

**ESTUDIO SOBRE EL IMPACTO DE LA METODOLOGÍA DEL SEMILLERO
MATEMÁTICO EN EL EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO DEL ESTUDIANTE**

VÍCTOR MICHAEL PÉREZ FERNÁNDEZ

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas**

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2010

**ESTUDIO SOBRE EL IMPACTO DE LA METODOLOGÍA DEL SEMILLERO
MATEMÁTICO EN EL EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO DEL ESTUDIANTE**

Orientador:

MARTÍN EDUARDO ACOSTA GEMPELER

VÍCTOR MICHAEL PÉREZ FERNÁNDEZ

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas**

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2010

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la fuerza necesaria y guiarme en cada etapa del camino.

A Piedad, mi madre, por darme los dos regalos más valiosos en el mundo: la vida y la oportunidad de estudiar.

A Leidy, mi esposa, por su confianza, su apoyo y acompañarme a lo largo de este camino y de la travesía de la vida.

A Víctor y Norma, mis hermanos, por el apoyo brindado en los diferentes momentos de mi formación.

A cada uno de los niños que formaron parte de este estudio, por compartir conmigo su amistad y sus ganas de aprender.

A Nubia Carrillo y al colegio Santa Isabel de Hungría, por creer en mi y por su apoyo constante en esta etapa de mi formación.

A cada uno de mis profesores, quienes contribuyeron en gran parte a mi formación y me inspiraron para seguir sus pasos.

A EDUMAT-UIS, por permitirme hacer parte de esta gran familia y abrirme nuevas perspectivas en mi formación profesional.

Y por supuesto a Cristian, Johanna, Marcela, Angy y a todo el Semillero Matemático, por su acogida, su apoyo incondicional y por ser una gran fuente de inspiración para este proyecto.

Tabla de Contenido

A MODO DE INTRODUCCIÓN.....	1
1. PRIMERAS PALABRAS.....	3
EDUMAT-UIS.....	5
EL SEMILLERO MATEMÁTICO	6
2. EMPODERAMIENTO	10
3. METODOLOGÍA del SEMILLERO MATEMÁTICO y EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO.....	13
4. METODOLOGÍA de la INVESTIGACIÓN.....	34
5. RESULTADOS	40
6. CONCLUSIONES.....	76
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	78
8. ANEXOS	79
EXPERIENCIA en el AULA	79
LOS PROTAGONISTAS.....	137

Listado de tablas

Tabla 1: Niveles de indicadores de Empoderamiento Matemático	36
Tabla 2: Resultados observados en el primer momento	41
Tabla 3: Resumen de los resultados obtenidos en el primer momento	47
Tabla 4: Resultados observados en el segundo momento	50
Tabla 5: Resumen de los resultados obtenidos en el segundo momento	55
Tabla 6: Cuadro comparativo de los resultados obtenidos de los momentos 1 y 2	59
Tabla 7: Resultados observados en el tercer momento	62
Tabla 8: Resumen de los resultados obtenidos en el tercer momento	67
Tabla 9: Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en los momentos 1, 2 y 3.....	72

Listado de Figuras

Figura 1: Ejemplos de talleres del Semillero Matemático basados en juegos	24
Figura 2: Ejemplos de talleres del Semillero Matemático basados en lógica.....	30
Figura 3: Ejercicios de la actividad diagnóstica.....	85
Figura 4: Respuestas de Yuly	91
Figura 5: Respuestas de Nicolás.....	94
Figura 6: Respuestas de Neider	96
Figura 7: Respuestas de Ana María.....	99
Figura 8: Respuestas de Yacna.....	102
Figura 9: Respuestas de Daniela	104
Figura 10: Respuestas de Silvia	107
Figura 11: Primera curiosidad de la actividad intermedia.....	115
Figura 12: Algunas respuestas a la primera curiosidad.....	116
Figura 13: Segunda curiosidad de la actividad intermedia.....	118
Figura 14: Algunas respuestas a la segunda curiosidad	119
Figura 15: Tercera curiosidad de la actividad intermedia.....	120
Figura 16: Algunas respuestas a la tercera curiosidad	121
Figura 17: Última curiosidad de la actividad intermedia.....	122
Figura 18: El nacimiento de los conejos.....	124
Figura 19: Silvia explicándole a Yuly el problema de los conejos.....	128
Figura 20: Respuesta de Yacna al problema de los conejos.....	129
Figura 21: Los balones.....	130
Figura 22: Respuesta a ‘Los balones’.....	132
Figura 23: Viaje en balsa	132
Figura 24: Respuesta de Silvia y Yuly al ‘Viaje en balsa’	133
Figura 25: Cubo de primos	134

RESUMEN

TÍTULO

ESTUDIO SOBRE EL IMPACTO DE LA METODOLOGÍA DEL SEMILLERO MATEMÁTICO EN EL EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO DEL ESTUDIANTE*

AUTOR

VÍCTOR MICHAEL PÉREZ FERNÁNDEZ**

PALABRAS CLAVES

1. Semillero Matemático; 2. Empoderamiento Matemático; 3. Tipos de Empoderamiento; 4. Niveles de Empoderamiento Matemático; 5. Metodología de Semillero.

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO

Este proyecto surge de la experiencia vivida en el Semillero Matemático de la UIS, y del interés por mostrar parte del trabajo que allí se desarrolla. En él se hace explícita la metodología de enseñanza empleada en el Semillero Matemático y basándonos en esta metodología, se muestra un experimento didáctico en donde se analiza el impacto que ésta tiene sobre el empoderamiento matemático de los estudiantes. Para este experimento se seleccionó al azar un grupo de 9 estudiantes y se programó un taller de matemática recreativa empleando esta metodología.

Con este estudio nos dimos cuenta de que hay pocas referencias en cuanto a empoderamiento matemático, y estas se centran únicamente en su aspecto individual. Con este trabajo queremos ir más allá e incluir el aspecto social del empoderamiento, que es precisamente uno de los ejes centrales de la metodología del Semillero. De esta manera surgen una serie de indicadores de tipo individual y social, cada uno dividido en tres niveles, que nos permitieron identificar el nivel de empoderamiento matemático de cada estudiante en tres momentos: el primero en la sesión inicial, el segundo en una de las sesiones intermedias y el tercero en la sesión final.

Teniendo en cuenta las observaciones y los datos recolectados en este experimento didáctico, se hizo un análisis de los resultados obtenidos, evidenciando un cambio en el nivel de empoderamiento matemático de los estudiantes tanto a nivel individual como social. Otro de los aspectos que consideramos importantes de este trabajo es evidenciar –casi de manera obvia- la estrecha relación que hay entre el empoderamiento de tipo individual y el empoderamiento de tipo social, relación que, aunque evidente, no había sido tenida en cuenta en trabajos anteriores.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Dr. Martín Eduardo Acosta Gempeler

SUMMARY

TITLE

STUDY ON THE IMPACT OF MATHEMATICAL SEED'S METHODS IN THE MATHEMATICAL STUDENT EMPOWERMENT*

AUTHOR

VÍCTOR MICHAEL P'ÑEREZ FERNÁNDEZ**

KEY WORDS

1. Mathematical seed; 2. Math Empowerment; 3. Empowerment Types; 4. Math Empowerment levels; Methods of Seed.

DESCRIPTION OR CONTENT

This project stems from the experience in the Mathematical Seed program of the UIS, and the interest for showing the work developed there. It makes explicit the teaching methodology used in this program and, based on it, illustrates an educational experiment that analyzes the impact it has on the mathematical empowerment of students who participate in this course. In order to do this, a group of 9 students were randomly selected and a workshop in recreational mathematics was scheduled using this teaching method.

With this study we realized that there are few references regarding mathematical empowerment, and they focus only on student's individual level. In this project, we go further and include the social aspect of empowerment, which is precisely one of the main axes of the methodology of the Mathematic Seed program. In this way, a number of indicators of individual and social type raises, each divided into three levels, which enabled us to identify the level of mathematical empowerment of each student in three stages: the first in the initial session, the second in one of the intermediate session and the third in the final session.

Taking into account the observations and data collected in this educational experiment, an analysis of the results was made. It showed a change in the level of students' mathematical empowerment both individually and socially. As a conclusion, this work points out –almost in an obvious form – the close relationship between individual and social empowerment, association that, although apparent, had not been taken into account in previous projects.

* Graduation Work.

** Sciences Faculty. Degree in Mathematics. Dr. Martín Eduardo Acosta Gempeler

A MODO DE INTRODUCCIÓN

En este trabajo se relaciona la metodología empleada en el Semillero Matemático de la UIS y un concepto relativamente nuevo en matemáticas: el concepto de Empoderamiento Matemático. Con esta relación se busca mostrar cómo esta metodología contribuye a la forma de ver y de aprender matemáticas en los estudiantes.

En el primer capítulo, *Primeras Palabras*, relato rápidamente algunos aspectos referentes a mi profesión desde una perspectiva muy personal. También hablo sobre el Grupo de Investigación en Educación Matemática EDUMAT – UIS y sobre el subgrupo al cual pertenezco: el Semillero Matemático.

En el capítulo dos, *Empoderamiento Matemático*, menciono el concepto de empoderamiento, el de empoderamiento matemático y planteo las tres preguntas que motivaron, en parte, este estudio.

El tercer capítulo, *Metodología del Semillero Matemático y Empoderamiento Matemático*, se describe detalladamente la metodología empleada en el Semillero Matemático, los aspectos que involucran al profesor y a los estudiantes y se muestran algunos ejemplos de las actividades que se realizan en este curso.

El capítulo cuarto, *metodología de la Investigación*, contiene la forma como se recogieron los datos para este estudio y los indicadores, por niveles, que se tuvieron para realizar el análisis.

En el quinto capítulo, *Resultados*, se muestran los indicadores asignados a cada uno de los niños en los diferentes momentos que se escogieron para realizar el análisis. También se muestran cuadros comparativos de los diferentes momentos, en donde se puede ver el progreso que se va obteniendo en el nivel de empoderamiento de cada niño tanto a nivel individual como a nivel social.

Finalmente, en el último capítulo se muestran las conclusiones de este estudio y se hace una invitación a los lectores para continuar desarrollando investigaciones en torno a este tipo de temáticas.

1. PRIMERAS PALABRAS

Hace algunos años se me dio la gran oportunidad de ingresar a la universidad. Como muchos, sabía que esa oportunidad la tenían muy pocas personas, y ahora yo era una de ellas... y creo que como pocos, sabía desde el principio lo que quería estudiar, y así lo hice...

Puedo decir que durante mi formación tuve muchos altibajos, pero a pesar de esto permanecí firme en mi deseo de continuar adelante. Además, a cada momento conté con personas que no sólo me animaban a continuar, sino que me mostraban una visión diferente de la matemática: la matemática ya no era aquella *niña fea* a quien nadie quería ver, que era aburrida, rígida, complicada y un área de estudio reservada únicamente para los más privilegiados. La matemática era mucho más que eso, y yo no lo sabía... era una forma de pensar, de comprender, de sentir, de saber que todo en el mundo tiene una explicación 'simple' y que si bien mucha de la matemática existente está reservada para las grandes mentes, también existe mucha matemática que puede ponerse al alcance de las personas 'comunes', como todos nosotros... esto lo aprendí con mis profesores mientras descubría que en realidad yo no sabía nada...

Mientras estaba en todo este proceso, aprendí algo de matemáticas, sobre la matemática, sobre la educación, sobre la educación matemática, entre muchas otras cosas que mis profesores y algunos Maestros quisieron enseñarme; pero a pesar de los cursos y de los conocimientos que poco a poco iba adquiriendo en las aulas, comencé a darme cuenta de algo: en cuanto a enseñar, y en especial en

cuanto a enseñar matemática, entre la teoría y la práctica hay todo un mundo de diferencia...

Y es que en teoría, todos aprendemos matemáticas, pues los alumnos cuentan con docentes calificados en la enseñanza de la matemática, que preparan sus clases y diseñan sus actividades de manera que cada uno las pueda comprender y pueda *'apropiarse del conocimiento'* que se le quiere transmitir, y los alumnos tienen todas las capacidades, la intención, el gusto y la disposición por aprender, por *'adquirir los conocimientos'* que se brindarán, de manera que no existe una razón para no aprender matemáticas... Sin embargo, la realidad es algo diferente. Al encontrarnos con nuestros estudiantes, podemos ver que por más que preparemos una clase y aunque exista motivación por parte nuestra, la sola teoría en los conocimientos no nos ayuda del todo al momento de querer enseñar o aprender matemáticas, se hacen necesarios elementos prácticos que nos ayuden al momento de ejercer nuestra práctica pedagógica, y estos elementos, por desgracia, no se suelen encontrar en nuestra formación docente...

Entonces, volviendo a mí, constantemente se venía a mi mente toda la experiencia que había tenido como estudiante y la poca que había conseguido como profesor, y por más que me gustara lo que hacía, sabía que la formación adquirida en las aulas no necesariamente era una garantía de que al momento de ejercer mi profesión las cosas iban a salir como yo esperaba, y aunque también era consciente de que nada me iba a garantizar eso nunca, sentí la necesidad de comenzar a buscar diferentes alternativas para complementar mi formación y adquirir herramientas útiles para el momento de llegar al aula.

En alguno de los primeros cursos de didáctica de nuestro plan de estudios, se nos hizo una invitación para conocer un grupo que hacía parte de la Escuela de Matemáticas, el Grupo de Educación Matemática EDUMAT-UIS que, según nos dijeron, era un grupo que trabajaba la matemática empleando elementos como juegos, software –en ese entonces trabajaban básicamente con la calculadora graficadora TI-92- y otros elementos. Entonces, decidí ser uno de los que aceptaron la invitación y asistí a aquella reunión en la que nos hablaron de los diferentes subgrupos que lo conformaban y del trabajo que cada uno realizaba.

EDUMAT-UIS

El Grupo de Educación Matemática de la UIS es un grupo de investigación y extensión formado por docentes de planta y de cátedra de la Escuela de Matemáticas, docentes de matemáticas externos a la universidad y estudiantes de licenciatura en matemáticas que, entre otras cosas, han dedicado su trabajo a la enseñanza de las matemáticas y a algunas de las diferentes formas como puede ser abordada de manera que para el estudiante ésta sea más comprensible y agradable. Para esto han empleado elementos como calculadoras graficadoras, CBL, CBR, diferentes software, calendarios matemáticos, matemática recreativa y juegos, que les han permitido realizar experiencias en las que han comprobado que elementos como estos contribuyen de manera significativa en el aprendizaje y desarrollo de conceptos matemáticos tanto en los estudiantes como en los profesores que los emplean¹.

¹ Creación de Ambientes Lúdicos en Clase de Matemáticas: Una Mirada Desde la Formación Docente, Ortiz J. 2008.

Este grupo está conformado por 4 subgrupos: Tecnologías, Matemática Recreativa, Semillero Matemático y Olimpiadas Matemáticas. Para efectos de este trabajo hablaré únicamente del Semillero Matemático.

EL SEMILLERO MATEMÁTICO

En el año 2001 EDUMAT – UIS, con el fin de proyectar su trabajo a la comunidad, decidió formar un grupo de estudiantes de básica secundaria, con el propósito de aplicar diferentes aspectos de la matemática recreativa y modelos didácticos creados para mejorar los procesos de pensamiento matemático. Este grupo fue conformado por estudiantes de escasos recursos económicos de 6º, 7º y 8º grado del Instituto Club Unión situado en el barrio San Rafael, sector norte de Bucaramanga. Su objetivo principal fue potenciar el pensamiento matemático en los estudiantes a través de la matemática recreativa, el uso de material didáctico y las nuevas tecnologías.

En el 2002 EDUMAT - UIS, basándose en el trabajo anterior, consolida y presenta el proyecto Semillero Matemático y lo pone a disposición de la comunidad en general, donde propone un espacio para que niños y jóvenes logren desarrollar pensamiento matemático, con estrategias didácticas y llamativas para promover el gusto por trabajar la matemática.

Teniendo en cuenta que la enseñanza de las matemáticas no es una labor sencilla y que constantemente surgen cambios en la forma de enseñar, aprender y evaluar en matemáticas, buscando un mejor desempeño de los estudiantes. El Semillero Matemático propone entre sus objetivos principales el *crear espacios de trabajo que permitan al estudiante explorar y profundizar diferentes situaciones problema*

con el fin de mejorar su aptitud frente a la matemática, así como fortalecer y afianzar sus conocimientos matemáticos. Esto lo hace mediante la creación de actividades que involucran principalmente juegos, y en donde se enfrenta al estudiante a situaciones problema en las que debe relacionar y aplicar sus conocimientos matemáticos para poder solucionarlas.

Todo este trabajo ha sido realizado teniendo en cuenta que se le debe mostrar al estudiante no sólo la función algorítmica de algunos métodos de solución, sino también la belleza de la matemática. Por esto, durante las actividades se involucran situaciones que puedan despertar un interés particular en cada uno de los estudiantes.

Es importante resaltar, que existen experiencias similares, en otras universidades colombianas. Por ejemplo, desde 1998, en la Universidad de Antioquia, funciona el Club Amigos de las Matemáticas CLAMA, conformado por profesores y estudiantes de matemáticas cuyo objetivo es crear al interior de los colegios grupos de interés académico en el área de matemáticas utilizando el enfoque de resolución de problemas. Actualmente la Universidad de Medellín cuenta con un Semillero de Álgebra y Trigonometría que está orientado a estudiantes con falencias académicas en estas áreas. En la universidad del valle está el Grupo de Educación Matemática y Nuevas Tecnologías Informáticas EM&NTI, formado por estudiantes y profesores de pregrado y postgrado del instituto de educación y pedagogía de la Universidad del Valle, cuyo objetivo es estudiar la incorporación de nuevas tecnologías informáticas en el currículo y procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Sin embargo, pensamos que nuestra propuesta de Semillero Matemático se diferencia por su metodología y objetivos.

El tipo de metodología que plantea el Semillero permite la participación, la exploración, la creación de estrategias de solución para un problema y la argumentación de estas estrategias por parte de todos los estudiantes.

Entonces, en esta metodología el alumno no es un sujeto pasivo al que se le entregan una serie de procedimientos para solucionar ciertas situaciones planteadas. Por el contrario, el alumno debe explorar cada situación valiéndose de sus conocimientos para poder interpretar cada una de ellas y llegar a una solución adecuada. Por su parte, el profesor deja de dar todas las respuestas al alumno, y lo guía con diferentes preguntas para que sea él mismo quien las pueda responder mediante la lectura y el análisis de cada situación, le brinda orientación en sus procedimientos ayudándole a ganar confianza en sí mismo para complementar, verificar y argumentar sus ideas.

En todo este proceso el alumno y el profesor mantienen una constante interacción basada en preguntas que llevan al alumno al descubrimiento de elementos lógicos y conceptos matemáticos relacionados con cada situación. Además, poco a poco el docente lleva al alumno a ampliar esa interacción con sus mismos compañeros, de tal manera que dejan de acudir a él siempre que tienen dudas y comienzan a ser ellos mismos quienes despejan las dudas de los demás, evalúan sus procedimientos y los cuestionan o argumentan empleando las herramientas lógicas y matemáticas que han adquirido durante sus exploraciones y sus interacciones.

Este proceso de interacción (profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-grupo) se convierte en una de las partes más importantes de todo el proceso que los alumnos desarrollan, pues es aquí en donde ellos demuestran si han comprendido realmente el trabajo realizado; de ser así, estarán en capacidad de emplear con propiedad las herramientas lógico-matemáticas utilizadas, de tal manera que al

expresarse puedan ser entendidos por los demás. Por otra parte, si se cometen errores en el proceso de argumentación de las soluciones, mediante la misma interacción, sus compañeros podrán realizar correcciones, basados igualmente en las herramientas lógico-matemáticas que se han empleado; lo mismo debería suceder en caso de que en algún momento no se esté de acuerdo con tal o cual solución o método de solución, pues en cada caso se deberá exponer, defender o refutar cada posición, basados, como siempre, en herramientas matemáticas ya sean lógicas, o algorítmicas.

Este proceso en el que el alumno adquiere la seguridad y la confianza necesarias para explorar situaciones problema, proponer y examinar soluciones, comunicar a otros alumnos y al grupo en general sus propuestas, y defender o refutar una posición frente a la solución de un problema, es un proceso de apropiación, en el que él hace que las matemáticas se conviertan en parte de sí mismo y las emplea con propiedad; para referirnos a este proceso utilizaremos el término de Empoderamiento Matemático.

2. EMPODERAMIENTO

La filosofía del empoderamiento tiene su origen en el enfoque de la educación popular desarrollada a partir del trabajo en los años 60 de Paulo Freire, estando ambas muy ligadas a los denominados enfoques participativos, presentes en el campo del desarrollo desde los años 70. Parafraseando a Moser, en un nivel más general, el empoderamiento intenta identificar el poder menos en términos de dominación sobre otros y más en términos de la capacidad para aumentar su independencia y su fortaleza interna (Moser, 1991).

En las últimas décadas, el término *empoderamiento* ha venido siendo utilizado ampliamente en sectores sociales, políticos y en ONG, entre otros; sin embargo, resulta ser un término complejo que no es sencillo de definir. Autores como Van Eyken, Friedmann, Rowlands y Crain y Mayo han estudiado ampliamente este concepto y han coincidido en la noción de '*poder*', su uso y su distribución como eje central para entender cualquier tipo de transformación social.

De una manera más general, el *empoderamiento* hace referencia a la obtención de poder, pero no en términos de dominación sobre otros, sino en términos de la capacidad de aumentar la independencia y la fortaleza de cada individuo respecto los demás. En este sentido, el empoderamiento abarca distintos aspectos en el desarrollo de una persona: el aspecto social, el aspecto político, el aspecto intelectual, etc.

En cuanto a la matemática, el *Empoderamiento Matemático* hace referencia a la adquisición, desarrollo y potenciación de destrezas, conceptos y estructuras

conceptuales de la matemática y las estrategias generales de resolución de problemas (Bell *et al.* 1983)². Es así como los alumnos están en capacidad de resolver diferentes tipos de problemas, interpretando los elementos que aparecen inmersos en ellos, empleando aquellos que necesitan para llegar a una respuesta adecuada, descartando los que no son necesarios y aplicando adecuadamente los algoritmos que se requieren para dar solución a una situación.

En todo este proceso de empoderamiento se hace necesario que el alumno no sólo ejercite la parte algorítmica y los métodos de solución de problemas. Es importante, además, que adquiera y desarrolle habilidades en la lectura, escritura e interpretación del lenguaje matemático, así como una buena fluidez oral y escrita. Estas habilidades son necesarias en el momento de presentar una solución o una situación problemática, de manera que ésta sea clara, precisa y que pueda ser comprendida por quienes la reciben. Además de esto, también forman parte esencial de todo este proceso las discusiones que puedan presentarse frente a las distintas opiniones, formas de solución de una situación y la posición que cada uno asuma frente a ella, ya sea para defenderla o para refutarla, siempre con argumentos lógicos o matemáticos claros.

Ahora, teniendo en cuenta lo descrito sobre Empoderamiento Matemático, vemos que la metodología del Semillero Matemático que se describió en el capítulo anterior apunta precisamente hacia esta idea; entonces, teniendo en cuenta esto, pueden generarse interrogantes como:

² Ernest, P. (S.F.) Empowerment in Mathematics Education, University of Exeter. United Kingdom.

- ¿Todas las personas que experimentan una metodología como la del Semillero Matemático llegan a los mismos resultados?, es decir,
- ¿El aplicar la metodología del Semillero Matemático contribuye con el empoderamiento matemático de los alumnos? Y si es así,
- ¿Cómo poder identificar si hay o no Empoderamiento Matemático por parte de los alumnos?

No existen estudios sobre el proceso de desarrollo del Empoderamiento Matemático. Las referencias encontradas hacen únicamente una caracterización del empoderamiento matemático, y únicamente desde el punto de vista individual-intelectual. Por otra parte, existen trabajos sobre grupos de resolución de problemas en matemáticas, pero que no consideran el empoderamiento matemático.

Nuestro trabajo es pionero en este sentido, pues busca ampliar la definición de empoderamiento matemático a los aspectos sociales, intenta describir el nivel de empoderamiento de los alumnos, y mostrar cómo la metodología de Semillero tiene una incidencia en este proceso.

3. METODOLOGÍA del SEMILLERO MATEMÁTICO y EMPODERAMIENTO MATEMÁTICO

La metodología implementada en el Semillero Matemático no es una metodología magistral, y se adapta al ritmo de trabajo y al nivel de conocimiento de cada grupo de estudiantes teniendo en cuenta aspectos como su nivel de escolaridad, edad, etc.

Este tipo de metodología requiere que el docente prepare y diseñe actividades que permitan la participación, la exploración, y la creación de estrategias de solución por parte de todos los estudiantes. Estas actividades pueden clasificarse en dos tipos: juegos y situaciones problema.

Una de las primeras cosas que debe hacer el docente antes de comenzar con el curso es escoger una temática que servirá como guía para el desarrollo de todas las actividades. Esta temática depende enteramente del criterio del profesor y en torno a ella pueden desarrollarse los dos tipos de actividades mencionadas anteriormente.

Una vez escogida la temática a seguir, el docente continúa con la elaboración de un cronograma de actividades que desarrollará durante un semestre. Dentro de este cronograma se incluyen talleres, juegos, una carrera de observación y un concurso.

La carrera de observación y el concurso son actividades en las que se integran todos los grupos. En la primera, los estudiantes compiten entre sí en circuitos previamente establecidos (dentro de la universidad), buscando una serie de problemas escondidos y solucionándolos aplicando los conocimientos matemáticos adquiridos dentro y fuera del curso. En el segundo, el concurso, también se integran los estudiantes de los diferentes grupos y se busca que, además de resolver problemas, realicen actividades lúdicas en las que no sólo se diviertan sino que ejerciten habilidades como la concentración, la coordinación, el trabajo en equipo, etc.

Los talleres basados en *juegos* hacen referencia a actividades con materiales concretos, materiales que el estudiante puede manipular y en los cuales se explora la matemática inmersa en ellos.

En el momento en que un docente comienza a planear un taller basado en algún juego en particular, tiene como primera tarea realizar una exploración de este juego, de las reglas que lo rigen, es decir, debe conocer las acciones lícitas que pueden hacerse para llegar a la solución final del juego; debe conocer y tener claro cuál es el objetivo final del juego (armar una figura, ordenar una serie de objetos, etc.). Es necesario que el docente se asegure de que estos dos aspectos sean lo suficientemente claros para que el estudiante logre juzgar por sí mismo *si va bien ó si va mal* en cualquier momento del juego e incluso *si ganó*.

Una vez conocidas las reglas del juego, el docente se da a la tarea de realizar diferentes tipos de exploraciones con objetivos específicos:

1. Encontrar diferentes formas para lograr el objetivo final del juego.
2. Encontrar los posibles errores que puedan cometerse mientras se desarrolla el juego.

3. Verificar que las reglas dadas para el juego sean claras y suficientes para lograr el objetivo final.

Una vez que el docente desarrolla esta tarea, inicia una nueva exploración, esta vez más profunda, en la que comienza a interactuar con el juego haciéndose diferentes preguntas que le permitan identificar elementos y características matemáticas que puedan ser estudiadas por los estudiantes y descubiertas por ellos mismos de manera inductiva. Teniendo en cuenta esto, la temática inicialmente escogida por el docente resulta una guía muy importante para el descubrimiento de los aspectos matemáticos inmersos en los juegos.

Ya identificadas y exploradas aquellas características matemáticas escondidas en el juego, el docente procede con el diseño del taller (actividad escrita). En cada taller el docente hace explícitas las reglas del juego (acciones lícitas que permiten lograr el objetivo del juego), el objetivo del juego, e incluso puede hacerse una descripción del juego como material concreto. Para este diseño, el docente debe tener en cuenta qué es lo que quiere lograr con la actividad y cómo va a hacer para que los estudiantes logren ese objetivo, objetivo que gira en torno a la temática escogida inicialmente.

Teniendo en cuenta esto, la actividad diseñada contiene una serie de pequeños retos que acercan al estudiante al objetivo final (el propuesto por el docente). Además de estos retos, los talleres incluyen una serie de preguntas que llevan al estudiante a explorar el juego en dirección, nuevamente, al objetivo final. Por último, el taller pide al estudiante realizar escritos sobre los descubrimientos hechos, una explicación sobre los métodos personales empleados para solucionar cada reto propuesto y una justificación de las respuestas dadas durante el desarrollo de la actividad; en otras palabras, se pide al estudiante dejar un

registro claro sobre el desarrollo de toda la actividad, incluyendo los conceptos utilizados o los descubrimientos hechos.

En la aplicación del taller, el docente tiene en cuenta diferentes fases que le permiten orientar la actividad diseñada.

En primer lugar, la presentación del material, que puede incluir su descripción física, sus reglas y el objetivo final e incluso su historia. En esta primera fase de la actividad se da la posibilidad al estudiante de familiarizarse con el material, jugar de forma libre y realizar exploraciones voluntarias.

Luego se hace entrega de la actividad principal: el taller elaborado que dará paso a lo planeado por el docente. Ahora cada estudiante se encuentra con su propio material de trabajo³ y comienza a desarrollar la actividad propuesta. En este momento el docente se encuentra en una etapa de observación, donde se fija en la forma que tiene cada estudiante o grupo de estudiantes para desarrollar la actividad, los aspectos que tienen en cuenta para enfrentarse a los retos propuestos y la forma como dan las explicaciones a las preguntas planteadas. En este momento, el docente no interviene en la actividad, a menos que algún estudiante lo solicite.

Una vez que el docente ha identificado la forma como se desenvuelven los estudiantes en el desarrollo de la actividad, comienza a interactuar con ellos a través de una serie de preguntas que los orienta bien sea en el descubrimiento de las características matemáticas que quiere encontrar, o en la profundización de aquellas encontradas por ellos mismos y el descubrimiento de otras nuevas. Con

³ Aunque cada estudiante cuenta con su propio material para desarrollar la actividad, esta no necesariamente debe hacerse en forma individual, pues suelen diseñarse de tal forma que puedan desarrollarse de manera individual o grupal.

esta interacción el docente busca que el estudiante recurra a sus conocimientos y los relacione con la actividad realizando conexiones lógicas entre ellos a través de su propio lenguaje y del lenguaje matemático. Por otra parte, esta interacción busca, de ser necesario, que el estudiante se de cuenta de sus errores por si mismo y logre salir de ellos empleando diferentes argumentos lógicos.

Con la parte escrita se espera que el estudiante muestre, desarrolle y fortalezca su coordinación y coherencia entre el desarrollo del taller, su forma de pensar durante ese desarrollo y la forma como la expresa de manera escrita antes de pasar a la etapa final: su argumentación.

Finalmente, una vez que el taller se ha completado, se presenta la socialización de las diferentes estrategias de solución empleadas por cada estudiante. Esta socialización busca que el estudiante fortalezca su capacidad argumentativa al dar a conocer sus propias estrategias de forma clara, de manera que sea fácilmente entendible por sus compañeros, que escuche, sea capaz de comparar de manera objetiva su solución con las demás y logre escoger aquella que le resulte más sencilla y práctica para llegar a la solución deseada.

Es importante mencionar que las estrategias empleadas para la solución final del juego deben presentar una estructura matemática, que esa estructura se va formando durante el desarrollo de la actividad, mediante los retos propuestos, las preguntas planteadas y la interacción con el docente y los compañeros y que la argumentación dada en la defensa de cada estrategia debe ser clara y coherente con todo el trabajo desarrollado durante el taller.

Por último, los estudiantes realizan un escrito final que contiene las conclusiones más importantes de la actividad junto con los conceptos empleados en su desarrollo y los descubrimientos realizados.

Al diseñar la actividad el docente busca situaciones en las que los estudiantes puedan emplear diferentes elementos lógico-matemáticos que le permitan elaborar una estrategia adecuada para llegar a la solución de las situaciones planteadas. En esta búsqueda de actividades, al igual que en las actividades basadas en juegos, el docente realiza las exploraciones necesarias para llegar a la solución por medio de diferentes caminos, caminos que pueden utilizar los estudiantes al momento de enfrentarse a cada situación.

De igual manera, el docente explora en cada situación que plantea, los posibles errores que puedan presentarse al momento de leerla, analizarla y tratar de encontrar una solución adecuada, de manera que al momento de aplicarla pueda identificar con mayor facilidad a los estudiantes que comenten estos errores y logre orientarlos, en el momento adecuado y de ser necesario, en la forma de poder corregirlos.

Finalmente debe verificar que cada situación que se plantea esté escrita de manera clara y en un lenguaje que sea entendible por los estudiantes.

Al momento de emplear una actividad de este tipo, el docente generalmente comienza con una charla a modo de introducción a la actividad, de manera que los estudiantes puedan disponerse para el trabajo que se planea. Luego la actividad escrita es entregada y el docente cumple la misma labor que en la actividad mencionada anteriormente, la actividad con juegos, observando, escuchando, indagando e interviniendo sólo cuando lo considera necesario o cuando alguien lo solicita. El estudiante a su vez se encarga de la exploración, indagación y de proponer formas o estrategias de solución para llegar a una respuesta adecuada para dar respuesta a la(s) pregunta(s) planteadas en cada

situación. Finalmente también se realiza una socialización o exposición de las soluciones y las diferentes formas como se llegó a ellas, teniendo en cuenta no sólo las decisiones acertadas que se tomaron sino los errores que se cometieron, por qué se cometieron y la forma como se solucionaron.

Para las actividades en las que se emplean software se sigue básicamente el mismo procedimiento y la misma metodología, sin embargo, para efectos de este estudio, este tipo de actividades no serán tenidas en cuenta, por lo que no se profundizará en su descripción.

Algunos ejemplos de talleres realizados en el Semillero Matemático

Ejemplo de Taller Basado en Juegos

La temática en torno a la cual gira el trabajo del docente en este momento es *Los números a mi alrededor*. Con esta temática quiere mostrar que la matemática está presente en todo lo que nos rodea, y pretende desarrollar sus actividades buscando ejemplos y situaciones en las que se puedan explorar aspectos numéricos. Para una de sus actividades escoge el juego de *la Torre de Hanoi*.

Exploración: Este juego consta de una base con tres pilares y una serie de discos de diferentes tamaños (por lo general son siete, pero esta cantidad puede variar) organizados de mayor a menor en uno de los pilares. El objetivo de este juego es pasar toda la torre de discos de un pilar a otro siguiendo tres reglas sencillas: (1) Sólo puede moverse un disco a la vez, (2) No puede suceder que un disco quede encima de otro más pequeño, y (3) la torre de discos debe pasarse en el menor número de movimientos posible. Para el desarrollo de esta actividad se cuenta con torres de siete discos.

Teniendo en cuenta la temática escogida inicialmente, se plantea como objetivo de la actividad *encontrar el patrón numérico al que responde la solución del juego teniendo en cuenta la cantidad de discos empleados: pasar la torre de un pilar a otro en el menor número de movimientos*. En otras palabras, deberá responderse la pregunta *¿cuál es la menor cantidad de movimientos que se necesitan para pasar una torre de n discos de un pilar a otro?*

Para lograr este objetivo, el docente comienza a *jugar*, identifica y aprovecha las características particulares del juego y las relaciona para generar una estrategia que le permita acercarse a la solución del juego. Algunas de las características que pueden aprovecharse son las características físicas del juego: en los juegos con los que se cuenta se presentan los discos en dos colores alternados, lo que hace más fácil diferenciar los discos '*pares*' e '*impares*' según su posición inicial. Esto ayuda a identificar algo muy importante: todos los discos impares repetirán exactamente el mismo movimiento del primer disco, mientras que los discos pares repetirán el movimiento del segundo disco; es decir, los discos de un color se moverán en un sentido y los del otro color, en sentido contrario. Darse cuenta de esta característica ayuda a que la estrategia ganadora surja, prácticamente, de manera natural. Considerando que esta característica es 'fácil' de visualizar y lleva de forma segura a lograr el objetivo final, el docente procede a buscar una forma de inducir a los estudiantes a ella; para esto, puede plantearse el problema inicial con una torre de pocos discos e ir aumentando la cantidad a medida que se alcanza el objetivo de cambiar la torre de pilar.

Durante el juego, pueden cometerse diferentes equivocaciones. por ejemplo, puede suceder que uno de los discos '*se devuelva*' al menos un paso, lo que hace que la cantidad de movimientos requeridos para armar el juego aumente; en este sentido, resulta muy útil el comenzar con pocos discos, pues de esa manera el estudiante podrá tener una mejor apreciación de la forma como cada torre se va formando, teniendo la posibilidad de corregir las fallas con torres pequeñas, analizar el comportamiento de los discos, ver la coincidencia de los movimientos a medida que las torres crecen y finalmente, confirmar el patrón de movimiento que se genera con esta estrategia y que permitirá, finalmente, alcanzar el objetivo final.

Dentro de su exploración, el docente se da cuenta de otra cosa: el primer movimiento que se haga determinará la posición final de la torre; esto también

puede ayudar a visualizar las características de los movimientos necesarios para armar la torre final. Entonces comienzan a surgir preguntas como ¿Con n discos, en dónde quedará la torre si hago el primer movimiento a la derecha? ¿Qué sucederá con $n+1$ discos? ¿Y con $n+2$? Si la torre inicial está en el centro y se quiere pasar al extremo derecho ¿Hacia dónde se debe hacer el primer movimiento? Si se tiene una torre de n discos ¿Cómo es posible llevar un control de si se va bien o mal en la solución del juego? ¿Qué debería hacerse si se descubre la clave pero en algún momento del juego se comete un error? ¿Cómo se responden estas preguntas si la cantidad de discos es par o impar? ¿Qué pasaría si en lugar de tener un jugador, dos de ellos estuvieran compitiendo con un solo juego? ¿Qué podría hacer cada uno para ganar?

Como resultado de estas exploraciones, se obtiene el siguiente material para desarrollar con el grupo de estudiantes:

Figura 1: Ejemplos de talleres del Semillero Matemático basados en juegos



Universidad
Industrial de
Santander

FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SEMILLERO MATEMÁTICO



SEMILLERO
MATEMÁTICO
EDUMAT

Nombre _____ Fecha _____

MONJES, DISCOS Y EL FIN DEL MUNDO

LA MISIÓN DE LOS MONJES

Según una antigua leyenda, en una ciudad vetusta los monjes de un templo sagrado debían mover una pila de 64 discos de un altar a otro. Sin embargo, los discos eran frágiles, por lo que solamente era posible mover un disco a la vez, y no se podía colocar un disco más grande sobre uno más pequeño. Además, sólo se contaba con un tercer altar en el templo (además los dos iniciales) lo suficientemente sagrado para meter una pila de discos.

Con la ayuda de este tercer altar los monjes comenzaron su labor siempre manteniendo las pilas con los discos más grandes hacia abajo, y los más pequeños hacia arriba.

Sin embargo, dice la leyenda, que antes de que los monjes logren colocar el último disco y rehacer la pila nueva en el nuevo lugar, el templo se convertirá en polvo y el mundo se terminará.

¿Crees que puede ser verdad esta leyenda?

Para dar respuesta al último interrogante, debes encontrar el tiempo que necesitan los monjes para llevar a cabo la misión que se les encomendó. Para esto puedes ayudarte de un juego llamado *la torre de Hanoi*, que se asemeja a la misma labor encargada a los monjes; un dato adicional que puedes emplear es el siguiente: los monjes tienen la capacidad de mover un disco por segundo. Recuerda, además, que aunque existen muchas formas de mover los discos, lo que se busca es el mínimo número de movimientos posibles. Al final deberás idear una forma para dar solución al problema con los 64 discos.

Las Condiciones

El juego con el cual trabajarás consta de una base de madera con tres soportes verticales y siete discos de diferentes tamaños y colores, ubicados de manera ordenada en uno de los soportes.

El juego consiste en lo siguiente: al igual que los monjes, debes pasar todos los discos desde uno de los soportes de la torre hasta otro. Los discos deben quedar en el mismo orden inicial. Para ello existen las mismas condiciones que tenían (o tienen) los monjes:

- ☺ En cada movimiento sólo se puede trasladar un disco.
- ☺ No se puede poner un disco sobre otro de menor tamaño que él.
- ☺ *La Torre de Hanoi* con la cual trabajaremos fue creada por los matemáticos franceses Eduardo Lucas y De Parville en 1894.

Nombre _____ Fecha _____

Para Comenzar

- ☺ Las siguientes actividades nos ayudarán a familiarizarnos con las reglas del juego y así poder resolver nuestra pregunta inicial.

En Parejas



1. Pongan un número de discos ordenados en uno de los soportes de la torre. Pueden empezar con tres discos y cada vez aumentar su número.
2. Luego por turnos, cada uno debe mover un disco con el fin de pasarlos todos a otro soporte.
3. Se considera ganador quien ponga el último disco (que es el más pequeño) en el otro extremo (la última ficha movida No puede devolverse).

Pasar al Centro

1. Intenta pasar los discos de un extremo al centro. En este juego tomaremos el centro y los extremos de la torre como se muestra en la figura.
2. Empieza con 1 disco, luego con 2, luego con 3, y cuenta, cuántas jugadas realizas para lograr pasar los discos.
3. Intenta varias veces cada cantidad de discos y asegúrate de hacerlo en el menor número de jugadas posibles.
4. Apunta el número de jugadas que realizas en cada paso para pasar los discos.



No. discos	1	2	3	4	5	6	7
No. Jugadas							

Del Centro a los Extremos

1. Intenta pasar los discos del centro a uno de los extremos.
2. Empieza con 1 disco, luego con 2, luego con 3, y cuenta cuántas jugadas realizas para lograr pasar los discos.
3. Intenta varias veces con cada cantidad de discos y asegúrate de hacerlo en el menor número de pasos posibles.
4. Apunta el número de jugadas que realizas en cada caso para pasar los discos.



Nombre _____ Fecha _____

No. discos	1	2	3	4	5	6	7
No. Jugadas							

Tienes argumentos suficientes para responder la pregunta del cuento, ¿cuál sería esta respuesta?

Descubre la Clave

Para encontrar el mínimo número de jugadas, es necesario descubrir en cual soporte debe ubicarse el primer disco puesto que se puede llevar al centro o al otro extremo de la torre.

Realiza el movimiento de los discos en el menor número de jugadas y apunta en la tabla en donde pones el primer disco que mueves. Coloca una C o una E para indicar si colocaste el primer disco en el centro o el extremo.

No. Discos	1	2	3	4	5	6	7
No. Jugadas							
Comienzo							
Primer Disco							
Termina							

Observa los resultados de la tabla y propón alguna estrategia de juego.

Pero esto no termina aquí. Convierte cada uno de los números que representa la cantidad de movimientos en base dos. Ubícalos en el siguiente cuadro. Explica lo que sucede.

No. Discos	1	2	3	4	5	6	7
No. Jugadas							
Rep. Binaria							

Llegando al final

Observa los datos colocados en el cuadro anterior e intenta predecir la cantidad de movimientos o jugadas mínimas para 8 discos.

Escribe los razonamientos realizados.

Si llamamos *sucesión* a la progresión formada por la cantidad mínima de movimientos utilizados para cambiar los discos de una torre a otra y $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ cada uno de estos movimientos, encuentra una fórmula que represente el enésimo término de la sucesión.



Nombre _____ Fecha _____

Si ya pudiste encontrar el término a_n , puedes predecir los movimientos necesarios para cambiar cualquier cantidad de discos, en especial los 64 discos de los cuales habla la leyenda inicial. Ahora, como podrás recordar, los monjes gastaban un segundo en realizar un movimiento; entonces podrías decir la cantidad de segundos que necesitarías para mover los 64 discos de una torre a otra. ¿Cuántos son?

Semillero Matemático



Ejemplos de Actividades de Lógica

A continuación se presentan algunos ejemplos de situaciones problema tenidas en cuenta para el desarrollo de algunos talleres. Los dos primeros ejemplos que se presentan se toman como problemas de tipo lógico, en donde se siguen secuencias e instrucciones para llegar a responder lo planteado en cada uno de ellos; los ejemplos 3 y 4 son tomados como problemas de tipo operativo, pues en ellos además de seguir una serie de instrucciones, se requiere en algún momento del uso de algunas operaciones para llegar a la solución deseada. Los problemas considerados de tipo argumentativo son presentados en los ejemplos 5 y 6, en donde no es necesario realizar ningún tipo de operación, ni seguir ninguna instrucción específica, sólo responder una pregunta y dar los argumentos necesarios y suficientes –en el primero matemático y en el segundo lógico- para establecer la validez de su respuesta.

Figura 2: Ejemplos de talleres del Semillero Matemático basados en lógica



FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
SEMILLERO MATEMÁTICO



Nombre _____ Fecha _____

LÓGICA

Las matemáticas son como un simple castillo de cristal, donde adentro se ve todo pero afuera no se ve nada.
Norma Banicevich.

La lógica es el estudio de los métodos y principios utilizados para distinguir el buen razonamiento del malo. Con el estudio de la lógica se persigue llegar a ser preciso y cuidadoso. La lógica puede ayudarnos a aprender una forma de razonar que es exacta y a la vez muy útil.

La distinción entre el razonamiento correcto y el incorrecto es el problema central que debe tratar la lógica. Los métodos y las técnicas del lógico han sido desarrollados esencialmente con el propósito de aclarar esta distinción.

En la Matemática Recreativa, muchos de los juegos y acertijos que empleamos han sido ideados para ejercitar el pensamiento lógico de quienes se enfrentan a ellos. De esta manera, cada vez que resolvemos un acertijo ó armamos un juego matemático, estamos haciendo diferentes tipos de razonamientos respecto a él, y de esa manera estamos ejercitando nuestro pensamiento lógico.

Algunos de los ejercicios que nos ayudan a ejercitar nuestro razonamiento lógico se pueden presentar de las siguientes formas:

Actividad 1

1. Observa la cuidadosamente la siguiente secuencia y completa las casillas que hacen falta. Realiza una descripción completa de los aspectos que tuviste en cuenta para dar solución a este ejercicio. Observa que cada casilla debe tener 5 figuras.



--	--	--

17 19 23

Nombre _____ Fecha _____

2. Cinco personajes tuvieron la fortuna de abandonar su vida en la ciudad para irse a vivir al paraíso. Ahora cada uno de ellos vive en una pequeña isla en el océano Atlántico. Con la ayuda de las siguientes pistas podrás descubrir en cuál isla disfruta de la vida cada uno de ellos.

1. La isla A está ubicada al noroeste de donde habita Carlos.
2. La isla donde habita Andrés está ubicada al noroeste de la isla E.
3. Las islas del sur las habitan Jorge e Iván.
4. La isla D está al sureste de la isla E y allí no habita Jorge.
5. La isla donde habita Juan está al noreste de la isla B.
6. El personaje que habita en la isla C descansa todas las tardes en su hamaca.



3. A Arnulfo le encanta observar la naturaleza, por eso en este día se ha dedicado a la vida silvestre del parque de su barrio. Ayúdale a descubrir cuántos pájaros hay en cada uno de los árboles que tiene enfrente.



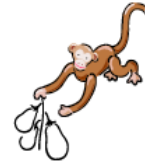
Nombre _____ Fecha _____

Pistas:

- En total hay 35 pájaros.
- En cada árbol hay por lo menos 3 pájaros.
- En cada árbol hay un número diferente de pájaros.
- En los dos primeros árboles de la izquierda, el total de pájaros es menor que 8.
- El primer árbol de la izquierda no tiene el menor número de pájaros.
- En el árbol del centro hay tantos pájaros como en los árboles ubicados a la izquierda de él.
- El árbol más pequeño contiene el doble de pájaros que el árbol más grande.

4. LOS MANGOS DE LA INDIA

Tres hombres que tenían un mico compraron un montón de mangos. Durante la noche uno de los hombres se dirigió al montón de mangos mientras los otros dormían y observando que sobraba un mango si dividía la cantidad de mangos del montón en tres, le tiró el mango sobrante al mico y se llevó la tercera parte de los mangos. Luego se fue a dormir.



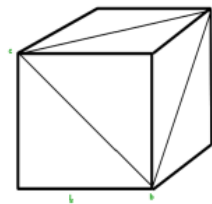
Más tarde se despertó otro de los hombres y fue al montón de mangos. También observó que si dividía la cantidad de mangos del montón en tres, sobraba uno entonces le tiró el mango sobrante al mico y se llevó la tercera parte de los mangos.

Más tarde se despertó también el tercer hombre y observó lo mismo sobre la cantidad de mangos del montón. Entonces le tiró uno al mico y se llevó la tercera parte de los mangos.

A la mañana siguiente se levantaron y fueron al montón. Otra vez observaron que había un mango de más. Entonces se lo tiraron al mico y se repartieron en partes iguales el resto.

¿Cuál es el menor número de mangos con los que se puede lograr esta repartición?

5. Clasifica el triángulo ABC, explicando el por qué de esa clasificación.



6. La Salvación del Preso

En un país donde la ejecución de un condenado a muerte solamente puede hacerse mediante la horca o la silla eléctrica, se da la situación siguiente, que permite a un cierto condenado librarse de ser ejecutado. Llega el momento de la ejecución y los verdugos le piden que hable, y le manifiestan: “si dices una verdad, te mataremos en la horca, y si mientes te mataremos en la silla eléctrica”. El preso hace entonces una afirmación que deja a los verdugos tan perplejos



Nombre _____ Fecha _____

que no pueden, sin contradecirse, matar al preso ni en la horca, ni en la silla eléctrica. ¿Qué crees que pudo decir el preso?

Semillero Matemático UIS



4. METODOLOGÍA de la INVESTIGACIÓN

Con el fin de responder las preguntas planteadas en el capítulo 2, decidimos realizar un experimento didáctico que consistió en aplicar la metodología de Semillero Matemático descrita en el capítulo 2 a un grupo de estudiantes, y analizar los comportamientos de los mismos, tratando de medir el grado de Empoderamiento Matemático que presentaban.

Para desarrollar esta experiencia, se programó un taller llamado *Matemática Recreativa y Solución de Problemas*, taller que se desarrolló empleando la misma metodología del Semillero Matemático y para el cual se seleccionaron 9 estudiantes del Colegio Santa Isabel de Hungría del municipio de Floridablanca. De estos estudiantes, 8 pertenecían al grado 5º y fueron escogidos al azar, y 1, de 4º grado, fue invitada a participar del taller, que tuvo una intensidad de 2 horas diarias en horario extra clase de 2:00 a 4:00 de la tarde durante dos semanas (8 días hábiles). Durante este tiempo se desarrollaron ocho actividades.

En el transcurso de las actividades se observó y filmó el comportamiento de los estudiantes y las formas como daban solución –o trataban de dar solución- a las diferentes situaciones.

Por otra parte, se elaboraron indicadores comportamentales del Empoderamiento Matemático, organizados en tres niveles y de dos tipos: individual y social. Estos indicadores sirvieron para analizar los datos recogidos durante la experiencia con el fin de determinar la incidencia de la metodología de Semillero en el desarrollo del Empoderamiento Matemático. Para realizar este análisis, seleccionamos tres

momentos de la experiencia: inicial (actividad 1), intermedio (actividad 4) y final (actividad 8).

.

Descripción de los indicadores

Los indicadores de tipo individual se centran en la forma como el estudiante aborda, se enfrenta y soluciona una situación determinada, haciendo uso de herramientas conceptuales, algorítmicas y de lectura, mientras que los indicadores de tipo social hacen referencia a las habilidades de argumentación, discusión y exposición de las diferentes ideas que surgen para llegar a una determinada solución de un problema.

Tabla 1: Niveles de indicadores de Empoderamiento Matemático

	Indicadores Individuales	Indicadores Sociales
Nivel 1	<ol style="list-style-type: none"> 1. No resuelve las situaciones problema que se le plantean. 2. Emplea únicamente el método de ensayo y error para solucionar las diferentes situaciones planteadas. 3. No organiza los datos presentados para poder dar solución a las situaciones propuestas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No soluciona ninguna actividad a menos que el profesor le diga lo que tiene que hacer. 2. No realiza preguntas sobre las situaciones que no entiende, ni a sus compañeros ni al profesor. 3. No Comparte con sus compañeros las respuestas encontradas ni los métodos de solución que emplea en cada situación. 4. No muestra interés por las actividades o por los juegos propuestos para cada actividad. 5. No participa de las actividades y se dedica a copiar las respuestas de sus compañeros. 6. No propone formas para solucionar alguna situación problemática. 7. No acepta las sugerencias de sus compañeros o el profesor cuando comete algún error. 8. No participa en las discusiones que genera el grupo respeto a las diferentes respuestas o

		formas de solución planteadas.
--	--	--------------------------------

	Indicadores Individuales	Indicadores Sociales
Nivel 2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Organiza los datos presentados en una situación pero no emplea esta organización para dar solución a ésta. 2. Identifica posibles errores lógicos o de procedimiento en la solución de un problema pero no los corrige. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Realiza preguntas sobre las situaciones que no entiende, pero no comparte sus respuestas con el grupo. 2. Propone diferentes formas para solucionar alguna situación planteada, pero no la presenta frente al grupo. 3. Muestra interés en las diferentes actividades, pero

	<p>3. Realiza análisis necesarios para dar solución a diferentes situaciones, pero no es capaz de decidir por si mismo si la solución es correcta o no.</p>	<p>no se involucra con los demás compañeros para poder solucionarlas.</p> <p>4. Propone diferentes alternativas para dar solución a una situación determinada, pero no acepta las críticas de sus compañeros.</p> <p>5. Comprende las situaciones planteadas, pero no es capaz de explicárselas a sus compañeros.</p>
--	---	---

	Indicadores Individuales	Indicadores Sociales
Nivel 3	<p>1. Relaciona los diferentes elementos de un problema con conceptos matemáticos adquiridos y los emplea para dar solución a éste.</p> <p>2. Tiene claros los conceptos y procedimientos empleados en la solución de un problema y es capaz de exponerla a sus compañeros.</p>	<p>1. Expone ante el grupo la solución a las situaciones planteadas.</p> <p>2. Al momento de exponer es coherente con el trabajo realizado, las ideas propuestas y con la exposición ante el grupo.</p> <p>3. Escucha las opiniones de sus compañeros aunque sea diferentes a las suyas.</p>

	3. Es capaz de decidir por si mismo si una respuesta es correcta o no basado en su propio juicio y razonamientos.	4. Realiza aportes a sus compañeros para completar una respuesta o cuando ellos se equivocan.
--	---	---

5. RESULTADOS

En este capítulo presentamos el análisis de los resultados obtenidos por los niños durante los diferentes encuentros con base en los datos recogidos y los indicadores definidos. Presentamos tablas donde se explicita por cada alumno el análisis de los datos que conduce a la asignación de indicadores, tablas resumen de los indicadores por alumno y por nivel de cada momento, y tablas comparativas de los niveles de los diferentes momentos.

Primer Momento

Este primer momento tuvo dos partes: una en donde los niños podían jugar con diferentes materiales y otra en donde debían trabajar sobre una actividad escrita. A este primer encuentro sólo asistieron 7 de los niños escogidos; en esta primera actividad se mostraron muy tímidos, a pesar de pertenecer al mismo colegio y al mismo grado (la mayoría), se vio poca participación y falta de atención en el seguimiento de instrucciones. Los resultados observados se presentan a continuación.

Tabla 2: Resultados observados en el primer momento

<u>Ana María</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Pocas exploraciones con los juegos –sólo estuvo con el logicubo- y tiene las mismas respuestas que dos de sus compañeras, Silvia y Daniela, en la actividad escrita.	1 – (1)	
Sólo movía algunas piezas al azar para armar el logicubo y en la actividad escrita, escribía y borraba sus números y sus ideas.	1 – (2)	
No tuvo en cuenta ningún tipo de organización de datos para encontrar las respuestas requeridas en las situaciones.	1 – (3)	
Aunque se mostró muy tímida durante la actividad, hizo pequeños aportes en su trabajo en equipo al armar el cubo.	2 – (2)	
Su actitud frente al desarrollo de las actividades fue muy pasiva, no tomó la iniciativa para solucionar ningún juego.		1 – (1)
No propone ningún tipo de estrategia de solución para la actividad escrita y copió el trabajo de Daniela.		1 – (5, 6)
No generó ni participó en discusiones del grupo.		1 – (8)

<u>Silvia</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Exploró más juegos pero no los resolvió todos, de hecho sólo completó un par de figuras con las retahílas.	1 – (1)	
En los juegos sólo intercambiaba fichas sin generar ningún tipo de estrategia y no mostró ningún tipo de organización en los datos de las situaciones presentadas.	1 – (2, 3)	
Se rindió muy fácilmente con los primeros juegos que cogió, no los terminó, y sólo comenzó a trabajar cuando me acerqué a ella.		1 – (1)
Sólo realizó preguntas cuando comenzaba a hablar con ella, no tuvo la iniciativa para preguntar.		1 – (2)
Se mostró muy tímida y no hizo aportes a sus compañeros.		1 – (3)
Aunque se unió al trabajo de Daniela y Ana María, no realizó ningún aporte a él y tampoco generó o participó en discusiones.		1 – (6, 8)
Fue la primera en mostrar interés por la actividad y tuvo la iniciativa de comenzar a mirar los juegos.		2 – (3)

<u>Neider</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Empleó sólo el método de ensayo y error para solucionar tanto los juegos como las situaciones de la actividad escrita.	1 – (2)	
Aunque se mostró muy curioso, exploró los diferentes juegos y compartió con sus compañeros, no generó estrategias ni organizó datos.	1 – (3)	
Aunque se daba cuenta de que cometía errores mientras jugaba con Nicolás y al tratar de solucionar la actividad escrita, los repetía varias veces antes de poder corregirlos.	2 – (2)	
Sólo estuvo con Nicolás y no discutieron en cuanto a los juegos que tenían.		1 – (8)
Mostró entender las diferentes situaciones y los juegos y probó diferentes formas para encontrar las soluciones, aunque no se las mostró a los demás.		2 – (2, 5)

<u>Nicolás</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Sólo exploró dos de los juegos y no empleó ningún tipo de estrategia ni organización de los datos en la actividad escrita, donde sólo solucionó dos puntos, sin embargo se notó su esfuerzo por solucionar la mayor cantidad de	1 – (1, 3)	

problemas.		
No realizó ninguna actividad antes de que yo interviniera y compartió únicamente con uno de sus compañeros, Neider.		1 – (1, 3)
No tiene la iniciativa para proponer alguna forma de solución sino que se deja llevar por su compañero.		1 – (6)
No genera ni participa en ninguna discusión.		1 – (8)

<u>Yuly</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Sólo experimentaba con posibles respuestas en las diferentes situaciones de la actividad escrita sin emplear más que el método de ensayo y error.	1 – (2)	
No empleó ningún tipo de organización para llegar a las respuestas requeridas en cada situación.	1 – (3)	
No realizó ningún tipo de pregunta en ningún momento.		1 – (2)
Permanece solitaria y comparte con sus compañeros lo poco que hace durante esta actividad, ni en los juegos ni en la parte escrita		1 – (3)
Aunque estuvo concentrada en la actividad escrita, no mostró interés por la actividad en general y su actitud siempre fue indiferente hacia los demás.		1 – (4)
Dado que no interactuó con los demás, no participó en ninguna discusión, lo que no le permitió proponer ninguna		1 - (6, 8)

forma para solucionar las situaciones escritas ni los juegos.		
---	--	--

<u>Yacna</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Durante el desarrollo de toda la actividad permanece sola, sin interactuar con los demás -esto pudo deberse a la diferencia de edades y de cursos-.		1 – (8)
Al momento de realizar las actividades organizó los datos que se le presentaban para poder llegar a una respuesta adecuada.	2 – (1)	
Mostró un buen análisis de las situaciones, probando diferentes estrategias de solución para llegar a una respuesta adecuada.	2 – (3)	
Mostró tanto creatividad como buena comprensión al momento de buscar y dar sus respuestas.		2 – (2, 5)
Durante todo el tiempo se mostró entusiasmada y a gusto con la actividad.		2 – (3)

<u>Daniela</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Sólo respondió dos de los puntos de la prueba escrita y realizó muy pocas exploraciones en los juegos.	1 – (1)	
En el trabajo observado sólo empleó el método de ensayo y error y no empleó ningún tipo de organización de los datos presentados para dar solución a las diferentes situaciones.	1 – (2, 3)	
Aunque aportaba las ideas para solucionar las diferentes situaciones en su grupo de trabajo, estas ideas sólo son eran aceptadas y no se generaban discusiones en torno a ellas.		1 – (8)
Se muestra insegura al momento de validar si sus respuestas son correctas o no.	2 – (3)	
Aportó diferentes ideas para dar solución a las diferentes situaciones planteadas.		2 – (2)
Mostró interés en la actividad pero estuvo en un grupo muy cerrado, sólo con dos compañeras		2 – (3)

A continuación se presenta un resumen de lo descrito hasta el momento:

Tabla 3: Resumen de los resultados obtenidos en el primer momento

Niveles de EM Detectados en los Niños (Primer Momento: Actividad Diagnóstica)			
Nombre del Niño	Indicadores Presentes		
		Individuales	Sociales
	Nivel	Indicador	Indicador
Ana María	1	1 / 2 / 3	1 / 5 / 6 / 8
	2	2	
	3		
Silvia	1	1 / 2 / 3	1 / 2 / 3 / 6 / 8
	2		3
	3		
Neider	1	2 / 3	8
	2	2	2 / 5
	3		
Nicolás	1	1 / 3	1 / 3 / 6 / 8
	2		
	3		
Yuly	1	2 / 3	2 / 3 / 4 / 6 / 8
	2		
	3		
Yacna	1		8
	2	1 / 3	2 / 3 / 5
	3		
Daniela	1	1 / 2 / 3	8
	2	2 / 3	2 / 3
	3		

Indicadores Individuales

Resulta evidente que en la mayoría de los niños predomina el nivel 1 de empoderamiento. Por ejemplo, 5 de los 7 niños presenten los indicadores 1 y 2 que se refieren al hecho de que no resuelven las actividades, ya sean escritas o con juegos, y aunque varios de ellos presentaron resultados en la actividad escrita, en la observación se vio que hicieron copia a una de sus compañeras, además sus exploraciones fueron muy pocas; también emplean el ensayo y error como método principal para solucionar los problemas, es decir, no buscan ningún tipo de estrategia que les facilite el trabajo propuesto.

Igualmente, 6 de los 7 niños que estuvieron en esta actividad presentan el indicador número 3, una clara falta de organización de los datos que dificulta aún más el poder identificar o crear estrategias de solución.

Pese a lo anterior, resulta interesante notar que 3 de los niños que presentan indicadores de nivel 1 también presentan indicadores de nivel 2, que hablan sobre el análisis y la organización de datos, lo que contrasta con el hecho de no realizar las actividades mostrando que sí pueden tener una buena interpretación de ellas. Una situación particular se refleja en Yacna, quien no presentó ningún indicador de nivel 1, pero sí mostró un buen análisis e interpretación tanto en el objetivo de los juegos como en la actividad escrita, quedando clasificada en 2.

Indicadores Sociales

No es de sorprender que el indicador 6, que se refiere a no proponer estrategias, se presente en 4 de los 7 niños, pues era de esperarse mirando los indicadores individuales; lo que de alguna manera puede sorprender es que se presenten los indicadores 1 y 3 en 3 de los niños, es decir, no sólo no realizan las actividades sino que además tampoco comparten con sus compañeros, algo que no es muy común en los niños del mismo colegio. Entonces, si al hecho de la falta de organización y la falta de generar una estrategia para solucionar una situación se le agrega lo anterior no resulta sorprendente que en todos se repita el indicador 8, que habla precisamente de la falta de participación y discusiones para la solución de situaciones.

En resumen, en los niños participantes se presenta un nivel muy bajo de empoderamiento matemático, reflejado en una actitud pasiva y tímida que no sólo no permite que se desarrollen procesos lógicos y la búsqueda de estrategias de solución para diferentes problemas, sino que impide el enriquecimiento que se obtiene al interactuar con otros y compartir las diferentes ideas.

Segundo Momento

Este segundo momento se desarrolla en el 4º encuentro con los niños. En este segundo momento y en el tercero aparecerán dos niños más que no pudieron estar en la actividad inicial pero que asistieron desde el segundo encuentro, ellos

son Lizeth y Dayán. Miremos los resultados de los niños hasta este momento. Ahora la mayoría de los niños se muestran más activos, aunque algunos todavía evidencian dificultades.

Tabla 4: Resultados observados en el segundo momento

<u>Ana María</u>		Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada		Individ.	Sociales
Hizo aportes a su grupo y realizó preguntas, aunque todavía le costaba trabajo hablar frente al grupo general y se muestra inseguras al momento de mostrar sus respuestas.		1 – (2)	2 – (2)
Mostró más dinamismo en las actividades y comenzó a involucrarse más en ellas haciendo preguntas y dando algunos aportes.			2 – (1, 3)
Compartió con Yuly y le ayudó a entender las situaciones que no entendía.			3 – (4)

<u>Silvia</u>		Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada		Individ.	Sociales
Aunque comenzó a dar aportes al grupo, aún continúa ensayando diferentes respuestas y no genera una estrategia de solución para las situaciones.		1 – (2)	
Comenzó a hacer aportes a su pequeño grupo y mostró competitividad al momento de trabajar sola.		2 – (2)	

Compartió con sus compañeros la solución de uno de los ejercicios en el tablero, aunque no dio las explicaciones necesarias.		2 – (2, 5)
--	--	------------

<u>Neider</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Aún se mostraba inseguro porque no siempre era capaz de corregir sus errores y necesitaba que le confirmara que sus respuestas eran correctas.	2 – (1, 2)	
Trataba de buscar las respuestas más rápido que los demás y no permitía que la vieran hasta el final.		2 – (1, 2)
Aún se le dificulta hacerse entender por parte de sus compañeros.		2 – (5)
Se mostró competitivo y relacionó diferentes conocimientos para solucionar las situaciones.		3 – (1)

<u>Nicolás</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Hacía preguntas a sus compañeros o a mí y comenzó a hacer aportes a su grupo de trabajo, pero se le dificulta generar algún tipo de estrategia.	1 – (2)	
Aunque logra identificar sus errores, se le dificulta corregirlos.	2 – (2)	

Aunque aporta y compite con sus compañeros, no es capaz de dirigirse al grupo y darse a entender por parte de ellos.		2 – (2, 5)
--	--	------------

<u>Yuly</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Aún muestra dificultad en la generación de una estrategia que le ayude a solucionar las diferentes situaciones.	1 – (2)	
Se disgustaba, botaba las guías, el lápiz y cuanto tuviera a la mano cada vez que se equivocaba o cuando se le hacía alguna corrección, entonces se apartaba y continuaba trabajando sola.		1 – (7)
Únicamente interactuaba con sus compañeros cuando estos se acercaban voluntariamente para ayudarle con sus dificultades.		1 – (8)
Después de hacer correcciones a su trabajo, buscaba cumplir con éste y probaba diferentes opciones diferentes para llegar a la(s) respuesta(s) indicada(s).		2 – (4)

<u>Yacna</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Siempre mostró un gran interés por todas las actividades, sus trabajos los hacía generalmente sola, únicamente se encontraba con los demás cuando tenía alguna pregunta o		2 – (3)

cuando ellos le preguntaban.		
No sólo comparte los resultados con sus compañeros sino que los explica y se hace entender por el grupo.		3 – (1)
Durante el desarrollo de las actividades mostró una buena capacidad para entender las situaciones y relacionaba sus diferentes conocimientos para darles solución.	3 – (1)	
Fue convincente con sus compañeros al momento de explicar sus resultados.	3 – (2)	

<u>Daniela</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Finalmente logró pasar al tablero y exponer uno de los ejercicios y además todos lo entendieron. (en el II 3 porque aún muestra inseguridad para decidir si su respuesta es correcta o no, necesita mi validación para aceptarla)	2 – (1, 3)	
Comenzó a expresarse frente al grupo y siempre ha estado ayudando a sus compañeros.		3 – (1, 4)

<u>Lizeth</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Nunca daba una respuesta inmediata a las preguntas o a los problemas planteados, le dedicaba el tiempo necesario a cada situación pero presentaba dudas al momento de	2 – (3)	2 – (2)

validar sus propias respuestas.		
Aunque realizó un buen trabajo, sólo interactuaba con sus compañeros cuando ellos le hacían alguna pregunta.		2 – (3)
Aplicó sus diferentes conocimientos para poder solucionar las distintas situaciones y fue capaz de explicárselas a sus compañeros cuando estos le preguntaban.	3 – (1, 2)	
Escuchó a sus compañeros y tomó sus opiniones para complementar sus respuestas.		3 – (3)

<u>Dayán</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Siempre trabajó en grupo, nunca realizó preguntas y sólo aceptaba las opiniones de los demás. (Si le pedía que trabajara sólo, no realizaba las actividades).		1 – (2, 4, 5)
Dada su actitud pasiva, y el hecho de que sólo aceptaba las opiniones de los demás, no participaba de las discusiones o los aportes del grupo.		1 – (6, 8)

A continuación se presenta un resumen de lo descrito en este segundo momento:

Tabla 5: Resumen de los resultados obtenidos en el segundo momento

Niveles de EM Detectados en los Niños (Segundo Momento)			
Nombre del Niño	Indicadores Presentes		
		Individuales	Sociales
	Nivel	Indicador	Indicador
Ana María	1	2	
	2	2	1 / 2 / 3
	3		4
Silvia	1	2	
	2	2	2 / 5
	3		
Neider	1		
	2	1 / 2	1 / 2 / 5
	3	1	
Nicolás	1	2	
	2	2	2 / 5
	3		
Yuly	1	2	7 / 8
	2		4
	3		
Yacna	1		
	2		3
	3	1 / 2	1

Niveles de EM Detectados en los Niños (Continuación Segundo Momento)			
Nombre del Niño	Indicadores Presentes		
		Individuales	Sociales
	Nivel	Indicador	Indicador
Daniela	1		
	2	1 / 3	
	3		1 / 4
Lizeth	1		
	2	3	2 / 3
	3	1 / 2	3
Dayán	1		2 / 4 / 5 / 6 / 8
	2		
	3		

Análisis de resultados momento dos:

Indicadores individuales

En este segundo momento puede evidenciarse que la cantidad de indicadores individuales disminuyó en comparación al momento anterior; a pesar de que ahora se cuenta con dos niños que no estuvieron en la actividad inicial, aparece un total de 17 indicadores (14 si no se tienen en cuenta los de los niños que no estuvieron en la actividad inicial), mientras que en el momento inicial aparecía un total de 20; lo que resulta interesante de esto es que aparece 4 veces el

indicador 2 de nivel 1, lo que hace ver que 4 de los niños aún emplean el método de ensayo y error como herramienta principal para solucionar las situaciones.

Por otra parte, el que aparezcan indicadores de nivel 2 y nivel 3 hace ver un avance en la forma como los niños comienzan a interpretar y solucionar los problemas, lo que se traduce en un avance en su nivel de empoderamiento, pues los indicadores del nivel 2 hacen referencia precisamente al análisis, la organización de datos y la identificación de errores, algo que comienza a presentarse en los niños; además la presencia de indicadores de nivel 3 en 3 de los niños comienza a mostrar una habilidad no sólo para comprender y analizar las situaciones, sino también para tomar decisiones sobre sus propios análisis, lo que muestra en estos niños un nivel de empoderamiento mayor (en este momento) que el de sus compañeros.

Indicadores sociales

En este segundo momento me resulta particularmente llamativo que después de predominar el nivel 1 de empoderamiento matemático con un total de 20 indicadores en el primer momento, presentándose este nivel en todos los niños, ahora sólo se presenta un total de 7 indicadores de este nivel en dos niños. Uno de estos niños es Dayán, quien no estuvo en la primera actividad pero si en las demás. Algo importante es que en estos niños se repite el indicador 8, que hace referencia a la no vinculación al grupo en discusiones sobre diferentes respuestas, esto podría deberse a que los niños no tienen los elementos matemáticos suficientes para eso, o no se sienten a gusto con las actividades propuestas.

Por el contrario, los demás integrantes del grupo, quienes no presentaron ningún indicador de nivel 1 presentaron 14 indicadores de nivel 2, y el indicador 2 aparece 5 veces, lo que hace ver que aunque los niños aún se muestran tímidos para hablar frente al grupo, comienzan a proponer en sus diferentes equipos de trabajo diferentes ideas o formas para la solución de un problema; esto significa que los niños están dejando de ser pasivos en el proceso de buscar la solución de un problema, actividad que a su vez implica un mayor nivel de empoderamiento en comparación con el primer momento, pues ahora desaparece el indicador 8 del nivel 1 lo que lleva a pensar que los niños están siendo más críticos y no están simplemente aceptando las opiniones de los demás.

Un aspecto que era de esperarse es que Yacna y Daniela (e incluso Lizeth) presentaran indicadores de nivel 3, pues desde la actividad inicial presentaron indicadores mayores. Además tanto ellas como Ana María mostraron una mayor disposición para ayudar a sus compañeros en las diferentes actividades (esto puede verse en la descripción de las actividades del anexo 1), esto se evidencia con el indicador 4, que efectivamente habla sobre esta ayuda en el proceso de empoderamiento matemático.

En resumen, en este momento los niños mostraron en general un avance importante en el desarrollo de las actividades, lo que se refleja en un mayor número de indicadores de los niveles 2 y 3 y una disminución significativa tanto de los indicadores del nivel 1 como de la cantidad de niños que los presentaban. Este cambio de niveles implica que se ha alcanzado un mejor manejo de las herramientas matemáticas para solucionar problemas y para comunicarse mediante ideas y elementos matemáticos con los demás.

Tabla 6: Cuadro comparativo de los resultados obtenidos de los momentos 1 y 2

Cuadro comparativo momentos 1 y 2				
Nombre	Indicadores Individuales		Indicadores Sociales	
	Momento Uno	Momento Dos	Momento Uno	Momento Dos
Ana María	1 – (1, 2, 3) 2 – (2)	1 – (2) 2 – (2)	1 – (1, 5, 6, 8)	2 – (1, 2, 3) 3 – (4)
Silvia	1 - (1, 2, 3)	1 – (2) 2 – (2)	1 – (1, 2, 3, 6, 8) 2 – (3)	2 – (2, 5)
Neider	1 – (2, 3) 2 – (2)	2 – (1, 2) 3 – (1)	1 – (8) 2 – (2, 5)	2 – (1, 2, 5)
Nicolás	1 – (1, 3)	1 – (2) 2 – (2)	1 – (1, 3, 6, 8)	2 – (2, 5)
Yuly	1 – (2, 3)	1 – (2)	1 – (2, 3, 4, 6, 8)	1 – (7, 8) 2 – (4)
Yacna	2 – (1, 3)	3 – (1, 2)	1 – (8) 2 – (2, 3, 5)	2 – (3) 3 – (1)
Daniela	1 – (1, 2, 3) 2 – (2, 3)	2 – (1, 3)	1 – (8) 2 - (2, 3)	3 – (1, 4)
Lizeth		2 – (3) 3 – (1, 2)		2 – (2, 3) 3 – (3)
Dayán				1 – (2, 4, 5, 6, 8)

Análisis de resultados cuadro comparativo entre los momentos uno y dos:

Niños como Ana María, Silvia, Nicolás y Yuly aunque en los dos momentos presentan indicadores individuales de primer nivel, se evidencia una mejoría en el hecho de que del primero al segundo momento, la cantidad de indicadores individuales en este nivel disminuye, y si se tiene en cuenta que este nivel habla sobre no resolver las situaciones, no organizar datos y el uso casi exclusivo del método de ensayo y error, el hecho de reducir la cantidad de indicadores evidencia una mejora en su trabajo a nivel individual, cosa que va estrechamente ligada a los indicadores de tipo social, de los cuales el nivel 1 de empoderamiento está presente y predomina en todos ellos en el primer momento, y desaparece en el segundo momento apareciendo en todos indicadores de empoderamiento de niveles 2 y 3, lo que evidencia un claro avance en sus procesos de comunicación, y que a su vez pudo ser un factor clave para el fortalecimiento de sus niveles individuales de empoderamiento.

Uno de los aspectos más importantes es la desaparición del indicador individual 8 de nivel 1 en 7 de los 9 niños, lo que muestra que dejan de lado la no-participación en las discusiones que tienen que ver con la solución de las diferentes situaciones, lo que a su vez implica que comienzan a participar de una toma de decisiones para validar tanto los métodos de solución como la respuesta final que se propone; este cambio de ser pasivos a convertirse en parte de la construcción de la solución de los problemas confirma un cambio positivo en sus niveles de empoderamiento, ya que para generar sus aportes y participar en las decisiones (y discusiones que se presenten) deben tener claros los conceptos y elementos a utilizar y adquirir la confianza suficiente en si mismos para lograr hacer esa participación.

De forma general puede decirse que en el trascurso de un momento a otro empleando la metodología escogida, se presenta un progreso en los niveles de empoderamiento matemático tanto individuales como sociales al menos en la mayoría de los niños que participaron de las actividades.

Tercer Momento

Este tercer momento tiene lugar en el último encuentro con los niños (el número 8), ahora los niños en general se muestran más activos y prefieren verificar las respuestas dadas por los demás que simplemente aceptarlas. También desaparece casi por completo el nivel 1 de Empoderamiento en este tercer momento.

Tabla 7: Resultados observados en el tercer momento

<u>Ana María:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Hacía preguntas a sus compañeros cuando se le presentaban dudas.		3 - (4)
Comenzó a leer con más atención los problemas y realizó aportes a su grupo para poder solucionarlos.	2 – (3) 3 – (1)	

<u>Silvia:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Hacía preguntas cada vez que tiene dudas y comienza a interactuar más con sus compañeros.		3 – (4)
Tuvo en cuenta diferentes datos de las situaciones para	2 – (3)	

poder dar solución a estas, sin embargo continuó presentando dudas al momento de decidir si sus respuestas eran correctas o no.	3 – (1)	
Tuvo la iniciativa de explicarle a una compañera un problema que inicialmente ella tampoco entendía, logrando que su compañera lo entendiera.	3 – (2)	

<u>Neider:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Se tomó más tiempo para comprobar sus respuestas y se mostró más seguro con ellas.	3 – (2, 3)	
Escuchó más a sus compañeros y tuvo más en cuenta sus opiniones, generando discusiones al respecto.		3 – (3, 4)

<u>Nicolás:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Aunque contribuyó con diferentes ideas para la solución de los problemas, aún se le dificulta tomar decisiones por si mismo.	2 – (3)	
Se mostró muy tímido y no logró expresarse ante todo el grupo, pese a sus aportes en la solución de las situaciones.		2 – (2, 5) 3 – (3)

<u>Yuly:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Aunque mostró una mejoría en su nivel de atención y comprensión de las situaciones, se le dificultó bastante hacerse entender por sus compañeros.	2 – (2)	2 – (5)
Escuchó a sus compañeros y disminuyó su nivel de agresividad frente a todos.		3 – (3)

<u>Yacna:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Durante el desarrollo de las actividades mostró una buena capacidad para entender las situaciones y relacionaba sus diferentes conocimientos para darles solución.	3 – (1)	
Fue convincente con sus compañeros al momento de explicar sus resultados.	3 – (2)	
Mostró mayor seguridad y comenzó a verificar por si misma la validez de sus respuestas.	3 – (3)	
Expuso fácilmente sus ideas ante el grupo y se dio a entender por parte de ellos.		3 – (1, 2)
Escuchó las ideas de sus compañeros y las empleó para comprender las situaciones y proponer soluciones a ellas.		3 – (3)
Siempre se mostró dispuesta a contribuir con ideas o explicaciones para sus compañeros.		3 – (4)

<u>Daniela:</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Fue coherente con sus ideas y participó en discusiones en torno a la solución de diferentes situaciones.	3 – (1, 2)	
Comenzó a decidir por si misma sobre la validez o no de sus respuestas.	3 – (3)	
Escuchaba a sus compañeros y corregía los posibles errores que pudiera cometer.		3 – (3)
Siempre se mostró dispuesta a contribuir con ideas o explicaciones para sus compañeros.		3 – (4)

<u>Lizeth</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Fue coherente con sus ideas y participó en discusiones en torno a al solución de diferentes situaciones.	3 – (1, 2)	
Mostró mayor seguridad respecto a sus ideas y procedimientos y esto le ayudó a decidir sobre la validez de sus procedimientos y respuestas.	3 – (3)	
No mostró timidez y fue muy expresiva con sus ideas frente al grupo, además participó en discusiones sobre la solución de diferentes situaciones.		3 (1, 3, 4)

<u>Dayán</u>	Indicador Asignado (Nivel – (Indicador))	
Conducta Observada	Individ.	Sociales
Continuó presentando una actitud pasiva sobre las actividades, únicamente trabajaba en grupo.		1 – (6,8)
Aunque eventualmente realizaba algunas preguntas, no realizaba aportes al grupo en general.		2 – (1)

Tabla 8: Resumen de los resultados obtenidos en el tercer momento

Niveles de EM Detectados en los Niños (Tercer Momento)			
Nombre del Niño	Indicadores Presentes		
		Individuales	Sociales
	Nivel	Indicador	Indicador
Ana María	1		
	2	3	
	3	1	4
Silvia	1		
	2	3	
	3	1 / 2	4
Neider	1		
	2		
	3	2 / 3	3 / 4
Nicolás	1		
	2	3	2 / 5
	3		3
Yuly	1		
	2	2	5
	3		3
Yacna	1		
	2		

	3	1 / 2 / 3	1 / 2 / 3 / 4
Niveles de EM Detectados en los Niños (Continuación Tercer Momento)			
Nombre del Niño	Indicadores Presentes		
		Individuales	Sociales
	Nivel	Indicador	Indicador
Daniela	1		
	2		
	3	1 / 2 / 3	3 / 4
Lizeth	1		
	2		
	3	1 / 2 / 3	1 / 3 / 4
Dayán	1		6 / 8
	2		1
	3		

Análisis de resultados momento tres:

Indicadores Individuales

En este tercer momento resulta evidente el avance de la mayoría de los niños en su interpretación de las situaciones y en la forma como trabajaron. Dejaron de emplear por completo el ensayo y error, herramienta que en un principio era indispensable para solucionar cualquier problema, terminaron trabajando en todas

las actividades, y aunque no siempre las solucionaban, nunca se dieron por vencidos, esto resulta evidente con la total ausencia de indicadores de nivel 1; además, el hecho de que 6 de los niños presentaran indicadores de nivel 3 hace evidente que se tuvo claridad en los conceptos –ya fueran lógicos o matemático dependiendo de la situación- que debieron emplear para dar solución a los diferentes problemas, pues es esta claridad a la que hace referencia el nivel 3, además de adquirir poco a poco la habilidad de decidir por si mismos la validez o no de sus propias respuestas (situación que se evidencia en la asignación del indicador 3 y que fue asignado a 4 de los niños), que era una de las principales situaciones que se había visto en el transcurso de los encuentros.

Sin embargo, pese al avance la mayoría, no todos lograron llegar al nivel 3; quienes quedaron en el nivel 2 de empoderamiento lograron mostrar una mejoría en la comprensión de las situaciones, aunque persistió la inseguridad en ellos mismos (puede verse esto en la asignación de los indicadores 2 y 3 del nivel 2), cosa que a pesar de los trabajos en grupo y la libertad que se les daba para expresarse, no fue posible quitar.

Indicadores Sociales

Sólo una de las niñas, Yacna, logró el objetivo mayor: completar el nivel 3 de empoderamiento matemático; esto no quiere decir que su trabajo sea excelente, pero si implica que al momento de encontrarse frente a un problema, es capaz de relacionar sus diferentes conocimientos y escoger aquel que le sirva de una manera más efectiva para llegar a una solución determinada, además aprendió a escuchar y tomar las sugerencias de sus compañeros para corregir sus errores, y logró hacerse entender por sus compañeros al momento de explicar sus ideas ya

fuera en un pequeño grupo de trabajo ó frente a todo el grupo en general. Todo esto se evidencia en la asignación de todos los indicadores de nivel 3 y en la descripción de las actividades del anexo 1.

Lo anterior no implica que los demás niños no hayan tenido logros en este proceso. Todos, excepto Dayán, lograron obtener algún indicador de nivel 3 de empoderamiento; los indicadores que más se presentaron fueron los indicadores 3 y 4, que se presentaron 6 veces cada uno, y hacen referencia a los aportes que cada uno le hacía a sus compañeros y al hecho de escuchar cuando otros hacían esos aportes para mejorar y complementar sus respuestas. Consideramos importante mencionar, nuevamente, en este momento que los aportes que se hacían en las diferentes situaciones no eran aceptados inmediatamente por los niños, a medida que pasaba el tiempo fueron dándose cuenta de que debían verificar cada una de las ideas, incluso las que eventualmente yo les daba, para estar seguros de sus respuestas; de manera que con cada aporte se hacía una breve discusión, lo que se evidenció en el último encuentro y que a su vez llevo a la asignación de estos indicadores.

En resumen, al finalizar esta serie de actividades pudo evidenciarse un cambio, positivo, en todos los niños participantes, aunque en algunos niños estos cambios fueron mayores. Sin embargo, no fue la mayoría quien alcanzó el nivel máximo de empoderamiento, aunque tampoco fue la mayoría quien quedó en el primer nivel, pero si se dio una evidencia de que el aspecto social, visto como la interacción entre los diferentes miembros del grupo, resultó ser algo muy importante y positivo en el proceso de empoderamiento matemático de los niños, pues esta interacción acompañada por el respeto por las diferentes opiniones, les brindó mayor seguridad en sus ideas, algo que puede verse en el hecho de que los dos tipos de indicadores de empoderamiento, tanto el individual como el social, avanzaron casi

de la mano, es decir, en ninguno de los niños se presentó que avanzara en un tipo de indicador mientras que no lo hacía en el otro, y menos que en algún momento retrocediera en nivel.

Tabla 9: Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en los momentos 1, 2 y 3

Cuadro comparativo momentos 1, 2 y 3						
Nombre	Indicadores Individuales			Indicadores Sociales		
	M. Uno	M. Dos	M. Tres	M. Uno	M. Dos	M. Tres
Ana María	1 – (1, 2, 3) 2 – (2)	1 – (2) 2 – (2)	2 – (3) 3 – (1)	1 – (1, 5, 6, 8)	2 – (1, 2, 3) 3 – (4)	3 – (4)
Silvia	1 - (1, 2, 3)	1 – (2) 2 – (2)	2 – (3) 3 – (1, 2)	1 – (1, 2, 3, 6, 8) 2 – (3)	2 – (2, 5)	3 – (4)
Neider	1 – (2, 3) 2 – (2)	2 – (1, 2) 3 – (1)	3 – (2, 3)	1 – (8) 2 – (2, 5)	2 – (1, 2, 5)	3 – (3, 4)
Nicolás	1 – (1, 3)	1 – (2) 2 – (2)	2 – (3)	1 – (1, 3, 6, 8)	2 – (2, 5)	2 – (2, 5) 3 – (3)
Yuly	1 – (2, 3)	1 – (2)	2 – (2)	1 – (2, 3, 4, 6, 8)	1 – (7, 8) 2 – (4)	2 – (5) 3 – (3)
Yacna	2 – (1, 3)	3 – (1, 2)	3 – (1, 2, 3)	1 – (8) 2 – (2, 3, 5)	2 – (3) 3 – (1)	3 – (1, 2, 3, 4)
Daniela	1 – (1, 2, 3) 2 – (2, 3)	2 – (1, 3)	3 – (1, 2, 3)	1 – (8) 2 - (2, 3)	3 – (1, 4)	3 – (3, 4)
Lizeth		2 – (3) 3 – (1, 2)	3 – (1, 2, 3)		2 – (2, 3) 3 – (3)	3 – (1, 3, 4)

Dayán					1 – (2, 4, 5, 6, 8)	1 – (6, 8) 2 – (1)
-------	--	--	--	--	---------------------	-----------------------

Análisis de resultados cuadro comparativo entre los momentos uno, dos y tres:

Indicadores Individuales

Al finalizar las actividades se muestra un claro avance en los niveles de empoderamiento de todos los niños; en todos desaparece por completo el nivel 1 de empoderamiento, lo que implica que ahora se tienen en cuenta aspectos como la organización de los datos, y el razonamiento para dejar de lado casi por completo el uso de métodos como ensayo y error en la solución de problemas. Esto unido a que finalmente aparece una mayor cantidad de indicadores de nivel 3 que de nivel 2 (un total de 14 contra 4) hacer ver que los procesos de razonamiento y deducción comienzan a predominar sobre la mera experimentación, y esta, aunque es importante, deja de ser su herramienta principal.

Indicadores Sociales

Al comparar los tres momentos, finalmente sólo quedan pequeños rastros de los niveles de empoderamiento 1 y 2, y prevalece el nivel de empoderamiento 3. Esto lleva a decir que los niños dejaron de ser, casi por completo, actores pasivos e individuales en el proceso de solución de problemas, fortaleciendo aspectos como el tener en cuenta no sólo sus ideas, sino las de los demás, aportando y dando aportes para fortalecer, además de sus propios niveles de empoderamiento, los de sus compañeros. Este, consideramos, es uno de los logros más importantes como

grupo de trabajo, porque si bien no todos alcanzaron los niveles máximos de empoderamiento, si existió y se evidenció una construcción conjunta de procesos y procedimientos para la solución de problemas, mostrando, además, que este tipo de construcciones matemáticas no son hechos individuales, sino que se fortalecen mediante la interacción con los demás.

ALGUNAS ESCALAS de GRISES.

Si bien los resultados más sobresalientes de esta experiencia han sido los positivos, no en todos los niños la motivación ni los resultados fueron iguales. Es de destacar casos como el de Silvia, a quien se le dificulta la matemática, que hizo logros en cuanto a la interacción con sus compañeros y en la argumentación de algunos resultados al explicárselos al profesor o a sus compañeros cuando se reunían en pequeños grupos, pero al momento de realizar las socializaciones frente a todo el grupo no era capaz de mantener una línea de ideas o de expresarlas claramente.

En cuanto a Dayán, otro de los casos para resaltar, hizo muy pocos avances en el análisis de situaciones, aunque su actitud fue muy buena y constante durante todo el taller, durante todo el tiempo debía trabajar en grupo, además sus aportes a éste eran muy pocos y la mayoría de las veces sólo estaba de acuerdo con las opiniones de los demás. En el caso de Dayán, se notó una dificultad especial en su proceso de lectura, pues era demasiado pausada y cambiaba muchas de las palabras de los textos; esto, quizá, fue uno de los aspectos que más influyó en la comprensión y el análisis de las diferentes situaciones planteadas. Respecto al proceso de argumentación, éste fue prácticamente nulo.

Uno de los casos más especiales fue el de Yuly. Aunque generalmente ella trabajaba sola y se esforzaba bastante por realizar un buen trabajo, en algunas ocasiones se reunía con sus compañeros para realizar preguntas, pero casi nunca para compartir sus ideas. Yuly trató de realizar su trabajo de la mejor forma, y en ella se notaron dos comportamientos bastante marcados: en primer lugar, cuando comprendía una situación y lograba solucionarla, brincaba, gritaba y pedía explicarla en el tablero, sin embargo, no lograba hacer que los demás le entendieran, pues no lograba mantener una línea de ideas o no era clara al momento de expresarlas –sucedió lo mismo si estaba en el tablero o si estaba en pequeños grupos de trabajos-, esto hacía que se molestara y se apartara del resto del grupo. En segundo lugar, cuando no comprendía alguna situación solía expresarlo en voz alta (gritando '*no entiendo*') y cuando un compañero o el mismo profesor trataban de darle las explicaciones necesarias, muchas veces se *encerraba* en que no era capaz de entender, se ponía furiosa y arrojaba todos sus elementos al piso (guías, lápices, cartuchera, etc.), se apartaba del grupo – generalmente hacia la puerta- y después de un rato, continuaba trabajando sola. en esa situación, cada vez que me acercaba para hablar con ella, ella nunca respondía, y cuando comenzaba a trabajar nuevamente y el profesor se acercaba, ella se recostaba sobre el pupitre cubriendo las guías y solía decir '*yo trabajo y después le muestro...*' Esta fue una actitud que no se pudo cambiar durante el transcurso de las sesiones.

6. CONCLUSIONES

Durante el desarrollo de esta investigación obtuvimos diferentes logros que han permitido nuestro crecimiento personal y profesional. Uno de ellos ha sido el poder crear una serie de indicadores que nos permitieron clasificar a los estudiantes en diferentes niveles dependiendo del Empoderamiento Matemático que presentaban tanto a nivel individual como a nivel social, dando respuesta, de esta manera, a la segunda pregunta planteada en el capítulo 2.

Otro de los logros de este trabajo ha sido el poder responder el primer interrogante del capítulo 2, y más aún, poder dar una respuesta afirmativa, pues esto permite una mayor confianza en programas de este estilo.

Uno de los logros que consideramos más importantes en esta investigación fue el hecho de trabajar alrededor de un tema que no había sido tocado en investigaciones anteriores, al menos a nivel local, ampliar el estudio del Empoderamiento Matemático al aspecto social, algo que no había sido tenido en cuenta antes, y abrir las posibilidades a nuevos estudios en este campo, señalando la importancia que tiene este concepto en el estudio de las matemáticas.

Pero además de los logros obtenidos, este trabajo nos hace reflexionar sobre diferentes cuestiones. Por ejemplo, sobre los aspectos específicos que contribuyen al Empoderamiento Matemático de un estudiante. En el desarrollo de este trabajo vimos que existen aspectos fundamentales como la confianza que se

genera en el estudiante, para cuestionarse y cuestionar a los demás sin temor a equivocarse; el hecho de convertirlo en un sujeto activo en su proceso de aprendizaje con cuestionamientos que lo lleven a buscar dentro de sus conocimientos una forma de solucionar situaciones problema; el buscar que se maneje un lenguaje matemático adecuado al momento de presentar sus ideas.

Una segunda reflexión puede hacerse en torno al desconocimiento del concepto de Empoderamiento Matemático y su importancia en la Educación Matemática, sobre todo por el impacto positivo que éste puede tener no sólo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes sino también en el constante proceso de formación de los docentes.

Por otra parte, algo que consideramos importante señalar es el hecho de que en la metodología implementada no se aborda la enseñanza de un tema en particular, como sucede con muchas otras, sino que busca desarrollar procesos y habilidades en el estudiante que le permitan diseñar una estrategia adecuada para dar solución a una situación planteada. Pero no se queda únicamente en el hecho de encontrar esta estrategia de solución, sino que va más allá, buscando que el estudiante la comunique y sea capaz de mantener una discusión alrededor de diferentes estrategias propuestas, empleando siempre elementos lógico-matemáticos para sus argumentos.

Para finalizar, solo resta la invitación a repetir esta experiencia con diferentes poblaciones, y ampliar las exploraciones respecto al Empoderamiento Matemático de tipo social, aspecto que hasta ahora no había sido explorado y que, como se evidencia en este trabajo, representa una parte fundamental tanto del aprendizaje como de la enseñanza de las matemáticas.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ Godino, J. Batanero, C. (SF) *Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos*. Recuperado el 18 de diciembre de 2007 de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- ✓ Guzmán I. (2001) *Aporte de la Didáctica de la Matemática a la Enseñanza de la Matemática*. Recuperado el 18 de diciembre de 2007 de http://www.uvm.cl/educacion/publicaciones/integra/Integras/Integra_05/01-guzman.pdf
- ✓ Pozo, J. Pérez M. Domínguez J. Gómez M. Postigo Y. (1994) *La Solución de Problemas*. Editorial Santillana. Madrid, 1994.
- ✓ Villanova, S. Rocerau, M. Valdez, G. Oliver, M. Vecino, S. Medina, P. Astiz, M. Álvarez, E. (SF) *La Educación Matemática: El Papel de la Resolución de problemas en el aprendizaje*. Recuperado el 18 de diciembre de 2007 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>
- ✓ Aguilar, M. Navarro, J. López, J. Alcalde, C. (2002) *Pensamiento Formal y Resolución de Problemas Matemáticos*. Recuperado el 18 de diciembre de 2007 de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/simposios/recursos/XIX/resprobl.pdf>
- ✓ <http://dicc.hegoa.efaber.net/listar/mostrar/86>
- ✓ Documento de Consulta. Seguimiento y evaluación del Empoderamiento. INTRAC. Inglaterra (1999).
- ✓ Ernest, P. (SF) *Empowerment in mathematics education*. University of Exeter, United Kingdom

8. ANEXOS

EXPERIENCIA en el AULA

A continuación describo el desarrollo de las actividades que voy a tener en cuenta para el análisis de esta experiencia. Con esta descripción busco que el lector tenga una mejor idea del por qué de la asignación de los indicadores para cada estudiante. Esta descripción la hago teniendo en cuenta tres momentos: uno inicial que hace referencia al primer encuentro que tuvimos con los niños, uno intermedio que hace que hace referencia al cuarto encuentro y el tercer momento se refiere a la última sesión que tuvimos con los niños.

Primer Momento: Actividad Diagnóstica

En el primer día de encuentro, se dio una explicación de lo que se trataba el taller, no fue necesario realizar presentaciones porque ya todos nos conocíamos por el colegio. Entonces comencé diciéndoles a los niños que durante el taller se trabajaría sobre solución de problemas, es decir, que se plantearían algunas situaciones con algunas preguntas y nuestro trabajo sería encontrar la o las respuestas para cada una. Además, eventualmente se traerían algunos juegos que podrían ayudar a resolver estos problemas. Luego de esto se dieron a conocer algunos juegos que estaban dispersos por el salón como el logicubo, el tangram, disecciones de algunas letras y del teorema de Pitágoras, pirámides cleo, cleopatra y esfinge, cubos de soma, retahílas, cuadrados mágicos,

pentominós y solitarios entre otros y se trabajó sobre la actividad diagnóstica planteada de manera escrita.

Después de la charla inicial los niños pudieron jugar y explorar los materiales mencionados, con esto, además de conocerlos, pudieron relajarse un poco, pues como era de esperarse, se mostraban algo nerviosos por estar en un taller de matemáticas; además ellos estaban acostumbrados a trabajar la matemática en la clase con sus libros y cuadernos pero no con materiales diferentes. Para estos juegos los niños no tuvieron mayores indicaciones, sólo les dije que miraran alrededor, en el salón, que habían diferentes materiales y el objetivo era que los exploraran, que jugaran un rato con ellos y que trataran de descubrir para qué era cada uno.

Esta actividad hizo que los niños se distrajeran un poco; a medida que iban mirando cada juego pude ver cómo aquella tensión y los nervios que había en algunos iban desapareciendo –excepto en Ana María, quien se mostró tímida e insegura prácticamente durante toda la jornada-, poco a poco empezaron a enfocarse más en los juegos que en el hecho de estar en un taller de matemáticas, incluso Yuly, Daniela y Neider preguntaban cuándo se comenzaría a trabajar con matemáticas, mientras que Nicolás preguntaba que si todos los días se iba a trabajar así, con juegos.

Durante esta actividad los niños pasaron por todos los juegos, sin embargo, no todos les llamaron la atención. En general pasaban, miraban el juego y hablaban sobre lo que tal vez podría hacerse con él, pero, inicialmente, no se atrevían a cogerlos. Viendo esto, me acerqué a Silvia y le pregunté qué hacía, a lo que ella respondió preguntando *¿para qué es esto, profe?* refiriéndose a las retahílas. En

ese momento le expliqué que se debían armar las figuras que aparecían en los carteles con las fichas que había, ella armó un par de figuras y luego cambió de juego. Después de que Silvia preguntara los demás niños comenzaron a coger y desarmar los juegos y a hacer diferentes preguntas. Entre los juegos que más les llamaron la atención están el logicubo, el solitario y las torres cleo y cleopatra, según pude notar, porque eran los que presentaban los mayores retos para ellos. El juego que más dificultad les presentó fue el logicubo, y aunque no lograron solucionarlo, intentaron durante casi toda la jornada, sin darse por vencidos. En cuanto a los rompecabezas planos, como las disecciones de las letras o las del teorema de Pitágoras e incluso las retahílas, no mostraron gran interés, los resolvieron rápidamente y las dejaron de lado.

A medida que pasaba el tiempo y que se iban familiarizando con el material, cada niño iba mirando diferentes juegos; así, por ejemplo, Nicolás cogió las fichas de la torre Cleo –que estaba desarmada- y comenzó a acomodarlas para ver qué podía armar, entonces me acerqué y le pregunté qué hacía, a lo que él me respondió “*¿qué toca hacer con esto profe?*”, le respondí que debía armar una pirámide y le pregunté si sabía qué era una pirámide, a lo que me respondió “*si, es como un triángulo...*” y comenzó a armarla; cuando la terminó le dije que ahora debía armarla nuevamente, pero sin que se tocaran dos bolas del mismo color y él comenzó a armarla. Mientras tanto, Silvia, que ya había terminado con las Retahílas, jugaba con la torre de Hanói, le pregunté si sabía qué debía hacer y me dijo “*si profe, ahí dice*” señalando un pequeño cartel que mencionaba las reglas del juego. Me detuve un momento a observarla y me di cuenta que efectivamente estaba siguiendo las reglas del juego, pero después de algunos movimientos armaba nuevamente la torre y volvía a comenzar. Entonces le sugerí que no jugara con todos los discos (tenía una torre de 7 discos) sino que comenzara con tres o cuatro, y así lo hizo, luego continué mi recorrido por el salón y unos minutos después me di cuenta de que había dejado de lado la torre y ahora estaba

armando figuras con el Logicubo, y después, cuando le pregunté por qué había cambiado me dijo que ese juego, el Logicubo, era más bonito.

Continuando con el recorrido, vi a Daniela y a Ana María moviendo algunas piezas de unas disecciones, entonces les pregunté qué estaban haciendo y ellas me preguntaron de qué se trataba lo que tenía Silvia en la mano, el Logicubo entonces les pregunté

- ¿Saben qué es un cubo?
- Si, claro... –contestaron ellas-
- Con ALGUNAS de esas fichas se pueden armar un cubo –continué-.
- ¿Y toca con todas? –pregunto Silvia, que estaba escuchando- ¿y con los dados también?
- Con ALGUNAS de esas fichas se pueden armar un cubo –respondí nuevamente- piénsenlo un poco...

Después de hablar un momento entre ellas, se acercaron nuevamente:

- Profe, no toca con todas las fichas, pero ¿cómo hacemos para saber con qué fichas si y con qué fichas no se arma?
- Ah... –respondí- entonces, para eso deben lanzar los dados, y los colores que salen ahí son los de las fichas que salen del juego, y con las demás es que pueden armar el cubo...

Mientras hablábamos de esto, se acercó Nicolás y me dijo que ya había armado la pirámide, le pregunté cómo lo había hecho y me dijo que acomodando las fichas hasta que le había salido la solución. Entonces le pregunté si le había gustado el juego y respondió que sí, y le dije que ahora debía hacer lo mismo pero con la pirámide grande, la pirámide Cleopatra, y comenzó a hacerlo; pasado un rato me dijo que era muy difícil, que no había sido capaz de hacerlo y que iba a cambiar de

juego, entonces comenzó con el solitario, dijo que le había gustado porque tenía maras, le expliqué las reglas y empezó a jugar, inicialmente solo y luego con Neider. Con Neider “inventaron” un juego similar a las damas chinas, comenzaban saltando sobre las maras y sacándolas del tablero y perdía el ya no pudiera mover, no importaba cuántas maras quedaran en el tablero. Les dije que así no se jugaba, pero ellos contestaron que así era más divertido.

Continuado con los niños, Yuly no hizo ninguna pregunta, se acercaba y miraba algunos de los juego, movía algunas fichas pero no trataba de solucionar ninguno, y al preguntarle qué hacía o qué quería hacer, simplemente decía “*nada profe*” no permitió que se formara una conversación conmigo ni con alguno de los compañeros.

Finalmente, Yacna y Neider fueron los niños que se mostraron más dinámicos durante la actividad; Yacna por su parte, preguntaba sobre cada juego, de qué se trataba, cómo se solucionaba, armaba las disecciones y me llamaba para que las viera, trabajó un poco con las torres de Hanói pero finalmente también se dedicó al Logicubo. Como algo curioso, le pregunté por qué no había jugado con las Retahílas y me contestó que le parecían muy simples. En cuanto a Neider, trabajó con Nicolás en la pirámide Cleopatra, jugó con el Logicubo pero finalmente se decidió por el solitario. Cuando jugó con el Logicubo me hacía preguntas o daba ideas sobre cómo debía ir una u otra ficha, pero al decirles que compartiera esas ideas con las niñas que también tenían ese juego, simplemente le daba pena y no lo hacía.

A nivel general, pude notar que después de conocer el objetivo de cada juego todos se comenzaban a tratar de solucionarlo moviendo fichas, cambiándolas de

posición, armando 'algo' y luego desarmándolo, pero nadie se detuvo, inicialmente, a mirar el juego y generar algún tipo de estrategia para llegar a su solución, ninguno de los niños tuvo en cuenta si la forma de las fichas, colores, posiciones o cantidad disponible en cada juego, les podía dar una pista o les podía ayudar para encontrar la solución, sólo se dedicaron a experimentar. Después de haber experimentado por algún tiempo, con el logicubo, por ejemplo, Daniela, Ana María y Silvia, quien finalmente se les unió, tuvieron en cuenta lo que habían armado para luego *acomodar* algunas de las fichas, con juegos como las pirámides Cleo y Cleopatra, Neider y Nicolás combinaron las fichas para poder solucionar los juegos –hicieron trampa-, pero cuando se separaron nuevamente las fichas correspondientes para cada juego, no pudieron armar la pirámide mayor. Con el solitario, a pesar de que la condición de este juego es *armarlo sólo*, no lo hicieron así, en lugar de esto lo hicieron en parejas e “inventaron” un juego nuevo, y finalmente no se cumplió el objetivo del juego: dejar en el tablero sólo una mara. Pero a ellos les pareció más interesante y divertido.

Así continuaron los niños, jugando con los diferentes materiales antes de comenzar con la siguiente parte de la actividad programada, la actividad escrita.

Actividad Escrita

La actividad escrita constaba de 4 ejercicios de diferentes tipos en los que los niños debían emplear su ingenio para poder dar solución a los interrogantes. Además se incluyó una serie de preguntas referentes a la matemática y su actitud frente a ella.

Los ejercicios que se plantearon en esta actividad fueron los siguientes:

Figura 3: Ejercicios de la actividad diagnóstica

EL LOGICUBO

El Logicubo es un juego formado por nueve piezas y dos dados; cada una de las piezas está formada por 3 ó 4 cubitos pequeños, y con ellas se pueden formar diferentes figuras. Observa con atención la siguiente figura:

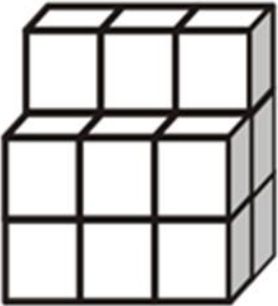


Figura 1

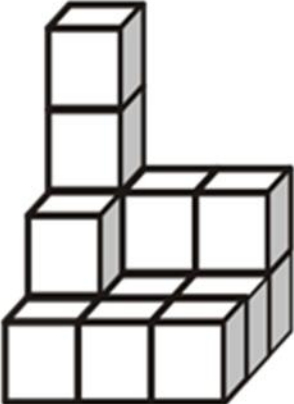


Figura 2

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? _____

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? _____

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? _____

7

A REPARTIR BARRILES...

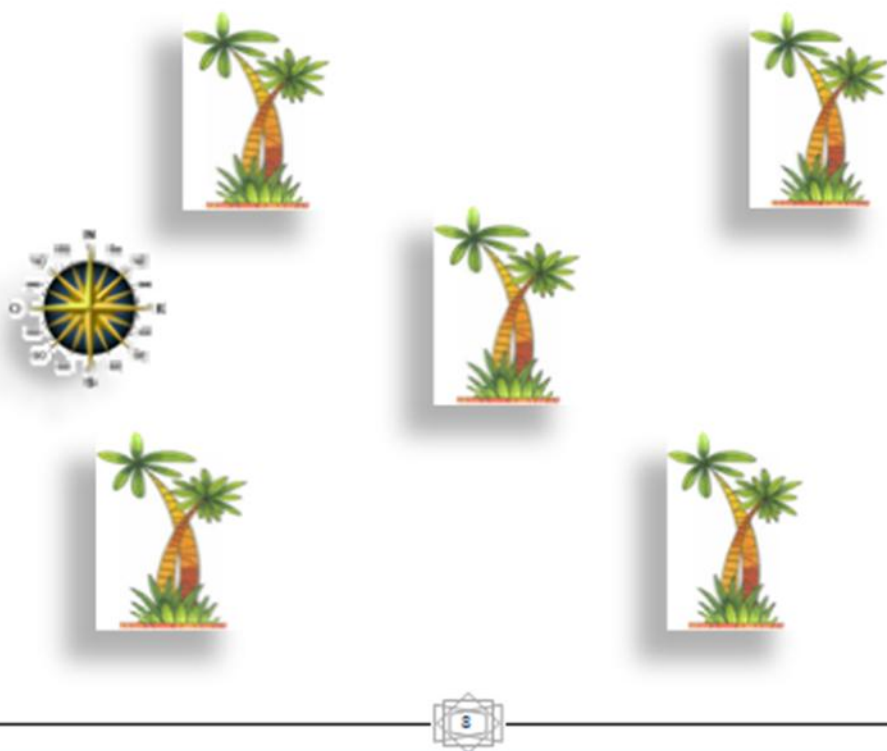
Tres personas deben dividirse entre sí barriles de vino del mismo tamaño, de los cuales 7 están completamente llenos, 7 están llenos hasta la mitad y 7 están vacíos. ¿Cómo deben repartirse, sin vaciar vino de un barril en otro y de tal manera que cada persona reciba la misma cantidad de vino y el mismo número de barriles?



LÓGICA

Cinco personajes tuvieron la fortuna de abandonar su vida en la ciudad para irse a vivir al paraíso. Ahora cada uno de ellos vive en una pequeña isla en el océano Atlántico. Con la ayuda de las siguientes pistas podrás descubrir en cuál isla disfruta de la vida cada uno de ellos.

1. La isla A está ubicada al noroeste de donde habita Carlos.
2. La isla donde habita Andrés está ubicada al noroeste de la isla E.
3. Las islas del sur las habitan Jorge e Iván.
4. La isla D está al sureste de la isla E y allí no habita Jorge.
5. La isla donde habita Juan está al noreste de la isla B.
6. El personaje que habita en la isla C descansa todas las tardes en su hamaca.



NUMERITOS

Presta mucha atención a los números que aparecen a continuación. Encuentra el número que hace falta y explica el por qué de tu respuesta.

77 49 36 18 ?

TU OPINIÓN ES MUY IMPORTANTE

A continuación aparece una serie de preguntas relacionadas con las experiencias que has tenido con la matemática. Es muy importante que tengas en cuenta que para responderlas deberás ser muy honesto(a).

- i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? _____ (si la respuesta es SÍ, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

- ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? _____ (si la respuesta es SÍ, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

- iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? _____ ¿Por qué?

- iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? _____ (si la respuesta es SÍ, contesta lo siguiente) ¿Cómo?




v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? _____ ¿Por qué?

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? _____

¿Por qué? _____

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.



Las respuestas que dieron los niños se presentan a continuación, las respuestas que no aparecen es porque fueron dejadas en blanco o porque los mismos niños las borraron.

Figura 4: Respuestas de Yuly

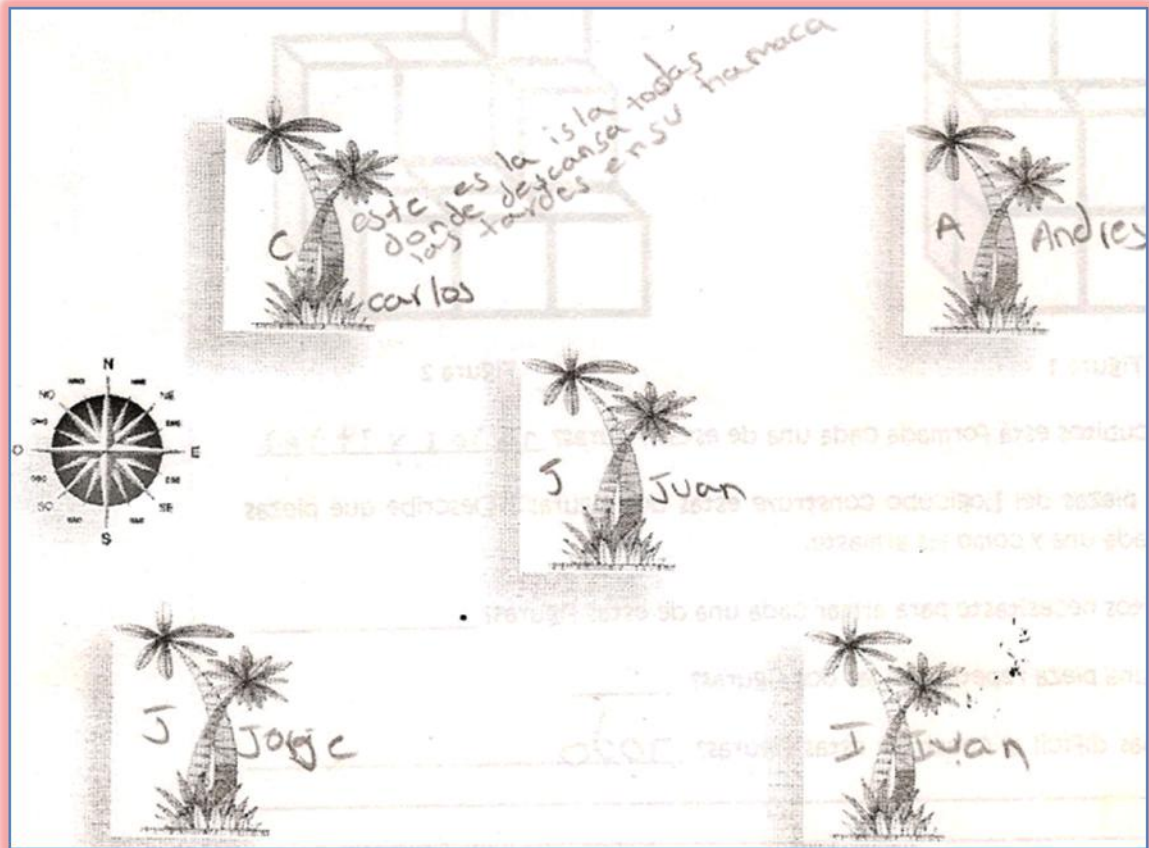
¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 15 la 1 y 14 la 2

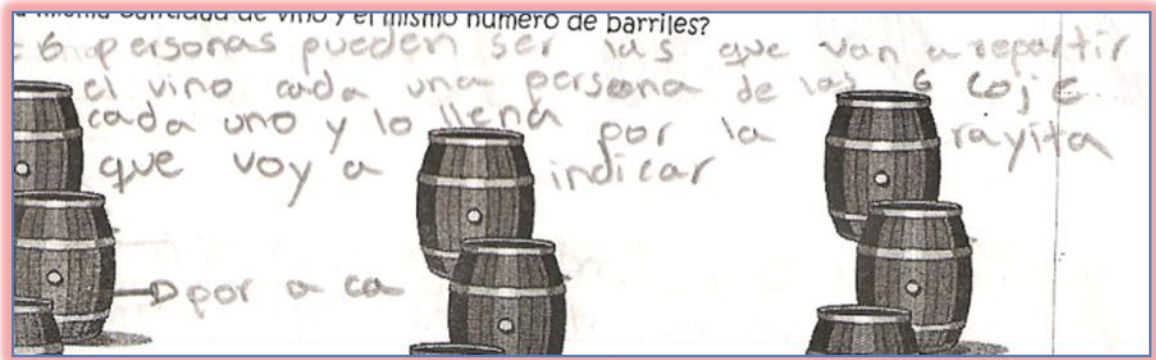
Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? _____

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? todo





El número escondido es el 26 porque si se cuentan del 18 al 36 para llegar al 36 se coje el 18 y comiense a contar cuanto llege a 30 segui contando hasta llegar a 36 a si busque el número.

- i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? SI (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?
como mentirle a mi mamá cuando saco malas notas
- ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? NO (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?
- ii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? BUENA ¿Por qué?
por que me enseñan a multiplicar dividir restar y sumar. muchas cosas.
- v. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? SI (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?
a sumar muchas cosas mas las escalas

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? si ¿Por qué?
por que sin las matematicas no podiamos
sacar las cuentas

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? la donde tenemos
que armar los cubos
 ¿Por qué? no fui capaz de armarlos me
parecio muy difisil

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.
Algo que me gusta es entendiendo
lo que dice el profesor y lo que
no me gusta es cuando no entiendo
nada

Figura 5: Respuestas de Nicolás

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 14 y 15

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste. 3 negra, 2 verdes y 3 amarilla
3 Azul, 3 amarilla, 3 Naranja y 3 blanca

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? 14

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? si

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? la segunda

del 77 para llegar al 49 se resta

i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? no (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

como el profesor

iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? chevere ¿Por qué?

por que es la materia que me gusta

iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? no (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? Si ¿Por qué?
la matematica se utiliza para
otras materias

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? lo mas dificil fue
lo de la logica y armar los bariles
 ¿Por qué? no fui capaz de resolverlo

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.

Figura 6: Respuestas de Neider

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 15 y 14

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? Si.

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? la segunda figura

Figura 1:

Utilice 2 figuras verdes, una negra y una amarilla.

Figura 2: Amarilla, azul, naranja, la blanca.

la de los palmas por que fue uno de los que no

- i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

como la de hoy 28 de Agosto por que una niña de cuarto me gano en matemáticas y yo voy de quinto.

- ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

como hoy que hice la piramide.

- iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? buenas ¿Por qué?

ayudan a la humanidad

- iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? No (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? Si ¿Por qué?
puedo utilizarla para mi día a día.

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? Armar la figura 2

¿Por qué? no me cuadraba una ficha

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.

no me gusta que a veces es muy complicada.

me gusta que puedo ejercitar mi mente.

Figura 7: Respuestas de Ana María

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 14

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? _____

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? no soy capaz de hacer el cubo

Las tres personas tienen la misma cantidad de vino y de barriles

i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? NO (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

Las entiendo y hay temas que son un poco difíciles.

iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? bonitas ¿Por qué?

Porque las entiendo mucho y son de mucha atención y diversión.

iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

cuando nos subimos al bus debemos saber cuanto vale y cuanto dar

- v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? si ¿Por qué?
Porque debemos saber cuan-
ta plata hay que dar cuando
nos subimos a un bus
- vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? el cubo
¿Por qué? no he sido capaz de
armarlo
- vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.
la evaluación porque el profesor
lo pone sobre mucha nota, y
lo que si me gusta de la
matemáticas que el profesor
es chebre

Lo que yo no entendi fue
que no fui capaz de hacer el
juego del cubo.

Figura 8: Respuestas de Yacna

EL LOGICUBO

Utilice para la primera figura la ficha negra, azul, verde, morado.

Utilice para la segunda figura la ficha Blanca, azul, naranja, amarillo.

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? la 1 = 15, la 2 = 15

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? la 1 = 15, la 2 = 15

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? Si la azul.

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? lo mas difícil fue construir la base

i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

Como sacar malas notas.

ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

Como que mis grades me felicitan por sacar buenas notas, sacar excelente, ser buena alumna.

iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? Diversidas ¿Por qué?

San como juegos.

iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

Para jugar y para utilizarlas en los exámenes.

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? Si ¿Por qué?
es muy importante para saber muchas cosas como cuanto le deben que dar de vueltas en una tienda y para muchas cosas mas como estas.

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? El de los números y el de Lógica.
 ¿Por qué? No fui capaz de hacerlo.

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.
Que me guste: Sacar buenas notas porque me siento bien y no me gusta: sacar malas notas por que a veces me siento mal.

Figura 9: Respuestas de Daniela

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 14

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? _____

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? _____

No fui capaz de hacer el cubo

Que las tres personas tienen la misma cantidad de vino y de bawiles

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? Si ¿Por qué?

Sin Matematicas no podemos haceris nada

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? El cubo

¿Por qué? no e sido capaz de armarlo

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica el por qué de tu respuesta.

La evaluacion no me gusta por que el profesor califica sobre mucho y lo que si me gusta de la Matematicas es que el profesor es chevre

- i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

Por que cuando ubo cambio de profesor no le entendia nada y me quedaba dormida

- ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

por que este año le entiendo al profesor y me gustó las plenas para salir adelante con la matematica.

- iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? muy importante ¿Por qué?

sin matematicas no hubiera nada y es muy importante para nosotros

- iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

en todas las cosas que yo hago utilizo matematica

Figura 10: Respuestas de Silvia

¿Por cuántos cubitos está formada cada una de estas figuras? 14

Utilizando las piezas del Logicubo construye estas dos figuras. Describe qué piezas utilizaste en cada una y cómo las armaste.

¿Cuántos cubitos necesitaste para armar cada una de estas figuras? _____

¿Utilizaste alguna pieza repetida en las dos figuras? _____

¿Qué fue lo más difícil al construir estas figuras? _____

NO fui capaz de hacer el
cubo

Qué las tres personas tienen la misma cantidad de vino y de Barriles.

TU OPINIÓN ES MUY IMPORTANTE

A continuación aparece una serie de preguntas relacionadas con las experiencias que has tenido con la matemática. Es muy importante que tengas en cuenta que para responderlas deberás ser muy honesto(a).

- i. ¿Has tenido experiencias "feas" con la matemática? SI (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

Cuando cambiaron de profesor yo no entendia nada y no ponía atención.

- ii. ¿Has tenido experiencias "agradables" con la matemática? Si (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo cuales?

porque las entiendo y hay unos temas que son difíciles

- iii. ¿Cómo te parecen las matemáticas? Bonita ¿Por qué?

Bonita porque hacen concursos o algo de matemáticas y son muy bonitas

- iv. Los conocimientos matemáticos que has adquirido hasta ahora, ¿los has utilizado alguna vez? SI (si la respuesta es SI, contesta lo siguiente) ¿Cómo?

Si porque en todas que hay se utiliza la matemática.

v. ¿Crees que aprender matemáticas es necesario? si ¿Por qué?

Porque sin la matematica
no podemos hacer nada.

vi. ¿Qué ha sido lo más difícil de esta actividad? El cubo

¿Por qué? no he sido capaz de
armarlo

vii. Escribe algo que te guste y algo que no te guste sobre la matemática y explica e por qué de tu respuesta.

* Lo que no me gusta es la
evaluación porque el profesor
califica mucho.

* Lo que si me gusta de la
matematicas que el profesor
nos enseña cosas bonitas

A photograph of a piece of white paper with handwritten text in black ink. The text is written in a cursive, slightly slanted style. The paper is framed by a thin red border. The text reads: "Los que yo no entendi fue el juego del cubo porque no fui capaz de armar la figura."

En cuanto a esta actividad, podemos ver que en el primer ejercicio sólo Yacna acertó en las respuestas (tanto en la interpretación como en las soluciones); en cuanto a los demás niños, Neider tuvo una falla al momento de contar la cantidad de cubos en una de las figuras, al igual que Nicolás, mientras que Daniela, Ana María y Silvia respondieron exactamente lo mismo en toda la actividad; en este punto en particular, no interpretaron correctamente las preguntas, un ejemplo de ello es la última pregunta, donde respondieron 'no fui capaz de armar el cubo', que si bien la actividad hablaba del logicubo, en ninguna parte se les pedía construir un cubo.

Resulta interesante ver que el ejercicio de *A Repartir Barriles* fue uno de los más difíciles para el grupo; Nicolás no escribió nada, Neider escribió pero borró lo hecho, Ana María, Daniela y Silvia niñas escribieron exactamente lo mismo, Yuly, da su respuesta teniendo en cuenta 6 personas cuando la situación habla sólo de tres y sólo Yacna, lo solucionó correctamente. Cabe notar que Yacna es la menor del grupo, tanto en edad como en grado escolar. Además la situación de los *numeritos* sólo Nicolás y Yuly intentaron dar una solución, aunque esta no fuera correcta, los demás no intentaron escribir nada al respecto.

En este punto podemos darnos cuenta de que aunque el grupo es pequeño, no todos los niños realizan preguntas, tal vez porque son muy tímidos o por que piensan que sus preguntas no son valiosas.

En la actividad escrita, aunque no todos hicieron preguntas, algunas de las que más se repitieron fueron “*¿Dónde queda el oeste?, ¿Qué es el noroeste?, ¿Qué hago para repartir los barriles?, ¿así voy bien? ó ¿Qué tengo que hacer acá?*”. Preguntas como las dos primeras se resolvieron con respuestas como ‘¿ya miró el dibujo?’. Con preguntas como las últimas le pedía al niño leer nuevamente la situación y explicar de qué se trataba, para luego hacer una pregunta como ‘¿qué cree que se puede hacer para solucionar eso?...’ o ‘¿esa solución cumple con las condiciones dadas?’ Tal vez este tipo de respuestas hicieron que algunas situaciones quedaran en blanco o fueran borradas...

En cuanto a la opinión que tiene cada uno sobre la matemática, las respuestas no resultaron muy heterogéneas, en general los niños reconocen el valor de la matemática en la vida cotidiana y su importancia a nivel general, aunque a veces no sepan para qué se usa ó que la usan constantemente. Además presentan una buena disposición para aprender, pese a que a algunos de ellos no les va muy bien en esta asignatura en colegio.

Si vemos con cuidado la forma de escribir de cada niño, podemos notar que varios de ellos, aunque presentan algunas ideas, no son muy explícitos o coherentes al momento de escribirlas.

Respecto a esta actividad, el trabajo de Yuly es quizá uno de los más llamativos. Desde el principio de la actividad estuvo molesta –tal vez por que no fue capaz de armar las figuras con el logicubo-. En la primera pregunta, se equivocó en la cantidad de cubos que formaban una de las figuras, y en la última, que le preguntaba ‘¿qué fue lo más difícil de construir estas figuras?’ ella respondió ‘Todo’... es importante anotar que ella no permitió que le ayudara ni orientara en esta actividad, ni en las situaciones siguientes, tampoco se acercó para pedir algún tipo de ayuda o hacer alguna pregunta. En cuanto a la segunda situación, la de *Lógica*, pareciera que tiene en cuenta algunas de las condiciones –aunque no estoy seguro de cuáles- pero no están claras o no tiene en cuenta las demás, observemos que en esta situación ella asigna los nombres de las islas dependiendo de la inicial del nombre de quien la habita. Respecto a la situación de *los barriles*, da una solución teniendo en cuenta a 6 personas, sabiendo que al principio se mencionan sólo a tres. En la respuesta que da para la situación de *los Numeritos* parece que tiene en cuenta que 18 es la mitad de 36 pero no tiene en cuenta los demás números y no se hace clara la relación que ella establece para dar su respuesta: ‘el numero escondido es el 26’...

Nótese que hasta ahora Yuly ha se ha esforzado por dar solución a las diferentes situaciones que se le han planteado, aunque no haya tenido éxito en ello, y a pesar de mostrarse siempre *a la defensiva*, en el aula vi en ella un gran esfuerzo por comprender cada situación y poder solucionarla. Resulta interesante también ver la opinión que da Yuly respecto a las matemáticas y la visión que tiene de ellas. Miremos, por ejemplo, que menciona ‘*experiencias feas*’ con la matemática pero no menciona ninguna ‘*agradable*’ –observemos que como ‘*experiencia fea*’ con la matemática menciona el mentirle a la mamá sobre sus calificaciones...- y sin embargo dice que las matemáticas son ‘*bacanas*’ y hace referencia a las operaciones y al hecho de que le gusta cuando entiende pero no cuando no entiende...

Teniendo en cuenta la actividad desarrollada y las observaciones hechas hasta ahora, pueden realizarse reflexiones como las siguientes:

- 1) Se logra captar mejor la atención de los niños si las actividades propuestas representan un reto para ellos.
- 2) Los niños pueden perder el interés por un reto (o juego) si lo consideran muy sencillo o si de alguna manera las reglas les cohiben de ciertas libertades (por ejemplo, exigirles que las actividades las desarrollen solos o restringirlos a que los juegos son únicamente para una persona).
- 3) El trabajar con materiales manipulables lleva al niño a cuestionarse y no simplemente a encontrar *la* respuesta a una pregunta ya planteada. Además, el compartir con sus compañeros hace que se exploren y compartan diferentes métodos y estrategias de solución.
- 4) Algunos estudiantes esperan a que el profesor les de la indicación de qué es explícitamente lo que deben hacer para comenzar su trabajo o realizarlos por completo.
- 5) Los niños desconfían de sus propias capacidades y necesitan del apoyo de sus compañeros o del profesor para dar o atreverse a sugerir algún tipo de respuesta o forma de solución (los niños se compartieron respuestas durante la actividad escrita, pese a que se les pidió que lo hicieran de manera individual, también hubo quienes no respondieron varias de las situaciones).

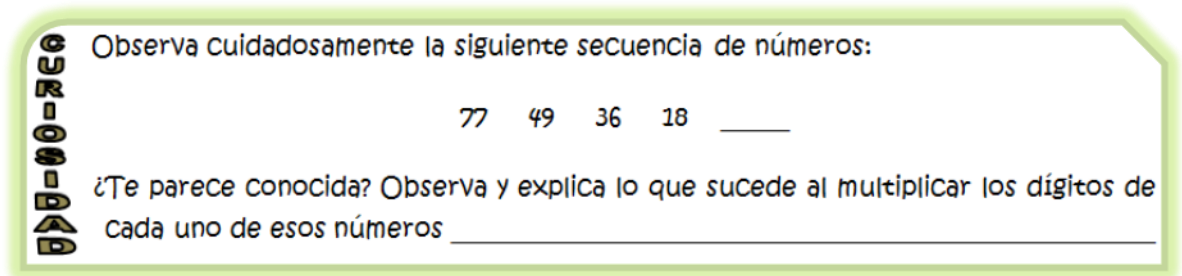
- 6) Existe dificultad al interpretar modelos gráficos (de tres dimensiones) e identificar la forma como están contruidos.
- 7) Se presenta dificultad al momento de seguir instrucciones y más aún, al momento de relacionarlas para llegar a la solución de un problema.
- 8) Al buscar un patrón para una secuencia se tienen en cuenta únicamente las operaciones de suma y resta y los últimos números de la secuencia.
- 9) El análisis de las situaciones y de los datos presentados en cada una de ellas es casi nulo. En la construcción de las figuras con el *logicubo* los estudiantes comenzaron a tratar de armarlas con toda las piezas o con piezas que tenían más cubos ó menos cubos de los que mostraban las figuras, incluso algunos trataron de armar un cubo; quienes intentaron solucionar la situación de *lógica*, ubicaron nombres al azar una y otra vez y luego trataron de comprobar si esas ubicaciones concordaban con las condiciones dadas; quienes trataron de dar solución a la situación de los *numeritos*, intentaron dar una explicación de lo que querían hacer pero no fueron claros en cómo llegar a la respuesta.

En la aplicación de las actividades propuestas debe tenerse en cuenta constantemente la interpretación de cada una de las situaciones, su discusión y la argumentación coherente de las posibles soluciones. Además, en cuanto a la parte operativa, debe hacerse énfasis en que existen más operaciones aparte de la suma y la resta. Por otra parte, los estudiantes muestran interés por aprender, y el uso de juegos y actividades grupales junto con los pequeños retos que se les bridó en este encuentro les ha llamado la atención y se han mostrado interesados en continuar explorándolos y 'encontrar cosas' en estos juegos primero que los demás.

Segundo Momento

Este día lo comenzamos de una vez con el trabajo programado; justo después de saludarnos todos comenzaron a pedir la palabra para comenzar a leer; cada vez que escogía a alguien para comenzar a leer, otro decía que ya había leído antes y nombraban las lecturas hechas, finalmente le dije a Neider que comenzara, luego Silvia, y así se comenzó el trabajo de este día.

Luego de una lectura inicial, el primer ejercicio que se planteó fue



Observa cuidadosamente la siguiente secuencia de números:

77 49 36 18 ____

¿Te parece conocida? Observa y explica lo que sucede al multiplicar los dígitos de cada uno de esos números _____

Figura 11: Primera curiosidad de la actividad intermedia

Al leer esto, los niños inmediatamente reconocieron el ejercicio como uno de los que habían aparecido en la Actividad Diagnóstica, Neider inmediatamente dijo que no había sido capaz de resolverla, luego todos dijeron lo mismo. Cuando se dieron cuenta de la forma como se solucionaba, de inmediato se escucharon expresiones como “ay, ya lo entendí profe” (Yacna) “uy no... ¿así se resolvía?”, “¿esa bobada..?” (Lizeth), “¿así de fácil era...?” (Daniela), “uy no profe, si ve... eso es por no pensar” (Nicolás).

Cabe mencionar que durante esta lectura Yuly estuvo todo el tiempo caminando por el salón, aunque seguía la lectura, y mientras sus compañeros daban las explicaciones ella solo movía la cabeza y repetía “no entiendo, no entiendo...” finalmente, como los números ya estaban escritos en el tablero, le pedí que pasara para repasar el ejercicio y cuando estaba allí –en el tablero- los demás niños le decían qué hacer para llegar de un número a otro, pero cada vez que escribía algo, repetía “no entiendo, no entiendo...”; entonces Ana María fue con ella al tablero y le explicó en voz baja nuevamente todo, hasta que al fin el ejercicio quedó entendido.

Después de esto, los mismos niños plantearon algunos ejemplos de ejercicios que se resolvían de forma similar y los escribían en el tablero para que los demás llegaran al número final. Incluso Neider y Yacna comenzaron a poner número de 4, 5 y hasta 6 cifras para ver quién los resolvía primero.

Figura 12: Algunas respuestas a la primera curiosidad

Observa cuidadosamente la siguiente secuencia de números:

77 49 36 18 ^{es} 8

¿Te parece conocida? Observa y explica lo que sucede al multiplicar los dígitos de cada uno de esos números

Se multiplican los dígitos del 77 luego el 49 después el 36 y por último el 18 y el resultado es 8

Escribe a continuación otras tres secuencias que tengan la misma característica.

88 64 24 8

99 16 6

2345 120 0

Observa cuidadosamente la siguiente secuencia de números:

77 49 36 18 8

¿Te parece conocida? Observa y explica lo que sucede al multiplicar los dígitos de cada uno de esos números que se multiplica los dígitos del 77, después los del 49, después los de el 36, después los del 18 y la operación se acaba cuando queda un solo dígito

Escribe a continuación otras tres secuencias que tengan la misma característica.

<u>88</u>	<u>64</u>	<u>24</u>	<u>8</u>
<u>95</u>	<u>45</u>	<u>20</u>	<u>0</u>
<u>75</u>	<u>35</u>	<u>15</u>	<u>5</u>

Observa cuidadosamente la siguiente secuencia de números:

77 49 36 18 8

¿Te parece conocida? Observa y explica lo que sucede al multiplicar los dígitos de cada uno de esos números se multiplican los dígitos de 7x7=4x9=3x6=18=8 y este número tiene que ser un dígito

Escribe a continuación otras tres secuencias que tengan la misma característica.

<u>88</u>	<u>64</u>	<u>24</u>	<u>8</u>
<u>95</u>	<u>45</u>	<u>20</u>	<u>0</u>
<u>75</u>	<u>35</u>	<u>15</u>	<u>5</u>

En esta parte, cada uno quería escribir un ejercicio más largo que el anterior, pero no pudieron pasar de 4 operaciones, esos fueron los ejercicios más largos que lograron; quienes más buscaron números fueron Neider, Lizeth y Yacna, los dos primeros los escribían en el tablero para los demás, mientras que Yacna se acercaba y me los mostraba. Luego se continuó con el siguiente ejercicio.

Con el número 1 puedes formar muchos más números: el 11, el 111, etc. Ahora, observa las siguientes potencias:

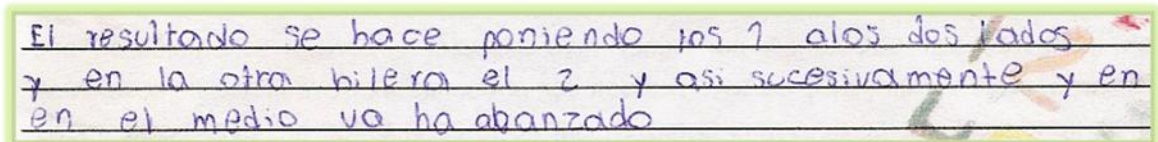
$1^2 = 1$
 $11^2 = 121$
 $111^2 = 12321$
 $1111^2 = 1234321$
 $11111^2 =$
 $111111^2 =$
 $1111111^2 =$

Figura 13: Segunda curiosidad de la actividad intermedia

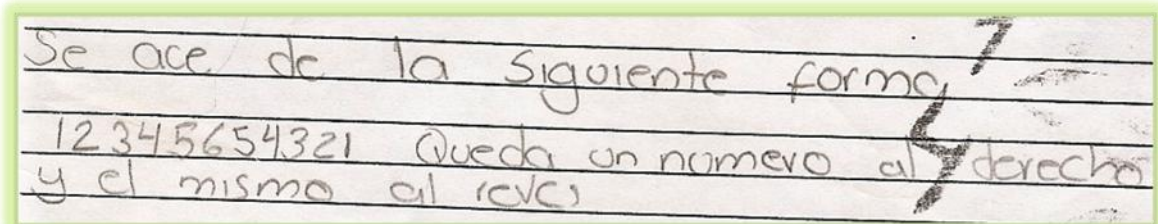
En este ejercicio se les pedía a los niños completar con los números faltantes pero sin hacer ninguna operación. En este caso no se demoraron mucho en encontrar el patrón, casi todos lo hicieron y lo explicaron de diferentes formas. El primero en encontrar el patrón fue Neider, quien había preguntado en dónde podía hacer las operaciones –porque no tenían una hoja adicional-, a esto le respondí que debía leer bien porque en la guía decía que “*sin hacer operaciones*”, entonces, después de unos segundos empezó a gritar saltando “*ya se, ya se, sin hacer las operaciones, profe yo, profe yo*” y cuando le di la palabra respondió “*aquí va avanzando, 12345 y se devuelve 321, el siguiente sería 123456 y se devuelve 321 y luego así con todos*” le dije que revisara y verificara que esa fuera la respuesta; mientras tanto Daniela decía que también había entendido el ejercicio, que era solo escribir los números seguidos y luego devolverse; Yacna dijo que siempre va a ser 123 y seguía y luego se devolvía y terminaba en 321; luego de esto regresó Neider diciendo que ya había corregido y que ahora si había entendido mejor el ejercicio, de igual manera lo hicieron Dayán y Nicolás, quien estaba trabajando con Neider; Yuly nuevamente dijo que no entendía pero Daniela le explicó. Silvia y Ana María estuvieron trabajando con Daniela y también encontraron rápidamente el patrón, -es importante notar que poco a poco Silvia y Ana María han comenzado a aportar en la solución de las situaciones y no se han dedicado

sólo a copiar, hacen pequeños aportes al trabajo, preguntan y eventualmente cuestionan las propuestas de los demás...- mientras que a Lizeth la acusaron de hacer trampa porque dijo que había hecho la primera operación, y después había deducido los demás números teniendo en cuenta lo que había dicho Neider. En este ejercicio no se dieron respuestas inmediatas ni al azar, en lugar de esto se tomaron un tiempo para mirar qué era lo que sucedía y después tratar de explicarlo. Esta vez me resultó bastante interesante el notar que aunque se reunieron a trabajar en grupos, no hubo mucha discusión, porque todos salvo Yuly, se dieron cuenta rápidamente del patrón que se debía seguir, además resaltó el hecho de que poco a poco y sin que nadie se los diga, los niños están comenzando a ayudar a Yuly en sus dificultades, esta vez lo hizo Daniela, pero en ocasiones anteriores lo han hecho Silvia y Ana María, especialmente.

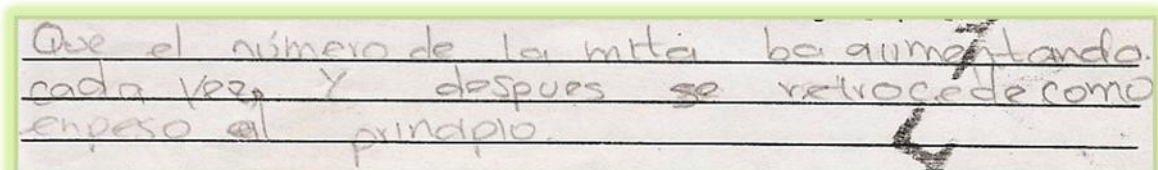
Figura 14: Algunas respuestas a la segunda curiosidad



El resultado se hace poniendo los 7 a los dos lados y en la otra hilera el 2 y así sucesivamente y en el medio va avanzando



Se hace de la siguiente forma:
12345654321. Queda un número al derecho y el mismo al revés



Que el número de la mitad va aumentando cada vez y después se retrocede como empezó al principio.

Con este ejercicio se pudo notar algo interesante: aunque todos parecían tener la idea de lo que se trataba el ejercicio, al momento de explicarlo frente a todos, cada uno quería ser más claro que el anterior. Así, por ejemplo, Daniela y Ana María dijeron que “*siempre se va aumentando un número, por ejemplo 1234 y luego se devuelve 321, el siguiente sería 12345 y luego se devuelve 4321, el otro iría hasta seis y así con todos*”, pero Neider dijo que tenía una manera más fácil “*es lo mismo pero diferente... comienza con 1 y 1 en los extremos y en la mitad va el 2, luego 1 y 1 en los extremos, después 2 y 2 y en la mitad el 3, y así con todos, sólo va aumentando el número del centro*”, aunque los niños entendieron mejor la explicación anterior. Esto muestra un interés por mejorar su parte argumentativa frente a los demás compañeros, y un nivel de competitividad que poco se había visto. Esta competitividad se vio todavía más acentuada en la siguiente actividad.

¿Sabías que escribiendo 4 veces el número 4 puedes formar todos los dígitos?
 Observa:

$$44 - 44 = 0$$

$$\frac{44}{44} = 1$$

Figura 15: Tercera curiosidad de la actividad intermedia

Esta actividad le llamó bastante la atención a los niños, en ella gastaron un poco más de tiempo que en las demás, trataron de buscar las soluciones de diferentes formas; como algo interesante, sobre esta actividad ninguno de los niños realizó preguntas, y tampoco trabajaron en grupos, en todos sólo se escucharon cosas como “*¡ya encontré otro!*”, “*uy no... todavía me falta...*”, “*mmm... no, así no...*” pero nadie mostraba sus resultados; se vio un mayor nivel de competencia frente

a esta actividad, pues todos querían encontrar los números antes que los demás, así podrían pasar primero al tablero y explicar sus soluciones.

Al final todos participaron y escribieron sus números en el tablero, y aunque algunos se les dificultó, ninguno se dio por vencido y los escribieron todos. Sobre este punto no hubo discusiones, sólo las comprobaciones de las operaciones realizadas, pero según los mismos niños, fue el ejercicio que más les gustó.

Figura 16: Algunas respuestas a la tercera curiosidad

¿Puedes escribir los demás dígitos utilizando 4 veces el número 4 y las 4 operaciones básicas?

$$4+4-4+4=8, (44 \div 4) - 4 = 7, 4 \div 4 + 4 + 4 = 9, 4 - 4 \times 4 + 4 = 4$$

$$4 \div 4 + (4 \div 4) = 2, (4+4) \div 4 + 4 = 6, 4+4+4 \div 4 = 3, (4 \times 4) + 4 \div 4 = 5$$

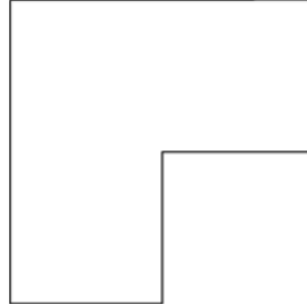
$$4+4-4+4=8, (44 \div 4) - 4 = 7, 4 \div 4 + 4 + 4 = 9,$$

$$(4-4 \div 4) + 4 = 4, (4 \div 4) + (4 \div 4) = 2, 4 - 4 \times 4 + 4 = 4$$

El último ejercicio les costó bastante trabajo, primero comenzaron trabajando solos, pero luego comenzaron a reunirse nuevamente en grupos para tratar de encontrar la respuesta. Algunos niños como Neider, Yacna, Yuly y Ana María hicieron diferentes particiones pero eran refutadas inmediatamente por sus compañeros, Lizeth aunque no hizo ningún trazo, proponía diferentes formas antes de dibujar, sin embargo, tampoco pudo dividir la figura como se pedía...

Figura 17: Última curiosidad de la actividad intermedia

La siguiente figura se puede dividir en 4 partes de igual tamaño y forma, ¿cómo se hace esto?



Tercer Momento

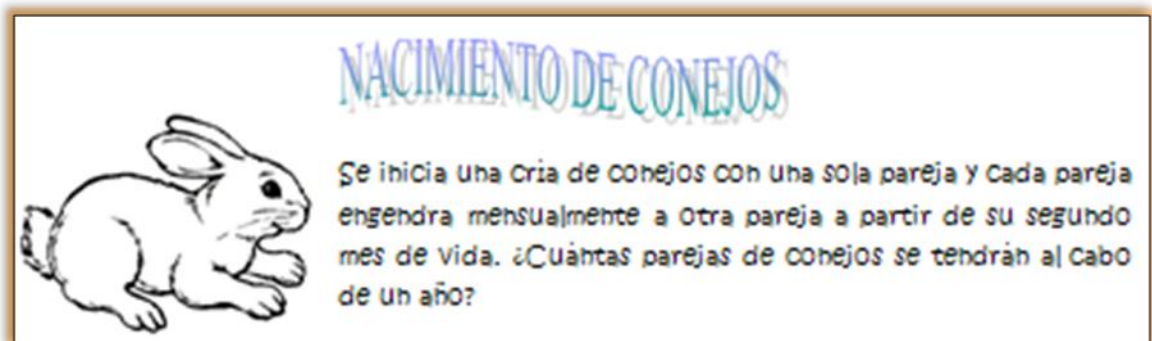
Al comenzar la actividad de este día, recordamos el nombre que llevaba el taller: *solución de problemas*. Aunque todos llegaron a tiempo, algunos de ellos tenían caras largas y parecía que ya se iban a quedar dormidos. Entonces comenzamos a hablar sobre algo que había ocurrido en la mañana:

- *En la mañana, -comencé- al salir al descanso alguien cerró la puerta del salón, entonces al finalizar el descanso ¿podían entrar al salón?*
- *No, –respondió Daniela- y perdimos matemáticas.*
- *¿Qué hicieron para entrar? –pregunté de nuevo-*
- *Nos metimos por las ventanas –respondió Yuly, sabiendo que el salón esta situado en un segundo piso y las ventanas están protegidas con rejas-*
- *Ir a buscar la llave –dijo Dayán al mismo tiempo, luego lo siguió Lizeth con la misma respuesta-*
- *Si, -siguió Daniela- pero entonces empezaron a decir que ya no la necesitaban por que nos íbamos disque pa formar, entonces Edwin la devolvió...*
- *Pero inicialmente buscaron la llave, ¿cierto? Entonces, tenían un problema y lo solucionaron...*
- *Pero profe –interrumpió Silvia- ¿Por qué no le saca copia?...*
- *Ay... ese es un ejemplo de solución de problemas –comentó Ana María seguida por los demás-*
- *Ese puede ser un ejemplo de solución de problemas –comenté afirmando lo que los demás ya sabían- tenían el problema de no poder entrar al salón y lo solucionaron. Eso es lo que vamos a hacer hoy...*

Después de haber hablado un poco sobre esto, los niños comenzaron a disponerse de nuevo para la actividad del día, se mostraron contentos de haber solucionado un problema, además no habían visto esa situación como un problema, sino simplemente como algo que se les presentó en ese momento, y el mostrarlo como una situación problemática les hizo sentir más tranquilos y tomar energías para continuar con el taller. Luego se les hizo notar que no todas las situaciones se resuelven de forma tan sencilla, que existen situaciones que requieren de procedimientos más complejos y algunas que requieren incluso de operaciones matemáticas. Además se mostró con otros ejemplos sencillos (como ir a la tienda, hacer cuentas, etc.) que ellos constantemente resolvían situaciones de ese estilo y que casi nunca se daban cuenta de que estaban empleando la matemática con frecuencia. Así comenzamos con el desarrollo de las actividades de este día.

Para comenzar con el taller se planteó el problema del *Nacimiento de Conejos*. Este problema lo leyó Silvia en voz alta para que los niños pudieran compartir sus ideas, plantear sus interrogantes y compartir interpretaciones y sus opiniones.

Figura 18: El nacimiento de los conejos



Después de la primera lectura del problema resultaron respuestas inmediatas como: 12, de Yacna y 10.000, de Yuly. Luego de varias lecturas consecutivas del problema, resultaron preguntas y expresiones como '¿qué es engendrar?' (Silvia) '¿o sea que al otro día ya van a tener hijos?' (Lizeth) 'uy... si eso es cada mes, entonces son muchos...'. Entonces, para los niños resultó un poco difícil comprender este problema, más aún si no empleaban ninguna forma de representación escrita. Entonces intervine...

- *Vamos a leer el problema paso por paso –comencé- ¿de qué se trata el problema?*
- *De unos conejos –contestó Dayan mientras Lizeth decía 'de una cría de conejos' -*
- *¿y con qué comenzamos? –continué-*
- *Con un conejo –dijo Yacna-*
- *No profe, -corregía Daniela- ¿no se comienza con una pareja, o sea con dos conejos?...*
- *Ay si... -terminó Yacna-*
- *Entonces comenzamos con una pareja –seguí mientras escribía el número 1 en el tablero- ¿y ahora?... ¿en el siguiente mes cuantas parejas hay?*
- *2 –dijo Bibiana- porque ya a partir del segundo mes engendran... ó... no... digamos que una porque tienen que crecer...*
- *¿y en el siguiente? –continué-*
- *4... ó...digamos que tres porque una tiene que crecer –dijo Lizeth-*
- *¿Cómo así? –preguntó Yuly-*
- *Claro, porque primero una tuvo la otra y esa tiene que crecer para poder tener hijos –siguió Lizeth-*
- *¿y al siguiente mes? –siguió el profesor-*
- *5 –dijo Yuly, seguida por Lizeth-*
- *Correcto –dije-*

- ¡Ay, si ve profesor, es que yo mucha pepa...! –dijo Yuly saltado de su puesto-
- Uy profesor, pero si eso es cada mes, entonces son muchos... -siguió Bibiana-
- Pero ¿Cuántos son muchos? –pregunté -
- ¿profe, pero ¿como así? –preguntó Yacna, entonces el profesor recapituló...-
- Vamos a ver: ¿Cuántas parejas hay en el primer mes? -1, contestaron los niños- ¿y en el segundo mes? -1, siguieron los niños, a lo que Bibiana agregó *sí, porque tienen que crecer-* ¿y en el siguiente? -2, continuaron los niños-
- Pero entonces tiene que esperar un mes –dijo Daniela-

Después de esto, se generó una discusión entre los mismos niños, donde cada uno de los que habían entendido el problema hasta este momento, que al parecer sólo eran Daniela y Lizeth, trataba de explicárselo a los demás; sin embargo, aunque esta discusión ayudó a que algunos de los niños comprendieran mejor el problema, se convirtió finalmente en un desorden en el que todos querían dar sus opiniones al mismo tiempo. En este momento Daniela le explicaba el problema a Silvia y a Ana María, mientras que Lizeth se lo explicaba a los demás, salvo a Yacna, quien se quedó en su puesto leyéndolo una y otra vez.

Daniela le explicaba a sus compañeras que después de que una pareja nacía, tenía que esperar un mes y luego si podía tener hijos, mientras que Lizeth les decía que tenían que crecer para poder quedar embarazadas... en cualquiera de los casos, las dos niñas trataron de darse a entender lo mejor posible, cada una tuvo que explicar una y otra vez porque todos les preguntaban cuando no entendían algo; en ese '*no entender*' sobresalía Yuly, quien no sólo lo decía, sino que lo gritaba para todo el salón –o quizá para todo el colegio...-. Finalmente, intervino de nuevo Lizeth para todo el salón:

- Profe, ¿pero no es más fácil...? algo para los perezosos, y señalando el tablero comenzó: mire, mire, 2, del 2 pasa al tres, pues uno; mire $1+2$, 3. Del 3 pasa al 5 pues... si, se suman de a dos... -al escuchar esto, le pedí que pasara al tablero para explicar lo que trataba de decir y que todos entendieran mejor- O sea, esto es para los perezosos... ummm... -pero al tratar de explicarlo al frente, se confundió con sus palabras y confundió a todo el grupo...- Ay no... espere profesor... -terminó ella y pasó al puesto...-
- Profe espere, esto está fácil –interrumpió Yacna- mire, como dice ella – haciendo referencia a las palabras de Lizeth- $1+1=2$, porque el mes pasado había una parejita, más las dos que hay este mes entonces son 3, y el mes pasado habían 2, más las tres de este mes entonces hay 5, y así... y entonces aquí es –indicando los números del tablero- $5+3=8$ hay 8 parejitas en el sexto mes y así... con esta explicación de Yacna todos comprendieron mejor, incluso Neider, quien no había intervenido hasta ahora...

Después de esto hubo expresiones como *¡ya entendí!*, *ya se*, dijo Bibiana, y luego resumió Yacna: *se suma el de atrás, se suma la parejita del mes anterior con las parejitas que hay en el mes y ese es el resultado de las parejitas del mes siguiente que está*. Entonces ¿Cuántas parejas hay al cabo de un año? pregunté. Y después de hacer algunas cuentas entre todos, respondieron 144. Este resultado fue verificado varias veces porque aún Yuly no sabía de dónde salía esta respuesta. Es interesante notar que en esta discusión Nicolás, Neider y Dayán no intervinieron, ni para aportar ni para realizar preguntas, sin embargo estuvieron muy pendientes de lo que decían sus compañeras.

Después de este problema, que consideraron muy difícil, les pedí a los niños que lo leyeran nuevamente, miraran la respuesta y todo lo que se tuvo que hacer para llegar a ella. En esta parte del problema me resultó interesante ver como Silvia,

que siempre había sido una de las más calladas y menos participativas tomó parte en la discusión repasaba, explicaba y compartía con los demás teniendo en cuenta lo que se había escrito en el tablero. En esta ocasión en particular, Silvia acompañó a Yuly hasta el talero y le explicó nuevamente paso a paso lo que se había hecho para llegar a la solución, y a diferencia de otras ocasiones, Yuly no reaccionó de forma agresiva, sino que escucho a Silvia... luego se me acercó y me dijo *“profe, Silvia me explicó y ya entendí”*

Figura 19: Silvia explicándole a Yuly el problema de los conejos

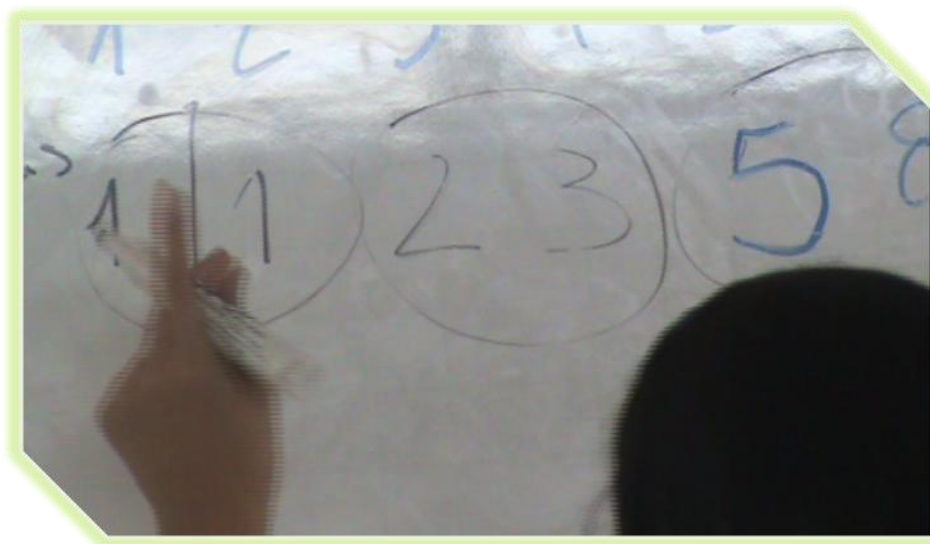
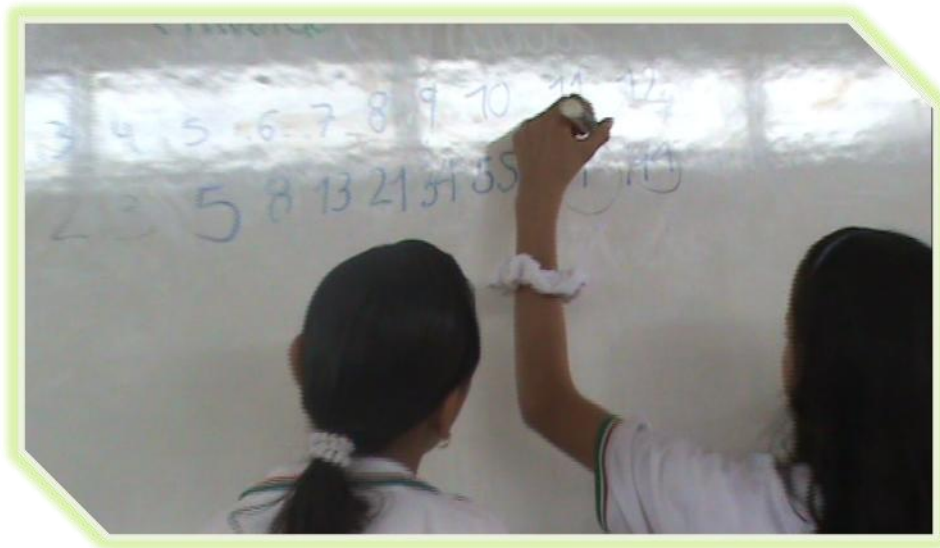
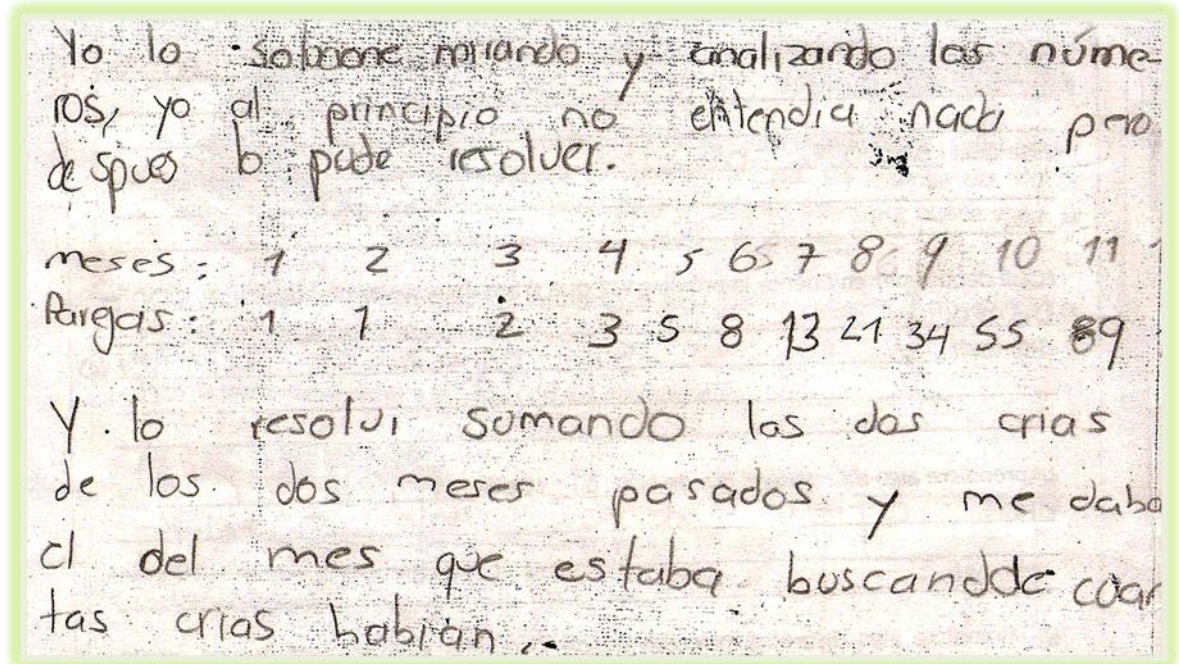


Figura 20: Respuesta de Yacna al problema de los conejos



Después de todo este *problema*, las siguientes situaciones resultaron mucho más sencillas.

En el segundo problema, el de los balones, surgió una pequeña discusión entre Daniela y Lizeth porque sus respuestas eran diferentes, así ellas comenzaron a compararlas al mismo tiempo que verificaban las condiciones dadas para ver cuál de las dos tenía la razón. Cada una leía las condiciones a la otra y decía que estaba bien, verificaron una y otra vez estas condiciones, pero al no lograr ponerse de acuerdo con la respuesta, decidieron unirse, formar un grupo y comenzar a desarrollarlo nuevamente desde el principio.


Figura 21: Los balones

LOS BALONES

❖ Estos son los balones de Alba, Beto, César y David. Averigua el nombre de los respectivos dueños.

Pistas:

- El balón de Beto no se encuentra encima del balón de Alba.
- El balón de César no se encuentra a la izquierda del balón de Alba.
- La suma digital del número del balón de David no es par.



Mientras la discusión anterior se daba, Yacna trabajaba sola en su puesto escribiendo las conclusiones del ejercicio anterior, Dayán y Ana María, que estaban atentos a la discusión se unieron al grupo, Neider y Nicolás trabajaban juntos mientras que Silvia le explicaba el ejercicio anterior a Yuly en el tablero; después de las explicaciones de Silvia, Yuly empezó a saltar por el salón gritando que ya había entendido, luego las dos continuaron trabajando en los siguientes ejercicios. Respecto a esto, me pareció interesante observar que las dos leían despacio cada una de las condiciones que se daban en los problemas, no discutían pero se complementaban una a la otra, tampoco se acercaron a hacerme preguntas ni miraban a los otros grupos, sólo se acercaban a mostrarme lo que hacían para verificar las respuestas, y cuando esa no era correcta preguntaban “¿por qué profe?” y repasábamos las condiciones para encontrar el (los) error(es), luego seguían trabajando. Finalmente, en el último ejercicio ellas dos se separaron, pues se les dificultaba reconocer los números primos y Yuly se alteró hasta comenzar a discutir...

Me di cuenta que sin darles ninguna indicación, los niños ya organizaban pequeños grupos de trabajo y comenzaban a solucionar las situaciones siguiendo las indicaciones de cada una. Pude notar que en estos grupos de trabajo cada vez que alguien aportaba una idea, como en el grupo de Daniela, esta era verificada con las condiciones del problema antes de ser aceptada, es decir, si alguien decía tener una respuesta, los demás no la aceptaban hasta que ellos mismos la comprobaran. Además, los niños ya habían notado que cuando me hacían alguna pregunta les respondía con otra o no les respondía, al menos hasta que todo el trabajo estuviera completo, esto hizo que se escucharan frases como “*pero para qué pregunta si no nos van a responder*” (Daniela), “*mejor revisemos a ver si nos quedó bien*” (Bibiana, apoyada por Neider, Yuly y Daniela); de esta manera, se generó más interacción entre ellos mismos, y comenzaron a confrontar sus respuestas con los datos de las diferentes situaciones para ver si todas las condiciones se cumplían y así poder avanzar o rectificar sus procedimientos.

Poco a poco todos compartieron sus respuestas, no importaba si estaban en el mismo grupo o no, y entre todos las validaban. De esta forma, los niños comenzaron a *evaluarse* o ‘*verificarse*’ entre ellos mismos y cada vez se me acercaban menos para hacer preguntas, lo hacían más para explicar la forma como habían llegado a las respuestas; incluso si se habían propuesto diferentes formas para llegar a la misma solución se acercaban para contarlas todas esperando que les dijera que una era mejor que la otra, pero finalmente todas se basaban en el cumplimiento de las condiciones. La respuesta a la que todos estuvieron de acuerdo en este ejercicio fue la siguiente:

Figura 22: Respuesta a 'Los balones'

Pistas:


- El balón de Beto no se encuentra encima del balón de Aiba.
- El balón de César no se encuentra a la izquierda del balón de Aiba.
- La suma digital del número del balón de David no es par.

B	C
57	79
56	33
D	A

Al principio consideré que el siguiente ejercicio les iba a costar casi tanto trabajo como el primero, sin embargo sucedió lo contrario.

Figura 23: Viaje en balsa

VIAJE EN Balsa



Una mujer, que lleva un canasto lleno de repollos, una cabra y un lobo, llega a la orilla de un río. En la orilla del río se encuentra un bote. Pero en el bote solamente puede viajar la mujer y uno solo de los tres acompañantes.

Pero si la mujer viaja con repollos, entonces el lobo devora la cabra. Y si viaja con el lobo, entonces la cabra se come los repollos.

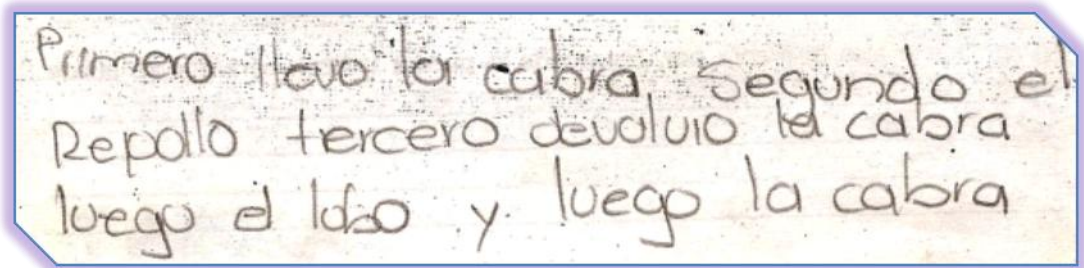
Pero la mujer logró pasar a la orilla con sus acompañantes. ¿Cómo lo hizo?

Neider, Nicolás y Dayán habían formado nuevamente su grupo y fueron los primeros en decir que lo habían terminado, luego lo hicieron Yacna y el grupo de Daniela, Yuly y Silvia se acercaron y me mostraron su respuesta, que les había quedado correcta, les pedí que me la explicaran:

- Pues profe, es que nosotras pensamos que la señora siempre tiene que ir en el barco... –comenzó Silvia-
- Si profe, pero el lobo tiene que esta amarrado porque si no se la come... - interrumpió Yuly-
- Y como el lobo no come repollos pues los deja ahí y se va con la cabra –siguió Silvia- después se lleva el repollo, pero se trae la cabra porque si no se lo come, después se lleva el lobo, y como queda con el repollo otra vez entonces no pasa nada, y al final se lleva otra vez la cabra. ¿si nos quedó bien profe?...
- Uy, profe díganos que si... siguió Yuly-
- Pues... si, les que quedó muy bien. –les respondí-

Con esta respuesta, Yuly nuevamente comenzó a saltar por el salón diciendo que le había quedado bien y le dijo a Silvia que siguieran para terminar rápido...

Figura 24: Respuesta de Silvia y Yuly al 'Viaje en balsa'

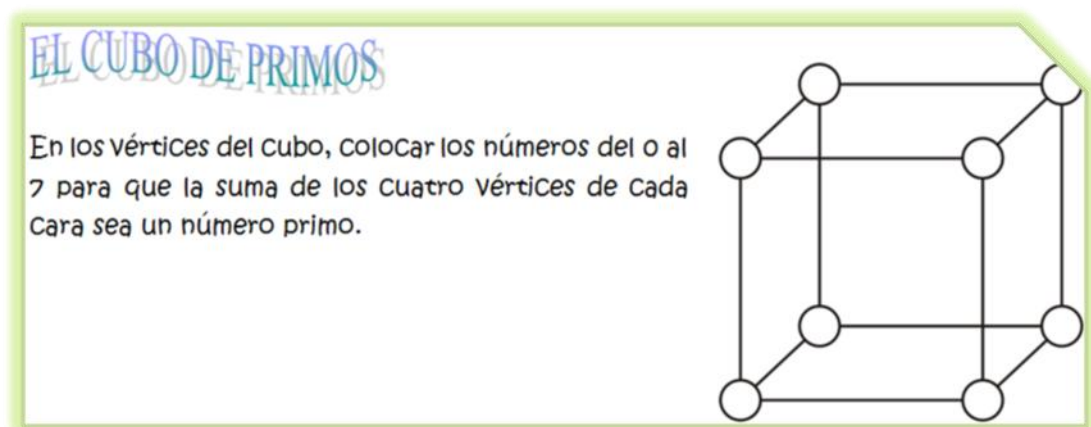


Respecto al grupo de los niños, Neider ya no era el único que aportaba las ideas, ahora Nicolás y Dayán también daban sus aportes, probaron diferentes formas para que todos pasaran en la balsa y con el trabajo de los tres rápidamente encontraron la solución. Cuando los niños comenzaron a decir que ya habían resuelto el problema del lobo, Lizeth preguntó que cuál lobo, que de qué estaban

hablando, por que ella no vio el problema y pasó al siguiente... luego, rápidamente y sin hacer preguntas encontró la solución y continuó sola con su trabajo. Cuando le pregunté cómo lo había hecho me respondió “*espere profe, ahorita se lo presto para que lo lea, es que hay unas sumas aquí que no me salen, ya se lo presto*” y no me quedó más que leerlo mientras ella trataba de solucionar el último ejercicio.

El último problema del este día no lo pudieron solucionar, un problema numérico que todos trataron de resolver nuevamente mediante ensayo y error, note que cada uno de los niños, tanto los que estaban trabajando en grupo como los que lo hacían solos, cada vez que completaban una cara, el grupo de Nicolás decía “*profe ya casi*”, mientras que el grupo de Daniela, al que se integró Silvia, decía “*no profe, esto es muy difícil...*”. Finalmente el ejercicio no se terminó.

Figura 25: Cubo de primos



Después de solucionar todas estas situaciones y al escuchar la socialización final, que no fue más que un resumen de todo lo que ya habían hecho entre todos, pude darme cuenta de que en cada una de las explicaciones que daban los niños

estaban atentos a dos cosas: primero, no solo escuchaban a sus compañeros, también se fijaban si yo hacía algún tipo de gesto, pues se habían dado cuenta de que si no entendía o alguna idea no estaba clara, comenzaría, como lo decía uno de los niños, '*con el famoso: ¿y por qué?*' –hasta ese momento yo no me había percatado de que hacía gestos mientras los escuchaba...-; y en segundo lugar, prestaban atención a la forma como cada uno hacía su intervención, para apoyarlo o corregirlo de ser necesario y para intervenir antes de que yo hiciera alguna pregunta...

De toda esta actividad pude hacer observaciones como:

- ◆ En primer lugar se dificultó la comprensión del primer problema. Palabras como *engendra* o condiciones como *a partir de su segundo mes de vida* agregaron un poco de dificultad en la lectura inicial del problema. La primera respuesta, casi inmediata de Yuly fue "*no entendi*", mientras que Yacna, Bibiana y Dayán preguntaban *profe, ¿cómo así?*; después de un momento, la respuesta de Daniela fue "*no profe, no entendi*". Luego de un par de lecturas iniciales, y después de decirles, *leamos el problema despacio y tratemos de entender de qué se trata y qué es lo que nos están preguntando*, los niños se mostraron confundidos, sin saber qué hacer...
- ◆ Se presentaron respuestas inmediatas, sin analizar la situación y sin cuestionarse sobre cada respuesta: Yacna y Yuly respectivamente respondieron 12 y 10.000 inmediatamente después de leer la pregunta.
- ◆ Falta de representación. Lizeth comenzó a leer varias veces el problema para poder comprenderlos, mientras que los demás trataban de adivinar la

respuesta; ninguno de ellos escribió, dibujó o trató de buscar una representación de este problema de manera que resultara más sencillos.

- ◆ A pesar de las dificultades que se presentaron para dar solución a la primera situación, ninguno de los niños se dio por vencido, contrario a esto, todos se apoyaron y trataron de ser lo más explícitos posibles cada vez que proponían una solución o una forma de interpretar la situación.
- ◆ Se observó iniciativa y trabajo en equipo. Ellos mismos formaron equipos de trabajo en donde se compartían las soluciones y se discutían en torno a ellas.
- ◆ Cada vez que alguien tenía una duda y se acercaba a preguntarme, no respondía directamente, contrario a esto, les pedía volver a leer la situación o los datos de cada una para que ellos mismo encontraran la respuesta. Esto hizo que cada vez se realizaran menos preguntas y se prestara más atención a la lectura de cada situación; además ayudó a que ellos mismos solucionaran no sólo sus preguntas sino las preguntas de otros compañeros.
- ◆ Cada vez que alguien se acercaba para explicarme la forma como había(n) solucionado alguna situación, si esa explicación no era clara, les preguntaba *¿y por qué?* o *¿Por qué sucede eso?* Esto hizo que poco a poco los niños comenzaran a tener *más cuidado* en la forma como se estaban expresando, en la forma como estaban expresando sus ideas y en las justificaciones que estaban dando para cada caso.

LOS PROTAGONISTAS



ANA MARÍA

Ana María es una niña a la que le gusta la danza, aplicada y tímida. Generalmente le va bien en matemáticas, se muestra interesada por la materia y trata de cumplir con todas las actividades programadas.

SILVIA

Silvia es una niña distraída, a quien se le dificulta la matemática y aunque siempre se esfuerza, sus resultados por lo general no son muy buenos. Sin embargo, Silvia suele ser muy persistente y dedica la mayor parte del día a estudiar para las diferentes materias del colegio; sin embargo, pese a toda su persistencia, ella es una niña que muy pocas veces toma la iniciativa para proponer una estrategia de trabajo o de solución de alguna situación problemática. Silvia, por otra parte, cuenta permanentemente con el apoyo de su tía, quien la ha cuidada desde que era una bebé y la alienta para continuar con sus estudios.





NEIDER

Neider es un niño aplicado, bueno en matemáticas, tímido, no tiene dificultad en trabajar de forma individual o grupal; trata de entender siempre lo que ve en el colegio, y realiza muy pocas preguntas (esto es debido a su timidez), incluso, en diferentes ocasiones durante las clases de matemáticas ha preferido quedarse con dudas a *atreverse* a preguntar lo que no ha entendido...

NICOLÁS

Nicolás es un niño alegre, extrovertido y colaborador; académicamente presenta dificultades, la matemática no le gusta mucho porque no ha tenido buenos resultados en esta materia; suele distraerse con facilidad aunque en contadas ocasiones se concentra lo suficiente como para hacer aportes importantes a las clases. Su trabajo individual resulta ser casi nulo y muy pocas veces busca la ayuda del profesor o de otro compañero; en los trabajos grupales pocas veces realiza aportes, aunque muestre interés por estos trabajos, y en ocasiones se dedica sólo a copiar los resultados...



LIZETH BIBIANA



Bibiana es una niña solitaria, apartada y callada. Desde hace algún tiempo ha expresado que tiene dificultades en su casa, lo que se ha reflejado en sus actitudes, comportamientos y en el aislamiento de las demás personas. A nivel académico prefiere realizar las actividades sola, aunque ocasionalmente, y casi por obligación, trabaja en grupo, en cualquiera de los casos siempre realiza un buen trabajo. Sin embargo, en ocasiones suele agobiarse por sus problemas personales y el nivel de sus trabajos decae en forma notoria.

YULY TATIANA

Yuly es una niña impulsiva, en sus trabajos suele decir o escribir lo primero que se viene a la cabeza, sin importar si esto es coherente o no, o si está relacionado con lo que se está hablando. Yuly es una niña con una situación familiar “*difícil*”, que se ve reflejada tanto en sus actitudes y comportamiento como en su trabajo académico. Yuly cuenta que se desespera con facilidad cada vez que no entiende algo, no importa si se trata del colegio, de una materia, o de cualquier cosa. En particular, en el caso de matemáticas ella presenta actitudes “*agresivas*” y se muestra frustrada y con rabia cada vez que se plantea una situación y no la comprende en la primera lectura. Por otra parte, Yuly nos cuenta que, aparte de que se le dificulta la materia,



cada vez que le anuncian un examen, estudia durante mucho tiempo hasta lograr entender, pero al momento de presentarlo, “*se le olvida todo y le va mal*”, lo que le hace dar más rabia y se siente mal...

YACNA ISARINA



Yacna es una niña de 9 años que cursa 4^o primaria. Siempre ha mostrado buenas habilidades para la matemática, nunca ha tenido problemas para realizar sus trabajos, ya sea en forma individual o grupal. Yacna dice que la matemática siempre le ha gustado porque para ella ‘*es como un juego*’, y siempre le ha ido bien en la materia, además le gusta resolver problemas. Yacna se relaciona muy bien con todas las personas y siempre está dispuesta a brindar ayuda a sus compañeros, ya sea que alguien se la pida o no.

DAYAN STEVEN

Dayán es un niño que cursa 5^o primaria; él cuenta que la matemática le gusta, aunque casi nunca le va bien en esta materia. Dayán es un niño que se distrae con facilidad, le cuesta mucho trabajo prestar atención por periodos largos de tiempo y concentrarse en el desarrollo de actividades individuales, al momentos de realizar actividades en grupo, está atento a sus compañeros y trata de hacer aportes necesarios para el trabajo. Sin embargo, nunca toma la iniciativa para



comenzar un trabajo ni para proponer métodos de trabajo, él se adapta a los que los demás digan.

DANIELA



Daniela es una niña que se ha destacado por ser una excelente estudiante, sobresale en las diferentes asignaturas, tiene un buen desempeño en las actividades tanto individuales como grupales, es una niña que explora diferentes alternativas para solucionar las situaciones que se le puedan presentar. Sin embargo, suele frustrarse cuando no logra entender algo. Cuenta además con el apoyo constante de sus padres, quienes también le exigen en su rendimiento académico.