176	9093157.1	2	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,2,0.176
3	MP	0.172	9473014.49	3	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,3,0.172
4	MP	0.184	8929547.67	4	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,4,0.184
5	MP	0.212	7462756.62	5	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,5,0.212
6	MP	0.24	5995965.57	6	Ex	PRXY DENS	MP,PRXY,6,0.24

**Tabla N° 21 Entrada del Coeficiente de Poisson para cada uno de los Volúmenes.**

Numero	Formato de entrada para las propiedades mecanicas y densidad							Densidad
	Comando	v	Densidad	Material		Label		
1	MP	0.18	2.44	1	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,1,2.44
2	MP	0.176	2.48	2	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,2,2.48
3	MP	0.172	2.51	3	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,3,2.51
4	MP	0.184	2.56	4	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,4,2.56
5	MP	0.212	2.63	5	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,5,2.63
6	MP	0.24	2.69	6	Ex	PRXY	DENS	MP,DENS,6,2.69

Tabla N° 22 Entrada de la Densidad para cada uno de los Volúmenes.

A cada volumen se le asigno su respectiva temperatura por profundidad.

Numero	Cargas de cuerpo			
	Comando	Label	Temperatura	BFV
1	BFV	TEMP	389	BFV,1,TEMP,389
2	BFV	TEMP	394	BFV,2,TEMP,394
3	BFV	TEMP	399	BFV,3,TEMP,399
4	BFV	TEMP	404	BFV,4,TEMP,404
5	BFV	TEMP	409	BFV,5,TEMP,409
6	BFV	TEMP	414	BFV,6,TEMP,414

Tabla N° 23 Entrada de Temperaturas para cada uno de los Volúmenes.

Así el solidó queda caracterizado con propiedades elásticas y de densidad, pero al hacer pruebas con esta primera metodología los resultados arrojaban errores en cuanto a la variación de los parámetros elásticos y de densidad asignados, mostrados en las figuras N° 84, 85, 86, en donde se puede apreciar que las propiedades no varían con la temperatura lo cual no es cierto y por esta razón esta opción fue descarta y se procedió a una opción mas detallada usando un juego de comandos distintos para la asignación de propiedades elásticas y de densidad.

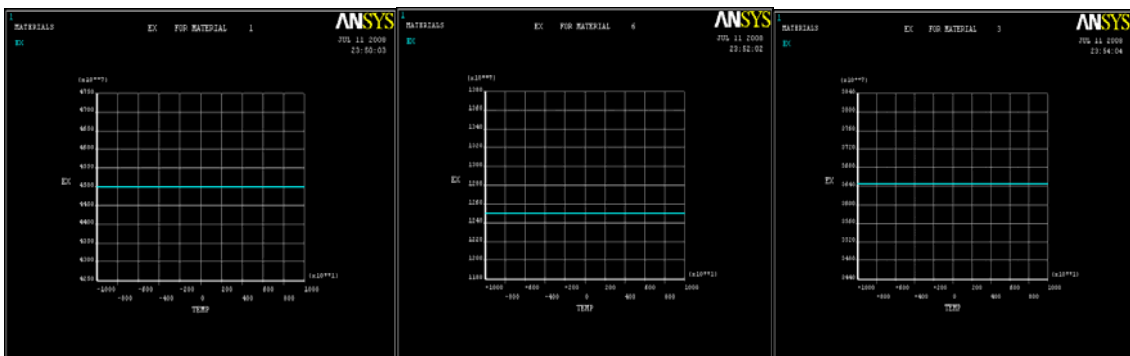


Figura N° 84 Gráficos de modulo de young en X versus temperatura del solidó.

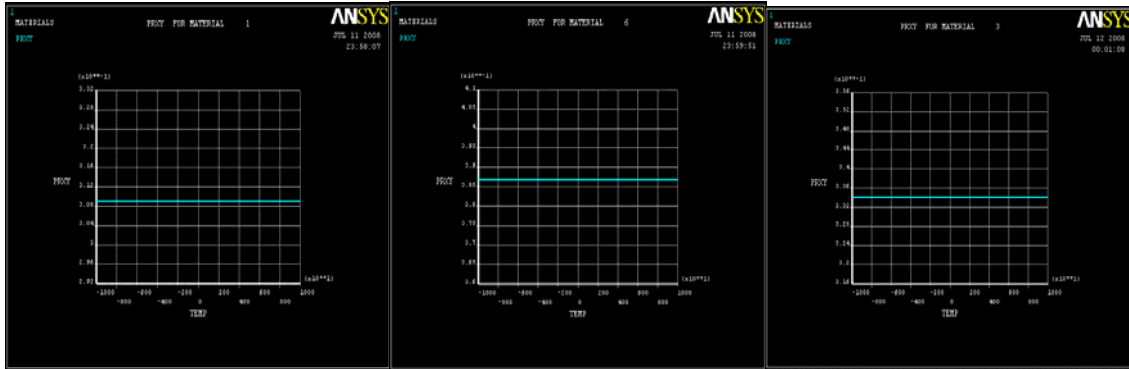


Figura N° 85 Gráficos de Poisson mayor XY versus temperatura del solidó.

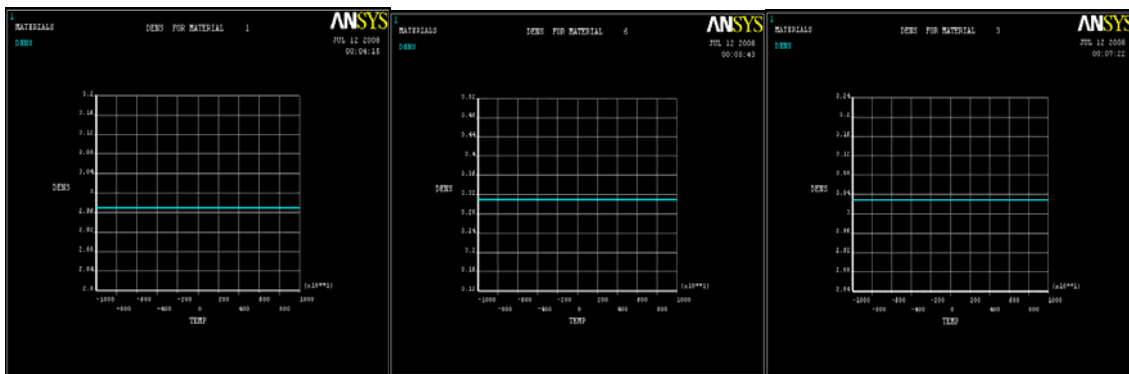


Figura N° 86 Gráficos de densidad versus temperatura del solidó.

La segunda opción fue uniendo todo el conjunto de volúmenes en uno solo, generando así un solo material con propiedades que variarían con la temperatura y con la profundidad de manera que el comportamiento del solidó sería mas semejante al real, para asignar estas propiedades variables a un solo material se recurrió al comando **MPDATA**, *Lab*, *MAT*, *STLOC*, *C1*, *C2*, *C3*, *C4*, *C5*, *C6*, el cual asocia la etiqueta o propiedad (*Lab*) con el material (*MAT*) con una posición en una tabla de datos (*STLOC*), con *C1*, *C2*, *C3*, *C4*, *C5*, *C6*, posibles valores distintos para un solo material y para que esta propiedad del material vaya ligada a temperaturas respectivas, por valor posible que se le de a la propiedad del material, se utiliza el comando **MPTEMP**, *STLOC*, *T1*, *T2*, *T3*, *T4*, *T5*, *T6*, que asocia un grupo de temperaturas *T1*, *T2*, *T3*, *T4*, *T5*, *T6*, a una posición en una tabla de datos *STLOC*, asociando así dichas temperaturas con los respectivos valores que se le den a la propiedad utilizada.

MPTEMP,	STLOC,	T1,	T2,	T3,	T4,	T5,	T6	Dato de Entrada
MPTEMP	1	389	394	399	404	409	414	MPTEMP,1,389,394,399,40

Tabla N° 24 Entrada de Temperaturas para el material utilizado.

MPDATA	Lab.	MAT.	STLOC.	C1.	C2.	C3.	C4.	C5.	C6	Dato de Entrada
MPDATA	Ex	1	1	8218970.9	9093157.1	9473014.5	8929547.7	7462756.62	5995965.57	MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,909315
MPDATA	PRXY	1	1	0.18	0.176	0.172	0.184	0.212	0.24	MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.17
MPDATA	DENS	1	1	2.44	2.48	2.51	2.56	2.63	2.69	MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.

Tabla N° 25 Entrada de propiedades asociadas a las temperaturas.

Así las propiedades mecánicas principales varían con respecto a la temperatura lo cual es más aproximado a la realidad:

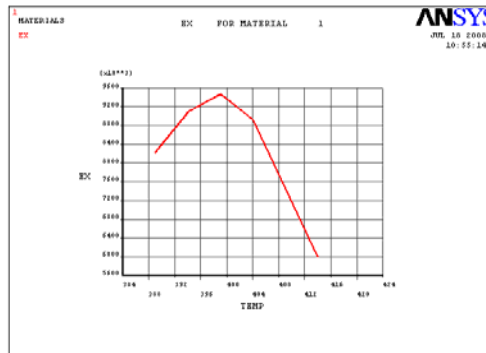


Figura N° 87 Gráfico de modulo de young en X versus temperatura del material.

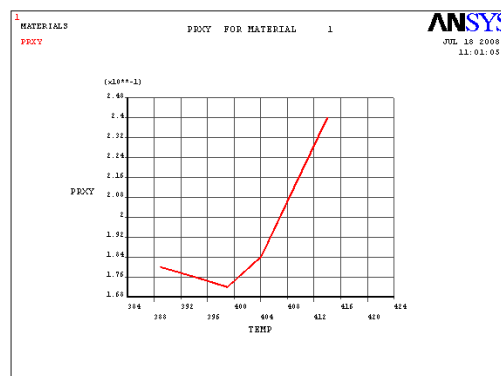


Figura N° 88 Gráfico de Poisson mayor XY versus temperatura del material.

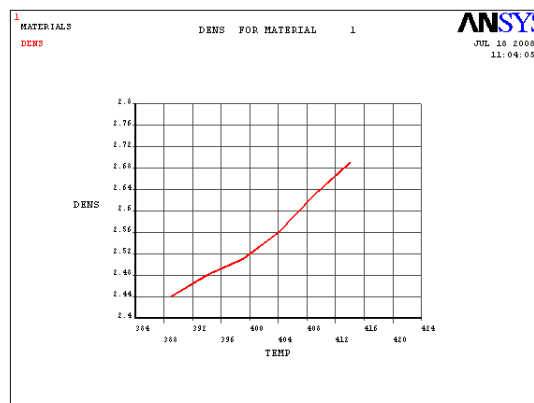


Figura N° 89 Gráfico de densidad versus temperatura del material.

Finalmente para variar las propiedades del material con respecto a la profundidad se utilizan los comandos (**BFK**, *KPOI*, *Lab*, *VAL1*, *VAL2*, *VAL3*, *PHASE*), que es la carga corporal para puntos *KPOI*, (**BFL**, *LINE*, *Lab*, *VAL1*, *VAL2*, *VAL3*, *VAL4*), que es la carga corporal para líneas *LINE*, y (**BFA**, *AREA*, *Lab*, *VAL1*, *VAL2*, *VAL3*, *VAL4*), que es la carga corporal para áreas *ÁREA*. Al cargar estas entidades del modelo las temperaturas se transfieren a las entidades menores que son los elementos y los nodos permitiendo así que las propiedades del material varíen con respecto a la temperatura y a la profundidad.

Para realizar el procedimiento se debe tener en cuenta que el sistema esta compuesto por 27 puntos 42 líneas, 23 áreas y un volumen. Entonces son cargadas las entidades que garantizar la distribución de la temperatura a través del contorno del pozo.

Numero	Cargas de cuerpo para puntos			
	Comando	Label	Temperatura	BFK
1	BFK	TEMP	389	BFK,1,TEMP,389
2	BFK	TEMP	390	BFK,2,TEMP,390
3	BFK	TEMP	391	BFK,3,TEMP,391
4	BFK	TEMP	392	BFK,4,TEMP,392
5	BFK	TEMP	393	BFK,5,TEMP,393
6	BFK	TEMP	394	BFK,6,TEMP,394
7	BFK	TEMP	395	BFK,7,TEMP,395
8	BFK	TEMP	396	BFK,8,TEMP,396
9	BFK	TEMP	397	BFK,9,TEMP,397
10	BFK	TEMP	398	BFK,10,TEMP,398
11	BFK	TEMP	399	BFK,11,TEMP,399
12	BFK	TEMP	400	BFK,12,TEMP,400
13	BFK	TEMP	401	BFK,13,TEMP,401
14	BFK	TEMP	402	BFK,14,TEMP,402
15	BFK	TEMP	403	BFK,15,TEMP,403
16	BFK	TEMP	404	BFK,16,TEMP,404
17	BFK	TEMP	405	BFK,17,TEMP,405
18	BFK	TEMP	406	BFK,18,TEMP,406
19	BFK	TEMP	407	BFK,19,TEMP,407
20	BFK	TEMP	408	BFK,20,TEMP,408
21	BFK	TEMP	409	BFK,21,TEMP,409
22	BFK	TEMP	410	BFK,22,TEMP,410
23	BFK	TEMP	411	BFK,23,TEMP,411
24	BFK	TEMP	412	BFK,24,TEMP,412
25	BFK	TEMP	413	BFK,25,TEMP,413
26	BFK	TEMP	414	BFK,26,TEMP,414
27	BFK	TEMP	414	BFK,27,TEMP,414

**Tabla N° 26** Entrada de las temperaturas corporales para puntos.

Numero	Cargas de cuerpo para líneas			
	Comando	Label	Temperatura	BFL
1	BFL	TEMP	389	BFL_1,TEMP,389
2	BFL	TEMP	389	BFL_2,TEMP,389.31
3	BFL	TEMP	390	BFL_3,TEMP,389.96
4	BFL	TEMP	391	BFL_4,TEMP,390.61
5	BFL	TEMP	391	BFL_5,TEMP,391.26
6	BFL	TEMP	392	BFL_6,TEMP,391.91
7	BFL	TEMP	393	BFL_7,TEMP,392.56
8	BFL	TEMP	393	BFL_8,TEMP,393.21
9	BFL	TEMP	394	BFL_9,TEMP,393.86
10	BFL	TEMP	395	BFL_10,TEMP,394.51
11	BFL	TEMP	395	BFL_11,TEMP,395.16
12	BFL	TEMP	396	BFL_12,TEMP,395.81
13	BFL	TEMP	396	BFL_13,TEMP,396.46
14	BFL	TEMP	397	BFL_14,TEMP,397.11
15	BFL	TEMP	398	BFL_15,TEMP,397.76
16	BFL	TEMP	398	BFL_16,TEMP,398.41
17	BFL	TEMP	399	BFL_17,TEMP,399.06
18	BFL	TEMP	400	BFL_18,TEMP,399.71
19	BFL	TEMP	400	BFL_19,TEMP,400.36
20	BFL	TEMP	401	BFL_20,TEMP,401.01
21	BFL	TEMP	402	BFL_21,TEMP,401.66
22	BFL	TEMP	402	BFL_22,TEMP,402.31
23	BFL	TEMP	403	BFL_23,TEMP,402.96
24	BFL	TEMP	404	BFL_24,TEMP,403.61
25	BFL	TEMP	404	BFL_25,TEMP,404.26
26	BFL	TEMP	405	BFL_26,TEMP,404.91
27	BFL	TEMP	406	BFL_27,TEMP,405.56

Numero	Cargas de cuerpo para líneas			
	Comando	Label	Temperatura	BFL
28	BFL	TEMP	406	BFL_28,TEMP,406.11
29	BFL	TEMP	407	BFL_29,TEMP,406.66
30	BFL	TEMP	407	BFL_30,TEMP,407.22
31	BFL	TEMP	408	BFL_31,TEMP,407.77
32	BFL	TEMP	408	BFL_32,TEMP,408.33
33	BFL	TEMP	409	BFL_33,TEMP,408.88
34	BFL	TEMP	409	BFL_34,TEMP,409.44
35	BFL	TEMP	410	BFL_35,TEMP,409.99
36	BFL	TEMP	411	BFL_36,TEMP,410.55
37	BFL	TEMP	411	BFL_37,TEMP,411.1
38	BFL	TEMP	412	BFL_38,TEMP,411.66
39	BFL	TEMP	412	BFL_39,TEMP,412.21
40	BFL	TEMP	413	BFL_40,TEMP,412.77
41	BFL	TEMP	413	BFL_41,TEMP,413.32
42	BFL	TEMP	414	BFL_42,TEMP,413.88

Tabla Nº 27 Entrada de las temperaturas corporales para líneas.

Numero	Cargas de cuerpo para áreas			
	Comando	Label	Temperatura	BFA
1	BFA	TEMP	389	BFA_1,TEMP,388.56
2	BFA	TEMP	390	BFA_2,TEMP,389.77
3	BFA	TEMP	391	BFA_3,TEMP,390.98
4	BFA	TEMP	392	BFA_4,TEMP,392.19
5	BFA	TEMP	393	BFA_5,TEMP,393.4
6	BFA	TEMP	395	BFA_6,TEMP,394.61
7	BFA	TEMP	396	BFA_7,TEMP,395.82
8	BFA	TEMP	397	BFA_8,TEMP,397.03
9	BFA	TEMP	398	BFA_9,TEMP,398.24
10	BFA	TEMP	399	BFA_10,TEMP,399.45
11	BFA	TEMP	401	BFA_11,TEMP,400.66
12	BFA	TEMP	402	BFA_12,TEMP,401.87
13	BFA	TEMP	403	BFA_13,TEMP,403.08
14	BFA	TEMP	404	BFA_14,TEMP,404.29
15	BFA	TEMP	406	BFA_15,TEMP,405.5
16	BFA	TEMP	407	BFA_16,TEMP,406.71
17	BFA	TEMP	408	BFA_17,TEMP,407.92
18	BFA	TEMP	409	BFA_18,TEMP,409.13
19	BFA	TEMP	410	BFA_19,TEMP,410.34
20	BFA	TEMP	412	BFA_20,TEMP,411.55
21	BFA	TEMP	413	BFA_21,TEMP,412.76
22	BFA	TEMP	414	BFA_22,TEMP,413.97
23	BFA	TEMP	415	BFA_23,TEMP,415.18

Tabla Nº 28 Entrada de las temperaturas corporales para Áreas.

En la figura numero 90 se muestra la sección del pozo con la distribución de temperaturas corporales aplicada.

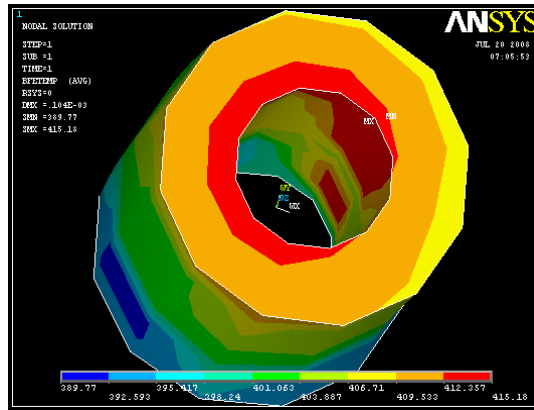


Figura N° 90 Distribución de la temperatura en el sólido.

Ya caracterizado el modelo elástico se procede a caracterizar los modelos viscoplasticos de perzyna y anand.

**El modelo de perzyna** se puede utilizar correctamente utilizando el comando **TB, Lab, MAT, NTEMP, NPTS, TBOPT, EOSOPT** y utilizan la etiqueta **Lab=RATE**, para el material **MAT** que se vaya utilizar, que tratándose del modelo de Perzyna el software ANSYS tiene dos opciones en una sola, (endurecimiento isotrópico plástico mostradas en la figura 91), las cuales son:

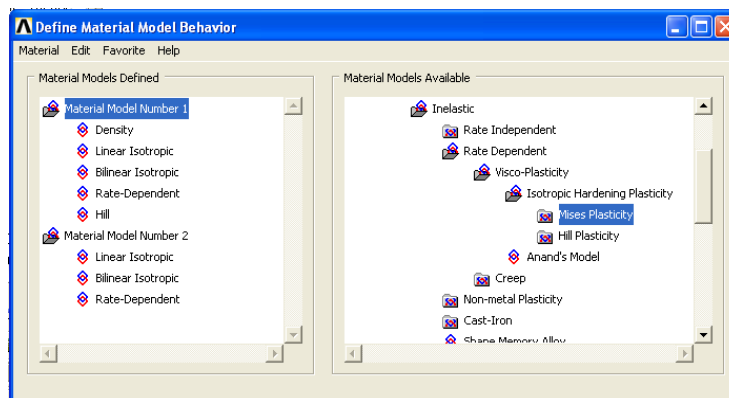


Figura N° 91 Gráfico de opciones de modelo de material con las opciones del modelo de Perzyna.

Mises plasticity: La cual tiene las opciones de perzyna Bilinear, Multilinear y no linear, para todas las opciones los datos de entrada son los mismos (**m**= tasa de endurecimiento por deformación, y parámetro de viscosidad del material) y de acuerdo a la opción que se escoja entre bilinear, multilinear y no linear salen las variables de entrada respectiva para cada opción, se escoge la opción que

Se pide los datos con significado físico sencillo (en este caso por facilidad en el manejo de la información se escoge la opción multilinear mostrada en la figura número 92, 93 al igual que con el modelo elástico en este modelo también se asocian las propiedades a temperaturas respectivas para garantizar el comportamiento diferido en el material).

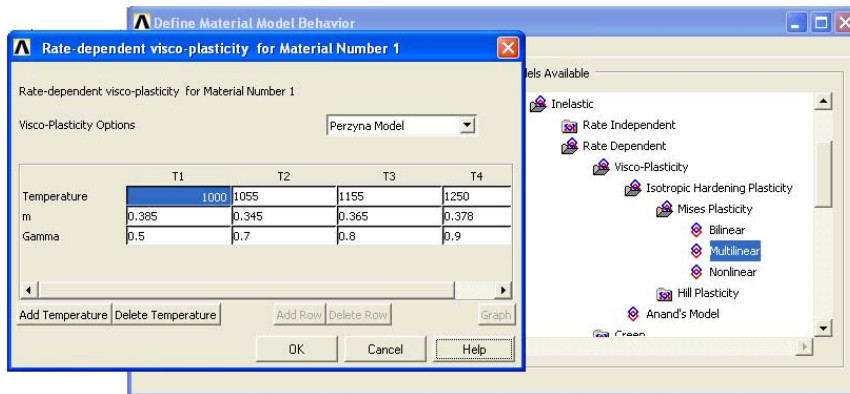


Figura N° 92 Ventana de la opción multilinear en la sección Mises del modelo de Perzyna.

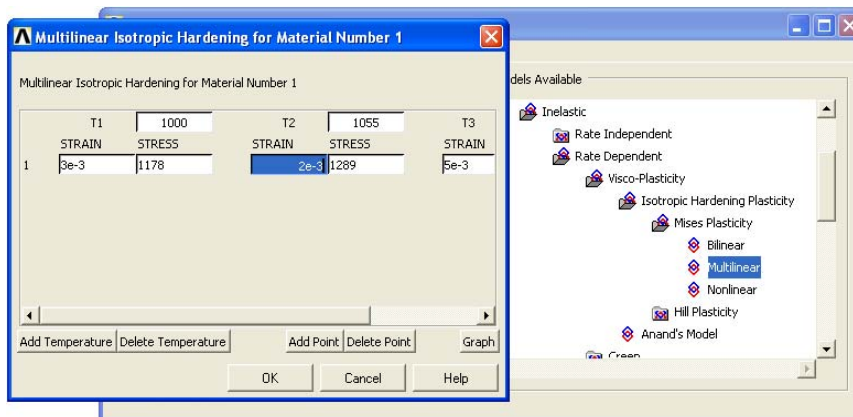


Figura N° 93 Ventana de la tabla de esfuerzo-deformación en la opción multilinear de Mises del modelo de Perzyna

Para la caracterización de este modelo se utiliza el mismo elemento utilizado para el modelo elástico lineal isotrópico solid95, pero con la diferencia de activar los KEYOPT's necesarios para la solución de materiales no lineares. Esta opción multilinear no es recomendada para historias cíclicas de carga o altamente no proporcionales en partes de muy pequeña deformación. Es, sin embargo, recomendado para análisis de deformaciones grandes. También se puede combinar la opción MISO con creep, viscoplasticidad, y opciones de anisotropía Hill para simular más comportamientos de materiales complicados.

Las siguiente son las tablas de datos de la sección multilinear de von mises, estos datos fueron obtenidos a partir de la simulación del modelo elástico lineal isotrópico, del cual se extrajo las deformaciones y esfuerzos para rangos de temperatura conocidos.

Formato de asignación de elementos y propiedades de los mismos									Tipo de Elementos de Modelos
ET,	ITYPE,	Ename,	KOP1,	KOP2,	KOP3,	KOP4,	KOP5,	KOP6,	INOPR
ET	1	solid95					2	3	

**Tabla N° 29 KEYOPT´s necesario para no linealidad del material.**

TB,	Lab,	MAT,	NTEMP,	NPTS,	TBOPT,	Dato de Entrada
TB	miso	1	6	1		TB,miso,1,6,1,

**Tabla N° 30 Comando por medio del cual se activan las tablas de Miso para 6 puntos de temperatura.**

TBTEMP,	TEMP,	KMOD	Dato de Entrada
TBTEMP	389		TBTEMP,389,
TBTEMP	394		TBTEMP,394,
TBTEMP	399		TBTEMP,399,
TBTEMP	404		TBTEMP,404,
TBTEMP	409		TBTEMP,409,
TBTEMP	414		TBTEMP,414,

**Tabla N° 31 Seis puntos de temperatura para las tablas de datos.**

TBPT,	Oper,	X,	Y	Dato de Entrada
TBPT,	Oper,	strain	stress	Dato de Entrada
TBPT	defi	2.362E-06	19.4091	TBPT,defi,0.0000023615,1
TBPT	defi	6.288E-06	57.176863	TBPT,defi,0.0000062879,5
TBPT	defi	9.3E-06	88.094298	TBPT,defi,0.0000092995,8
TBPT	defi	9.399E-06	83.930604	TBPT,defi,0.0000093992,8
TBPT	defi	1.187E-06	8.8590384	TBPT,defi,0.0000011871,8
TBPT	defi	1.552E-05	93.075374	TBPT,defi,0.000015523,93

**Tabla N° 32 Tabla de esfuerzo deformación como comando de entrada Miso dependiente cada punto de cada punto de temperatura de la tabla 30**

Por medio de los datos expuestos en las tablas 30, 31 y 32 queda caracterizada la opción de Mises del modelo de Perzyna, luego para activar las tablas de entrada de datos de Perzyna como tal se tienen las siguientes tablas:

TB,	Lab,	MAT,	NTEMP,	NPTS,	TBOPT,	Dato de Entrada
TB	rate	1	6	1	perzyna	TB,rate,1,6,1,perzyna

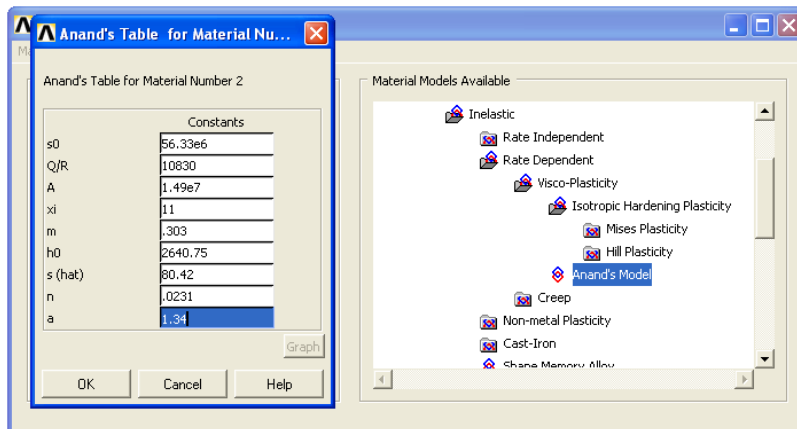
**Tabla N° 33 Comando por medio del cual se activan las tablas de Rate dependent con el modelo de Perzyna para 6 puntos de temperatura.**

TBDATA,	STLOC,	C1,	C2,	C3,	C4,	C5,	C6	Dato de Entrada
TBDATA	1	0.50	1					TBDATA,1,0.5,1,....

**Tabla N° 34** tabla de datos para el modelo de Perzyna C1 es la tasa de endurecimiento por deformación y C2 es el parámetro de viscosidad.

C1 fue calculado a partir de métodos estadísticos por medio de los datos arrojados por el modelo elástico lineal isotrópico y C2 fue obtenido de la bibliografía expuesta en el capítulo 3 con su respectiva conversión de unidades y aproximación.

**El modelo de Anand:** para activar las componentes necesarias para utilizar correctamente el modelo de Anand se utiliza el comando **TB, Lab, MAT, NTEMP, NPTS, TBOPT, EOSOPT** utilizando la etiqueta *Lab = ANAND* y como se pudo apreciar en la teoría el modelo de Anand no se encuentra atado a la temperatura por lo cual no se coloca nada en la casilla *NTEMP* (numero de temperaturas), la ventana de interfase para introducir los datos de manera grafica se encuentra en la figura N° 94



**Figura N° 94** Ventana del material del modelo de Anand el cual no se asocia directamente con las temperaturas

Las siguientes son las tablas de comandos utilizadas para caracterizar el modelo de Anand.

Formato de asignacion de elementos y propiedades de los mismos									Tipo de Elementos de Modelos	
ET,	ITYPE,	Ename,	KOP1,	KOP2,	KOP3,	KOP4,	KOP5,	KOP6,	INOPR	
ET	1	solid95					2	3		ET,1,solid95,....,2,3,
ET	1	visco107								ET,1,visco107,.....

**Tabla N° 35** Definición del elemento Visco 107 para el modelo de Anand

TB,	Lab,	MAT,	NTEMP,	NPTS,	TBOPT,	Dato de Entrada
TB	anand	1				TB,anand,1,...

**Tabla N° 36 Comando por medio del cual se activa el material de Anand.**

Numero	mirador	Pametros de anand	
		UND	Roca
1	s0	Psi	10.84
2	Q/R	°K	441.18
3	A		7805.00
4	E		3
5	m		0.10
6	h0	Psi	194.76
7	s'	Psi	13.65
8	n		0.004
9	a		1.01

**Tabla N° 37 tabla de parámetros de Anand fundamentado en la teoría de Anand (capitulo 4).**

TBDATA,	STLOC,	C1,	C2,	C3,	C4,	C5,	C6	Dato de Entrada
TBDATA	1	10.84	441.177	7805	3	0.1	194.76	TBDATA,1,10.84,441.177,780

TBDATA,	STLOC,	C1,	C2,	C3,	C4,	C5,	C6	Dato de Entrada
TBDATA	7	13.65	0.00437	1.005				TBDATA,7,13.6468069110708

**Tabla N° 38 Entrada de los nueve datos de entrada del modelo de Anand**

## 6.7 Aplicación de las condiciones de frontera (restricción de grados de libertad), y de las cargas externas e internas al solidó.

En esta sección se aplicaron las condiciones de frontera la fracción del contorno del pozo que se analiza, las consideraciones fueron: 1) restricción de desplazamientos en X, Y y Z a las caras superior e inferior del modelo, lo cual representa que el la columna de roca sobre y debajo de la fracción analizada le impedirá el desplazamiento al solidó. Esto se encuentra mostrado en formato de datos de entrada en la tabla N° 39:

Aplicación de Condiciones de Frontera Verticales					
DA,	AREA,	Lab,	Value1,	Value2	Dato de Entrada
DA	1	ux	0		DA,1,ux,0,
DA	1	uy	0		DA,1,uy,0,
DA	1	uz	0		DA,1,uz,0,
DA	19	ux	0		DA,19,ux,0,
DA	19	uy	0		DA,19,uy,0,
DA	19	uz	0		DA,19,uz,0,

**Tabla N° 39 Aplicación de Condiciones de Frontera Verticales.**

Otra restricción que se tuvo en cuenta fue la restricción al movimiento laterales exteriores, fundamentado en el hecho de que las columnas de roca vecinas a la

fracción de pozo analizada le impedirán el desplazamiento a las caras laterales externas. Esto se encuentra mostrado en formato de datos de entrada en la tabla N° 40:

Aplicación de Condiciones de Frontera laterales					
DA,	AREA,	Lab,	Value1,	Value2	Dato de Entrada
DA	2	ux	0		DA,2,ux,0,
DA	2	uy	0		DA,2,uy,0,
DA	2	uz	0		DA,2,uz,0,
DA	3	ux	0		DA,3,ux,0,
DA	3	uy	0		DA,3,uy,0,
DA	3	uz	0		DA,3,uz,0,
DA	4	ux	0		DA,4,ux,0,
DA	4	uy	0		DA,4,uy,0,
DA	4	uz	0		DA,4,uz,0,
DA	5	ux	0		DA,5,ux,0,
DA	5	uy	0		DA,5,uy,0,
DA	5	uz	0		DA,5,uz,0,
DA	11	ux	0		DA,11,ux,0,
DA	11	uy	0		DA,11,uy,0,
DA	11	uz	0		DA,11,uz,0,
DA	12	ux	0		DA,12,ux,0,
DA	12	uy	0		DA,12,uy,0,
DA	12	uz	0		DA,12,uz,0,
DA	13	ux	0		DA,13,ux,0,
DA	13	uy	0		DA,13,uy,0,
DA	13	uz	0		DA,13,uz,0,
DA	14	ux	0		DA,14,ux,0,
DA	14	uy	0		DA,14,uy,0,
DA	14	uz	0		DA,14,uz,0,

**Tabla N° 40 Aplicación de Condiciones de Frontera laterales.**

Luego de aplicar las condiciones de frontera se pasa a aplicar el estado de esfuerzos, para llevar a cabo este objetivo se tuvieron en cuenta dos opciones:

1. la primera opción se realiza por medio del comando **ISTRESS**,  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{yz}$ ,  $S_{xz}$ ,  $MAT1$ ,  $MAT2$ ,  $MAT3$ ,  $MAT4$ ,  $MAT5$ ,  $MAT6$ ,  $MAT7$ ,  $MAT8$ ,  $MAT9$ ,  $MAT10$ , el cual considera datos de entrada los esfuerzos  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{yz}$ ,  $S_{xz}$ , para un determinado material  $MAT1$ ,  $MAT2$ ,  $MAT3$ ,  $MAT4$ ,  $MAT5$ ,  $MAT6$ ,  $MAT7$ ,  $MAT8$ ,  $MAT9$ ,  $MAT10$ , teniendo en cuenta que en este caso solo se tiene en cuenta un solo material cuyas propiedades varían con la temperatura, para aplicar este comando se requiere conocer el estado de esfuerzos del contorno del pozo, es decir el esfuerzo horizontal máximo, mínimo y el vertical, que en caso de que se estuviera en plena perforación y se quisiera predecir el estado de esfuerzos y deformación del pozo seguida la trayectoria no sería una consideración muy práctica, pues supondría que el estado de esfuerzos in situ es sigue siendo el

mismo, aun con esto consideración este comando arrojo muy buenos resultados que se tienen en cuenta en el próximo capitulo.

- Como segunda opción se utilizo un comando que posiblemente podría predecir el estado de esfuerzos próximo a perforar pero con la necesidad de conocer el ultimo esfuerzo tomado y un gradiente de esfuerzos, este comando en cierta forma reduce un poco mas la suposición del estado de esfuerzos por que no necesita conocer detalladamente el estado de esfuerzos, pero con la suposición de que el pozo seguirá la misma tendencia de esfuerzos que se tiene por medio del gradiente de esfuerzos, este comando esta dado el efecto de dos comando en conjunto: **SFGRAD**, *Lab*, *SLKCN*, *Sldir*, *SLZER*, *SLOPE*, con el cual se especifica el gradiente de esfuerzos, donde *SLKCN* es el sistema de coordenadas utilizado (en este caso un sistema de coordenadas cilíndricas), *Sldir* es la dirección en la que se quiere que aumente el esfuerzo, y *SLOPE* es la pendiente o gradiente con que ira aumentando el esfuerzo.

El calculo de los esfuerzos utilizados en estas opciones el formato de entrada muestran se en las siguientes tablas:

Capa	Espesor(Ft)	Esfuerzos in situ y Presion de Poro (psi/ft)							
		$\sigma_h$	$\sigma_H$	$\sigma_v$	$P_o$	$\sigma_h^*E$	$\sigma_H^*E$	$\sigma_v^*E$	$P_o^*E$
1	24.49	0.76	1.27	1.07	0.44	18.6124	31.1023	26.2043	10.7756
2	8.17	0.76	1.29	1.12	0.44	6.2092	10.5393	9.1504	3.5948
3	14.53	0.76	1.29	1.09	0.44	11.0428	18.7437	15.8377	6.3932
4	6.36	0.76	1.29	1.14	0.44	4.8336	8.2044	7.2504	2.7984
5	2.73	0.76	1.28	1.05	0.44	2.0748	3.4944	2.8665	1.2012
6	3.63	0.76	1.27	1.09	0.44	2.7588	4.6101	3.9567	1.5972
7	149.25	0.76	1.28	1.09	0.44	113.43	191.04	162.6825	65.67
8	85.66	0.76	1.28	1.12	0.44	65.1016	109.6448	95.9392	37.6904
9	9.25	0.76	1.3	1.1	0.44	7.03	12.025	10.175	4.07
10	15.74	0.76	1.29	1.14	0.44	11.9624	20.3046	17.9436	6.9256
11	83.94	0.76	1.25	1.09	0.48	63.7944	104.925	91.4946	40.2912
12	9.17	0.76	1.28	1.15	0.48	6.9692	11.7376	10.5455	4.4016
suma	412.92	9.12	15.37	13.25	5.36	313.8192	526.3712	454.0464	185.4092

gradiente ponderado	1.099598954
---------------------	-------------

gradiente ponderado	1.104166667
---------------------	-------------

**Tabla N° 41** Calculo de esfuerzos y gradiente utilizados en verde se muestran los datos entrados para ambas opciones.

Dato de Entrada
ISTRESS,113.43,191.04,162.6825,,,,1,,

**Tabla N° 42** ISTRESS.

SFGRAD,	Lab,	SLKCN,	Sldir,	SLZER,	SLOPE	Dato de Entrada
SFGRAD	pres	0	z	0	1.10	SFGRAD,pres,0,z,0,1.104166666666
SFGRAD	pres	1	z	0	1.10	SFGRAD,pres,1,z,0,1.104166666666

SF,	Nlist,	Lab,	VALUE,	VALUE2	Dato de Entrada
SF	all	pres	26.20		SF_all,pres,26.2043,

**Tabla N° 43 SFGRAD Y SF para aplicación de esfuerzos en todos los Nodos.**

Para el modelo elástico en especial se aplica un criterio de falla y que los modelos viscoplasticos traen implícito un criterio de falla característico respectivamente.

TB,	Lab,	MAT,	NTEMP,	NPTS,	TBOPT,	Dato de Entrada
TB	fail	1				TB_fail,1,...

**Tabla N° 44 Activación de criterios de falla para el material 1 elástico.**

FC,	MAT,	Lab1,	Lab2,	DATA1-6	Dato de Entrada
FC	1	s	XY		FC,1,s,XY,

**Tabla N° 45 Asignación del criterio de falla (Mohr – Coulomb) para el material 1, con énfasis en el sentido XY.**

El resumen de todos los pasos, descrito en línea de comandos en el Anexo II

## 6.8 Resultados Gráficos

A continuación resultados gráficos de lo modelos:

Convencion ANSYS	
máximo Valor	
Minimo Valor	

### 6.8.1 Modelo elástico lineal isotrópico.

#### 6.8.1.1 Modelo elástico lineal isotrópico con ISTRESS.

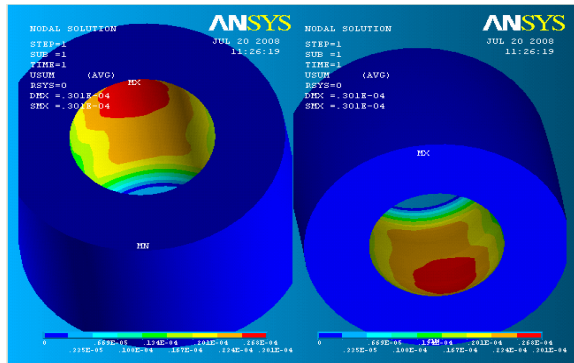


Figura N° 95 Desplazamientos totales.

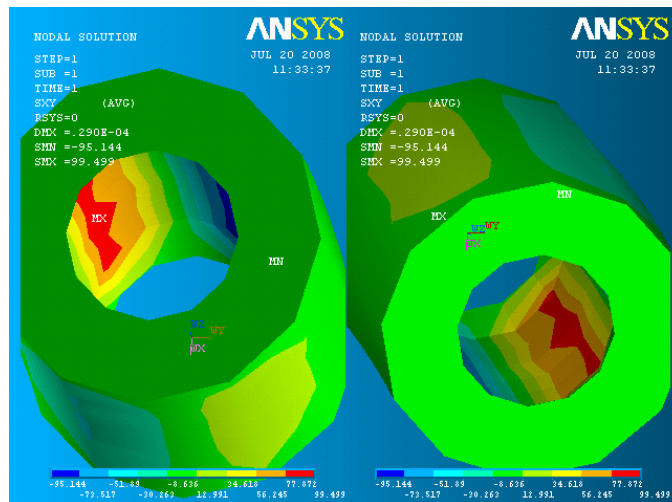


Figura N° 96 Esfuerzos de corte en XY

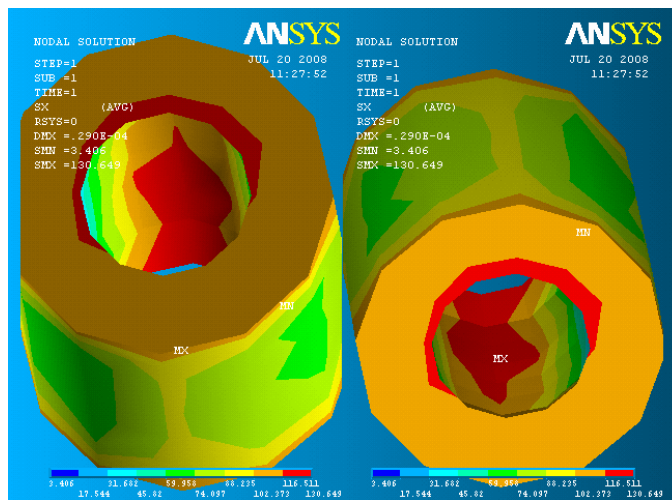


Figura N° 97 Esfuerzos en X

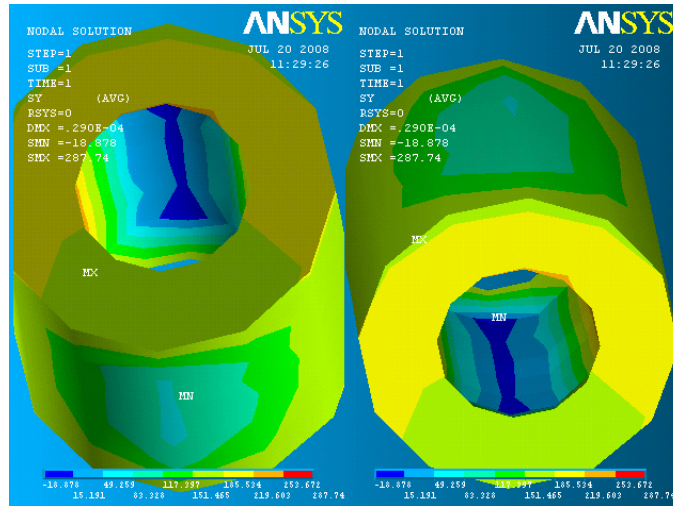


Figura N° 98 Esfuerzos en Y

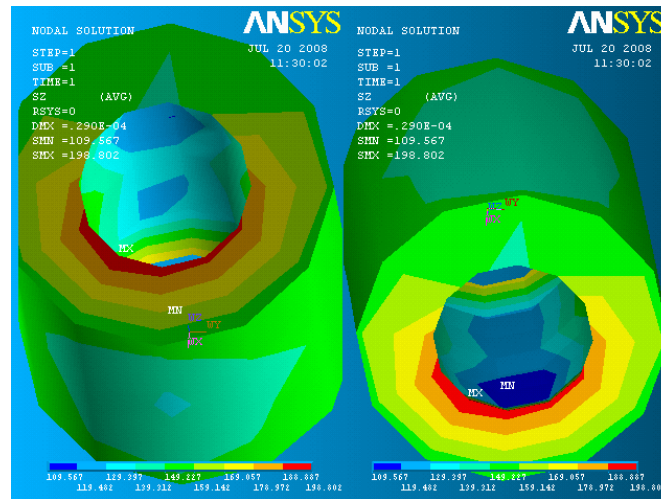


Figura N° 99 Esfuerzos en Z

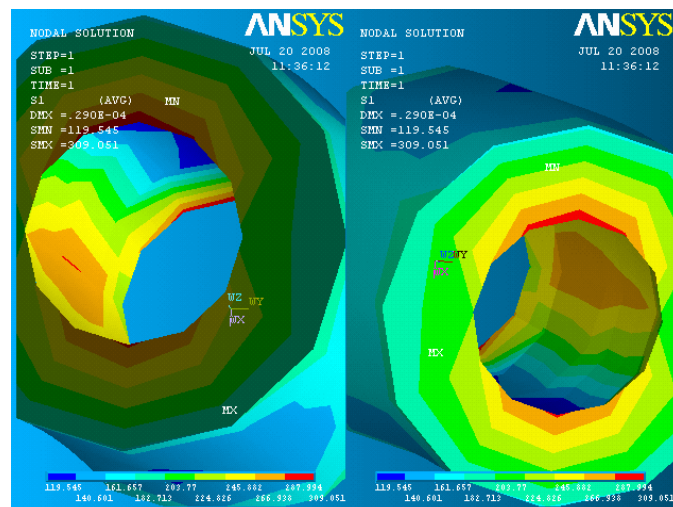


Figura N° 100 Principal estado de esfuerzos.

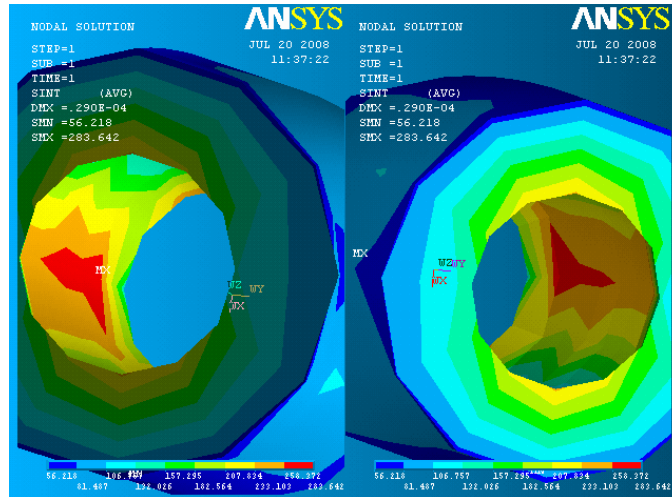


Figura N° 101 Intensidad de esfuerzos.

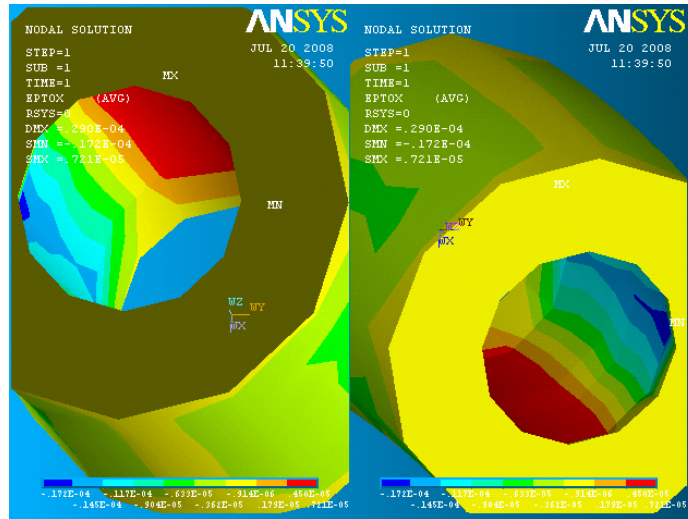


Figura N° 102 Deformación en X.

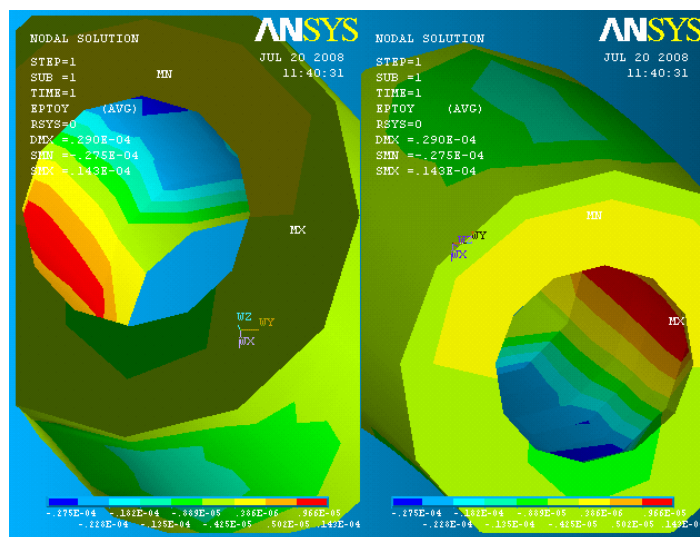


Figura N° 103 Deformación en Y.

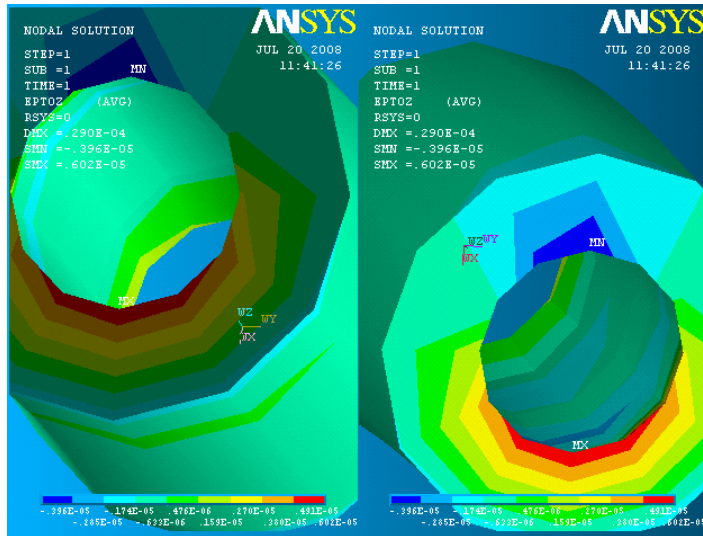


Figura N° 104 Deformación en Z.

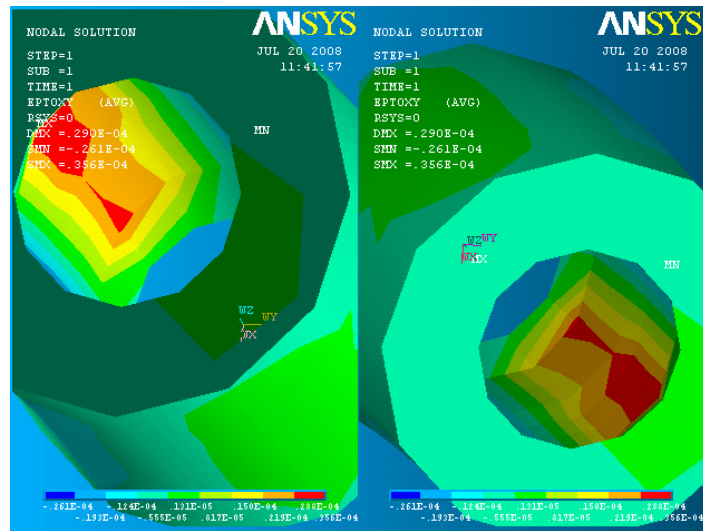


Figura N° 105 Deformación de corte XY.

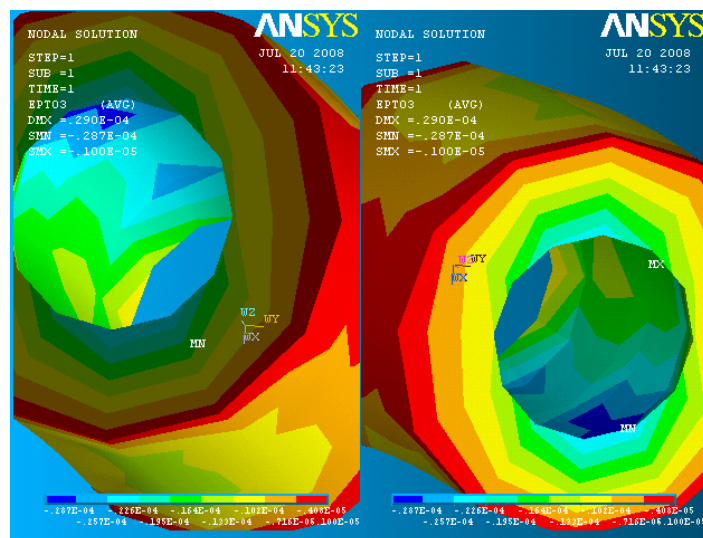


Figura N° 106 Deformación Principal estado.

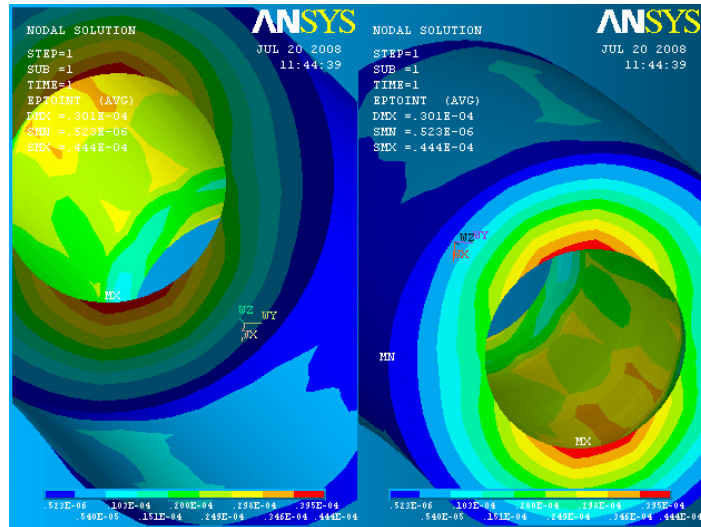


Figura N° 107 Deformación Intensidad.

### 6.8.1.2 Modelo elástico lineal isotrópico con SFGRAD.

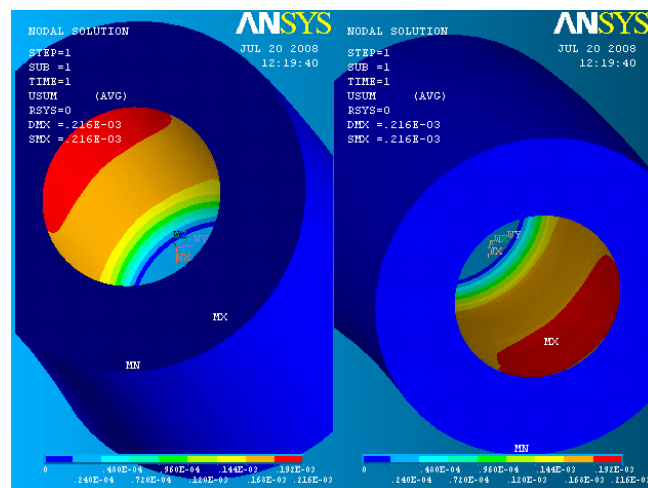


Figura N° 108 Desplazamientos totales con SFGRAD.

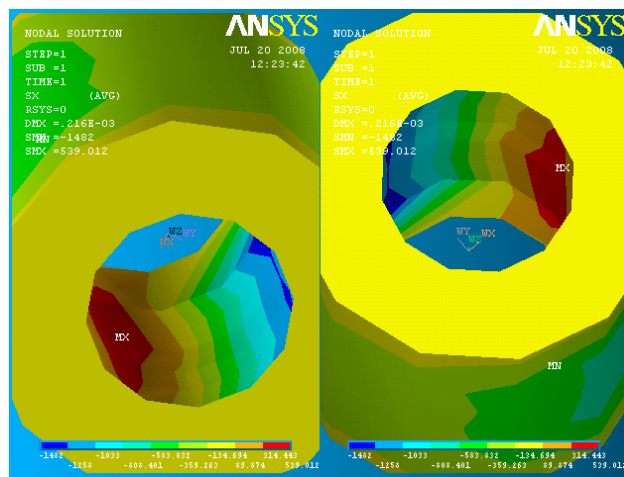


Figura N° 109 Esfuerzos en X con SFGRAD.

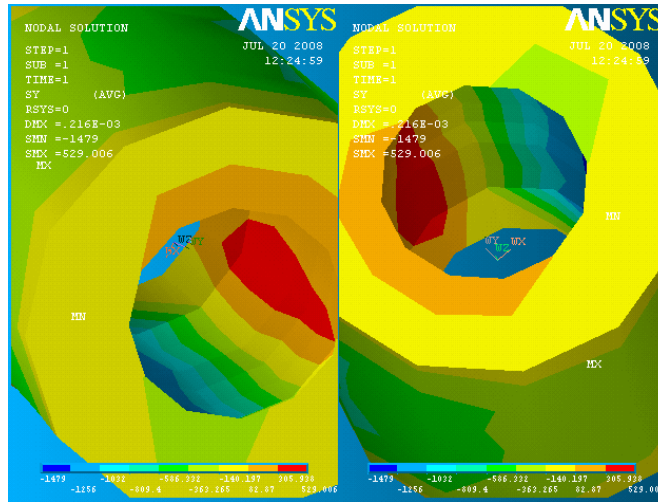


Figura N° 110 Esfuerzos en Y con SFGRAD.

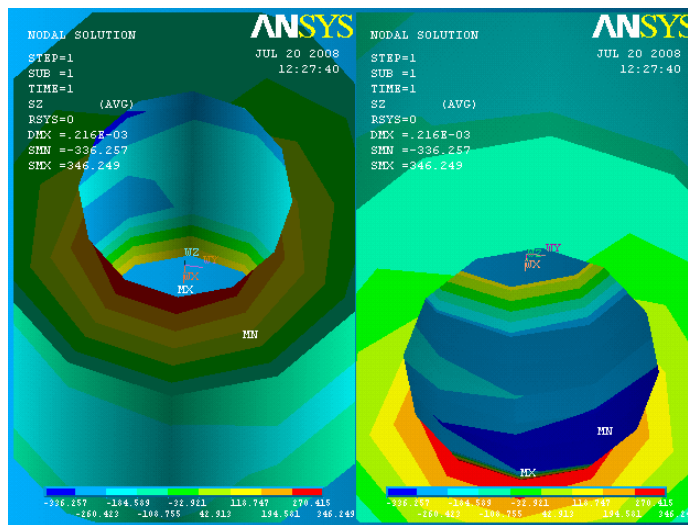


Figura N° 111 Esfuerzos en Z con SFGRAD.

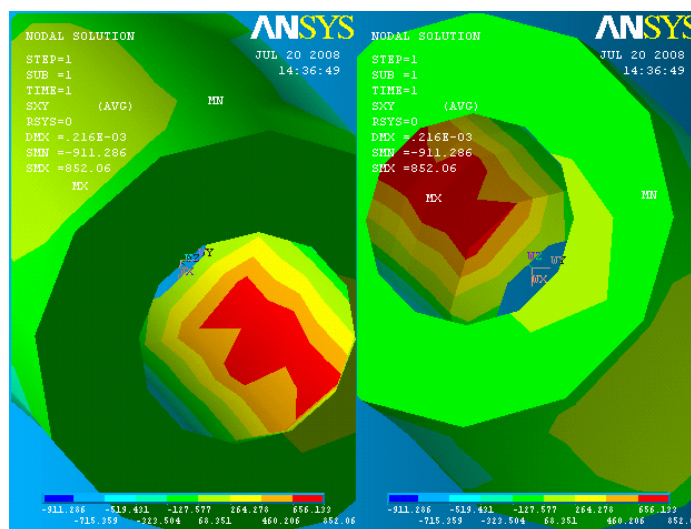


Figura N° 112 Esfuerzos de corte en XY con SFGRAD.

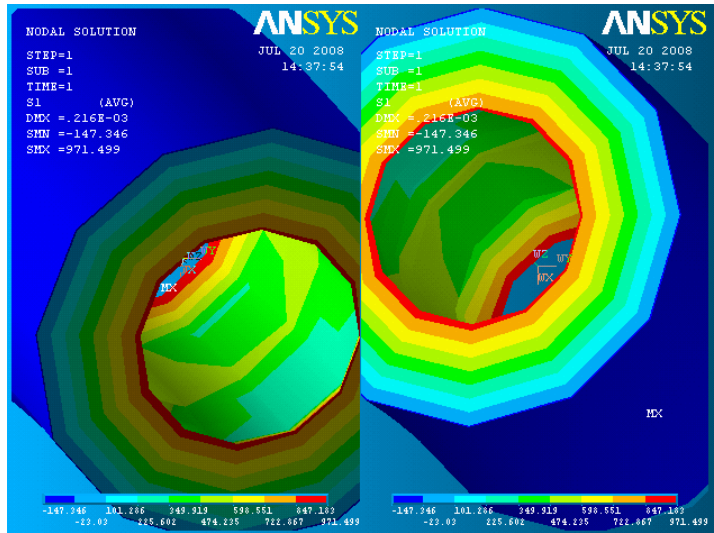


Figura N° 113 Esfuerzos Principal con SFGRAD.

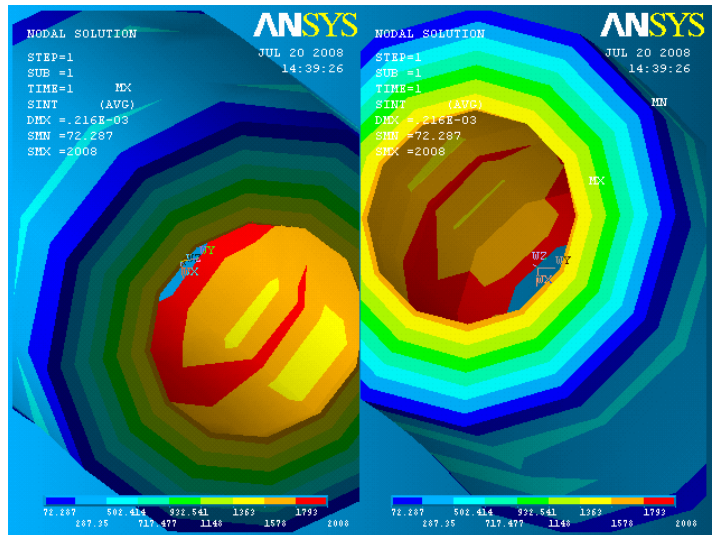


Figura N° 114 Esfuerzos Intensidad con SFGRAD.

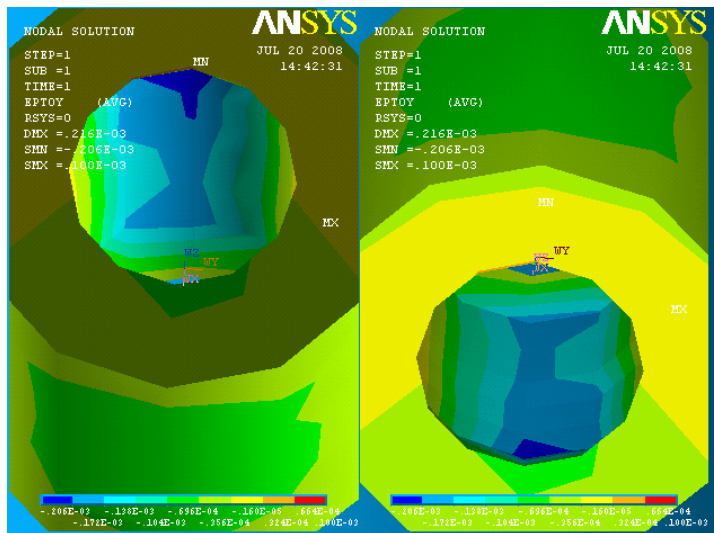


Figura N° 115 Deformación en X con SFGRAD.

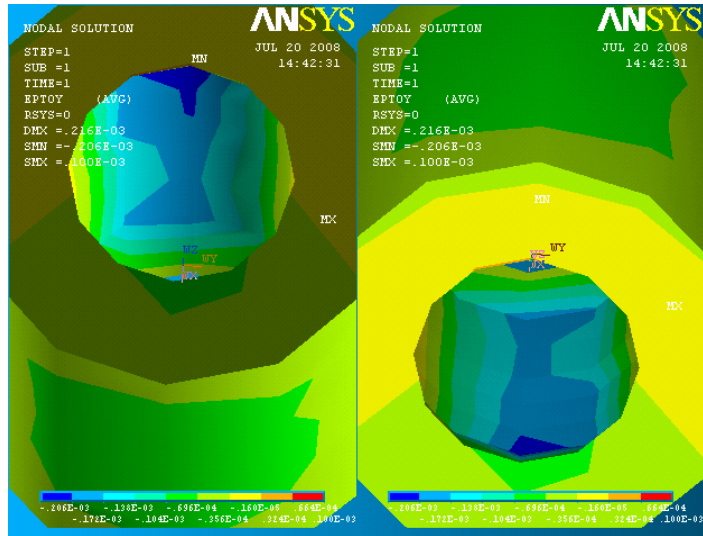


Figura N° 116 Deformación en Y con SFGRAD.

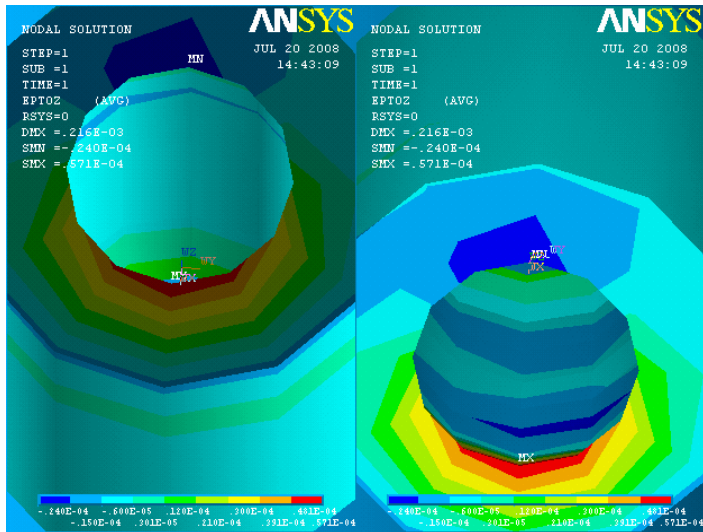


Figura N° 117 Deformación en Z con SFGRAD.

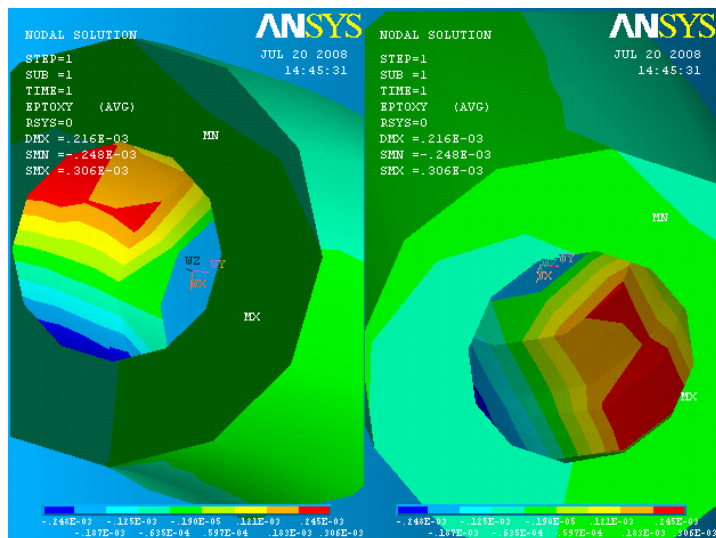


Figura N° 118 Deformación de corte en XY con SFGRAD.



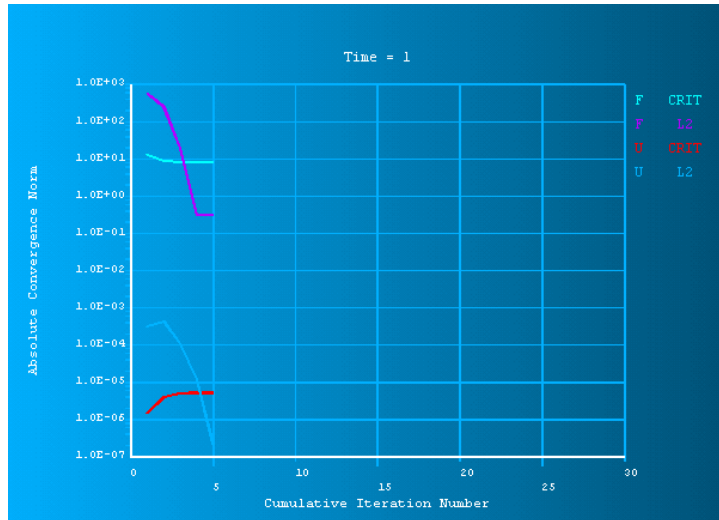


Figura N° 121 Convergencia del modelo Perzyna ISTRESS.

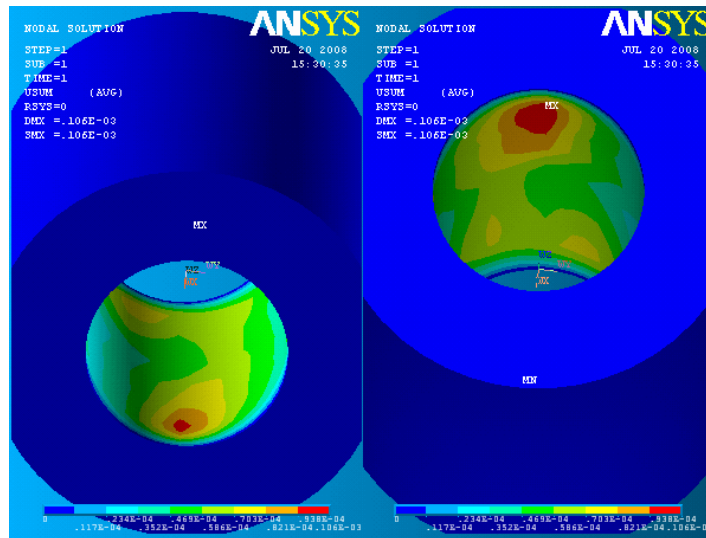


Figura N° 122 Desplazamientos Plásticos de Perzyna con ISTRESS.

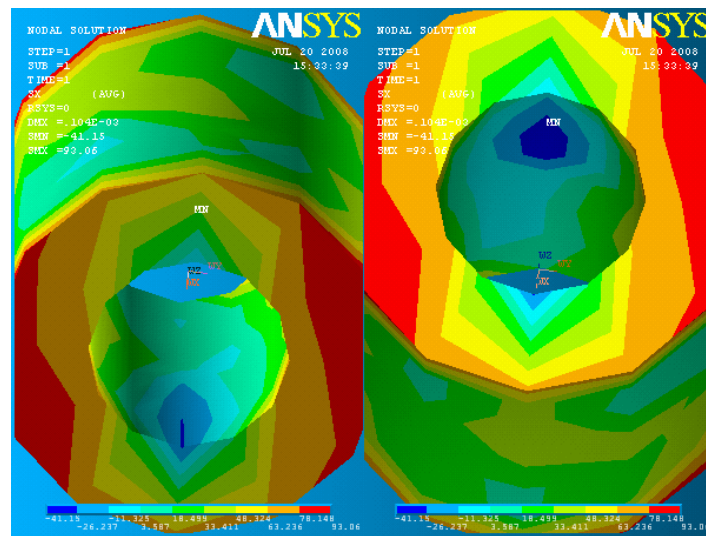


Figura N° 123 Esfuerzos en X de Perzyna con ISTRESS.

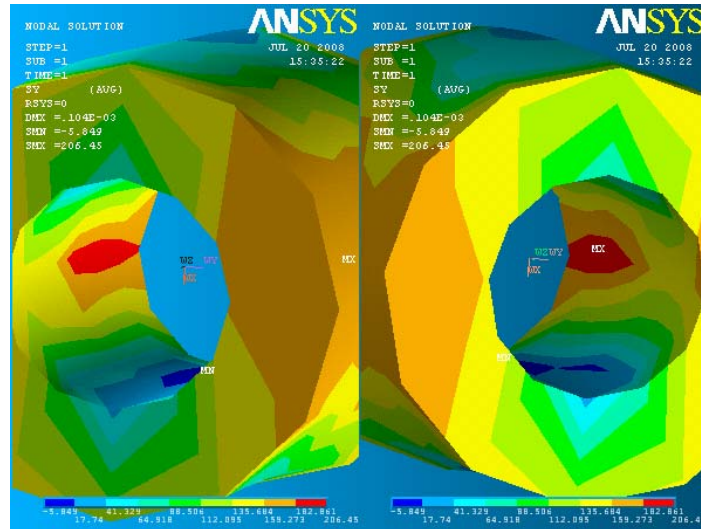


Figura N° 124 Esfuerzos en Y de Perzyna con ISTRESS.

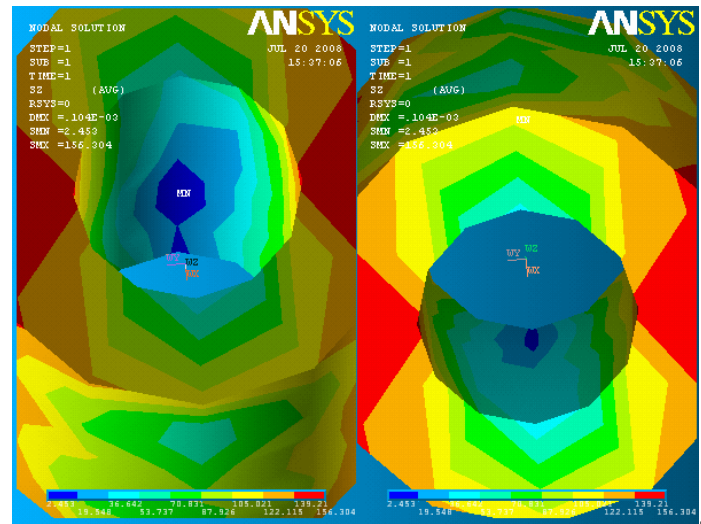


Figura N° 125 Esfuerzos en Z de Perzyna con ISTRESS.

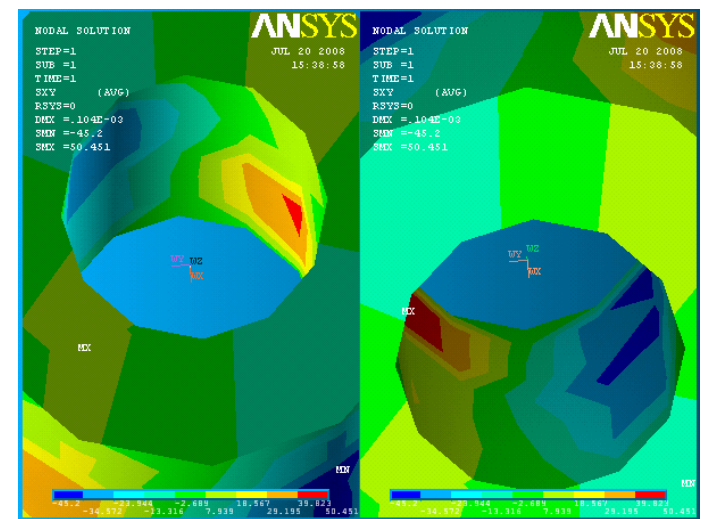


Figura N° 126 Esfuerzos de corte en XY de Perzyna con ISTRESS.

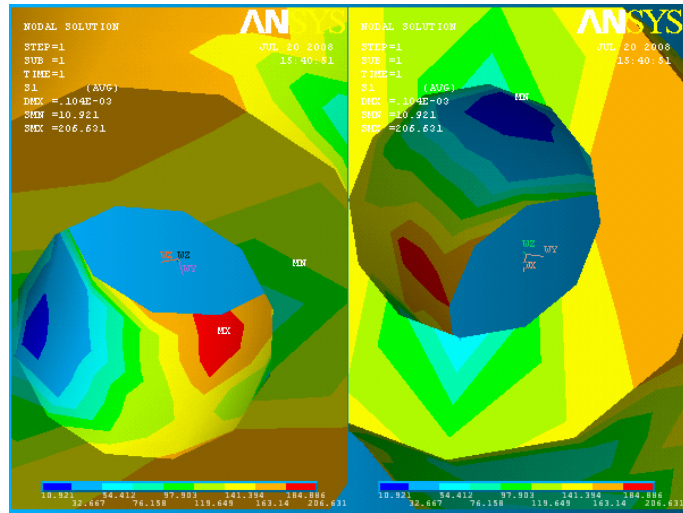


Figura N° 127 Esfuerzos Principal de Perzyna con ISTRESS.

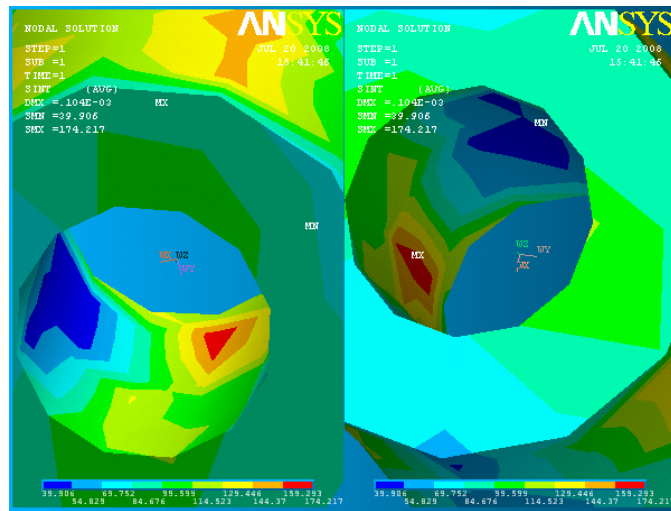


Figura N° 128 Esfuerzos Intensidad de Perzyna con ISTRESS.

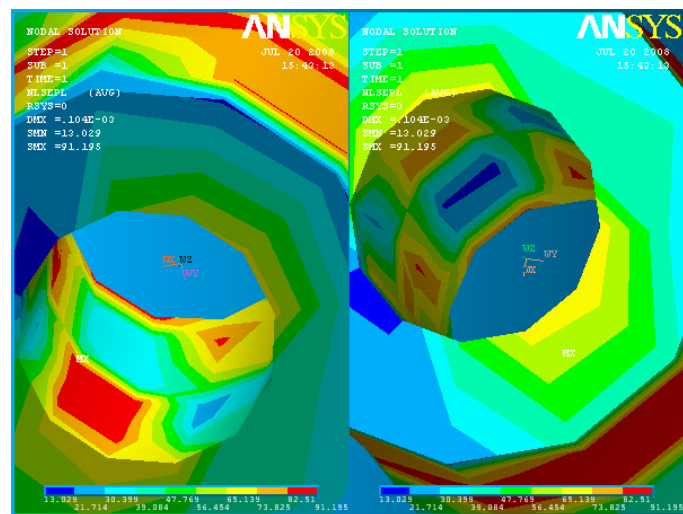


Figura N° 129 Esfuerzos equivalente plástico de Perzyna con ISTRESS

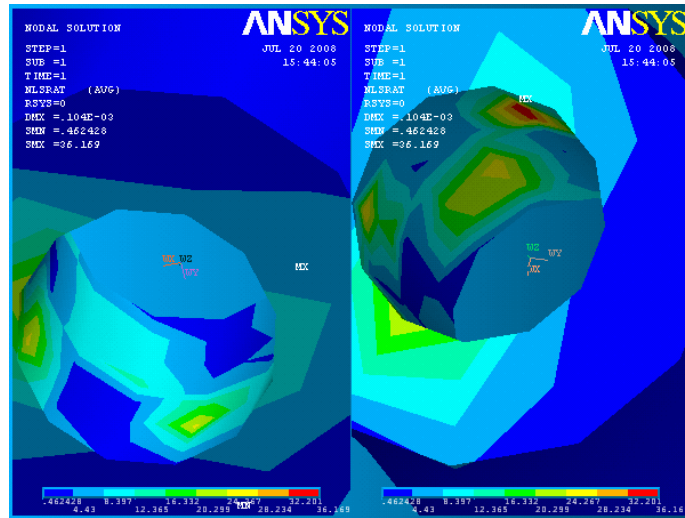


Figura N° 130 proporcion de estado de Esfuerzos de Perzyna con ISTRESS

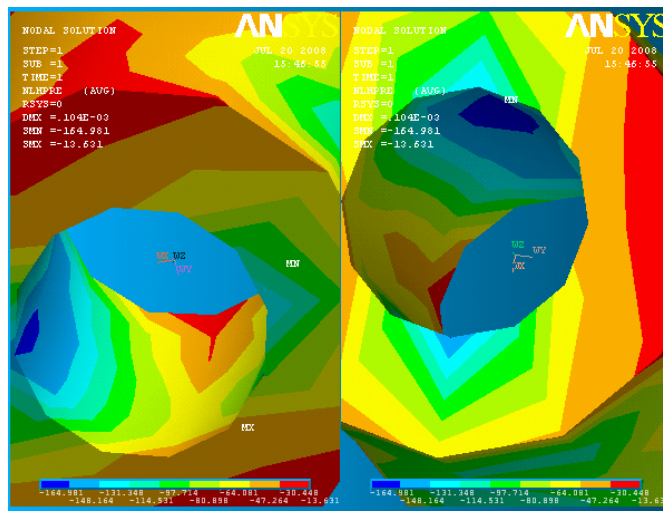


Figura N° 131 presión hidrostática de Perzyna con ISTRESS

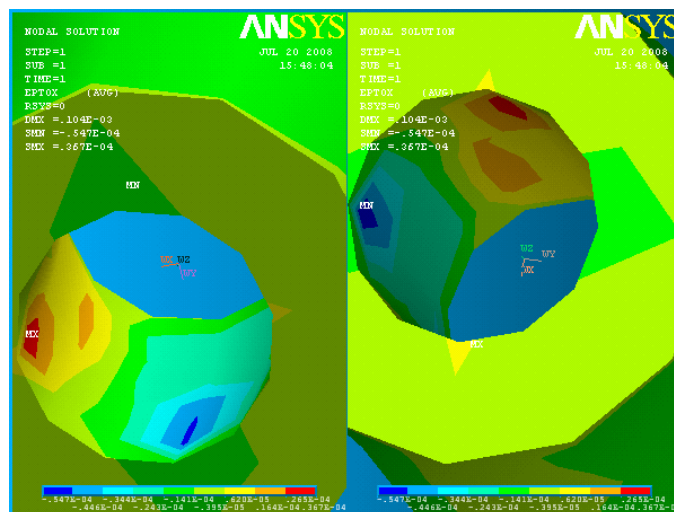


Figura N° 132 Deformación en X de Perzyna con ISTRESS

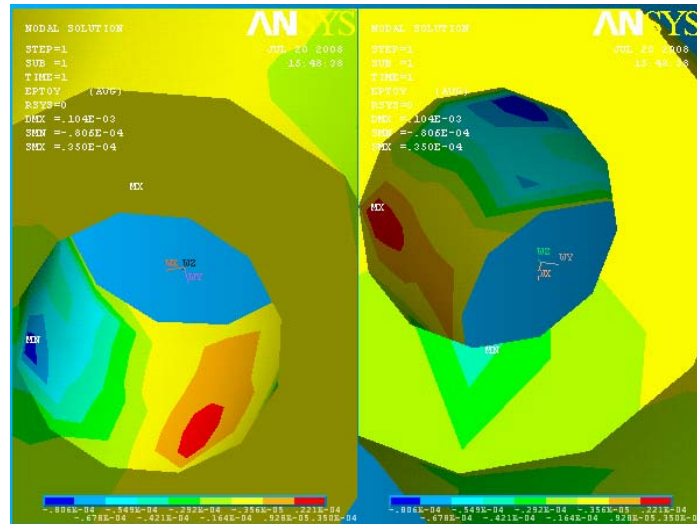


Figura N° 133 Deformación en Y de Perzyna con ISTRESS

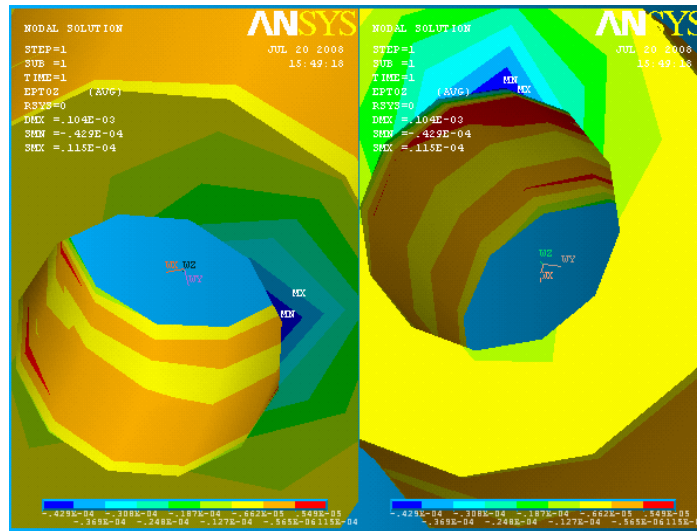


Figura N° 134 Deformación en Z de Perzyna con ISTRESS

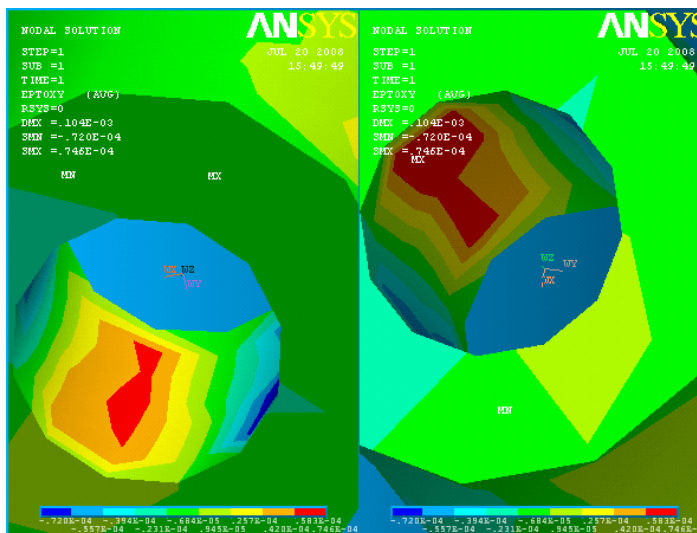


Figura N° 135 Deformación de corte en XY de Perzyna con ISTRESS

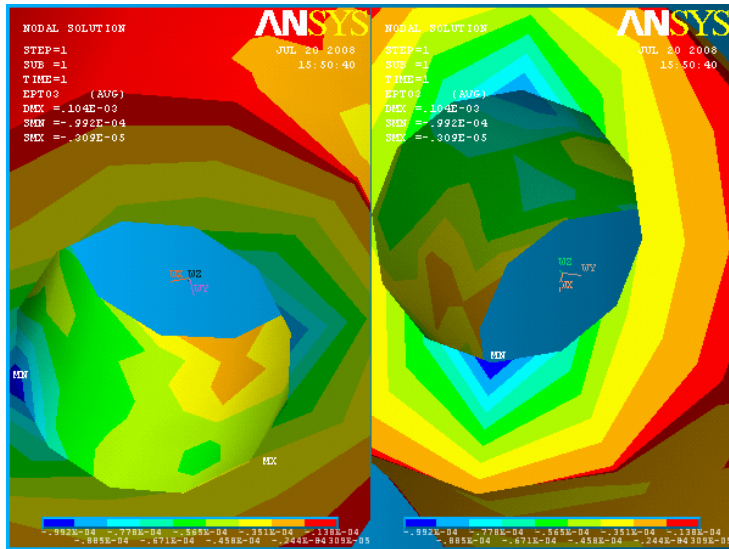


Figura N° 136 Deformación principal de Perzyna con ISTRESS

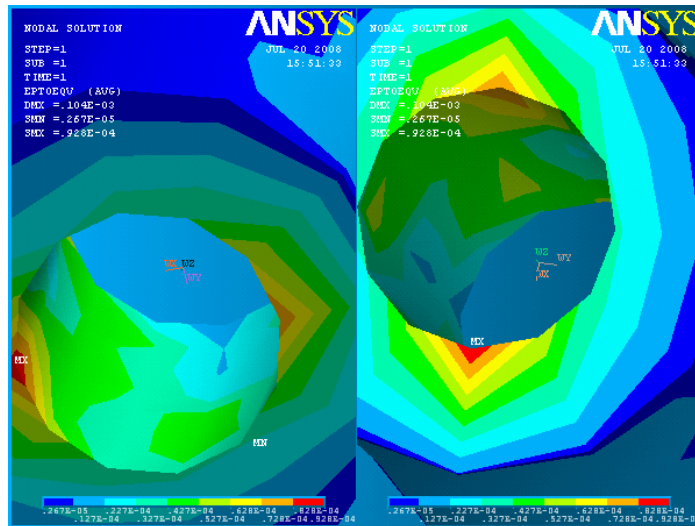


Figura N° 137 Deformación intensidad de Perzyna con ISTRESS

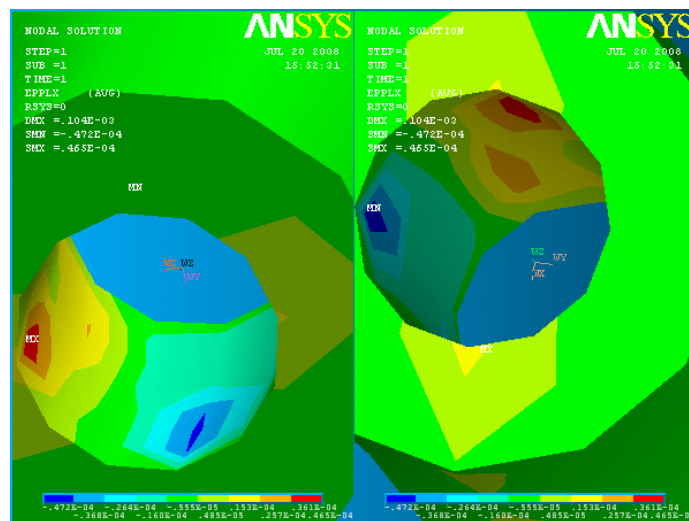


Figura N° 138 Deformación en X plástica de Perzyna con ISTRESS

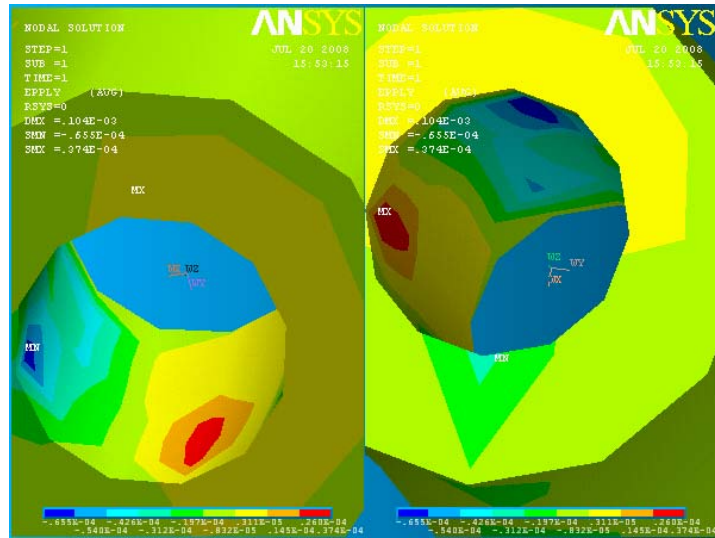


Figura N° 139 Deformación en Y plástica de Perzyna con ISTRESS

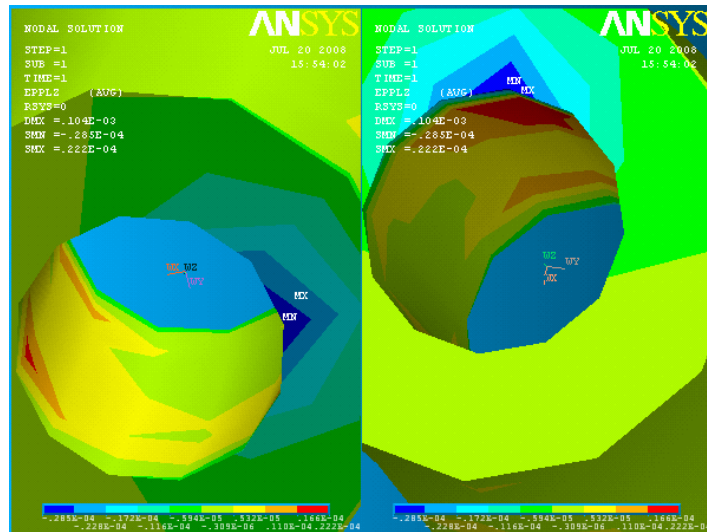


Figura N° 140 Deformación en Z plástica de Perzyna con ISTRESS

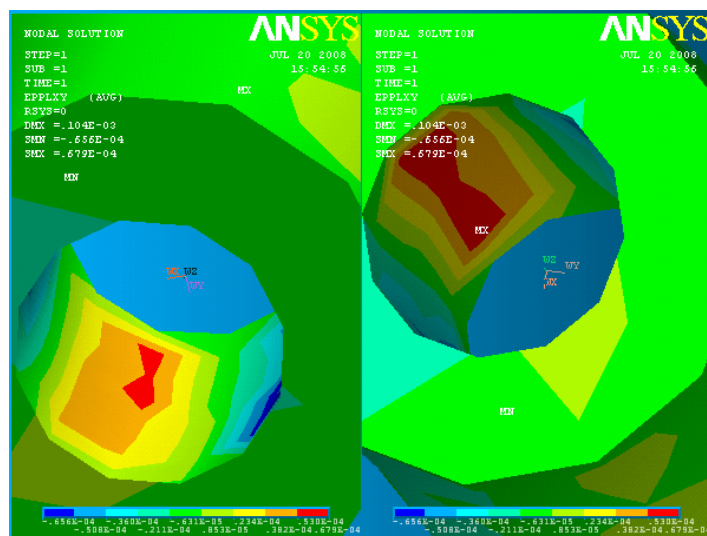


Figura N° 141 Deformación de corte en XY plástica de Perzyna con ISTRESS

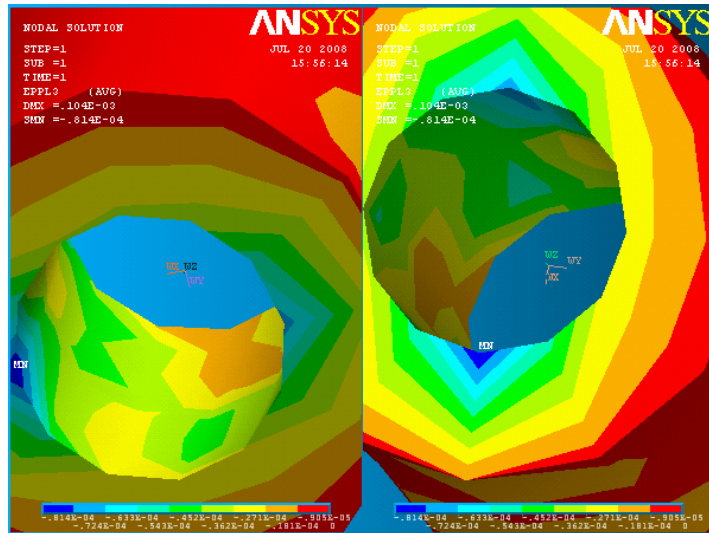


Figura N° 142 Deformación principal plástica de Perzyna con ISTRESS

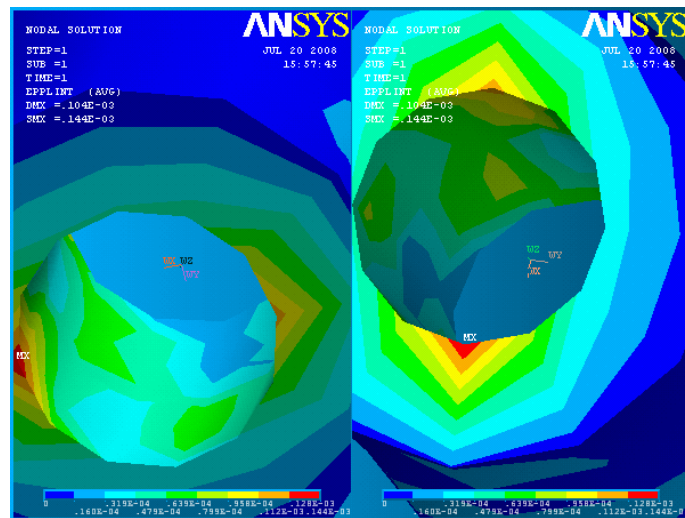


Figura N° 143 Deformación Intensidad plástica de Perzyna con ISTRESS

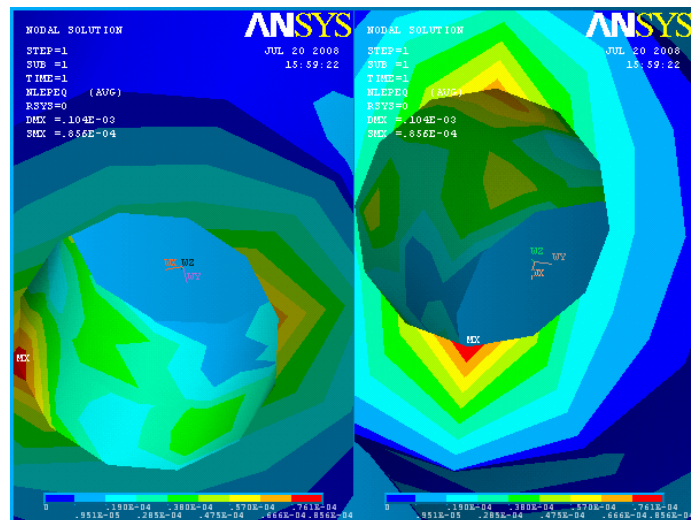


Figura N° 144 Deformación equivalente plástica de Perzyna con ISTRESS

### 6.8.2 2 Modelo viscoplástico de Perzyna con SFGRAD.

Por cuestión de poca importancia solo se mostrara la diferencia en la iteración y los datos de intensidad.

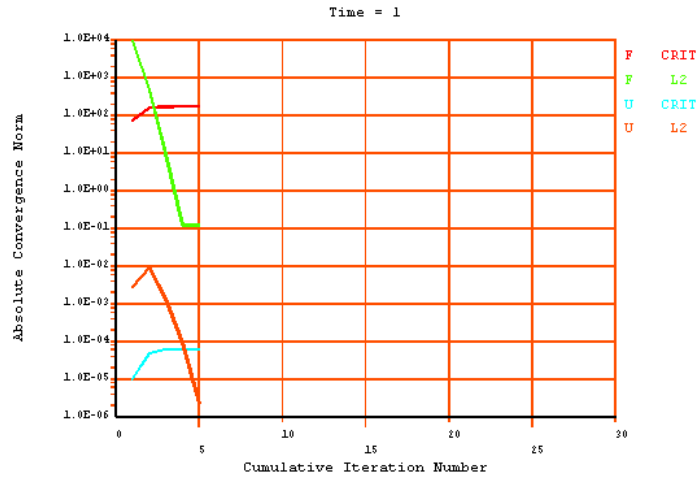


Figura Nº 145 Convergencia del modelo Perzyna SFGRAD.

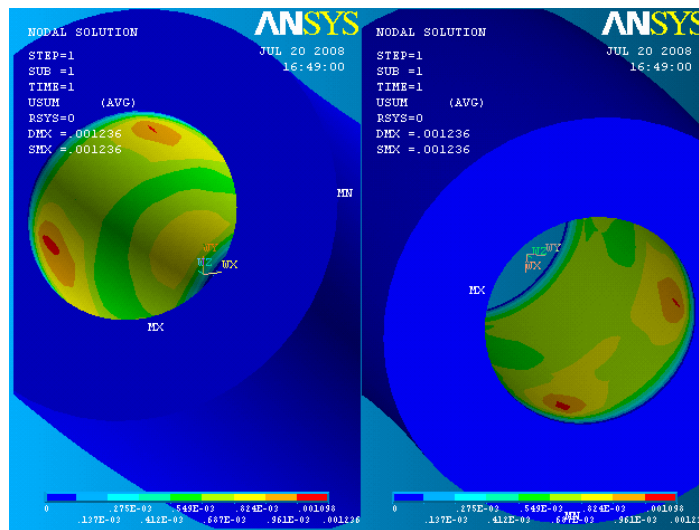


Figura Nº 146 Desplazamientos Plásticos de Perzyna con SFGRAD.

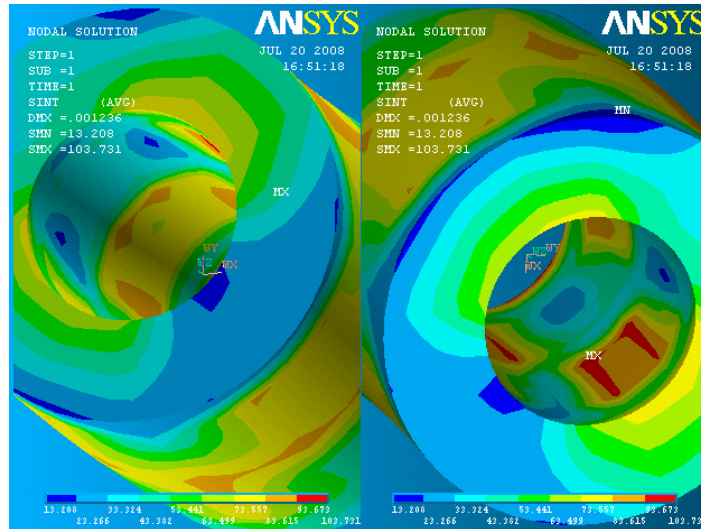


Figura N° 147 Intensidad de esfuerzos de Perzyna con SFGRAD.

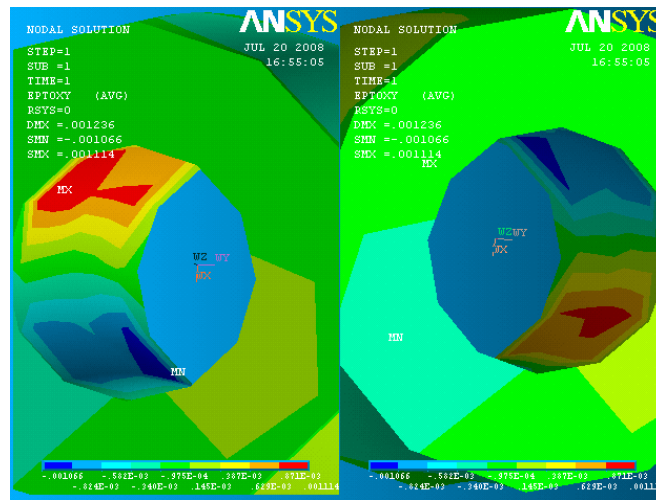


Figura N° 148 Deformación de corte en XY de Perzyna con SFGRAD

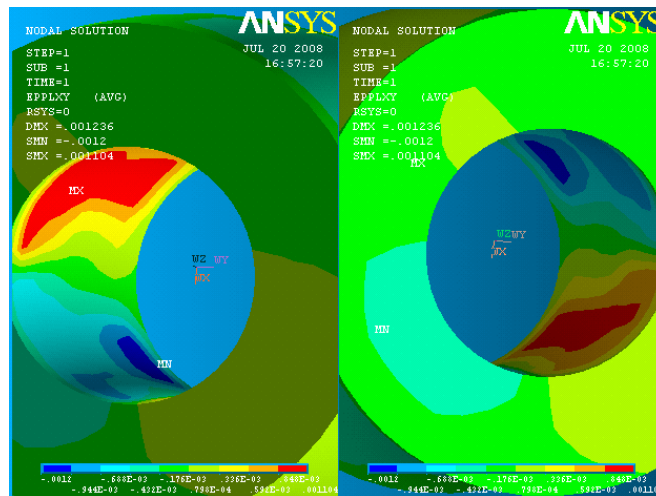


Figura N° 149 Deformación de corte en XY plástica de Perzyna con SFGRAD

### 6.8.3 Modelo viscoplástico de Anand.

Para el modelo de Anand se uso un tipo de elemento (VISCO107), el cual no tiene la opción de aplicar estado de esfuerzos iniciales o esfuerzos in situ, en este caso, por lo tanto en este modelo solo se pudo aplicar la opción de SFGRAD.

Además de esta condición el elemento exige comandos de solución distintos a los utilizados para el elemento solid95, los cuales son: **SOLCONTROL**, el cual es un comando que monitorea el proceso de solución; **NLGEOM** comando por el cual se activa la solución no lineal de los elementos viscosolid como el Visco107 y **DELTIM**, comando por el cual se definen los intervalos de tiempo de solución, para este caso quasiestático será 1.

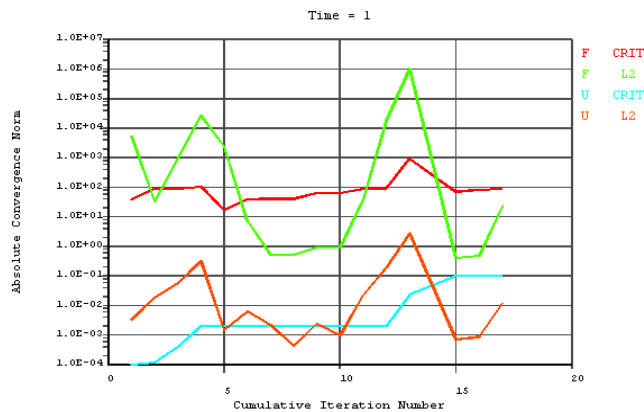


Figura N° 150 Convergencia del modelo Anand SFGRAD.

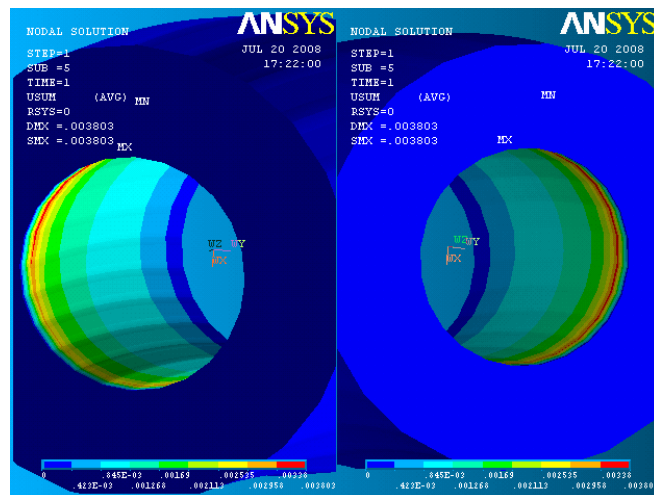


Figura N° 151 Desplazamiento plástico del modelo Anand SFGRAD.

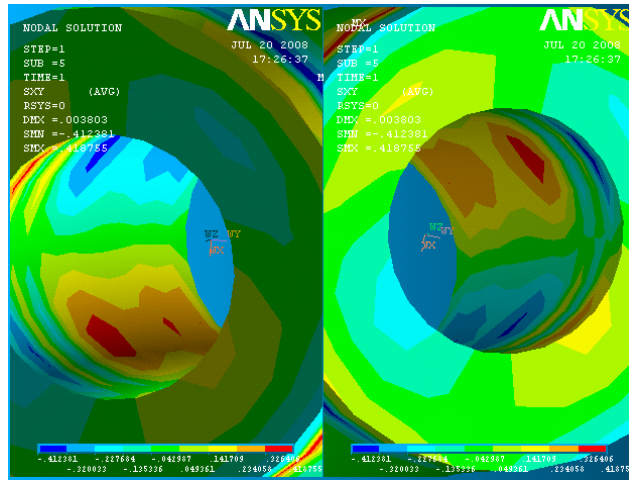


Figura N° 152 Esfuerzo de corte en XY del modelo Anand SFGRAD.

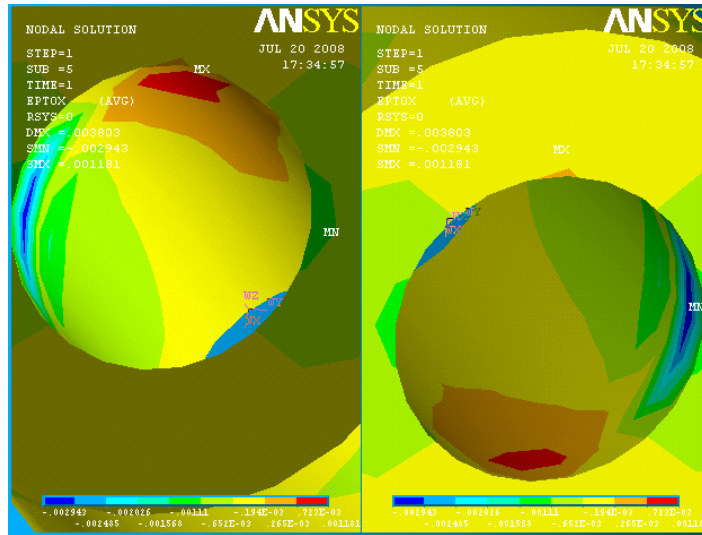


Figura N° 153 Deformación en X del modelo Anand SFGRAD.

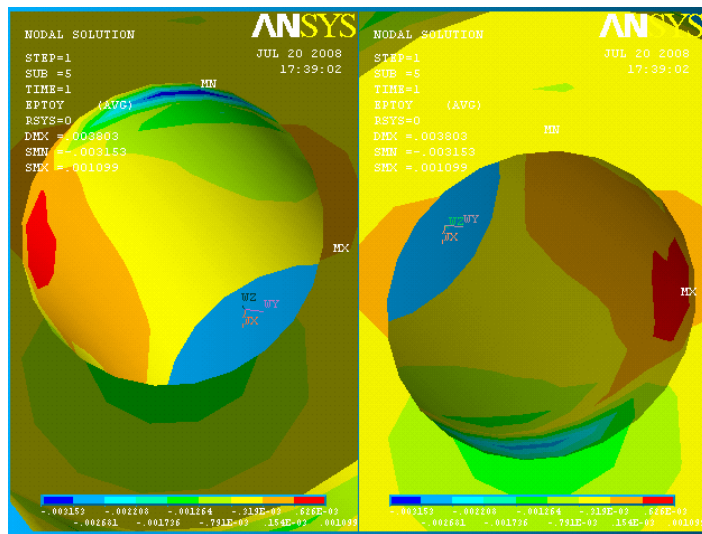


Figura N° 154 Deformación en Y del modelo Anand SFGRAD.

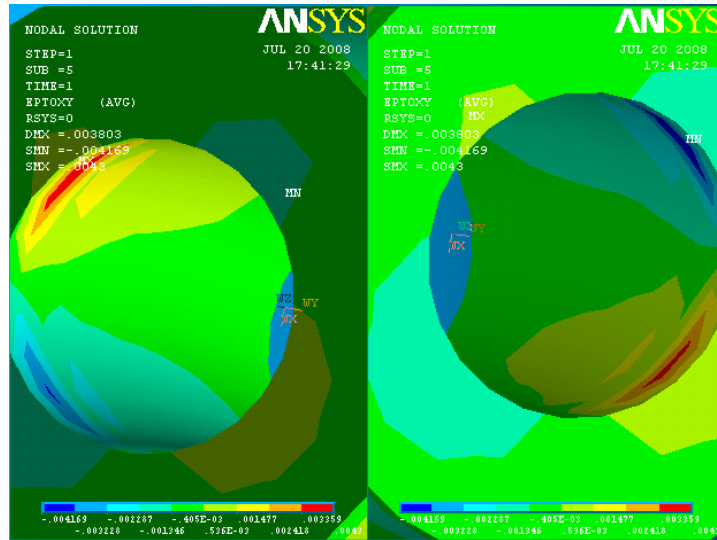


Figura N° 155 Deformación de corte en XY del modelo Anand SFGRAD.

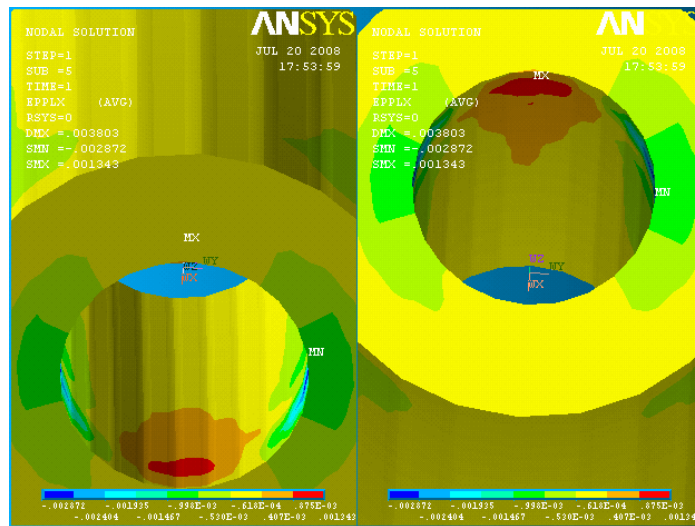


Figura N° 156 Deformación plástica en X del modelo Anand SFGRAD.

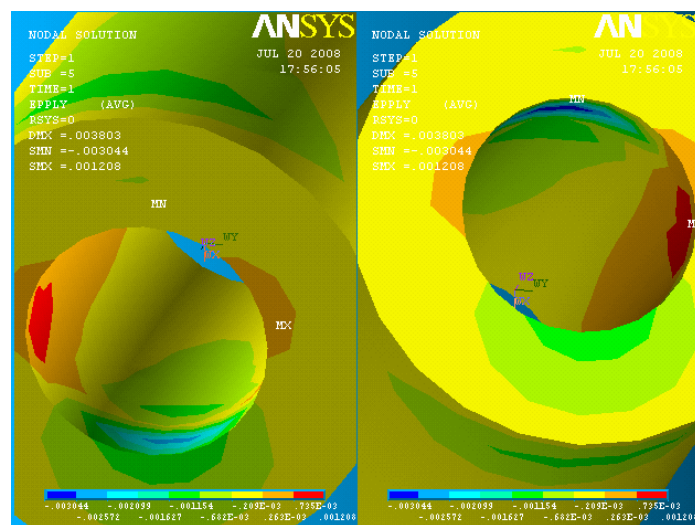


Figura N° 157 Deformación plástica en Y del modelo Anand SFGRAD.

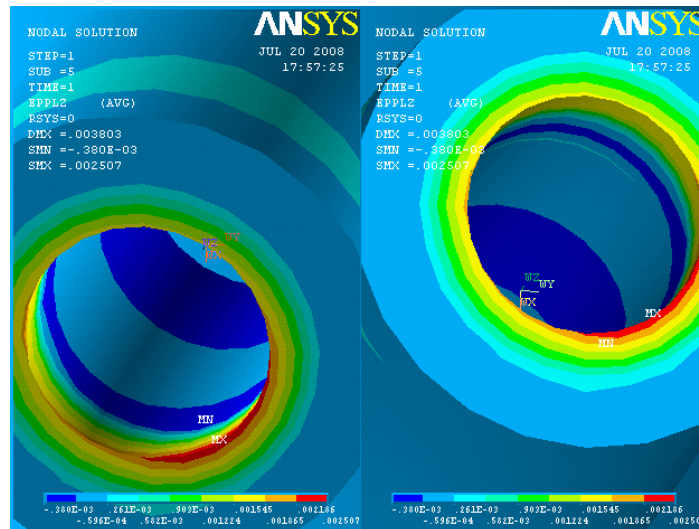


Figura N° 158 Deformación plástica en Z del modelo Anand SFGRAD.

## 7. VALIDACION DE RESULTADOS

Con el fin de validar los resultados arrojados por las simulaciones, se utilizó el registro de imagen UBI (Ultrasonic Borehole Imagen) para identificar tanto las zonas falladas de una parte de la formación Mirador, así como el tipo de falla mecánica que se presentó en cada zona para el pozo A1. Así mismo se realizó una comparación de los modelos viscoplasticos de Anand y Perzyna con el modelo elástico lineal isotrópico.

### 7.1 Ultrasonic Borehole Imagen (UBI).

El registro de pozo UBI hace parte de una generación de registros acústicos televisivos de las paredes del pozo, basados en tecnologías de imágenes ultrasónicas. Este registro permite el análisis de fracturas, estudios de esfuerzos y estabilidad e interpretaciones estructurales.

Principio de la herramienta: la sonda incluye un transductor rotante subensamblado como se puede observar en la figura N° 159, el cual está disponible en los diferentes diámetros de los registros estándares para huecos abiertos. La dirección de rotación del subensamble controla la orientación del

transductor, el cual gira en sentido antihorario, registra fotografías de la pared del pozo y cuando lo hace en sentido horario realiza las mediciones de propiedades del fluido.

Medición: la herramienta UBI realiza mediciones precisas de amplitud y tiempo de tránsito. Esta herramienta opera en dos frecuencias (250 o 500kHz), la frecuencia más alta provee imágenes de alta resolución y la más baja realiza medidas robustas en lodos altamente dispersos, la resolución de la imagen se selecciona de acuerdo al medio sobre el cual se va a correr el registro, por ejemplo el tipo de lodo y densidad del mismo.

Presentación de la imagen: Una presentación típica de un UBI consiste de una imagen ampliada en el lado izquierdo y una imagen del radio del pozo en lado derecho, a una escala en profundidad de 1:40. La normalización dinámica, usualmente sobre un intervalo de 1m, se aplica a imágenes y a características altamente visible del borehole. Los colores oscuros en la imagen representan bajas amplitudes y radios largos, indicado rugosidad en la pared del pozo, ensanchamientos y material atenuante. Estas imágenes se pueden orientar con respecto al norte o al lado más alto del pozo en casos de pozos desviados.

Aplicación: la herramienta UBI fue originalmente desarrollado a partir del USI (UltraSonic Imagen) para proporcionar imágenes en lodos base aceite no conductivos y además para proveer una imagen acústica alternativa a las imágenes microresistivas de FMI (Fullbore Formation Micro imagen). Debido a la alta calidad de las imágenes del UBI, se han encontrado nuevas aplicaciones de estos registros como son la estabilidad de las paredes del pozo y el análisis para la determinación de esfuerzos.

Entre las aplicaciones más frecuentes del registro de imagen UBI se encuentra las siguientes:

- Detección de fracturas: Teniendo en cuenta que las imágenes de la pared del pozo muchas veces son adquiridas para la evolución de fracturas, la alta resolución en la imagen proporcionada por el UBI hace

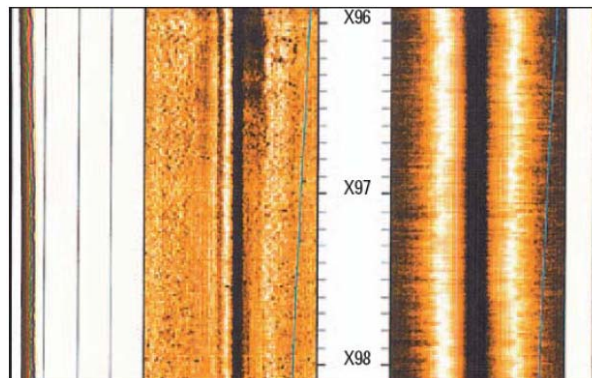
posible esta aplicación. Al mismo tiempo puede detectar los planos de fracturas en los que pueden ocurrir deslizamientos por cizalla, lo cual proporciona evidencia sobre desbalance tectónico y fracturas abiertas.

- Análisis de fracturas mejorado en lodos base aceite: para aplicaciones de buzamiento estructurales y análisis estratégicos en sistema de lodos base aceite, se usa con mayor frecuencia la herramienta OBMI (Oil Base Micro Imagen) y aunque este también es muy utilizado en la detección de fracturas, la caracterización de estas se logra con el programa de imágenes del UBI.
- Estabilidad de pozo y análisis de esfuerzos: los problemas de estabilidad de pozo pueden conducir a pega de tuberías, pérdidas de tiempo y secciones de pozo, incrementando de esta manera los costos de perforación. El análisis de radio y secciones utilizando UBI permite elaborar reportes precisos de la forma de las paredes del pozo, permitiendo un análisis detallado del problema.
- Keyhole Wear (ojo de llave): En pozos desviados, la rotación de la sarta descansa sobre el lado mas bajo del pozo causando gradualmente una suave ovalizacion o keyhole, la cual se hace claramente visible en las imágenes proporcionadas por la herramienta UBI. Un keyhole se observa como una banda oscura en la mitad de la imagen, lo cual corresponde a el lado mas bajo de la pared del pozo como se puede observar en la figura N° 160, en donde la otra banda oscura en el lado de arriba de la pared del pozo es el resultado del calculo incorrecto del centro del pozo causado por la existencia de un keyhole. Las imágenes transversales proporcionadas por el UBI pueden usarse para un diagnostico inmediato de anomalias en las paredes del pozo, como son los keyhole y para la determinación de su magnitud y orientación. Un keyhole wear dentro de un pozo puede ocasionar riesgos durante la perforación cuando el tamaño del ensanchamiento es lo suficientemente amplio como para que los drillpipe o drill collars pero no el estabilizador

o la broca, pueden ocasionarse pegas de tubería durante el viaje de tubería hacia fuera del pozo (Schlumberger).



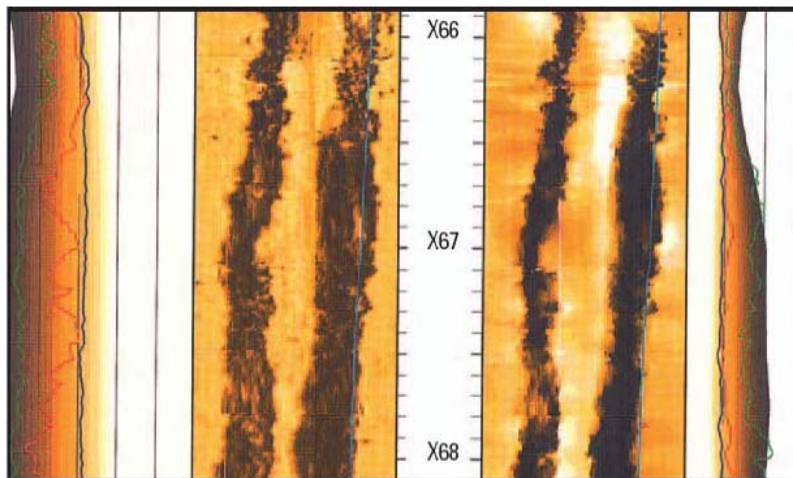
**Figura N° 159 Transductor de la herramienta UBI. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schlumberger).**



**Figura N° 160 Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un keyhole wear. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schlumberger).**

- Breakouts (elongaciones tectónicas): los esfuerzos horizontales en las formaciones rara vez son uniformes, además son casi siempre compresivos y mayores en alguna dirección horizontal que en cualquier otra debido a las fuerzas tectónicas y fallas. Durante la perforación de un pozo en una formación de fuerzas no uniformes, se remueve un cilindro de material que previamente soportaba esas fuerzas compresivas, quedando expuestas a esfuerzos adicionales. Si la dirección del esfuerzo máximo horizontal es por ejemplo noroeste – sureste, la formación cercana al suroeste y noroeste de la

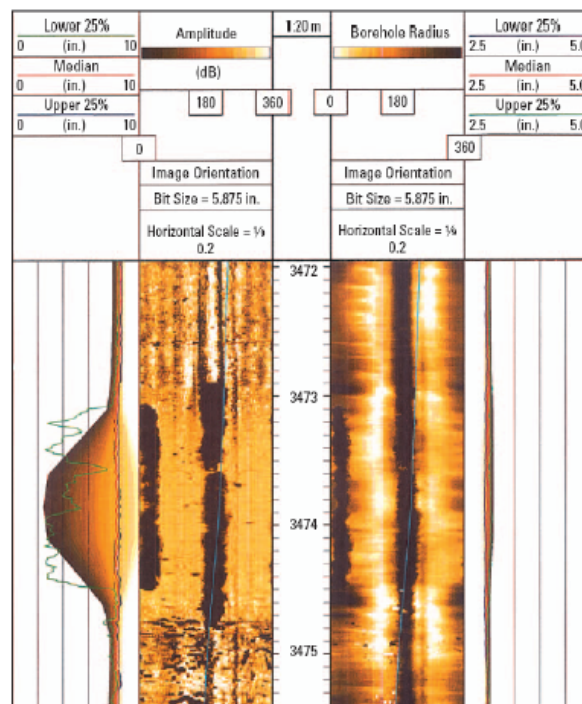
pared del pozo experimental un esfuerzo compresivo tangencial mayor que el anterior, pero aun en la dirección noroeste sureste. Este incremento en los esfuerzos puede ser suficiente como para causar fallas compresivas de la formación, ocasionando el desprendimiento de fragmentos de roca causando cavings en lados opuestos del pozo, lo cual se observa como un ensanchamiento ovalado del hueco, que es conocido como breakout y se puede observar en la figura N° 161.



**Figura N° 161** Imagen de un registro UBI, en la cual se observa un Breakout. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).

- Shear sliding (deslizamiento por cizalla): la amplitud (al lado izquierdo) y el radio del pozo (al lado derecho) en la figura N° 162 proporcionan un indicativo de la presencia de un shear sliding. Es observable que el registro UBI muestra claramente la distorsión del borehole que incluye ensanchamientos parecidos a breakouts y secciones mas reducidas. Las partes suaves del borehole tienen formas circulares, pero algunas están ligeramente desplazadas unas de las otras esto ultimo es causado debido a que las formaciones de los lados opuestos a lo largo de un plano de fractura se deslizan una respecto a la otra a través del plano de fractura. Cuando un pozo esta siendo perforado a través de una fractura, el lodo de perforación puede invadir la fracturas, tanto la que la presión hidrostática puede actuar sobre el las superficies de las mismas y si esta es mayor que

la presión del fluido la formación, reduce la presión de cierre de la fractura disminuyendo por lo tanto la fricción entre los planos de la misma y ocasionando un posterior deslizamiento de la formación de los datos opuestos al plano de fractura. En la figura numero 163 se puede ver el caso de un desplazamiento de un pozo a lo largo de una fractura (slip), lo cual aparece como una línea oscura horizontal en al imagen del radio. En la figura numero 165 se muestra los tipos de ensanchamientos comunes en un pozo y su respectiva respuesta en el caliper de cuatro brazos (World Stress Map Project, 2003), la cual es otra herramienta de medida de las caras del pozo, es utilizado para estimar el volumen de cemento requerido para el casing, sin embargo los registros de caliper de cuatro brazos no procesados se utilizan para la interpretación de de breakout (figura N° 164).



**Figura N° 162 Normalización dinámica aplicada a imágenes altamente luminosas y características de borehole. Los colores oscuros representan bajas amplitudes y largos radios, indicando, rugosidad ensanchamientos y materiales atenuantes. Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).**

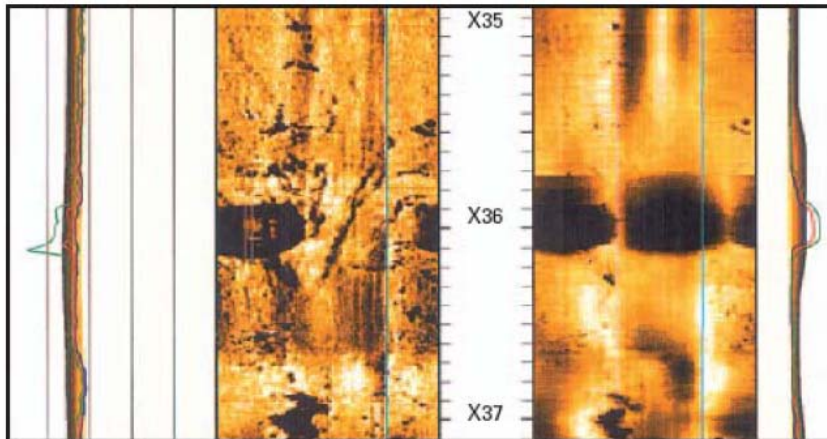


Figura N° 163 Registro tomado a una sección de hueco abierto, donde se muestra un deslizamiento a través de un plano de fractura (Slip). Tomada de Advance borehole imaging independent of mud type (Schulumberg).

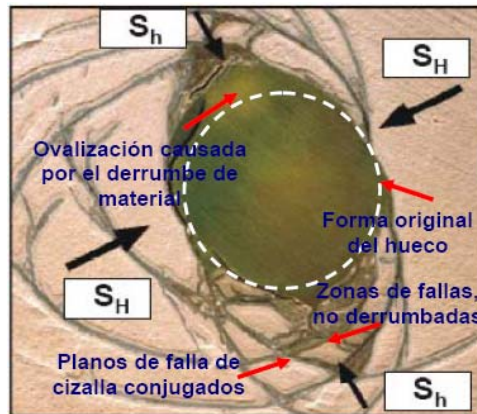


Figura N° 164 Sección transversal de un pozo en el cual se observa fallas a partir de planos de cizalla conjugados. Tomada de World Stress Map Project, 2003. Guideline: Four – arm Caliper Logs.

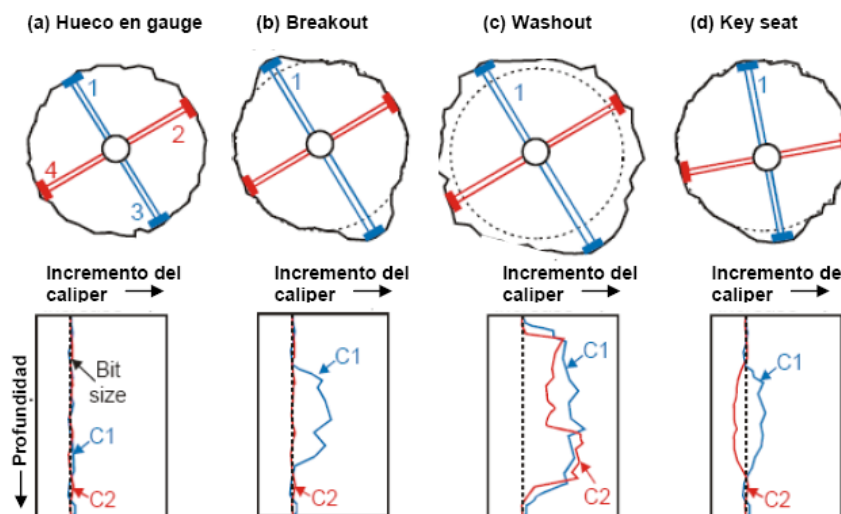


Figura N° 165 Tipos de ensanchamientos en un pozo y su respectiva respuesta en el caliper. Tomada de World Stress Map Project, 2003. Guideline: Four – arm Caliper Logs.

A continuación las comparaciones, la Tabla N° 46 muestra la convención de colores utilizados en el registro UBI, para los tipos de fallas mecánicas identificadas en el pozo A1, Campo Pozoalex.




Tipo de Falla Mecánica	Color
Slip	Rojo 
Key seat	Verde 
Breakout	Azul 

Tabla N° 46 Convenciones utilizadas para el tipo de falla en los registros UBI.

## 7.2 Modelos viscoplasticos con modelo Elástico Lineal Isotrópico.

### 7.2.1 Elástico Lineal Isotrópico VS Modelo de Perzyna (caso con ISTRESS que es el más detallado).

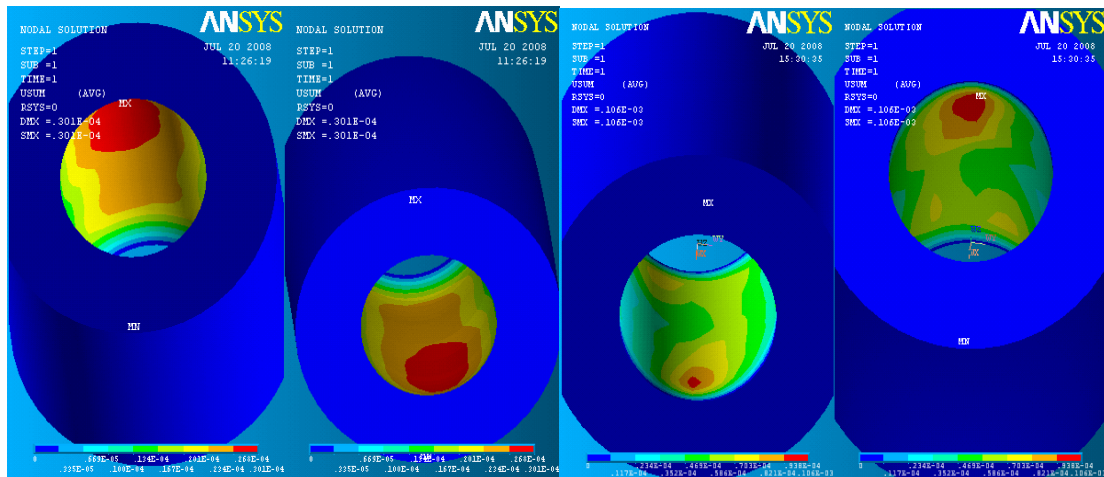


Figura N° 166 Desplazamiento Total. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

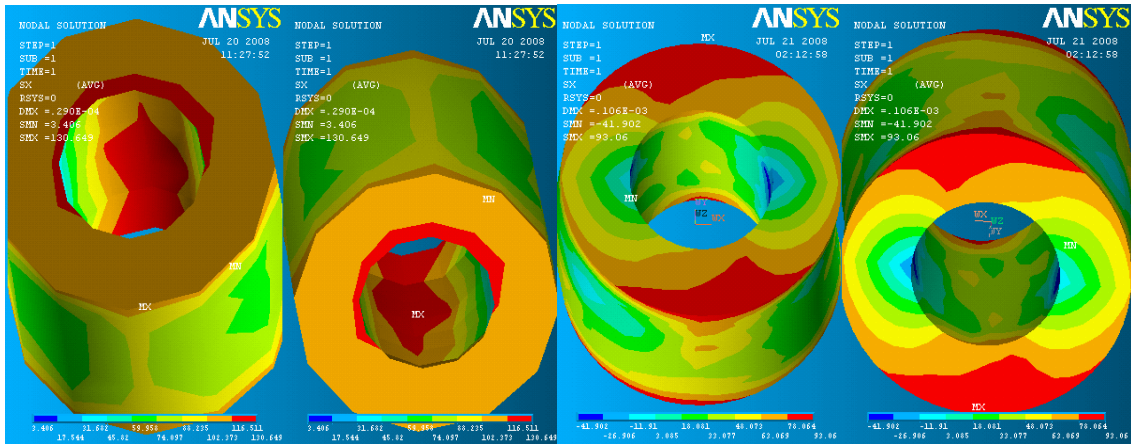


Figura N° 167 Esfuerzo en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

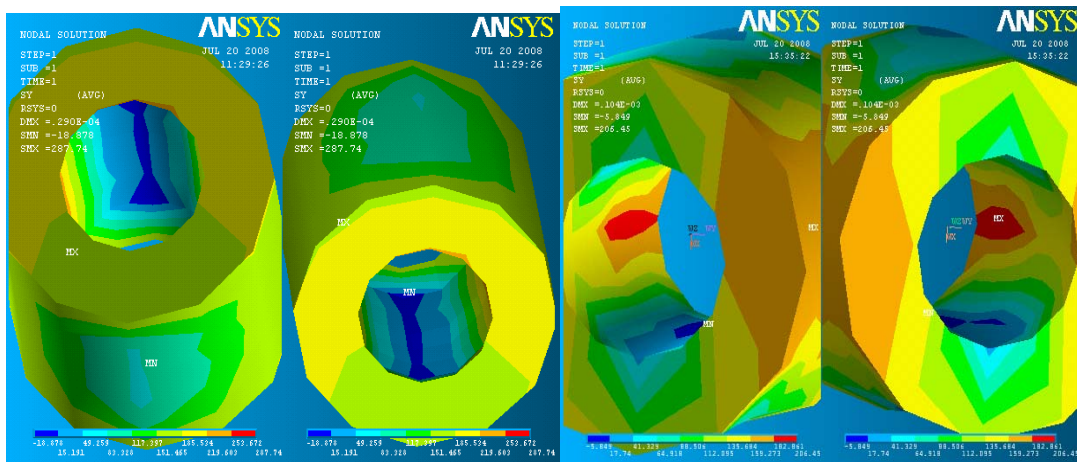


Figura N° 168 Esfuerzo en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

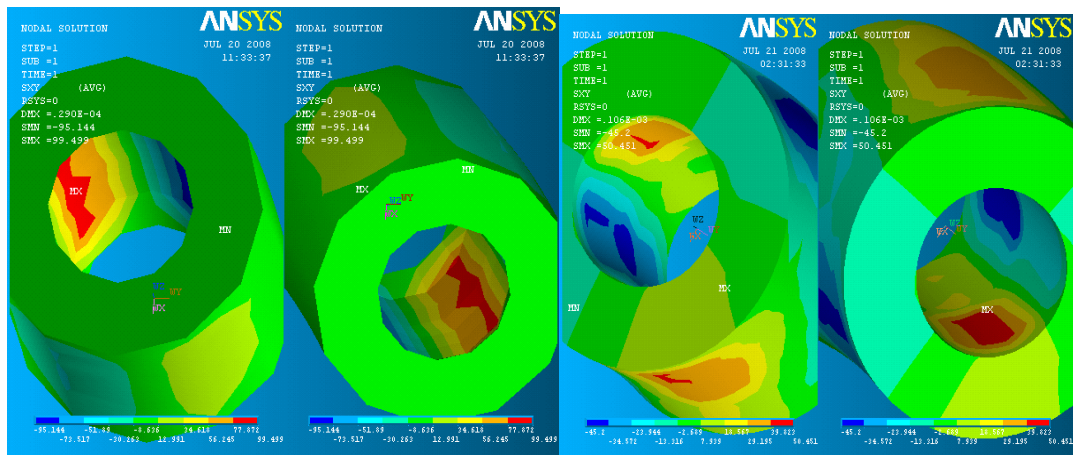


Figura N° 169 Esfuerzo de corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

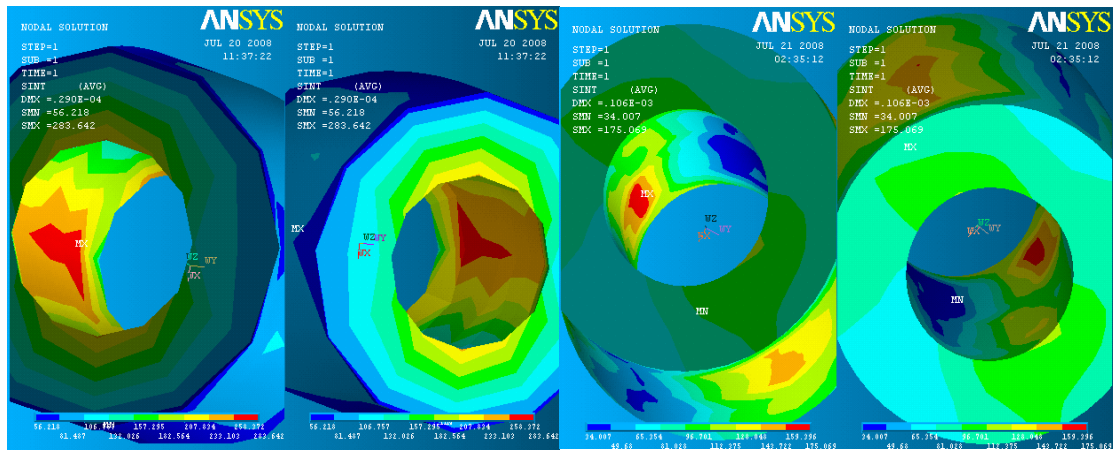


Figura N° 170 Intensidad de Esfuerzos. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

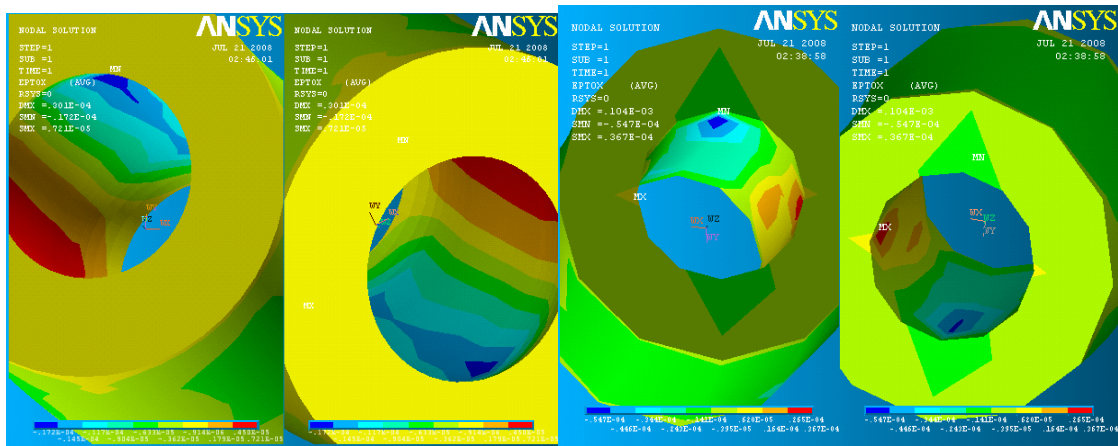


Figura N° 171 Deformación Total en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

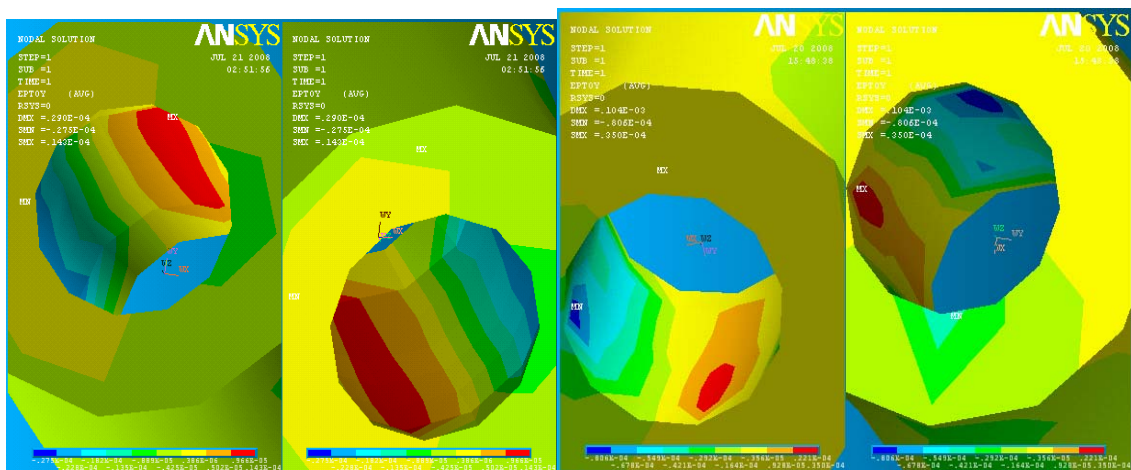


Figura N° 172 Deformación Total en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

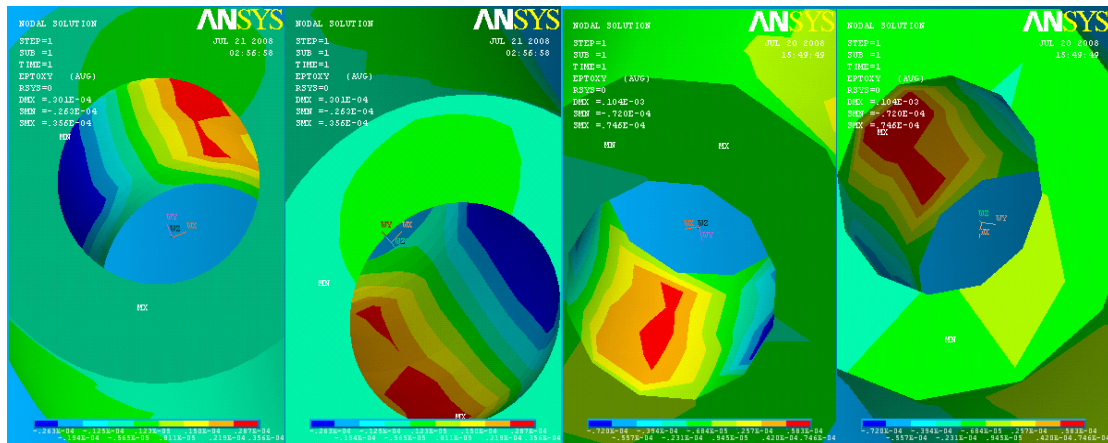


Figura N° 173 Deformación por corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

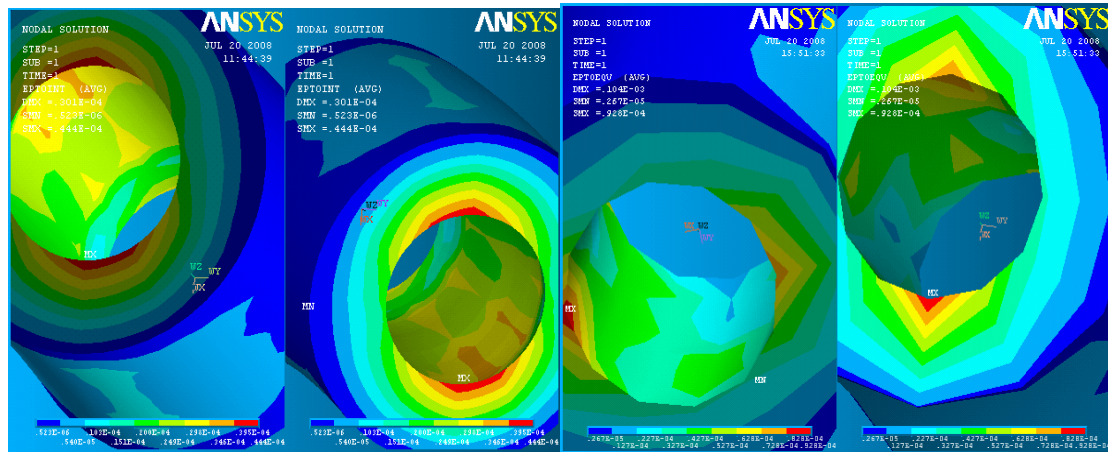


Figura N° 174 Deformación Intensidad. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Perzyna (Derecha).

### 7.2.2 Elástico Lineal Isotrópico VS Modelo de Anand (caso con SFGRAD por imposibilidad de usar ISTRESS con Anand).

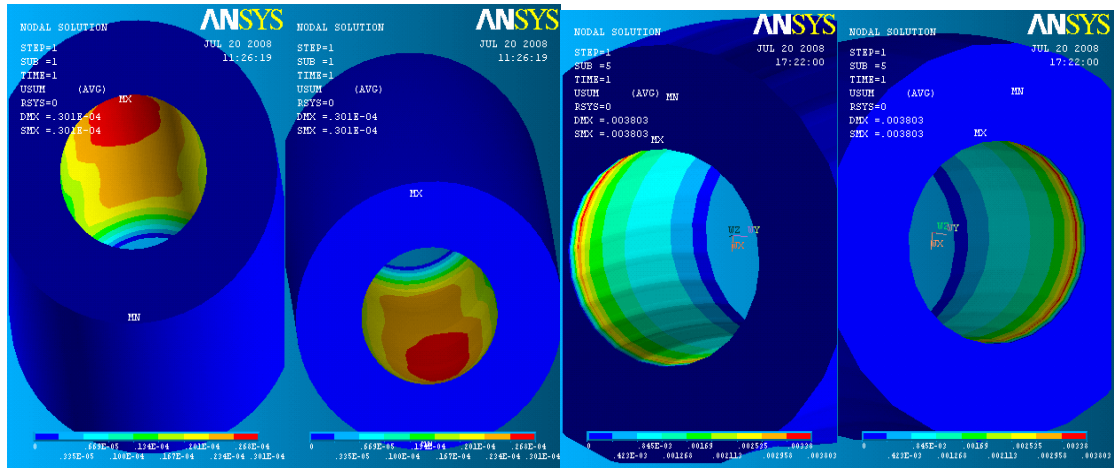


Figura N° 175 Desplazamiento Total. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).

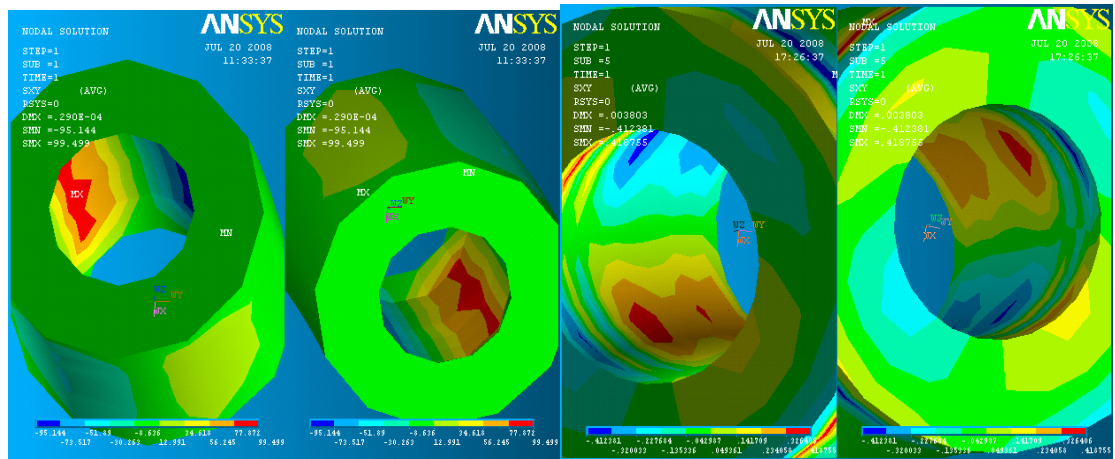


Figura N° 176 Esfuerzo de corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).

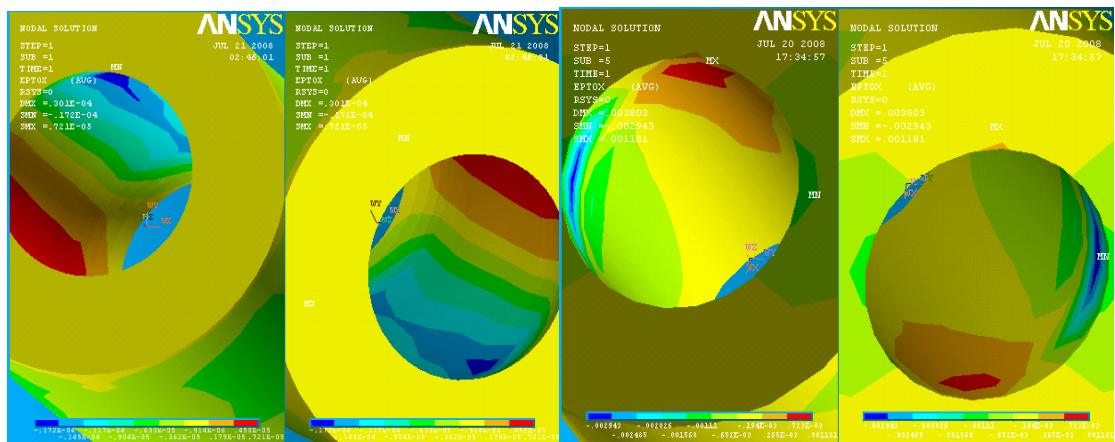


Figura N° 177 Deformación Total en X. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).

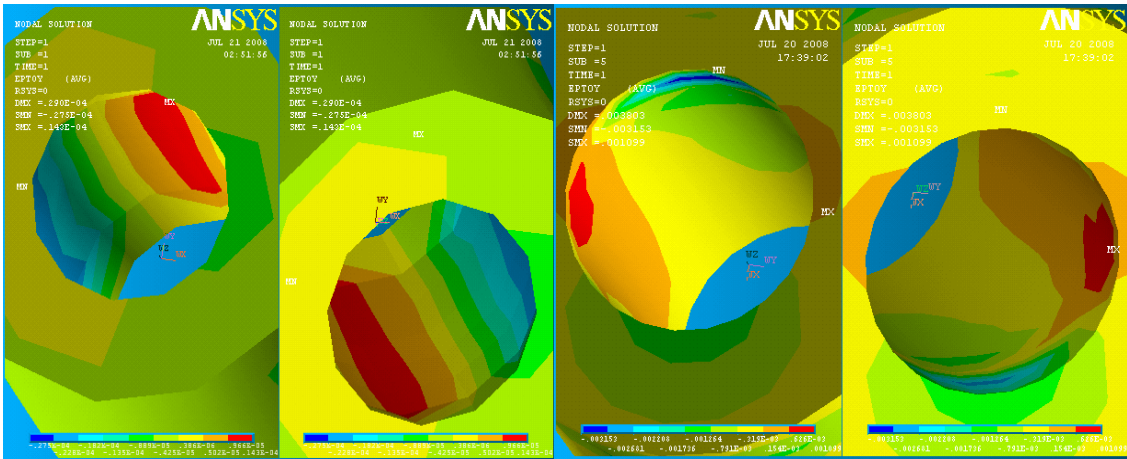


Figura N° 178 Deformación Total en Y. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).

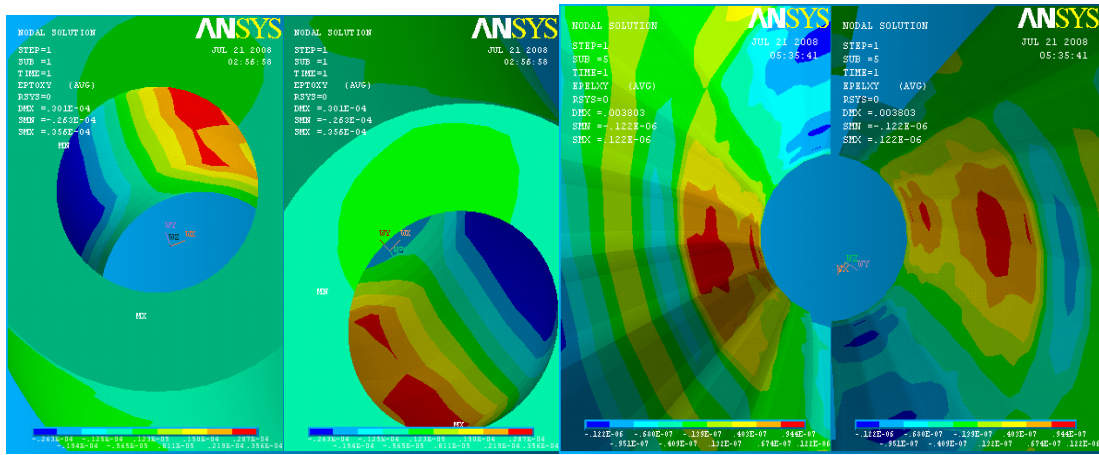


Figura N° 179 Deformación por corte en XY. Elástico lineal isotrópico (izquierda), Anand (Derecha).

### 7.3 Elástico Lineal Isotrópico VS Registros UBI.

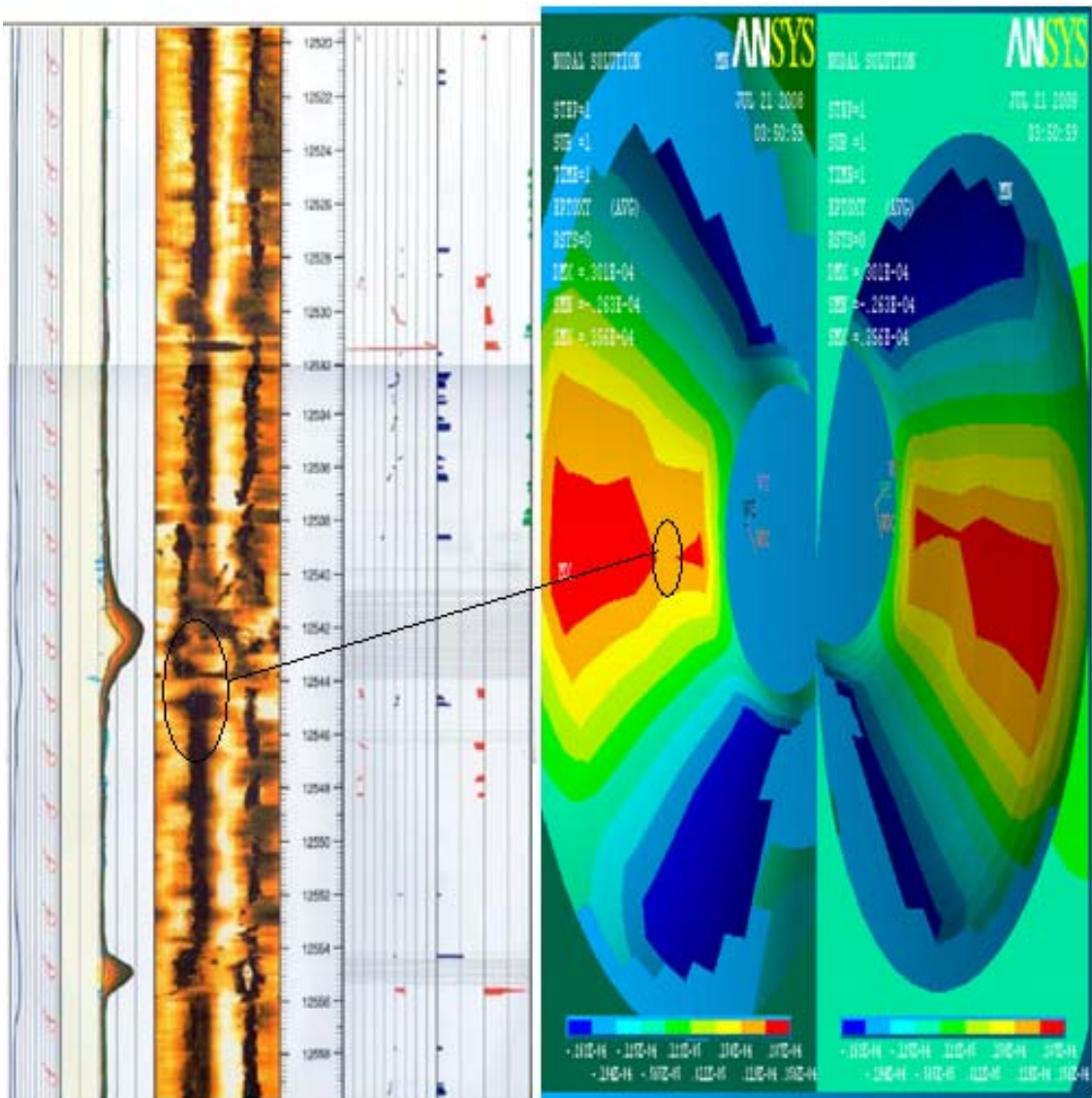
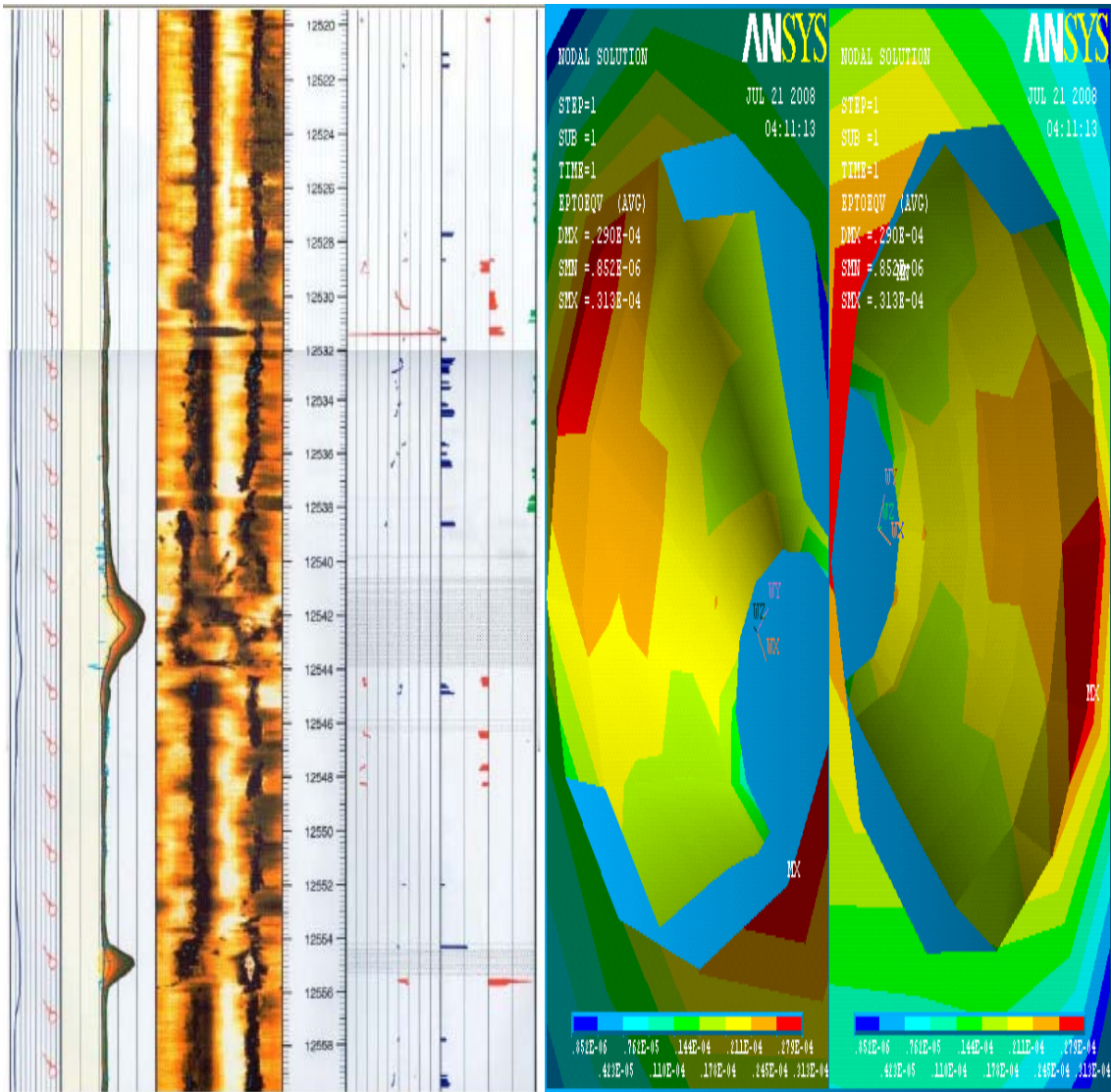


Figura N° 180 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo elástico lineal isotrópico: Deformación Por corte en XY (12500 – 12580ft)



**Figura N° 181 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo elástico lineal isotrópico: Intensidad de deformación (12500 – 12580ft)**

#### 7.4 Modelo de Perzyna VS Registros UBI.

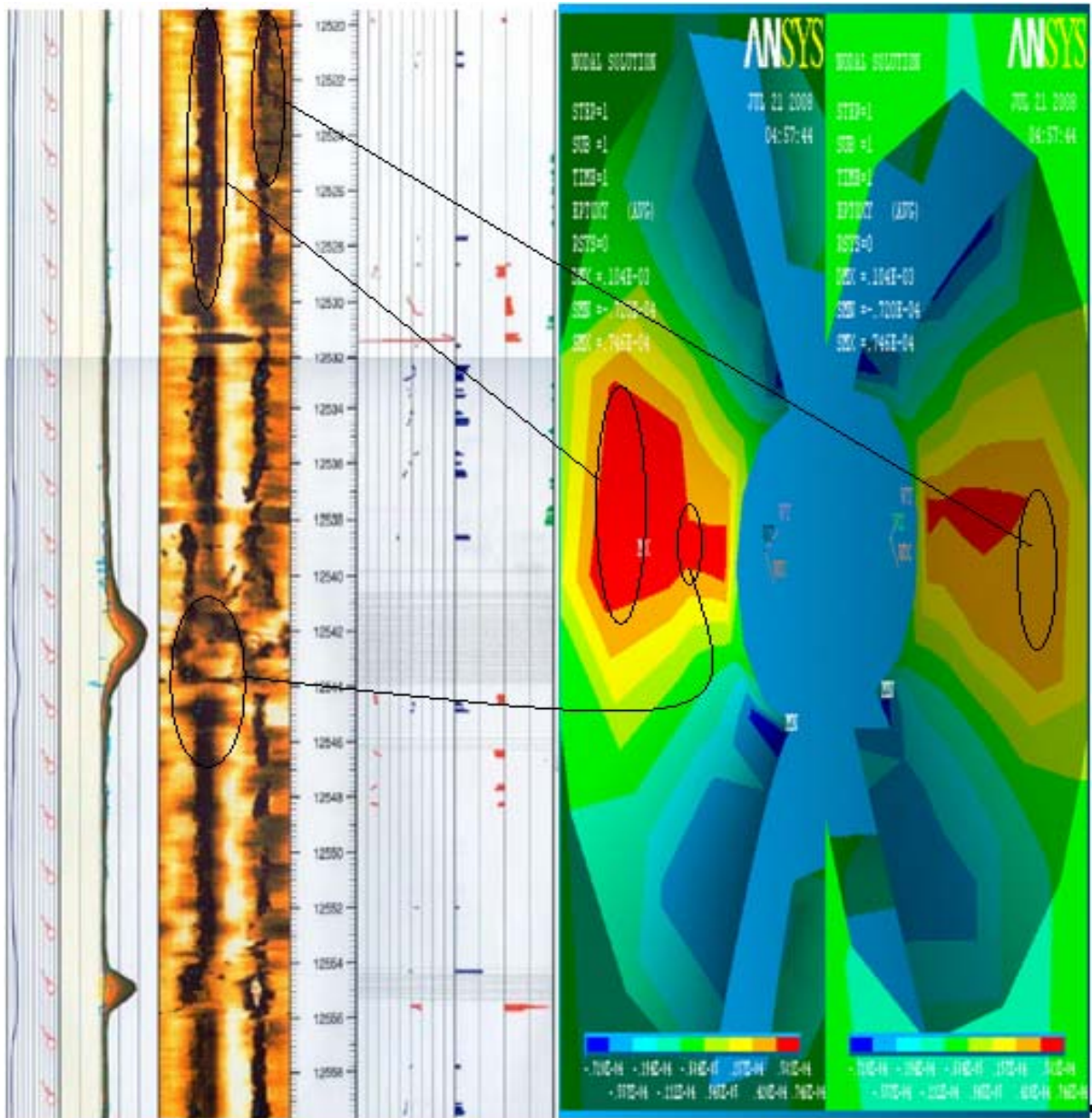
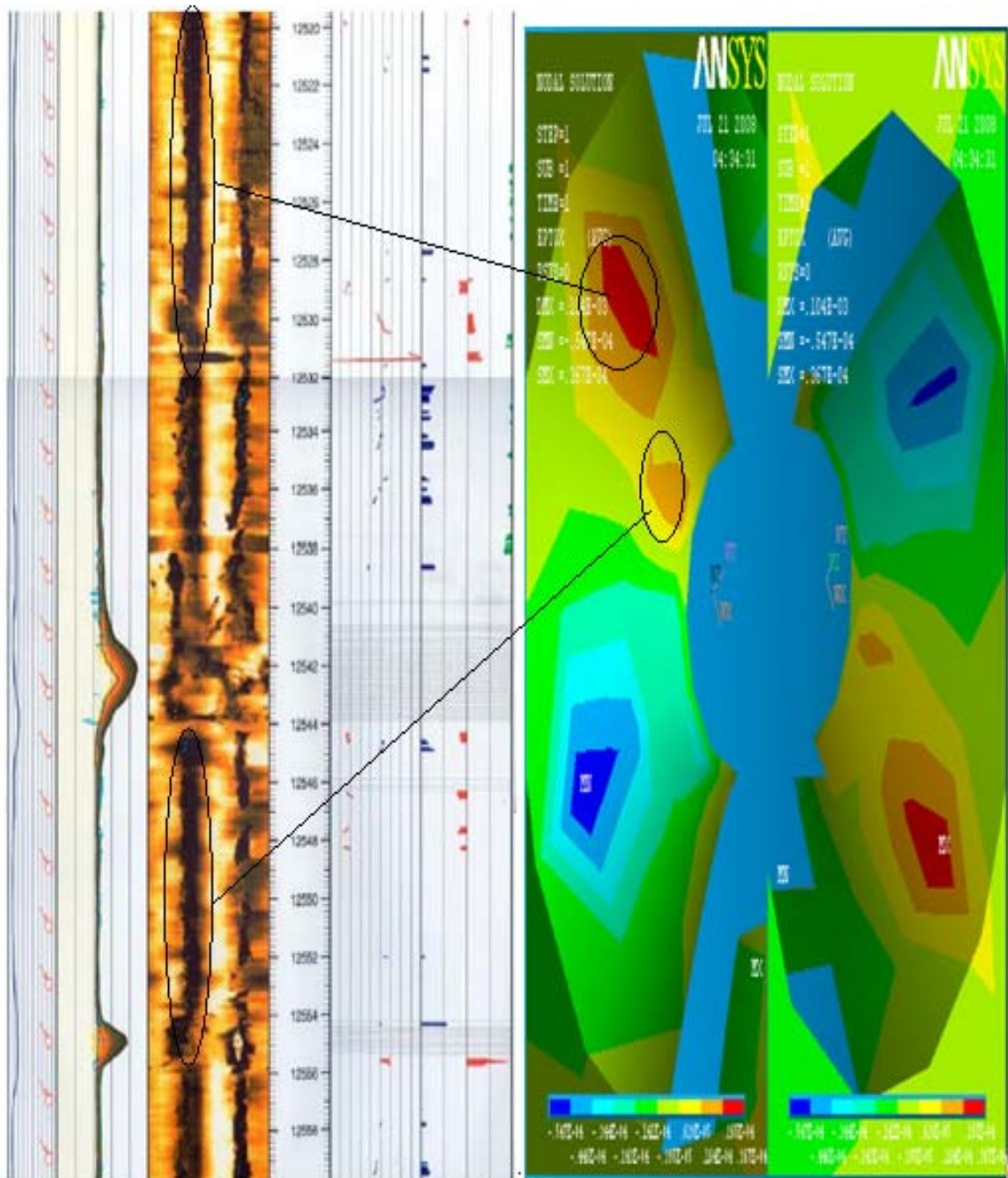


Figura N° 182 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Perzyna: Deformación Por corte en XY (12500 – 12580ft)



**Figura N° 183 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Perzyna: Deformación plástica con respecto a X (12500 – 12580ft)**

## 7.5 Modelo de Anand VS Registros UBI.

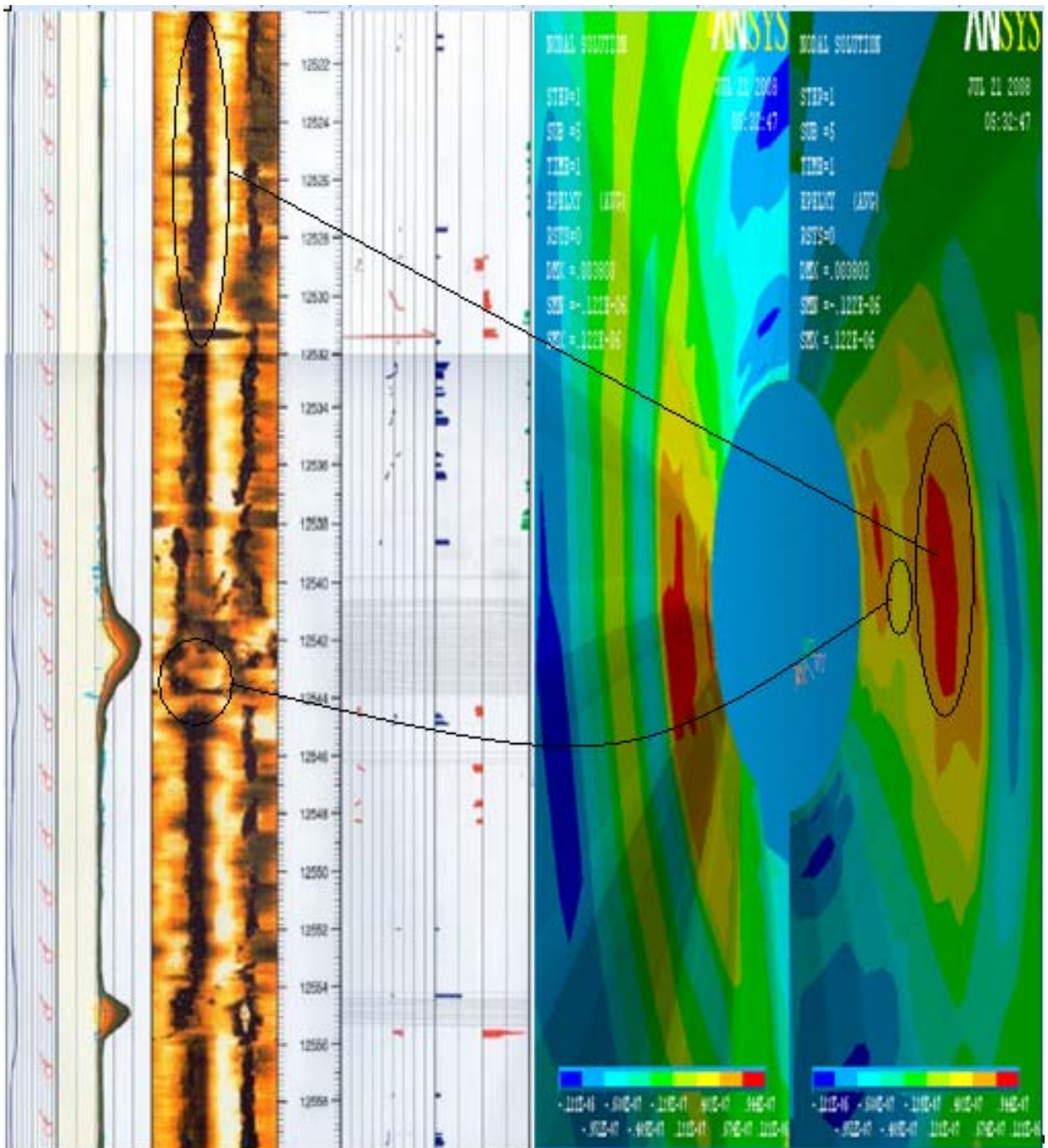


Figura N° 184 (Izquierda) Imagen de la formación Mirador, en la cual se observa un breakout. Tomada del registro UBI del pozo A1 campo Pozoalex (12520 – 12560ft). (Derecha) Imagen del modelo Anand: Deformación Por corte en XY (12500 – 12580ft)

## 8. CONCLUSIONES.

Se adaptaron modelos que, simulan de forma muy representativa el comportamiento deformacional de la roca, para el análisis tenso – deformacional del pozo, dando como resultado un soporte científico y tecnológico en el desarrollo de nuevas perspectivas del estado de esfuerzos y deformaciones de la formación rocosa.

Se planteo una forma adecuada de caracterizar los modelos la cual consintió en asociar los parámetros de cada modelo de material a temperaturas de referencia, y al mismo tiempo distribuir la temperatura a través del solidó con incrementos proporcionales a la profundidad y de esta manera se garantiza en parte un comportamiento diferido, en profundidad, para la roca.

La malla utilizada para discretizar el modelo de deformación geomecánica es de forma hexagonal de refinamiento medio para la estructura geométrica utilizada.

Se obtuvo una caracterización viscoplástica tenso – deformacional del contorno de un pozo facilitando así en forma significativa cualquier evaluación o pronóstico de inestabilidad mecánica, lo que probablemente con un poco mas de profundización reducirá el grado de incertidumbre a la hora de seleccionar las condiciones apropiadas de perforación.

Se observo que a diferencia de los otros modelos tratados en este trabajo, el modelo viscoplástico de Perzyna fue el que mas se ajusto a los resultados observados en la imagen del registro UBI del pozo Pozoalex R1, utilizando como referencia las deformaciones en el pozo con respecto al eje X ya que el modulo de young solo se introdujo en esta dirección.

La metodología seguida para el desarrollo de estos modelos es tan solo un punto de vista, ya que existen múltiples formas y combinaciones para resolver este problema, esta elección será exclusiva del interesado.

## 9. RECOMENDACIONES.

La solución dada por este trabajo es solo una manera de ver el problema, es necesario realizar un análisis más profundo que incluya más efectos y fenómenos que puedan acercar aún más a la realidad los resultados obtenidos.

Los paquetes de elementos finitos se han vuelto casi indispensables en el diseño y análisis mecánico, pero han acercado a los usuarios la posibilidad de cometer grandes errores. La versatilidad del método no salva la necesidad de realizar un detallado análisis de los resultados obtenidos antes de ser aplicados en la solución de un problema real. Los resultados pueden obtenerse tan bien presentados que infunden gran confianza en el análisis, lo cual puede conducir a “cometer errores”.

Utilizar una malla mas refinada para obtener resultados mas aproximados a la realidad.

Los tipos de comportamiento utilizados para el desarrollo de este trabajo tienen un cierto número de opciones no consideradas en este trabajo que pueden mostrar una perspectiva diferente a la utilizada en este trabajo, se recomienda encontrar la forma de obtener los datos de entrada de estas opciones no consideradas en este trabajo.

Realizar un análisis de sensibilidad a todas las variables incluidas en el problema, y de esta forma determinar cual es el grupo de variables que mas influyen en la generación de problemas de estabilidad de pozo.

Introducir el efecto creep en las simulaciones viscoplásticas, en este de los modelos utilizados en este trabajo el modelo de Perzyna es la mejor opción para combinarlo con el efecto creep.

Realizar un análisis de interacción fluido roca utilizando la opción ANSYS fluid o FLOTRAN CFD, para simular el comportamiento de la roca durante la perforación.

Realizar pruebas en el laboratorio de rocas para la obtención de las propiedades mecánicas, y de esta forma tener una mayor confiabilidad de los datos que va a ser introducidos al programa y así mismo los resultados obtenidos por este.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFIAS.

Chen, F.H.K. y Shield, R.T., 1997. Conservation laws in elasticity of the J-integral type. *Journal of Applied Mathematic and Physics (ZAMP)* 28, 1-22.

Halphen B. y Salençon J., 1987. *Elasto-plasticité*, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées.

Jaramillo N., 2004, Portal de pórticos: un programa de elementos finitos basado en la Web. Tesis de Grado de Magíster en Ingeniería Estructural. Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Mérida, Venezuela.

Lekhnitskii, S.G., 1963. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*. Hoden-Day, San Francisco.

Popov E., 1997. *Introducción a la Mecánica de los Sólidos*. Limusa, Noriega Editores.

Prager W., 1955. The theory of plasticity: a survey of recent achievements. *Proc. Inst. Mech. Engrs. London*, 169, 41-57.

Chakrabarty J., 1987. *Theory of Plasticity*. McGraw-Hill Book Company.

Mendelson A., 1970. *Plasticity: Theory and application*. The Macmillan Company.

CARMICHAEL, R.S., ed., (1989), *Practical handbook of physical properties of rocks and minerals*. CRC Press, Boca Ratón, 741 pp.

DIXON, J.M. y SUMMERS, J.M. (1985).- Another word on the rheology of silicone putty: Bingham. *Journal of Structural Geology*, 8, 593-595.

JAEGER, J. C. y COOK, N. G. W. (1979).- Fundamentals of rock mechanics. Ed. Chapman and Hall (London), 593 pp.

MANSFIELD, C.E. (1985).- Modeling newtonian fluids and Bingham plastics. *Journal of Geological Education*, 33, 97-100.

MEANS, W.D. 1979. Stress and Strain. Parte IV, Caps. 25 y 26.

RANALLY, G. (1987).- Rheology of the Earth. Allen and Unwin, 366 pp.

SUPPE, J. (1985).- *Principles of Structural Geology*. Ed. Englewood Cliffs (New Jersey), 537 pp. (Ver p: 79-104).

SANCHEZ, Marisela Ph.D. Curso de formación avanzada “Introducción a la geomecánica petrolera”.

FJAER. Erling, HOLT. Rune M, HORSRUD. Per and RAAEN. Arne M. “Petroleum related Rock Mechanics. Elsevier, Amsterdam. 1996.

SUGAR LAND LEARNING CENTER, Rock Mechanics.

TORRES, Manuel Ernesto. Determinación de esfuerzos in situ en la cordillera oriental de Colombia.

EL ROL DE LA GEOMECANICA EN LA PERFORACION Mario Mallaviabarrena, Juan Martín Paris Baker Atlas

Osorio Gallego, Ph D. “Notas sobre simulación numérica de yacimientos”. Gildardo Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. 2002.

S. Ottesen. “A multidisciplinary approach to in-situ stress determination and its application to wellbore stability analysis”.SPE 21915. 1991

"Introduction to Finite Element Method". Yijun Liu. University of Cincinnati.

"Finite Elements in Solids and Structures". Astley.

"Resistencia de Materiales". Stio-pin

Perzyna, P., (1966), Fundamental problems in visco-plasticity, *Recent Advances in Applied Mechanics*, Academic Press, New York.

Bingham, E.C., (1922), *Fluidity and Plasticity*, New York.

von Mises, R. (1913), Mechanic der Festen Körper in Plastisch Deformablem Zustand, *Göttinger Nachr. Math. Phys. Kl.*, pp.582.

Zienkiewicz, O.C. & Corneau, I.C., (1972), Visco-plasticity solution by finite element process, *Arch. of Mech.*, Vol.24, pp.873-889.

"Engineering Materials Science", C.W. Richard

ANSYS Elements Reference ANSYS Release 8.1 ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001: 2000 Company

ANSYS Inc. Theory Reference ANSYS Release 8.1 ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001: 2000 Company

ANSYS Basic Analysis Procedures Guide ANSYS Release 8.1 ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001: 2000 Company

ANSYS Structural Analysis Guide ANSYS Release 8.1 ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001: 2000 Company

ANSYS Commands Reference ANSYS Release 8.1 ANSYS, Inc. is a UL registered ISO 9001: 2000 Company

## ANEXO I

### POST EFECTO ELÁSTICO (Acción termoelástica)

Una pieza al alargarse bajo carga (velocidades de deformación o de carga alta) sufre una expansión de su volumen en forma adiabática. Si la elongación tiene lugar con suficiente lentitud como para no alterar el equilibrio térmico, la absorción de calor del entorno mantiene la temperatura de la probeta constante: el proceso es isotérmico.

Al contrario, como se mencionó al principio, si la elongación es rápida, el proceso es adiabático y la probeta no intercambia calor con el medio. Si luego que la probeta - o pieza cualquiera - ha sido cargada adiabáticamente a una cierta tensión, la cual se mantiene constante mientras que se la permite absorber calor, tendrá lugar una expansión adicional (efecto termoelástico) hasta que la elongación final será la misma que la obtenida en el proceso isotérmico. La figura A1.1 ilustra ambos casos

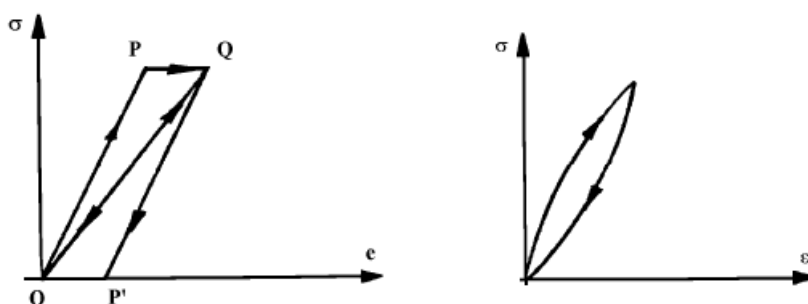


Figura A1.1 a y b

OQ representa la elongación isotérmica y OP la adiabática. Debe recalcar que la distancia entre P y Q está grandemente exagerada; en realidad se trata de un efecto muy pequeño, y para detectarlo se requieren mediciones muy precisas. Similarmente, QP' y QO indican las descargas isotérmica y adiabática respectivamente. En el caso de carga y descarga continua, se obtendrá una curva similar a la indicada en la Figura A1.1 b. Durante tal ciclo se disipa una cantidad de energía dada por el área del lazo "de histéresis"

La Figura A1.2 ilustra el efecto en general. Si a  $t = 0$  se le aplica una tensión constante  $S_0$  en forma repentina, se produce una deformación instantánea  $e_i$  (es la deformación adiabática en el caso termoelástico), seguido por una transitoria  $e_t$  con tasa decreciente hasta alcanzar la magnitud  $e_0$  (que será la deformación isotérmica en el caso termoelástico). Al quitarse la carga, el proceso se invierte exactamente: la deformación disminuye en  $e_i$  y luego sigue  $e_t$  hasta que la deformación es cero.

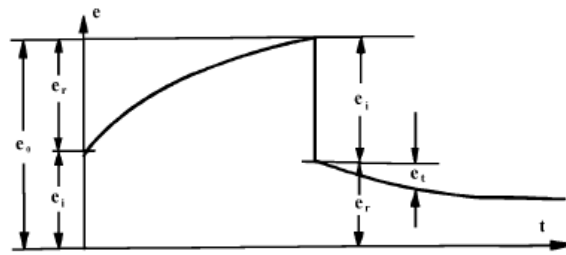


Figura A1.2

## ANEXO II

A continuación las simulaciones trabajadas en este trabajo en líneas de comandos:

Elástico
Caso con Istress

```
/prep7
/CTYPE,3,,,
K,1,13.95,3.37,1250
K,2,13.98,3.24,1254
K,3,13.99,2.82,1258
SPLINE,1,2,3
Lwplan,1,1,0
Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0
lwplan,1,1,0
Vdrag,1,0,0,0,0,0,1
lwplan,1,2,0
Vdrag,10,0,0,0,0,0,2
VADD,1,2,,,,,,,,
MPTEMP,1,389,394,399,404,409,414
MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,9093157.102,9473014.494,8929547.666,7462756.618,5995965.57
MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.172,0.184,0.212,0.24
MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.56,2.63,2.69
FC,1,s,XY,
TB,fail,1,,,
ET,1,solid95,,,,,,,,
VSWEEP,3,,,
DA,1,ux,0,
DA,1,uy,0,
DA,1,uz,0,
DA,19,ux,0,
DA,19,uy,0,
DA,19,uz,0,
DA,2,ux,0,
DA,2,uy,0,
DA,2,uz,0,
DA,3,ux,0,
DA,3,uy,0,
DA,3,uz,0,
DA,4,ux,0,
DA,4,uy,0,
DA,4,uz,0,
DA,5,ux,0,
DA,5,uy,0,
DA,5,uz,0,
DA,11,ux,0,
DA,11,uy,0,
DA,11,uz,0,
DA,12,ux,0,
DA,12,uy,0,
```

DA,12,uz,0,  
DA,13,ux,0,  
DA,13,uy,0,  
DA,13,uz,0,  
DA,14,ux,0,  
DA,14,uy,0,  
DA,14,uz,0,  
BFK,1,TEMP,389  
BFK,2,TEMP,390  
BFK,3,TEMP,391  
BFK,4,TEMP,392  
BFK,5,TEMP,393  
BFK,6,TEMP,394  
BFK,7,TEMP,395  
BFK,8,TEMP,396  
BFK,9,TEMP,397  
BFK,10,TEMP,398  
BFK,11,TEMP,399  
BFK,12,TEMP,400  
BFK,13,TEMP,401  
BFK,14,TEMP,402  
BFK,15,TEMP,403  
BFK,16,TEMP,404  
BFK,17,TEMP,405  
BFK,18,TEMP,406  
BFK,19,TEMP,407  
BFK,20,TEMP,408  
BFK,21,TEMP,409  
BFK,22,TEMP,410  
BFK,23,TEMP,411  
BFK,24,TEMP,412  
BFK,25,TEMP,413  
BFK,26,TEMP,414  
BFK,27,TEMP,414  
BFL,1,TEMP,389  
BFL,2,TEMP,389.31  
BFL,3,TEMP,389.96  
BFL,4,TEMP,390.61  
BFL,5,TEMP,391.26  
BFL,6,TEMP,391.91  
BFL,7,TEMP,392.56  
BFL,8,TEMP,393.21  
BFL,9,TEMP,393.86  
BFL,10,TEMP,394.51  
BFL,11,TEMP,395.16  
BFL,12,TEMP,395.81  
BFL,13,TEMP,396.46  
BFL,14,TEMP,397.11  
BFL,15,TEMP,397.76  
BFL,16,TEMP,398.41  
BFL,17,TEMP,399.06  
BFL,18,TEMP,399.71  
BFL,19,TEMP,400.36  
BFL,20,TEMP,401.01

BFL,21,TEMP,401.66  
 BFL,22,TEMP,402.31  
 BFL,23,TEMP,402.96  
 BFL,24,TEMP,403.61  
 BFL,25,TEMP,404.26  
 BFL,26,TEMP,404.91  
 BFL,27,TEMP,405.56  
 BFL,28,TEMP,406.11  
 BFL,29,TEMP,406.66  
 BFL,30,TEMP,407.22  
 BFL,31,TEMP,407.77  
 BFL,32,TEMP,408.33  
 BFL,33,TEMP,408.88  
 BFL,34,TEMP,409.44  
 BFL,35,TEMP,409.99  
 BFL,36,TEMP,410.55  
 BFL,37,TEMP,411.1  
 BFL,38,TEMP,411.66  
 BFL,39,TEMP,412.21  
 BFL,40,TEMP,412.77  
 BFL,41,TEMP,413.32  
 BFL,42,TEMP,413.88  
 BFA,1,TEMP,388.56  
 BFA,2,TEMP,389.77  
 BFA,3,TEMP,390.98  
 BFA,4,TEMP,392.19  
 BFA,5,TEMP,393.4  
 BFA,6,TEMP,394.61  
 BFA,7,TEMP,395.82  
 BFA,8,TEMP,397.03  
 BFA,9,TEMP,398.24  
 BFA,10,TEMP,399.45  
 BFA,11,TEMP,400.66  
 BFA,12,TEMP,401.87  
 BFA,13,TEMP,403.08  
 BFA,14,TEMP,404.29  
 BFA,15,TEMP,405.5  
 BFA,16,TEMP,406.71  
 BFA,17,TEMP,407.92  
 BFA,18,TEMP,409.13  
 BFA,19,TEMP,410.34  
 BFA,20,TEMP,411.55  
 BFA,21,TEMP,412.76  
 BFA,22,TEMP,413.97  
 BFA,23,TEMP,415.18  
 /solu  
 ISTRESS,113.43,191.04,162.6825,,,,1,,  
 solve

<b>Elástico</b>
<b>Caso con sf sistema cilíndrico</b>

/prep7  
 /CTYPE,3,,  
 K,1,13.95,3.37,1250

K,2,13.98,3.24,1254  
 K,3,13.99,2.82,1258  
 SPLINE,1,2,3  
 Lwplan,1,1,0  
 Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0  
 lwplan,1,1,0  
 Vdrag,1,0,0,0,0,0,1  
 lwplan,1,2,0  
 Vdrag,10,0,0,0,0,0,2  
 VADD,1,2,,,,,,,,,  
 MPTEMP,1,389,394,399,404,409,414  
 MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,9093157.102,9473014.494,8929547.666,7462756.618,5995965.57  
 MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.172,0.184,0.212,0.24  
 MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.56,2.63,2.69  
 FC,1,s,XY,  
 TB,fail,1,,,  
 ET,1,solid95,,,,,,,,,  
 VSWEEP,3,,,  
 DA,1,ux,0,  
 DA,1,uy,0,  
 DA,1,uz,0,  
 DA,19,ux,0,  
 DA,19,uy,0,  
 DA,19,uz,0,  
 DA,2,ux,0,  
 DA,2,uy,0,  
 DA,2,uz,0,  
 DA,3,ux,0,  
 DA,3,uy,0,  
 DA,3,uz,0,  
 DA,4,ux,0,  
 DA,4,uy,0,  
 DA,4,uz,0,  
 DA,5,ux,0,  
 DA,5,uy,0,  
 DA,5,uz,0,  
 DA,11,ux,0,  
 DA,11,uy,0,  
 DA,11,uz,0,  
 DA,12,ux,0,  
 DA,12,uy,0,  
 DA,12,uz,0,  
 DA,13,ux,0,  
 DA,13,uy,0,  
 DA,13,uz,0,  
 DA,14,ux,0,  
 DA,14,uy,0,  
 DA,14,uz,0,  
 BFK,1,TEMP,389  
 BFK,2,TEMP,390  
 BFK,3,TEMP,391  
 BFK,4,TEMP,392  
 BFK,5,TEMP,393  
 BFK,6,TEMP,394

BFK,7,TEMP,395  
BFK,8,TEMP,396  
BFK,9,TEMP,397  
BFK,10,TEMP,398  
BFK,11,TEMP,399  
BFK,12,TEMP,400  
BFK,13,TEMP,401  
BFK,14,TEMP,402  
BFK,15,TEMP,403  
BFK,16,TEMP,404  
BFK,17,TEMP,405  
BFK,18,TEMP,406  
BFK,19,TEMP,407  
BFK,20,TEMP,408  
BFK,21,TEMP,409  
BFK,22,TEMP,410  
BFK,23,TEMP,411  
BFK,24,TEMP,412  
BFK,25,TEMP,413  
BFK,26,TEMP,414  
BFK,27,TEMP,414  
BFL,1,TEMP,389  
BFL,2,TEMP,389.31  
BFL,3,TEMP,389.96  
BFL,4,TEMP,390.61  
BFL,5,TEMP,391.26  
BFL,6,TEMP,391.91  
BFL,7,TEMP,392.56  
BFL,8,TEMP,393.21  
BFL,9,TEMP,393.86  
BFL,10,TEMP,394.51  
BFL,11,TEMP,395.16  
BFL,12,TEMP,395.81  
BFL,13,TEMP,396.46  
BFL,14,TEMP,397.11  
BFL,15,TEMP,397.76  
BFL,16,TEMP,398.41  
BFL,17,TEMP,399.06  
BFL,18,TEMP,399.71  
BFL,19,TEMP,400.36  
BFL,20,TEMP,401.01  
BFL,21,TEMP,401.66  
BFL,22,TEMP,402.31  
BFL,23,TEMP,402.96  
BFL,24,TEMP,403.61  
BFL,25,TEMP,404.26  
BFL,26,TEMP,404.91  
BFL,27,TEMP,405.56  
BFL,28,TEMP,406.11  
BFL,29,TEMP,406.66  
BFL,30,TEMP,407.22  
BFL,31,TEMP,407.77  
BFL,32,TEMP,408.33  
BFL,33,TEMP,408.88

BFL,34,TEMP,409.44  
 BFL,35,TEMP,409.99  
 BFL,36,TEMP,410.55  
 BFL,37,TEMP,411.1  
 BFL,38,TEMP,411.66  
 BFL,39,TEMP,412.21  
 BFL,40,TEMP,412.77  
 BFL,41,TEMP,413.32  
 BFL,42,TEMP,413.88  
 BFA,1,TEMP,388.56  
 BFA,2,TEMP,389.77  
 BFA,3,TEMP,390.98  
 BFA,4,TEMP,392.19  
 BFA,5,TEMP,393.4  
 BFA,6,TEMP,394.61  
 BFA,7,TEMP,395.82  
 BFA,8,TEMP,397.03  
 BFA,9,TEMP,398.24  
 BFA,10,TEMP,399.45  
 BFA,11,TEMP,400.66  
 BFA,12,TEMP,401.87  
 BFA,13,TEMP,403.08  
 BFA,14,TEMP,404.29  
 BFA,15,TEMP,405.5  
 BFA,16,TEMP,406.71  
 BFA,17,TEMP,407.92  
 BFA,18,TEMP,409.13  
 BFA,19,TEMP,410.34  
 BFA,20,TEMP,411.55  
 BFA,21,TEMP,412.76  
 BFA,22,TEMP,413.97  
 BFA,23,TEMP,415.18  
 SFGRAD,pres,1,z,0,1.10416666666667  
 SF,all,pres,26.2043,  
 /solu  
 solve

<b>Perzyna</b>
<b>Caso con Istress</b>

/prep7  
 /CTYPE,3,,  
 K,1,13.95,3.37,1250  
 K,2,13.98,3.24,1254  
 K,3,13.99,2.82,1258  
 SPLINE,1,2,3  
 Lwplan,1,1,0  
 Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0  
 lwplan,1,1,0  
 Vdrag,1,0,0,0,0,0,1  
 lwplan,1,2,0  
 Vdrag,10,0,0,0,0,0,2  
 VADD,1,2,,,,,,,,,  
 ET,1,solid95,,,,,2,3,  
 MPTEMP,1,389,394,399,404,409,414

MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,9093157.102,9473014.494,8929547.666,7462756.618,5995965.57  
MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.172,0.184,0.212,0.24  
MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.56,2.63,2.69  
TB,miso,1,6,1,  
TBTEMP,389,  
TBPT,defi,0.0000023615,19.40909982758  
TBTEMP,394,  
TBPT,defi,0.0000062879,57.1768625416658  
TBTEMP,399,  
TBPT,defi,0.0000092995,88.094298286953  
TBTEMP,404,  
TBPT,defi,0.0000093992,83.9306044222672  
TBTEMP,409,  
TBPT,defi,0.0000011871,8.8590383812278  
TBTEMP,414,  
TBPT,defi,0.000015523,93.07537354311  
TB,rate,1,6,1,perzyna  
TBTEMP,389,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
TBTEMP,394,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
TBTEMP,399,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
TBTEMP,404,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
TBTEMP,409,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
TBTEMP,414,  
TBDATA,1,0.5,1,,,,  
VSWEEP,3,,,  
DA,1,ux,0,  
DA,1,uy,0,  
DA,1,uz,0,  
DA,19,ux,0,  
DA,19,uy,0,  
DA,19,uz,0,  
DA,2,ux,0,  
DA,2,uy,0,  
DA,2,uz,0,  
DA,3,ux,0,  
DA,3,uy,0,  
DA,3,uz,0,  
DA,4,ux,0,  
DA,4,uy,0,  
DA,4,uz,0,  
DA,5,ux,0,  
DA,5,uy,0,  
DA,5,uz,0,  
DA,11,ux,0,  
DA,11,uy,0,  
DA,11,uz,0,  
DA,12,ux,0,  
DA,12,uy,0,  
DA,12,uz,0,

DA,13,ux,0,  
DA,13,uy,0,  
DA,13,uz,0,  
DA,14,ux,0,  
DA,14,uy,0,  
DA,14,uz,0,  
BFK,1,TEMP,389  
BFK,2,TEMP,390  
BFK,3,TEMP,391  
BFK,4,TEMP,392  
BFK,5,TEMP,393  
BFK,6,TEMP,394  
BFK,7,TEMP,395  
BFK,8,TEMP,396  
BFK,9,TEMP,397  
BFK,10,TEMP,398  
BFK,11,TEMP,399  
BFK,12,TEMP,400  
BFK,13,TEMP,401  
BFK,14,TEMP,402  
BFK,15,TEMP,403  
BFK,16,TEMP,404  
BFK,17,TEMP,405  
BFK,18,TEMP,406  
BFK,19,TEMP,407  
BFK,20,TEMP,408  
BFK,21,TEMP,409  
BFK,22,TEMP,410  
BFK,23,TEMP,411  
BFK,24,TEMP,412  
BFK,25,TEMP,413  
BFK,26,TEMP,414  
BFK,27,TEMP,414  
BFL,1,TEMP,389  
BFL,2,TEMP,389.31  
BFL,3,TEMP,389.96  
BFL,4,TEMP,390.61  
BFL,5,TEMP,391.26  
BFL,6,TEMP,391.91  
BFL,7,TEMP,392.56  
BFL,8,TEMP,393.21  
BFL,9,TEMP,393.86  
BFL,10,TEMP,394.51  
BFL,11,TEMP,395.16  
BFL,12,TEMP,395.81  
BFL,13,TEMP,396.46  
BFL,14,TEMP,397.11  
BFL,15,TEMP,397.76  
BFL,16,TEMP,398.41  
BFL,17,TEMP,399.06  
BFL,18,TEMP,399.71  
BFL,19,TEMP,400.36  
BFL,20,TEMP,401.01  
BFL,21,TEMP,401.66

BFL,22,TEMP,402.31  
BFL,23,TEMP,402.96  
BFL,24,TEMP,403.61  
BFL,25,TEMP,404.26  
BFL,26,TEMP,404.91  
BFL,27,TEMP,405.56  
BFL,28,TEMP,406.11  
BFL,29,TEMP,406.66  
BFL,30,TEMP,407.22  
BFL,31,TEMP,407.77  
BFL,32,TEMP,408.33  
BFL,33,TEMP,408.88  
BFL,34,TEMP,409.44  
BFL,35,TEMP,409.99  
BFL,36,TEMP,410.55  
BFL,37,TEMP,411.1  
BFL,38,TEMP,411.66  
BFL,39,TEMP,412.21  
BFL,40,TEMP,412.77  
BFL,41,TEMP,413.32  
BFL,42,TEMP,413.88  
BFA,1,TEMP,388.56  
BFA,2,TEMP,389.77  
BFA,3,TEMP,390.98  
BFA,4,TEMP,392.19  
BFA,5,TEMP,393.4  
BFA,6,TEMP,394.61  
BFA,7,TEMP,395.82  
BFA,8,TEMP,397.03  
BFA,9,TEMP,398.24  
BFA,10,TEMP,399.45  
BFA,11,TEMP,400.66  
BFA,12,TEMP,401.87  
BFA,13,TEMP,403.08  
BFA,14,TEMP,404.29  
BFA,15,TEMP,405.5  
BFA,16,TEMP,406.71  
BFA,17,TEMP,407.92  
BFA,18,TEMP,409.13  
BFA,19,TEMP,410.34  
BFA,20,TEMP,411.55  
BFA,21,TEMP,412.76  
BFA,22,TEMP,413.97  
BFA,23,TEMP,415.18  
NLGEOM,on  
DELTIM  
/solu  
ISTRESS,113.43,191.04,162.6825,,,,1,,  
solcontrol  
solve

Perzyna

Caso con sf sistema cilíndrico

```
/prep7
/CTYPE,3,,,
K,1,13.95,3.37,1250
K,2,13.98,3.24,1254
K,3,13.99,2.82,1258
SPLINE,1,2,3
Lwplan,1,1,0
Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0
lwplan,1,1,0
Vdrag,1,0,0,0,0,0,1
lwplan,1,2,0
Vdrag,10,0,0,0,0,0,2
VADD,1,2,,,,,,,
ET,1,solid95,,,,,2,3,
MPTEMP,1,389,394,399,404,409,414
MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,9093157.102,9473014.494,8929547.666,7462756.618,5995965.57
MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.172,0.184,0.212,0.24
MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.56,2.63,2.69
TB,miso,1,6,1,
TBTEMP,389,
TBPT,defi,0.0000023615,19.40909982758
TBTEMP,394,
TBPT,defi,0.0000062879,57.1768625416658
TBTEMP,399,
TBPT,defi,0.0000092995,88.094298286953
TBTEMP,404,
TBPT,defi,0.0000093992,83.9306044222672
TBTEMP,409,
TBPT,defi,0.0000011871,8.8590383812278
TBTEMP,414,
TBPT,defi,0.000015523,93.07537354311
TB,rate,1,6,1,perzyna
TBTEMP,389,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
TBTEMP,394,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
TBTEMP,399,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
TBTEMP,404,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
TBTEMP,409,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
TBTEMP,414,
TBDATA,1,0.5,1,,,,
VSWEEP,3,,,
DA,1,ux,0,
DA,1,uy,0,
DA,1,uz,0,
DA,19,ux,0,
DA,19,uy,0,
DA,19,uz,0,
DA,2,ux,0,
```

DA,2,uy,0,  
DA,2,uz,0,  
DA,3,ux,0,  
DA,3,uy,0,  
DA,3,uz,0,  
DA,4,ux,0,  
DA,4,uy,0,  
DA,4,uz,0,  
DA,5,ux,0,  
DA,5,uy,0,  
DA,5,uz,0,  
DA,11,ux,0,  
DA,11,uy,0,  
DA,11,uz,0,  
DA,12,ux,0,  
DA,12,uy,0,  
DA,12,uz,0,  
DA,13,ux,0,  
DA,13,uy,0,  
DA,13,uz,0,  
DA,14,ux,0,  
DA,14,uy,0,  
DA,14,uz,0,  
BFK,1,TEMP,389  
BFK,2,TEMP,390  
BFK,3,TEMP,391  
BFK,4,TEMP,392  
BFK,5,TEMP,393  
BFK,6,TEMP,394  
BFK,7,TEMP,395  
BFK,8,TEMP,396  
BFK,9,TEMP,397  
BFK,10,TEMP,398  
BFK,11,TEMP,399  
BFK,12,TEMP,400  
BFK,13,TEMP,401  
BFK,14,TEMP,402  
BFK,15,TEMP,403  
BFK,16,TEMP,404  
BFK,17,TEMP,405  
BFK,18,TEMP,406  
BFK,19,TEMP,407  
BFK,20,TEMP,408  
BFK,21,TEMP,409  
BFK,22,TEMP,410  
BFK,23,TEMP,411  
BFK,24,TEMP,412  
BFK,25,TEMP,413  
BFK,26,TEMP,414  
BFK,27,TEMP,414  
BFL,1,TEMP,389  
BFL,2,TEMP,389.31  
BFL,3,TEMP,389.96  
BFL,4,TEMP,390.61

BFL,5,TEMP,391.26  
BFL,6,TEMP,391.91  
BFL,7,TEMP,392.56  
BFL,8,TEMP,393.21  
BFL,9,TEMP,393.86  
BFL,10,TEMP,394.51  
BFL,11,TEMP,395.16  
BFL,12,TEMP,395.81  
BFL,13,TEMP,396.46  
BFL,14,TEMP,397.11  
BFL,15,TEMP,397.76  
BFL,16,TEMP,398.41  
BFL,17,TEMP,399.06  
BFL,18,TEMP,399.71  
BFL,19,TEMP,400.36  
BFL,20,TEMP,401.01  
BFL,21,TEMP,401.66  
BFL,22,TEMP,402.31  
BFL,23,TEMP,402.96  
BFL,24,TEMP,403.61  
BFL,25,TEMP,404.26  
BFL,26,TEMP,404.91  
BFL,27,TEMP,405.56  
BFL,28,TEMP,406.11  
BFL,29,TEMP,406.66  
BFL,30,TEMP,407.22  
BFL,31,TEMP,407.77  
BFL,32,TEMP,408.33  
BFL,33,TEMP,408.88  
BFL,34,TEMP,409.44  
BFL,35,TEMP,409.99  
BFL,36,TEMP,410.55  
BFL,37,TEMP,411.1  
BFL,38,TEMP,411.66  
BFL,39,TEMP,412.21  
BFL,40,TEMP,412.77  
BFL,41,TEMP,413.32  
BFL,42,TEMP,413.88  
BFA,1,TEMP,388.56  
BFA,2,TEMP,389.77  
BFA,3,TEMP,390.98  
BFA,4,TEMP,392.19  
BFA,5,TEMP,393.4  
BFA,6,TEMP,394.61  
BFA,7,TEMP,395.82  
BFA,8,TEMP,397.03  
BFA,9,TEMP,398.24  
BFA,10,TEMP,399.45  
BFA,11,TEMP,400.66  
BFA,12,TEMP,401.87  
BFA,13,TEMP,403.08  
BFA,14,TEMP,404.29  
BFA,15,TEMP,405.5  
BFA,16,TEMP,406.71

BFA,17,TEMP,407.92  
 BFA,18,TEMP,409.13  
 BFA,19,TEMP,410.34  
 BFA,20,TEMP,411.55  
 BFA,21,TEMP,412.76  
 BFA,22,TEMP,413.97  
 BFA,23,TEMP,415.18  
 NLGEOM,on  
 DELTIM  
 SFGRAD,pres,1,z,0,1.10416666666667  
 SF,all,pres,26.2043,  
 /solu  
 solcontrol  
 solve

<b>Anand</b>
<b>Caso con sf y sistema cilíndrico</b>

/prep7  
 /CTYPE,3,,  
 K,1,13.95,3.37,1250  
 K,2,13.98,3.24,1254  
 K,3,13.99,2.82,1258  
 SPLINE,1,2,3  
 Lwplan,1,1,0  
 Cyl4,0,0,1.76,360,3.45,0  
 lwplan,1,1,0  
 Vdrag,1,0,0,0,0,0,1  
 lwplan,1,2,0  
 Vdrag,10,0,0,0,0,0,2  
 VADD,1,2,,,,,  
 ET,1,visco107,,,,,  
 MPTEMP,1,389,394,399,404,409,414  
 MPDATA,Ex,1,1,8218970.92,9093157.102,9473014.494,8929547.666,7462756.618,5995965.57  
 MPDATA,PRXY,1,1,0.18,0.176,0.172,0.184,0.212,0.24  
 MPDATA,DENS,1,1,2.44,2.48,2.51,2.56,2.63,2.69  
 TB,anand,1,,  
 TBDATA,1,10.84,441.177,7805,3,0.1,194.76  
 TBDATA,7,13.6468069110708,0.00437,1.005,,  
 VSWEET,3,,  
 DA,1,ux,0,  
 DA,1,uy,0,  
 DA,1,uz,0,  
 DA,19,ux,0,  
 DA,19,uy,0,  
 DA,19,uz,0,  
 DA,2,ux,0,  
 DA,2,uy,0,  
 DA,2,uz,0,  
 DA,3,ux,0,  
 DA,3,uy,0,  
 DA,3,uz,0,  
 DA,4,ux,0,  
 DA,4,uy,0,  
 DA,4,uz,0,

DA,5,ux,0,  
DA,5,uy,0,  
DA,5,uz,0,  
DA,11,ux,0,  
DA,11,uy,0,  
DA,11,uz,0,  
DA,12,ux,0,  
DA,12,uy,0,  
DA,12,uz,0,  
DA,13,ux,0,  
DA,13,uy,0,  
DA,13,uz,0,  
DA,14,ux,0,  
DA,14,uy,0,  
DA,14,uz,0,  
BFK,1,TEMP,389  
BFK,2,TEMP,390  
BFK,3,TEMP,391  
BFK,4,TEMP,392  
BFK,5,TEMP,393  
BFK,6,TEMP,394  
BFK,7,TEMP,395  
BFK,8,TEMP,396  
BFK,9,TEMP,397  
BFK,10,TEMP,398  
BFK,11,TEMP,399  
BFK,12,TEMP,400  
BFK,13,TEMP,401  
BFK,14,TEMP,402  
BFK,15,TEMP,403  
BFK,16,TEMP,404  
BFK,17,TEMP,405  
BFK,18,TEMP,406  
BFK,19,TEMP,407  
BFK,20,TEMP,408  
BFK,21,TEMP,409  
BFK,22,TEMP,410  
BFK,23,TEMP,411  
BFK,24,TEMP,412  
BFK,25,TEMP,413  
BFK,26,TEMP,414  
BFK,27,TEMP,414  
BFL,1,TEMP,389  
BFL,2,TEMP,389.31  
BFL,3,TEMP,389.96  
BFL,4,TEMP,390.61  
BFL,5,TEMP,391.26  
BFL,6,TEMP,391.91  
BFL,7,TEMP,392.56  
BFL,8,TEMP,393.21  
BFL,9,TEMP,393.86  
BFL,10,TEMP,394.51  
BFL,11,TEMP,395.16  
BFL,12,TEMP,395.81

BFL,13,TEMP,396.46  
BFL,14,TEMP,397.11  
BFL,15,TEMP,397.76  
BFL,16,TEMP,398.41  
BFL,17,TEMP,399.06  
BFL,18,TEMP,399.71  
BFL,19,TEMP,400.36  
BFL,20,TEMP,401.01  
BFL,21,TEMP,401.66  
BFL,22,TEMP,402.31  
BFL,23,TEMP,402.96  
BFL,24,TEMP,403.61  
BFL,25,TEMP,404.26  
BFL,26,TEMP,404.91  
BFL,27,TEMP,405.56  
BFL,28,TEMP,406.11  
BFL,29,TEMP,406.66  
BFL,30,TEMP,407.22  
BFL,31,TEMP,407.77  
BFL,32,TEMP,408.33  
BFL,33,TEMP,408.88  
BFL,34,TEMP,409.44  
BFL,35,TEMP,409.99  
BFL,36,TEMP,410.55  
BFL,37,TEMP,411.1  
BFL,38,TEMP,411.66  
BFL,39,TEMP,412.21  
BFL,40,TEMP,412.77  
BFL,41,TEMP,413.32  
BFL,42,TEMP,413.88  
BFA,1,TEMP,388.56  
BFA,2,TEMP,389.77  
BFA,3,TEMP,390.98  
BFA,4,TEMP,392.19  
BFA,5,TEMP,393.4  
BFA,6,TEMP,394.61  
BFA,7,TEMP,395.82  
BFA,8,TEMP,397.03  
BFA,9,TEMP,398.24  
BFA,10,TEMP,399.45  
BFA,11,TEMP,400.66  
BFA,12,TEMP,401.87  
BFA,13,TEMP,403.08  
BFA,14,TEMP,404.29  
BFA,15,TEMP,405.5  
BFA,16,TEMP,406.71  
BFA,17,TEMP,407.92  
BFA,18,TEMP,409.13  
BFA,19,TEMP,410.34  
BFA,20,TEMP,411.55  
BFA,21,TEMP,412.76  
BFA,22,TEMP,413.97  
BFA,23,TEMP,415.18  
NLGEOM,on

```
DELTIM
SFGRAD,pres,1,z,0,1.1041666666667
SF,all,pres,26.2043,
/solu
solcontrol
solve
```

## NOMENCLATURA

$\sigma$	Esfuerzo total.
$\sigma_N$	Esfuerzo normal.
$\bar{\sigma}$	Esfuerzo promedio
$J_1, J_2, J_3$	Invariantes de esfuerzos deviatoricos
$I_1, I_2, I_3$	Invariantes de esfuerzos
$\tau$	Esfuerzo de corte o de cizalla
$\epsilon$	Deformación
$u, v, w$	Desplazamientos de la partícula
$\vec{r}$	Vector de posición
$\Gamma$	Deformación de cizalla
$\Psi$	Desplazamiento de cizalla
$C$	Matriz de módulos elásticos
$E$	Módulo de Young
$\nu$	Relación de Poisson.
$\lambda$	Parámetro de Lamé
$G$	Módulo de corte
$K$	Módulo Volumétrico.
$\epsilon_v$	Deformación volumétrica
$\epsilon_p$	Deformación plástica.
$\sigma'$	Esfuerzo efectivo.
$\sigma_h$	Esfuerzo horizontal mínimo.
$\sigma_H$	Esfuerzo horizontal máximo.
$\sigma_v$	Esfuerzo vertical.
$\sigma_1$	Esfuerzo principal máximo.
$\sigma_2$	Esfuerzo principal intermedio.
$\sigma_3$	Esfuerzo principal mínimo.
$S_x, S_y, S_z$	Transformación de los esfuerzos in situ
$S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}$	Transformación de los esfuerzos in situ
$\sigma_\theta$	Esfuerzo tangencial
$\sigma_z$	Esfuerzo axial
$\sigma_r$	Esfuerzo Radial
$\tau_{r\theta}$	Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones $\theta$

$T_{rz}$ :	Esfuerzos de cizalla en el plano r en la dirección direcciones z
$T_{\theta z}$ :	Esfuerzo de cizalla en el plano $\theta$ en dirección z.
$\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$ :	Deformaciones normales en las direcciones r, $\theta$ y z respectivamente
$\gamma_{r\theta}$ :	Deformación de cizalla en el plano r en dirección $\theta$
$\gamma_{rz}$ :	Deformación de cizalla en el plano r en dirección z
$\gamma_{\theta z}$ :	Deformación de cizalla en el plano $\theta$ en dirección z
<b>U<sub>r</sub></b> :	Desplazamiento en la dirección radial.
<b>U<sub><math>\theta</math></sub></b> :	Desplazamiento en la dirección tangencial
<b>U<sub>z</sub></b> :	Desplazamiento en la dirección vertical
$\sigma_{x,y,z}$	Esfuerzos en coordenadas locales
$p_w$	Presión hidrostática ejercida por el lodo.
$\theta$	Posición angular alrededor del pozo medida desde el esfuerzo horizontal máximo.
R	Radio del pozo.
$\varphi_z$	Ángulo de Inclinación del pozo
$\varphi_y$	Azimut del pozo.
$\Theta_r$	Angulo de dirección de los esfuerzos principales.
$r_i, r$	Distancia radial medida hacia la formación
$T_o$	Resistencia de la roca a tensión
$\varphi$	Ángulo de fricción interna.
$C_o$	Cohesión.
$\alpha$ :	Constante de Anand
$\xi$ :	Multiplicador de esfuerzos